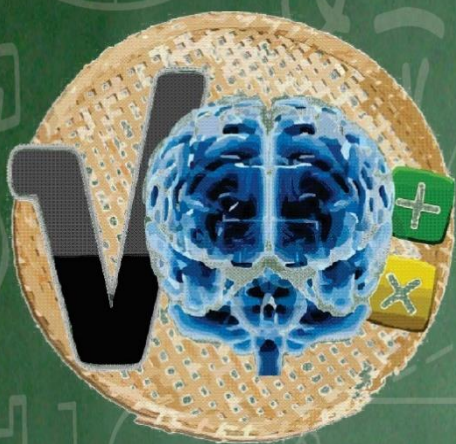




SCEM 2018

Seminário de Cognição e Educação Matemática

**Pesquisa em Educação Matemática:
implicações para a sala de aula**

ANAIS 2018

REALIZAÇÃO

Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática,
Grupo de Pesquisa em Educação Matemática,
Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologia



APOIO



ISSN: 2358-7660



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

REITOR: Prof. Dr. Rubens Cardoso da Silva

VICE-REITOR: Prof. Dr. Clay Anderson Nunes Chagas

PRÓ-REITOR DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO: Prof. Dr. Renato da Costa Teixeira

PRÓ-REITORA DE GRADUAÇÃO: Profª. Ms. Ana da Conceição Oliveira

PRÓ-REITORA DE EXTENSÃO: Profª. Ms. Alba Lúcia Ribeiro Raithy Pereira

PRÓ-REITOR DE GESTÃO: Prof. Ms. Carlos José Capela Bispo

GRUPO DE PESQUISA EM COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Líder: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Vice-líder: Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves

GRUPO DE PESQUISA EM ESTATÍSTICA APLICADA E ENSINO DE MATEMÁTICA

Líder: Prof. Dr. Dorival Lobato Júnior

Vice-líder: Prof. Dr. Fabrício Martins da Costa

GRUPO DE PESQUISA EM ENSINO DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA

Líder: Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves

Vice-líder: Profª Dra. Cinthia Cunha Matatrei Pereira

GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Líder: Profª Dra. Rosineide de Sousa Jucá

Vice-líder: Prof. Dr. Antônio José de Barros Neto

REALIZAÇÃO

Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática

Grupo de Pesquisa em Estatística Aplicada e Ensino de Matemática

Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologia

Grupo de Pesquisa em Educação Matemática



Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Seminário de Cognição e Educação Matemática (8.:2018: Belém-PA)

/Coordenação por Pedro Franco de Sá, Rosineide de Sousa Jucá, Antônio José de Barros Neto, Belém, 2018.

Anais do SCEM 2018, 02, 03 e 04/10/2018, Belém, 2018 xxx p..

ISSN: 2358-7660

1. Educação Matemática.2.Cognição.I. Sá, Pedro Franco (Org.) II. Jucá, Rosineide de Sousa (Org.). III. Barros Neto, Antônio José de (Org.). IV. Título.

CDD. 23° ed.510.7



COORDENAÇÃO DO EVENTO

Pedro Franco de Sá

Rosineide de Sousa Jucá

Antônio José de Barros Neto

COMISSÃO ORGANIZADORA DO EVENTO

Antonio José de Barros Neto

André Martins Mendes

Bárbara Hamú Rodrigues

Bruno Felipe Leitão Monteiro

Carlos Alberto dos Santos Campelo

Dorival Lobato Júnior

Fádia Queiroz Vianna

Fabio José da Costa da Alves

Jhenyfe Abreu Monteiro

Juliana Cunha da Costa Fróes

Karla Jasmyne Barros dos Santos

Letícia Rocha Sales

Lucas de Ataíde Araújo

Lucas Sousa Santos

Marcus Vinicius Pedroso Silva

Renan Marcelo da Costa Dias

Rosineide de Sousa Jucá

Thays de Almeida Miranda

Valdenira de Santana Barbosa Rodrigues



COMISSÃO CIENTÍFICA

Adrielle Cristine Mendello Lopes

Antonio José de Barros Neto

Claudio Barros Vitor

Ellen Farache Maia

Francisca Missilene Muniz Magalhães

Francisco Nordman Costa Santos

Gerson Ribeiro Bacury

Gladys Maria Bezerra de Souza

Idemar Vizolli

Kamilly Suzany Felix Alves

Pedro Franco de Sá

Rafael Pontes Lima

Renata Cristina Alves Matni

Robério Valente Santos

Rosineide Souza Jucá

Sandy da Conceição Dias

ARTE E DIAGRAMAÇÃO

Carlos Alberto dos Santos Campelo

Revisão

Talita Rodrigues de Sá



APRESENTAÇÃO

O Seminário de Cognição e Educação Matemática (SCEM) teve sua primeira edição no ano de 2010 como uma iniciativa do grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática da Universidade do Estado do Pará sempre com objetivo difundir as pesquisas realizadas na área de Educação matemática do Estado do Pará. A presente edição do evento que é a nona já tem também a organização dos seguintes grupos de pesquisas: Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática (GCEM), Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias (GPEMT), Grupo de Pesquisa em Estatística Aplicada e Ensino de Matemática (GPEAEM), Grupo de Pesquisa em Educação Matemática (GPEMAT) todos do Departamento de Matemática, Estatística e Informática da Universidade do Estado do Pará.

O Seminário de Cognição e Educação Matemática de 2018 teve o tema "**Pesquisa em Educação Matemática: implicações para sala de aula**" nos dias 02, 03 e 04 de outubro de 2018 no auditório da Escola Estadual de Ensino Médio Anísio Teixeira.

A nona edição do SCEM, continuou a consolidação do evento como um evento acadêmico dedicado à Educação Matemática que a cada ano tem crescido e se tornou um espaço aberto à socialização de pesquisas e troca de ideias e informações sobre educação Matemática de pesquisadores, professores e estudantes interessados na temática de diversas instituições do Estado do Pará.

O SCEM 2018 contou com um total de 370 participantes, 65 trabalhos na modalidade comunicação oral, 20 trabalhos na modalidade poster e 07 palestras.

A edição de 2018 do SCEM contou com o apoio integral SEDUC-Pará, na pessoa da Professora Doutora Ana Claudia Serruya Hage, do Centro de Formação de Professores da SEDUC (CEFOR), na pessoa do Professor Doutor Carlos Alberto de Miranda Pinheiro, Programa de Mestrado em Educação (PPGED-EUPA), na pessoa da Professora Doutora Ivanilde Apoluceno de Oliveira, Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática



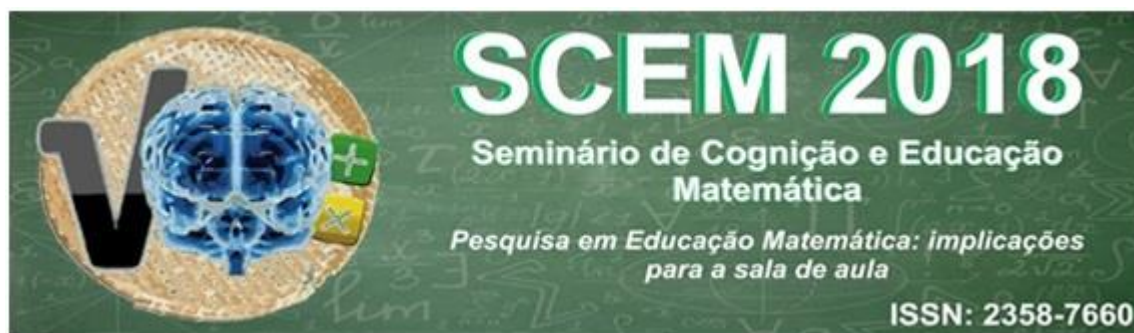
(PMPEM-UEPA), na pessoa do Professor Doutor Ducival Carvalho Pereira,, Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da UEPA, na pessoa da Professora Doutora Acylena Coelho Costa, Departamento Matemática, Estatística e Informática (DMEI) da UEPA, na pessoa da Professora Doutora Elisa Souza Silva e Direção da Escola Estadual de Ensino Médio Anísio Teixeira, na pessoa do Professor Sebastião Nogueira da Fonseca Neto.

Neste momento registramos nosso agradecimento aos professores que muito nos honraram com suas palestras ricas em informações e reflexões sobre Educação Matemática que certamente contribuíram positivamente para a formação dos participantes do evento que tiveram a grata oportunidade de presenciar suas apresentações.

Com muita satisfação publicamos os anais do SCEM 2018.

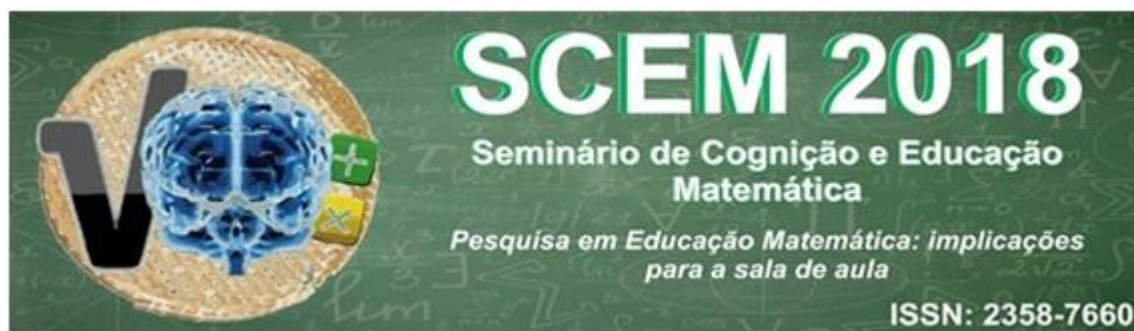
Belém, 31 de outubro de 2018

Pedro Franco de Sá, Rosineide de Sousa Jucá e Antônio José de Barros Neto,
Coordenadores do SCEM 2018.

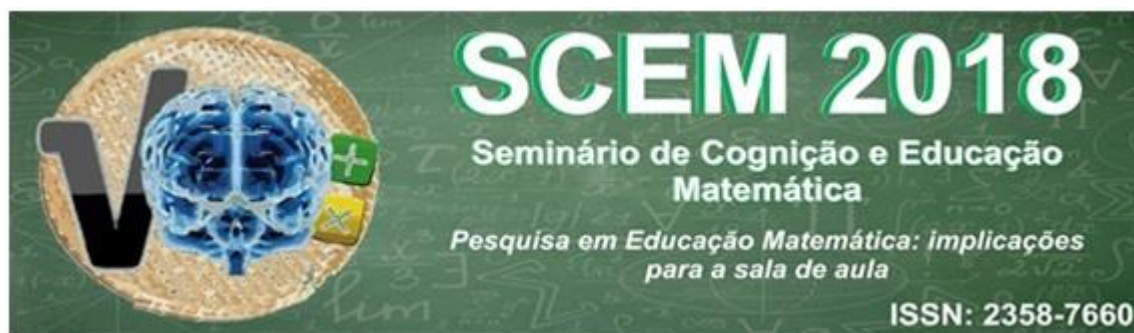


SUMÁRIO

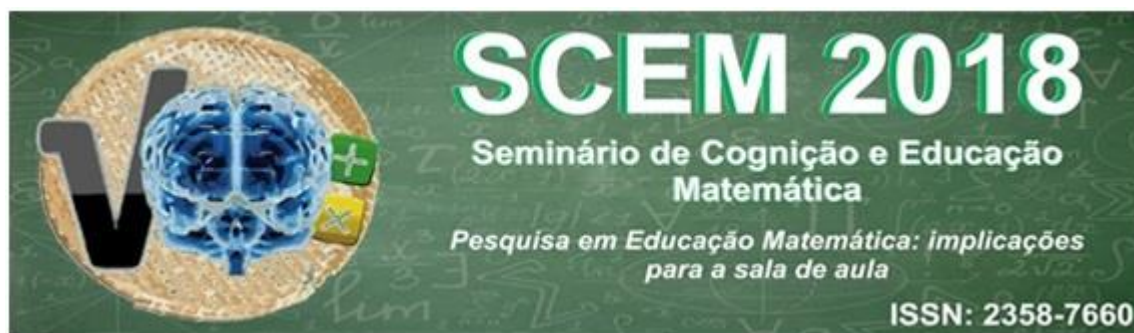
CONFERÊNCIA DE ABERTURA: FORMAÇÃO DE PROFESSORES: FORA DO FOCO -----	13
A CONCEPÇÃO DOS ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL (6º E 7º ANO) SOBRE MATEMÁTICA.-----	27
A CONCEPÇÃO DOS PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL II SOBRE MATEMÁTICA E SEU ENSINO-----	39
A DIVISÃO EM PARTES UTILIZADA NA PESCA ARTESANAL EM VIGIA DE NAZARÉ: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE EMBASADA NA MODELAGEM MATEMÁTICA SOCIOCRÍTICA-----	52
A EDUCAÇÃO INCLUSIVA EM ESCOLAS REGULARES, A MATEMÁTICA E A TERAPIA OCUPACIONAL COMO FACILITADORES NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZADO DE ALUNOS DIAGNOSTICADOS COM TDAH OU AUTISMO-----	69
A LINGUAGEM MATEMÁTICA NA APRENDIZAGEM DE FÍSICA -----	82
A LINGUAGEM MATEMÁTICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ALGÉBRICOS -----	98
A LINGUAGEM MATEMÁTICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ALGÉBRICOS -----	111
A MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA POSSIBILITADORA DA NOTA MÁXIMA EM REDAÇÃO NO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO -----	125
A MATEMÁTICA FINANCEIRA E O LIVRO DIDÁTICO-----	128
A PORCENTAGEM E OS PESCADORES DO MUNICÍPIO DE SALINÓPOLIS-PARÁ-----	146
ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS: UM ESTUDO SOBRE OS CONTEÚDOS DE RAZÃO E PROPORÇÃO -----	158
ÂNGULOS NOTÁVEIS NOS LIVROS DIDÁTICOS: UMA ANÁLISE PRAXEOLÓGICA. -----	174
APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: ANÁLISE DAS DIFICULDADES APRESENTADAS POR ALUNOS DO ENSINO MEDIO -----	189
APRENDIZAGEM DE QUADRILÁTEROS: ANÁLISE DIAGNOSTICA JUNTO A ESTUDANTES DO MUNICÍPIO DE IGARAPÉ-MIRI-----	204
ÁREA DO TRIÂNGULO NO PLANO CARTESIANO POR MEIO DE ATIVIDADES -----	221



AS ABORDAGENS DO CONCEITO DE FRAÇÃO NOS MANUAIS ESCOLARES EM DIFERENTES DÉCADAS -----	234
AS DIFICULDADES NO ENSINO DE REGRAS DE TRÊS APONTADAS POR ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL -----	252
BAIXA VISÃO: APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO AMBIENTE ESCOLAR -----	268
COMPARAÇÃO ENTRE A OPINIÃO DE PROFESSORES E ESTUDANTES REFERENTE AO ENSINO DE CONJUNTOS NO MARAJÓ -----	285
DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL -----	299
DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DE NÚMEROS INTEIROS SEGUNDO OS ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE UMA ESCOLA PÚBLICA DE BELÉM DO PARÁ-----	311
DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM INEQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU -----	328
DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE DIVISIBILIDADE DE NÚMEROS NATURAIS. -----	346
DIFICULDADES DE RESOLUÇÃO DE QUESTÕES ADITIVAS SEGUNDO ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL DE ANANINDEUA -----	361
DIFICULDADES DOS DISCENTES DO ENSINO MÉDIO RELACIONADAS À APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO SENO -----	379
ENSINO DE ARRANJO SIMPLES POR ATIVIDADE-----	397
DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM TRONCO DE CONE NO ENSINO MÉDIO-----	412
ENSINO DE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE AS PRÁTICAS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA -----	427
ENSINO E APRENDIZAGEM DE CONCEITOS DA FUNÇÃO SENO A PARTIR DE ATIVIDADES -----	443
ENSINO E PRENDIZADO DE GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DE TRONCO DE PIRÂMIDE EM UMA ESCOLA PÚBLICA, NO MUNICÍPIO DE ANANINDEUA / PA -----	457
ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM E FUNÇÃO QUADRÁTICA POR MEIO DO APP INVENTOR-----	476
ESTUDO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA NO ENSINO SUPERIOR -----	487



ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE POLIEDROS	499
ETNOMATEMÁTICA UMA ABORGAGEM DE ESTUDOS NO ENCONTRO PARAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	518
ESTUDO SOBRE ETNOMATEMÁTICA E AS RELAÇÕES ÉTNICO RACIAIS	520
GEOMETRIA ESPACIAL, ANÁLISE DE QUESTIONÁRIO: AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO CILINDROS	529
GEOMETRIA RIBEIRINHA: ASPECTOS MATEMÁTICOS DA COMUNIDADE DO URUBUÉUA FÁTIMA EM ABAETETUBA-PA.	543
HISTORIA DA MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES PARA O PROCESSO DE ENSINO EM SALA DE AULA	557
MATEMÁTICA E LUDICIDADE: EXPLORANDO AS NOÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÃO NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO	568
MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS: OS TÓPICOS MAIS FREQUENTES NO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO - ENEM (2009 A 2017)	583
O CÁLCULO DE VOLUME DO PARALELEPÍPEDO E DO CUBO POR ATIVIDADE	598
O ENSINO DA MATEMÁTICA NO SEGUNDO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDO DOCENTES	611
O ENSINO DE CURVAS PARA CEGOS COM USO DE SISTEMA SUPLEMENTAR DE COMUNICAÇÃO	628
O ENSINO DE FRAÇÕES SOB A ÓTICA DOCENTE	643
O ENSINO DE GEOMETRIA DE FORMA LÚDICA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	659
O ENSINO DE POLÍGONOS SEGUNDO ESTUDANTES DE URUÇUI-PI	677
O ENSINO DE QUESTÕES MULTIPLICATIVAS SEGUNDO ESTUDANTES DE UMA ESCOLA MUNICIPAL DE BELÉM DO PARÁ	695
O ENSINO DE RAZÃO POR MEIO DE ATIVIDADE	712
O PROBLEMA DOS PRETENDENTES: ABORDAGEM DOS PASSEIOS ALEATÓRIOS A PARTIR DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS	726
O PROBLEMA DOS PRETENDENTES: ABORDAGEM DOS PASSEIOS ALEATÓRIOS A PARTIR DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS	738
O USO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO PONTO DE PARTIDA PARA O ENSINO DE MULTIPLICAÇÃO	750



OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA ESTUDO DE PERÍMETRO, ÁREA E PROPORCIONALIDADE DE POLÍGONOS VIA HOMOTETIA -----	766
PANORAMA SOBRE O ENSINO DE INSCRIÇÃO DE SÓLIDOS À DISCENTES DO ENSINO MÉDIO NO CENTRO DE ENSINO TÉCNICO INTEGRAL DR. JOÃO BACELAR PORTELA NA CIDADE DE SÃO LUÍS – MA -----	781
PRODUZINDO SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A APRENDIZAGEM SOBRE A RELAÇÃO DE EULER NO ENSINO DA GEOMETRIA -----	797
REFLEXÕES SOBRE A EXPLORAÇÃO DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL COM SMARTPHONE NA INICIAÇÃO CIENTÍFICA-----	810
REVISÃO DE ESTUDOS SOBRE RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS -----	823
TECNOLOGIA E INCLUSÃO-----	837
UMA ABORDAGEM HISTÓRICA DA TEORIA DOS JOGOS-----	838
UMA ANÁLISE DE ERROS DOS ALUNOS, SOBRE O CONTEÚDO PROPORÇÃO -----	851
UMA BREVE ANÁLISE DO CONCEITO DE INFINITESIMAL -----	865
UMA BREVE REVISÃO DE ESTUDOS ACERCA DO ENSINO DE POLINÔMIOS POR MEIO DE TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO -----	879
UMA HISTÓRIA DOS DETERMINANTES -----	897
UMA INVESTIGAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS DO 4º E 5º ANO DOS ANOS INICIAIS EM PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO-----	913
UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA A OBTENÇÃO DA FÓRMULA DE BHASKARA USANDO O MÉTODO DE COMPLETAR QUADRADO-----	928
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O CONCEITO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL -----	945



PALESTRAS DO SCEM 2018

PROVA E DEMONSTRAÇÃO EM MATEMÁTICA: PROBLEMÁTICA E FORMAÇÃO DE PROFESSOR

SADDO AG ALMOULOU(UC-SP)

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA: UMA PERSPECTIVA DIDÁTICA PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA, CRÍTICA E PARA TODOS

ANTÔNIO JOSÉ LOPES(UC)

PROVA BRASIL: REFLEXÕES NECESSÁRIAS

PEDRO FRANCO DE SÁ (UEPA)

MATEMÁTICA, LITERATURA E POESIA

JOÃO BATISTA DO NASCIMENTO (UEPA)

LEITURA E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E PRÁTICAS DOCENTES”

CLAUDIANNY AMORIM NORONHA(UEFN)

O PENSAMENTO PROBABILÍSTICO NO NOSSO COTIDIANO

HELITON RIBEIRO TAVARES (UEPA)



CONFERÊNCIA DE ABERTURA: FORMAÇÃO DE PROFESSORES: FORA DO FOCO

Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silvaⁱ

Antes de mais nada, quero agradecer à Coordenação deste evento pelo honroso convite para esta conferência de abertura. Ao professor Dr. Pedro Franco de Sá e ao professor Dr. Ducival Carvalho de Andrade agradeço pelo convite.

Na sequência quero aqui justificar de forma introdutória, o título desta fala. A expressão Formação de Professores é bastante usual e contemporânea para identificar o esforço da sociedade dos educadores brasileiros em favor da formação inicial e da educação continuada de professores de todos os seguimentos da Educação Brasileira. Mas a expressão “fora do foco”, dá a impressão de que a formação de professores vai mal das pernas.

No entanto essa expressão foi por mim escolhida para chamar a atenção de toda a comunidade de educadores deste evento, para o fato de que, ao contrário do que afirmam alguns, de que passam os anos e a educação não muda como mudou a medicina, por exemplo, quero afirmar categoricamente que a educação mudou e muito e para muito, muito melhor! Em especial na região amazônica. Mas por que persiste a crença de que a educação não mudou? Isso vai ficar patente, à medida que desenvolver esta fala.

Minha primeira argumentação é quanto à democratização da educação. Sem mostrar um único número, quero aqui dizer que, para aqueles que iniciaram sua vida acadêmica nos anos sessenta e setenta, sabem que até o final dos anos sessenta, existia barreiras quase intransponíveis para se dar a passagem de um seguimento para outro de ensino. Estou falando do famigerado Exame de Admissão que os alunos que terminavam a quinta série primária, tinham que fazer para ingressar no curso ginásial. Além desse exame, tinha o vestibular para entrar nas universidades públicas.

No início dos anos setenta, desapareceu o exame de admissão e uma significativa quantidade de jovens puderam então seguir seus estudos na direção do Ensino Médio. Mas perdurou o vestibular com aquelas provas preparadas especialmente para reprovar os milhares de jovens para que a boca do funil pudesse deixar passar alguns poucos gatos pingados que



poderiam se tornar acadêmicos de nível superior. Claro está que os preparos para estas provas só poderiam ser feitos pelos que já eram detentores de Capital cultural e econômico (Bourdieu, 1999)

Hoje, continua tendo o vestibular disfarçado de ENEM, mas pelo menos já dispomos de alguns mecanismos de defesa dos menos favorecidos e assim, começa a existir uma parcela de estudantes de classes populares nas universidades. Isto é um avanço dos mais significativos, se considerarmos apenas os últimos cinquenta anos, em comparação com os quinhentos anos de Brasil.

Mas em que pese uma significativa parcela de jovens cada vez mais tempo na escola, há a reclamação de que a qualidade do ensino é deveras preocupante, pelo menos quando considerado os índices que medem essa qualidade do ensino em termos de Brasil e do Mundo (PISA, SAEB, etc.). Dizem alguns que a culpa é da má formação dos professores, outros, do baixo salário dos educadores e assim por diante.

Sobre o salário dos professores, não há o que dizer, pois é uma constatação. Mas da qualidade da formação dos professores tenho eu o que falar de cadeira. Permitam-me agora falar um pouco do contexto de minha formação.

Sou amapaense e, como tal, me formei na primeira turma de licenciatura para o primeiro grau em Ciências Naturais, curso oferecido pelo Núcleo de Educação da UFPA em Macapá, em 1979. Até o ano de 1978 não existia nenhum curso de graduação em Macapá, nem público nem privado. Com a interiorização dos cursos da UFPA, surgiu a oportunidade de, via convênio entre o governo do então Território Federal do Amapá e a UFPA, um Núcleo em Macapá e foi neste contexto que eu me formei professor de primeiro grau em 1980 e, após um tempo longo, o convênio completou o curso de licenciatura plena, culminando com a formação em 1991.

Mas essa minha formação não foi única, mas apenas uma de milhares de professores formados pelos interiores do Estado do Pará tanto pela UFPA como pela UEPA com seu também programa de interiorização. Antes disso, porém, os municípios do Pará e o Amapá quase não tinham professores formados com curso superior, o que, cá pra nós, a interiorização



da UFPA e da UEPA significou um avanço na formação dos professores da Amazônia de proporções gigantescas.

Portanto, pode ser que a qualidade da formação dos professores ainda tenha muito o que melhorar, mas não se pode negar que esta qualidade nos últimos 40 anos teve passos de gigante, comparado com as décadas anteriores aos anos 80.

Mas é de conhecimento de todos que a escola vai mal, muito mal. Fica então a pergunta: Se houve significativo progresso na democratização do ensino nos últimos 50 anos e significativo avanço na qualificação dos professores nos últimos 40 anos, o que pode estar dando errado para que a qualidade do ensino não melhore? Não preciso insistir no fato de que se houve melhorias no campo educacional na Amazônia, então no Sul e Sudeste essa melhoria deveria ser gritante, já que historicamente sabemos que essas regiões sempre foram o primo rico de nossa nação. No entanto, salvaguardando algumas diferenças, os resultados gerais não são tão diferentes assim. É aqui que entro com minhas hipóteses explicativas que, se não derem conta do fenômeno, pelo menos pode ser levado em conta como uma possibilidade.

No meu entender, a educação brasileira tem muitas barreiras a transpor, muitas das quais todos nós já sabemos de muitos carnavais. Mas existe uma que já deveria ter sido transposta, bastando apenas de boa vontade daqueles que pensam os cursos de nível superior, sobretudo das licenciaturas: Um currículo moderno que considere os avanços significativos nas ciências que compõem o núcleo pedagógico das licenciaturas.

A academia vai e não vai à escola

Primeiramente quero esclarecer este subtítulo por que parece que estou chacoalhando demais as instituições educativas responsáveis pela formação de professores. Na verdade, estou querendo chamar a atenção para um problema duplo: Os cursos de pós-graduação utilizam-se das salas de aula para desenvolver seus trabalhos técnico-científicos como as dissertações de mestrado e Teses de doutorado, mas pouco retorno dão à sala de aula com relação às suas próprias pesquisas educacionais.

Digo isto por que durante minha formação de Mestrado e Doutorado na Faculdade de Educação da UNICAMP, nós, os alunos da Pós, tínhamos muita dificuldade de conseguir



escolas que permitissem entrarmos para fazer nossa coleta de dados. A razão era quase sempre a de que entrávamos nas escolas para pesquisar, mas depois as escolas não tinham retorno dessas pesquisas. Diziam os professores e diretores: “Vocês vêm aqui e nos tiram de nossa rotina de trabalho por dias a fio e depois que termina a coleta de dados, vocês somem e não ficamos sabendo o que resultou destes trabalhos”. Isto já acontecia em 1995 e, creio eu, não deve ter mudado muito.

Mas o pior é que este comportamento da academia não se revela somente com as pesquisas feitas nas escolas. Como iremos mostrar aqui, os conhecimentos desenvolvidos nestas pesquisas circulam em profusão na própria academia, nos cursos de pós, como prova do que diz Fleck (2010) quando cunhou a expressão “harmonia das ilusões”. Para desenvolvermos um trabalho científico, temos quase sempre que demonstrar à academia de que conhecemos o assunto com profundidade a ponto de propormos comprovar novas hipóteses sobre o mesmo. Mas, e fora da academia, o que acontece? Quase sempre damos a conhecer nossas descobertas em forma de relatórios científicos ou livros que compilam tais resultados, mas que pouco circulam entre os professores da rede escolar.

Resta então questionar: Os pesquisadores que fazem estas pesquisas não são os mesmos que formam os professores? Por que esses conhecimentos não integram os currículos de formação desses professores?

Creio que uma das razões seja a estrutura curricular da academia na forma de disciplinas que exige um programa fechado de conteúdos sistematicamente repetidos ao longo dos anos dos cursos, impedindo, em nome da ementa da disciplina, que novos conteúdos sejam apresentados.

Uma outra hipótese é que parece haver a crença de que o que se faz nos cursos de pós, é ciência e o que se faz na escola é ensino. A Ciência é para dotar o profissional da licença para se tornar pesquisador, mas o professor já sabe o que deve ser ensinado, pois o que deve ser ensinado já está posto nos programas da disciplina a ser ensinado.

Disto pode decorrer que tudo que se desenvolve na academia de ciência, deve ficar na academia para promover a suave coerção dos novos iniciantes no círculo esotérico de um dado estilo de pensamento (Fleck, 2010). Mas o que os iniciantes nos cursos de formação de



professores precisam saber já é de conhecimento geral dos formadores, não necessitando de atualizações. Sendo assim, deixam de ser apresentados conhecimentos de alta relevância para a melhoria da qualidade de ensino básico. É aqui que começarei a listar alguns desses conhecimentos que já deveriam ser de conhecimento de uma boa parte dos formadores de professores para que esses conhecimentos pudessem ser integrados nos currículos dos cursos de formação de professores ou pelo menos que se pudesse ter uma ou duas cargas horárias de espaço nos cursos que fossem voltados para a divulgação dos resultados obtidos nas pesquisas dos Cursos de Pós-graduação nas áreas que envolvem o processo educativo (Psicologia, didática, prática de ensino, etc...).

Um conteúdo de significativa relevância para os professores de Matemática é o conhecimento sobre a relação aluno-disciplina. Fala-se muito da relação professor-aluno mas nada da relação aluno-disciplina, o que não é a mesma coisa, embora haja pontos de convergência entre as duas.

Como disse AUSUBEL (1988), para que o aluno possa aprender, é fundamental que ele, o aluno, queira aprender e para que o professor tenha reais chances de sucesso no ensino, é preciso que ele, professor, desenvolva materiais potencialmente significativos. Essas duas condições são as condições básicas para uma aprendizagem significativa e, naturalmente, as duas têm um elemento básico importantíssimo para a aprendizagem significativa: A motivação do aluno para aprender.

Ora, sendo assim, para que um aluno possa aprender os conteúdos de uma disciplina, é necessário que venha a gostar dela e, caso contrário, que o professor desenvolva materiais potencialmente significativos que possam possibilitar ao aluno mudar sua rejeição para uma aceitação daquela disciplina. Mas como o professor pode saber se seu aluno está ou não rejeitando sua disciplina?

Desde 1961, pelo menos, já existe um instrumento que capta a aceitação/rejeição de um aluno por uma dada disciplina, notadamente a Matemática: A escala de atitudes com relação à Matemática (AIKEM, 1961; AIKEM e DREGUER, 1963). Esta escala é uma escala de tipo likert que contém 20 perguntas sobre os sentimentos do aluno com relação à Matemática, sendo 10 de caráter positivo e 10 de caráter negativo. Para cada uma das perguntas o aluno deve



concordar em quatro alternativas que são: Discordo totalmente – Discordo – Concordo – Concordo totalmente.

As questões positivas são pontuadas da esquerda para a direita de 1 a 4 e as questões negativas são contadas da esquerda para a direita também de 1 a 4. O total de pontos que a escala mede vai de 20 (quando todas as pontuações dadas às questões forem iguais a um e mostra então um sujeito altamente negativo em relação à Matemática) e 80 pontos (quando todas as pontuações dadas às questões forem iguais a quatro e mostra então que o sujeito é altamente positivo em relação à Matemática). O ponto de corte será a média aritmética das pontuações dos sujeitos pesquisados no grupo (turma).

No site <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646811> encontra-se a escala de atitudes e como usá-la num artigo da professora Regina Brito (BRITO, 1998)

Ora, se os professores de Matemática fossem levados a utilizar-se da escala de atitudes em suas turmas, teriam aí um excelente instrumento de apoio para o desenvolvimento de atividades capazes de melhorar as atitudes com relação à Matemática daqueles alunos que forem negativos, bem como os próprios professores, sabendo quais alunos são negativos, poderiam ter atitudes de maior tolerância para com esses alunos, procurando mudar essas atitudes negativas de seus alunos, pois seguramente essas atitudes são de alta relevância para a relação aluno-disciplina.

Mas por que, depois de 58 anos de desenvolvida a escala de atitudes com relação à Matemática, a escola e os professores de Matemática ainda não se apropriaram deste mecanismo de tão importante informação para a melhoria da qualidade de ensino da Matemática?

Outro conteúdo de significativa relevância para o processo educativo de todas as disciplinas é o que ficou conhecido como Estilos de Aprendizagem.

Há várias interpretações sobre este tema, por isso escolhi para apresentar nesta fala, a teoria VARK, conhecida como as iniciais das palavras em inglês dos termos visual, auditiva, leitura/escrita e cinestésica (*visual, auditive, reading e kinesthetic*) (<https://www.goconqr.com/pt-BR/examtime/blog/estilos-de-aprendizagem/>. Postado em 19 de



março de 2014). Essas são as quatro dimensões dos estilos de aprendizagem segundo a teoria VARK.

A dimensão VISUAL é característica dos estudantes que preferem aprender por meio de textos escritos, imagens, gráficos, diagramas, vídeos e demais materiais de aprendizagem que compõem esse estilo. Para comunicar suas idéias a tendência dos alunos visuais é o desenho.

Para este tipo de aluno, recomenda-se aulas online ou vídeos. Outro método didático de retenção dos conceitos estudados é o uso dos Mapas Mentais ou Flashcards.

Já a dimensão auditiva utiliza-se de artefatos que emitem som, isto é, de uma vídeo-aula, ou músicas no momento do estudo. Caracterizam-se por serem lentos no ato de ler e preferem ouvir uma explanação do professor do que tomar notas do assunto em estudo. Portanto, sugere-se que tais alunos procurem gravar as aulas dos professores para posterior escuta em casa em momentos de revisão do assunto ou pesquisar vídeos sobre o assunto estudado bem como produzir pequenos vídeos ou arquivos de voz em suas anotações.

A dimensão leitura/escrita pertencem aos alunos que aprendem melhor lendo ou escrevendo pois se sentem extremamente confortáveis com listas, livros ou manuais. Por isso, sua característica é tomar notas palavra-por-palavra e aprendem melhor quanto maior for a quantidade de informação nas frases que pronunciam. Para este tipo de aluno, recomenda-se que tomem nota das explicações do professor bem como utilizem-se de materiais de leitura disponíveis na internet. As anotações destes alunos devem ser associadas a vídeos, links e imagens para que fiquem mais completas para posterior estudo na ausência do professor.

Finalmente a dimensão cinestésica é daqueles alunos que preferem aprendizagens que exigem prática e movimento, necessitando de estímulo externo, sob o risco de perder interesse. Pensam normalmente de modo amplo, fazendo anotações em função de suas reflexões pessoais, dispensando as palavras do professor. a este tipo de aluno, recomenda-se atividades que permitam ao aluno organizar as informações à sua maneira. As atividades que envolvem exercícios promovem maior interesse deste tipo de aluno pelo assunto dado, o que exige a possibilidade de se criar um ambiente imersivo.



Dito isto, podemos concluir que compreender os estilos de aprendizagem de nossos alunos é uma necessidade pedagógica diretamente ligada às ações metodológicas do professor para que os alunos desenvolvam uma certa capacidade de aprendizagem de melhor qualidade influenciando na possibilidade de, por exemplo, mudar as atitudes com relação à disciplina, notadamente a Matemática. Sendo assim, por que nossos professores não são levados a conhecer sobre estes estilos de aprendizagem para que tenham a oportunidade de potencializar suas atividades de ensino?

Mas também nesta direção estão os Estilos Cognitivos que precisam ser entendidos por todos os professores para que estes possam desenvolver suas metodologias com maior chance de sucesso.

Sobre os estilos cognitivos, temos a considerar que estes revelam a preferência de um dado indivíduo na forma de processar a informação, descrevendo o modo específico de uma pessoa pensar, relembrar ou resolver problemas. Portanto, compreender qual o estilo cognitivo de um aluno é perceber qual a tendência deste aluno para se comportar de uma certa maneira, pois o estilo cognitivo é tido pelos especialistas como sendo uma dimensão da personalidade que influencia nas atitudes, valores, e interação social. Há muitos estudos sobre estilos cognitivos.

No site <http://www2.unifesp.br/centros/cedess/CD-Rom/estudo%200%20link8a.htm>, encontram-se os estilos cognitivos mais estudados e referenciados. São eles:

Dependência de Campo: Alunos que apresentam estrutura de referência externa; preferem conteúdo e sequência previamente organizada; requerem reforço extrínseco; habilidades interpessoais; preferem interação professor/aluno informal; preferem estudar em grupo e têm dificuldade para avaliar criticamente as pessoas.

Independência de Campo: alunos que apresentam estrutura de referência interna; preferem envolver-se na organização e sequenciação de conteúdos; respondem a reforço intrínseco; ; habilidade em análise impessoal; mais preocupados com conteúdo do que com relação professor/aluno; preferem aprender independente e individualmente e criticam argumentando (corrigem os erros dos outros e explicam por que).

Impulsividade de resposta: melhor desempenho em tarefas que requerem processos globais e pouca ponderação e organização prévia a uma resposta.



Reflexividade de resposta: Melhor desempenho em tarefas que requerem processos detalhados e há ponderação, organização e sequenciação dos pensamentos prévia a uma resposta.

Convergência de pensamento: pensamento lógico, com raciocínio; habilidade para lidar com problemas que requerem uma dada resposta convencional (uma solução correta) a partir de informações fornecidas; preferem problemas formais e tarefas bem estruturadas; são inibidos emocionalmente e conformistas, disciplinados e conservadores.

Divergência de pensamento: criatividade, respostas imaginativas, originais e fluentes; habilidade para lidar com problemas informais que demandam a generalização de várias respostas igualmente aceitáveis, aonde a ênfase é na quantidade, variedade e originalidade das respostas e socialmente, são considerados como irritados, disruptivos e até ameaçadores.

Serialista: dão maior ênfase em tópicos e em sequências lógicas, buscando padrões e relações somente mais tarde no processo, para confirmar ou não suas hipóteses e usam hipóteses mais simples e abordagem lógico-linear (passo a passo).

Holista: dão maior ênfase no contexto global desde o início de uma tarefa, preferem examinar uma grande quantidade de dados, buscando padrões e relações entre eles e usam hipóteses mais complexas, as quais combinam diversos dados. (site acima)

Há sites na internet que já apresentam instrumentos capazes de captar o seu estilo cognitivo.

Ora, sabemos que a questão afetiva é deveras muito importante para a qualidade da relação aluno-disciplina e, se os estilos cognitivos podem dar ao professor melhores informações a respeito desta relação de seus alunos para com a disciplina a ser conhecida, permitindo inclusive a possibilidade de melhoria das relações inter-alunos, por que a escola não se apropria dos instrumentos que medem ou determinam os estilos cognitivos dos alunos na possibilidade de melhorar a qualidade de ensino dos conteúdos disciplinares?

Mas o que me salta aos olhos é a ignorância dos professores em desconhecer os problemas relativos aos distúrbios de aprendizagem, pois é sabido que há a exigência do sistema educativo para com a inclusão escolar de alunos considerados com necessidades educacionais especiais.

Ora, se essa é uma exigência da Lei, por que os cursos de licenciatura já não contam com componentes curriculares que dêem conta minimamente de dotar os futuros professores



com capacidade de pelo menos saber “desconfiar” se um aluno precisa ou não de um diagnóstico sobre esses distúrbios, evitando assim que pais e professores rotulem os alunos como incapazes de aprender, bem como possibilitar àqueles professores que, sabedores desses distúrbios, queiram se especializar em desenvolver métodos e técnicas de ensino que possam auxiliar os demais colegas a lidar com esses problemas nas escolas?

Ao que parece, os únicos beneficiados desse processo de inclusão são os cegos e surdos, que contam agora com a exigência de especialistas em língua de sinais e de leitura em Braille. E os demais? Vou fazer uma listagem de problemas já conhecidos dos especialistas sobre esta questão. Apenas aqueles que dizem respeito ao ensino da Matemática e da Língua Materna, só para citar os mais importantes já que essas duas disciplinas são básicas para que se desenvolva todas as demais disciplinas.

Uma das barreiras mais significativas para se aprender Matemática é a Ansiedade Matemática. Na verdade, culturalmente há uma crença estabelecida na sociedade de que a Matemática é uma disciplina muito difícil e que provoca muito desconforto emocional ao se lidar com ela, mas o que é mais importante salientar é que este desconforto, para algumas crianças e adolescentes, chega a ser aterrorizante, podendo ser a fonte de um tipo específico de ansiedade. Segundo HAASE, V.G et al (2012),

A ansiedade matemática é uma fobia específica, que aparece como um sentimento de tensão ou desamparo e preocupação extrema frente a situações ou estímulos que envolvem a matemática ou números.

Como as demais fobias específicas, a ansiedade matemática, segundo os mesmos autores já citados, apresenta três níveis de resposta: 1. Comportamental: caracterizado por fugas, esquívamento, evitação quando diante de estímulos ou situações ansiogênicas; 2. Fisiológica: caracterizado por taquicardia, estômago revirando, sudorese e outras reações autonômicas; e 3. Cognitiva: pensamentos de desamparo e distorcidos.

A ansiedade matemática é estudada há mais de 50 anos e, no entanto, continua até hoje o desconhecimento por parte da sociedade e, em especial, por parte da escola, notadamente pelos professores de Matemática. Sabe-se que tanto a ansiedade pode levar a um baixo



rendimento escolar como o contrário, isto é, em havendo uma repetição do padrão de dificuldades com a Matemática, pode vir a desencadear a ansiedade

Outra barreira no caminho da aprendizagem Matemática é conhecida como **Discalculia**, definida como uma dificuldade persistente e inesperada da aprendizagem da matemática. A origem desse problema é neurobiológica, isto é, não tendo relação com causas socioeconômicas ou de tipos inadequados de educação. Mas como é uma deficiência neurobiológica que interfere na aprendizagem da Matemática, a persistência do fracasso com a aprendizagem do cálculo, pode desencadear o desenvolvimento da ansiedade matemática.

É notório o fato de que a quantidade de sujeitos em idade escolar com ansiedade matemática é muito maior do que os com discalculia, o que leva à conclusão que a maior parte dos sujeitos que apresentam fracasso escolar na matemática, têm este perfil por causas extrínsecas, quais sejam: 1. Escolas que promovem/exigem atividades acima da capacidade das crianças; 2. Pais autoritários e irmãos com muito conhecimento na disciplina; 3. Além é claro, do fato de que há crianças e adolescentes com características de personalidade e perfil psicológico que os tornam mais tendenciosos à manifestação de sintomas ansiosos.

Para enfrentar essas dificuldades das crianças e adolescentes para com a aprendizagem da matemática, há sugestões de que se promova programas de intervenção para crianças com discalculia, buscando adequar o currículo de matemática às habilidades do sujeito, bem como desenvolver estratégias que ensinem ao aluno a desenvolver habilidades de superação dos momentos em que sinta-se inferior ou incapaz diante das dificuldades para com a aprendizagem matemática.

Como foi dito anteriormente, tais problemas são conhecidos há pelo menos cinquenta anos, mas os professores de matemática continuam na ignorância total sobre o mesmo. Quantas pessoas dessas que encontramos pela rua executando tarefas não recomendadas para um ser humano, como por exemplo, puxando carroça no lugar dos animais (que diga-se de passagem, já é combatido pelos órgãos de defesa dos animais), podem ter desistido da escola por causa desta ansiedade ou da discalculia, mas não foram diagnosticadas por pura ignorância dos atores do processo de ensino?



Agora vamos chamar atenção para alguns transtornos de aprendizagem acometidos por sujeitos no momento da aprendizagem da língua materna, tanto na função leitora como na função da escrita.

Um dos mais importantes desses transtornos é o que se define como **dislexia**, sendo um tipo de transtorno ou distúrbio de aprendizagem na área da leitura, escrita e soletração, sendo um quadro de maior incidência nas salas de aulas "apesar de haver uma habilidade intelectual adequada e uma exposição a uma educação efetiva". segundo a International Dyslexia Association (IDA, 2002).

“Dislexia é um dos muitos distúrbios de aprendizagem. É um distúrbio específico de origem constitucional caracterizado por uma dificuldade na decodificação de palavras simples que, como regra, mostra uma insuficiência no processamento fonológico. Essas dificuldades não são esperadas com relação à idade e a outras dificuldades acadêmicas cognitivas; não são um resultado de distúrbios de desenvolvimento geral nem sensorial. A dislexia se manifesta por várias dificuldades em diferentes formas de linguagem freqüentemente incluindo, além das dificuldades com leitura, uma dificuldade de escrita e soletração.” (IDA, 1994)

A dislexia pode ser classificada em:

Dislexia disfonética: dificuldades de percepção auditiva na análise e síntese de fonemas, dificuldades temporais, e nas percepções da sucessão e da duração (troca de fonemas – sons, grafemas – diferentes, dificuldades no reconhecimento e na leitura de palavras que não têm significado, alterações na ordem das letras e sílabas, omissões e acréscimos, maior dificuldade na escrita do que na leitura, substituições de palavras por sinônimos);

2. Dislexia diseidética: dificuldade na percepção visual, na percepção gestáltica, na análise e síntese de fonemas (leitura silábica, sem conseguir a síntese das palavras, aglutinações e fragmentações de palavras, troca por equivalentes fonéticos, maior dificuldade para a leitura do que para a escrita);

3. Dislexia visual: deficiência na percepção visual; na coordenação visomotora (não visualiza cognitivamente o fonema);

4. Dislexia auditiva: deficiência na percepção auditiva, na memória auditiva (não audibiliza cognitivamente o fonema).

5. Dislexia mista: que seria a combinação de mais de um tipo de dislexia. IANHEZ e NICO (2002).

Consta na literatura que em geral, quando não diagnosticado, considera-se o sujeito disléxico como relapso, desatento, preguiçoso e sem vontade de aprender. Esses rótulos acabam



por induzir no sujeito, situações emocionais que podem se agravar, sobretudo quando o sujeito percebe estar sendo injustiçado. Há casos em que o esforço para superar as dificuldades, acompanhado de censura e decepção por não lograr sucesso, produz no sujeito disléxico, sintomas como dores abdominais, de cabeça ou transtornos do comportamento.

Como consequência deste transtorno da aprendizagem, o disléxico apresenta comportamentos do tipo: Tristeza profunda, depressão, agressividade, angustia. Sentimentos esses que culminam com reprovação e evasão. Em casos mais graves, pode ocorrer a diminuição do auto-conceito, reações rebeldes e delinquências.

Ora, se a dislexia traz sérios problemas para com a relação entre o sujeito e a aprendizagem da leitura e da escrita, por que os professores de um modo geral, e não somente o professor de língua materna, não são preparados para perceber essas dificuldades dos alunos, evitando assim os rótulos já descritos neste texto e que culminam com condutas que levam ao fracasso do aluno na escola e consequentemente na sua evasão?

Poderia eu aqui listar uma centena de problemas que os sujeitos têm e que interferem na aprendizagem dos conteúdos escolares. Na verdade, fiz apenas um apanhado de alguns destes conhecimentos que considero imprescindível a todos os professores, mas em especial aos professores de Matemática que, sabidamente, são considerados os reprovadores e responsáveis pela evasão escolar dos alunos.

Meu objetivo nesta conferência é mostrar que se a academia vai à escola conhecer como o aluno aprende e quais os obstáculos que impedem a sua aprendizagem, esta mesma academia deveria voltar à escola e prover meios de qualificar os professores, sobretudo aqueles em formação inicial, desses conhecimentos para que estes, ao depararem-se com tais problemas, possam ter condições de perceber alguns sintomas e sensibilizar a família e as autoridades escolares para o provimento do diagnóstico definitivo.

Além disso, é essencial que os professores conheçam minimamente esses problemas e como enfrentá-los na sala de aula, ou continuaremos a rotular esses alunos de relapsos, desatentos, preguiçosos e sem vontade de aprender, ou o que é pior, constrangê-los com termos como burro, incompetente e outros que às vezes temos o desprazer de ouvir de certos professores sobre seus alunos.



Os cursos de formação de professores, no meu entender, já deviam ter uma ou duas disciplinas com esses conhecimentos capazes de dotar os professores de habilidades mínimas para a concretude pedagógica da inclusão escolar, bem como de conhecimentos que poderiam potencializar suas habilidades pedagógicas com possibilidades de levar seus alunos a uma aprendizagem significativa com menos desgaste para o professor e o aluno, melhorando assim a relação entre professor-aluno e entre aluno-disciplina.

REFERÊNCIAS

AIKEN, L. R. Personality Correlates of Attitude Toward Mathematics. *Journar of Educational Pschology*. v. 56, n. 9, p. 476-480. 1961

AIKEN, L. R.; DREGER, R. M. The effect of attitudes on performance in Mathematics. *Journar of Educational Pschology*. v. 52, n. 1, p. 19-24. maio/jun.1963.

AUSUBEL, et al. *Psicologia Educativa: um ponto de vista cognoscitivo*. México, Trillas, 1988.

BOURDIEU, Pierre. O poder simbólico. 2 Ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, p. 211-213. 1999

BRITO, M.R.F de. Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação à matemática *Zetetiké*, v.6 n° 1. p.109-162 (Segunda Parte: 126-145). 1998.

FLECK, Ludwick. *Gênese e Desenvolvimento de um fato científico*. Fabrefactum ed. Belo Horizonte. 224p. 2010.

HAASE, V.G.; Júlio-Costa, A.; PINHEIRO-CHAGAS, P.; OLIVEIRA, L.F.S.; Micheli, L.R.; WOOD, G. . *Math Self-Assessment, but Not Negative Feelings, Predicts Mathematics Performance of Elementary School Children*. *Child Development Research*, v. p. 1-10. 2012

IANHEZ, Maria Eugênia e NICO, Maria Ângela. *Nem sempre é o que parece: como enfrentar a dislexia e os fracassos escolares*. São Paulo: Elsevier, 2002.



A CONCEPÇÃO DOS ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL (6º E 7º ANO) SOBRE MATEMÁTICA.

André Martins Mendes

Universidade do Estado do Pará

mendesandre1999@gmail.com

Karla Jasmyne Barros dos Santos

Universidade do Estado do Pará

karla.soure2010@gmail.com

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade Federal do Pará

Resumo

O artigo tem como objetivo apresentar as concepções dos alunos do ensino fundamental II referente a matemática e o seu ensino. Para a realização do artigo, consultamos por meio de um questionário alunos do ensino fundamental II (6º e 7º ano). Como referencial teórico utilizamos os estudos de Garcia (2009), Filho e Portela (2003) sobre a filosofia da educação matemática e Fiorentini (1995) e Baraldi (1999) sobre as tendências no ensino da matemática. Os resultados obtidos demonstram as diferentes concepções a respeito da matemática. Dentre elas, mostraremos as que foram consideradas por nós.

Palavras chave: Educação Matemática; Filosofia da Educação matemática; alunos do ensino fundamental II.

1. Introdução



O presente artigo, utilizou como método de investigação a pesquisa de caráter exploratório buscando saber qual a concepção dos alunos do ensino fundamental II perante a forma de ensino e aprendizado da matemática.

Trata-se de uma reflexão teórica que teve como base os estudos de Baraldi (1999) e Fiorentini (1995), onde, a primeira escreve acerca das concepções matemáticas que existem entre os professores e alunos do sistema educacional brasileiro e apresenta como se dá cada uma e as variações nas maneiras de ensino, influenciando o processo de ensino-aprendizagem. Já Fiorentini (1995) fala sobre as tendências de ensino, apontando algumas formas de conceber o ensino da matemática no Brasil. Para ela há diferentes modos de ensino da matemática, pois enquanto uns relacionam o ensino com um nível de rigor e formalização dos conteúdos, outros empregam a matemática com técnicas e controle do ensino-aprendizagem com intuito de diminuir as reprovações. Há ainda aqueles que relacionam o uso da matemática para o cotidiano ou à realidade do aluno.

Ademais, para entender um pouco mais quanto as visões dos alunos utilizados para a realização dessa pesquisa, utilizamos os estudos de Filho e Portela (2003) que discutem acerca da Filosofia da Educação Matemática, esta que é de suma importância para a educação matemática e declaram que a primeira só existe por causa da própria matemática que faz com que as pessoas precisem trocar experiências entre si. Porém, esclarecem, que mesmo que dependa do conhecimento matemático, ela “deve ser instituída como uma prática social relevante e é tal relevância e tal modo de instituição que estabelecerão a necessidade de uma Educação Matemática.” (FILHO E PORTELA, 2003).

Assim, este artigo tem por objetivo apresentar as concepções dos alunos do ensino fundamental II (6º e 7º ano) sobre a matemática e a sua forma de ensino e aprendizado.

2. Referencial teórico

Em seus estudos, Baraldi (1999) aponta quatro concepções de ensino da matemática. A primeira, denominada Pitagórica, dita que mundo é baseado em números, onde os mesmos



encontram-se no mundo real e podem explicar o fenômenos da natureza. Nessa concepção o aluno pode inferir que a matemática restringe-se somente a números e que somente por meio desses e suas manipulações (cálculos) é possível entender todas as áreas do conhecimento.

A segunda, trata-se da concepção Platônica que explica a distinção o mundo real e o mundo das ideias, onde no ultimo as verdades absolutas se encontravam e eram imutáveis, onde qualquer ciência poderia ser reduzida a matemática. Para Baraldi (1999) “o conhecimento matemático é a descrição desses objetos preexistentes e os objetos do mundo real são apenas representações imperfeitas das ideias”.

Em seguida Baraldi (1999) expõe as concepções Absolutistas da Educação Matemática (logicismo, formalismo e construtivismo), que são caracterizadas pela ideia de uma matemática inquestionável, como a portadora da “verdade” absoluta. Fiorentini (1995) também discute acerca de tais concepções e expõe as consequências dessas concepções no ensino da matemática, pois são elas que influenciarão o modo como o professor concebe e ensina matemática.

Os estudos de Fiorentini (1995) divide o Formalismo em Formalismo Clássico e Formalismo Moderno, onde ambas são semelhantes. A primeira caracteriza-se pelo modelo euclidiano e platônico, na qual os postulados, teoremas e axiomas são bases teóricas para o ensino da matemática, além da ideia de uma matemática estática, a-histórica, pertencente ao mundo das ideias e inata. Sob essa perspectiva o professor é a figura central da educação e possui a função de transmissor e expositor do conteúdo, se apoderava e tornava o uso de materiais didáticos essenciais para o processo de ensino e a postura do aluno era considerada passiva. Sobre essa postura Fiorentini afirma: “O papel do aluno nesse contexto era ‘copiar’, ‘reter’ e ‘desenvolver’ nas provas do mesmo modo que recebeu”. Observa-se que o aluno não tem sequer o direito de questionar ou corrigir o professor.

Na tendência Formalista Moderna há o retorno da postura do professor como sendo autoritária e centrada, na qual o aluno fica apenas com o papel de reproduzir a linguagem e os raciocínios lógico-estruturais ditados pelo professor.



Essa tendência parecia não visar a formação do cidadão, mas à formação do especialista matemático. Porém há uma diferença fundamental, no Formalismo Clássico há a valorização do encadeamento lógico e as formas absolutas das ideias matemáticas, ou seja, procurava axiomatizar a matemática. Já a Formalista Moderna preocupava-se em realizar os desdobramentos lógico-estruturais das ideias matemáticas, que é o ponto onde as duas linhas de raciocínio vão de encontro.

Para Fiorentini (1995) a tendência construtivista parte da epistemologia genética de Piaget e buscou a construção de pensamentos lógico-matemático; nessa tendência o conhecimento matemático se dá mediante recursos das experiências e dos sentidos, caracterizando o mundo físico, mentes humanas, e suas interações como fonte do conhecimento matemático. Para Baraldi (1999) o construtivismo engloba várias visões, sendo o Intuicionismo a mais ampla formulação da filosofia construtivista. Nessa concepção a matemática deve ter um lugar na mente e constituem um mundo à parte com verdades e objetos matemáticos abstratos.

As concepções Falibilistas, diferentemente das concepções Absolutistas, permite olhar a matemática sem a preocupação de encontrar fundamentos absolutos, além de tornar a matemática passível a erros e sujeito a correções, a matemática está inserida na história e prática humana e, portanto, não pode ser separada de ciências humanas e sociais, em geral. Para Baraldi (1999) “no Falibilismo, o conhecimento matemático não pode ser separado do conhecimento empírico, da física e das outras crenças”.

Florentini (1995) afirma que a tendência Empírico-Ativista tem como finalidade o desenvolvimento da criatividade, potencialidades e interesses individuais dos alunos. Nessa tendência as ideias matemáticas são obtidas por descobertas, a diferença, porém é que elas não preexistem no mundo ideal, mas no próprio mundo material no qual vivemos; o conhecimento origina-se de fontes externas ao indivíduo. O ensino consiste nas atividades desenvolvidas com pequenos grupos, rico material didático e em um ambiente estimulante, onde o aluno “aprende fazendo” e o professor não é mais o elemento fundamental do ensino, agora ele apenas orienta ou facilita a aprendizagem, tornando o aluno um ser “ativo” na construção do seu conhecimento.



O logicismo tem por objetivo reduzir todas as verdades matemáticas ao conceito lógico. Para isso, segundo os Logicistas, todos os conceitos da matemática podem ser expressos em conceitos lógicos e toda verdade matemática pode ser provada pelos axiomas lógicos. A maior preocupação dessa tendência é com a linguagem e, corroborando essa ideia Baraldi (1999) afirma: “os Logicistas sacrificam a riqueza linguística a fim de preservar a consistência.

Dessa forma, a linguagem é o cerne de toda pesquisa matemática.”

Na tendência Tecnicista a matemática é reduzida a um conjunto de técnicas, a qual não há a preocupação de fundamentá-los ou justificá-los. O ensino se dá através de atividades que facilitam a memorização e exercícios que desenvolvam as habilidades dos alunos, com a finalidade de prepara-lo para a resolução de exercícios ou de problemas padrão. Onde o mesmo mantém uma postura passiva perante o ensino, em uma concepção de ensino que os transformavam em “máquinas”. Segundo Fiorentini (1995) “a pedagogia tecnicista não se centra no professor, nem nos alunos, mas nos propósitos instrucionais, nos instrumentos e nas técnicas de ensino”.

Na tendência Socioetnocultural o conhecimento matemático deixa de ser visto como um conhecimento pronto e acabado e passa a ser visto como um saber prático, relativo e não universal, produzido histórico culturalmente nas diferentes práticas sociais. Com isso o ensino da matemática teria como finalidade a desmistificação e a compreensão da realidade e o processo de ensino e aprendizagem seriam os problemas da realidade. Sobre tais ideias Fiorentini (1995) afirma: “o aluno terá uma aprendizagem mais significativa e efetiva da Matemática se estiver relacionada ao seu cotidiano e à sua cultura”.

Nos estudos de Baraldi (1999) as visões dos alunos acerca da matemática mostraram-se variadas e diversificadas, apresentando visões que se encaixavam dentro de várias concepções. Entretanto, é importante ressaltar que não se notou visões que apresentam aspectos geométricos ligados com aspectos políticos, culturais e sociais que contribuem para um processo de ensino e aprendizagem mais significativo. De acordo a análise feita, ainda é muito comum se pensar que a matemática é descontextualizada, abstrata, inquestionável, que só trabalha com fórmulas que muitas vezes encontra-se desconexa da realidade do indivíduo. Além



de que caracteriza-se como uma ciência opressora, sempre impondo seus conceitos ao aluno e estabelecendo seus professores como donos da verdade, reduzindo os estudantes a meros receptáculos e sem poder de decisão.

3. Metodologia de pesquisa

A pesquisa deste trabalho é do tipo descritiva, pois segundo Gil (2008), serve para descrever as características de determinadas populações ou fenômenos. Uma de suas peculiaridades está na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados, tais como o questionário e a observação sistemática. Para sua realização elaboramos e aplicamos um questionário com 7 perguntas a 41 alunos da EEEFM Augusto Montenegro para conhecer suas concepções de matemática e seu ensino.

4. Apresentação dos resultados

Realizamos uma consulta com 41 alunos com idade que variam de 11 a 16 anos; entretanto, o levantamento apresentado foi efetuado com apenas 10 alunos.

O questionário inicia-se com a pergunta “Você gosta de matemática?” e, de 41 alunos, 28 alunos alegam gostar da disciplina, 10 afirmam que não gostam e 3 não responderam à pergunta. Então perguntamos aos alunos: “O que é matemática?”. O quadro 1 apresenta as respostas dos alunos.

Quadro 1. Respostas da pergunta “O que é matemática?”

Respostas dos alunos	Tendência de ensino
A1: “matemática pra mim é, na verdade e uma matéria para aprender sobre cálculos”	Pitagórica
A2: “é uma matéria muito difícil que ensina a fazer cálculos”	
A3: “matemática e cálculo”	
A4: “é o estudo que consiste no ensino da soma, multiplicação, adição e divisão”	



A5: “matemática e uma das coisas que prezamos saber desde criança”	Tecnicista
A6: “pra mim matemática é tudo aquilo que faz parte sempre em tudo em que a gente faz” A7: “matemática é uma organização de ensino. Para descobrir o nosso dia-a-dia matemática está presente em nosso cotidiano” A8: “é uma matéria que nos prepara para algumas situações do nosso cotidiano”	Socioetnocultural
A9: “matemática é muitas continhas que tem que desenvolver e tem que fazer”	Formalista
A10: “matemática pra mim é um benefício que pode mudar”	Construtivista.

Fonte: questionário.

Observamos no quadro 2 que as respostas apontam que a maioria dos alunos têm uma visão Pitagórica da matemática, onde todas as coisas são números e, na matemática, é preciso somente saber fazer cálculo e não tem utilidade para a vida cotidiana (BARALDI, 1999).

Perguntamos aos alunos: “Como se ensina matemática?”. O quadro 2 apresenta as respostas dos alunos.

Quadro 2. Respostas da pergunta “Como se ensina matemática?”.

Respostas dos alunos	Tendência de ensino
A1: “ensinando de um jeito que eu consigo não decorar mais sim entender” A2: “Pra ensinar matemática a professora tem que ter muita paciência para ensinar. A minha opinião é que se ensina colocando vários cálculos e desenvolver eles” A3: “de maneira prática que seja fácil de entender” A4: “se relacionando bem com os alunos e ter bastante paciência” A5: “Com paciência” A6: “De um jeito mas prático”	Empirico-ativista
A7: “Se ensina pela tabuada pois TUDO PRESCISA dela”	Tecnicista



A8: “Para aprender a matemática preciso prestar bem atenção tem que ter todos os cálculos da matemática”	

Fonte: questionário.

Observamos no quadro 3 que a maior parte das respostas apontam que a Matemática é vista com uma visão Empírico-ativista, na qual o foco do processo de ensino-aprendizagem é o aluno, e onde o professor deve se importar com os alunos. Logo ele passa a ser um ser ativo nesse processo. (FIORETINI, 1995)

Perguntamos aos alunos: “*Como se aprende matemática?*”. O quadro 3 apresenta as respostas dos alunos.

Quadro 3. Respostas da pergunta “*Como se aprende matemática?*”

Respostas dos alunos	Tendência de ensino
A1: “Bom acho que devemos nos esforçar para aprender na verdade vai do interesse do aluno.” A2: “Vendo os cálculos... mas não sei como se aprende matemática... mas eu acho que é estudando” A3: “Se esforçando para aprender aquilo que o professor ensina” A4: “Bem na minha opinião matemática se aprende estudando muito e se esforçando para isso” A5: “Se esforçando para estudar o assunto” A6: “Prestando atenção na aula e explicação do professor” A7: “Prestando atenção” A8: “Para aprender a matemática precisamos que estuda Não e difícil”	Construtivista
A3: “nos primeiro precisamos do professor para nos ensinar a tabuada” A6: “Fazendo cálculos, tabuadas e etc...”	Tecnicista

Fonte: questionário.

Observamos no quadro 3 que a maior parte das respostas têm a tendência Construtivista, seguindo a epistemologia piagetiana, a Matemática não resulta nem diretamente



do mundo físico nem de mentes humanas isoladas do mundo, mas sim com a interação do homem com o meio e suas práticas (FIORENTINI, 1995).

Perguntamos aos alunos: “Por que se ensina matemática?” O quadro 4 apresenta as respostas dos alunos.

Quadro 4. Respostas da pergunta “Por que se ensina matemática?”

Respostas dos alunos	Tendência de ensino
A1: “Acho que ensino; matemática para que um dia podemos refletir podemos um dia ter nosso próprio negocio e para isso precisamos saber calcular” A2: “Para trabalhar com calculos”	Tecnicista
A3: “Pra que no futuro nós venhamos aprender a dar troco, fazer contas, etc...” A4: “Para ter um bom futuro” A5: “porque é importante para o nosso futuro e a nossa vida” A6: “A matematica é uma coisa se você estudar você acha facil mais se não estudar se torna dificil.Então eu acho que se ensina matematica para queno futuro ele vai ajudar” A7: “Para aprendermos, contar, dinheiro e etc...” A8: “Para que possamos ter um futuro bem legal porque sempre tem uma vez ou outra uma conta de matematica”	Socioetnocultural
A9: “porque e um conhecimento basico que todos presição saber”	Tecnicista
A10: “Porque como eu já disse Nós somos nada”	Platônica

Fonte: questionário.

Observamos no quadro 4 que a maior parte das respostas refere-se a tendência Socioetnocultural, onde a matemática é analisada no cotidiano informal e espontâneo, produzida e efetivada por culturas e detentora de um saber dinâmico e não-universal (FIORENTINI, 1995).



Perguntamos aos alunos qual das duas alternativas define o conhecimento matemático. Apresentamos o total de respostas: 20 alunos marcaram que: A matemática é um conhecimento pronto, acabado, apresentando-se, portanto, como um todo harmonioso, os diferentes assuntos se encadeando logicamente e sendo desenvolvidos progressiva e ordenadamente. Além de tudo possui um caráter descontextualizado, despersonalizado e atemporal.

17 alunos marcaram que: A matemática é como um processo não unicamente cumulativo, uma vez que nela se descobrem hesitações, dúvidas e contradições, eliminadas somente após um árduo trabalho de reflexão e refinamento. O estágio atual da matemática seria resultante de um lento e prolongado processo histórico-social.

5. Conclusão

O objetivo deste trabalho era apresentar as concepções dos alunos do ensino fundamental II, especificamente do 6º e 7º ano, sobre matemática e seu ensino. E em nossa opinião, o objetivo foi parcialmente atingido. Haja vista que o questionário foi passado para uma quantidade relativamente pequena de alunos e, portanto, quantitativamente, não tiramos conclusões concretas acerca da forma de pensar dos estudantes dessas séries. Porém, acreditamos que as considerações a seguir podem vir a ajudar outros estudantes que estão iniciando seus estudos na área da educação matemática.

Nas respostas da pergunta “Você gosta de matemática?” a maioria dos alunos demonstrou gostar, de alguma maneira, da matemática. No entanto, dentre os 10 alunos selecionados, só conseguimos identificar uma tendência expressa nesta resposta, a Socioetnocultural (BARALDI, 1995). Já que este aluno afirmou, com suas palavras, que sem a matemática não somos nada, o que remete à crença de que ela está presente no nosso dia a dia.

Observamos que pelas respostas dos alunos na pergunta “O que é Matemática?”, a maior parte deles consideram a Matemática como matéria baseada somente em número e cálculos, por isso possuem uma concepção Pitagórica, como foi visto, tudo é Matemática, precisando primeiro entender a Matemática para depois entender o mundo real. Também tivemos muitos alunos respondendo que a Matemática é algo que está inserido no cotidiano



deles, tendo como tendência a Socioetnocultural, que visa uma Matemática como um saber prático, que pode ser sistematizado ou não. As duas tendências influenciaram na última pergunta. Observamos que existem duas correntes vigentes em sala de aula, uma Absolutista e uma Falibilista.

Em relação a pergunta “Como se ensina Matemática?”, observamos que a maior parte das repostas mostram que possuem uma concepção Formalista (BARALDI, 1999) e (FIORENTINI, 1995), devido aos alunos serem passivos no aprendizado, apenas reproduzido o que lhe foi passado, onde todo saber é centrado no professor.

Sobre “Como se aprende Matemática?” e a partir da leitura de um texto de Fiorentini (1995), percebemos que a concepção predominante é o Construtivista (Piagetiana), haja vista que a maioria dos alunos responderam de maneira a assimilar a construção do conhecimento matemática pela relação entre o aluno e o meio. Ou seja, não depende apenas da sua mente, mas da união entre o que existe dentro de si e o que ele apreende a partir de suas experiências.

No que diz respeito a questão “Por que se aprende matemática?” a maioria dos alunos relacionou a importância do ensino desta matéria às necessidades cotidianas que eles acreditam que terão no futuro. E suas respostas remetem a coisas do tipo “para contar dinheiro” ou “para ter um futuro legal”.

Assim concluímos que, apesar de esse trabalho não ter tido resultados totalmente conclusivos, ele foi de suma importância para a nossa formação acadêmica. Já que tais respostas nos dá uma visão, mesmo que ainda superficial, de como se dá o pensamento dos alunos do fundamental II acerca da educação matemática.

Referências

- GIL, A. C. **Métodos e técnicas da pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008
- FILHO, R. P. & PORTELA, C. A. **FILOSOFIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**: sua relevância no contexto da Educação Matemática e aspectos históricos. São Luís, 2003. p 46-68. Disponível em: [http://www.pppg.ufma.br/cadernosdepesquisa/uploads/files/Artigo%204\(18\).pdf](http://www.pppg.ufma.br/cadernosdepesquisa/uploads/files/Artigo%204(18).pdf);
- Acesso em: 03/12/2017.



BARALDI, I. M. **As concepções matemáticas e suas influências no ensino.** Matemática na escola: que ciência é esta? 1999. cap.4, pag. 83-99.

FIORENTINI, Dario. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil.** 1995. Revista Zetetiké, ano 3- nº 4/1995.



A CONCEPÇÃO DOS PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL II SOBRE MATEMÁTICA E SEU ENSINO

Jadson Kauã Batista Costa

Universidade Estadual do Pará

jadsonbatistacosta@gmail.com

Juliana de Lima Lopes

Universidade Estadual do Pará

julianalopes079@gmail.com

Carla Xavier Ramos

Universidade Estadual do Pará

carla.x.ramos19@gmail.com

Resumo

Este trabalho tem como objetivo analisar as concepções dos professores do ensino fundamental II sobre matemática e seu ensino. Esta pesquisa é do tipo descritiva fundamentada em Gil (2008) na sua declaração de que esse tipo de pesquisa permite a descrição de determinadas populações ou fenômenos, e assim na realização da pesquisa consultamos por meio de um questionário os professores do ensino fundamental II. Como referencial teórico foi utilizado os estudos de Clotilde e Garcia (2009), Filho e Portela (2003), sobre a filosofia da educação matemática e suas tendências utilizadas para análise das respostas aos questionários foi recorrido aos estudos apresentados por Fiorentini (1995) e Baraldi (1999) sobre as tendências no ensino de matemática. Os resultados apontaram que os professores do ensino fundamental II possuem em sua maioria a perspectiva da tendência Formalista Clássica.

Palavras chaves: Educação matemática. Filosofia de Educação matemática. Ensino. Aprendizagem.

1. Introdução

A Filosofia da Educação Matemática seja por reflexão, ou por prática, pode interferir na conduta do professor em sala de aula ou não, mas quando influi possibilita algumas formas de ensino e aprendizagem. De um modo geral e abrangente, existem duas concepções que podem definir a forma como o professor ensina matemática: a concepção absolutista e a concepção falibilista.

Segundo Clotilde e Garcia (2009), "a filosofia absolutista corresponde à visão de matemática como um produto, visão encontrada nas escolas de pensamento tradicionais, Logicismo, Formalismo, Intuicionismo e Platonismo".



No caso da concepção falibilista, a qual possui sua origem na teoria empirista de Lákatos que ao conceber a Matemática como um processo, ou seja, uma atividade humana baseada na resolução de problemas (Clotilde e Garcia, 2009).

Inserido no contexto da Educação Matemática os autores Filho e Portela (2003), definem a Filosofia da Educação Matemática, como uma área de investigação e de significação que se estrutura e se constitui no decurso da História da Educação Ocidental, entretanto o surgimento de sua denominação aconteceu em tempo recente.

Nesse trabalho a investigação consistirá na análise de respostas de professores de acordo com as tendências da Filosofia da Educação Matemática, serão consideradas como lentes teóricas para as análises e observações das respostas dos professores pesquisados os estudos realizados por Fiorentini (1995) e Baraldi (1999), os quais abordam em seus estudos as implicações das tendências da Educação Matemática, utilizadas para análise dos questionários.

Assim este trabalho tem por objetivo analisar de acordo com as lentes teóricas adotadas para classificação das tendências da Educação Matemática, as respostas dos questionários realizados aos professores do ensino fundamental II, sobre matemática e seu ensino.

2. Referencial Teórico

A pesquisa realizada neste trabalho teve como fundamentação teórica as tendências da Educação Matemática, com base em relatos e estudos dos autores Dario Fiorentini (1995) e Ivete Baraldi (1999).

A classificação das tendências da Educação Matemática segundo Fiorentini (1995) não decorre somente do ponto de vista de como o professor ensina matemática, pois o modo como se ensina advém de concepções singulares tanto do ensino, e da aprendizagem, de Matemática e de Educação, além disso o ensino da matemática é influenciado também de acordo com os valores e finalidades atribuídos pelo professor ao ensino da mesma.

Assim para Fiorentini (1995) ao realizar as classificações das tendências da Educação Matemática, são admitidas algumas características descritivas as quais são: a concepção acerca



da Matemática; o modo de conceber o processo de obtenção, produção e descoberta do conhecimento matemático; os valores e finalidades conferidos ao ensino da Matemática; as perspectivas de ensino, aprendizagem e a cosmovisão subjacente; a relação interativa de professor e aluno, e especialmente os pontos de vista de estudo e pesquisa para a melhoria do ensino de matemática.

Após as descrições mencionadas, as tendências possuem suas classificações em categorias, as quais para Fiorentini (1995, p.05) são “a formalista clássica; a empírico ativista; a formalista moderna; a tecnicista e suas variações; a construtivista e a sócioetnoculturalista”. Já na abordagem das tendências pela Baraldi (1999), ocorrem diferenciações, pois ela acrescenta a concepção pitagórica nos seus estudos, e possui uma ideia diferente de construtivismo em relação ao Fiorentini (1995).

Com relação a tendência formalista clássica Fiorentini (1995) declara que, essa tendência esteve presente de forma acentuada no ensino de Matemática no Brasil até o final da década de 1950, ao possuir como características a utilização do modelo euclidiano e o ideário platônico acerca da Matemática. O modelo euclidiano é aquele em que é seguido um padrão sistematizado logicamente do conhecimento matemático a partir de elementos primitivos, isto é, definições, axiomas, postulados. No que diz respeito à concepção platônica de Matemática, o autor enfatiza que a matemática não é inventada ou construída pelo homem, ele apenas pode pela intuição e reminiscência, conseguir descobrir as ideais matemáticas que já estão preexistentes em um mundo ideal, ou seja, estão adormecidas em sua mente.

Em contrapartida a formalista clássica, surge a tendência Empírico-ativista que se manifesta em oposição à escola clássica tradicional, ao conceber o professor não mais como um elemento fundamental do ensino, porém o concebe com a característica de ser um facilitador ou orientador do processo de aprendizagem. Já o aluno é considerado como o sujeito central e ativo na aprendizagem, portanto o currículo no contexto dessa tendência parte do pressuposto dos interesses do aluno para atender o seu desenvolvimento psicobiológico. A metodologia de ensino consiste na realização de “atividades” feitas em pequenos grupos, e com materiais



didáticos privilegiem a utilização de jogos e experimentos com materiais manipulativos (FIORENTINI, 1995).

No entanto, da mesma forma que acreditam os formalistas clássicos, os empírico-ativistas acreditam que o conhecimento matemático é obtido por descoberta. Porém, a diferença é que “elas preexistem não num mundo ideal, mas no próprio mundo natural e material que vivemos” (FIORENTINI, 1995, p.09).

Assim, segundo Fiorentini (1995), para os empírico-ativistas o conhecimento matemático surge do mundo físico, e é posteriormente extraído pelo homem através dos sentidos, porém não existe uma concepção única de como acontece esse processo.

No caso a tendência Formalista Moderna, por sua vez, de acordo com Fiorentini (1995, p.13) surgiu a partir do “movimento internacional de reformulação e modernização do currículo escolar, que ficou sendo conhecido como o Movimento da Matemática Moderna (MMM)”. Além do mais o MMM promoveria um retorno ao chamado formalismo matemático, porém sob um novo fundamento o quais foram, as estruturas algébricas e a linguagem formal da Matemática contemporânea (FIORENTINI, 1995).

Na perspectiva dessa tendência, o papel do professor é o de ser o transmissor do conhecimento, ao assumir uma postura autoritária e rigorosa no processo de ensino-aprendizagem. Em consequência disso, o comportamento do aluno na sala de aula torna-se um sujeito passivo no processo de ensino-aprendizagem, que contribui para sua falta de senso crítico e analítico do conhecimento, portanto a relação professor-aluno consiste nas exposições e demonstrações do professor no quadro, e ao aluno lhe cabe salvo exceções, reproduzir a linguagem e os raciocínios lógicos-estruturais ditados pelo professor (FIORENTINI, 1995).

A tendência Tecnicista e suas variações segundo Fiorentini (1995) é uma corrente de origem norte-americana que ao pretender aperfeiçoar os resultados da escola e torna-la eficiente e funcional, indica como solução para os problemas presentes no âmbito do ensino e aprendizagem, a realização de técnicas peculiares de ensino e administração escolar, essa se



tornaria a pedagogia “oficial” do regime militar após 1964 a qual pretendia colocar nas escolas os modelos de racionalização dos aparelhos produtivos capitalistas.

Nessa concepção a aprendizagem não é mais centrada no professor nem no aluno. Agora o centro está nos objetivos instrucionais, nos recursos (materiais instrucionais, calculadoras etc.) e nas técnicas de ensino que garantiriam o alcance dos mesmos.

Em relação à tendência construtivista, para Fiorentini (1995) essa tendência tem suas fundamentações na epistemologia genética piagetiana, essa epistemologia construída por Piaget, embora ele não tivesse como intenção a construção de uma teoria de ensino ou aprendizagem, contribuiu para emergir a teoria construtivista a qual produziu influencias inovadoras no ensino de Matemática, com sua concepção de conhecimento matemático como a ação interativa e reflexiva do homem com o meio ambiente ou as atividades. Assim nessa tendência o ensino de matemática possui uma natureza formativa, e sua função pode ser sintetizada de modo que.

O papel da pesquisa no seio desse ideário consistiria, de um lado, em investigar como a criança aprende ou constrói determinados conceitos matemáticos e, de outro, em desenvolver atividades ou materiais potencialmente ricos que desencadeiem conflitos cognitivos e abstrações reflexivas, possibilitando, assim, a construção de conceitos ou o desenvolvimento de estruturas cognitivas (FIORENTINI, 1995, p.23).

Como relatado anteriormente ocorre uma diferenciação da concepção da teoria construtivista de Fiorentini (1995) quando comparada com os estudos da Baraldi (1999), pois em sua perspectiva o construtivismo consiste na reconstrução do conhecimento matemático. O construtivismo presencia diferentes filosofias, no entanto é o intucionismo que ocupa a maior representatividade no estabelecimento da filosofia construtivista da matemática, a qual tem como perspectiva de que a matemática está sujeita a falhas, e isso favorece a constante construção do conhecimento matemático. E um aspecto importante enfatizado por Baraldi (1999) é a perspectiva epistemológica de um construtivismo sujeito a falhas, pelo fato de estar baseado em crenças subjetivas no delineamento de seu conhecimento.

A concepção da tendência sócioetnocultural, de acordo com Fiorentini (1995), está relacionada aos saberes produzidos pelo aluno no contato com a realidade, tais saberes são



desenvolvidos através de sua atuação na sociedade, que na maioria das vezes são despercebidas no ambiente escolar.

Essa tendência é totalmente contrária ao posicionamento dos formalistas clássicos. Nesse ambiente o conhecimento matemático é visto como “um saber prático relativo, não-universal e dinâmico, produzido histórico-culturalmente nas diferentes práticas sociais, podendo aparecer sistematizado ou não” (FIORENTINI, 1995, p.26).

A concepção Pitagórica segundo Baraldi (1999) está referida ao conhecimento das coisas pelos pitagóricos, para eles as coisas eram números. Assim a Matemática era a responsável pela explicação da ordenação do Universo, com a qualidade de tirar o caos e trazer a ordem, essa concepção ainda é difundida no sistema educacional quando aparecem sentenças como a frase “tudo é matemática”.

Nessa concepção de acordo com Baraldi (1999), a Matemática refere-se apenas a saber contar e realizar cálculos para o entendimento da realidade. Isso ocasiona a abstenção dos conhecimentos, geométricos, humanos, históricos e sociais da Matemática, que a torna impotente sua contribuição na formação do cidadão.

3. Metodologia de pesquisa

A pesquisa deste trabalho é do tipo descritiva, pois segundo Gil (2008), serve para descrever as características de determinadas populações ou fenômenos, garantindo o anonimato dos sujeitos participantes das respostas. Uma de suas peculiaridades está na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados, tais como o questionário e a observação sistemática. Para sua realização elaboramos e aplicamos um questionário, que para Gil (2008), quando os questionários são realizados por escrito são denominados de questionários auto aplicados, com oito perguntas a 10 professores do Ensino Fundamental II para conhecer suas concepções de matemática e seu ensino.

4. Apresentação dos resultados

A primeira pergunta direcionada aos professores foi “*O que é matemática?*” o quadro 1 apresenta as respostas dos professores.



Quadro 1: Respostas da pergunta “O que é matemática?”

Respostas dos professores ou alunos	Tendência de ensino
P1: "São conhecimentos empíricos que visam a praticidade buscando áreas dentro das disciplinas, objetivando a álgebra, a aritmética, a trigonometria e a geometria no dia a dia do ser presente"	Empírico-ativista
P2: "É uma ciência exata que busca raciocínio lógico e rápido"	Formalista-clássica
P3: "É um estudo no qual busca resolução de situações problemas"	Empírico-ativista
P4: "É a ciência que relaciona o homem com problemas do cotidiano"	Sócioetnocultural
P5: "Um conhecimento que ajuda a ver o mundo sob uma lógica quantitativa, qualitativa e as formas"	Formalista clássica

Fonte: questionário

Observamos no quadro 1, que a maior parte das respostas ficaram entre as tendências empírico-ativista e formalista-clássica, os professores P1 e P3 que em suas respostas demonstraram a tendência Empírico-ativista, assemelham-se a conceituação de dada por Fiorentini (1995), no qual foca “no processo de ensino, a pesquisa, a descoberta, os estudos do meio, a resolução de problemas e as atividades experimentais.

Os professores P2 e P5 os quais através de suas respostas expressaram a tendência Formalista Clássica, aproximam-se da utilização de aspectos lógicos, presente no modelo euclidiano descrito nos estudos de Fiorentini(1995).

No Quadro 1, somente um professor por meio de sua resposta expôs uma ideia presente na tendência Sócioetnocultural, pelo fato de valorizar aos problemas advindos da realidade, o que Fiorentini (1995) destaca “por isso, o ponto de partida do processo ensino/aprendizagem seriam os problemas da realidade”.



Perguntamos aos professores: “*Como se ensina matemática?*” O quadro 2 apresenta as respostas dos professores ou alunos.

Quadro 2: Respostas referentes a pergunta “*Como se ensina matemática?*”

Respostas dos professores ou alunos	Tendência de ensino
P1: " A matemática não há um método de ensino, visto que ela está presente no cotidiano, portanto necessita de estímulo para adquirir as técnicas de alcançar os resultados, pois cada ser humano possui um raciocínio e habilidades capazes de concentrar resultados "	Tecnicista e suas variações
P2: " Tentando levar o conhecimento do dia a dia ao aluno"	Sócioetnocultural
P3: "Buscando um aprendizagem através do lúdico enfatizando o resultado da situação - problema"	Empírico-ativista
P4: "Aplicando os conceitos abstratos em resoluções de problemas do cotidiano, relacionando, de preferência, o abstrato com o concreto"	Sócioetnocultural
P5: "Apesar de ser uma ciência que fundamenta outras ciências, mas o futuro professor de matemática só aprende a estudar matemática nela mesma. Dessa forma, reproduz o processo"	Resposta incoerente a pergunta

Fonte: Questionário

Observamos no Quadro 2, que a tendência mais entrelaçada com a resposta do P1 é a Tecnicista e suas variações, segundo Fiorentini (1995, p.17) “essa tendência pedagógica, a aprendizagem da Matemática consiste, basicamente, no desenvolvimento de habilidades e atitudes e na fixação de conceitos ou princípios”.



O P2 aproxima-se da corrente Sócioetnocultural que de acordo com os estudos de Fiorentini (1995, p.26) “o aluno terá uma aprendizagem mais significativa e efetiva da Matemática se esta estiver relacionada ao seu cotidiano e à sua cultura”.

O P3 destina-se a tendência Empírico-ativista, pois para Fiorentini (1995) ocorre a apreciação do material didático em um ambiente estimulante que permita a realização de jogos e experimentos ou o contato com materiais manipulativos.

A resposta do P4 admite como ser designada como Sócioetnoculturalista, que segundo Fiorentini (1995) essa tendência o processo de ensino e aprendizagem é iniciado pelos problemas da realidade.

Perguntamos aos professores: “*Como se aprende matemática?*” O quadro 3 apresenta as respostas dos professores.

Quadro 3: resposta da pergunta Como se aprende matemática?

Respostas dos professores	Tendência de ensino
P1: "A matemática deve ser estimulada desde cedo, determinadas atividades lúdicas facilitam o aprendizado matemático."	Construtivismo
P2: "Fazendo exercícios."	Tecnicismo
P3: "Através do aprender lúdico, atraindo para um estudo do contexto do cotidiano."	Sócioetnocultural
P4: "Entendo sua aplicação concreta na resolução de problemas."	Formalismo Clássico
P5: "Apesar de muitas pesquisas que relacionam a matemática a muitas metodologias alternativas, mas ainda predomina o uso do quadro, livro. Assim, muitos dos alunos aprendem matemática."	Formalismo Clássico

Fonte: Questionário



Observamos no quadro 3 que a maior parte das respostas dos professores aponta para a tendência formalista clássica. Dos quais o P2, P4 e P5 se aproximam do formalismo clássico pois consideram um ensino centrado no professor, enfatizando as idéias e formas da Matemática clássica e baseados concepção platônica de que a matemática não é inventada e sim descoberta preexistindo em um mundo ideal.

A resposta do P1 se assemelha ao construtivismo de Piaget, pois o conhecimento matemático resulta da interação/reflexão do sujeito com o meio ambiente e/ou com atividades (FIORENTINI, 1995).

A resposta do P3 se aproxima da tendência sócioetnocultural. Fiorentini (1995) define como ponto de partida o processo de ensino/aprendizagem os problemas da realidade.

Perguntamos aos professores: “*Por que se ensina matemática?*” O quadro 4 apresenta as respostas dos professores.

Quadro 4: resposta da pergunta “*Por que se ensina matemática?*”

Respostas dos professores	Tendência de ensino
P1: "Sem a matemática a vida não tem sentido, por isso ensinar matemática é uma questão de lógica pois tudo que existe depende da matemática."	Formalista clássica
P2: "A matemática é ligada à tudo, busca raciocínio rápido e ajuda na percepção."	Concepção pitagórica
P3: "É o ensino que busca um conhecimento, da ciência exata dentro do contexto do cotidiano."	Socioetnocultural
P4: "Porque a matemática esta em tudo a nossa volta."	Pitagórica



P5: "Primeiramente, porque uma sociedade fundamentada na ciência e na tecnologia precisa de cidadãos matematicamente alfabetizados. Segundo, porque a matemática é um produto cultural de todas as sociedades. Ela se desenvolve na mente de todos os indivíduos."	Sócioetnocultural

Fonte: Questionário

Identificamos, no quadro4, que dois professores P3 e P5 tiveram a mesma linha de pensamento, que tem base na tendência Sócioetnocultural. Pois afirmaram que é um conhecimento que advém da interação com a realidade e consideram a matemática como parte cultural da sociedade, e assim reflete no que diz Fiorentini (1995) o conhecimento matemático é um saber prático e produzido histórico-culturalmente.

O professor P1 com sua resposta voltada para corrente Formalista Clássica, pois como relatado por Fiorentini (1995), nessa tendência ocorre a predominância do aspecto lógico.

O que o P4 respondeu pressupõe a tendência Pitagórica, a qual segundo Baraldi (1999) é quando a matemática é concebida como responsável pela ordenação do Universo, nessa definição está presente quando frases como “tudo é matemática” ou como dito por P4 “porque a matemática está em tudo a nossa volta”.

A resposta do professor P5, encaixa-se no contexto sócioetnocultural, pois segundo Fiorentini (1995) essa tendência está relacionada com os problemas sociais e o contexto cultural presente na realidade.

A última pergunta realizada aos professores foi qual das duas alternativas define o conhecimento matemático. Apresentamos o total de respostas.

1 professor marcou: A matemática é um conhecimento pronto, acabado, apresentando-se, portanto, como um todo harmonioso, os diferentes assuntos se encadeando logicamente e sendo desenvolvidos progressiva e ordenadamente. Além de tudo possui um caráter descontextualizado, despersonalizado e atemporal.



9 professores marcaramque: A matemática é como um processo não unicamente cumulativo, uma vez que nela se descobrem hesitações, dúvidas e contradições, eliminadas somente após um árduo trabalho de reflexão e refinamento. O estágio atual da matemática seria resultante de um lento e prolongado processo histórico-social.

5. Resultados

Constatamos que pelas respostas dos professores ao questionário a maioria considera que a Matemática é uma ciência exata e lógica. Contudo, outros professores consideram que a Matemática é um conhecimento que faz parte do cotidiano. Logo, as tendências mais compatíveis com as respostas desses professores foram a Formalista Clássica e a Empírico-Ativista.

Ao analisarmos a segunda pergunta referente à como se ensina matemática, observamos que as respostas possuem característica concernente ao tecnicismo e suas variações.

Em relação à terceira pergunta como se aprende matemática percebemos que a tendência predominante é Formalista Clássica.

Referente ao por que se ensina matemática, a tendência mais frequente foi a Empírico-ativista.

Ao final destas perguntas sobre as tendências presentes no ensino de Matemática aqui apresentadas. Fizemos outro questionamento que continha duas alternativas que poderiam definir o conhecimento matemático relacionado às concepções absolutistas e as concepções falibilistas. Podemos constatar que a maioria possui uma concepção falibista a respeito do conhecimento matemático.

6. Considerações finais

O objetivo deste trabalho era analisar de acordo com lentes teóricas adotadas as concepções dos professores do ensino fundamental II sobre matemática e seu ensino, por meio as respostas apresentadas nos quadros objetivo foi alcançado.



Observamos que pelas respostas dos professores a maior parte deles considera que a matemática é um conhecimento lógico e cotidiano, e por isso são concebidas suas concepções divididas entre formalista clássica e empírico-ativista.

Embora já tenhamos alguns avanços no que diz respeito ao ensino e aprendizagem da Matemática. Alguns professores continuam com um pensamento de que a Matemática é uma ciência pronta e acabada e que é impotente ao contexto histórico-social. Entretanto, alguns professores já adotaram uma postura diferente em relação à Matemática, já a consideram como uma ciência que depende do contexto social, é uma ciência falível e que está sujeita a levar para o aluno em sala de aula uma reflexão da sociedade, na qual, vive.

Importante enfatizar que não existe uma tendência completamente perfeita a ser praticada, mas existem tendências possuem melhores contribuições de acordo com determinados contextos para o favorecimento de resultados mais eficientes para o ensino e aprendizagem da matemática.

6. Referências

BARALDI, Ivete Maria. Refletindo sobre as concepções matemáticas e suas implicações para o ensino diante do ponto de vista dos alunos. *Mimesis*, Bauru. v. 20, n.1, p. 07-18, 1999.

CLODILTE, Vera; GARCIA, Vanzetto. Fundamentação teórica as perguntas primárias: O que é matemática? Por que ensinar? Como se ensina e como se aprende? Vol. 32. Rio Grande do Sul, 2009.

FILHO, Raimundo Portela; PORTELA, Carmem Almeida. Filosofia da Educação Matemática: sua relevância no contexto da Educação Matemática e aspectos históricos. Vol. 14. São Luís, 2003.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. s/d, 1995.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas da pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.



A DIVISÃO EM PARTES UTILIZADA NA PESCA ARTESANAL EM VIGIA DE NAZARÉ: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE EMBASADA NA MODELAGEM MATEMÁTICA SOCIOCRÍTICA

DEUSARINO OLIVEIRA ALMEIDA JÚNIOR – UEPA

djralmeida@gmail.com

SAUL RODRIGO DA COSTA BARRETO – UEPA

saulmat2015@gmail.com

FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES – UEPA

fabio@uepa.br

RESUMO

O presente trabalho trata do ensino de Proporção, apresentando uma proposta de atividade desenvolvida no contexto da pesca artesanal, realizada por embarcações de pequeno porte no município de Vigia de Nazaré – PA. A elaboração da atividade está embasada na perspectiva da Modelagem Matemática Sociocrítica de Barbosa (2001) e toma como parâmetro, a divisão em partes que é comumente utilizada na divisão dos lucros de uma viagem de pesca, entre os donos das embarcações e as suas respectivas tripulações. A referida proposta didática é direcionada para os alunos do 1º ano do ensino médio e leva em consideração a relevância do ensino de Proporções indicada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A atividade proposta, tem a intenção de contribuir com a inserção de atividades de Modelagem Matemática no ensino de Matemática que possibilitem abordar conhecimentos matemáticos a partir de aspectos da realidade do aluno e que possam favorecer o desenvolvimento de sua percepção sociocultural e de sua criticidade.

Palavras-chave: Proporção. Modelagem Matemática Crítica. Educação Matemática. Pesca Artesanal.

1. INTRODUÇÃO

Diversas pesquisas em educação matemática, buscam desenvolver práticas pedagógicas caracterizadas pela participação efetiva do aluno na construção do conhecimento. Nesse sentido, a Modelagem Matemática enquanto metodologia de ensino, diferencia-se significativamente da metodologia tradicional, pois promove em sala de aula um ambiente favorável para desenvolver a aprendizagem de forma autônoma e participativa.



Contrapondo-se a metodologia clássica, o emprego de metodologias ativas em que o aluno deixa de ser um agente passivo e torna-se corresponsável pelo seu aprendizado, tem sinalizado bons resultados relacionados a aprendizagem e ao desenvolvimento cognitivo dos alunos, já que estes assumem durante as aulas, uma postura mais atuante na construção do saber. Desse modo, acreditamos que tais metodologias revelam-se mais adequadas a realidade educacional da atualidade.

Nesse contexto, adotamos neste artigo Modelagem Matemática como metodologia de ensino, desenvolvendo nossa proposta de atividade de acordo com perspectiva de Barbosa (2003, p.69) que a concebe como “Um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade” e da mesma forma, admitimos a modelagem matemática na perspectiva de Burak (1992, p.62) cuja Modelagem Matemática “Constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”.

Nessa perspectiva, a divisão em partes utilizada na pesca artesanal, comumente utilizada por pescadores em Vigia de Nazaré – PA, permite desenvolver procedimentos de modelagem para o ensino de Matemática a partir de fenômenos presentes no dia a dia do aluno, oportunizando-o investigar, por meio de conhecimentos matemáticos, aspectos de sua realidade. A divisão em partes, a que nos referimos, acontece no retorno das viagens de pesca artesanal, em que é necessário dividir o valor arrecadado com a venda do pescado entre o dono da embarcação e a tripulação da embarcação que realizou a viagem.

Nas atividades são abordados relevantes conhecimentos relacionados a proporção, que por sua vez estão presentes em vários momentos da formação do aluno no decorrer do ensino fundamental.

A proporcionalidade, por exemplo, que já vem sendo trabalhada nos ciclos anteriores, aparece na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. Para a compreensão da proporcionalidade é



preciso também explorar situações em que as relações não sejam proporcionais - os contra-exemplos (BRASIL, 1998, p. 84).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), propõe a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas até o 9º ano do ensino fundamental.

Outro ponto enfatizado no Ensino Fundamental é o desenvolvimento do pensamento proporcional. Isso pode ser feito pela exploração de situações que oportunizem a representação, em um sistema de coordenadas cartesianas, da variação de grandezas, além da análise e caracterização do comportamento dessa variação (diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não proporcional). (BRASIL, 2017, p. 518)

Dessa forma, a atividade proposta, pode contribuir para consolidar conhecimentos relacionados ao raciocínio proporcional dos alunos do primeiro ano do ensino médio, a partir de atividades de modelagem matemática elaboradas no contexto da pesca artesanal em Vigia de Nazaré, pois de acordo com Burak (2012, p.96), os conteúdos matemáticos abordados em uma das etapas do processo de modelagem, ganham importância e significado para o estudante. Assim, a partir dos conhecimentos matemáticos adquiridos e com a mediação do professor, é possível que o aluno desenvolva um olhar mais crítico sobre sua realidade, reconhecendo-se como um sujeito transformador de sua própria realidade e de sua própria história.

2. A MODELAGEM MATEMÁTICA SOCIOCRÍTICA

Em consonância, com as discussões ocorridas no contexto da Educação Matemática Crítica, caracterizada por Ole Skovsmose (2001) como aquela em que os professores e alunos se envolvem conjuntamente no processo educacional por meio do diálogo, de forma a desenvolver a democratização do poder, Barbosa (2003) propõe a Modelagem Matemática Crítica como forma de oferecer uma perspectiva de modelagem voltada não somente a aprendizagem matemática mas também para o papel emancipador da matemática na formação crítica do aluno: “O que chamamos de corrente Sócio-Crítica de Modelagem sublinha que as atividades devem potencializar a reflexão sobre a matemática, a própria Modelagem e seu significado social” (BARBOSA, 2001, p. 5).

Com isso, além de tratar dos conhecimentos matemáticos (domínio dos conceitos, resultados e algoritmos matemáticos), dos conhecimentos tecnológicos (habilidade de aplicar a



matemática e construir modelos estratégias e resolução de problemas e algoritmos com os conhecimentos matemáticos), releva o conhecimento reflexivo, relacionado a capacidade de refletir e avaliar, criticamente, a aplicação da matemática em determinadas situações da realidade.

Sobre o conhecimento reflexivo, Barbosa (2001) destaca que o fato do aluno desempenhar atividades de modelagem em sala de aula, não implica que necessariamente irá desenvolver a capacidade de analisar criticamente a aplicação da matemática em fenômenos sociais, no entanto, tais atividades podem favorecer algum nível de crítica, e nesse processo de transição que atribui significados sociais aos conhecimentos matemáticos, o professor exerce um papel determinante:

As atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem matemática nem Modelagem são “fins”, mas sim “meios” para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a matemática no mundo social, mas que Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica. É pertinente sublinhar que necessariamente os alunos não transitam para a dimensão do conhecimento reflexivo, de modo que o professor possui grande responsabilidade para tal. (BARBOSA, 2001, p. 4)

Nesse sentido, atividades de modelagem matemática elaboradas no âmbito da Modelagem Sociocrítica, resguardam um viés voltado para desenvolver a capacidade do aluno em compreender e criticar argumentos matemáticos postos em debates, podendo potencializar sua atuação nas tomadas de decisões coletivas, favorecendo o exercício de sua cidadania. Em conformidade com Barbosa (2003):

Se estamos interessados em construir uma sociedade democrática, onde as pessoas possam participar de sua condução e, assim, exercer cidadania, entendida aqui genericamente como inclusão nas discussões públicas, devemos reconhecer a necessidade de as pessoas se sentirem capazes de intervir em debates baseados em matemática. (BARBOSA, 2003, p. 6)

Alinhados com esses pressupostos teóricos, esta proposta tem a intenção de contribuir para a implementação de atividades de modelagem matemática crítica nas aulas de Matemática, com alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Pretende, portanto incentivar a elaboração de novas propostas pautadas nos pressupostos da Modelagem Matemática Sociocrítica que



contemplem aspectos da realidade sociocultural do aluno e favoreça o desenvolvimento de sua criticidade a partir da apreensão de conhecimentos matemáticos.

3. O MUNICÍPIO DE VIGIA DE NAZARÉ - PA

Vigia de Nazaré é um município brasileiro, localizado no estado do Pará. É um dos onze municípios que compõe a microrregião do salgado, na mesorregião do Nordeste Paraense e está situado a aproximadamente 92 quilômetros da cidade de Belém, capital do Estado do Pará.

Imagem 1 -Localização geográfica de Vigia de Nazaré (PA)



Fonte: Autor (2018)

O município de Vigia de Nazaré é fortemente caracterizado pela atividade pesqueira que é desenvolvida na região. Situada às margens do rio Guajará Mirim apresenta fácil acesso ao oceano atlântico, favorecendo naturalmente a predominância da atividade pesqueira, que representa por sua vez, um segmento primordial da economia do município.

Nesse contexto, de acordo com Burack (2012, p. 93) realizamos uma pesquisa exploratória com proprietários de embarcações de pequeno porte com a intenção de levantar dados sobre a pesca artesanal. As entrevistas realizadas com os donos de embarcação,



permitiram extrair diversas informações essenciais sobre a atividade pesqueira desenvolvida no município.

Desse modo, destacamos a seguir, fragmentos de duas entrevistas realizadas com donos de embarcações, que evidenciam como se realiza a divisão por partes para se determinar o pagamento da tripulação, após o retorno de uma viagem de pesca.

3.1. FRAGMENTOS DE ENTREVISTAS REALIZADAS COM PROPRIETÁRIOS DE EMBARCAÇÕES DE PEQUENO PORTE EM VIGIA DE NAZARÉ

Na transcrição das entrevistas a seguir, adotamos P para o pesquisador, E1 para o primeiro entrevistado e E2 para o segundo entrevistado.

Fragmentos da primeira entrevista:

P: Você poderia me contar um pouco sobre uma viagem de pesca desde sua partida até sua chegada, como um exemplo?

E1: É esse meu barco aí, a duração de viagem dele é 17, 18 dias de porto a porto...Chega até 20 dias de porto a porto. Agora tem viagem que eles fazem menos, com 15 dias de porto a porto, sai daqui chegar no pesqueiro, pescar e retornar. Agora em termos de custo, termo da despesa pra sair ...Hoje com esse meu barco é pequeno... com R\$ 5.000,00 é consegue colocar ele pra fora. A despesa: o gelo, o óleo e o vale pra tripulação e o rancho. No caso ele leva, mais ou menos R\$ 1.500,00 de óleo, leva uns R\$ 700,00 de gelo, R\$ 600,00 varia e aí vem o rancho de R\$ 400,00 aí vem o vale do pessoal é uns R\$ 1.500,00 chega até R\$ 1.700,00 pra se dividir R\$ 300 pra cada um... R\$ 400,00 ou R\$ 500,00 pro responsável que vai entender? Aí é isso... as vezes quando leva sorte eles trazem, como já trouxeram quatro toneladas e pouco de peixe e como o peixe era bandeirado¹ deu uma venda de vinte e poucos mil na época né...uma venda de vinte e poucos mil na época. Também tem viagem também que não topa com o peixe, às vezes dá mal pra pagar a despesa, as vez nem dá pra pagar...paga a despesa mas não paga o dinheiro que foi dado pra tripulação entendeu... É por isso que hoje em dia esses empresários grandes de pesca, eles tão investindo nesses barcos frigorífico [...] esses barcos tão passando quatro mês pra fora, três meses, só vem de lá quando tá cheio de peixe, peixe tudo de frigorífico congelado.

P: No caso de uma viagem dessa que deu certo, como é que é feita a divisão do lucro?

¹Espécie de peixe encontrado na região, cujo nome científico é *Bagre bagre*. Fonte: <https://goo.gl/QMYrgC>. Acessado em: 10/09/2018 às 22:52.



E1: A divisão do meu barco, a gente racha no meio. Tira a despesa e divide no meio. Se sobrar R\$ 10.000,00 é R\$ 5.000,00 pro dono do barco e R\$ 5.000,00 a tripulação se divide lá. No caso, o responsável ganha duas partes, o responsável que vai é o encarregado que dizem ganha duas partes, aí o gelador ganha parte e meia. Gelador é o cara que trabalha aqui em cima e desce pra gelar o peixe também... ganha parte e meia. Aí o cara que no caso esse que é a pesca de bandeirado tem que ter um especial pra ... é um que entenda pra jogar anzol, pra jogar a linha na água.

P: É diferente é?

E1: É não é qualquer um que faz esse serviço. Aí já ganha parte e meia também, agora sendo que o encarregado eu já dou uma parte separado pra ele, porque ele fica tomando conta do barco, é responsável do motor e tal essas coisas de limpeza tudo, cuida né? Uma parte que eu já dou dessa minha parte que sai pra mim, já dou uma parte pra ele que pra ele zelar pela embarcação.

P: Uma parte, no caso seria de igual valor, ou um agrado por fora?

E1: Não o valor que deu uma parte.

P: O valor que deu uma parte... No caso ela é dividida de acordo com a tripulação...são quantos?

E1: Se for cinco. Aí ela é dividido em cinco...aí ...em sete partes.

P: Porque seria?

E1: O encarregado ganha uma, o gelador ganha mais meia e o outro, ganha meia.

P: Isso já tirando a metade?

E1: Tirando a metade.

P: Divide a outra metade em sete partes?

E1: Sete parte é. Porque o cara que vai responsável não pode ganhar o mesmo tanto, o cara que é o conhecedor lá responsável não pode ganhar o mesmo tanto que o que não tem responsabilidade com nada ganha entendeu? Porque é assim, hoje em dia tem muitos pescadores, tem muito pescador que ele chega lá fora as vezes ele não quer nem se interessar no serviço. Já pegou o dinheiro aqui, já gastou uma parte, ele nem se preocupa. Pra ele o que trouxe tá tudo bem. Se não trouxe aí o cara lá que é responsável de tudo que tem que batalhar mesmo... não galera, conversa, ninguém vai ainda, bora batalhar mais um pouco aqui, porque a nossa família lá, nós saímos o que ficou já gastamos tem que batalhar aqui pra levar, mas tem uns que são solteiros que nem pensam nisso aí.

Fragmentos da segunda entrevista:

P: Você poderia me contar um pouco sobre uma viagem de pesca desde sua partida até sua chegada, como um exemplo?



E2: A saída a gente faz o seguinte, pega o gelo, pega o óleo, compra o rancho, compra tudo que uma pescaria necessita. Ai a gente pega, sai corre quase um dia de viagem, chegando lá, todo mundo tem sua função: quem solta rede solta, quem joga boia joga. Afinal de contas são cinco pessoas que trabalham no convés da embarcação, então todo mundo tem sua função. Aí passa em torno de doze, treze, até 15 dias lá fora. Esses 15 dias dependendo do que eles conseguem, a produção de peixe lá fora, a gente chega na beira fala com o nosso patrão de pesca, vai tirar o peixe. Daquela produção, a gente vai e começa a pesar o peixe que eles trazem em torno de, a pescada, é bagre é a gurijuba, é a dourada. Conforme a produção da pescaria, a gente vai, pega, vende e dependendo do preço. O patrão presta conta tudinho direitinho conforme o preço de cada um. Cada peixe tem seu preço. Aí pega e faz o levantamento do peixe quanto deu. Pega o produto que é a grude, que a gente chama aqui na Vigia e também vai vender, ai junta tudo e dependendo da pescaria é que a gente vai ver o que é que vai dar pro pescador e o que vai ficar também pro dono do barco fazer as suas manutenções da embarcação.

P: Você poderia esclarecer um pouco sobre como acontece à divisão das despesas e do lucro ou prejuízo de uma viagem?

E2: É como eu falei, dependendo da pescaria, depois de tudo vendido a gente vai ou chama o encarregado e quando dá certo eu chamo também a tripulação. Dependendo do que deu a gente faz a divisória. Eu tiro o dinheiro da despesa tudinho, se foi cinco mil, se foi cinco mil e pouco eu tiro. Do que sobra, eu divido por dois. Uma parte pra mim e uma parte pra tripulação. Dessa minha, dá pra mim fazer a manutenção minha embarcação e sustentar minha família. Da outra é dividido entre o capitão da embarcação e os tripulantes. Eu divido por dez partes. Cada um ganha a sua. Aí o capitão ganha quatro partes, o geleiro ganha uma e meia, o cozinheiro ganha uma e meia e os outros tripulantes cada um ganha uma parte.

A transcrição de fragmentos das entrevistas realizadas, trazem recortes relevantes da fala dos entrevistados relacionados a divisão comumente utilizada na pesca artesanal e que utilizamos para subsidiar a elaboração da proposta de atividade apresentada a seguir.

4. A PROPOSTA DE ATIVIDADE

Tendo como pano de fundo a pesca artesanal que é desenvolvida no município de Vigia de Nazaré esta proposta de atividade de modelagem matemática aborda o especificamente a divisão dos valores obtidos com a venda dos pescados adquiridos em viagens de pesca, entre o dono da embarcação de pequeno porte e sua respectiva tripulação.



A referida proposta, pode ser adaptada pelo professor para outros temas que apresentem potencial para o ensino de Matemática a partir de aspectos relacionados com a realidade do aluno e que favoreçam de acordo com Barbosa (2007), o desenvolvimento de um ambiente de modelagem em sala de aula.

Reiteramos que a atividade foi desenvolvida, atribuindo exclusivamente ao professor, as etapas de formulação do problema, simplificação e coleta de dados. Já a etapa de solução, estão designadas ao professor e ao aluno no desenvolvimento da atividade em sala de aula, conforme a classificação sugerida por Barbosa (2004), exposta no quadro a seguir (ver Quadro 1):

Quadro 1– Casos de Modelagem Matemática

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	Professor	professor	professor / aluno
Simplificação	Professor	professor / aluno	professor / aluno
Coleta de dados	Professor	professor / aluno	professor / aluno
Solução	professor / aluno	professor / aluno	professor / aluno

Fonte: Barbosa (2004)

Durante a aplicação das atividades, as aulas podem ser divididas em quatro momentos como sugere Barbosa (2009), conforme quadro a seguir (ver Quadro 2).

Quadro 2– Divisão da aula em momentos nas atividades de Modelagem Matemática

Momento	Descrição
O Convite	O professor apresenta a situação-problema e discute com os alunos
O trabalho em grupo	Os alunos, organizados em grupos, buscam produzir uma resolução para a situação, tendo o acompanhamento do professor
A socialização	Os grupos de alunos apresentam suas resoluções para discussão da turma;
A formalização	O professor pode fazer formalizações (ou institucionalização) de estratégias ou de tópicos matemáticos.

Fonte: Adaptado de Barbosa (2009)



Em consonância com Skovsmose (2001) referente a Educação Matemática Crítica, as atividades de modelagem que constituem a proposta, buscam contemplar as três dimensões do conhecimento relacionadas respectivamente, aos conhecimentos matemáticos em si, aos conhecimentos tecnológicos e aos conhecimentos reflexivos que por sua vez, geralmente carece do auxílio do professor para provocá-lo.

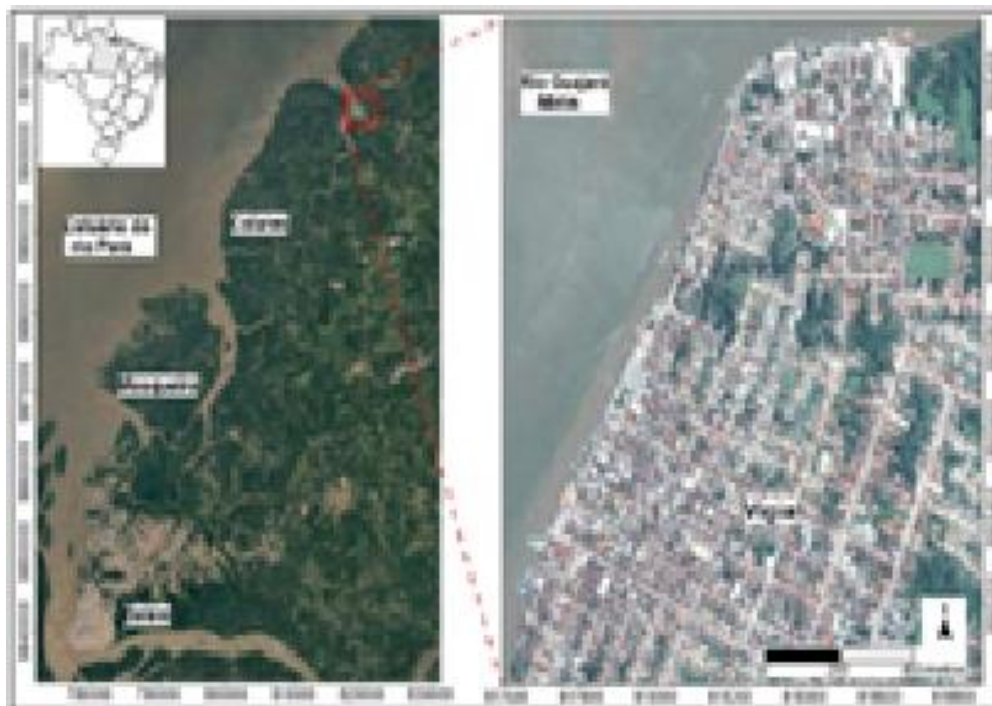
Título: A divisão em partes utilizada na pesca artesanal em Vigia de Nazaré.

Objetivo: Abordar a divisão em partes utilizada na pesca artesanal em Vigia de Nazaré para o ensino de divisão proporcional e suscitar uma reflexão crítica acerca das dificuldades enfrentadas por pescadores artesanais na região.

Material: Texto inicial, folha de atividades, lápis ou caneta.

Procedimentos: Inicialmente, distribuir para todos os alunos o texto “A divisão por partes na pesca artesanal em Vigia de Nazaré” e realizar uma leitura em conjunto com a turma, incentivando que ao final da leitura os alunos se expressem brevemente sobre o tema abordado no texto. Em seguida, dividir os alunos em grupos de no máximo quatro alunos e distribuir uma folha de atividades para cada aluno, informando que devem resolver as questões propostas e discutir uma solução em seus respectivos grupos, de modo que, ao final de cada questão resolvida no tempo estabelecido, um representante de cada grupo expõe no quadro a resolução obtida, possibilitando a socialização das respostas encontradas pelos alunos em cada grupo. Em seguida, o professor discute essas respostas com os alunos e procede a formalização do objeto matemático abordado na atividade.

A DIVISÃO POR PARTES NA PESCA ARTESANAL EM VIGIA DE NAZARÉ - PA



Vigia de Nazaré é um município brasileiro, localizado no estado do Pará. É um dos onze municípios que compõe a microrregião do salgado, na mesorregião do Nordeste Paraense e está situado a aproximadamente 92 quilômetros da cidade de Belém, capital do Estado do Pará. O município é fortemente caracterizado pela atividade pesqueira que é desenvolvida na região. Situada às margens do rio Guajará Mirim apresenta fácil acesso ao Oceano Atlântico, favorecendo naturalmente a predominância da atividade pesqueira, que representa por sua vez, um segmento primordial da economia do município.

A pesca artesanal desenvolvida no local, representa uma atividade de grande importância econômica para a região, pois abrange um grande número de embarcações destinadas a captura do pescado em alto mar e envolve muitos pescadores que dependem da pesca para sobreviver e sustentar suas famílias.

De acordo com proprietários de embarcações de pequeno porte, para se determinar o valor monetário a ser recebido pelo dono da embarcação e sua respectiva tripulação (capitão da embarcação e pescadores que realizam a viagem de pesca), é realizada uma divisão por partes do valor que sobra, após a venda do pescado e do pagamento das devidas despesas da viagem.



Essas despesas são referentes ao GELO necessário para conservar o pescado durante a viagem, com o ÓLEO DIESEL utilizado pelo motor da embarcação e com o RANCHO, que é relativo a alimentação da tripulação no período da viagem de aproximadamente 15 dias.

A seguir, são apresentados dois trechos de entrevistas realizadas com donos de embarcação da região, que tratam da divisão por partes utilizadas na pesca artesanal. Na transcrição, **P** representa o pesquisador e **E1** o entrevistado da embarcação A e **E2** o entrevistado da embarcação B.

ENTREVISTA 1 - EMBARCAÇÃO A

P: Você poderia esclarecer um pouco sobre como acontece a divisão das despesas e do lucro ou prejuízo de uma viagem?

E1: É como eu falei, dependendo da pescaria, depois de tudo vendido a gente vai ou chama o encarregado e quando dá certo eu chamo também a tripulação. Dependendo do que deu a gente faz a divisória. Eu tiro o dinheiro da despesa: se foi cinco mil, se foi cinco mil e pouco eu tiro. Do que sobra, eu divido por dois. Uma parte pra mim e uma parte pra tripulação. Dessa minha, dá pra mim fazer a manutenção minha embarcação e sustentar minha família. Da outra é dividido entre o capitão da embarcação e os tripulantes. Eu divido por dez partes. Cada um ganha a sua. Aí o capitão ganha quatro partes, o geleiro ganha uma e meia, o cozinheiro ganha uma e meia e os outros tripulantes cada um ganha uma parte.

P: No caso de uma viagem de pesca artesanal que deu certo, como é que é feita a divisão do lucro?

P: Qual a tripulação por viagem?

E1: São seis trabalhadores que trabalham comigo. Têm o capitão, que a gente chama de encarregado. Pra nós é encarregado, pra outros lugares as pessoas chamam de capitão e mais cinco tripulantes e faz em torno de seis trabalhadores comigo.



ENTREVISTA 2 - EMBARCAÇÃO B

P: No caso de uma viagem de pesca artesanal que deu certo, como é que é feita a divisão do lucro?

E2: A divisão do meu barco, a gente racha no meio. Tira a despesa e divide no meio. Se sobrar R\$ 10.000,00 é R\$ 5.000,00 pro dono do barco e R\$ 5.000,00 a tripulação se divide lá. No caso, o responsável ganha duas partes, o responsável que vai é o encarregado que dizem, ganha duas partes, aí o gelador ganha parte e meia. Gelador é o cara que trabalha aqui em cima e desce pra gelar o peixe também... ganha parte e meia. Aí o cara que no caso esse que é a pesca de bandeirado tem que ter um especial pra ele, porque é o que entende de jogar anzol, pra jogar a linha na água. Aí já ganha parte e meia também.

P: No caso ela é dividida de acordo com a tripulação do barco...são quantos?

E2: Se for cinco, aí ela é dividido em sete partes. O encarregado ganha uma a mais, o gelador ganha mais meia e o outro, ganha meia.

FOLHA DE ATIVIDADES

De acordo com as informações do texto, responda as questões abaixo:

1 – Suponha que após a venda do pescado obtido em uma viagem de pesca artesanal e o pagamento das devidas despesas, obtenha-se um saldo de R\$ 10.000,00. Como ficaria a divisão desse valor considerando a embarcação A?

2 – Suponha que após a venda do pescado obtido em uma viagem de pesca artesanal e o pagamento das devidas despesas, obtenha-se um saldo de R\$ 10.000,00. Como ficaria a divisão desse valor considerando a embarcação B?



3 – Organize em uma tabela os valores a serem recebidos pela tripulação das duas embarcações e compare os valores a serem recebidos pelos pescadores. Os valores são iguais? Se não, porque isso acontece?

4 – Considere uma viagem de pesca que gerou um saldo de R\$ 18.000,00. Observando os cálculos realizados nas questões anteriores, busque elaborar uma forma de encontrar os valores a serem recebidos por cada tripulante utilizando a proporção.

5 – Leia a seguir o trecho do texto **“A ORGANIZAÇÃO DE CLASSE DOS PESCADORES ARTESANAIS DA COLÔNIA Z-3 NO MUNICÍPIO DE PELOTAS-RS (BRASIL)”**²



A Forma de Organização de Classe dos Pescadores Artesanais da Colônia Z-3 (Pelotas-RS/Brasil)

A pesca artesanal enquanto atividade humana representa uma modalidade de uso do espaço por meio da apropriação da natureza para o sustento das famílias dos pescadores. “Como modalidade de uso do espaço, a atividade pesqueira interage com as demais formas que a sociedade produz e reproduz seu espaço”. Neste sentido, não encontra-se alheia aos processos de urbanização, industrialização, degradação ambiental, turismo, além dos organismos de gestão das águas. “Frente a todos esses processos, pescadores defrontam-se com um amplo campo de embate e a politização de seu movimento alcança as discussões dessas questões que envolvem seus espaços de vida, moradia e trabalho, seu espaço geográfico e seus territórios” (CARDOSO, 2001, p. 101). Deste modo, queremos destacar a emergência de um novo personagem social – os pescadores artesanais enquanto organização de classe ou movimento social.

- Converse com seus colegas de grupo sobre a organização dos pescadores artesanais em sua cidade. Existe alguma organização que represente os pescadores? O que você sabe sobre seu funcionamento?
- Essa organização em classes é importante? Justifique.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho apresentamos uma proposta de atividade inserida no âmbito da Modelagem Matemática Crítica, e elaborada no contexto pesca artesanal desenvolvida no município de Vigia de Nazaré em que abordamos conhecimentos matemáticos relacionados a proporções e vislumbramos a possibilidade de refletir criticamente com os alunos durante as aulas de matemática, sobre o modelo de divisão por partes, comumente utilizado para determinar o valor monetário a ser recebido pelo dono da embarcação e seus respectivos tripulantes.



De acordo, com as informações obtidas nas entrevistas realizadas com dois donos de embarcação, observamos que ambos utilizam a divisão por partes, porém, não há uniformidade entre os modelos, ou seja, se considerarmos uma situação hipotética em que um pescador trabalhasse em mesmo número de dias, com o mesmo número de tripulantes e obtendo-se o mesmo lucro com a venda de pescado, o valor a ser recebido por ele seria diferente em cada uma das embarcações. Isso mostra que o modelo utilizado não é uniforme, tornando obscuro aspectos das relações econômicas que estão envolvidas nas atividades pesqueiras de pesca artesanal.

Desse modo, ao refletirmos sobre esse modelo utilizado na divisão dos lucros da pesca artesanal e em consonância com as discussões sobre os três tipos de conhecimentos a serem desenvolvidos na Educação Matemática Crítica concebida por Skovsmose (2001), procuramos contemplar em nossa proposta os conhecimentos matemáticos que envolvem proporção e promover o uso correto dos símbolos e das regras matemáticas; estimular a elaboração de estratégias de resolução, caracterizando aplicação dos conhecimentos matemáticos adquiridos na elaboração de outros modelos a serem sugeridos pelos alunos e estimular o desenvolvimento da competência de refletir e avaliar criticamente a aplicação da matemática em situações reais.

Com relação ao conhecimento reflexivo, frisamos novamente, que o professor é peça fundamental para incitar nos alunos a manifestação e o amadurecimento de seu espírito crítico, alicerçado nos conhecimentos matemáticos adquiridos. Desse modo, as discussões sobre a divisão por partes utilizada na pesca artesanal, realizadas em sala de aula com a orientação do professor, podem suscitar questões do tipo: Esse modelo de divisão é justo? É possível sugerir um novo modelo de divisão? Os pescadores são vinculados a alguma associação de pescadores? Esses trabalhadores possuem carteira de trabalho assinada? Eles contribuem com a Seguridade Social? Em caso de acidentes eles tem seguro?

Assim, com esta proposta de atividade esperamos contribuir para implementar nas aulas de matemática, o debate sobre as aplicações de conteúdos matemáticos em situações da realidade do aluno que o levem a desenvolver seu espírito crítico a partir dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos.



REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: Reunião Anual da ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2001.
- _____. Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-Crítica. In Anais II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Santos - SP, 2003.
- _____. Modelagem Matemática: o que é? por que? como? Veritati, Rio Claro, v. 1, n. 4, p. 73-80, jan./jul. 2004.
- _____. Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas. Educação Matemática em Revista. n. 26, p. 17-25, março. 2009.
- BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 161-174.
- BRANDT, C. F., BURAK, D., and KLÜBER, T. E., (Orgs.). Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações [online]. 2nd ed. rev. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, pp. 213- 224.
- BRASIL, S.E.F. Parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>. Acesso em: 08 jun. 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf>>. Acesso em: set. 2018.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Brasília, DF, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf>
- BURAK, Dionísio; ARAGÃO, Rosália M. R. De. A Modelagem Matemática e relações com a Aprendizagem Significativa. 1 ed. Curitiba: Editora CRV, 2012. 127 p.
- MELLO, Jéssica Adriane de. **A Modelagem Matemática na perspectiva Sócio-Crítica: uma experiência em um curso de costureiras**: Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Porto Alegre – RS: Universidade Federal do Rio grande do Sul, 2016. 95p.
- MOURA, Danieli Veleda; LOUREIRO, Carlos Frederico Bernardo; ANELLO, Lúcia F. S. de. “A organização de classe dos pescadores artesanais da colônia Z-3 no município de Pelotas-RS (Brasil)”, Revista Contribuciones a las Ciencias Sociales, (octubre-diciembre 2016). Disponível em: <<http://www.eumed.net/rev/cccs/2016/04/pescadores.html>>
- SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001, Coleção Perspectivas em Educação Matemática, SBEM, 160 p.



A EDUCAÇÃO INCLUSIVA EM ESCOLAS REGULARES, A MATEMÁTICA E A TERAPIA OCUPACIONAL COMO FACILITADORES NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZADO DE ALUNOS DIAGNOSTICADOS COM TDAH OU AUTISMO

Joana Castro Ramos

Universidade do Estado do Pará

Curso de Licenciatura em Matemática

rjoanacastroo@gmail.com

Carlos Eduardo Ramos Ataíde

Universidade do Estado do Pará

Curso de Terapia Ocupacional

c.eduardoataide@gmail.com

RESUMO

O autismo é um transtorno de comportamento que a criança acometida apresenta prejuízos ou alterações, como na interação social, integração sensorial e outros, já o Transtorno de Déficit de Atenção/Hiperatividade (TDAH) pode ser caracterizado como um padrão persistente de desatenção e/ou hiperatividade-impulsividade que interfere no funcionamento e no desenvolvimento. Objetivo de discutir a educação inclusiva nas escolas regulares, como essa educação está sendo realizada por profissionais da área e também visualizar quais contribuições o professor de Matemática e a Terapia Ocupacional podem trazer a essa escola que recebe alunos com transtornos comportamentais. Crianças em idade escolar estão sendo frequentemente diagnosticadas com TDAH e autismo e isso abre caminho para reflexão de como esses processos de avaliação e intervenção estão sendo feitos. A escola deve ser a primeira a inserir-se nesse processo de preparo para receber esse público, já que ela tem por objetivo fazer com que a criança possa adquirir habilidades básicas, desenvolvimento, comunicação e mais. Esta pesquisa diz respeito a uma revisão literária que se utilizou dos bancos de dados *Scientific Electronic Library Online* (SCIELO), Google acadêmico, entre outros. O professor de matemática tem papel fundamental ao incluir a criança no âmbito escolar por meio da adequação da matéria às habilidades e necessidades específicas de cada aluno. A intervenção do Terapeuta Ocupacional nesse contexto pode ser caracterizada pelo suporte a educadores, profissionais, pais e alunos e visa a prevenção e promoção de desenvolvimento, inclusão, autonomia nas atividades de vida diária e qualidade de vida desse aluno.

Palavras-chave: Autismo. TDAH. Inclusão em Educação. Terapia Ocupacional. Matemática.

INTRODUÇÃO

Segundo o Manual de Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais 5.^a edição (DSM V), o transtorno do espectro autista é um transtorno do DSM V que engloba o transtorno autista (autismo), o transtorno de Asperger e diversos outros transtornos, o comportamento das



crianças acometidas com o autismo pode apresentar prejuízos ou alterações, como na interação social, integração sensorial e também na comunicação, pode também haver estereotípias, rotinas muito organizadas ou totalmente desorganizadas, desinteresse em diversas atividades e em casos mais severos prejuízos na linguagem também (GOMES; NUNES, 2014).

O Transtorno de Déficit de Atenção/Hiperatividade (TDAH) pode ser caracterizado como um padrão persistente de desatenção e/ou hiperatividade-impulsividade que interfere no funcionamento e no desenvolvimento. Inicia-se na infância, para haver o diagnóstico de TDAH é preciso que diversos sintomas sejam presentes antes dos 12 anos da criança (DSM V, 2014). A criança deve apresentar esses sintomas em vários ambientes como o escolar, em casa e em seus locais de lazer. Alguns dos sintomas são: excesso de agitação e impulsividade, desatenção, aproveitamento insatisfatório do tempo, remexe ou batuca frequentemente as mãos, os pés ou se contorcer na cadeira, dificuldade para esperar a sua vez e entre muitos outros (SANTOS; VASCONCELOS, 2010).

Os prejuízos presentes nesses dois transtornos trazem grandes perdas na qualidade de vida e de educação da criança, além desses prejuízos a criança acometida por algum desses transtornos de comportamento em contexto escolar encontram outras barreiras em seu caminho, como a falta de materiais escolares que as auxiliem e que sejam adequados aos seus casos, professores não capacitados para lidar com crianças atípicas e escolas negligentes com esse público, com isso, este trabalho vem através de uma revisão bibliográfica discutir sobre a inclusão dessas crianças nesse contexto.

Este tem como objetivo discutir a educação inclusiva nas escolas regulares, como essa educação está sendo realizada por profissionais da área e também visualizar quais contribuições o professor de Matemática e a Terapia Ocupacional podem trazer a essa escola que recebe alunos com transtornos comportamentais e a esses próprios alunos.

Esta pesquisa diz respeito a uma revisão literária que se utilizou dos bancos de dados *Scientific Electronic Library Online* (SCIELO), Google acadêmico, Revista Brasileira de Educação Especial, Revista de Terapia Ocupacional da Universidade de São Paulo, Revista de



Psicologia e outras, os critérios de inclusão foram artigos publicados no período de 2007 a 2017, exceto algumas exceções, em Língua Portuguesa e que tivessem relação com o tema.

A criança com autismo e TDAH

Crianças em idade escolar estão sendo frequentemente diagnosticadas com TDAH e autismo e isso abre caminho para reflexão da forma como esses processos de avaliação e intervenção vem sendo feito e isso implica em diversos aspectos de uma sociedade, a preparação de uma escola, shopping, supermercado e parques para receber essa criança (SANTOS; VASCONCELOS, 2010).

A escola deve ser a primeira a se inserir nesse processo de preparo para receber esse público, já que a escola tem por objetivo fazer com que a criança possa adquirir as habilidades básicas, desenvolvimento, habilidades de comunicação, autonomia, aprendizagem e formação de um ser crítico (SERRA, 2010).

No entanto, muitas vezes a escola regular não sente a necessidade de aproveitar o potencial de cada aluno, a individualidade de cada pessoa, o que prejudica a formação crítica de diversidade em crianças e jovens, fazendo com que tudo que seja diferente não seja bem visto. Dessa forma, alunos que tenham comportamento diferenciado dos demais sejam desde cedo segregados, propícios a bullying e conduz à crença errônea de que esses alunos seriam “menos inteligentes”, o que não permite o pleno aproveitamento de seus potenciais (JÚNIOR; LOOS, 2011).

Com tudo isso, a literatura indica a escola como elemento essencial na busca da melhora dos indivíduos com TDAH e autismo. Mas, infelizmente é possível enxergar a escola, muitas vezes, como um ambiente que causa grandes conflitos para estes alunos (JÚNIOR; LOOS, 2011).

De acordo com a Constituição de 1988 e o Estatuto da Criança e do Adolescente (1990), a criança e ao adolescente têm direito à educação, visando ao pleno desenvolvimento de sua pessoa, preparo para o exercício da cidadania e qualificação para o trabalho, assegurando-lhes igualdade de condições para o acesso e permanência na escola (BRASIL,



2016). Dessa forma, a Lei nº 13.005/2014, que institui o Plano Nacional de Educação – PNE, determina que os Estados, o Distrito Federal e os Municípios garantam o atendimento às necessidades específicas na educação especial, assegurando o sistema educacional inclusivo em todos os níveis, etapas e modalidades (BRASIL, 2014). Entretanto, a educação inclusiva não é uma realidade de todas as escolas públicas brasileiras, o que impede o exercício pleno do direito à educação de qualidade da criança e do adolescente que possui alguma deficiência física, mental ou intelectual. A educação inclusiva brasileira apresenta muitas barreiras, desde locais inapropriados sem acessibilidade alguma, o que impede o direito de ir e vir de qualidade, a professores e servidores incapacitados para crianças e adolescentes que apresentam essa demanda.

A inclusão não é o único modelo de educação para os indivíduos com autismo e a decisão de incluir deve ser bastante criteriosa. O sujeito não pode ser o único elemento a ser considerado na escolha do programa educacional, mas o ambiente escolar e a família também devem ser considerados e devidamente orientados e principalmente, é importante verificar se a equipe pedagógica está devidamente preparada (SERRA, 2010, p.164).

A educação inclusiva

O atual sistema educacional requer uma necessidade de mudanças nas práticas pedagógicas e docentes. Com a finalidade de repassar o conhecimento, o professor precisa analisar e evoluir suas práticas, a fim de adequar o ensino às singularidades e particularidades dos alunos. Visto isso, vale salientar a necessidade da construção de um contexto escolar que represente a diversidade dos indivíduos (BARBOSA; CAMARGO, 2016).

Com a Declaração de Salamanca (1994, p.11) que foi apresentada na Conferência Mundial da Educação Especial em 1994, nasce o princípio norteador das escolas inclusivas:

O princípio fundamental das escolas inclusivas consiste em todos os alunos aprenderem juntos, sempre que possível, independentemente das dificuldades e das diferenças que apresentem. Estas escolas devem reconhecer e satisfazer as necessidades diversas dos seus alunos, adaptando-se aos vários estilos e ritmos de aprendizagem, de modo a garantir um bom nível de educação para todos, através de currículos adequados, de uma boa organização escolar, de estratégias pedagógicas, de utilização de recursos e de uma cooperação com as respectivas comunidades. É preciso, portanto, um conjunto de apoios e de serviços para satisfazer o conjunto de necessidades especiais dentro da escola.



A Declaração de Salamanca (1994) é um documento oficial que garante por lei o acesso de pessoas com deficiência a um ensino de qualidade nas escolas regulares.

Como direito de todos, a educação é assegurada pelo Estado e é plenamente garantida às pessoas com necessidades especiais no artigo 208 da Constituição Federal (1988), inciso III. “[...] o atendimento educacional especializado aos portadores de necessidades especiais, preferencialmente na rede regular de ensino” (LOPES, 2011).

A inclusão escolar busca a erradicação e o combate a todos os tipos de preconceitos e segregações, com foco na aceitação e inserção de pessoas com certas deficiências na escola regular, infelizmente a dualidade do ensino, que segrega as escolas regulares entre ensino comum e ensino especial, tem sido um dos fatores utilizados pela escola para discriminar crianças com comportamentos peculiares e, principalmente, as crianças de classes sociais mais baixas (LOPES, 2011).

A Educação Inclusiva tenta resgatar a importância de um novo olhar da sociedade, da necessidade de ambientes menos restritivos, da educação para todos (LOPES, 2011).

A educação inclusiva, todavia, não se concretiza apenas com a matrícula na escola regular ou em uma classe comum, mais do que isso “a educação inclusiva pressupõe que todas as crianças tenham a mesma oportunidade de acesso, permanência e aproveitamento na escola, independentemente de qualquer característica peculiar que apresentem ou não” (SÃO PAULO, 2005, p. 24).

O professor de matemática como facilitador no processo de ensino-aprendizagem

Incluir não limita-se somente a colocar uma criança com necessidades especiais em escolas regulares, diz respeito também a mudar as escolas, torná-las mais responsáveis acerca das necessidades dessas crianças, diz respeito a ajudar o professor a aceitar uma responsabilidade quanto ao ensino e aprendizagem de todas as crianças na sua escola, para assim facilitarem o ensino para aquelas crianças que estão em atual nível de exclusão escolar por qualquer que seja o motivo (MITTLER, 2003, p.16).

O processo de exclusão educacional começa quando as crianças não entendem o que um professor está dizendo ou o que espera que elas façam. Ao saberem disso, os professores estão constantemente alertas para assegurar que situações como estas não aconteçam e para entrar em ação a fim de restabelecer a comunicação que parece ter sido rompida por qualquer razão. Porém mesmo quando as crianças estão atentas e ansiosas para aprender,



haverá algumas delas para quem a lição ou a tarefa parece muito difícil, até mesmo quando os professores a explicam de modo diferente ou a tornam mais fácil (MITTLER, 2003, p. 139).

Para que o professor possa contribuir ao acesso à educação, Pimentel (2012, p.142) afirma que:

[...] é necessário que o professor possua um conjunto de saberes que envolvem as epistemologias que fundamentam o ato de aprender, além de habilidades e competências sobre mediação pedagógica no processo de ensinar, possibilitando que aquilo que o estudante faz hoje com ajuda do professor, possa fazer amanhã, sozinho.

É dever do docente manter-se atento para que a inclusão não se torne exclusão, buscando práticas docentes, facilitadores pedagógicos e caminhos que favoreçam a comunidade em geral, com cautela e trabalhando com as dificuldades particulares de cada aluno. Para a contribuição desses saberes é importante o diagnóstico dos alunos com TDAH e autismo, conhecer as potencialidades, interesses e necessidades individuais dos mesmos, com o objetivo de desenvolver metodologias e atividades que atendam o aluno (STAINBACK e STAINBACK, 1999).

O conhecimento acerca do aluno também pode ser adquirido através da vivência com o aluno, pais, amigos e outros profissionais que venham a acrescentar nesse processo, como é o caso do terapeuta ocupacional.

Percebe-se explicitamente entre os alunos que a matemática é uma disciplina que possui uma dificuldade na assimilação dos conceitos e conteúdos, historicamente perpetuada como uma área do conhecimento altamente seletiva e excludente, com um elevado índice de reprovação e aversão entre os alunos (TERNOWSKI; FILLOS, 2013).

Se é verdade que a Matemática permeia as atividades humanas, o que há de errado em seu ensino? A Matemática está presente no noticiário econômico do jornal e da TV, na música, na pintura, nas receitas culinárias e na natureza de uma forma geral. Vivemos em um mundo de números representados por toda a parte. O próprio corpo humano já confere a vivência de uma espacialidade (BICUDO, 2005, p. 22).

A matemática é uma linguagem e por ser considerada uma linguagem, possui expressões, regras e símbolos próprios, que são resultados de um passado longínquo que nos possibilita compreender e empregar os conceitos matemáticos nos dias de hoje. Contudo, o



docente acaba muitas vezes dando ênfase no processo de resolução do algoritmo, o que acaba fazendo o aluno não ter contato com a importância do processo algorítmico (LORENZATO, 2008).

Para que se consiga sanar as escassezes no processo de aprendizagem da matemática é de suma importância que o professor consiga detectar as dificuldades que contribuem para o aprendizado do aluno. Pois, ensinar, em uma perspectiva inclusiva, é ressignificar o papel do professor, da escola, das práticas pedagógicas, as quais são usuais no contexto excludente do nosso ensino, em todos os níveis (MANTOAN, 2006).

A educação matemática atinge seu objetivo apenas quando o aluno, por meio do conhecimento matemático, consegue desenvolver valores e virtudes que o darão auxílio na sua formação integral como cidadão.

Enfim, acreditamos que a superação da exclusão só será alcançada à medida que a auto-estima e valores como respeito a si, ao outro e ao meio sejam afloradas. A inclusão de qualquer pessoa, deficiente ou dita normal, depende de condições sociais, econômicas e culturais que envolvem família, escola e sociedade e principalmente da ação de todos (SANTOS; SCHLUNZEN; BARDY, 2007, p. 46)

Além de ser um direito, o convívio com as diferenças certamente contribuirá para a formação de cidadãos de uma sociedade mais justa, da qual a discriminação e o preconceito não farão parte. A escola é o local privilegiado para a tomada de consciência da riqueza que representa o convívio com as diferenças, pois educar implica o encontro com o outro, que necessariamente é diferente (GESSINGER; LIMA; BORGES, 2010, p. 2).

As contribuições da Terapia Ocupacional

Segundo o CREFITO 9 a Terapia Ocupacional é:

Uma profissão da área da saúde que promove prevenção, tratamento e reabilitação de indivíduos portadores de alterações cognitivas, afetivas, perceptivas e psicomotoras, decorrentes ou não de distúrbios genéticos, traumáticos ou de doenças adquiridas por meio da utilização da atividade humana como base de desenvolvimento de projetos terapêuticos específicos.

A sua intervenção é voltada ao indivíduo ou a um grupo, tem como objetivo potencializar o cotidiano, o desempenho, a independência, autonomia e a participação do



cliente, paciente ou usuário, sempre levando em consideração suas necessidades, tratando-o como um. Utiliza o fazer humano, esse fazer pode ser afetivo, relacional, material ou produtivo.

A falta de preparo de escolas e professores, a escassez de matérias e de serviços que dão suporte especializado são barreiras que tornam a permanência do aluno dentro de sala de aula mais difícil, quando professores não estão preparados para lidar com situações adversas é preciso haver a participação de uma equipe externa, esses profissionais tem por objetivo fortalecer as potencialidades desses alunos, profissionais como terapeutas ocupacionais, fisioterapeutas, fonoaudiólogos, psicólogos, assistentes sociais (GEBRAEL; MARTINEZ, 2011).

Quando se fala em história, a Terapia Ocupacional (TO) começou sua inserção na área da educação no campo da educação especial, essa voltada para pessoas com algum tipo de prejuízo de cunho físico, mental ou mesmo social. A TO estava presente nas salas de aula regulares ou nas turmas voltadas especialmente para essas crianças (ROCHA, 2007).

A intervenção dessa profissão considera o ambiente escolar um equipamento social de extrema relevância que permite a visibilização de grupos sociais em diversas experiências, como a cultura, educação e a qualidade de vida (LOPES; SILVA, 2007). Nesse contexto a TO pode ser caracterizada pelo suporte a educadores, profissionais, pais e alunos utilizando-se de ações que visam a qualidade educacional desse aluno. O objetivo é o fortalecimento da potência de pensar e agir dos sujeitos envolvidos e facilitar a resolubilidade de problemas (ROCHA, 2007).

Segundo Gebrael e Martinez (2011), a consultoria colaborativa é uma possibilidade de intervenção também, ela vem com o sentido de propor um sistema de preparação de serviços que visam a plena participação de alunos com necessidade educacionais. Essa consultoria é um modelo que dá apoio ao baseado trabalho colaborativo entre os profissionais especializados e profissionais da escola, esse modelo poderá conter no mínimo um par de profissionais, os professores e os profissionais especializados atuando em conjunto para compartilhar vivencias e experimentar novos recursos e formas para potencializar o aprendizado de todos os alunos, principalmente os com necessidades especiais. Muitos são os benefícios da consultoria



colaborativa nesses ambientes, dentre eles estão: a assistência ao professor para que esse possa lidar com as diferenças, compartilhamento de ideias entre consultor e professor, discussão de questões pertinentes sobre as dificuldades aos quais esse professor passa e melhoras nos serviços de educação.

O terapeuta ocupacional não desempenha seu trabalho somente com pessoas com deficiência ou dificuldades de aprendizagem, ele tem por objetivo também os profissionais que trabalham naquele ambiente, ele pode colaborar com a organização de atividades pedagógicas, fazer o treinamento e preparação para o uso da comunicação alternativa e acessibilizar a entrada de novos currículos pedagógicos inclusivos e dar sugestões da organização de espaços no contexto escolar, atua também com alunos com distúrbios e dificuldades de aprendizagem que muitas vezes apresentam alterações na coordenação motora fina, lentidão para copiar e execução de tarefas escolares, dificuldades de orientação espacial e temporal, dificuldades de raciocínio e compreensão. (CREFITO 10, 2015).

CONCLUSÃO

A educação para que se torne de fato inclusiva, necessita do apoio e investimento das escolas e, principalmente, do interesse do professor, este deve se tornar consciente e ativo em sua formação para que o ensino não se torne exclusivo e que o mesmo atenda a diversidade de alunos encontrados nas escolas de todo o país.

Depreende-se que o professor de Matemática precisa se tornar mais responsável não só quanto ao ensino e aprendizagem da Matemática, mas também como colaborador atuante na formação de um cidadão.

Espera-se do docente que com o aumento da experiência com alunos com necessidades especiais, repensem suas atuais práticas docentes e se atualizem, se adequem e se especializem, para que assim possam dar maior suporte aos alunos.

É aqui que também entra uma visão da educação e ensino da matemática que trata com a diferença e que também trata dela, não com o intuito de corrigi-la, mas sim com o objetivo principal de permitir uma reflexão acerca da mesma.



Este artigo trabalha com o profissional de Terapia Ocupacional inserido no âmbito escolar como facilitador ao acesso à educação e também na aprendizagem, em colaboração com o docente de Matemática, visto que o professor precisa de todo um histórico acerca dos alunos com TDAH ou autismo, para que o mesmo venha adequar suas tendências educacionais e técnicas de ensino para a peculiaridade de cada aluno.

É possível visualizar a contribuição da Terapia Ocupacional na educação inclusiva junto às instituições de educação sejam elas comuns ou voltadas ao público especial, contribuições essas que visam a prevenção e promoção de desenvolvimento, inclusão, autonomia nas atividades de vida diária e qualidade de vida. Sendo possível assim proporcionar condições adequadas para que essas crianças possam se desenvolver.

E também foi apresentado que é essencial que haja investimentos em profissionais qualificados nessas redes de educação e investimentos também na qualificação de profissionais já inseridos nessa rede, que uma equipe preparada faz com que a educação seja plena para todos, alguns dos profissionais que podem estar auxiliando nesse processo são: terapeutas ocupacionais, fonoaudiólogos, fisioterapeutas, assistentes sociais e psicólogos.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Maria José Fagundes; CAMARGO, Joseli Almeida. **TDAH e matemática: implicações na prática escolar**. Encontro Nacional de Educação Matemática. 12 ed. São Paulo, 2016. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/enem2016/anaais/pdf/6404_3824_ID.pdf>. Acesso em: 08 out. 2018.

BRASIL, Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília: Senado Federal, centro gráfico, 1988.

BRASIL, Ministério da Educação. **Política nacional de educação especial na perspectiva da educação inclusiva**. Brasília: Mec/ Secadi, 26 nov. 2016. Mensal. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=16690-politica-nacional-de-educacao-especial-na-perspectiva-da-educacao-inclusiva-05122014&Itemid=30192>. Acesso em: 07 set. 2018.

BRASIL. **Plano Nacional de Educação**. Lei nº 13.005/2014, de 25 de junho de 2014. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/l13005.htm>. Acesso em: 07 set. 2018.

CONSELHO REGIONAL DE FISIOTERAPIA E TERAPIA OCUPACIONAL DA 9 REGIÃO (Cuiabá). **O que é Terapia Ocupacional?** 2015. Disponível em:



<<http://www.crefito9.org.br/terapia-ocupacional/o-que-e-terapia-ocupacional/164>>. Acesso em: 07 set. 2018.

CONSELHO REGIONAL DE FISIOTERAPIA E TERAPIA OCUPACIONAL DA 10 REGIÃO (Florianópolis). **Terapia Ocupacional no Contexto Escolar**. 2015. Disponível em: <<http://www.crefito10.org.br/conteudo.jsp?idc=2044>>. Acesso em: 07 set. 2018.

GEBRAEL, Tatiana Luísa Reis; MARTINEZ, Cláudia Maria Simões. **Consultoria colaborativa em terapia ocupacional para professores de crianças pré-escolares com baixa visão**. Revista Brasileira de Educação Especial, [s.l.], v. 17, n. 1, p.101-120, abr. 2011. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1413-65382011000100008&script=sci_abstract&tlng=pt>. Acesso em: 07 set. 2018.

GESSINGER, R. M.; LIMA, V. M. R.; BORGES, R. M. R.. **A Formação de Professores de Matemática na Perspectiva da Educação Inclusiva**. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. Anais, Salvador, 2010. Disponível em: <http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/RE/T19_RE78.pdf>. Acesso em: 07 set. 2018

GOMES, Rosana Carvalho; NUNES, Débora R. P.. **Interações comunicativas entre uma professora e um aluno com autismo na escola comum: uma proposta de intervenção**. Educação e Pesquisa, [s.l.], v. 40, n. 1, p.143-161, mar. 2014. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1517-97022014000100010&script=sci_abstract&tlng=pt>. Acesso em: 07 set. 2018.

GUSMÃO, Laudicéia Fortunato; BARBOSA, Lucas Diego Antunes; SANTOS, Lílían Gleisia Alves. **A educação inclusiva na visão dos professores de matemática: desafios e possibilidades**. Encontro Nacional de Educação Matemática. 12 ed. São Paulo, 2016. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7232_3216_ID.pdf>. Acesso em: 09 out. 2018.

LOPES, Maria da Luz Curado. **Inclusão, ensino e aprendizagem do aluno com TDAH**. Brasília, 2011. Disponível em: <http://bdm.unb.br/bitstream/10483/2187/1/2011_MariadaLuzCuradoLopes.pdf>. Acesso em: 09 out. 2018.

LOPES, Roseli Esquerdo; SILVA, Carla Regina. **O campo da educação e demandas para a terapia ocupacional no Brasil**. Revista de Terapia Ocupacional da Universidade de São Paulo, [s.l.], v. 18, n. 3, p.158-164, 1 dez. 2007. Disponível em: <<http://www.revistas.usp.br/rto/article/view/14020>>. Acesso em: 07 set. 2018.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. 2.ed.rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2008. 60 p.

MANTOAN, Maria Teresa Eglér. **Inclusão escolar: o que é? por quê? como fazer?** 2.ed. São Paulo: Moderna, 2006. 95 p.



MITTLER, Peter. **Educação inclusiva: contextos sociais**. Traduzido por Windy Brazão Ferreira. Porto Alegre: Artmed, 2003. 264 p.

PIMENTEL, Susana Couto. **Formação de Professores para a Inclusão: saberes necessários e percursos formativos**. In: MIRANDA, Theresinha Guimarães, FILHO, Teófilo Alves Galvão (orgs). O Professor e a educação inclusiva: Formação, práticas e lugares. Salvador: EDUFBA, 2012. Disponível em: <http://www.planetaeducacao.com.br/portal/conteudo_referencia/o-professor-e-a-educacaoinclusiva.pdf>. Acesso em: 08 out. 2018.

RANGEL JÚNIOR, Édison de Britto; LOOS, Helga. **Escola e desenvolvimento psicossocial segundo percepções de jovens com TDAH**. Paidéia (ribeirão Preto), [s.l.], v. 21, n. 50, p.373-382, dez. 2011. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-863X2011000300010>. Acesso em: 07 set. 2018.

ROCHA, Eucenir Fredini. **A Terapia Ocupacional e as ações na educação: aprofundando interfaces**. Revista de Terapia Ocupacional da Universidade de São Paulo, [s.l.], v. 18, n. 3, p.122-127, 1 dez. 2007. Disponível em: <<http://www.revistas.usp.br/rto/article/view/14015>>. Acesso em: 07 set. 2018.

SANTOS, N. A. D.; SCHLUNZEN, E. T. M.; BARDY, L. R. **Inclusão digital e social de pessoas com deficiência (DP) por meio do trabalho com projetos em um ambiente construcionista, contextualizado e significativo** In: IX Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Professores, 2007, Águas de Lindóia. Anais, Bauru: Editora da UNESP, 2007. v. 1. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_unicentro_mat_artigo_eliasa_ternowski.pdf>. Acesso em: 07 set. 2018.

SÃO PAULO. Universidade de São Paulo. **Educação inclusiva: o que o professor tem a ver com isso?** 2005. Disponível em:

<http://saci.org.br/pub/livro_educ_incl/redesaci_educ_incl.pdf>. Acesso em: 09 out. 2018.

SERRA, Dayse. **Sobre a inclusão de alunos com autismo na escola regular: quando o campo é quem escolhe a teoria**. Revista de Psicologia, Fortaleza, v. 1, n. 2, p.163-176, dez. 2010. Disponível em: <<http://www.periodicos.ufc.br/index.php/psicologiaufc/article/view/66/65>>. Acesso em: 07 set. 2018.

STAINBACK, Susan; STAINBACK, William. **Inclusão: um guia para educadores**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999. 451 p.

TERNOWSKI, Elías; FILLOS, Leoni Malinoski. **Educação matemática e inclusão: Construindo estratégias para superação de dificuldades de aprendizagem de conceitos matemáticos básicos**. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_unicentro_mat_artigo_eliasa_ternowski.pdf>. Acesso em: 09 out. 2018.



UNESCO. **Declaração de Salamanca e Linha de Ação sobre Necessidades Educacionais Especiais**. 1994. Disponível em:

<<http://laramara.org.br/uploads/arquivos/legislacao/declaracao-salamanca-onu-994.pdf>>.

Acesso em: 08 set. 2018.



A LINGUAGEM MATEMÁTICA NA APRENDIZAGEM DE FÍSICA

Ellen Glaucia Farache Maia

PPGED-UEPA

ellenfarache@yahoo.com.br

Pedro Franco de Sá

GCEM, PPGED, PMPEM-UEPA e REAMEC

pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta resultados de um levantamento bibliográfico de estudos que buscam compreender a importância da linguagem matemática na construção da aprendizagem de Física no contexto do ensino médio. A pesquisa ocorreu por meio das seguintes etapas: levantamento de estudos, seleção de material, estudo do material, análise e produção do texto. Os resultados nos proporcionam análises acerca de que a linguagem matemática como um fator estruturante ao conhecimentos presentes no ensino de Física. Além de propõe uma reflexão acerca de algumas implicações didática para o ensino de Física na construção de uma aprendizagem significativa.

PALAVRAS CHAVES: Ensino de Matemática. Ensino de Física. Linguagem matemática.

1. INTRODUÇÃO

O ensino de física vem se constituindo por muito tempo a imagem de ser uma disciplina á muitos anos vem sendo questionada por ser uma disciplina dita como “difícil”, quando observada a sua dificuldade de apreensão dos conteúdos trabalhados e do distanciamento da realidade do aluno nas atividades previstas em sala de aula, além das deficiências relacionadas a linguagem matemática que é empregada na Física.

Em termos educacionais, é importante observar que apenas o repasse de conceitos sem conexões e compreensão da realidade da escola e do aluno, assim desprezando os diversos



fatores que influenciam diretamente e indiretamente a reflexão na ação desse aprendiz. A escola é um ambiente formativo que cria possibilidades de novos conhecimentos e saber desafiador, sem deixar de lado os valores, a moral, a ética. Estamos adequando ao que ainda não conhecemos ao desconhecido, mas percebemos a necessidade na práxis, a absorção de algo mais complexo e inovador para ressuscitar as nossas escolas e proporcionar a ela um dinamismo diferenciado, igual ao que temos em nossa sociedade complexa e diversa.

E ao pensar no dinamismo diferenciado precisam nos adequar, temos que partir das novas bases, para assim alcançar profundas mudanças de mentalidades. Em se retratando de educação, estamos refletindo da atuação do professor tem que proporcionar um ambiente em que o indivíduo, constrói o conhecimento a partir de situações concretas vivenciadas, e para isso, a assimilação de novos conhecimentos implica na nova percepção que requer tempo para compor, estabelecer as conexões, compreender diferenças e fazer parte do conhecimento, ou seja, é o tempo o aliado para a assimilação e acomodação das novas teorias e assim surgir nossas praticas que atendam a essa nova teoria.

A questão central desta pesquisa é observar se nesse contexto de mudanças, como acontece a relação de aprendizado da matemática e da Física, esse questionamento parte da experiência em sala de aula como professora de Matemática e Física, onde esses conteúdos se encontram e ao mesmo tempo se distanciam e reforçam a ideia de uma coexistência necessária. O objetivo deste trabalho é realizar um levantamento acerca da importância da matemática para o ensino de Física.

O processo de ensino-aprendizagem, vários são os fatores que interferem nos resultados, como as condições estruturais da instituição de ensino, o ambiente de trabalho dos docentes, as condições sociais dos alunos, os recursos disponíveis, entre outros. Além disso, as estratégias de ensino utilizadas pelos docentes também devem ser capazes de motivar e envolver os alunos durante o aprendizado. O professor deve ter a habilidade de identificar as dificuldades de aprendizado e escolher metodologias de ensino que se adaptem às características dos alunos com os quais trabalha e deve considerar as características dos conteúdos em discussão, os quais o farão bem-sucedido no seu ofício de educar (MAZZIONI, 2013).

Desta forma, observamos que os alunos chegam ao Ensino médio com medo e muitas dificuldades com o Ensino de Física, e na grande maioria das vezes esta relacionado a



linguagem matemática além de outros fatores que fazem com que esse cenário permaneça da mesma forma. E Muitos têm em mente esta disciplina como algo impossível de se aprender e sem noção que a Física é uma ciência experimental e de grande aplicação no dia-a-dia. Assim, como destaca Ontoria Peña (2004):

No âmbito da educação, o professor deve influenciar no desenvolvimento da capacidade dos estudantes, visto que pode reforçar as crenças positivas ou negativas. Seu trabalho está intimamente relacionado com o desenvolvimento do autoconceito ou da autoestima no aprendizado.

Para compreender a ciência, é necessário que o aluno tenha um certo domínio da própria linguagem para a construção de uma aprendizagem significativa. Algumas das dificuldades encontrada no ensino de física esta relaciona a capacidade de compreensão de leitura por parte dos alunos. E também, no uso dos conhecimento básico em matemática. Estes fatores prejudicam os estudantes para a aprendizagem desta disciplina.

METODOLOGIA

A composição da pesquisa foi realizada por meio de etapas, a primeira delas foi o **levantamento de estudos**, onde realizou-se uma pesquisa bibliográfica, em que foram selecionados os temas relacionados a problemática trabalhada nesse artigo.

A segunda etapa, foi a **seleção de material**, , após a captação dos textos com conteúdos que foram tratados, realiza-se uma seleção de adequação dos artigos com os temas que estão relacionados diretamente a temática.

A terceira a etapa de **estudo do material** que condiz com a leitura de reconhecimento do conteúdo trabalhado nos artigos escolhidos.

E por fim, a última etapa, a **produção do texto**, onde foi realizado a produção textual acerca do temática previamente elaborada, e construção do artigo.

RESULTADOS E ANÁLISE

O estudo realizado destaca a relação da linguagem matemática, com seus conceitos matemáticos e abstrações, teorias e explicações numéricas, que atribui por sua vez uma relação



de distanciamento com o cotidiano da disciplina de Física. No espaço escolar, essas características permitem compreender o quanto distante se encontra o mundo da ciência ao senso comum. Fazendo-nos entender que a cultura científica esta cada vez mais longe da realidade em comparação a outras culturas, e assim observa-se a linguagem matemática e o raciocínio lógico como alguns dos fatores que favorecem a não compreensão dos conceitos.

Segundo DIRAC (1939, p.)”descreve dois métodos que, são utilizados para estudar os fenômenos naturais: a experimentação, observação e o raciocínio matemático. Para ele, não há razão lógica para o sucesso do segundo método, uma vez que “os matemáticos jogam um jogo ao qual eles mesmos inventam as regras, enquanto que os físicos jogam um jogo em que as regras são providas pela natureza

E entendendo a matemática como linguagem, Pietrocola (2002, p 96) argumenta que ela estrutura o pensamento físico, ou seja, é ela que permite aos Físicos articularem suas ideias sobre a natureza, ou seja, são os conceitos matemáticos, numéricos e as relações de raciocínio lógico matemático que permitem essa compreensão, ou melhor, essa articulação. Como consequência, se a Matemática estrutura o pensamento físico, a formação inicial a matemática esta presente na estruturação do entendimento e explicação da Física como na definição leis e nos próprios conceitos.

As dificuldades no que diz respeito ao raciocínio matemático, habitualmente, atrapalham o andamento das aulas e, segundo Pietrocola (2002, p. 90), “a linguagem matemática é muitas vezes considerada como a grande responsável pelo fracasso escolar. E assim, muitos professores não conseguem definir essa relação, a própria função do conhecimento e expressão-matemática com essa estreita relação entre a Matemática e a Física no ensino de Física. É importante entender que a Matemática é uma linguagem e um processo epistemológico escolhido pela Física para melhor e mais precisa e exatamente expressar e sistematizá-la.

Segundo Poincaré (1995, p.34) “ todas as leis, pois, provêm da experiência, mas para enunciá-la é preciso uma linguagem especial; a linguagem corrente é demasiado pobre, e aliás muito vaga para exprimir relações tão delicadas, tão ricas e tão preciosas. Eis portanto uma primeira razão pela qual o físico não pode prescindir da matemática; ela lhe fornece a única linguagem que ele pode falar”

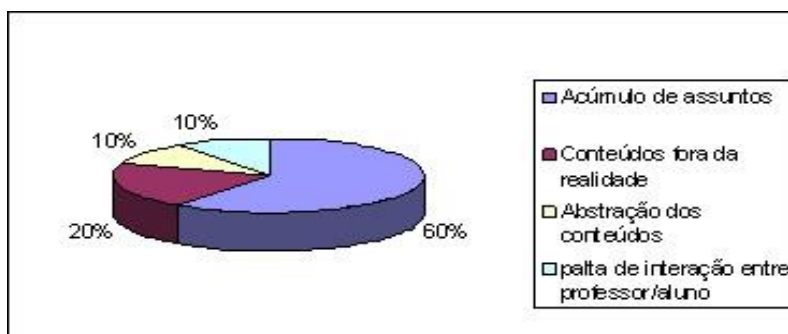


A apropriação dessa linguagem Matemática, que apresenta tem seus signos, significados numéricos e sistema de representação deve ser conhecido, entendido e bem utilizado pelos professores de física, ou os físicos em geral. Entretanto, a falta desse conhecimento em fazer essa relação Matemática-Física se distancia de uma boa exposição de aula e falta de domínio de conceitos, de linguagens e teorias, o domínio do que chamamos “matemática básica” e, muitas vezes, consideram a Matemática como a ferramenta principal no processo de apropriação dos conceitos e isso, segundo Pietrocola (2002, p. 90) “no ensino de Física, a linguagem matemática é muitas vezes considerada a grande responsável pelo fracasso escolar”. Ou seja, a relação e este conhecimento da linguagem matemática para o ensino de física é imprescindível, ai podemos considerar um grande desafio para os professores ter esse entendimento ou adquirir este conhecimento como algo de fundamental importância para sua atuação enquanto físico.

Uma pesquisa que trata do ensino de matemática, destaca Grafico abaixo os seus dados captados a partir de questionário, que tratou das dificuldades que os alunos tem para aprender Matemática, os resultados revelam os seguintes: 62% que equivale a 50 alunos afirmaram que a as dificuldades são enormes, acredita-se que isto é devido a complexidade da própria Matemática, pois os mesmos alegam que as aulas não despertam interesse e acabam tendo pouca frequência e em outros casos podem ser atribuído ao próprio professor ou fatores sócio-econômicos. Por outro lado 32% relatam que para eles não existe dificuldade, com certeza este percentual (38%) representa os alunos que tem afinidade com a disciplina e os métodos aplicados nessas aulas. Com esse resultado, observamos que o ensino de matemática proposto em nossas salas de aulas, se apresentam em uma complexidade de linguagem e logica que não são acessíveis para a grande maioria para os alunos. Desta forma deve lembrar que as dificuldades de aprendizagem no ensino da Matemática, também podem ser refletidas no ensino de outras disciplinas, como a Física, por usar a matemática como seu estruturante para a construção do novo conteúdo.



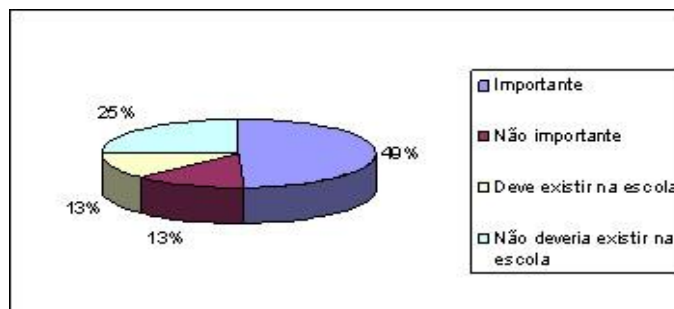
Grafico 01- Dificuldades que os alunos tem para aprender Matemática



Fonte: Hartmann e Boeno,2012.

E ao analisamos outra pergunta do mesmo questionário, que mostra o papel da Matemática para os alunos, as respostas obtidas foram: 49% dos investigados que correspondem a 40 alunos afirmaram que a Matemática é importante para nosso dia-a-dia, enquanto 25% que equivalem a 20 alunos afirmaram que Matemática não deveria existi na escola, 13% que correspondem a 10 alunos relataram que a Matemática deve continuar na escola, enquanto este mesmo percentual (10%) revela que a Matemática não é nada importante, este percentual de alunos comparece pouco as aulas ou não tem nenhum projeto para sua vida profissional. Essas informações nos chamam a atenção no sentido, de que os alunos não conseguem perceber a onde aquela matemática vivida em sala de aula esta diretamente realacionada a outras aplicações presenciadas nas outras disciplinas e na sociedade. Nos faz refletir, sobre como esse ensino apresentado é descontextualizado e sem sentido no olhar do alunos.

Grafico 02- O papel da Matemática para os alunos



Fonte: Hartmann e Boeno,2012.



Não se pode pensar a Física somente enquanto uma técnica, pois, segundo Batista (2004, p.463) a investigação e o ensino da Física não devem ignorar simetricamente os avanços e os contrastes históricos que deram origem às ideias científicas atuais. Ou seja, ampliar o conhecimento, buscar novas perspectiva e compreender cada relação e importância científica que historicamente são importantes para os avanços de cada campo da ciência.

Segundo Pietrocola (2005), professores não tem duvidas de que sem habilidades em lidar com operações matemáticas não é possível realizar boa ciência, por isso a maioria dos cursos básicos de ciência soa dedicados à formação de uma base matemática. Explica essa ideia melhor Locatelli (2004):

Mas como, no ensino das ciências, uma linguagem matemática precária e a dificuldade em quantificar os conceitos físicos e relacionar variáveis são, muitas vezes, fatores considerados responsáveis pelo fracasso escolar, frequentemente os professores alegam que seus alunos não entendem a física devido à fragilidade de seus conhecimentos em matemática.

A Matemática torna-se dessa forma critério de cientificidade para a Física, e assim, entendendo que a não compreensão de propriedades de sistemas em linguagem matemática inviabiliza o debate científico. Desta forma, para o ensino da Física, a linguagem matemática atua como uma ferramenta, com características próprias e suas simbologias. E por conta dessa característica específica e a realidade da sala de aula, muitos professores associam às deficiências e limitações na Física a uma carência na construção das bases matemáticas aos alunos em nível médio.

Esse olhar direcionado que professores tem sobre a matemática na Física é oriundo principalmente pelo fato de que no ensino trabalha-se muito com resolução de problemas quantitativos que necessitam de um desenvolvimento matemático. Martini (2006) destaca, o papel da matemática na resolução de problemas na escola básica, menciona o caráter instrumental que muitas vezes é enfatizado nas escolas: Em relação ao ensino de física “tradicional”, a matemática se prestaria tao somente a ser pré-requisito não para a aquisição do conhecimento físico, mas para a resolução de exercicios ou de problemas, o que privilegiaria seu caráter instrumental.



E assim, o caráter instrumental destacado refere-se à repetição metódica de exercícios “padrões”, se configurando como um exercício variando apenas os dados numéricos, se fazendo assim o ensino exclusivamente, sem estímulos a reflexões dos resultados encontrados nessa atividade. Proporcionando destaque ao caráter instrumental no ensino de Física que aparace como Matematização da Física. Como afirma Lozada (2008):

A resolução de problemas nas aulas de Física no ensino médio, como se tem observado muitas vezes consiste na aplicação de formulas sem aparente relação com o conceito físico, constituindo-se em mecanização de procedimentos, propoagando o que se tem denominado matematização caracteriza-se pela ecessiva ênfase na apropriação de conceitos matemáticos para resolver problemas de Física, relegando a segundo plano a conexão com os fenômenos físicos em estudo.

Então é necessário compreender o papel desempenhado pela Matemática na construção do conhecimento na Física. Entendendo inicialmente a atuação dos professores, onde em todos os níveis percebesse que sem conhecimentos em Matemática não é possível exercer um processo de aprendizagem em Física consistente, apenas com o processo mecânico e sem conexão com os fenômenos tratados na Física.

Porém, ressalta-se também, que na organização do currículo em nível médio, compreende-se que há uma estrutura de pré-requisitos que deveria fazer com que os conteúdos presentes numa disciplina articulem-se com aqueles presentes as outras, buscando proporcionar uma formação completa e continua, onde os conteúdos estão dispostos além das divisões entre disciplinas. Como ressalta os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998, p.40):

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.

Como diz nos Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio que traz organizações e direcionamentos ao aprendizado, das áreas específicas de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, mostrando a necessidade de produzir um conhecimento efetivo,



de significado próprio. E também organizam o aprendizado das disciplinas, ao chamar a atenção para a interdisciplinaridade e contextualização. Reunindo assim, uma série de competências humanas relacionadas a conhecimentos matemáticos e científico-tecnológicos. Preocupando-se na construção de um ensino médio e formação de disciplinas, adotando um caráter amplo, de forma que os aspectos e conteúdos tecnológicos estejam associados ao aprendizado científico e matemático.

Na Física, a relação com a Matemática é sintomática, e se coloca como um jogo de caça palavras de difícil solução para os alunos. Muitas vezes, os professores de Física acabam por atribuir para a Matemática a responsabilidade pelas dificuldades na aprendizagem e não naquilo que são ensinados. Os erros de alunos na resolução de lista de exercícios com aplicações diretas de equações do segundo grau, no cálculo de coeficientes angulares de curvas em gráficos, na solução de sistemas de equações e outros são comuns, reforçam a ideia de que se trata de falta de conhecimento matemático.

Mas vale destacar que o aprendizado da Física se localiza no domínio da Matemática reflete um posicionamento epistemológico, e assim percebe-se a imagem da Física como sinônimo de um operacionalismo matemático. Surge então a questão, no contexto da educação científica, há necessidade de aprofundar a análise estrutural do conhecimento físico, para melhor avaliar a função da Matemática no seu ensino. Fazendo-nos refletir que na forma como se apresenta, a Matemática configura-se como um verdadeiro obstáculo pedagógico. Incentivar e colaborar para ultrapassá-lo se torna uma necessidade. Acredita-se que não ser possível ensinar ou aprender sem a matemática, e o saber matemático não garante que um aluno aprendera Física como uma relação automática.

Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de idéias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações PCN (1998, p.40)

No entanto, ela parece apontar para uma simplificação, que pretende identificar como natural que as leis físicas sejam expressas matematicamente. Existia como que uma “adequação



de origem” entre ambas seja pela linguagem própria, seja pela essência da natureza. Como diz Pietrocola (2002, p.96):

A importância da Matemática residiria na sua capacidade de descrição sintética, pela apresentação dos resultados de investigação e pela possibilidade de comunicação universal sobre algo que se crê existir na própria realidade e pela precisão garantida pela sua estrutura lógico-formal.

A Matemática se constitui como linguagem da ciência, compreender ela como expressão que faz parte do nosso próprio pensamento, e não percebe-la apenas como instrumento de comunicação e assim assumimos o seu papel estruturante que pode desempenhar para o processo de produção do conhecimento e constituir nas interpretações do mundo físico. E desta forma, buscar entender as mudanças na nossa visão de mundo produzidas pelas modernas teorias científicas.

A Matemática é a maneira de estruturarmos nossas ideias sobre o mundo físico, embora possa em determinados momentos se minimizar a uma simples descrição de objetos. Neste sentido, pode-se pensar num uso descritivo para a linguagem matemática. No entanto, sua maior importância está no processo, a Matemática, enquanto linguagem compartilha sua própria estruturação ao pensamento científico para compor os modelos físicos sobre o mundo.

Os resultados obtidos nessa pesquisa esta direcionando nosso estudo para o ensino da física nas escolas da educação básica, temos vivenciado um ensino extremamente técnico, sem qualquer relação cotidiana dos alunos, assim, predominam metodologias tradicionalistas em que professores articulam conteúdos, conceitos para decorar, etc. Esse modelo tradicional de ensino há muito tempo é discutido. Há uma forte tradição que vem sendo mantida nas aulas expositivas, isso, demonstrar uma deficiência e pouca evolução nesse ensino e principalmente no conhecimento adquirido pelos alunos. Isso cria um distanciamento do aluno em se interessar pela Física, pois, acham muita dificuldade em entender, desenvolver no seu cotidiano e principalmente, adquirir qualquer aprendizagem mais específica sobre essa disciplina escolar.

Mediante esse contexto, diversas pesquisas propõem a superação de obstáculos para a construção de uma aprendizagem significativa por meio de um ensino contextualizado, onde o aluno assume a posição de construtor do seu próprio saber, partindo de um conhecimento de



mundo da realidade do aluno, ou seja, contextualizando no seu próprio meio, com que o aluno conhece e se relaciona. Esta é uma nova perspectiva que vem se discutindo na atualidade, não podemos mais, pensar o professor como o conhecedor de tudo, o detentor único do conhecimento e o centro do processo de ensino-aprendizagem. Precisa dessa compreensão de uma nova visão de ensino e atuação enquanto docente, pois, precisa-se buscar parceria, socialização que envolve o compartilhamento de saberes e informações diversas.

Entendendo que o aprendizado não deve ser centralizado e nem individualizado, onde, os alunos fiquem absorvendo, decorando, teorizando somente e relendo materiais didáticos distante do conhecimento e realidade, precisa que o conhecimento seja socializado, dinamizado com a participação ativa de cada um e do coletivo, porém, essa tarefa parte de um conhecimento do professor, um bom planejamento e a busca por quebra de paradigmas tradicionais, onde, o mais simples e o mais “fácil” seja, exposição daquela aula de livros didáticos já bem conhecidas na teoria.

Nesta perspectiva, os professores tendem a somente fazer transmissão de conteúdos e os estudantes possuem um comportamento passivo no processo, muitas vezes simplesmente realizando cálculos matemáticos, sem muitos questionamentos, pois, não consegue de forma satisfatória ter um bom entendimento. Nesse contexto de ensino, há poucos espaços para debate e reflexão referentes aos problemas existentes na natureza e muito menos a contextualização e reflexão de aprendizagem de fenômenos existentes no planeta.

Atualmente algumas das palavras de ordem é aprendizagem significativa, mapas conceituais e ensino centrado no aluno. Desta forma, entendo a definição de aprendizagem significativa como um processo que através do qual um novo conhecimento se relaciona de maneira não arbitrária e substantiva à estrutura cognitiva do aprendiz. Ou seja, o significado lógico do material de aprendizagem se transforma em significado psicológico para o sujeito.

E assim, o processo ensino-aprendizagem de Física esta relacionada o campo cognitivo do aluno. Neste ponto de vista acreditamos que o processo de aprendizagem por intermédio do ensino de Física está ligado as teorias cognitivas de aprendizagem no sentido de refletirmos sobre os mecanismos que favorecem a compreensão dos conceitos e fenômenos físicos.



Desta forma, no ensino de Física a busca pela formação de uma aprendizagem significativa, que promova a articulação uma melhor visão e compreensão de mundo e dinâmica do universo, mais ampla do que nosso entorno material imediato, ou apenas, restrito a matemática aplicada a Física, buscando transcender nossos limites temporais e espaciais.

O ensino de Física, na escola, contribua para a formação de uma cultura científica efetiva, que permita ao indivíduo a interpretação dos fatos, fenômenos e processos naturais, situando e dimensionando a interação do ser humano com a natureza como parte da própria natureza em transformação. Para tanto, é essencial que o conhecimento físico seja explicitado como um processo histórico, objeto de contínua transformação e associado às outras formas de expressão e produção humanas. É necessário também que essa cultura na Física inclua a compreensão do conjunto de equipamentos e procedimentos, técnicos ou tecnológicos, do cotidiano, social e profissional. Importante também que se discuta com os alunos os problemas existentes na natureza, tentando despertá-los para as questões ambientais, conscientizando-os sobre a importância de economizarmos energia, etc.

Mas para a superação de obstáculos relacionados ao ensino de física, propõem-se uma breve reflexão acerca das estratégias aplicadas ao ensino, trazendo a ideia de que as aulas de Física sejam motivadoras e que tragam questões problematizadora e que possibilitem o desenvolvimento do conhecimento físico aliado à matemática.

Na prática do ensino devem se fazer o processo de transposição didática, onde, se didatize o conhecimento científico para a realidade do aluno, onde, o mesmo tenha melhor entendimento dos fenômenos físicos, os acontecimentos cotidianos relacionados a física, ao utilizá-la numa reflexão mais geral a respeito das aprendizagens em ciências, dando conta da lógica dos saberes físicos, o saber que torne acessível e compreendido pelos alunos durante a sua formação ao ser traduzido em atos pedagógicos numa intenção educativa, saber ensinar, onde o docente deve contextualizar as ferramentas que lhe propõe a utilização da didática em função das condições de suas práticas educativas que propiciará ao educando melhor aprendizagem, saber ensinado.



E não ressaltando apenas a teoria e a abstração, desde o primeiro momento, em detrimento de um desenvolvimento gradual da abstração que, pelo menos, parta da prática e de exemplos concretos. Que não enfatize apenas a utilização de fórmulas, em situações artificiais, desvinculando a linguagem matemática que essas fórmulas representam de seu significado físico efetivo. Tudo isso didatizado, expresso, concretizado e ensinado na relação do que o aluno vive, conhece ou vê em reportagens. Ou seja, a utilização do concreto com uma linguagem que possibilite melhor interação, conhecimento e percepção do aluno.

É necessário pensar a Didática para além de uma simples renovação nas formas de ensinar e aprender. O desafio não reside somente no surgimento ou criação de novos procedimentos de ensino, ou em mais uma forma de facilitar o trabalho do educador e a aprendizagem do educando. Mais do que isso, a Didática tem como compromisso buscar práticas pedagógicas que promovam um ensino realmente eficiente, com significado e sentido para os educandos, e que contribuam para a transformação social (MAIA E SCHEIBEL 2009; P.54).

Importante e necessário destacar que o ensino tenha realmente significado e sentido para o aluno, pois, isso ajudará a melhor se relacionar, se interessar e saber que o que ele aprende contribuirá para transformação social e para sua melhor atuação na comunidade ou sociedade em geral ao lembrar e aplicar o que aprendeu com o ensino e saberes de física.

Essa aprendizagem significativa implica ao aluno segundo Damasceno (2011, p. 47).

A aprendizagem significativa faz-se mediante a relação entre o conteúdo a ser ensinado e os conhecimentos já existentes na estrutura mental do educando. É, pois, uma aprendizagem que se realiza intencionalmente com certo objetivo ou tem como meta algum critério em que o educando dá sentido ao conteúdo que aprende.

Se o aluno possui, já conhece ou já articulou em sua estrutura cognitiva conceitos importantes, pode ocorrer uma aprendizagem maior, melhor, ou seja, uma aprendizagem significativa, a nova informação é assimilada rapidamente e vai ampliando e se modificando, esses são formados através da experiência que o indivíduo vai tendo através da interação com os seres, com sua relação diária no seu cotidiano com outras pessoas, outros conceitos e as relações cognitivas de um assunto ao outro, como uma interdisciplinarização natural do aluno com as assimilações que ele faz com outras aprendizagens.



Interdisciplinar os conteúdos de física também se torna mais interessante e significativo, pois, ao ensinar, o professor precisa conhecer bem e dominar o conteúdo não apenas do currículo, mas, também é importante se ter uma visão mais geral que constitua conceitos ligados uns aos outras disciplinas e outras linguagens que o aluno conheça.

Enfim, propõem a reflexão no processo ensino-aprendizagem em Física que fundamentam alguns questionamentos necessários como o que ensinar, como ensinar e por que ensinar. Esses questionamentos são norteadores para o planejamento das aulas e construção da aprendizagem significativa. Deve-se ensinar sempre do concreto para o abstrato, partindo daquilo que o aluno já sabe e oportunizando-lhe a construção de conceitos.

Ao decidir sobre o que ensinar, deve ser considerado: os temas ensinados devem sempre estar vinculados à realidade dos alunos e devem ter a prioridade de preparar os alunos para a vida. Os conteúdos aprendidos devem ser instrumentos de cidadania e de competência social, para que os alunos possam viver e sobreviver circulando com desenvoltura na sociedade científico-tecnológica.

Deve-se considerar a quem se vai ensinar e considerar as especificidades, os universos, culturas e repertórios pessoais. E pensar no por que ensinar algo em Física, o professor já estará refletindo sobre o que ensinar. Ensina-se Física porque esta ciência é uma linguagem e deve ser instrumento para leitura e interação com o mundo, via domínio do método científico. Deve ser um instrumento para a cidadania, um pensar crítico - reflexivo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As relações entre Física e Matemática vêm sendo discutidas há bastante tempo, a literatura da área tem indicado que concepções sobre essas relações interferem no aprendizado da física. Deve-se considerar que a Física utiliza uma linguagem própria e matemática para a representação do real e as transformações físicas, através de símbolos, fórmulas, convenções e códigos.

A inconsciência das relações entre a matemática e a física acaba contribuindo para a situação frustrante encontrada por muitos estudantes, que, ao passarem por uma disciplina de



física, acabam desmotivados por não compreenderem porque precisam estudar tanta matemática, se o que desejam é compreender os fenômenos da natureza, apenas percebem como prática no ensino médio a resolução de problemas “matematizados”, caracterizada pela excessiva ênfase na apropriação de conceitos matemáticos para resolver problemas de Física, deixando de lado as conexões necessárias com os fenômenos físicos.

Se fazendo necessário, que o aluno desenvolva competências adequadas para reconhecer e saber utilizar tal linguagem, sendo capaz de entender e empregar, a partir das informações, a representação simbólica das transformações físicas.

E assim, desenvolver atividades que permitam ao aluno refletir, questionar, entre outros aspectos, deve ser o papel do componente fundamental ao processo ensino-aprendizagem.

A matemática, em sua relação com a construção do conhecimento físico, está para além de uma simples ferramenta, assumindo um papel constitutivo, ou, como colocam alguns autores, estruturante (Pietrocola, 2002, p. 90).

O aspecto cognitivo atribuído às generalizações simbólicas mostra que a linguagem matemática tem a função de estruturar o pensamento físico quando associada a exemplares, que também possui uma dimensão cognitiva embutida, pois são eles que estabelecem a correspondência entre linguagem e realidade.

O professor tem várias possibilidades de organizar sua comunicação com os alunos, de introduzir um tema, de trabalhar com os alunos e de avaliá-los. Cada docente deve encontrar sua forma mais adequada de integrar a linguagem matemática, as várias tecnologias e procedimentos metodológicos. É importante diversificar as formas de dar aula, de realizar atividades, de avaliar. São muitos os caminhos, que dependerão da situação concreta em que o professor se encontra. Alguns parecem ser atualmente, mais viáveis e produtivos.

A preocupação com os alunos, a forma de relacionar-nos com eles é fundamental para o sucesso pedagógico. A Física apresentada ao estudante desta forma permite que os mesmos, sintam mais motivados e tenham sua curiosidade aguçada. Por outro lado, o uso dessas novas



tecnologias, traz-nos alguns novos indicativos que podem ser percebidos durante sua utilização no processo ensino aprendizagem, de modo mais específico no ensino de Física. Procurou-se discutir neste trabalho algumas peculiaridades do ensino de física e abordá-la a partir de uma perspectiva que o trate como educação no Ensino da física, que envolve mente mãos, sociedade, cotidiano e cidadania.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** – 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- DAMASCENO, Elexlhane Guimarães. **Metodologias e o ensino de física** – Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Rondônia, Campus de Ji-Paraná. Disponível em: http://www.fisicajp.unir.br/downloads/1896_tccelexhane.pdf . Acessado em: 16/10/2017.
- DIRAC, P. A. M. **The Relation Between Mathematics in Physics**. Lecture delivered on presentation of the JAMES SCOTT prize, February 6, 1939. Published in: Proceedings of the Royal Society (Edinburgh), Vol. 59, 1938-39, Part II p. 122-129. Disponível em <<http://www.damtp.cam.ac.uk/events/strings02/dirac/speech.html>>. Acesso: 01.02. 2017
- LOZADA, C; Magalhaes, N. A importância da modelagem matemática na formação de professores de Física. In: Simposio Nacional de Ensino de Física (SNEF), 18, 2009, Vitória, ES. Anais do XVIII Simposio Nacional de Ensino de Física. Disponível em: <http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xviii/> . Data de acesso: 20.01.18
- MAIA, Christiane Martinatti; SCHEIBEL, Maria Fani. **Didática: Organização do Trabalho Pedagógico**, 2009. 196 p. Disponível em: <http://atividadeparaeducacaoespecial.com/wp-content/uploads/2014/07/ORGANIZA%C3%87AO-DO-TRABALHO-PEDAG%C3%93GICO.pdf> Acesso em: 19.10.2017.
- PIETROCOLA, Maurício. **A matemática como estruturante do conhecimento físico**. Caderno Catarinense de Ensino de Física, v.19, n.1: p.89-109, ago. 2002. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/download/9297/8588> . Acesso em: 17 de Outubro de 2017.
- POINCARÉ, H. **O valor da ciência**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.



A LINGUAGEM MATEMÁTICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ALGÉBRICOS

Marcel de Almeida Barbosa
Centro Universitário Internacional
mab_marcel@hotmail.com

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo apresentar a linguagem matemática como elemento fundamental na discussão sobre a resolução de problemas algébricos. Uma vez que alunos apresentam dificuldades na disciplina, evidenciadas em provas de avaliação institucionais. Essa estratégia sob a visão da educação matemática visa favorecer uma melhoria no processo de ensino e de aprendizagem, onde é necessário que os alunos demonstrem habilidades e conhecimentos para representar situações – problema do cotidiano em linguagem algébrica. Assim os alunos serão capazes de traduzir o texto matemático escrito em linguagem natural (língua materna) para a linguagem matemática. Nesse aspecto, a metodologia utilizada foi a pesquisa qualitativa tendo como referencial especialistas de grande relevância, que contribuíram mostrando caminhos para que professores, assim como eu, possam melhorar sua prática em sala de aula.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem. Linguagem Matemática. Resolução de Problemas.

Introdução

A Educação Matemática tem uma relação intrínseca com a pedagogia e com a psicologia, busca melhorar o ensino e a aprendizagem no cenário onde atuam alunos e professores. Ela engloba várias áreas de pesquisa, como: Etnomatemática; Modelagem Matemática; História da Matemática; Linguagem Matemática. Este trabalho é direcionado para a linha dos estudos da Linguagem Matemática, pois alguns alunos têm dificuldades com a aritmética e outros aspectos da matemática como a linguagem escrita, por exemplo. Como afirma Silveira (2009, p.1), o aluno tem dificuldades de interpretar a linguagem simbólica, bem como as regras matemáticas que regem tanto o texto em linguagem natural como em linguagem matemática.

A Álgebra é um conhecimento muito antigo, historiadores matemáticos afirmam que a palavra álgebra tem sua origem nos escritos de Al-Khowarizmi, onde descreve conhecimentos dos árabes sobre equações.



Algumas pesquisas apontam que os alunos apresentam dificuldades com a disciplina matemática, por exemplo, na avaliação da Prova Brasil feito pelo Ministério da Educação, onde alunos do Ensino Fundamental têm mostrado um desempenho não muito satisfatório, uma vez que, o foco é a resolução de problemas e a linguagem matemática, pois os alunos precisam ler e interpretar problemas que envolvem linguagem matemática.

Nesse contexto e com a experiência docente adquirida na realidade amazônica, na cidade de Afuá, município do Arquipélago Marajoara, a Álgebra tem papel fundamental na sociedade, uma vez que, há situações do cotidiano onde uso da linguagem algébrica é imprescindível para modelar problemas, tais como: na comercialização do açaí (fruto originalmente amazônico), fenômenos naturais, processos da produção tecnológica e entre outros. Dessa maneira, é necessário que o aluno tenha habilidades e competências para compreender e interpretar tais situações e escrevê-las matematicamente a fim de poder argumentar sobre os resultados.

O trabalho objetiva apresentar a linguagem matemática como elemento fundamental na discussão sobre a resolução de problemas algébricos. E se caracteriza pela pesquisa bibliográfica, que de acordo com Gerhardt e Silveira (2009) a partir do levantamento das referências bibliográficas já analisadas e publicadas por meios escritos e eletrônicos permitem ao pesquisador conhecer melhor o que já se estudou sobre o assunto.

Sendo assim, as referências são Perrenoud (2000), Polya (2006), Wittgenstein (1996), Silveira (2008, 2008, 2015) entre outros autores de renome que contribuíram para a pesquisa.

Para tanto, este trabalho está dividido em quatro partes, na primeira há uma breve explanação da linguagem matemática no contexto educacional, apontando quais caminhos o professor deve seguir para que significados de termos em língua materna não entrem em confronto com os significados em linguagem matemática; Na segunda parte é discutido as estratégias na resolução de problemas, mostrando que o importante é seguir as etapas de resolução e não o tempo gasto para resolver e obter a solução final e correta.; Na terceira parte é apresentado a interpretação da álgebra escolar e na quarta parte é discorrido a metodologia utilizada para a obtenção dos resultados.



Linguagem Matemática

A linguagem é construída, basicamente, na utilização de um conjunto de símbolos, onde os significados são conhecidos, porque já foram experimentados, trabalhados em várias situações, por exemplo, a nossa língua natural – língua portuguesa.

Colocar no mundo da criança palavras, frases ou uma linguagem nova, deixa a criança confusa. Isso equivale a uma pessoa que está aprendendo um novo idioma. Em meio a vários símbolos, termos, conceitos e regras faz com que o aluno se sinta inseguro no entendimento do texto.

Em relação à Matemática, quando o aluno se depara pela primeira vez com as seguintes situações:

1. $A \cup B = \{x / x \in A \text{ ou } x \in B\}$.
2. No início do mês João tinha uma determinada quantia de dinheiro, nos dez primeiros dias, ele gastou R\$ 100,00. Depois no restante do mês ele gastou a metade do que tinha sobrado e no fim do mês sobraram R\$ 80,00. Pergunta-se: qual o valor inicial que João tinha no início do mês?

Ele tenta entender a linguagem que está por trás das palavras e símbolos, mas não consegue compreender. Imagina-se em um país no qual não conhece o idioma, portanto, não consegue se comunicar. Por que isso acontece?

A matemática como ciência exata, possui uma simbologia própria que dificulta o aprendizado do aluno num primeiro momento. Como afirma Silveira (2008, p. 5), ensinar o aluno a ler um texto escrito nessa linguagem é como ensinar uma língua estrangeira. Pois a cada nível que aprendemos novos símbolos, novos termos são introduzidos ao nosso vocabulário.

Para que haja um entendimento entre o aluno e o enunciado da questão, faz-se necessário romper a barreira dessa simbologia e traduzir para uma linguagem familiar do aluno, de forma que possa ler e compreender os conceitos e significados implícitos no texto e possa relacionar com a sua realidade. Para Silveira (2009, p. 3), interpretar um texto matemático implica em ler o que está escrito e aquilo que está subentendido.



O aluno deve participar do processo de familiarização da linguagem, pois alguns termos na matemática têm outros significados na língua natural. Silveira (2015) disserta que a matemática e a língua natural se completam, pois ambas são simbólicas, mas, na perspectiva do aluno, as representações visuais dos códigos matemáticos precisam ser traduzidas para a linguagem natural. Para compreender a natureza de um objeto matemático, o aluno tem necessidade de fazer muitos exercícios até conhecer o objeto em diferentes situações justamente porque existe circularidade ente um ato e outro, de um exercício a outro.

O termo *denominador comum*, em língua natural pode ser entendido como um consenso por um determinado grupo de pessoas. Já em matemática isso se refere ao estudo de frações, para somarmos duas ou mais frações é preciso reduzir ao mesmo denominador. Outro termo é no estudo de MMC e MDC, quando falamos em *fator* em língua natural é algo que contribui para um resultado. Já na matemática corresponde a cada um dos elementos, em operação de produto.

Uma citação de Lopes (2006p. 2) dá embasamento para tal afirmação sobre as dificuldades do aluno em relação à disciplina:

O aluno que aprende matemática, além de ter que lidar com os problemas que envolvem a linguagem e sua interpretação, defrontam-se também com uma linguagem formal, restrita em certos aspectos, mas com conotação em muitos outros.

O aluno ao se deparar com um vocabulário diferente acaba bloqueando a sua compreensão, que conseqüentemente prejudica no processo de aprendizagem da matemática. E fazer essa mediação entre o aluno e aprendizagem desses símbolos não é tarefa fácil. Então, para que o aluno tenha *acesso* a essa linguagem é necessário que haja uma tradução para uma linguagem acessível, isto é, para a língua natural (materna).

Wittgenstein (1996) diz que traduzir de uma língua para outra é um jogo de linguagem, que é denominado como um conjunto da linguagem e atividades com as quais está interligada. Traduzir da linguagem matemática para a língua portuguesa, da linguagem matemática para Libras são formas de jogos de linguagem onde professor e aluno se comunicam efetivando o processo de ensino e de aprendizagem em sala de aula.



Por exemplo, vamos *traduzir* a situação 1 conforme aponta Silveira (2009, p.3) “a tradução da linguagem matemática para a linguagem natural *exige a compreensão* dos símbolos matemáticos que estão inseridos no texto”.

Sejam A e B conjuntos. A união dos conjuntos A e B é denotado por $A \cup B$. A união desses conjuntos quer dizer que o elemento x pertence ao conjunto A ou ao conjunto B, ou seja, resulta em um conjunto cujo o x pertence a pelo menos um dos dois conjuntos.

Agora *traduzir* a situação 2 citada anteriormente não é tão simples, como afirma Silveira (2009, p.2) a conversão da linguagem natural para a linguagem matemática *exige a compreensão* das regras matemáticas que estão no texto.

- A determinada quantidade de dinheiro é x.
- Se ele tinha x e gastou 100. Então ficou com $x - 100$.
- Tinha sobrado $x - 100$, ele gastou a metade. Então ele gastou, $\frac{x-100}{2}$
- E sobraram 80.

Para saber o valor que João tinha no início do mês, em linguagem matemática, é o seguinte:

É só pensar que o que ele tinha antes, é igual ao que ele gastou mais o que sobrou. Então x é igual a 100 gastos nos dez primeiros dias, mais do que ele gastou no resto do mês, que foi metade do que tinha sobrado.

Ou seja, $\frac{x-100}{2}$, mais os 80 que sobraram

$$\text{Logo, } x = 100 + \frac{x-100}{2} + 80$$

A partir do que foi exposto, pudemos observar que *a priori* o aluno tem dificuldade de compreender a linguagem matemática porque não consegue atribuir significado quando traduz para a língua portuguesa e vice-versa. Como afirma Carrasco (2006, p. 194), a dificuldade de



ler e escrever em linguagem matemática, onde aparece uma abundância de símbolos, impede muitas pessoas de compreenderem o conteúdo do que está escrito, de dizerem o que sabem de matemática.

É importante observar que o aluno no início da vida escolar, é alfabetizado para ter domínio da leitura e escrita na língua materna, porém, o ensino (alfabetização) da matemática nesse contexto é coadjuvante. E isso é um dos problemas para a dificuldade apresentada pelo aluno. Especialistas afirmam que a alfabetização matemática é importante e pode ser feita conjuntamente com o processo de leitura e escrita.

Danyluk (1997) em sua tese de doutorado diz que as pessoas têm dificuldades na disciplina, pois não foram alfabetizadas matematicamente, uma vez que essa alfabetização é um fenômeno que trata da compreensão, da interpretação e da comunicação dos conteúdos matemáticos ensinados na escola, tidos como princípio para a construção do conhecimento matemático. E que ser alfabetizado, então, é compreender o que se lê, e escrever o que se compreende a respeito das primeiras noções de lógica, de aritmética e geometria.

Resolução de Problemas

A Educação Matemática tem papel importante na nova abordagem no ensino de matemática, uma vez que, a resolução de problemas é reconhecida como estratégia de ensino proporcionando ao alunado um melhor aprendizado, pois há a valorização do entendimento dos significados das operações, por sua vez, as habilidades de cálculo possuem um papel secundário no processo de aprendizagem.

A matemática ainda é considerada como uma disciplina de difícil entendimento pelos alunos tanto da educação básica quanto da educação superior, e é uma situação preocupante por parte dos professores em relação ao desempenho escolar dos mesmos. Uma vez que, o Brasil apresenta um dos piores desempenhos em avaliações institucionais, seja internacional ou nacional, como o PISA, a Prova Brasil, por exemplo.

Nesse contexto, a resolução de problemas deixa o aluno participar ativamente do processo educativo, assumindo assim um papel importante na construção do próprio



conhecimento, segundo afirma Lopes (2006, p.3), o envolvimento do aluno com o fazer matemático de modo a levantar hipóteses e conjecturas para então, investigá-las e testá-las visando à solução do problema proposto.

Por sua vez, Barbosa (2012, p.34) também diz que: para resolver um problema em matemática é necessário que aluno entenda, interprete a situação, como dizem *enxergar e ver* o problema proposto onde o mesmo terá uma facilidade melhor para chegar a tal resultado.

Através dessa estratégia é importante observar que os exemplos do dia a dia do aluno são fundamentais, usando informações de jornais e revistas servem de fontes para professores desenvolverem esse tipo de trabalho. As situações reais podem surgir de um simples anúncio em um jornal sobre a venda de um terreno qualquer, e utilizarmos para trabalhar habilidades em cálculo de área, perímetro, orientação espacial, custo de material para cercar o tal terreno, e tudo que a criatividade e motivação do professor aflorem para instigar o conhecimento do aluno, seja ele da zona rural (ou do campo) ou da zona urbana.

Essa estratégia é apontada em vários estudos no campo educacional, como também nos PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais) de Matemática, pois a experiência obtida é necessária para que o aluno possa desenvolver habilidades e competências.

Em relação à estratégia de ensino, Furlanetto (apud D'Ambrósio, 1989) ressalta que muitas vezes os alunos desistem de solucionar um problema matemático, por não ter aprendido como resolver aquele tipo de questão, ou seja, por não reconhecer qual o algoritmo ou processo de solução esperado pelo professor que ele desenvolva para aquele problema. Este tipo de atitude pode demonstrar receio por parte dos alunos em tentar soluções diferentes daquelas que lhes são propostas em sala de aula, o que inibe o desenvolvimento de características muito importantes para a formação cidadã e para o mundo do trabalho, anteriormente citadas, como a criatividade, a autonomia e o senso crítico.

A autora em seu trabalho que precedeu à Dissertação de mestrado aponta cinco estratégias de resolução de problemas que devem ser abordadas nas escolas: Estratégias essas também apresentadas por Perrenoud (2000) quando fala das novas competências para ensinar.

1. Tentativa-e-erro: aplicação de operações pertinentes as informações dadas;



Perrenoud: Trabalhar a partir dos erros e dos obstáculos à aprendizagem: a didática da disciplina interessa-se cada vez mais pelos erros e tenta compreendê-los, antes de combatê-los; propõe que se considere o erro como uma ferramenta para ensinar, um revelador dos mecanismos de pensamento.

2. Padrões: resolução de casos particulares, encontrando padrões que podem ser generalizados;

Perrenoud: Construir e planejar dispositivos e sequências didáticas: uma situação de aprendizagem insere-se num dispositivo e numa sequência didática na qual cada tarefa é uma etapa em progressão; o dispositivo depende dos conteúdos, do nível dos alunos, das opções do professor; a competência consiste na busca de um amplo repertório de dispositivo e de sequências de aprendizagem e na identificação do que eles/as mobilizam e ensinam.

3. Resolver problemas mais simples: resolução de um caso particular ou um recuo temporário de um problema complicado para uma versão resumida, podendo vir acompanhado do emprego de um padrão;

Perrenoud: Conhecer os conteúdos a serem ensinados e sua tradução e objetivos de aprendizagem: dominar os conteúdos com suficiente fluência para construí-los em situações abertas ou em tarefas complexas;

4. Trabalhar em sentido inverso: partindo do resultado, realizar operações que desfazem os originais;

Perrenoud: Explorar acontecimentos e interesses dos alunos para favorecer a apropriação ativa e a transferência dos saberes; trabalhar a partir das concepções dos alunos, dialogar com eles, fazer com que sejam avaliadas para aproximá-los dos conhecimentos científicos a serem ensinados.

5. Simulação: utilizada quando a solução do problema envolve a realização de um experimento e executá-lo não seja prático.

Perrenoud: Envolver os alunos em atividades de pesquisa, em projetos de conhecimento passa por uma capacidade fundamental do professor: tornar acessível e desejável sua própria relação com o saber e com a pesquisa, encarnar um modelo plausível de aprendiz;



a competência passa pela arte de comunicar, seduzir, encorajar, mobilizar, envolvendo-se como pessoa.

Ainda nessa perspectiva, Polya (2006) considerado o pai da resolução de problemas afirma que: resolução de problemas foi e é a coluna vertebral da instrução matemática desde o Papiro de RHIND e mostra também caminhos para a resolução de problemas:

- Compreensão do problema;
- Estabelecimento de um plano;
- Execução do plano;
- Retrospectiva ou verificação.

Contudo, o autor nos diz que esses caminhos sendo seguidos adequadamente, não necessariamente, o aluno alcançará a resposta correta, porém terá uma porcentagem um pouco maior na obtenção de bons resultados, desafiando-o a estudar e verificar possíveis estratégias para resolver o problema.

A partir dessas estratégias, o professor que ao adotar a resolução de problemas como estratégia, metodologia de ensino, terá um papel importante, papel esse de incentivador, estimulador, facilitador das ideias externadas pelos alunos, levando-os a raciocinarem e a gerarem seus próprios conhecimentos. Deve criar um ambiente propício à cooperação, a exploração e descoberta dos caminhos diferentes de resolver tal situação problema, deixando claro ao aluno que o importante é: as etapas de resolução e não o tempo gasto para resolver e obter a solução final e correta.

Álgebra

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) é necessário que o aprendiz tenha conhecimento de todas as perspectivas da álgebra e de suas interpretações com o uso das letras (incógnitas). O quadro a seguir extraído do referido documento mostra a interpretação da álgebra escolar.



Fonte: BRASIL, 1998

A Álgebra é apresentada em diferentes situações, uma delas é generalizar propriedades aritméticas que conhecemos. Por exemplo:

A propriedade comutativa da operação de multiplicação nos diz que:

$$3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$$

Essa propriedade pode ser escrita de forma generalizada, onde temos:

$$a \cdot b = b \cdot a,$$

Onde a e b são números quaisquer.

Outra situação é do cotidiano, por exemplo, alguns trabalhadores ribeirinhos da região amazônica extraem açaí para revenda. Onde são necessárias quatro “latas” com o fruto para encher uma “saca” (meio pelo qual é vendido nas feiras aos comerciantes). De que maneira podemos escrever uma equação que satisfaça a situação acima? Pode-se usar a linguagem algébrica para estabelecer relação entre essas duas grandezas. Vejamos:

$$Y = 4 \cdot X,$$

Onde,

Y = número de latas de açaí



X = número de sacas

Metodologia de Pesquisa

As pesquisas em educação são conduzidas pelos métodos qualitativos, já que visa explicar os fenômenos no contexto social, captar as nuances da realidade, usar o conhecimento para compreender o real, aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais. Para Gerhardt e Silveira (2009, p. 31) este tipo de abordagem não se preocupa com representatividade numérica, mas sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização. O conhecimento do pesquisador é parcial e limitado.

Segundo Oliveira (2008), o investigador (pesquisador) que toma o ambiente de educação como objeto de pesquisa, entende que nesse lugar o processo das relações humanas é dinâmico, interativo e interpretativo e deve construir seu arcabouço metodológico alicerçado pelas técnicas qualitativas.

Em relação ao procedimento foi utilizada a pesquisa bibliográfica (autores já estudados na graduação e outros apresentados durante o curso de pós-graduação - lato sensu), foi limitada a artigos publicados em congressos, periódicos; tese e trabalho de conclusão de curso.

Uma vez definido a minha tarefa nessa pesquisa, foi de analisar bibliograficamente sobre as dificuldades que os alunos possuem em relação à linguagem matemática na resolução de problemas algébricos, quais metodologias e estratégias podem ser aplicadas para amenizar, sanar esse problema (dificuldade) e, sobretudo, a partir das minhas experiências, observações em sala de aula como docente no Ensino Fundamental.

Considerações Finais

O trabalho é resultante da pesquisa científica do curso de pós-graduação lato sensu com orientação do professor *Maycon Adriano Silva* e teve como norte mostrar uma estratégia de ensino, possibilitando um melhor aprendizado aos alunos, através do ensino da Álgebra no



ensino fundamental, uma vez que os mesmos possuem dificuldades em matemática e que o foco é a resolução de problemas e a linguagem matemática.

A pesquisa bibliográfica correspondeu às expectativas, pois autores, especialistas com uma vasta experiência na área educacional nos mostraram caminhos para resolver o problema. É importante que o aluno seja estimulado (alfabetizado) a ler e escrever o texto em linguagem matemática; É necessário que o professor como mediador do conhecimento, dê condições necessárias ao aluno para fazer a tradução da linguagem matemática para a linguagem natural ou vice e versa;

Ao trabalhar a resolução de problemas, como estratégia de ensino, deve contradizer o que é usualmente proposto em sala de aula, onde primeiramente o professor explica o conteúdo proposto, para que os alunos possam reproduzi-los, sem considerar que os alunos são capazes de pensar, interpretar e encontrar as suas próprias conclusões.

Além disso, o trabalho foi de suma importância, porque me levou a refletir sobre a resolução de problemas algébricos utilizando a linguagem matemática, uma vez que esta favorece a construção de conhecimento matemático pelos alunos. E, sobretudo, concede ao professor um suporte a mais em suas práticas pedagógicas.

Como professor e pesquisador na área de educação matemática, espero que essa pesquisa permita aos demais professores criem possibilidades reais de implementar essa metodologia em suas aulas, possibilitando aos alunos a oportunidade de vivenciar experiências em aprender Matemática enquanto resolvem problemas.

Referências

BARBOSA, Marcel de Almeida. **Estudo da operação de subtração:** da interpretação textual à aplicação do algoritmo por estudantes surdos. Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto de Ciências Exatas e Naturais-Faculdade de Matemática – Belém, 2012.

CARRASCO, Lúcia H.M. **Leitura e escrita na matemática.**In: NEVES, Iara C.B. (org). **Ler e escrever:** compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Ed. UFRGS, 2006, p.192-203.

DANYLUK, Ocsana Sônia. **Alfabetização Matemática:** a escrita da linguagem matemática no processo de alfabetização. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1997.



FEIO, Evandro dos Santos Paiva; SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. **A conversão da língua natural para a linguagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica**, In: VI Encontro Paraense de Educação Matemática, 2008, Belém. VI EPAEM: Tendências Metodológicas em Educação Matemática, 2008.

FURLANETTO, Virginia; DULLIUS, Maria Madalena; ALTHAUS, Neiva. **Estratégias de resolução de problemas para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de matemática**. In IX ANPED SUL, Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 2012.

GERHARDT, Tatiana Engel. SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**. Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

LOPES, Silvia Ednaira; PAVANELLO, Regina Maria. **Linguagem e Matemática na Resolução de Problemas**, 2006.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna**: Análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Editora Cortez, 1994.

OLIVEIRA, Cristiana Lessa de. **Um apanhado teórico-conceitual sobre a pesquisa qualitativa**: tipos, técnicas e características. Revista Travessias – Pesquisas em Educação, Cultura, Linguagem e Arte, v.02, n.03, p.1-16, 2008.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. (traduzido por Patrícia Chittoni Ramos). Porto Alegre: Artmed, 2000.

POLYA, G.A. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SILVEIRA, M. R. A. **Interpretação e comunicação em Matemática**. In: 2 . Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2008, Recife/PE. 2 . Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2008.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Linguagem matemática e linguagem natural: interpretação de regras e de símbolos. VI Congresso Iberoamericano de Educación Matemática. Puerto Montt-Chile, 2009.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. **Matemática, discurso e linguagens para a educação matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Rio de Janeiro: Coleção Pensamento Humano, 1996.



A LINGUAGEM MATEMÁTICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ALGÉBRICOS

Marcel de Almeida Barbosa
Centro Universitário Internacional
mab_marcel@hotmail.com

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo apresentar a linguagem matemática como elemento fundamental na discussão sobre a resolução de problemas algébricos. Uma vez que alunos apresentam dificuldades na disciplina, evidenciadas em provas de avaliação institucionais. Essa estratégia sob a visão da educação matemática visa favorecer uma melhoria no processo de ensino e de aprendizagem, onde é necessário que os alunos demonstrem habilidades e conhecimentos para representar situações – problema do cotidiano em linguagem algébrica. Assim os alunos serão capazes de traduzir o texto matemático escrito em linguagem natural (língua materna) para a linguagem matemática. Nesse aspecto, a metodologia utilizada foi a pesquisa qualitativa tendo como referencial especialistas de grande relevância, que contribuíram mostrando caminhos para que professores, assim como eu, possam melhorar sua prática em sala de aula.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem. Linguagem Matemática. Resolução de Problemas.

Introdução

A Educação Matemática tem uma relação intrínseca com a pedagogia e com a psicologia, busca melhorar o ensino e a aprendizagem no cenário onde atuam alunos e professores. Ela engloba várias áreas de pesquisa, como: Etnomatemática; Modelagem Matemática; História da Matemática; Linguagem Matemática. Este trabalho é direcionado para a linha dos estudos da Linguagem Matemática, pois alguns alunos têm dificuldades com a aritmética e outros aspectos da matemática como a linguagem escrita, por exemplo. Como afirma Silveira (2009, p.1), o aluno tem dificuldades de interpretar a linguagem simbólica, bem como as regras matemáticas que regem tanto o texto em linguagem natural como em linguagem matemática.

A Álgebra é um conhecimento muito antigo, historiadores matemáticos afirmam que a palavra álgebra tem sua origem nos escritos de Al-Khowarizmi, onde descreve conhecimentos dos árabes sobre equações.



Algumas pesquisas apontam que os alunos apresentam dificuldades com a disciplina matemática, por exemplo, na avaliação da Prova Brasil feito pelo Ministério da Educação, onde alunos do Ensino Fundamental têm mostrado um desempenho não muito satisfatório, uma vez que, o foco é a resolução de problemas e a linguagem matemática, pois os alunos precisam ler e interpretar problemas que envolvem linguagem matemática.

Nesse contexto e com a experiência docente adquirida na realidade amazônica, na cidade de Afuá, município do Arquipélago Marajoara, a Álgebra tem papel fundamental na sociedade, uma vez que, há situações do cotidiano onde uso da linguagem algébrica é imprescindível para modelar problemas, tais como: na comercialização do açaí (fruto originalmente amazônico), fenômenos naturais, processos da produção tecnológica e entre outros. Dessa maneira, é necessário que o aluno tenha habilidades e competências para compreender e interpretar tais situações e escrevê-las matematicamente a fim de poder argumentar sobre os resultados.

O trabalho objetiva apresentar a linguagem matemática como elemento fundamental na discussão sobre a resolução de problemas algébricos. E se caracteriza pela pesquisa bibliográfica, que de acordo com Gerhardt e Silveira (2009) a partir do levantamento das referências bibliográficas já analisadas e publicadas por meios escritos e eletrônicos permitem ao pesquisador conhecer melhor o que já se estudou sobre o assunto.

Sendo assim, as referências são Perrenoud (2000), Polya (2006), Wittgenstein (1996), Silveira (2008, 2008, 2015) entre outros autores de renome que contribuíram para a pesquisa.

Para tanto, este trabalho está dividido em quatro partes, na primeira há uma breve explanação da linguagem matemática no contexto educacional, apontando quais caminhos o professor deve seguir para que significados de termos em língua materna não entrem em confronto com os significados em linguagem matemática; Na segunda parte é discutido as estratégias na resolução de problemas, mostrando que o importante é seguir as etapas de resolução e não o tempo gasto para resolver e obter a solução final e correta.; Na terceira parte é apresentado a interpretação da álgebra escolar e na quarta parte é discorrido a metodologia utilizada para a obtenção dos resultados.



Linguagem Matemática

A linguagem é construída, basicamente, na utilização de um conjunto de símbolos, onde os significados são conhecidos, porque já foram experimentados, trabalhados em várias situações, por exemplo, a nossa língua natural – língua portuguesa.

Colocar no mundo da criança palavras, frases ou uma linguagem nova, deixa a criança confusa. Isso equivale a uma pessoa que está aprendendo um novo idioma. Em meio a vários símbolos, termos, conceitos e regras faz com que o aluno se sinta inseguro no entendimento do texto.

Em relação à Matemática, quando o aluno se depara pela primeira vez com as seguintes situações:

3. $A \cup B = \{x / x \in A \text{ ou } x \in B\}$.
4. No início do mês João tinha uma determinada quantia de dinheiro, nos dez primeiros dias, ele gastou R\$ 100,00. Depois no restante do mês ele gastou a metade do que tinha sobrado e no fim do mês sobraram R\$ 80,00. Pergunta-se: qual o valor inicial que João tinha no início do mês?

Ele tenta entender a linguagem que está por trás das palavras e símbolos, mas não consegue compreender. Imagina-se em um país no qual não conhece o idioma, portanto, não consegue se comunicar. Por que isso acontece?

A matemática como ciência exata, possui uma simbologia própria que dificulta o aprendizado do aluno num primeiro momento. Como afirma Silveira (2008, p. 5), ensinar o aluno a ler um texto escrito nessa linguagem é como ensinar uma língua estrangeira. Pois a cada nível que aprendemos novos símbolos, novos termos são introduzidos ao nosso vocabulário.

Para que haja um entendimento entre o aluno e o enunciado da questão, faz-se necessário romper a barreira dessa simbologia e traduzir para uma linguagem familiar do aluno, de forma que possa ler e compreender os conceitos e significados implícitos no texto e possa relacionar com a sua realidade. Para Silveira (2009, p. 3), interpretar um texto matemático implica em ler o que está escrito e aquilo que está subentendido.



O aluno deve participar do processo de familiarização da linguagem, pois alguns termos na matemática têm outros significados na língua natural. Silveira (2015) disserta que a matemática e a língua natural se completam, pois ambas são simbólicas, mas, na perspectiva do aluno, as representações visuais dos códigos matemáticos precisam ser traduzidas para a linguagem natural. Para compreender a natureza de um objeto matemático, o aluno tem necessidade de fazer muitos exercícios até conhecer o objeto em diferentes situações justamente porque existe circularidade ente um ato e outro, de um exercício a outro.

O termo *denominador comum*, em língua natural pode ser entendido como um consenso por um determinado grupo de pessoas. Já em matemática isso se refere ao estudo de frações, para somarmos duas ou mais frações é preciso reduzir ao mesmo denominador. Outro termo é no estudo de MMC e MDC, quando falamos em *fator* em língua natural é algo que contribui para um resultado. Já na matemática corresponde a cada um dos elementos, em operação de produto.

Uma citação de Lopes (2006p. 2) dá embasamento para tal afirmação sobre as dificuldades do aluno em relação à disciplina:

O aluno que aprende matemática, além de ter que lidar com os problemas que envolvem a linguagem e sua interpretação, defrontam-se também com uma linguagem formal, restrita em certos aspectos, mas com conotação em muitos outros.

O aluno ao se deparar com um vocabulário diferente acaba bloqueando a sua compreensão, que conseqüentemente prejudica no processo de aprendizagem da matemática. E fazer essa mediação entre o aluno e aprendizagem desses símbolos não é tarefa fácil. Então, para que o aluno tenha *acesso* a essa linguagem é necessário que haja uma tradução para uma linguagem acessível, isto é, para a língua natural (materna).

Wittgenstein (1996) diz que traduzir de uma língua para outra é um jogo de linguagem, que é denominado como um conjunto da linguagem e atividades com as quais está interligada. Traduzir da linguagem matemática para a língua portuguesa, da linguagem matemática para Libras são formas de jogos de linguagem onde professor e aluno se comunicam efetivando o processo de ensino e de aprendizagem em sala de aula.



Por exemplo, vamos *traduzir* a situação 1 conforme aponta Silveira (2009, p.3) “a tradução da linguagem matemática para a linguagem natural *exige a compreensão* dos símbolos matemáticos que estão inseridos no texto”.

Sejam A e B conjuntos. A união dos conjuntos A e B é denotado por $A \cup B$. A união desses conjuntos quer dizer que o elemento x pertence ao conjunto A ou ao conjunto B, ou seja, resulta em um conjunto cujo o x pertence a pelo menos um dos dois conjuntos.

Agora *traduzir* a situação 2 citada anteriormente não é tão simples, como afirma Silveira (2009, p.2) a conversão da linguagem natural para a linguagem matemática *exige a compreensão* das regras matemáticas que estão no texto.

- A determinada quantidade de dinheiro é x.
- Se ele tinha x e gastou 100. Então ficou com $x - 100$.
- Tinha sobrado $x - 100$, ele gastou a metade. Então ele gastou, $\frac{x-100}{2}$
- E sobraram 80.

Para saber o valor que João tinha no início do mês, em linguagem matemática, é o seguinte:

É só pensar que o que ele tinha antes, é igual ao que ele gastou mais o que sobrou. Então x é igual a 100 gastos nos dez primeiros dias, mais do que ele gastou no resto do mês, que foi metade do que tinha sobrado.

Ou seja, $\frac{x-100}{2}$, mais os 80 que sobraram

$$\text{Logo, } x = 100 + \frac{x-100}{2} + 80$$

A partir do que foi exposto, podemos observar que *a priori* o aluno tem dificuldade de compreender a linguagem matemática porque não consegue atribuir significado quando traduz



para a língua portuguesa e vice-versa. Como afirma Carrasco (2006, p. 194), a dificuldade de ler e escrever em linguagem matemática, onde aparece uma abundância de símbolos, impede muitas pessoas de compreenderem o conteúdo do que está escrito, de dizerem o que sabem de matemática.

É importante observar que o aluno no início da vida escolar, é alfabetizado para ter domínio da leitura e escrita na língua materna, porém, o ensino (alfabetização) da matemática nesse contexto é coadjuvante. E isso é um dos problemas para a dificuldade apresentada pelo aluno. Especialistas afirmam que a alfabetização matemática é importante e pode ser feita conjuntamente com o processo de leitura e escrita.

Danyluk (1997) em sua tese de doutorado diz que as pessoas têm dificuldades na disciplina, pois não foram alfabetizadas matematicamente, uma vez que essa alfabetização é um fenômeno que trata da compreensão, da interpretação e da comunicação dos conteúdos matemáticos ensinados na escola, tidos como princípio para a construção do conhecimento matemático. E que ser alfabetizado, então, é compreender o que se lê, e escrever o que se compreende a respeito das primeiras noções de lógica, de aritmética e geometria.

Resolução de Problemas

A Educação Matemática tem papel importante na nova abordagem no ensino de matemática, uma vez que, a resolução de problemas é reconhecida como estratégia de ensino proporcionando ao alunado um melhor aprendizado, pois há a valorização do entendimento dos significados das operações, por sua vez, as habilidades de cálculo possuem um papel secundário no processo de aprendizagem.

A matemática ainda é considerada como uma disciplina de difícil entendimento pelos alunos tanto da educação básica quanto da educação superior, e é uma situação preocupante por parte dos professores em relação ao desempenho escolar dos mesmos. Uma vez que, o Brasil apresenta um dos piores desempenhos em avaliações institucionais, seja internacional ou nacional, como o PISA, a Prova Brasil, por exemplo.



Nesse contexto, a resolução de problemas deixa o aluno participar ativamente do processo educativo, assumindo assim um papel importante na construção do próprio conhecimento, segundo afirma Lopes (2006, p.3), o envolvimento do aluno com o fazer matemático de modo a levantar hipóteses e conjecturas para então, investigá-las e testá-las visando à solução do problema proposto.

Por sua vez, Barbosa (2012, p.34) também diz que: para resolver um problema em matemática é necessário que aluno entenda, interprete a situação, como dizem *enxergar e ver* o problema proposto onde o mesmo terá uma facilidade melhor para chegar a tal resultado.

Através dessa estratégia é importante observar que os exemplos do dia a dia do aluno são fundamentais, usando informações de jornais e revistas servem de fontes para professores desenvolverem esse tipo de trabalho. As situações reais podem surgir de um simples anúncio em um jornal sobre a venda de um terreno qualquer, e utilizarmos para trabalhar habilidades em cálculo de área, perímetro, orientação espacial, custo de material para cercar o tal terreno, e tudo que a criatividade e motivação do professor aflorem para instigar o conhecimento do aluno, seja ele da zona rural (ou do campo) ou da zona urbana.

Essa estratégia é apontada em vários estudos no campo educacional, como também nos PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais) de Matemática, pois a experiência obtida é necessária para que o aluno possa desenvolver habilidades e competências.

Em relação à estratégia de ensino, Furlanetto (apud D'Ambrósio, 1989) ressalta que muitas vezes os alunos desistem de solucionar um problema matemático, por não ter aprendido como resolver aquele tipo de questão, ou seja, por não reconhecer qual o algoritmo ou processo de solução esperado pelo professor que ele desenvolva para aquele problema. Este tipo de atitude pode demonstrar receio por parte dos alunos em tentar soluções diferentes daquelas que lhes são propostas em sala de aula, o que inibe o desenvolvimento de características muito importantes para a formação cidadã e para o mundo do trabalho, anteriormente citadas, como a criatividade, a autonomia e o senso crítico.

A autora em seu trabalho que precedeu à Dissertação de mestrado aponta cinco estratégias de resolução de problemas que devem ser abordadas nas escolas: Estratégias essas também apresentadas por Perrenoud (2000) quando fala das novas competências para ensinar.



6. Tentativa-e-erro: aplicação de operações pertinentes as informações dadas;
Perrenoud: Trabalhar a partir dos erros e dos obstáculos à aprendizagem: a didática da disciplina interessa-se cada vez mais pelos erros e tenta compreendê-los, antes de combatê-los; propõe que se considere o erro como uma ferramenta para ensinar, um revelador dos mecanismos de pensamento.
7. Padrões: resolução de casos particulares, encontrando padrões que podem ser generalizados;
Perrenoud: Construir e planejar dispositivos e sequências didáticas: uma situação de aprendizagem insere-se num dispositivo e numa sequência didática na qual cada tarefa é uma etapa em progressão; o dispositivo depende dos conteúdos, do nível dos alunos, das opções do professor; a competência consiste na busca de um amplo repertório de dispositivo e de sequências de aprendizagem e na identificação do que eles/as mobilizam e ensinam.
8. Resolver problemas mais simples: resolução de um caso particular ou um recuo temporário de um problema complicado para uma versão resumida, podendo vir acompanhado do emprego de um padrão;
Perrenoud: Conhecer os conteúdos a serem ensinados e sua tradução e objetivos de aprendizagem: dominar os conteúdos com suficiente fluência para construí-los em situações abertas ou em tarefas complexas;
9. Trabalhar em sentido inverso: partindo do resultado, realizar operações que desfazem os originais;
Perrenoud: Explorar acontecimentos e interesses dos alunos para favorecer a apropriação ativa e a transferência dos saberes; trabalhar a partir das concepções dos alunos, dialogar com eles, fazer com que sejam avaliadas para aproximá-los dos conhecimentos científicos a serem ensinados.
10. Simulação: utilizada quando a solução do problema envolve a realização de um experimento e executá-lo não seja prático.
Perrenoud: Envolver os alunos em atividades de pesquisa, em projetos de conhecimento passa por uma capacidade fundamental do professor: tornar acessível e desejável sua



própria relação com o saber e com a pesquisa, encarnar um modelo plausível de aprendiz; a competência passa pela arte de comunicar, seduzir, encorajar, mobilizar, envolvendo-se como pessoa.

Ainda nessa perspectiva, Polya (2006) considerado o pai da resolução de problemas afirma que: resolução de problemas foi e é a coluna vertebral da instrução matemática desde o Papiro de RHIND e mostra também caminhos para a resolução de problemas:

- Compreensão do problema;
- Estabelecimento de um plano;
- Execução do plano;
- Retrospectiva ou verificação.

Contudo, o autor nos diz que esses caminhos sendo seguidos adequadamente, não necessariamente, o aluno alcançará a resposta correta, porém terá uma porcentagem um pouco maior na obtenção de bons resultados, desafiando-o a estudar e verificar possíveis estratégias para resolver o problema.

A partir dessas estratégias, o professor que ao adotar a resolução de problemas como estratégia, metodologia de ensino, terá um papel importante, papel esse de incentivador, estimulador, facilitador das ideias externadas pelos alunos, levando-os a raciocinarem e a gerarem seus próprios conhecimentos. Deve criar um ambiente propício à cooperação, a exploração e descoberta dos caminhos diferentes de resolver tal situação problema, deixando claro ao aluno que o importante é: as etapas de resolução e não o tempo gasto para resolver e obter a solução final e correta.

Álgebra

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) é necessário que o aprendiz tenha conhecimento de todas as perspectivas da álgebra e de suas interpretações com o uso das letras (incógnitas). O quadro a seguir extraído do referido documento mostra a interpretação da álgebra escolar.



Fonte: BRASIL, 1998

A Álgebra é apresentada em diferentes situações, uma delas é generalizar propriedades aritméticas que conhecemos. Por exemplo:

A propriedade comutativa da operação de multiplicação nos diz que:

$$3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$$

Essa propriedade pode ser escrita de forma generalizada, onde temos:

$$a \cdot b = b \cdot a,$$

Onde a e b são números quaisquer.

Outra situação é do cotidiano, por exemplo, alguns trabalhadores ribeirinhos da região amazônica extraem açaí para revenda. Onde são necessárias quatro “latas” com o fruto para encher uma “saca” (meio pelo qual é vendido nas feiras aos comerciantes). De que maneira podemos escrever uma equação que satisfaça a situação acima? Pode-se usar a linguagem algébrica para estabelecer relação entre essas duas grandezas. Vejamos:

$$Y = 4 \cdot X,$$

Onde,

Y = número de latas de açaí



X = número de sacas

Metodologia de Pesquisa

As pesquisas em educação são conduzidas pelos métodos qualitativos, já que visa explicar os fenômenos no contexto social, captar as nuances da realidade, usar o conhecimento para compreender o real, aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais. Para Gerhardt e Silveira (2009, p. 31) este tipo de abordagem não se preocupa com representatividade numérica, mas sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização. O conhecimento do pesquisador é parcial e limitado.

Segundo Oliveira (2008), o investigador (pesquisador) que toma o ambiente de educação como objeto de pesquisa, entende que nesse lugar o processo das relações humanas é dinâmico, interativo e interpretativo e deve construir seu arcabouço metodológico alicerçado pelas técnicas qualitativas.

Em relação ao procedimento foi utilizada a pesquisa bibliográfica (autores já estudados na graduação e outros apresentados durante o curso de pós-graduação - lato sensu), foi limitada a artigos publicados em congressos, periódicos; tese e trabalho de conclusão de curso.

Uma vez definido a minha tarefa nessa pesquisa, foi de analisar bibliograficamente sobre as dificuldades que os alunos possuem em relação à linguagem matemática na resolução de problemas algébricos, quais metodologias e estratégias podem ser aplicadas para amenizar, sanar esse problema (dificuldade) e, sobretudo, a partir das minhas experiências, observações em sala de aula como docente no Ensino Fundamental.

Considerações Finais

O trabalho é resultante da pesquisa científica do curso de pós-graduação lato sensu com orientação do professor *Maycon Adriano Silva* e teve como norte mostrar uma estratégia de ensino, possibilitando um melhor aprendizado aos alunos, através do ensino da Álgebra no



ensino fundamental, uma vez que os mesmos possuem dificuldades em matemática e que o foco é a resolução de problemas e a linguagem matemática.

A pesquisa bibliográfica correspondeu às expectativas, pois autores, especialistas com uma vasta experiência na área educacional nos mostraram caminhos para resolver o problema. É importante que o aluno seja estimulado (alfabetizado) a ler e escrever o texto em linguagem matemática; É necessário que o professor como mediador do conhecimento, dê condições necessárias ao aluno para fazer a tradução da linguagem matemática para a linguagem natural ou vice e versa;

Ao trabalhar a resolução de problemas, como estratégia de ensino, deve contradizer o que é usualmente proposto em sala de aula, onde primeiramente o professor explica o conteúdo proposto, para que os alunos possam reproduzi-los, sem considerar que os alunos são capazes de pensar, interpretar e encontrar as suas próprias conclusões.

Além disso, o trabalho foi de suma importância, porque me levou a refletir sobre a resolução de problemas algébricos utilizando a linguagem matemática, uma vez que esta favorece a construção de conhecimento matemático pelos alunos. E, sobretudo, concede ao professor um suporte a mais em suas práticas pedagógicas.

Como professor e pesquisador na área de educação matemática, espero que essa pesquisa permita aos demais professores criem possibilidades reais de implementar essa metodologia em suas aulas, possibilitando aos alunos a oportunidade de vivenciar experiências em aprender Matemática enquanto resolvem problemas.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Marcel de Almeida. **Estudo da operação de subtração:** da interpretação textual à aplicação do algoritmo por estudantes surdos. Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto de Ciências Exatas e Naturais-Faculdade de Matemática – Belém, 2012.

CARRASCO, Lúcia H.M. **Leitura e escrita na matemática.**In: NEVES, Iara C.B. (org). **Ler e escrever:** compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Ed. UFRGS, 2006, p.192-203.



DANYLUK, Ocsana Sônia. **Alfabetização Matemática**: a escrita da linguagem matemática no processo de alfabetização. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1997.

FEIO, Evandro dos Santos Paiva; SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. **A conversão da língua natural para a linguagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica**, In: VI Encontro Paraense de Educação Matemática, 2008, Belém. VI EPAEM: Tendências Metodológicas em Educação Matemática, 2008.

FURLANETTO, Virginia; DULLIUS, Maria Madalena; ALTHAUS, Neiva. **Estratégias de resolução de problemas para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de matemática**. In IX ANPED SUL, Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 2012.

GERHARDT, Tatiana Engel. SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**. Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

LOPES, Silvia Ednaira; PAVANELLO, Regina Maria. **Linguagem e Matemática na Resolução de Problemas**, 2006.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna**: Análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Editora Cortez, 1994.

OLIVEIRA, Cristiana Lessa de. **Um apanhado teórico-conceitual sobre a pesquisa qualitativa**: tipos, técnicas e características. Revista Travessias – Pesquisas em Educação, Cultura, Linguagem e Arte, v.02, n.03, p.1-16, 2008.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. (traduzido por Patrícia Chittoni Ramos). Porto Alegre: Artmed, 2000.

POLYA, G.A. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SILVEIRA, M. R. A. **Interpretação e comunicação em Matemática**. In: 2 . Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2008, Recife/PE. 2 . Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2008.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Linguagem matemática e linguagem natural: interpretação de regras e de símbolos. VI Congresso Iberoamericano de Educación Matemática. Puerto Montt-Chile, 2009.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. **Matemática, discurso e linguagens para a educação matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.



WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Rio de Janeiro: Coleção Pensamento Humano, 1996.



A MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA POSSIBILITADORA DA NOTA MÁXIMA EM REDAÇÃO NO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

Elias Paulo Macêdo Neto³

Rafael Muniz de Azevedo⁴

Ricardo Augusto Oliveira da Silva⁵

Introdução

Notamos, por meio da nossa experiência na análise das provas do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), que há uma tendência em se utilizar textos motivadores, ao se apresentar uma proposta de redação, que façam uso de dados numéricos (absolutos e relativos) ou até mesmo outros conhecimentos do ramo da matemática. Nestas condições, apresentamos neste artigo, uma pioneira análise geral desde os anos de 2009 até o ano de 2017 nas aplicações do Enem, tendo em vista que os anos referidos são regidos pela Matriz de Referência de 2009.

Justificativa

A tabela a seguir apresenta, de modo resumido, as aplicações do Enem de 2009 até 2017 que envolveram ou não algum tipo de conhecimento matemático. Para a construção da mesma, foram consultados os microdados do Enem, publicados pelo INEP, disponível no próprio site.

	Conhecimento Matemático
Aplicação 1 2009	Não
PPL 2009	Não
Aplicação 1 2010	Proporcionalidade
PPL 2010	Não
Aplicação 1 2011	Dados relativos
PPL 2011	Não
Aplicação 1 2012	Dados relativos e absolutos
PPL 2012	Não
Aplicação 1 2013	Dados Relativos
PPL 2013	Não
Aplicação 1 2014	Não
Aplicação 2 2014	Dados relativos e absolutos
PPL 2014	Não
Aplicação 1 2015	Dados relativos e absolutos

³ Graduado pela Universidade Estadual do Pará (UEPA) em Licenciatura em Matemática, especialista em Educação Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA).

⁴ Graduado pela Universidade Estadual do Pará (UEPA) em Licenciatura em Letras Habilitação em Português.

⁵ Graduado pela Universidade Federal do Pará (UFPA) em Licenciatura em Matemática, mestre em Matemática pelo PROFMAT.



Aplicação 2 2015	Não
PPL 2015	Não
Aplicação 1 2016	Dados relativos e absolutos
Aplicação 2 2016	Não
PPL 2016	Dados relativos e absolutos
Aplicação 1 2017	Dados absolutos
Aplicação 2 2017	Não

Tabela 1: Aplicações do Enem que utilizaram matemática em seus textos motivadores

Note que, das vinte e uma aplicações apresentadas, temos nove utilizando matemática em textos motivadores, o que nos dá aproximadamente 43%. No entanto, se considerarmos apenas a primeira aplicação, pelo fato de ser a mais abrangente em termos de participantes, essa porcentagem sobe para cerca de 78%, isto é uma média maior que 3 a cada 4 provas do Enem fazendo uso de textos motivadores que envolvem matemática.

Considerações Finais

Ainda nos microdados do Enem publicados pelo INEP, podemos nos deparar com o manual de redação, nele encontramos os espelhos de redação, ou seja, redações que alcançaram a nota 1000 (mil) em sua correção, como por exemplo o texto produzido por AMANDA CARVALHO MAIA CASTRO, aluna de uma escola privada de Niterói – RJ. Nesta redação, encontramos o trecho:

A violência contra a mulher no Brasil tem apresentado aumentos significativos nas últimas décadas. De acordo com o mapa da violência de 2012, o número de mortes por essa causa aumentou em 230% no período de 1980 a 2010. Além da física, o Balanço de 2014 relatou cerca de 48% de outros tipos de violência contra a mulher, dentre esses a psicológica. Nesse âmbito, pode-se analisar que essa problemática persiste por ter raízes históricas e ideológicas.

Ou seja, há a presença de dados relativos na parte do texto em que diz respeito à tese da participante. Sendo que os dados não foram apresentados na devida ordem, cabendo, assim, à candidata analisar, arredondar e inferir. O uso deste tipo de artifício se faz válido pela Competência 2 do manual de redação do Enem, disponível, também, nos microdados, que afirma que o participante deve utilizar o conhecimento de outras áreas.



Portanto, o diálogo entre as disciplinas Matemática e Redação não somente é possível, como também é respaldado pela Matriz de Referência do Enem e o Manual de Redação, ambos publicados pelo Inep.

Referências

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Microdados do Enem 2009**. Brasília: Inep, 2009. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/microdados>>. Acesso em: 01 nov. 2017.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Microdados do Enem 2010**. Brasília: Inep, 2010. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/microdados>>. Acesso em: 01 nov. 2017.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Microdados do Enem 2011**. Brasília: Inep, 2012. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/microdados>>. Acesso em: 01 nov. 2017.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Microdados do Enem 2012**. Brasília: Inep, 2013. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/microdados>>. Acesso em: 01 nov. 2017.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Microdados do Enem 2013**. Brasília: Inep, 2013. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/microdados>>. Acesso em: 01 nov. 2017.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Microdados do Enem 2014**. Brasília: Inep, 2014. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/microdados>>. Acesso em: 01 nov. 2017.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Microdados do Enem 2015**. Brasília: Inep, 2015. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/microdados>>. Acesso em: 01 nov. 2017.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Microdados do Enem 2016**. Brasília: Inep, 2016. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/microdados>>. Acesso em: 01 nov. 2017.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Microdados do Enem 2017**. Brasília: Inep, 2017. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/microdados>>. Acesso em: 24 jul. 2018.



A MATEMÁTICA FINANCEIRA E O LIVRO DIDÁTICO

André Alves Sobreira

Universidade do Estado do Pará

andreuepa@yahoo.com.br

Ducival Carvalho Pereira

Universidade do Estado do Pará

ducival@uepa.br

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO

Este artigo teve como finalidade realizar uma investigação em alguns trabalhos científicos que versavam sobre como os livros didáticos de Matemática, no âmbito da educação básica, abordavam os conteúdos de Matemática Financeira. Como esta pesquisa foi de cunho bibliográfico, o instrumento usado para a produção das informações foi uma pesquisa em sites de instituições, buscando bancos de trabalhos publicados sobre a temática em questão, de modo que conseguíssemos encontrar os relatos e conclusões que tais pesquisadores realizaram, ao pesquisarem alguns livros didáticos e seus conteúdos. A pesquisa nos revelou que, em geral, os livros de Matemática, ao realizar a apresentação dos conteúdos pertinentes à Matemática Financeira, o faziam dentro do método tradicional e, em alguns casos sem que fosse levado em conta uma sequência de requisitos mínimos necessários. As discussões se fundamentaram em estudos de Nascimento (2004), Côser Filho (2008), Novaes (2009), entre outros. Metodologicamente, o estudo teve uma abordagem qualitativa. Este trabalho nos mostrou o quanto é importante o livro didático nas aulas de Matemática, mas, ao mesmo tempo, apresenta um fato preocupante, pois como supramencionado, a abordagem apresentada nos mesmos, segundo as pesquisas, não favorece uma aprendizagem significativa, pois a maioria das situações propostas não traziam reflexões e problemas do cotidiano dos estudantes.

Palavras-chave: Matemática. Cidadania. Matemática Financeira. Livro Didático.

1 Introdução

A Matemática, enquanto ciência encontra-se bastante presente na vida do ser humano, auxiliando-o nos estudos em outras ciências e também para que, de forma mais simplificada, o mesmo possa lançar mão de ferramentas para resolver problemas. Na verdade, pode afirmar que um dos primeiros avanços tecnológicos foram as descobertas matemáticas, por exemplo:



Na Tchecoslováquia foi achado um osso de lobo com profundas incisões, em número de cinquenta e cinco; estavam dispostos em duas séries, com vinte e cinco numa e trinta na outra, com os riscos em cada série, dispostos em grupos de cinco. Tais descobertas arqueológicas fornecem provas de que a ideia de número é muito mais antiga do que progressos tecnológicos como o uso de metais ou de veículo com rodas (BOYER, 2001, p. 3).

Dentre as muitas áreas da Matemática, podemos citar a Matemática Financeira, que apresenta-se com um papel importantíssimo, uma vez que, encontra-se diretamente ligada à questões de cunho cidadão. Sobre essa premissa, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), aulas de Matemática devem auxiliar na formação da cidadania, pois

[...] a matemática no ensino médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas (BRASIL, 1999, p. 251).

O destaque dado por esse documento é que o estudante deve ter possibilidade, através das aulas, de ir além do uso das fórmulas, mas que a escolha propicie oportunidades para que o mesmo venha a refletir sobre problemas reais e bem comuns em seu cotidiano.

Além disso, para que tais metas sejam alcançadas, muitos recursos precisam ser usados, tais como o livro didático de Matemática, que “[...] é um dos principais recursos utilizados, pelos professores, no seu trabalho diário e, para os alunos é uma das únicas fontes de pesquisa e estudo [...]” (SANTOS ET AL., 2007, p. 312).

Concordamos com Santos et al (2007), uma vez que, em muitas escolas, principalmente de alguns interiores, a principal de fonte de pesquisa é o livro didático e, a depender do mesmo e suas características, podemos ter a facilidade para uma educação de qualidade ou não.

Na realidade, os livros didáticos de Matemática devem oportunizar aos estudantes meios de resolver situações do dia a dia dos mesmos e, desse modo, contribuir para o desenvolvimento de ações reflexivas e cidadania.

Tendo em vista os fatos supramencionados e considerando a realidade educacional brasileira, este artigo busca relatar algumas informações coletadas em uma pesquisa



bibliográfica sobre estudos que analisaram alguns livros didáticos, destacando quais os focos dados pelos mesmos no âmbito da Matemática Financeira.

2 Metodologia

Esta pesquisa buscou fazer uma análise em alguns trabalhos de pesquisas realizados no campo da Educação Matemática e, para isso fizemos busca em sites de universidades e em outros que apresentam artigos científicos.

Após o procedimento anteriormente descrito, fizemos uma triagem sobre aqueles trabalhos que realizaram uma abordagem sobre como a Matemática Financeira era abordada no âmbito dos livros didáticos, que são peças importantes para a educação Básica, pois os mesmos são instrumentos de grande importância usados no processo educacional, em tal etapa (NASCIMENTO, 2004).

Este artigo de revisão de literatura aborda seis trabalhos, bem como os destaques que os mesmos realizaram em alguns livros, visando “medir” a importância da Matemática Financeira e suas abordagens, considerando os aspectos a cidadania, dentro das obras. A seguir, os resultados serão explicitados.

3 Resultados e análises

Cóser Filho (2008) teve como aporte teórico Kaput (1992) e Tall (1999) e fez análises de alguns livros didáticos, vejamos no quadro1:

Quadro 1: Livros analisados por Cóser Filho

Bianchini, E.; Paccola, H. Curso de Matemática , Volume Único, 2003; Dante, L.R. Matemática: contexto & aplicações , Volume 1, 2007; Fernandes, V.; Silva, J.D.; Mabelini, O. Matemática para o Ensino Médio , Volume Único, 2005;



Giovanni, J.R.; Bonjorno, J. R. **Matemática: uma nova abordagem**, Volume 1, 2000;

Guelli, O. **Matemática: Série Brasil**, Volume Único, 2003;

Zampirrollo, M.; Scordamaglio, M.; Cândido, S. **Matemática: Projeto Escola e Cidadania para todos**, Volume 1, 2004;

Youssef, A.; Soares, E.; Fernandez, V. **Matemática: de olho no mundo do trabalho**, Volume Único, 2004.

Fonte: Cóser Filho (2008)

Na concepção apresentada na pesquisa, os temas de Matemática Financeira são apresentados de modos diferentes, quanto ao nível, como a forma, pois é, segundo ele, “é possível constatar a disparidade entre as abordagens utilizadas, os conceitos trabalhados e os exercícios propostos” (p. 37).

Cóser Filho (2008), considerando as dificuldades dos materiais para abordar a Matemática Financeira na Educação Básica, apresenta uma proposta de elaboração de material didático para que os estudos de tal parte da Matemática possam ser apresentados de modo consistente e adequados para os alunos.

O estudo de Cóser Filho (2008), destaca que:

Nenhuma publicação, dentre as analisadas, consegue equilibrar abordagens que sejam, ao mesmo tempo, matematicamente corretas, associadas a conceitos de Matemática básica e que evidenciem as características centrais das movimentações financeiras que os autores propõem estudar (p. 57).

Além do mais, a análise dos livros possibilitou verificar que não existe uma padronização de quando o assunto é inserido nas obras, pois

[...] alguns livros abordam o assunto entre os estudos de funções exponenciais e progressões geométricas, outros o fazem após o estudo das progressões e, em um caso específico, a abordagem ocorreu consideravelmente antes dos dois conceitos citados, sendo mais uma vez estudada (praticamente da mesma maneira!) como encerramento dos capítulos das funções exponenciais e das progressões, e novamente uma terceira vez, ao final do Ensino Médio (p. 57).



O autor apresenta que as obras deixam algumas lacunas, tais como: problemas conceituais, exercícios e associação com outros conceitos, por exemplo, “os exercícios propostos, em sua maioria, se limitam a simples repetições das fórmulas e procedimentos desenvolvidos na resolução dos exemplos ao longo dos capítulos” (p. 58).

Além disso, o estudo realizado por Cóser Filho (2008) mostra que, a forma como os autores dos livros didáticos aborda a Matemática Financeira é bem divergente, uma vez que em alguns, o assunto é trabalhado entre Progressões Geométricas (P.G.) e Funções Exponenciais, outros após PG e um deles, abordou a temática, antes mesmo de fazer uma abordagem conceitual dos temas citados.

E como conclusão de sua análise, Cóser Filho (2008) destaca que os conteúdos não são abordados com a profundidade necessária para que alguns temas tão importantes da matemática Financeira possam ser destacados, tais como sequências de pagamentos quanto de depósitos, que é um problema prático com muita relação com o cotidiano das pessoas, usados nas compras parceladas por exemplo.

Nascimento (2004), analisara 8 livros didáticos, citados no quadro 2 abaixo

Quadro 2: Livros analisados por Nascimento

Bezerra, M.J.; Putnoki, J.C. Novo Bezerra – Matemática, Volume Único, 1994; Bianchini, E.; Paccola, H. Curso de Matemática , Volume Único, 1997; Bianchini, E.; Paccola, H. Curso de Matemática , Volume Único, 1999; Dante, L. R. Matemática , Volume único, 2000; Filho, B.B; Silva, C.X. da. Matemática , Volume 3, 1998; Filho, B.B.; Silva, C. X. da. Matemática – aula por aula , Volume Único, 2000; Giovanni, J.R.; Bonjorno, J.R.; Jr, J.R.G. Matemática Completa , Volume Único, 2002; Santos, C. A. M. dos.; Gentil, N.; Emílio, S. Matemática – Novo Ensino Médio , Volume Único, 2003.

Fonte: Nascimento (2004)



A pesquisa de Nascimento (2004) buscava verificar a presença de temas como: porcentagens, juros simples, desconto bancários simples, juros compostos, amortização, capitalização e sistemas de empréstimos.

Conforme o pesquisador, os livros didáticos são importantes no processo de ensino aprendizagem, uma vez que

[...] constituem um instrumento importante para o ensino e aprendizagem, seria desejável que oferecessem subsídios para que o professor pudesse desenvolver suas atividades de forma adequada às propostas oficiais, tanto no preparo de suas aulas quanto na sua prática docente. (NASCIMENTO, 2004, p. 51).

O autor destaca que os livros didáticos influenciam muito no trabalho didático e, o fator preocupante fora que, em suas análises, muitos dos livros analisados não traziam conteúdos diretamente ligados ao tema pesquisado e, em alguns pontos, quando são apresentados, são de modo superficial, por exemplo, faltando relação entre temas como funções exponencial, logarítmica e a matemática financeira.

A pesquisa de Nascimento (2004) encontrara, por exemplo, livro com mais de 550 páginas que trazia apenas 8 delas falando sobre a Matemática Financeira, que é tão importante, assim como outras temáticas da matemática para a formação cidadã.

O trabalho de Teixeira e Coutinho (2013), teve como objetivo fazer uma discussão sobre a presença de conteúdos de matemática financeira nos livros didáticos do Ensino Médio para os livros aprovados no Programa Nacional de Livros Didáticos (PNLD 2012), para que assim tivessem uma percepção sobre as condições didáticas que os livros apresentavam para o desenvolvimento da temática.

Indo além, os pesquisadores destacam que

Um dos elementos norteadores contemplados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) explicita que o ensino da matemática deve capacitar os estudantes para interpretar matematicamente situações do dia-a-dia ou do mundo tecnológico e científico e saber utilizá-la para resolver situações-problema nesses contextos (TEIXEIRA e COUTINHO, 2013, p. 10).



Concordando com os pesquisadores, concordamos que, de fato, os livros didáticos devem apresentar temas, sempre que possível, mais voltados para a vida dos discentes, de modo a despertá-los para uma formação cidadã, onde temas como destacam Macedo e Jesus (2013), como o uso da linguagem comercial, a legislação econômica e aplicações financeiras devem ser objetos de estudos nos livros do PNLD.

Além do mais, cremos que outras temáticas, tais como: orçamento familiar, inflação, previdência, cartões de crédito e outros semelhantes, devem ser abordados no âmbito dos materiais didáticos ofertados aos alunos.

O trabalho de Novaes (2009), que também faz uma abordagem sobre alguns livros didáticos, e como eles apresentam os conteúdos de matemática financeira, se justifica pela importância do livro nas aulas de Matemática, pois como a pesquisadora enfatiza que

[...] vários fatores como a falta de tempo, por exemplo, fazem que os livros didáticos tenham forte influência no trabalho dos professores em sala de aula. Acreditamos que eles acabam determinando as escolhas dos conteúdos de maneira mais incisiva que os documentos oficiais (p. 45).

Segundo a pesquisadora, a inclusão de temas de matemática financeira dentro dos livros didáticos é uma das exigências legais destacadas nos PCN. Os livros abordados apresentaram basicamente os temas de: juros simples e compostos, temas que, ao serem abordados “de forma tradicional, por meio da aplicação de fórmulas sem significado para o aluno” (p. 45). A pesquisadora analisara os seguintes livros:

Livro 1. DANTE, L. R. Matemática, vol. 1, 1ª ed. São Paulo: Ática, 2004.

Livro 2. PAIVA, M. Matemática, vol. único, 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2005.

Livro 3. SMOLE, K.S.; DINIZ, M.D.. Matemática – ensino médio, vol. 3, 5ª ed. São Paulo: Saraiva, 2005.

Para as conclusões de cada livro Novaes (2009) elaborara um roteiro, que era composto de seis questões, as quais a seguir citemos:

Questão 1. Como é realizada a abordagem dos conceitos básicos da matemática financeira?



Técnica 1.1. Através de fórmulas, apresentando suas demonstrações.

Técnica 1.2. Através de fórmulas, mas sem apresentar suas demonstrações.

Técnica 1.3. Através da visualização, com generalização.

Técnica 1.4. Através da visualização, sem generalização.

Técnica 1.5. Baseado na visualização, mas depois usando fórmulas na resolução dos problemas.

Questão 2. Como é introduzido o conceito?

Técnica 2.1. Começa com um problema motivador para alcançar a construção do conceito.

Técnica 2.2. Começa com um exemplo simples para depois introduzir o conceito.

Técnica 2.3. Começa diretamente com o conceito para depois colocar exemplos, exercícios ou problemas.

Questão 3. Contempla questões do cotidiano do aluno?

Buscamos verificar se o livro didático aborda os conceitos da matemática financeira relacionando-os com questões do cotidiano.

Questão 4. Relaciona os conteúdos da matemática financeira com progressões?

Investigamos aqui se o livro buscou fazer uma integração de juro simples com progressão aritmética (P.A.) e de juro composto com P.G..

Questão 5. Relaciona os conteúdos da matemática financeira com funções?

Procuramos verificar se o livro buscou fazer uma integração de juro simples com função afim e de juro composto com função exponencial.

Questão 6. Traz contribuições na formação da cidadania?

Procuramos observar se o livro proporciona uma análise crítica da informação, usando exemplos do cotidiano para estimular o aluno a fazer questionamentos, formulações e validação de dados, explorando questões sociais, éticas, de consumo ou políticas.

A análise feita por Novaes (2009), é apresentada a seguir no quadro 3.



Quadro 3: A análise feita por Novaes dos livros didáticos

Questão	Técnica	Liv1	Liv2	Liv3
1	1.1	X	X	X
	1.2			
	1.3			
	1.4			
	1.5			
	1.6			
2	2.1	X	X	X
	2.2			
	2.3			
3	-	SIM	SIM	SIM
4	-	SIM	SIM	SIM
5	-	SIM	SIM	SIM
6	-	NÃO	NÃO	SIM

Fonte: Novaes (2009)

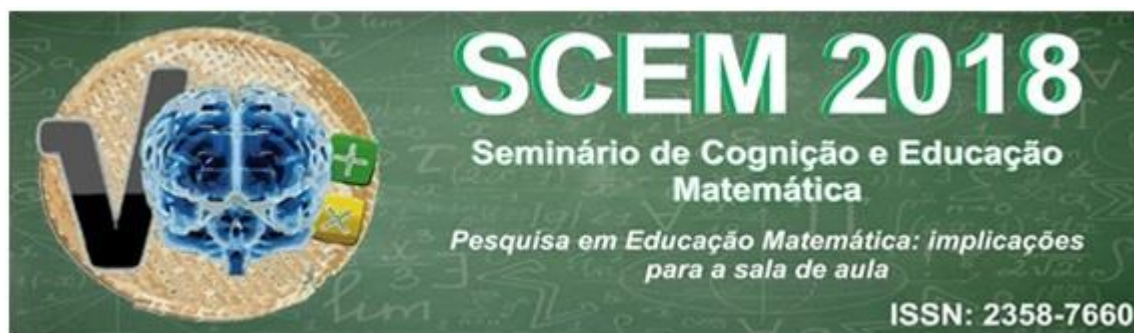
Além disso, um fato importante a ser destacado foi que, em duas dessas obras, Livros 1 e 3, usaram um problema como ponto de partida para iniciar o assunto de Matemática Financeira.

Gallas (2013) fez a análise de alguns livros didáticos de Matemática do Ensino Médio utilizados em escolas públicas do estado do Paraná em 2012 buscando verificar alguns pontos em relação ao assunto de Matemática Financeira. Vejamos os livros analisados:

Livro 1: GIOVANNI, J.R. Matemática Fundamental. 2º grau. Volume único. São Paulo: FTD – 1997.

A pesquisa mostra que, em nenhum momento o livro trata da Financeira propriamente dita. O único tópico que fala de porcentagem, o faz de modo descontextualizado, apresentado exemplos bem básicos, como: “Em um colégio estudam 750 alunos. Destes, 52% estudam no período da tarde. Quantos alunos estudam no período da tarde?” (GIOVANNI, J.R., 2007 apud GALLAS, 2013, p. 26).

Para além do mais, o pesquisador diz que a linha de raciocínio empregado nas demais questões é bem semelhante ao caso anteriormente citado e que, ao final do capítulo, em uma



lista de exercícios complementares, o mesmo apresenta questões com média complexidade retirada de concursos vestibulares, como vemos na Figura 1:

Figura 1: Lista de exercícios referente as noções de Matemática Financeira

Exercícios propostos

- 1 Uma loja aumenta 20% o preço de um par de sapatos que custa R\$ 40,00. Ao entrar em liquidação, essa loja passa a oferecer o mesmo par de sapatos com um desconto de 20% para pagamento à vista. Quanto você irá pagar pelo par de sapatos se comprá-lo à vista?
- 2 Um muro retangular de 10 m de comprimento por 2 m de altura tem 40% de sua área pintada. Destes, 15% são pintados de vermelho. Determine a área do muro pintada de vermelho.
- 3 (Faap-SP) Um automóvel adquirido por R\$ 20 000,00 foi vendido com 20% de lucro sobre o preço de venda. Qual foi o lucro em reais?
- 4 (UFMG) Um autor recebe 10% de direitos autorais de um livro que é vendido por R\$ 7,50. Para que o autor ganhe R\$ 1 173,00 de direitos autorais, quantos livros ele deverá vender?
- 5 (Fumec-MG) Um investidor aplicou R\$ 20 000,00 em poupança, que rendeu 23%, e R\$ 50 000,00 em CDB, que rendeu 29%. Após o crédito desses rendimentos, qual a quantia que o investidor vai possuir?
- 6 (Fuvest-SP) Uma mercadoria cujo preço de tabela é R\$ 800,00 é vendida à vista, com desconto de $x\%$, ou em duas parcelas iguais de R\$ 400,00, sendo a primeira no ato da compra e a segunda um mês após a compra. Suponha que o comprador dispõe do dinheiro necessário para pagar à vista e que ele sabe que a diferença entre o preço à vista e a primeira parcela pode ser aplicada a uma taxa de 25% ao mês. Nessas condições, será vantajosa para ele a compra a prazo se $x = 15$?

Unidade B

Fonte: GIOVANNI, J.R. (1997 apud Gallas, 2013, p. 26)

Esta obra, segundo o pesquisador não abordava conceitos da área em questão e os exemplos são bem superficiais, pois:

Os principais conceitos de Matemática Financeira são totalmente omitidos. Os exemplos e exercícios propostos, em sua maioria, não exigem grande raciocínio do aluno em sua resolução, bastando apenas a aplicação da fórmula. Não há também nenhum estímulo a análise visual do aluno, pois não são apresentados gráficos e tabelas nos exemplos e exercícios (GALLAS, 2013, p. 26).

Livro 2: PAIVA, M. Matemática, volume único – 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2007.



Neste livro, o autor aborda a Matemática Financeira a partir de uma revisão de porcentagem e, ao fazer tal ação, o faz baseado em um problema do cotidiano, usando uma manchete de jornal, como mostra a Figura 2:

Figura 2: Exemplo de aplicação para porcentagem em uma manchete de jornal



Fonte: PAIVA (2007 apud Gallas, 2013, p. 27)

Segundo o pesquisador, o livro traz muitos exercícios e, em vários casos os mesmos aparecem na forma de situações-problema, envolvendo o cotidiano do aluno, como por exemplo: “Na compra de uma camisa tive um desconto de 12% sobre o preço da etiqueta. Qual era o preço da etiqueta, sabendo que o desconto foi de R\$ 2,40?” PAIVA (2007 apud GALLAS, 2013, p. 27).

O livro em análise, de acordo com Gallas (2013), tem muitas partes que privilegia apenas a aplicação de fórmulas e outros vão além e usam recursos como tabelas e gráficos, onde abordara os conceitos de Juros Simples e Compostos, partindo de algumas aplicações práticas com situações-problema e depois trazendo a definição, fato que é bom para o desenvolvimento do ensino aprendizagem dos estudantes, isto é, usando um problema matemático como ponto



de partida para o ensino da disciplina. A obra, segundo o pesquisador, omite alguns temas da Matemática Financeira.

Livro 3: SOUZA, Joamir R. de. Novo Olhar matemática. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2010.

Segundo Gallas (2013) esta obra, ao abordar os temas voltados para a Matemática Financeira, o faz partindo de uma ambientação, mostrando onde os diversos conceitos podem ser aplicados no cotidiano dos discentes, como “ [...] compra de um carro, a aquisição da casa própria ou mesmo da compra de uma viagem visando estimular o interesse do aluno ao conteúdo” (p. 29).

Depois dessas informações, que a nosso ver são importantes para situar os alunos dentro das diversas situações onde os mesmos irão precisar usar a matemática, o que certamente os motivará, a obra faz uma revisão sobre porcentagem, onde muitos problemas do dia a dia, a partir de gráficos e tabelas são propostos.

Segundo o pesquisador, o autor do livro em questão, faz novamente uma ambientação sobre acréscimos e descontos sucessivos e depois introduz temas como: capital, juro, taxa, tempo e montante. Logo após esses aspectos destacados, apresenta informações históricas da Matemática Financeira.

De acordo com Gallas (2013), após a explanação mencionada, a obra inicia os Juros Simples e depois os Compostos, sempre com destaque inicial de um problema voltado para o dia a dia. O livro traz bastante exercícios voltados para o cotidiano do estudante. Vejamos:

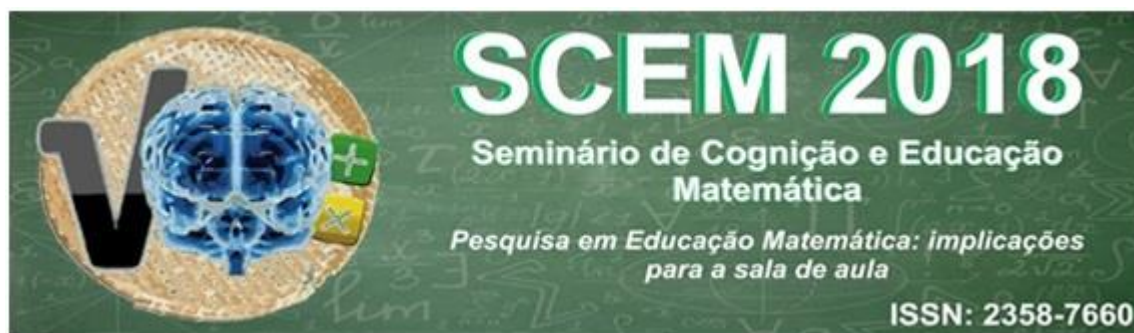


Figura 3: Lista de exercícios propostos pelo autor com diversas situações cotidianas do aluno

ATIVIDADES

Anotar as respostas no caderno

53 Luís aplicou R\$ 2 600,00 em um fundo de investimento que lhe rende juros compostos de 18% a.a. Qual será o montante obtido por Luís após três anos de investimento?

54 Certo capital foi aplicado à taxa de juros compostos de 18% a.m. durante 1 ano e 2 meses, gerando um montante de R\$ 729,15.

a) Qual foi o capital investido nessa aplicação?

b) Ao final do período, qual foi o percentual de aumento dessa aplicação?

55 Fabiana tomou como empréstimo a importância de R\$ 3 500,00 de certa instituição financeira que cobra uma taxa fixa de 4% a.m., no regime de juros compostos. Sabendo que ela pretende pagar essa dívida em parcela única após 4 meses, quantos reais de juros, aproximadamente, Fabiana pagará por esse empréstimo?

56 Uma pessoa aplicou R\$ 15 000,00 em um fundo de investimento que rende certa taxa de juros compostos. Sabendo que após 2 anos o montante é de R\$ 17 496,00, determine a taxa de juros anual dessa aplicação.

57 Quanto tempo seria necessário para um capital quadruplicar, se investido à taxa de juros compostos de 2% a.m.? Utilize $\log 102 = 2,0086$ e $\log 2 = 0,3010$.

58 Em certa loja, uma bola de futsal que custa R\$ 120,00 à vista pode ser paga em duas parcelas, sendo uma de entrada, no ato da compra, no valor de R\$ 70,00, e outra dois meses após a compra, no valor de R\$ 54,08, capitalizada a juros compostos. Qual é a taxa mensal de juros cobrada por essa loja?



Acervo da editora

59 Uma conta poupança pode ser aberta em uma agência bancária por qualquer pessoa munida de carteira de identidade (RG), Cadastro de Pessoas Físicas (CPF), comprovante de residência e uma quantia mínima, determinada pelo banco, para iniciar o investimento. O rendimento é mensal e a valorização é de 0,5% a.m. mais a TR (taxa referencial, calculada e divulgada diariamente pelo Banco Central).

Sabendo que um capital de R\$ 300,00 rendeu em 2 meses R\$ 3,61 de juros, calcule a TR em cada um desses meses, considerando que ela foi constante.

76

Fonte: SOUZA (2010 apud Gallas, 2013, p. 27)

Um destaque para os exercícios nesta obra do livro analisado por Gallas (2013) foi algumas dicas de uso de recurso como a calculadora, fato importante no processo de ensino aprendizagem. O uso didático da calculadora tem apoio em estudos de pesquisadores da Educação Matemática, como Sá (2010), que aponta tal recursos didático como uma ferramenta importante para desenvolver o ensino e aprendizagem.

Além do mais, Gallas (2013) destaca que Souza (2010) traz uma relação básica entre juros e funções com uma análise entre juros x tempo e trabalha fatos bem presentes da realidade das pessoas, como os sistemas de amortização: SAC e PRICE com suas fórmulas e tabelas mostrando a evolução das amortizações, juros e saldo devedor mês a mês.



De acordo com o estudo feito na obra, Gallas (2013) concluiu que a mesma se aproxima das orientações do PCNEM e DCE.

Livro 4: GENTIL, N.; GRECO, S.E.; SANTOS, C.A. Matemática – Volume Único. Editora Ática: 2006.

Esta obra, segundo Gallas (2013), trazia um capítulo voltado ao estudo da Matemática Financeira, onde os autores o fazem com conexão com as P.G., fato que acreditamos ser muito importante, uma vez que, muitos temas da Matemática Financeira, para serem entendidos, precisam de tais conhecimentos.

Quanto à abordagem, assim como a maior parte dos livros, tem os exercícios descontextualizados e visam, nada mais que a aplicação da fórmula, sem que o discente raciocine de fato.

Quando faz a apresentação de Juros Simples, a obra em questão, de acordo com Gallas (2013), privilegia o uso da fórmula e não se exige raciocínio do estudante para resolver problemas práticos. Já no outro tipo de Juros, os Compostos, a obra aborda do ponto de vista de uma P.G., mas os exercícios ficam com a mesma abordagem dos Juros Simples.

Sobre esta obra, em relação ao conteúdo de Matemática Financeira, Gallas (2013, p. 32), deixa claro que “possui apresentações superficiais da teoria e os exercícios mecânicos e repetitivos que não permitem o desenvolvimento da capacidade de raciocínio do aluno e sua tomada de decisões”.

Livro 5: DEGENSZAJN, D.; DOLCE, O; IEZZI, G.; PÉRIGO, R. Matemática – Volume Único. Editora Atual, São Paulo: 2011.

Segundo Gallas (2013), nesta obra, a Matemática Financeira tem início, ao fazer uma revisão sobre: razão, proporção e porcentagem, destacando temas do cotidiano dos alunos.

Antes de abordar os Juros Simples, os autores da obra mostram ideias de onde podem ser aplicados, tais como: compra, venda, empréstimos, financiamentos. Isso mostra que



[...] o autor inicia o tópico de juros simples com uma surpresa agradável, pois o autor antes de mostrar a fórmula e apresentar os exemplos, faz uma revisão dos conceitos básicos e depois disso desenvolve a ideia de juro simples, mostrando ao aluno como este conteúdo está presente no seu cotidiano, ambientando o aluno, fazendo com que este sintam-se um agente ativo dentro da Matemática Financeira (p. 33).

No entanto, depois abordam a temática, mas ao apresentarem exercícios, infelizmente privilegiam exercícios que não fazem abordagem com problemas cotidianos dos discentes. Quando vão abordar Juros Compostos, o procedimento é repetido.

Gallas (2013) elucidou que a obra, mesmo que superficialmente, apresenta os tópicos de descontos simples e composto. Além disso, a falta de situações-problema com temas voltados ao dia a dia dos alunos, sem dúvidas, deixa comprometida a compreensão do conteúdo.

Finalmente, Gallas (2013) destacou que os livros analisados na pesquisa, que são objetos importantes para o ensino aprendido, ainda estão sem cumprir aquilo que dizem os do PCN, PCNEM e DCE, sendo eu um deles, o **Livro 3**, tem mais aproximações com o que se espera de uma obra desse nível, tendo em vista as recomendações oficiais.

Sousa (2014), em sua pesquisa também realizara as análises de alguns livros, a saber:

(I) Matemática Completa, 1ª série. Ensino Médio. Autores: José Ruy Giovanni e José Roberto Bonjorno.

(II) Matemática, Ensino Médio. Volume 3. Autoras: Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz.

(III) Matemática Ciência e Aplicações, Ensino Médio. Volume 1. Autores: Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida.

(IV) Matemática, 1ª série. Ensino Médio. Autor: Luiz Roberto Dante.

(V) Conexões com a Matemática, Ensino Médio. Volume 3. Organizadora: Editora Moderna. Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. Editora responsável: Juliane Matsubara Barroso.

(VI) Construindo a Matemática, Ensino Médio. Volumes I, II e III. Autores: Antônio de Pádua Raposo, Ciro Nogueira Filho, João Bosco Pitombeira de Carvalho, José Othon Dantas Lopes, Luciano Moura Cavalcante e Manoel Ferreira de Azevedo Filho.



A pesquisa em questão mostrou que, em relação aos temas abordados no âmbito da Matemática Financeira, em todas as obras, porcentagem, juros simples e juros compostos são os assuntos com maior destaque e que, as obras procuram contextualizar os problemas de Matemática Financeira.

Os livros (I), (IV), (V) e (VI), quando trabalham juros compostos, dão destaque para o cálculo do valor atual de um capital. Quanto a questão de maior abrangência, segundo a pesquisa, o livro (VI) é o mais completo.

Além do mais, de acordo com a pesquisa,

[...] o livro (VI) aborda também os seguintes pontos: sistemas de capitalização, capitalização simples, tipos de taxas, taxas proporcionais, taxas equivalentes, taxa efetiva, juros simples para períodos não inteiros, descontos comercial e por dentro, tanto para juros simples como para juros compostos. Aborda também rendas, anuidades, inflação e deflação. Em nenhum dos livros sequer foi mencionado o assunto sistemas de amortização (p. 59).

Quando se fala em conexões entre juros simples com P.A. e juros compostos com P.G., apenas no livro (I) não faz tais apresentações.

Quanto ao uso de tecnologias na educação, em especial o uso da calculadora se faz presente nos livros (I), (II), (III) e (IV) e, no caso de uso de planilhas eletrônicas é mencionada em apenas (II) e (V), fato que merece destaque a dica dada no livro (II), onde as pesquisadoras sugerem a utilização da planilha gratuita, que são as trabalhadas nos laboratórios das escolas públicas, do Broffice, a qual é de fácil download. Até por que devemos que lembrar que nos laboratórios das escolas públicas se trabalham com softwares livres.

Sousa (2014), após realizar as devidas análises, conclui que, apesar da relevância da Matemática Financeira para o cotidiano do aluno, tem um tratamento ainda aquém do necessário no âmbito do ensino médio, onde muitas vezes, são apresentadas sínteses de porcentagem, juros simples e juros compostos, fato que colaboração inferior necessária para a formação cidadã.



4 Considerações finais

Ao concluirmos a pesquisa, que possuía como finalidade realizar uma investigação sobre como os estudos realizados em relação ao livro didático, mostram os destaques apresentados no âmbito da Matemática Financeira, nos permitiram inferir que a qualidade, bem como o nível das abordagens e questões, pertinentes ao tema, encontra-se aquém do esperado.

As informações coletadas nos mostraram que, uma das possíveis explicações sobre os baixos níveis aprendizagem em Matemática Financeira encontra-se no fato dos livros didáticos fazerem uma abordagem, em muitos casos, adversa do que deveriam fazer, situação que vem a colaborar para baixos níveis de aprendizagem e consequentemente, notas baixas em exames que apresentam questões do tema.

Finalmente, diante do que foi exposto, acreditamos que o uso do livro didático é importante, mas que antes deve abordar temas mais contextualizados, partindo da realidade estudantil, nesse sentido sugerimos algumas reformulações nas abordagens dos conteúdos, bem como na inclusão, em algumas obras destacadas nesse estudo, para que assim consigamos atingir as metas no âmbito da Matemática Financeira, colaborando para a cidadania, em aspectos relevantes, tais como evitar o endividamento.

5 Referências

BOYER, C. B. **História da matemática**. 2ªed. São Paulo: Edgard Blucher, 2001. 488 p.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ministério da Educação. Brasília, 2000.

COSER FILHO, M. S. **Aprendizagem de Matemática financeira no ensino médio**: uma proposta de trabalho a partir das planilhas eletrônicas. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007. Disponível em: < http://www.mat.ufrgs.br/ppgem/produto_didatico/sequencias/coser/dissertacao_coser.pdf >. Acesso em: 3 nov. 2016.

GALLAS, R. G. **A importância da Matemática financeira no ensino médio e sua contribuição para a construção da educação financeira no cidadão**. 2013. 57 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Setor de Ciências Exatas e Naturais, da Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2013. Disponível em:



<https://sca.proformat-sbm.org.br/tcc_get.php?cpf=04105195964&d=20160610075650&h=a130336f13cf2108750656fbd59b313f143229c4>. Acesso em: 10 jun. 2016.

NOVAES, R. C. N. **Uma abordagem visual para o ensino da Matemática financeira no ensino médio**. 2009. 205 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: <<http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/18%20Rosa%20Novellino.pdf>> Acesso em: 3 nov. 2016.

SILVA, E. T. **Criticidade e leitura**: ensaios. Campinas, SP: Mercado de Letras: Associação de Leitura do Brasil (ALB), 1998.

TEIXEIRA, J.; COUTINHO, C. de Q. e S. **A educação financeira preconizada pela ENEF – Estratégia Nacional de Educação Financeira e seus efeitos na escola básica**: uma análise do guia do PNLD, 2013. Disponível em: <http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1023_1049_ID.pdf>. Acesso em: 23 out. 2013.



A PORCENTAGEM E OS PESCADORES DO MUNICÍPIO DE SALINÓPOLIS-PARÁ

Lucivaldo Vieira Pinheiro⁶
Universidade Vale do Acaraú
Lvpinheiro26@gmail.com
Sandro Benício Goulart Castro⁷
Universidade do Estado do Pará
sandrobeniciogoulart@gmail.com

Resumo

Este artigo apresenta o resultado de uma pesquisa que objetivou investigar se o cálculo percentual é utilizado pelos pescadores na venda do pescado no município de Salinópolis. A produção das informações ocorreu por meio das seguintes etapas: conversa informal com uma amostra de 20 pescadores, observação dos mesmos no lócus da pesquisa, a aplicação de formulários sócios econômicos, que permitiram analisar o entendimento dos sujeitos participantes, no que diz respeito ao uso da porcentagem relacionada com seu cotidiano. O trabalho desempenhado proporcionou aprendizagens fundamentais referentes ao assunto, estabelecendo ligações entre o conhecimento formal de porcentagem e aquilo que se usa no cotidiano de um pescador. As análises dos resultados indicaram o quanto não é usada a porcentagem como ferramenta na prática da atividade pesqueira.

Palavras chaves: Matemática. Porcentagem. Pescado. Venda.

1– Introdução

A sociedade atual tem certas necessidades das tecnologias que ela mesma gerou. Para entender estas necessidades, diversas ciências intervêm buscando resolver os desafios que surgem. Na pesca realizada nos oceanos, nos rios, nos lagos, não basta somente à habilidade e a experiência dos pescadores, mas para realizar esta atividade, a matemática também intervém, fornecendo os instrumentos teóricos para que se determine além do peso, da qualidade, da localização e da abundância dos cardumes de peixes; outros instrumentos ligados à parte de comercialização do pescado. Este é um exemplo da estreita ligação entre a atividade da pesca e a matemática.

⁶Graduado em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA) Pós - Graduado do Curso de Especialização em Matemática Fundamental da Universidade Federal do Pará (UFPA), e-mail: lvpinheiro26@gmail.com

⁷ Mestrando no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, da Universidade Estadual do Pará (UEPA), e-mail: sandrobeniciogoulart@gmail.com



De acordo com Paulics (2000, p.28), a conexão entre a atividade da pesca e a matemática, está muito mais relacionada ao uso e aproveitamento econômico e social do pescado capturado do que ao seu volume. Muitas das espécies capturadas no Brasil são de alto valor econômico, e a pesca, na sua maioria de características tropicais ou subtropicais, é praticada por um grande número de pessoas, o que tem como consequência um maior aproveitamento da captura e distribuição mais ampla e direta do benefício que pescarias mono específicas.

Ainda segundo Paulics, (2000, p. 3) a relação entre a pesca e a matemática está ligada ao desempenho de diversas atividades, que surgem desde a confecção de redes e tarrafas até a construção e reforma de embarcações. Desde a produção do gelo até o fornecimento de alimentos para as tripulações. Desde o trabalho dos pescadores abordo dos barcos até o descarregamento do pescado e avaliação de sua qualidade para comercialização.

Na atividade da pesca podem ser trabalhados diferentes conceitos matemáticos, que de acordo com Mendes (2006, p.6) torna-se necessário abordar a matemática, seus conceitos enquanto uma atividade referente à efetivação de um pensamento ativo, que busca construir soluções para os processos lógico-interrogativos surgidos no dia-a-dia.

Na relação pesca e matemática pode ser trabalhado vários conteúdos, tais como sistema de medidas, sistema monetário, juros, funções, porcentagem etc. Sendo que, o conteúdo que estará em destaque neste artigo será, “porcentagem”, haja vista que, este assunto esta diretamente relacionado com atividade da pesca, a comunidade pesqueira e a comunidade escolar.

Lello (1981) destaca que porcentagem é o número de tantos por cento recebidas ou pagas na proporção de um por cento e mostra também outras palavras referentes à porcentagem como: percentagista (pessoa que recebe percentagens), percentil (grandeza dos elementos que divide uma série de dados em grupos igualmente numerosos ou intervalos iguais), percentual (vem do brasileiro).

Ao abrir o jornal, ligar a televisão ou olhar vitrines de lojas e supermercados num deparamo-nos com expressões do tipo:



“O Brasil é o segundo maior produtor de bananas do mundo, atrás da Índia. Mas desperdiçamos 60 % de nossa produção.”

“Em 2009 a produção de pescado no Brasil atingiu 68 % do consumo interno.”

“Apenas 15 % dos associados da colônia - Z 29 estão em dias à mensalidade do mês de maio.” (Jornal O liberal - 2009)

Tais expressões, na maioria das vezes aparecem em forma de PORCENTAGEM (%). Percebe-se assim, que a notação de porcentagem é muito usada em nossa sociedade, pois é muito útil para reduzir os dados estatísticos a uma forma mais fácil de ser entendida e para comunicar as relações da aplicação comercial do número. Segundo Giovanni (2002), é muito importante desenvolver não apenas o significado matemático de porcentagem, mas também a sua função de comparações etc.

2 -A Importância da Pesca para a Economia Municipal

O ambiente aquático é sem dúvida, um dos componentes mais importantes da natureza Amazônica. E a pesca, sobre tudo, ocupa um lugar de destaque na economia regional. O peixe é o sustentáculo da alimentação do homem na Amazônia brasileira.

Assim como no passado, atualmente a atividade da pesca no município de Salinópolis é refletida diante das condições físicas e ambientais do espaço regional e paralelamente de políticas públicas, que apenas visam uma recompensa de estado econômico. Dessa forma, a principal atividade econômica (pesca), originalmente se desenvolve em função da grande produção de pescado, que ocorre de janeiro a junho, e nesse período de safra, esse setor chega a empregar o maior volume de mão - de - obra, sendo o responsável principal pela circulação de renda do município.

Essa atividade econômica (pesca) possibilita, assim, o processo de desenvolvimento regional, que visa um maior incentivo e fomento ao desenvolvimento da agricultura familiar do município. Sendo que no setor primário, segundo estimativa da Secretaria Executiva de Estado de Planejamento, Orçamento e Finanças, (2005), apenas 1872 pescadores artesanais sobrevivem da comercialização da pesca, dentre os quais 400 são catadores de caranguejo e



maricultores⁸, os quais também sobrevivem do pescado e outras atividades correlacionadas à atividade pesqueira. Vale ressaltar que cerca de 80% dos agricultores também são pescadores, conforme a informação da Secretaria Executiva de Estado de Planejamento, Orçamento e Finanças, (2005).

Dentro desta atividade econômica, se destaca a pesca artesanal, a qual se realiza única e exclusivamente pelo trabalho manual do pescador. Na pesca artesanal a manipulação dos implementos e a participação do homem são fundamentais na obtenção do produto final.

O conhecimento adquirido sobre a pesca artesanal é transmitido ao pescador por seus ancestrais, pelos mais velhos da comunidade ou através da interação com os companheiros de ofício. É sempre realizada em embarcações pequenas (botes e canoas) a remo ou a vela motorizada, sem instrumentos de apoio à navegação, contando para a operação tão somente com a experiência, os saberes adquiridos, a capacidade de observação dos astros, dos ventos e das marés. Essa atividade não se apoia na produção ou estocagem.

No município de Salinópolis a pesca é desenvolvida de forma artesanal, caracterizando-se como uma atividade de subsistência da população local.

A pesca artesanal é desenvolvida durante o ano todo, segundo os pescadores; sendo que o período de maior captura do pescado, situa-se entre os meses de janeiro a junho. O horário de trabalho e de repouso é estabelecido em decorrência do fluxo e refluxo da maré que se diferenciam, no horário a cada dia de sua atividade.

Os pescadores apesar de praticar a atividade em todos os domínios pescatórios, em sua maioria são pobres, desprovidos de capital. Possuem instrumentos rudimentares com a finalidade de subsistência que promove a sua reprodução social, baseado no aproveitamento dos mananciais pesqueiros da região.

Artesanalmente, para explorar os produtos oferecidos pelo seu meio ambiente aquático, o pescador se utiliza de algo mais que o simples domínio do conhecimento sobre hábitos e biologia dos peixes, obedecendo às oscilações das marés. Para isso, utilizam instrumentos

⁸Maricultores: refere-se especificamente a aquicultura marinha, ou seja, cultivo de peixes e mariscos em geral.



como: currais, redes, embarcações, recipientes para acondicionar o pescado e outros artefatos sem os quais, a pescaria se tornaria impraticável.

Dentro da pesca artesanal em sua maioria, os pescadores são autônomos, pois trabalham sozinhos ou em parceria. Os parceiros da pesca são produtores diretos, despossuídos dos instrumentos que trabalham como: rede, canoa e outros; a remuneração é feita pelo sistema tradicional de divisão da produção em partes entre os envolvidos, ao final de cada pescaria.

3 – A atividade da Pesca no Município de Salinópolis

A pesca constitui-se em uma das principais atividades dos municípios locais na região paraense do Salgado, destacando-se como base econômica para essas localidades há várias décadas. Assim, localizado na região nordeste do estado do Pará, na zona do salgado, o município de Salinópolis possui uma localização geográfica que lhe garante uma situação privilegiada em relação aos estoques pesqueiros uma vez que está situado, junto à costa marítima do Pará, em áreas potencialmente ricas em mananciais piscosos, em face de fertilidade de suas águas.

A pesca artesanal⁹ é praticada em todos os municípios da Região do Salgado, visto que esta é uma área tradicionalmente pesqueira, e um dos principais centros produtores é o município de Salinópolis.

A pesca em Salinópolis é caracterizada como uma atividade de subsistência das mais tradicionais desenvolvidas pela população local. Nas décadas de 50 e 70 as pescarias eram realizadas próximas a terra, os principais aparelhos de trabalho aplicados à pesca na região eram os currais de peixes¹⁰, espinhéis¹¹ e as tarrafas¹².

⁹ Pesca artesanal: é um tipo de [pesca](#) caracterizada principalmente pela [mão-de-obrafamiliar](#), com [embarcações](#) de porte pequeno ou ainda sem embarcação, como na captura de moluscos perto da costa. Sua área de atuação está nas proximidades da [costa](#) e nos [rios](#) e [lagos](#).

¹⁰ Curral de peixe: Cercado destinado à pesca junto à praia, composto de três partes: a espia (entrada), a sala (espaço elíptico maior) e o chiqueiro (espaço circular).

¹¹ Espinhéis: instrumento de pesca formado por uma extensa corda, na qual se predem de espaço em espaço, linhas armadas de anzóis.

¹² Tarrafa: pequena rede de pesca circular, com chumbo nas bordas e uma corda no centro, pela qual o pescador a retira fechada da água depois de havê-la arremessada aberta.



Existe unanimidade entre os pescadores de Salinópolis que no passado, as águas eram mais piscosas¹³, de modo que as pescarias podiam ser realizadas próximo à praia e os resultados eram mais rápidos. A pesca representava um processo amplo de trabalho que ultrapassava a simples captura.

A despeito da abundância, que lhes permitia, em época de safra¹⁴, pescar poucos dias na semana, o trabalho desses pescadores e seus familiares não deixavam de ser intenso. Em primeiro lugar, como as redes¹⁵ e linhas eram de algodão, devia ser, pelo menos, semanalmente banhadas em uma tinta, para proteger os fios.

Além do trabalho rotineiro de conservação dos aparelhos de pesca, havia ainda o trabalho de salgar e secar os peixes. Pois não havia em circulação nem em municípios vizinhos a produção de gelo, assim, os peixes que eram capturados tinham de serem salgados e entrar num processo de secagem exposto ao sol após a captura para que ficassem conservados até o momento da comercialização.

O processo de salga e secagem, realizados em praias que contavam com uma pequena estrutura chamada rancho e residências dos pescadores, envolvia o trabalho de diversos membros da família, homens e mulheres.

4 - Metodologia da Pesquisa

Com objetivo de se verificar a utilização da porcentagem na atividade pesqueira; este trabalho lançou mão de diversos instrumentos metodológicos, para aferir se os pescadores reconhecem este conteúdo matemático dentro de sua atividade profissional, e principalmente a forma como os mesmos lidam no cotidiano com a porcentagem.

A pesquisa em questão foi realizada no mês de agosto de 2017, e contou com a participação e uma amostragem de 10 pescadores, a partir da delimitação do corrente quantitativo de participante a pesquisa seguiu as outras etapas.

¹³ Piscoso: Em que há muito peixe.

¹⁴ Safra: Época da passagem de um grande cardume, ou seja, período de abundância do pescado.

¹⁵ Utensílio: utilizado na pesca fluvial ou costeira, para recolher diversos tipos de peixes.



A observação em lócus dos envolvidos na pesquisa nos auxiliou de forma consubstancial no que diz respeito a conhecer a rotina dos investigados, pois grande parte da venda do pescado era realizada no próprio local na qual se realizava a pescaria.

Ainda com relação à observação utilizada neste estudo, Vieira e Tibola (2005) salientam que, na conjuntura antropológica destaca-se como uma técnica que “(...) é de essencial relevância, uma vez que busca constatar diferenças entre costumes e hábitos culturais. A observação não consiste apenas em ver e ouvir seu objeto de estudo, mas também em examinar fatos ou fenômenos”. (p.17)

Verifica-se também que no contexto de uma investigação, a observação apresenta diversos mecanismos para a obtenção de informações e conseqüentemente para a coleta de dados independentemente do estudo.

Nessa perspectiva, as conversas informais vislumbram como forte mecanismo utilizado pela observação apresentar proximidade com os pesquisados, permitindo através deste mecanismo que os mesmos exponham os seus pontos de vista de forma mais abrangente e com alto grau de veracidade junto ao pesquisador e principalmente aos objetivos da pesquisa em questão.

Dando prosseguimento a referida investigação realizou-se a aplicação de um questionário [formulário] de caráter socioeconômico para os pescadores, cujo objetivo principal era analisar o grau de conhecimento, dos envolvidos no presente estudo, com relação ao uso da porcentagem em seu cotidiano.

Quanto à etapa de análise de dados da pesquisa, esta se consubstanciou pela sintetização das informações recolhidas no decorrer das etapas [observação no lócus da pesquisa e entrevistas com pescadores] que antecedem esta última. A análise de dados centrou-se primordialmente na integração das diversas informações provenientes das observações, dos formulários socioeconômicos e das conversas informais; que se propunham a analisar a estreita ligação entre o conhecimento formal de porcentagem e a quilo que se usa no cotidiano de um pescador.

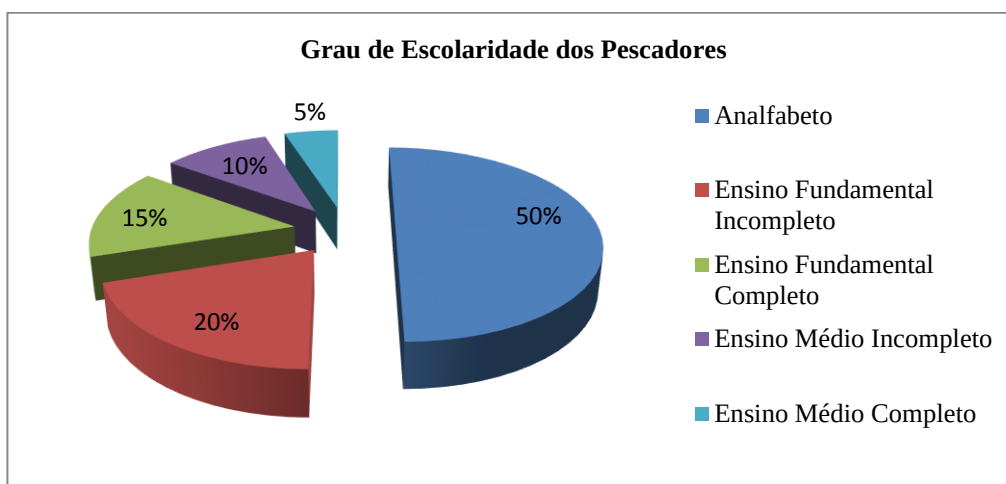


5 - Análise dos Dados Obtidos na Pesquisa

Esse capítulo tem como objetivo descrever, analisar e tratar os dados coletados de forma a prepará-los, para as análises que serão realizadas nos próximos subitens. Através da análise das informações das observações, dos formulários socioeconômicos e das conversas informais dos questionários [formulários socioeconômicos] aplicados para os pescadores categoria, teve-se a oportunidade de conhecer um pouco da realidade vivenciada por essa categoria profissional – [pescador], durante a realização da pesquisa.

Um dos primeiros questionamentos realizados aos sujeitos incluídos no estudo em questão se refere especificamente o grau de escolaridade dos mesmos, pois a partir desse aspecto (item) já se pode verificar a questão do conhecimento formal e informal dos pesquisados com relação à porcentagem; conforme nos mostra o gráfico - 01 a seguir.

GRÁFICO 01



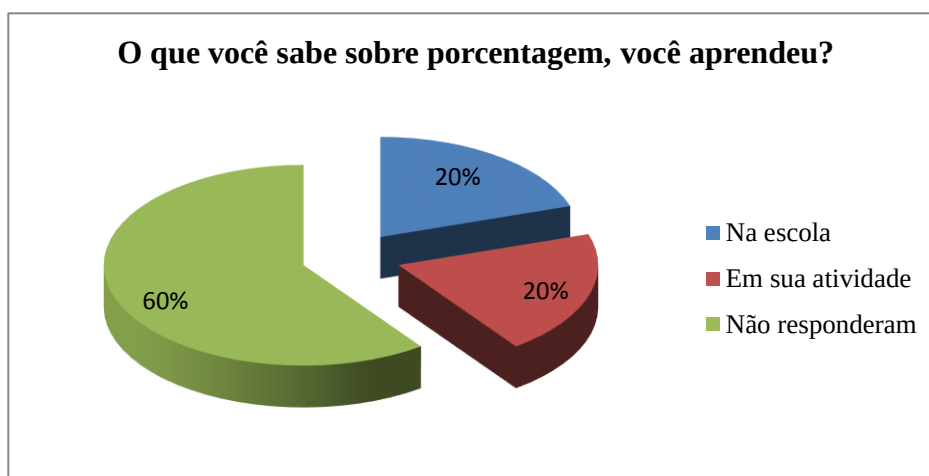
Fonte de Pesquisa: Pesquisa de Campo

No que concerne a esse aspecto ao questionar os sujeitos incluídos no referido estudo – pescadores; sobre o grau de escolaridade, verificou-se que a maioria dos pesquisados possuem baixo nível de escolaridade. A ocorrência de tal fato está estreitamente direcionada ao não frequentamento a escola, a rotina desgastante de sua atividade profissional [a pesca]; a fatores socioeconômicos [sustento da família] e a falta de incentivo de seus pais quando tais pescadores eram jovens.



Seguindo os mesmos parâmetros de questionamento do gráfico anterior [gráfico 01], o gráfico a seguir [gráfico - 02], procura estabelecer uma relação sobre o local ou momento no qual os pescadores aprenderam porcentagem.

GRÁFICO 02



Fonte de Pesquisa: Pesquisa de Campo

Considerando ainda a questão da porcentagem e primordialmente o local ou o momento em que aprenderam a utilizar essa importante ferramenta matemática, percebeu-se que, de acordo com o exposto no gráfico - 02, através dos dados coletados que do total de vinte (20) pescadores entrevistados, a grande maioria não responderam a referida questão por conta de fatores ligados consubstancialmente ao pouco desenvolvimento intelectual dos pesquisados, ocasionado pelo fato de terem baixo nível de escolaridade.

Quanto ao questionamento estabelecido no gráfico - 02, a respeito do local ou momento na qual aprenderam porcentagem, é bastante pertinente que se frise com relação a essa importante ferramenta matemática, que a mesma se destaca como um conteúdo que está presente na área da matemática financeira e também se encontra inserida em diversas atividades do cotidiano; inclusive na atividade pesqueira.

Sendo assim, a questão do conhecimento existente ou não da porcentagem na atividade pesqueira por parte dos pesquisados [pescadores], de acordo com o exposto no gráfico - 03,



mostrou de modo geral que grande parte desses profissionais apresentam dificuldades com relação à utilização dessa importante ferramenta matemática.

GRÁFICO 03



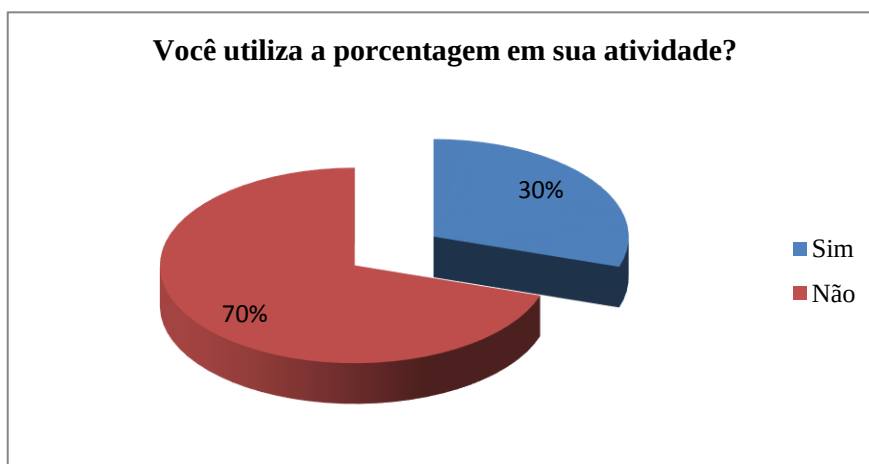
Fonte de Pesquisa: Pesquisa de Campo

De acordo com o contexto acima com relação à questão e os dados expressos no gráfico – 03; a resposta negativa a referida questão, deixa explícito a falta de conhecimento dos pesquisados com a relação à porcentagem e principalmente sobre a utilização desta dentro da atividade pesqueira. É notório também destacar que tal fato é proveniente do baixo nível de escolaridade dos pesquisados.

Na questão referente à utilização da porcentagem na atividade pesqueira – gráfico - 04, grande parte dos pescadores, por conta do nível de escolaridade pouco desenvolvido, mais uma vez deixaram transparecer suas dificuldades referentes à temática em estudo.



GRÁFICO 04



Fonte de Pesquisa: Pesquisa de Campo

Tomando como base a questão abordada no gráfico em análise [gráfico 04], verificou-se que a maioria dos pesquisados não relacionam a porcentagem a sua atividade profissional [a pesca]; e desconhecem a presença desta, como uma ferramenta matemática.

A negativa a questão em análise também expõe de forma concisa não apenas a falta de conhecimento dos pesquisados sobre “porcentagem”, mas também a realidade de nossos pesquisados junto a rotina imposta por sua profissão.

6- Considerações Finais

Os objetivos gerais da educação dizem respeito às propostas válidas para todos os indivíduos, sem exceção. O objetivo específico da Matemática é desenvolver em cada cidadão, habilidades e competências que lhe permitam comparar, analisar e sintetizar, tornando-o capaz de fazer uso concreto do conhecimento matemático que se faz necessário em atividades quantitativas.

Por meio da realização desta pesquisa verificamos, através dos resultados obtidos, o pouco contato dos pescadores do município de Salinópolis em relação a porcentagem, mais especificamente ao uso dessa ferramenta matemática, que é de suma importância na sua prática profissional, de modo que certamente isso venha a ser um reflexo da pouca escolaridade deles



e do fato de não terem consciência da importância da porcentagem em suas práticas de venda do pescado, não tendo a noção exata de lucro e prejuízo.

Não podemos deixar de frisar que, provavelmente, o pouco contato dessas pessoas com os estudos, está ligado aos resultados negativos obtidos neste trabalho, e que possibilidades de implantação de projetos, em parceria com as escolas, que venham a conscientizar os pescadores da importância dessa ferramenta matemática, devem ser fomentados e tratados como prioridade, por se tratar de uma região em que a pesca é uma das principais economias, de modo que a comunidade pesqueira possa perceber que o conhecimento matemático é algo que está bem próximo de seu cotidiano, e que ele pode ser muito útil se usado de maneira correta.

O que devemos entender enquanto professores é que a matemática, como área de conhecimento, precisa romper os muros escolares e aliar seus elementos à práticas contextuais, como por exemplo a venda de pescados, e dessa forma fazer valer o uso da matemática como algo palpável a todos que quiserem fazer uso dos benefícios que ela possa vir a proporcionar.

7 – Referências

DAVIS, H. T. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula: Computação**. São Paulo: Atual, 1992.

LELLO, José; LELLO, Edgar. **Lello Universal: Dicionário enciclopédico Luso- Brasileiro**. Volume 2 (L- Z).Porto: Lello & Irmão, 1981.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática em sala de aula: Tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

MENDES, Iran Abreu; SÁ, Pedro Franco de. **Matemática por atividades: Sugestões para a sala de aula**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

PAULICS, Verônica. **Escola de Pesca de Piúma (ES)**. Guarapari. Espírito Santo, 2000.

SEPOF – Secretaria Executiva de Estado de Planejamento, Orçamento e Finanças: **Diagnóstico Participativo dos Municípios**. Pará, (2005).

VALE, D. M. L. (2000). Na era da educação pós-moderna: 1. Que pedagogias? 2. A atenção às relações interpessoais!. Texto de síntese distribuído por ocasião da Conferência proferida no 5º Encontro da Associação de Professores e Educadores- APE/FESEV, Auditório da Escola Superior de Tecnologia, Instituto Politécnico de Viseu, 24 Março 2000.

VIEIRA, V. A. & TIBOLA, F. Pesquisa Qualitativa em Marketing e suas Variações: **Trilhas para Pesquisas Futuras**. *Revista de Administração Contemporânea (RAC)*,9(2), 9-33.; 2005.



ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS: UM ESTUDO SOBRE OS CONTEÚDOS DE RAZÃO E PROPORÇÃO

Adriele Mourão Maia
Universidade do Estado do Pará
Adriele.mourao.maia@hotmail.com

Darlan Douglas Barros Pereira
Universidade do Estado do Pará
darlandouglasbp@gmail.com

Lígia Françoise Lemos Pantoja
Universidade do Estado do Pará
ligiadauepa@yahoo.com.br

Resumo:

O presente artigo trata da importância da análise de livros didáticos de matemática e busca mostrar como uma escolha adequada é determinante para o processo de ensino e aprendizagem pois trata-se do principal instrumento de auxílio para professores e alunos. Na pesquisa desenvolvida, analisamos livros didáticos de matemática do 7º ano do ensino fundamental, especificamente os conteúdos Razão e Proporção por meio de alguns critérios a fim de ter um olhar mais crítico e analítico sobre algumas obras didáticas. Os resultados da pesquisa apontam que o uso do livro didático de matemática ainda não foi disseminado, poucos são os professores que o utilizam e alguns o fazem de maneira inadequada.

Palavras-chave: Análise de Livro Didático. Razão. Proporção.

Introdução

No desenvolvimento de práticas pedagógicas, verificamos a constante presença de materiais que auxiliam o trabalho do professor, especialmente os livros didáticos que se configuram como os principais instrumentos de apoio ao exercício da prática docente. A respeito do livro didático, é importante ressaltar que:

O livro didático é uma das fontes de informação mais utilizada na condução do ensino de matemática devendo zelar pela apresentação de definições, propriedades e conceitos de forma correta do ponto de vista científico e pedagógico. (PAIS, p. 36, 2006)

Além de possuir definições, propriedades e explicações, os livros didáticos sugerem problemas, atividades e exercícios que são usados como referências pelos professores para o



ensino e ajudam a melhorar o domínio de conceitos e habilidades, especialmente em matemática.

Nesse sentido, verifica-se a importância que os livros didáticos têm para o ensino, daí a necessidade de um olhar atento para os mesmos no sentido de examiná-los com base em critérios que devem ser ponderados considerando algumas características.

Cabe aos professores, juntamente com a equipe escolar e profissionais especializados, escolherem os livros didáticos a serem utilizados nas escolas; todavia, tal prática implica na realização de alguns questionamentos, do tipo: Quais critérios devemos usar para escolher um livro didático adequado numa escola? Qual a melhor forma de se escolher um livro didático? O que deve conter num bom livro didático?

Neste artigo, vamos buscar responder a tais questionamentos, com vista na análise de livros didáticos de matemática do nono ano do ensino fundamental, especialmente focando sobre os assuntos de Razão e Proporção.

Para realizarmos tais análises, além de um olhar atento sobre algumas características presentes nos livros didáticos, buscamos apoio em alguns referenciais afim de entender como os livros didáticos de matemática surgiram, quais suas funções e a sua importância para o processo de ensino e aprendizagem.

Referencial teórico

Poucos têm conhecimento que o caminho percorrido pela história da educação matemática está atrelado ao surgimento dos livros didáticos de matemática e da proximidade que existe ainda hoje entre os mesmos. Falar de um, é se sujeitar a falar do outro, e, ao fazer isto, surgem algumas dúvidas: como surgiram? De que necessidade ou contexto?

O surgimento do ensino de matemática no Brasil, mesmo que apenas como conteúdo ou cursos preparatórios, se deu a partir da necessidade da coroa Portuguesa (1699) de capacitar seus militares, tê-los bem preparados para construir fortes, manusear artilharias pesadas, ou



outras atividades específicas, cujo processo de formação acontecia por meio das chamadas aulas de fortificação¹⁶.

Em 1738, essa modalidade de aula, tornou-se obrigatória para aqueles que possuíam o cargo de oficial; que pretendiam obter o mesmo ou ser promovido/nomeado a algum cargo superior ao seu anterior. Durante este período, as aulas foram ministradas pelo militar José Fernandes Pinto Alpoim que,

Acumulando experiência pedagógica em suas aulas ministradas desde a época em que foi lente - professor- substituto, na Academia de Viana do Castelo, Alpoim escreveu dois livros que se tornaram, ao que tudo indica, os primeiros livros didáticos de matemática escritos no Brasil: Exame de artilheiros e Exame de Bombeiros, em 1744 e 1748, respectivamente. (VALENTE, 2008, p.13)

Chervel (1990, apud Valente 2008), relata que, em certo período, verificou-se o fenômeno, por ele denominado de vulgata, ou seja, a semelhança entre os livros didáticos quanto a apresentação de (conceitos, organizações, capítulos, exemplos, etc.) apresentando pouca distinção entre si. Tal fato gerou certa homogeneidade nos livros didáticos provocando uma certa estabilidade quanto à possíveis mudanças que, por ventura, pudessem melhorar as obras existentes.

De modo geral, o ensino era fundamentado nas vulgatas e tinha nelas a base de conteúdos e o suporte para a organização das aulas.

Com o passar dos tempos, o impulso de vendas de livros didáticos, inclusive, os de matemática, desencadearam na criação de companhias e novas editoras voltados para edição e publicação de livros didáticos, algumas até mesmo buscavam bons professores que tivessem prática e interesse em produzir um livro didático.

A preocupação do estado brasileiro com os livros didáticos, ocasionou a instituição de comissões e programas destinados a estes. A partir de uma relação feita por Carvalho (2008, ressaltamos, alguns marcos que ressaltam a importância e a preocupação em relação aos livros didáticos: Instituição, por meio do Ministério da Educação em 1938, da Comissão Nacional do

¹⁶ As aulas de fortificação era a denominação do curso destinado a oficiais brasileiros, no século XVIII, com o intuito de tê-los bem treinados no manuseio das peças de artilharia e com competência para construir fortes.



Livro Didático (CNLD) que estabelece condições para a produção, importação e utilização do livro didático; instituição do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), em 1985; Início do processo de avaliação pedagógica dos livros didáticos, em 1996; em 2002, o MEC passou a realizar a avaliação dos livros didáticos em parceria com as universidades.

Depois da Comissão Nacional do Livro Didático, houve a instituição do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), em 1985; todavia, o início do processo de avaliação pedagógica dos livros didáticos, ocorreu somente em 1996 e, em 2002, o MEC passou a realizar a avaliação dos livros didáticos em parceria com algumas universidades públicas brasileiras.

A criação do PNLD, foi de grande importância para a educação pública brasileira, pois possibilitou a distribuição e a avaliação dos livros didáticos, garantindo que esses possuam critérios.

O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) é destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas, e literárias, entre outros materiais de apoio a prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e também às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público. (Brasil, 2018)

Desde a institucionalização do PNLD, o livro didático possui papéis divergentes quando se trata de professores e editoras, para os primeiros ele é uma ferramenta de grande utilidade no processo de ensino e aprendizado; enquanto que para os segundos, tem se configurado somente como fonte de lucros. Assim, as editoras cumprem com algumas exigências necessárias para que seus livros sejam aprovados e comprados e, os professores, em sua maioria, mostram-se insatisfeitos com tais livros por não responderem as suas expectativas e necessidades.

A escolha do livro didático deve ser sistematizada, por meio de critérios que proporcionem uma melhor e mais ampla utilização no processo de ensino e aprendizagem, e assim, desenvolver de forma significativa sua função de instrumento de auxílio pedagógico conforme vamos tratar em nossa pesquisa.



Metodologia da Pesquisa

Para desenvolver o presente trabalho, fizemos uma análise em 3 livros didáticos de matemática, passamos por 03 diferentes etapas:

Na primeira etapa realizamos uma entrevista com 4 professores de matemática, pertencentes a instituições de ensino distintas do município de Igarapé-Açu, com os quais aplicamos um questionário (Apêndice I), tendo como objetivo coletar dados a respeito do processo de escolha e uso dos livros didáticos de matemática nas escolas.

O segundo momento consistiu na análise de três livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental, nos quais analisamos os assuntos de Razão e Proporção. A escolha desses assuntos se deu, pelo fato de, serem conteúdos importantes para os alunos, uma vez que os mesmos se aplicam em diversas situações do cotidiano, sendo dessa forma, de grande utilidade e relevância para analisarmos.

Depois de uma busca por livros didáticos do 7º ano, optamos por utilizarmos os livros: Tudo é matemática, de Dante (livro 1); Compreensão e prática, de Ênio Silveira (livro 2); e Matemática na medida certa, de Centurión e Jakubovic (livro 3).



F

Para a análise dos livros foram elencados os seguintes critérios:



- ✓ ***A apresentação do conteúdo é clara, sem imprecisões conceituais***, ou seja, apresenta uma fácil compreensão sobre o conteúdo abordado, de forma a contribuir para o aprendizado dos conceitos;
- ✓ ***Articulações entre o conhecimento novo e o já abordado***, significa dizer que utiliza dos conteúdos vistos anteriormente, para construção de conhecimento sobre o conteúdo atual;
- ✓ ***O livro didático contribui para a compreensão dos conceitos e procedimentos matemáticos***, sendo assim, se o livro possibilita uma fácil compreensão do conteúdo através da forma como este é abordado, sendo compreensível e de fácil entendimento as técnicas nele apresentada;
- ✓ ***O livro didático apresenta situações que envolvem: utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas***, se eles apresentam métodos variados e distintos de resolução, para que o discente tenha amplas técnicas para resolver situações problemas e que sirvam para sua melhor compreensão.
- ✓ ***A linguagem utilizada é adequada ao aluno a que se destina quanto ao uso do vocabulário e ao emprego de vários tipos de textos***. Ou seja, se a linguagem se adequa ao educando, de modo que ele possa compreender o que está sendo apresentado, independente da realidade do aluno a que se destina.

Os critérios usados para análise foram selecionados tendo em vista favorecerem o processo de escolha de livros didáticos mediante um olhar mais crítico e criterioso sobre as obras.

A seguir, iniciamos a apresentação dos resultados e análise da pesquisa, primeiramente discutindo a entrevista realizada com os professores e, em seguida, trataremos das obras didáticas selecionadas para estudo.

Resultado e análise da pesquisa realizada com os professores:

Aqui, apresentamos e discutimos os resultados da pesquisa realizada com quatro professores divididos entre escolas estaduais e municipais de Igarapé-açu.



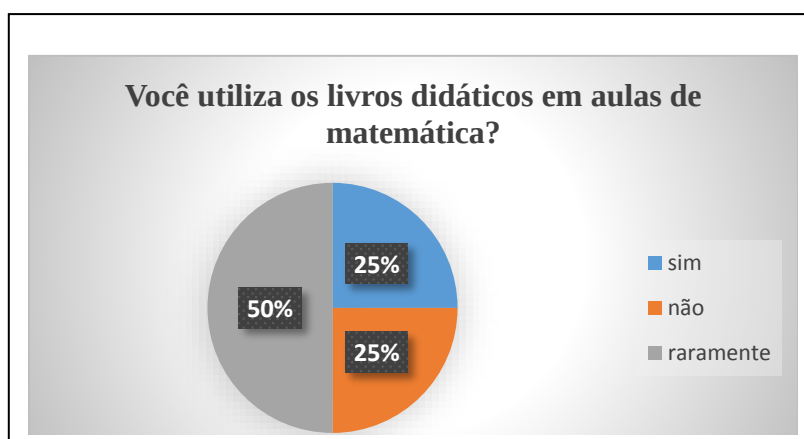
Nosso objetivo com as entrevistas realizadas foi saber como é feita a escolha dos livros didáticos nas escolas, quais critérios usados e se os mesmos são utilizados nas aulas de matemática pelos professores. A seguir, apresentamos uma síntese dos resultados encontrados.

Inicialmente a escolha dos livros didáticos de matemática em Igarapé-Açu era feita individualmente pelas escolas, no entanto, com o passar dos anos, os livros passaram a ser escolhidos de forma conjunta, com objetivo de ter uma base curricular unificada no município, ou seja, os alunos e professores não teriam que se deparar com um nível de conhecimento/conteúdo distinto de uma escola para a outra.

Quanto aos critérios usados pelos docentes para a escolha dos livros didáticos, as respostas apresentadas foram as seguintes: que o livro venha com uma boa sequência didática; que tenha nele uma grande e variada quantidade de exercícios e que os graus dessas atividades/incentivos fossem mais elevados; que a linguagem do livro fosse de fácil compreensão; que os livros e exemplos fossem escritos com base na realidade e região vivida pelos discentes em questão.

Ao indagar os professores sobre a utilização dos livros didáticos de matemática, verificamos que 50% disseram usar raramente as obras em suas aulas. Conforme o gráfico a seguir:

Gráfico 3: Uso dos livros didáticos nas escolas



Fonte: Própria (2018)



Diante de tal resultado, foi perguntado aos mesmos por que não usavam? Entre as respostas obtidas, a mais frequente foi: porque os livros que vêm, nem sempre são os que são escolhidos pelos professores, assim, segundo os professores, torna-se difícil a utilização de um livro que vai de encontro a metodologia de trabalho que desenvolvem embora as vezes usem para passar dever de casa para os alunos. O gráfico 1 também mostra que 25% professores entrevistados não usam os livros didáticos, pois acham melhor produzir seu próprio material através de pesquisas em outros livros, apostilas, internet.

Apesar da grande maioria dos professores entrevistados não utilizarem os livros didáticos de matemática, 25% disseram que o usam o livro, pois consideram os mesmos como uma importante ferramenta de auxílio ao trabalho do professor e ao processo de ensino e aprendizagem como um todo.

No geral, podemos dizer que 75% dos entrevistados disseram não usar os livros didáticos de matemática nas escolas, todavia, vale ressaltar, tratar-se do principal instrumento de trabalho disponível nas instituições de ensino, conforme afirma Dante (1996) “O livro didático passou a ser o principal e, em muitos casos, o único instrumento de apoio ao trabalho docente” (p. 52).

Atualmente, os livros passam por um processo rigoroso, porém, nem sempre eficaz, pois constatamos nessa pesquisa, que os livros mesmo que aprovados pelo ministério de educação, ainda vem com alguns erros, como falhas conceituais ou até mesmo falta de contextualizações. Esse processo que se inicia na edição, passa pela aprovação feita pelo ministério de educação, até a seleção dos mesmos.

A fim de descobrirmos se os livros possuem as qualidades essenciais para classificarmos como adequado para o uso na prática docente, realizamos a seguinte análise dos conteúdos: Razão e Proporção do 7º ano do ensino fundamental, em três livros didáticos.

Feita as análises das entrevistas realizadas com os professores, passamos a analisar as obras.



Resultados e análise dos livros didáticos de matemática

A análise das obras selecionadas para estudo foi realizada com base em cinco critérios conforme apresentamos na metodologia. No quadro abaixo mostramos uma síntese dos resultados encontrados.

Quadro 1: Síntese das análises realizadas sobre os livros didáticos 1, 2 e 3

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO PARA ANÁLISE	CONTEÚDOS ANALISADOS		
	RAZÃO E PROPORÇÃO		
	SIM	NÃO	PARC.
Apresentação clara do conteúdo, ou seja, sem imprecisões conceituais. Com ampla discussão, apresentação de exemplos, etc.	Livro 2		Livro 1 Livro 3
Articulações entre o conhecimento novo e os já abordados: Relações entre conhecimentos vistos anteriormente, para a construção do conhecimento do novo conteúdo.	Livro 3		Livro 1 Livro 2
Contribuição para a compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos, sendo assim, integrado ao cotidiano, exercícios atrelados a realidade.	Livro 2 Livro 3		Livro 1
Apresentação de situações que envolvam a utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas, ou seja, resoluções diferentes relativas ao conteúdo.	Livro 2	Livro 1 Livro 3	
A linguagem adequada quanto ao uso do vocabulário e ao emprego de diferentes tipos de textos: oralidade que se adéque a linguagem dos alunos, não sendo puramente matemática ou rebuscada.	Livro 2 Livro 3		Livro 1

Fonte: Própria (2018)

A seguir, passamos a analisar individualmente as obras conforme os resultados apresentados no quadro 1.

Análise do livro 1: Dante (2010)

Ao analisar os conteúdos de Razão e Proporção no livro 1, percebemos que a abordagem dos conteúdos é parcialmente clara, ou seja, a definição dos conceitos de Razão e Proporção é



apresentada rapidamente, com poucos detalhes e com base em um único exemplo, conforme mostra a figura 2.

A IDEIA DE RAZÃO

Lídia é aluna do 7º ano A. Nessa classe há 15 meninos e 20 meninas.

Uma das maneiras de comparar esses números é calcular a *razão* entre eles, estando atento à ordem considerada:

A razão entre o número de meninos e o número de meninas é $15 : 20 = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$.

Veja o significado da razão entre 15 e 20 (que é $\frac{3}{4}$), expresso de várias formas:



A razão entre o número de meninos e o número de meninas, no 7º A, é de $\frac{3}{4}$.





No 7º A, para cada 3 meninos há 4 meninas.



No 7º A, o número de meninos corresponde a $\frac{3}{4}$ do número de meninas.



A razão entre o número de meninos e o número de meninas, no 7º A, é de 3 para 4.

A razão entre dois números *a* e *b*, com $b \neq 0$, é o quociente de $a : b$, que pode ser indicado por $\frac{a}{b}$ ou qualquer outra forma equivalente.

Fonte: Dante (2010, p, 192)

Analisando de forma individual os critérios utilizados para análise das obras, verificamos que no livro 1 a apresentação dos conteúdos de Razão e Proporção é realizada de maneira parcial uma vez que a apresentação é muito sucinta. Somente um exemplo explicita o assunto e isso pode ocasionar dificuldades no aprendizado dos alunos que, possivelmente, necessitarão de auxílio do professor, mais exemplos, mais explicação para, de fato, compreender os assuntos.

Quanto ao segundo critério de análise, observamos que é realizado parcialmente entre os novos conhecimentos e os abordados anteriormente, em especial com os assuntos de Razão e Proporção, por exemplo, ao apresentar que uma proporção se dá a partir de duas razões iguais, já na construção do conhecimento sobre Razão, o autor não se utiliza de outro conteúdo que



tenha sido visto anteriormente. Tal prática desenvolvida pelo autor mostra-se importante por promover uma conexão entre os assuntos mostrando aos alunos e as relações existentes entre os mesmos. Além disso, esse tipo de abordagem favorece o ensino da matemática por meio da interligação entre os saberes tal como propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN:

Para tanto, ao construir o planejamento, é preciso estabelecer os objetivos que se deseja alcançar, selecionar os conteúdos a serem trabalhados, planejar articulações entre os conteúdos, propor situações-problema que irão desencadeá-las. É importante que as conexões traçadas estejam em consonância com os eixos temáticos de outras áreas do currículo e também com os temas transversais. (BRASIL, 1998, p. 138)

Ao analisarmos a contribuição para a compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos, verificamos parcialmente essa abordagem sendo desenvolvida no livro de modo que trata do cotidiano, mas, em contraposição, este se apresenta em um nível matemático que acaba por deixar o aluno assustado, e assim não possibilitando uma compreensão efetiva.

Tal análise nos possibilitou perceber que os exercícios propostos contêm somente uma forma de resolução dos problemas, apresentada de forma única sem mais técnicas, os exemplos vêm sempre na forma de calcule/ indique as razões ou a razão entre... etc. Sem outras formas que estimulem o raciocínio do aluno. As diversificadas maneiras de resolver os exercícios, são de extrema relevância, pois permite que o aluno escolha o caminho mais confortável para a obtenção do resultado, e não pense que existe somente uma maneira de resolver o problema.

Quanto à linguagem, verificamos que a mesma é utilizada de maneira clara porém, nem sempre se adéqua a linguagem a que aluno está acostumado a lidar, a exemplo, “a razão entre dois número **a** e **b**, com $b \neq 0$, é o quociente de $a:b$, que pode ser indicado por a/b ou qualquer outra forma equivalente”. Tal prática pode não ocasionar um entendimento imediato do que está sendo expressado sobre o conteúdo estudado.

De modo geral, podemos dizer que o livro 1 de Dante, atende a maioria dos critérios indicados como essenciais a serem evidenciados em um bom livro didático de matemática, todavia, ainda falta melhorar alguns aspectos, para que se esteja adequado não só pra professores, mas para alunos também.



Análise do livro 2: Ênio Silveira (2015)

A análise do livro 2, sobre os conteúdos Razão e Proporção, torna perceptível que sua abordagem é clara e facilita a compreensão do aluno, pois ele apresenta o conteúdo através de experiências cotidianas e se utiliza delas para a apresentação dos conceitos, estes, sendo mostrados de forma precisa e simples, sem desconsiderar a linguagem matemática.

Figura 3: Abordagem dos conteúdos de Razão e Proporção no livro didático 2

Müller (Alemanha), Neymar (Brasil), Messi (Argentina) e Van Persie (Holanda) foram os cinco maiores artilheiros da Copa do Mundo de Futebol realizada no Brasil, em 2014. Eles marcaram 6, 5, 4, 4 e 4 gols, respectivamente.

O rendimento de cada jogador pode ser obtido pela **razão** entre o número de gols que cada um desses jogadores marcou e o número de partidas que cada um deles disputou:

James Rodriguez: $\frac{6}{5}$ (6 gols em 5 jogos)

Thomas Müller: $\frac{5}{7}$ (5 gols em 7 jogos)

Neymar: $\frac{4}{5}$ (4 gols em 5 jogos)

Messi: $\frac{4}{7}$ (4 gols em 7 jogos)

Van Persie: $\frac{4}{6}$ (4 gols em 6 jogos)



Neymar e James Rodriguez no jogo entre Brasil e Colômbia, em Fortaleza (CE), 2014.

A razão entre dois números, a e b , com $b \neq 0$, nessa ordem, é dada por $\frac{a}{b}$.

Fonte: Silveira (2015, p. 149)

O exemplo acima, traz ao aluno o interesse pelo aprendizado do conteúdo por utilizar-se do futebol, um esporte difundido por todo o país, e de craques, que em sua maioria são ídolos de uma grande parte de alunos, e assim usa conhecimentos sobre o esporte para introduzir o conceito de Razão, de tal maneira, torna-o compreensível e acessível, por ser simples, sem deixar de ser objetivo.

A articulação feita entre o conhecimento novo e o já abordado, é feita de maneira parcial, pois, ao tratar de Proporção ele se utiliza dos conhecimentos abordados em Razão, assim articula entre um conhecimento e outro, para gerar um novo conhecimento. Mas ao tratar de



Razão, ele o faz de maneira individual, mostrando apenas o processo que o origina, ou seja, apenas o necessário ao conteúdo e para a apresentação de conceitos.

Este livro didático contribui para a compreensão dos conceitos e procedimentos matemáticos por tratá-lo de forma a integrar-se ao cotidiano dos alunos, oferecendo uma visão simples e objetiva do conteúdo que está sendo abordado (como pode ser observado na figura 3), apresenta situações que envolvam a utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas, já que nele é apresentado distintas formas de exercícios.

É indispensável relatar que o livro analisado utiliza uma linguagem adequada ao aluno, sendo compreendido perfeitamente quanto a seu vocabulário, já que ele é comum, assim o aluno pode entender do que está sendo tratado, sem dificuldades de compreensão.

Este livro, após analisarmos, se mostra adequado tanto para o professor quanto para o aluno, embora não apresente exercícios diferentes quanto a linha de raciocínio estabelecida desde o início para a resolução dos problemas.

Análise do livro 3: Centurión e Jakubovic (2015)

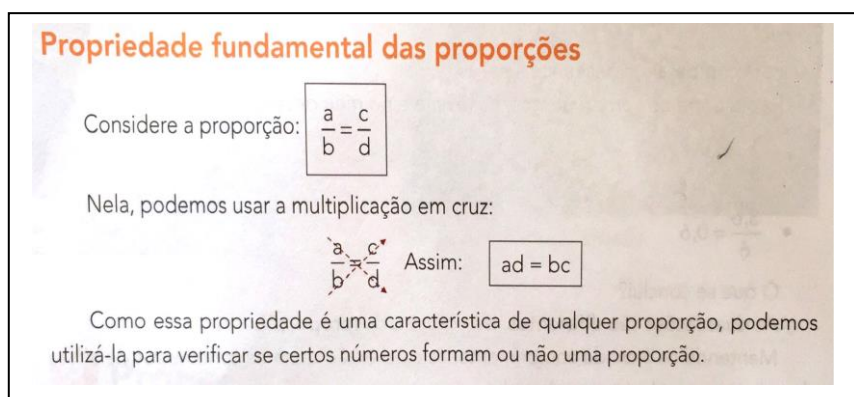
Ao analisarmos o livro 3, percebemos que a abordagem dos conteúdos é parcialmente clara. O autor estabelece uma ligação entre o assunto e o cotidiano do aluno, depois destina-se a uma linguagem matemática. Porém, ao explicar os conceitos ele se utiliza de uma linguagem matemática, que o aluno ao deparar-se com tal, não irá compreender de imediato, ou ainda, dificultar a compreensão deste, por exemplo: “Dados dois números, **a** e **b**, com **b** ≠ 0, a razão de **a** para **b** é o quociente da divisão **a:b**”. Assim, o aluno conseguirá entender, mas possivelmente, não o fará de imediato.

A articulação entre conhecimentos novos e já abordados, se encontra presente neste livro, de forma a utilizar temas que já foram abordados anteriormente, e consequentemente, conhecido pelo aluno, no processo de ensino de um novo conhecimento (tratando de Razão primeiro com resultados em números inteiros para depois utilizar números racionais, e de Razão para dar sequência aos conhecimentos de proporção). Assim, o aluno irá se sentir confiante por conhecer o conteúdo que antecede o atual, ou seja, o assunto que está sendo tratado não é desconhecido por ele.



Ao fazer abordagem do conteúdo e dos procedimentos para se chegar em determinado resultado, o autor utiliza técnicas para que o aluno possa compreender os procedimentos do assunto em questão, como pode ser observado abaixo:

Figura 4: Abordagem dos conteúdos de Razão e Proporção no livro didático 3



Fonte: Centurión e Jakubovic(2015, p. 132)

Nos exercícios propostos pelo livro não se observa a utilização de diferentes resoluções de problemas, assim o autor se prende a apenas uma forma de resolução (pois, os exercícios, são feitos a partir de situações semelhantes/ e consequentemente ao aluno também. Mas, em relação a linguagem utilizada para abordar os conteúdos avaliados, o autor, apresenta várias questões rotineiras que se relacionam com o conteúdo, o que torna a linguagem clara e compreensível ao aluno, facilitando a aprendizagem imediata, sem dúvidas quanto ao que está sendo tratado.

Assim, o livro 3, apresenta uma forma bastante adequada ao aluno, com a qual o aluno não terá dificuldades de compreender os conteúdos analisados, embora as questões sejam semelhantes.

Considerações finais

De fato, o livro didático de matemática exerce uma importante função no processo de ensino e aprendizado como instrumento auxiliador das práticas educacionais; todavia, na pesquisa que realizamos, verificamos a pouca utilização dos livros, ou mesmo, o uso inadequado das obras quando indicadas tão somente para a realização de tarefas para casa para os alunos.



O livro didático de matemática é um material de apoio ao trabalho do professor na elaboração de suas aulas e também ao aluno que deveria utilizar os mesmos em sala de aula como complemento aos seus estudos, todavia, tal prática não se configura como realidade nas escolas públicas brasileiras.

A mudança de tal cenário implica numa seleção adequada das obras por meio de critérios que, de fato, atendam às necessidades educacionais de alunos e professores. Embora o MEC, por meio do PNLD adote critérios para a escolha de livros didáticos de matemática, nem sempre estes atendem as necessidades do professor que acabam por abandonar as obras.

Os livros didáticos de matemática, quando usados de maneira adequada, contribuem significativamente para o processo de ensino e aprendizado dos saberes escolares. Para isso, precisam estar em consonância com as expectativas do professor e as necessidades dos alunos, afim de exercer de forma satisfatória a sua função de auxiliador no processo de ensino e aprendizagem.

Referência

BIEHL, j. v., bayer, A. **A escolha do livro didático**. Rj. 2009

BRASIL, Ministério da Educação. **Portal.mec.gov.br**. Disponível em:
<<http://googleweblight.com/i?u=http://portal.mec.gov.br/busca-geral/318-programas-e-acoes-1921564125/pnld-439702797/12391-pnld&hl=pt-BR>>. Data de acesso:31/08/2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares nacionais: Matemática/** Secretaria de Educação Fundamental.- Brasília: MEC / SEF, 1998.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. **Políticas públicas e o livro didático de matemática**. Bolema, Rio Claro (SP), ano 21 nº 29, 2008, pp.1 a 11.

CENTURIÓN, MARÍLIA. **Matemática nos dias de hoje, 7º ano: na medida certa** / Jozé Jakubovic. --1. Ed. -- São Paulo : Leya, 2015.

DANTE, Luiz Roberto, **Tudo é Matemática/Luiz Roberto Dante**. - -3. Ed. - - São Paulo : Ática, 2009.

_____. **Livro didático de matemática: uso ou abuso?** Em aberto - MEC, Brasília, ano 16, n.69, jan./março. 1996.



Silveira, Ênio, Matemática: **compreensão e prática**/ Ênio Silveira. - - 3. Ed. - - São Paulo : Moderna, 2015.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Livro didático e educação matemática: uma história inseparável**. ZETETIKÉ –CEMPEM –FE –Unicamp – v. 16- n. 30-jul/dez. - 2008

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Quem somos nós professores de matemática?** . Cad. Cedes, campinas, vol. 28, n. 74, p. 11-23, jan/abr. 2008.

APÊNDICE I

Questionário aplicado nas escolas

1.Como é feita a escolha dos livros didáticos nesta escola?

2.Quais critérios você usa para escolha dos livros didáticos de matemática?

3.Você utiliza os livros didáticos em aulas de matemática?

()sim ()não ()raramente



ÂNGULOS NOTÁVEIS NOS LIVROS DIDÁTICOS: UMA ANÁLISE PRAXEOLÓGICA.

Jesirreila Melo Souza do Nascimento

Universidade do Estado do Pará

nascimentoreila@gmail.com

Jessie Heveny Saraiva Lima

Universidade do Estado do Pará

Jessieheveny7@gmail.com

Acylena Coelho Costa

Universidade do Estado do Pará

acylena@gmail.com

RESUMO: Este trabalho tem por objetivo apresentar uma análise praxeológica de questões referentes ao conteúdo de trigonometria com ênfase no tópico de Ângulos Notáveis de três livros didáticos de matemática do 1º ano do ensino médio, para identificar as tarefas, técnicas, tecnologias e teorias de exercícios resolvidos e exercícios propostos, além de identificar algumas dificuldades que alunos têm a partir do conteúdo escolhido. Pela análise feita observamos que as tarefas dos livros são apresentadas com clareza e levam o aluno a um bom entendimento da questão, além de apresentar exercícios propostos e resolvidos semelhantes, tornam esse recurso um orientador para o estudante.

Palavras-chave: Educação Matemática. Análise praxeológica. trigonometria.

INTRODUÇÃO

O livro didático no processo de ensino e aprendizagem é considerado como um dos principais guias de conhecimento para o aluno e para o professor. Segundo Silva (2014) é importante que o aluno se insira cada vez mais em um processo que tem por objetivo o seu aprendizado de maneira mais atuante, e para isso o livro didático torna-se um recurso auxiliador na apresentação dos conteúdos contribuindo para que isso aconteça, pois o livro traz atividades de situações-problema em que o aluno possa perceber a utilização da matemática, por exemplo, no seu cotidiano.

Apesar do livro didático ser um importante e contribuinte para tornar o processo de ensino e aprendizagem significativo, além de contemplar e aproximar os alunos de sua realidade, tem-se, ainda, muitos estudantes que sentem dificuldades no conteúdo de



matemático. Segundo Oliveira (2006), algumas dificuldades encontradas pelos alunos são referentes aos obstáculos didáticos e todas as habilidades e conceitos que não foram bem trabalhados nas séries anteriores, o que interfere na hora em que eles necessitam efetuar alguma tarefa de trigonometria, como usar os conhecimentos de proporção para se trabalhar com as razões trigonométricas. Outras dificuldades que o autor cita é na escolha da razão trigonométrica seno, cosseno e tangente e na identificação da posição dos catetos de acordo com o ângulo. Além das dificuldades citadas por Oliveira (2006), Dionizio e Brandt (2011) apontam as dificuldades, também, na utilização das razões trigonométricas, ao diferir as medidas de ângulos e de comprimento e a dificuldade na conversão para a linguagem figural.

O interesse por esse estudo surgiu devido às dificuldades que os alunos têm com o conteúdo de trigonometria, mesmo com o uso de livros didáticos em sala de aula. Diante desse contexto, surgiu o interesse em desenvolver uma análise praxeológica em três livros didáticos de matemática do 1º ano do ensino médio, de questões referentes ao conteúdo de trigonometria com ênfase no tópico de Ângulos Notáveis para identificar as tarefas, técnicas, tecnologias e teorias de exercícios resolvidos e exercícios propostos, além de identificar algumas dificuldades que alunos têm a partir do conteúdo escolhido, tomando por base estudos feito por Dionizio e Brandt (2011) e Oliveira (2006).

Nesse sentido, delimitou-se a seguinte questão de pesquisa: Qual a organização praxeológica existente em livros didáticos de matemática do ensino médio na abordagem do conteúdo sobre Ângulos Notáveis? E para tal questão analisaremos três livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, são eles: L1: *Coleção novo olhar*, 1. Ed. 2010; L2: *Matemática: contexto e aplicações*, 2. Ed. 2013; L3: *Matemática: ciência e aplicações*, 9. Ed. 2016.

TRIGONOMETRIA: ÂNGULOS NOTÁVEIS

Um dos conteúdos matemáticos alvo de muitas dificuldades por parte dos alunos é a Trigonometria, desde seus tópicos iniciais os alunos já mostram encontrar diversos obstáculos no processo de aprendizagem. Nesse sentido, os estudos de Oliveira (2006) e os de Dionizio e Brandt (2011) apontam essas dificuldades, além disso, ambos afirmam que uma das raízes dessas dificuldades é a forma abstrata como é apresentado o conteúdo.



No que tange ao tópico de Ângulos Notáveis, Oliveira (2006) aponta dificuldades não apenas no que se refere a conteúdos prévios como o uso da proporção, mais ainda na escolha da razão trigonométrica correta a ser utilizada. Outra dificuldade identificada pelo autor é manifesta no momento em que é necessário posicionar os catetos em relação aos ângulos dados, ou seja, o aluno apresenta problemas ao verificar se o cateto é oposto ou adjacente ao ângulo.

Dionizio e Brandt (2011), também indicam que os alunos têm dificuldades em estabelecer se a razão a ser utilizada é seno, cosseno ou tangente. Além disso, afirmam que outro problema está relacionado ao ato de diferenciar as medidas de ângulos das medidas de comprimento. Outra dificuldade extremamente perceptível é a conversão da linguagem natural à linguagem figural, visto que, os alunos não apresentam facilidade em questões nas quais predomina a linguagem natural.

Por isso tudo, é importante que esse tópico seja abordado em estudos com o intuito de identificar as dificuldades e contribuir para que sejam superadas. É em função disso que faremos a análise praxeológica indicada pela Teoria Antropológica do Didático, na abordagem do conteúdo sobre razões trigonométricas com Ângulos Notáveis.

TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

A Teoria Antropológica do Didático (TAD), conforme aponta Almouloud (2015), foi desenvolvida por Yves Chevallard (1992) e estuda o homem diante de situações matemáticas, nesse sentido, o autor afirma que uma das justificativas, apontadas por Chevallard (1999) para a utilização do termo *antropológico* “é que a TAD situa a atividade matemática e, em consequência, o estudo da matemática no âmbito do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais” (p.10), ou seja, o estudo é direcionado à relação individual e social do homem com o fazer matemático.

Almouloud (2015) também destaca os conceitos primitivos necessários à teorização, são estes: Instituição, Objeto e outros, dentre os quais o conceito de Objeto se sobrepõe, pois, uma instituição ou qualquer outro conceito também são objetos. Outro aspecto destacado, é a condição de existência de um objeto, que consiste no fato de que para um objeto existir ele precisa ser reconhecido por pelo menos uma pessoa ou instituição.



No entanto, para este trabalho vamos nos concentrar no que se refere à análise das práticas institucionais que pode ser feita “sob diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas” (ALMOULOUD, 2015, p.11). Essas tarefas servem para moldar práticas sociais em geral, mais especificamente a atividade matemática, além das tarefas, também têm esse fim a técnica, a tecnologia e a teoria.

As tarefas, em se tratando da atividade matemática, são caracterizadas por verbos no imperativo presente nos enunciados de questões ou problemas indicando a ação que deve ser realizada. Essas tarefas podem se tornar mais peculiares quando relacionadas a algum conteúdo específico.

Assim, para que uma tarefa seja identificada basta verificar os verbos de ação, pois eles indicam o que precisa ser feito, ou seja, qual a tarefa a ser realizada. Além disso, considerando tarefas delimitadas sob o ponto de vista da atividade matemática escolar, uma tarefa sempre irá definir um conteúdo específico, ou seja, será apresentada na forma de uma atividade com objetivo preciso. Isso é importante no processo de ensino aprendizagem da matemática, pois o aluno precisa saber com clareza o que precisa ser feito para definir de que forma irá realizar a atividade.

Nesse sentido, é necessário que haja técnicas reconhecidas por quem produziu a tarefa para que esta seja cumprida. “A palavra técnica é utilizada como uma ‘maneira de fazer’ uma tarefa, mas não é necessariamente como um procedimento estruturado e metódico ou algorítmico” (ALMOULOUD, 2015, p.11), ou seja, para resolver a equação $x^2 - 6x + 4 = 0$, por exemplo, as técnicas são todos os procedimentos - o passo a passo incluindo não só os cálculos, mas também a análise e compreensão dos dados - para se realizar a tarefa designada. Nesse aspecto, o autor afirma que para Chevallard (2002), surge um bloco teórico-prático que também pode ser identificado como um “saber-fazer”.

E por fim, o autor relata que esse “saber-fazer” constituído de uma técnica e uma tarefa não é um bloco isolado, pois toda técnica precisa de uma justificativa, uma fundamentação lógica, uma base chamada de tecnologia. Além disso, a tecnologia assim como a técnica exige uma justificativa que é dada pela teoria da técnica, ou seja, a teoria justifica a tecnologia.



Almouloud (2015) diz que, para Chevallard (2002), esse grupo de técnicas, tecnologias e teorias sistematizadas para a realização de uma tarefa dá origem a uma organização “praxeológica” que converge para o fato de que uma ação humana no interior de uma instituição é sempre dirigida por um discurso lógico que a justifica. Sabendo disso, usaremos a análise praxeológica de Chevallard com o intuito de identificar os tipos de tarefas presentes nos livros didáticos L1, L2 e L3.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este trabalho relata uma pesquisa do tipo bibliográfica a qual de acordo com Severino (1941) é realizada a partir de estudos feitos por meio de livros, artigos, teses, entre outros. Tal pesquisa, conforme o autor, propicia encontrar respostas específicas em busca de novos enfoques e com um caráter inovador.

Foram escolhidos três livros didáticos de matemática, especificamente livros do 1º ano do ensino médio, que obedecem aos critérios do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2012, 2015 e 2018, que chamaremos de L1, L2 e L3, respectivamente.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A seguir mostraremos as análises feitas a partir dos livros didáticos de Matemática do 1º ano do ensino médio e seus respectivos resultados.

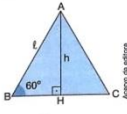
➤ ANÁLISE DO L1:

Em relação aos exercícios resolvidos, ao analisarmos o livro L1, constatamos a presença de 3 exercícios resolvidos. Ilustraremos aqui a questão R9, conforme figura 1, indicada abaixo.

Figura 1 –Exercício Resolvido de L1

R9 Utilizando a razão seno, mostre que a altura h de um triângulo equilátero de lado ℓ é dada por $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$.

Resolução
Considere o triângulo equilátero ABC, de lado ℓ e altura h .



Calculemos o seno do ângulo ABH, temos:

$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h}{\ell} \Rightarrow 2h = \ell\sqrt{3} \Rightarrow h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$$

Portanto, a altura de um triângulo equilátero de lado ℓ é dada por $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$.

Lembre-se de que os ângulos internos de um triângulo equilátero são iguais a 60°.

Fonte: Souza (2010, p. 279)



A seguir faremos uma análise praxeológica da tarefa apresentada na figura 1.

- **Tarefa:** Mostrar que a altura H de um triângulo equilátero de lado l é dada por

$$\frac{l\sqrt{3}}{2}$$

- **Técnica:**

1. Converter a questão para a linguagem figural;
2. Lembrar que os ângulos internos de um triângulo equilátero são iguais a 60° ;
3. Identificar um triângulo retângulo e seus elementos no triângulo equilátero;
4. Posicionar corretamente os ângulos no triângulo retângulo;
5. Utilizar o ângulo de 60° na razão seno.

- **Tecnologia/Teoria:** Ângulos Notáveis: Seno de 60° ; Triângulo equilátero.

No que se refere aos exercícios propostos, ao analisarmos este livro verificamos a presença de 11 exercícios propostos. Para fazer a análise praxeológica escolhemos as questões 42 e 47 indicadas nas figuras 8 e 9 respectivamente.

Figura 2 – Exercício Proposto de L1

42 A hipotenusa de um triângulo retângulo mede H unidades, e um de seus ângulos internos, 30° . Mostre que o cateto adjacente a esse ângulo mede $\frac{H\sqrt{3}}{2}$ unidades.

Fonte: Souza (2010, p. 280)

A seguir faremos uma análise praxeológica da tarefa apresentada na figura 2.

- **Tarefa:** Mostrar que o cateto adjacente ao ângulo interno de 30° mede $\frac{H\sqrt{3}}{2}$

- **Técnica:**

1. Converter a questão para a linguagem figural;
2. Identificar os catetos e os ângulos do triângulo retângulo;
3. Reconhecer qual razão trigonométrica será utilizada;
4. Utilizar o cosseno do ângulo de 30° .



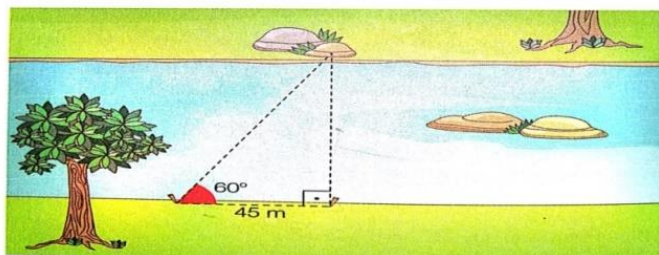
- **Tecnologia/Teoria:** Ângulos Notáveis: Cosseno.

O outro exercício proposto encontrado nesse livro foi a questão 47, a qual ilustraremos abaixo.

Figura 3 – Exercício Proposto do L1

47 Para medir a largura de um rio, um engenheiro utilizou como referência duas estacas de madeira, que fincou em uma das margens do rio, e uma pedra, localizada na margem oposta, conforme o esquema.

Qual é, aproximadamente, a largura do rio?



Fonte: Souza (2010, p. 280)

A seguir faremos uma análise praxeológica da tarefa apresentada na figura 3.

- **Tarefa:** calcular a medida aproximada da largura do rio.
- **Técnica:**
 1. Analisar a imagem e identificar a largura do rio;
 2. Verificar qual razão trigonométrica será utilizado;
 3. Reconhecer na imagem quem é o cateto oposto e o cateto adjacente;
 4. Utilizar a tangente do ângulo.
- **Tecnologia/Teoria:** Ângulos Notáveis: tangente

Com base na análise praxeológica realizada, concluímos que as tarefas de cada exercício são apresentadas com clareza para o aluno, levando-o a um bom entendimento da questão. O exercício resolvido é muito similar ao exercício proposto 1, conduzindo o aluno a uma melhor resolução, já que no resolvido mostra o caminho e a imagem que o aluno deve seguir para obter o resultado correto, pois segundo Dionizio e Brandt (2011) uma das



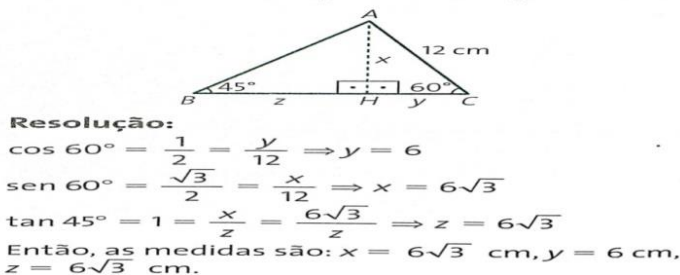
dificuldades dos alunos é a conversão da questão para a linguagem figural. No exercício 2 como a tarefa difere do exercício 1, já é apresentada a imagem para evitar a dificuldade que é apontada nos estudos feitos por Oliveira (2006). Desse modo o livro analisado cumpre o seu papel orientador no processo de ensino e aprendizagem.

➤ ANÁLISE DO L2:

Na análise do L2, constatamos a presença de 11 exercícios resolvidos. Ilustraremos aqui a questão 11, conforme figura 4, indicada abaixo.

Figura 4 – Exercício Resolvido do L2

11. Calcule as medidas x , y e z no triângulo abaixo:



Fonte: Dante (2013, p. 256)

A seguir temos a análise praxeológica do Exercício Resolvido do L2 conforme a figura 4.

- **Tarefa:** calcular as medidas x , y e z no triângulo.
- **Técnica:**
 1. Analisar a imagem e identificar os dois triângulos menores que o triângulo maior forma;
 2. Reconhecer em cada triângulo quem é a Hipotenusa, o cateto oposto e o cateto adjacente;
 3. Verificar quais as razões trigonométricas que serão necessários para encontrar os valores de x , y e z .

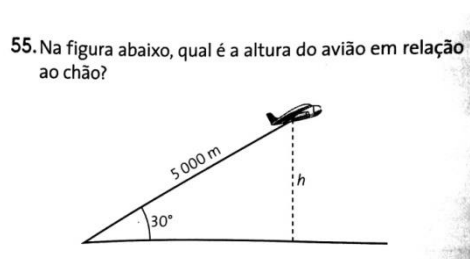


4. Reconhecer que para encontrar o valor de z será necessário primeiro entrar o valor de x

- **Tecnologia/Teoria:** Ângulos Notáveis: Seno, Cosseno e Tangente.

No que se refere aos exercícios propostos, em L2 são apresentados 18 exercícios propostos, referente ao assunto de Ângulos Notáveis, do qual escolhemos o exercício 55 e o 56 para fazer a análise, que estão ilustrados nas figuras 5 e 6, respectivamente.

Figura 5 – Exercício Proposto de L2



Fonte: Dante (2013, p. 257)

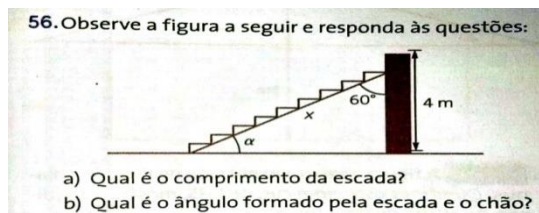
A seguir temos a análise praxeológica de um dos exercícios propostos do L2 indicado na figura 5.

- **Tarefa:** calcular a altura do avião em relação ao chão
- **Técnica:**
 1. Analisar a imagem e identificar qual é cateto e a hipotenusa;
 2. Reconhecer qual razão trigonométrica será utilizada;
 3. Utilizar seno para encontrar o valor da altura.
- **Tecnologia/Teoria:** Ângulos Notáveis: Seno.

Identificamos ainda em L2, o exercício proposto 56, o qual mostraremos na figura 6 a seguir.



Figura 6 – Exercício Proposto de L2



Fonte: Dante (2013, p. 257)

A seguir temos a análise praxeológica do exercício indicado na figura acima.

- **Tarefa:**

- Calcular o comprimento da escada.
- Calcular o ângulo formado pela escada e o chão.

- **Técnica:**

Letra a):

1. Analisar a imagem e identificar a posição do comprimento da escada;
2. Reconhecer qual razão trigonométrica será usada;
3. Utilizar cosseno para encontrar o comprimento da escada.

Letra b):

1. Identificar qual razão trigonométrica será utilizada;
 2. Utilizar a razão seno pra encontrar o valor do ângulo.
- **Tecnologia/Teoria:** Ângulos Notáveis: Cosseno e Seno.

A partir da análise praxeológica feita, nota-se que o Livro Didático L2 traz, no exercício resolvido, as três razões trigonométricas seno, cosseno e tangente para serem trabalhadas em uma única questão, e isso faz com que o aluno verifique em quais situações cada razão será utilizada, pois segundo Oliveira (2006) uma das grandes dificuldades que os alunos têm ao resolverem questões de ângulos notáveis é de identificar qual razão trigonométrica será necessária para resolver o problema. Os Exercício Proposto 1 e 2 trazem tarefas que levam o aluno a analisar e identificar qual a razão que deverá ser trabalhada em cada situação, potencializando o raciocínio do aluno para que o mesmo consiga resolver questões mais

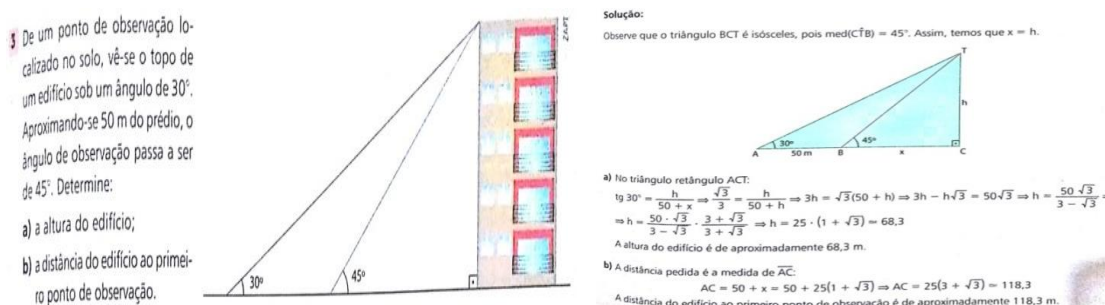


complexas futuramente. Logo, é importante que o livro didático utilize esse processo de ensino, que trabalhe primeiro com situações simples para que depois avancem com situações mais trabalhosas.

➤ ANÁLISE DO L3:

O livro L3 apresenta apenas 1 exercício resolvido. Ilustraremos aqui este exercício, conforme indica a figura 7.

Figura 7 – Exercício Resolvido de L3



Fonte: Iezzi et al (2016, p. 225)

A seguir temos a análise praxeológica do Exercício Resolvido de L3 de acordo com a figura 7.

• Tarefa:

- Calcular a altura do edifício.
- Calcular a distância do edifício ao primeiro ponto de observação.

• Técnica:

Letra a)

- Analisar a figura e identificar as medidas dos lados e identificar os elementos dos triângulos;



2. Reconhecer nos triângulos quais lados corresponde ao cateto adjacente e ao cateto oposto;
3. Usar a tangente do ângulo de 30° para calcular a medida do cateto oposto.

Letra b)

1. Perceber que o triângulo que possui o ângulo de 45° é isósceles e que portanto, o cateto adjacente é congruente ao cateto oposto;
 2. Definir a equação para calcular a distância;
 3. Substituir a medida do cateto o posto na equação na posição correspondente ao ângulo de 45° e estabelecer a medida total da distância.
- **Teoria/Tecnologia:** Ângulos Notáveis; tangente; Equação do 1° grau.

Ao analisarmos os exercícios propostos neste livro verificamos a presença de 10 questões. Para este trabalho elencamos as questões 21 e 22 indicadas nas figuras 8 e 9.

Na figura 8 mostraremos o exercício 21 encontrado em L3, como indicado abaixo.

Figura 8 – Exercício Proposto de L3

- 21** Uma escada de pedreiro de 6 m está apoiada em uma parede e forma com o solo um ângulo de 60° . Qual é a altura atingida pelo ponto mais alto da escada? Qual é a distância do pé da escada à parede?

Fonte: Iezzi et al (2016, p. 226)

A seguir temos a análise praxeológica do Exercício 21 de L3 como mostra na figura 8.

- **Tarefa:**
 - I) Determinar a altura do ponto mais alto
 - II) Calcular a distância do pé da escada à parede
- **Técnica:**

Item I)

1. Converter da linguagem natural para a linguagem figural;



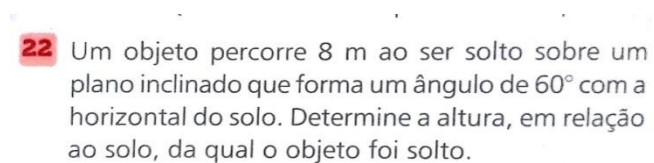
2. Reconhecer os elementos do triângulo (hipotenusa, catetos e ângulos) em suas respectivas posições;
3. Associar a altura ao cateto oposto;
4. Usar o seno do ângulo dado.

Item II)

1. Associar a distância ao cateto adjacente;
 2. Usar a tangente ou o cosseno de 60° .
- **Teoria/Tecnologia:** Ângulos Notáveis: seno e cosseno ou tangente.

Também identificamos no livro L3 outro exercício resolvido como ilustrado na figura 9.

Figura 9 – Exercício Proposto de L3



Fonte: Iezzi et al (2016, p. 226)

A seguir temos a análise praxeológica do Exercício Resolvido de L3 de acordo com a figura 9.

- **Tarefa:** Determinar a altura em relação ao solo
- **Técnica:**
 1. Fazer a conversão para a linguagem figural
 2. Identificar a hipotenusa, o cateto oposto, o cateto adjacente e os ângulos em suas respectivas posições no triângulo;
 3. Associar a altura ao cateto oposto;
 4. Reconhecer a razão trigonométrica a ser utilizada;
 5. Usar o seno do ângulo dado.
- **Teoria/Tecnologia:** Ângulos Notáveis: Seno.



O exercício proposto 1 do livro L3 apresenta tarefas similares as do exercício resolvido, este difere daquele por conter mais informações e parecer mais complexo. A tarefa do exercício proposto 2 também é semelhante as demais. Em ambos, a realização das tarefas exige a conversão da linguagem natural para a linguagem figural além do reconhecimento da razão trigonométrica a ser utilizada, como a maioria das atividades ligadas a ângulos notáveis, o que converge desse modo, às dificuldades apontadas por Oliveira (2006) e por Dionízio e Brandt (2011). No entanto, como o exercício resolvido é acompanhado de uma figura e mostra também como deve ser feita a conversão para a linguagem figural o aluno tem o livro como um orientador tornando possível a realização das tarefas. É importante que isso seja feito para que as dificuldades dos alunos sejam superadas, mas para isso o livro precisa apresentar mais de um exercício resolvido, buscando abranger diversas situações que podem apresentar obstáculos para a aprendizagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal deste trabalho era desenvolver uma análise praxeológica em três livros didáticos de matemática do 1º ano do ensino médio, de questões referentes ao tópico de Ângulos Notáveis para identificar as tarefas, técnicas, tecnologias e teorias de exercícios resolvidos e exercícios propostos.

Nesse sentido, da análise realizada concluímos não apenas que as tarefas dos livros L1, L2 e L3 são apresentadas com clareza e levam o aluno a um bom entendimento da questão, mas também que as tarefas dos exercícios propostos e dos resolvidos são semelhantes, e assim cumpre-se o papel orientador do livro didático. Além disso, os exercícios propostos trazem tarefas simples que impulsionam o aluno a analisar e identificar qual razão será trabalhada em cada situação, servindo como potencializador do raciocínio ao possibilitar resoluções de questões futuras. No entanto, o L3 diferente dos livros L1 e L2 apresenta apenas um exercício resolvido criando a possibilidade de barreiras na aprendizagem de situações devido à ausência de exemplos.

Assim, acreditamos na eficácia da análise praxeológica como um diagnóstico dos pontos positivos e negativos do livro didático. Apesar de identificarmos tarefas que concordam



com as necessidades do processo de ensino aprendizagem, temos consciência de que o livro didático deve sempre ser acompanhado de outros instrumentos e práticas diversas, ou seja, nunca deve ser o centro da prática docente.

REFERÊNCIAS.

- ALMOULOU, S. A. **Teoria Antropológica do Didático: metodologia de análise de materiais didáticos**. Revista Iberoamericana de Educação Matemática. São Paulo, 2015.
- DANTE, L. R. **Matemática: Contexto e Aplicações** – 2 ed. – São Paulo: Ática, 2013.
- DIONIZIO, F. Q. BRANDT, C.F. **Análise das Dificuldades Apresentadas pelos Alunos do Ensino Médio em Trigonometria** – UEPG. X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE, Curitiba, 2011.
- IEZZI, G. et **Matemática: ciência e aplicações** – 9 ed. – São Paulo: Saraiva, 2016
- OLIVEIRA, R. L. **Dificuldade no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades** – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.
- SILVA, D. G. **O livro didático no processo de ensino e aprendizagem da matemática: considerações de professores de escolas públicas de Ji-Paraná**. Trabalho de conclusão de curso. UNIR– Ji-Paraná, 2014.
- SOUZA, J. S. **Matemática: coleção novo olhar** – 1. Ed. São Paulo: FTD, 2010



APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: ANÁLISE DAS DIFICULDADES APRESENTADAS POR ALUNOS DO ENSINO MEDIO

Wallace do Carmo Muniz¹⁷

wllcmuniz@gmail.com

Maria de Lourdes Silva Santos¹⁸

2011malu.melo@gmail.com

Cinthia Maradei Pereira¹⁹

cinthia@uepa.br

RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar as dificuldades de aprendizagem de Estatística na Educação Básica, propondo-se a responder por que tais dificuldades são acentuadas no ensino médio. Intencionando o objetivo proposto, desenvolveu-se esse estudo em duas etapas. Na primeira aplicou-se uma pesquisa de campo em turmas do ensino médio de uma escola da rede pública estadual, em Belém do Pará, com a finalidade de se compreender os contextos social e escolar do aluno. Na outra, realizou-se uma pesquisa bibliográfica para se conhecer como se organiza o currículo de Estatística na Educação Básica, segundo os principais documentos curriculares oficiais e a forma de seu ensino nas salas de aula. Dos resultados obtidos na pesquisa de campo e fundamentando-se no levantamento bibliográfico, foi possível identificar três fatores que possibilitam entendê-los como influenciadores na aprendizagem dos conteúdos estatísticos e por isso implicam dificuldades acentuadas no ensino médio: a forma de ensino com predominância descritiva desde o ensino fundamental; alguns conflitos entre os critérios dos parâmetros curriculares nacionais e a necessidade de construir o pensamento estatístico; e algumas competências necessárias às práticas pedagógicas não adquiridas na formação docente. Considera-se que os cursos de formação inicial e continuada possuem papel de elevada relevância nas mudanças que possibilitem com que o docente aplique a Estatística Inferencial com maior ênfase em sala de aula. Entende-se que esse estudo possibilita novas reflexões sobre a importância do ensino adotando o pensamento estatístico em aulas com predominância inferencial.

Palavras-chave: Educação Básica. Ensino. Estatística. Estatística Inferencial. Pensamento estatístico.

Introdução

Os conceitos estatísticos estabeleceram-se gradualmente ao longo da história devido sua aplicabilidade, tornando-se essenciais para o mundo moderno. Senra (2009) aponta que

¹⁷ Mestrando do Programa de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática - UEPA (Universidade Estadual do Pará).

¹⁸ Docente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática - UEPA (Universidade Estadual do Pará).

¹⁹ Docente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática - UEPA (Universidade Estadual do Pará).



Os Estados desde (quase) sempre quiseram enumerar, mensurar, quantificar suas populações, suas riquezas, seus recursos; quiseram as estatísticas. De início, com vistas às guerras, para tributar e para recrutar; depois, para, além disso, com vistas a legislar e administrar inúmeros aspectos das esferas pública e privada. No tempo, diversificou e sofisticou a demanda por estatísticas, num movimento contínuo e intenso. (SENRA, 2009, p.29).

Essa extensa aplicabilidade da Estatística teve como consequência sua inserção no processo escolar. Os anos de 1970 foram decisivos, pois se discutia “a influência política e ética da utilização da Estatística na Educação Básica” (WALICHINSKI; JUNIOR; ISHIKAWA, 2014, p. 46). Nas duas décadas seguintes, segundo Borba et al (2011), a Estatística e a Probabilidade foram introduzidas como tópicos dos currículos nacionais no Ensino Fundamental em muitos países, tais como, Inglaterra e País de Gales pelo National Curriculum (DES, 1989), e Brasil pelos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Assim, as orientações do ensino de Estatística no Brasil estão contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e também no mais recente documento oficial que normatiza o currículo da educação básica, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nesse contexto, um conflito constatado ao longo dos últimos 18 anos em atividade docente nas redes pública e particular de ensino na região metropolitana de Belém do Pará direciona a principal questão que norteia este artigo. Se os tópicos de Estatística são favoráveis às práticas pedagógicas, por que as dificuldades de aprendizagem deste assunto são acentuadas no ensino médio? Para poder responder esse problema é preciso antes conhecer a organização curricular de Estatística na Educação Básica e as principais formas de se ensinar Estatística: descritiva e inferencial.

O objetivo geral desse estudo foi o de analisar as dificuldades de aprendizagem de Estatística na Educação Básica (EB), e para isso foi realizado um estudo de campo com uso de um questionário socioeducativo e de um teste, com turmas de 2º ano do ensino médio da rede pública estadual paraense. A seção seguinte trata da organização curricular de Estatística na EB, dividida nos dois principais documentos que orientam o currículo escolar: os PCN e a BNCC. A base teórica teve como referência: Kataoka et al (2011) e os próprios documentos oficiais. Sobre a forma de se ensinar essa temática, se descritiva ou se inferencial, buscou-se suporte em Lopes e Meirelles (2005), Campos et al (2011), Walichinski, Junior e Ishikawa (2014), Walichinski e Junior (2013), Estevam e Cyrino (2016) e Serrazina (2002). As etapas e a



forma da pesquisa são explanadas na metodologia, que buscou auxílio teórico em Lakatos (2003). Em seguida, as análises realizadas a partir dos resultados. Por fim, as considerações direcionadas em responder ao principal questionamento desse estudo: por que as dificuldades de aprendizagem dos conceitos estáticos são evidentes no ensino médio?

Organização curricular de Estatística na Educação Básica Segundo os PCN

Em 1997, foram regulamentados os primeiros PCN, particularmente do ensino fundamental para as séries iniciais (EF I) e no ano seguinte, os das séries finais (EF II). De 1999 a 2006, vieram os PCN do ensino médio e suas orientações curriculares (PCNEM PCNEM+). A Estatística nos documentos para o EF faz parte do bloco Tratamento da Informação, de modo que seus conteúdos e procedimentos estão distribuídos gradualmente do primeiro ciclo do ensino fundamental (EF) ao ensino médio (EM), segundo Brasil (1997 e 1998).

Os objetivos gerais da Estatística para o EF são:

[...] fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem freqüentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos. (BRASIL, 1998, p. 52).

Para o EM, a Estatística encontra-se como unidade temática no eixo ou tema estruturador Análise de Dados (BRASIL, 2002, p.126), e seus conteúdos estão divididos em: descrição de dados; representações gráficas; análise de dados (médias, moda e mediana, variância e desvio padrão). Para a 1ª série propôs-se descrição de dados e representações gráficas, ficando para a 2ª série a análise de dados, ou seja, os conteúdos dessa unidade não se prolongam para a 3ª série.

Ainda que os PCN sejam apenas propostas, sua influência resultou nas discussões que culminaram na BNCC, homologada em 2017.

Segundo a BNCC

Após a promulgação do Plano Nacional de Educação (PNE), em 2014, firmou-se a necessidade de uma base nacional comum curricular, o que alterou a LDB em 2017. Nesta, o Artigo 35 define que: “A Base Nacional Comum Curricular definirá direitos e objetivos de



aprendizagem do ensino médio conforme diretrizes do Conselho Nacional de Educação [...]” (BRASIL, 2017, p. 10). Com a homologação em dezembro de 2017, a BNCC tornou-se o documento curricular mais recente.

A Estatística neste documento compõe a unidade temática Probabilidade e Estatística, na qual a proposta para o EF é a de abordar

conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos. (BRASIL, 2017, p. 270)

Os conteúdos ou objetos de conhecimento estatísticos foram distribuídos tal qual nos PCN, isto é, gradualmente das séries iniciais do EF ao EM. Para o EM, a cada uma das cinco competências específicas na Área de Matemática e suas tecnologias estão associadas habilidades. Isto significa que os objetos de conhecimento não foram definidos para as séries dessa etapa de ensino, como feito para o EF. Assim, conforme Brasil (2017, p. 534 e 535).

Além da organização das habilidades por competências, elas podem ser organizadas na elaboração de currículos em unidades temáticas, como proposto no Ensino Fundamental. [...] Outras unidades temáticas poderão ser organizadas, reunindo tanto as habilidades definidas nesta BNCC quanto outras que sejam necessárias e que contemplem especificidades e demandas próprias dos sistemas de ensino e escolas.

Na BNCC, portanto, a organização curricular para o EM segue as necessidades dos sistemas escolares, diferenciando-se do EF.

Formas de ensinar Estatística: descritiva ou inferencial

Os anos iniciais do século XX marcaram um novo rumo para o ensino da Estatística que se tornava mais interdisciplinada. Além disso, gradualmente passou-se a exigir sistematização mais complexa para estabelecer os fundamentos de conceitos estatísticos, dependendo de outros provenientes da Matemática, principalmente os probabilísticos. Era o surgimento da Estatística Moderna, cujo principal nome é do estatístico inglês Ronald Fisher que possibilitou o surgimento da Estatística Inferencial. Lopes e Meirelles (2005, p.3)



constatam que somente “A partir da virada do século é que foi sendo construída a Estatística Inferencial, com o uso sistemático da probabilidade nos papéis definidos de coleta, resumo e análise de dados empíricos”. Assim, a Estatística deixou de ser unicamente descritiva; associada à coleta de dados e cálculos de medidas.

Para Lopes e Meirelles (2005) a Estatística pode ser definida “como a arte e a ciência de coletar, analisar e fazer inferências a partir de dados”. Porém, como a característica de inferir dados não é própria da Matemática, alguns autores passaram a reconhecer a Estatística não mais como parte da Matemática.

Walichinski, Júnior e Ishikawa (2014, p. 46) consideram que “para a Matemática, o determinismo é o centro de todo o processo; enquanto que a Estatística apresenta como foco a variabilidade dos dados, em que a incerteza se faz presente”.

Diante disso os alunos apresentam confusão quanto ao ensino dos conceitos estatísticos e segundo Campos et al (2011)

[...] tendem a equiparar a Estatística à Matemática e esperam que o foco esteja em números, fórmulas e cálculos em geral, sempre com uma resposta certa. Não raro eles ficam desconfortáveis em ter que trabalhar com coleta de dados, com diferentes formas de interpretação e com o uso extensivo da habilidade de escrever e se comunicar.

Conhecer os conceitos estatísticos, portanto, não garante o saber estatístico. É necessário que a aluno adquira o pensamento estatístico, que “requer principalmente a formulação de hipóteses, interpretação e análise de resultados obtidos” (WALICHINSKI; JUNIOR; ISHIKAWA, 2014, p. 47). Neste caso, a busca pela resposta única, pelo valor falso ou verdadeiro, dá lugar à imprecisão, à probabilidade, ao aleatório. O aluno deve “ser levado a perceber a variabilidade dos dados e, como essa pode influenciar nos resultados”, enfatizam os autores.

Para Cazorla (2002, apud WALICHINSKI; JUNIOR, 2015, p.24) o pensamento estatístico pode ser definido como “[...] a capacidade de utilizar, de forma adequada, as ferramentas estatísticas na solução de problemas, de entender a essência dos dados e de fazer inferências”.



Os PCN, conforme Lopes e Moran (1999), “justificam o ensino da probabilidade e da estatística acenando para a necessidade do indivíduo compreender as informações veiculadas, tomar decisões e fazer previsões que influenciam sua vida pessoal e em comunidade”. No entanto, para as autoras, eles “ressaltam a necessidade de calcular medidas estatísticas, sem preocupar-se em enfatizar que o mais importante é saber o que cada medida significa e não simplesmente efetuar seus cálculos”.

O desenvolvimento do pensamento estatístico no ensino fundamental recebeu maior ênfase na BNCC, conforme consta nas competências específicas de Matemática para o ensino fundamental.

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático- utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados). (BRASIL, 2017, p. 263)

Os resultados das mudanças no currículo escolar, porém, perpassam pelo professor, que Serrazina (2002 apud OLIVEIRA e LOPES, 2005, p. 910) considera como “elemento chave na mudança”. E diante do currículo proposto pelos PCN ou do normatizado na BNCC o docente precisa desenvolver-se profissionalmente de modo a apropriar-se dessas transformações. Neste sentido, Pontes (1998 apud Lopes, 2008, p. 67) alerta que “O desenvolvimento profissional do professor de matemática acontece em um contínuo movimento de dentro para fora e tende a considerar a teoria e a prática de forma interligada, não privilegiando uma em detrimento da outra”. Os cursos de formação inicial e continuada podem ser determinantes para possibilitar que tais mudanças no currículo de Estatística aproximem o trabalho do professor de um ensino que desenvolva o pensamento estatístico nas salas de aula.

Para Lopes (2008, p. 66)

Um profissional da Educação, que conceba o ensino como uma mera transmissão de conceitos já elaborados e construídos, que considere que a aprendizagem restringe-se apenas ao envolvimento e à capacidade do aluno, talvez não leve em conta os componentes do conhecimento profissional como necessidades.



Por outro lado, o mesmo autor acredita “que o ensino e a aprendizagem que abordem o pensamento estatístico e o probabilístico, desde a educação infantil, possibilitarão a formação de um aluno com maiores possibilidades no exercício de sua cidadania, com maior poder de análise e criticidade diante de dados e índices”. Nesse sentido, Oliveira e Lopes (2013) entendem que as formações continuadas devem se voltar para pontos mais específicos da matemática. Estevam e Cyrino (2016, p.120) reconhecem

que o desenvolvimento profissional envolve o desenvolvimento de conhecimentos, experiências e reflexões por meio da contraposição entre teoria e prática, iniciado na formação inicial e contínuo ao longo do tempo, que considera a idiosincrasia do professor e possibilita o redimensionamento de suas práticas e de sua identidade profissional

Segundo Oliveira e Lopes (2013, p. 911) a formação continuada para os docentes deve ser entendida

como um momento específico ou determinado do processo de desenvolvimento profissional, em que se possibilita ao professor, por meio de atividades matemáticas diversas, aprender Matemática e criar, para suas aulas, propostas didáticas que permitam às crianças aprender Matemática, fazendo Matemática.

Assim, ao professor cabe não desconectar suas práticas em sala de aula das mudanças e discussões a elas referentes realizadas fora do ambiente escolar.

Procedimentos Metodológicos

Realizou-se uma pesquisa de campo junto a 82 alunos das turmas do 2º ano do EM de uma escola pública do município de Belém, no estado do Pará. Do total, 51 eram do 2º ano do turno da manhã, sendo os 31 restantes, do 2º do EM noturno. Esse estudo caracteriza-se como uma pesquisa quali-quantitativa, pois tem a finalidade de descrever e inferir os dados obtidos. Para respaldar a análise inferencial destes dados utilizou-se a técnica de pesquisa bibliográfica que, segundo Manzo (1974 apud LAKATOS, 2003 p. 183) permite ao cientista "o reforço paralelo na análise de suas pesquisas ou manipulação de suas informações".

Tais dados foram levantados de duas formas: A primeira, por meio de um questionário socioeducativo (QSE), objetivando informações pessoais e educacionais do aluno. Assim, buscou-se dados dos alunos em três campos: de sua vida pessoal e escolar; de sua relação com



as aulas de Matemática; e com o trabalho pedagógico do professor, principalmente em relação à Estatística.

A outra, por meio de um teste de conhecimento (TC), objetivou-se analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos quanto à aprendizagem de Estatística. O aluno neste teste foi submetido a dez questões, sendo nove de múltipla escolha e uma em que deveria apresentar sua resposta, sem que precisasse analisá-la. As 10 questões foram organizadas em três grupos de dificuldade, a saber: 5 fáceis; 3 moderadas; 2 difíceis.

Ressalta-se que os percentuais tiveram arredondamento para uma casa decimal nas Tabelas de 1 a 5 referentes à seção de análise de resultados, podendo, pois, não atingir 100%. Porém, sem causar prejuízo à análise.

Análise dos Resultados

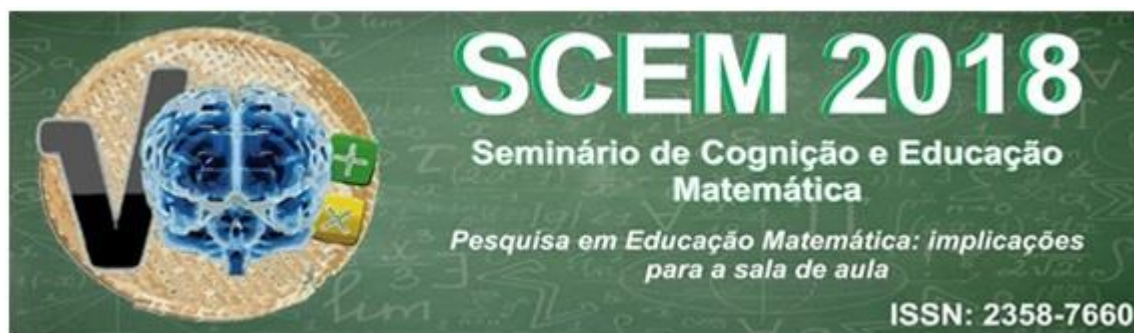
Resultados obtidos

Da pesquisa de campo com 82 alunos do 2º ano do EM de uma escola da rede pública estadual da capital paraense, chegou-se aos resultados analisados conforme as seções que seguem.

Para analisar as dificuldades de aprendizagem de estatística na EB – objetivo principal desse estudo – serão consideradas as questões 15 e 16 do último campo do QSE e cada grupo de dificuldade do TC. Na Tabela 1, referente à questão 15, constata-se que apenas 2,4% de alunos consideram que ao iniciar o assunto de Estatística o professor adota jogos ou um modelo para facilitar a explicação. Porém, mais de 30% consideram que o docente ou introduziu o tema com uma história referente ao tópico ou com uma situação problema. Por outro lado são quase 33% que afirmam nunca ter estudado tal assunto.

Tabela 1

Quando você estudou ESTATÍSTICA, a maioria das aulas:	Número de alunos	% de alunos
Iniciava pela definição seguida de exemplos e exercícios	28	34,1
Iniciava com a história do assunto para depois explorar os conceitos	12	14,6
Iniciava com uma situação problema para depois introduzir o assunto	13	15,9
Iniciava com jogos para depois sistematizar os conceitos	1	1,2



Iniciavam com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo	1	1,2
Não estudei Estatística	27	32,9

Fonte: Pesquisa de Campo, 2018

Já na Tabela 2, referente à questão 16, observa-se que somente 1,2% dos professores, segundo os alunos pesquisados, usam jogos durante as aulas desse assunto. Aplicar exercícios do livro didático é apenas 8,5%, mesmo percentual dos professores que exigem dos alunos pesquisa de questões sobre o tema. Em contrapartida, quase 38% dos docentes adotam listas de exercícios, sendo que 11% nem se quer propõe exercícios para retenção do aprendizado.

Tabela 2

Para praticar o conteúdo de Estatística seu professor costumava:	Número de alunos	% de alunos
Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos	31	37,8
Apresentar jogos envolvendo o assunto	1	1,2
Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático	7	8,5
Solicitava que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver	7	8,5
Não propunha questões de fixação	9	11,0
Não estudei Estatística	27	32,9

Interpretação dos resultados

Para aplicar modelos matemáticos, sugeridos como uma das competências pelos PCNEM+ (BRASIL, 2002, p. 127), o professor precisa ter domínio do conteúdo. Com apenas 1,2% dos alunos pesquisados indicando que o professor inicia com um modelo matemático para explicar um tópico da Estatística pode-se entender que haja dificuldades do profissional em relacionar o que Lopes (2008, p. 65) chama de “conhecimento didático do conteúdo”. Assim, para a autora:

O conhecimento didático do conteúdo é uma síntese entre os conteúdos a ensinar e os modos de fazê-lo, incluindo formas de representação das idéias, analogias importantes, ilustrações e exemplos próximos ao contexto. Está incorporada a esse conhecimento a habilidade em representar e formular o conteúdo conceitual e/ou procedimental, tornando-o compreensível aos alunos, gerando a compreensão do que torna a aprendizagem de um conceito mais ou menos difícil e de suas respectivas concepções.



Oliveira e Lopes (2005, p. 910) afirmam que “Os professores que ensinam Matemática na escola precisam ter uma formação didática da Matemática e, como nem sempre isso ocorreu na formação inicial, eles buscam essa aprendizagem nos processos de formação contínua”.

Borba et al (2011) aponta divergência entre as propostas dos PCN e das Diretrizes Nacionais para Matemática que afeta os cursos de formação de professores.

enquanto o primeiro documento introduz o trabalho com a Estatística, Probabilidade e Combinatória na escola básica, o último sequer cita esses conteúdos para os estudantes de Licenciatura, provocando um efeito danoso de diminuição da carga horária desses conteúdos em grande parte dos cursos no Brasil.

Um dos efeitos desta não citação é a desvalorização do conhecimento estatístico nas salas de aula da EB. Isto se confirma pelos quase 33% de alunos que afirmam nunca ter estudado tal assunto (Tabela 1). Mas, quando o aluno que admite tê-lo estudado não consegue acertar uma questão que solicita apenas o conhecimento de rol – identificada na 2ª questão no grupo das fáceis, sendo que 92,7% erraram ou não fizeram (Tabela 4) – é um indicativo de que está havendo dificuldades na forma de introduzir tópicos mais elementares. Oliveira e Lopes (2005, p. 910) propõem que “os espaços formativos de aprendizagem docente devem ser organizados de modo a permitir-lhes viver experiências decorrentes das reflexões sobre sua própria prática”, isto é, o reconhecimento pelo profissional de que há deficiências em sua prática pedagógica, sendo necessário buscar atualizações, pode reduzir tais discrepâncias.

Ainda quanto à forma de ensinar, Tabela 1, o percentual de 34,1 indicando que o professor ao fazer uma definição prossegue com exemplos e exercícios, mostra que uma das formas mais simplificadas de ensinar continua sendo muito utilizada. A aprendizagem dos alunos, decorrente desta prática, pode até ser satisfatória em alguns casos, porém, ao se confrontar com 37,8% dos professores, que segundo os alunos, fazem uso de lista de exercícios (Tabela 2), constata-se ineficiência nesse método de ensino, uma vez que 81,7% dos alunos erraram ou não fizeram a questão que solicitava o simples reconhecimento de amostra e população (Tabela 4). Assim, vê-se que o aluno ao não confirmar aprendizagem de conceitos



básicos, como os de população e amostra e formação de rol, podem não estar sendo submetidos à construção do pensamento estatístico defendido pela EE.

Além disso, a distribuição dos conteúdos ao longo das etapas de ensino e graduados conforme a série, como proposto pelos PCN e pela BNCC, se aplicados, condicionam o aluno pelo menos aprender os conteúdos básicos e adquirir um pensamento estatístico, possibilitando fazer inferências. Kataoka (2011, p. 236) sugere que “a falta de vivência no ‘modo estatístico de pensar’ parece implicar não só em uma abordagem meramente tecnicista dos métodos estatísticos, como também em certo desconforto, por parte dos professores, em relação ao assunto”.

As questões difíceis (Tabela 5) exigem conhecimento de conteúdos que para os PCN podem ser trabalhados no ciclo IV do EF II (BRASIL, 1997). Mas, a BNCC sugere na 2ª série do EM (BRASIL, 2017). Assim, a questão 7 (Figura 1) exige apenas o entendimento dos conceitos de média e moda, sem cálculos matemáticos. Já a 8 (Figura 1) , não exige entendimento dos conteúdos envolvidos, desvio padrão e variância, apenas o conhecimento da relação entre ambas por meio de uma simples fórmula, cujos cálculos também não foram implicados. Apesar disso, os resultados mostram que mais de 80% erraram ou não fizeram tais questões (Tabela 5).



Figura 1: Questões difíceis

Em uma corrida de regularidade, a equipe campeã é aquela em que o tempo dos participantes mais se aproxima do tempo fornecido pelos organizadores em cada etapa. Um campeonato foi organizado em 5 etapas, e o tempo médio da prova indicado pelos organizadores foi de 45 minutos de prova. No quadro, estão representados os dados estatísticos das cinco equipes mais bem classificadas (em minutos).

Equipes	Média	Moda	Desvio-padrão
Equipe I	45	40	5
Equipe II	45	41	4
Equipe III	45	44	1
Equipe IV	45	44	3
Equipe V	45	47	2

7. Utilizando os dados estatísticos do quadro, a campeã foi a equipe

- a) I b) II c) III d) IV e) V

8. Qual equipe possui maior variância:

- a) I b) II c) III d) IV e) V

A proposta dos PCN pode ter efeito relevante seja na não aprendizagem dos alunos, seja na decisão do docente de não aplicar tais conteúdos, uma vez que tal documento propõe “Obtenção das medidas de tendência central de uma pesquisa (média, moda e mediana), compreendendo seus significados para fazer inferências” (BRASIL, 1997). A dimensão dessa expectativa para um aluno do IV ciclo (9º ano) do EF II, que não se confirma pelos dados desse estudo nem para um aluno do EM, favorece a aplicação da Estatística Descritiva, contrariando assim a necessidade de aquisição de um pensamento estatístico. Para Serrazina (2002)

Sabe-se que os alunos constroem activamente o seu conhecimento, logo o modelo de ensino não pode ser baseado na transmissão do conhecimento por parte do professor, mas sim num modelo onde a investigação, a construção e a comunicação entre os alunos são palavras chave.

Pelo exposto nessa análise entende-se que, se os objetos do conhecimento que foram propostos para o EF não estão sendo aprendidos, então os propostos para o EM, que exigem cálculos matemáticos, não tem possibilidade de um aprender satisfatório. Portanto, as dificuldades de aprendizagem de conteúdos tão elementares em uma série implicam inviabilidade para o trabalho do professor na série posterior. Este, por sua vez, tende a não cumprir parte dos conteúdos estatísticos em determinada série, ou nem se quer os introduz.



Considerações Finais

Este estudo propôs-se analisar as dificuldades de aprendizagem em Estatística na EB. O desenvolvimento desse trabalho possibilitou responder a pergunta que o norteou: por que são acentuadas as dificuldades de aprendizagem de conceitos estatísticos no EM? Além disso, também permitiu delinear a organização curricular da temática em questão, pelos PCN e pela BNCC, e determinar qual a forma predominante de ensiná-la.

Em relação à BNCC, os dados coletados apresentaram limites para analisar as dificuldades de aprendizagem, devido sua recente homologação. Do estudo bibliográfico, porém, pôde-se verificar que os documentos curriculares oficiais apresentam algumas divergências que influenciam na aprendizagem. Tais como a consequente desvalorização da Estatística, pela ausência de citação na BNCC para os alunos de licenciatura, identificado por Borba et al. Neste caso, os dados revelaram que um elevado percentual dos alunos pesquisados apresentaram dificuldades até em questões que exigiam conhecimentos básicos, sugeridos para as séries iniciais do EF. Considera-se, então, que se a formação inicial do professor não favorece o envolvimento com a temática, o resultado tende a ser a não aprendizagem da mesma pelos alunos da EB.

Outra relevante divergência verificada foi a proposta dos PCN de se ensinar obtenção de medidas de tendência central já no 9º ano do EF II, ao contrário da BNCC. Como os alunos pesquisados são do EM, e a maioria teve desempenho não foi satisfatório, constata-se que o ensino de Estatística desenvolvido nas salas de aula da EB apresenta-se com predominância descritiva.

Assim, a partir desse estudo, pode-se considerar que as dificuldades de aprendizagem de conceitos estatísticos, acentuadas no EM, decorrem basicamente de três fatores: da forma predominantemente descritiva de ensinar essa temática desde o EF; de algumas impossibilidades de se estabelecer o pensamento estatístico diante de alguns critérios propostos pelos documentos curriculares oficiais, especialmente os PCN que orientam a EB desde 1997;



e de algumas competências não adquiridas pelo docente durante sua formação e que são relevantes para sua atuação no ambiente escolar.

Para que o pensamento estatístico faça parte do cotidiano das escolas públicas e a Estatística Inferencial seja prática comum nas salas de aula é preciso que também estejam presentes nos cursos de formação inicial e de formação continuada. Deste modo, tanto os futuros professores quanto os atuantes poderão estabelecer um ambiente favorável a tais práticas.

Contudo, mesmo sendo o professor o principal mediador da relação ensino-aprendizagem no processo escolar, as responsabilidades sobre o desempenho dos alunos não podem ser centradas unicamente nesse profissional. Deve-se compreender que os envolvidos com o ambiente da escola, são também responsáveis pelo ensino e pela aprendizagem, ainda que indiretamente, quais sejam: funcionários das secretarias de educação, pessoal de apoio, funcionários da própria escola, comunidade no entorno da escola e a família dos discentes.

Espera-se, pois, que este artigo estimule reflexões e possibilite novos estudos, em favor da construção do pensamento estatístico, tanto de docentes que atuam na EB, quanto de formandos da graduação ou da pós-graduação envolvidos ou que pretendam envolver-se com o processo escolar.

REFERÊNCIAS

BORBA, R.; MONTEIRO, C.; GUIMARÃES, G.; COUTINHO, C.; KATAOKA, V. Educação Estatística no Ensino Básico: Currículo, pesquisa e prática em sala de aula. EM TEIA: **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v.2, 1 – 18, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum**: versão final. Secretaria da Educação Básica. Brasília, 2017.

_____. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **PCN + Ensino médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

_____. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.



CAMPOS, C. R. et al. Educação Estatística no contexto da Educação Crítica. **Bolema**. Boletim de Educação Matemática (UNESP-Rio Claro), v. 24, n. 39, p. 473-494, ago. 2011.

ESTEVAM, E. J. G; CYRINO, M. C. C. T. **Desenvolvimento Profissional de Professores em Educação Estatística**. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v. 9, n. 1, p. 115-150, 2016.

KATAOKA, Y. V; OLIVEIRA, A. C. S.; SOUZA, A. A.; RODRIGUES, A.; OLIVEIRA, M. S. **A educação estatística no ensino fundamental II em Lavras, Minas Gerais, Brasil: avaliação e intervenção**. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, México, v. 14, n. 8, p. 233-263, mai, 2011.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LOPES, C.; MEIRELLES, E. O desenvolvimento da Probabilidade e da Estatística. In: ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 18. 2005, Campinas. **Anais**. Campinas: UNICAMP, 2005. s.p.

OLIVEIRA, D.; LOPES, C.E. A prática docente em estocástica, revelada por professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **Educ. Matem. Pesq.**, v.15, n. esp., p.909-925, 2013.

SENRA, N. **História das Estatísticas Brasileiras**, vol.1, Estatísticas desejadas (1822-1889). Rio de Janeiro: IBGE. 2006.

SERRAZINA, L. **A formação para o ensino da Matemática: perspectivas futuras**. In A formação para o Ensino da Matemática na Educação Pré-Escolar e no 1º. Ciclo do Ensino Básico. Porto: Porto Editora. pp.9-19, 2002.

WALICHINSKI, D.; SANTOS JUNIOR, G. Educação estatística: objetivos, perspectivas e dificuldades. **Revista Imagens da Educação**, v. 3, n. 3, p. 31-37, 2013.

WALICHINSKI, D.; SANTO JUNIOR, G.; ISHIKAWA, E. C. M. Educação estatística e parâmetros curriculares nacionais: algumas considerações. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 3, 2014.



APRENDIZAGEM DE QUADRILÁTEROS: ANÁLISE DIAGNOSTICA JUNTO A ESTUDANTES DO MUNICÍPIO DE IGARAPÉ-MIRI

Dalcyn Woiler Machado Moraes²⁰

Universidade do Estado do Pará- UEPA

E-mail: nycladmat15@gmail.com.

Ana Kely Martins da Silva²¹

Universidade do Estado do Pará- UEPA

E-mail: anakely2@yahoo.com.br.

Pedro Franco de Sá²²

Universidade do Estado do Pará- UEPA

E-mail: pedro.franco.sa@gmail.com.

Resumo: O presente artigo tem o objetivo de realizar um estudo diagnóstico do ensino de quadriláteros em duas escolas municipais de Igarapé-Miri (Pa). O trabalho foi realizado no mês de maio de 2018 com um espaço amostral de 90 alunos, sendo empregado um questionário e um quadro de dificuldade, os quais foram tabulados utilizando a planilha “online” do “Google Forms”, a qual forneceu gráficos com percentuais para a realização das análises. Os resultados indicaram dificuldades no ensino de quadriláteros e este, apresentaram características de ensino tradicional e uma avaliação classificatória. Assim os professores utilizam primordialmente o livro didático para fixar o conteúdo e ainda não realizam uma avaliação relacionada à análise do erro dos discentes ou pensa nesta como uma forma de dialogar com o estudante sobre sua aprendizagem.

Palavras-chave: Educação; Ensino, Aprendizagem; Matemática; Quadriláteros.

1. Introdução

Em todos os níveis educacionais, seja fundamental, médio ou superior, a nosso ver, a matemática tem sido rotulada como a pior das disciplinas pelos discentes, o que pode ocorrer pelo fato dos conceitos serem muito abstratos, ou ainda pela dificuldade existente na maneira como se ensina a disciplina, ou quem sabe no modo como os sujeitos do processo, isto é, professor e estudante estão se relacionando em sala de aula perante a necessidade de se adquirir um determinado conhecimento. Refletindo sobre isso, muitas inquietações nos vêm à cabeça se realmente estamos fazendo nossa parte enquanto professores de matemática.

Desse modo, a geometria em especial para esse trabalho no que diz respeito à aprendizagem de quadriláteros, tem sido renegada em nossas salas de aulas, entretanto a Base

²⁰ Discente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PMPEM – UEPA

²¹ Professora do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PMPEM – UEPA

²² Professor do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PMPEM – UEPA



Nacional Comum Curricular (BNCC), Brasil (2016) reforça a necessidade de abrangência do pensamento geométrico em nossa rotina, onde coloca que “a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas (p. 270)”, mas ela deve “envolver o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento (p. 269)”. Com isso, seria possível perceber dificuldades no ensino aprendizagem de quadriláteros no 9º ano do ensino fundamental?

Diante disso objetivamos **realizar um estudo diagnóstico do ensino de quadriláteros em duas escolas municipais de Igarapé-Miri (Pa).**

Nossas referências foram os principais documentos nacionais que falam sobre o currículo, Brasil (1996 e 1997); Brasil (2016), em relação à avaliação destacamos os autores Godoy (2012), Basniak (2017); Ferraz e Macedo (2005); Rico (2004); Melo (2014), já relacionado ao ensino aprendizagem da matemática, mais especificamente a pensamento geométrico nos apoiamos em Pais (1996 e 2000).

Nas seções subsequentes deste artigo, comentaremos sobre a aprendizagem de geometria de uma forma geral, continuando com a metodologia, seguido dos resultados e análise dos dados e por fim expressaremos nossas considerações finais da pesquisa.

2. Aprendizagem de Geometria e Importância

A maioria dos professores de matemática atuante no contexto de sala de aula está sempre disposto a garantir aos discentes um ensino e uma aprendizagem de qualidade, e em relação à aprendizagem de geometria o esforço tem sido redobrado para garantir a devido grau de importância que esse ramo da matemática deve ter.

Nesse sentido, nos últimos anos observamos inúmeros trabalhos acadêmicos que levam em consideração os tópicos da geometria tão essenciais para uma educação mais completa e de qualidade, seguindo esse pensamento destacamos que a geometria é fundamental para o ensino de matemática e necessária para uma aprendizagem mais completa dos estudantes.

Aos objetivos relacionados ao pensamento geométrico, Brasil (1998, p. 64-65) destaca uma abordagem de aprendizagem que deve levar os alunos a:



- Resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas;
- Estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras de diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações [...];

Do modo como foi colocado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), podemos observar qual a importância do pensamento geométrico, sendo que sua aprendizagem pode ser mais efetivada quando colocada para os estudantes num contexto próximo da sua realidade, o que deve garantir, segundo este documento, uma maior assimilação dos conceitos e propriedades. Com isso, podemos destacar ainda mais a importância da geometria, pois ela se mostra fundamental para garantir aos estudantes a construção e evolução do pensamento lógico, dando a possibilidade de aprimorar características como a abstração, a orientação do espaço, a estimativa, as argumentações entre outras habilidades.

O valor que a geometria tem é inegável, mas isso não é uma realidade absoluta, historicamente o currículo de matemática vem se modernizando ao longo do tempo para proporcionar uma aprendizagem pautada em uma atualização da matemática nas escolas, movimentos como o Movimento da Matemática Moderna (MMM) ocorrido nos anos 60 foram essenciais para esses avanços com finalidades específicas para a área da matemática que eram segundo Godoy (2012, p. 259) de “Modernizar o ensino dessa área de conhecimento, adequando-a as necessidades de expansão industrial que orientam a reconstrução no pós-guerra e atendendo uma sociedade em acelerado avanço tecnológico”.

Nesse sentido, observa-se que o currículo necessitava de um novo formato, devido às mudanças que o mundo estava sofrendo nesse período, mudanças estas, que precisavam de um novo ensino e conseqüentemente de um novo perfil de estudante, este preparado para o mercado de trabalho.

A matemática e seu ensino aprendizagem são essenciais para uma educação de qualidade, mas para que isso possa vir a ocorrer tem que se pensar em metas para a educação foi o pensamento de Rico (2004, apud GODOY, 2012) quando coloca que essas metas devem:



Determinar, para cada indivíduo, a competência Matemática que lhe cabe; preparar cada indivíduo para a vida adulta, reconhecendo que alguns alunos requerem mais instrução Matemática que outros; estimular o reconhecimento fundamental da utilidade da Matemática em nossa sociedade; desenvolver habilidade para usar modelos matemáticos com vistas à resolução de problemas (p. 256).

Também podemos ressaltar, para que o estudante possa alcançar especificamente a aprendizagem de geometria, e aqui também está inserido o ensino e aprendizagem de quadriláteros, nós estamos de acordo com Pais (1996) que comenta alguns aspectos relacionados ao ensino aprendizagem desse ramo da matemática no nível fundamental, o qual coloca a utilização de recursos didáticos necessários, que são o objeto, o conceito, o desenho e a imagem mental. Em relação a estes quatro elementos o autor discorre sobre a sua utilização conjunta e sua importância para que se possibilite a assimilação dos conceitos e propriedades geométricos.

Em relação a esses elementos comentaremos primeiramente sobre o objeto, que Pais (1996) exemplifica como sendo algo concreto, podendo ser chamado de “material didático” ou “modelo físico”, algo da realidade do estudante que também pode estar associado a vários conceitos geométricos que são estudados no ensino fundamental, a exemplo, o autor comenta sobre a construção de um cubo de madeira, de cartolina, ou qualquer outro material, com ele podemos associar algumas propriedades do cubo, e com isso a utilização desse recurso didático pode trazer uma percepção palpável de algumas propriedades desse sólido geométrico.

No entanto Pais (1996) adverte que o uso dos objetos deve ser seguido de uma fundamentação teórica e um planejamento cuidadoso para que a aprendizagem com este recurso seja verdadeiramente significativa. Do exposto o autor comenta que:

Devido a sua natureza particular e concreta, esses objetos permitem uma relativa facilidade de manipulação no transcorrer de atividades visando a aprendizagem. Entretanto, faz-se necessário salientar que esta manipulação de objetos defendida na educação pré-escolar cuja finalidade não está voltada diretamente para uma aprendizagem formal. (Pais, 1996, p. 67).

O autor continua comentando sobre a função do desenho na aprendizagem geométrica, esse recurso didático é o mais utilizado nas aulas de geometria, pois é uma representação mais simplificada para a observação dos conceitos e propriedades das figuras planas ou espaciais,



sua utilização é destacada tanto nas aulas, quanto nos livros didáticos ilustrando definições, conceitos, exemplos e exercícios.

Ele explica, também, sobre o terceiro elemento para a possível aprendizagem de geometria que são as imagens mentais, em seu discurso essas imagens possuem natureza diferente das do objeto didático e do desenho, pois está relacionada a duas características básicas que são a subjetividade e a abstração, sendo as imagens mentais dessa natureza podem ser relacionada aos conceitos, mesmo que se afaste da ciência por ter um caráter subjetivo. Pais (1996) esclarece que:

Embora não seja fácil definir formalmente o que seja uma imagem mental, pode-se dizer que o indivíduo tem uma dessas imagens quando ele é capaz de enunciar, de uma forma descritiva, propriedades de um objeto ou de um desenho na ausência desses elementos. Assim, como as noções geométricas são ideias abstratas e, portanto, estranhas a sensibilidade exteriores do homem, a formação de imagens mentais é uma consequência quase que exclusiva do trabalho com desenhos e objetos. (PAIS, 1996, p. 70)

Deste modo, ressaltamos que no ensino fundamental o ensino e a aprendizagem dos conceitos e propriedades de geometria plana devem ser consolidados e ampliados, Brasil (2016) nos coloca que:

No Ensino Fundamental – Anos Finais, o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança (p. 270).

Por fim, o último elemento é o conceito, onde o autor coloca que “a generalização e a abstração dos conceitos geométricos são construídos pouco a pouco, num processo dialético que envolve necessariamente a influência do mundo físico e um a reflexão intelectual sobre este mundo” (Pais 1996, p. 70), este processo acaba se tornando o obstáculo a ser alcançado quando se estuda geometria, porém com a proximidade de recursos de sua realidade como objetos e desenhos (mundo físico), os conceitos (reflexão intelectual) começam parecer mais claros iniciando o processo de internalização dos mesmos.



3. Metodologia

A pesquisa foi realizada em junho de 2018, tendo a participação de 90 (noventa) alunos de 9º ano de ensino fundamental de duas escolas publicas localizadas no município de Igarapé-Miri, interior do estado do Pará, pelo que foi constado em campo, não tivemos conhecimento que as escolas acima referidas já tenham participado de qualquer pesquisa dessa natureza.

O nosso primeiro contato como o campo foi um dia antes da aplicação dos materiais de pesquisa com a apresentação do ofício de encaminhamento que solicitava a utilização de turmas para a realização do trabalho e a apresentação da minuta da pesquisa para direções e coordenações dos estabelecimentos de ensino, grande foi nossa satisfação quando as direções das escolas acolheram nossa solicitação e se mostraram receptíveis e relação a pesquisa não medido esforços para disponibilizar aulas para a realização do trabalho.

No dia seguinte já na sala de aula, fomos apresentados pelo coordenador pedagógico à primeira turma, ele pediu para que os estudantes se comportassem e seguissem todas as orientações que fossem dadas, deixando-nos a vontade com a turma, nesse momento fizemos nossa apresentação e comentários sobre o objetivo da pesquisa e o programa de pós-graduação e Instituição que fazemos parte, foi distribuído o material de pesquisa, que são o questionário, o quadro de dificuldades e os termos de livre consentimento esclarecido os quais foram explicados por nós como os discentes deveriam proceder seu preenchimento.

Na segunda turma desta mesma manhã, o coordenador fez novamente as apresentações pedindo a disponibilidades dos estudantes e seu comportamento, realizamos os mesmos procedimentos feitos na primeira turma, porém esta foi uma pouco mais rápida, desse modo demos por encerrado os trabalhos na primeira manhã.

À tarde voltamos na escola, mas não no começo das aulas, pois a direção pediu que para essa turma do vespertino fossemos depois do intervalo, seguindo a orientações chegamos e fomos a terceira sala de aula, a qual foram feitos todos os procedimentos de apresentação e explicação da pesquisa, desse modo foram preenchidos todos os materiais de nossa pesquisa.

No dia seguinte fomos à segunda escola, sendo que nossa amostra na primeira escola já contava com um número expressivo de estudantes, 87 (oitenta e sete) para ser exato, restando apenas 13 (treze) para alcançar nossa meta de 100 (cem) participantes, no entanto como a turma



dessa escola era composta de 25 (vinte e cinco) discentes tivemos que confeccionar mais material para que a turma na sua totalidade pudesse participar da pesquisa, desse modo foi feito e os trabalhos transcorreram da melhor maneira possível, com isso demos por encerrado o trabalho de campo.

Nós destacamos ainda que por uma questão de ética na pesquisa foi aplicado o termo de livre consentimento esclarecido, sendo um assinado pelos estudantes e outro pelos seus respectivos pais. Este documento convidava os discentes a participar voluntariamente da pesquisa esclarecendo-os sobre os objetivos, juntamente com as finalidades das informações por eles fornecidas, foram distribuídas duas vias, uma ficou com os estudantes e a outra conosco. O termo voltado aos pais ou responsáveis foi também distribuído, ficando acertado que no dia seguinte os mesmos seriam entregues aos coordenadores pedagógicos das escolas devidamente assinados. Para nossa surpresa quando fomos buscar poucos destes termos foram devolvidos.

O material utilizado na pesquisa no campo foi um questionário com 18 (dezoito) questões relacionadas a aspectos sócios educacionais de aprendizagem matemática do ensino de quadriláteros, com isso estamos de acordo com Aaker, Kumer e Day (2001, p.19) que comentam que a construção de um questionário é uma espécie de “arte imperfeita”, pelo fato da inexistência da garantia de atingir o que pretende medir.

O questionário aplicado, também contém um quadro de dificuldade com 40 (quarenta) afirmações sobre a experiência dos discentes quando estudaram o assunto. Sintetizando a metodologia aplicada, ela obedeceu quatro etapas: levantamento bibliográfico de publicações sobre avaliação, currículo e o ensino de geometria (quadriláteros), elaboração e aplicação de questionários e quadro de dificuldade, tabulação de dado, e posterior construção de gráficos com o auxílio do Formulário Google e por fim análise dos resultados obtidos. Na próxima seção deste artigo, procederemos a análise dos dados obtidos na pesquisa devidamente tabulados e dispostos em gráficos e quadro.



4. Resultados e Análises

Dos estudantes consultados 57,8% (52 alunos) eram do sexo masculino e 42,2% (38 alunos) eram do sexo feminino, demonstrado quase um equilíbrio quantitativo em relação a esse item consultado, porém os discentes do sexo masculino ainda são a maioria dos estudantes que estão terminando o ensino fundamental, os quais poderão ingressar no ensino médio.

Os resultados obtidos no questionamento número 11, nele queríamos saber se o estudante consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática, ou seja, se o professor da turma consegue ser claro nas suas explicações quando o mesmo, ministra suas aulas. Tínhamos cinco alternativas possíveis podendo ser marcada apenas uma, sendo elas nunca, poucas vezes, sempre, às vezes ou quase sempre. As porcentagens obtidas foram de 3,3% (3) para o nunca, 13,3% (12 alunos) para o poucas vezes, a alternativa sempre obteve 16,7% (15 alunos), às vezes teve 26,7% (24 alunos) e por fim quase sempre teve 40,0% (36 alunos) como podemos observar pelo gráfico abaixo.

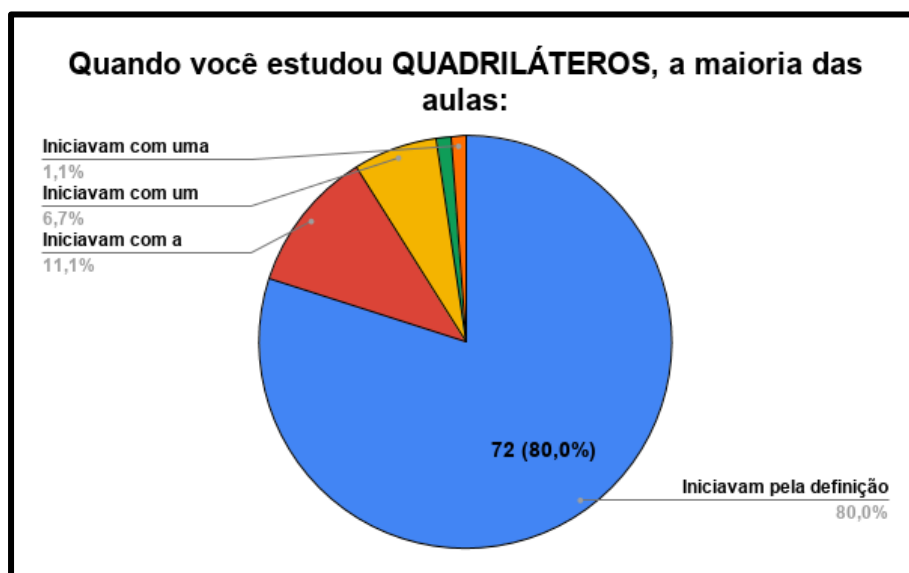
Ao realizar uma análise das respostas observada podemos perceber que a maioria dos estudantes entende quase sempre as explicações do professor de matemática da turma, o que nos mostra que falta algo a ser feito para que a compreensão dos discentes seja mais eficaz, pois pelos dados coletados, o docente não é compreendido pelos alunos em algum momento. Esse cenário pode acarretar algumas dificuldades na compreensão dos assuntos, falhando com as metas de aprendizagem em matemática que serviram para preparar o indivíduo para vida adulta, e para estimular o reconhecimento fundamental da utilidade da matemática em nossa sociedade (RICO 2004, apud GODOY, 2012. p. 256).

No gráfico 02 que estava no questionário na pergunta de número 15 era bem mais específico em relação a assunto de quadriláteros, tinha por finalidade saber quando os alunos estudaram o assunto como a maioria das aulas foi ministrada, tendo por alternativas, se o professor iniciava pela definição seguida de exemplos e exercícios; se iniciavam com a história do assunto para depois explorar os conceitos; se iniciavam com uma situação problema para depois introduzir o assunto; se iniciavam com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo ou se iniciavam com jogos para depois sistematizar os conceitos.



Como podemos observar no gráfico 02 à alternativa que obteve a maior porcentagem de 80% (72 alunos) foi a que dizia que o professor da turma ministrou o assunto de quadrilátero que iniciavam pela definição seguida de exemplos e exercícios como mostra o gráfico abaixo.

Gráfico 02- Resposta sobre quando os alunos estudaram os assuntos de quadrilátero, a maioria das aulas forma como.



Fonte: Pesquisa de campo, 2018

Na análise do gráfico 02 fica evidente que os alunos quando estudaram os conceito e propriedades de quadriláteros, o fizeram seguindo um padrão que iniciava com a definição depois exemplos e exercícios, porém pelas porcentagens observadas nas alternativas o professor de alguma forma foi diferente do padrão mais marcado no gráfico 03, o que pode demonstrar que em outro assunto ele pode ter mudado sua maneira de ministrar as aulas. E nesta mesma direção pensamos no ensino por atividade onde Sá (2009, p. 14-15) coloca que:

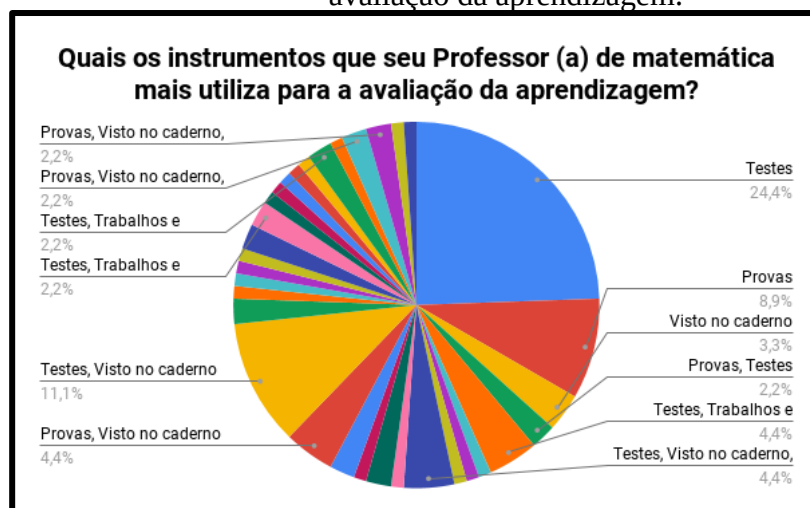
[...] a prática metodológica do ensino por atividade dá oportunidade ao aluno de construir sua aprendizagem, por meio da aquisição de conhecimentos e redescoberta de princípios. Esse tipo de abordagem interativa permite ao aluno realizar um grande número de experimentos, interpretá-los para depois discuti-lo em classe com o professor e colegas.



Neste sentido o ensino por atividade propostos pelo autor vai de encontro a ensino dado nas escolas municipais que fizeram parte de nossa investigação, pois a aula não ficaria limitada a apresentação de definições, seguido de exemplos e exercícios, ela poderia ser mais dinâmica, com a apresentação de atividades seguida de itens interrogativos, levando o estudante a perceber e descobrir uma regularidade para ajudar na compreensão e resolução de atividades.

Já no gráfico 03 se perguntava quais os instrumentos que o professor de matemática mais utiliza para avaliação da aprendizagem, onde tínhamos como alternativa para marcação provas, testes, simulados, auto avaliação, observação e outros. Nessa pergunta os estudantes formam orientados por nós, que os mesmos, poderiam marcar mais de uma alternativa se considerassem conveniente de acordo com os instrumentos de avaliação usados pelos professores de matemática, com isso podemos observar pelo gráfico que algumas possibilidades de respostas se repetiram nas porcentagens obtidas.

Gráfico 03 - Resposta sobre quais instrumentos que o professor de matemática utiliza para a avaliação da aprendizagem.



Fonte: Pesquisa de campo 2018

No gráfico 03 acima tiveram as respostas como maior porcentagem os testes com 24,4% e em segundo lugar ficou a realização de provas com 8,9%, podemos notar que essas alternativas se repetiram juntamente com outras opções de marcação.

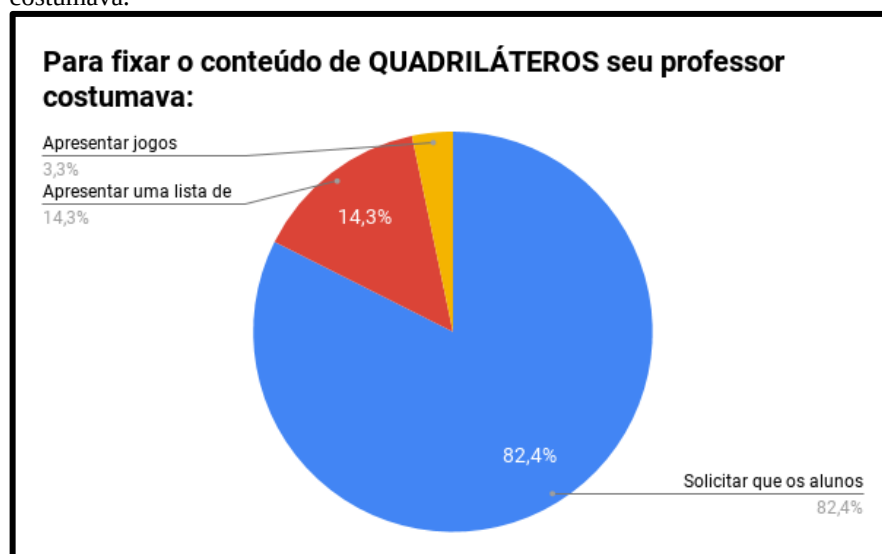


De acordo com gráfico 03, podemos observar ainda que a avaliação realizada na sua maioria pelos professores das turmas que participaram da pesquisa é uma avaliação classificatória, a qual serve unicamente para atribuir uma nota para os discentes, possivelmente, sem levar em consideração o processo de aprendizagem, desse modo seria difícil perceber com profundidade o erro dos alunos, que como comenta Basniack (2017), é essencial para rever sua prática enquanto docente, não punindo a falha, mas utilizando-a em benefício de uma possível melhoria na aprendizagem de matemática.

Nesta perspectiva a autora propõe uma mudança no tipo de avaliação, onde isso seria um desafio para prática docente, referindo-se “a análise do erro dos alunos nas avaliações, por meio de investigações que permitam compreender as dificuldades do aluno em relação ao conteúdo em questão. Basniack (2017, p. 359)”.

Pelas respostas obtidas no gráfico 04 abaixo para ensinar o conteúdo de quadrilátero o professor das escolas solicita que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático ficando com uma porcentagem de 82,4%, com 14,3% ficou a alternativa que apresenta uma lista de exercícios e com 3,3% ficou que o professor apresenta jogos envolvendo o assunto.

Gráfico 04 - Resposta para fixar o conteúdo de quadriláteros seu professor costumava.



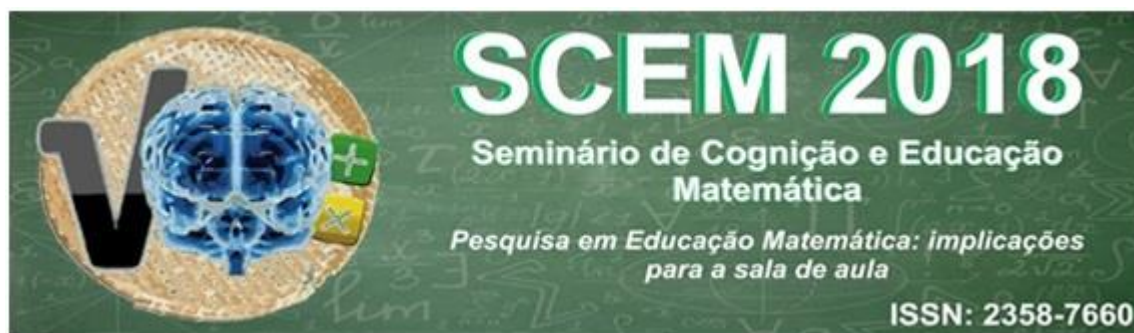
Fonte: Pesquisa de campo 2018



Neste sentido o gráfico acima pressupõe a fixação dos conteúdos utilizando quase que unicamente o livro didático como instrumento para auxiliar o ensino de quadriláteros, parecendo que este ensino se baseia em uma repetição do que está posto no livro, sem levar em consideração o conhecimento prévio do estudante, suas experiências, sendo ele um mero repetidor de exercícios, evidenciando características de ensino tradicional, onde:

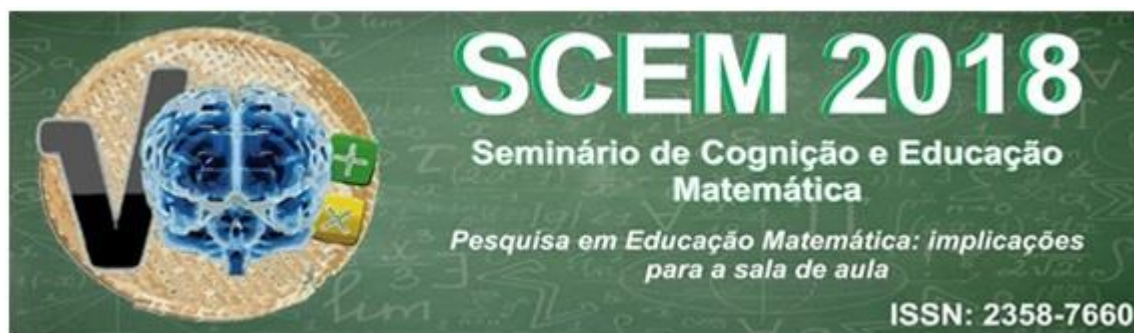
[...]as práticas privilegiam apenas transmissão de informações, memorização, professor como único agente ativo dentro da sala de aula e uso de atividades diferenciadas apenas com o intuito de exemplificar fenômenos de forma desvinculada da realidade, sem considerar discussões sobre o assunto” (DARROZ et al., 2015, p. 70).

No quadro 01 abaixo foi construído a partir dos dados obtidos das respostas dos alunos, o quais foram devidamente tabulados, buscando saber sobre as dificuldades relacionadas ao assunto de quadriláteros, onde tivemos quarenta afirmações referentes ao conteúdo, perguntado se o estudante lembrava de tê-lo estudado, trazendo as seguintes possibilidades de resposta para esta pergunta, sim ou não, e relacionado a cada uma delas o grau de dificuldades que o aluno teve para aprender, com as opções Muito Fácil, Fácil, Difícil e Muito Difícil, observe o quadro 01 a seguir.



QUADRO 01 - Respostas sobre o conteúdo de Quadriláteros.

CONTEÚDO	Você lembra de ter estudado?		Qual grau de dificuldade que você teve para aprender?			
	Sim	Não	Muito Fácil	Fácil	Difícil	Muito Difícil
Definição de quadrilátero	54,4%	45,6%	8,3%	27,1%	45,8%	18,8%
Os quadriláteros convexos	78,9%	21,1%	4,5%	27,3%	63,6%	4,5%
Os quadriláteros não convexos	76,7%	23,3%	7,1%	46,4%	35,7%	10,7%
A soma da medida dos ângulos internos de um quadrilátero	44,4%	55,6%	12,0%	40,0%	40,0%	8,0%
A soma da medida dos ângulos externos de um quadrilátero	51,1%	48,9%	9,1%	40,9%	40,9%	9,1%
Num quadrilátero convexo inscrito numa circunferência a soma dos ângulos opostos têm 180°	42,7%	57,3%	11,1%	38,9%	38,9%	11,1%
A definição de paralelogramo	33,7%	66,3%	11,7%	40,0%	38,3%	10,0%
Os lados opostos do paralelogramo são congruentes	63,3%	36,7%	6,1%	39,4%	30,3%	24,2%
Os ângulos opostos do paralelogramo são congruentes	66,7%	33,3%	6,5%	25,8%	61,3%	6,5%
As diagonais do paralelogramo se cortam ao meio	70,0%	30,0%	13,8%	44,8%	24,1%	17,2%
A definição de quadrado	48,9%	51,1%	13,3%	42,2%	31,1%	13,3%
As diagonais do quadrado tem a mesma medida	50,6%	49,4%	19,5%	43,9%	31,7%	4,9%
As diagonais do quadrado são perpendiculares	81,1%	18,9%	21,1%	26,3%	47,4%	5,3%
As diagonais do quadrado contam-se ao meio	73,0%	27,0%	11,1%	25,9%	55,6%	7,4%
O quadrado pode ser inscrito numa circunferência	74,2%	25,8%	12,0%	28,0%	52,0%	8,0%
A definição de retângulo	35,6%	64,4%	16,1%	32,1%	37,5%	14,3%
As diagonais do retângulo	50,0%	50,0%	11,1%	26,7%	53,3%	8,9%
As diagonais do retângulo se cortam ao meio	74,4%	25,6%	13,6%	18,2%	63,6%	4,5%
Os ângulos internos do retângulo são retos	67,8%	32,2%	6,5%	48,4%	38,7%	6,5%
Os lados opostos do retângulo são iguais.	70,0%	30,0%	11,1%	48,1%	25,9%	14,8%
O retângulo pode ser inscrito numa circunferência	82,2%	17,8%	18,8%	6,3%	62,5%	12,5%
A definição de losango	50,0%	50,0%	13,6%	34,1%	38,6%	13,6%
As diagonais do losango são diferentes.	74,2%	25,8%	8,0%	48,0%	32,0%	12,0%
As diagonais do losango são perpendiculares.	80,0%	20,0%	5,3%	36,8%	47,4%	10,5%
As diagonais do losango se cortam nos seus pontos médios	75,6%	24,4%	4,5%	27,3%	45,5%	22,7%
As diagonais do losango são bissetrizes dos ângulos internos.	60,0%	40,0%	13,5%	27,0%	37,8%	21,6%
Os lados do losango são iguais.	71,1%	28,9%	12,0%	36,0%	32,0%	20,0%
A definição do trapézio.	50,0%	50,0%	19,6%	28,3%	39,1%	13,0%



O trapézio tem dois lados paralelos.	58,4%	41,6%	5,1%	28,2%	48,7%	17,9%
No trapézio os lados paralelos são as bases da figura.	57,8%	42,2%	2,6%	25,6%	53,8%	17,9%
O trapézio escaleno.	76,7%	23,3%	12,0%	24,0%	52,0%	12,0%
Os dois lados do trapézio escaleno não paralelos tem medidas diferentes	76,4%	23,6%	8,7%	39,1%	34,8%	17,4%
O trapézio isósceles	70,8%	29,2%	3,7%	18,5%	63,0%	14,8%
Os lados do trapézio isósceles não paralelos são congruentes	84,4%	15,6%	12,5%	31,3%	50,0%	6,3%
No trapézio isósceles os ângulos adjacentes à mesma base são congruentes	82,2%	17,8%	18,8%	18,8%	50,0%	12,5%
As diagonais de um trapézio isósceles tem as mesmas medidas	78,9%	21,1%	10,5%	31,6%	47,4%	10,5%
A mediana de um trapézio isóscele é paralela às bases	67,8%	32,2%	10,3%	20,7%	51,7%	17,2%
A mediana de um trapézio isóscele é igual à média aritmética da medida das bases	80,0%	20,0%	16,7%	20,8%	33,3%	29,2%
O trapézio retângulo	51,7%	48,3%	9,8%	29,3%	39,0%	22,0%
Um dos lados não paralelos do trapézio retângulo forma ângulos retos com as bases	69,7%	30,3%	3,7%	33,3%	40,7%	22,2%

Fonte: Pesquisa de campo 2018

Do quadro 01 podemos expressar algumas considerações acerca das marcações feitas pelos estudantes em relação ao que recordavam do conteúdo de quadriláteros, (84,4%) lembravam de que, os lados do trapézio isósceles não paralelos são congruentes, e (82,2%) responderam que sim, recordavam que o retângulo pode ser inscrito numa circunferência, e a mesma porcentagem foi vista quando se afirmou sobre a lembrança que no trapézio isósceles os ângulos adjacentes à mesma base são congruentes. Isso foi uma surpresa para nós, pois conceitos básicos de quadriláteros como a definição de quadrado, por exemplo, foi lembrada numa porcentagem de apenas (48,9%) que disseram que sim, contra (51,1%) que responderam não.

As definições dos principais quadriláteros como a definição de paralelogramo (33,7%), a definição de quadrado (48,9%), a definição de retângulo (35,6%), a definição de losango (50,0%), a definição do trapézio (50 %). Como podemos ver as maiores porcentagem em relação a ser lembradas formam as obtidas pela definição de Losango e a definição do trapézio.

No quadro 01 quando marcado não, em relação ao mesmo item de lembrar de ter estudado nos chamou a atenção que a definição de paralelogramos teve (66,3%) dos



pesquisados, (50,0%) a definição de trapézio juntamente com a definição de losango e na consulta sobre o quadrilátero convexo inscrito numa circunferência a soma dos ângulos opostos têm 180° , e 57,3% não recordavam.

De um modo geral, pela análise feita no quadro 01 a maioria dos estudantes recordavam do conteúdo quadrilátero estudado, já na parte indicada pelas dificuldades que teve para aprender, que se relaciona com a resposta sim de ter lembrado ter estudado, o item considerado difícil foi, as diagonais do retângulo se cortam ao meio (63,6%), a definição de trapézio isósceles (63,0%), o trapézio isósceles (63,0%), o retângulo pode ser inscrito numa circunferência (62,5%).

5. Considerações Finais

A pesquisa buscou realizar um estudo diagnóstico do ensino de quadriláteros em duas escolas municipais de Igarapé-Miri (Pa), e pelas análises apresentadas, as quais podem ser observadas nos gráficos e quadros devidamente tabulados, podemos constatar a existência de dificuldades no ensino do conteúdo de quadriláteros.

Em relação a isso, podemos evidenciar que os professores de matemática utilizam uma forma de ensino tradicional caracterizada em muitos pontos de nossas análises, como por exemplo, quando o professor apenas repete os exercícios dos livros didáticos, com isso o aluno é um mero espectador do ensino, ou ainda quando o professor utiliza quase que unicamente o padrão de definição, exemplo e exercício de forma mecânica, metodologia esta que poderia ser substituída pelo ensino por atividade evidenciados.

No que se refere à avaliação realizada no processo de ensino, esta não expressa o mesmo pensamento de Basniack (2017), a qual analisa o erro dos alunos como algo necessário para compreender suas dificuldades, e ainda não condiz com uma avaliação em consonância com Ferraz e Macedo (2005) que serviria para aproximar professor, aluno e o conhecimento.

Assim, esta pesquisa demonstrou um panorama das dificuldades referentes ao ensino de matemática no município de Igarapé-Miri (Pa) de acordo com os dados apresentados, e buscamos com esta pesquisa instigar a reflexão sobre o que está acontecendo ao nosso redor no



âmbito educacional, e consequentemente em nossa prática docente, de modo a tentar fazer a diferença positivamente no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

6. REFERÊNCIAS

AAKER, D. A.; KUMAR, V.; DAY, G. S. **Pesquisa de marketing**. São Paulo: Atlas, 2001.

BASNIAK, Maria I. **Avaliação em Matemática: Desafios que Permeiam a Prática dos Professores em Sala de Aula**. Educação Matemática em Revista Brasília, v. 22, n. 56, p.350-361 out/dez. 2017. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/viewFile/792/pdf>>. Acesso em: 22 de julho de 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC 2ª versão**. Brasília, DF, 2016. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>> Acesso em: 09 de junho 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, V. 2. Brasília: MEC / SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares Nacionais: Matemática – Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DARROZ, L. M.; ROSA, C. T. W. ; GHIGGI, C. M. . Método Tradicional X Aprendizagem Significativa: Investigação na ação dos professores de Física. **Aprendizagem Significativa em Revista**, v. 5, p. 10-85, 2015. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/publication/281637755/>>. Acesso em: 01 de ago. 2018.

FERRAZ, Maria Cláudia Reis, MACEDO, Stella Maris Moura. As influências de um rio chamado avaliação escolar. In: ESTEBAN, Maria Teresa (Org.). **Escola, Currículo e Avaliação**. 2. ed. São Paulo: Editora Cortez, 2005.

PAIS, Luís Carlos. **Intuição, Experiência e Teoria Geométrica**. In Zetetiké. v. 4, n. 6, julho/dezembro, p. 65-74, Campinas: CEMPEM /FE/ UNICAMP, 1996.

PAIS, Luís Carlos. **Uma análise do Significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria**. In. ANPED, 2000. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/analise_significado.pdf> . Acesso em 10 de julho de 2018.



MELO, Guiomar Namo de. **Currículo da Educação Básica no Brasil: concepções e políticas**. Setembro de 2014. Disponível em: <www.ceesp.sp.gov.br/comunicado.php?id=32>. Acesso em 13 de julho de 2018.

Sá, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de matemática no ensino fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.



ÁREA DO TRIÂNGULO NO PLANO CARTESIANO POR MEIO DE ATIVIDADES

Elise Cristina Pinheiro da Silva Pires

Secretaria de Educação do Pará

elisepires.dp1@gmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO

O referido artigo apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como finalidade elaborar, experimentar e analisar uma sequência didática, constituída de duas atividades sobre a área de triângulo conforme o ensino de matemática por atividades. Nessa pesquisa tivemos como procedimentos metodológicos a elaboração, execução e análise das atividades propostas. A experimentação ocorreu em uma escola pública no município de Belém, com alunos do terceiro ano do nível médio. Nesse processo, observamos que os alunos apresentaram alguns obstáculos de aprendizagem relacionados a conhecimentos prévios de matemática, no entanto conseguiram obter resultados satisfatórios, apontando a uma sequência didática relevante e possível ao ensino e aprendizagem de matemática, visto que houve uma melhora na habilidade de determinar da área do triângulo por meio do recurso de cálculo do determinante.

Palavras-chave: Ensino de matemática. Ensino de Matemática por Atividade. Ensino de Geometria Analítica. Ensino da área do Triângulo.

1 Introdução

O ensino da geometria analítica é o ponto de partida ao entendimento do mundo a medida que a noção analítica da geometria nos traz os instrumentos matemáticos de conexão com a tecnologia que conhecemos atualmente. Fossa (2012) sugeriu como alternativa de ensino a proposta de situações-problema para construção do conhecimento, oportunizando, ao aluno envolvido, a conexão da matemática com a realidade.



Sá e Juca (2014) apontaram também para meios distintos de ensino, ao experimentar sequências didáticas baseadas no ensino de matemática por atividades, com a finalidade de proporcionar a redescoberta de conhecimento matemático pelo próprio aluno, mediado pelo professor. Pires e Sá (2015) ofereceram, por meio de uma revisão de estudos do ensino da geometria analítica plana, algumas alternativas diferenciadas que valorizam a socialização do conhecimento - sugerida por Sá e Jucá (2014) – dentre os quais destacamos para esse momento, Silva e Silva (2008) que sugeriram atividades de construção de conceitos geométricos, com o auxílio do software educacional Kig/Linux, no qual propôs atividades com o uso da tecnologia, Pereira (2013) que experimentou atividades, por meio de uma maquete de um campo de futebol, onde trabalhou vários conceitos da geometria analítica, como distância entre pontos e área de um triângulo e Santos (2008) que fez um estudo de casos com alunos do ensino médio que construíram figuras, tais como casas e carros, auxiliado pelo software Grafeq, uma ferramenta importante no estudo de desigualdades e regiões no plano cartesiano, conforme o autor. Ao compartilhar o entendimento desses pesquisadores acerca do processo de construção do conhecimento da geometria analítica plana, escolhemos como objeto dessa pesquisa, a área do triângulo no plano cartesiano, por considera-lo um dos conceitos que relaciona a geometria analítica com a geometria euclidiana plana. Assim, optamos em elaborar, experimentar e analisar uma sequência didática baseada no ensino de matemática por atividades defendida por Sá (2009). Logo, esse artigo apresentará os resultados da experimentação da sequência didática construída, destacando a elaboração, execução e análise de duas atividades sobre a área de triângulo por meio da geometria analítica.

2 Procedimentos metodológicos da pesquisa

Essa pesquisa de natureza experimental ocorreu no mês de dezembro de 2016, com 18 alunos do ensino médio em uma escola pública do município de Belém/PA, onde 44% são do sexo feminino e 56%, masculino. Os procedimentos metodológicos dessa pesquisa englobam elaboração, experimentação e análise de uma sequência didática constituída de atividades referentes a alguns assuntos relacionados à geometria analítica, nos quais apresentaremos as atividades referentes a área do triângulo em um plano cartesiano ortogonal.



2.1 Elaboração das atividades

A atividade apresentada foi planejada afim de conduzir o aluno a observar dados, testar e levantar hipóteses, socializar e sistematizar informações, que geralmente é alguma propriedade matemática a ser trabalhada, conforme propõe Sá(2009). Dessa forma, a referida atividade contem os seguintes elementos: título, objetivo, materiais necessários, procedimentos de execução da atividade, quadro do roteiro (composto por colunas para colocar informações que ajudarão o aluno a testar e levantar hipóteses), o espaço para as observações que os alunos construirão acerca das informações do quadro, o espaço às conclusões que os alunos desenvolverão, conforme suas observações, horário de início e fim da atividade. Assim, elaboramos uma atividade de abordagem do conteúdo de área do triângulo e uma atividade de fixação do assunto abordado. A seguir as atividades de área do triângulo elaboradas.

Quadro 1: Atividade de área do triângulo

Título: Área do triângulo

Objetivo: Descobrir uma maneira diferenciada de calcular a área do triângulo.

Material: Roteiro da atividade, quadro de triângulos, papel e caneta ou lápis.

Hora de início da atividade: _____

Procedimentos:

1. Para cada triângulo do quadro de triângulos:
 - ✓ Identifique os vértices A (a_1, a_2), B (b_1, b_2) e C (c_1, c_2) de cada triângulo;
 - ✓ Determine a equação da reta (r) que passa pelos vértices A e C;
 - ✓ Determine a distância do ponto B a reta r;
 - ✓ Determine a distância entre os pontos A e C;
 - ✓ Calcule a área do triângulo ABC;
 - ✓ Calcule o valor do determinante de D (det D), no qual $D = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 1 \\ b_1 & b_2 & 1 \\ c_1 & c_2 & 1 \end{bmatrix}$
2. Com os dados obtidos preencha o quadro a seguir:

Δ	Ponto	Ponto	Ponto	Reta	Distância do ponto B	Distância entre os Pontos	Área do Δ	Det D
ABC	A	B	C	R				



					a reta r	A e C	ABC	
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

Observação:

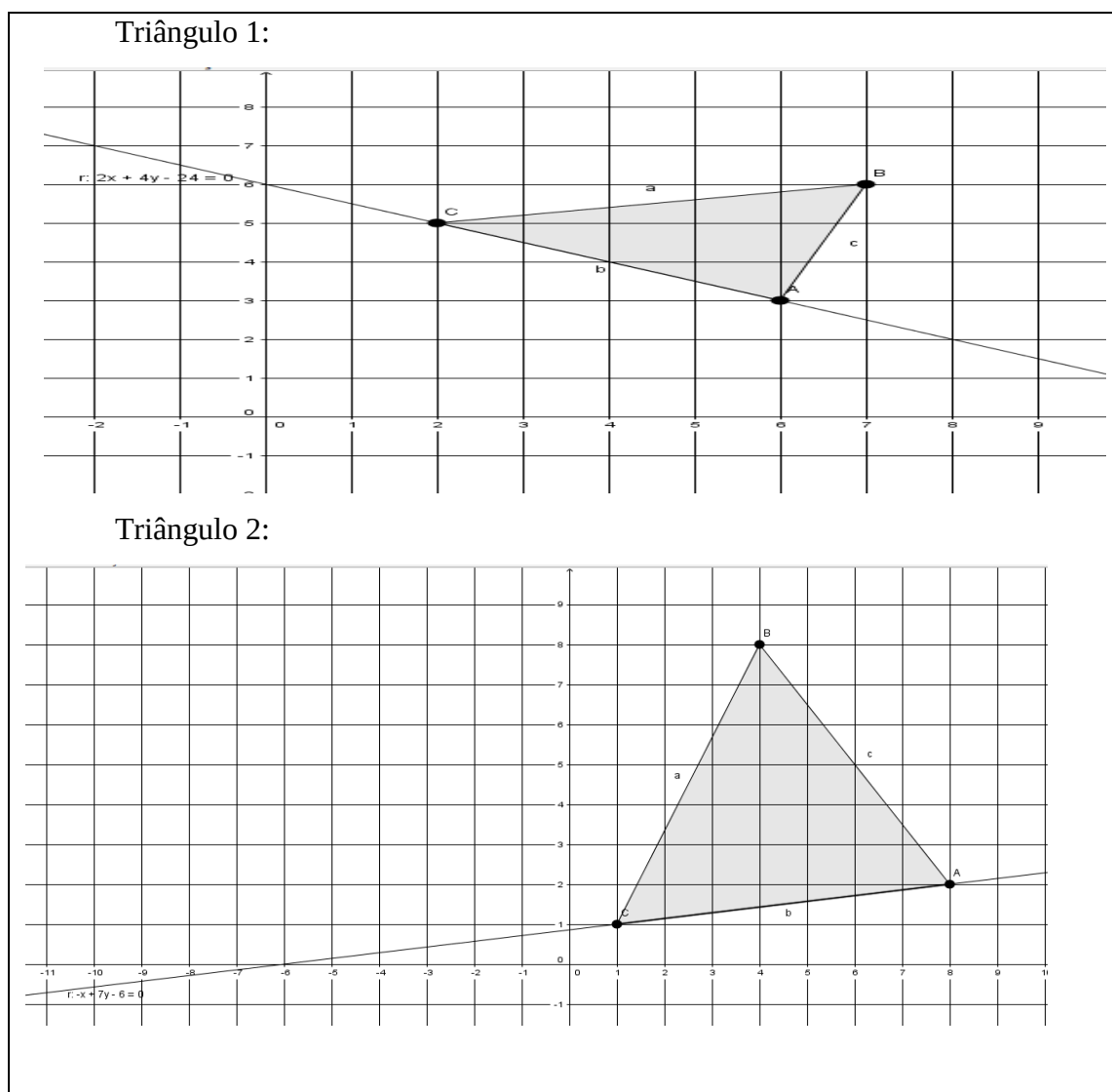
Conclusão:

Fonte: pesquisa de campo (2016)

Como análise a priori dessa atividade indicamos que os alunos identificariam a reta r que passa pelos vértices A e C para determinar a distância do vértice B à reta r , valor equivalente à altura do triângulo ABC, além disso, determinaria a distância entre os pontos A e C, que se refere a base do triângulo ABC, para encontrar o valor da área do referido triângulo. Além disso, encontrariam os determinantes solicitados ($\det D$), o que oportunizariam a eles observar que o valor do $\det D$ é o dobro do valor da área do triângulo ABC, em cada caso.

Como material auxiliar elaboramos um quadro com dez triângulos delimitados no eixo cartesiano ortogonal, como mostra a exemplo o quadro 2.

Quadro 2: Quadro de triângulos



Fonte: pesquisa de campo (2016)

Como o lócus da pesquisa foi uma escola que não possui laboratório de informática ativo, adaptamos essa atividade da pesquisa de Silva e Silva (2008) utilizando recursos materiais de baixo custo e acessíveis aos alunos e professores que queiram utilizá-las em suas aulas.



A atividade de fixação consistiu em uma lista de 6 questões, entre problemas diretamente numéricos e contextualizados, sobre o assunto abordado, na tentativa de fornecer material de auxílio de estudo.

Quadro 3: Atividade de fixação sobre área do triângulo

Título: Lista de Questões sobre a área do triângulo

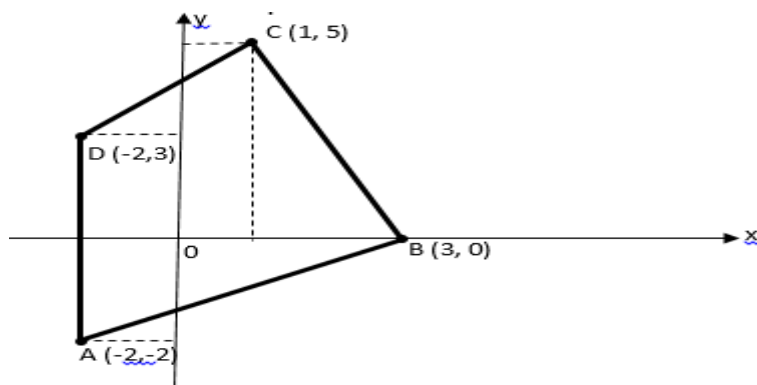
Objetivo: Aprimorar os conhecimentos acerca da área de triângulo a partir dos vértices

Material: folha de atividade de fixação, lápis ou caneta.

Procedimentos:

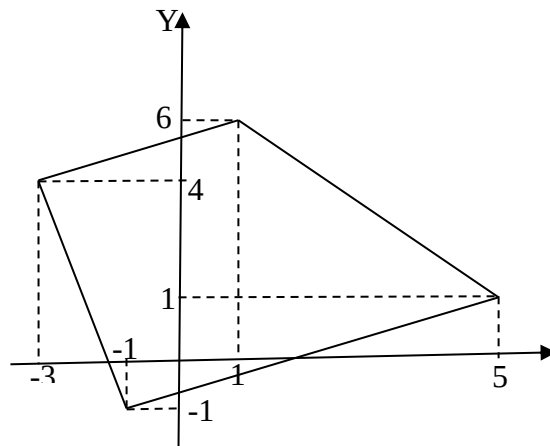
Resolver as questões abaixo:

- 1) Determine a área do triângulo de vértices $A(2,3)$, $B(5,4)$, e $C(6,-3)$.
- 2) Obtenha a área do triângulo dos vértices $C(4,1)$, $D(-3,1)$ e $E(-1,-2)$.
- 3) Obtenha a área do triângulo cujo vértices são $A(0,0)$, $B(3,4)$ e $C(-2,11)$.
- 4) A região de alcance de transmissão do sinal de uma operadora de telefonia celular, em um pequeno município, está representada no mapa pelo interior do quadrilátero ABCD. A origem do sistema de coordenadas cartesianas coincide com o local onde está instalada a torre da operadora. A unidade de medida considerada é o quilômetro. Qual é, em km^2 , a área da região do município que recebe o sinal da operadora?



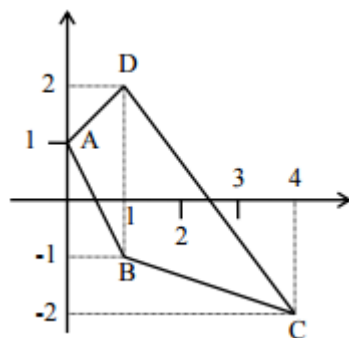
- 5) Em uma região plana, os pontos E, F, G e H são vértices de um terreno quadrilateral onde será construído um aeroporto. Um sistema cartesiano ortogonal, cuja unidade

adotada nos eixos é o quilômetro, foi associado ao plano dessa região, conforme mostra a figura:



Calcule a área do terreno destinada à construção do aeroporto.

6) Em relação à figura abaixo, podemos afirmar que sua área vale:



- a) $\frac{3}{2}$ u.a b) 5 u.a c) $\frac{7}{2}$ u.a d) 6 u.a e) 9 u.a

Fonte: pesquisa de campo (2016)

As questões elaboradas foram resolvidas em bloco de três, agrupadas com raciocínios similares, obedecendo a seguinte estrutura: uma resolveríamos com os alunos para compartilhar algumas alternativas de estratégias de resolução, retomando as informações descoberta por eles nas atividades; a outra questão, o aluno resolveria em sala de aula com a nossa orientação para aperfeiçoar o que foi aprendido e deixamos aos alunos, a terceira questão de raciocínio parecido para ser resolvido em casa no intuito de fazer com que os mesmos revisem o que foi aprendido de conhecimento nesse processo.



2.2 Experimentação e resultados das atividades

A experimentação da sequência elaborada aconteceu em dois encontros: a aplicação do questionário socioeconômico (1 aula); execução da atividade de abordagem de conteúdo e de fixação (2 aulas).

No primeiro encontro, aplicamos um questionário socioeconômico de caráter pessoal com a finalidade de ter um breve perfil da turma. Dentre as informações fornecidas pelos alunos, verificamos que a maioria dos alunos declararam gostar pouco de matemática, com 56%, enquanto 28% afirmaram gostar muito e 16%, não gostar de matemática. Em relação a frequência de estudo em matemática, 61% dos alunos declararam estudar matemática fora da escola alguns dias da semana, 6% estudam nos finais de semana, 22% estudam apenas no período ou véspera de prova e 11% estudam somente em sala de aula. Em relação ao auxílio nas tarefas de casa, 67% dos participantes declararam que não tem ajuda, enquanto que 33% dos alunos afirmaram que tem auxílio da família, amigos ou professor particular.

No segundo encontro, desenvolvemos a atividade cujo objetivo era descobrir uma maneira de determinar a área de um triângulo. Organizamos a turma em duplas – denominadas por D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8 e D9 –, apresentamos a atividade e seus procedimentos, nos quais os alunos deveriam identificar os vértices do triângulo, contido no quadro de triângulos, a reta r que passa pelos vértices A e C, determinar a distância do B a reta r (altura do triângulo) e a distância entre os pontos A e C (base do triângulo), calcular a área do triângulo por meio da fórmula, $S = \frac{b \cdot h}{2}$, onde b é a base e h é a altura do triângulo, assim como, calcular o valor do determinante da matriz formada pelos vértices do triângulo para comparar e relacionar os dois resultados (área e determinante).

Aos alunos, solicitamos que preenchessem o quadro do roteiro da atividade e colocassem os resultados no quadro que reproduzimos na lousa da sala de aula, sendo que a primeira linha preenchemos para que eles relembassem os procedimentos para o cálculo da distância, base, altura, área e determinante. Em relação as outras, cada dupla se responsabilizou de preencher as informações referentes a uma linha que representa um dos 10 triângulos do quadro de triângulos. A imagem 1 exemplifica o quadro preenchido:

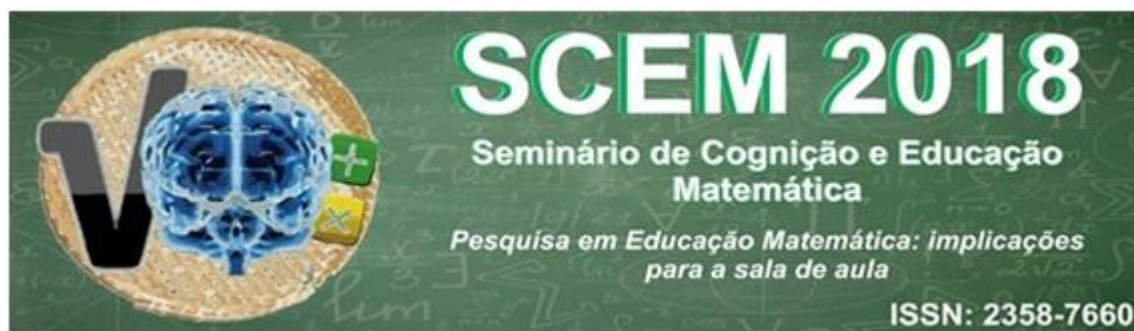


Imagem 1: Quadro preenchido por alunos sobre a atividade de área do triângulo

Δ AB C	Ponto A	Ponto B	Ponto C	Reta r	Distância do ponto B a reta r	Distância entre os Pontos A e C	Área do Δ ABC	Det D
1	6,3	7,6	2,5	$2x+4y-24=0$	$\frac{15}{\sqrt{20}}$	$\sqrt{20}$	7	14
2	8,2	4,8	1,1	$-x+7y-6=0$	$\frac{46}{\sqrt{50}}$	$\sqrt{50}$	23	46
3	6,1	6,5	2,5	$4x+4y-28=0$	$\frac{14}{\sqrt{32}}$	$\sqrt{32}$	8	16
4	9,3	1,2	0,0	$3x+9y=0$	$\frac{15}{\sqrt{90}}$	$\sqrt{90}$	7,5	15
5	6,3	4,8	2,6	$3x+4y-20=0$	$\frac{14}{\sqrt{25}}$	$\sqrt{25}$	7	14
6	6,1	0,0	7,5	$4x+7y-28=0$	$\frac{26}{\sqrt{32}}$	$\sqrt{32}$	14	28
7	7,4	1,8	0,3	$-x+7y-21=0$	$\frac{34}{\sqrt{50}}$	$\sqrt{50}$	17	34
8	9,2	5,6	1,3	$x+8y-25=0$	$\frac{28}{\sqrt{65}}$	$\sqrt{65}$	8	16
9	10,0	7,4	3,4	$4x+7-80=0$	$\frac{16}{\sqrt{65}}$	$\sqrt{65}$	8	16
10	9,3	5,7	0,0	$-3x+9y=0$	$\frac{18}{\sqrt{90}}$	$\sqrt{90}$	24	48

Fonte: resposta da dupla D1

As duplas apresentaram pouco domínio das operações com números inteiros. Antes de concluir o quadro, os alunos comentaram que “a área vai ser a metade do determinante” (Dupla D9) e completaram o quadro afirmando que “a multiplicação da área por 2, o resultado é o mesmo do det” (dupla D2). As duplas socializaram suas observações para a turma, onde a maioria afirmou que “quando multiplico a área do triângulo ABC por 2 obtém-se o valor do determinante” (dupla D3).

Após o momento de análise e socialização de suas observações, as duplas sistematizaram suas conclusões por meio da linguagem matemática, como mostra o quadro 4.



Quadro 4: Conclusões da atividade

Dupla	Produção de cada dupla	Conclusões
D1	Conclusão: $A = \frac{ \text{Det } D }{2}$	Válida
D2	Conclusão: $A = \frac{ \text{Det } D }{2 \text{ na.}}$	Válida
D3	Conclusão: $A \times 2 = \text{Det } D $ $A = \frac{ \text{Det } D }{2}$	Válida
D4	Conclusão: $A = \frac{ \text{Det } D }{2}$	Válida
D5	Conclusão: $A = \frac{ \text{Det } D }{2}$	Válida
D6	Conclusão: $A \times 2 = \text{Det } D $ $A = \frac{ \text{Det } D }{2}$	Válida
D7	Conclusão: $A = \frac{ \text{Det } D }{2}$	Válida
D8	Conclusão: $A \times 2 = \text{Det } D $ $A = \frac{ \text{Det } D }{2}$	Válida
D9		Válida



	Conclusão: $A = \frac{ 0 \text{ e } \Delta_{ABC} }{2}$	

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

A atividade teve ótimo rendimento, visto que os participantes construíram suas conclusões de acordo com a finalidade da mesma, por isso as consideramos válidas. Todos os alunos conseguiram encontrar a expressão da área de um triângulo por meio de seus vértices, no entanto alguns apresentaram dificuldades no desenvolvimento dos cálculos envolvendo divisão para se chegar a relação desejada, mas não se tornou um obstáculo, uma vez que esses alunos, à medida que faziam os cálculos, dissipavam essas dúvidas. Baseados nos horários de início e fim de cada dupla, observamos que essa atividade durou 50 minutos, com o tempo médio de execução por dupla de 42 minutos. Como ainda tínhamos uma aula disponível, exploramos a atividade de fixação da referida atividade.

A atividade de fixação foi constituída de 6 questões e teve a finalidade de exercitar os procedimentos de cálculo necessários para encontrar a área do triângulo dados os vértices. Resolvemos as questões 1 e 3, enquanto os alunos resolveram as questões 2, 4, 5 e 6.

Durante a resolução, percebemos dificuldade dos alunos em manipular os pontos que estavam no 2º e 3º quadrante por conta do sinal negativo, que ao longo da aula tentamos sanar. Apesar dessas deficiências, os alunos desenvolveram os problemas com tranquilidade. O desenvolvimento dessa lista pelos alunos demorou cerca de 45 minutos.

De modo geral, a atividade proporcionou aos alunos momentos de construção de conhecimentos a medida que, por meio da experimentação, os alunos puderam testar, verificar e redescobrir as relações numéricas entre assuntos matemáticos estudados por eles em outro momento de aprendizagem.

Quando comparamos nossos resultados com os de Pereira (2013), verificamos que são semelhantes visto que, conforme a autora, os alunos conseguiram entender que é possível



calcular a área do triângulo conhecendo as coordenadas de seus vértices. Santos (2008, p. 39), ao discutir sobre o uso de recursos tecnológicos, afirmou que:

O papel do professor não desaparece, apenas muda. Este é responsável, por exemplo, por causar inquietações nos estudantes, estruturar as atividades e fazer intervenções como utilizar uma descoberta de um estudante para discutir com a classe. Usando estratégias dessa forma, ocorrerá instigação, aprendizado e atividades investigativas de novas ideias matemáticas que servirão como problemas de motivação na matemática escolar.

Nesse sentido, o papel do professor, ao experimentar atividades como a que realizamos, muda do modo similar ao ponto de vista de Santos (2008) a medida que nos tornamos mediadores do processo de ensino e aprendizagem, proporcionando motivação não apenas ao aluno, mas ao professor que se permite viver experiências diferenciadas para enriquecer sua trajetória docente.

3 Considerações Finais

A sequência didática referente a área do triângulo nos proporcionou a possibilidade de experimentar maneiras diferenciadas de abordar tal conteúdo, fazendo com que o aluno construa seus conhecimentos, mesmo que de forma embrionária.

Ao comparar com outras pesquisas que abordam o mesmo assunto, observamos que os resultados foram semelhantes, o que assumimos como um fator positivo, pois ao contrário dessas pesquisas, não tivemos o suporte tecnológico, como os softwares educacionais destacados, e mesmo nessa situação obtivemos resultados satisfatórios, pois possibilitou aos alunos uma melhora na habilidade de determinar a área do triângulo.

Aos professores, as atividades realizadas podem representar uma possibilidade de explorar de maneira alternativa, com baixo custo, um conteúdo muito útil no estudo da geometria analítica, assim como proporcionar um ponto de partida para elaboração de outras atividades que possam fazer com que os alunos aprimorem sua rede de conhecimentos, como agente participante do processo de ensino e aprendizagem.



4 Referências

- DANTE. **Matemática**: contexto e aplicações. Volume 3. São Paulo: Ática, 2012.
- FOSSA, John. **Ensaio sobre a educação matemática**. 2ª edição. São Paulo: Livraria da Física, 2012.
- PEREIRA, Ana Paula L. **Futebol**: a geometria analítica no campo. Dissertação (PROFMAT) Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2013
- PIRES, Elise C.P.S.; SÁ, Pedro F. Estudos sobre o ensino da geometria analítica. In: **X Encontro paraense de educação matemática**. Belém, 2015.
- SÁ, Pedro F. **Atividades para o ensino de matemática no nível fundamental**. Belém: Eduepa, 2009.
- SÁ, Pedro F.; JUCÁ, Rosineide de S. **Matemática por atividades**: experiências didáticas bem-sucedidas. Petrópolis: Vozes, 2014.
- SANTOS, Ricardo de S. **Tecnologias digitais na sala de aula para aprendizagem de conceitos em geometria analítica**: manipulações no software grafeq. Dissertação (Mestrado em ensino da matemática) Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2008
- SILVA, Michelli P.; SILVA, Marcos B. **As novas tecnologias e o ensino da geometria analítica**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) Universidade da Amazônia. 2008.



AS ABORDAGENS DO CONCEITO DE FRAÇÃO NOS MANUAIS ESCOLARES EM DIFERENTES DÉCADAS

Rosineide de Sousa Jucá
Universidade do Estado do Pará (UEPA)
rosejuca@gmail.com

Renan Marcelo da Costa Dias
Universidade do Estado do Pará (UEPA)
renanmarcelo1998@gmail.com

Resumo: Este trabalho tem como objetivo investigar as diferentes abordagens do conceito de fração nos manuais escolares em diferentes décadas. Como metodologia de pesquisa adotamos uma pesquisa bibliográfica e documental, para tal revisamos alguns livros didáticos dos períodos anterior, posterior e do movimento da matemática moderna. Como referencial teórico adotamos as discussões propostas por Chopin (2004), Julia (2001) e Chevel (1990) sobre a importância das pesquisas nos Manuais escolares, e ainda Fiorentini et al (1993) como subsídio para as análises. As análises dos livros nos permitiram observar que, de maneira geral, o conceito de fração no período pré-moderno era abordado de maneira intuitiva pragmática e que essa abordagem também estava presente em alguns livros de matemática do período moderno e pós-moderno. A abordagem no tratamento das operações com frações era do tipo ‘problema-resolução-regra’ e estava presente nos três períodos, havendo um diferencial somente no período moderno quanto às propriedades dessas operações. Sobre os exercícios, nos três períodos persistem os exercícios do tipo ‘resolvas as operações’, havendo uma diferenciação apenas na quantidade, que no período moderno foi significativa e repetitiva; e no período moderno, onde esses exercícios estavam relacionados a equações e expressões numéricas. De maneira geral, a análise dos livros nos possibilitou verificar como o conceito de fração foi sendo desenvolvido ao longo dos anos, bem como a compreender as modificações dessas abordagens, ou seja, a cultura escolar de cada período, e ainda conhecer as influências sofridas em todos esses períodos até seu conceito atual.

Palavras chave: Educação matemática. História do ensino de matemática. Conceito de fração.

Introdução

O interesse pelo tema em questão surgiu ao cursar a disciplina Introdução a história da educação matemática, quando tivemos a oportunidade de pesquisar sobre a história da disciplina matemática e analisar alguns livros de matemática utilizados em diferentes épocas. Nesta disciplina tivemos a oportunidade de conhecer como os conteúdos de matemática foram sofrendo transformações ao longo dos anos e entender como se constitui o ensino de matemática nos dias atuais. Sendo assim, a decisão de buscar pelos manuais escolares de matemática de diferentes épocas nos possibilitou compreender os fenômenos culturais do cotidiano da escola



em diferentes décadas. Pois, para Chevel (1990), a disciplina escolar não comporta somente as práticas docentes da aula, mas também as grandes finalidades que presidiram sua constituição e o fenômeno da aculturação em massa que ela determina. O autor ainda destaca que para escrever sobre a história da disciplina é preciso analisar a legislação, que contém as finalidades e objetivos fixados; e as práticas escolares, que mostram as finalidades reais, pois novos ensinamentos se inserem nas classes sem serem explicitamente formulados.

Neste contexto, a partir da análise dos manuais escolares de matemática utilizados em diferentes épocas é que nos propomos a resgatar um pouco da história da disciplina Matemática e compreender a cultura escolar que predominava em diferentes décadas, pois segundo Julia (2001), a cultura escolar é como um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e inculcar, e um conjunto de práticas que definem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos.

Assim é possível elucidar como o ensino de frações foi sendo desenvolvido ao longo dos tempos por meio dos manuais escolares, pois como coloca Julia (2001), fazer um inventário sistemático destas práticas, período por período, constituiria, um campo de trabalho efetivamente interessante, pois permitiria compreender as modificações, frequentemente insensíveis, que surgem de geração em geração. Nesta perspectiva temos interesse em investigar como os manuais escolares de diferentes épocas abordava o conceito de fração.

Referencial teórico

As pesquisas sobre a história das disciplinas escolares têm apresentado muitos estudos nos últimos anos, entre eles: Chervel (1990), Julia (2001), Chopin (1990, 2004), entre outros, esses estudos discorrem sobre a forma de constituição de uma disciplina escolar ao longo do tempo dentro da cultura escolar.

O ensino escolar é esta parte da disciplina que põe em ação as finalidades impostas à escola, e provoca a aculturação conveniente. A descrição de uma disciplina não deveria então se limitar à apresentação dos conteúdos de ensino, os quais são apenas meios utilizados para alcançar um fim (CHEVEL, 1990, p.184).



Nestes termos, a investigação da cultura escolar nos possibilita a compreensão de como se constituem, se institucionalizam e circulam os saberes e práticas pedagógicas de um determinado tempo. Para Julia (2001), a cultura escolar é um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e inculcar, e um conjunto de práticas que definem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos. A compreensão da cultura escolar em diferentes períodos é importante para compreender a constituição da história de uma disciplina e as modificações que esta foi sofrendo ao longo do tempo. Assim os cadernos, livros, relatórios, atas e outras fontes oficiais ou não, se constituem em importantes fontes para a história da cultura escolar. Pois segundo Julia (2001), para se examinar atentamente a evolução das disciplinas escolares, deve-se levar em conta diversos elementos que, em ordem de importância variada, compõem esta estranha alquimia: os conteúdos ensinados, os exercícios, as práticas de motivação e de estimulação dos alunos, que fazem parte destas “inovações” que não são vistas.

O sistema de ensino muito embora esteja vinculado aos fenômenos sociais e culturais que predominaram em uma determinada, as características desse sistema de ensino são refletidas nos manuais escolares que predominam em uma época. Estes manuais escolares são adaptados ao currículo e inserido no meio escolar, onde já existia uma prática consolidada e enraizada, assim como, um material anterior já em uso. Assim as pesquisas que envolvem os manuais escolares exigem do pesquisador um olhar atento e minucioso sobre este documento para poder captar a característica do ensino que prevaleceu em cada época. Pois é importante considerar que os manuais escolares estão historicamente e geograficamente determinados e é produto de um grupo social e de uma dada época. Por meio da análise desses manuais é possível perceber as mudanças que ocorreram no âmbito escolar em relação ao currículo e ao ensino.

A importância da análise dos documentos históricos é destacada por Chervel (1990), “Em uma dada época, para o ensino de uma disciplina, todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso; assim como as práticas de ensino dos professores é, grosso modo, idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível de ensino, trata-se do *fenômeno da Vulgata*.”



Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas. São apenas essas variações que podem justificar a publicação de novos manuais e, de qualquer modo, não apresentam mais do que desvios mínimos: o problema do plágio é uma das constatações da edição escolar (CHERVEL, 1990, p.203).

Segundo o autor a tarefa fundamental do historiador de uma disciplina escolar é a descrição e a análise da vulgata, pois as vulgatas evoluem e se transformam. Também Chopin (2004), destaca a importância da análise histórica dos manuais escolares, o pesquisador, ao se debruçar sobre os livros didáticos, para analisá-los está buscando conhecer e compreender os fenômenos sociais e culturais que predominaram em um determinado período, assim como compreender as mudanças que ocorreram no âmbito escolar em relação ao currículo e ao ensino e que de certa forma influenciam na organização dos livros didáticos e que representam os discursos dominantes de uma dada época. O autor destaca que:

Na maioria das línguas, o livro didático é designado de inúmeras maneiras, e nem sempre é possível explicitar as características específicas que podem estar relacionadas a cada uma das denominações, tanto mais que as palavras quase sempre sobrevivem àquilo que elas designam por um determinado tempo (CHOPPIN, 2004, p.549).

Além disso, para Chopin (2004), o livro didático é um documento histórico como qualquer outro, a história que o pesquisador escreve não é, na verdade, a dos livros didáticos: é a história de um tema, de uma noção, de um personagem, de uma disciplina, ou de como a literatura escolar foi apresentada por meio de uma mídia particular.

Neste caminhar, desenvolvemos interesse em analisar, nos manuais escolares de matemática de diferentes épocas, como o conceito de fração era desenvolvido e observar as transformações que sofreu ao longo do tempo, adotando diferentes concepções e abordagem para se adequar a cada um dos períodos analisados e atender as necessidades da sociedade. Escolhemos os períodos de antes da década de 60, considerado período pré moderno, década de 70, considerado período da matemática moderna e o período de 1980 até os dias atuais. Essa divisão de períodos se justifica pelo fato do movimento da matemática moderna ter sido um divisor de águas no ensino da matemática.



O Movimento da Matemática Moderna (MMM) teve seu início nas propostas modernizadoras ocorridas no final do século XIX na Europa, e teve como principal ideia a reformulação dos currículos da escola secundária, com intuito de diminuir o descompasso que existia entre os assuntos ministrados nas escolas secundárias e nas universidades. As propostas do Movimento da Matemática Moderna foram discutidas em vários Países da Europa, nos Estados Unidos e Brasil. No Brasil, as ideias modernizadoras foram introduzidas por meio de Euclides Roxo na década de 30. No entanto, esse discurso modernizador somente ganha força no final dos anos 50 e na década de 60, pois favorecia a atual situação econômica do Brasil, que se encontrava em desenvolvimento. Neste contexto de modernização da sociedade, o ensino da Matemática precisava ser modernizado para acompanhar as atuais exigências e necessidades da sociedade vigente. A divulgação do Movimento da Matemática Moderna se deu principalmente pelos livros didáticos que circularam no País, e que segundo Valente (2008) todo o cenário construído para a entrada do Movimento da Matemática Moderna no ensino brasileiro, tem seu ápice no lançamento de uma coleção de livros didáticos, em meados de 1963, para uso no ano letivo em 1964.

Análise dos manuais escolares ou livros didáticos

Para análise dos manuais escolares e livros didáticos nos baseamos nos estudos de Fiorentini et al (1993) que discute as diferentes abordagens para a educação algébrica que foram observadas nos livros didáticos ao longo dos tempos. Assim seguindo as abordagens propostas por Fiorentini et al (1993), observamos que na época pré matemática moderna, período que vai até 1960 aproximadamente, observamos nos livros didáticos uma abordagem intuitiva e pragmática do ensino de matemática; no período da matemática moderna (1964 ao final de 1970) temos uma abordagem estrutural formalista; no período logo pós MMM, década de 80, temos uma abordagem tecnicista do ensino da matemática e a partir dos anos 90 observamos uma abordagem que privilegia a contextualização social. Nesta perspectiva utilizamos tais concepções para analisar como o conteúdo de frações foi sendo desenvolvido ao longo do tempo. Escolhemos para análise 3 livros de matemática, dos anos de 1942, 1969 e 1986, tais livros foram escolhidos, por dois motivos, primeiro porque foram os que encontramos de cada

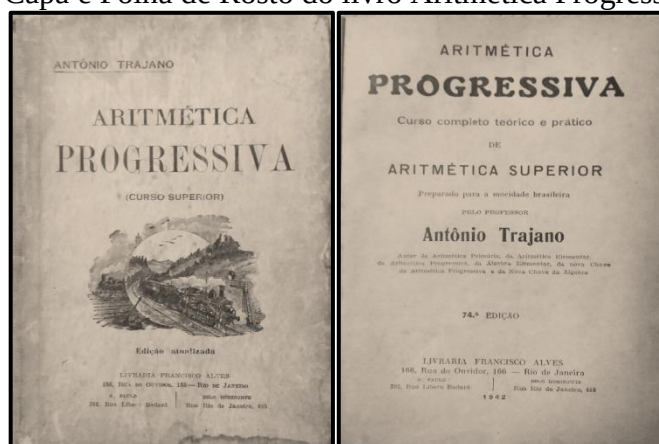


período, e segundo porque queremos mostrar como o conceito de fração era abordado antes, durante e após o MMM.

Livro aritmética progressiva (1942)

O primeiro livro analisado é o *Aritmética Progressiva* do Autor Antônio Trajano datado de 1942 da editora Livraria Francisco Alves. Apesar de não ter referência no livro, o mesmo era direcionado aos alunos do 1º ano secundário, visto o programa de aritmética superior ensinado na época. Segundo o autor, este manual é um estudo completo teórico e prático de Aritmética Superior. Acreditamos que este livro esteja de acordo com a reforma Francisco Campos que se estabeleceu de fato em 1931, pois o conteúdo está de acordo com o conteúdo sugerido para o 1º ano secundário proposto pela reforma, apesar de não termos visto nenhuma referência na capa do livro sobre esta reforma. Na figura 1 é possível identificar a capa e a folha de rosto do livro, na qual observa-se as informações do autor e sua experiência na autoria de outros manuais de aritmética.

Figura 1: Capa e Folha de Rosto do livro *Aritmética Progressiva* (1942)



Fonte: Acervo dos Autores

É pertinente ressaltar que o autor enfatiza, no prefácio, as vantagens do uso de seu livro.

O nosso compêndio de aritmética progressiva apresenta a parte teórica de cada ponto acompanhada de exercícios e problemas graduados para o ensino da aplicação. E deste modo os alunos poderão exercita-se com grande vantagem



na teoria e na prática, podendo depois resolver com destreza qualquer questão de aritmética (TRAJANO, 1942, p.2).

Este manual não está dividido em capítulos mas sim em 38 tópicos, sendo eles: Numeração; Sinais aritmético; Operações fundamentais; Redução à unidade; Igualdade e desigualdade; Complemento dos números; Teoria dos números primos; Divisibilidade; Máximo divisor comum; Mínimo múltiplo comum; Frações ordinárias; Frações decimais; Sistema métrico; Sistema inglês de medida; Antigo sistema brasileiro de medida; Números Complexos; Razão; Regra de três; Falsa posição; Divisão em partes proporcionais, Porcentagem; Juros; Regra de sociedade; Comissões; Abatimento e desconto; Média aritmética; Prazo médio; Mistura; Liga; Câmbio; Análise Aritmética; Potências; Extração de raízes; Progressões; Logaritmos; Medição; Pêso específico e pêso relativo e Revisão geral.

O conteúdo de fração, se encontra apresentado no tópico 11 e inicialmente o autor destaca o conceito de fração como parte-todo de forma direta:

‘Fração é uma ou mais partes iguais de uma unidade. A palavra fração vem do latim *frango*, que quer dizer: Eu quebro. Uma fração é, portanto, uma ou mais partes iguais de um todo que na numeração tem o nome de unidade ou de 1 (TRAJANO, 1942, p. 73).

Posteriormente, o autor aborda uma noção prática de fração na divisão de uma maçã, e assim, descreve de forma intuitiva a ideia de fração como parte-todo.

Uma unidade é uma coisa inteira como, por exemplo, uma maçã. Se dividirmos esta maçã em duas partes iguais, será **um meio** da maçã, e se escreverá $\frac{1}{2}$. Se dividirmos a maçã em três partes iguais, cada uma destas partes será **um terço** da maçã, e se escreverá $\frac{1}{3}$; duas destas partes serão dois terços, e se escreverão $\frac{2}{3}$; e as três partes serão três terços ou a maçã inteira, e se escreverão $\frac{3}{3}$ (TRAJANO, 1942, p. 73).

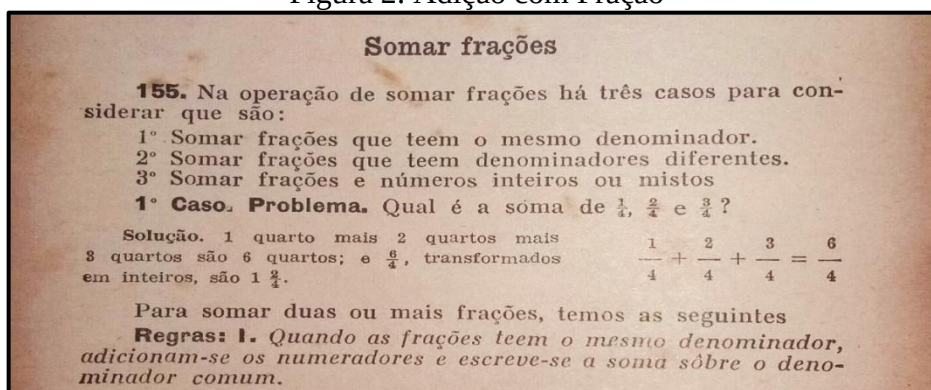
Tal abordagem realizada é classificada por Fiorentini et al (1993), como uma abordagem intuitiva pragmática, pois essa abordagem se caracteriza pela relação do conteúdo matemático a situações práticas do aluno, nesse caso a divisão de uma maçã, na qual o aluno



intui esse conhecimento a partir da exploração dessas situações. Após a apresentação do conceito de fração, o autor aborda subtópicos relacionados ao conceito de fração, tais como: fração ordinária e composta; leitura de frações; frações próprias e impróprias; frações equivalentes e simplificação de fração.

No que diz respeito as operações com fração, o autor sempre destaca os diferentes casos existentes dessas operações: frações de mesmo denominador, diferentes denominadores e números mistos. E ainda, mostra a resolução dessa operação antes de apresentar a regra para realizá-la. Na figura 2, é possível observar essa situação para a adição com fração.

Figura 2: Adição com Fração



Fonte: Trajano (1942, p. 88)

A figura 2 apresenta três casos na adição de fração e, em relação ao primeiro caso, o autor primeiramente aponta um problema de adição e sua resolução, para depois formalizar a regra dessa operação; de maneira análoga é realizada a abordagem na subtração de fração.

Para operação de multiplicação de fração, são expostos os diferentes casos dessa operação: fração por número inteiro, fração por fração e fração por número misto. Além disso, o autor também apresenta um problema com sua resolução e posteriormente a regra dessa operação. É pertinente ressaltar que o autor apresenta dois diferentes modos de resolução, a primeira utilizando a ideia de multiplicação como parcelas iguais e a segunda utilizando-se de propriedades de fração; para posteriormente formalizar a regra dessa operação. Da mesma forma é a abordagem para divisão com fração.

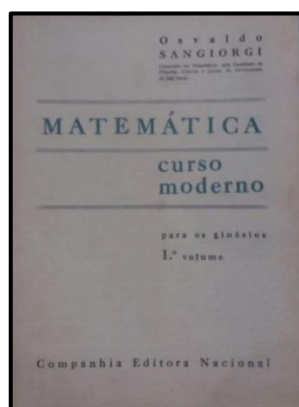


Deve-se ressaltar também, que após cada apresentação da operação com fração, são propostas entre 12 e 20 exercícios do tipo ‘Resolva as seguintes operações’.

Livro Matemática: Curso Moderno (1969)

O segundo livro analisado é *Matemática: Curso Moderno* de Osvaldo Sangiorgi, de 1969, da Companhia Editora Nacional. E era destinado aos alunos do ginásio. Na figura 3 é possível identificar folha de rosto desse livro, devido ausência da capa, na qual são observadas as características do MMM, como o destaque da palavra moderno e a presença de cores, uma das modificações apresentada nos livros do MMM.

Figura 3: Folha de rosto do livro Matemática: Curso Moderno (1969)



Fonte: Acervo dos Autores

Este livro é composto por 4 capítulos, sendo eles: capítulo 1 conjuntos e numeração, capítulo 2 operações no conjunto do número naturais e suas estruturas, capítulo 3 conjuntos dos números racionais e suas estruturas e o capítulo 4 estudos das medidas.

O conteúdo de fração aparece abordado no capítulo 3, para introduzir o conceito de fração o autor parte de uma situação prática de divisão de uma barra de chocolate em três partes iguais, e intuitivamente aborda o conceito de fração como parte-todo, como mostra a figura 4.

Figura 4: Conceito de fração

1. Noção intuitiva de número fracionário

Você tem a primeira idéia de número fracionário quando, *repartindo* um objeto (que nesse instante representa a *unidade*) em um número qualquer de *partes iguais*, considera uma ou algumas dessas partes.

Assim, por exemplo, *repartindo-se* um tablete de chocolate (fig. 43) em três partes *iguais*, temos que:

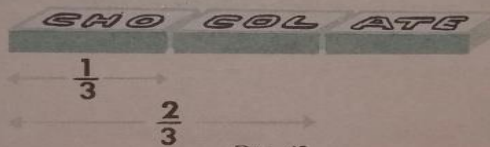


FIG. 43

- 1) uma dessas partes representa uma *fração* do chocolate, chamada *um terço* e indicada por $\frac{1}{3}$;
- 2) duas dessas partes representam outra *fração* do chocolate, chamada *dois terços* e indicada por $\frac{2}{3}$.

Fonte: Sangiorgi (1969, p. 201)

Após a apresentação intuitiva de fração, o autor mostra o conceito formal de número fracionário:

Nasce, portanto, uma nova espécie de número (lembre-se de que até agora você só ‘trabalhou’ com os números naturais), denominado *número fracionário*, cujo numeral – agora chamado *fração* – compõe-se de dois números naturais, tomados numa certa ordem, com o segundo deles diferente de zero, sendo ambos separados por um traço horizontal. Assim, com o par de números naturais: 2 e 3, você tem um número fracionário representado pela fração: $\frac{2}{3}$. O primeiro desses números é chamado *numerador* e o segundo, *denominador* (SANGIORGI, 1969, p. 201).

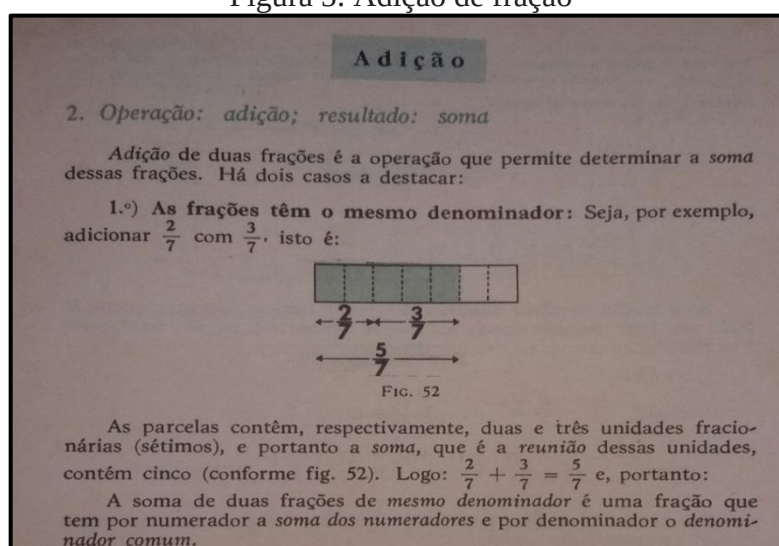
De acordo com Fiorentini et al (1993), essa abordagem é classificada intuitiva pragmática, pois de acordo com os autores, essa abordagem se caracteriza pela relação do conteúdo matemático a situações práticas do aluno, nesse caso a divisão de chocolate, na qual o aluno intui esse conhecimento a partir da exploração dessas situações

Vale destacar que após a abordagem do conceito de fração, o autor trata de subtópicos referentes a ele, tais como: Interpretação geométrica do número fracionário; frações próprias, impróprias e aparentes; frações equivalentes, iguais e aplicações; simplificação de fração; conversão de fração e comparação de fração.



No que se refere as operações com fração, o autor trata dos diferentes casos destas, e ainda no início de cada caso de operação, geralmente é apresentado um problema com sua resolução, para posteriormente ser apresentado a regra para resolver operações dessa natureza. Esse fato pode ser observado na figura 5 sobre adição de fração de mesmo denominador.

Figura 5: Adição de fração



Fonte: Sangiorgi (1969, p. 229)

Observa-se, na figura 6, que o autor destaca dois casos a adição de fração, excluindo a adição de fração mista ou inteira. Além disso, verifica-se também que o autor apresenta a adição entre duas frações, e por fim trata-se da regra dessa operação. De maneira análoga é feita para as operações de subtração. Em relação a multiplicação de fração, diferentemente da adição, o autor primeiro apresenta a regra para operações desse tipo e depois apresenta um problema com sua resolução, explicando-a passo a passo, como é possível ver na figura 6.



Figura 6: Multiplicação de Fração

2.º) Multiplicação de uma fração por outra fração: É feita com a seguinte técnica de cálculo:

Constrói-se uma fração cujo numerador é o produto dos numeradores e cujo denominador é o produto dos denominadores das frações dadas.

Exemplo:

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$$

Fonte: Sangiorgi (1969, p. 235)

Como pode ser observado na figura 6, o autor apresenta a regra para multiplicar fração, e depois mostra com problema de aplicação dessa regra. De maneira análoga é realizada na divisão de fração, entretanto, o autor inicia com exemplo em seguida a apresentação da regra dessa operação. Vale ressaltar também que o autor ainda trata das operações de potências e raízes de frações.

É importante observar, que nesse livro, o autor salienta em todas as operações com fração as propriedades como fechamento, comutatividade, associatividade, elemento neutro, distributividade e elemento inverso. Nessa situação, de acordo com Fiorentini et al (1993), percebe-se uma abordagem estruturalista formal, visto que são utilizadas pelo autor as estruturas matemáticas na apresentação de conteúdo.

Sobre os exercícios de fração e suas operações, alguns são tipo ‘resolva as operações’, entretanto verifica-se que o autor também questiona, nesses mesmo exercícios, a leitura dessas frações ou as propriedades destas, além de frequentemente associar essas frações à equações e expressões numéricas. Assim, corroborando o carácter estruturalista dessa abordagem.

Livro Matemática: Conceito e Operações (1986)

O terceiro livro analisado é *Matemática: conceitos e operações*, de 1986, do autor Scipione di Pierro Netto, publicado pela editora Saraiva. O livro era destinado aos alunos da 5ª série do ensino de 1º grau e está dividido em 8 unidades. Na figura 7 é possível visualizar a capa do livro.



Figura 7: Capa do livro de Matemática de Scipione di Pierro netto



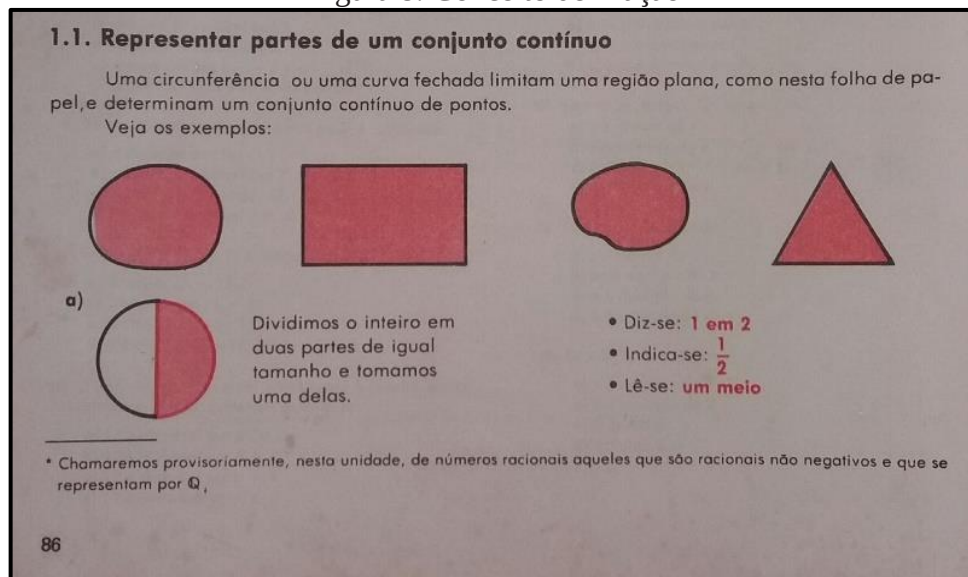
Fonte: Acervo do Autores

Na unidade 1 são tratadas as primeiras ideias sobre conjuntos; a unidade 2 é sobre o conjunto dos números naturais; a unidade 3 trata-se de operações com os naturais; na unidade 4 são abordados os múltiplos e divisores, a unidade 5 refere-se ao conjunto dos números racionais; a unidade 6 é sobre os números decimais; na unidade 7 aborda-se geometria intuitiva e na unidade 8 o sistema de medidas.

O conteúdo de fração se encontra na unidade 5, e o autor introduz esse conceito por meio da representação geométrica, e mostra como pode ser feito utilizando a representação da fração $\frac{1}{2}$ como parte de um todo, e mostra a representação numérica e escrita da mesma, como mostra a figura 8.



Figura 8: Conceito de Fração



Fonte: Di Pierro Neto (1986, p. 86)

Após essa abordagem, o autor apresenta a formalização do conceito de fração.

As partes de um todo, ou frações, são representadas por um par ordenado de números naturais sob a forma $\frac{a}{b}$. O primeiro elemento do par indica quantas partes tomamos do todo e o segundo elemento do par indica em quantas partes o todo está dividido. Dessa forma, o número **b** será sempre diferente de zero. Em $\frac{a}{b}$, **a** é o numerador e **b** é o denominador do número fracionário $\frac{a}{b}$ (DI PIERRO NETO, 1986, p. 87)

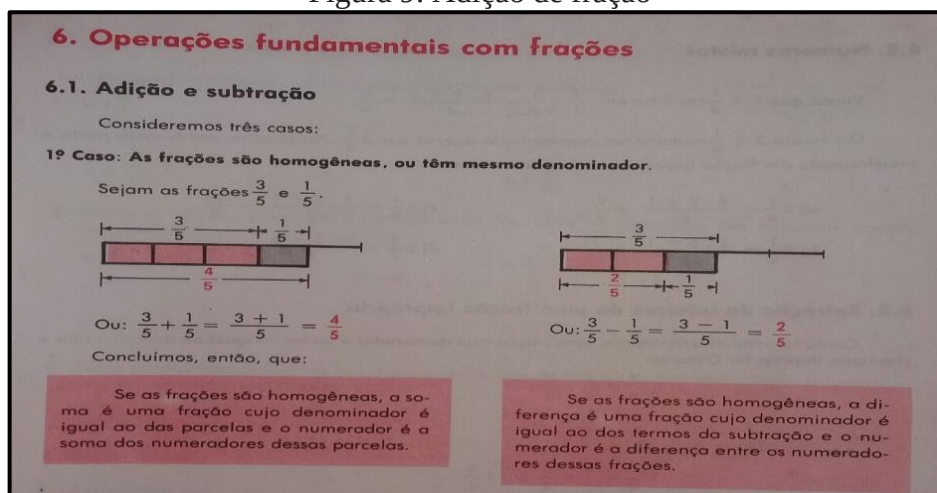
Dessa forma, é possível identificar um conceito formalista de fração apresentado pelo autor do livro. Após a apresentação do conceito formal de fração, é proposto uma quantidade significativa de exercícios que buscam a fixação do conteúdo através da repetição do mesmo procedimento em todas as questões, nos quais o aluno deveria visualizar a fração em uma representação geométrica e escrevê-la numericamente. De acordo com Fiorentini et al (1993), essa situação foi comum nesse período através da influência da corrente tecnicista na década de 80, onde nos deparamos com um impasse entre o fazer (ênfase tecnicista) e o compreender (ênfase estruturalista).



Após apresentar a definição de fração, o autor trata de subtópicos referente ao conceito trabalhado, tais como: frações próprias, impróprias e aparentes; propriedades de fração; frações equivalentes e comparação de fração.

Em relação às operações com frações, o autor enfatiza que há diferentes casos, mostra a representação geométrica de uma operação de fração, bem como a representação numérica e por fim, apresenta a regra dessa operação, como pode ser observado na figura 9.

Figura 9: Adição de fração



Fonte: Di Pierro Neto (1986, p. 99)

É possível observar que para apresentar a regra de adição de fração o autor primeiro mostra sua representação numérica e geométrica, e depois seu conceito formal, no qual observa-se o uso de uma linguagem mais simples. Em relação a abordagem das outras operações, são realizadas semelhantes à de adição. Porém, na divisão com frações, o autor utiliza a ideia de inverso de uma fração para justificar a regra da divisão de fração. O autor também aborda outros tópicos com frações como raízes e potências.

Em relação aos exercícios, observamos 4 tipos de exercícios, assim nomeados pelo autor: Primeiros exercícios de classe; exercícios de classe e de fixação; exercícios de revisão e aprofundamento e testes, que basicamente era uma repetição de procedimento. Assim, segundo Fiorentini et al (1993), a abordagem nesse livro é do tipo tecnicista, pois, segundo os autores,



nesse período, para que o aluno se apropriasse dos conceitos matemáticos ele deveria repeti-los diversas vezes.

Discussão sobre as análises

A análise dos livros, a partir da classificação proposta por Fiorentini et al (1993), nos possibilitou perceber que a abordagem do conceito de fração e suas operações passaram por algumas modificações ao longo do tempo.

Em relação ao conceito de fração, no livro *Aritmética Progressiva* (1942), que corresponde ao período pré-moderno, verificamos que a abordagem é do tipo intuitiva pragmática, na qual o autor parte de uma situação prática e intui esse conceito. Da mesma forma, esse conceito é tratado no livro *Matemática: Curso Moderno* (1969), que corresponde ao período moderno, embora o livro seja do período do MMM e possua algumas características desse momento. Entretanto, no livro *Matemática: Conceitos e Operação* (1986), que corresponde ao período pós-moderno, o autor utiliza a representação geométrica de uma fração para iniciar tal conceito, mas também apresenta um conceito formalista de fração.

Sobre as operações com frações, percebemos que no livro *Aritmética Progressiva* (1942), o autor aborda os diferentes casos destas, e ainda explicita primeiramente um problema com sua resolução, para depois apresentar a regra de resolução desse tipo de operação. Também dessa maneira é realizada essa abordagem no livro *Matemática: Curso Moderno* (1969), entretanto, percebe-se que o autor, diferente da abordagem do conceito de fração, possui uma abordagem estruturalista, ao salientar as propriedades como fechamento, comutatividade etc. No livro *Matemática: Conceitos e Operação* (1986), o autor também apresenta o problema da operações com sua resolução, para depois formalizar a regra de resolução.

No que se refere aos exercícios de fração, no livro *Aritmética Progressiva* (1942) é observável uma quantidade razoável de exercícios do tipo ‘resolva as operações’. No livro *Matemática: Curso Moderno* (1969), os exercícios também são do tipo ‘resolva as operações’, todavia, verifica-se que o autor também questiona, nesses mesmos exercícios, a leitura dessas frações ou suas propriedades, associando-as frequentemente à equações e expressões



numéricas. No livro *Matemática: Conceitos e Operação* (1986), encontram-se numerosos exercícios, nos quais em suas essências eram repetições de algoritmos ou regras, caracterizando uma abordagem tecnicista.

Considerações finais

Este trabalho teve por objetivo investigar as diferentes abordagens do conceito de fração nos manuais escolares em diferentes décadas. Para tal, analisamos três livros de Matemática dos anos de 1942 (pré-moderno), 1969 (moderno) e 1986 (pós-moderno), a partir da classificação propostas por Fiorentini et al (1993).

De maneira geral, percebemos que o conceito de fração no período pré-moderno era abordado de maneira intuitiva em situações práticas dos alunos, e que essa abordagem também estava presente em alguns livros de matemática do período moderno e pós-moderno, como uma nova roupagem como as representações geométricas por exemplo.

Além disso, a abordagem no tratamento das operações com frações do tipo ‘problema-resolução-regra’ estava presente nos três períodos, havendo um diferencial somente no período moderno na atenção voltadas às propriedades dessas operações. Sobre os exercícios, nos três períodos persistem os exercícios do tipo ‘resolvas as operações’, havendo uma diferenciação apenas na quantidade, que no período moderno foi significativa e repetitiva; e no período moderno, onde esses exercícios estavam relacionados a equações e expressões numéricas.

Nesse sentido, a análise dos livros, nos possibilitou verificar como o conceito de fração foi sendo desenvolvido ao longo dos anos, bem como a compreender as modificações dessas abordagens, ou seja, a cultura escolar de cada período, e ainda conhecer as influências sofridas em todos esses períodos até seu conceito atual, como afirma Júlia (2001).

Além disso, corroborando com a ideia de Chopin (2004), a análise nos possibilitou também conhecer e compreender que os livros são reflexos de práticas pedagógicas do ensino de fração em cada período, e assim entendemos que as mudanças que ocorreram no âmbito escolar em relação ao ensino de fração tiveram forte influência na organização dos livros didáticos.



Sendo assim, acreditamos ser este trabalho de grande contribuição para a formação do professor de Matemática, visto que nos possibilita um maior conhecimento da construção de sua disciplina nos dias atuais e subsidia uma visão crítica nas decisões futuras do ensino de Matemática no Brasil.

REFERENCIAS

- CHEVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. In: **Teoria e Educação**, Porto Alegre, 2, 1990. 177-229p
- CHOPPIN, C. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. In: **Educação e Pesquisa**. v.30, n.3, set. /Dez. São Paulo, 2004, p. 549-566
- DI PIERRO NETO, S. **Matemática: Conceitos e Operações**. São Paulo (SP). Editora Saraiva, 1986.
- FIORENTINI, D. , MIGUEL, A. , MIORIM, M. A. Contribuição para um Repensar a Educação Algébrica Elementar. **Revista Pro-posições** V4. Campinas, UNICAMP, 1993 p. 79
- JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP: SBHE, n. 1, p. 9-44, 2001.
- SANGIORGI, O. **Matemática: Curso Moderno**. São Paulo (SP). Companhia Editora Nacional, 1969.
- TRAJANO, A. **Aritmética Progressiva**. Rio de Janeiro (RJ). Livraria Francisco Alves, 1942.
- VALENTE, W. R. Osvaldo Sangiorgi e o Movimento da matemática moderna no Brasil. In: **Revista Diálogo Educacional**, v. 8, n. 25, set. /Dez. Curitiba, 2008. p. 583-613.



AS DIFICULDADES NO ENSINO DE REGRAS DE TRÊS APONTADAS POR ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Marcelo Baía da Silva

Universidade do Estado do Pará

profmarcelobaia77@gmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará

2011malu.melo@gmail.com

Resumo

Este trabalho teve por objetivo investigar as possíveis dificuldades no ensino de regra de três com base nas respostas de cem alunos do 8º ano do ensino fundamental, que já estudaram esse assunto no ano anterior. A pesquisa ocorreu em uma escola pública estadual de ensino fundamental e médio localizada no bairro do Guamá, cidade de Belém-PA. A pesquisa teve caráter diagnóstico e quantitativo, e as informações produzidas foram levantadas por meio da aplicação de um questionário socioeconômico com vinte perguntas sobre a vida pessoal e escolar do aluno. Os resultados alcançados neste estudo mostraram que as dificuldades dos discentes no ensino de regra de três estavam relacionadas com a falta de compreensão das relações proporcionais (direta e inversa) entre grandezas e também na utilização do algoritmo da regra. Espera-se que este estudo servia de fonte de informação para outras pesquisas no âmbito da Educação Matemática referentes à temática regra de três e da mesma forma auxilie na construção de propostas de ensino que venham a viabilizar o aprendizado desse conteúdo.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Ensino de regra de três. Dificuldades no ensino de regra de três.

Introdução

Este trabalho traz os principais resultados de uma pesquisa de campo junto a uma amostra de cem alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública estadual de ensino fundamental e médio localizado no bairro do Guamá na cidade de Belém-PA, cujo propósito era produzir informações relevantes por meio de um questionário sobre a vida escola e social desses alunos, e, sobretudo, investigar quais os obstáculos didático-pedagógicos enfrentados por eles no ensino de matemática num determinado conteúdo, neste caso, a regra de três.



Com as informações produzidas na pesquisa de campo, fomentamos este trabalho que teve por objetivo investigar as possíveis dificuldades no ensino das regras de três com base nas respostas dos alunos do 8º ano do ensino fundamental, que já estudaram esse assunto no ano escolar anterior, e com isso apresentar um diagnóstico sobre essas dificuldades e da mesma forma apontar sugestões pedagógicas que auxiliem na construção de propostas de ensino para subsidiarem o ensino e aprendizado da regra de três que, geralmente, acontece no 7º ano do ensino fundamental.

O nosso trabalho está dividido em duas partes conhecidas como *percurso metodológico da pesquisa e resultados e análises*. Na primeira delas, apresentamos o desenrolar do trabalho ocorrido na escola, onde a pesquisa foi realizada; e na segunda parte, trazemos a análise e interpretação das principais informações produzidas no questionário socioeconômico respondido pelos alunos do 8º ano do ensino fundamental; além do mais, nessa etapa mostramos um quadro com as possíveis dificuldades dos alunos no ensino da regra três, que foi construído com base em nossa experiência como professor da escola pública estadual de ensino. Por fim, apresentamos as nossas considerações e os resultados alcançados com a pesquisa de campo e as nossas intenções com este trabalho.

Percorso metodológico da pesquisa

A pesquisa tem um caráter quantitativo e aconteceu em uma escola pública estadual de ensino fundamental e médio localizada no bairro do Guamá na cidade de Belém-PA. Participaram desse estudo cem alunos do 8º ano do ensino fundamental, que estavam dispostos em três turmas, sendo que duas eram do turno da manhã e uma do turno da tarde.

As informações produzidas neste trabalho ocorreram por meio da aplicação de um questionário socioeconômico com vinte questões abertas e fechadas em turmas do 8º ano do ensino fundamental. As perguntas do questionário eram sobre a vida familiar e escolar desses alunos, sobretudo a respeito das dificuldades no ensino de regra de três.

A pesquisa aconteceu em dois momentos e em dois dias diferentes na referida escola. No primeiro momento, que ocorreu no dia 02 de setembro de 2016, fizemos o levantamento das informações em duas turmas do 8º ano do ensino fundamental no turno da manhã, que haviam estudado o assunto regra de três no ano anterior. Na ocasião, os alunos receberam as



devidas orientações sobre como preencher o questionário socioeconômico e também justificamos para a turma a relevância do estudo realizado. Já o segundo encontro ocorreu no turno da tarde, no dia 05 do mesmo mês e ano, em uma turma do mesmo nível de ensino da anterior e nas mesmas condições.

Aqui cabe ressaltar um fato ocorrido no primeiro momento em uma das turmas pesquisada. No ensejo, percebemos depois de certo tempo de iniciada a pesquisa, que alguns alunos não responderam as perguntas do questionário sobre o ensino da regra de três, e o motivo alegado por eles foi que não estudaram esse assunto no ano anterior. Então, diante do exposto, sugerimos a esses alunos que respondessem apenas as outras perguntas, aquelas que não tratavam do conteúdo regra de três. Devido a esse fato, as informações dessa turma foram descartadas e não fizeram parte deste estudo.

Adiante apresentamos os resultados e as análises das principais informações produzidas, bem como as sugestões de pesquisa e as expectativas com o fomento deste estudo.

Resultados e análises

Nesta etapa, fazemos uma análise quantitativa dos dados coletados na pesquisa de campo e as devidas interpretações das respostas obtidas baseado na tabulação desses dados. Desse modo, a relevância da análise e da interpretação na pesquisa se destaca pelos objetivos desses dois processos, conforme afirma Gil (2008):

A análise tem como objetivo organizar e sumariar os dados de forma tal que possibilitem o fornecimento de respostas ao problema proposto para investigação. Já a interpretação tem como objetivo a procura do sentido mais amplo das respostas, o que é feito mediante sua ligação a outros conhecimentos anteriormente obtidos. (GIL, 2008, p. 156)

De acordo com o excerto, buscamos analisar os dados levantados na pesquisa de campo de uma amostra de 100 (cem) alunos. Esses dados foram obtidos por meio do questionário socioeconômico, que nos possibilitaram analisar as respostas dos alunos das turmas pesquisadas, 8º ano do ensino fundamental.

As informações produzidas revelaram que a maioria dos alunos estava fora da faixa etária estipulada pela Lei de Diretrizes e Base da Educação Brasileira 9394/96 (LDB). Esta diz, em seu Art. 32, que o ensino fundamental terá duração de 9 (anos), e terá início aos 6 (seis)



anos de idade. No entanto, a pesquisa mostrou que 30% dos alunos estavam com 14 (quatorze) anos de idade no 8º ano do ensino fundamental, 20% com 15 (quinze) anos de idade e 8% com 16 anos de idade no referido ano. Ainda de acordo com essa lei, alunos entre 15 a 17 anos de idade deveriam estar cursando o ensino médio e não mais o ensino fundamental.

Esses percentuais apontam que há uma distorção idade/ano escolar nas turmas pesquisadas. Os dados mostraram também que apenas 40% dos alunos estavam com a idade certa no ano escolar em questão, isto é, com 13 (treze) anos de idade. A pesquisa também mostrou que 2% dos alunos da amostra estavam cursando o referido nível de ensino com apenas 12 anos idade; outro caso de distorção idade/ano escolar, mas, neste caso, para menos.

Outro dado da pesquisa a respeito dos alunos egressos foi com relação aos casos de dependência na disciplina matemática; o quadro a seguir traz as informações produzidas no questionário socioeconômico, apresentando o valor percentual de cada caso.

Quadro 1 – Percentual de alunos em dependência na disciplina matemática

Dependência em matemática	Valor em percentual
Estou em dependência	3%
Estive em dependência no anterior	11%
Nunca ficou em dependência	86%
Total	100%

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

De acordo com as informações no quadro acima, podemos observar que 86% dos alunos nunca ficaram de dependência em matemática; 11% disseram que estiveram de dependência no ano anterior; e 3% estavam de dependência no ano da pesquisa (2016). Esses dados mostraram que a maioria dos alunos pesquisados não ficou em dependência na disciplina matemática, o que revelou um baixo índice de dependência nas turmas pesquisadas, apesar desses alunos dedicarem poucas horas de estudo para o aprendizado de Matemática, como revelou os dados produzidos sobre a frequência de estudo na disciplina fora da escola apresentados a seguir:



Quadro 2 – Frequência de estudo na disciplina matemática fora da escola

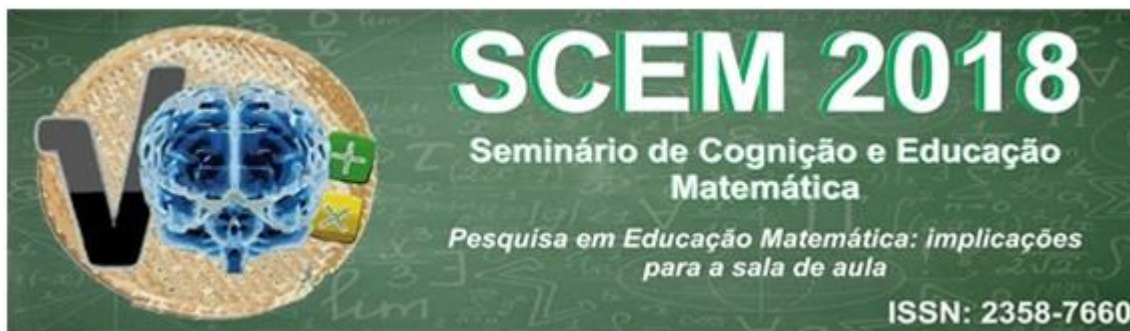
Frequência de estudo na disciplina matemática fora da escola	Percentual de aluno (%)
Todos os dias	6%
Mais de três vezes por semana	14%
Costumo estudar três vezes ou menos por semana	23%
Só no período de prova	47%
Não costumo estudar fora da escola	10%
Total	100%

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Conforme as informações produzidas do Quadro 2, podemos observar que 47% da amostra pesquisada só estudava a disciplina matemática no período de prova, 23% costumava estudar três vezes ou menos a cada semana, 14% mais de três vezes por semana, 6% estudavam todos os dias a disciplina matemática. E ainda havia um grupo de alunos da amostra, 10%, que não estudava a disciplina fora da escola.

As informações levantadas sobre a frequência de estudos na disciplina matemática revelaram que o percentual de alunos que estudavam a matemática não só no período de prova, 43%, é menor do que os que estudavam a disciplina no período avaliativo, 47%. Esses dados mostraram que quase metade amostra pesquisada dedicava pouco tempo de estudo para a matemática, o que pode implicar numa formação matemática pouco consistente, e consequentemente influenciar negativamente na formação pessoal desses alunos, tanto como cidadãos e futuros profissionais.

O desinteresse pelo estudo na disciplina matemática apontado no parágrafo anterior, talvez, esteja atrelado, entre outros motivos, à forma como o conteúdo é explicado, pois se essa explicação não for clara suficiente e de fácil entendimento, é bem provável que o discente perca o interesse pela disciplina, pois ele não consegue acompanhar e nem compreender o que está sendo apresentado nas aulas. Sobre a compreensão das explicações nas aulas de matemática, o Quadro 3 a seguir traz os percentuais dos níveis de compreensão dos alunos nas aulas de matemática.



Quadro 3 – Compreender as explicações nas aulas de matemática

Compreender as explicações nas aulas de matemática	Percentual de aluno (%)
Sempre	24%
Quase sempre	31%
Poucas vezes	43%
Nunca compreendo	2%
Total	100%

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Conforme as informações mostradas no quadro acima, podemos afirmar que 45% dos alunos pesquisados poucas vezes ou nunca compreenderam o que estava sendo explicado pelo professor nas aulas de Matemática. Talvez, esse fato seja resultado da metodologia adotada nas aulas, já que 65% dos alunos pesquisados afirmaram que essas aulas aconteceram nos moldes tradicionais de ensino, isto é, o professor explica o conteúdo, depois apresenta exemplos e, em seguida, aplicações para que os alunos repliquem o que havia sido ministrado, sem levar em consideração o ritmo e a forma de aprendizagem dos alunos, pois essa metodologia parte da premissa que todos os alunos estão no mesmo nível de conhecimento e aprendem da mesma maneira.

Essa prática de causa-efeito não garante que os discentes de fato compreenderam o assunto, pois prioriza a memorização ao invés da aquisição de saberes. Sobre esse modo de ensino, D'Ambrósio (1996, p. 120) sugere “[...] a adoção de uma nova postura educacional, a busca de um novo paradigma de educação que substitua o já desgastado ensino-aprendizagem baseado numa relação obsoleta de causa-efeito.” Concatenados com as ideias desse autor, estão os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998) ao afirmarem que:

Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não aprendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos. (BRASIL, 1998, p. 37)

Outro olhar sobre esse modo de ensino é apresentado por Piletti (2013, p. 143) ao afirmar que: “muitas pessoas ainda entendem o processo ensino-aprendizagem de forma estática. Ou



seja, de um lado existe o professor que ensina, transmite informações; do outro lado está o aluno, que escuta e deve esforçar-se para aprender.”

Para esse autor o ensino deve ocorrer por meio de uma relação chamada Relação Dinâmica, isto é, a relação que acontece entre humanos. Os alunos não podem ser considerados como depósitos de conhecimentos memorizados sem entender, uma gaveta ou arquivo, já que eles são seres capazes de pensar, refletir, discutir, ter opiniões, participar, decidir o que pretende aprender ou não, da mesma forma o professor. Desse modo, a relação dinâmica acontece quando:

Na sala de aula, enquanto ensina, o professor também aprende e, enquanto aprende, o aluno também ensina. O professor ouve os alunos, respeita os seus pontos de vista, trabalhando-os durante a aula; além de ouvir o professor, os alunos também relatam as suas experiências, que são únicas, das quais, apesar de intransferíveis, o professor e os colegas podem extrair lições importantes. (PILETTI 2013, p. 144)

Ainda de acordo com esse autor, a aprendizagem tem que ser entendida como um processo dinâmico, pois alunos e professores são seres em transformação, e se desenvolvem quando estão disponíveis a novos conhecimentos, que venham a modificar nossas concepções, crenças, convicções, pois só assim ocorre à evolução do conhecimento, caso contrário, estaremos fadados ao retrocesso e ao estaque.

Entre as tantas possibilidades metodológicas de se utilizar no ensino de matemática que não seja apenas a maneira tradicional, temos a resolução de problemas como ponto de partida para o ensino e aprendizado do conteúdo matemático. E essa forma de ministrar a aula de matemática é recomendada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998) do ensino fundamental, pois, de acordo com esse documento, o ensino da disciplina deve estar vinculado à resolução de problemas como forma de apresentar conceitos, propriedades, procedimentos e relações inerentes ao conteúdo matemático que se pretende ensinar.

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL, 1998, p. 40)



Todavia, parece que as aulas de matemática nas turmas pesquisadas poucas vezes recorreram à metodologia de resolução problema para explorar e sistematizar o assunto de matemática, pois as informações produzidas com aplicação do questionário socioeconômico revelaram que apenas 21% dos alunos pesquisados afirmaram que a aula de matemática teve início com um problema como ponto de partida para apresentação do conteúdo, sendo, em seguida, sistematizados os princípios e os conceitos matemáticos desse assunto pelo professor. Isso mostra que a prática de utilizar a resolução de problema como ponto de partida no ensino de matemática, como recomendam os PCN (1998), ainda se mostra de maneira tímida, com certa resistência em adotar metodologias alternativas para o ensino de Matemática, o qual acontece, na maioria das vezes, apenas pelo ensino tradicional por meio de aulas expositivas.

Neste estudo buscamos verificar também junto à amostra analisada quais os recursos didáticos utilizados pelo professor nas aulas de matemática para fixar os conteúdos ministrados, uma vez que esses recursos auxiliam o aluno na consolidação do saber e também funcionam como parâmetros para o docente avaliar o nível de conhecimento desses alunos, e, conseqüentemente, o trabalho desenvolvido em sala de aula.

Sobre os recursos utilizados nas aulas de matemática pelo professor, trazemos o quadro adiante com os percentuais de uso desses recursos.

Quadro 4 – Recursos didáticos utilizados para fixar os conteúdos matemáticos

Recursos didáticos utilizados para fixar os conteúdos matemáticos	Percentual de aluno (%)
Apresentava uma lista de exercícios para sempre resolvidos	77%
Apresentava jogos envolvendo o assunto	2%
Mandava resolver os exercícios do livro didático	12%
Não propunha questões de fixação	-
Procurar questões sobre o assunto para resolver	9%
Propunha a resolução de questões por meio de softwares	-
Total	100%

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Conforme as informações do quadro acima, o recurso didático mais utilizado para fixar o conteúdo matemático nas aulas foi à lista de exercícios, 77%, e o segundo mais utilizado foi



os exercícios do livro didático. Além desses foram usados também, com menor frequência, os recursos jogos, 2%, e a pesquisa por questões que tratassem do assunto regra de três, 9%.

De acordo com o apresentado, observamos que o recurso majoritário adotado pelo professor de matemática para fixar o conteúdo regra de três foi o uso de lista de exercícios, e, em menor frequência, alguns dos demais recursos. É provável que esse recurso seja mais eficaz na fixação e consolidação do conhecimento quando aluno compreende o assunto ministrado por meio da aula expositiva, metodologia que prevaleceu na pesquisa com 65%, algo que não aconteceu para 45% dos alunos da amostra, conforme o Quadro 3, já que esse público pouco ou nunca compreendeu as explicações sobre o assunto na aula de matemática. Provavelmente, o recurso didático utilizado pelo professor para fixar o conteúdo regra de três se mostrou ineficaz para quase metade da amostra pesquisada, implicando negativamente, assim, no aprendizado desses alunos com relação ao ensino da regra de três.

Como o ponto central desse trabalho é apontar as possíveis dificuldades dos alunos no ensino da regra de três, que, provavelmente, sejam resultantes da metodologia empregada para ministrar esse conteúdo, que, quase sempre, é posto de maneira mecânica e sem a compreensão desses alunos, porque geralmente negligencia o aprendizado de fato dos princípios e conceitos da relação proporcional (direta e inversa), que são fundamentais para aplicação da regra de três simples e composta de maneira consciente e funcional, apresentamos no Quadro 5 adiante essas possíveis dificuldades que inviabilizaram o ensino e aprendizado da regra de três para os alunos do 8º ano do ensino fundamental que já estudaram esse assunto no ano anterior.

A nossa intenção com esse trabalho, a posteriori, é propor uma sequência didática constituída de um conjunto de atividades, que venha viabilizar o ensino e aprendizado da regra três para os alunos do 7º ano do ensino fundamental, tentando minorar as dificuldades enfrentadas pelos alunos no ensino desse assunto que foram apontadas neste estudo, entendemos, pois, que a regra de três é relevante na resolução de problemas relacionados com a proporcionalidade entre grandezas tanto em contextos escolares como em situações reais do cotidiano dos alunos.

Quadro 5 – Possíveis dificuldades no aprendizado da regra de três



Assunto	Grau de dificuldade para aprender				
	Muito fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito difícil
Conceito de proporção.	11%	33%	41%	11%	4%
Realizar multiplicação de frações	21%	44%	27%	7%	1%
Propriedade fundamental da proporção.	2%	23%	58%	15%	2%
Determinar o valor desconhecido x em proporção da forma: $\frac{a}{x} = \frac{b}{c}$	5%	16%	25%	37%	17%
Conceito de grandeza	1%	32%	44%	17%	6%
O significado de grandezas diretamente proporcionais	0%	18%	55%	21%	6%
Determinar quando uma grandeza é diretamente proporcional à outra grandeza	2%	16%	38%	36%	8%
O significado de grandezas inversamente proporcionais	2%	16%	50%	26%	6%
Determinar quando uma grandeza é inversamente proporcional à outra grandeza.	3%	16%	43%	36%	2%
Determinar quando duas grandezas não são proporcionais	6%	28%	50%	11%	5%
Armar a regra de três simples com base no enunciado	13%	29%	41%	14%	3%
Resolver problemas de regra de três simples envolvendo grandezas diretamente proporcionais	9%	24%	41%	24%	2%
Resolver problemas de regra de três simples envolvendo grandezas inversamente proporcionais	5%	23%	39%	27%	6%
Resolver problemas de regra de três simples quando uma das grandezas for o tempo representado em horas e minutos.	6%	18%	28%	36%	12%
Resolver problemas de regra de três simples quando é necessário fazer transformações de unidades (Quilômetro para metro, litro para milímetro, quilograma para grama e vice-versa)	4%	14%	31%	33%	18%
Resolver problemas de regra de três simples com números decimais (números com vírgula)	5%	22%	40%	23%	10%
Resolver problemas de regra de três simples envolvendo porcentagem (%)	6%	27%	47%	17%	3%
Armar a regra de três composta com base no enunciado	6%	21%	32%	34%	7%
Resolver problemas de regra de três composta envolvendo somente grandezas diretamente proporcionais.	8%	17%	39%	22%	14%
Resolver problemas de regra de três composta somente com grandezas inversamente proporcionais.	0%	21%	40%	22%	17%
Resolver problemas de regra de três composta envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais.	4%	9%	38%	24%	25%
Resolver problemas de regra de três composta quando uma das grandezas é um número fracionário (número em forma de fração) .	3%	7%	37%	29%	24%
	3%	13%	44%	22%	18%



Resolver problemas de regra de três em que é necessário adaptar as informações apresentadas no enunciado.	16%		40%
Resolver problemas de regra de três em que o resultado obtido é a resposta da questão.	2%	14%	26%
	16%	47%	11%
Resolver problemas de regra de três em que o resultado obtido não é a resposta da questão.	1%	15%	26%
	16%	38%	20%
Resolver problemas de regra de três em que basta dispor as informações diretamente do enunciado.	4%	11%	23%
	15%	47%	15%
			38%

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

As informações do quadro acima revelaram que 41% da amostra estudada consideram o conceito de proporção ‘Regular’; 33% responderam que esse conceito é ‘Fácil’ e 11% responderam ‘Muito fácil’. Entretanto, 11% disseram que é ‘Difícil’ e 4% disseram que é ‘Muito difícil’. Essas duas últimas respostas mostraram que 15% dos alunos apresentam dificuldades em assimilar o conceito de proporção. Diante desse fato, presumimos que essas dificuldades sejam de caracteres pedagógico e metodológico, uma vez que o conceito de proporção só é apresentado ao aluno no 7º ano do ensino fundamental, dificuldade pedagógica, quando na verdade esse deveria ser mostrado, mesmo que tacitamente, nos anos anteriores, quando os alunos começam a conhecer as operações aritméticas de multiplicação e divisão. Nesse sentido, Fiorezi (2010) afirma que:

No início do processo de escolarização, as primeiras noções de proporção deveriam aparecer junto com os conceitos de multiplicação, mas frequentemente esta relação não é enfatizada. A operação multiplicação é apenas enfocada como uma "adição repetida" de parcelas iguais, a qual não mostra o sentido de proporção que existe por trás desse processo. (FIOREZI, 2010, p. 103)

Aqui cabe ressaltar que a assimilação de um conceito não está vinculada a uma mensagem pronta, a uma simples definição, dificuldade metodológica, é preciso que se construa esse conceito através de situações planejadas que forneçam os elementos necessários para subsidiarem o aluno na compreensão e construção desse conceito.

Um conceito é uma tríade que envolve um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; um conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito e um conjunto de significantes que podem representar os conceitos e as situações que permitem aprendê-los. (VERGNAUD, 1996 *apud* PAIS, 2011, p. 57)

A pesquisa mostrou também que 54% dos alunos classificou como “Difícil” ou “Muito difícil” determinar o valor de x em proporção da forma $a/x = b/c$. Essa dificuldade pode estar atrelada ao conceito de proporção e ao uso da propriedade fundamental da proporção (ou



propriedade da igualdade de frações), que, certamente, não foram efetivamente compreendidos pelo aluno nas aulas de Matemática. Outro motivo que, provavelmente, justifique esse percentual de dificuldade é porque esses alunos não sabiam como determinar o valor de 'x' na igualdade. Isso acontece quando o aluno não apreendeu de fato o funcionamento do algoritmo de resolução de equação do 1º grau, ensinado através do princípio de equivalência ou pelo método prático, caracterizando um obstáculo no aprendizado desse conteúdo.

Outros itens analisados foram 'O significado de grandezas diretamente proporcionais' e 'O significado de grandezas inversamente proporcionais'. Quanto ao primeiro os percentuais mostraram que 55% dos alunos responderam 'Regular' compreender o significado de grandezas diretamente proporcionais; 18% disseram que é "Muito fácil" ou "Fácil"; e 27% responderam que é "Difícil" ou "Muito difícil" o significado de grandezas diretamente proporcionais. Já com relação ao segundo item, 50% da amostra consideraram "Regular" o significado de grandezas inversamente proporcionais; 18% disseram que é "Muito" ou "Fácil", e 32% responderam que é "Difícil" ou "Muito difícil" o significado de grandezas inversamente proporcionais.

Ainda com relação às grandezas direta e inversamente proporcionais, as informações coletadas na pesquisa mostraram que 44% dos alunos consideraram "Difícil" ou "Muito difícil" determinar quando uma grandeza é diretamente proporcional à outra grandeza. Também observamos que 38% da amostra considerou da mesma forma determinar quando uma grandeza é inversamente proporcional à outra grandeza.

Sobre os dados apresentados no parágrafo anterior com relação à determinação se uma grandeza é direta ou inversamente proporcional à outra grandeza, observamos que 44% dos alunos pesquisados não sabem dizer se uma grandeza é diretamente proporcional à outra, e 38% deles também tem dificuldade em determinar se uma grandeza é inversamente proporcional à outra. Esses dados são sintomáticos de que esses alunos, provavelmente, não compreenderam os conceitos de proporcionalidade (direta e inversa) entre duas grandezas, por isso consideraram difícil ou muito difícil identificar que tipo de relação proporcional ocorre entre duas quantidades, e isso, certamente, implicou negativamente no aprendizado desses alunos com relação à regra de três.



[...] uma das causas das dificuldades apresentadas pelos discentes na resolução de questões envolvendo regras de três está na identificação do tipo de grandezas envolvidas nas questões, ou seja, em identificar se as grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. (SÁ; COSTA, 2014, p. 97)

Quanto às dificuldades dos alunos em resolver de problemas de regra de três simples e composta, as informações produzidas revelaram a respeito do primeiro tipo de problema que 41% dos alunos consideram “Regular” resolver problemas de regra de três simples com grandezas diretamente proporcionais; 33% disseram que esse tipo de problema é “Muito fácil” ou “Fácil”, e 26% da amostra consideram “Difícil” ou “Muito difícil” resolver problemas dessa natureza. Já em relação aos problemas de regra de três simples com grandezas inversamente proporcionais, os dados mostraram que 39% dos alunos acham “Regular” resolver esse tipo de problema; 28% consideram “Muito fácil” ou “Fácil” problemas do tipo, e 33% disseram que são “Difícil” ou “Muito difícil” resolver problemas com grandezas inversamente proporcionais.

Com relação à dificuldade dos alunos em resolver problemas de regra de três compostas envolvendo somente grandezas diretamente proporcionais, observamos que 39% da amostra pesquisada responderam que o nível de dificuldade era “Regular”, 25% responderam que era “Muito fácil” ou “Fácil” esse tipo de problema, entretanto, 36% da amostra consideram que problema dessa natureza era “Difícil” ou “Muito difícil”. Este último percentual mostrou um número expressivo de alunos que considerou a regra de três composta um tanto difícil ou muito difícil de resolver com grandezas diretamente proporcionais.

Já as informações das dificuldades dos alunos em resolver problemas de regra de composta apenas com grandezas inversamente proporcionais revelaram que 40% dos alunos pesquisados consideraram como “Regular” o nível de dificuldade em resolver esse tipo de problema; 21% disseram que é “Muito fácil” ou “Fácil”, e 39% responderam, entretanto, que é “Difícil” ou “Muito difícil” resolver problema dessa natureza. Aqui cabe ressaltar, novamente, o número expressivo de alunos que apresentaram dificuldade em resolver problema de regra de três composta, agora, com grandezas inversamente proporcionais.

Esses dados são sintomáticos e nos fazem pressupor que as intervenções pedagógicas e metodológicas utilizadas no ensino da regra de três simples e composta foram pouco exitosas



em relação aos princípios e conceitos essenciais para uma aplicação eficiente dessa regra, isto é, o ensino dos conceitos de grandezas direta e inversamente proporcionais, proporcionalidade composta e também da propriedade das grandezas composta não ocorreu de fato, pelo menos para os alunos que consideram difícil ou muito difícil resolver problemas com regra de três, o que certamente é consequência de um ensino com pouco ou nenhum aprendizado em resolver problemas de regra de três simples e composta com grandezas direta e/ou inversamente proporcionais.

Um outro cenário de dificuldade que cabe ressaltar a respeito da regra de composta é com relação aos problemas que envolvem os dois tipos de relação proporcional, ou seja, quando as grandezas estão relacionadas direta e inversamente proporcionais com a grandeza dependente. Nesse contexto, as informações produzidas revelaram que 38% da amostra disseram que é “Regular” o nível de dificuldade desse tipo de problema; enquanto que 13% o consideram como “Muito fácil” ou “Fácil”; Entretanto, 49% consideram problemas dessa natureza como “Difícil” ou “Muito difícil” de resolver.

Este último dado mostrou que quase metade da amostra pesquisada tinha dificuldade em resolver problema de regra de três composta quando os dois tipos de relação proporcional (direta e inversa) entre as grandezas estavam presentes no contexto do problema. Isso nos faz acreditar que o problema no ensino de regra de três composta, da mesma forma na regra de três simples, acontece pela falta de compreensão dos princípios e conceitos, citados anteriormente, que norteiam o bom funcionar da regra e não na aplicação da mesma, pois o erro desta é consequência da falta de conhecimento daqueles. E isso pode ser minimizado ou erradicado com uma intervenção didático-pedagógica que subsidie os alunos em suas dificuldades conceituais e procedimentais a respeito das regras de três.

Uma última análise sobre as dificuldades dos alunos egressos do 8º ano no ensino de regra de três é que os outros pontos apresentados no Quadro 5 acabam esbarrando nas dificuldades mostradas acima, pois acreditamos que o entrave maior no ensino da regra de três está relacionado, principalmente, com a compreensão dos princípios e conceitos da relação proporcional entre as quantidades, que antecipam a aplicação da regra. Desse modo, uma vez



sanada essa lacuna conceitual, certamente, as demais dificuldades apontadas no quadro citado anteriormente tendem a ser minimizadas ou erradicadas a partir da prática de questões de aprofundamento da regra de três em contextos diversos.

Considerações finais

A pesquisa realizada com os alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública estadual de ensino fundamental e médio, localizada no bairro do Guamá na cidade de Belém-PA, trouxe informações pertinentes sobre as dificuldades enfrentadas por esses alunos ao estudarem o conteúdo regra de três no 7º ano do ensino fundamental, sendo que essas dificuldades, quase sempre, estiveram atreladas a questões conceituais e aplicação do algoritmo da regra.

Nesse sentido, o estudo desenvolvido com os alunos egressos do 8º ano alcançou o objetivo de pesquisa, pois serviu para mapear alguns dos entraves que dificultam o ensino e o aprendizado do conteúdo regra de três no 7º ano do ensino fundamental. Além do mais, as informações produzidas podem servir de parâmetros para a construção de propostas didático-pedagógicas de ensino, que venham viabilizar a compreensão e o aprendizado dos alunos nas regras de três, atacando, sobretudo, as lacunas conceituais apontadas neste estudo sobre os princípios que norteiam o funcionamento da regra, e, com isso, proporcionar ao alunado um ensino que compreenda e utilize o algoritmo dessa regra de forma eficiente, desprovido de manipulações mecânicas e sem sentido que só atrapalham a boa utilização da regra de três na resolução de problemas com proporcionalidade.

Por fim, esperamos que as informações produzidas neste trabalho ajudem outras pesquisas que abordem o tema regra de três, sirva também de estudo para professores de matemática e alunos de licenciatura em matemática, e que a abordagem apresentada neste artigo seja utilizada como modelo para outras pesquisas no âmbito do ensino da matemática, pois, assim, estaremos contribuindo tanto para o ensino dessa disciplina como da mesma forma para a Educação Matemática.



Referências

Brasil. Ministério da Educação. LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei n. 9.394 de 20/12/1996. Diário Oficial da União, Brasília, 23 dez. 1996.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília:

MEC/SEF, 1998. 148 p.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: Da teoria à prática. 16. ed. Campinas-SP: Papirus, 1996.

FIOREZI, Leandra Anversa. **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade**: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais. 2010. 203 f. + Apêndices. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação. Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Porto Alegre, BR-RS.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011. 136 p.

PILETTI, Nelson. **Aprendizagem**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2013.

SÁ, Pedro Franco de; COSTA, Ana Rita Silva. O ensino de matemática por atividade: uma experiência com regra de três. In: SÁ, Pedro Franco; JUCÁ, Rosineide de Sousa (Org.). **Matemática por atividades**: experiências didáticas bem-sucedidas. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014. p. 97-112.



BAIXA VISÃO: Aprendizagem da Matemática no Ambiente Escolar

Florinda Ivana Oliveira Miranda

Professora da UEES José Álvares de Azevedo (SEDUC/PA).

E-mail: florindamiranda996@hotmail.com.

Ronald Cristovão de Souza Mascarenhas

Professor da UEES José Álvares de Azevedo (SEDUC/PA) e UNINASSAU Belém.

E-mail: ronaldcsmascarenhas@gmail.com.

Walber Christiano Lima da Costa

Docente da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (Unifesspa).

E-mail: walber@unifesspa.edu.br.

RESUMO

O presente artigo tem o objetivo de discutir a aprendizagem da matemática no ambiente escolar para o aluno com Baixa visão (BV). O trabalho pode ser descrito como pesquisa qualitativa, pautado na descrição da aprendizagem da matemática de três alunos com BV, estudantes de escolas públicas do município de Belém, PA, onde os dados verificados foram anotados e descritos nos resultados e a coleta de dados ocorreu através da aplicação de entrevista aberta. Observou-se que a metodologia aplicada em sala de aula pelos professores de matemática não inclui os alunos com baixa visão, visto que não há, na maioria das vezes, adaptação dos materiais necessários, os alunos funcionam apenas como ouvintes em sala de aula, não há professores especialistas, os alunos não são estimulados a realizar cálculos matemáticos utilizando a forma escrita, tendo que recorrer apenas à memorização, mesmo em atividades mais complexas como frações e gráficos. Assim sendo, se faz necessário que mecanismos sejam criados para que os alunos com baixa visão tenham acesso a um ensino de matemática mais eficaz, respeitando os limites impostos pelas patologias dos alunos e valorizando suas potencialidades. Para isso torna-se essencial a colaboração por parte de todos os envolvidos no processo ensino-aprendizagem, família, comunidade escolar e autoridades locais, com intuito de buscar meios para melhorar a prática docente e consequentemente melhor a educação inclusiva nas escolas.

Palavras-chave: Aprendizagem. Matemática. Baixa Visão.



1. INTRODUÇÃO

Nos dias atuais a discussão acerca da inclusão da pessoa com necessidades educativas especiais tanto no âmbito educacional quanto social tem sido uma recorrente. Apesar disso, não conseguimos dimensionar o alcance das políticas inclusivas no contexto escolar. Nessa pesquisa, interessa-nos discutir como está sendo realizada a aprendizagem de matemática para a pessoa com baixa visão.

Se para alunos que não possuem nenhum tipo de deficiência a compreensão de conceitos matemáticos é difícil, imagine para discentes que são deficientes visuais, no caso o baixa visão, pois como alguém que não consegue enxergar com precisão fará para construir gráficos, figuras geométricas, conceitos geométricos de área, perímetro, teoremas e cálculos em geral?

Essa questão precisa ser discutida, analisada e respondida, já que a matemática está presente, de forma direta e/ou indireta, em tudo que possuímos, vivemos e fazemos em sociedade.

Se todos são iguais, sem distinção seja qual for à situação ou condição, segundo o art. 5º da Constituição Federal de 1988, todos têm o mesmo direito de aprender o que pode lhes proporcionar um melhor desenvolvimento intelectual e melhoria em sua condição de cidadão (BRASIL, 1988). Se o conhecimento de matemática pode gerar melhor condição de vida para alguém, é direito desse indivíduo ter acesso adequado a ele.

O objetivo desse trabalho é discutir a aprendizagem da matemática no contexto escolar para a pessoa com baixa visão. Além disso, pretendemos explicitar as dificuldades enfrentadas pela pessoa com baixa visão em busca de uma educação igualitária. No mais, discutiremos o papel do professor, bem como, suas possibilidades de atuação dentro desse contexto de educação inclusiva.



2. O PROCESSO INCLUSIVO DA PESSOA COM BAIXA VISÃO

2.1 CONCEITUANDO A DEFICIÊNCIA VISUAL

As possibilidades de inclusão da pessoa deficiente visual no contexto escolar sempre estiveram norteadas por dúvidas, estigmas e misticismos que impõem a essas pessoas limitações que vão além da falta ou redução da sua capacidade visual. Os questionamentos acerca de como educá-las, já que não enxergam, na maioria das vezes, buscavam respostas nas definições clínicas sobre deficiência visual, isso se explica em função de “no mundo dos videntes, como não poderia deixar de ser é o referencial visual que se impõe” (MASINI,2007,p.20) Sabemos que “todas as reflexões no âmbito da compreensão dessas respostas são possíveis para direcionar as ações na área da saúde pública, da reabilitação e das políticas públicas” (MOSQUERA,2010,p.46)

Assim, cabe-nos esclarecer que segundo Kara José (2004, apud MOSQUERA, 2010, p.46):

A organização Mundial da saúde definiu cegueira como acuidade visual menor do que 3/60 no melhor olho, com a correção óptica, além de definir a incapacidade visual acentuada (baixa visão) como a acuidade menor do que 6/60(ou 20/200) no melhor olho, com a correção óptica.

A respeito da baixa visão especificamente Haddad, Sampaio e José (2001, p.9) definem que:

Baixa visão, ou visão subnormal, descreve uma condição intermediária entre a visão normal e a cegueira e secundária a um acometimento irreversível do sistema visual, na qual o uso da correção óptica para erros refracionais não é suficiente para a melhor resolução visual, com prejuízo na realização de determinadas atividades.

Essas definições, muito embora tenham grande importância, pois além de servirem de subsidio para peticionar junto ao governo a concessão de benefícios, dentre eles, o Benefício de Prestação Continuada (BPC), gratuidade em transporte público, deduções no Imposto de Renda Pessoa Física (IRPF) também são imprescindíveis para entendermos a pessoa com deficiência visual, nesse trabalho, terão um valor menor, pois aqui, nos interessam muito mais as questões relativas à educação das pessoas com deficiência visual (e mais especificamente das pessoas com baixa visão) do que as questões médicas. Portanto, colocaremos essas



conceituações clínicas em segundo plano e direcionaremos nosso olhar para conceitos educacionais .

Segundo Gasparetto, Nobre (2007 p.40-41):

O conceito da utilização do resíduo visual associado à compreensão das consequências psicológicas e educacionais da deficiência visual aumentou as oportunidades visuais dos indivíduos com baixa visão, mesmo daqueles com níveis muito baixos de visão.

Nesse sentido, propomos adotar em nossa discussão a definição educacional sobre baixa visão, também compreendida como visão subnormal, apresentada por Bruno (1997,p.7). Segundo a autora, a visão subnormal pode ser compreendida:

Desde condições de indicar projeção de luz até o grau em que a redução da acuidade visual interfere ou limita seu desempenho. O processo educativo se desenvolverá por meios visuais ainda que seja necessária a utilização de recursos específicos. Deve-se considerar que o nível de experiência, desempenho e eficiência visual é particular de cada aluno, independente de idade, patologia e acuidade visual.

Assim, considero que não podemos pretender educar pessoas com baixa visão dentro de uma perspectiva inclusiva nos apegando às suas limitações físicas, percebendo-as apenas pela ‘parte’ que lhes falta ou que ‘não funciona’ a contento. Pra que o processo de aprendizagem se estabeleça dentro de patamares aceitáveis há de se compreender o sujeito como um todo e sendo capaz de apreender o mundo em sua totalidade, ainda que o seu recurso visual seja limitado.

2.2. AS BASES LEGAIS QUE SUSTENTAM A INCLUSÃO DA PESSOA COM DEFICIENCIA VISUAL NA ESCOLA REGULAR

Uma vez alimentadas nossas necessidades legítimas de conceituar a deficiência visual, passaremos a discutir as bases legais que sustentam a adequação do sistema educacional, possibilitando a inclusão da pessoa cega e com baixa visão na rede escolar de ensino, tarefa se não fácil, ao menos legítima. Principalmente se considerarmos a gama de leis que surgiram em nosso país e no mundo na tentativa de garantir à pessoa com deficiência o direito à educação.

Inicialmente, eu diria que se a inclusão da pessoa com deficiência dependesse exclusivamente do que é legislado, não necessitaríamos estar versando sobre esse tema, posto



que, todas as pessoas com necessidades educativas especiais já estariam desfrutando de uma educação de qualidade, baseada nos preceitos da Educação Inclusiva, entre eles, o respeito à diversidade. Como essa realidade ainda nos é cara, passaremos a uma análise simplificada da legislação, por não constituir objeto de nosso estudo uma análise pormenorizada da lei.

“É importante observar que o sistema jurídico brasileiro pode ser representado como uma pirâmide de normas hierarquicamente dispostas, cujo topo é ocupado pela Constituição” (MELO; LIRA; FACION, 2008, p.55). O autor diz ainda que “ A formulação teórica dessa legislação aplicada ao ensino brasileiro tem como referência documentos e organismos políticos, sociais e educacionais mundiais”. De maneira geral, as leis que sucederam a Constituição da República Federativa do Brasil, partiram do princípio da legitimação dos direitos humanos. Esse mesmo princípio, aplica-se às leis que sustentam a Política Educacional Inclusiva no Brasil.

A Declaração Universal dos Direitos Humanos, que postula enxergarmos o deficiente como uma pessoa com individualidades e ‘portadora’ de direitos, apresenta-se como “um marco na história dos direitos e das garantias coletivas do homem no Brasil e no mundo” (FACION, 2009, p.55). Já a Declaração Mundial sobre Educação para Todos (1990), em seu preâmbulo declara que “apesar dos esforços realizados por países do mundo inteiro para assegurar esse direito a todos, ainda persiste uma realidade muito distante daquela idealizada”. Verificou-se com isso, que entre o ideal de educação pretendido e a realidade apresentada, a distância ainda se fazia grande. Por fim, podemos citar a Declaração de Salamanca (1994) que estabelece princípios, políticas e práticas referentes às necessidades educacionais especiais, “considerada marco fundamental para a propagação da inclusão escolar”, Silva (2010, p.132).

Essa ebulição social em prol da educação de qualidade da pessoa deficiente ganha força, e no Brasil essa realidade é facilmente observada quando analisamos a gama de leis elaboradas e que em seu bojo ‘concediam’ direitos as pessoas com necessidades especiais, tendo como princípio o exposto na Constituição da República Federativa do Brasil (1988) que em seu Art. 5º declara que “todos são iguais perante a lei, sem distinção de qualquer natureza”. E em seu Art.205, postula que:



A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho”.

Minetto (2008, p.21) referindo-se as legislações que favoreceram a prática inclusiva no Brasil, destaca os seguintes documentos:

Lei Federal nº 7.853, de 24 de outubro de 1989- dispõe sobre a Política Nacional para Integração da pessoa Portadora de Deficiência.

Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 – institui a Lei de Diretrizes e Bases da Educação nacional.

Decreto Federal nº 3.298, de 20 de dezembro de 1999 – institui a Política Nacional para Integração da Pessoa Portadora de Deficiência.

Lei nº 10.172, de 09 de janeiro de 2001 – aprova o Plano Nacional de Educação.

Resolução CNE nº 02, de 11 de setembro de 2001 – institui as Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica.

Além destas Leis, merecem destaque a criação da Secretaria de educação especial (Seesp) em 1992, a Coordenadoria Nacional para Integração da Pessoa Portadora de Deficiência (Corde) -1986, e o Conselho Nacional dos Direitos da Pessoa Portadora de Deficiência (Conade) – 1999. Sobre a importância desses órgãos em um contexto de respeitabilidade à diversidade Buccio, Buccio (2007,p.78-79), diz que “ a criação desses órgãos atende ao clamor da sociedade que busca, há várias décadas ,políticas públicas para a pessoa com necessidades especiais ,bem como atitudes governamentais de proteção a esses cidadãos”.

Não obstante o inegável valor da elaboração de políticas públicas para atender as peculiaridades da pessoa com necessidades educacionais especiais, elas por si só, não são suficientes para promover uma real mudança no contexto educacional, nem tão pouco, tornarão as nossas escolas espaços inclusivos, pois essas mudanças perpassam por ações mais amplas e profundas. Como acentua Mendes (2002, p.65 apud SILVA, 2010,p.99), “a equiparação de condições não garante a equiparação de oportunidades, e a educação inclusiva bem-sucedida implicará a reestruturação do sistema educacional em todos os seus níveis: político, administrativo, escolar e na própria sala de aula”



2.3. INCLUSÃO DA PESSOA COM BAIXA VISÃO: DIFICULDADES E POSSIBILIDADES NO CONTEXTO ESCOLAR

O processo de inclusão escolar das pessoas com baixa visão, muito embora já se constitua uma realidade no cenário educacional brasileiro, ainda está longe de representar um exemplo de prática inclusiva bem-sucedida. A esse respeito Gasparetto (2007, p.42) acentua que:

É amplamente reconhecido que não está acontecendo de forma efetiva devido ao despreparo dos educadores, despreparo dos alunos, ausência de recursos ópticos, ausência de recursos específicos, entre outros.

Esses aspectos apontados pela autora, somados ao fato de ainda vivenciarmos em nossas instituições de ensino práticas excludentes, cerceadoras, pautadas em ideologias que impõem os valores da divisão, mas não como partilha, e sim como segregação; que categorizam os alunos em ‘normais’ ou ‘deficientes, tem contribuído significativamente para o insucesso e também para a evasão dos alunos com baixa visão da rede regular de ensino.

O sistema escolar brasileiro, apesar de toda a legislação vigente, está longe de permitir que os alunos com baixa visão vivenciem em sua plenitude a grandiosidade das relações educacionais dentro de uma prática inclusiva. Há a necessidade de compreendermos que “o relacionamento cooperativo deve existir entre crianças com deficiência e crianças “comuns” e entre profissionais”, (PLAISANCE, 2004 apud NASSIF, p.242) para que assim, possamos despertar em cada um dos sujeitos envolvidos nesse processo a vontade de contribuir para a sua modificação.

Infelizmente, o aluno com baixa visão ainda constitui ‘mais um’ em sala de aula, sua inserção, na maioria das vezes, é meramente física. Eric Plaisance (2004 apud Nassif, 2007, p.242) assevera que:

A presença física de crianças diferentes ao lado de outras, em uma espécie de justa posição, não basta, obviamente. É preciso ainda que sejam beneficiadas não apenas com a inclusão física, mas também, com outra, funcional e social, isto é, com atividades que as tornem membros da comunidade escolar, em interação com os outros.



Sabemos que a lógica do sistema de ensino brasileiro ainda carrega as marcas da visão determinista, mecanicista, formalista, reducionista que ignoram o subjetivo, o afetivo e a criação, dificultando o rompimento com o velho modelo escolar. “Preconceitos, antigos valores, velhas verdades, atitude e paradigmas conservadores da educação ainda ocultam o verdadeiro sentido da inovação” (MONTAAN apud STAINBACK; STAINBACK 1999, p.10). É necessário romper esses laços que nos ligam ao passado obscuro e permitir que a pessoa com baixa visão tenha garantido o seu direito à educação, dentro de um contexto saudável, que realmente promova a sua formação qualitativa.

Para que isso ocorra muitas práticas equivocadas devem ser suplantadas por ações contundentes em busca de uma escola inclusiva de fato. Batista 1998 (apud GASPARETTO, 2007, p.43) refere que a falta de conhecimento do professor sobre que procedimentos adotar diante da criança deficiente visual, o encaminha para atuações equivocadas, o que o faz considerar a deficiência visual do aluno como a causa das dificuldades. Ao atribuir todos problemas do aluno à sua dificuldade visual, o professor os exime do seu âmbito de atuação.

Nesse contexto, a educação da pessoa com baixa visão passa a constituir tarefa árdua e quase irrealizável, principalmente por sabermos que o aluno com essa deficiência, apresenta particularidades visuais relacionadas à funcionalidade visual que se ignoradas, acarretará prejuízos significativos no desempenho escolar desse aluno.

Minha experiência de 13 anos trabalhando no Setor de Baixa Visão de uma Instituição Especializada em Belém, realizando Avaliação Funcional da Visão e Programas de Desenvolvimento Visual de pessoas com baixa visão me permiti concluir que o atendimento da pessoa com baixa visão na escola regular impõe mais exigências que o trabalho com pessoas cegas. Sobre esse assunto Hyvarinem 1997 (apud GASPARETTO, 2007, p.48) afirma que:

A baixa visão provoca mudança conceitual no sistema educacional. Enquanto a educação da criança cega é exatamente igual em todo o mundo, pela utilização do sistema Braille, com a criança com baixa visão o trabalho de intervenção é altamente individual. Isso acontece em função do grande número de possibilidades que podem ser utilizadas nas diferentes áreas que compõem o processo educacional.



Esse aspecto nos permite compreender porque os professores da escola regular apresentam maior resistência ao trabalho com o aluno com baixa visão do que com o cego. E mais, podemos inferir que o aluno com baixa visão por sua peculiaridade visual, encontra-se em uma posição mais vulnerável que a pessoa cega. Ainda que nos pareça absurdo, poderíamos dizer que eles são os “excluídos dos excluídos”

Essa ‘dificuldade’ em lidar com essa vastidão de possibilidade visual da pessoa com baixa visão, aos olhos do professor pode configurar-se como um ‘problema a mais’. Ao receber um aluno com baixa visão na sala de aula, o professor fica confuso sem saber como atuar, uma vez que esse aluno não é cego nem vidente, encontrando-se em uma ‘zona’ que poderíamos configurar como ‘intermediária’.

Essa situação nos faz presumir que o papel do professor diante desse cenário torna-se ainda mais intenso. A despeito disso, Minetto (2008, p.36) assegura que “o professor é o eixo principal . Ele tem em suas mãos a possibilidade de ações , ele não pode tudo, mas pode muito.

Oliveira, José, Sampaio (2000, p.23-31) dentre outras questões, diz que o papel do professor no processo de inclusão da pessoa com baixa visão constitui fator muito importante, esse deve preparar a turma para receber o aluno com baixa visão, auxiliá-lo no reconhecimento do espaço físico e dos seus colegas de turma. Além disso, deve propiciar meios para utilização da visão residual desse aluno.

Ao falarmos sobre o papel do professor, imediatamente, surge a necessidade de discorrermos sobre prática pedagógica, currículo e formação necessária para atuação junto à pessoa com baixa visão.

Sobre a prática pedagógica do professor que trabalha com alunos com baixa visão, Silva (2010, p.161) sugere que os professores em sala de aula adotem práticas pedagógicas diferenciadas como:

Modificações no ambiente físico da sala de aula

Manejo de relacionamento (planejamento de atividades voltadas para o bom relacionamento)

Manejo de conduta (prevenir problemas de comportamento)



Manejo de conteúdo (controle do tempo utilizado para realizar as atividades)

Elaboração de Plano Educacional Individual (PEI)

Oliveira, José, Sampaio (2000, p.23-31) sugerem ainda, um olhar cuidadoso sobre as necessidades pedagógicas desses alunos com baixa visão, respeitando o tempo, a capacidade dessas pessoas de entender e encarar os fatos e sugerem que se evitem comparações entre os alunos da turma.

Esses autores ressaltam ainda que o conteúdo disciplinar apresentado para o aluno com baixa visão “será o mesmo das outras crianças de sua série, mas algumas poderão necessitar de um auxílio específico do professor da classe ou professor especialista”. Oliveira, José, Sampaio (Ibidem)

Mosquera (2010, p.132-133), ao apresentar sugestões aos professores para trabalhar com alunos com baixa visão, faz as seguintes observações:

Lembre-se de que a velocidade de aprendizagem é menor, mas nem por isso o conteúdo programático pode ser esquecido.

Se o aluno ainda não usar nenhum material aumentativo, faça com que seus pais conheçam os produtos disponíveis no mercado

Se possível, use recursos visuais destacados: negro sobre branco, branco sobre o negro, amarelo sobre o negro, branco sobre vermelho, azul sobre branco, amarelo sobre verde. [...]

Sobre a necessidade de Formação dos professores que trabalham com baixa visão Minetto (2008, p.45-46), propõe a oferta de curso de formação e especialização que atendam às necessidades práticas dos professores, e sugere ainda, que os professores universitários, com mestrado ou doutorado dominem a teoria e a prática da educação inclusiva.

Ainda sobre a formação do professor, Perrenoud (2000, apud Minetto 2008, p.46), acentua que:

A formação do professor implica uma ação pedagógica dinâmica que envolva decisões que dependem de sua bagagem de saberes, agilidades nos esquemas de ação, aliados as suas concepções e a forma de olhar o mundo. A ação pedagógica pressupõe a relação teoria e prática.



E para findar, Mosquera (2010, p.135) nos contempla com uma visão inclusiva sobre a educação da pessoa com do deficiente visual:

Para contemplar as necessidades do deficiente visual não basta a compra de recursos ópticos e o simples encaminhamento a um oftalmologista. É preciso muito mais: saber lidar com os recursos especializados, reconhecer a situação oftalmológica do aluno depois do diagnóstico, realizar uma capacitação para o emprego de novos recursos, propor as modificações de currículo. A escola inclusiva precisa dessas decisões. Caso contrário, continuará sendo conteudista.

3. METODOLOGIA

Para a realização desse trabalho, utilizou-se uma pesquisa bibliográfica a partir da consulta de autores que apresentam afinidades com a proposta do artigo, como Santos (2004), Mazzota (2011) e Mascarenhas *et al* (2016). Teixeira (2003) que afirma que a pesquisa bibliográfica possibilita aproximação do assunto em questão com a utilização de fontes secundárias, através de artigos publicados e análise de censos realizados sobre o assunto, indispensáveis para realização de uma pesquisa básica e objetiva para gerar conhecimento.

Esse trabalho pode ser descrito como pesquisa qualitativa, pautado na descrição da aprendizagem da matemática de três alunos com Baixa Visão estudantes de escolas públicas do município de Belém, PA, onde os dados verificados foram anotados e descritos nos resultados. Segundo Vianna (2003) observar não se trata de simplesmente olhar. Deve-se ter a devida consciência de saber ver, identificar e descrever diversos tipos de interações e processos humanos.

A coleta de dados ocorreu através da aplicação de entrevista aberta onde foi enfatizado: utilização de adaptação de materiais ;se a aluno com Baixa visão recebe atendimento de professor especialista; atuação do professor de matemática em sala de aula; independência do aluno com Baixa visão durante a realização das atividades em sala; opinião do aluno com Baixa visão em relação à metodologia utilizada pelo professor de matemática; conteúdo escolar ministrado em sala e o rendimento escolar do aluno em relação ao processo ensino aprendizagem descritos nos resultados, analisados e comparados com os teóricos que embasaram esse trabalho.



4. RESULTADOS

Aluno 1

Estuda em uma escola estadual de ensino médio localizada no bairro da Condor, no turno da tarde.

A forma de aprendizagem baseia-se na oralidade, onde o professor de matemática explica o conteúdo e o aluno apenas ouve e tenta memorizar o que foi explicado oralmente, sem exercitar a parte escrita, sem fazer qualquer anotação ou cálculo, sem utilizar seu resíduo visual, sem serem consideradas as condições de iluminação em sala, sem adaptação de recursos. Não são fornecidas para o aluno atividades adaptadas escritas em letras ampliadas para que o mesmo possa exercitar na escola ou em casa. As avaliações bimestrais de matemática são aplicadas em sala, normalmente o aluno fica aguardando a maioria dos colegas de classe terminarem a prova, para que então o professor de matemática sente ao seu lado para fazer a leitura da mesma e em seguida escrever as respostas orais dadas pelo aluno. Nesse caso, não há qualquer registro escrito realizado diretamente pelo aluno

O Aluno relata que apesar de não considerar ruim a forma como as avaliações são aplicadas, gostaria de ter independência para realizar as atividades. porém considera que sua deficiência visual não o permite”.

O aluno cursa o 1º ano e suas notas no ano de 2018 foram 9,0 na primeira avaliação e 7,0 na segunda avaliação.

Os conteúdos ministrados em sala de aula foram: Gráficos, função afim, e atualmente, Teorema de Pitágoras. O aluno afirma que já foram ministrados vários assuntos, porém só lembrou os tópicos acima.

As informações acima são corroboradas com as ideias de Gasparetto (2001) que afirma que o aluno com Baixa visão ao frequentar as classes regulares, encontra dificuldades no processo educativo pelo fato de não existirem recursos materiais apropriados para esses educandos. Os materiais convencionais para a escrita e leitura nem sempre suprem as suas



necessidades visuais. Por exemplo, se for utilizado um bom contraste ou se não for determinado de forma correta a ausência ou excesso de iluminação, o mesmo pode ter prejuízos no seu desempenho visual, gerando fadiga visual e como consequência dessas situações, o aluno com visão subnormal não recebe estímulo para a utilização do potencial visual e poderá ter um baixo rendimento escolar ou até mesmo evadir-se da escola.

Aluno 2

Estuda em uma escola municipal de ensino fundamental localizada no bairro Pratinha II, no turno da tarde. Sendo que a sua sala apresenta 40 alunos, cursando o 5º ano/9, a nota na primeira avaliação não soube dizer e 2ª avaliação foi 2,5.

Os conteúdos ministrados em sala de aula foram: as quatro operações matemáticas, além do conhecimento das unidades, dezenas, centenas e milhar.

Professor escreve o conteúdo no quadro com letra ampliada e o explica para a turma toda. Não costuma dar uma atenção específica para o aluno considerando a sua necessidade educativa especial, principalmente, em função da sua baixa acuidade visual. O aluno senta próximo ao quadro e, por isso, consegue copiar o conteúdo.

O aluno possui professor especialista, mas não soube dizer as atividades realizadas pelo mesmo.

A prova da 1ª avaliação foi adaptada com letra ampliada, na segunda avaliação não houve qualquer adaptação;

Aluno 3

Estuda em uma escola municipal no bairro do Guamá, cursa o 7º ano/9, no turno vespertino, em sala de aula tem aproximadamente 32 alunos. Porém em 2018 ainda não teve aula de matemática, por não ter professor contratado pelo município. Diante disso, recorreremos às informações do ano anterior (2017) para aplicarmos a entrevista,

Aluno cursava o 6º ano/9, onde um dos conteúdos matemáticos ministrados foi fração. Na sala de aula não copiava do quadro por não ter acuidade visual suficiente para enxergar para



longe, não teve recursos adaptados, as avaliações eram aplicadas de forma oral pela professora da sala de recurso, nunca pelo professor de sala de aula. Próximo do período das avaliações, o professor de matemática explicava o conteúdo de uma vez só para o aluno, na tentativa de ensiná-lo.

Para ter acesso aos assuntos ministrados em sala de aula a mãe do aluno tirava xerox do caderno de outros colegas. A mesma contratou professor de reforço para auxiliar na aprendizagem, já que considerava que o aluno, em sala, não conseguia aprender nada. Dizia que o mesmo funcionava apenas como ouvinte, já que não tinha acesso ao conteúdo escrito. O professor de reforço fazia o papel do professor da sala regular.

Quanto ao seu desempenho na disciplina de matemática as notas foram: 10 na primeira e na segunda avaliações.

As preocupações em relação à adequação das condições do ambiente da classe regular e dos recursos pedagógicos ressaltados por Santos (2009), argumenta, que os alunos com visão subnormal apresentam dificuldades de leitura e aprendizado, necessitando de adaptações ambientais em escolas e bibliotecas e da utilização de recursos ópticos, não ópticos e/ou eletrônicos que proporcionem melhor aproveitamento do seu resíduo visual. Tal necessidade pode caracterizar-se como um problema de saúde pública, pois, nos países de terceiro mundo e em desenvolvimento, a falta de verbas públicas é notória, o que inviabiliza a compra de recursos especiais por escolas e bibliotecas públicas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

É fato que educar pessoas com baixa visão não se constitui uma das tarefas mais fáceis, pelo contrário, é um processo complexo e recheado de peculiaridades, principalmente, quando contemplamos a Educação Inclusiva, que por sua especificidade, apresenta uma série de fatores que muitas vezes vão além de nossas compreensões, das visões simplistas, radicais, ou ainda, preconceituosas e discriminatórias, que fazem parte do cerne de toda sociedade.

Nos últimos anos, têm-se multiplicado as leis que versam sobre os direitos e garantias da pessoa com deficiência, principalmente, as relativas à educação. Tal fato tem levado à



saladeaulacadavezmais pessoas com necessidades educacionais especiais, entre elas, as pessoas com baixa visão, o que por outro lado, tem obrigado as escolas e a sociedade em geral a assumir uma nova posição diante da educação dessas pessoas. Reafirmando as palavras de Martins (2006):

A inclusão não é algo que se fala, mas algo que se vive, intensa e conscientemente, contínua e tenazmente, concreta e francamente. A inclusão é a participação de todos pelo todo, com todos. A inclusão não é mera teoria da moda, mas uma atitude de vida; uma expressão de sociedade e cidadania; uma compreensão de que todos os seres humanos são humanos, sem distinção

Assim sendo, se faz necessário que mecanismos sejam criados para que os alunos com baixa visão tenham acesso a um ensino de matemática mais eficaz, respeitando os limites impostos pelas patologias dos alunos, valorizando suas potencialidades, realizando as adaptações necessárias, sejam ambientais ou materiais, não esquecendo da necessidade de uma formação continuada para os professores da escolar regular. Para isso torna-se essencial a colaboração por parte de todos os envolvidos no processo ensino-aprendizagem, família, comunidade escolar e autoridades locais, com intuito de buscar meios para melhorar a prática docente e consequentemente melhorar a educação inclusiva nas escolas.

REFERÊNCIAS

Alunos Cegos e com Baixa Visão: Orientações Curriculares / Ministério da Educação / Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, 2008

ARANHA, Maria Salete Fábio (organizadora). **Desenvolvendo competências para o atendimento às necessidades educacionais de alunos cegos e de alunos com baixa visão** / coordenação geral: SEESP/MEC ;. – Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial, 2005. 208 p. (Saberes e práticas da inclusão)

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.**

BRASIL. Conselho Nacional de Educação / Câmara de Ensino Básico. **Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica**, Brasília, DF, 2001.



BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF, Senado, 1998.

MASINI, Elcie F. Salzano. **A PESSOA COM DEFICIÊNCIA VISUAL : UM LIVRO PARA EDUCADORES**, 1ª ED. – São Paulo: Vetor, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Política Nacional de Educação na Perspectiva da Educação Inclusiva**. Brasília : MEC/ SEED, 2008.

BRUNO, Marilda Moraes Garcia. **Deficiência Visual : Reflexão Sobre a Prática Pedagógica** – são Paulo: Laramara, 1997.

GASPARETTO, Maria Elisabete R. Freire et al. **O aluno portador de visão subnormal na escola regular: desafio para o professor?** Arq. Bras. Oftalmol., São Paulo, v. 64, n. 1, fev. 2001. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S000427492001000100009&lng=pt&nrm=iso>. acessos em 23 nov. 2011. <http://dx.doi.org/10.1590/S0004-27492001000100009>.

GUEBERT, Mirian Célia Castellain. **Inclusão: Uma realidade em discussão**. 2 ed.rev.- Curitiba: IbpeX, 2007.

LADEIRA. Fernanda Serafim Queiroz. **Compreender a Baixa Visão**. Ministério da Educação/ 2002. 97p.

MASINI, Elcie F. Salzano, GASPARETO, Maria Elisabete (organizadoras). **Visão Subnormal: Um enfoque Educacional**, 1ª ed. ,são Paulo: Vetor, 2007.

MASCARENHAS, R.C.S.; MIRANDA, V.C.M.; COSTA, W.C.L. **Ferramentas de aprendizagem para alunos com baixa visão: o uso de minhocas nas aulas**. III Congresso Paraense de Educação Especial. 24 a 26 de novembro de 2016. Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (Unifesspa). Anais. Marabá, Pará.

MAZZOTA, Marcos J. S. **Educação especial no Brasil: História e políticas públicas**. 6ª edição. São Paulo: Cortez, 2011

MOSQUERA, Carlos Fernando França. **Deficiência Visual na Escola Inclusiva**- Curitiba: IBPEX, 2010.

PAN, Mirian. **O Direito à Diferença: Uma Reflexão Sobre a Deficiência Intelectual e Educação Inclusiva**, Curitiba: IBPEX, .

ROTH, Berenice Weissheimer (Organizadora). **Experiências educacionais inclusivas: Programa Educação Inclusiva: direito à diversidade** . – Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial, 2006. 191 p.

SANTOS, Gisele do Rocio Cordeiro Mugnol. **Orientações e dicas práticas para trabalhos acadêmicos**. Curitiba. IBPEX, 2007.



SANTOS, Dilvanete dos. **Importância do professor na escola Inclusiva**. Universidade Cândido Mendes- Pós-Graduação “Latu Sensu”. Rio de Janeiro, Março-2004.

VIANNA, H. M. **Pesquisa em educação: a observação**. Brasília: Plano Editora, 2003.



COMPARAÇÃO ENTRE A OPINIÃO DE PROFESSORES E ESTUDANTES REFERENTE AO ENSINO DE CONJUNTOS NO MARAJÓ

Adriano Aparecido Soares da Rocha

Universidade Federal do Pará

adrianoasr@ufpa.br

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo

O presente Trabalho apresenta a confrontação entre os resultados das opiniões de professores e estudantes, em relação ao ensino de conjuntos. A produção das informações foi realizada por meio de questionário aplicado a 51 professores de matemática do ensino Básico da rede estadual e municipal de Breves e a 110 estudantes do 2º ano do ensino médio da rede estadual do referido município. A análise das informações revelou que não há consenso entre docentes e discentes sobre a prova escrita ser o principal meio de avaliação utilizado. O método de se iniciar as aulas mais utilizado a consenso que é por meio de definição exemplos e exercícios.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Matemática. Ensino de Conjuntos.

1. Introdução

Segundo Dieudonné (1990) a ideia intuitiva de conjuntos é tão antiga quanto à linguagem. Mas o primeiro a criar uma teoria que pudesse englobar todos os objetos matemáticos foi Georg Cantor nascido em São Petersburgo em 1845, cabe ressaltar que outros matemáticos, principalmente Dedekind, contribuíram para o desenvolvimento da teoria considerada hoje como teoria ingênua dos conjuntos, inclusive a contribuição de Dedekind apesar de muito importante, poderia ter sido ainda mais relevante, uma vez que os dois deixaram de se comunicar por cartas por um período de 17 anos entre 1882 e 1899 (BELNA, 2011).



A teoria dos conjuntos de Cantor por apresentar alguns paradoxos, possibilitou que matemáticos desenvolvessem outras teorias como a de Zermelo Frankel, mas a que ainda é usada no ensino médio com algumas adaptações é a de Cantor, tal teoria foi introduzida nas escolas do ensino básico no Brasil por meio de um movimento conhecido como movimento da matemática moderna (MMM), o qual iniciado nos estados unidos para melhorar o ensino de matemática, pois se observou durante a segunda guerra mundial pouco domínio da matemática por parte dos soldados americanos e com o lançamento do satélite Sputnik I em 1957 pelos russos, ficou a sensação nos americanos que estavam atrasados matematicamente frente aos russos (SOARES, 2001).

O MMM não produziu a democratização esperada da matemática, as causas foram o exagero dado ao ensino de conjuntos, a abstração dos conteúdos de maneira precipitada e exagero no uso de simbolismo, além disso, no Brasil não houve fiscalização ou critérios adequados na produção de livros didáticos e formação inadequada dos professores (SOARES, 2001).

O ensino de conjuntos ele é de extrema importância para os estudantes, pois ele é base para a compreensão de vários conteúdos matemáticos, mas a história mostra que o ensino de conjuntos desvinculado da realidade não permite aos estudantes um aprendizado eficaz. O objetivo deste trabalho é o de verificar por meio da opinião docente e discente do como se dá este ensino, ver os avanços e os erros do passado que permanecem atuantes.

2. Metodologia

A produção de informações foi realizada por meio da utilização de informações de outras duas pesquisas: Rocha e Sá (2017a) e Rocha e Sá (2017b), realizadas pelos mesmos autores do presente trabalho.

Os dois estudos foram realizados por meio das seguintes etapas: **escolha do local da pesquisa, escolha dos participantes, elaboração de um questionário, validação do questionário, reformulação do questionário, autorizações, aplicação do questionário, sistematização das informações e análises dos resultados.**



A **Escolha do local** foi devida a facilidade de acesso a Breves-PA, uma vez que um dos autores mora no município.

A **escolha dos participantes** no caso do trabalho de Rocha e Sá (2017a) se deu pelos critérios: a) ser professor que já tenha ministrado os conteúdos de conjuntos b) aceitarem assinar o termo de livre consentimento e esclarecido. A escolha dos participantes da pesquisa Rocha e Sá (2017b) seguiu os critérios: a) ser estudante matriculado no segundo ano do ensino médio da rede pública estadual no município escolhido e; b) preencher o termo de livre consentimento esclarecido.

Optamos por **Elaborar um questionário** em cada uma das pesquisas, por considerarmos o instrumento adequado para produzir as informações necessárias para ambos os estudos. Cada um dos questionários elaborados nas duas pesquisas contém 22 questões com objetivo de obter informações sobre: dados pessoais, gosto pela matemática dos estudantes, hábito de estudo dos estudantes, dificuldade de compreensão dos conteúdos, auxílio nas tarefas escolares, procedimentos de ensino de matemática mais praticados, estratégias de aprofundamento dos conteúdos, técnicas de avaliação de aprendizagem, estudo de assuntos relativos aos conjuntos, dificuldades relativas à aprendizagem dos conteúdos de conjuntos e do desempenho da resolução de questões sobre o assunto. O questionário destinado à pesquisa dos alunos possuía também 10 questões sobre os conteúdos de matemática.

A **validação do questionário** foi realizada por meio da aplicação dos questionários a 5 professores de matemática e a 10 estudantes do segundo ano do ensino médio do município pesquisado, os questionários destes participantes foram excluídos da amostra. Como consequências da validação houve alterações no que se refere a nomenclaturas usadas no questionário que não ficaram claras aos professores ou aos estudantes consultados.

Às considerações fornecidas pelos professores e estudantes que responderam os questionários, possibilitou a **reformulação dos questionários** para satisfazer as considerações feitas.

Para a **obtenção das autorizações** foi primeiro apresentado a proposta de pesquisa a direção das instituições, a direção nos apresentava aos professores de matemática, os que aceitavam participar, assinavam o termo de livre consentimento e esclarecido, sendo que uma



via ficava com o docente e outra com os pesquisadores. As autorizações dos estudantes foram obtidas de forma semelhante, apresentamos a proposta a três turmas do ensino médio de uma determinada escola de Breves, os estudantes maiores de idade que toparam participar do estudo assinaram o termo em duas vias, já os menores de idade levaram para que os pais ou responsáveis assinassem a autorização também em duas vias.

A **aplicação do questionário** aos estudantes ocorreu no período de abril de 2017, por outro lado a aplicação do questionário aos professores ocorreu de abril a junho de 2017.

Durante a **sistematização das informações** dos questionários de estudantes e professores foram tabuladas isoladamente cada questão e registrado os percentuais de frequência de cada resposta.

3. Resultados e análise

Vale destacar que não há como comparar as questões socioeconômicas de professores com as questões socioeconômicas dos alunos, então aqui não exporemos estes resultados por já terem sido publicados nos dois trabalhos dos mesmos autores, já citados neste texto, então nos concentraremos em comparar os aspectos pedagógicos do ensino de conjuntos.

3.1 Aspectos pedagógicos

Aqui faremos a comparação entre as respostas discentes e docentes, relacionados a aspectos como: metodologia de ensino, atividades de fixação dos conteúdos, e as formas de avaliação. O objetivo é avaliar em quais aspectos citados há convergência entre os dois estudos e quais há divergência.

Quadro 1 – Como é a maioria das aulas de matemática

Quando você estudou (ensinou) conjuntos, a maioria das aulas foi?	(%) de estudante	(%) de professores
Começando pela definição seguida de exemplos e exercícios	81,82%	52,9%
Começando com uma situação problema, depois introduziu-se o assunto	10,91%	45,1%
Criando um modelo para situação e em seguida analisou-se o modelo	3,64%	7,8%
Iniciando-se com jogos para depois sistematizarem-se os conceitos	0%	5,9%



Utilizando ferramentas tecnológicas para resolver problemas	0%	0%
Outra metodologia	0,91%	3,92%
Não responderam	2,73%	0%
Total	100%	100%

Fonte: pesquisa de campo, abril de 2017.

O Quadro 1 revela que o ensino de conjuntos é predominantemente ensinado de maneira tradicional, ou seja, começando pela definição seguida de exemplos e exercícios, pois 81,2% dos estudantes afirmam que seu professor utiliza essa forma de ensino, enquanto 52,9% dos professores pesquisados revelaram usar essa forma de ensino. A segunda maneira mais usada de se começar as aulas de conjuntos é começar a aula por meio de uma situação problema para depois introduzir o assunto, mas observamos que o percentual de professores que relatam usar essa forma de ensino é 4 vezes maior que o percentual de estudantes que relataram terem aulas dessa maneira.

No que se refere à estratégia utilizada em sala de aula para contribuir com **afixação do conteúdo** pelos estudantes, as informações evidenciaram que a maior parte dos professores usa uma lista de exercícios para a finalidade desejada, inclusive a resposta de estudantes e professores tiveram um percentual muito parecido 76,36% e 78,43% respectivamente mandam os alunos resolverem exercícios dos livros para fixar os conteúdos.

Quadro 2- Atividades usadas para fixar os conteúdos estudados

Tipo de Atividade	(%) de estudantes	(%) de professores
Apresentar lista de exercícios para serem resolvidos	76,36%	78,43%
Apresentar jogos envolvendo o assunto	0%	17,65%
Mandar resolver os exercícios do livro didático	13,64%	27,45%
Não propor questões de fixação	2,72%	1,96%
Mandar os alunos procurarem questões sobre o assunto para resolver	0%	3,92%
Propor a resolução de questões por meio de softwares	0,91%	0%
Não respondeu	6,36%	0%

Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

No trabalho de Santos (2017) à forma de fixação dos conteúdos adotada pelos professores segundo opinião discente, mostrou que para 78% dos estudantes os professores



usam lista de exercícios como forma de fixar os conteúdos das quatro operações fundamentais com números naturais, outros estudos como o de Corrêa (2016) e Silva (2013) também indicam que professores usam lista de exercícios como a principal forma de fixar os conteúdos matemáticos, assim todos os trabalhos apresentados estão de acordo neste item o que reforça que o uso de lista de exercícios é a prática mais frequente de fixar os conteúdos.

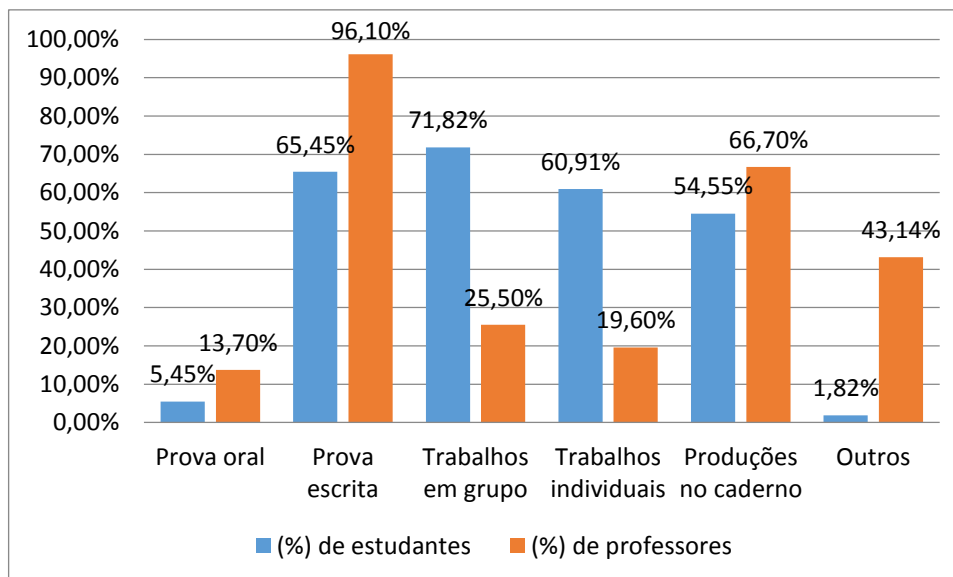
Para Santos (2017):

o uso em excesso de listas de exercícios aponta para um ensino tradicional por parte dos professores, o que pode contribuir para o fracasso dos alunos nos conteúdos de matemática, ele sugere que uma possível solução para este obstáculo de ensino e aprendizagem seria o uso de novas tendências para o ensino de matemática, destacando as tendências: Resolução de Problemas, a História da Matemática, a investigação Matemática, a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, o Ensino por atividades, jogos Educativos e as Tecnologias da Informação e comunicação.

Em relação às **formas de avaliação** utilizadas em sala de aula, estudantes e professores podiam marcar mais de uma opção uma vez que no processo avaliativo em geral é usado mais de um tipo de avaliação, a prova escrita é a forma mais utilizada na opinião docente com 96,1% dos professores informando utilizá-la, 65,45% dos estudantes dizem ser avaliados pro esta maneira, ficando na 2º forma mais relatada pelos alunos; por outro lado para 71,82% dos discentes, eles são avaliados por trabalhos em grupo e esta forma de avaliação foi a mais lembrada pelos alunos, enquanto apenas 25,5% dos professores relataram usar o método, constando como a terceira mais relatada pelos professores. no Gráfico 1.



Gráfico 1- Tipos de avaliações usadas em sala de aula

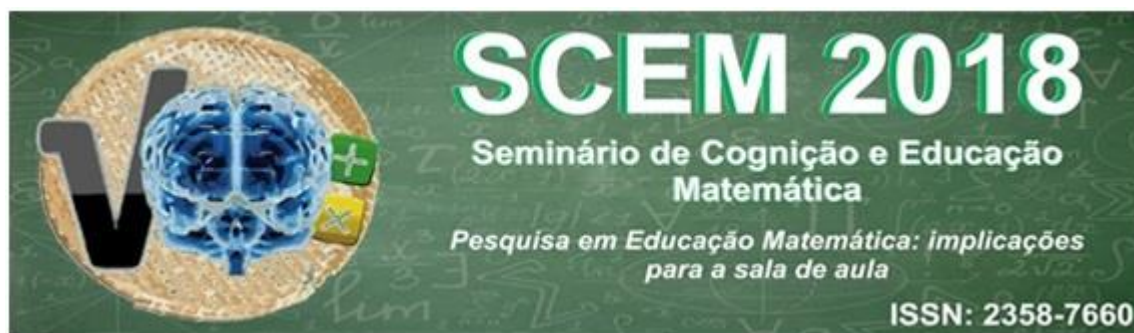


Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

Aqui houve uma divergência na forma de avaliação mais utilizada, pois professores e estudantes no geral tiveram respostas diferentes, uma vez que para a maior parte dos alunos o trabalho em grupo é a principal forma de avaliação, enquanto os docentes colocam a prova escrita como a principal forma de avaliação usada em sala.

3.2 Dificuldades no aprendizado de estudantes, segundo a opinião dos mesmos e dos professores, em relação aos tópicos de conjuntos

Quanto aos tópicos de conjuntos trabalhados em sala de aula de matemática no 1º ano do ensino médio foi aplicado o questionário aos 110 estudantes dos 2º ano para ver o que haviam estudado de fato, ou pelo menos o que eles lembravam terem estudado, de maneira semelhante foi perguntado a cada professor de matemática, que já ministrou aulas sobre conjuntos, quais são realmente os conteúdos ministrados por ele durante suas aulas.



Quadro 3- Conteúdos de conjuntos ministrados segundo informação discente e docente

Tipo de Conteúdo	Identificação	Conteúdo	Você lembra-se de ter estudado? (%)			Você lembra de ter ministrado? (%)		
			Sim	Não	Anulou a resposta	Sim	Não	Anulou a resposta
Conceitos básicos	1	Noção de Conjunto	59,09	38,18	2,73	98,0	2,0	0,0
	2	Noção de elemento	35,45	61,82	2,73	92,2	7,8	0,0
	3	Relação de pertinência	22,73	74,55	2,73	98,0	2,0	0,0
	4	Conjunto Vazio	72,73	21,82	5,45	96,1	3,9	0,0
	5	Conjunto Unitário	52,73	42,73	4,55	96,1	3,9	0,0
	6	Subconjuntos	74,55	21,82	3,64	90,2	5,9	3,9
	7	Relação de Inclusão	25,45	68,18	6,36	78,4	13,7	7,8
	8	União de Conjuntos	72,73	22,73	4,55	92,2	5,9	2,0
	9	Intersecção de Conjuntos	50,00	44,55	5,45	92,2	5,9	2,0
	10	Diferença de Conjuntos	60,00	34,55	5,45	78,4	15,7	5,9
	11	Complementar de um conjunto	39,09	55,45	5,45	64,7	23,5	11,8
Propriedades	12	Propriedades da União	42,73	49,09	8,18	70,6	21,6	7,8
	13	Propriedades da Intersecção	40,00	53,64	6,36	64,7	27,5	7,8
	14	Propriedades da diferença	41,82	51,82	6,36	56,9	31,4	11,8
	15	Propriedades do complementar	33,64	58,18	8,18	45,1	37,3	17,6
Aplicação	16	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos da União de dois conjuntos.	59,09	37,27	3,64	72,5	17,6	9,8

	17	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos da intersecção de dois conjuntos.	49,09	46,36	4,55	66,7	21,6	11,8
	18	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos que estão em somente um dos dois conjuntos.	51,82	44,55	3,64	66,7	23,5	9,8
	19	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos do complementar da união de dois conjuntos.	44,55	51,82	3,64	54,9	33,3	11,8
	20	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos da União de três conjuntos.	39,09	58,18	2,73	66,7	21,6	11,8
	21	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos da intersecção de três conjuntos.	34,55	63,64	1,82	70,6	19,6	9,8
	22	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos que estão em somente um dos três conjuntos.	37,27	59,09	3,64	62,7	25,5	11,8
	23	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos do complementar da união de três conjuntos.	31,82	64,55	3,64	49,0	37,3	13,7

Fonte: Pesquisa de Campo, de 2017.

Optou-se por separar os conteúdos do Quadro 3 em três grupos, sendo 11 de conceitos básicos, quatro de propriedades e oito de aplicações, com a finalidade de facilitar a análise e a observação das informações pelos leitores.



Observamos que vários conceitos básicos não foram estudados, ou no mínimo os estudantes não se lembram de terem estudado, que de qualquer maneira é preocupante, revelando que o ensino de conjuntos não foi satisfatório, 74,55% dos estudantes diz não lembrar de estudar razão de pertinência, ainda que neste caso 98% dos professores afirmaram trabalharem este conteúdo, noção de elemento é outro conteúdo básico que mais da metade dos estudantes não identifica de ter estudado, mesmo 92,2% dos professores ministrando esse conteúdo, a intersecção de conjuntos não foi lembrada por exatamente metade dos alunos, todavia o 92,2% dos professores relataram ensinar tal conteúdo. A hipótese mais provável é a de esquecimento por parte dos alunos, pois mais de 90% dos docentes afirmaram trabalharem esses conteúdos.

Por outro lado há alguns conteúdos básicos onde um número considerável de professores relatou não ministrarem tais conteúdos, são eles: “relação de inclusão”, “diferença de conjuntos” e “complementar de conjuntos”. No caso da relação de inclusão 68,18% dos discentes relataram não terem lembranças de ter estudo de tal conteúdo, e 13,7% dos professores informaram não trabalharem com tal conteúdo. No caso de diferenças de conjuntos e complementar de conjuntos, os índices de falta de ensino por parte dos professores é ainda maior 15,7% e 23,5%, todavia esses dois últimos conteúdos foram mais lembrados pelos estudantes que o de inclusão de conjuntos.

No caso das propriedades de conjuntos, as coisas pioram, pois o índice percentual de professores que não ensina as propriedades de conjuntos varia 21,6% a 37,3%, ou seja, de cada 5 professores, pelo menos 1 não trabalha tais conteúdos, se considerarmos hipoteticamente que os dados se repitam em larga escala, é uma coisa alarmante.

Os conteúdos de aplicação das operações básicas de conjuntos, ou seja, a resolução de problemas envolvendo operações de união, intersecção, diferença e complementar, seja de contexto: matemático, interdisciplinar, cotidiano ou histórico; é subutilizado pelos professores pesquisados pois o índice percentual de professores que não ministram tais conteúdos, varia de 17,6% a 37,3%, isso é um bom motivo para os estudantes terem dificuldades em resolverem problemas, ficando o conteúdo desvinculado de seu cotidiano ou de outros contextos já citados, ou seja, continua-se cometendo os mesmos erros que Soares (2001) relata que os professores



cometiam na época da matemática moderna, muita ênfase ao simbolismo e linguagem matemática.

No Quadro 4 a seguir é exposto o nível de dificuldade de cada conteúdo segundo opinião discente e docente, como o espaço é insuficiente para colocar os nomes dos conteúdos, lembramos que são os mesmos do Quadro 3, com a respectiva identificação numérica. No que se refere ao grau de dificuldade, havia as opções: **muito fácil, fácil, regular, difícil e muito difícil**, podendo o estudante, marcar a que correspondesse ao seu grau de dificuldade, no caso discente, e no caso docente o mesmo marcou o grau de dificuldade que seus estudantes tem com o respectivo conteúdo.

Quadro 4- Dificuldade no aprendizado em relação aos conteúdos de conjuntos

Tipo de Conteúdo	Conteúdo	Grau de dificuldade para aprender segundo opinião discente (%)						Grau de dificuldade para aprender segundo opinião docente (%)					
		Muito Fácil	Fácil	Regular	Muito Difícil	Difícil	Em branco	Muito Fácil	Fácil	Regular	Muito Difícil	Difícil	Em branco
Conceitos básicos	1	11,8	19,0	28,1	2,7	7,27	30,9	13,	41,	35,	2,0	2,0	0,0
	2	6,36	12,7	22,7	4,5	10	43,6	15,	43,	27,	2,0	0,0	0,0
	3	6,36	8,18	19,0	3,6	10,9	51,8	13,	37,	41,	2,0	0,0	0,0
	4	17,2	21,8	23,6	2,7	5,45	29,0	15,	45,	29,	0,0	0,0	0,0
	5	10,0	19,0	20,9	2,7	9,09	38,1	15,	49,	21,	2,0	0,0	0,0
	6	11,8	26,3	27,2	2,7	4,55	27,2	2,0	25,	47,	11,	0,0	3,9
	7	4,55	8,18	22,7	4,5	10	50,0	3,9	15,	41,	11,	2,0	7,8
	8	10,9	23,6	28,1	2,7	5,45	29,0	9,8	23,	52,	3,9	0,0	2,0
	9	5,45	17,2	32,7	1,8	6,36	36,3	5,9	15, 7	45, 1	21, 6	0,0	2,0
	10	7,27	20,0	30,9	4,5	4,55	32,7	3,9	11, 8	33, 3	19, 6	2,0	5,9
	11	4,55	16,3	21,8	4,5	7,27	45,4	2,0	2,0	31, 4	23, 5	5,9	11, 8
Propriedades	12	2,73	17,2	27,2	3,6	8,18	40,9	3,9	3,9	43,	21,	0,0	7,8
	13	3,64	17,2	26,3	2,7	9,09	40,9	3,9	5,9	25, 5	31, 4	0,0	7,8
	14	5,45	19,0	24,5	5,4	8,18	37,2	5,9	3,9	21, 6	27, 5	2,0	11, 8
	15	3,64	10,9	29,0	2,7	7,27	46,3	2,0	0,0	21, 6	25, 5	3,9	17, 6



Aplicações	16	5,45	16,3 6	24,5 5	7,2 7	12,7 3	33,6 4	2,0	9,8	23, 5	33, 3	5,9	9,8
	17	6,36	15,4 5	24,5 5	4,5 5	11,8 2	37,2 7	2,0	3,9	25, 5	29, 4	5,9	11, 8
	18	4,55	16,3 6	23,6 4	5,4 5	9,09	40,9 1	2,0	9,8	25, 5	23, 5	9,8	9,8
	19	4,55	17,2 7	25,4 5	4,5 5	7,27	40,9 1	2,0	3,9	19, 6	23, 5	9,8	11, 8
	20	7,27	13,6 4	18,1 8	6,3 6	7,27	47,2 7	0,0	9,8	23, 5	25, 5	7,8	11, 8
	21	6,36	11,8 2	21,8 2	4,5 5	5,45	50,0 0	0,0	5,9	27, 5	23, 5	9,8	9,8
	22	6,36	16,3 6	13,6 4	6,3 6	7,27	50,0 0	0,0	7,8	17, 6	23, 5	11, 8	11, 8
	23	8,18	7,27	20,0 0	6,3 6	7,27	50,9 1	0,0	5,9	13, 7	23, 5	9,8	13, 7

Fonte: Pesquisa de Campo, de 2017.

Nos onze conteúdos básicos de conjuntos, verifica-se que em todos eles, para os estudantes a categoria **regular** teve o maior percentual de respostas. O mesmo ocorreu para a resposta dos professores em sete (3,6,7,8,9,10 e 11)²³ dos onze conteúdos, em quatro (1,2,4 e

²³ Os números entre parênteses representam a identificação do conteúdo no Quadro 4, lembrando que os nomes dos conteúdos estão no Quadro 3, com as mesmas numerações.



5) destes conteúdos a maior parte dos professores pensa que seus estudantes acham **fácil** tais conteúdos.

Em relação aos conteúdos de operações de conjuntos tanto para estudantes quanto para professores a categoria que mais se concentrou as respostas para os quatro conteúdos foi a **regular**.

Nos conteúdos de aplicação, ou seja, as questões contextualizadas, observa-se que em cinco(16,17,19,20 e 23) tipos delas os alunos concentraram suas respostas nas categorias **regular** enquanto os docentes concentraram suas respostas na categoria **difícil**. O conteúdo com a numeração 22 no Quadro 4, teve a sua concentração de respostas na categoria **fácil** para os estudantes, por outro lado os professores concentraram suas respostas na categoria **difícil**; os conteúdos identificados com os número 21 e 18 tiveram a concentração de respostas na categoria **regular** tanto para estudantes quanto para docentes.

4. Considerações finais

Este trabalho revelou que para 78,43% dos 51 docentes pesquisados e que para 76,36% dos 110 estudantes que participaram da pesquisa as aulas de matemática sobre conjuntos começa pela definição seguida de exemplos e exercícios, além deste fato 96,1% dos docentes afirmam que usa prova escrita como forma de avaliação, e apenas 25,5% dos docentes usam trabalhos em grupo como forma de avaliação, no entanto 71,82% dos estudantes afirmaram que o meio de avaliação usado é o trabalho em grupo e 65,45% relataram usar prova escrita como forma de avaliação.

Constatamos que muitos estudantes não se lembram de terem estudados conteúdos básicos de conjuntos, mesmo quando mais de 92% dos professores afirmam ministrarem tais conteúdos. Com relação as propriedades de operações com conjuntos problemas contextualizados de conjuntos um numero significativo de professores afirmou não trabalharem com tais conteúdos e o fato de muitos alunos afirmarem não lembrarem de ter estudado vem confirmar este fato preocupante.

Verificamos que para os conteúdos básicos de conjunto de operações com conjuntos há uma certa concordância entre o grau de dificuldade relatado por professores e estudantes,



concentrando-se na categoria regular, já com as aplicações de conjuntos, vemos que os professores tem uma percepção que os estudantes tem mais dificuldades do que a própria percepção dos estudantes.

Referências

- BELNA, J. P. Cantor. Trad. Guilherme João de Freitas Teixeira. São Paulo: Estação Liberdade, 2011.
- CORRÊA, R. P. **O Ensino de Funções Trigonométricas por Atividades**. 2016. 390f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2016.
- DIEUDONNÉ, J. **A Formação da matemática contemporânea**. Trad. J. H. Von Hafe Perez. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1990.
- KLINE, M. **O fracasso da Matemática Moderna**. Trad. Leonidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: Ibrasa, 1976.
- ROCHA, A. A. S. da.; SÁ, P. F. O ensino de conjuntos do ponto de vista de professores do Marajó. In: Seminário de Cognição e Educação Matemática 2017, Belém. Pesquisa em Educação Matemática: Experiências e perspectivas. Belém, 2017 a. v. 1. p. 1-13.
- ROCHA, A. A. S. da.; SÁ, P. F. O ensino de conjuntos do ponto de vista de estudantes do Marajó. **Revista Prática Docente**. v. 2, n. 2, p.197-215, jul/dez 2017b.
- SOARES, F. dos S. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Avanço ou retrocesso?**. 2001. 192f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: PUC/RJ, Maio de 2001.
- SANTOS, R. V. 2017. 361 f. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.
- SILVA, S. T. T. Da. 2013. 219f. **O Ensino das Funções Exponencial e Logarítmica por atividade**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2013.



DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Walmir Silva Ferreira

Universidade do Estado do Pará - UEPA

walmirsilva31@hotmail.com

Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará - UEPA

2011malu.melo@gmail.com

Ana Kely Martins da Silva

Universidade do Estado do Pará - UEPA

anakely2@yahoo.com.br

RESUMO

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa que teve como objetivo analisar dificuldades dos alunos do 8º ano do ensino fundamental em resolver questões pertinentes ao estudo de sistemas de equações do 1º grau. Para a produção das informações foi realizada uma pesquisa junto a uma amostra de 100 alunos de uma escola estadual do município de Belém, no estado do Pará, no ano de 2017. Os alunos resolveram um teste contendo 10 questões referentes à problemas que se estruturavam em equações e sistemas do 1º grau. Os resultados e análise apontam que o ensino de problemas estruturados na linguagem algébrica, referente ao ensino sistemas de equações do 1º grau está sendo ministrado de forma pouco satisfatória na escola pesquisada. A finalização do estudo junto à referida amostra permite concluir que as principais dificuldades apresentadas pelos alunos giram em torno do pouco domínio da linguagem algébrica, agravadas com deficiências nas operações fundamentais o que dificulta na tradução dos problemas.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Sistemas Lineares. Álgebra. Dificuldade de Aprendizagem. Avaliação.

Introdução

A álgebra é a parte da matemática que os permite expressar os problemas aritméticos por meio de equações, que por sua vez nos remete a modelos matemáticos dos problemas que podem ser cotidiano do aluno, que seria o mais adequado, a modelos de fenômenos mais complexos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) enfatizam a importância do ensino da álgebra e sua utilização como instrumento para o ensino de outras áreas do conhecimento:



O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. (BRASIL, 1997, p. 115).

As dificuldades de aprendizagem em álgebra ocorrem principalmente devido ao despreparo de alguns professores que não conseguem realizar uma boa transição entre os conceitos e operações aritméticos para, por conseguinte trazer os conceitos algébricos e com ele a conversão da linguagem materna do aluno para a linguagem algébrica matemática, ocorre também à falta de estratégias e metodologias alternativas que se aliadas a melhores materiais didáticos e pedagógicos poderiam auxiliar e dar um maior suporte para o professor em sala de aula, tais deficiências tornam mais difícil à compreensão e interesse do aluno para tal assunto.

O processo de avaliar não é tão simples como muitos supõe, tanto que existem várias correntes divergentes quanto ao processo de avaliar. Alguns acham que a prova é a única forma de avaliar; outros defendem que a prova deve ser usada aliada a outros tipos de processos de avaliações. Também tem a linha mais radical que não defende a prova como meio de avaliação por achar um processo excludente e muito individualista, essa corrente se preocupa mais com as questões sobre o que fazer com a avaliação e de como replanejar para melhorar o ensino e alcançar no aluno uma melhor aprendizagem. Segundo Zabala (1998):

É importante saber que tal dilema termina, quando se define a avaliação, quais as maneiras de avaliar e em quais são os níveis de exigências necessárias para isso. Como bem aponta[...]. É possível encontrar definições de avaliação bastante diferentes e, em muitos casos, bastante ambíguas, cujos sujeitos e objetos de estudo aparecem de maneira confusa e indeterminadas. Em alguns casos, o sujeito da avaliação é o aluno; em outros, é o grupo/classe, ou inclusive o professor ou professora, ou a equipe docente. Quanto ao objeto da avaliação, às vezes, é o processo de aprendizagem seguido pelo aluno ou os resultados obtidos, enquanto outras vezes se desloca para a própria intervenção do professor (ZABALA, 1998, p. 195).

Atualmente a educação padece no que diz respeito à avaliação. Buriasco et al (2009, p.69) relatam que “na escola o ato mais frequente associado ao termo avaliação é o uso de prova escrita, materializando o mito de avaliar, constituindo-se um rito”. O aluno é avaliado de tal forma que precisará somente reproduzir o que treinou durante as aulas. Dessa forma a avaliação terá a função de notificar, classificar, selecionar, excluir, e por consequência punir. Nesse sentido, Luckesi (2005) afirma que:



A atual prática da avaliação escolar estipulou como função do ato de avaliar a classificação e não o diagnóstico, como deveria ser constitutivamente. Ou seja, o julgamento de valor, que teria a função de possibilitar uma nova tomada de decisão sobre o objeto avaliado, passa a ter função estática de classificar um objeto ou um ser humano histórico num padrão definitivamente determinado do ponto de vista da aprendizagem escolar, poderá ser definitivamente classificado como inferior ou superior (LUCKESI, 2005, p.34).

A avaliação em matemática, na maioria das vezes, está baseada apenas no resultado final apresentado pelos alunos. Poucos educadores têm consciência de que avaliar é um processo lento e natural, que os homens se avaliam constantemente, nas mais diversas situações, desde as mais simples até as mais complexas. Em muitos casos, os professores utilizam apenas um único instrumento de avaliação, como a prova escrita, utilizando-se de gabaritos na sua correção, que quase nada tem a dizer sobre o que os estudantes aprenderam em todo o período. Sendo assim, alguns professores ignoram os procedimentos utilizados pelos estudantes para chegar a uma resposta correta ou errada.

A partir do exposto surgiu a seguinte questão de pesquisa: Quais dificuldades os alunos do ensino fundamental apresentam ao resolverem questões relacionadas ao ensino de sistemas de equações do 1º grau?

Assim, este trabalho tem como objetivo analisar dificuldades de alunos do 8º ano do ensino fundamental em resolver questões pertinentes a sistemas de equações do 1º grau. O procedimento metodológico escolhido foi um teste contendo 10 questões que foi aplicado junto a uma amostra de alunos do 8º ano do ensino fundamental, todos de uma escola pública no município de Belém. O objetivo foi detectar prováveis dificuldades de aprendizagem do assunto em tela.

Ensino de álgebra nas escolas e suas dificuldades

A álgebra é um assunto complexo e por muitas vezes complicado esteve presente nas civilizações egípcias e babilônicas desde (1.700 a.C) que mesmo em sua forma simplificada, sem toda a formalização atual, possuía regras para resoluções de problemas e para executar vários tipos de cálculos. Quando a Álgebra foi introduzida no ensino fundamental, muitos alunos criaram aversão pela matemática por não conseguirem interpretar as questões e traduzir



o que estava escrito na linguagem matemática para a linguagem natural. Assim, quando o estudante não entende determinado assunto, um sentimento de incapacidade pode abalar sua autoconfiança, o aluno pode ficar desmotivado e isso traz consequências ruins para sua vida, como não querer estudar por sentir na álgebra um obstáculo no prosseguimento da vida estudantil, por isso, os conceitos, as regras e os axiomas devem ser bem ensinados durante as aulas de álgebra para que gradativamente o aluno adquira confiança e sentir-se capaz de solucionar problemas que envolvam os símbolos algébricos e usar este aprendizado em situações do cotidiano. Segundo (CARRASCO, 2004, p.202) “é preciso saber falar e escrever sobre este conceito, na sua linguagem usual, para só depois, fazê-lo na linguagem simbólica”.

Porém as dificuldades surgem a partir de alguns problemas: o fraco domínio dos conceitos aritméticos, para realizar uma boa transição entre álgebra e aritmética, tanto pelos alunos quanto pelos professores, o mau desempenho escolar dos alunos e um currículo desatualizado e a falta de situações que envolvam o cotidiano dos alunos. Segundo (DIENES, 1974, p. 70):

Não adiantará por uma variável à frente de uma criança até que esta a veja variar. Quando a variável tiver realmente variado na experiência da criança, então haverá sentido colocar o nosso número escolhido, em lugar de todos os números diferentes que já representaram o nosso número escolhido, e não será necessário muito tempo para convencê-la de que, como economia de expressão, pode usar-se uma letra-código para o nosso número escolhido.

Avaliação do ensino de matemática

O que se pode observar sobre a avaliação matemática é que ela tem se centrado nos conhecimentos específicos e na contagem de erros, sem se preocupar com a formação, sendo somente uma avaliação somativa, que não só seleciona os estudantes, mas os compara entre si e os destina a um determinado lugar numérico em função das notas obtidas. Dentre as muitas possibilidades de alcançar tal objetivo, uma delas é considerar os erros dos alunos. Encarados com naturalidade e racionalmente tratados, os erros passam a ter importância pedagógica, assumindo um papel profundamente construtivo, e servindo não para produzir no aluno um sentimento de fracasso, mas para possibilitar-lhe uma atitude positiva para o seu futuro pessoal. Vergani (1993, p.152) afirma que “interessar-se pelo aluno é interessar-se pelos seus erros.



Assim, os erros não podem ser apenas assinalados, mas devem ser objeto de um trabalho específico do professor com o estudante”.

Valente (2008) destaca a importância de se estudar a avaliação escolar por esta constituir um dos principais elementos do que ele vem a chamar de cultura escolar. (VALENTE, 2008 p. 13). No caso de eventuais respostas erradas, ou mesmo quando o aluno não segue o modelo ensinado pelo professor, o erro é muitas vezes objeto de punição e considerado como sendo uma falta grave desse aluno, o que não leva em consideração quais estratégias foram utilizadas por estes alunos para obterem tais respostas. Nesse sentido, estudar a avaliação em matemática nos permite refletir sobre os processos avaliativos presentes no contexto escolar, a fim de contribuir, mesmo que de forma sucinta para uma mudança, na defesa de uma aprendizagem cada vez mais significativa.

Instrumentos de avaliação utilizados pelos professores de Matemática desde a época do império foram objetos de estudo de Valente (2008). Ele analisou vários documentos oficiais, planos e provas de professores, livros didáticos, provas, exames, cadernos dos alunos, dentre outros. Os resultados desses estudos mostram que a competência do aluno era somente de decorar e reproduzir o conhecimento conforme era ensinada pelo professor.

De forma geral e pedagógica a avaliação no ensino de matemática, encontra-se centrada no tradicionalismo, focada apenas nos conhecimentos específicos e na contagem de erros. Sendo uma avaliação somativa, que não só faz uma seleção e distinção dos alunos, mas os compara entre si e os torna apenas um quantifiquem numérico em função das notas obtidas.

Porém segundo Buriasco (2004), que mesmo em uma avaliação tradicional é possível considerar e olhar além da resposta final, considerando:

- o modo como o aluno interpretou sua resolução para dar a resposta;
 - as escolhas feitas por ele para desincumbir-se de sua tarefa;
 - os conhecimentos matemáticos que utilizou;
 - se utilizou ou não a matemática apresentada nas aulas;
- e sua capacidade de comunicar-se matematicamente, oralmente ou por escrito. (BURIASCO, 2004 p.503 e seg).



Considerando os itens acima sobre a verificação da aprendizagem, percebemos que o professor deve reavaliar sua forma de promover suas avaliações em sala de aula para melhor contribuir com o processo de ensino e aprendizagem, como forma de melhor estimular o aluno quanto às práticas matemáticas.

Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa é do tipo descritiva e se enquadra nos princípios da pesquisa qualitativa, pois queremos investigar as dificuldades dos alunos no ensino de equações e sistemas de equações do 1º grau. Segundo Minayo (2001, p.21), a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Como instrumento para a obtenção das informações foi elaborado e aplicado um teste contendo 10 questões, sendo uma objetiva, sobre o ensino de equações e sistemas de equações do 1º grau. Para a elaboração das questões do teste, foi utilizado como base questões de livro didático a questão objetiva consta da prova do ENEM (2008). O objetivo era analisar as dificuldades de aprendizagem de alunos do 8º ano do ensino fundamental, quanto ao desempenho do assunto equações do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau. O teste foi aplicado a uma amostra de 100 discentes de uma escola pública do município de Belém no estado do Pará, no mês de junho de 2017.

Análise dos resultados da pesquisa

O teste aplicado conteve 10 questões relacionadas aos tópicos equações do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau, da unidade de álgebra equações, sistemas de equações e inequações. O objetivo das 10 questões era avaliar o desempenho dos consultados verificar as dificuldades dos alunos do 8º ano do ensino fundamental sobre o estudo do ensino de equações e sistemas de equações.

Quanto à primeira questão tratava-se de uma tradução da linguagem natural para a linguagem matemática, ou seja, era uma questão de linguagem matemática que recairia em uma



equação do 1º grau. A questão obteve 68% de acertos, 12% de erros e 20% deixou a questão em branco.

Questão 01: Escreva na forma de equação o seguinte enunciado: um número multiplicado por sete, menos cinco é igual a dez.

Figura 1: Resposta do aluno.

Fonte: Pesquisa de campo. 2017.

Booth (1995) sugere que essas dificuldades podem ser contornadas quando tratadas como expressões algébricas em atividades concretas, assim ele remete que o aluno aceita a expressão $2a + 4b$ quando apresentada da forma *perímetro* $= 2a + 4b$. Ou seja, a expressão deve fazer sentido para o aluno.

Apesar de a quarta questão trabalhar com um objeto geométrico o objetivo da questão, também, era trabalhar com equação do 1º grau, porém a tentativa de promover conhecimentos múltiplos através do entrelaçamento de assuntos matemáticos os índices de acertos foram abaixo do esperado, uma vez que os pesquisados não lembravam que o perímetro das figuras planas se dá pela soma das medidas dos seus lados, assim apenas 31% dos alunos conseguiram chegar a um resultado exato, 25% erraram a questão proposta e 44% deixaram a questão em branco.

Questão 04: Sabendo que o perímetro de uma figura é a soma de todos os seus lados, encontre o valor de x com base na figura abaixo sabendo que seu perímetro é 44 cm.



Figura 2 : Resposta do Aluno.

$$3x+2$$

$$x$$

$$3x+2+3x+2+x+x=44$$

$$8x+2=44$$

$$8x=40$$

$$x=5$$

Fonte: Pesquisa de campo. 2017.

A quinta questão introduziu uma balança pictórica, essa questão mobilizava a cognição um pouco mais complexa por parte dos pesquisados por se tratar de um sistema de equações. Alguns alunos conseguiram resolver por tentativa e erro, também houve alunos que continuaram desenhando e deslocando as frutas e os pesos até chegarem à resposta, mas por esse método poucos foram os que tentaram. Apenas 26% dos alunos chegaram de alguma forma a resposta correta, 20% erraram a questão e 64% deixaram a questão em branco.

Questão 05: O esquema a seguir apresenta a pesagem e o equilíbrio na balança de frutas com pesos, cada peso tem 1 Kg. Com base no esquema qual o peso da melancia e da penca de bananas?

Figura 3: Resposta do aluno

$$3B + 4 = 13$$

$$3B = 9$$

$$B = 3$$

$$m + 3 = 13$$

$$m = 10$$

Fonte: Pesquisa de campo. 2017.

A questão 8, apesar de possuir números simples em sua estrutura recaia em um sistema de equações do 1º grau com duas variáveis e duas equações, porém nenhum aluno pesquisado resolveu a questão proposta, que obteve 100% de abstenções.



Questão 08: Olga e Patrícia compraram presunto e arroz de mesmas marcas. Olga comprou 4 Kg de presunto e 3 Kg de arroz, pagando 32 reais ao todo. Patrícia comprou 2 Kg de presunto e 3 Kg de arroz, pagando 22 reais pela compra. Calcule o preço de 1 Kg de cada alimento.

A oitava questão nos acendeu o alerta, o alerta que os professores desta escola podem ter cometido uma falha grave quanto às questões que se traduzam em problemas, pois é prevista conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais:

Resolução de situações-problema por meio de um sistema de equações do primeiro grau, construindo diferentes procedimentos para resolvê-lo, inclusive o da representação das equações no plano cartesiano, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta (BRASIL, 1998, p. 39).

SANCHEZ (2004) destaca um dos aspectos que manifesta as dificuldades de aprendizagem em Matemática:

Dificuldades relativas à própria complexidade da matemática, como seu alto nível de abstração e generalização, a complexidade dos conceitos e algoritmos. A hierarquização dos conceitos matemáticos, o que implica ir assentando todos os passos antes de continuar, o que nem sempre é possível para muitos alunos; a natureza lógica e exata de seus processos, algo que fascinava os pitagóricos, dada sua harmonia e sua “necessidade”, mas que se torna muito difícil pra certos alunos; a linguagem e a terminologia utilizadas, que são precisas, que exigem uma captação (nem sempre alcançada por certos alunos), não só do significado, como da ordem e da estrutura em que se desenvolve. (SANCHES, 2004, p.174).

A décima questão foi retirada da prova do ENEM do ano 2008, a questão se resolveria fácil por uma equação do 1º grau, onde o valor do documento e a multa de R\$10,00 seriam as quantias fixas, e os 40 centavos ao dia a quantia variável. Grande parte dos alunos pesquisados resolveu a questão de forma intuitiva, sem muita formalização algébrica, 62% dos alunos acertaram a questão, 23% dos pesquisados erraram a questão e 15% não fizeram a questão proposta.

Questão 10: A figura abaixo representa o boleto de cobrança da mensalidade de uma escola, referente ao mês de junho de 2008.



Figura 4: Resposta do aluno

Banco S.A.	
Pagável em qualquer agência bancária até a data de vencimento	Vencimento: 30/06/2008
Destinatário: Escola de Ensino Médio	Apólice nº: 00000000000000000000
Data de emissão: 02/06/2008	Número do documento: R\$ 500,00
Uso do boleto	(-) Descontos
Observações: no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de R\$ 10,00 mais 40 centavos por dia de atraso.	(-) Outras deduções
	(*) Mora/Multa
	(*) Outros acréscimos
	(=) Valor Cobrado

Se $M(x)$ é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, em que x é o número de dias em atraso, então

☐ $M(x) = 500 + 0,4x$
☐ $M(x) = 500 + 10x$
☒ $M(x) = 510 + 0,4x$
☐ $M(x) = 510 + 40x$
☐ $M(x) = 500 + 10,4x$

Handwritten calculations: $500 + 10 + 0,40 \cdot x$ and $510 + 0,40x$

Fonte : Pesquisa de campo. 2017.

Verificado através do relato dos alunos que o conteúdo abordado segue a seguinte forma tradicional: definição, exemplo e exercício.

A maioria dos alunos consultados na pesquisa relata que encontram dificuldade em reconhecer as propriedades necessárias para a resolução das questões, em modelar os problemas na forma de sistemas de equações.

Considerações finais

A finalidade dessa pesquisa foi analisar as dificuldades dos alunos do 8º ano do ensino fundamental sobre o estudo de ensino de sistemas de equações. Constatamos a partir do levantamento teórico e dos testes aplicados aos estudantes, que o ensino de sistemas de equações, está sendo ministrado de forma pouco satisfatória na escola pesquisada. Esta conclusão ratifica as análises contidas nos trabalhos de autores como: CARRASCO (2004), LUCKESI (2005), ZABALA (1998). Ao retomarmos o problema científico desta pesquisa, a saber: Quais dificuldades os alunos do ensino fundamental apresentam ao resolverem questões relacionadas ao ensino sistemas de equações? Podemos concluir que as principais dificuldades apresentadas giram em torno da parte conceitual, perceptiva, identificação dos entes algébricos e na estruturação dos problemas na forma algébrica.

Recomendamos para amenizar tais dificuldades, a busca por novas metodologias de ensino, como ensino por atividades, trabalhos que desenvolvam a percepção, o raciocínio, a capacidade de abstração, buscar resolver problemas que envolva o cotidiano dos alunos e utilizar softwares matemáticos para a representação das equações e destacar suas propriedades.



Não podemos abordar dificuldades de aprendizagem, como um fator isolado do contexto institucional e social, posto que se tornasse necessário o repensar acerca de questões, tais como políticas públicas (formação docente, currículo, projeto político- pedagógico, entre outros), as quais incidem diretamente no processo de aprender.

Referências

- BOOTH, Lelly R. **Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra**. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. *As Idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília/DF: MEC/SEF, 1997.
- BURIASCO, R. L. C. et al. Avaliação como Prática de Investigação (alguns apontamentos). **Boletim de Educação Matemática – Bolema**. Rio Claro – São Paulo, v. nº 33, p. 69-96. 2009.
- BURIASCO, R. L. C. de. **Análise da produção escrita**: a busca do conhecimento escondido. In: ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. R. A. (orgs.) *Conhecimento local e conhecimento universal: a aula, aulas nas ciências naturais e exatas, aulas nas letras e nas artes*. Curitiba: Champagnat, 2004.
- CARRASCO, L. H. M. **Leitura e Escrita na Matemática**. In: NEVES, I. C. B. et al. (Orgs.). *Ler e Escrever: compromisso de todas as áreas*. 6. ed., Porto Alegre: Editora da Universidade/UFRGS, 2004. p. 192-204.
- DIENES, Z. P. **Aprendizado Moderno da Matemática**. Rio de Janeiro: ZAHAR EDITORES, 1974.
- LUCKESI, C. C. **A Avaliação da Aprendizagem Escolar**. 16ª ed. São Paulo: Cortez, 2005.
- MINAYO, Maria. C. S. Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In: MINAYO, Maria. C. S (Org.). **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001. p.09-29.
- SANCHEZ, JesúsNicasio Garcia. *Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica*. Porto Alegre: Artmed, 2004.
- VALENTE, V. R. **Avaliação em matemática: histórias e perspectivas atuais**. Campinas, SP: Ed. Papirus, 2008.
- VERGANI, T. **Um horizonte de possíveis**: sobre uma educação matemática viva e globalizante. Lisboa: Universidade Aberta, 1993.
- ZABALA, Antoni. in **A Prática Educativa**: Como Ensinar. Artmed, P. Alegre, 1998.





DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DE NÚMEROS INTEIROS SEGUNDO OS ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE UMA ESCOLA PÚBLICA DE BELÉM DO PARÁ

Akilson Medeiros Vasconcelos
Universidade do Estado do Pará
akilson.vasconcelos@gmail.com
Natanael Freitas Cabral
Universidade do Estado do Pará
natanfc61@yahoo.com.br
Ana Kely Martins da Silva
Universidade Estadual do Pará
anakely2@yahoo.com.br

RESUMO: Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo identificar quais as principais dificuldades apresentadas pelos alunos no processo de aprendizagem dos números Inteiros a partir da opinião dos discentes. As informações foram produzidas por meio da consulta a 80 discentes do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual de ensino de Belém do Pará, mediante a aplicação de um questionário e um teste. Para a tabulação dos dados obtidos, utilizou-se uma das ferramentas do Google Docs - Google Formulário - em conjunto com o programa Microsoft Excel. Os resultados indicam que o ensino dos números Inteiros ocorre, na maioria das vezes pelo método tradicional, a avaliação da aprendizagem centra-se nas provas, testes e simulados. Foi possível também perceber que a maior parte dos alunos acha os conteúdos referentes aos números Inteiros fáceis, no entanto alguns conteúdos foram considerados de difícil entendimento. Conclui-se que as questões que tiveram maior porcentagem de erros ou de alunos que não responderam estão relacionadas às operações de potenciação e as que associaram os números Inteiros e suas operações a contextos que retratam situações vivenciadas em determinados momentos da vida destes aprendizes.

PALAVRAS-CHAVE: Números Inteiros. Dificuldades de Aprendizagem. Ensino Fundamental

INTRODUÇÃO

Em meados do segundo semestre de 2008 iniciamos nosso primeiro contato prático com o processo de ensino e aprendizagem na educação básica, mais precisamente no 7º ano do ensino fundamental, em uma escola estadual no município de Belém do Pará, momento em que foi percebido a importância dos aprendizes, ao saírem da última etapa dos anos iniciais do ensino fundamental, terem conhecimento dos números Naturais e de suas operações mais elementares no campo da aritmética.



Esse saber se revela importante, pois o professor de Matemática da etapa posterior precisará desses conhecimentos para iniciar o processo de ensino e aprendizagem dos números Inteiros. No entanto, mesmo quando esses aprendizes já carregam esses conhecimentos em sua bagagem cognitiva, na maioria das vezes, há grandes dificuldades em dar significado a estes números e suas operações, principalmente quando trata-se de número negativos. Ainda neste contexto os PCN destacam que esses aprendizes têm obstáculos em

Conferir significado às quantidades negativas; Reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir de zero, enquanto para os naturais a sucessão acontece num único sentido; Reconhecer diferentes papéis para o zero (zero absoluto e zero origem); Perceber a lógica dos números negativos, que contraria a lógica dos números naturais - por exemplo, é possível “adicionar 6 a um número e obter 1 no resultado”, como também é possível “subtrair um número de 2 e obter 9”; Interpretar sentenças do tipo $x = -y$, (o aluno costuma pensar que necessariamente x é positivo e y é negativo). (BRASIL, 1998, p.98)

Neste sentido é importante que o professor analise com cautela os erros dos alunos, pois segundo Brousseau apud Almouloud (2007, p. 131) o

“[...] erro é a expressão, ou a manifestação explícita, de um conjunto de concepções espontâneas, ou reconstruídas, que, integradas em uma rede coerente de representações cognitivas, tornam-se obstáculo à aquisição e ao domínio de novos conceitos”.

Dessa forma, o docente precisa ter a preocupação em ministrar este conteúdo em situações que estejam inseridas no contexto dos estudantes, ou seja, trabalhar com temperaturas negativas em uma região onde é muito quente, por exemplo, não é significativo para eles, logo, estas situações fazem com que o aprendizado seja mais penoso ao aluno, aumentando consideravelmente os obstáculos no decorrer do processo.

Então, apoiados no que diz os PCN em relação aos obstáculos enfrentados pelos alunos no processo de aprendizagem dos números Inteiros, obstáculos estes confirmados por este pesquisador em oito anos de docência no ensino fundamental, foi destacado o problema científico desta pesquisa que foi: quais as principais dificuldades apresentadas pelos alunos no processo de aprendizagem dos números Inteiros?



Partindo desta perspectiva foi traçado o objetivo desta pesquisa que foi identificar as principais dificuldades encontradas pelos alunos na aprendizagem dos números Inteiros, detectadas em duas turmas do 8º ano do ensino fundamental da escola pública estadual Esperança e Fé²⁴ localizada no município de Belém do Pará no bairro do Tapanã. Para isso foi aplicado um questionário aos aprendizes das referidas turmas, contendo 18 perguntas, a partir dos seguintes eixos: eixo 1 - dados pessoais, escolares e familiares; eixo 2 - metodologias de ensino dos professores; eixo 3 - formas de avaliação; eixo 4 – Quadro de dificuldades referente à aprendizagem de números Inteiros e, por fim, um teste com 10 questões confeccionadas de acordo com que preconiza a BNCC em relação às habilidades relacionadas ao objeto de conhecimento números Inteiros.

Os resultados deste estudo foram sistematizados em quatro seções. Na primeira seção foi feito um breve comentário sobre a Teoria dos Erros e Obstáculos segundo o ponto de vista de Brousseau. Na segunda seção foi tratado de currículo no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Na terceira seção foi descrito a metodologia adotada nesta pesquisa. Na quarta seção foi analisado e discutido os dados obtidos. E por fim, na quinta seção foi descrito as considerações finais.

1 ERROS E OBSTÁCULOS.

Tendo em vista atingir o objetivo desta pesquisa é importante fazer uma breve análise na Teoria dos Erros e Obstáculos, nesse sentido vale destacar que para Almouloud (2007, p. 129), Bachelard “[...] introduz a noção de obstáculo epistemológico com o intuito de ter um outro olhar sobre os erros dos alunos, buscando compreender e explicar o papel do erro no processo de aprendizagem, suas influências e consequências.”

Quando as pesquisas em educação matemática se referem à aprendizagem de objetos matemáticos, a maior parte dos pesquisadores em didática da matemática afirmam que um dos fatores que mais influenciam essa aprendizagem é o tratamento que o professor dá ao erro do

²⁴ Nome fictício dado ao estabelecimento de ensino, a fim de preservar identidade da escola e, consequentemente, dos discentes.



aluno. Este tratamento está ligado diretamente a concepção de aprendizagem que tem esse professor. Deste modo

Na concepção de “cabeça vazia”, considera-se que o erro revela uma insuficiência de conhecimentos do aluno. Neste caso, o saber ainda não está suficientemente estável ou não está completamente construído e, portanto, não evita o erro por uma ação adequada de validação. Na concepção de “massa mole”, o erro deve ser evitado para que não seja gravado no espírito do aluno, tornando-se persistente. Trata-se aqui de um processo de “evitação” desencadeado pelo professor, que não busca corrigir a raiz do erro, mais sim mostrar ao aluno a “maneira certa”. Já na concepção de “pequenos passos”, o erro também deve ser evitado, mas, quando produzido, a causa não é a insuficiência de conhecimentos do aluno (“cabeça vazia” ou “massa mole”), mas a “progressão” proposta, que não previu que um dos passos necessários para a concretização da tarefa não era ainda acessível ao aluno.” (ALMOULOU, 2007, p. 130).

Os obstáculos são constituídos pela ineficácia de compreender certos problemas, ou pelos erros, que para serem vencidos pelos aprendizes, deveriam conduzir a fixação de um novo conhecimento.

Nas pesquisas realizadas em didática matemática a verificação minuciosa do erro apoia-se na noção de obstáculos desenvolvida por Bachelard e na teoria de equilíbrio de Piaget, os quais inspiraram Brousseau (1983) a construir uma classificação dos obstáculos em epistemológicos, didáticos, psicológicos e ontogênicos. Este trabalho dará mais ênfase aos obstáculos epistemológicos e didáticos, pois, na concepção deste pesquisador, são os que mais estão presentes no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Os obstáculos epistemológicos compreendem aqueles que fazem parte do próprio conhecimento e que, segundo Schubring (1998, p. 18), “residem na natureza do conhecimento matemático, razão pela qual não podem ser evitados, já que são constitutivos dos respectivos conhecimentos e identificados na história dos conceitos”. Os obstáculos didáticos são aqueles que

[...] nascem da escolha de estratégias de ensino que permitem a construção, no momento da aprendizagem, de conhecimentos cujo domínio de validade é questionável ou incompletos que, mais tarde, revelarse-ão como obstáculos ao desenvolvimento da conceituação. Os obstáculos desse tipo são, em sua maior parte, inevitáveis e inerentes à necessidade da transposição didática, embora o seu reconhecimento permita ao professor rever a introdução escolhida para um



determinado conceito para explicitar a dificuldade vivida pelo aluno. (ALMOULOU, 2007, p. 141-142).

Os obstáculos psicológicos aparecem quando o conceito apresentado pelo professor entra em conflito com o cotidiano e os desejos do aluno, como, por exemplo, o caso do zero, entendido como nada, e a lógica matemática, muitas vezes, dissonante da lógica do dia a dia (OLIVEIRA et al, 2012, p. 4). Os obstáculos ontogênicos são as limitações neurofisiológicas do indivíduo de acordo com sua escala de desenvolvimento. Um exemplo deste obstáculo é a linguagem formal matemática que, de acordo com a idade do aluno não é completamente compreendida, estando esta acima da compreensão do aluno.

Deste modo é de extrema importância que o professor analise minuciosamente o erro do aprendiz, pois, é a partir desta análise que os obstáculos serão identificados, a fim de que essas dificuldades possam ser sanadas no decorrer do processo de ensino e aprendizagem.

2 O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS NO CONTEXTO CURRICULAR DO ENSINO FUNDAMENTAL

Godoy e Santos (2012) afirmam que na década de 60 o Movimento da Matemática Moderna (MMM) provocou, em vários países, inclusive no Brasil, discussões e amplas reformas no currículo de Matemática. Esse movimento tinha como

“[...] finalidade modernizar o ensino dessa área de conhecimento adequando-a às necessidades de expansão industrial que orientavam a reconstrução no pós-guerra, e atendendo as exigências de uma sociedade em acelerado desenvolvimento tecnológico.” (GODOY e SANTOS, 2012, p. 259)

O MMM tinha como um dos seus propósitos modernizar a linguagem dos assuntos considerados imprescindíveis na formação do jovem estudante usando os conceitos de conjunto e de estruturas. Os líderes desse movimento procuraram na própria Matemática os princípios que poderiam dar coerência à Matemática escolar, aproximando esta Matemática daquela praticada e produzida nas universidades.

Após diversas críticas ao MMM, em 1980 o National Council of Teachers of Mathematics - NCTM -, dos Estados Unidos, apresentou recomendações para o ensino de Matemática no documento “Agenda para Ação”. Nele a resolução de problemas era destacada como o foco do ensino da Matemática nos anos 80, além de um ensino voltado para a



compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos e cognitivos na aprendizagem da Matemática, imprimindo assim novos rumos às discussões curriculares.

Essas ideias influenciaram as reformas que ocorreram em todo o mundo e estão presentes atualmente nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do ensino fundamental (PCN) e nas atuais propostas curriculares de Secretarias de Estado e Secretarias Municipais de Educação, havendo experiências bem-sucedidas que comprovam sua fecundidade.

Tratando agora do currículo como sendo os conteúdos que os aprendizes precisam ter contato nas diversas etapas da educação básica, o ensino dos números, segundo os PCN, deve ser ministrado inicialmente no terceiro ciclo do ensino fundamental, no bloco Números e Operações, sendo “[...] fundamental a proposição de situações-problema que possibilitem o desenvolvimento do sentido numérico e os significados das operações.” (BRASIL, 1998, p. 66).

Ainda neste contexto curricular, é de primordial importância analisar a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), visto que trata-se de um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo das aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica (BRASIL, 2017). A BNCC e os PCN se identificam na comunhão de princípios, ou seja, possuem a mesma essência, porém, organizados de forma distinta. Assim, o ensino dos números Inteiros está disposto na BNCC conforme quadro abaixo.

Quadro 1 – Ensino de números Inteiros na BNCC

UNIDADE TEMÁTICA	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADE
Números	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações	Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Fonte: BNCC 2017.



Dessa forma, na concepção destes pesquisadores, o currículo deve conduzir o professor a atingir os objetivos da aprendizagem. Esses objetivos devem ter como foco obrigatório as aprendizagens essenciais estabelecidas na BNCC, as quais estão descritas na forma de habilidades, a fim de que o aprendiz possa ter uma formação integral em sua caminhada pelas etapas da educação básica.

3- PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa foi desenvolvida na escola Pública Estadual “Esperança e Fé” localizada no município de Belém do Pará no bairro do Tapanã. Para isso foi aplicado um questionário aos aprendizes do 8º ano do ensino fundamental, pois, segundo BNCC (BRASIL, 2017), estes conhecimentos são aprendidos no 7º ano. O questionário possuía 18 perguntas, a partir dos seguintes eixos: eixo 1 - dados pessoais, escolares e familiares; eixo 2 - metodologias de ensino dos professores; eixo 3 - formas de avaliação; eixo 4 – Quadro de dificuldades referente à aprendizagem de 16 conteúdos de números Inteiros ensinados no 7º ano do ensino fundamental, são eles: idéia de números Inteiros positivos e negativos; representação dos números Inteiros positivos e negativos na reta; módulo de um número Inteiro; idéia de números Inteiros simétricos; comparação de números Inteiros positivos e negativos; adição de números Inteiros com o mesmo sinal; adição de números Inteiros com sinais diferentes; adição de simétricos; subtração de números Inteiros com o mesmo sinal; subtração de números Inteiros com sinais diferentes; subtração de números Inteiros simétricos; multiplicação de dois números Inteiros com sinais diferentes; multiplicação de dois números Inteiros com sinais iguais; divisão de dois números Inteiros com sinais diferentes; divisão de dois números Inteiros com sinais iguais; potenciação com base de número Inteiro e expoente com número Natural. E por fim, um teste com 10 questões confeccionadas de acordo com que preconiza a BNCC em relação às habilidades relacionadas ao objeto de conhecimento números Inteiros.

A fim de avaliar as habilidades desenvolvidas pelos alunos na aprendizagem de números Inteiros, foi construído o quadro abaixo, que destaca as habilidades exigidas para a resolução de cada questão, tendo como referência as habilidades exigidas na BNCC (quadro 1).



Quadro 2 – Habilidades exigidas para a resolução das questões

Questão	Habilidades	
1 ^a	Item (a) e item (b)	H1- Utilizar corretamente os algoritmos para adição de números Inteiros com sinais iguais
	Item (c) e item (d)	H2- Utilizar corretamente os algoritmos para adição de números Inteiros com sinais diferentes
2 ^a	Item (a) e item (b)	H3- Utilizar os algoritmos para a multiplicação entre dois números Inteiros de sinais iguais
	Item (c) e item (d)	H4- Utilizar os algoritmos para a multiplicação entre dois números Inteiros de diferentes
	Item (e) e item (f)	H5- Utilizar os algoritmos para a multiplicação de números inteiros por zero
3 ^a	Item (a) e item (b)	H6- Utilizar os algoritmos para a divisão entre dois números Inteiros de sinais iguais
	Item (c) e item (d)	H7- Utilizar os algoritmos para a divisão entre dois números Inteiros de sinais diferentes
4 ^a	Item (a) e item (c)	H8- Utilizar os algoritmos para a operação de Potenciação com base de número Inteiro positivo e expoente de número Natural
	Item (b) e Item (d)	H9- Utilizar os algoritmos para a operação de Potenciação com base de número Inteiro negativo e expoente de número Natural
	Item (e) e item (f)	H10- Utilizar os algoritmos para a operação de Potenciação com base de número Inteiro e expoente zero
5 ^a		H11- Associar os números Inteiros em situações de movimentação bancária que envolvam adição e subtração.
6 ^a		H12- Resolver problemas que envolvam operações de adição e subtração de números inteiros incluindo a associação a pontos da reta numérica.
7 ^a		H13- Associar os números Inteiros em situações de movimentação bancária que envolvam adição e subtração.
8 ^a		H14- Resolver problemas que envolvam operações de adição e subtração de números inteiros relacionadas a espaço e tempo.
9 ^a		H15- Associar as operações de soma e subtração de números Inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico.
10 ^a		H16- Resolver problemas que envolvam operações de multiplicação e divisão de números inteiros.

Fonte: Autor 2018



Os aprendizes foram informados que a pesquisa era apenas para estudo e, consequentemente, a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da disciplina Matemática na educação básica, e para registrar o consentimento, gestores, pais ou responsáveis pelos discentes, assinaram um termo de consentimento que, além de orientá-los sobre como a mesma seria desenvolvida, assegura o sigilo dos participantes. Para a tabulação dos dados obtidos, utilizou-se uma das ferramentas do Google Docs - Google Formulário - em conjunto com o programa Microsoft Excel.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise estatística constatou que 41% dos alunos eram do sexo masculino e 59% do sexo feminino. Observou-se que 92% dos alunos possuíam idade de entre 12 e 14 anos e apenas 8% com idades acima do limite estabelecido para cursar o ensino fundamental definido pela resolução nº 3/2005 do Conselho Nacional de Educação (BRASIL, 2005). Quando questionados sobre a reprovação em disciplinas, 74% dos aprendizes disseram nunca terem ficado em dependência, e o que mais chamou atenção foi a porcentagem de 14% ter ficado em Ciências e apenas 1% em Matemática, o restante afirmaram ter ficado em outras disciplinas como História, Estudos Amazônicos e Língua Portuguesa. Em relação à afinidade com a disciplina, 84% disseram gostar um pouco de Matemática, 9% disseram adorar a disciplina, e o restante afirmaram que detestam ou suportam a Matemática. É importante ressaltar que 45% dos alunos responderam que não recebem ajuda de nenhum familiar para estudar Matemática, seguido da porcentagem de 25% ter ajuda de algum colega de classe, o quantitativo restante afirmou ter a ajuda de algum familiar.

Quando foi perguntado de que forma os números Inteiros eram ensinados em sala de aula, 71% dos aprendizes responderam que os professores iniciavam pela definição seguida de exemplos e exercícios, o que vai de encontro com o que preconiza os PCN, os quais sugerem que “Em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática.” (BRASIL, 1998, p. 39-40). Quando foi questionado como o conteúdo de números



Inteiros era praticado, 91% dos aprendizes disseram que o professor utiliza lista de exercícios para serem resolvidos. Assim, na concepção destes pesquisadores, a lista de exercícios é um recurso importante para praticar os conteúdos da Matemática, porém os jogos possibilitam um aprendizado mais prazeroso aos alunos conforme relata Salgado (2011) quando afirma que o jogo é um recurso excelente ao aprendizado dos números Inteiros, principalmente, para a prática e fixação das regras das operações com esses números.

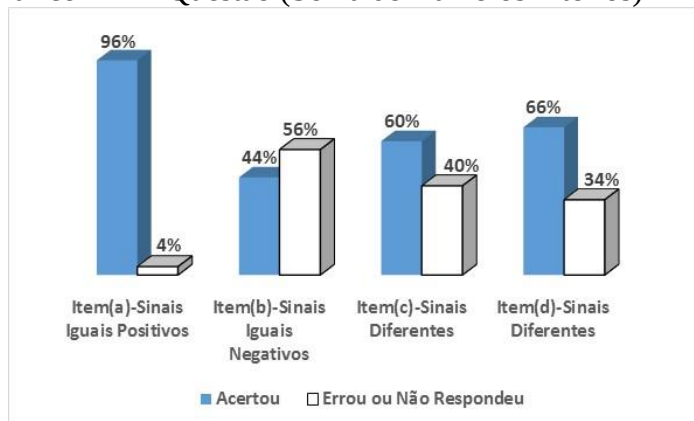
Em relação à avaliação de aprendizagem foi constatado que 56% dos entrevistados afirmaram que o professor utilizou provas, testes e simulados como método de avaliação, ou seja, o docente priorizou mais a avaliação quantitativa que a qualitativa, sobre isso Libaneo (1990, p. 199) afirma que “o entendimento correto da avaliação consiste em considerar a relação mútua entre os aspectos quantitativos e os qualitativos”.

Ao serem questionados se já tinham estudado os conteúdos dispostos no quadro de dificuldades, constatou-se que uma média de 71,25% dos alunos já tinham visto os referidos conteúdos. Foi possível também constatar que, em média, 11,02% dos aprendizes acham os conteúdos muito fáceis, 39,69% fáceis, 17,81% difíceis e apenas 2,73% acham os conteúdos analisados muito difíceis. Foi também evidenciado que, em média, 23,75%, responderam que os conteúdos mais difíceis para eles são: subtração de números Inteiros com sinais diferentes; subtração de números Inteiros simétricos; multiplicação de dois números Inteiros com sinais diferentes; multiplicação de dois números Inteiros com sinais iguais; divisão de dois números Inteiros com sinais diferentes; divisão de dois números Inteiros com sinais iguais e potenciação com base de número Inteiro e expoente com número Natural.

Após a correção dos testes foram obtidos os resultados que estão organizados nos gráficos abaixo:



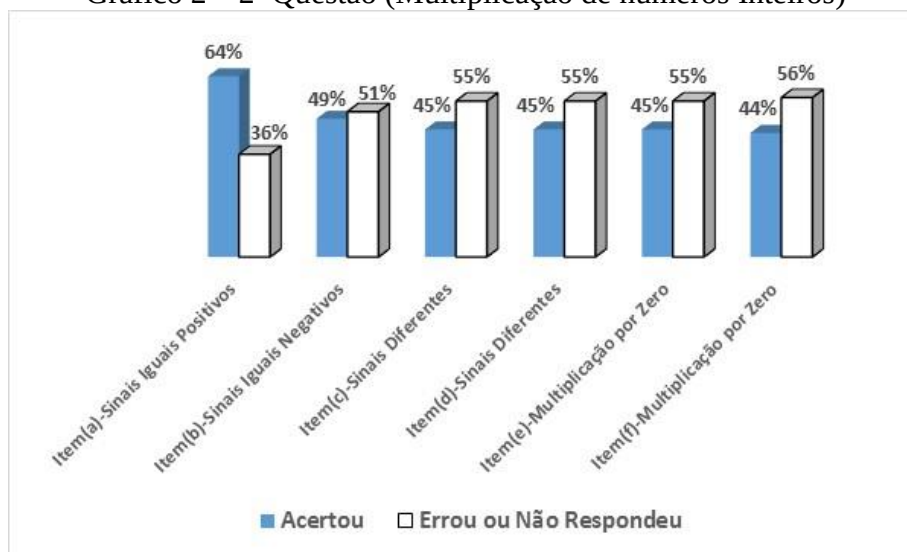
Gráfico 1 – 1ª Questão (Soma de Números Inteiros)



Fonte: Pesquisa de campo 2018

No gráfico 1 a maior porcentagem de alunos que erraram ou não responderam ocorreu no item (b) referente à habilidade H1, mais especificamente quando ambos os números são negativos (56%), levando estes pesquisadores a crerem na existência de um obstáculo relacionado à manipulação de números Inteiros negativos, obstáculos estes que podem ser classificados como epistemológicos, pois “[...] durante muito tempo estes números foram evitados por aqueles que se dedicavam ao estudo de matemática, referindo-se a eles como números absurdos ou fictícios.” (SALGADO, 2011, p.33)

Gráfico 2 – 2ª Questão (Multiplicação de números Inteiros)

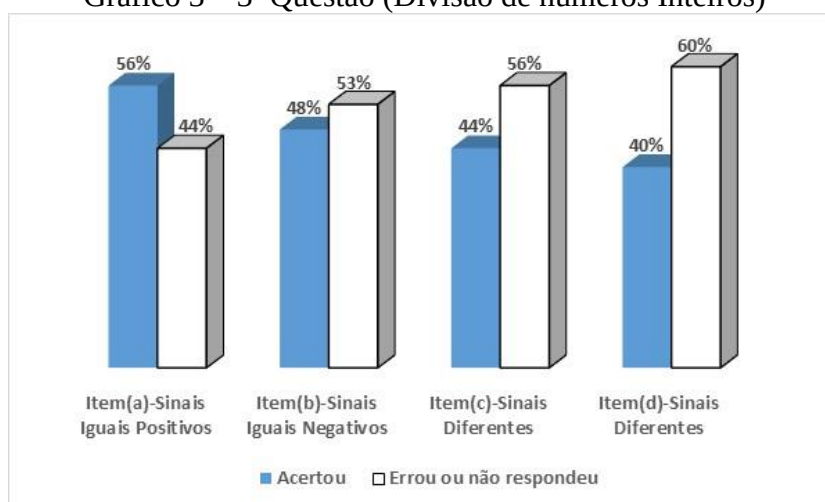


Fonte: Pesquisa de campo 2018



No gráfico 2 foi fácil perceber que a maior porcentagem de alunos que erraram ou não responderam ocorreu nos itens (b), (c), (d), (e) e (f), estes itens estão relacionados às habilidades H3, H4 E H5, ou seja, além do obstáculo referente à manipulação de números negativos foi detectado que estes aprendizes possuem obstáculos na multiplicação de um número Inteiro por zero, sobre isso é possível concordar com Almouloud (2007, p.140) ao afirmar que “ a associação de zero com o “nada” desloca esse obstáculo epistemológico para um aspecto psicológico e é causa de numerosos erros.”

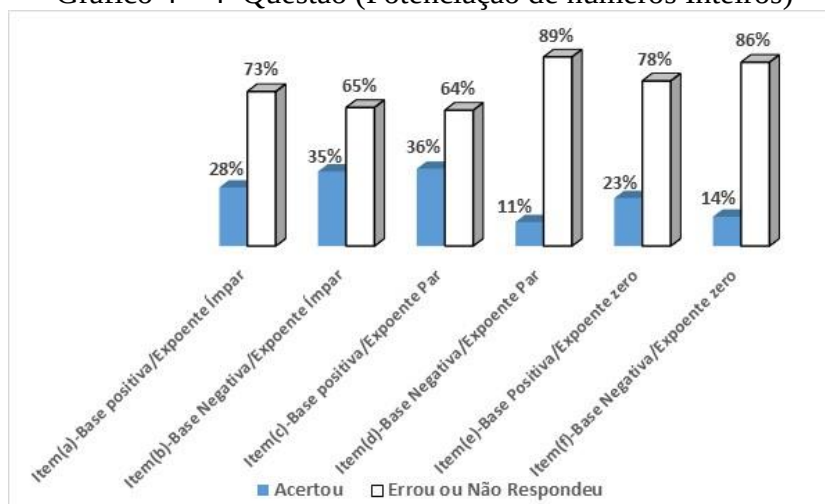
Gráfico 3 – 3ª Questão (Divisão de números Inteiros)



Fonte: Pesquisa de campo 2018

No gráfico 3, novamente, percebeu-se que a maior parte dos aprendizes errou ou não respondeu os itens relacionados à manipulação de números Inteiros Negativos, mas agora, no campo da operação de divisão, habilidades H6 e H7, ficando claro que a dificuldade em trabalhar com estes números persiste, independentemente da operação matemática realizada.

Gráfico 4 – 4ª Questão (Potenciação de números Inteiros)



Fonte: Pesquisa de campo 2018

O gráfico 4 revela dados mais preocupantes, o alto índice de alunos que erraram ou não responderam os itens relacionados à operação de potenciação de números Inteiros; habilidades H8, H9 e H10. Desse total a maior porcentagem de erros ocorreram nos itens (d) e (f), respectivamente, 89% e 86%, os quais estão relacionados com a operação de potenciação de base negativa e expoente par, e base negativa com expoente zero. Um dos erros mais comuns detectados, em relação ao item d, estavam relacionados às regras de sinais em que o aprendiz utilizava a definição de potência corretamente, contudo errava o sinal, fato também constatado por Paias (2009) ao realizar um estudo e um diagnóstico a respeito da operação potenciação com alunos da 8ª série do Ensino Fundamental e 1ª Série do Ensino Médio de uma escola pública da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo, afirmando que

[...] quando não existe o sinal negativo envolvido, verificamos que acontece um acerto maior por parte do aluno. [...] Outro aspecto que registramos nesse momento foi o cálculo de potência com uso de parênteses. Percebemos que o aluno ao longo das respostas confunde-se bastante com esses sinais. (PAIAS, 2009, p. 133)

Em relação ao item (f), $(-2)^0$, o erro mais comum encontrado foi o resultado 2 ou 0. Estes erros também foram detectados por Caraça (2003) apud Paias (2009), o qual considera que o zero provoca perturbações de duas naturezas aos aprendizes. A primeira, relaciona-se a impossibilidade da divisão de um número por zero. No segundo caso está o produto de um



número por zero ou um número elevado a zero. Para o autor não há significado para o aprendiz a soma de zero parcelas, ou, no caso da potência, não há produtos com nenhum fator.

Gráfico 5 – 5ª a 10ª Questão



Fonte: Pesquisa de campo 2018

O gráfico 5 descreve os dados de resolução da 5ª a 10ª questão. Estas questões foram construídas com a preocupação de verificar se os aprendizes conseguem associar os números Inteiros e suas operações a diversos contextos, principalmente aqueles que retratam situações que são vivenciadas em determinados momentos da vida. Foi possível perceber que a porcentagem média de alunos que erraram ou não responderam esse grupo de questões foi de 60%, média que só ficou abaixo da registrada na 4ª questão (76%) que tratou da operação de potenciação de números Inteiros. Esse alto índice ficou mais evidente na 6ª (78%), 7ª e 10ª (ambas com 79%) questões, as quais exigiram as habilidades H12, H13 e H16, respectivamente. Uma explicação razoável para a alta porcentagem de alunos que erraram ou não responderam esse grupo final de questões pode estar relacionado à maneira de como o professor conduziu o processo de ensino e aprendizagem dos números Inteiros, de forma que as situações, os exemplos, as atividades e outras ferramentas utilizadas para a assimilação do conteúdo estarem dissociadas do contexto social dos aprendizes, ou seja, esses alunos não estavam familiarizados com tais associações, impossibilitando que eles dessem sentido e significado as sentenças, regras e símbolos matemáticos.



Neste sentido, Moysés (2012) afirma que para se dar um ensino de qualidade nas escolas de ensino fundamental é preciso:

1º) contextualizar o ensino da matemática, fazendo com que o aluno perceba o significado de cada operação mental que faz; 2º) levar o aluno a relacionar significados particulares com o sentido geral da situação envolvida; 3º) que nesse processo, se avance para a compreensão dos algoritmos envolvidos; 4º) propiciar meios para que o aluno perceba, na prática, possibilidades de aplicação desse algoritmos. (Moysés, 2012, p. 73)

Assim, o professor deve entender que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática deve focar contextualizações que utilizem situações práticas da vida daquele aprendiz, pois, “[...] é na interação social e por intermédio do uso de signos que se dá o desenvolvimento das funções psíquicas superiores.” (MOYSÉS, 2012, p. 27)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa buscou-se investigar quais as principais dificuldades apresentadas pelos alunos no processo de aprendizagem dos números Inteiros. Para isso aplicamos um questionário aos aprendizes de duas turmas do 8º ano de uma escola pública estadual do município de Belém do Pará. Foi possível detectar que 8% dos aprendizes estavam com idades acima do limite estabelecido para cursar o ensino fundamental definido pela resolução nº 3/2005 do Conselho Nacional de Educação.

Em relação ao quadro de dificuldades, em média, 39,69% dos aprendizes acham fáceis os conteúdos analisados referente aos números Inteiros, porém, a média de 23,75%, responderam que os conteúdos mais difíceis são: subtração de números Inteiros com sinais diferentes; subtração de números Inteiros simétricos; multiplicação de dois números Inteiros com sinais diferentes; multiplicação de dois números Inteiros com sinais iguais; divisão de dois números Inteiros com sinais diferentes; divisão de dois números Inteiros com sinais iguais e potenciação com base de número Inteiro e expoente com número Natural.

Após a correção dos testes propostos foi possível perceber que as principais dificuldades apresentadas pelos alunos no processo de ensino e aprendizagem dos números



Inteiros estão relacionadas à manipulação dos números negativos, quando estes estão inseridos nas operações de adição, multiplicação, divisão e potenciação.

É importante também ressaltar que as dificuldades que causaram o maior índice de alunos que erraram ou não responderam estão relacionadas com a 4ª questão, a qual trata da operação de potenciação (média de 76%), e com as seis últimas questões do teste (média de 60%), as quais associam os números Inteiros e suas operações a diversos contextos, principalmente aqueles que retratam situações que são vivenciadas em determinados momentos da vida destes aprendizes.

Diante exposto, conclui-se que os docentes que tiverem pela frente o desafio de conduzir o processo de ensino e aprendizagem dos números Inteiros no ensino fundamental devem utilizar metodologias que possibilitem que os alunos possam dar sentido e significado a estes números, principalmente quando os números negativos forem inseridos nas operações matemáticas mais elementares. Ao confeccionar estas metodologias, o docente deve sempre ter a resolução de problemas como ponto de partida de toda a atividade matemática, pois o conhecimento matemático ganha significado quando os aprendizes têm situações desafiadoras para solucionar, estes desafios se transformam em “combustível” para impulsionar a aprendizagem.

6- REFERENCIA

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental, Matemática**. Brasília, 1998.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular – versão final. MEC**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase>> Acesso em: 08 jun. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação Câmara de Educação Básica. **Resolução nº 3, de 03 de agosto de 2005**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rceb003_05.pdf>. Acesso em: 03 jul. 2018.



BROUSSEAU, G. **Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. Recherches en didactique des Mathématiques.** Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 4.2, p.164-198, 1983.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. O Cenário do Ensino de Matemática e o Debate Sobre o Currículo de Matemática. **Revista Práxis Educacional**, v. 8, n. 13, jul/dez 2012. Disponível em: <<http://periodicos.uesb.br/index.php/praxis/article/viewFile/1590/1462>>. Acesso em: 28 jun 2018.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática.** São Paulo: Cortez, 1990

MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática.** 11^a ed. Campinas, SP: Papirus, 2012. (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico)

OLIVEIRA, Joselba Liliane de et al. **Os conceitos de erro, obstáculo e contrato didático segundo Guy Brousseau.** In: 1º Encontro Nacional PIBID-Matemática. 2012. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/PO/PO_Oliveira_Joselba.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2018.

PAIAS, Ana Maria. **Diagnóstico dos erros sobre a Operação Potenciação aplicado a alunos dos Ensinos Fundamental e Médio.** 2009. 218 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2009.

SCHUBRING, G. Desenvolvimento histórico do conceito e do processo de aprendizagem, a partir de recentes concepções matemático-didáticas (erro, obstáculos, transposição). Zetetiké. **Revista do Círculo de Estudo**, Memória e Pesquisa em Educação Matemática. vol. 6, nº 10. Campinas/SP, jul/dez, 1998. Disponível: <http://scholar.google.com.br/>. Acesso em: 22 jun. 2018.

SALGADO, R. C. da S. **O ensino de números inteiros por meio de atividades com calculadora e jogos.** 2011. 272 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2011.



DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM INEQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU

Mauricio Neves Branco

Universidade do Estado do Pará

prof.branco@hotmail.com

Fábio Carlos Oliveira Lourenço

Universidade do Estado do Pará

proffabmat@hotmail.com

Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará

2011malu.melo@gmail.com

RESUMO

Considerando o ensino distante da realidade e as defasagens no aprendizado envolvidas com o campo conceitual de inequações do segundo grau, este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa de campo que teve como objetivo confrontar esses fatores com os dados obtidos. As informações foram adquiridos por meio de questionário e teste de verificação de aprendizagem de 100 estudantes do 2^a ano do ensino médio de uma escola da rede estadual de ensino no município de Ananindeua no Pará. Os resultados, após analisados, indicavam que o ensino de inequações do segundo grau é insatisfatório e revelam que se precisa verificar a bagagem cognitiva dos alunos e aproximar o conteúdo ensinado à realidade que a escola e eles estão inseridos.

Palavras-Chaves: Inequações do segundo grau. Defasagens. Campo conceitual. Pesquisa de campo.

ABSTRACT

Considering the distant education of the reality and the imbalances in the learning involved with the conceptual field of inequações of as the degree, this article presents the results of a field research that had as objective to collate these factors with the gotten data. The information had been acquired by means of questionnaire and test of verification of learning of 100 students of 2^a year of the average education of a school of the state net of education in the city of Ananindeua in Pará. The results, after



analyzed, indicated that the education of inequações of as the degree is unsatisfactory and discloses that is needed to verify the cognitiva luggage of the pupils and to approach the content taught to the reality that the school and they are inserted.

Key Words: inequações of as the degree; imbalances; conceptual field; field research.

Introdução

Quando se pensa em currículo, pensa-se em tudo aquilo que é necessário o aluno adquirir em sua vida escolar. O mundo está cada vez mais globalizado e o processo escolar – e todos que dele fazem parte – precisam estar em harmonia com a realidade da sociedade. Parafraseando Heerdt (2003 apud SANTOS, 2008, p.7): o desafio das escolas de hoje é estar ciente das transformações e contemplá-las no processo educacional. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um exemplo de um produto oriundo de reflexões acerca do currículo. É um documento onde todos os envolvidos no processo educacional devem tomar como referência para elaborar o currículo para este contemplar as principais aprendizagens e tornar o processo de ensino-aprendizagem igualitário objetivando o completo desenvolvimento do ser humano.

Quando, enfim, define-se o currículo, outro impasse a se superar é a avaliação. E quando se fala em avaliação, não se deve remeter apenas a ideia de avaliação escrita, ou seja, atribuição de notas ou conceitos que julguem o aprendizado dos alunos com a finalidade de lhe aprovar ou reprovar, e sim, a verificação real do processo como um todo: o que o aluno de fato aprendeu e como aprendeu? O professor optou por um bom instrumento de avaliação e soube utilizá-lo de forma correta? Portanto, não se deve desvincular avaliação de currículo.

Sabendo que a aprendizagem dos alunos é um dos objetivos da escola são muitas conjecturas que surgem para apontar o não aprendizado destes alunos. Uma delas, é a interação professor-aluno. Diversos estudos mostram que essa interação é fundamental e indicam que a medida que o aluno se torna ativo é iminente o sucesso no processo. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's, 1997), existem diversos recursos para se ensinar matemática como atividades lúdicas, história da matemática e ferramentas tecnológicas



permitindo criar ambientes que fazem surgir novas formas de pensar e agir. Ainda assim, o professor desempenha uma função fundamental: é o mediador que conecta o ensino, o currículo e a aprendizagem. Outra conjectura é a falta de interesse do aluno que muitas vezes se dá pela distância do conteúdo de sua realidade. Nesse sentido, pergunta-se: Quais os fatores que podem levar o déficit na aprendizagem dos alunos? A partir desses pontos de vista, a elaboração deste artigo tem como finalidade apontar alguns fatores que dificultam a aprendizagem de *Inequações do segundo grau*. No entanto, este trabalho não proporciona uma forma alternativa de ensino, mesmo que discuta algumas das hipóteses que dificultem o processo de ensino-aprendizagem.

A resolução de inequações do segundo grau com uma variável não aparece de maneira explícita na BNCC do ensino médio – etapa de ensino onde deve ser dado esse conteúdo. Todavia, o ensino de inequações, especificamente às do segundo grau com uma variável exigem habilidades e competências que a BNCC aponta como necessárias a formação do aluno. Este aluno deve ter o domínio da aritmética e álgebra para saber resolver inequações do tipo $ax^2 + bx + c > 0$ ou $ax^2 + bx + c < 0$. Deste modo, é habitual o professor se esbarrar com situações no qual os alunos não estão familiarizados com a linguagem matemática das inequações, não conseguem visualizar a possível solução e sua representação geométrica. Baseado nisso, espera-se dos leitores deste artigo que possam se atentar mais ao ensino desse conteúdo matemático.

Desta maneira, esse artigo se fundamenta em trabalhos sobre aprendizagem significativa e por meio de uma pesquisa de campo com uma amostra de 100 (cem) alunos da rede pública estadual de ensino. O artigo está estruturado em 5 (cinco) seções. Na primeira seção, tem-se um breve histórico sobre currículo e avaliação. Na segunda seção narra-se a ida a campo e os instrumentos utilizados. Na terceira estará a análise dos dados coletados na pesquisa de campo, organizados em gráficos e tabelas, juntamente com os entraves que dificultam a aprendizagem. A quarta seção apresenta os resultados obtidos com a correção do teste de verificação da aprendizagem. Por fim, temos a última seção com as considerações finais.



O percurso do currículo e avaliação

Quando criança, o ser humano aprende a falar e a andar. Tudo na vida gira em torno da aprendizagem de algo. E na escola não é diferente. Pelo menos, 15 anos da vida, o ser humano passa dentro de uma sala de aula com o objetivo de aprendizagem. A lei 9394/96 que estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional traz em seus três primeiros artigos que a educação abrange os processos formativos que se desenvolvem durante a convivência humana; que a educação deve se vincular ao mundo do trabalho e à prática social. Sobretudo, ela deve ser inspirada nos princípios de liberdade de aprender e ensinar; respeito à liberdade e apreço à tolerância e ter a finalidade de pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.

E nesse sentido, o educador assume o importante compromisso de contribuir para a formação do educando. O que e como ensinar são questionamentos frequentes, e alguns dos mais relevantes, na prática docente, além de ser um grande desafio respondê-los, tendo em vista a diversidade presente em cada sala de aula. O professor deve ter prudência no momento que decidir o conteúdo, a metodologia e a avaliação que usará na sala. É nesse complexo processo que se apresenta a palavra currículo, segundo a definição de DE MELLO (2014).

Currículo é tudo aquilo que uma sociedade considera necessário que os alunos aprendam ao longo de sua escolaridade. Como quase todos os temas educacionais, as decisões sobre currículo envolvem diferentes concepções de mundo, de sociedade e, principalmente, diferentes teorias sobre o que é o conhecimento, como é produzido e distribuído, qual seu papel nos destinos humanos. (p.1)

Segundo D'AMBRÓSIO (2008, p.64 e p.68): “currículo é a estratégia para executar a ação educativa. O currículo vai refletir aquilo que se deseja, aquilo que é necessário, de acordo com o que é possível, respondendo a características locais. Atualmente se prega a participação ativa do aluno no processo do seu próprio aprendizado. Hoje, tem-se a BNCC para nortear a educação. Porém, a construção do currículo tem uma longa história que se inicia por volta de 1808 e naquela época ensinar a população não era prioridade. Só por volta de 1855, o imperador Pedro II aprova o primeiro currículo nacional que indicava as disciplinas a serem ensinadas. Este currículo salientava sobre a escrita, a leitura, conhecimentos básicos de gramática e



aritmética, além da história sagrada e educação moral. Outra mudança significativa veio ocorrer nas primeiras décadas do século XX com as Leis Orgânicas do Ensino que fixavam as disciplinas obrigatórias para o currículo de todos os níveis e modalidades da educação básica. Só a partir do ano de 1961 se aprova no Brasil a Lei de Diretrizes e Bases, LDB 4024/1961 cujo foco era o conhecimento. O Brasil, em 1964, passa pelo Regime Militar. Este período surgiu o ensino profissionalizante e a LDB 5692/1971 com a diferenciação de área de estudo e disciplina. Os anos se passavam e revoluções pelo mundo aconteciam; O Brasil, a partir dos anos 80, passava por um novo contexto histórico com revolução tecnológica e a expansão do ensino básico. Desta maneira, as exigências sociais se concentravam no o que e como se ensinar e no como avaliar.

A partir da Constituição de 1988, o Brasil inicia o debate de uma nova LDB que, após 8 anos, emerge a LDB 9394/1996 com mudanças significativas e sintonizadas com o novo contexto social do País e do Mundo. Atualmente, tem-se os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) de 1997, a BNCC, as diretrizes Curriculares Nacionais Gerais e os sistemas avaliativos de larga escala como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

Os PCN's traçam de forma detalhada os conteúdos matemáticos a serem trabalhados juntamente com os objetivos a serem alcançados nos anos de estudo do ensino básico. A BNCC norteia o trabalho do professor explicitando as habilidades e competências. Esses documentos quando sincronizados se tornam excelentes aliados para uma efetiva aprendizagem e um ensino mais atrativo. Segundo os PCN's, a matemática do ensino médio ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo. Ela contribui proporcionando aos alunos a capacidade de resolver problemas com confiança, o desenvolvimento da criatividade e espírito crítico.

Semelhante ao processo de aprendizado, temos a avaliação. Desde o nascimento, somos submetidos a diversas espécies de avaliação além de que faz parte do ser humano a capacidade de avaliar tudo ao seu redor. E no âmbito escolar esta avaliação se torna mais evidente. O termo avaliação (avaliar) é motivo de aflição nas salas de aula. Alguns professores ainda utilizam desse instrumento para amedrontar e acabam abandonando os verdadeiros objetivos de se avaliar. Não se pode restringir avaliação à uma prova escrita. Modelos de



avaliação tradicional induzem os alunos a se adaptarem ao que deseja os professores, isto é, influências externas modelam as respostas dos alunos não permitindo espaço para autonomia dos mesmos. Esse modelo de avaliação, baseado em provas e pontuação, revela um crescente índice de reprovação, repetência e de evasão. O processo avaliativo deve ser intrínseco ao processo de ensino-aprendizagem, pois é um elemento que permite reflexões da prática pedagógica e do desenvolvimento do educando, e não, apenas atribuir notas (valores numéricos) com finalidades apenas de promoção serial. O educador que realiza de forma adequada, conciente e planejada o processo de avaliar tem maiores chances de aperfeiçoar sua prática docente e atingir os objetivos traçados em seu planejamento com métodos e técnicas que possibilitem a efetiva aprendizagem dos seus alunos.

Segundo GATTI (2013) a preocupação com processos avaliativos escolares ganha evidência a partir de 1960. Todavia, esses processos eram limitados à seleção para ingresso no nível superior tendo em vista o maior número de alunos que concluíam o ensino básico e almejavam uma vaga no nível universitário. Mas, de fato, é a partir da metade da década de 90, que ocorre a valorização do processo avaliativo e este torna-se parte de políticas educacionais. LIBÂNEO (1994, p. 24 apud ZANELATTO, 2008, p.15) conceitua:

Avaliação escolar é um componente do processo de ensino que visa, através verificação e qualificação dos resultados obtidos, determinar a correspondência destes com os objetivos propostos e daí orientar a tomada de decisões em relações atividades didáticas seguintes.

Dessa forma é fundamental enxergar a avaliação como um exercício de constante diálogo e interação, que busque a participação ativa dos alunos de forma dinâmica e emancipatória. Daí a importância de um sistema de avaliação em larga escala, como é o caso do SAEB.

O SAEB, instituído em 1990, é composto por um conjunto de avaliações externas em larga escala e tem como principal objetivo realizar um diagnóstico da educação básica brasileira e de alguns fatores que possam interferir no desempenho do estudante, fornecendo um indicativo sobre a qualidade do ensino ofertado. O levantamento produz informações que



subsidiar a formulação, reformulação e o monitoramento das políticas públicas (...), visando a contribuir para a melhoria da qualidade, equidade e eficiência do ensino. (MEC, 2015).

Muitas vezes, nos deparamos com situações-problemas cujas soluções não são únicas ou exatas, como por exemplo determinar o nível de produção mais, economicamente, vantajoso de uma indústria. E é nesse sentido que reforça a ideia de se ensinar inequações do segundo grau e suas aplicações. Quando se ensina este objeto matemático, espera-se dos alunos a compreensão do conceito e dos procedimentos que permita a eles aplicarem tais conhecimentos em situações diversas e até mesmo em outras áreas, utilizando as informações adquiridas nas atividades do cotidiano. Sobretudo, utilizar com confiança para modelar situações reais e utilizar o algoritmo na busca pela solução do problema modelado. A BNCC, felizmente, sugere aos professores um leque de ferramentas que podem e devem ser utilizadas como auxílio no ensino de matemática, em particular, no ensino das inequações do segundo grau. Por exemplo, pode-se apontar ferramentas tecnológicas, como planilhas eletrônicas, softwares e aplicativos celulares.

A pesquisa de campo

Inicialmente visitei duas escolas públicas localizadas uma em Belém e outra em Ananindeua. Contudo, percebi certa rejeição e desagrado, dos membros da escola, pela proposta de pesquisa que iria realizar. Nessas condições, optei em visitar outra escola da rede pública estadual – localizada no centro de Ananindeua no Pará. Fui bem recebido pela diretora e coordenadora da instituição, da mesma forma que fui recepcionado pelos alunos. A primeira visita foi para prestar esclarecimentos sobre a pesquisa e agendamento das datas e horários para a realização da mesma, onde a coordenadora e os alunos assinaram termos de consentimento. O estudo de campo realizado teve como principal objetivo realizar um diagnóstico das dificuldades de aprendizagens em inequações do segundo grau e esse estudo busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da matemática.

A pesquisa foi realizada no primeiro semestre de 2018. Contei com a colaboração de 100 (cem) alunos cursando o 2^a ano do ensino médio, matriculados no turno matutino,



distribuídos em 4 (quatro) turmas. Após a devida tabulação dos dados coletados em campo, verificou-se que os alunos, com maioria do sexo feminino, que contribuíram para a pesquisa tinham entre 14 a 18 anos, sendo 45% deles com 16 anos de idade. A escolha da amostra foi importante para a pesquisa pois inequações do segundo grau, de modo geral, é um assunto dado no primeiro ano do ensino médio, logo optei pela série em razão dos estudantes já terem tido contato com o assunto investigado. E mesmo nessas condições, quando foi questionado como se iniciavam as aulas de inequações do segundo grau, o aluno A-58²⁵ apontou:

Figura 1 – Questão nº 15, questionário do A-58

15- Quando você estudou INEQUAÇÕES DO 2º GRAU, a maioria das aulas iniciavam com:

☒ a definição seguida de exemplos e exercícios; *☑ não estudei isso*

☐ a história do assunto para depois explorar os conceitos;

☐ uma situação problema para depois introduzir o assunto;

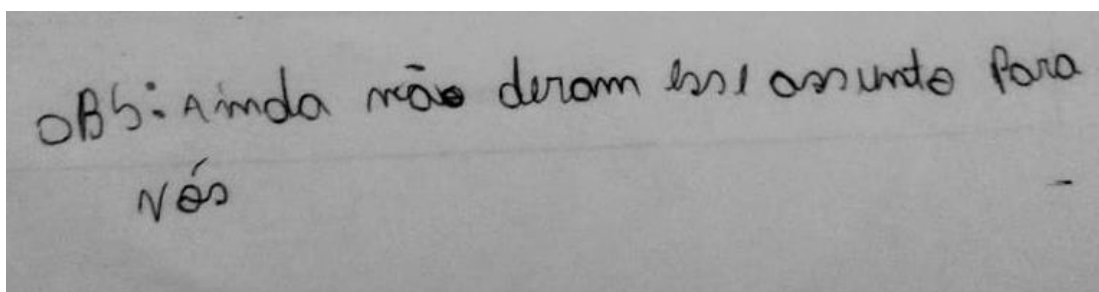
☐ um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;

☐ jogos para depois sistematizar os conceitos.

Fonte: Autor 2018

Isso revela uma preocupação porque, de fato, o aluno não estudou isso ou não lembra. E de qualquer forma, o estudante já apresenta essa lacuna em sua bagagem de aprendizagem, o que pode impossibilitar a aquisição de um novo conceito futuramente. O aluno A-98 reforça:

Figura 2 – resposta do A-98



Fonte: Autor 2018

²⁵ Os 100 questionários foram numerados e A-58 significa: 58º aluno.



A pesquisa foi composta por um questionário sócio-econômico constituído de 18 perguntas envolvendo dados pessoais e escolares, metodologias de ensino do docente e suas formas de avaliação. Ainda neste questionário, foi anexado um quadro, titulado quadro de dificuldades, composto por assuntos/objetos matemáticos que julguei estarem relacionados ao tema investigado. Nesse quadro, o estudante teria de apontar se recorda ter estudado determinado tópico e em caso afirmativo, dizer o grau de dificuldade (Muito fácil, fácil, difícil ou muito difícil) que teve para aprender.

E por último, não menos importante que os demais, a pesquisa de campo contou com um teste de verificação de aprendizagem. Elaborei 11 (onze) perguntas considerando o objetivo da pesquisa, o currículo de matemática do ensino médio, as habilidades e competências que traz a BNCC, a matriz de referências do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o quadro de dificuldades. As questões foram pensadas a partir da reflexão do que eu gostaria de avaliar com esse aprendizado. Por exemplo, ao elaborar a primeira questão do teste, pensei nas competências e habilidades da BNCC onde diz que o aluno deve ter autonomia e saber reconhecer o objeto matemático estudado. Analogamente, em outras questões podemos verificar competências e habilidades que são exigidas na matriz do ENEM, como o saber modelar e resolver problemas que envolvam variáveis socioeconômicas, usando representações algébricas, bem como ter habilidades de identificar, resolver e interpretar situações cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

Os entraves na aprendizagem

O ensino apenas mecânico e repetitivo de algoritmos, muitas vezes, fadiga os alunos e com isso acaba aumentando o número de seguidores que tem aversão a matemática. Estudos são realizados para explicar outros porquês desse sentimento de repulsa pela matemática e muitos educadores produzem novas metodologias para tentar melhorar esse quadro que se instaurou nas escolas brasileiras. Várias hipóteses são levantadas com a finalidade de buscar soluções eficientes para minimizar esse problema. O estudo de campo realizado reforça as teorias que foram utilizadas para embasar este trabalho.



Uma das hipóteses que se conjectura é o fato dos conteúdos matemáticos estarem sendo ensinados de forma isolada e independente. Para se aprender matemática é necessário um campo conceitual. Segundo VERGNAUD (1982, p. 40), “campo conceitual é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição” (apud MOREIRA, 2002, p.8). Nessas condições, um importante assunto para o currículo de matemática como a inequação do segundo grau não pode ser ensinado como conceito isolado e independente, pois há uma série de conhecimentos prévios necessários para o processo de ensino-aprendizagem desse objeto matemático. Desta forma, concordo com AUSUBEL (1980) quando afirma que o conhecimento prévio é o principal fator que influencia a aquisição de novos conhecimentos e a aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio (apud MOREIRA, 2002). É nessa interação que o novo conhecimento adquire significados e o conhecimento prévio se modifica e/ou adquire novos significados. Por mais que os estudantes tenham sua bagagem cognitiva, o acúmulo de defasagem é grande, o que o impede à aquisição de um conhecimento novo e acaba se rotulando incapaz e inapto, e com isso a perda do interesse pela própria matemática.

O problema se agrava no ato de avaliar, pois se avalia os conhecimentos dos alunos no assunto dado, porém muitos erros na resolução pertencem ao campo conceitual, ou seja, os alunos apresentam déficit em conhecimentos prévios necessários para a aquisição de inequações do segundo grau. O aluno A-37 durante a resolução da questão nº. 08, confunde conceitos elementares de aritmética: a ideia de número inteiro. Em sua resposta ele afirma que a inequação possui 6 (seis) raízes, porém apenas 3 delas são inteiras.



Figura 3 – resolução dada pelo aluno A-37.

08- Quantas e quais são as soluções inteiras da inequação $(x^2 - 25)(x^2 - 81)(1 - x^2) > 0$?

$$x^2 - 25 > 0 \quad x^2 - 81 > 0 \quad 1 - x^2 > 0$$

$$x > \pm\sqrt{25} \quad x > \pm\sqrt{81} \quad \pm\sqrt{1} > x$$

$$\boxed{x > \pm 5} \quad \boxed{x > \pm 9} \quad \boxed{\pm 1 \neq x}$$

Existem 6 raízes mas apenas 3 são inteiros: 5, 9 e 1.

Fonte: Autor 2018

O equívoco ocorre quando o aluno A-37 acredita que números negativos não são números inteiros. E vale acrescentar que esse equívoco caminha com este aluno desde o sétimo ano do ensino fundamental onde os estudantes tem o primeiro contato com o conjunto dos números inteiros – números positivos e negativos. Desta maneira, como o aluno A-37 está cursando o 2º ano do ensino médio, ele já carrega essa defasagem em sua bagagem cognitiva a mais de 3 anos.

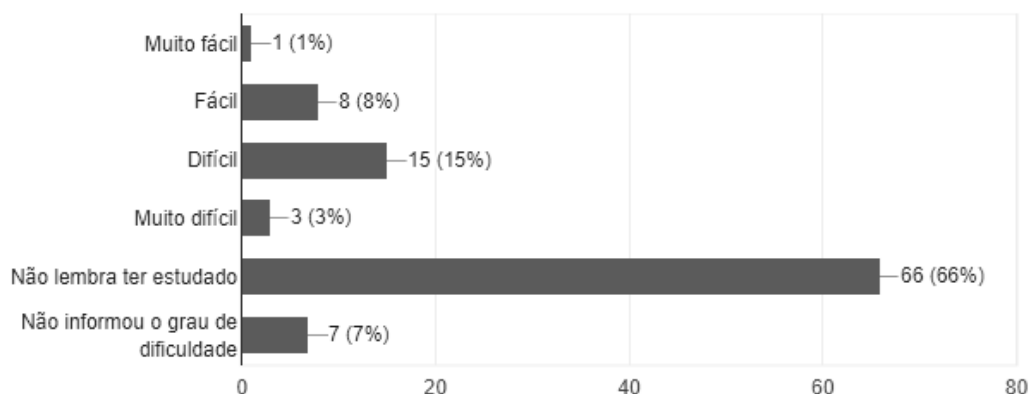
São esses tipos de pseudo interpretações que prejudicam a aprendizagem. São essas defasagens acumuladas durante a vida escolar, que acarretam dificuldades futuras no processo de ensino aprendizagem. De acordo com VERGNAUD (1990, p.83 apud MOREIRA, 2002, p.20): “o conhecimento prévio pode funcionar como obstáculo epistemológico²⁶”.

Para exemplificar, temos os tópicos INTERVALOS NUMÉRICOS e ESTUDO DE SINAL DA FUNÇÃO QUADRÁTICA que fizeram parte do quadro de dificuldades. Esses assuntos fazem parte do campo conceitual do ensino de inequações do segundo grau. O gráfico 1 apresenta os resultados do grau de dificuldade apresentado pelos alunos em relação a intervalos numéricos:

²⁶ dificuldades à aprendizagem para que ocorra de forma eficaz a aquisição do conhecimento.



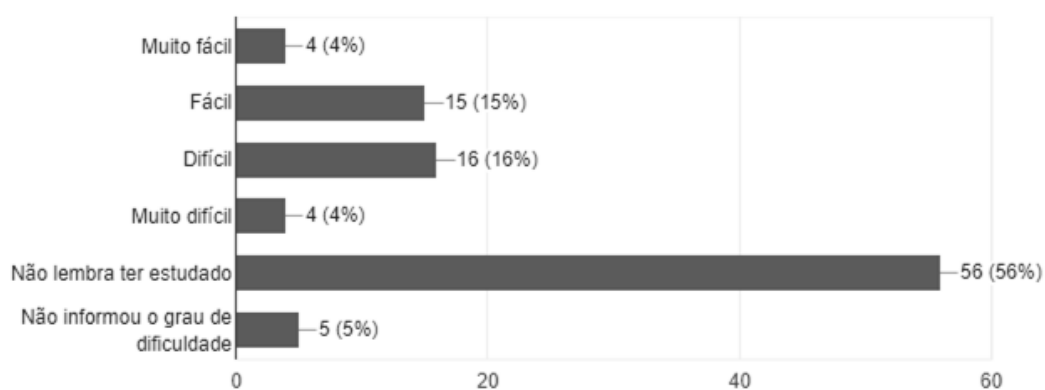
Gráfico 1 – grau de dificuldade no aprendizado de intervalos numéricos



Fonte: Autor 2018

O gráfico 2 apresenta o grau de dificuldade em relação ao estudo de sinal da função quadrática:

Gráfico 2 – grau de dificuldade no aprendizado de estudo de sinal



Fonte: Autor 2018

Observa-se com os gráficos acima que 66% dos estudantes dizem não lembrar de ter estudado Intervalos numéricos o que possibilita uma dificuldade na aprendizagem de inequações do segundo grau e da mesma forma, 56% dos estudantes afirmam não lembrar de ter visto o estudo de sinal da função quadrática. Se levar em consideração que para resolver



inequações do segundo grau é necessário saber estudar o sinal da função quadrática, perceber-se o grau de dificuldade que os alunos terão no ensino de inequações do segundo grau.

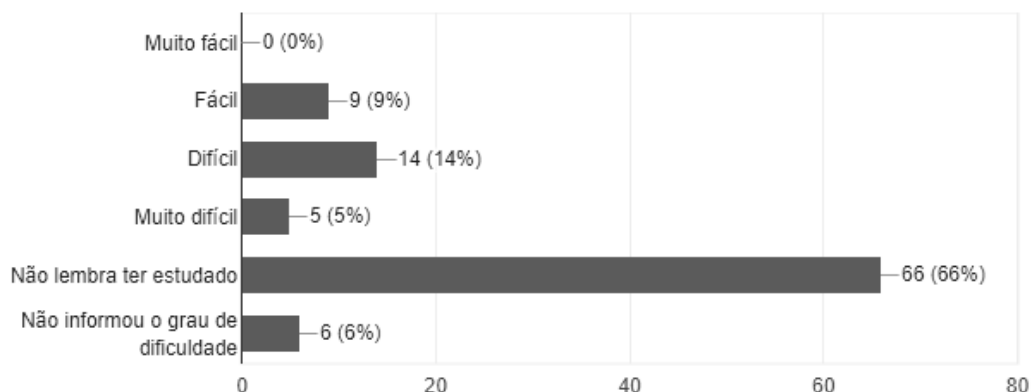
A situação se agrava quando o aluno, após uma avaliação escrita, obtém uma baixa pontuação, o que o desestimula ainda mais. Com a tabulação dos resultados da pesquisa, obteve-se que 84% dos alunos são avaliados por meio de provas escritas (testes e simulados) e 59% se sente com medo ou preocupado diante de uma avaliação em matemática. O modelo de avaliação baseado em provas escritas e notas ou conceitos agrava o quadro de aversão a matemática, produzindo um alto índice de dependência. Com o estudo de campo, verificou-se que 63% dos alunos já ficou em dependência e destes 40% em matemática.

Outra hipótese que se evidencia é a distância do ensino à realidade do aluno, isto é, o aluno não consegue perceber a importância do conteúdo e suas possíveis aplicações no dia-a-dia. Controvérsias como essa se tornam um dos grandes obstáculos a uma melhoria da educação pois faz o aluno se questionar sobre a verdadeira finalidade da educação, isto é, o porquê está em uma sala de aula. Segundo D'AMBRÓSIO (2008, p.68): “educação é uma estratégia da sociedade para facilitar que cada indivíduo atinja o seu potencial e para estimular cada indivíduo a colaborar com outros em ações comuns na busca do bem comum”.

O gráfico mostra as respostas obtidas pelos alunos quando foram questionados sobre o grau de dificuldades que eles tiveram ao aprender situações-problemas que envolviam o conceito de inequações do segundo grau:



Gráfico 3 – grau de dificuldade no aprendizado de situações-problemas



Fonte: Autor 2018

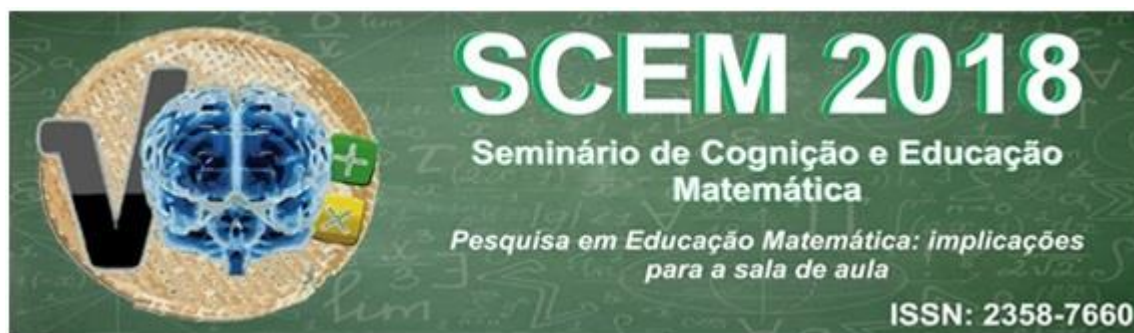
Percebe-se que 66% dos alunos dizem não lembrar. Verifica-se, ainda, que 19% dos alunos considerou situações-problemas envolvendo inequações do segundo grau difícil ou muito difícil. Com esse gráfico é evidente que o ensino de situações-problemas ainda é escasso, ou seja, os professores optam por questões diretas cuja solução se dá por meio de algoritmos.

Teste de verificação da aprendizagem

Os testes de verificação de aprendizagem foram proposto aos alunos no mesmo momento que foi aplicado o questionário socioeconômico. O objetivo do teste foi verificar o aprendizado dos alunos. Os dados obtidos foram analisados e tabulados, revelando resultados não satisfatórios:

Quadro 1 – correção do teste de verificação de aprendizagem (em %)

QUESTÃO	ACERTOU	ACERTOU PARCIALMENTE	TENTOU E ERROU	NÃO FEZ
1	1%	8%	19%	72%
2	-	-	11%	89%



3	-	-	7%	93%
4	-	-	2%	98%
5	-	-	4%	96%
6	-	-	1%	99%
7	-	2%	3%	95%
8	-	1%	-	99%
9	-	-	1%	99%
10	-	-	3%	97%
11	-	1%	1%	98%

Fonte: Autor 2018

O quadro 1, por si só, já mostra a situação alarmante que encontra-se o ensino de inequações do segundo grau, onde pode-se verificar que a maioria dos alunos não fizeram e 99% deles não acertou nenhuma das questões.

Os alunos que tentaram e erraram vale ressaltar que muitos confundiram dois assuntos diferentes em matemática: equações e inequações. O primeiro indica igualdade entre expressões algébricas e o segundo, desigualdade. O que pode-se inferir, nessa situação, é o desconhecimento dos símbolos utilizados.

Figura 4 – resolução dada pelo aluno A-28

02- Considere $x \in \mathbb{R}$, resolva a inequação $x^2 + 6x + 8 \leq 0$

$a=1$
 $b=6$
 $c=8$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
 $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8$
 $\Delta = 36 - 64$
 $\Delta = 32$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
 $x = \frac{-6 \pm \sqrt{32}}{2}$

$x' = \frac{-6 + \sqrt{32}}{2}$
 $x'' = \frac{-6 - \sqrt{32}}{2}$

$x \geq 0$

Fonte: Autor 2018



O aluno A-28 quando tentou resolver a segunda questão do teste procedeu utilizando o algoritmo que se usa comumente para resolver equações do segundo grau, isto é, utilizando a fórmula resolutiva, conhecida aqui no Brasil, como fórmula de Bháskara. Estes erros são bem comuns, muitos alunos costumam confundir conceitos. Os erros, também, precisam ser levados em consideração e observados pelos professores, pois identificando-os, pode-se inferir a defasagem do aluno e corrigi-la, acarretando melhoras no aprendizado do aluno no conteúdo que se queira ensinar e para que não se cometa iniquidade no momento de se avaliar.

Considerações Finais

Este artigo não tem como finalidade apresentar argumentos prós e contras a metodologias consideradas tradicionais. Este trabalho apresenta um diagnóstico feito com alunos sobre um importante assunto do currículo de matemática: Inequações do segundo grau, chamando a atenção para o ato de avaliar e não de métodos avaliativos. Após a análise dos resultados obtidos com a tabulação dos dados coletados em campo, nota-se que a distância do conteúdo da realidade dos alunos, a falta de uma aproximação entre professor e aluno e o acúmulo de déficit prejudicando a aquisição de novos conteúdos são fatores que influenciam na defasagem do conhecimento. Com a abordagem que foi feita nesse trabalho, pode-se inferir que o ensino de inequações do segundo grau é insatisfatório. E levando em consideração o campo conceitual, o resultado obtido com a pesquisa de campo revela o nível crítico que se encontra a aprendizagem desse conteúdo, desencadeando maiores lacunas na bagagem cognitiva dos estudantes e, conseqüentemente, a possível evasão por desmotivação no processo educativo e o aumento de seguidores com aversão a matemática.

A BNCC propõe recursos metodológicos com o objetivo de tornar o processo de ensino aprendizagem mais dinâmico e atrativo aos alunos, bem como formas alternativas de avaliação, competindo ao professor analisar e verificar as melhores opções para sua sala de aula. No entanto, sugere-se, aos professores, que façam uma verificação no campo conceitual de inequações do segundo grau e, após isso, realize um diagnóstico com seus alunos no qual pretende ensinar esse conteúdo, com o objetivo de verificar a bagagem de conhecimentos prévios que possuem e suas respectivas lacunas para corrigir eventuais defasagens que



impossibilitem a ocorrência de uma aprendizagem significativa. A partir daí, então, recomenda-se iniciar o assunto com uma situação-problema que provoque nos alunos o interesse pela solução, motivando-os. Vale salientar que cabe ao professor elaborar um problema motivador que esteja mais próximo a realidade que a escola e seus alunos estejam inseridos.

Referências Bibliográficas

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Matemática. Ensino Médio. Brasília: MEC/SEF, 2018.

BRASIL. Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei n. 9394/1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/CCIVIL_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em: 30/06/2018.

BRASIL. **Índice de desenvolvimento da educação Básica (IDEB)**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/conheca-o-ideb>> Acesso em: 14/07/2018

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998a.

D'AMBRÓSIO, Ubiratam. **Educação matemática: da teoria à prática**. 16ª Ed. São Paulo, 2008.

DE MELLO, Guiomar Namó. "**Currículo da Educação Básica no Brasil: concepções e políticas**." (2014).

GATTI, Bernardete A. **Educação, escola e formação de professores: políticas e impasses**. Educar em revistas, n. 50, p. 51-67. Curitiba, 2013.

GATTI, Bernardete A. **Avaliação: contexto, história e perspectivas**. Olha@res, v. 2, n. 1, p. 08-26. Guarulhos, 2014.

GITIRANA, Verônica. "**Planejamento e avaliação em matemática**".

MOREIRA, Marco A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área**. Investigação em ensino de Ciências, v.7, 2002.

RIBEIRO, J. **Matemática: ciência, linguagem e tecnologia**. 1 ed. São Paulo: Scipione, 2012.

SANTOS, J. A. **Dificuldades na aprendizagem de matemática**. Monografia. São Paulo, 2007.



SANTOS, I. A. **Educação para a diversidade: uma prática a ser construída na educação básica.** Produção didático-pedagógica. Paraná, 2008.

ZANELATTO, IVONE M. **Recursos de avaliação escolar.** Revisão bibliográfica. Paraná, 2008.



DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE DIVISIBILIDADE DE NÚMEROS NATURAIS.

Sandro Benício Goulart Castro

Universidade do Estado do Pará

sandrobenciogoulart@gmail.com

Profª Drª Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará

2011malu.melo@gmail.com

Profª Drª Ana Kely Martins da Silva

Universidade do Estado do Pará

anakely2@yahoo.com.br

Resumo:

Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um levantamento do processo de aprendizagem do ensino de divisibilidade de números naturais a partir da opinião de discentes. As informações foram produzidas no mês de junho de 2017, mediante a aplicação de um questionário socioeconômico para uma amostra de 111 alunos do 7º ano do ensino fundamental da rede pública municipal de ensino de São João de Pirabas-Pa, nas escolas de Aimorés e Valkíria Prado Mendes. A sistematização das informações produzidas ocorreu por meio da construção de quadros e gráficos estatísticos relativos a cada uma das questões dos referidos instrumentos. Os principais resultados foram os seguintes: o ensino de divisibilidade de números naturais ocorre na maioria das vezes por intermédio de um método pautado em aulas que apresentam os conceitos já prontos, as formas de fixação dos conteúdos mais utilizadas pelos docentes ainda são as listas de exercícios; a avaliação da aprendizagem centra-se nas provas e simulados. Assim concluímos que as dificuldades dos discentes da amostra em relação à aprendizagem de divisibilidade de números naturais são muitas. O que nos leva a deduzir que as metodologias de ensino e avaliação utilizadas por muitos professores de matemática, aliada a falta de interesse de muitos alunos, corroboram para as dificuldades apresentadas pelos mesmos.

Palavras-chaves: Aprendizagem. Matemática. Currículo. Avaliação. Divisibilidade

1. Introdução

A matemática é uma disciplina considerada por muitos abstrata e historicamente de difícil assimilação. Na escola básica este fato é uma realidade, pois relatos de professores destacam que os discentes não demonstram nenhum interesse e vontade de aprender matemática, alegando que as aulas são monótonas e que eles não conseguem entender muita coisa dos conteúdos ministrados.



As dificuldades apresentadas por alunos do ensino fundamental frente ao desenvolvimento de habilidades e competências que são requeridas pelos PCN e também pela Base Nacional Comum (BNCC), aprovada recentemente, são muitas. A matemática é vista pelos alunos com uma disciplina mecânica, voltada a aplicação de fórmulas e algoritmos, tornando-se assim uma matéria de difícil assimilação, e por esse fato o seu ensino enfrenta muitos obstáculos em nosso país. Os resultados apresentados em avaliações nacionais de larga escala como a prova Brasil, e internacionais como a PISA nos mostram índices de aprendizagem insatisfatórios e que estão bem abaixo da média.

De acordo com D'Ambrósio (1996) é de caráter emergencial estudar novas formas no sentido de mobilizar os estudantes a participarem mais das aulas de matemática, afim de que se envolvam de forma mais ativa e participativa em relação às atividades matemáticas. Com o envolvimento dos estudantes, ocorre o desenvolvimento, e conseqüentemente se dá aprendizagem, no caso da matemática, contemplada em suas atividades.

Os conceitos de divisibilidade de números naturais são usados diariamente por crianças e adultos em várias circunstâncias, seja na manipulação de dinheiro, nas questões de compra e venda, seja na obtenção de medidas e até mesmo na distribuição igualitária de quantidades de pessoas ou coisas, o que os torna conceitos muito importantes na vida diária de qualquer indivíduo dentro do contexto social que esteja inserido, fazendo-se assim necessário a absorção de tais tópicos na forma mais prática e aplicável possível.

A BNCC almeja que os alunos do ensino fundamental de 6º ano saibam classificar os números naturais em primos e compostos e que estabeleçam relações entre esses números. O aluno deve saber lidar com situações e responder perguntas como: O número x é múltiplo de y ? O número x é divisor de y ? E devem também estabelecer por meio de investigações critérios de divisibilidade, além de resolver problemas envolvendo mínimo múltiplo comum (mmc) e máximo divisor comum (mdc).

Em se tratando de Parâmetros curriculares nacionais (PCN), os conceitos e procedimentos que envolvem divisibilidade de números naturais presentes nas orientações para o 3º ciclo do ensino fundamental, atuais 6º e 7º anos, contidos nesse documento estão:



Conceitos como os de “múltiplo” e “divisor” de um número natural ou conceito de “número primo” podem ser abordados neste ciclo como uma ampliação do campo multiplicativo, que já vinha sendo construído nos ciclos anteriores, e não como assunto novo, desvinculado dos demais. Além disso, é importante que tal trabalho não se resuma à apresentação de diferentes técnicas ou de dispositivos práticos que permitem ao aluno encontrar mecanicamente, o mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum sem compreender as situações- problema que esses conceitos permitem resolver (BRASIL,1998, p.66).

O problema científico em que focamos a pesquisa realizada foi: qual a dificuldade encontrada na aprendizagem de divisibilidade de números naturais de alunos do 6º do ensino fundamental de duas escolas do município de São João de Pirabas- Pará?

O objetivo foi realizar um levantamento do processo de aprendizagem do ensino de divisibilidade de números naturais a partir da opinião de 111 discentes. Para isso realizamos uma pesquisa quanti qualitativa em duas escolas do Município de São João de Pirabas, onde aplicamos questionários e um teste de sondagem aos alunos.

O presente artigo apresenta o contexto do currículo e avaliação com discussões teóricas e articulação com as análises dos dados obtidos, junto aos alunos das escolas investigadas.

2- Considerações acerca do Currículo.

Muito se tem discutido, ao longo dos anos, a respeito de currículo e seu significado e importância dentro e fora do contexto escolar. De acordo com Mello (2014) currículo é tudo aquilo que uma sociedade considera necessário que os alunos aprendam ao longo de sua escolaridade e de sua vida como um todo. Ainda segundo a mesma autora, currículo envolve diferentes concepções de mundo, de sociedade e principalmente diferentes teorias sobre o que é o conhecimento, como é produzido e distribuído, qual o seu papel nos destinos humanos e das sociedades nos seus aspectos políticos, sociais e econômicos.

A autora ainda enfatiza a existência de duas vertentes curriculares construídas historicamente, uma voltada para o conhecimento, que privilegia a apropriação do patrimônio científico cultural acumulado, e a outra voltada para o aluno, em que o currículo escolar deve ser constituído do conhecimento construído pelo mesmo a partir de suas próprias referências



culturais e individuais, onde se vê o conhecimento com um caráter emancipador. Para ela seguidores de teóricos como Emília Ferreiro e Ana Teberosky, o conhecimento é emancipador se envolver a participação do aluno e se o professor for antes de mais nada um facilitador da reconstrução do conhecimento (MELLO, 2014, p.2)

A ideia de currículo é abrangente e vários são os trabalhos e análises a respeito do tema, fazendo-se assim necessárias articulações dos currículos na prática educativa. Segundo Pessoa e Nonato (2013) a compreensão sobre o currículo e a memória social é de fundamental importância para a construção da identidade educacional.

De acordo com Silva (2001) a oferta de um processo de construção de conhecimento que envolva a pesquisa, seleção de conteúdos educacionais a serem transmitidos pelo educador, valores e metodologias nas práticas educativas são a nova abordagem do currículo dinâmico, interativo e criativo.

Ainda segundo o autor, o currículo da teoria tradicional surge como componente que estrutura as atividades escolares, desta forma o currículo não é entendido de forma humanizadora e social, e que não há como afastar o currículo educacional da práxis, sendo que o currículo se relaciona inteiramente com o processo de ensino-aprendizagem.

Para Pessoa e Nonato (2013) o currículo deve ser a base para a aprendizagem e acesso para a elaboração da informação, participação e entendimento da própria cultura em sua forma regional ou em caráter ampliado, além de respeitar a diversidade social e cultural e se adequar as peculiaridades dos sistemas educacionais no qual será inserido e vivenciado.

Dependendo da finalidade do currículo escolar e qual o objetivo dele para com os alunos, é possível vermos várias críticas a respeito de sua formatação. Para Gadotti (2008, p.86 apud Nascimento, Oliveira e Dibernardo 2012, p.5) a escola não deve apenas passar conhecimentos e valores, mas representar várias formas de conhecimento, práticas, referências sociais e culturais, além de ser uma instituição questionadora, que expresse abertamente suas ideias e permita que os alunos também o façam.



Segundo Mizukami (1986, p.86 apud Nascimento, Oliveira e Dibernardo 2012, p.6) a educação deve promover o indivíduo, pois ele é o sujeito da própria educação. A ação educativa não deve ser um instrumento para ajustar o indivíduo na sociedade, mas para dar amparos para consciência crítica do sujeito, assim ele poderá transformar o mundo.

Em termos documentais a respeito de currículo escolar temos hoje no Brasil os PCN (Parâmetros Curriculares nacionais) e a BNCC (Base nacional comum curricular), como principais textos. Os PCN são diretrizes elaboradas pelo governo federal com o objetivo principal de orientar os educadores por meio da normatização de alguns fatores fundamentais concernentes a cada disciplina. Esses parâmetros abrangem tanto a rede pública, como a rede privada de ensino, conforme o nível de escolaridade dos alunos (BRASIL,1998). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagem essencial que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da educação básica.

É também objetivo da BNCC que os docentes possam contextualizar os conteúdos curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas e organizadas dentro de uma sociedade ou comunidade.

Além disso é interessante que o professor possa conceber e pôr em prática situações e procedimentos que venham motivar e engajar os alunos no processo de ensino e aprendizagem, afim de que o discente possa ver significado naquilo que está estudando, tornado assim a interação mais prazerosa.

3- A matemática no contexto curricular.

Segundo a BNCC, o conhecimento de conteúdos matemáticos é importante e necessário para todos os alunos da educação básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades.



Pires (2008, p.14 apud Godoy e Santos 2012, p.255) afirma que os estudos e investigações que envolvem o currículo da matemática escolar revelam que o processo de organização e desenvolvimento curricular evidenciam uma busca contínua de formas mais interessantes de trabalhar a matemática em sala de aula.

Para Rico (1997 apud Godoy e Santos 2012, p. 258) o currículo da educação básica é um plano de formação que se propõe a dar respostas a questões como: O que é e em que consiste o conhecimento? O que é a aprendizagem? O que é o Ensino? O que é e em que consiste o conhecimento útil?

Segundo o mesmo autor, o currículo tem como intensão oferecer propostas concretas sobre: modos de entender o conhecimento; interpretar a aprendizagem; colocar em prática o ensino; valorizar a utilidade e domínio das aprendizagens realizadas nos seus mais variados aspectos e utilidades que possam ter.

Na visão de Pires (2000 apud Godoy e Santos 2012, P.261), os debates travados em torno do movimento matemática moderna, as discussões motivadas por concepções e distorções que ficavam cada vez mais evidentes, impulsionaram secretarias estaduais e municipais de educação a elaborarem novas propostas curriculares para o ensino de matemática.

Segundo a SEF (Secretaria de Educação Fundamental, Brasil 1998), a situação problema é o ponto de partida das atividades matemáticas e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de situações problemas que possam levar a elaboração de resoluções.

De acordo com Montenegro et al., (2016) a resolução de problemas facilita a visualização de conceitos matemáticos como o de múltiplos e divisores, por ser uma capacidade matemática fundamental e uma base para a aprendizagem de conceitos, procedimentos matemáticos e representações matemáticas.

A SEF (Brasil 1998), destaca também outros caminhos para se trabalhar a matemática escolar, dentre eles: a história da matemática, a modelagem matemática, as tecnologias da



informação e comunicação (TIC'S) e os jogos matemáticos como recursos que podem oferecer novas estratégias de resolução.

Segundo Pollig (2014), mesmo com novas metodologias e abordagens educacionais, muitos alunos mostram desinteresse e desmotivação ao aprender novos conteúdos matemáticos. Esse desinteresse e desmotivação, ora são por não visualizarem suas aplicações na prática diária, ora pela abstração do conteúdo transmitido, ora por falta de habilidade do docente em adequar a linguagem para a faixa etária e vivências das crianças.

Lira (2017), afirma que cada vez mais torna-se necessária a inovação e o desenvolvimento de conteúdos matemáticos como o de múltiplos e divisores de forma diferenciada, para que os alunos possam visualizar uma possível utilização do assunto em sua realidade e para o seu futuro.

Seguindo essa mesma linha de pensamento, D'Ambrósio (1996), destaca que há algo errado com a matemática que estamos ensinando. O conteúdo que tentamos passar adiante para nossos alunos através dos sistemas escolares é ultrapassado e obsoleto, desinteressante, inútil e sem nenhuma aplicabilidade.

Conforme Pontes (2003, p.23 apud Lira 2017, p.1) o aluno diante dos conceitos de múltiplos e divisores parte do princípio de uma investigação sem ter uma estrutura ideal, e deve buscar padrões e relações entre suas descobertas, fazendo com que comprovem suas teorias e ideias e assim ver significado.

Piaget (1967, p.339 apud Bona e Souza 2014, p.243), define a matemática como um sistema abrangente de construções que se apoiam de forma igualitária, nos seus pontos de partida, nas análises pertinentes, na manipulação de objetos concretos, nas coordenações das ações e também nas operações realizadas pelo sujeito.

4- Considerações acerca da avaliação da aprendizagem.

Além do currículo escolar, um tema bastante discutido e até mesmo polêmico dentro do cenário educacional brasileiro é o processo de avaliação. Como se avalia os conteúdos



trabalhados? Qual o objetivo real da avaliação? O que queremos avaliar de nossos alunos? São perguntas que surgem a todo momento dentro do contexto escolar.

De acordo com Duarte (2015), a avaliação da aprendizagem escolar obedece a um modelo de sociedade autoritária e burguesa, e é utilizada de forma equivocada como um instrumento disciplinador e classificatório, fazendo da reprovação ou aprovação um fato rotineiro escolar que se encerra por si só, não tendo outro objetivo.

O mesmo autor entende que a avaliação deveria ser um instrumento fundamental para fornecer informações sobre como está se realizando o processo ensino aprendizagem em seu todo e não somente focar no aluno, no seu desempenho cognitivo e o acúmulo de conteúdo, com a intenção de classificá-lo ou reprová-lo, isto é, a avaliação não deve servir apenas para observar o aluno, mas todos os envolvidos no processo de ensino aprendizagem.

Por isso Luckesi (2005, p.32 apud Duarte 2015, p.55) afirma que a prática escolar predominante hoje se realiza dentro de um modelo de educação que se apresenta como um mecanismo de conservação e reprodução daquilo que a sociedade exige, ou seja, as avaliações escolares em sua maioria ainda são feitas através de testes ou simulados.

Segundo Camargo (2011), as avaliações que ocorrem nas escolas públicas, quase sempre estão ocorrendo de maneira tradicional, ou seja, com notas ou conceitos, obtidos através de testes, provas ou simulados que levam a obtenção de tais notas ou conceitos, contrariando assim as legislações vigentes que sugerem que esse processo seja contínuo.

De acordo com Santos (1996, p.12 apud Camargo 2011, p.2), o ato de avaliar pressupõe a mensuração, mais não é ela. O ato de avaliar é muito mais que medir ou mensurar, e sim emitir um juízo de valor a respeito de um objeto de estudo e sua grandeza, com propósitos e objetivos determinados previamente estabelecidos.

Ainda para o mesmo autor a aprendizagem do conhecimento não é palpável, ou seja, não é um objeto que possamos pegá-lo para medir ou pesar. Então, a escola transforma esse conhecimento em “coisa” e médio com instrumentos que são as provas cuja as escalas são as notas ou conceitos obtidos.



Para Nogueira e Pilão (1998), a proposta de avaliação passa a ser construtivista a partir do momento em que consiste em desenvolver a inteligência dos alunos, priorizando as atividades de construção e reconstrução dos mesmos, aceitando e respeitando a forma como eles aprendem.

Ferraz e Macedo (2003), concebem o processo avaliativo escolar como um processo que possibilita a aprendizagem de valores humanos que, muitas vezes não estão presentes nos currículos oficiais, assim como possibilita também uma compreensão interdisciplinar do conhecimento, fazendo assim conexões de áreas afins ou não afins.

A visão das autoras em relação a avaliação escolar é que a mesma faz a emissão de conceitos e/ou notas, fator responsável por uma imagem difusa da escola como lugar da “prova” que “aprova ou reprova” que hierarquiza, classifica, seleciona, separa e divide os sujeitos, estigmatizando-os em “fortes e fracos”.

5- Percurso Metodológico

A Pesquisa foi realizada em junho de 2017 com 111 alunos do sétimo ano do fundamental maior das escolas de Aimorés e Valkíria Prado Mendes, ambas do município de São João de Pirabas, no Estado do Pará.

Fomos bem recebidos pelos gestores de ambas as escolas, logo em seguida pedimos autorização de aplicação da pesquisa ao longo de suas aulas. Os docentes aceitaram em ceder seus horários para que aplicássemos os instrumentos a seus alunos.

Na sala de aula, não chegamos a ser apresentados aos alunos, pois trata-se de escolas que atuo como já citei, logo sou conhecido deles, embora não sejam meus alunos. Sendo assim tratamos de explicar que o objetivo da pesquisa era de fazer uma análise das dificuldades de aprendizagem de múltiplos e divisores de números naturais, conteúdo visto em sua série anterior.

Na continuidade do processo, apresentamos aos discentes o termo de autorização, para ser assinado pelos pais ou responsáveis, para que os alunos pudessem participar da pesquisa,



haja vista serem menor de idade. O Termo foi levado pelos alunos para suas respectivas residências para serem entregues no dia seguinte.

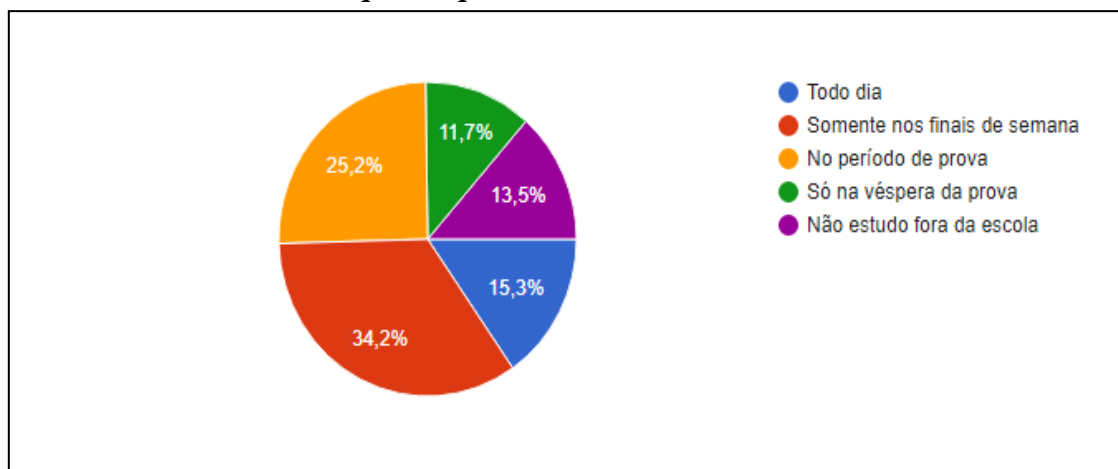
Uma vez dado o consentimento dos pais, aplicamos o questionário fechado que constava de 22(vinte e duas) questões objetivas e na sua maioria de múltipla escolha, que versavam sobre as condições sócio econômicas e educacionais de alunos e pais, bem como continham questões que tinham por objetivo sondar o grau de dificuldades no processo de aprendizagem dos discentes durante o estudo de matemática de forma geral, e especificamente no estudo de Divisibilidade de números naturais.

6- Análise dos Resultados

No que se refere a análise dos resultados obtidos na pesquisa que, como já mencionado, contou com a participação direta de 111 discentes, houve certa predominância do sexo masculino, num total de 57,7%.

Os resultados obtidos quando questionados a respeito de estudarem fora da escola, com finalidade de saber com que frequência os alunos estudavam matemática fora do ambiente escolar estão explicitados no gráfico 01.

GRÁFICO 01. Com que frequência você estuda Matemática fora da escola?



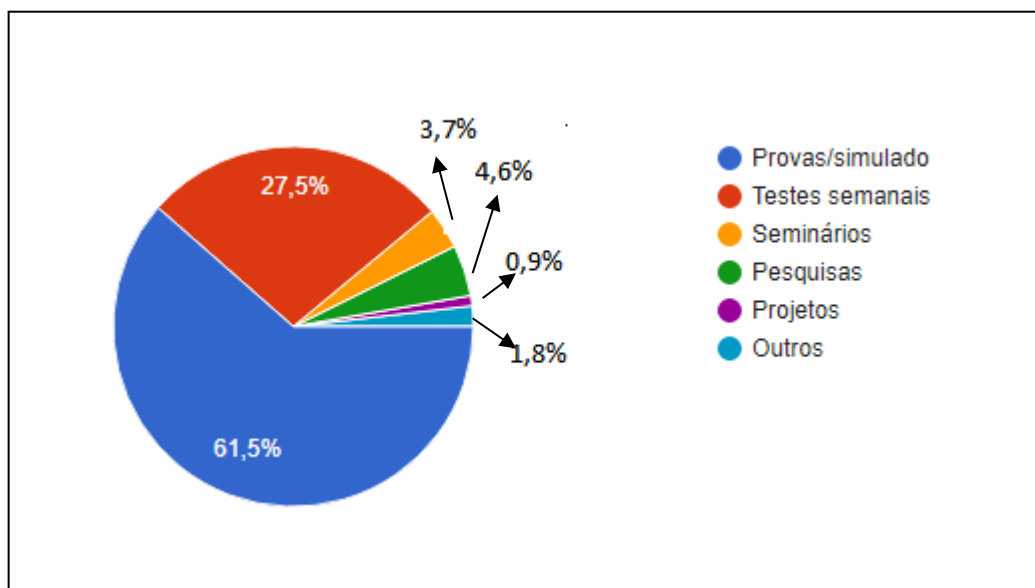
Fonte: Dados da Pesquisa- Autoria própria 2017



Analisando o gráfico 01, notamos que mais da metade não estuda matemática com regularidade, dado preocupante que pode está ligado diretamente ao método avaliativo tradicional a que são submetidos . De acordo com Duarte(2015), a avaliação da aprendizagem escolar obedece a um modelo de sociedade autoritária e burguesa, e é utilizada de forma equivocada como um instrumento disciplinar e classificatório, fazendo da aprovação ou reprovação um fato rotineiro escolar que se encerra por si só, não tendo outro objetivo.

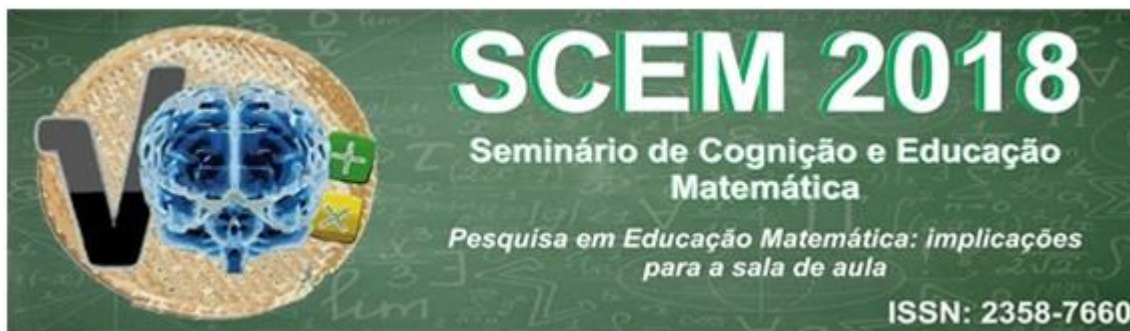
Ainda acerca de avaliação, de acordo com as respostas obtidas quando questionados a respeito da forma como são avaliados, obtemos resultados que são explicitados no Gráfico 02.

GRÁFICO 02 – Quais formas de atividades e/ou trabalho o seus professor(a) de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem.



FONTE: Dados da Pesquisa- Autoria própria 2017.

Com a análise do gráfico 02, podemos perceber que o método classificatório de avaliação impera em nossas escolas em detrimento de outros métodos avaliativos de caráter mais contínuo que poderiam levar os discentes a perceber objetivos mais interessantes que não se encerrassem com a realização da prova. Segundo Camargo (2011), as avaliações que ocorrem nas escolas públicas, quase sempre estão ocorrendo de maneira tradicional, ou seja, com notas



ou conceitos obtidos através de testes, provas ou simulados, contrariando assim as legislações vigentes que sugerem um processo contínuo.

Ao continuarmos as análises dos dados obtidos na pesquisa, apresentaremos a seguir o quadro 01, que se refere ao grau de dificuldades de acordo com o relato dos alunos quando estudaram múltiplos e divisores de números naturais, onde “MF” significa muito fácil, “F” significa fácil, “R” significa regular, “D” significa difícil e “MD” significa muito difícil.

QUADRO 1- Respostas sobre as aulas de múltiplos e divisores de números naturais.

CONTEÚDO	VOCÊ LEMBRA DE TER ESTUDADO?		QUAL GRAU DE DIFICULDADE VOCÊ TEVE PARA APRENDER?				
	SIM	NÃO	MF	F	R	D	MD
CONCEITO DE DIVISIBILIDADE	23%	77%	4%	5%	13%	10%	0%
CONCEITO DE NÚMEROS PRIMOS	74%	26%	13%	29%	25%	6%	1%
DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS	46%	54%	2%	15%	14%	11%	4%
CONCEITO DE MÚLTIPLO	55%	45%	5%	18%	19%	11%	2%
DETERMINAÇÃO DE MÚLTIPLOS	31%	69%	4%	6%	7%	11%	3%
PROPRIEDADE DE MÚLTIPLOS	36%	64%	7%	4%	8%	6%	1%
MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)	49%	51%	11%	15%	14%	5%	4%
CÁLCULO MENTAL DO MMC	39%	61%	7%	6%	12%	11%	3%
PROBLEMAS ENVOLVENDO MMC	37%	63%	9%	10%	14%	3%	1%
CONCEITO DE DIVISOR	59%	41%	7%	12%	16%	18%	6%
DETERMINAÇÃO DOS DIVISORES	52%	48%	3%	7%	25%	11%	6%
PROPRIEDADE DOS DIVISORES	36%	64%	3%	6%	14%	8%	5%
MÁXIMO DIVISOR COMUM	35%	65%	7%	15%	7%	5%	1%
CÁLCULO MENTAL DO MDC	28%	72%	5%	7%	7%	7%	2%
PROBLEMAS ENVOLVENDO MDC	31%	69%	6%	2%	16%	5%	2%

FONTE: Dados da pesquisa- Autoria própria 2017.

Ao fazermos a análise do quadro 01, onde as respostas dos alunos são dados percentuais, podemos chegar a conclusões de que os tópicos de múltiplos e divisores de números naturais mais lembrados pelos discentes são o conceito de números primos(74%) e o conceito de divisor(59%).Em contra partida tópicos como conceito de divisibilidade(77%),



determinação dos múltiplos(69%), propriedade dos múltiplos(64%), problemas envolvendo mmc(63%), propriedade dos divisores(64%), máximo divisor comum(65%), cálculo mental do mdc(72%) e problemas envolvendo mdc(69%) apresentam uma taxa de não lembrança significativa, o que nos leva a afirmar que esses tópicos ou não foram vistos pelos docentes ou vistos de maneira não significativa para os alunos. Ainda analisando o quadro 01 podemos observar também que uma parte considerável dos alunos disseram não lembrar de decomposição em fatores primos(54%), mínimo múltiplo comum(51%), conceito de divisor(41%) e determinação dos divisores(48%).

No que diz respeito aos graus de dificuldades dos tópicos de múltiplos e divisores, analisando as respostas dos discentes, podemos perceber que dentre outros, os tópicos considerados mais difíceis com maiores percentuais no quisito como o conceito de múltiplo(11%),cálculo mental do mmc(11%), determinação dos divisores(11%), determinação dos múltiplos(11%) e conceito de divisor(18%) tiveram também um percentual alto de não lembrança, o que nos leva a afirmar que quanto mais os discentes acham o assunto difícil, menos a informação fica guardada na lembrança, cabendo ao docente então buscar estratégias mais atraentes de ensino, para para que o caminho não seja tão dificultoso e o aluno possa guardar as informações de forma mais significativa.

De acordo com a BNCC é interessante que o professor possa conceber e por em prática situações e procedimentos que venham motivar e engajar os alunos no processo de ensino e aprendizagem, a fim de que os discentes envolvidos nesse processo possam ver significado naquilo que estão estudando, tornando dessa forma a interação muito mais prazerosa .

7- Considerações Finais

Os resultados desta pesquisa foram satisfatórios para que pudéssemos perceber os motivos pelos quais os alunos do 6º ano do ensino fundamental apresentam dificuldades na aprendizagem dos conceitos de múltiplos e divisores. O trabalho foi elaborado segundo o pressuposto de que a matemática em especial os conceitos de múltiplos e divisores é trabalhado em linhas gerais de forma expositiva por professores, em que logo em seguida são apresentados exemplos e exercícios para tal fixação desses conteúdos.



A aplicação de questionários também nos mostrou a forma como a maioria dos docentes avaliam seus alunos, ainda fazendo uso de provas e testes ou simulados, abrindo mão de processos contínuos que poderiam ser usados diariamente ou outras formas mais criativas que pudessem amedrontar menos os alunos tornando-os menos preocupados ao serem avaliados.

É importante que se usem métodos de ensino que sejam capazes de despertar um interesse maior por parte dos alunos, de forma que eles possam interagir mais na construção de seu próprio conhecimento e que possam contextualizar com a realidade a qual estão inseridos. Além de se fazer uso de processos avaliativos mais humanos, que considerem não só o desempenho dos alunos, mais inclusive o do professor. E que esse processo busque melhorias para a aprendizagem e para o ensino.

8- Referências

BNCC, Base Nacional Comum Curricular, disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf acessado em 07/07/2017.

BONA, Aline Silva de; SOUZA, Maria Thereza Costa Coelho de. Aulas investigativas e a construção de conceitos de matemática: um estudo a partir da teoria de Piaget. **Psicologia USP**, v. 26, n. 2, p. 240-248, 2015.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. 148p. Brasília: MEC/SEF, 1988 a.

CAMARGO, Aline C. V. **Avaliação: concepções e reflexão**. **Revista Eletrônica Saberes da Educação**- Volume 2- nº 1- 2011.

D'AMBRÓSIO, U. (1996). **Educação matemática: da teoria a prática**. Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus.

DUARTE, CEL. **Avaliação da aprendizagem escolar: como os professores estão praticando a avaliação na escola**. **HOLOS**, v. 8, 2015.

FERRAZ, Maria Cláudia Reis; MACEDO, Stella Maris Moura de. **As afluências de um rio chamado avaliação escolar**. ESTEBAN, Maria Teresa. Escola currículo e avaliação. São Paulo: Cortez, p. 137-152, 2003.

GADOTTI, Moacir. **História das ideias pedagógicas**. 8ª ed. São Paulo: Ática, 2008.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. **O cenário de ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática**. 28p. Artigo. Universidade de São Paulo, 2012.



LIRA, Clarissa Gonçalves ET al. Investigando múltiplos e divisores. **Anais do Salão Internacional de Ensino, Pesquisa e Extensão**, v. 8, n. 1, 2017.

LUCKESI, Cipriano C. Avaliação de aprendizagem escolar: estudos e proposições. 17. Ed. São Paulo: Cortez, 2005.

MELLO, Guiomar Namó de. **Currículo da Educação Básica no Brasil: concepções e políticas**. 2014.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicolleti. **As Abordagens do processo**. São Paulo: EPU, 1986.

MONTENEGRO, Paula; COSTA, Cecília; LOPES, Bernardino. Transformações de representações visuais de múltiplos e divisores de um número. **Comunicações**, v. 24, n. 1, p. 55-68, 2016.

NASCIMENTO, Antônia Izamara; OLIVEIRA, Daiane; DI BERNARDO, Priscila M. P. Na construção do currículo: Uma perspectiva Crítica. **Revista Eletrônica do Curso de Pedagogia das Faculdades OPET–ISSN**, v. 2175, p. 1773, 2012.

NOGUEIRA, E. J.; PILÃO, J. M. **O Construtivismo: 50 palavras**. SP Loyola, 1998, 109p.

PESSOA, Juliana Belo; NONATO, Eunice Maria Nazareth. **Currículo: elemento básico de articulação das práticas educativas** DOI: <http://dx.doi.org/10.15601/2237-0587/fd.v5.n1.p35-42>. **Formação@ Docente**, v. 5, n. 1, p. 35 a 42, 2013.

PIAGET, J. (1980). *Lógica e Conhecimento científico*. Porto, Portugal: Civilização. (Trabalho original publicado em 1967).

PIRES, C.M.C. Educação Matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil. **Revista Bolema**, Rio Claro, SP. Ano 21. Nº 29, p. 13-42, 2008.

POLLIG, Karlla Ines Diniz Coutinho. **As aplicações da etnomatemática no ensino de múltiplos e divisores**. Artigo. Secretaria de Educação-RJ, 2014.

PONTE, J.P. Investigações matemáticas em Portugal. In: **Investigar em Educação**, 2, 2003, 93-169. Anais do 8º Salão internacional de Ensino, pesquisa e extensão- Universidade Federal do Pampa.

RICO, L. **Bases Teóricas del Currículo de Matemáticas em Educación Secundária**. Madrid: Editorial Síntesis, 1997.

SANTOS, Wladimir. Avaliação do aproveitamento. Alguns conceitos para a prática em Sala de aula. *Revista de Estudos universitários*, Sorocaba (SP), V. 22, n. 1, p.09-22, jun. 1996.

SILVA, Tomaz Tadeu da. **Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo**. 2ª edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.



DIFICULDADES DE RESOLUÇÃO DE QUESTÕES ADITIVAS SEGUNDO ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL DE ANANINDEUA

Ana Paula Nunes Felix
Universidade do Estado do Pará
apnfelix01@gmail.com
Maria de Lourdes Silva Santos
Universidade do Estado do Pará
2011malu.melo@gmail.com
Pedro Franco de Sá
GCEM, PPGED, PMPEM-UEPA e REAMEC
pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo:

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um diagnóstico acerca de dificuldades na aprendizagem de resolução de questões aditivas, por meio de consulta realizada junto a 100 estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental da rede pública estadual de ensino no município Ananindeua-PA, mediante a aplicação de questionário, incluindo quadro diagnóstico de dificuldades e teste de conhecimento acerca deste tema. Após a organização das informações obtidas em quadros estatísticos foi feita a análise do questionário juntamente com o referencial teórico. Os resultados indicaram que as dificuldades de aprendizagem estão relacionadas à fatores como abordagem metodológica, formas de atividades e instrumentos de avaliação focados em aula expositiva e utilização de lista de exercícios. As análises das informações produzidas indicou que grande parte dos consultados informou não possuir dificuldades em questões do campo conceitual aditivo. Porém, foram constatadas dificuldades em problemas que envolvem mais de uma operação e algébricos. Pretendemos dar continuidade a este estudo com a análise dos testes realizados. Recomendamos a ampliação desta consulta aos docentes.

Palavras Chaves: Ensino de Matemática. Resolução de problemas. Problemas Aditivos. Dificuldades de aprendizagem.

1.Introdução

As questões aditivas são compostas por problemas que envolvem adição e subtração, neste trabalho iremos abordá-los no âmbito dos números naturais. É indiscutível a importância deste tema para o ensino da matemática uma vez que representa as primeiras operações às quais os estudantes têm contato em sua vida escolar, onde aprendem a formalizar seus esquemas de ação para a resolução de problemas mais complexos a serem estudados.

A resolução de problemas é tida como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de matemática desde a implementação dos Parâmetros Curriculares Nacionais



na década de 90 e atualmente contemplado pela BNCC (Base Nacional Comum Curricular) do 1º ano do ensino fundamental ao fim do ensino médio.

A Base Nacional Comum Curricular para o ensino fundamental norteia quais competências o currículo de matemática precisa promover no estudante. De forma sintética, podemos dizer que para o assunto aqui estudado a BNCC exige que seja explorada a capacidade de argumentação por meio dos conhecimentos matemáticos para resolução de problemas do seu cotidiano de diferentes formas e para diferentes objetivos.

Embora a BNCC seja recente, há tempos o ensino de matemática vem explorando essas necessidades de aprendizagem e identificando as principais habilidades a serem desenvolvidas. Em Souza, Chaquiam e Sá (2002), após uma pesquisa realizada com professores paraenses, os autores obtiveram como indicativo que a habilidade de identificar as operações nos problemas era considerada o principal descritor do domínio das quatro operações com os números naturais.

A exemplo deste resultado, observamos na rotina das aulas de matemática que “muitas vezes os alunos sabem resolver um problema sem saber identificar que cálculo deveria ser feito se eles tivessem de usar uma calculadora para resolver a questão” (NUNES et al, 2005, p. 67). Este fato revela a falta de intimidade dos discentes com algoritmos e a própria linguagem matemática.

Acerca do exposto, delineamos como questão norteadora deste estudo: *quais as dificuldades de aprendizagem de resolução de questões aditivas na visão de discentes do 7º ano do ensino fundamental?*

Para tanto, traçamos como objetivo principal realizar um diagnóstico acerca de dificuldades quanto à resolução de questões aditivas no campo dos números naturais. Estabelecemos como objetivos específicos: fazer levantamento teórico e bibliográfico sobre aprendizagem de resolução de problemas aditivos; analisar as diretrizes nacionais e as principais orientações sobre currículo e avaliação para este conteúdo; identificar as dificuldades acerca deste conteúdo na visão dos discentes do 7º ano do ensino fundamental e apontar estudos potenciais a serem desenvolvidos.

O processo metodológico perpassou por uma pesquisa de campo que consistiu em uma consulta junto a 100 estudantes do 7º ano do ensino fundamental de três escolas públicas



estaduais do bairro do Coqueiro em Ananindeua-Pará. Optamos pela aplicação de questionário socioeducacional, incluindo quadro diagnóstico de dificuldades e teste de conhecimento composto por questões aditivas como instrumentos de pesquisa. Neste artigo iremos considerar apenas as informações e percepções dos discentes colocadas no questionário e quadro de dificuldades. Deste modo iremos analisar as dificuldades em relação à temática segundo as opiniões dos discentes dissociadas das habilidades que possuíam ou precisavam desenvolver.

Após a apresentação do referencial teórico, baseado em publicações científicas que tratam das dificuldades em resolução de problemas aditivos, e da metodologia de pesquisa que descreve e analisa os resultados, apresentamos as considerações finais com o objetivo de responder à questão norteadora.

2. Referencial teórico

Com o intuito de sistematizar quais dificuldades de aprendizagem estão relacionadas à resolução de questões aditivas, revisamos estudos nas áreas de Educação Matemática, Currículo e Avaliação.

2.1. Os problemas aditivos e as dificuldades de aprendizagem

Para entender os obstáculos à aprendizagem de resolução de problemas aditivos, precisamos conhecer de que forma as definições e classificações que caracterizam este tipo de problema estão atreladas a essas dificuldades.

Silva; Sá e Matni (2015) concluem que as dificuldades na aprendizagem deste tema está relacionada ao fato de os estudantes não conseguirem realizar a tradução dos dados da questão para uma linguagem matemática simbólica, isto é escolher adequadamente a operação que irá solucionar o problema. Tais obstáculos apontam para uma dificuldade em compreender e interpretar, que perpassam por um processo de apropriação de conceitos que se dá ao longo da vida escolar.

No trabalho de Henklain e Carmo (2013) as dificuldades estão atreladas à deficiência no ensino do comportamento de resolução de problemas aditivos, no que se refere à orientação do discente por parte do professor e à exemplificação de estratégias para se chegar à solução de tais problemas. Foi também avaliado que o ensino de algoritmos para resolução de problemas



de adição e de subtração interferem positivamente sobre o desempenho dos participantes, auxiliando-os na escolha da operação a ser realizada, indicando que os estudantes possuem essa lacuna na aprendizagem.

Sabendo que “características como forma de apresentação, estrutura semântica dos problemas escritos e posição da incógnita ($a+b=c$) têm sido destacadas como geradoras de dificuldades” (HENKLAIN; CARMO, 2013, p. 341), podemos fazer inferências sobre cada uma delas. Na forma de apresentação destacamos que os valores na forma escrita dificultam a compreensão mais do que aqueles expostos em forma de algarismo. Para obter um bom resultado com problemas sob a forma de balança, deve-se despende mais tempo no treino da resolução. A estrutura semântica de um problema pode carregar maior ou menor grau de dificuldade conforme sua classificação.

Sá e Fossa (2008) utilizam três classificações: *combinação*, *transformação* e *comparação*. Em todos os casos identificamos que os problemas de estado inicial desconhecido são mais difíceis, além de acarretarem maior probabilidade de erro, causam um aumento no tempo resolução. Alguns estudos detectaram que os problemas de comparação exigem maior grau de interpretação. Como em Henklain e Carmo (2013, p. 342) quando afirma que “os problemas mais complexos foram aqueles com estrutura de comparação e todas as situações em que não havia relação direta (congruência semântica) entre as palavras-chave do enunciado do problema e a operação que deveria ser realizada para resolvê-lo”. A compreensão de um problema e a escolha da operação adequada para resolvê-lo, estão atreladas à ordem cronológica da apresentação dos fatos em determinados problemas.

Outra classificação importante encontrada em Sá e Fossa (2008) é a distinção entre problemas *aritméticos* e *algébricos*. Estudos apontam maior dificuldade em se resolver problemas algébricos.

[...] tanto do campo aditivo, quanto do multiplicativo, problemas algébricos causaram certa estranheza nos alunos, que, após entenderem a resolução das três primeiras questões aritméticas, se deparavam com situações cuja modelação apresentava mudanças na posição do termo desconhecido. E essa mudança demandava certo tempo para os alunos compreenderem como proceder nas resoluções algébricas. (SILVA, 2016, p. 205)



Este fato comprova ainda que a dificuldade em problemas algébricos é percebida nas quatro operações fundamentais, não só no campo aditivo.

Em relação à posição da incógnita, chegou-se à conclusão que “a maior parte dos erros cometidos aconteceu em problemas com incógnita na posição a , e a menor, em problemas com incógnita na posição c ” (HENKLAIN; CARMO, 2013, p. 348, grifo nosso). Referindo-se à posição a como o valor inicial e a posição c como o valor final. A esta dificuldade atribui-se o fato de que o estudante necessita desenvolver a ideia de adição e subtração como operações inversas.

Santos (2017, p. 291) verificou em seu estudo alguns obstáculos na aprendizagem de resolução de problemas do campo conceitual aditivo que corroboram com as constatações que já descrevemos. Para o autor as dificuldades estão atreladas à compreensão do enunciado do problema, portanto na escolha da operação adequada para solucioná-lo e no procedimento algorítmico das operações de adição e subtração, principalmente com reserva. Esses obstáculos foram verificados com maior ênfase nas questões algébricas. Com este parágrafo buscamos sintetizar o referencial acerca de questões aditivas que utilizamos até o momento.

2.2 Entendendo as dificuldades de aprendizagem mediante o Currículo e a Avaliação

Para ampliar o entendimento das dificuldades discentes iremos revisar as diretrizes curriculares nacionais direcionadas à resolução de problemas aditivos e referenciais teóricos que tratam de currículo e avaliação na educação básica.

Nos anos finais do ensino fundamental, a expectativa é que os estudantes resolvam problemas com números naturais envolvendo as operações básicas com seus diferentes significados, utilizando estratégias diversas. Visando desenvolver a terceira habilidade de matemática para o 6º ano do ensino fundamental, espera-se que o estudante consiga “resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.” (BRASIL, 2017, p. 299). Para tanto, é necessário



compreender que o processo de resolução de problemas ultrapassa a mera aplicação de algoritmos.

A falta de habilidade de um estudante nem sempre decorre do não entendimento do conteúdo e sim de uma necessidade de redirecionamento do currículo. “Muitas vezes a análise da produção das estratégias corretas e erradas dos alunos nos leva a refletir sobre a adequação do planejamento aos objetivos.” (GITIRANA, 2006, p. 59). O que se percebe rotineiramente é que ao implementar a resolução de problemas em suas aulas o professor parte de um conjunto de técnicas, definições e demonstrações que não permitem que o discente tenha a real compreensão desse processo.

As dificuldades decorrem muitas vezes da falta de experiências pedagógicas que apontem a forma correta de se chegar à solução de um problema, demonstração de caminhos e estratégias. Além disso, falta o ensino contextualizado.

[...] práticas de ensino baseadas na interdisciplinaridade propiciam a formação de alunos e alunas mais aptos a enfrentar questões contextualizadas, que transcendem os limites de uma única disciplina. A partir da proposição de uma situação-problema ou questão orientadora, o aluno estará mais motivado para aprender, estará diante de uma situação que se aproxima muito mais da realidade por ele vivida. (SANTOS, 2012, p. 72)

Deste pensamento podemos extrair que a interdisciplinaridade deve ser trabalhada constantemente. E ainda que “o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos em consonância com os temas transversais deverá ocorrer por meio da resolução de problemas” (GODOY, 2013, p. 269). Assim, o ensino baseado em resolução de problemas deverá contribuir para a aproximação da matemática ao cotidiano.

Os entraves à resolução de problemas estariam, pois, também ligados à dificuldade dos alunos em decodificarem os termos matemáticos que aparecem nos enunciados e que, muitas vezes, têm um sentido próprio na matemática diferente daquele com que são usados no cotidiano. (PAVANELLO, 2011, p. 130)

A falta de leitura é uma das dificuldades mais evidentes. Esse é um dos fatores que afeta a compreensão de conceitos intrincados em um problema matemático. Por vezes os discentes afirmam não entender as situações problemas, certamente devido à fragilidade na



língua materna. Precisamos estabelecer uma relação entre a língua materna e o caráter interdisciplinar da matemática.

Na Matriz de Referência de Avaliação de matemática do 5º ano do ensino fundamental da Prova Brasil, o descritor D19 do eixo Números e Operações considera as seguintes habilidades e competências: “Resolver problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa)” (BRASIL, 2008, p. 108). Este descritor refere-se às relações do campo conceitual aditivo em consonância com os documentos curriculares nacionais.

Segundo Barbosa (2014), os diversos pontos propostos pelos descritores exigem o desenvolvimento e a solidificação de conceitos e habilidades intrinsecamente ligados. Presume-se que praticar o raciocínio aditivo em diferentes níveis e contextos melhoram a compreensão dos problemas e a identificação das operações e estratégias que levam à solução de problemas cada vez mais elaborados.

Os trabalhos revisados cooperaram para esta pesquisa revelando a necessidade de diagnosticar e confirmar as dificuldades de aprendizagem em problemas envolvendo as operações de adição e subtração com números naturais. A seguir buscaremos sintetizá-las.

2.3 Síntese da revisão bibliográfica

A partir do referencial aqui analisado podemos estipular como hipóteses que as dificuldades de aprendizagem em resolução de questões aditivas dos discentes consultados estão relacionadas com: deficiências em leitura e interpretação; abordagem metodológica; escolha da operação adequada; operacionalização de algoritmos; problemas do tipo algébrico; problemas de comparação e posição da incógnita.

3. Metodologia da pesquisa

A pesquisa de campo, realizada no primeiro semestre de 2018, abarcou uma amostra de 100 estudantes do 7º ano do ensino fundamental de três escolas da rede estadual de ensino do bairro Coqueiro em Ananindeua, Pará. Utilizamos como instrumento de pesquisa um



questionário com questões envolvendo o perfil do discente, sua relação com a matemática e sua opinião sobre a prática pedagógica. Incluído neste questionário, elaboramos um quadro onde os estudantes deveriam indicar qual grau de dificuldade cada um dos problemas aditivos representava para eles. Este quadro foi elaborado com doze questões extraídas do trabalho de Santos (2017). Após este questionário os estudantes resolveram um teste de conhecimento neste conteúdo, cujos resultados não serão considerados neste estudo. Todos os instrumentos foram aplicados de uma única vez. A organização das informações obtidas se deu por meio de quadros estatísticos cuja análise tratamos a seguir.

3.1 Tratamento dos dados

Nesta seção expomos os resultados quantitativos desta pesquisa, levando em consideração as questões levantadas no questionário socioeducacional e quadro de dificuldades, enfatizando os percentuais mais relevantes. Estes instrumentos, além de proporcionar uma definição do perfil dos educandos, revelam suas percepções acerca do objeto de pesquisa. Diante dos percentuais foi feita uma análise quanto-qualitativa das dificuldades de aprendizagem colocadas pelos estudantes, com base nas referências bibliográficas e concepções adquiridas com a prática docente. Deste modo, buscaremos constatar ou refutar as hipóteses delimitadas para responder à questão norteadora deste trabalho.

3.1.1 Perfil dos discentes consultados

Dentre os estudantes pesquisados a distribuição entre gêneros masculino e feminino foi de exatamente 50% cada. Nesta amostra, 42% encontra-se na faixa-etária correspondente ao 7º ano, de acordo com o Termo de Referência nº 13/2014 do Conselho Nacional de Educação. Porém, deve-se considerar preocupante o percentual de 27% que estão 2 anos ou mais em distorção idade-série. Durante a experiência docente percebemos os prejuízos que este atraso causa tanto na socialização, quanto no engajamento desses estudantes em seu próprio aprendizado. Atrélado a este fato, constatamos que 20% dos discentes já repetiram o 7º ano e 13% encontram-se em dependência nos estudos de matemática.

Ao responderem à pergunta “você gosta de matemática?” a maior parte, 62% dos estudantes, escolheu a opção “gosto um pouco”. A pouca afinidade pela disciplina também foi



constatada nos estudos de Santos (2017) com 60% e Silva (2016) com 69,2% da amostra. Apesar disso, o percentual dos que adoram foi maior do que aqueles que disseram não gostar.

Esta falta de afinidade muitas vezes está relacionada com as dificuldades que o estudante possui. Observamos que ao desenvolver nesse estudante as competências e habilidades necessárias, aumenta-se sua autoconfiança e conseqüentemente o gosto pela matemática. “O aluno autônomo terá mais confiança na sua habilidade de raciocínio, bem como na sua capacidade Matemática, e produzirá resultados satisfatórios, se este for encorajado, sentindo a autonomia e responsabilidade pela sua aprendizagem.” (KFOURI, 2008, p. 51).

Essa verificação conversa com o fato de mais da metade dos estudantes afirmarem que possuem notas medianas, assim como para 57% da amostra de Santos (2017). Porém comparando com o estudo citado, visamos um indicativo de avanço pois houve uma queda de 24% para 6% do número de estudantes em nossa amostra que costumam obter notas abaixo da média e um aumento de 19% para 34% do número de estudantes que costumam obter notas acima da média.

No que tange às dificuldades em operações matemáticas, a maioria dos estudantes, 67%, ainda possui maiores entraves com a operação de divisão e apenas 10% alegaram ter dificuldades nas operações de adição e/ou subtração que fazem parte do nosso objeto de estudo. Considerando a hierarquia entre as operações, para desenvolver um cálculo de divisão o estudante precisa ter habilidades em adição, subtração e por conseguinte em multiplicação. Este funcionamento em cadeia evidencia que apesar de não expressarem essa percepção durante a pesquisa, os estudantes ainda precisam desenvolver seu comportamento de resolução nos mais diversos algoritmos.

Há um senso comum que para aprender e assimilar conteúdos de matemática é preciso exercitá-los, ter tempo de estudo fora da escola, onde a carga-horária não é suficiente. Constatamos nos resultados que a frequência com que os discentes estudam a disciplina de matemática fora da escola é insatisfatória, 45% estudam em alguns dias da semana e a menor parcela, 5%, informou estudar todos os dias. Sabemos que este hábito depende de acompanhamento, especialmente nesta faixa-etária e principalmente por parte dos responsáveis.



Verificamos que a maioria de 46% recebe auxílio de familiares. Porém 38% afirmou não possuir nenhuma ajuda nas tarefas, o que é preocupante.

Dentre aqueles que recebem auxílio nas tarefas de matemática, a maioria o obtém de familiares. No item em que os discentes deveriam especificar qual parentesco do familiar que o auxilia, verificamos que grande parte se dá por familiares do gênero feminino (mãe, irmã, avó, tia e madrasta). Possivelmente estes dados também estão relacionados com a escolaridade dos responsáveis. Enquanto 8% dos responsáveis masculinos possuem nível superior, este percentual sobe para 15% dos responsáveis femininos. Além disso, todos esses dados podem indicar um fator cultural, onde historicamente a figura da mãe (responsável feminino) representa a pessoa encarregada de zelar pela educação dos filhos.

A seguir, será exposto quais impressões os discentes preservam dos professores e do ensino de problemas aditivos.

3.1.2 Prática pedagógica na visão dos discentes

A percepção dos estudantes sobre a prática pedagógica é outro fator importante a ser analisado. Apesar da falta de afinidade com a disciplina e o desempenho escolar mediano, 59% acredita entender as explicações dadas nas aulas de matemática (sempre ou quase sempre). O restante representa um número considerável que não entende as explicações de forma suficiente. Grande parte acredita que o professor de matemática que ministrou resolução de problemas aditivos demonstrava clareza e conhecimento, 87% avalia as explicações de forma positiva (boas ou excelentes).

Em relação à forma como iniciava a maioria das aulas de problemas que envolvem adição e subtração de números naturais, 62% dos discentes revelaram que iniciavam pela definição seguida de exemplos e exercícios diante de outras metodologias. Para praticar a resolução deste conteúdo, a maioria dos estudantes revelou que o professor costumava utilizar exercícios, 48% disseram apresentar uma lista e 35% fazia uso de questões do livro didático.

Ao mencionarem a lista de exercícios como a forma de atividade mais utilizada nas aulas de matemática, seguida de aulas expositivas, os discentes revelaram uma prática comum na docência desta disciplina. Este resultado indica que outras metodologias de ensino estão



sendo pouco utilizadas. Quando analisamos os percentuais de Seminários (0%) e Projetos (1%), por exemplo, percebemos que o professor não desenvolve uma abordagem pluridisciplinar. Segundo Santos (2012) neste ponto a escola também é responsável pois tratam-se de atividades em conjunto com outras disciplinas em torno de temas geradores. A atividade de Pesquisa (15%) obteve um percentual maior e indica que provavelmente esteja sendo inserida também a História da Matemática neste modelo de trabalho.

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático. (BRASIL, 1997, p. 34)

Outra metodologia comprovadamente importante na educação matemática e prevista nos PCN do ensino fundamental é a utilização de Jogos (3%), que também foi pouco indicada pelos discentes. Os jogos favorecem a compreensão de regras. Neste sentido auxiliam não só no processo de ensino aprendizagem como no desenvolvimento da socialização entre os estudantes e o mundo que os rodeia. Ademais os jogos permitem o aprendizado de símbolos e estimulam a produção de novas formas de expressão, tão importantes para a ampliação da criatividade, melhora da interpretação e superação de dificuldades com a linguagem matemática.

O trabalho em grupo foi mencionado pelos discentes com um bom percentual (29%), contudo não relacionado aos jogos. Para Gitirana (2006) o trabalho colaborativo serve para quebrar o paradigma que a matemática só valoriza as capacidades individuais. A interação entre os estudantes multiplica saberes, incentiva criação de estratégias e até mesmo a autoavaliação.

Isto não significa que o professor deve se abster da utilização de exercícios. Devemos considerar que o exercício costuma representar uma atividade de repetição de algoritmos e propriedades importantes para a fixação dos conteúdos. Porém, devemos lançar mão da resolução de problemas como estratégia de ensino. “Problema, ainda que simples, pode suscitar o gosto pelo trabalho mental se desafiar a curiosidade e proporcionar ao aluno o gosto pela descoberta da resolução. O exercício envolve mera aplicação e o problema necessariamente envolve invenção e/ou criação significativa.” (KFOURI, 2008, p. 69).



Deste modo, o autor corrobora para o direcionamento dado pelos PCN onde afirma-se que “só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada” (BRASIL, 1997, p. 32). O documento defende que o real sentido da utilização de problemas nas aulas de matemática é para apresentar um conceito e não puramente para verificar sua aprendizagem. Os problemas estimulam a curiosidade do estudante e gosto pela disciplina, sua resolução aprimora o raciocínio e amplia o conhecimento.

Diante do exposto, colocamos a importância do planejamento pedagógico voltado para o pleno desenvolvimento do estudante enquanto indivíduo e não considerar o currículo apenas como transmissão de conteúdo. Encontramos em Mello (2014, p. 8) que “configura-se um paradigma educacional que tem nas competências e habilidades o conceito de referência da organização pedagógica e curricular; e na avaliação seu procedimento de gestão mais importante”. Assim, além do planejamento, devemos também considerar indispensável a discussão que trata da avaliação da aprendizagem.

Nos resultados de nossa pesquisa constatamos um certo equilíbrio na natureza dos sentimentos provocados pela avaliação em matemática. Contudo, quando soma-se os percentuais, as sensações negativas (medo, preocupação, raiva e calafrios) ainda representa um número maior, 54%, em face às positivas (tranquilo e contente). Confirmando a ideia de Gitirana (2006, p. 57) quando afirma que “o termo avaliar sempre causou, e ainda causa, um grande temor, muitas vezes, pelo fato de o termo ter sido usado no sentido de medir resultados alcançados, outras vezes pelos usos discriminadores e punitivos que são feitos com tais resultados”. Esta percepção ainda é forte dentro do ambiente escolar.

Ao serem questionados sobre qual instrumento o professor de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem, tornou-se evidente que os estudantes valorizam mais as formas de avaliação feitas em classe. Neste ponto a maioria, 49%, opinou pelo visto no caderno, outros indicaram a frequência, a participação e os testes mais do que as provas. Com relação aos objetivos e critérios da avaliação, “as crianças precisam saber o que as professoras e os professores esperam delas quando propõem algo, e nós precisamos compreender como elas



interpretam nossa expectativa.” (FERRAZ, 2003, p. 143-144). Portanto, devemos nos preocupar com o papel da avaliação dentro do ambiente de aprendizado.

Em continuação iremos detalhar os resultados das questões utilizadas para discriminar o aprendizado relacionado à resolução de problemas aditivos pela ótica dos discentes.

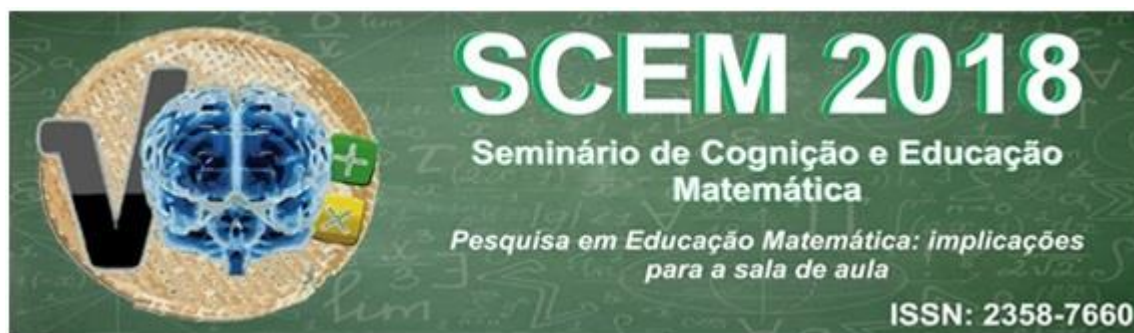
3.1.3 Dificuldades na aprendizagem de problemas aditivos com números naturais segundo os discentes

A respeito da resolução de problemas aditivos com números naturais verificamos que 97% dos estudantes admitiu ter dificuldade em escolher a operação adequada em algum momento. Descobrimos por meio do referencial teórico que todos os autores mencionados concordam que este obstáculo perpassa pela deficiência de leitura e interpretação dos problemas escritos, além da classificação e estrutura semântica dos mesmos. Esta situação se agrava pelo fato de que 56% dos discentes assumem ter dificuldade em resolver problemas em que são usadas mais de uma operação. Estes dados assemelham-se aos da pesquisa de Silva (2016), onde constatou que os estudantes não se preocupavam em selecionar quais dados numéricos do enunciado deveriam ser utilizados nas operações. “E ainda, nas situações-problema, em que era necessária mais de uma operação, a falta de organização na modelação, dificultava a conexão entre as operações de adição e subtração.” (SILVA, 2016, p. 179).

No quadro a seguir os discentes indicaram se lembravam de problemas relacionados à cada tipo e o grau de dificuldade que representavam para eles. Os percentuais expostos são relativos às escolhas dos mesmos.

QUADRO 1 – Grau de dificuldade em problemas aditivos

PROBLEMAS	Você lembra de ter resolvido problemas desse tipo?		Qual grau de dificuldade que você teve para entendê-lo?			
	Sim	Não	Muito Fácil	Fácil	Difícil	Muito Difícil
Ana tem R\$65,00 e sua irmã tem R\$55,00. Quanto elas têm juntas?	94%	6%	49%	49%	2%	0%
Uma pessoa nasceu em 1934 e viveu 68 anos. Em que ano esta pessoa faleceu?	65%	35%	12%	46%	37%	5%



Ane tem R\$43,00. Carla tem R\$17,00 a mais que Ane. Quanto tem Carla?	87%	13%	26%	60%	12%	2%
Daniela tem 40 bonecas. Andréa tem 18 bonecas a menos que Daniela. Quantas bonecas tem Andréa?	89%	11%	32%	53%	13%	2%
Neto tinha R\$85,00. Deu R\$26,00 para seu primo Carlos. Com quanto Neto ficou?	91%	9%	35%	46%	16%	3%
Pedro e Marcus têm juntos 72 bolinhas de gude. Pedro tem 54. Quantas bolinhas de gude tem Marcus?	84%	16%	26%	50%	17%	7%
Mauro tinha R\$37,00, ganhou certa quantia de seu irmão e ficou com R\$99,00. Quanto Mauro ganhou de seu irmão?	78%	22%	21%	39%	31%	9%
Talita tem 56 livros e Bruna tem 97. Quantos livros Talita tem a menos que Bruna?	81%	19%	26%	54%	16%	4%
Mario tinha certa quantia em dinheiro. Ganhou R\$50,00 de seu pai e ficou com R\$184,00. Quanto Mario tinha antes de ganhar dinheiro de seu pai?	85%	15%	27%	44%	23%	6%
Renato tem R\$88,00. Ele tem R\$25,00 a menos que Mateus. Quanto tem Mateus?	75%	25%	24%	44%	29%	3%
Beto tinha algumas figurinhas. Deu 75 para Ruan e ainda ficou com 39. Quantas figurinhas Beto tinha?	81%	19%	30%	38%	28%	4%
Fernanda comprou 2 camisetas. Uma custou R\$21,00, e a outra, R\$63,00. Como havia levado uma nota de R\$100,00, com quanto ela ficou de troco?	83%	17%	33%	41%	14%	12%

Fonte: pesquisa de campo (2018).

De acordo com os dados obtidos no Quadro 1, identificamos que em todos os problemas a maioria dos estudantes responderam “Sim” ao serem perguntados se lembravam de ter resolvido problemas desse tipo, com percentuais entre 75% e 94%. Também em todos os problemas o grau de dificuldade “Fácil” foi o mais escolhido, com uma média percentual de 47% dos discentes.

Com base nos tipos de problemas descritos em Sá e Fossa (2008), observamos que os problemas algébricos apresentaram uma grau de dificuldade maior. Ao compararmos os percentuais do grau “Difícil”, constatamos nos problemas aritméticos a média de escolha dos estudantes foi de 16%, enquanto os algébricos obtiveram uma média de 24%. Este resultado confirma o que foi apresentado no referencial teórico em relação à esta classificação.

No nono, décimo e décimo primeiro problemas o grau “Difícil” apresenta um percentual acima de 20%. Nesses problemas o valor inicial é desconhecido, indicando que existe dificuldade em relação à posição da incógnita. O último problema se enquadra no tipo aritmético combinado. Este foi o único em que o grau “Muito Difícil” ultrapassou 10%, o que



torna este resultado compatível com a dificuldade que os estudantes expressaram no questionário, em problemas que precisam de mais de uma operação para serem solucionados.

Com as análises do perfil dos discentes consultados, da visão dos mesmos sobre a prática pedagógica e as indicações de dificuldades em resolução de problemas aditivos partiremos para as conclusões.

4. Considerações finais

Este artigo teve como objetivo realizar um diagnóstico acerca de dificuldades quanto à resolução de questões aditivas no campo dos números naturais. Buscamos desenvolver o conhecimento ao redor do campo conceitual aditivo com foco na resolução de problemas e não somente nas operações de adição e subtração.

A partir dos resultados, constatamos que a lista de exercícios é mencionada com grande ênfase pelos discentes. Esta prática está relacionada à abordagem metodológica, quando segue a aula expositiva, à forma de atividade mais utilizada como fixação do conteúdo e à forma de avaliação, quando citam o visto no caderno e a participação em resolução dos mesmos. Contudo não constatamos se os estudantes sabem a real diferença entre exercícios de algoritmos e resolução de problemas. Segundo o referencial teórico, ambas atividades carregam dificuldades de aprendizagem e desenvolvem habilidades particulares.

A dificuldade na escolha da operação foi confirmada pelos discentes, bem como em resolver problemas que envolvem mais de uma operação. O bloqueio maior em problemas do tipo algébrico, revelado no Quadro 1, nos leva a concluir que a estrutura semântica deste tipo de problema acarreta em dificuldades de interpretação, principalmente os que possuem a incógnita no valor inicial. Ainda em relação à classificação, não constatamos se os problemas de comparação carregam maior grau de dificuldade pois não apresentaram percentuais diferenciados quando comparado aos de combinação e transformação.

Outros possíveis obstáculos na aprendizagem em resolução de problemas aditivos levantados no referencial teórico não puderam ser comprovados. Como a forma de apresentação do problema, uma vez que o questionário foi constituído de apenas problemas escritos. Também



não foi possível verificar dificuldades relacionadas à operacionalização de algoritmos, uma vez que os testes não foram analisados.

Nossa observação durante a aplicação dos instrumentos nos revelou a pouca maturidade dos educandos em avaliar suas reais habilidades, falta de experiência, ou até mesmo falta de compromisso, em responder pesquisas deste teor. Com base na prática docente sabemos que grande parte dos estudantes possuem pouco comprometimento com a própria aprendizagem. Os resultados confirmaram que os mesmos dispensam pouco tempo ao estudo fora da escola.

No cotidiano escolar detectamos que poucos estudantes realizam as atividades de fixação ou trabalhos de pesquisa propostos. Este fato reflete em notas medianas, mencionadas pelos discentes consultados, não só pela pontuação atribuída a estas atividades, mas pela falta de entendimento do conteúdo e pelo não desenvolvimento das habilidades necessárias, chegando às avaliações com pouco ou nenhum preparo.

Diante desta reflexão, avaliamos que este estudo encontrou limitações ao considerar apenas o ponto de vista dos discentes. Constatamos a necessidade de adequar algumas questões do questionário e considerar a análise dos resultados dos testes de conhecimento para validar nossas hipóteses. Apontamos estudos que abordem as dificuldades aqui descritas ampliando a consulta a docentes, visando o desenvolvimento de produtos educacionais que contribuam para a melhoria do ensino do conteúdo abordado.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, Jozeildo Kleber. Campo aditivo e multiplicativo: o que é avaliado na prova Brasil do 5º ano. In: Anais do IV Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia - SINECT. **Anais ...** Ponta Grossa/PR, 2014. Disponível em: <http://www.sinect.com.br/2014/down.php?id=2911&q=1>. Acesso em: 01/08/2018.
- BRASIL. secretaria de educação fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. PDE: **Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC/INEP, 2008.



BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>. Acesso em 06/06/2018.

FERRAZ, Maria Cláudia de Oliveira Reis; MACEDO, Stella Maris de. As influências de um rio chamado avaliação Escolar. In: Maria Teresa Esteban. (Org.). **Escola, Currículo e Avaliação**. 1ed. São Paulo: Cortez Editora, 2003, v. 5, p. 137-151.

GITIRANA, Veronica. Planejamento e avaliação em matemática. In: Janssen Felipe da Silva; Jussara Hoffman; Maria Teresa Esteban. (Org.). **Práticas avaliativas e aprendizagens significativas**: em diferentes áreas do currículo. 5ª Ed. Porto Alegre: Mediação, 2006, p.57-66.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática. **Práxis Educacional** (Online), 2013, v. 8, n. 13 p. 253-280.

HENKLAIN, Marcelo Henrique Oliveira; CARMO, João dos Santos. Equivalência de estímulos e redução de dificuldades na solução de problemas de adição e subtração. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**. Brasília, 2013. v. 29, n. 3, p. 341-350.

KFOURI, William. **Explorar e investigar para aprender matemática por meio da modelagem matemática**. 2008. 233 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

MELLO, Guiomar Namo de. **Currículo da educação básica no Brasil**: concepções e políticas. São Paulo: CEEESP, 2014. 15 p.

NUNES, Terezinha et al. **Educação Matemática**: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

PAVANELLO, Maria Regina; LOPES, Silvia Ednaira; ARAÚJO, Nelma Sgarbosa Roman. Leitura e interpretação de enunciados de problemas escolares de matemática por alunos do ensino fundamental regular e educação de jovens e adultos (EJA). **Educar em Revista**. Curitiba: UFPR, 2011. n. Especial 1/2011, p. 125-140.

SÁ, Pedro Franco de; FOSSA, John Andrew. Uma distinção entre problemas aritméticos e algébricos. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 33, n. 19, set/dez, 2008, p.253-278.

SANTOS, Edméa Oliveira dos; WEBER, Aline. Articulação de saberes no currículo escolar. In: Edméa Santos. (Org.). **Currículos: teorias e práticas**. Rio de Janeiro: LTC, 2012, v. 1, p. 61-84.

SANTOS, Robério Valente. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais**. 2017. 393f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará. Belém, 2017.

SILVA, Benedita das Graças Sardinha da; SÁ, Pedro Franco de; MATNI, Renata Cristina Alves. CAMPO CONCEITUAL ADITIVO: o ensino de problemas por atividades. X Encontro Paraense De Educação Matemática. **Anais...** Belém, 2015. 14p



SILVA, Benedita das Graças Sardinha da. **Ensino de problemas envolvendo as quatro operações por meio de atividades**. 2015. 224f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará. Belém, 2016.

SOUZA, José Maria de Jesus; CHAQUIAM, Miguel; SÁ, Pedro Franco de. O domínio das quatro operações na visão de professores no Pará. **Traços**. Belém: UNAMA, v. 5, nº 10, p. 69-76, 2002.



DIFICULDADES DOS DISCENTES DO ENSINO MÉDIO RELACIONADAS À APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO SENO

Paulo Ferreira da Gama

Universidade do Estado do Pará

paulofgama@outlook.com

Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará

2011malu.melo@gmail.com

Natanael Freitas Cabral

Universidade do Estado do Pará

natanfc61@yahoo.com.br

Resumo

O artigo trata da exposição das dificuldades dos discentes no processo de aprendizagem da função seno, encontradas a partir de uma pesquisa de campo realizada em maio de 2018, junto a 115 alunos da rede pública estadual da região metropolitana de Belém (PA). O instrumento de coleta utilizado consistiu em teste diagnóstico contendo dez questões relacionadas ao estudo da função seno. Os dados obtidos foram tratados por meio da Estatística descritiva. A análise destes, foi realizada por meio de pesquisas anteriores, balizadas pela temática. Os resultados indicaram que os discentes têm dificuldades no aprendizado da função seno que podem ser agrupadas em seis categorias, a saber: (i) arcos no ciclo trigonométrico; (ii) interpretação gráfica do seno; (iii) triângulo retângulo; (iv) linguagem trigonométrica; (v) ciclo trigonométrico e (vi) funções trigonométricas. Entendemos que essas dificuldades detectadas podem estar relacionadas à própria epistemologia do estudo da trigonometria e aos métodos de ensino quase exclusivos adotados pelos professores no ensino deste assunto. Consideramos também que alguns alunos demonstraram pouco empenho na resolução de algumas questões, elevando o índice de erros nelas.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Trigonometria. Função seno. Dificuldades de aprendizagens.

Introdução

O estudo da trigonometria surgiu pela necessidade que o homem teve em compreender acontecimentos relacionados com a Astronomia, tais como, prever alguns eventos celestes e saber calcular distâncias importantes para a navegação. O termo trigonometria vem da junção das palavras gregas *trigoso* (triângulo) com *mestria* (medida), isto é, trata-se de uma área da Matemática que estuda as medidas de um triângulo e suas aplicações (ROQUE e CARVALHO, 2012).



No início, a trigonometria ficava mais restrita a Astronomia. Mais recentemente, ela tem sido usada em diversas áreas do conhecimento. Ainda no ensino médio o aluno tem a oportunidade de perceber a aplicação da trigonometria na Física. Oliveira (2015), fez uma pesquisa que relacionou aplicações da trigonometria com várias ciências: Ciências Econômicas, Engenharia Civil, Astronomia, Geociências, Medicina, Ciências Biológicas, Eletrotécnica, etc.

A trigonometria divide-se basicamente em duas partes: a trigonometria plana e a trigonometria esférica. A primeira é ensinada na educação básica e trata do estudo voltado para resolução de problemas envolvendo triângulos no plano. A segunda é estudada apenas no nível superior, versando sobre problemas envolvendo triângulos na esfera.

No estudo da trigonometria plana, ainda no 9º ano do ensino fundamental, o discente tem a oportunidade de aprender as principais *razões trigonométricas*. Neste momento, essas razões ficam geralmente restritas aos ângulos internos de um triângulo, com ênfase aos ângulos agudos do triângulo retângulo. No ensino médio, porém, esse estudo é ampliado: avança do triângulo retângulo para o ciclo trigonométrico, e as razões trigonométricas são analisadas como *funções trigonométricas*. Dentre as principais funções trigonométricas temos as funções seno, cosseno e tangente, sendo a primeira o objeto matemático tido como foco de nossa pesquisa.

Apesar da importância da função seno em diversas ciências e da sua inserção nos documentos oficiais brasileiros, observa-se que há poucas pesquisas relacionadas ao tema. Feijó (2018, p.12) chega a afirmar que “as pesquisas sobre as dificuldades enfrentadas ao se aprender trigonometria são escassas não só no Brasil, mas no mundo”.

Nesse cenário, esta investigação buscou conhecer junto a uma amostra de 115 alunos de escolas pública *quais as principais dificuldades dos alunos do ensino médio no processo de aprendizagem da função seno?* Com a finalidade responder essa questão, fizemos um levantamento bibliográfico sobre como esse assunto tem sido apresentado nas em documentos oficiais brasileiros (Orientações Curriculares para o ensino médio, Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – e na Base Nacional Comum Curricular – BNCC) e em pesquisas sobre o tema. Com base nas informações coletadas, elaboramos um teste diagnóstico composto de dez questões de múltipla escolha envolvendo tópicos de trigonometria, o qual foi aplicado em três



escolas da rede pública estadual. Os resultados obtidos na pesquisa de campo são apresentados e discutidos no corpo do texto.

A função seno nos documentos oficiais brasileiros

O estudo da trigonometria tem seu início ainda no Ensino Fundamental, com ênfase nas razões trigonométricas no triângulo retângulo e o estudo da lei dos senos e do cosseno. No entanto, é principalmente no Ensino Médio que o ensino da trigonometria se aprofunda, com o estudo das funções trigonométricas e suas relações com outras disciplinas, como a Física.

De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, o ensino das funções trigonométricas deve ser precedido pelo estudo das relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo. Somente após o professor ministrar estes assuntos é que ele deve avançar gradativamente os conteúdos até chegar no estudo da função seno no ciclo trigonométrico. Nesse cenário, as funções trigonométricas passariam a serem vistas apenas como uma extensão das razões trigonométricas (BRASIL, 2006).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam para necessidade de o professor ensinar o conteúdo de funções de tal maneira que permita aos educandos ter flexibilidade quanto a este conceito. No caso das funções trigonométricas, nas quais está inserida a função seno, os PCN propõem um estudo mais voltado para aplicações, com ênfase nos aspectos mais importantes deste conteúdo e, sempre que possível, relacionando o tema com outras disciplinas, como a Física, por exemplo (BRASIL, 2000).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), por seu turno, apresenta o estudo da função seno como parte integrante dos conteúdos referentes a disciplina de Matemática para o ensino médio. Vale destacar que enquanto as Orientações Curriculares para o Ensino Médio e os PCN são apenas orientações dadas ao professor e à escola, aos quais, estes têm discricionariedade na seleção dos conteúdos; a BNCC tem caráter vinculante, ou seja, ela deixa de apenas sugerir ou orientar determinado conteúdo e passa a impor quais assuntos devem constituir a base comum dos conteúdos obrigatórios da rede básica de ensino nacional (BRASIL, 2017).



Assim, observamos que o estudo da função seno mostra-se relevante nos documentos oficiais brasileiros, havendo necessidade de pesquisas que busquem desvelar as dificuldades dos estudantes quanto a ele. A seguir, apresentamos algumas pesquisas que versam sobre o tema em questão.

A função seno em pesquisas na educação matemática

Apesar dos avanços relacionados ao processo de aprendizagem na educação básica brasileira, ainda são detectadas dificuldades dos estudantes em diversas áreas de conhecimento, dentre as quais, citamos às relacionadas ao aprendizado da trigonometria. A afirmação se confirma ao considerarmos dados de pesquisas dos últimos seis anos que trataram do assunto, as quais descrevemos no parágrafo seguinte.

Pedroso (2012), realizou uma pesquisa com objetivo de avaliar o aprendizado da trigonometria mediante uso de uma sequência de ensino. Em seu trabalho a pesquisadora afirma que os educandos têm dificuldades, dentre outros em: (i) compreender a linguagem simbólica relacionada à trigonometria; (ii) aplicar o conhecimento sobre o tema como ferramenta em situações contextualizadas; (iii) justificar o sinal de determinado seno no arco trigonométrico; (iv) entender o conceito de radiano.

Santos (2014), realizou uma investigação com 15 alunos de uma escola pública de São Paulo, com objetivo de analisar os efeitos da utilização da modelagem matemática para uma aprendizagem mais significativa e, simultaneamente, avaliar uma proposta de abordagem para a modelagem, mediante etapas e fases. Santos conclui que os alunos apresentam tanto dificuldades na aplicação da função seno em determinadas situações problemas, quanto na hora da construção e interpretação dos gráficos da função seno.

Salazar (2015), fez um trabalho com objetivo de investigar as potencialidades do software GeoGebra no processo de aprendizagem das funções trigonométricas. A pesquisadora constatou dificuldades dos discentes em resoluções de problemas envolvendo as funções trigonométricas, como em problemas relacionados à Física e outras disciplinas, e ainda como na compreensão de conceitos relacionados ao tema.



Feijó (2018) realizou um estudo onde sondou as dificuldades e obstáculos relacionados ao aprendizado de trigonometria. Nele, foi constatado, dentre outros fatores, dificuldades de interpretação das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente corretamente, dificuldades na compreensão do conceito de radiano e não relacionam a medida de um ângulo, em radianos, se este não contiver o número π . Com isso, o desempenho estudantil dos pesquisados variou de ruim a inexistente. Dentre as justificativas para as dificuldades e obstáculos apresentados pelos discentes, Feijó (2018) cita o (i) descaso relacionado ao ensino da geometria por mais de 30 anos no Brasil e (ii) a deficiência na formação docente. Para ele é necessária maior atenção sobre o estudo da trigonometria, posto que o aprendizado dessa parte da Matemática poderá facilitar a relação entre os raciocínios algébricos, aritméticos e gráficos, permitindo aos escolares maior capacidade de abstração.

Considerando a revisão de estudos realizada, optamos por fazer uma pesquisa de campo onde levantamos dificuldades apresentadas por uma amostra de discentes, no tocante ao aprendizado da função seno. Na próxima seção apresentaremos a metodologia da pesquisa.

Metodologia da pesquisa

A primeira etapa do estudo foi dedicada a elaboração dos instrumentos que produziram as informações da pesquisa, compostos de: um questionário socioeconômico; um quadro de dificuldades sobre função do seno; um teste diagnóstico; este último, contendo dez questões relacionados ao estudo da função seno; o Termo de Consentimento Livre e Assistido. Ainda na fase de planejamento do trabalho elegemos como lócus da pesquisa três escolas estaduais e, como informantes, alunos do 3º ano do Ensino Médio.

O trabalho de campo teve início entre os dias 16 e 18 de maio de 2018, em três escolas estaduais de Ananindeua, região metropolitana de Belém (PA), totalizando quatro turmas do 3º ano do Ensino Médio (turmas regulares) e uma amostra de 115 estudantes. Antes de aplicarmos os instrumentos, pedimos que os alunos assinassem o Termo de Consentimento Livre e Assistido. Em seguida, explicamos como os discentes deveriam responder os instrumentos de coleta de dados, dispostos na seguinte ordem: questionário socioeconômico; quadro de



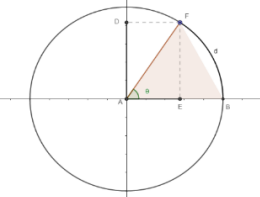
difficultades e um teste diagnóstico; este último, contendo dez questões relacionadas ao estudo da função seno.

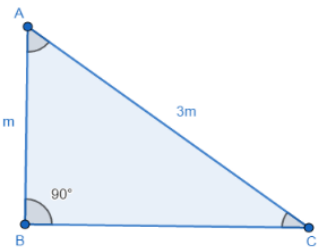
Vale destacar que para a elaboração deste artigo serão apresentados somente os dados referentes ao teste diagnóstico onde queríamos verificar nível de aprendizado da função seno. Vale destacar que no momento da aplicação do instrumento procuramos não auxiliar os alunos quanto a resolução das questões, deixando com que eles respondessem unicamente com os conhecimentos já adquiridos anteriormente. Os dados advindos da aplicação do teste diagnóstico foram tratados por meio da Estatística descritiva. A análise destes é balizada pelas pesquisas que compuseram a revisão de estudos citados na seção que tratou da função seno em pesquisas na educação matemática.

Teste diagnóstico e análise

O teste diagnóstico aplicado encontra-se no Quadro 1. As questões contidas nele foram elaboradas (com exceção da 4ª questão, mas com a devida referência) especificamente para sondar as dificuldades de aprendizagem dos discentes sobre o estudo da função seno e dividem-se em duas categorias: conceitual e algorítmica. O nível de dificuldade varia entre fácil, médio e difícil.

Quadro 1: Teste diagnóstico aplicado

QUESTÃO 1 Em uma circunferência com raio medindo 15 cm caminha uma formiga do ponto B até o ponto C perfazendo um arco de 45 cm. Qual a medida, em radianos, do ângulo central referente ao arco percorrido pela formiga? a) $\frac{1}{3}$ rad b) 6 rad c) 3 rad d) 9 rad	
QUESTÃO 2 Considere que a figura ao lado represente o ciclo trigonométrico. Pode-se dizer que o seno trigonométrico é melhor representado por: a) θ b) $\overline{AE}$ c) $\overline{AD}$ d) $\widehat{BF} = d$	
QUESTÃO 3 O valor de $\text{Sen}(210^\circ)$ é: a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $-\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{2}$	

QUESTÃO 4	
(FEI-SP) A sequência de valores:	
$\sin \frac{\pi}{2}, \sin \frac{\pi}{3}, \sin \frac{\pi}{4}, \dots, \sin \frac{\pi}{n}, \dots$	
a) É estritamente crescente b) É estritamente decrescente c) Possui valores negativos d) Possui valores iguais	
QUESTÃO 5	
A imagem da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por: $f(x) = 2 + 3 \cdot \sin x$ é:	
a) $Im(f) = [-1,5]$ b) $Im(f) = [1,5]$ c) $Im(f) = [0,5]$ d) $Im(f) = [-1,3]$	
QUESTÃO 6	
Em relação a questão anterior, podemos afirmar que:	
a) $f(0) = 3$ b) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$ c) $f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$ d) $f(\pi) = -5$	
QUESTÃO 7	
A extremidade do arco de medida $\frac{31\pi}{4}$ encontra-se no:	
a) Primeiro quadrante b) Segundo quadrante c) Terceiro quadrante d) Quarto quadrante	
QUESTÃO 8 O triângulo retângulo ABC representado ao lado tem um dos seus catetos medindo m e a hipotenusa medindo $3m$. A medida do seno do maior ângulo agudo do triângulo ABC é: a) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ d) $2\sqrt{2}$	
QUESTÃO 9	
O valor do $\sin \frac{3\pi}{4}$ é equivalente ao do:	
a) $\sin \frac{\pi}{6}$ b) $\sin \frac{\pi}{2}$ c) $\sin \frac{\pi}{4}$ d) $\sin \frac{\pi}{3}$	
QUESTÃO 10	
O valor da expressão	
$p = \frac{\sin 150^\circ \cdot \sin 45^\circ \cdot \sin 120^\circ}{\sin 210^\circ \cdot \sin 330^\circ}$	
É igual a:	
a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{3}$	

Fonte: Os autores (2018)

A partir dos dados obtidos na aplicação do teste diagnóstico, representamos em gráficos e tabelas que seguem, com suas respectivas análises.



A questão 1 trata de uma situação problema em que é requerido do aluno conhecimento sobre o conceito de radiano. Nela é dado o raio de uma circunferência e o arco formado pelo caminho por uma formiga. Para chegar a resposta correta o aluno deveria dividir o arco dado pelo raio. Fazendo isso, ele encontrará a resposta dada pela letra C. O índice que apresenta a seleção das respostas pelos alunos está representado na Tabela 1.

Tabela 1: Dados referentes a questão 01

QUESTÃO	ALTERNATIVA SELECIONADA	PERCENTUAL
01		
A	22	19,13%
B	33	28,70%
C	39	33,91%
D	12	10,43%
NENHUMA	9	7,83%
TOTAL	115	100,00%

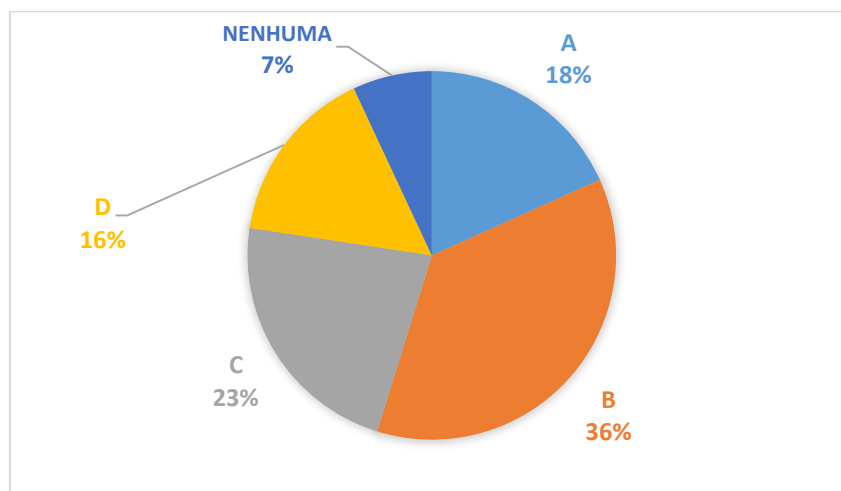
Fonte: Pesquisa de campo (2018)

Apesar da questão poder ser considerada como fácil para aqueles que dominam o assunto. Entretanto, de acordo com a Tabela 1, observamos que a taxa de acerto foi de aproximadamente 34%, isso sinaliza para dificuldades apresentadas pelos discentes na compreensão e cálculo de arcos com medidas de arcos em radiano, confirmando os achados de Pedroso (2012) e Feijó (2018), que também detectaram as mesmas dificuldades.

A questão 2 é classificada como uma questão conceitual. Nela, o aluno não precisa resolver nenhuma equação ou conta, bastando apenas que tenha habilidade em extrair a informação correta do ciclo trigonométrico apresentado. Assim, a resposta para a questão é representada pela projeção ortogonal do arco $\widehat{BF}$ sobre o eixo das ordenadas. Assim, a resposta correta é o segmento $\overline{AD}$. Portanto, letra C. O Gráfico 1 apresenta a distribuição percentual das respostas dadas pelos alunos pesquisados em relação a questão 2.



Gráfico 1: Dados referentes a questão 02



Fonte: Pesquisa de campo (2018)

Observa-se no Gráfico 1 que a taxa de acerto foi inferior a 25%, indicando que os discentes pesquisados têm dificuldades em reconhecer o segmento ortogonal relacionado à função seno no ciclo trigonométrico e em fazer a interpretação gráfica correta de situações envolvendo a função seno. Percebemos, ainda que a letra B foi a maior selecionada pelos estudantes, indicando que para eles, o seno trigonométrico seria representado pelo segmento $\overline{AE}$; mas, na verdade, esse segmento representa o cosseno trigonométrico. Assim, podemos inferir que os alunos tiveram dificuldades em distinguir as razões *cateto oposto/hipotenusa* e *cateto adjacente/hipotenusa*, referentes, respectivamente, ao seno e cosseno. Essa dificuldade foi encontrada também em Pedroso (2012).

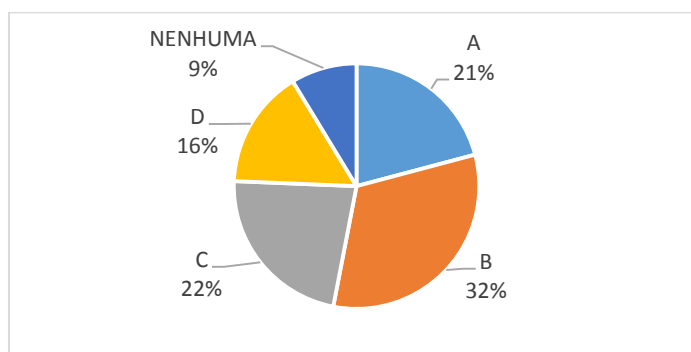
Os dados referentes a questão 03 encontram-se dispostos no Gráfico 2. O conteúdo relacionado a trigonometria é a redução ao primeiro quadrante, sendo exigido dos discentes que eles mobilizem conhecimentos sobre o seno dos arcos notáveis (30° , 45° e 60°).

Mobilizando tais conhecimentos e fazendo algumas manipulações algébricas, o aluno encontrará como resposta o valor $-1/2$, uma vez que o valor do $\text{sen}210^\circ$ é igual ao valor do $\text{sen}30^\circ$, porém com sinal negativo, isto é:

$$\text{sen}210^\circ = -\text{sen}30^\circ$$



Gráfico 2: Dados referentes a questão 03



Fonte: Pesquisa de campo (2018)

O nível de dificuldade empregado na questão 3 é médio. Observa-se, no entanto, que a taxa de acerto obtida foi de apenas 22%. Desse modo, percebemos que os discentes pesquisados apresentam dificuldades em fazer redução ao primeiro quadrante, utilizar os valores dos arcos notáveis em expressões, bem como em perceber a variação do sinal da função seno no ciclo trigonométrico.

No que concerne à questão 4, trata-se de uma questão com nível de dificuldade alta. Uma das maneiras possíveis de resolver essa questão era o aluno perceber que a fração $\frac{\pi}{n}$ é uma Progressão Geométrica infinita, em que $n \rightarrow +\infty \Rightarrow \frac{\pi}{n} \rightarrow 0$.

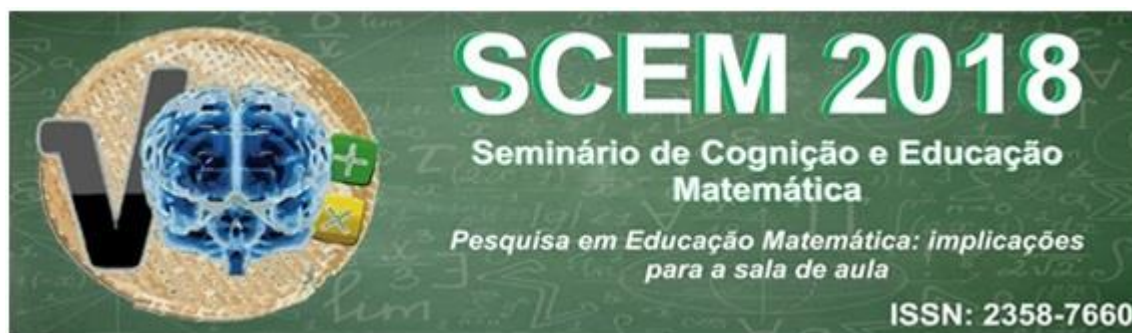
Assim, como o primeiro arco da sequência

$$\sin \frac{\pi}{2}, \sin \frac{\pi}{3}, \sin \frac{\pi}{4}, \dots, \sin \frac{\pi}{n}, \dots$$

é o $\frac{\pi}{2}$, o valor do seno é positivo (e igual a 1), mas à medida que o arco $\frac{\pi}{n}$ tende a zero o valor do seno referente a esse arco também tende a zero, mas continua positivo. Ou seja, os valores dos termos que seguem o $\sin \frac{\pi}{2}$ na sequência dada são estritamente decrescentes. Com isso, resposta correta é a letra B.

Tabela 2: Dados referentes a questão 04

QUESTÃO 04	ALTERNATIVA SELECIONADA	PERCENTUAL
A	60	52,17%
B	22	19,13%
C	16	13,91%



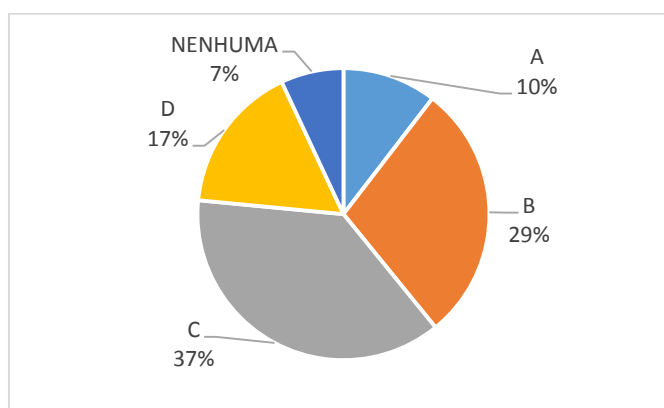
D	8	6,96%
NENHUMA	9	7,83%
TOTAL	115	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo (2018)

A Tabela 2, apresenta os dados relacionados às respostas dadas pelos discentes à questão 4. Baseado nela, observamos que os discentes apresentaram a mesma dificuldade encontrada em Pedroso (2012), no tocante à compreensão da linguagem simbólica utilizada em questões envolvendo trigonometria e em perceber a variação do segmento que representa a função seno no ciclo trigonométrico. Isso é justificado no baixo índice de acerto da questão (menos de 20% de acerto).

Na questão 5, o discente deveria saber que a imagem do seno de qualquer arco x está contida no intervalo $-1 \leq \text{sen}x \leq 1$. A partir desse conhecimento e de algumas manipulações algébricas o discente chegaria em: $-1 \leq 2 + 3.\text{sen}x \leq 5$. Assim, a resposta correta é: $\text{Im}(f) = [-1,5]$. Portanto, a letra A é a correta. O Gráfico 3 indica os índices de seleção a essa questão pelos discentes pesquisados.

Gráfico 3: Dados referentes a questão 05



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Apesar da questão 5 não ter um grau de dificuldades alto, observamos a partir da pesquisa de campo (Gráfico 3) que a taxa de acerto dessa questão foi de apenas 10%. Isso indica que os alunos pesquisados apresentaram dificuldades na compreensão e no cálculo de



um elemento do conjunto imagem da função seno, além de apresentarem dificuldades na compreensão da linguagem simbólica utilizada questões envolvendo a trigonometria.

A Tabela 3 trata dos dados referentes às respostas dadas pelos alunos em relação a questão 06. A questão analisada trata do cálculo de um elemento do conjunto imagem da função seno, dado um elemento do conjunto domínio desta função. Para resolvê-la, o aluno deveria conhecer o valor do seno dos arcos representados em cada questão e substituir o valor correspondente a ele em cada alternativa. Desse modo, o aluno perceberia que $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$. Logo, a resposta correta encontra-se na letra B.

Tabela 3: Dados referentes a questão 06

QUESTÃO 06	ALTERNATIVA SELECIONADA	PERCENTUAL
A	19	16,52%
B	40	34,78%
C	20	17,39%
D	29	25,22%
NENHUMA	7	6,09%
TOTAL	115	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo (2018)

De acordo com a tabela 3, observamos que o índice de acerto nessa questão mais do que triplicaram em relação à anterior. No entanto, o índice de erro, desprezando-se aqueles alunos que não marcaram nenhuma opção é, aproximadamente, de 63%. Com isso, podemos concluir que os discentes apresentaram dificuldades em calcular um elemento do conjunto imagem da função seno, dado um elemento de seu conjunto domínio e em fazer cálculos envolvendo os valores dos principais arcos no ciclo trigonométrico.

A questão 7 requeria que os alunos mobilizassem conhecimentos relacionados ao conteúdo de arcos côngruos. Agindo de tal modo, o educando encontraria o arco $\frac{7\pi}{4} = 315^\circ, 0 < \frac{7\pi}{4} < 2\pi$, côngruo ao arco $\frac{31\pi}{4}$ dado. Assim, o arco encontrado está no 4º quadrante. Portanto, a resposta correta dessa questão é a letra D. A Tabela 4 apresenta os índices relacionados as respostas dadas pelos alunos pesquisados à questão 7.



Tabela 4: Dados referentes a questão 07

QUESTÃO 07	ALTERNATIVA SELECIONADA	PERCENTUAL
A	30	26,09%
B	21	18,26%
C	25	21,74%
D	33	28,70%
NENHUMA	6	5,22%
TOTAL	115	100,00%

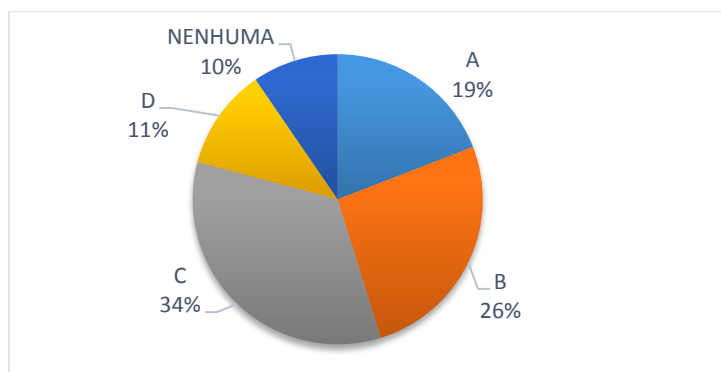
Fonte: Pesquisa de campo (2018)

A partir da Tabela 4, observamos que o índice de acerto foi de apenas 28,70%, o que nos permite afirmar que os discentes pesquisados apresentaram dificuldades em fazer a localização de um arco maior do que $2\pi \text{ rad}(360^\circ)$ no ciclo trigonométrico. Essa dificuldade encontrada reforça o que Pedroso (2012) detectou em sua pesquisa, onde, apesar da utilização de softwares com geometria dinâmica, os educandos apresentam dificuldades relacionadas a localização de arcos maiores do que 360° , ou $2\pi \text{ rad}$.

A questão 8 trata do assunto de trigonometria no triângulo retângulo. Nela, são mesclados conhecimentos de relações métricas e razões trigonométricas neste tipo de triângulo. Trata-se de uma questão com categoria de dificuldade média. Uma das possíveis formas de resolvê-la era o aluno utilizar o Teorema de Pitágoras para encontrar a medida do lado BC. Em seguida, o aluno deveria julgar qual era o maior ângulo interno agudo do triângulo ABC. Uma vez detectado o maior ângulo, bastaria o aluno usar a relação $\text{sen } x = \frac{\text{cateto oposto a } x}{\text{hipotenusa}}$. Com isso, o discente obteria que o valor do seno procurado é $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Portanto, a resposta correta é a letra A. O Gráfico 4 apresenta os dados obtidos a questão 8.



Gráfico 4: Dados referentes a questão 08



Fonte: Pesquisa de campo (2018)

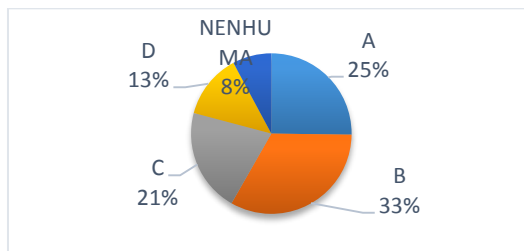
No gráfico 4, observamos que o índice de acerto da questão 8 foi menor do que 20%. Isso permite afirmar que os discentes tem dificuldades (i) em utilizar o teorema de Pitágoras para calcular o terceiro lado de um triângulo retângulo, dados os outros dois e (ii) em atribuir corretamente a razão *cateto oposto a x/hipotenusa* ao seno.

A questão 9 requer que o aluno tenha habilidades em reconhecer os valores dos senos de alguns arcos notáveis e suas respectivas famílias. Uma possível maneira de o aluno resolver essa questão era ele analisar que todos os arcos indicados nas alternativas pertencem ao primeiro quadrante. Em seguida, bastava fazer a redução do arco $\frac{3\pi}{4}$ ao primeiro quadrante. Ao fazer isso, o discente chegará no arco $\frac{\pi}{4}$. Isso implica dizer que $\left| \sin \frac{3\pi}{4} \right| = \left| \sin \frac{\pi}{4} \right|$

Tratando-se de função seno, sabemos que esta é positiva no 1º e no 2º quadrante e negativa no 3º e 4º quadrante. Como os arcos considerados pertencem ao 1º e 2º quadrante, temos: $\sin \frac{3\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4}$. Portanto, a resposta correta é a letra C. O Gráfico 5 representa os índices relacionados às respostas dadas pelos alunos à questão 09.



Gráfico 5: Dados referentes a questão 09



Fonte: Pesquisa de campo (2018)

A partir da análise gráfica, podemos observar que a alternativa correta teve um índice de acerto de apenas 21%, o que nos permite concluir que os discentes têm dificuldades em obter a família dos arcos que possuem o seno de mesmo módulo.

A questão 10 também trata de redução ao primeiro quadrante. Fazendo as devidas reduções e respeitando os sinais da função seno nos quadrantes do ciclo trigonométrico, o discente chegaria em $p = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Logo, a resposta certa encontra-se na letra C.

Tabela 5: Dados referentes a questão 10

QUESTÃO 10	ALTERNATIVA SELECIONADA	PERCENTUAL
A	16	13,91%
B	28	24,35%
C	35	30,43%
D	28	24,35%
NENHUMA	8	6,96%
TOTAL	115	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo (2018)

A Tabela 5 apresenta o índice de respostas dadas pelos discentes à questão analisada. A partir da análise dela, observamos que mais de 2/3 dos discentes pesquisados têm dificuldades em fazer redução de arcos ao primeiro quadrante e em utilizar os valores referentes aos arcos notáveis em expressões algébricas. Os dados de Pedroso (2012) corroboram os dados obtidos em nosso estudo. Em sua investigação ele atribui essas dificuldades ao fato de os escolares



tentarem apenas decorar as fórmulas de redução de arcos ao primeiro quadrante, ao invés de tentarem compreender como é construída essa redução.

Considerações Finais

Cada vez mais a Matemática vem sendo ressignificada em nosso cotidiano. Seus conhecimentos podem ser relacionados a ações simples, como na escolha da menor distância em um percurso, comparação de preços no mercado, ou construção de produtos complexos como equipamentos tecnológicos, por exemplo. Assim, não é exagero afirmar que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para uma cidadania plena, daí a importância de sua aprendizagem.

Em relação a trigonometria, também percebemos sua maior presença no contexto atual, pois há séculos que esse assunto deixou de ser utilizado somente em questões relacionadas à Astronomia. Hoje eles se expandiram à várias outras áreas das Ciências; mesmo assim, ainda são muitos os estudantes que não conseguem realmente aprender trigonometria, como ficou evidenciado no decorrer desse artigo.

Com efeito, dentre os textos acadêmicos relacionados à função seno e à trigonometria, percebemos que a maioria deles não trata das dificuldades de aprendizagens dos escolares em relação a esse tema. Quando essas dificuldades são tratadas, os autores são evasivos, não especificando detalhadamente quais são as dificuldades encontradas no aprendizado da função seno (ou trigonometria) ou em quais delas os pesquisadores pretendem focar em busca de solução.

Em relação à nossa pesquisa, a partir dos dados obtidos em campo, podemos detectar dificuldades dos alunos que podemos agrupar em seis categorias: (i) arcos no ciclo trigonométrico (questões 1,3,10); (ii) interpretação gráfica do seno (questão 2); (iii) triângulo retângulo (questões 2 e 8); (iv) linguagem trigonométrica (questões 4 e 5); (v) ciclo trigonométrico (questões 4, 10, 2, 3 e 7) e (vi) funções trigonométricas (questão 5).

O levantamento realizado junto a amostra dos 115 estudantes nos fez perceber que a aprendizagem destes ainda se mostra muito discreta em relação à trigonometria. Concluimos que há necessidades de novos estudos para ampliação da amostra, assim como maiores



aprofundamentos teóricos sobre como vem acontecendo o ensino e a aprendizagem deste conteúdo na educação básica.

Considerando que junto aos estudantes investigados há muitas dificuldades de leitura e interpretação no momento da resolução das questões propostas no teste. Também verificamos falta de empenho, por parte de alguns estudantes no tocante a concentração no momento do teste, indicando pouco compromisso com resultados de seus estudos, como ficou evidenciado nas questões 1 e 2, consideradas de fácil resolução.

De todo modo, temos consciência que a prática docente dos professores de matemática influencia nesses resultados e por isso precisa ser alterada. Sobretudo no sentido de repensar o uso exclusivo de métodos de ensino rotineiros e tradicionais e de práticas avaliativas restritas a provas e lista de exercícios; afinal, tais práticas podem ser fatores contributivos para os baixos índices de aprendizagem constatados nesta pesquisa. Por fim concluímos ser urgente a necessidade de professores de matemática pesquisarem, testarem e proporem métodos diversificados para o ensino de trigonometria que favoreçam o aprendizado do aluno sobre esse tema.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf>. Acesso em: 09/06/2018. Brasília: 2017.

FEIJÓ, R. S. A.A. **Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria: um estudo com alunos do ensino médio do Distrito Federal**. 2018. 107 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade de Brasília. Brasília- DF. 2018.

OLIVEIRA, Joerk da Silva. **Aplicações da trigonometria nas ciências**. 2015. 126 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Roraima. Boa Vista-RR. 2015.



PEDROSO, L.W. **Uma proposta de ensino de trigonometria com uso do software GeoGebra.** 2012. 271 f. Dissertação (Mestrado em ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre- RS. 2012.

ROQUE, T. M.; CARVALHO, J. B. P. d. **Tópicos de história da Matemática.** Rio de Janeiro: SBM, 2012.

SANTOS, Ricardo Ferreira dos. **O uso da modelagem para o ensino da função seno no Ensino médio.** 2014. 129 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica. São Paulo- SP. 2014.

SALAZAR, Denise Mansoldo. **GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no ensino médio.** 2015. 133 f. Dissertação (Mestrado em Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora- MG. 2015.



ENSINO DE ARRANJO SIMPLES POR ATIVIDADE

Leonardo da Silva Rosas²⁷
professorleorosas19@hotmail.com

Pedro Franco de Sá²⁸
Universidade do Estado do Pará – UEPA
pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo investigar se os estudantes do primeiro ano do ensino médio conseguiriam produzir expressões válidas para a determinação do número de arranjos simples dos elementos de um conjunto por meio da realização de uma atividade de redescoberta. A produção das informações ocorreu com 32 estudantes de uma turma do primeiro ano do ensino médio da cidade de Vigia de Nazaré durante o mês de maio de 2017. A construção e elaboração da atividade apoiou-se nos princípios do ensino de matemática por atividade. Durante a realização da atividade foi possível perceber grande interesse dos participantes e a movimentação atrás de informações nos grupos foi intensa, mostrando assim a motivação pela descoberta, fazendo com que a atividade seja favorável ao aprendizado. A análise dos resultados indicou que o resultado do desenvolvimento da atividade foi bem sucedida e que a maioria dos grupos de estudantes conseguiu elaborar expressões válidas para a determinação do total de arranjos simples dos elementos de um conjunto.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Ensino de matemática por Atividades. Ensino de Arranjo Simples.

1. Introdução

As inúmeras mudanças ocorridas na sociedade, seja pelos avanços científicos e tecnológicos, seja pela globalização da economia, têm exigido transformações significativas na educação. Nesse contexto, cada vez mais é preciso formar alunos conscientes, tornando-os competentes para interpretar e analisar, de forma crítica, os conhecimentos apresentados em grande quantidade e de maneira diferenciada. Assim sendo, o conhecimento matemático assume papel indispensável, pois está correlacionado a diversas outras áreas do conhecimento, sendo também responsável pela evolução do raciocínio lógico, entre outras aptidões cognitivas. Na proposta apresentada, o aluno tem uma participação ativa no processo ensino-aprendizado,

²⁷ Mestre em Ensino de Matemática pela UEPA.

²⁸ GCEM, PPGED, PMPEM-UEPA e membro da REAMEC



ou seja, ele é agente da construção do seu conhecimento. Nessa mudança de abordagem, há uma ampliação no papel do professor, que agora passa a ser o facilitador de processos, ou seja, aquele que fornece informações necessárias para que o aluno tenha condições de construir seu conhecimento.

Há algum tempo, a resolução de problemas vem sendo estudada, defendida e trabalhada como uma ferramenta para ensinar matemática, apoiada por autores como Sturm (1999), Antunes e Do vale (2005), Pacheco (2001), Almeida (2010), Costa (2013), Pinheiro (2008), dentre outros. Nela, propõe-se que conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser adotados por meio de situações-problema que levem o aluno a progredir em suas estratégias de resolução. Em resumo, uma situação-problema é o ponto de partida da atividade. Sturm comenta que

[...] o ensino de Análise Combinatória deve se dar através de situações-problema. As fórmulas devem aparecer em decorrência das experiências dos alunos na resolução de problemas, devem ser construídas e não ser o elemento de partida para o ensino de cada tema: Arranjo, Permutação e Combinação (STURM, 1999, p.3).

Todos os dias, as pessoas estão rodeadas de situações nas quais é preciso contar. Por isso, esse conhecimento matemático constitui-se num instrumento de vasta aplicabilidade, devendo ser explorado desde o ensino fundamental, desenvolvendo no educando o estruturamento do pensamento, a aceleração da dedução lógica e a capacidade de resolver problemas, possibilitando o apoio à construção do conhecimento em outras áreas curriculares. Além do mais, em nossa sociedade o entendimento crítico das informações e a sua utilização de modo adequado tornam-se cada vez mais necessários. E, partindo desse princípio, o cidadão deve ser capaz de interpretar e transformar sua realidade, desenvolver estratégias pessoais e utilizar-se de recursos para resolver situações problemas, bem como trabalhar de maneira global e solidária, entre outras capacidades. E ainda,

Considera-se a importância de uma educação geral, suficientemente ampla, com possibilidade de aprofundamento em determinada área de conhecimento. Prioriza-se o domínio dos próprios instrumentos do conhecimento, considerado como meio e como fim. Meio, enquanto forma de compreender a complexidade do mundo, condição necessária para viver dignamente, para desenvolver possibilidades



pessoais e profissionais, para se comunicar. Fim, porque seu fundamento é o prazer de compreender, de conhecer, de descobrir.

O aumento dos saberes que permitem compreender o mundo favorece o desenvolvimento da curiosidade intelectual, estimula o senso crítico e permite compreender o real, mediante a aquisição da autonomia na capacidade de discernir. (BRASIL, 2000, p.15)

Diante disso, o conhecimento matemático desempenha um papel decisivo na formação do indivíduo capaz de compreender e interagir com a sociedade.

Historicamente, verifica-se que a resolução de problemas foi construída a partir de respostas a perguntas surgidas nas atividades práticas do dia-a-dia, bem como problemas ligados à investigação interna da matemática e a outras áreas da ciência. Entretanto, no ponto de vista do ensino tradicional, os problemas não têm exercido o seu papel de maneira aceitável, pois tem sido utilizado, exclusivamente, como uma maneira de aplicar conhecimentos já trabalhados pelo educando, sendo, a maioria das vezes, simples aplicação de um algoritmo.

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo investigar se os estudantes do primeiro ano do ensino médio conseguiriam produzir expressões válidas para a determinação do número de arranjos simples dos elementos de um conjunto por meio da realização de uma atividade de redescoberta.

2. Metodologia

Se Trata de uma atividade, desenvolvida por meio da resolução de exercícios apoiados nas ideias de Sá (2009) e nos estudos em Análise Combinatória, já citados anteriormente. A metodologia de ensino consiste na resolução de questões, que serão propostas aos alunos exigindo uma interpretação do enunciado, uma análise sobre os dados envolvidos e uma elucidação de sua estratégia de resolução. Entende-se, nessa concepção, que o educando terá a oportunidade de fortalecer o espírito crítico, raciocínio lógico, o modo de pensar matemático, bem como compreender que a matemática pode ajudar na resolução de problemas do seu dia-a-dia. Neste momento o professor orienta a atividade e deixa a prática baseada na simples transferência de informações para dotar aquela que consiste na estruturação de significados. Para fixar e ampliar o pensamento combinatório utiliza-se uma lista de exercícios, a critério do professor.



2.1. Resultados e Análise de dados

A sistematização dos resultados foi realizada por meio do tratamento das informações fornecidas pela coleta de dados, registradas nas atividades, diário de campo e os testes iniciais e finais. O experimento, sobre Arranjo Simples, ocorreu no mês de Junho de 2017, em uma escola da rede pública do município paraense conhecido com Vigia de Nazaré, onde neste dia contamos com a presença de 35 alunos do 1º ano, do ensino médio, do turno da manhã. As atividades foram desenvolvidas em grupos de quatro a cinco alunos.

2.2. Descrição da atividade

A atividade ocorreu no dia 23 de Junho de 2017 (sexta-feira), no horário das 10h20min às 12h00min. Neste dia, aplicamos a quinta atividade relacionada a Arranjo Simples. Os alunos voltaram do intervalo, organizamos a sala novamente com os mesmo grupos das atividades anteriores (P.F.C., Fatorial, Permutação Simples, Diferença entre Arranjo Simples e Combinação Simples), distribuímos os envelopes com as atividades que continham duas copias com seis questões e o Quadro 5, cada uma e demos início a atividade as 10h30min. Neste dia, os grupos encontraram facilidade para resolver as questões propostas na atividade 5, o que gerou maiores discursões e dúvidas nos grupos, foi o preenchimento da quadro, principalmente nas duas últimas colunas. Pedimos, a todo o momento, que tentassem lembrar a resolução da questão quatro sobre completar fatoriais, na lista de exercícios da Atividade 2, sobre fatoriais. A seguir, apresentaremos a atividade.

ATIVIDADE

Título: Arranjo Simples

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de resolver questões de Arranjo.

Material: Roteiro da atividade, caneta ou lápis e lista de questões.

Procedimento:

- Leia atentamente cada questão da lista de questões;
- Resolva cada questão de lista;



- Com as informações obtidas preencha o quadro 5.

QUESTÕES:

01. Um torneio de futsal será disputado pelas seguintes seleções: **Brasil, Itália, Espanha, Paraguai e Argentina**. De quantas maneiras distintas o pódio (três primeiros colocados) poderá ser formado?

02. As finalistas do concurso Miss Universo, são Miss Brasil, Miss Japão, Miss Venezuela, Miss Itália e Miss França. De quantas formas os juízes poderão escolher a primeira e a segunda colocada neste concurso?

03. A senha de um celular é configurada por um teclado numérico, conforme ilustrado na figura.

TECLADO NUMÉRICO

1	2	3
4	5	6
7	8	9
0		

- Um professor que nasceu em **03/1978**, deseja criar uma senha com apenas três algarismos distintos (diferentes), dentre os que compõem o mês e ano de seu nascimento. Quantas senhas o professor poderia criar a sua disposição?

04. Um profissional de design de interiores precisa planejar as cores que serão utilizadas em duas paredes de uma casa, para isso possui seis cores diferentes de tinta. O número de maneiras diferentes que esse profissional poderá utilizar as seis cores nas paredes, sabendo-se que somente utilizará uma cor em cada parede?



05. Maria deve criar uma senha de apenas 4 dígitos (algarismos) para sua conta bancária, somente com os algarismos 2, 4, 1, 9, 8 e 7 por representarem o dia e o ano de seu nascimento na ordem que aparecem e um mesmo algarismo não pode aparecer mais de uma vez (não pode haver repetição). De quantas maneiras distintas Maria pode escolher sua senha?

06. Uma escola tem quatro professores de matemática. Para participar de um projeto, devem ser indicados um professor chefe e um professor assistente.

- Com base nessa informação, de quantas maneiras distintas esses dois professores podem ser escolhidos?



Quadro da Atividade 5

Ques- tão	Qual o número n de elementos a disposição do evento, da situação?	Qual o número p de elementos de cada agrupamento?	A ordem dos elementos altera o agrupamento?		Qual o número de possibilidades da				Qual o total de possibili- dades?	Cálculo realizado para obter o resultado	Expresse o cálculo realizado para obter o resultado por meio de fatorial.	Expresse o resultado em função dos valores de n e de p na situação.
			SIM	NÃO	1ª etapa?	2ª etapa?	3ª etapa?	4ª etapa?				
1ª												
2ª												
3ª												
4ª												
5ª												
6ª												

OBSERVAÇÃO

CONCLUSÃO:

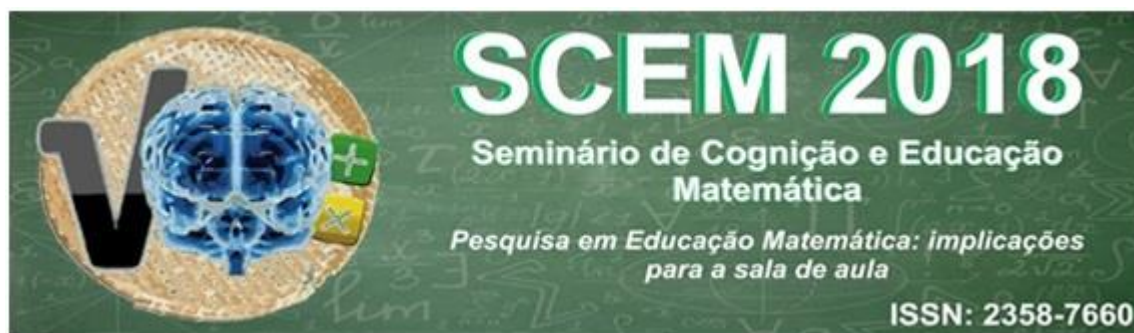


FIGURA 1: Quadro da atividade sobre Arranjo Simples

Ques- tão	Qual o número n de elementos a disposição do evento, da situação?	Qual o número p de elementos de cada agrupamento?	A ordem dos elementos altera o agrupamento?		Qual o número de possibilidades da				Qual o total de possibilidades?	Cálculo realizado para obter o resultado	Expresse o cálculo realizado para obter o resultado por meio de fatorial.	Expresse o resultado em função dos valores de n e de p na situação.
			SIM	NÃO	1ª etapa?	2ª etapa?	3ª etapa?	4ª etapa?				
1ª	5	3	x		5	4	3	-	60	5.4.3	5!/2!	$\frac{5!}{(5-3)!}$
2ª	5	2	x		5	4	-	-	20	5.4	5!/3!	$\frac{5!}{(5-2)!}$
3ª	6	3	x		6	5	4	-	120	6.5.4	6!/3!	$\frac{6!}{(6-3)!}$
4ª	6	2	x		6	5	-	-	30	6.5	6!/4!	$\frac{6!}{(6-2)!}$
5ª	6	4	x		6	5	4	3	360	6.5.4.3	6!/2!	$\frac{6!}{(6-4)!}$
6ª	4	2	x		4	3	-	-	12	4.3	4!/2!	$\frac{4!}{(4-2)!}$

Nossa pretensão era fazer com que os grupos preenchessem o Quadro 5 como na imagem acima e a partir da última coluna percebessem o padrão, gerando, assim, uma fórmula geral para se resolver problemas de Arranjo Simples, além de formalizar uma conclusão, sobre Arranjo Simples de “n” elementos tomados “p” a “p”.

Neste dia, apesar dos grupos terem terminado de responder as questões em um espaço de tempo curto, considero que, a dúvida maior era no preenchimento das duas últimas colunas do Quadro 5 e percebemos que eles ainda não estavam tão a vontade para expor suas conclusões. Nossa postura para orientá-los a preencher a penúltima coluna era:

- 1º - Perguntar o que faltava para o resultado na antepenúltima coluna virar um número fatorial;
- 2º - Após completarem o resultado da antepenúltima coluna, transformando-o em um número fatorial, perguntávamos o que eles fariam para corrigir aquela multiplicação que eles tinham feito em excesso, alterando o resultado. Uma vez que tal conceito já havia sido introduzido.

Nossa postura para orientá-los a preencher a última coluna foi,



1º - PEDIR PARA QUE ELES IDENTIFICASSEM QUEM ERA O “N” E O “P” EM CADA QUESTÃO;

2º - Solicitar que eles identificassem se no resultado, já estavam aparecendo os valores de “n” e/ou “p”.

3º - Pedir que eles verificassem, aonde o resultado não estivesse em função de “n” e/ou “p”, o que eles poderia fazer para colocá-los, sem alterá-los.

Algumas perguntas foram colocadas no quadro antes das equipes elaborarem as conclusões e serviram de motivação e/ou incremento para o acabamento final das conclusões. O que colocamos no quadro foi o seguinte: “Nos exemplos anteriores”:

- 1ª) Formamos agrupamentos (conjunto de elementos organizados em sequencia)?
- 2ª) Cada agrupamento se diferencia do outro, quando mudamos a posição dos elementos?
- 3ª) Para se montar cada agrupamento, escolhemos **p** elementos dos **n** a disposição do evento?
- 4ª) O que é o arranjo simples de “n” elementos tomados p a p?
- 5ª) Que fórmula (padrão) matemática serviria para resolver qualquer problema de arranjo simples ($A_{n,p}$)?

A seguir, mostraremos a análise das conclusões, realizadas pelos alunos, na Atividade.

Resultados e análises

Na atividade, desejávamos que os estudantes chegassem à fórmula geral de Arranjo Simples e lembrassem que a ordem de escolhas dos elementos é importante na formação dos agrupamentos.

O quadro 1 a seguir sintetiza os resultados obtidos.

Quadro 1 - Conclusões dos grupos

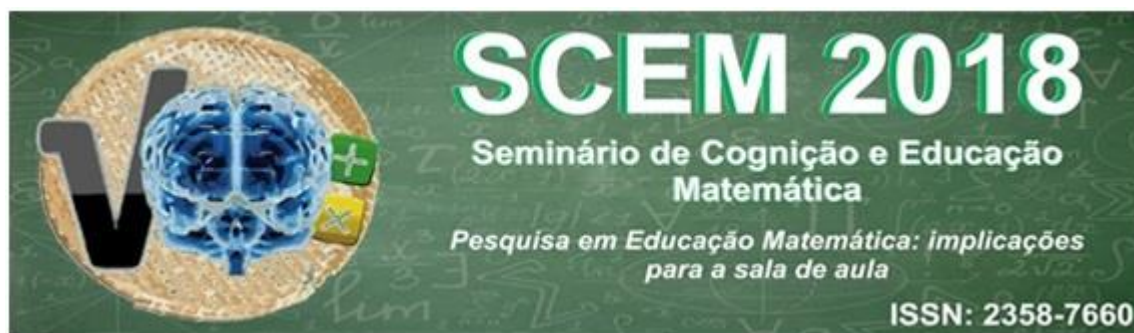
Alunos	CONCLUSÕES	Análise
	CONCLUSÃO: Grupo 1 Concluímos que se mudarmos um elemento de posição altera o agrupamento que queremos montar, portanto, o Arranjo simples pode ser resumido com uma fórmula geral, a seguinte: $m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \dots \cdot (m-p+1)$ ou $m!$ dividido por $(m-p)!$ Transcrição da conclusão do GRUPO 1:	Conclusão válida para



A ₃ , A ₈ , A ₁₀ e A ₃₇	Concluimos que se mudarmos um elemento de posição altera o agrupamento, que aprendemos na aula passada, o Arranjo simples pode ser resumido em uma fórmula geral, $n!$ dividido por n menos p entre parêntese fatorial ou $\frac{n!}{(n-p)!}$.	Arranjo simples.
	Análise da conclusão: O grupo 1 fez uma boa conclusão, pois comentou que a ordem de escolha dos elementos altera o agrupamento e transcreveu a fórmula correta de Arranjo Simples.	
A ₂ , A ₅ , A ₉ , A ₂₄ e A ₃₁	CONCLUSÃO: Grupo 2 Se pegar o ~~número~~ número de elementos a disposição fatorial e dividi-lo por n menos p (número de elementos de cada agrupamento) fatorial se acha o resultado do arranjo simples. Obs: Não esquecendo que trocando o elemento de posição altera a ordem dos elementos. Transcrição da conclusão do GRUPO 2: Se pegar o número de elementos a disposição fatorial e dividi-lo por n menos p (número de elementos de cada agrupamento) fatorial se acha o resultado do arranjo simples. Obs: Não esquecendo que trocando o elemento de posição altera a ordem dos elementos.	Conclusão válida para Arranjo simples. (continuação)
	Análise da conclusão: O grupo 2 fez uma boa conclusão, pois comentou que a ordem de escolha dos elementos altera o agrupamento e transcreveu a fórmula correta de Arranjo Simples.	
A ₁₈ , A ₂₂ A ₂₃ e A ₂₇	CONCLUSÃO: Grupo 3 Arranjo Simples são agrupamentos de elementos organizados em sequência quando são trocados de posição alteram o evento. Obtemos o resultado através da fórmula: $\frac{n!}{(n-p)!}$. Transcrição da conclusão do GRUPO 3: Arranjo Simples são agrupamentos de elementos em sequência, quando são trocados de posição alteram o evento. Obtemos o resultado através da fórmula $\frac{n!}{(n-p)!}$.	Conclusão válida para Arranjo simples.



	Análise da conclusão: O grupo 3 fez uma boa conclusão, pois comentou que a ordem de escolha dos elementos altera o agrupamento e transcreveu a fórmula correta de Arranjo Simples.	
A ₄ , A ₁₁ , A ₂₁ e A ₂₈	CONCLUSÃO: Grupo 4 Não há conclusão Transcrição da conclusão do GRUPO 4: O grupo 4 não apresentou conclusão.	Não apresentou conclusão
A ₁₆ , A ₂₆ e A ₃₂	CONCLUSÃO: Grupo 5 Nessas contas a ordem dos elementos importa, e apesar da fórmula $\frac{n!}{(n-p)!}$ da para calcular multiplicando as etapas. Transcrição da conclusão do GRUPO 5: Nessas contas a ordem dos elementos importa, e apesar da fórmula $\frac{n!}{(n-p)!}$ da para calcular multiplicando as etapas. Análise da conclusão: O grupo 5 fez uma boa conclusão, pois comentou que a ordem de escolha dos elementos altera o agrupamento e transcreveu a fórmula correta de Arranjo Simples.	Conclusão válida para Arranjo simples. (conclusão)
A ₇ , A ₁₄ e A ₂₀	CONCLUSÃO: Grupo 6 A ordem do agrupamento é importante, sendo usado no arranjo o princípio da comparação, e usando a subtração dos valores de n e p, ocasionando a criação de uma fórmula. Transcrição da conclusão do GRUPO 6: A ordem do agrupamento é importante, sendo usado no arranjo o princípio da comparação, e usando a subtração dos valores de n e p, ocasionando a criação de uma fórmula. Análise da conclusão: O grupo 6 comentou sobre a ordem no agrupamento, mas não transcreveu a fórmula correta de Arranjo Simples.	Conclusão parcialmente válida para Arranjo simples.



A ₁₅ , A ₂₅ , A ₃₀ , A ₃₄ , A ₃₅ , A ₃₈ e A ₃₉	CONCLUSÃO: Grupo 7	Não apresentou conclusão
	Transcrição da conclusão do GRUPO 7: O grupo 7 não apresentou conclusão.	
A ₆ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₇ e A ₃₆	CONCLUSÃO: Grupo 8	Conclusão válida para Arranjo simples.
	Transcrição da conclusão do GRUPO 8: Com o número n de elementos e o número p de agrupamento chegamos na função $\frac{n!}{(n-p)!}$. Na hora de formar o agrupamento se mudar de posição será alterado na organização. Análise da conclusão: O grupo 8 fez uma boa conclusão, pois comentou que a ordem de escolha dos elementos altera o agrupamento e transcreveu a fórmula correta de Arranjo Simples.	

Fonte: pesquisa de campo, 2018.

Quadro 2 - Validade das conclusões da Atividade.

Conclusões	Valor absoluto	%
Válidas	5	62,5
Parcialmente válidas	1	12,5
Inválidas	0	0
Não apresentou	2	25
Total	8	100

Fonte: pesquisa de campo, 2018.

Das oito conclusões esperadas, vimos que 25% dos grupos não conseguiram elaborá-las, grupos quatro e sete. Neste dia, os dois grupos foram os últimos a acabarem as resoluções



das questões e sentiram maiores dificuldades no preenchimento da tabela. De modo geral, obtivemos boas conclusões, visto que todas as outras seis equipes, 75%, citaram sobre a importância da ordem de escolha dos elementos; 62,5% expôs a fórmula encontrada para se realizar o cálculo e tivemos um destaque especial do grupo cinco que lembrou: “...apesar da fórmula, da para calcular multiplicando as etapas”. Verificamos também que todos os grupos que concluíram a atividade levaram um tempo maior, em relação à última atividade. Considero que o grupo 6 elaborou uma conclusão bastante equivocada, apesar de ter citado que “a ordem do agrupamento é importante”.

Quase todas as equipes acabaram em aproximadamente 40 minutos a atividade e após a leitura das conclusões, preenchimento do quadro e análise dos pontos positivos e negativos, elaboramos nossa conclusão a respeito do que seria Arranjo Simples “n” elementos. Isso tudo levou cerca de 20 minutos.

“Arranjo Simples de “n” elementos ($A_{n,p}$), são agrupamentos formados com **p** dos **n** elementos dados, sendo $p \leq n$, diferentes um do outro pela ordem ou natureza dos seus elementos.

3. Considerações finais

O objetivo deste trabalho foi investigar se os estudantes do primeiro ano do ensino médio conseguiriam produzir expressões válidas para a determinação do número de arranjos simples dos elementos de um conjunto por meio da realização de uma atividade de redescoberta. Com o término do estudo, é possível apresentar resposta a seguinte pergunta: **O ensino por atividade proporciona condições favoráveis ao ensino-aprendizagem de Arranjo Simples?** Metodologicamente, o Ensino por Atividade de Arranjo Simples, mostrou um aprendizado significativo por partes dos alunos.

O progresso alcançado pelos alunos refletiu a eficácia do Ensino por Atividade. A proposta proporciona ainda a expressão da criatividade, a interação entre os alunos, que são motivados a expressar suas ideias, o que acaba gerando diversidade de opiniões, estimula o desenvolvimento do senso crítico e do respeito por opiniões. Como isso, nossa ideia de colocar questões relacionadas ao conteúdo Arranjo Simples, para que os alunos conversem, analisem



as situações e, assim, cheguem à conclusão que os auxiliarão na construção de seus conhecimentos se engrandece, constituindo um excelente recurso didático. E

Com os bons resultados verificados nessa pesquisa, esperamos que professores do ensino médio e/ou fundamental, continuem em busca de novas metodologias de ensino que reconheça o esforço e o ritmo de cada aluno. Que ela seja inspiradora para se desmistificar o professor como centro do processo de ensino-aprendizagem e que sirva de modelo durante as aulas de Análise Combinatória. (ROSAS, 2018, p.284).

Não se pode ignorar a função social e socializadora da educação escolar. Dessa forma, a interação entre alunos é tão importante quanto a interação aluno professor pois facilita a troca de informações e o conflito de ideias. Nesse caso, o professor deve assumir o papel de incentivador, promover a colaboração e o diálogo entre os alunos.

Entretanto, é importante o professor julgar o seu comportamento dentro da sala de aula, verificando qual propósito irá enriquecer o aprendizado do aluno, melhorando desta maneira o seu nível de compreensão do assunto abordado. E ainda, são necessários estudos que indicam com maior profundidade, quais os elementos que estão ao alcance da estrutura escolar para que o ensino de Análise Combinatória se torne mais produtivo.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, A. L. de. Ensinando e aprendendo análise combinatória com ênfase na comunicação matemática: um estudo de caso com o 2º ano do ensino médio. 166p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.
- ANTUNES, L. R; DO Vale, M. B.; Análise Combinatória na Escola Pública. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - Centro de Ciências Sociais e Educação. Belém, UEPA, 2005. p. 89.
- BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnologia. Parâmetros Curriculares Nacionais. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/ SEF, 2000.
- COSTA, E. R. S. Uma proposta de ensino de análise combinatória para alunos do Ensino Médio. 108 p. Dissertação (mestrado profissional em Matemática). Universidade Federal de Lavras. Minas Gerais. 2013.
- PACHECO, A. B. Uma investigação sobre erros apresentados por estudantes na resolução de problemas verbais e não-verbais no campo da Análise Combinatória. Recife, 2001, 257 p.



Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências). Departamento de Educação, Universidade Federal Rural de Pernambuco.

PINHEIRO, C.A.M. O ensino de análise combinatória a partir de situações problema. 166 fls. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Estado do Pará, Belém, 2008..

SÁ, Pedro Franco de. Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental. Belém: EDUEPA, 2009.

STURM, W. As possibilidades de um ensino de análise combinatória sob uma abordagem alternativa. 94f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. 1999.



DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM TRONCO DE CONE NO ENSINO MÉDIO

Reginaldo Santos Magno Tavares²⁹
Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho³⁰
Prof.^a Dra. Maria de Lourdes Silva Santos³¹

RESUMO

Este artigo apresenta os resultados da pesquisa sobre as dificuldades de aprendizagem dos conceitos de tronco de cone, realizada com estudantes do ensino médio da rede pública de ensino de Belém do Pará. A metodologia de pesquisa utilizada foi qualitativa e quantitativa sobre os dados coletados em pesquisa de campo realizada com 124 discentes do 3º ano do ensino médio, a partir da aplicação de um questionário sócio educacional, um quadro de dificuldades e um teste de conhecimentos.

A sistematização das informações produzidas ocorreu por meio da construção de tabelas e gráficos estatísticos relativos a cada uma das questões do instrumento. Os resultados indicam que, segundo a amostra de alunos: o ensino ocorre na maioria das vezes pelo método tradicional onde a aula expositiva ainda é bastante presente. As formas de avaliar o aprendizado da geometria ainda estão concentradas em listas de exercícios e provas escritas. Esses métodos de avaliar e lecionar contribuem para que a geometria espacial seja um tópico que causa enorme dificuldades de compreensão no ensino básico. Para tentar reduzir tais problemas recomenda-se dar continuidade a pesquisa e construir de uma sequência didática que possa auxiliar professores e estudantes na superação dessas dificuldades constatadas nesta pesquisa diagnóstica.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática, Geometria, Tronco de Cone.

INTRODUÇÃO

Nesta pesquisa nos propomos a analisar a atual situação do ensino do assunto geometria - tronco de cone em algumas escolas públicas estaduais da cidade de Belém. Com o estudo, análise e resultados obtidos será sugerida institucionalmente a elaboração de uma sequência didática como recurso alternativo para docentes e discentes que auxiliará no ensino e na aprendizagem deste assunto.

O Tronco de cone é um assunto curricular das escolas públicas estaduais sugerido ser estudado no 2º ano do Ensino Médio sendo de grande importância para a identificação,

²⁹ Mestrando do Programa Mestrado Profissional em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará (UEPA) – reginaldomagnetavares@gmail.com

³⁰ Docente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – Universidade Estadual do Pará – rpbibasfialho@yahoo.com

³¹ Docente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – Universidade Estadual do Pará – 2011malu.melo@gmail.com



interpretação e interação dos alunos com as várias formas espaciais visíveis como lixeiras, painéis, copos descartáveis, cones de trânsito, fôrmas de bolo, caixas d'água e outras. Podemos dizer que a geometria está ligada a habilidade do discente orientar-se no espaço. A sua percepção espacial melhora o seu desempenho em atividades do dia a dia, e facilita os processos mentais, sobre esta importância de que o ensino de geometria é de grande relevância para nossos alunos desenvolverem habilidades como dedução e abstração. Lorenzato (1995, p. 5), afirma que: “[...] sem conhecer geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da matemática torna-se distorcida”.

Pelos vários anos de experiência profissional e ter participado de várias discursões acerca de como estamos ensinando a geometria espacial é fato que melhoramos, pois, hoje temos várias pesquisas na área da Educação Matemática e recursos computacionais apareceram, mas nem sempre foi assim. Na década de 90, Pavanello (1993) em sua pesquisa afirmou que:

“O gradual abandono do ensino da geometria, verificado nestas últimas décadas, no Brasil, é um fato que têm preocupado bastante os educadores matemáticos brasileiros e que, embora/ reflita uma tendência geral, é mais evidente nas escolas públicas, principalmente após a promulgação da Lei 5692/71”

Assim, conforme a referida Lei que profissionalizava o ensino em nível de 2º grau surgindo as escolas tecnicistas. Porém com a promulgação da Lei 9394/96 a educação brasileira é dividida em dois níveis: a educação básica e o ensino superior onde o ensino médio tinha a responsabilidade dos estados podendo ser técnico ou não.

O professor atualmente pode ser um agente transformador para o aprendizado dos conteúdos de geometria espacial pois dispõe dos documentos como PCN e BNCC para nortear seu trabalho. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem. Conforme definido pela LDB, lei 9394/96. A BNCC foi elaborada para nortear os currículos do ensino e propostas pedagógicas das escolas da rede pública do país.



[...] a BNCC do Ensino Médio não se constitui o currículo dessa etapa, mas define as aprendizagens essenciais a ser garantidas a todos os estudantes e orienta a (re) elaboração de currículos e propostas pedagógicas, seja no que diz respeito ao âmbito específico da BNCC, seja no tocante à organização e à proposição de itinerários formativos. (BNCC, 2017. Pág. 471).

Para o Ensino Médio e em articulação com as competências gerais, a BNCC apresenta cinco competências específicas que norteiam a componente Matemática e, para cada uma dessas competências, as “habilidades que podem favorecer a interpretação e compreensão da realidade pelos estudantes, utilizando conceitos de diferentes campos da Matemática para fazer julgamentos bem fundamentados” (BNCC 2017, PAG. 524). As orientações nos trabalhos em sala de aula, segundo BNCC sugere que a Matemática deve:

Está organizada em cinco unidades de conhecimento: Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, Números e Operações, Álgebra e Funções, refletindo o que tem sido feito nos documentos curriculares brasileiros mais atuais. Essas unidades de conhecimento, no Ensino Médio, são contempladas em cada uma das cinco Unidades Curriculares em que se organizam os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento do componente Matemática e, em cada uma delas, recebe uma ênfase diferente, dependendo do avanço na etapa, buscando garantir que os/as estudantes desenvolvam raciocínios cada vez mais sofisticados, em Matemática, ao longo dos anos de escolarização. (BNCC, 2016, p. 559).

A geometria no Ensino Médio, ainda com base na BNCC, referente ao currículo de matemática, deve:

[...] retomar, ampliar e sistematizar os conhecimentos estudados anteriormente de modo a possibilitar aos estudantes a compreensão da estrutura lógica da geometria euclidiana. As primeiras demonstrações, iniciadas na etapa anterior, podem ser retomadas e, neste momento, ampliadas para que eles/elas sejam capazes de, por exemplo, compreender e generalizar algumas propriedades e demonstrar alguns teoremas, como a soma dos ângulos internos de polígonos, o teorema de Pitágoras, e os casos de semelhança e de congruência de triângulos. (BNCC, 2016, p. 562, grifos do documento).

Assim, para o ensino de tronco de cone, deve-se retomar estudos anteriores que tenham como pré-requisitos as competências específicas 4 e 5 e unidades curriculares EM13MT407, EM13MT504, EM14MT505 que deve:

a) interpretar e construir vistas ortogonais de uma figura espacial para representar formas tridimensionais por meio de figuras planas.



b) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

c) Resolver problemas sobre ladrilhamentos do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados, generalizando padrões observados.(BNCC, 2017, págs. 531 e 533, grifos do documento).

Conforme as diretrizes curriculares do país, cientistas em Educação Matemática, no Brasil e em outros países, vem trabalhando arduamente buscando aportes metodológicos para apoiar o professor na ministração das aulas e favorecer a aprendizagem escolar de geometria espacial. Várias são as tendências em Educação Matemática e, muitas delas já figuram como teorias consolidadas, porém, a educação básica encontra-se com índices de baixo desempenho, em comparação a outros países e de acordo com os exames nacionais como o PISA que mede o índice de aprendizagem em Matemática. Como relata Sadovsky (2007, PAG. 15) que:

“O baixo desempenho dos alunos em matemática é uma realidade em muitos países, não só no Brasil. Hoje o ensino se resume em regras mecânicas oferecidas pela escola que ninguém sabe utilizar. Falta formação aos docentes para aprofundar os aspectos mais relevantes, aqueles que possibilitam considerar os conhecimentos prévios dos alunos, as situações e os novos saberes a construir.”

Desta forma, é importante que nas aulas de geometria o professor possa planejar suas aulas aproveitando o máximo a bagagem cultural e o mundo ao seu redor. Sobre isto, Giancaterino (2009, p.77) ao fazer alusão das situações cotidianas aplicadas à Matemática, comenta que:

Os alunos devem ser encorajados a considerar situações do dia-a-dia, transferindo-as para representações matemáticas (gráficos, tabelas, diagramas, expressões matemáticas, etc.), resolvê-las e interpretar os resultados à luz da situação inicial. Precisam ver não só como a Matemática é aplicada ao mundo real, mas também como se desenvolve a partir do mundo que os rodeia (GIANCATERINO, 2009, p.77).

Esta pesquisa tem por objetivo fazer um diagnóstico de possíveis dificuldades no ensino e aprendizagem de uma amostra de 124 alunos do ensino médio de duas escolas públicas estaduais de Belém, no que se refere ao estudo de conceitos de “tronco de cone”. Com a análise dos resultados, observou-se que as dificuldades de aprendizagem sobre o estudo de tronco de cone são as que exigem as habilidades relacionadas como: identificar, raciocinar, equacionar, deduzir e resolver tal estudo, em linguagem matemática (desenhos, cálculos, etc.). Após essa



observação e avançando a pesquisa e com o apoio da didática da matemática, que terá como produto a construção de uma sequência didática para o facilitar o ensino e aprendizagem do estudo de tronco de cone para a comunidade escolar em geral.

O estudo da Geometria tem extrema importância para o desenvolvimento do raciocínio espacial e é responsável por desenvolver habilidades básicas para a leitura do mundo. (FAINGUELERNT, 1999). Já na Geometria Espacial, em específico, o aluno é conduzido a ampliar sua capacidade de interpretação, abstração e dedução e surge mais fortemente a necessidade de otimizar as habilidades de visualização espacial, pois nem tudo que compõe um objeto de estudo geométrico, como elementos e formageométrica são observáveis inicialmente.

Por outro lado, quando o professor incentiva o aluno a estudar Geometria, abre-se um campo fértil para incentivá-los ao pensamento lógico-argumentativo. Não se pode negar que a geometria oferece um maior número de situações nas quais o aluno pode exercitar sua criatividade ao interagir com as propriedades dos objetos, ao manipular e construir figuras, ao observar suas características, compará-las, associá-las de diferentes modos, aoconceber maneiras de representá-la. (PAVANELLO, 1993, p.14).

Porém, apesar do fato de que a Geometria Espacial estar muito ligada ao mundo do aluno, o que temos observado é uma disposição do professor concentrar a sua prática nas aulas tradicionais sem significado algum, valorizando fórmulas não focando no estudo dos elementos e propriedades dos objetos tridimensionais como cones e tronco de cone. (Objetos deste estudo). Desta forma, os alunos passam a associar a Geometria Espacial através de fórmulas resultando uma enorme dificuldade para relacionarem conceitos, identificar elementos, interpretar/construir, abstrair/deduzir representações espaciais.

Silva (2010) em seu trabalho com Geometria Espacial a partir de análises, via metodologia qualitativa, destacou que as dificuldades da aprendizagem dos alunos se relacionam principalmente com a capacidade de abstração de conceitos e com a formação escolar que eles possuem (não privilegiando o ensino de Geometria). A autora conclui que o ensino de geometria em escolas públicas não promovia a investigação e a construção do pensamento geométrico no ensino médio.



Desejamos com este trabalho contribuir nesta linha com a produção de uma sequência didática voltada para o ensino da Geometria Espacial no Estudo do tronco de cone que possibilitem o desenvolvimento do conhecimento matemático. Importante lembrar a importância e a necessidade de continuarmos refletindo sobre questões relacionadas a aprendizagem de algumas definições quase sempre deixadas de lado para os alunos das escolas públicas de Belém.

ANÁLISE E DISCURSÃO DO QUESTIONÁRIO

A pesquisa descrita neste documento visa identificar fatores/problemas que dificultam o desempenho na aprendizagem de alunos diante do assunto de Geometria em particular trabalhando com tronco de cone. As dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da Matemática são muitas, tanto por parte dos alunos quanto por parte dos professores. Segundo Bessa (2007, p. 4), essas dificuldades podem estar relacionadas.

[...] ao professor (metodologias e práticas pedagógicas), ao aluno (desinteresse pela disciplina), à escola (por não apresentar projetos que estimulem o aprendizado do aluno ou porque as condições físicas são insuficientes) ou à família (por não dar suporte e/ou não ter condições de ajudar o aluno). Para tentar minimizar estas dificuldades, o professor deve compreender e identificar quais são esses agentes causadores objetivando reduzi-los.

D'Ambrósio (2011) afirma que realmente é difícil motivar os alunos com fatos e situações do mundo atual. Cabe ao professor criar situações práticas em que os alunos se motivem e criem o gosto pela Matemática. O objetivo dessa pesquisa foi o de diagnosticar possíveis dificuldades de uma amostra composta somente por alunos do ensino médio de duas escolas públicas de Belém quanto à aprendizagem de conceitos de “tronco de cone”. Foram entrevistados 124 alunos do 3º ano do ensino médio, em Belém. A idade dos alunos variou de 16 a 21 anos, com média 17,25 anos sendo a maioria deles pertencente ao sexo feminino (58%). Foi elaborado um teste de conhecimentos composto de 10 questões de múltipla escolha sobre circunferência, elipse, área do círculo, triângulo retângulos e trapézio, área lateral e volume do tronco de cone. Algumas Análises da validade e da fidedignidade de um questionário para identificação do conhecimento conceitual sobre Ensino de Tronco de cone foram elaboradas



para a pesquisa, outras retiradas de livros de provas de avaliação de ensino tais como: ENEM, ou provas de ingresso em universidades, algumas com pequenas modificações, de acordo com pré-requisitos das Unidade curriculares III-EM13MT01 EM13MT04, IV – EM14MT02, EM15MT05 constantes da BNCC/2017. O tempo de 2 horas foi suficiente para os alunos responderem ao questionário socioeducativo e quadro de dificuldades e de realizarem a atividade proposta no teste. Os dados dessa pesquisa foram coletados escolas públicas estaduais de Belém, totalizando cinco turmas do 3º ano do Ensino Médio, com um total de 124 alunos. Optamos pelos alunos das séries citadas acima devido ao fato deles possivelmente terem estudado o assunto “tronco de cone” na série antecedente e porque o estudo de tronco de cone é conteúdo importante para a geometria espacial, pois, sem este estudo uma lacuna estaria aberta deixando incompleta a formação e preparação dos alunos principalmente os que farão o ENEM.

QUANTO AOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS

Objetiva-se com essa análise traçar um perfil da amostra dos alunos consultados para podermos fazer um comparativo de verificação das dificuldades em aprender os conceitos de tronco de cone, tomando por referências trabalhos de Pucci et al (2018) e Horn (2017).

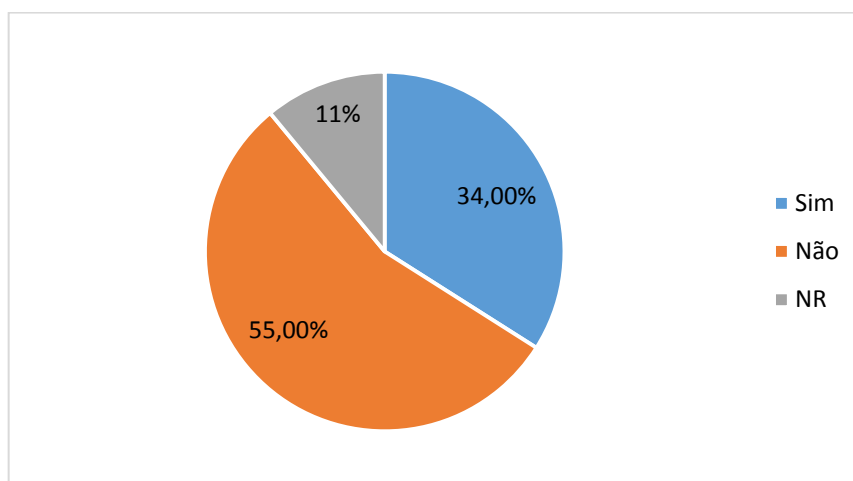
A questão a seguir tem por objetivo identificar o interesse pela disciplina o que de acordo com Pucci et al (2013) diz que:

O aprendizado desenvolve-se de maneira mais eficiente quando o aluno demonstra interesse pelo assunto, por isso faz-se necessário compreender o quanto os mesmos se sentem envolvidos pela matemática, principalmente, em relação ao seu entendimento sobre os conteúdos dessa disciplina. (PUCCI et al 2013, pág. 11).



QUANTO A COMPREENSÃO DISCENTE DOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS

Gráfico 1: Você já estudou em Geometria Espacial o Tronco de cone?



Fonte: Elaborado pelos autores 2018.

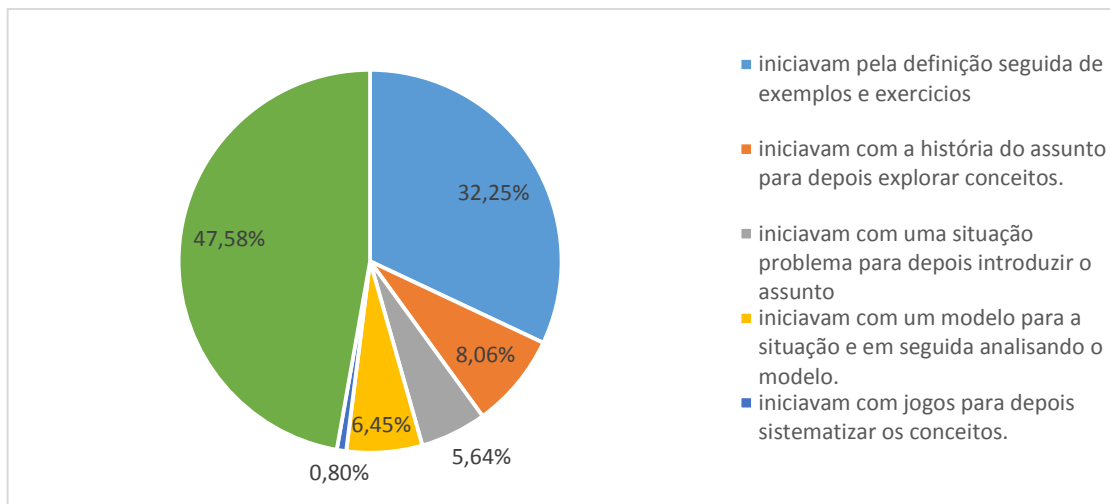
Observa-se que 34% dos entrevistados já estudou o Tronco de cone em geometria espacial, porém a maioria afirma não ter tido contato com este conteúdo é maior chegando a 55%. Ressalta-se que 4% do total de respondentes se absteve desta pergunta.

QUANTO AS METODOLOGIA DOCENTE QUANDO TRABALHAVA TRONCO DE CONE EM SALA DE AULA.

No próximo gráfico procura-se perceber se os alunos já estudaram Tronco de Cone e quais os métodos de aprendizagem aplicada pelo professor a fim de que consigam organizar os dados apresentados nas questões elaboradas para o teste e se conseguem desenvolvê-las corretamente.



Gráfico 2: Quando você estudou tronco de cone, a maioria das aulas iniciaram?



Fonte: Elaborado pelos autores 2018.

Do total de estudantes entrevistados que confirmaram ter estudado o Tronco de Cone 60% iniciavam pela definição seguida de exemplos e exercícios, desses, 14% o professor iniciava a história sobre o assunto para depois explorar os conceitos. Apenas 7% afirmaram que, na maioria das aulas seu professor iniciava com uma situação problema para depois introduzir o assunto. Somente 14% dos entrevistados confirmaram que os professores utilizavam para introduzir este tema um modelo ou jogo matemático e apenas 7% não respondeu. Mais uma vez constata-se, pelo exposto, que as aulas tradicionais são recorrentes. Porém como afirma Horn (2018):

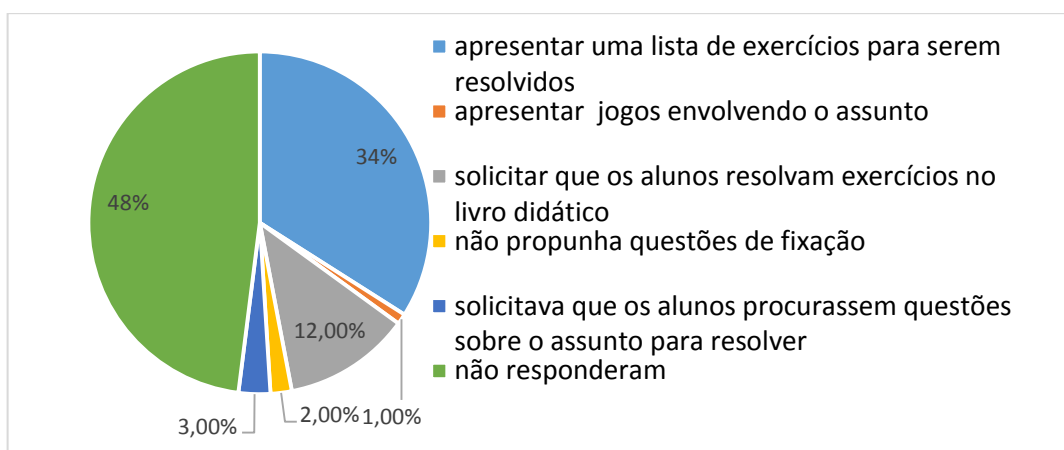
Sabemos que o aprendizado da matemática está associado ao domínio de conceitos e linguagens, portanto, não se trata de abolir as aulas expositivas, nem mesmo abandonar o hábito de exercitar, na resolução de atividade, mas sim de envolver o educando, de modo a valorizar o conhecimento por ele já adquirido (seja do senso comum ou científico), dar significado e fazer com que esse sinta-se parte integrante do processo de ensino e aprendizagem, interagindo com os colegas, professor e conteúdo, estabelecendo conexões que despertem a criatividade e interesse (pág. 14).

O número alto de estudantes que não responderam esta pergunta (47,58%) pode ser um indício de que esses alunos chegaram ao 3º ano sem estudar o Tronco de Cone, portanto com um déficit de conhecimentos geométricos.



O gráfico a seguir tem o objetivo verificar de que forma e como o conteúdo tronco de cone é trabalhado em sala de aula.

Gráfico 3: Como o professor ministra sua aula sobre tronco de cone.



Fonte: Elaborado pelos autores 2018.

Quando questionados de como o conteúdo tronco de cone era explorado pelo professor, dos sujeitos indagados 55%, disseram que era apresentado uma lista de exercícios e 26% resolverem exercícios do livro didático o que nos leva a constatação das aulas tradicionais continuam fazendo parte da prática pedagógica docente onde o conhecimento é reproduzido na forma de educação bancária. Sobre essa postura, como afirmam Santos; França; Santos (2007):

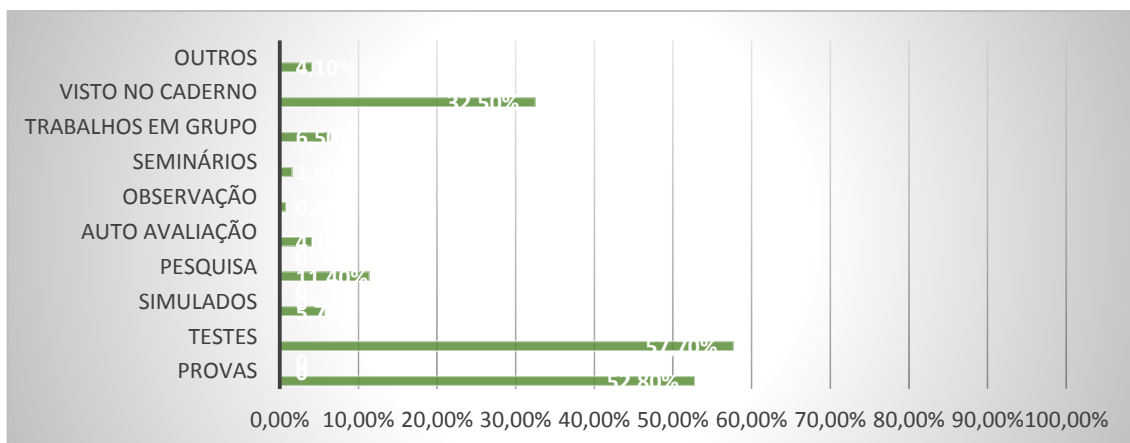
[...] a mediação do professor é fundamental para que não ocorra apenas uma aprendizagem mecânica e sim uma reflexão sobre o que se está aprendendo. Mediar não é dar a resposta, é conduzir ao raciocínio de maneira segura e dinâmica, motivando o aluno, construindo com ele a evolução de seu aprendizado em todos os momentos das dificuldades. (SANTOS; FRANÇA; SANTOS, pág. 6).

QUANTO AS FORMAS DE AVALIAÇÃO DOCENTE SOBRE TRONCO DE CONE EM SALA DE AULA.

Quanto aos instrumentos utilizados pelo professor para a avaliação da aprendizagem, o gráfico abaixo apresenta dados da pesquisa.



Gráfico 4: Verificação dos instrumentos utilizados para avaliação



Fonte: Elaborado pelos autores 2018.

Quanto aos instrumentos utilizados para a avaliação da aprendizagem, os testes segundo os discentes, é a preferida com 57,7%, seguido da prova escrita com 52,8%. Também o visto no caderno com 32,5% ainda é uma forma avaliativa ainda praticada pelos professores de acordo com exposto no gráfico acima.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DO TESTE

Na tabela 1 estão as distribuições das respostas dos estudantes para cada questão de múltipla escolha do questionário. Observando a tabela, nota-se que os alunos apresentaram maiores dificuldades em 70% das questões, com índices de acerto abaixo dos 50% aproximadamente. Nas demais, a opção correta foi marcada apenas por 30% dos alunos.

Tabela 1: Respostas dos alunos nas questões de múltipla escolha, em %.

OPÇÕES	Quest1	Quest.2	Quest.3	Quest.4	Quest.5	Quest 6	Quest 7	Quest.8	Quest.9	Ques.10
(A)	12	7,9	18,3	41,3	1,8	9,5	23,9	22	15,1	7,5
(B)	3,4	49,1	70,8	9,1	53,2	41	4,3	15,6	25,5	17
(C)	8,5	1,8	7,5	5,8	8,1	12,4	6	22,9	35,8	17
(D)	12	36,8	0,8	42,1	30,6	29,5	40,2	15,6	15,1	30,2
(E)	64,1	4,4	2,5	1,7	6,3	7,6	25,6	23,9	8,5	28,3

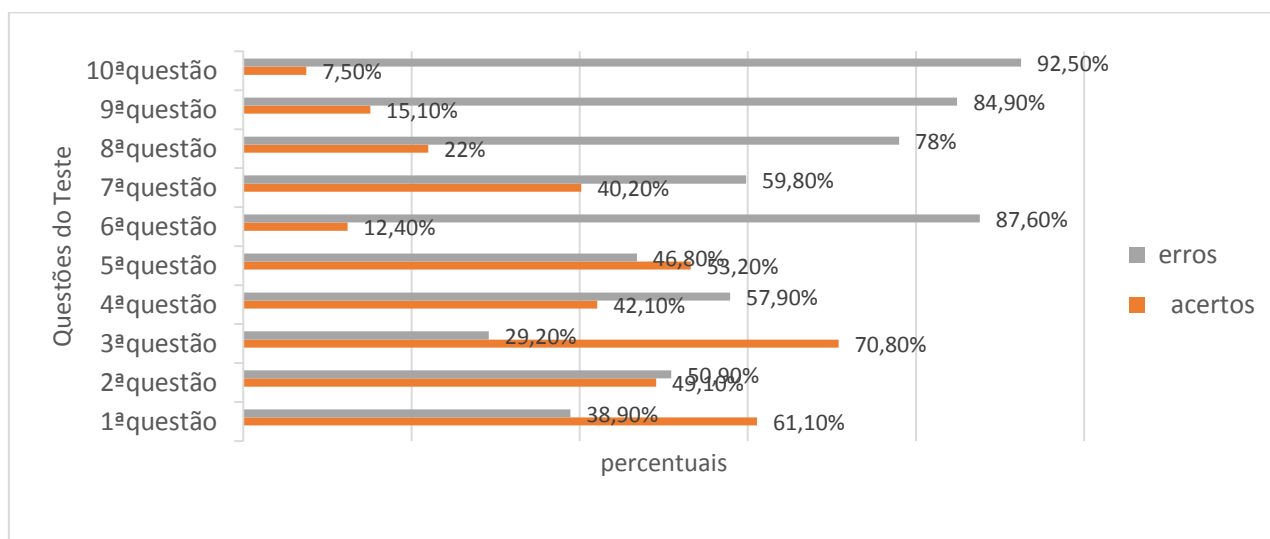
NOTA: a resposta assinalada é a mais adequada.

Fonte: Elaborado pelos autores 2018.



O gráfico 5 mostra os índices de desempenho de acertos e erros no teste. Para a análise dos resultados, os aportes teóricos foram centrados nos trabalhos dos seguintes autores de base KNÜPFER et al (2016), COSTA (2015) e VILARINHO (2015), que propõem a análise com base na teoria clássica dos testes (TCT).

Gráfico5: Índices de acertos x erros.



Fonte: Elaborado pelos autores 2018.

A questão 3, considerada a mais fácil de todas, teve um índice de acerto de 71% dos respondentes, já as questões Q10, Q6 e Q9 que tiveram menor índice de acerto abaixo de 15%. Duas questões a Q1 e Q3, tiveram índices de acertos de 65% e 71%, respectivamente, essas questões abordam a identificação de figuras planas e espaciais respectivamente e são consideradas as mais fáceis do questionário. Porém foi notória a dificuldade do teste para mais de 70% dos alunos. Sobre isso Costa (2015), afirma que:

O estudante, ao se deparar com o teste, deve ter conhecimento técnico do conteúdo estudado e o professor deve fornecer um instrumento que seja conciso com seus objetivos de aprendizagem e que não contribua para o acerto ao acaso. Ao final do teste deve haver uma relação mais próxima possível da realidade do grupo escolar. O aluno que sabe aquilo que é avaliado no item deveria acertá-lo. (COSTA 2015, p. 66).



Observa-se que a média geral dos alunos foi 3,45 acertos, o que corresponde a 18% do total de alunos respondentes. cinco alunos não tiveram nenhum acerto e 1 aluno obteve o máximo de 8 acertos. O grupo de desempenho inferior foi composto por 30% dos alunos que obtiveram escores abaixo ou igual a 2,0 acertos primeiro quartil, e 25% dos alunos que obtiveram 4,0 acertos (segundo quartil) e 27% dos discentes tiveram um bom desempenho com notas igual ou superior a 5 acertos localizando-se no terceiro quartil. (NASCIMENTO e GOMES (2017, p. 63). Vale ressaltar que apenas 33 alunos obtiveram acertos igual ou superior à média praticada nas escolas públicas estaduais do Pará, que é de 5,0 pontos e que esta quantidade corresponde, apenas, 27% do total de respondentes.

CONCLUSÃO

Esta pesquisa procurou analisar as dificuldades de aprendizagem do ensino de geometria espacial especificamente em “tronco de cone” nas escolas de ensino médio estaduais de Belém -Pa. Os instrumentos de avaliação diagnósticas foram questionário socioeducativo, quadro de dificuldades e um teste de conhecimentos composto por 10 questões elaboradas de acordo com os descritores da BNCC, Provas do ENEM, Universidades e questões adaptadas dos livros didáticos. Na análise estatística dos dados utilizou-se a teoria clássica dos testes (TCT) para mensurar o item “grau de dificuldades” tendo por objetivo a interpretação da resposta final de cada aluno, fazendo o somatório das respostas do que dizem os itens questionados.

Observamos que a maioria das questões apresentaram índice de dificuldades difíceis ou muito difíceis, para os 124 alunos participantes, o que, provavelmente, tenha acarretado nas notas apresentadas, mostrando que em sua maioria, possivelmente os alunos não tenham estudado esses conceitos em todo o ensino básico o que reforça algumas de nossas hipóteses levantadas e que podem se constituir em obstáculos para o aprendizado dos conceitos de tronco de cone, nosso objeto de estudo.

De acordo com os resultados constatados vimos que a aula e avaliação tradicional ainda é a mais utilizada pelos professores conforme o relato dos alunos que pode ser um agravante para a aprendizagem dos alunos. Acreditamos que este trabalho possa contribuir para estimular



novas pesquisas relacionadas a este tema que ainda é pouco explorado, contudo uma sequência didática será elaborada para auxiliar os docentes para melhorar o ensino e aprendizagem dos conceitos de geometria em tronco de cone no ensino médio nas escolas públicas de Belém-Pa.

REFERÊNCIAS

BESSA, K. P. **Dificuldades de aprendizagem em matemática na percepção de professores e alunos do ensino fundamental**. Universidade Católica de Brasília, 2007.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**

COSTA, Regiane Quezia Gomes da. **Análise da prova da primeira fase da OBMEP como subsídio para orientar a prática docente**. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/handle/10482/20316>. Acesso em: 29 agosto 2018.

D' AMBROSIO, U. **Educação matemática da teoria à prática**. 22. ed. Campinas-SP, Papirus, 2011.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **O ensino de geometria no 1º e 2º graus**. Educação Matemática em Revista, Florianópolis, n. 4, p. 45-51, 1995.

GIANCATERINO, Roberto. **A Matemática sem rituais**. Rio de Janeiro: Wak Ed., 2009.

HORN, Carlinho Augustinho. **A aprendizagem de matemática em atividades de modelagem**. Dissertação (mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS. 2018.

Knupfer, A., R Ossel. **A Joint Performance Measurement Run-Time Infrastructure for Periscope**, Scalasca, TAU, and Vampir, pages 79–91. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, n. 4, 1º sem. 1995.

NASCIMENTO, Rafaela Dinali; GOMES, Alessandro Damásio Trani. **Análise da validade e da fidedignidade de um questionário para identificação do conhecimento conceitual sobre plano inclinado e aceleração**. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, v. 13, n. 26, p. 56-68, 2017.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências**. Revista Zetetiké. Ano I, n. 1, 1993.

PUCCI, Mariana Oliveira et al. **Dificuldades no aprendizado de matemática: percepção de estudantes de duas escolas públicas de Anita Garibaldi**. Revista Científico, v.18, n.37,p.47-73,2018.



SADOVSKY, P. **Falta Fundamentação Didática no Ensino da Matemática**. Nova Escola. São Paulo, Ed. Abril, Jan/fev. 2007.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia Silveira Brum dos. Dificuldades na Aprendizagem de Matemática. 2007, 41 f. **Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática)** – Universidade Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: Acesso em: 28 agosto 2018.

<<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/19811322.2013v8n1p138>>. Acesso em: 30 de agosto de 2018.

SILVA, Erondina Barbosa da. **O diálogo entre diferentes sujeitos que aprendem e ensinam matemática no contexto escolar dos anos finais do ensino fundamental**.

VILARINHO, Ana Paula Lima. **Uma proposta de análise de desempenho dos estudantes e de valorização da primeira fase da OBMEP**.



ENSINO DE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE AS PRÁTICAS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

João do Espírito Santo Lima Malcher Júnior

Universidade do Estado do Pará - UEPA

professor.malcher@hotmail.com

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará - UEPA

rosejuca@gmail.com

Resumo: O objetivo do presente trabalho era investigar as práticas de professores da educação básica no ensino de Transformações Geométricas. Para tanto foi feita uma apresentação das transformações nos documentos oficiais que norteiam a educação básica brasileira, a saber, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, 1998, 2000) e a Base Nacional Comum Curricular (2017). Em seguida, apresentamos estudos que tratam do ensino de Transformações e das concepções de professores sobre este tema. Por fim, apresentamos os resultados obtidos da aplicação de um questionário, aplicado a 13 professores atuantes na educação básica. Os resultados obtidos apontaram que a maioria dos professores não ensina transformações geométricas, bem como que os cursos de graduação e pós-graduação ainda não oferecem formação satisfatória sobre este tópico, foi possível ainda observar que os professores conhecem algumas possibilidades de metodologias de ensino, todavia ainda se apoiam na falta de tempo e extensão do conteúdo de geometria para justificar a ausência do ensino deste conteúdo.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Matemática. Transformações Geométricas. Práticas Docentes.

Introdução

O ensino de transformações geométricas teve como um de seus precursores o alemão Félix Klein, que inspirado pelos estudos do conceito de grupo, se dedicou ao desenvolvimento, aplicação e popularização das transformações (SILVA, 2017). Segundo Silva (2017), o Programa de Erlanger, desenvolvido por Klein, influenciou o ensino de transformações geométricas em diversos países, incluindo o Brasil. Segundo Silva e Pietropaolo (2014), o Programa de Erlanger influenciou fundamentalmente a Reforma Francisco Campos em 1931, de modo que no conteúdo programático de matemática figurava os conteúdos de transformações geométricas para o ensino secundário.

Segundo Barroso (2015), a proposta de conteúdos matemáticos trazidas pelo Movimento da matemática moderna que ocorreu na década de 60 fazia referência ao ensino da Geometria das Transformações. Assim observamos que desde sua inclusão no currículo brasileiro, passando pela reforma Francisco Campos e pelo Movimento da Matemática



Moderna, as transformações geométricas não tiveram a atenção desejada por Félix Klein, pois segundo Viana (2004, *apud* SILVA, 2013), os professores, por falta de afinidade ou de conhecimento não chegaram a ensinar a Geometria das Transformações.

Neste contexto, surgiu o interesse pelo tema das transformações geométricas e sua utilização no contexto da educação básica, porque acreditamos que seja importante investigar como as transformações geométricas são trabalhadas em sala de aula, visto que tal conteúdo aparece nas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais e da Base Nacional Comum Curricular.

Ao analisar os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, observamos em suas orientações o ensino gradativo de transformações, iniciando com identificação de deslocamento de objetos no espaço, passando pela semelhança e congruência de figuras planas, até a formalização das transformações em Isometrias e Homotetias (BRASIL, 1997, 1998, 2000). No entanto, o que se tem visto no contexto escolar é que pouco ou quase nada tem se discutido sobre este tema, pois segundo Medeiros (2012), as transformações não detêm a atenção merecida, sendo estudadas superficialmente na educação básica, chegando ao extremo de não serem estudadas. Além do que as transformações também não têm sido estudadas no ensino superior, tal fato, em parte, justifica o cenário visto na educação básica.

Também a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, aprovada no final de 2017, traz em suas recomendações o estudo das transformações geométricas, desde os anos iniciais, com o estudo das simetrias, se estendendo para os anos finais do ensino fundamental, sendo proposta não apenas como um conteúdo estanque da Geometria, mas principalmente como uma ferramenta fundamental na aprendizagem e consolidação de outros conhecimentos matemáticos, como a semelhança e congruência de figuras planas (BRASIL, 2017).

Estudos desenvolvidos anteriormente sobre as práticas docentes e concepções de professores no ensino de transformações geométricas possibilitam a visualização do cenário quase inalterado em relação ao relatado sobre o MMM. Estas constatações ratificam a necessidade de ampliação dos estudos sobre o ensino deste conteúdo, em especial diante das mudanças que ocorrerão sob a égide da BNCC.



Diante do exposto, este trabalho tem por objetivo investigar as práticas dos professores da educação básica no ensino de transformações.

As transformações geométricas nos documentos oficiais da educação brasileira e nas pesquisas em educação matemática

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), trazem como recomendações que os alunos devem ser levados a um ensino dotado de criticidade em todas as áreas do conhecimento curricular da educação básica, incluindo a matemática. A partir disso sugere entre os conteúdos o ensino de congruências e semelhanças entre figuras geométricas, que converge diretamente ao que definimos como transformações geométricas.

As orientações dos PCN sobre as transformações geométricas recomendam que os alunos dos anos iniciais sejam levados a observar características das formas da natureza, verificando se são simétricos ou não; assim como a sugestão para a percepção de semelhanças entre figuras planas e espaciais, sem necessidade de nomenclatura. (BRASIL, 1997). Para os anos finais do ensino fundamental, os PCN (1998), apontam que

Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes. (BRASIL, 1998. p. 51)

Assim podemos perceber que as transformações são indicadas como um meio para que se alcance a aprendizagem de outros conceitos, atribuindo um caráter instrumental as transformações.

Também a Base Nacional Curricular Comum – BNCC (2017) aponta que o conteúdo de Transformações Geométricas é determinantemente importante para o aspecto funcional que o ensino de geometria deve ter na educação básica, sobretudo as Simetrias. A BNCC indica que nos primeiros anos os alunos devem ser levados a identificar e estabelecer relações com o posicionamento e o deslocamento de objetos espaciais. Especificamente sobre as Simetrias, a BNCC afirma:



O estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de softwares de geometria dinâmica (BRASIL, 2017. p. 268)

As indicações da Base ratificam a importância de se trabalhar este conteúdo de forma dinâmica, que permita aos alunos observarem as relações que serão estabelecidas e chegarem assim as regularidades presentes nas Transformações Geométricas.

Sobre os anos finais do ensino fundamental, a BNCC relata que nesta etapa devem ser valorizadas as operações que resultem em Transformações de ampliação ou redução em figuras geométricas planas, esta postura deve levar os alunos a perceberem os elementos variantes e invariantes das figuras, permitindo a construção do conceito de congruência e de semelhança. Sobre isso podemos destacar a habilidade EF06MA21, referente ao 6º ano, que aponta:

Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais (BRASIL, 2017, p. 299)

A habilidade descrita reforça o ensino das transformações outrora denominadas *homotetias*. No 7º ano do ensino fundamental podemos verificar três habilidades destacadas em relação às transformações geométricas. São elas:

(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. (BRASIL, 2017, p. 305)

(EF07MA20) Reconhecer e apresentar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e a origem. (BRASIL, 2017, p. 305)

(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. (BRASIL, 2017, p. 305)

As habilidades destacadas para este nível de aprendizagem trazem um foco conceitual mais definido dentro das margens das transformações geométricas e, simultaneamente, apontam



as relações possíveis com outras abordagens transversais e que envolvem as transformações em situações próximas a realidade dos alunos.

As habilidades descritas pela Base não são pontos isolados sobre assuntos desconexos, antes estão relacionadas diretamente entre si, de modo que as habilidades de uma série são fundamentais para o desenvolvimento das habilidades propostas nos níveis seguintes. Assim a BNCC apresenta, para o 8º ano, a habilidade EF08MA18

Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica. (BRASIL, 2017, p. 311)

Para o 9º ano a habilidade destacada é referente ao objeto de conhecimento *Semelhança de Triângulos*, que mesmo que implicitamente, é parte do conteúdo de transformações geométricas. A habilidade EF09MA12 aponta “Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes”. Que remonta as habilidades exigidas no sétimo ano e relaciona-se com o desenvolvimento obtido a partir das habilidades seguintes. A BNCC indica ainda que a geometria não pode ser reduzida a simples memorização de fórmulas, delegando importante papel as Transformações.

Alguns estudos desenvolvidos sobre o ensino das transformações geométricas apontam como este conteúdo vem sendo trabalhado no contexto de sala de aula.

Medeiros (2012), destaca as metodologias no ensino de transformações utilizadas por professores que participaram de sua pesquisa, com objetivo de apresentar uma aplicação das Transformações Geométricas na educação básica, bem como responder a perguntas sobre os conhecimentos que os professores consultados detinham sobre o tema. Foram consultados 180 professores que cursavam o programa de pós-graduação *lato sensu* em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática e 11 tutores que atuavam na disciplina tópicos de Geometria no referido programa.

A autora relata que os professores em sua maioria não estudaram transformações geométricas e perpetuam este desconhecimento quando não ensinam este tema em suas salas de aula. Da análise das respostas dos tutores ao fórum, a autora relata que estes em sua maioria



não lembram de haver estudado Transformações Geométricas na educação básica e que no ensino superior estudaram de forma superficial, foi destacado ainda que estes tutores são, no mínimo, especialistas. Ao fim do estudo a autora relata que o objetivo foi alcançado, haja vista que os participantes estiveram abertos a todas as discussões propostas, todavia a autora aponta para a necessidade de uma abordagem mais efetiva sobre as Transformações Geométricas na educação básica e no ensino superior.

O estudo de Oliveira (2016), desenvolveu um curso de extensão para professores da educação básica. O objetivo do trabalho era identificar indícios de (re)construção de conceitos sobre Transformações Geométricas. A pesquisa se desenvolveu no Espírito Santo, inicialmente, com 22 professores. A autora destaca as dificuldades dos professores participantes em reconhecer possibilidades envolvendo as Simetrias de Reflexão, onde os mesmos não admitiam a sobreposição da imagem refletida sobre o eixo de reflexão.

Medeiros e Gravina (2015), apresentaram os resultados de uma oficina de formação aplicada a professores do ensino fundamental, realizada em um laboratório de informática de uma escola da rede municipal de Sombrio – SC, com temática voltada ao ensino-aprendizagem das transformações geométricas através do uso do *software* GeoGebra. O referido estudo agregou a geometria e a arte através das transformações trabalhadas com os mosaicos de Escher. Após a análise das atividades realizadas as autoras destacaram que a oficina ofertada proporcionou uma experiência didática diferenciada aos participantes, pois permitiu que estes tivessem contato com um software de geometria dinâmica e com um conteúdo pouco trabalhado no ensino fundamental, ressaltando que o uso do software deve ter sempre objetivos bem definidos.

Os estudos apresentados evidenciam que o professor da educação básica ainda não tem domínio teórico, prático ou metodológico para ensinar transformações. Uma parcela significativa dos professores participantes nos estudos analisados não domina os conceitos básicos das transformações, como apontaram Medeiros (2012) e Oliveira (2016); ou não dominam metodologias de ensino alternativas, como apontaram Medeiro e Gravina (2015).

Sobre a atuação em sala de aula, Medeiros (2012) apontou que os professores, em sua maioria, não conseguem ensinar transformações por quê não estudaram ou tiveram qualquer



discussão sobre o tema no âmbito da formação inicial ou continuada. Oliveira (2016) relatou outra situação recorrente no trato das transformações pelos professores da educação básica: a falta de alternância de diferentes possibilidades de se ensinar um tema (neste caso, simetrias de reflexão).

Medeiros e Gravina (2015) foi destacaram a importância de não esvaziar o sentido matemático das metodologias recentemente propostas, como o uso de softwares de geometria dinâmica, fenômeno que pode ser notado quando da falta de discussões sobre o uso de tecnologias, decorrente da falta de discussões sobre transformações geométricas e sobre seu ensino.

Procedimentos metodológicos

Para o desenvolvimento desta pesquisa se realizou primeiramente uma revisão bibliográfica dos estudos relacionados ao tema, além de uma consulta aos documentos oficiais PCN e BNCC. No segundo momento se elaborou um instrumento de pesquisa, um questionário dividido em duas partes, sendo a primeira relativa a informações profissionais dos consultados e a segunda relativas suas experiências sobre o ensino de Transformações Geométricas. No terceiro momento o questionário foi aplicado a 13 professores de matemática que atuam na educação básica e são alunos em um programa de pós-graduação em nível de mestrado.

Caracterização dos professores participantes

A análise da primeira parte do questionário nos permitiu obter um perfil dos participantes desta pesquisa. Ao observarmos a faixa etária dos professores atuantes na educação básica, constatamos que a maioria está entre 30 e 40 anos, aproximadamente 38,4% dos consultados. Em relação a formação desses professores, observamos que 76,9% dos professores possuem especialização. Em relação ao tempo de serviço, temos que 61,6% dos professores possuem entre 10 a 20 anos. Quanto a etapa de ensino em que os professores atuam



na educação básica constatamos que 46,15% atuam apenas no ensino médio; 30,75% atuam apenas no ensino fundamental; e 23,1% atuam em ambas as etapas da educação básica.

Os professores foram consultados se tiveram disciplinas na graduação ou pós-graduação que discutissem sobre as Transformações Geométricas, constatamos que 53,8% tiveram alguma disciplina que enfocasse este conteúdo. Ao responder qual disciplina 42,8% responderam ter discutido o conteúdo em Geometria Analítica e 28,5% responderam Álgebra Linear, evidenciando um equívoco conceitual, haja vista que o conteúdo geralmente visto em Geometria Analítica e em Álgebra Linear é “Transformações Lineares” que consiste em uma aplicação algébrica das operações originadas na geometria das transformações.

As práticas dos professores sobre o ensino de transformações geométricas

A segunda parte do questionário buscou conhecer as práticas dos professores sobre o ensino de Transformações Geométricas. Apresentamos as respostas dos professores e discussão dos resultados.

Perguntamos aos professores: “Você já trabalhou as transformações geométricas na educação básica?”.

Observamos que 53,8% responderam “não”, ou seja, que não haviam trabalhado as transformações na educação básica (fundamental/médio). Na pergunta seguinte tínhamos interesse em saber o motivo dos professores não trabalharem este assunto, tivemos como respostas a “falta de tempo” e a “necessidade de priorizar conteúdos”.

Notamos que ainda predomina a noção de que os conteúdos são lineares e não articuláveis entre si, bem como, a despeito dos documentos oficiais, o conteúdo não está entre as prioridades dos professores. Além do que os professores parecem decidir o que é importante ou não para ser ensinado, quando falam da prioridade de alguns conteúdos.

Perguntamos aos professores: “Em que séries você trabalhou as transformações geométricas?”



A maioria dos professores participantes ensinou o conteúdo nos anos finais do ensino fundamental. Ressaltamos que esta pergunta foi respondida apenas pelos professores que afirmaram já haver trabalhado o conteúdo na educação básica.

Perguntamos aos professores: “Quais conteúdos de transformações geométricas você trabalhou com seus alunos?”.

Observamos que entre os 6 (seis) professores que afirmaram já terem ensinado transformações na educação básica, 5 (cinco) ensinaram as isometrias, em especial a simetria de reflexão, de maneira que apenas 2 (dois) desses professores afirmaram já terem ensinado transformações do tipo *homotetia*.

Perguntamos aos professores, “Você acha importante o ensino de Transformações Geométricas na educação básica, por quê?” Para esta pergunta tivemos 9 (nove) respostas, os demais não responderam.

Professor P1: “Sim, no estudo de função modular”

Professor P2: “Sim, para melhorar a noção e visão de plano e espaço”.

Professor P3: “Sim, para dar uma visão espacial e geométrica aos alunos”.

Professor P5: “Sim, aumenta o nível de percepção do aluno.”

Professor P6: “Sim, pois ajuda o educando a entender diversas formas do cotidiano, perceber padrões e chegar a regularidades”.

Professor P7: “Sim, aumenta sua noção geométrica”.

Professor P8: “Sim, pois colabora com o desenvolvimento da percepção espacial da turma”.

Professor P9: “Sim, pelo fato de permitir a construção do conhecimento geométrico sem apenas a memorização de fórmulas ou resolução de exercícios de maneira mecânica”.

Professor P12: “Dá uma ideia mais completa quando trabalhamos com construções e ‘desconstruções’ de figuras planas, no estudo de área e perímetro”.



Respostas como as dos professores P1, P9 e P12 vão de encontro ao que relatou Medeiros (2012) sobre a forma como os professores buscam relacionar as Transformações com outros conteúdos da matemática.

A resposta dada pelo professor P6 encontra-se em consonância com o que foi descrito por Medeiros (2012) ao descrever a intrínseca ligação entre as transformações geométricas e as atividades mais elementares da humanidade, tendo chegado a afirmar que

Usar simetrias, rotações, translações e homotetias (ampliações e reduções), copiando o que é apresentado pela natureza, para enfeitar cerâmicas, tecidos e cestas é uma prática humana ancestral (p. 42)

O professor P9 converge para os apontamentos que Oliveira (2016) utilizou em seu estudo, de tal forma que a autora apontou para a necessidade de construção de um conhecimento que possa ser pluralizado nas experiências em sala de aula.

Perguntamos aos professores: “Como você ensina Transformações Geométricas?”. Para esta pergunta tivemos 6 respostas, os demais não responderam.

Professor P2: “Nunca ensinei”.

Professor P12: “Com GeoGebra”.

Professor P6: “Faço uso do material didático da escola e complemento com uso do GeoGebra e com aplicação de exercícios”.

Professor P7: “Através de planos e desenhos geométricos”.

Professor P3: “Através de exemplos, com figuras geométricas”.

Professor P8: “Utilizando o software GeoGebra”

Observamos pelas respostas dadas que os professores consultados, de maneira geral, conhecem metodologias para o ensino de transformações, mesmo que as mais elementares e, atualmente, preteridas pelas orientações curriculares. Observamos ainda que os professores conhecem a importância do uso de tecnologias educacionais disponíveis para a efetivação da



aprendizagem de conteúdos matemáticos, vantagem apontada por Medeiros e Gravina (2015). Evidenciamos também que o uso de software engloba as possibilidades de aprendizagens docentes em ambientes virtuais de ensino, como descrito por Medeiros (2012) e Oliveira (2016).

Perguntamos aos professores: “Você consegue contextualizar os conteúdos de transformações geométricas nas suas aulas? De que forma?”. Para esta pergunta tivemos 5 (cinco) respostas, os demais não responderam.

Professor P3: “Às vezes, com objetos e desenhos do dia a dia”.

Professor P5: “Com questões aplicadas no ENEM”

Professor P6: “Sim, pode-se usar por exemplo as obras de arte de Escher para fazer com que os alunos percebam essas regularidades, além de outras formas decorrentes da natureza”.

Professor P7: “Questões do cotidiano, incluindo questões do ENEM”.

Professor P12: “nem sempre”.

Percebemos a dificuldade de contextualização no ensino de geometria converge com os apontamentos feitos por Medeiros (2012) que apontou em seu estudo que os professores que buscam contextualizar estes conteúdos o fazem, principalmente, de forma interna as outras áreas da matemática, como a álgebra e a trigonometria. Todavia, alguns conseguem também expandir-se a temas transversais, como as formas da natureza e aos objetos do dia a dia do aluno.

Perguntamos aos professores: “você Sentiu dificuldades em ensinar os conteúdos de transformações geométricas? Se sim, quais foram as dificuldades? ”. Para esta pergunta tivemos 5 (cinco) respostas, os demais não responderam.

Professor P3: Sim, dificuldades em conseguir fazer os alunos perceberem as reflexões, rotações e translações no quadro.



Professor P6: Sim, a principal dificuldade encontrada foi a falta de atividades produzidas com relação a este tópico.

Professor P7: não

Professor P8: Não

Professor P12: não

As dificuldades apontadas pelos professores encontram-se, principalmente, na dimensão conceitual e procedimental metodológica das transformações, evidenciando a falta de atividades sobre o tema e a compreensão das transformações geométricas no método tradicional de ensino, ou seja, com uso de quadro branco para a representação das figuras, em detrimento das metodologias que oferecem mais dinâmica ao ensino.

Assim, observamos que resposta dada pelo professor P6 vai de encontro a um dos objetivos propostos por Oliveira (2016) que, em seu estudo, buscou a realização de um curso de extensão e a elaboração de atividades que possam ser utilizadas pelos professores em sala de aula. A dificuldade apontada pelo professor P3 foi apontada de forma recorrente no estudo de Medeiros e Gravina (2015) e Medeiros (2012), de modo que ambas sugeriram a utilização do software GeoGebra, haja vista que este permite a observação dos elementos variantes e invariantes das figuras geométricas (BRASIL, 2017).

Percebemos a dificuldade dos professores em ensinar este conteúdo e que é necessário que se faça uma discussão metodológica sobre este tema nos cursos de formação de professores, seja na formação inicial ou continuada, para que os mesmos tenham suporte de atividades que possam ser aplicadas em suas aulas, tais atividades devem ser adaptáveis, haja vista a multiplicidade da realidade dos alunos da educação básica.

Perguntamos aos professores: Os alunos tiveram dificuldade em compreender os conteúdos de transformações geométricas? Para esta pergunta tivemos 6 (seis) respostas, os demais não responderam.



Professor P3: “Sim, nas percepções no plano”.

Professor P5: “Sim, pois os alunos sentem dificuldades em formar a imagens mentalmente”

Professor P6 e P7: Não.

Professor P8: Sim, nas questões que norteiam as propriedades e termos técnicos geométricos.

Professor P12: a meu ver, o conhecimento que eles tinham era todo baseado em abstrações, nem sempre condizentes com o objeto matemático em estudo

A ausência de metodologias alternativas e a perpetuação de dificuldades advindas de etapas anteriores de ensino são evidentes nos relatos das dificuldades dos alunos, de modo que conceitos fundamentais podem não se fazer presentes no ensino fundamental maior, etapa em que a maioria dos professores consultados introduziu o tema de transformações geométricas.

A dificuldade apresentada tornou-se compreensível a partir do relato de Oliveira (2016) que, trabalhando com professores atuantes da educação básica, constatou a dificuldade dos próprios com conceitos fundamentais das Transformações, como vemos

Entre as discussões iniciais sobre reflexão, surgiu a dúvida: *o eixo de simetria pode sobrepor à figura na reflexão?* Esse questionamento gerou diversos debates, a maioria dos professores acreditava que não seria possível (p. 7)

As dificuldades apresentadas pelos alunos inferem que são consequências das dificuldades apresentadas pelos próprios professores, que refletem nos alunos e são perpetuadas por estes. As dificuldades relativas a propriedades (Professor P8) têm solução descrita na BNCC, cuja incentiva o uso de softwares de geometria dinâmica para que os alunos percebam os elementos variantes e invariantes das figuras geométricas e assim cheguem as suas propriedades (BRASIL, 2017, p. 268).



A análise das respostas dos professores permite a construção de um cenário condizente com a realidade do ensino deste conteúdo que ainda se encontra enclausurado no abandono decorrente das diretrizes que o determinaram desde o Movimento da Matemática Moderna (BARROSO, 2015). Os professores atuantes na educação básica ainda são dotados dos resquícios de momentos anteriores do ensino de Transformações Geométricas, encontrando-se com formação insuficiente para o ensino deste conteúdo, conforme apontado em Oliveira (2016) e Medeiros (2012).

Deste cenário resultou a necessidade de mudanças curriculares, que tornasse o ensino mais homogêneo e atendesse as particularidades de cada realidade, respeitando e garantindo o direito de aprendizagem. Esta necessidade se materializou na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017).

Considerações finais

O objetivo deste trabalho era apresentar as práticas dos professores da educação básica sobre o ensino de transformações geométricas.

Após a aplicação e análise de questionário sobre o tema com professores da educação básica, observamos que as práticas docentes ainda são restritas em relação ao tema, resultando no ensino deficitário ou na supressão do conteúdo em sala de aula. Em consonância com estudos anteriores, podemos ver que os professores ainda não são preparados para realizar este ensino, seja na formação inicial, seja na formação continuada.

Este cenário se torna ainda mais evidente a partir do advento da Base Nacional Comum Curricular, que traz as Transformações Geométricas como elo entre vários conteúdos, bem como elemento fundamental para a contextualização e para o provimento de um caráter pragmático e reflexivo ao ensino de matemática.

As inúmeras dificuldades apresentadas, tanto por professores, quanto por alunos, evidenciam que os conceitos inerentes e circunscritos das Transformações não estão claros para



eles, dificultando que se estabeleçam relações e se alcancem os objetivos, antes propostos pelos PCN's, agora propostos pela BNCC.

Neste sentido, acreditamos que os cursos de formação de professores, seja inicial ou continuada devem promover discussões e disciplinas relacionadas aos conteúdos de transformações geométricas, assim como de propostas metodológicas que auxiliem os professores nas suas práticas docentes, haja vista que os cursos de formação aos quais tivemos acesso não oferecem tais discussões.

Por fim, destacamos a necessidade de aprofundar os estudos com esta temática, a fim de contribuir com as mudanças que serão necessárias. Dito isto, nos propomos a este feito, tendo em vista que a problemática apresentada no presente estudo integra proposta para trabalho de conclusão de curso.

REFERÊNCIAS

- BARROSO, Isabel Campos. Transformações geométricas: iniciativas existentes e abordagens possíveis na formação de professores. In: XIX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Juiz de Fora – MG: UFJF, 2015.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 1ª a 4ª séries. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- _____. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 5ª a 8ª séries. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- _____. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília: MEC, 2000.
- _____. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000
- _____. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2017.
- MEDEIROS, Lícia Giesta Ferreira. Dando movimento à forma: as transformações geométricas no plano na formação continuada à distância de professores de matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Severino Sombra: Vassouras, 2012.
- MEDEIROS, Margarete Farias. GRAVINA, Maria Alice. Geometria dinâmica no ensino de transformações no plano. In: Professor de Matemática Online: Revista eletrônica da Sociedade Brasileira de Matemática. V. 3. N. 1. 2015.



OLIVEIRA, Sabrine Costa. (Re)construção do pensamento geométrico de professores numa abordagem investigativa sobre simetria de reflexão. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016.

SILVA, Júlio César Deckert. PIETROPAOLO, Ruy César. Um estudo sobre as contribuições de Felix Klein para a Introdução das Transformações Geométricas nos Currículos Prescritos de Matemática no Ensino Fundamental. In: Perspectivas em Educação Matemática: revista do programa de pós-graduação em Educação Matemática da UFMS. V7, N. 14, 2014

SILVA, Pedro Henrique da. Transformações Geométricas no contexto escolar: uma experiência de aprendizagem no 8º ano do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017.



ENSINO E APRENDIZAGEM DE CONCEITOS DA FUNÇÃO SENO A PARTIR DE ATIVIDADES

Rosana dos Passos Corrêa

Universidade do Estado do Pará

rosanacorreia58@gmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo:

Este trabalho é um recorte de minha dissertação de mestrado, que tem como objetivo explicar algumas atividades desenvolvidas para o ensino e aprendizagem de conceitos referentes à função seno. O lócus da pesquisa foi uma escola pública estadual do município de Abaetetuba-Pa. Os sujeitos foram 17 alunos do 2º ano do ensino médio. Os dados foram obtidos a partir da aplicação e tratamento de atividades e as devidas análises. Para a construção do experimento didático consideramos os pressupostos da metodologia ensino por atividades. Afirmamos que as atividades desenvolvidas proporcionaram resultados favoráveis à aprendizagem de conceitos da função seno, pois após a aplicação das mesmas, os alunos obtiveram maior desempenho na resolução de questões sobre os conteúdos abordados.

Palavras-chave: Ensino e aprendizagem. Função seno. Atividades.

Introdução

Nossa formação inicial e continuada nos leva a afirmar que o ensino de matemática tem se destacado em processo de mudanças constantes, visando proporcionar um processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos mais consistente e eficaz, como podemos evidenciar pelas pesquisas e estudos realizados nesta área de conhecimento.

No que concerne às práticas relacionadas à Matemática no Ensino Médio, apesar de se apresentarem ainda de forma tradicional, percebemos avanços, pois algumas são executadas em consonância com novas propostas metodológicas, que buscam um trabalho com metodologias de ensino que contribuam com o processo de ensino-aprendizagem dos diversos conteúdos matemáticos.



Pesquisas no campo da Educação Matemática têm destacado que as problemáticas em relação à aprendizagem matemática se atêm à maioria dos conteúdos matemáticos, por isso a preocupação de estudiosos em realizar trabalhos que ofereçam estímulos ao processo de ensino-aprendizagem dos diversos assuntos que compõem este campo de conhecimento.

Em relação ao estudo das funções trigonométricas, como a função seno, afirmamos que é um assunto que, embora esteja inserido no currículo de Matemática para ser trabalhado no Ensino Médio, apresenta complexidade para os alunos, pois além de precisarem assimilar os temas que são próprios deste assunto, ainda precisam lembrar outros temas anteriormente estudados, tais como circunferência, arcos, ângulos e o ciclo trigonométrico, que funcionarão como pré-requisitos para introduzir este conteúdo. De acordo com Lima et al. (1997):

as funções trigonométricas constituem um tema importante da Matemática, tanto por suas aplicações (que vão desde as mais elementares, no dia-a-dia, até as mais complexas, na Ciência e na alta tecnologia) como pelo papel central que desempenham na Análise (LIMA et al., 1997, p. 213-214).

Por isso, consideramos de suma importância enfocarmos este assunto que, por suas aplicabilidades e relevância no meio social, deve está interligado ao indivíduo e não dissociado deste, de tal forma que seja compreendido com clareza pelos estudantes de matemática.

No desenvolvimento deste trabalho, adotamos o ensino por atividades, pois pretendemos desenvolver atividades que possibilitem aos alunos uma evolução de seus conhecimentos, a partir de uma aprendizagem mais consistente do conteúdo de funções trigonométricas, uma vez que esta metodologia de ensino do campo da Educação Matemática tem vislumbrado “experiências bem-sucedidas no ensino de Matemática” (OLIVEIRA, 2014), à medida que:

possibilita aos professores desta área de conhecimento encontrar estratégias pedagógicas para superar os índices de reprovação e de repetência dos alunos na disciplina Matemática. Além disso, essas experiências se pautam em novos paradigmas em relação ao processo de aprendizagem, que compreendem a necessidade de criação de situações contextualizadas que permitam a aquisição de processos mentais pelos alunos e despertem a sua inteligência para resolverem problemas e tomadas de decisões, bem como favoreçam o aprendizado e o conhecimento prévio do aluno (OLIVEIRA, 2014, p.7).



Desta forma, a proposta de trabalhar com o ensino por atividades disponibiliza ao aluno a possibilidade de argumentar, raciocinar diante das situações que lhes são propostas, fazer indagações junto a seus pares e tirar suas próprias conclusões, tendo o professor como orientador-mediador da aprendizagem e não como o detentor do conhecimento, de forma que:

[...] se valorize a ação docente, através de um ensino partindo do concreto para o abstrato. Desse modo o aluno passa de mero espectador a um criador ativo, não numa perspectiva de ser um cientista, mas que participe, compreenda e questione o próprio conhecimento (SÁ, 2009, p. 14).

É neste sentido que, em nossa dissertação (CORRÊA, 2017), propomos atividades para o ensino de funções trigonométricas de forma a possibilitar uma oportunidade para que o aluno desenvolva suas habilidades com vistas a uma aprendizagem mais consistente deste conteúdo.

Aqui, trataremos apenas das atividades propostas para o ensino e aprendizagem de conceitos referentes à função seno, que serão apresentadas a seguir.

Atividades para o ensino e aprendizagem da função seno

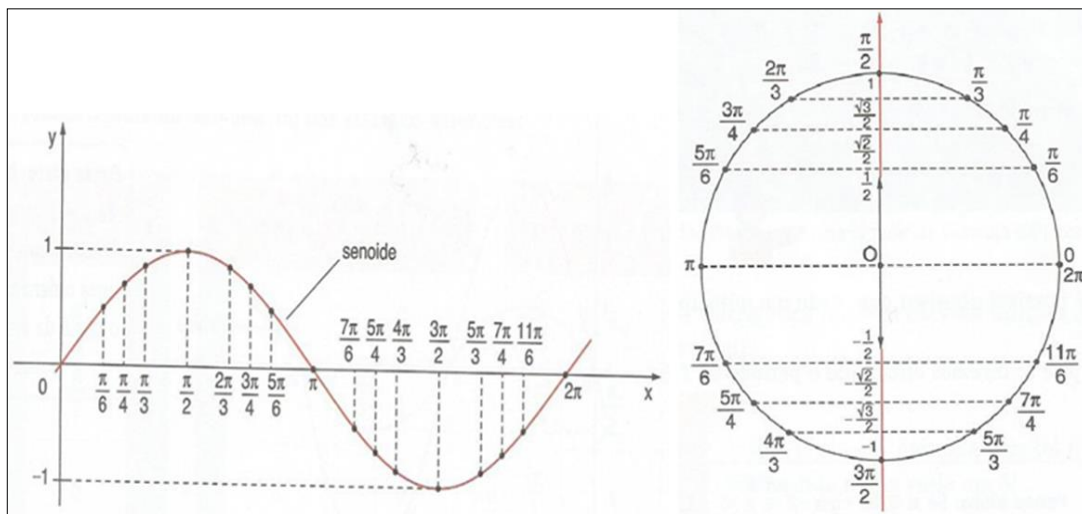
As atividades propostas para o ensino e aprendizagem da função seno fizeram parte da sequência didática desenvolvida para o conteúdo de funções trigonométricas.

Em relação à função seno, as atividades foram aplicadas no dia 31/ 10/ 2016, sendo o 11º dia de experimento, em que realizamos a aula VIII, intitulada “Máximo, mínimo, domínio, imagem, período, sinal e variação da função seno” que compôs a “Sessão de ensino-aprendizagem VIII”, onde utilizamos como recursos materiais, caneta e roteiro da atividade.

Inicialmente, distribuímos o roteiro da atividade e fizemos a leitura da AULA VIII, em que dispomos no roteiro da atividade a seguinte imagem.



Foto 1- Gráfico e ciclo trigonométrico da função seno.



Fonte: Iezzi et al., 2013.

Em seguida fizemos os seguintes questionamentos:

- Considerando a onda formada pelo gráfico:

1) Qual o ponto mais elevado que essa onda atinge?

2) Qual o ponto mais baixo que essa onda atinge?

3) Considerando no eixo x , o ponto inicial da onda até seu ponto final, qual o espaço total percorrido em linha reta por ela?

4) Considerando o ponto mais baixo e o de maior elevação da onda do gráfico e ainda o eixo das ordenadas, podemos dizer que a região ou plano ocupado por essa onda vai de que ponto do eixo y até que ponto desse mesmo eixo?

5) Observe o 1º e 2º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \text{sen}x$ são positivos ou negativos?

6) Observe o 3º e 4º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \text{sen}x$ são positivos ou negativos?

7) Nos quadrantes 1º e 4º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \text{sen}x$ aumentam ou diminuem?

8) Nos quadrantes 2º e 3º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \text{sen}x$ aumentam ou diminuem?



9) Observando o gráfico de $f(x) = \text{sen}x$, que valores reais poderão ser assumidos por x ?

10) Observando o gráfico de $f(x) = \text{sen}x$, o que você pode concluir? Faça suas anotações.

Com as respostas dos alunos às questões de 1) a 10) objetivamos fazer com que os mesmos determinassem máximo, mínimo, domínio, período, sinal e variação da função seno, corroborando para que também viessem a conceituar os mesmos, em suas respostas aos itens de A) a H) mostrados a seguir.

11) De acordo com as respostas das questões 1 a 10, responda:

- A) Qual é o máximo da função seno? Por quê?
- B) Qual é o mínimo da função seno? Por quê?
- C) Qual é o período da função seno? Por quê?
- D) Qual é a imagem da função seno? Por quê?
- E) Qual é o sinal da função seno em cada quadrante do ciclo? Por quê?
- F) Em que quadrantes a função seno é crescente? Por quê?
- G) Em que quadrantes a função seno é decrescente? Por quê?
- H) Qual é o domínio da função seno? Por quê?

Vejamos as respostas dos alunos aos conceitos estudados.

Quadro 1- Respostas dos alunos aos conceitos da função seno na Aula VIII (Máximo, mínimo, domínio, imagem, período, sinal e variação da função seno).

ALUNOS	CONCEITOS-FUNÇÃO SENO		ANÁLISE
1 E 2	Máximo	1) Qual o ponto mais elevado que essa onda atinge? <u>1</u>	- Respostas corretas sobre os conceitos de função seno.
	Mínimo	2) Qual o ponto mais baixo que essa onda atinge? <u>-1</u>	
	Período	3) Considerando no eixo x , o ponto inicial da onda até seu ponto final, qual o espaço total percorrido em linha reta por ela? <u>2π</u>	
	Imagem	4) Considerando o ponto mais baixo e o de maior elevação da onda do gráfico e ainda o eixo das ordenadas, podemos dizer que a região ou plano ocupado por essa onda vai de que ponto do eixo y até que ponto desse mesmo eixo? <u>-1 até 1</u>	



	Sinal	5) Observe o 1º e 2º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \sin x$ são positivos ou negativos? <u>São positivos</u>		
	Variação	6) Observe o 3º e 4º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \sin x$ são positivos ou negativos? <u>São negativos</u>		
	Domínio	7) Nos quadrantes 1º e 4º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \sin x$ aumentam ou diminuem? <u>Aumentam</u>		
		8) Nos quadrantes 2º e 3º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \sin x$ aumentam ou diminuem? <u>diminuem</u>		
		9) Observando o gráfico de $f(x) = \sin x$, que valores reais poderão ser assumidos por x ? <u>Qualquer valor real</u>		- Respostas corretas sobre os conceitos de função seno.
3 E 7	Máximo	1) Qual o ponto mais elevado que essa onda atinge? <u>1</u>		
	Mínimo	2) Qual o ponto mais baixo que essa onda atinge? <u>-1</u>		
	Período	3) Considerando no eixo x , o ponto inicial da onda até seu ponto final, qual o espaço total percorrido em linha reta por ela? <u>2π</u>		
	Imagem	4) Considerando o ponto mais baixo e o de maior elevação da onda do gráfico e ainda o eixo das ordenadas, podemos dizer que a região ou plano ocupado por essa onda vai de que ponto do eixo y até que ponto desse mesmo eixo? <u>-1 a 1</u>		- Respostas corretas sobre os conceitos de função seno.
	Sinal	5) Observe o 1º e 2º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \sin x$ são positivos ou negativos? <u>Positivos</u>		
	Variação	6) Observe o 3º e 4º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \sin x$ são positivos ou negativos? <u>Negativos</u>		
	Domínio	7) Nos quadrantes 1º e 4º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \sin x$ aumentam ou diminuem? <u>Os valores de y aumentam</u>		
		8) Nos quadrantes 2º e 3º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \sin x$ aumentam ou diminuem? <u>Os valores de y diminuem</u>		
		9) Observando o gráfico de $f(x) = \sin x$, que valores reais poderão ser assumidos por x ? <u>Qualquer valor real</u>		- Respostas corretas sobre os conceitos de função seno.
4, 8 E 9	Máximo	1) Qual o ponto mais elevado que essa onda atinge? <u>1</u>		
	Mínimo	2) Qual o ponto mais baixo que essa onda atinge? <u>-1</u>		
	Período	3) Considerando no eixo x , o ponto inicial da onda até seu ponto final, qual o espaço total percorrido em linha reta por ela? <u>2π</u>		
	Imagem	4) Considerando o ponto mais baixo e o de maior elevação da onda do gráfico e ainda o eixo das ordenadas, podemos dizer que a região ou plano ocupado por essa onda vai de que ponto do eixo y até que ponto desse mesmo eixo? <u>-1 a 1</u>		- Respostas corretas sobre os conceitos de função seno.



	Sinal	5) Observe o 1º e 2º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \text{sen} x$ são positivos ou negativos? <u>positivos</u>	
	Variação	6) Observe o 3º e 4º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \text{sen} x$ são positivos ou negativos? <u>Negativos</u>	
	Domínio	7) Nos quadrantes 1º e 4º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \text{sen} x$ aumentam ou diminuem? <u>aumentam</u>	
		8) Nos quadrantes 2º e 3º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \text{sen} x$ aumentam ou diminuem? <u>diminuem</u>	
		9) Observando o gráfico de $f(x) = \text{sen} x$, que valores reais poderão ser assumidos por x ? <u>qualquer valor real</u>	
			- Respostas corretas sobre os conceitos de função seno.
5 E 12	Máximo	1) Qual o ponto mais elevado que essa onda atinge? <u>1</u>	
	Mínimo	2) Qual o ponto mais baixo que essa onda atinge? <u>-1</u>	
	Período	3) Considerando no eixo x , o ponto inicial da onda até seu ponto final, qual o espaço total percorrido em linha reta por ela? <u>2π</u>	
	Imagem	4) Considerando o ponto mais baixo e o de maior elevação da onda do gráfico e ainda o eixo das ordenadas, podemos dizer que a região ou plano ocupado por essa onda vai de que ponto do eixo y até que ponto desse mesmo eixo? <u>-1 até 1</u>	
			- Respostas corretas sobre os conceitos de função seno.
	Sinal	5) Observe o 1º e 2º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \text{sen} x$ são positivos ou negativos? <u>Positivos</u>	
	Variação	6) Observe o 3º e 4º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \text{sen} x$ são positivos ou negativos? <u>são negativos</u>	
	Domínio	7) Nos quadrantes 1º e 4º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \text{sen} x$ aumentam ou diminuem? <u>vão aumentar</u>	
		8) Nos quadrantes 2º e 3º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \text{sen} x$ aumentam ou diminuem? <u>vão diminuir</u>	
		9) Observando o gráfico de $f(x) = \text{sen} x$, que valores reais poderão ser assumidos por x ? <u>Qualquer valor real</u>	
			- Respostas corretas sobre os conceitos de função seno.
6 E 14	Máximo	1) Qual o ponto mais elevado que essa onda atinge? <u>1</u>	
	Mínimo	2) Qual o ponto mais baixo que essa onda atinge? <u>-1</u>	
	Período	3) Considerando no eixo x , o ponto inicial da onda até seu ponto final, qual o espaço total percorrido em linha reta por ela? <u>2π</u>	
	Imagem	4) Considerando o ponto mais baixo e o de maior elevação da onda do gráfico e ainda o eixo das ordenadas, podemos dizer que a região ou plano ocupado por essa onda vai de que ponto do eixo y até que ponto desse mesmo eixo? <u>-1 a 1</u>	
			- Respostas corretas sobre os conceitos de função seno.



	Sinal	5) Observe o 1º e 2º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \text{sen}x$ são positivos ou negativos? <u>Positivos</u>	
	Variação	6) Observe o 3º e 4º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \text{sen}x$ são positivos ou negativos? <u>Negativos</u>	
	Domínio	7) Nos quadrantes 1º e 4º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \text{sen}x$ aumentam ou diminuem? <u>aumentam</u>	
		8) Nos quadrantes 2º e 3º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \text{sen}x$ aumentam ou diminuem? <u>diminuem</u>	
		9) Observando o gráfico de $f(x) = \text{sen}x$, que valores reais poderão ser assumidos por x ? <u>Qualquer valor $\mathbb{R}$</u>	- Respostas corretas sobre os conceitos de função seno.
15 E 16	Máximo	• Observe a onda formada pelo gráfico: 1) Qual o ponto mais elevado que essa onda atinge? <u>1</u>	- Respostas corretas sobre os conceitos de função seno.
	Mínimo	2) Qual o ponto mais baixo que essa onda atinge? <u>-1</u>	
	Período	3) Considerando no eixo x , o ponto inicial da onda até seu ponto final, qual o espaço total percorrido em linha reta por ela? <u>ela percorre até o 2π</u>	
	Imagem	4) Considerando o ponto mais baixo e o de maior elevação da onda do gráfico e ainda o eixo das ordenadas, podemos dizer que a região ou plano ocupado por essa onda vai de que ponto do eixo y até que ponto desse mesmo eixo? <u>Vai de -1 até 1</u>	
	Sinal	5) Observe o 1º e 2º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \text{sen}x$ são positivos ou negativos? <u>são positivos</u>	- Respostas corretas sobre os conceitos de função seno.
	Variação	6) Observe o 3º e 4º quadrantes do plano cartesiano. Nesses quadrantes, os valores assumidos por $y = \text{sen}x$ são positivos ou negativos? <u>são negativos</u>	
	Domínio	7) Nos quadrantes 1º e 4º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \text{sen}x$ aumentam ou diminuem? <u>vão aumentar</u>	
		8) Nos quadrantes 2º e 3º, à medida que os valores de x aumentam, os valores de $y = \text{sen}x$ aumentam ou diminuem? <u>vão diminuir</u>	

Fonte: Corrêa, 2017.

Agora vejamos as conclusões dos alunos nesta atividade.



Quadro 2- Conclusões dos alunos sobre os conceitos da função seno na Aula 8 (Máximo, mínimo, domínio, imagem, período, sinal e variação da função seno).

ALUNOS	CONCLUSÕES- CONCEITOS DA FUNÇÃO SENO	ANÁLISE
1 E 2	A) Qual é o máximo da função seno? Por quê? $+1$, o valor mais elevado B) Qual é o mínimo da função seno? Por quê? -1, o valor menos elevado C) Qual é o período da função seno? Por quê? π é a distância percorrida por uma linhareta no gráfico. D) Qual é a imagem da função seno? Por quê? $Im = [-1, +1]$ pois essa é a região ocupada pelo gráfico.	- Conclusões corretas sobre conceitos da função seno.
	E) Qual é o sinal da função seno em cada quadrante do ciclo? Por quê? 1° e 2° quadrantes o sinal é positivo no 3° e 4° quadrantes o sinal é negativo. F) Em que quadrantes a função seno é crescente? Por quê? 1° e 2° quando maior o valor de x maior o valor de seno de x G) Em que quadrantes a função seno é decrescente? Por quê? 3° e 4° quando menor o valor de x maior o valor de seno de x. H) Qual é o domínio da função seno? Por quê? $D = \mathbb{R}$, são todos os números reais.	- Conclusões corretas sobre conceitos da função seno.
3 E 7	A) Qual é o máximo da função seno? Por quê? 1, porque é o maior valor que a curva do gráfico atinge. B) Qual é o mínimo da função seno? Por quê? -1, porque é o menor valor que a curva do gráfico atinge. C) Qual é o período da função seno? Por quê? 2π pois é a distância que o gráfico percorre em um ciclo pelo eixo x. D) Qual é a imagem da função seno? Por quê? $Im = [-1, +1]$ pois essa é a região ocupada pelo gráfico no eixo y.	- Conclusões corretas sobre conceitos da função seno.

	E) Qual é o sinal da função seno em cada quadrante do ciclo? Por quê? <i>Nos 1º e 2º quadrantes os valores são positivos pois ocupam o sentido positivo do eixo y, e nos 3º e 4º são negativos pois ocupam o sentido negativo do eixo y.</i> F) Em que quadrantes a função seno é crescente? Por quê? <i>Nos 1º e 4º quadrantes porque estão no sentido positivo do eixo do gráfico x.</i> G) Em que quadrantes a função seno é decrescente? Por quê? <i>Nos 2º e 3º quadrantes porque estão no sentido negativo do eixo do gráfico x.</i> H) Qual é o domínio da função seno? Por quê? <i>É todo e qualquer número real, pois os valores de x podem assumir qualquer número real.</i>	- Conclusões corretas sobre conceitos da função seno.
4, 8 E 9	A) Qual é o máximo da função seno? Por quê? <i>0. Pois é o maior valor atingido pelo eixo do gráfico</i> B) Qual é o mínimo da função seno? Por quê? <i>-1. Pois é o menor valor atingido pelo eixo do gráfico</i> C) Qual é o período da função seno? Por quê? <i>2π. Porque é a distância percorrida em linha reta no eixo x</i> D) Qual é a imagem da função seno? Por quê? <i>Im = [-1, +1]. Pois é o maior e menor valor do gráfico</i>	- Conclusões corretas sobre conceitos da função seno.
	E) Qual é o sinal da função seno em cada quadrante do ciclo? Por quê? <i>No 1º e 2º quadrantes a função seno é positiva, pois ocupam o sentido positivo do eixo y, e nos 3º e 4º quadrantes são negativos pois ocupam o sentido negativo do eixo y.</i> F) Em que quadrantes a função seno é crescente? Por quê? <i>No 1º e 4º quadrantes pois é o sentido que o valor de x aumentam a velocidade de x e y tem bem aumentam</i> G) Em que quadrantes a função seno é decrescente? Por quê? <i>No 2º e 3º quadrantes pois é o sentido que os valores de x diminuem e os valores de y e tem bem diminuem</i> H) Qual é o domínio da função seno? Por quê? <i>D: R. Pois são todos números reais</i>	- Conclusões corretas sobre conceitos da função seno.
5 E 12	A) Qual é o máximo da função seno? Por quê? <i>1, porque é o ponto mais elevado dessa função</i> B) Qual é o mínimo da função seno? Por quê? <i>-1, porque é o ponto mais baixo da função</i> C) Qual é o período da função seno? Por quê? <i>2π, porque pois é a distância percorrida em linha reta da função seno do eixo x.</i> D) Qual é a imagem da função seno? Por quê? <i>[-1, +1]. Porque a região ocupada pela gráfico no eixo y.</i>	- Conclusões corretas sobre conceitos da função seno.

	E) Qual é o sinal da função seno em cada quadrante do ciclo? Por quê? No 1º e 2º positivos pois ocupam o sentido positivo de eixo y. No 3º e 4º negativa pois os valores ocupam o sentido negativo de eixo y. F) Em que quadrantes a função seno é crescente? Por quê? No 1º e 4º quadrante pois a medida que os valores aumentam, o seno de x também aumenta. G) Em que quadrantes a função seno é decrescente? Por quê? No 2º e 3º quadrante pois a medida que os valores de x aumentam, o seno de x diminui. H) Qual é o domínio da função seno? Por quê? São todos os reais, pois para o de x poderá assumir qualquer valor real.	- Conclusões corretas sobre conceitos da função seno.
6 E 14	A) Qual é o máximo da função seno? Por quê? 1 pois é o maior atingido pela curva do gráfico B) Qual é o mínimo da função seno? Por quê? -1 pois é o menor valor atingido pela curva do gráfico C) Qual é o período da função seno? Por quê? 2π, é obtida percorrendo um ciclo inteiro pelo gráfico no eixo x D) Qual é a imagem da função seno? Por quê? $Im: [-1, 1]$ porque essa região do plano é atingida pelo gráfico	- Conclusões corretas sobre conceitos da função seno.
	E) Qual é o sinal da função seno em cada quadrante do ciclo? Por quê? 1, 2 são positivos porque ocupam o sentido positivo de eixo y 3, 4 são negativos porque ocupam o sentido negativo de eixo y F) Em que quadrantes a função seno é crescente? Por quê? 1, 4 positivos pois nessa região o seno de x aumenta G) Em que quadrantes a função seno é decrescente? Por quê? 2, 3 negativos pois nessa região os valores de seno de x diminuem H) Qual é o domínio da função seno? Por quê? $D = \mathbb{R}$ pois os valores de x podem ser todos os reais	- Conclusões corretas sobre conceitos da função seno.
15 E 16	A) Qual é o máximo da função seno? Por quê? 1 pois é o maior valor atingido pela curva do gráfico B) Qual é o mínimo da função seno? Por quê? -1 pois é o menor valor atingido pela curva do gráfico C) Qual é o período da função seno? Por quê? 2π porque é a distância percorrida em 1 ciclo inteiro pelo gráfico no eixo x D) Qual é a imagem da função seno? Por quê? $Im = [-1, 1]$, onde é a região ocupada pelo gráfico	- Conclusões corretas sobre conceitos da função seno.



	E) Qual é o sinal da função seno em cada quadrante do ciclo? Por quê? no 1º e 2º: positiva e no 3º e 4º: negativa, eles ocupam o eixo negativo. F) Em que quadrantes a função seno é crescente? Por quê? no 1º e 2º quadrantes, quando os valores vão de 0 até π aumentam os valores de x. G) Em que quadrantes a função seno é decrescente? Por quê? no 3º e 4º quadrantes, quando os valores vão de π até 2π diminuem os valores de x. H) Qual é o domínio da função seno? Por quê? $D: \mathbb{R}$, pois os valores de seno podem assumir os valores reais.	- Conclusões corretas sobre conceitos da função seno.

Fonte: Autora, 2017.

Os alunos iniciaram esta atividade às 7h30min e terminaram às 8h. Após os alunos concluírem esta atividade, fizemos as seguintes definições.

Quadro 3- Definições da Aula VIII (Máximo, mínimo, domínio, imagem, período, sinal e variação da função seno).

DEFINIÇÃO 1: Mínimo da função seno: Como o círculo é unitário, ou seja, varia de -1 a 1, o ponto mínimo da função seno é o menor valor atingido pela curva denominada senóide no eixo $\text{sen } x$, ou seja, -1. DEFINIÇÃO 2: Máximo da função seno: É o maior valor atingido pela curva no eixo $\text{sen } x$, ou seja, $+1$. DEFINIÇÃO 3: Período da função seno: É o menor valor positivo de x para o qual a função $y = \text{sen } x$ volta a se repetir no ciclo. No caso da função $f(x) = \text{sen } x$, a senóide ocupa o intervalo de 0 a 2π, portanto o período é 2π. Propriedade: Sejam c e d números reais, com $c \neq 0$. A função definida por $y = \text{sen}(cx + d)$ tem período p dado por $p = \frac{2\pi}{ c }$. DEFINIÇÃO 4: Imagem da função seno: Como a função $f(x) = \text{sen } x$ possui valor mínimo -1 e valor máximo 1, então a imagem da função são os valores que pertencem ao intervalo fechado de extremos -1 e 1, ou seja: $\text{Im}(\text{sen } x) = [-1, +1]$. DEFINIÇÃO 5: Domínio da função seno: Como x pode assumir qualquer valor real, então o domínio da função seno é $D = \mathbb{R}$, ou seja, são todos os números reais. DEFINIÇÃO 6: Sinal da função seno: A função seno tem sinal positivo quando x pertence ao 1º e 2º quadrante, pois nesses quadrantes os valores de $\text{sen } x$ estão na parte positiva do eixo y. Agora se x pertence ao 3º e 4º quadrantes, teremos $\text{sen } x$ na parte negativa desse eixo, dessa forma a função seno terá sinal negativo. DEFINIÇÃO 7: Variação da função seno: No 1º e 4º quadrantes a função $f(x) = \text{sen } x$ é crescente, pois à medida que x aumenta, os valores de $y = \text{sen } x$ aumentam de 0 até 1 e de -1 até 0, respectivamente. No 2º e 3º quadrantes a função $f(x) = \text{sen } x$ é decrescente, pois à medida que x aumenta, os valores de $y = \text{sen } x$ diminuem de 1 até -1.

Fonte: Adaptada de Iezzi et al., 2013.

Estas atividades foram realizadas com um público de 13 alunos, sendo formadas 5 duplas e um trio, em que concluíram as resoluções em um tempo de 30 minutos.



A seguir, apresentamos nossas considerações finais.

Considerações finais

Como podemos observar, a proposta de trabalhar a partir de atividades tem como foco principal apresentar atividades para que os alunos por meio das resoluções das mesmas possam chegar à definição dos conceitos do assunto estudado, neste caso, da função seno. Este modo de proceder se diferencia do método tradicional em que o professor utiliza, geralmente, o livro didático e expõe a definição, seguida de exemplos e exercícios.

É importante ressaltarmos que após a apresentação e execução das resoluções dos questionamentos pelos alunos, em que os mesmos conseguiram conceituá-los em linguagem usual ou em termos matemáticos, fizemos as definições conforme o livro de matemática e propomos para resolverem uma lista de questões de fixação sobre os conteúdos estudados.

Assim, as respostas dos alunos, de acordo com os quadros 1 e 2, confirmam que o objetivo da aula proposta foi alcançado, uma vez que conseguiram definir corretamente os conceitos de mínimo, máximo, período, imagem, sinal e variação da função seno, o que nos leva a afirmar que a sequência didática construída e aplicada gera efeitos positivos na aprendizagem de conceitos referentes ao assunto abordado.

Esperamos que professores e alunos possam se apropriar deste trabalho, a fim de favorecer o processo de ensino e aprendizagem matemática.

REFERÊNCIAS

- CORRÊA, Rosana dos Passos Corrêa. **O ensino de funções trigonométricas por atividades**. 389f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará. Belém, 2017.
- IEZZI ET AL. **Matemática: ciência e aplicações**, 2: ensino médio. – 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.
- LIMA ET AL. **A Matemática do Ensino Médio**. Vol. 1. – 9. ed. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 1997.
- OLIVEIRA, Ivanilde Apoluceno de. Prefácio. In: SÁ, Pedro Franco de; JUCÁ, Rosineide de Sousa. **Matemática por atividades: experiências Didáticas bem-sucedidas**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.



SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o Ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.



ENSINO E PRENDIZADO DE GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DE TRONCO DE PIRÂMIDE EM UMA ESCOLA PÚBLICA, NO MUNICÍPIO DE ANANINDEUA / PA

Ulisses Marçal de Carvalho

Universidade do Estado do Pará – ulissesmcarvalho@gmail.com

Profª Drª Roberto Paulo Bibas Fialho

Universidade do Estado do Pará – rpbibasfialho@yahoo.com.

Profª Drª Maria de Lurdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará – 2011malu.melo@gmail.com.

RESUMO: Este trabalho apresenta os resultados que teve como objetivo realizar um diagnóstico possíveis dificuldades de uma amostra de discentes do ensino médio de uma escola pública quanto à aprendizagem de conceitos de “tronco de pirâmide”. As informações foram produzidas no mês de maio de 2018 por meio de uma amostra de 90 discentes do 3º ano do Ensino Médio da rede pública estadual de ensino de Ananindeua/Pará, mediante a aplicação de um Questionário com questões sócioeducativas, de um teste com 10 questões de múltipla escolha e do preenchimento de um quadro de dificuldades. A sistematização das informações produzidas ocorreu por meio da construção de quadros, tabelas e gráficos estatísticos relativos a cada uma das questões do instrumento. Os resultados indicaram que, segundo a amostra de alunos: o ensino desses tipos de problemas ocorre na maioria das vezes pelo método tradicional; as formas de fixação dos conteúdos mais utilizadas pelos docentes são as listas de exercícios seguida de aulas expositivas e trabalho em grupo; a avaliação da aprendizagem centra-se nos exames. Concluímos que a maioria dos assuntos relacionados ao conteúdo em tela apresenta um alto grau de dificuldade para a aprendizagem.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem. Ensino de Matemática. Tronco de pirâmide.

INTRODUÇÃO

As discussões atuais em torno da educação no Brasil, têm de certa forma, levado os segmentos envolvidos, a uma reflexão no que tange as mudanças ora decorrentes em nosso país, inclusive no âmbito da política e da economia. Não podemos negar os avanços obtidos em decorrência de tais mudanças. No entanto, muito ainda há por fazer e vários são os instrumentos



em tal empreitada, a começar pela própria legislação, a qual sugere-nos sermos os agentes dessas transformações, colocando em prática, por exemplo, as novas propostas contidas na LDB, nos Parâmetros Curriculares e principalmente a Base Nacional Comum Curricular - BNCC, documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) e cujo documento para o Ensino Médio foi apresentado e encaminhado ao Conselho Nacional de Educação (CNE) em abril de 2018 e está em fase de discussão, porém que norteia o currículo escolar de Matemática para o ensino médio.

[...] a BNCC do Ensino Médio não se constitui o currículo dessa etapa, mas define as aprendizagens essenciais a ser garantidas a todos os estudantes e orienta a (re)elaboração de currículos e propostas pedagógicas, seja no que diz respeito ao âmbito específico da BNCC, seja no tocante à organização e à proposição de itinerários formativos. (BNCC, 2017. p. 471).

Para o Ensino Médio e em articulação com as competências gerais, a BNCC apresenta cinco competências específicas que norteiam a componente Matemática e, para cada uma dessas competências, as “habilidades que podem favorecer a interpretação e compreensão da realidade pelos estudantes, utilizando conceitos de diferentes campos da Matemática para fazer julgamentos bem fundamentados” (BNCC 2017, p. 524).

A geometria no Ensino Médio, ainda com base na BNCC, referente ao currículo de matemática, deve:

[...] retomar, ampliar e sistematizar os conhecimentos estudados anteriormente de modo a possibilitar aos estudantes a compreensão da estrutura lógica da geometria euclidiana. As primeiras demonstrações, iniciadas na etapa anterior, podem ser retomadas e, neste momento, ampliadas para que eles/elas sejam capazes de, por exemplo, compreender e generalizar algumas propriedades e demonstrar alguns teoremas, como a soma dos ângulos internos de polígonos, o teorema de Pitágoras, e os casos de semelhança e de congruência de triângulos. (BNCC, 2016, p. 562).

De acordo com esses documentos e para além destes, pesquisadores em Educação Matemática, no Brasil e em outros países, vem imprimindo esforços em busca de metodologias e estratégias para que se diminua a dicotomia entre Ensino/Aprendizagem. Várias são as



tendências em Educação Matemática e, muitas delas já figuram como teorias consolidadas, porém, a educação básica ainda encontra-se com índices abaixo do esperado, em comparação a outros países e de acordo com os exames nacionais que medem o índice de aprendizagem em Matemática.

Como afirma Muller (2018, p. 1) “O contexto escolar atual evidencia um alto número de discentes com grandes dificuldades no aprendizado do conhecimento matemático; mediar o saber desta área, é um dos grandes desafios que os professores precisam enfrentar e superar”.

Pucci et al (2013) enfatiza que:

As dificuldades escolares também podem partir das limitações próprias em assimilar o que é ensinado, podendo ser relacionadas com diferentes aspectos. Pois os problemas matemáticos exigem muita atenção para serem resolvidos, mas alguns alunos não conseguem se concentrar o suficiente para pensar e buscar maneiras para resolvê-los, o que acaba levando ao erro da solução (PUCCI et al, 2018, p. 6).

As dificuldades enfrentadas pelos discentes em aprender conceitos matemáticos ao longo de sua escolaridade e, em todas as etapas e séries da educação básica de escolas públicas, é recorrente. Pesquisa recentes como em Pucci et al (2013) e Muller et al (2018), entre outros, apontam para diferentes e múltiplas causas, muitas delas centrada no currículo, outras, em metodologias e, ainda outras, que envolvem relações inter e intra pessoais entre professor/aluno. Afirmam, ainda, que para se enfrentar tais dificuldades e encontrar uma solução satisfatória que venha de encontro com essas causas, escola e corpo técnico, professores e alunos, apontam a necessidade de atenção maior em planejar ações com base em testes diagnósticos, na formação de professores, relação inter-pessoal, para citarmos algumas.

Para Rosa e Orey (2017):

[...] se os professores não entenderem como funcionam as normas culturais que direcionam o comportamento social dos educandos, esses profissionais da educação não disporão de instrumentos adequados para que possam compreender como os alunos processam, interpretam e acumulam as informações adquirida no ambiente escolar. (ROSA e OREY, 2017, p. 22).



O professor deve ser o mediador entre os conhecimentos prévios com os novos saberes que irão nortear o que é assimilado pelos alunos. É ele que vai desenvolver o raciocínio lógico dos alunos, sua criatividade e pensamento crítico, mostrando que a matemática não é um conjunto de saberes pronto e acabado, desligado dos saberes práticos do cotidiano, porém, permitir que o aluno crie seu próprio raciocínio, dialogue como um ser consciente e crítico (PUCCI et al, 2013).

De acordo com Rosa e Orey (2017):

[...] existe também a necessidade de compreendermos como a cultura influencia o aprendizado dos alunos e como podemos utilizar o conhecimento cultural que levam para as salas de aulas como um recurso pedagógico para a aprendizagem dos conteúdos escolares, principalmente os conteúdos matemáticos. (ROSA e OREY, 2017, p. 22).

Sabe-se que o processo de ensino e aprendizagem matemática, no Brasil, historicamente sempre foi constituído por um modelo tradicional de ensino, baseado em aulas expositivas tradicionais, listas de exercícios e, cuja avaliação se dá mediante a reprodução de atividades impostas por esse modelo, o que não contempla a construção do conhecimento pelo discente (PEREIRA, 2016, p. 42).

Nesse contexto, uma forma de permitir que o aluno seja protagonista de seu conhecimento e deixe de ser predominantemente passivo, para um ser pensante e pro ativo, sugere-se a utilização das tendências em Educação Matemática, como por exemplo – os Jogos, a Etnomatemática, a Modelagem, dentre outras, como suporte teórico e metodológico para minimizar o baixo desempenho em aprendizagem matemática, pois como afirma Pereira (2016, p. 30, apud ANDRÉ, 2009, p. 25) “o baixo desempenho dos alunos em Matemática é uma realidade em muitos países, não só no Brasil, um dos fatores que contribuem para o baixo desempenho é a atuação dos professores”.

Somente aulas expositivas de cunho tradicional não contribuem, de modo geral, para despertar no aluno o interesse pela aprendizagem em Matemática. Atribuir aos alunos a falta de interesse e apatia para a aprendizagem não se sustenta mais. A atuação do professor e a forma



de se relacionar com seus alunos implica diretamente na forma como o discente concebe e aceita a transposição (PEREIRA. 2016, p. 38).

A relevância da pesquisa está no fato de os dados coletados serem únicos e autênticos, desvelando uma prática peculiar de saberes praticados em sala de aula, como afirma Ferreira (2018, p. 15):

No entanto, consideramos relevante a contribuição da nossa pesquisa para o campo da Educação Matemática por trazer dados efetivos que mostram o desempenho dos alunos que estão concluindo o Ensino Médio em relação aos conhecimentos das figuras geométricas (polígonos) e das características das figuras espaciais (poliedros).

Este trabalho tem por objetivo fazer um diagnostico de possíveis dificuldades de uma amostra de discentes do ensino médio de uma escola pública estadual de Ananindeua/PA, quanto à aprendizagem de conceitos de “tronco de pirâmide”, e quais fatores concorrem para as possíveis dificuldades de aprendizagem dos conceitos de Tronco de Pirâmide em uma amostra de 90 alunos de uma escola pública estadual de Ananindeua/PA, na região metropolitana de Belém.

Busca-se, com este estudo, contribuir para com os envolvidos em ensino/aprendizagem de conceitos matemáticos relevantes e ressaltar a importância e a necessidade de reflexões sobre questões relacionadas aprendizagem de alguns conceitos dificilmente apresentados aos alunos do Ensino médio em escolas públicas.

INSTRUMENTOS DE PESQUISA

Foi elaborado um questionário contendo dez questões de múltipla escolha sobre polígonos, poliedros e suas planificações, cálculos de área lateral e total de poliedros e volumes de pirâmides e tronco de pirâmide. Para a identificação do conhecimento conceitual sobre Ensino de Tronco de Pirâmide foi elaborado um teste com questões de múltipla escolha retiradas de livros de provas de avaliação de ensino tais como: Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, Provinha Brasil ou provas de ingresso em universidades, algumas com



pequenas modificações, de acordo com pré requisitos das Unidade curriculares III - EM13MT01 EM13MT04, IV – EM14MT02, V – EM15MT05 constantes da BNCC/2017.

O tempo de 90 minutos foi suficiente para os alunos respondessem ao questionário socioeducativo, quadro de dificuldades e de realizarem a atividade proposta no teste.

Os dados coletados em uma escola pública estadual, totalizaram três turmas do 3º ano do Ensino Médio, com um total de 90 discentes.

Optamos pelos alunos das séries citadas acima devido ao fato deles, supostamente terem estudado o assunto “tronco de pirâmide” no ano anterior (2º ano do ensino médio) e porque o estudo de tronco de pirâmide é muito importante para a geometria espacial, conteúdo estudado ao longo da educação básica, desde as séries iniciais.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DOS QUESTIONÁRIOS

A pesquisa relatada neste trabalho visa identificar possíveis dificuldades que influenciam no desempenho de estudantes durante a realização de atividades investigativas. Autores como Pucci et al (2018) e Muller et al (2018) apontam diversos fatores que acarretam em dificuldades de aprendizagem de conceitos matemáticos, porém, são os professores que devem compreender e identificar quais são esses fatores causadores dos problemas de aprendizagem e buscar minimizá-los.

Para se diagnosticar as possíveis dificuldades dos discentes, Muller et al (2018) propõe atividades ou avaliações diagnósticas para se detectar o que, de fato, o aluno absorveu até então, para planejar qual método seria o mais adequado que venham minimizar tais dificuldades.

Vários são os instrumentos que dispomos para se fazer um diagnóstico mais realista da aprendizagem em matemática. Para Nascimento e Gomes (2017, p. 58) teste e/ou questionário de conhecimento são freqüentes em pesquisas de ensino de ciências, com o objetivo de avaliar alunos, professores e cursos.



ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO SOCIOEDUCATIVO

Como proposto anteriormente, apresentamos neste tópico os elementos de pesquisa que visam identificar as dificuldades que influenciam no desempenho de estudantes durante a realização de atividades investigativas. Autores como Pucci et al (2018) e Muller et al (2018) apontam diversos fatores que acarretam dificuldades de aprendizagem de conceitos matemáticos, porém, são os professores que devem compreender e identificar quais são esses fatores causadores dos problemas de aprendizagem e buscar minimizá-los.

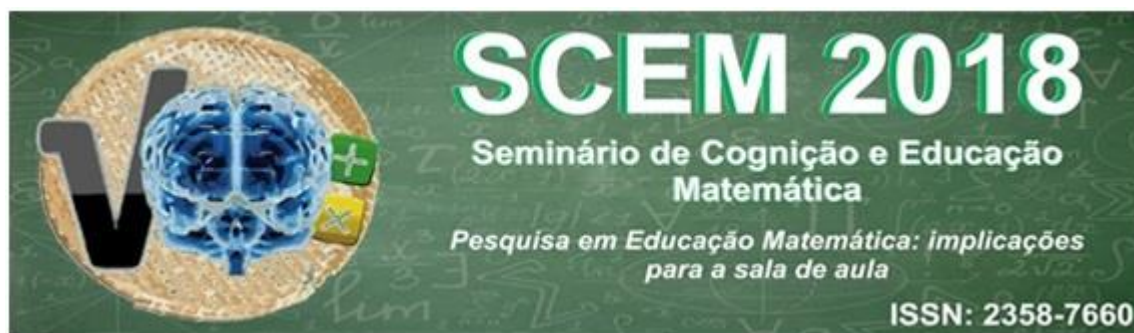
Para se diagnosticar as possíveis dificuldades dos discentes, deve-se propor atividades ou avaliações diagnósticas, por meio testes com questões associativas, múltiplas escolhas e subjetivas, a serem aplicadas no início do ano letivo para se detectar o que, de fato, o aluno absorveu até então, para planejar qual método seria o mais adequado que venham minimizar tais dificuldades. Muller et al (2018).

Foram sujeitos do presente estudo alunos do 3º ano do ensino médio, da região metropolitana de Belém, da cidade de Ananindeua/PA. A idade dos discentes variou de 16 a 39 anos, com média de 18,97 e desvio padrão de 4,38 anos, a maioria deles pertencente ao gênero feminino (54,4%).

Objetiva-se com o questionário socioeducativo traçar um perfil da amostra dos alunos consultados para podermos fazer um comparativo de verificação das dificuldades em aprender os conceitos de tronco de pirâmide, tomando por referências trabalhos de Pucci et al (2018) e Horn (2017).

Vários são os motivos pelos quais os alunos perdem o interesse pelas aulas, prejudicando seu desenvolvimento, portanto, é dever do professor identificar esses motivos e ser o mediador/esclarecedor de tais situações, como afirma Pucci et al (2013):

[...] é necessário que os docentes identifiquem quais são os fatores causadores dos problemas na aprendizagem e desenvolvimento, bem como, inferir para a constante minimização dessas dificuldades. Assim, é preciso compreender o que leva os estudantes a terem essas dificuldades, bem como identificá-las. (PUCCI et al, 2013, p. 2).



CARACTERÍSTICAS DOS SUJEITOS DA PESQUISA

Nesta fase da análise procurou-se identificar os sujeitos envolvidos na pesquisa segundo o questionário socioeducativo por meio dos dados pessoais, familiares, escolares, para que pudéssemos traçar um perfil dos discentes oriundos das escolas públicas e verificar se existe alguns dos atributos que fosse um diferencial nas dificuldades analisadas. O quadro abaixo apresenta a síntese dos dados obtidos:

Quadro 01: Características dos sujeitos da pesquisa.

01	Idade	A idade dos discentes variou de 16 a 39 anos, com média de 18,97 e desvio padrão de 4,38 anos.
02	Gênero	Quanto ao gênero, a pesquisa mostrou que 54,5% dos respondentes era feminino enquanto que 45,6%, masculino.
03	Dependência na Disciplina	Dos respondentes, 34,4% afirmaram que já haviam ficado em dependências em Matemática, destes, 65,6% disseram que nunca ficaram em dependência na disciplina.
04	Gosta de Matemática	82% afirmaram que gostam um pouco ou adoram a disciplina contra 18% que detestam ou suportam, o que é um indício de que se pode trabalhar os conteúdos de matemática de maneira mais eficiente.
05	Nível de entendimento das explicações	92% acham as explicações do professor de Matemática boa ou excelentes, destes, apenas 8% considera regular.
06	Frequência de estudo fora da escola	59% dos entrevistados afirmaram que só estudam no período de prova ou só na véspera de prova, desses, apenas 7 estudam todos os dias e 30%, somente nos finais de semana.
07	Nível de entendimento das aulas de matemática	43,3% compreendem as vezes as explicações do professor de matemática. Destes, 25% dizem que quase sempre entendem a matéria porque o professor explica bem, 14% sempre entendem a explicação, 15,6% poucas vezes ficam atentos nas explicações e 1,1% responderam que nunca entendem as explicações.

Fonte: Elaborado pelos autores (2018).

Com relação a questão 04, o aprendizado desenvolve-se de maneira mais eficiente quando o aluno demonstra interesse pelo assunto, por isso faz-se necessário compreender o quanto os mesmos se sentem envolvidos pela matemática, principalmente, em relação ao seu entendimento sobre os conteúdos dessa disciplina. (PUCCI et al 2013, p. 11).

Para a questão 05, procurou-se perceber no aluno, se os métodos/estratégias de ensinar do professor influenciam no aprendizado, permitindo a compreensão dos conteúdos ministrados. Os discentes foram questionados se compreendem as explicações do docente. Ressaltamos que somente as explicações do professor, em sala de aula, é insuficiente



para se buscar um entendimento satisfatório dos conceitos e que existem diversas fontes que o aluno pode lançar mão para obter uma compreensão mais eficaz.

Com relação ao item 6 do quadro 1, nota-se que o tempo destinado aos estudos pode representar um agravante na dificuldades apresentada, ao ser submetido ao teste, como apresentaremos mais adiante, com a análise do quadro de dificuldades e o teste aplicado.

Pretendeu-se, na questão 07, do quadro acima, verificar a percepção do aluno, “independente do seu desenvolvimento, o que ele gosta de estudar e se a forma do professor ensinar influencia no seu aprendizado” Pucci et al (2013, p. 16).

Vale ressaltar que nem sempre todos entendem da mesma maneira uma explicação, pois, segundo afirma Pucci et al (2013, p. 16 e 17) “Há inteligências, habilidades e competências múltiplas. Diante disso, cabe ao professor buscar diferentes maneiras de explicar, de levar as informações e mesmo de oportunizar que descubram diferentes maneiras, suas próprias maneiras de aprender [...]”. O que é corroborado por Horn (2018), ao afirmar que:

Não basta exigir que os indivíduos frequentem a escola e de forma metódica transmitir informações a eles, precisamos de uma escola mais atraente que permita que o educando desenvolva a capacidade de pensar, estabeleça relações e torne-se um agente ativo no processo sócio-histórico, visando seu futuro e o futuro da sociedade em que vive (HORN, 2018, p. 13).

CARACTERÍSTICAS DOS RECURSOS E MÉTODOS UTILIZADOS

O objetivo do quadro abaixo foi o de identificar de que maneira o docente ministra suas aulas e verificar quais recursos são utilizadas para ensinar os conteúdos e, dessa forma perceber a influencia dessa metodologia na aprendizagem.

Quadro 02: Verificação de conteúdos ministrados, Recurso e Métodos utilizados pelo professor.

01	Quais formas de atividades e/ou trabalhos o seu professor (a) de matemática mais utiliza em suas aulas?	Entre os alunos respondentes, 22,2% afirmaram que o professor usa o recurso da aula expositiva e 81,1%, a lista de exercícios, o que evidencia a utilização de recurso limitado e aulas tradicionais.
02	Quando você estudou Geometria Plana, a maioria das aulas?	67% afirmaram que os conceitos trabalhados iniciavam pela definição seguida de exemplos e exercícios, desses, 23% o professor iniciava ela história sobre o assunto para depois explorar os conceitos. Apenas 1% afirmaram que, na maioria das aulas seu professor iniciava com uma situação problema para depois introduzir o assunto.



03	Quando você estudou Geometria Plana, a maioria das aulas?	90% afirmaram que o professor iniciava pela definição seguida de lista de exercícios ou com a história sobre o assunto para depois explorar os conceitos.
04	Verificação de conteúdos ministrados	Quando questionados se haviam estudado Poliedros, dos 28,1%, que afirmaram ter estudado poliedros, que consta do quadro de dificuldades (ver quadro de dificuldades), 51,1% da maioria das aulas iniciavam pela definição seguida de exemplos e exercícios. 27% dos respondentes afirmaram que os estudos iniciavam com a história do assunto para depois explorar os conceitos, desses, 6,5% iniciavam com uma situação problema para depois introduzir os conceitos e que a maioria, 71,9%, afirmaram não lembrar de ter estudado. Para os discentes, 59% afirmaram nunca ter estudado tronco de pirâmide, 26,7% dos que afirmaram ter estudado o assunto, constantes do quadro de dificuldades (ver tabela 1), 28% disseram que os conceitos estudados iniciavam pela definição seguida de exemplos e exercícios, 5% iniciavam com a história do assunto para depois explorar os conceitos e, 4% iniciavam com uma situação problema.
05	Verificação de métodos de ensino ministrados	32,6%, afirmaram que o assunto fora apresentado partindo de uma lista de exercícios para depois apresentar os conceitos, propriedades e exercícios. 49,4% não souberam informar.
06	Verificação dos instrumentos utilizados para avaliação	Quanto aos instrumentos utilizados para a avaliação da aprendizagem, a prova, segundo os discentes, é a preferida com 54,4%, seguido da "Participação na resolução de atividade com 45,6%, teste, com 38,9%.

Fonte: Elaboração do autor (2018).

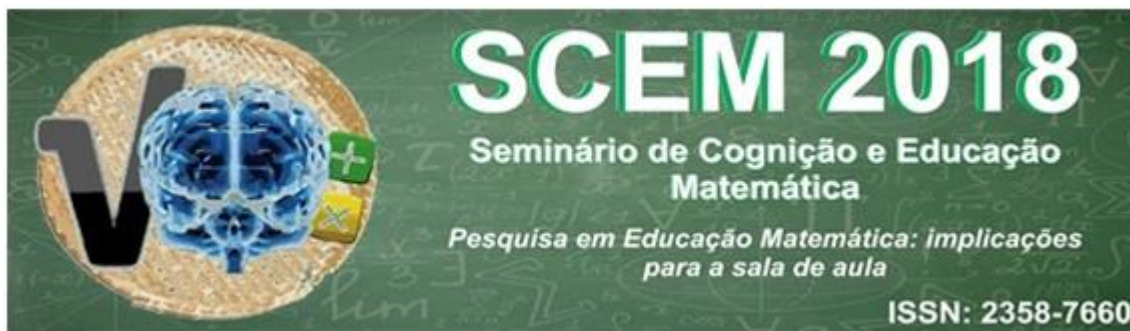
Entretanto, Pucci et al (2013) afirma que:

Em um tempo em que se fala tanto em ludicidade, em um ensino inovador e provido de significado, é impensável, por exemplo, uma aula que ensine medidas, sólidos geométricos, em que o professor prefira ficar usando cola e régua, ao invés de sair para a rua com seus alunos, identificando as possíveis formas no ambiente em que se vive. [...] A escolha dos materiais utilizados depende da capacidade de "olhar profundamente" o conteúdo a ser ensinado, compreendendo os melhores caminhos e os melhores recursos para percorrê-los em situações específicas. (PUCCI 23018, p. 20).

Percebe-se que os métodos/estratégias estão centrados em aulas expositivas tradicionais, o que não ficou evidenciado em um agravante nas dificuldades de aprendizagem, porém, é necessário que os docentes tenham a compreensão necessária de que somente as aulas expositivas não são mais suficientes para o aprendizado e que é premente observar e identificar o que os leva a apresentarem essas dificuldades (PUCCI, 2018).

Porém como afirma Horn (2018):

Sabemos que o aprendizado da matemática (foco deste trabalho) está associado ao domínio de conceitos e linguagens, portanto, não se trata de abolir as aulas expositivas, nem mesmo abandonar o hábito de exercitar, na

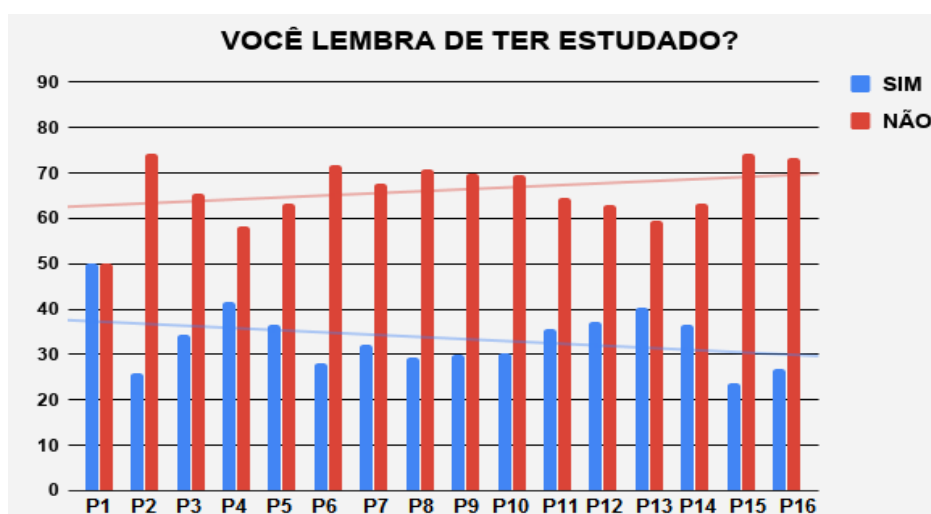


resolução de atividade, mas sim de envolver o educando, de modo a valorizar o conhecimento por ele já adquirido (seja do senso comum ou científico), dar significado e fazer com que esse sinta-se parte integrante do processo de ensino e aprendizagem, interagindo com os colegas, professor e conteúdo, estabelecendo conexões que despertem a criatividade e interesse (p. 14).

ANÁLISE DO QUADRO DE DIFICULDADES

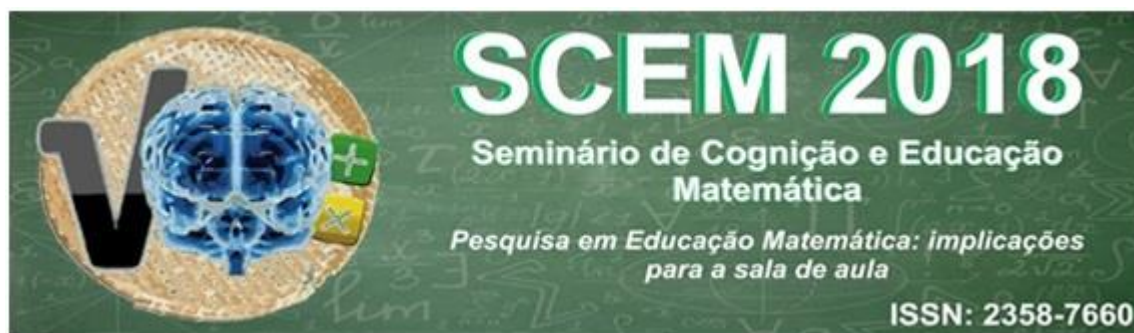
A apresentação de um quadro de dificuldades (em anexo) com 16 perguntas sobre se já haviam estudado e que grau de dificuldades que haviam encontra em um determinado conceito de geometria plana e espacial, ajudou-nos a estabelecer um comparativo, após terem respondido ao testes de múltipla escolha, submetido a eles, logo após terem respondido ao quadro de dificuldades. A tabela a seguir apresenta as respostas às perguntas feitas no quadro acima citado.

Gráfico 1: Quadro de dificuldades



Fonte: Elaboração do autor (2018).

No gráfico 1 acima, somente a pergunta P₁ obteve um índice percentual de 50% que afirmaram ter contato com a “Definição e propriedades de polígonos”. As demais perguntas que se seguiram tiveram um índice de resposta acima de 58% que afirmaram “Não lembrar ter estudado” os referidos conceitos constantes do quadro. O maior índice que responderam “Não”, ou seja, de não lembrar ter estudado a pergunta foi P₁₅, “Definição de tronco de Pirâmide”, seguida da P₂, “Polígonos regulares inscritos e/ou circunscritos”, com 74,2% dos respondentes.



Como afirma Pucci et al (2013):

O desenvolvimento de cada estudante, algumas vezes, também é considerado como uma dificuldade enfrentada pelos professores, pois além da quantidade de conteúdos a serem abordados, há a necessidade de retornar os de séries anteriores devido à defasagem de aprendizagem (p. 22).

Observa-se, portanto, que de alguma forma, a maioria dos alunos não tiveram contado com o conteúdo de “definição tronco de pirâmide” ao longo de sua escolaridade, o que também podemos verificar no grau de dificuldades apresentado no quadro a seguir.

Quadro 3: Quadro de dificuldades

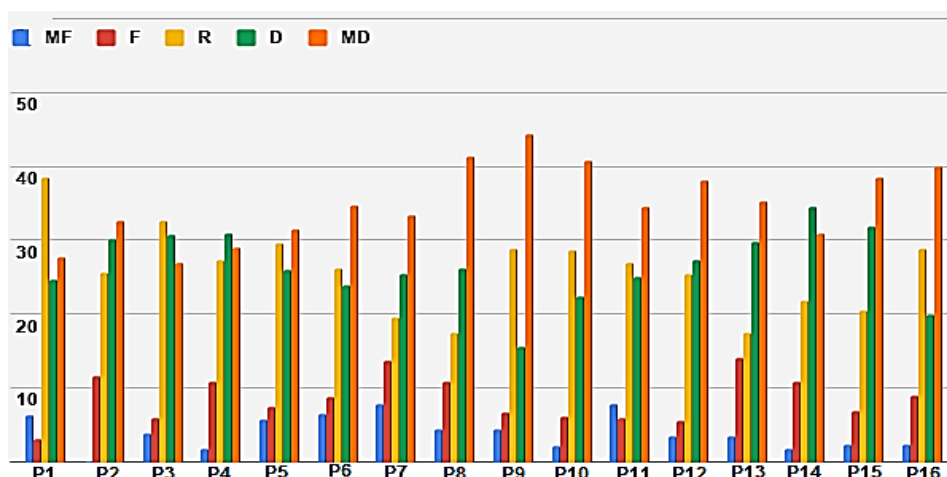
CONTEÚDO	Você lembra de ter estudado?		Qual grau de dificuldade que você teve para aprender				
	SIM	NÃO	MF	F	R	D	MD
P1 - Definição e propriedades de polígonos	50	50	6,2	3	38,5	24,6	27,7
P2 - Polígonos regulares inscritos e/ou circunscritos	25,8	74,2	0	11,6	25,6	30,2	32,6
P3 - Definição de poliedros	34,4	65,6	3,8	5,8	32,7	30,8	26,9
P4 - Elementos lineares de poliedros; Arestas; Vértices; Faces e Planificações	41,6	58,4	1,8	10,9	27,3	30,9	29,1
P5 - Soma dos ângulos internos de todas as faces de um polígono convexo	36,7	63,3	5,6	7,4	29,6	25,9	31,5
P6 - Definição de poliedros regulares	28,1	71,9	6,5	8,7	26,1	23,9	34,8
P7 - Área dos poliedros regulares	32,2	67,8	7,8	13,7	19,6	25,5	33,4
P8 - Definição e classificação dos prismas	29,2	70,8	4,3	10,9	17,4	26,1	41,3
P9 - Prismas regulares	30	70	4,4	6,7	28,9	15,6	44,4
P10 - Área Lateral, Área Total e Volume dos Prismas regulares	30,3	69,7	2,1	6,1	28,6	22,4	40,8
P11 - Definição e Classificação dos Paralelepípedos	35,6	64,4	7,7	5,8	26,9	25	34,6
P12 - Área Lateral, Área total e Volume dos paralelepípedos retângulos	37,1	62,9	3,5	5,5	25,5	27,3	38,2
P13 - Definição e Classificação das Pirâmides	40,4	59,6	3,5	14	17,5	29,8	35,2
P14 - Área Lateral, Área Total e Volume das Pirâmides	36,7	63,3	1,8	10,9	21,8	34,6	30,9
P15 - Definição de Tronco de Pirâmide	23,6	74,4	2,3	6,8	20,5	31,8	38,6
P16 - Área Lateral, Área Total e Volume de Tronco de Pirâmides	26,7	73,3	2,2	8,9	28,9	20	40

Fonte: Dados do autor (2018).

O gráfico 2 apresenta a relação do grau de dificuldades dos alunos em aprender conceitos da geometria plana e espacial. Verifica-se que mais de 68% dos respondentes disseram ser muito difícil (MD) o estudo de conteúdos da geometria plana e espacial, destes, 32% afirmaram que o grau de dificuldades foi de regular (R) a difícil (D).



Gráfico 2: Qual grau de dificuldade que você teve para aprender



Fonte: Dados do autor (2018).

O maior grau de dificuldades, 44,4%, apresentado pelos alunos, foi a P₉ que trata em aprender os conceitos de “Prismas regulares”, já o de menos dificuldade foi a P₁, com grau regular.

As questões sobre planificação de sólidos apresentaram um grau de dificuldades de aprendizagem regular, o que ficou evidenciado na resolução desse item, 92% de acerto na primeira questão, no teste aplicado que foi abordado de acorso com a pergunta P₁, no quadro 3, acima.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DO TESTE

Na tabela 1 estão as distribuições das respostas dos estudantes para cada questão de múltipla escolha do questionário. Observando a tabela, nota-se que os alunos apresentaram maiores dificuldades em 80% das questões, com índices de acerto abaixo dos 45% aproximadamente. Nas demais, a opção correta foi marcada apenas por 20% dos alunos.

Para a análise dos resultados, os aportes teóricos foram centrado nos trabalhos dos seguintes autores de base Knüpfer et al (2016), Costa (2015) e Vilarinho (2015), que propões a análise com base na teoria clássica dos testes (TCT).

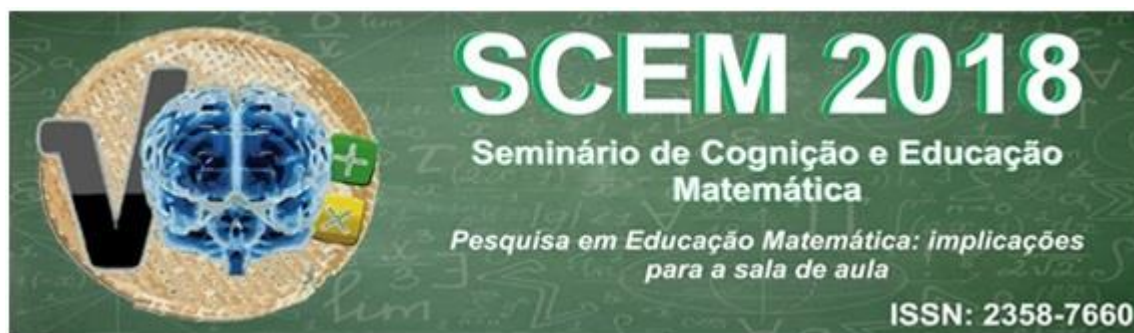


Tabela 1: Características do questionário sobre “Ensino de tronco de Pirâmide”.

Questões	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de acertos	80	6	39	21	52	26	18	16	21	9
Nº de erros	10	84	51	69	38	64	72	74	69	81
% de acertos	91,95	6,74	44,32	23,33	57,78	28,89	20	17,78	23,33	10
Índice de dificuldades ³²	0,89	0,07	0,43	,023	0,58	0,29	0,20	0,18	0,23	0,10

Fonte: Elaboração do autor (2018).

A tabela 1 apresenta quatro questões com índice de erro igual ou superior a 80%, são elas, 2, 7, 8 e 10. Duas questões a 1 e a 5, tiveram índice de acertos de 91,95% e 57,78%, respectivamente, essas questões abordam a planificação de figuras espaciais e são consideradas as mais fáceis do questionário, segundo avaliação de distribuição das questões em relação ao parâmetro dificuldade, apresentado na tabela 1. Quatro questões com índice de acertos acima de 23%.

Para se obter o índice de dificuldade do item, calcula-se a razão entre o número de estudantes que responderam o item corretamente e o número total de alunos respondentes, no caso 90. Esse índice varia de 0 a 1, em que 0 indica que ninguém acertou o item e 1, que todos acertaram o item. (KNÜPFER et al, 2016, p. 273). A partir do desempenho geral dos estudantes da escola pesquisada, a análise do comportamento dos itens que compõem o teste, segundo os parâmetros originados pela Teoria Clássica dos Testes (TCT)³³, de forma simplificada, pode ser resumida na Tabela 2, a seguir.

A questão 1, considerada a mais fácil de todas, teve um índice de acerto de 91,95% dos respondentes, já a questão com menor índice de acerto foi a questão 2, com 6,74%, seguida da questão 10, com 10% de acertos.

³²No índice de dificuldade, analisa-se o grau de dificuldade de cada item por meio da porcentagem de acerto. Ou seja, quanto menor a porcentagem de acerto maior será o grau de dificuldade. (BORGATO e ANDRADE 2012, p. 149). Quanto menor o grau de dificuldades, maior será a porcentagem de acertos no item. (VILARINHO, 2015)

³³ Avalia o desempenho de estudantes em teste, também chamada de análise clássica.



Conforme se observa na tabela 2, apenas a questão 1, apresentou dificuldade muito fácil, entretanto, a maioria das questões pode ser classificada como difícil, duas muito difícil e duas moderadas.

Tabela 2: Distribuição das questões em relação ao parâmetro Dificuldades

Classificação ³⁴	Valores ³⁵	Questões	Percentual de questões no teste	Quantitativo de itens ideal na avaliação (% esperado) ³⁶
Muito fácil	$> 0,9$	1	10%	10%
Fácil	$0,7 \leq \text{valor} \leq 0,9$	0	0%	20%
Moderada(regular)	$0,3 < \text{valor} < 0,7$	3 e 5	20%	40%
Difícil	$0,1 < \text{valor} < 0,3$	4, 6, 7, 8 e 9	50%	20%
Muito difícil	$\leq 0,1$	2 e 10	20%	10%

Fonte: Elaboração do autor (2018).

Para os alunos respondentes, verificou-se que o teste apresentou grau de dificuldades de 70% das questões em difícil ou muito difícil, o que pode ser um indício que, de fato, o assunto não foi abordado em sala, ao longo da escolaridade dessa amostra, segundo o quadro de dificuldades apresentado no gráfico 2, Costa (2015) afirma que:

O estudante, ao se deparar com o teste, deve ter conhecimento técnico do conteúdo estudado e o professor deve fornecer um instrumento que seja conciso com seus objetivos de aprendizagem e que não contribua para o acerto ao acaso. Ao final do teste deve haver uma relação mais próxima possível da realidade do grupo escolar. O aluno que sabe aquilo que é avaliado no item deveria acertá-lo. (COSTA 2015, p. 66).

Vale ressaltar que apenas 18 alunos obteve acertos igual ou superior a média praticada nas escolas públicas do estado, que é de 5,0 pontos e que esta quantidade corresponde, apenas, 20% do total de respondentes.

O teste teve como objetivo a identificação do conhecimento conceitual de estudantes sobre o Ensino de Tronco de Pirâmide. A tabela 3 mostra os resultados dos 90 alunos que responderam ao teste.

³⁴De acordo com VILARINHO, 2015, p. 27.

³⁵De acordo com VILARINHO, 2015, p. 27.

³⁶ De acordo com VILARINHO, 2015, p. 27.



Tabela 3: Dados estatísticos do teste.

Dados	Valores
Média	3,2
Desvio Padrão	1,55
Mediana	3
Moda	3
Mínimo	1
Máximo	7
Assimetria	0,39
Q1	2
Q2	3
Q3	4

Fonte: Elaboração do autor (2018).

Observa-se que a média geral dos alunos foi 3,2 acertos, o que corresponde a 25,56% do total de alunos respondentes. Doze alunos obteve escore mínimo de 1 acerto, enquanto três alunos obtiveram o escore máximo de 7 acertos. Nenhum aluno acertou acima de 7 pontos.

O grupo de desempenho inferior foi composto por 36,66% dos alunos que obtiveram escores abaixo ou igual a 2,0 acertos (primeiro quartil). O grupo de desempenho superior foi formado pelos 37,78% dos alunos que obtiveram escores acima de 4,0 acertos (terceiro quartil) (NASCIMENTO e GOMES, 2017, p. 63). Vale ressaltar que apenas 18 alunos obtiveram acertos iguais ou superiores a média praticada nas escolas públicas estaduais do Pará de acordo com o Art. 73 da Resolução nº 001 de 05 de janeiro de 2010, cuja nota mínima é de 5,0 pontos e que esta quantidade corresponde, apenas, 20% do total de respondentes.

Levando em consideração a média geral obtida, o que indica resultado muito aquém do desejado, pois se levou em consideração que a média de acerto, para escolas públicas estaduais do Pará, constatou-se que a média não foi atingida pela maioria dos respondentes.

Para uma média de acerto 3,2 e questões apresentando grau de dificuldades de difícil ou muito difícil, observando o quadro de dificuldades e somando-se a isso, aulas tradicionais, onde o método de avaliação está centrado em provas e resolução de lista de exercícios constata-se que, o grau de dificuldades em aprendizagem do tronco de pirâmide é muito alto.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tomou-se como matriz de referências, para compor as questões abordadas no testes, provas do SAEB, ENEM, descritores da BNCC, provas de acesso de Universidades pelo país afora e, para a análise, os três questionários abordados na pesquisa, o item “índice de dificuldades”, baseado na análise clássica dos itens e que utilizamos somente esse índice, por está de acordo com que queríamos analisar.

Evidenciamos que as questões abordadas no teste estão de acordo com os descritores da matriz de referências e que, em sua maioria, apresentou índices de dificuldades difíceis ou muito difíceis, para a amostra consultada, o que, provavelmente, tenha acarretado nas notas apresentadas, mostrando que em sua maioria, possivelmente os alunos não tenham estudado esses conceitos em sala de aula.

Constatou-se, de acordo com os dados apresentados, que a amostra selecionada, apresenta dificuldades em aprendizagem em tronco de pirâmide, uma vez que foi evidenciado nas respostas dadas. Sabe-se que só a apresentação do questionário/teste não é suficiente para uma análise mais aprofundada, mas que mostra uma possível lacuna nos conteúdos ministrados em sala, pelos docentes, por algum motivo, não evidenciado na pesquisa. Contudo, vale ressaltar que os respondentes estudaram, em algum momento, parte dos conteúdos apresentados nos questionários e quadro de dificuldade.

Para termos maior confiabilidade em afirmar que as dificuldades existem, sugere-se, estudos mais aprofundados feitos com uma amostra maior, que seja representativa da população submetida ao teste. Dessa maneira, seria possível concluir em que medida os resultados aqui evidenciados são consequência do instrumento ou da amostra pesquisada. De natureza igual, cabe salientar que a amostra estudada pertence a uma escola que apresentou a média aquém da praticada em escolas públicas estaduais, o que pode evidenciar o não estudo dessa parte importante da geometria espacial, o tronco de pirâmide, pela maioria dos discentes consultados e que a geometria espacial não está sendo trabalhada em toda a sua extensão.



REFERÊNCIAS

BNCC. **Bases Nacionais do Currículo Comum**. Documento homologado pela Portaria nº 1.570, publicada no D.O.U. de 21/12/2017, Seção 1, Pág. 146. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf. Acesso em: 17/07/2018.

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica; Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. Brasília: MEC; SEB; DICEI, 2013. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curriculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 25/07/2018.

CONSELHO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO. Resolução nº 001 de 05 de janeiro de 2010. Governo do Estado do Pará. Disponível em http://www.cee.pa.gov.br/sites/default/files/RESOLUCAO_001_2010_REGULAMENTACAO_EDUC_BAS-1.pdf. Acesso em: 11/09/2018.

COSTA, Regiane Quezia Gomes da. **Análise da prova da primeira fase da OBMEP como subsídio para orientar a prática docente**. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/handle/10482/20316>. Acesso em: 17/07/2018.

FERREIRA, Kássia Anita de Freitas Rodrigues. **Pensamento Geométrico dos Alunos do Ensino Médio de Uma Escola Pública de Campo Novo Do Parecis-MT**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Mato Grosso. Instituto de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Cuiabá, 2018. Disponível em: <http://www1.ufmt.br/ufmt/unidade/userfiles/publicacoes/3720328c767c907318b317961714bd40.pdf>. Acesso em: 03/08/2018.

FILHO, Antonio Alves de Oliveira; FONSECA, Mariana Alves da. **Análise de itens e da confiabilidade de um teste de avaliação de conhecimentos - um estudo de caso**. Disponível em: http://www.coordest.ufpr.br/wp-content/uploads/2011/12/AntonioAlves_MarianaAlves1.pdf. Acesso em: 17/07/2018.

HORN, Carlinho Augustinho. **A aprendizagem de matemática em atividades de modelagem**. Dissertação (mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS. 2018. Disponível em: <https://rd.uffs.edu.br/bitstream/prefix/1921/1/HORN.pdf>. Acesso em: 28/06/2018.

KNÜPFER, R. E. N., AMARAL, A., & HENNING, E. (2016). **Análise Clássica de Testes: Uma proposta de análise de desempenho dos estudantes na primeira fase da OBMEP**. Colóquio Luso-Brasileiro de Educação - COLBEDUCA, 1, 272-284. Disponível em: <http://revistas.udesc.br/index.php/colbeduca/article/view/8428/6097>. Acesso em: 17/06/2018.

MELLO, Guimar Namó de. **Currículo Da Educação Básica No Brasil: concepções e políticas** Guimar Namó de Mello Setembro de 2014. Disponível em:



http://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2017/08/guiomar_pesquisa.pdf. Acesso em: 25/07/2018.

MULLER, Hofélia Madalena P.; RIBEIRO, Josiane Soares; SILVA, Yasmim de Oliveira. Conhecimento Matemático: Dificuldades Na Aprendizagem Dos Alunos Das Escolas Do Ensino Fundamental Ii Do Município De Posse/Go. In: **Anais do Congresso de Ensino, Pesquisa e Extensão da UEG (CEPE)**(ISSN 2447-8687). 2018. Disponível em: <http://www.anais.ueg.br/index.php/cepe/article/view/10461/8099>. Acesso em: 28/06/2018.

NASCIMENTO, Rafaela Dinali. GOMES, Alessandro Damásio Trani. Análise da validade e da fidedignidade de um questionário para identificação do conhecimento conceitual sobre plano inclinado e aceleração. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 13, n. 26, p. 56-68, 2017. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/4284>. Acesso em: 17/06/2018.

PUCCI, Mariana Oliveira et al. Dificuldades no aprendizado de matemática: percepção de estudantes de duas escolas públicas de Anita Garibaldi. **Revista Científico**, v. 18, n. 37, p. 47-73, 2018. Disponível em: <https://revistacientefico.adtalembrasil.com.br/cientefico/article/view/429/352>. Acesso em: 28/06/2018.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. **Influências Etnomatemáticas em Salas de Aula: Caminhando para a Ação Pedagógica**. Appris Editora e Livraria Eireli-ME, 2018.

SILVA, Erondina Barbosa da. **O diálogo entre diferentes sujeitos que aprendem e ensinam matemática no contexto escolar dos anos finais do ensino fundamental**. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/handle/10482/16403>. Acesso em: 17/07/2018

VILARINHO, Ana Paula Lima. **Uma proposta de análise de desempenho dos estudantes e de valorização da primeira fase da OBMEP**. 2015. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/handle/10482/19335>. Acesso em: 17/07/2018.



ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM E FUNÇÃO QUADRÁTICA POR MEIO DO APP INVENTOR

José Américo Trindade Costa Junior
Universidade do Estado do Pará
prof.jrcosta@gmail.com

Daniel de Deus Negrão Maués
Universidade do Estado do Pará
ddnmaues@gmail.com

Miguel Chaquiam
Universidade do Estado do Pará
miguelchaquiam@gmail.com

Resumo: Neste trabalho apresenta-se resultados parciais de um projeto referente a disciplina de Tecnologias de Informática no Ensino de Matemática do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática(2017) da Universidade do Estado do Pará. O objetivo principal deste artigo é fazer uso da tecnologia no processo de aprendizagem da Matemática nos conteúdos da Educação Básica, tendo como objetivo o estudo da Função Afim e Função Quadrática. O trabalho desenvolvido mostra a diferença entre as funções graficamente e os zeros das funções abordadas. Uma das atividades apresentadas no app inventor 2, coloca a oportunidade para o discente realizar vários testes sobre os assuntos citados. O app inventor 2 é desenvolvido no celular dos alunos de forma offline e gratuita, sendo assim, o projeto atingirá o maior número de discentes e isso é um dos objetivos específicos deste trabalho. Em todas atividades apresentadas no aplicativo, o aluno recebe uma instrução antecipadamente para realizar a mesma e a explicação repassada possui o perfil dos livros didáticos.

Palavras-chaves: Função Afim. Função Quadrática. Software. App Inventor 2.

1. Introdução

As consequências do uso persistente do celular na sala de aula é um assunto que se tornou pauta para diversos debates. Ajuda ou prejudica? Levando em consideração que o principal objetivo da escola e do professor é facilitar a aprendizagem do aluno, o uso do celular em sala de aula deve ser aproveitado de forma positiva para que diferentes esferas, a utilização da tecnologia e o ensino, possam ser relacionadas com a finalidade de auxiliar no processo de ensino-aprendizagem do aluno brasileiro. O professor Contemporâneo enfrenta um grande desafio, quando ministra aula, principalmente no nível de ensino básico, onde precisa disputar,



com os aparelhos eletrônicos, a atenção dos alunos. Essa realidade não limita-se somente na sala de aula, pesquisas apontam que os estudantes ficam conectados, na internet, 24 horas por dia e não conseguem estabelecer limites para o tempo de uso diário desses aparelhos eletrônicos, que possibilitam essa conexão. “A disseminação da informática na educação e os avanços de softwares educacionais estão mostrando que a distinção entre o uso do computador para ensinar ou para promover a aprendizagem é que é a grande questão” (Valente, 1999- prefácio de 2ª edição). Em resposta a essa triste realidade das consequências negativas do uso do celular em sala de aula, são observadas medidas, como um projeto da Universidade do Estado do Pará (UEPA), no curso de Mestrado Profissional de Ensino de Matemática, onde tem como objetivo o uso de tecnologia de informação e comunicação no processo de aprendizagem do aluno através do aplicativo “INVENTOR 2”. Esse projeto proporciona, com o uso do celular, a interação educativa e digital entre os alunos, através da criação de jogos e aplicativos relacionados à matemática, que o “INVENTOR 2” possibilita. Tendo em vista o atual cenário brasileiro de ensino, que o uso intenso do celular em sala de aula criou, resta o governo aproveitar, de forma benéfica, a situação presente. Tal aproveitamento pode ocorrer através da criação de diversos projetos, como o da UEPA, que tem como finalidade o uso dessa tecnologia na educação. E também, por meio da substituição dos livros físicos em livros digitais disponibilizados na internet, até mesmo em uma medida sustentável.

2. O App Inventor 2

MIT App Inventor, também conhecido como App Inventor for Android, é uma aplicação originalmente criada pela [Google](#), e atualmente mantida pelo [Massachusetts Institute of Technology](#) (MIT). Quem está começando a ter contato com a informática é dada oportunidade para haver uma interação na [programação de computador](#) e criar aplicativos de software para o [sistema operacional Android](#). Você cria aplicativos selecionando componentes para o seu aplicativo e montando blocos que especificam como os componentes devem se comportar. Toda criação do aplicativo é feita de forma visual, juntando peças com peças como se fosse um quebra-cabeça. Seu aplicativo aparece no telefone à medida que você adiciona peças a ele, para que você possa testar seu projeto à medida que você cria. Quando terminar o



projeto, você pode empacotar tudo e produzir um aplicativo executável para instalar em outros celulares. Se você não tiver um telefone Android, poderá criar seus aplicativos usando um emulador Android diretamente do seu computador. O ambiente de desenvolvimento do **App Inventor** é suportado em sistemas operacionais Mac OS X, Linux e Windows e em vários modelos de telefones Android. As aplicações criadas com o **App Inventor** podem ser instaladas em qualquer telefone Android.

3. Estudo das Funções

Na atualidade o estudo das funções constituem um conceito fundamental a ser estudado na disciplina de Matemática do Ensino Médio. Essa importância é citada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL). “O desenvolvimento das funções permitem ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções” O conceito de função que trabalhamos nos livros de matemática do Ensino Médio é apresentado sob a forma de uma sentença que relaciona grandezas. Temos como exemplos: “Dados dois conjuntos A e B , não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de aplicação de A em B ou função definida em A com imagens em B se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$ ”. IEZZI (p.81) “Dados dois conjuntos não vazios A e B , uma função de A em B é uma regra que indica como associar cada elemento $x \in A$ a um único elemento $y \in B$ ”. DANTE (p.59).

4. Uso do App Inventor 2

O estudo das funções afim e quadrática nos livros didáticos não mostram elementos motivadores para os discentes e assim surgiu a proposta da criação de um software (App Inventor 2), sendo assim os alunos iriam construir o aplicativo e ao mesmo tempo teriam que estudar o assunto em questão. O aplicativo terá a função de mostrar os passos iniciais dos



estudos referentes as funções Afim e Quadrática, dando destaque nas representações gráficas, estudo do zero da função e os coeficientes.

No desenvolvimento da montagem do aplicativo, os alunos terão o contato inicial com algumas ferramentas como o App Inventor Designer e Blocks Editor. O objetivo principal da montagem desse aplicativo é fazer com que os discentes pratiquem os conceitos estudados em sala de aula mediante uma atividade diferenciada e desafiadora, uma vez que o desenvolvimento deste software não faz parte de sua formação, assim, ele receberá um upgrade em sua formação acadêmica (estudantil). Após a realização da montagem do aplicativo o aluno terá a facilidade para desenvolver aplicativos em outras disciplinas até mesmo dar continuidade no assunto em questão e o conhecimento adquirido poderá ser aplicado em sua casa par fins familiares.

5. Construção do Aplicativo

O estudo da função afim e da função quadrática, tendo como destaque a identificação da função e o zero da função através de um aplicativo no qual seu sistema de desenvolvimento de aplicativo possui uma ferramenta que é composta de duas seções: App Inventor Designer e Blocks Editor. A janela App Inventor Designer é a tela inicial do projeto, na qual é criada a interface do aplicativo, com a seleção de componentes e ajustes de suas propriedades. Para ilustrar o desenvolvimento do aplicativo tomamos alguns exemplos de telas construídas em sua formação.

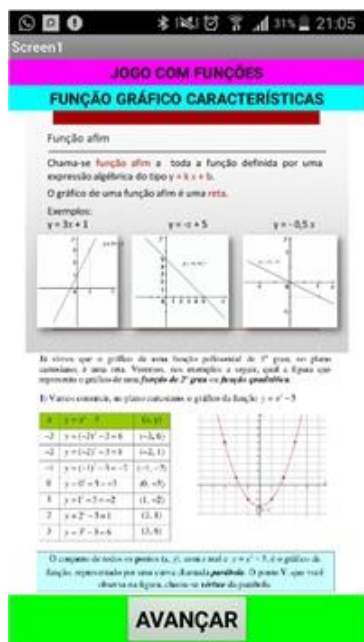
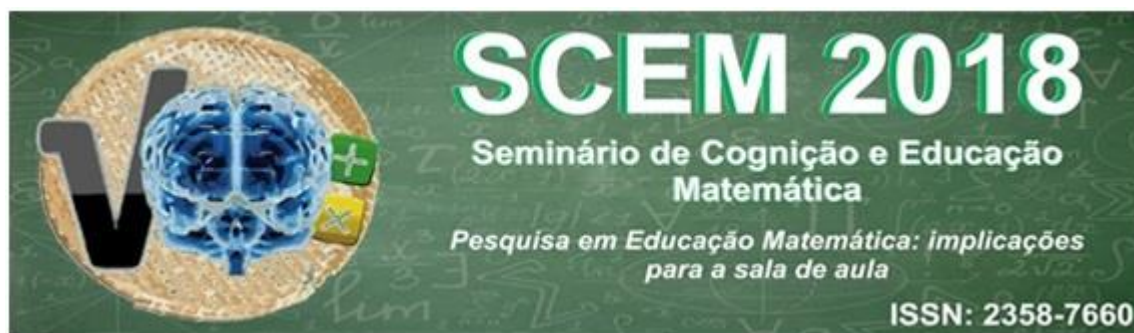


Imagem 01

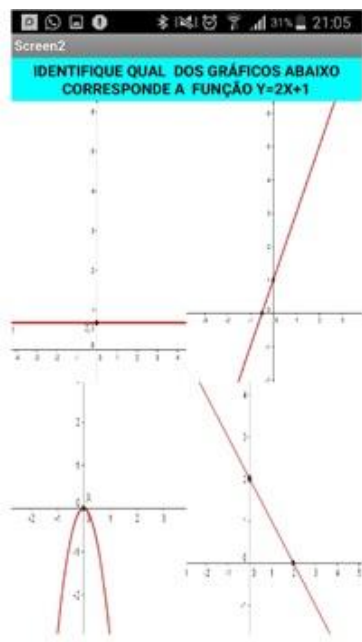


Imagem 02

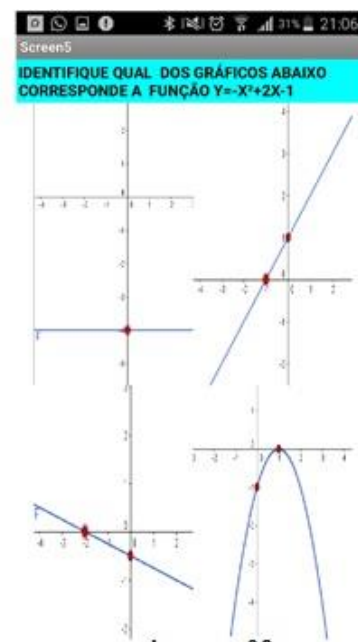


Imagem 03

A imagem 01 mostra o conteúdo referente a função Afim e a função Quadrática em que o aluno terá noção referente a construção gráfica das funções citadas e também conseguirá diferenciar os gráficos das mesmas, pois estão apresentadas em uma única tela. Logo após o estudo gráfico das funções temos a imagem 02 que mostra um exemplo de uma lei correspondente de uma função Afim e na mesma tela está disponível quatro gráficos em que o aluno terá que acionar apenas um que corresponda com a lei citada, caso ocorra um erro em sua marcação aparecerá uma tela vermelha dizendo “OPS! ERROU!” até que você marque o gráfico correto e assim aparecerá uma tela verde dizendo “ACERTOU” e em seguida temos a imagem 03 que trata sobre o assunto referente a função quadrática que também é mostrado uma lei correspondente da função do 2º grau e novamente, todo processo que ocorreu com a imagem acontecerá com a imagem 03. O aluno terá sempre chance de voltar para as telas anteriores caso tenha dúvida referente ao assunto em questão, basta apertar a seta voltar.



As telas abaixo são referente o assunto o zero da função e também fazem o cálculo da mesma.

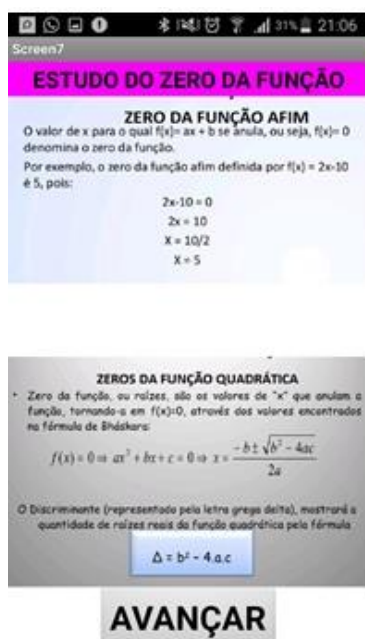


Imagem 04

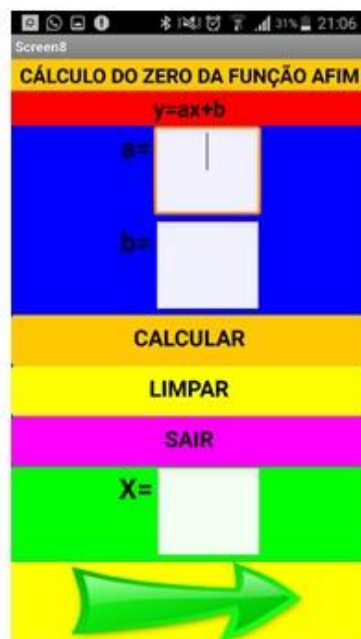


Imagem 05



Imagem 06

A imagem 04 traz o conteúdo referente o zero da função afim e da função quadrática e mostrando até mesmo como se realiza o cálculo matemático, sendo assim logo após, na imagem 05, temos um exemplo do cálculo do zero da função afim sendo que é apresentado uma função do 1º grau e o aluno terá que inserir os coeficientes a e b, a função $f(x) = ax + b$, terá um botão escrito “calcular” que realizará o cálculo do zero da função e em seguida aparecerá a resposta a resposta no botão verde escrito “x”. Já na imagem 06 temos um exemplo do cálculo matemático do zero da função quadrática que também apresenta-se no formato $f(x) = ax^2 + bx + c$, e o aluno terá que inserir os coeficientes a, b e c e também irá realizar o mesmo procedimento em apertar o botão de “calcular” e em seguida terá a resposta dos zeros da função x' e x'' e também o valor do discriminante da função quadrática.



Foto 1- Gráfico e ciclo trigonométrico da função seno.

Link de código de barras para PILOTO



OK

Nota: esse código de barras apenas é válido por 2 horas. Veja o [FAQ](#) para informações de como compartilhar seu app com outros.

Imagem 7

A imagem 7 faz referência ao link do código de barras para acesso remoto do aplicativo criado através de outros dispositivos compatíveis, além disso, proporciona um acesso off-line.

6. Tipos de aplicativos

A utilização do App Inventor, possibilita a construção de variados tipos de aplicativos. Tanto como intuito educativo, como também de entretenimento, no caso dos jogos. Na finalidade do App Inventor é importante ressaltar a possibilidade de interação que o aplicativo proporciona entre esses dois mundos: o entretenimento e a educação. Você pode construir muitos tipos diferentes de aplicativos com o App Inventor. Use sua imaginação, e você poderá criar todos os tipos de aplicativos úteis.

Jogos

As pessoas muitas vezes começam com a construção de jogos como Mole Mash ou aplicativos que deixam tirar fotos engraçadas. Conforme você avança, você pode construir suas próprias versões de jogos.



Aplicativos Educativos

App Inventor não está limitada a jogos simples. Você também pode criar aplicativos que informam e educam. Você pode criar um app de quizz para ajudar você e seus colegas a estudar para uma prova, ou mesmo um aplicativo que permita que os usuários do seu aplicativo criar seus próprios quizzes.

Aplicativos de Localização

Por o App Inventor fornecer acesso a um sensor de GPS, você pode construir apps para saber onde você está. Você pode criar um aplicativo para ajudar a lembrar onde você estacionou seu carro, um aplicativo que mostra a localização dos seus amigos ou colegas em um evento ou conferência, ou o seu próprio app de tour personalizado da sua escola, universidade, local de trabalho, ou um museu. Sendo assim, é possível relacionar a matemática aos aplicativos de localização, calculando distância através de mapas, velocidade média levando em consideração o tempo gasto para realizar um percurso, entre diversas outras possibilidades.

Aplicações de alta tecnologia

Você pode criar aplicativos para escanear códigos de barra, falar, ouvir (reconhecer palavras), ouvir música, fazer música, reproduzir vídeo, detectar a orientação do telefone e de aceleração, tirar fotos, e fazer chamadas telefônicas. Smartphones são como canivetes para a tecnologia, e um grupo de engenheiros do Google dedicou-se a fazendo que a tecnologia seja fácil de controlar através App Inventor.

Aplicativos que controlam robôs

Você pode usar o telefone como um controle remoto para controlar robôs. O robô e o telefone podem se comunicar via Bluetooth, e os componentes de Bluetooth do App Inventor permitem que você crie aplicativos para isso e mais uma vez mostra a presença da matemática no desenvolvimento de aplicativos, por meio da programação.



Aplicativos Complexos

App Inventor reduz drasticamente a barreira de entrada para a programação e permite você construir aplicativos de alta tecnologia em questão de horas. A linguagem de blocos também fornece loops, condicionais, e outras lógicas de programação necessário para construir aplicativos com lógica complexa. Você vai se surpreender com o quão divertido tais problemas de lógica podem ser quando você está tentando construir um aplicativo.

Aplicativos habilitados para a Web

O App Inventor também fornece uma maneira para que seus aplicativos possam se comunicar com a Web. Você pode escrever aplicativos que puxam dados do Twitter ou um feed RSS, ou um Navegador de Livros da Amazon que permite verificar o custo online de um livro, digitalizando o seu código de barra. Além disso, essa possibilidade de aplicativos habilitados para web, ao olhar da educação, proporciona ainda mais uma ampla acessibilidade e disseminação do conhecimento.

7. As tecnologias no espaço escolar

É possível perceber que as tecnologias compõem o cotidiano de nossa sociedade em diferentes espaços. Dentro das casas, nas ruas dos bairros, no centro das cidades, nos ambientes escolares, nos ambientes profissionais, é possível utilizar diferentes tecnologias. O ambiente escolar está cercado de informações, como por exemplo as operações com os números, sendo assim podemos fazer o uso das tecnologias como o uso do aplicativo “App Inventor 2”. Se o espaço escolar disponibiliza a possibilidade do uso das tecnologias aos discentes, os mesmos terão sempre a chance de vivenciar um momento diferente dos livros didáticos que são desenvolvidos de uma forma clássica e assim os alunos terão um motivo a mais em suas vidas.

8. Considerações Finais

No final da construção do aplicativo inventor 2 no campo da Matemática, é possível concluir que existe a possibilidade de desenvolver o aplicativo em várias áreas como



por exemplo na Ciência da Computação, na Física, no empreendedorismo e em qualquer outra área. Sabe-se também que a maioria das pessoas poderão ter contato com a programação do app inventor 2 devido seu visual ser de fácil acesso. O aplicativo app inventor 2 não está limitado a jogos simples. Existe a possibilidade do discente construir o aplicativo que informa e educa. O resultado deste projeto é bastante positivo, percebe-se que o aluno fica motivado e mais próximo dos conteúdos da Matemática. O desenvolvimento do projeto app inventor 2 traz o fator motivador para o professor e o aluno no qual o funcionamento do aplicativo é feito no celular do próprio aluno, isso já colabora em conectar a tecnologia com os conteúdos de Matemática. Na finalização deste projeto os alunos poderão construir o seu próprio aplicativo conforme o seu objetivo. Mesmo sabendo que os alunos receberam o projeto de uma forma positiva, ocorreu uma apreensão por parte da equipe pedagógica e colegas professores durante a construção do aplicativo. Alguns colegas de trabalho relataram que o uso do celular atrapalharia a aprendizagem, dispersaria os alunos, incomodaria os pais, estimularia os alunos a usarem o celular indevidamente em outras aulas. Mas no final do projeto perceberam que os alunos demonstraram interesse em aprender e programar aplicativos, com Isso, os professores também começaram a demonstrar interesse em aprender a construir aplicativos em suas disciplinas.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARROS, J. P. D.; D'AMBRÓSIO, U. (1988). Computadores, escola e sociedade. São Paulo, Scipione Ltda.
- BRASIL.(2002). Secretaria do Ensino Médio. Parâmetros Curriculares Nacionais. Ensino Médio. Brasília: MEC/SEM,
- DANTE, L. R. (2007) Matemática Contexto & Aplicações. Rio de Janeiro – RJ. Editora Ática.
- DUDA, R; SILVA, S. C. R. da. Desenvolvimento de aplicativos para android com o uso do app inventor: uso de novas tecnologias no processo de ensino-aprendizagem em matemática.
- DUVAL, R. (2003). Registros de Representação Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, S. D. A. Aprendizagem em Matemática: registros em representação semiótica. São Paulo: Papirus, p. 11-33.
- IEZZI, G. e MURAKAMI, C.(2004) Fundamentos de Matemática Elementar: Conjunto e Funções. Ed. São Paulo-SP: Atual.



LÉVY, P. (1995). As tecnologias da inteligência - o futuro do pensamento na era da informática. Editora 34. Rio de Janeiro.

MACHADO, R. M., et al. (2002). Exploração e Análise de Softwares Educacionais de Domínio Público no Ensino da Matemática. In Biental da SBM – BH, LEM / IMECC / UNICAMP– Campinas - SP. 138 150

MENDES, Maria Helena Monteiro.(1994) “O conceito de função: aspectos históricos e dificuldades apresentadas por alunos na transição do segundo para o terceiro grau”, Dissertação de Mestrado, PUC-Rio de Janeiro.

PAIXÃO, A. C.; DE OLIVEIRA, R. (2008). A Investigação matemática em sala de aula: uma Perspectiva inovadora, Anais de Eventos da UFSCar, v. 4, p. 767.

PALIS, G. L. R. (1991). Uma experiência de utilização de computadores, como ferramenta didática, em curso inicial de equações diferenciais ordinárias. Atas do 17º Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, RJ.

PONTE, J. P., & CANAVARRO, P. (1997). Matemática e novas tecnologias. Lisboa: Universidade Aberta.

SANTOS, A. R., KUBRUSLY, R. & BIANCHINI, W. (2004). Mathlets: Applets Java para o ensino de Matemática. In C. A. Moura, H. Noronha, J. A. Fossa, L.M. Carvalho e V. Giraldo (Eds), História e Tecnologia no Ensino da Matemática. Volume 2. (pp. 323-336). Rio de Janeiro, Brasil: Editora Ciência Moderna.

TINOCO, L.A.A (1998). Construindo o Conceito de Função no 1º Grau. IM – UFRJ. Projeto Fundação – SPEC/PADCT/CAPEs

VALENTE, J.A. (1999). O Computador na Sociedade do Conhecimento, p. 131-156, Campinas, SP, UNICAMP/NIED.

VALENTE, José Armando (org.). O computador na sociedade do conhecimento. Campinas, S.P.:UNICAMP/ NIED, 1999



ESTUDO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA NO ENSINO SUPERIOR

Maurício de Moraes Fontes
Universidade Paulista
mauriciofontes@gmail.com

Dineusa Jesus dos Santos Fontes
SEDUC-PA
dineusa@gmail.com

Resumo:

A Matemática Financeira é de grande relevância na sociedade, pois proporciona ao cidadão uma boa formação sobre porcentagem, juros simples, juros compostos, entre outros para entender como funcionam as finanças nos vários segmentos da sociedade. Este trabalho teve como propósito verificar os conhecimentos básicos de Matemática Comercial e Financeira dos alunos de uma Faculdade Particular de Belém do Pará em 2018. A metodologia utilizada foi a Qualitativa com estudo descritivo. A amostra foi intencional, formada por duas turmas do curso de Administração. Foi utilizado um questionário com perguntas abertas para coletar dados sobre os conhecimentos prévios de matemática comercial e financeira desses alunos. Os resultados demonstram que esses estudantes apresentam dificuldades na interpretação dos problemas propostos, em questões de juros compostos, em regra de três composta e conhecimentos de matemática básica, assim como um despreparo na utilização da calculadora como ferramenta de apoio.

Palavras-chave: Matemática Comercial e Financeira. Alunos. Ensino Superior

Introdução

A sociedade brasileira está presenciando uma das maiores crises que esse País já teve. São mais de treze milhões de desempregados, a criminalidade cada vez maior, os hospitais sem as mínimas condições de funcionamento, as escolas públicas sofrendo com a falta de investimento do poder público, entre outros.

O número de famílias endividadadas fechou 2017 em 62,2%, acima dos 59% de 2016. Esses dados são da Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (Peic)³⁷. Observa-se, pelos dados dessa pesquisa, que esses números estão aumentando. Todavia,

37 De acordo com: <http://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2018-01/percentual-de-familias-endividadadas-sobe-de-59-para-622>. Acesso em 8 Mar de 2018.



esperamos que o Governo encontre uma solução para essa crise e que o Brasil feche o ano de 2018 muito melhor do que se encontra nesse momento.

Pensando em mudar esse cenário, devemos investir na formação de nossos jovens, proporcionando a eles uma boa formação em Matemática Financeira para que essas pessoas possam sair das dívidas a médio e longo prazo. Essa formação leva a uma prática de se educar financeiramente, pois de acordo com o Conselho Regional de Economia: “Educação Financeira é saber como ganhar, gastar, poupar e investir seu dinheiro para melhorar sua qualidade de vida e de sua família” (CORECON-PA, 2011).

Saber administrar o seu salário é um princípio básico da economia que para algumas famílias é ensinado de pais para filhos. Entretanto, outras famílias não conseguem gerenciar o que ganham e com isso acabam numa ciranda de dívidas que parece não ter mais fim.

Essas famílias que não sabem administrar o que ganham precisam de ajuda para contornar essa situação e uma boa formação em finanças é um bom começo. Por isso, esse artigo tem como propósito verificar os conhecimentos básicos de Matemática Comercial e Financeira dos alunos de uma Faculdade Particular de Belém do Pará em 2018.

Referencial teórico

2.1. Matemática Financeira

Administrar o dinheiro que se ganha não é fácil, por isso que a importância do conhecimento de Matemática Financeira é referenciada por Kliemann, Silva & Dullius (2011), que ressaltam: “a Matemática Financeira na construção da cidadania é um assunto de grande relevância no cotidiano de todas as pessoas”. Por meio de uma boa fundamentação em Matemática Financeira, as pessoas conseguem perceber as armadilhas que estão por trás de alguns anúncios publicitários.

Para Castelo Branco (2016, p. 1): “A Matemática Financeira é um segmento da matemática, que reúne uma série de conceitos, que contribui para que os indivíduos possam exercer sua cidadania em um mundo capitalista”. Dessa forma, “o ensino de Matemática Financeira tem um papel fundamental na formação desses estudantes de todos os níveis de



ensino, pois os ajuda a calcular percentagens, juros e fazer projeções de investimentos, entre outros” (FONTES, FONTES & ANDRADE, 2017, p. 1).

Os conhecimentos básicos da Matemática Financeira são os fundamentos dos cursos de Administração, Economia e Ciências Contábeis. Esse tópico da Matemática é muito importante para a formação dos estudantes, pois “recebemos informações como: ‘o mercado espera uma redução de 0,5% na taxa básica de juros’; ‘a inflação prevista para este ano passou de 4,2% para 5,5%’ etc. a todo momento em nosso dia a dia” (MARTINETTI FILHO, 2010, p. 11).

O que significa a redução de 0,5% na taxa básica de juros? O que isso implica para o mercado financeiro? Para responder a essas e outras perguntas, nossos discentes precisam de uma boa fundamentação em Matemática Comercial e Financeira, pois “Os juros e os impostos são os principais responsáveis hoje pelo endividamento das pessoas, tendo em vista que estão presentes em quase todas as operações financeiras existentes no mercado” (FEIJÓ, 2007, p. 23).

Pelo exposto acima, concordamos com Vendite (2017, p. 5) que afirma: “A matemática financeira utiliza uma série de conceitos matemáticos aplicados à análise de dados financeiros e por isso se mostra imprescindível para entendermos as práticas comerciais do dia a dia”.

Com essa fundamentação percebemos que:

Em todos os setores da sociedade trabalhamos com números e eles aparecem de várias formas, quer seja na forma de frações, áreas de superfícies para revestir um ambiente de uma casa, volumes de recipientes nas gôndolas dos supermercados, em percentagens de aumento ou diminuição dos preços de um produto, nos juros aplicados pelo Governo na Taxa Referencial de Juros, entre outros (FONTES, 2017, p. 5).

Fazer essas contas de aplicações financeiras, assim como cálculos de percentagem e juros com valores do cotidiano necessitam da ajuda das tecnologias para que os números representem a realidade como ela está.



2.2 O Uso da Calculadora no Ensino de Matemática

Em pleno século XXI, não se pode falar em Educação sem se falar em avanços tecnológicos. Com isso, o professor necessita iniciar seus alunos no uso de novas tecnologias, e uma delas é a calculadora. Para Dante (2003), há duas razões primordiais para o uso dessas tecnologias:

Uma razão é social: a escola não pode se distanciar da vida do aluno, e sua vida em sociedade está impregnada do uso da calculadora. Outra razão é pedagógica; usando a calculadora para efetuar cálculos, o aluno terá mais tempo livre para raciocinar, criar e resolver problemas. (p. 22).

Resolver problemas envolvendo taxas de juros, cálculo de porcentagem em aumento de preços como as mensalidades escolares, conta de energia elétrica, variação da cesta básica, entre outros é mais fácil com a ajuda de uma calculadora.

Duea et al (1997) ressaltam que os alunos que utilizam calculadora para resolver problemas o fazem com mais rapidez e êxito do que os que não a utilizam. Tais autores citam algumas vantagens em usar a calculadora no ensino de matemática:

- As dificuldades do cálculo inerentes ao trabalho com lápis e papel se amenizam, e os alunos podem centrar a atenção no processo de resolução de problemas. A calculadora enfatiza mais “o que fazer” do que “como fazê-lo”. E, o que é mais importante, todos podem fazê-lo!
- Supor e testar é uma abordagem viável para resolver muitos problemas quando se dispõe de uma calculadora. Os alunos estão dispostos a fazer uma suposição inicial e refletir sobre o resultado, quando sabem que podem acionar a tecla para apagar e fazer uma outra melhor.
- A calculadora fornece aos alunos uma nova maneira de justificar um método de solução. Um código de calculadora mostra as sequências de teclas pressionadas para produzir a resposta, ou seja, registram os processos de raciocínio de quem está resolvendo o problema.
- A calculadora possibilita um novo significado na resolução de problemas, pois novos métodos de resolução podem ser incorporados ao processo de aprendizagem.



- O uso da calculadora proporciona ao professor utilizar em suas aulas problemas sem se preocupar em ajustá-los para que os cálculos se adaptem ao nível de desenvolvimento dos alunos. A calculadora possibilita que os alunos lidem com problemas do dia a dia como, por exemplo, conceito de área que se torna mais real para os alunos quando não se restringe aos cálculos envolvidos. Outro exemplo é a possibilidade do uso de “números grandes” que antes era um terror para os alunos.

Por isso, cada vez mais as pessoas precisam estar preparadas, pois os problemas financeiros normalmente resolvidos com calculadoras e tabelas estão se tornando cada vez mais complexos. Isso exige uma preparação cada vez mais acentuada do aluno dos cursos de Contábeis e Administração no tocante à análise e interpretação dos dados para uma tomada de decisão mais rápida (FEIJÓ, 2007, p. 15).

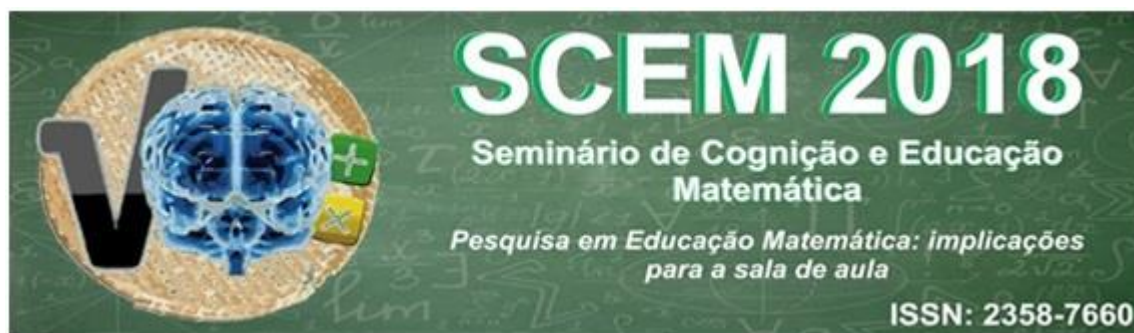
Portanto:

entendemos que o uso da calculadora no ensino de matemática é de grande valia e contribui para o ensino corrente e para os posteriores, favorecendo o desenvolvimento da pesquisa e possibilitando a formação de cidadãos conscientes e preparados para as práticas profissionais futuras, assim como para a sua própria vivência. Porém, isso só será possível se houver comprometimento e interesse daqueles que fazem a educação matemática (FONTES, FONTES & FONTES, 2005, p. 10).

Marco metodológico

Observando as dificuldades dos discentes dos cursos de Administração e Ciências Contábeis nas disciplinas básicas de Matemática e Matemática Aplicada ministradas em anos anteriores, propomos nesse início de ano um estudo exploratório com os alunos que estão ingressando no Ensino Superior sobre conhecimentos básicos de Matemática Comercial e Financeira para podermos verificar os conhecimentos prévios que eles construíram da Educação Básica.

A metodologia aplicada no presente trabalho foi a Qualitativa, pois “a investigação qualitativa é a sondagem com que os investigadores recolhem os dados em situações reais por interação com pessoas selecionadas em seu próprio entorno” (McMILLAN & SCHUMACHER, 2005, p. 400).



A amostra foi intencional, pois ao contrário da determinação de probabilidade, consiste em “selecionar casos com abundante informação para estudos detalhados” (PATTON, 1990, p. 169), citado por McMillan & Schumacher (2005).

Utilizamos uma prova escrita com dez questões sobre conhecimentos básicos de Matemática Comercial e Financeira, a saber: razão, proporção, regra de três simples e composta, porcentagem, juros simples e composto em duas turmas do curso de Administração de uma Faculdade Particular em Belém do Pará no ano de 2018.

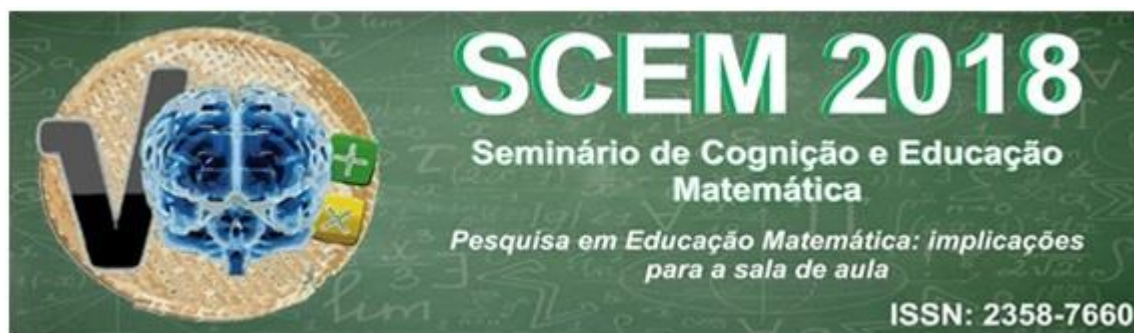
Resultados

Apresentaremos na tabela 1 abaixo o resultado desse teste exploratório das duas turmas do curso de Administração de uma Faculdade Particular de Belém do Pará. Dos alunos que participaram dessa atividade avaliativa, 35, 71% são do sexo masculino e 64,29% são do sexo feminino.

No total, foram apresentadas dez questões discursivas para os estudantes retiradas dos livros de Giovanni & Giovanni Júnior (2010), Mori & Onaga (2009), Chavante (2015), Chavante & Prestes (2016), Centurión & Jakubovic (2012) e Bonjorno, Bonjorno & Olivares (2006). A tabela abaixo resume o resultado desse teste, sendo que QRC (Questões resolvidas corretamente), QRP (Questões resolvidas parcialmente), QRE (Questões resolvidas erradamente) e QSNR (Questões sem nenhuma resolução) e A_{a1} indica os alunos da turma um e A_{a2} indica os alunos da turma dois.

Tabela 1 -Análise comparativo entre as turmas do curso de Administração por tópico.

Questão	Tópico	Turma	QRC	QRP	QRE	QSNR
Q1	Densidade Demográfica	A_{a1}	62,5%	—	12,5%	25%
		A_{a2}	50%	—	16,67%	33,33%
Q2	Porcentagem Direta	A_{a1}	62,5%	12,5%	—	25%
		A_{a2}	83,33%	16,67%	—	—
Q3	Regra de três composta	A_{a1}	50%	—	25%	25%
		A_{a2}	—	—	66,67%	33,3%



Q4	Porcentagem	A _{a1}	62,5%	12,5%	_____	25%
		A _{a2}	33,3%	16,67%	50%	_____
Q5	Regra de três simples	A _{a1}	75%	_____	_____	25%
		A _{a2}	66,67%	_____	16,67%	16,67%
Q6	Razão com porcentagem	A _{a1}	75%	12,5%	_____	12,5%
		A _{a2}	66,67%	16,67%	_____	16,67%
Q7	Juros simples	A _{a1}	75%	12,5%	12,5%	_____
		A _{a2}	50%	33,33%	16,67%	_____
Q8	Juros compostos	A _{a1}	25%	25%	50%	_____
		A _{a2}	16,67%	33,33%	33,33%	16,67%

Fonte: Os autores.

Para Duea et al (1997, p. 171): “são muitas as vantagens do uso da calculadora no ensino de resolução de problemas, especialmente quando os números refletem dados reais”. Foi isso que procuramos fazer nessa pesquisa, trazer para a sala de aula questões contextualizadas para que os estudantes pudessem aplicar os conhecimentos matemáticos no cotidiano deles com o auxílio de uma calculadora para resolver essas situações problema.

Ter mais tempo para analisar e interpretar as questões e depois utilizar a calculadora como ferramenta didática para auxiliar a resolução dos problemas apresentados.

Análise e discussão

Os alunos da turma um foram no total de oito, sendo dois homens e seis mulheres; já os estudantes da turma dois foram no total de seis, sendo três homens e três mulheres. Os resultados apresentados na tabela 1 acima mostram que os piores resultados nesse teste foram em questões envolvendo juros compostos, com apenas 25% dos alunos da turma um acertando essa questão e somente 16,67% dos alunos da turma dois acertaram a referida questão.

A figura um abaixo mostra a resolução apresentada pela aluna três da turma dois. Nesta resolução apresentada pela estudante, percebe-se que ela errou quando somou 1 com 1,2%, obtendo como resposta 2,2. Portanto, sua resolução ficou comprometida.



Figura 1 - Resolução apresentada por A₃₂.

8. O Professor Mauro aplicou R\$ 10.000,00 numa instituição financeira a uma taxa de 1,2% ao mês em 6 meses no regime de capitalização composta. Após esse período de aplicação, quanto ele resgatará dessa instituição?

$$\begin{aligned}
 n &= 10.000 \cdot (1 + 1,2\%)^6 \\
 n &= 10.000 \cdot (2,2)^6 \\
 n &= 10.000 \cdot 113,37 \\
 n &= 10.113,3799
 \end{aligned}$$

Fonte: arquivo dos autores.

Na questão envolvendo Regra de três composta, metade dos alunos da turma um acertou a questão três, entretanto nenhum discente da turma dois acertou essa questão e 66,67% desses alunos da turma dois resolveram erradamente a referida questão. Esse baixo rendimento também foi encontrado por Fontes, Rodrigues Júnior & Andrade (2012, p. 6) “Na 5ª e última questão, que se refere ao tema de regras de três composta somente 32,5% dos alunos acertaram a referida questão”.

A Figura dois abaixo mostra a resolução do aluno sete da turma um, que resolveu a questão de regra de três composta como se fosse uma regra de três simples, logo ele errou a resolução dessa questão.

Figura 2 - Resolução apresentada por A₇₁.

3. Leonardo Fibonacci foi um dos matemáticos italianos mais brilhantes de sua época. Em 1202, Fibonacci publicou a obra Liber abaci, em que consta o seguinte problema:

[...] Um certo rei envia 30 homens a seu pomar para plantar árvores. Se eles podem plantar 1 000 árvores em 9 dias, em quantos dias 36 homens plantariam 4 400 árvores? [...].

EVES, H. Introdução à História da matemática. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004, p. 316.

$$\begin{array}{r|l}
 4. 30 & - 36 \\
 1. 1000 & - 4400 \\
 9 & - ? \\
 \hline
 & x = 4400 \cdot 9 \\
 & \quad 100 \\
 & \hline
 & = 396.000
 \end{array}$$

Fonte: Arquivo dos autores.



Na questão nove foi perguntado se eles encontraram dificuldades na execução desse teste. Todos os estudantes da turma um foram unânimes em afirmar que sim e as principais dificuldades encontradas foram:

- 62,5% deles esqueceram a fórmula para resolver as questões.
- 37,5% apresentaram dificuldades em resolver a questão de regra de três composta.

Abaixo a figura 3 mostra o comentário de um aluno.

Figura 3 - Resolução apresentada por A₃₁.

10. Caso sua resposta seja sim, qual(is) dificuldade(s) você encontrou?

Não consegui fazer a regra de três composta na questão 3ª.

Fonte: Arquivo dos autores.

- Outra dificuldade comentada por eles foi a interpretação das questões.
- Já em relação aos discentes da turma dois, 83,3% encontraram dificuldades na resolução das questões propostas e as principais dificuldades foram.
- Esquecimento de fórmulas para resolver os problemas.
- Juros simples e compostos.
- Regra de três composta e
- Regras básicas de matemática.

Considerações finais

Este trabalho teve como propósito verificar os conhecimentos básicos de Matemática Comercial e Financeira dos alunos de uma Faculdade Particular de Belém do Pará em 2018.

Nesta instituição pesquisada, observamos que os estudantes estão chegando ao Ensino Superior com um rendimento muito baixo nesse tópico da Matemática tão importante para o crescimento desses alunos. Essa constatação foi observada também por Feijó (2007, p. 149) que



chegou à seguinte conclusão em sua pesquisa: “os alunos da amostra pesquisada praticamente não viram Matemática Financeira no segundo grau”.

Como futuros administradores, esses discentes precisam saber manusear uma calculadora e fazer os cálculos necessários para resolver os problemas pertinentes ao seu campo de atuação, bem como nas atividades diárias.

As maiores dificuldades encontradas foram no cálculo de juros compostos, que teve o menor percentual de aproveitamento de acordo com a tabela 1 acima. Fontes, Rodrigues Júnior e Andrade (2012, p. 6) encontraram um resultado parecido com os dados dessa pesquisa, pois “Na 3ª questão, somente 29% dos alunos acertaram uma questão de juro composto”.

Também foi encontrado um baixo rendimento na resolução de problemas de regra de três composta e na matemática básica, como somar um número natural com uma percentagem, por exemplo. Os alunos também registraram que não resolveram algumas questões, pois não se lembravam de fórmulas para poder resolver as questões propostas.

Mesmo usando uma calculadora para realizar os cálculos, percebemos que muitos alunos não possuem familiaridade com a máquina. Essas dificuldades foram registradas também por Feijó (2007, p. 149) que afirma: “As principais dificuldades encontradas pelos alunos na utilização da calculadora estão associadas ao conhecimento e a operacionalização de funções usadas para realizar cálculos complexos”.

A próxima etapa de nosso trabalho com esses alunos dessa pesquisa é proporcionar a eles uma fundamentação melhor no manuseio da calculadora e um trabalho mais aprofundado sobre os fundamentos da Matemática Comercial e Financeira, para posteriormente verificarmos quais os efeitos do uso da Calculadora nas aulas de Matemática Comercial e Financeira no Ensino Superior?

REFERÊNCIAS

BONJORNO, J. R.; BONJORNO, R. A. & OLIVARES, A. **MATEMÁTICA: FAZENDO A DIFERENÇA**. 9 ANO. SÃO PAULO: FTD, 2006.

CARTILHA DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA – CONSELHO REGIONAL DE ECONOMIA – CORECON – PA. BELÉM, 2011.



CASTELO BRANCO, A. C. **MATEMÁTICA FINANCEIRA APLICADA - MÉTODO ALGÉBRICO, HP – 12C, MICROSOFT EXCEL – 4 ED. REVISTA E AMPLIADA.** SÃO PAULO: CENGAGE LEARNING, 2016.

CENTURIÓN, M. & JAKUBOVIC, J. **MATEMÁTICA: TEORIA E CONTEXTO.** 1 ED. SÃO PAULO: SARAIVA, 2012.

CHAVANTE, E. R. **CONVERGÊNCIAS: MATEMÁTICA.** 7 ANO. 1 ED. SÃO PAULO: EDIÇÕES SM, 2015.

CHAVANTE, E. R. & PRESTES, D. **QUADRANTE MATEMÁTICA, 2 ANO: ENSINO MÉDIO.** 1 ED. SÃO PAULO: EDIÇÕES SM, 2016.

DANTE, L. R. **TUDO É MATEMÁTICA.** SÃO PAULO: ÁTICA, 2003.

DUEA, J. ET AL. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM O USO DA CALCULADORA. IN: KRULIK, S., REYS, R. E. (ORG.) **A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA MATEMÁTICA ESCOLAR.** TRADUÇÃO: DOMINGUES, H. H.; CORBO, O. SÃO PAULO: ATUAL, 1997. p. 165 – 176.

FEIJÓ, A. B. **O ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NA GRADUAÇÃO COM A UTILIZAÇÃO DE PLANILHA E DA CALCULADORA: UMA INVESTIGAÇÃO COMPARATIVA.** 2007. 188F. DISSERTAÇÃO (MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA) – PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL. PORTO ALEGRE, 2007.

FONTES, M. M.; FONTES, D. J. S. & FONTES, M. M. **A CALCULADORA COMO RECURSO FACILITADOR DO ENSINO DE MATEMÁTICA.** IN: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 3. CANOAS-RS. ANAIS DO III CIEM. ULBRA, 2005.

FONTES, M. M.; RODRIGUES JÚNIOR, L. F. & ANDRADE, V. Q. **ESTUDO DIAGNÓSTICO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA EM ALUNOS DO ENSINO SUPERIOR.** IN: SEMINÁRIO HISPANO-BRASILEIRO DE AVALIAÇÃO DE ATIVIDADES RELACIONADAS COM CIÊNCIA, TECNOLOGIA E SOCIEDADE, 2. SÃO PAULO. ANAIS. CRUZEIRO DO SUL, 2012.

FONTES, M. M. **MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO TÉCNICO.** IN: SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8. BELÉM-PA. ANAIS DO VIII SCeM, UEPA, 2017.

FONTES, M. M.; FONTES, D. J. S. & ANDRADE, V. C. Q. **O USO DA CALC NAS AULAS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA.** IN: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 7. CANOAS-RS. ANAIS DO VII CIEM. ULBRA, 2017.

GIOVANNI, J. R. & GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **MATEMÁTICA: PENSAR E DESCOBRIR.** 7. ANO. SÃO PAULO: FTD, 2010.

KLIEMANN, G. L.; SILVA, P. F. & DULLIUS, M. M. RELEVÂNCIA DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO FUNDAMENTAL IN: **REVISTA DESTAQUES ACADÊMICOS.** ANO 3. Nº. 4, CETEC/UNIVATES, 2011, pp 95- 104.

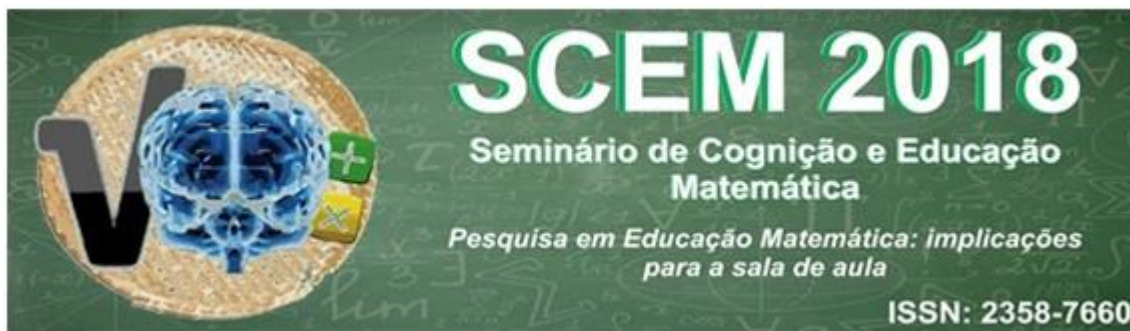
MARTINETTI FILHO, A. **MATEMÁTICA FINANCEIRA: HP 12C, MS EXCEL, BROFFICE CALC.** CAMPINAS, SP: EDITORA ALÍNEA, 2010.



McMILLAN, J. & SHUMACHER, S. **INVESTIGACIÓN EDUCATIVA: UNA INTRODUCCIÓN CONCEPTUAL**. 5.ED. PEARSON EDUCACIÓN, S. A. MADRID, 2005.

MORI, I. & ONAGA, D. S. **MATEMÁTICA: IDEIAS E DESAFIOS**. 7 ANO. 15 ED. SÃO PAULO: SARAIVA, 2009.

VENDITE, L. L. **MATEMÁTICA FINANCEIRA E A UTILIZAÇÃO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS**. RIO DE JANEIRO: EDITORA CIÊNCIA MODERNA LTDA, 2017.



ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE POLIEDROS

João Nazareno Pantoja Corrêa

Universidade do Estado do Pará

joaonpcorreia@hotmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO

No artigo são apresentados resultados de uma revisão de estudo que teve como objetivo analisar quais as principais pesquisas existentes relacionadas aos Poliedros, um conteúdo de geometria espacial do ensino médio tendo em vista os resultados em matemáticas e suas tecnologias destacados pelo ENEM nos últimos dois anos, com objetivo de apresentar um panorama das pesquisas existentes relacionadas a este, tendo em vista as dificuldades de aprendizagem manifestadas por aluno do Ensino Médio, mediante o estudo de Poliedros. Os procedimentos metodológicos perpassaram pela busca de pesquisas existentes envolvendo nosso objeto de estudo como palavra-chave nos repositórios de diversas instituições de ensino superior brasileiras, dentre outros. E selecionamos somente 10 (dez) dissertações, os quais foram categorizados de acordo com suas respectivas características, em três categorias: Estudos Diagnósticos, Estudos Teóricos e Estudos Experimentais. Os resultados indicaram que segundo as pesquisas as dificuldades podem estar ligadas a metodologias tradicionais e a pouca ênfase dos livros didáticos na abordagem do referido conteúdo, e que estas podem ser minimizadas através da utilização de novas metodologias que enfatizem o uso de materiais manipuláveis e softwares de maneira dinâmica e interativa no ensino de poliedros. Inferimos que o ensino de poliedros se torna mais significativo ao discente através de metodologias que favorecem a visualização e o manuseio, de modo que o discente se sinta inserido de forma mais ativa em seu aprendizado.

Palavras-chaves: Estudo. Dificuldades. Matemática. Poliedros. Pesquisas.

ABSTRACT

In the article are presented the results of a study review that had the objective of analyzing the main researches related to polyhedra, a content of high school geometry space in view of the results in mathematics and its technologies highlighted by ENEM in the last two years, with the aim of presenting an overview of the existing research related to this one, considering the learning difficulties manifested by a high school student, through the study of Polyhedra. The methodological procedures covered the search for existing research involving our object of study as a key word in the repositories of several



Brazilian higher education institutions, among others. And we selected only 10 (ten) dissertations, which were categorized according to their respective characteristics, in three categories: Diagnostic Studies, Theoretical Studies and Experimental Studies. The results indicated that, according to the researches, the difficulties may be related to traditional methodologies and the lack of emphasis in textbooks in the approach to said content, and that these can be minimized through the use of new methodologies that emphasize the use of manipulatives and software dynamic and interactive way of teaching polyhedra. We infer that the teaching of polyhedra becomes more meaningful to the student through methodologies that favor visualization and manipulation, so that the student feels more actively inserted in his / her learning.

Keywords: Review. Study. difficulties. Mathematics. Teaching of Polyhedrons. Researches.

1. Introdução

O ensino de matemática tem sofrido críticas contundentes ao longo dos anos, de modo a se tornar campo de estudo de muitas pesquisas realizadas envolvendo seus respectivos conteúdos, como é o caso da geometria espacial, onde é notória nos diversos níveis educacionais as dificuldades no entendimento por parte dos discentes de alguns conceitos estudados, bem como a aplicação destes no cotidiano como mostram os resultados processo avaliativos nacionais, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

De acordo com os relatórios do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP, os resultados obtidos pelos participantes nas provas do ENEM realizadas nos dois últimos anos, isto é, em 2016 e 2017, os candidatos obtiveram proficiência média em matemática de 489,5 e 518,5 respectivamente, e no que se refere a proficiência máxima, apenas 32 participantes alcançaram este resultado em 2016, e somente 16 no ano de 2017, evidenciando as dificuldades de educandos em vários conteúdos matemáticos como a Geometria Espacial.

A geometria espacial no ensino médio, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, é uma parte fundamental do currículo, na obtenção do pensamento espacial da sociedade em que vivemos, propondo desse modo que a geometria venha proporcionar problemas do cotidiano, uma vez que se trata de uma excelente ferramenta para materialização de conceitos matemáticos (BRASIL, 2006).



A recorrente busca por metodologias que possam tentar tornar o ensino de geometria mais significativo aos discentes, de modo que estes consigam relacionar os conhecimentos que já possuem com os novos que lhe forem apresentados no âmbito educacional, como indicam os PCN de matemática, bem como um bom desenvolvimento da abstração, é um trabalho árduo realizado diariamente por docentes não só de matemática, como também de outras áreas do conhecimento.

Desse modo, tendo em vista o atual cenário na qual se encontra o processo de ensino de geometria, buscamos verificar quais as principais pesquisas existentes relacionadas aos Poliedros, um conteúdo de geometria espacial do ensino médio, procurando identificar quais seus resultados e o que estes concluíram, com objetivo de apresentar um panorama das pesquisas existentes relacionadas a este objeto de estudo, isto é, apresentar uma revisão de estudo sobre o ensino de poliedros, de modo a verificar os caminhos que já foram cursados, seus resultados e respectivas conclusões.

2. Metodologia

Para realização desta revisão de estudo, buscamos pesquisas envolvendo nosso objeto “Poliedros” como palavra-chave nos repositórios de diversas instituições de ensino superior brasileiras, incluindo o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e da Plataforma Sucupira, também ligada a CAPES, e do Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), bem como na biblioteca eletrônica SciELO (Scientific Electronic Library Online) e na versão de busca de trabalhos acadêmicos da Google o “Google Acadêmico”, dentre outros.

Durante a busca das pesquisas percebemos que os estudos existentes condizentes com nosso objeto de estudo, estão presentes no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e na Plataforma Sucupira, de modo a estarem presentes no repositório de dissertações destes, fazendo consequentemente com que seus respectivos repositórios acabassem sendo a fonte principal desta revisão.



Para realização desta revisão foram encontrados um total de 30 (trinta) trabalhos relacionados ao ensino de poliedros, destes foram excluídos 20 (vinte) pesquisas, por terem problemas de ordem metodológica, não sendo possível determinar com clareza a metodologia utilizada por estas.

Desse modo, selecionamos somente 10 (dez) dissertações, as quais foram categorizadas de acordo com suas respectivas características, em três categorias: Estudos Diagnósticos, Estudos Teóricos e Estudos Experimentais.

Em síntese, a metodologia aplicada obedeceu a cinco etapas: busca, seleção, análise, categorização e por fim a apresentação dos resultados obtidos pelas pesquisas encontradas referentes ao ensino de matemática envolvendo poliedros.

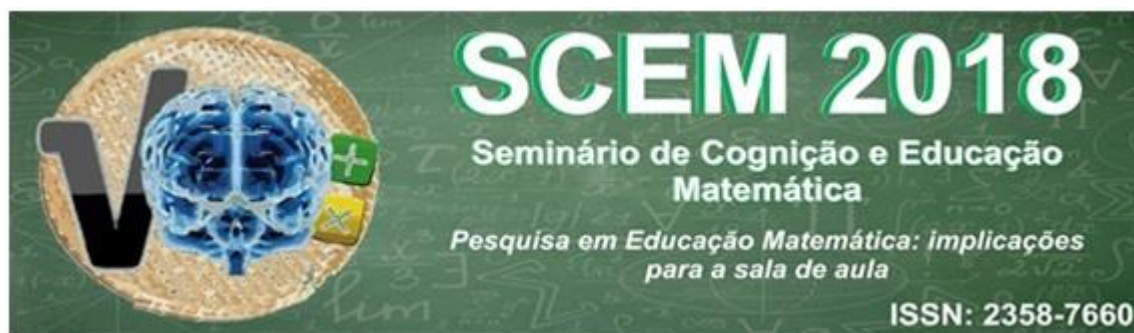
A seguir veremos as pesquisas existentes que foram selecionadas em nossa revisão de estudo, a qual possibilitou a construção de um quadro onde as informações foram agrupadas de acordo com suas características nas categorias mencionadas anteriormente, de modo a buscar favorecer uma melhor visão do cenário do ensino de poliedros.

3. Resultados das Análises

O quadro a seguir mostra de modo geral os trabalhos que foram selecionados e posteriormente realizaremos as análises individuais destes de acordo com sua respectiva categoria.

Quadro 01 - Estudos sobre ensino de Poliedros

Tipo de estudo	Autor(es)	Ano	Natureza e Título do trabalho	Instituição / Evento
Estudos Diagnósticos	Teixeira Filho	2002	Dissertação / O aprendizado da geometria no ensino médio: origens de dificuldades e propostas alternativas	UFSC
	Proença	2008	Dissertação / Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio	UNESP/ PROFMAT
Estudos Teóricos	Carvalho	2013	Dissertação / Uma Aplicação no Ensino dos Poliedros e Corpos	UFTO/ PROFMAT



			Redondos para turmas do 3º ano do Ensino Médio usando Dobraduras e Softwares Livres	
	Silva	2014	Dissertação / Um Estudo Complementar dos Poliedros voltado para Professores e Alunos do Ensino Básico	UECE/ PROFMAT
	Nascimento	2014	Dissertação / Poliedros regulares no Ensino Médio	UFPB/ PROFMAT
	Gonçalves	2014	Dissertação / Poliedros de Platão como estratégia no ensino da Geometria Espacial	UFABC/ PROFMAT
Estudos Experimentais	Bicalho	2013	Dissertação / Um estudo sobre poliedros e Atividades para o ensino de matemática: Geometria da bola de futebol e pipa tetraédrica	UFV/ PROFMAT
	Parreira	2014	Dissertação / Poliedros e o Teorema de Euler	UFG/ PROFMAT
	Nogueira	2014	Dissertação / Uma Experiência no Ensino de Geometria Espacial no terceiro ano do Ensino Médio	UFRRJ/ PROFMAT
	Araújo	2017	Dissertação / A utilização de softwares educativos e métodos de ensino no estudo de poliedros e corpos redondos	UFMT/ PROFMAT

Fonte: Pesquisa bibliográfica (2017)

3.1 Resultados por Categoria

A seguir apresentamos as análises individuais dos estudos sobre poliedros selecionados para a pesquisa de acordo com sua respectiva categoria como demonstrado no quadro anteriormente, trazendo estudos diagnósticos, teóricos e experimentais.

3.1.1- Estudos Diagnósticos

Os estudos diagnósticos apresentados a seguir trazem resultados da análise e a identificação das dificuldades verificadas no ensino de poliedros.

O estudo de Teixeira Filho (2002), buscou enfocar as dificuldades de discentes em geometria, realizando uma pesquisa que objetivava a investigação das dificuldades destes no ensino médio no que diz respeito a aprendizagem de geometria plana e espacial, de modo a testar a contribuição de metodologias na aprendizagem.



A pesquisa de Teixeira Filho (2002) contou com a participação de 258 alunos de cinco turmas que cursaram as segundas séries do ensino médio de uma escola particular de Curitiba nos anos 2000 e 2001, que foram chamadas no estudo de 2-C (ano 2000), 2-D (ano 2000), 2-N (ano 2000), 2-C (ano 2001) e 2-D (ano 2001). A metodologia utilizada fez uso inicialmente da aplicação de questionários que abordavam, entre outros assuntos, sobre a percepção destes em relação a matemática e a compreensão de seus conteúdos de geometria modo geral.

Teixeira Filho (2002) elaborou e aplicou, também durante sua pesquisa um teste de linguagem simbólica com uma lista contendo dezessete palavras relacionadas a Geometria (perímetro, diâmetro, raio, área, ângulo, diagonal, bissetriz, polígono, circunferência, círculo, esfera, poliedro, aresta, arco, corda, semelhança e circunscrição), e solicitou aos discentes pesquisados que escrevessem os significados destas, criando uma classificação para analisar as respectivas respostas em quatro níveis que eram: aceitável ou suficiente (A), topológico ou gráfico (T), regular (R) e insuficiente (I), e a partir das informações obtidas.

Com as respostas dos discentes no teste de linguagem simbólica o autor construiu também um quadro com o percentual dos resultados obtidos, onde considerou as respostas classificadas como (A), (T) e (R) como “Respostas Aceitáveis”, e desse modo foram somadas e consideradas certas ou razoáveis (sem o formalismo da Matemática), enquanto que as respostas classificadas como (I) foram denominadas de “Respostas Insuficientes”, somando respostas consideradas erradas, incompletas e deixadas em branco neste item, como mostramos a seguir:

Quadro 02 - Resultados obtidos para definição de certos termos relacionados a Geometria

TURMAS	RESPOSTAS ACEITÁVEIS	RESPOSTAS INSUFICIENTES
2-C (2001)	48%	52%
2-D (2001)	48%	52%
2-B (2002)	53%	47%
2-C (2002)	42%	58%
MÉDIA	48%	52%

Fonte: Teixeira Filho, 2002, p. 105

Segundo Teixeira Filho (2002), os resultados obtidos levaram a reforçar a convicção que os alunos não conseguiram se apropriar de maneira significativa dos conteúdos estudados



no ensino fundamental, e comenta que as deficiências encontradas a partir da identificação dos termos podem direcionar o procedimento didático cabível para diminuição destas.

O autor concluiu, a partir dos resultados das análises dos dados da pesquisa sobre as dificuldades dos discentes, que o principal entrave se encontrava na linguagem e representação de figuras que levavam a falta de compreensão em geometria, e no que se refere a aula experimental, a análise mostrou o bom rendimento dos discentes, e que a utilização de materiais manipuláveis contribui para o aumento do aprendizado e o sucesso no desenvolvimento das tarefas reforça a motivação no aprendizado de geometria. E que outros fatores que contribuem significativamente para as dificuldades dos discentes foram: a participação dos alunos em sala de aula, os meios e técnicas usadas para o estudo da disciplina.

Proença (2008), em seu estudo abordou a formação conceitual geométrica de polígonos e poliedros, através de uma investigação que partiu de alguns levantamentos bibliográficos que demonstraram que os alunos do Ensino Médio apresentam dificuldades na formação e identificação de conceitos geométricos, bem como na classificação e diferenciação de formas planas e não planas, e ainda dificuldades na formalização de conceitos a partir da apresentação das formas geométricas.

O estudo de Proença (2008), tendo em vista a problemáticas sobre as dificuldades encontradas pelos discentes em outros trabalhos, buscou responder a seguinte problemática de pesquisa: Qual o conhecimento conceitual sobre polígonos e poliedros, que alunos do Ensino Médio possuem, em termos de seus atributos definidores, das relações subordinadas e supraordenadas e de seus exemplos e não exemplos?

Na pesquisa de Proença (2008) participaram 253 alunos, sendo 97 do gênero masculino e 156 do gênero feminino, do Ensino Médio de uma escola pública do interior do Estado de São Paulo, que frequentavam aulas no período diurno.

Os instrumentos utilizados na pesquisa para coleta de dados foram: (1) questionário, (2) prova matemática (instrumento 1) contendo questões conceituais; (3) teste de atributos definidores (instrumento 2) contendo 28 afirmações; (4) teste de exemplos e não exemplos



(instrumento 3) contendo 24 figuras e; (5) teste de relações subordinadas e supraordenadas (instrumento 4) contendo 30 afirmações.

Os resultados obtidos na pesquisa de Proença (2008), foram mostrados através da construção de tabelas contendo o percentual referente as respostas obtidas. E o autor relata que no referente as dificuldades em geometria, uma das tabelas aponta que a maior parte dos participantes (40,7%) responderam que o trabalho envolvendo medidas ou cálculos são as principais dificuldades no referido conteúdo, sendo que a 3ª série foi a turma que apresentou o índice de respostas maior (61,6%) para a referida categoria, em comparativo as outras séries, evidencia ainda a observação de que 14,2% dos participantes deram como resposta que a dificuldade está na falta de compreensão em geometria.

Para tentar verificar o que dificultou o desempenho dos participantes durante a realização das atividades do Instrumento 2 e do Instrumento 3, o autor perguntou nestes respectivos instrumentos sobre as dificuldades que tiveram ao realiza-los, construindo duas tabelas a partir dos dados obtidos nas respostas.

Tabela 01 - Porcentagem de participantes por série de acordo com as dificuldades que relataram sobre a realização do Instrumento 2.

Dificuldades relatadas no Instrumento 2	1ª série	2ª série	3ª série	Total
Polígonos/Poliedros	24,7	13,5	25,6	21,7
Atributos definidores	4,3	4,1	8,1	5,5
Atributos irrelevantes	5,4	1,4	5,8	4,3
Não sabe geometria	32,3	52,7	37,2	39,9
Não respondeu	12,9	14,9	14,0	13,8
Nenhuma	20,4	13,5	9,3	14,6
Total	100,0	100,0	100,0	100,0

Fonte: Proença, 2008, p. 89

Proença (2008) chama a atenção para a observação que a maioria dos discente, durante a realização do Instrumento 2, relatou que a dificuldade estava em não saber geometria (39,9%), e que essa resposta foi relatada em sua maioria por discentes da segunda série (52,7%), e ainda



que a segunda maior dificuldade estava relacionada ao conhecimento do que seria polígonos e poliedros (21,7%).

Durante a análise do instrumento 3, o autor verificou que a maioria dos participantes da pesquisa relataram que tiveram dificuldades na identificação de polígonos e poliedros (21,7%), situação semelhante a relatada no Instrumento 2, e com porcentagem igual.

Proença (2008), comenta em seus resultados que apenas 7,9% dos participantes conseguiram chegar no conceito de poliedro através de atributos definidores, e que quase 90% não souberam conceituar, demonstrando um desconhecimento do referido conteúdo.

Proença (2008) finaliza sua pesquisa, afirmando a expectativa da busca da reversão do quadro das dificuldades que os discentes apresentam sobre a formação conceitual em matemática, mais especificamente na formação de conceitos de polígono e poliedro.

3.1.2- Estudos Teóricos

Os estudos teóricos a seguir apresentam o processo de investigação dos resultados de trabalhos que obtiveram implicações satisfatórios nos aspectos conceituais sobre o ensino de poliedros.

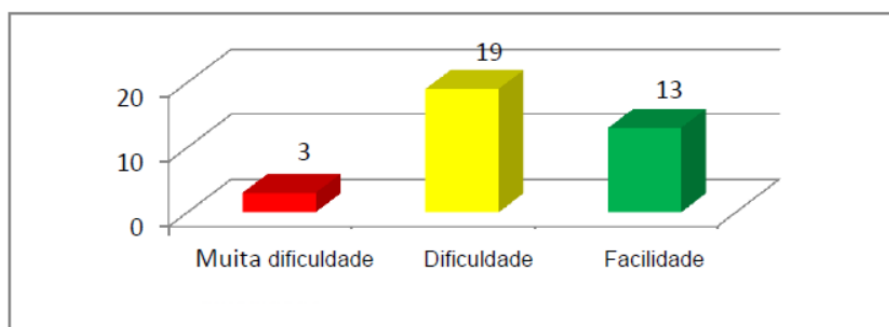
Carvalho (2013), realizou um estudo considerando a importância da geometria espacial, tendo em vista as potencialidades que está pode proporcionar aos discentes e as dificuldades na visualização tridimensional dos sólidos em uma turma de 3º ano do Ensino Médio, da rede pública na cidade de Imperatriz, Maranhão.

Para tentar minimizar essas dificuldades, Carvalho (2013) utilizou como proposta de ensino a construção de sólidos geométricos, através de dobraduras e softwares livres como o Poly, GeoGebra e o Sketchup, propôs posteriormente uma visita em um ambiente onde os discentes puderam evidenciar as formas geométrica presentes no cotidiano, em seguida foi realizada uma exposição do assunto para outras turmas da escola, juntamente com uma sequência de atividades de aplicação.



Os resultados desta pesquisa com a execução das atividades propostas, constatou, segundo o autor, que a maior parte dos discentes possuem dificuldades na visualização dos sólidos espaciais, e que a implementação da proposta contribuiu de maneira significativa para o processo de aprendizagem de Geometria Espacial, como mostram os gráficos construídos pelo autor:

Gráfico 01 – Capacidade do aluno em relação a sua capacidade de visualização espacial



Fonte: Carvalho, 2013, p. 84

O autor chama a atenção para a observação da importância da contextualização e visualização dos assuntos referentes a geometria espacial, e ainda cita que atribuir atividades nas quais os alunos exponham o que aprenderam para outras turmas pode potencializar o aprendizado, uma vez que estes se sentem responsáveis pela transmissão de conhecimentos para outras turmas.

O autor afirma que os dados colhidos evidenciaram resultados satisfatórios, principalmente no uso do software Sketchup para visualização de figuras espaciais, contribuindo com a assimilação do conteúdo estudado e que as atividades desenvolvidas pelos alunos foram consideradas como ótimas (61,1%) pelos alunos participantes da pesquisa.

Carvalho (2013) apresenta também como resultado de sua pesquisa, os dados relacionados ao resultado de uma autoavaliação realizada depois da implementação do projeto, e demonstrou um resultado satisfatório, uma vez que 86,7% de um total de 36 (trinta e seis) discentes ficaram com rendimento superior a 6,0 (seis), como mostra o quadro a seguir:



Carvalho (2013) concluiu sua pesquisa, afirmando que os resultados obtidos através da aplicação de sua proposta foram favoráveis, e que foi contatado através da pesquisa que o grau de satisfação na participação dos discentes em todas as etapas, por conta da metodologia que utilizou tecnologias em programas específicos e estudos fora do âmbito escolar.

Silva (2014) buscou em seu trabalho oferecer a docentes e discentes do ensino básico um texto com conteúdo mais específicos e rigorosos, buscando suprir as lacunas existentes nos livros didáticos sobre o estudo dos poliedros, no que se refere as demonstrações dos principais teoremas e apresentação dos sólidos geométricos. O autor abordou ainda em seu trabalho algumas aplicações de interdisciplinaridades do estudo de poliedros, onde mostrou a presença de formas poliédricas na natureza, astronomia, biologia, química e arquitetura.

Na pesquisa de Silva (2014) foram analisados 07 (sete) livros didáticos de matemática utilizados no ensino médio, visando verificar a existência e como se apresentavam os elementos considerados importantes no estudo dos poliedros que estes continham, quanto a definições e demonstrações do referido conteúdo.

Conforme a análise de Silva (2014), os livros didáticos não enfatizam o estudo de poliedros no ensino, o que segundo este, demonstra indisponibilidade de material didático satisfatório para tal estudo. Afirmar ainda que, esse panorama atua negativamente sobre todo o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que sem dados suficientes este processo não irá acontecer de maneira efetiva, fato constatado através da vivência deste autor em sala de aula.

O autor indica a utilização do software gratuito Poly como uma ferramenta facilitadora do processo de ensino-aprendizagem de poliedros, para uma visualização e compreensão mais significativa do referido conteúdo.

Nascimento (2014), apresenta um estudo sobre poliedros regulares, comparando e discutindo conceitos e definições no estudo de poliedros regulares nos quatro livros didáticos mais usados nas escolas de ensino médio brasileiras, objetivando analisar o modo como o referido conteúdo é visto por autores desse nível de ensino.



Segundo Nascimento (2014), as definições quase sempre não são suficientes para o entendimento da maior parte dos discentes sobre poliedros, comenta que a apresentação de ilustrações pode vir a facilitar esse entendimento, porém ainda se faz necessário o estudo das fórmulas, bem como o teorema de Euler, e os livros didáticos raramente demonstram esta, sendo este teorema bastante trabalhado no ensino médio quando se estuda poliedros.

No final de seu trabalho, Nascimento (2014) apresenta alguns softwares matemáticos que podem ser utilizados por professores e alunos nas aulas de geometria espacial como material auxiliar no processo de ensino-aprendizagem, propondo o uso dos softwares Cabri e Poly no desenvolvimento dos conteúdos envolvendo poliedros buscando melhorar fixação e compreensão do referido assunto.

Gonçalves (2014), objetivou fazer um breve estudo dos poliedros, em especial os poliedros chamados de Platão, fazendo uma análise do contexto histórico em que estes foram tratados, bem como dos matemáticos que contribuíram significativamente para o estudo destes como uma estratégia para o ensino de geometria espacial, citando os estudos de Euclides e seus discípulos, enfatizando Platão, e sua obra “Timeo”, no qual relaciona os poliedros aos elementos da natureza. Mostrou o porquê da existência de somente cinco poliedros considerados de Platão e uma demonstração da Relação de Euler através de indução.

Gonçalves (2014), apresenta também em seu estudo uma ideia intuitiva do cálculo das áreas e dos volumes dos poliedros de Platão, as quais considera que dificilmente serão abordadas nos livros didáticos usados no ensino médio. O autor também fez um apanhado geral dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), dando uma visão de como os poliedros, objeto de seu estudo, são desenvolvidos desde as séries iniciais, até o 2º ano do ensino médio, onde considera que este é conhecido com maior aprofundamento, série na qual aplicou um projeto em uma escola pública durante o desenvolvimento de atividades práticas envolvendo materiais manipuláveis com construções com os mais diversos tipos de materiais.

O autor ressaltou em seu estudo que as atividades que propôs não se tratavam de plano de aula, mas de sugestões de atividades que devem ser planejadas e adaptadas pelo docente de acordo com a turma a qual será aplicada, ressaltando que atividades práticas podem



proporcionar um melhor entendimento dos conceitos trabalhados, evitando o ensino de forma mecânica sem contextualização, favorecendo um cenário no qual o discente passa a ser um protagonista do seu aprendizado.

Gonçalves (2014) finalizou com o resultado da análise dos PCN, buscando compreender como o assunto vem sendo tratado no decorrer da vida escolar discente, onde verificou que está é feita de maneira gradativa sendo aprimorada em cada nível de ensino, e ainda afirmou que de acordo com as análises de questões de provas externas aplicadas aos discentes de escolas públicas como o ENEM, observou que se tratam de questões relativamente simples, mas que os alunos de modo geral não apresentam as habilidades esperadas.

3.1.3- Estudos Experimentais

Os estudos experimentais a seguir propuseram e realizaram atividades para o ensino de poliedros com o objetivo de minimizar as dificuldades no ensino deste.

Iniciamos agora com o trabalho de Bicalho (2013), que utilizou duas atividades didáticas para abordar o conteúdo de poliedros usando softwares de geometria dinâmica, o software comercial Cabri 3D e o software gratuito Pletora de Poliedros, os quais foram usados como ferramentas para exploração das propriedades dos poliedros platônicos e arquimedianos, e ainda na validação da relação de Euler para poliedros convexos e côncavos.

No trabalho de Bicalho (2013), foi realizado um levantamento dos principais conceitos envolvendo a introdução ao estudo de poliedros, apresentando as definições e demonstração de dois resultados importantes: Teorema de Euler para Poliedros, e a prova apresentada no livro XIII dos Elementos de Euclides (cerca de 300 a.C.) sobre a existência de apenas cinco poliedros regulares, também mencionaram a relação histórica e matemática entre os sólidos platônicos e arquimedianos.

O autor buscou com trabalho contribuir para uma reflexão sobre a necessidade de o docente de matemática inovar em sua prática, de modo a tornar a sala de aula um ambiente mais dinâmico, com interação na construção de uma aprendizagem significativa, e para motivar os



discentes à aprendizagem procurou remeter ao lúdico do cotidiano utilizando em suas atividades os temas geometria da bola de futebol e pipa tetraédrica.

Parreira (2014), sugere em seu trabalho como metodologia de aplicação no estudo de poliedros e teorema de Euler, como exercícios a resolução de questões de vestibulares envolvendo poliedros, sua pesquisa foi realizada com alunos do 3º ano do ensino médio em seis aulas desenvolvidas.

Nas aulas os alunos tiveram contato com a visão formal de poliedro e revisões sobre polígonos utilizando quadro e slides em projetor, e foram utilizadas figuras impressas em tamanho grande. O final das aulas destinadas para resolução e discussão de quinze questões propostas de vestibulares, e para ajudar na solução destas foram impressos modelos dos sólidos existentes nas questões.

Após o uso deste recurso, o autor afirma que a maioria dos alunos conseguiu julgar corretamente os itens, e ainda que a visualização destes sólidos auxiliou a conferir e julgar os itens apresentados após o manejo algébrico das questões.

Parreira (2014), afirma ainda que vários questionamentos puderam ser sanados através da atividade como: “Será que existe somente estes cinco poliedros regulares?”, onde a maior parte da turma afirmou existirem outros, o que foi elucidado através da demonstração algébrica, fato que segundo o autor, causou espanto, uma vez que tiveram a noção que algo pode ser comprovado matematicamente.

Nogueira (2014) realizou um estudo que objetivou analisar as dificuldades apresentadas no ensino e aprendizagem dos conteúdos de geometria espacial no ensino médio, apresentando uma pesquisa aplicada em duas turmas que cursavam o 3º ano (3002 e 3003), na modalidade EJA do CIEP 168 Hilda Silveira Rodrigues, localizada em Nova Iguaçu no Rio de Janeiro.

A pesquisa de Nogueira (2014), consistiu em avaliar dois métodos de abordagem para o ensino-aprendizagem de geometria espacial, na turma 3002 foi utilizada sólidos geométricos



de forma concreta, softwares e planificações, já na turma 3003 foi abordada a forma tradicional, usando a teoria no quadro, seguido de exemplos e exercícios.

O autor afirma que no início do bimestre de estudo das turmas foi aplicado um pré-teste em ambas, e ao final do bimestre, depois das aulas utilizando as metodologias distintas, foi aplicado um pós-teste, igual também nas duas turmas. Logo em seguida, foram comparados os resultados dos processos avaliativos dos discentes, buscando medir as potencialidades das metodologias utilizadas, para verificar qual das duas pode proporcionar uma melhor compreensão e fixação dos conceitos abordados nas respectivas aulas.

Quadro 03 - Porcentagem média de acertos no pré-teste e no pós-teste:

	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
3002	31%	82%
3003	33%	72%

Fonte: Nogueira, p. 57

Segundo o autor é perceptível que as turmas tiveram resultados semelhantes no pré-teste, ou seja, no princípio da pesquisa ambas estavam com níveis de conhecimentos próximos. Afirmando ainda, que pode ser notado que no pós-teste a turma 3002 alcançou melhores resultados, demonstrando que a turma que teve acesso ao conteúdo de forma concreta obteve melhor resultados, concluindo que foi reforçada a importância dos docentes utilizarem novas metodologias de ensino.

Araújo (2017), traz em seu estudo algumas propostas para o ensino de poliedros e corpos redondos, motivado pelas dificuldades que muitos alunos têm no aprendizado de geometria espacial do modo como este conteúdo é comumente ensinado. Aborda atividades que visam auxiliar os alunos na visualização de figuras espaciais.

Segundo Araújo (2017), o objetivo do seu trabalho é mostrar que existem outras formas que podem vir a facilitar o processo de aprendizagem de modo a contribuir para a compreensão do conteúdo pelos discentes, para que estes consigam resolver os problemas que lhe forem propostos.



A autora usou como abordagem metodológica uma pesquisa bibliográfica em livros e internet, além de uma pesquisa de campo, na qual as atividades propostas foram aplicadas e posteriormente foi realizada uma coleta de dados, em uma amostra constituída de discentes pertencentes ao 3º ano do ensino médio integrado ao Curso Técnico em Eletrônica do Instituto Federal de Educação, Ciência e tecnologia de Mato Grosso, do Campus de Primavera do Leste.

A pesquisa de Araújo (2017), utilizou como recursos tecnológicos os softwares GeoGebra e Poly.1.11, e dois métodos de ensino: o método Jigsaw de aprendizagem cooperativa e a modelagem matemática, os quais tiveram uma grande aceitação por parte dos discentes envolvidos na pesquisa, conforme as análises das respostas dadas nos questionários aplicados durante o processo.

Araújo (2017) obteve como principal resultado de sua pesquisa a contribuição positiva do uso de softwares educativos e dobraduras na visualização de figuras espaciais, bem como a utilização de outras metodologias podem contribuir no desenvolvimento do processo de aprendizagem dos discentes, os quais eram desconhecidos tanto por alunos como professores pesquisados.

Segundo a visão da autora, após a pesquisa, dobradura, material concreto e softwares por mais que demandem tempo de preparo e execução, são extremamente interessantes, pois despertam o interesse dos discentes, já na forma tradicional nem todos os alunos se sentem instigados, principalmente em visualizações em três dimensões.

Araújo (2017), finaliza sua pesquisa reafirmando que segundo a análise dos resultados obtidos, os softwares e dobraduras ajudam na visualização de sólidos geométricos, e indica a utilização destes no auxílio na busca da aprendizagem significativa dos alunos, de uma forma prazerosa e eficaz, pois conforme afirmação da autora os discentes participantes da pesquisa comentaram que nem sempre conseguem entender as características dos sólidos, se estes forem apenas desenhados no quadro.

Os estudos experimentais apontam para a utilização de atividades didáticas visando minimizar as dificuldades na abordagem do ensino de poliedros usando softwares de geometria



dinâmica, bem como o uso de materiais impressos no ensino do referido conteúdo, tendo em vista a necessidade do docente de matemática inovar em sua prática, na tentativa de tornar a sala de aula um ambiente mais dinâmico, na busca da construção de uma aprendizagem significativa na qual se poderá demonstrar que situações podem comprovadas matematicamente.

Esses estudos também apontaram que o uso de material concreto e softwares por mais que demandem tempo de preparo e execução, tornam a abordagem do conteúdo mais dinâmico e prático, e que somado ao Modelo de Van Hiele poderá conduzir a resultados mais eficazes quando em comparação com as metodologias tradicionais. E que utilizando outras metodologias no desenvolvimento do processo de ensino como a aprendizagem cooperativa e a modelagem matemática, este poderá se tornar mais atraente e interessante para os discentes.

4. Considerações Finais

O desenvolvimento desta revisão de estudo, possibilitou identificar um panorama que o ensino de geometria, mais precisamente o de conteúdo poliedros tem tomado, chegando a conclusão que seu ensino se torna mais significativo ao discente através de metodologias que utilizam softwares e materiais manipuláveis, ou seja, metodologias que favorecem a visualização e o manuseio, de modo que o discente se sinta inserido de forma mais ativa em seu aprendizado, podendo favorecer melhores resultados em exames e provas como o ENEM.

Ao analisarmos as pesquisas percebemos que todas categorias, isto é, os estudos diagnósticos, teóricos e experimentais convergem em suas conclusões que uma diminuição significativa das dificuldades no ensino de poliedros pode ser alcançada através da utilização de novas metodologias que enfatizem o uso de materiais manipuláveis e softwares de maneira dinâmica e interativa.

Os estudos também mostraram que as dificuldades podem estar ligadas a falta de ênfase dos livros didáticos utilizados no conteúdo de poliedros, tendo em vista que este conteúdo é abordado apenas superficialmente na maioria destes, o que nos faz refletir sobre como o discente pode estar sendo prejudicado por isso ao longo do seu aprendizado.



Desse modo, acreditamos que existe uma grande necessidade de outras pesquisas acerca do ensino de poliedros, e em como minimizar as dificuldades de aprendizado deste conteúdo no ensino médio.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, C. A. de. **A utilização de softwares educativos e métodos de ensino no estudo de poliedros e corpos redondos**. 96f. Universidade Federal de Mato Grosso, Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Cuiabá, MT, 2017.
- BICALHO, J. B. de S. **Um estudo sobre poliedros e atividades para o ensino de matemática: geometria da bola de futebol e pipa tetraédrica**. 68f. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa, Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Viçosa, MG, 2013.
- CARVALHO, D. S. de. **Uma Aplicação no Ensino dos Poliedros e Corpos Redondos para Turmas do 3º Ano do Ensino Médio Usando Dobraduras e Softwares Livres**. 141f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Tocantins, Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Palmas. TO. 2013.
- ENEM, **Exame Nacional do Ensino Médio**, Resultados Obtidos, 2016. Disponível em: <<https://abrilguiadoestudante.files.wordpress.com/2017/01/resultados-notas-enem-2016.pdf>>. Acesso em: 10 abr. 2017.
- ENEM, **Exame Nacional do Ensino Médio**, Resultados Obtidos, 2017. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2017/apresentacao_resultados_enem2017.pdf>. Acesso em: 28 mar. 2018.
- GONÇALVES, S. P. **Poliedros de Platão como estratégia no ensino da Geometria Espacial**. 130f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do ABC, Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Santo André, SP. 2014.
- NASCIMENTO, H. do. **Poliedros regulares no Ensino Médio**. 57f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal da Paraíba, Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, João Pessoa, PB. 2014.
- NOGUEIRA, Fernanda. **Uma Experiência no ensino de geometria espacial no terceiro ano do ensino médio**. 2014. 61 p Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2014.
- PARREIRA, J. R. P. **Poliedros e o Teorema de Euler**. 80f. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Goiânia, GO, 2014.



PROENÇA, M. C. de. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio.** 200f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru. SP. 2008

SILVA, J. K. T. **Um estudo complementar dos poliedros voltado para professores e alunos do ensino básico.** 69f. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Ceará, Centro de Ciências e Tecnologia, Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, CE. 2014.

TEIXEIRA FILHO, D. M. **O aprendizado da geometria no ensino médio:** origens de dificuldades e propostas alternativas. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia de

Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/83299>. Acesso em: nov. 2017.



ETNOMATEMÁTICA UMA ABORGAGEM DE ESTUDOS NO ENCONTRO PARAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Élida de Sousa Peres
Universidade Federal do Pará
elida.peres@yahoo.com.br

RESUMO

Este artigo realiza uma pesquisa bibliográfica, tendo como objetivo realizar um levantamento de estudos sobre etnomatemática no contexto das relações étnico raciais nos anais do Encontro Paraense de Educação Matemática (EPAEM) no período de 2011-2015, visto que é um evento de grande importância organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática regional Pará, que possibilitar a integração entre os grupos de matemáticos, educadores e de profissionais de outras áreas, interessados na educação matemática e matemática. Foram localizados nos anais sete trabalhos, tendo como tendência a etnomatemática com abordagem para o ensino e aprendizagem e formação de professores, no qual visam possibilidade de enriquecer o processo ensino-aprendizagem na perspectiva da etnomatemática, sendo relacionada com cotidiano dos indivíduos. Diante disso notamos que não há trabalhos e práticas escolares que contemplem matemática relacionada às relações étnico raciais no anais do evento, visto que a temática é tão presente em nossa sociedade, mais que ainda é pouco discutida no processo de ensino de matemática e no espaço educacional.

Palavras-chave: Educação Matemática. Etnomatemática. Relações Étnico Raciais

INTRODUÇÃO

No contexto educacional atual é importante se debater o respeito à diversidade cultural nas aulas de matemática, para que possamos dialogar no espaço escolar a importância de valorizar e superar os preconceitos e atitudes discriminatórias com os negros, visando que se reconheçam na cultura e sentindo-se parte importante da mesma, visto que a educação é um processo de desenvolvimento humano no qual engloba a questão racial no currículo escolar.

Para Bento e Gonçalves é importante retratar os valores dos povos africanos:

A comprovação científica de que a África é o berço da humanidade nos impõe o desafio de pensá-la como local de origem histórica e sócio-político-cultural de todos os povos. E quando ressaltamos os valores e a cultura dos povos africanos reafirmamos a memória civilizatória do continente-mãe, reconhecemos a necessidade de mudar o caminho percorrido de repressão e



violência que nos legou tão somente imagens distorcidas, equivocadas e limitadas do mundo negro.(Bento e Gonçalves 2010, p.3)

Nesse sentido não podemos rejeitar a história africana como parte que compõem a história do Brasil, visto que a sociedade é marcada por concepções racista por ser constituída de forma eurocêntrica, como mercadorias que enriqueceram os europeus e tiveram seu trabalho explorados, é necessário a preparação de profissionais que possam dialogar a temática evidenciando as contribuições da cultura africana no Brasil.

De acordo com a Lei Federal 10.639/03, na qual torna obrigatório o ensino de conteúdos sobre matriz africana.

A Lei 10.639/03, que estabelece a obrigatoriedade do ensino da história e cultura afro-brasileiras e africanas nas escolas públicas e privadas do ensino fundamental e médio; o parecer do CNE/CP 2003/2004, que aprovou as Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação das Relações Étnico-raciais e para o Ensino de História e cultura Afro-brasileira e Africanas.(BRASIL,2009).

Dessa forma a lei decretou a inclusão do ensino da História e da cultura afro-brasileiras no Ensino Fundamental e Médio, essa lei passou a valer para todos os níveis da Educação Básica com a instituição das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação das Relações Étnico-Raciais, havendo assim, a inclusão de diversos aspectos da história e da cultura dos povos que formaram a população brasileira.

A partir da lei ocorre um movimento para que a mesma fosse implementada nos espaços escolares seja na formação de professores, materiais didáticos, mais o que percebemos em sua grande maioria é omissões em relação à lei. De acordo com Oliveira (2015, p.89) mais de dez anos se passaram desde a sua aprovação, o que leva a uma certa indignação quando se percebe a indiferença diante da questão, com ou sem lei.

Diante disso, é importante voltar olhares para educação matemática para que possamos matematizar questões para as relações étnico raciais, dessa maneira propor propostas metodológicas voltadas para o ensino da temática em questão, relacionado à matemática às práticas socioculturais.



Foram feitos levantamentos bibliográficos de estudos sobre etnomatemática no contexto das relações étnico-raciais, nos trabalhos publicados nos Anais do Encontro Paraense de Educação Matemática (2011 -2015) que ocorreu em Belém-PA, tendo como busca artigos sobre educação matemática e etnomatemática, sendo localizados sete trabalhos que tem como objeto de estudo discutir a etnomatemática a partir de diferentes contextos. Podendo etnomatemática ser praticada por diversas categorias profissionais, e em especial a própria Matemática.

ESTUDO SOBRE ETNOMATEMÁTICA E AS RELAÇÕES ÉTNICO RACIAIS

A relevância desta pesquisa é investigar trabalhos publicados em educação matemática, que contempla a temática racial, nos Anais do Encontro Paraense de Educação Matemática nos três últimos encontros, que aconteceram no ano de 2011- 2015, a relação da aplicação da lei 10.639/2003 no ensino de matemática.

Assim a contextualização é importante para o processo educacional, uma vez que visa resgatar e valorizar cada cultura em contextos distintos, tal como propõe a seguinte assertiva:

[...] A ética da diversidade é uma educação universal, atingindo toda a população, proporcionando a todos o espaço adequado para o pleno desenvolvimento de criatividade desinibida, que, ao mesmo tempo em que preserva a diversidade e elimina as inequidades; conduz a novas formas de relações intra e interculturais sobre as quais se estruturam novas relações sociais e uma nova organização planetária (D'AMBROSIO, 1996,p.120).

Para o autor é importante propiciar um espaço que haja relações interculturais no qual possam ter um encontro de culturas possibilitando novas relações sociais, tendo oportunidade de explicações e entendimentos nas novas possibilidades de aprendizagem.

No contexto da educação matemática é importante a construção e a utilização do saber matemático cultural e aproximá-lo do saber escolar para o processo de ensino aprendizagem. Dessa maneira é importante a superação do preconceito de que a Matemática é um conhecimento construído exclusivamente por determinados grupos sociais ou sociedade mais desenvolvidas. (Brasil,p.32.1998)



De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam que conhecimento matemático é feitas de formas diferenciadas por grupos socioculturais de acordo com suas necessidades e interesses. Destaca-se no campo da educação matemática brasileira, um trabalho que buscar explicar, entender e conviver com procedimentos, técnicas e habilidades matemática desenvolvidas no entorno sociocultural próprio a certos grupos sociais.(Brasil,p.33,1998)

A etnomatemática surge não significa apenas um estudo de matemáticas das diversas etnias. Para termos maior clareza da definição do termo, é interessante atentar para a decomposição da palavra etnomatemática, *pois as raízes: tica, matema e etno significam que há várias maneiras, técnicas e habilidades (tica) de explicar, de entender, de lidar e de conviver(matema) com distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade, etno* (D'AMBROSIO, 1996,p. 111).

Dessa a forma os conceitos matemáticos vem avançado em sua estrutura cultural e antropológica, em direção do reconhecimento, de diferentes modos de pensar que levam a diferentes formas de matematizar, podemos entender a realidade em conexão com ação pedagógica, sendo este o campo que no qual podemos denominar de etnomatemática. De acordo com D'Ambrósio define a etnomatemática como um programa que parte da realidade e chega á ação pedagógica. Não implicar negar a matemática 'formal', nem significa querer uma nova matemática, mais sim reconhecer que existem outras formas de discuti-las em sala de aula. (Santos, 2008, p.68)

Assim etnomatemática vem mostra novos olhares a diversas linguagens matemática, tornando-se uma área de pesquisa que provocar uma discussão em relação a educação matemática, no qual valorizar a importância da introdução de novos conceitos nos diferentes encontros de culturas, na medida que pode ser praticada em sala de aula no processo de aprendizagem de forma contextualizada, na qual possibilita o destaque nesse campo de conhecimento. Por isso, a contextualização é importante para o processo educacional, uma vez que visa resgatar e valorizar cada cultura em contextos distintos.



Diante do exposto, nasce à possibilidade de implementação da lei 10.639/2003 no ensino de matemática, a qual torna obrigatória o ensino de conteúdos sobre matriz africana no âmbito do currículo escolar, havendo assim a inclusão de diversos aspectos da história e da cultura dos povos que formaram o povo brasileiro.

Assim não podemos deixar de pensar e propor recurso para reduzir a desigualdade social a partir do ambiente escolar, este que em sua maioria tem a necessidade de discussão, sobre possibilidades para a construção de conhecimentos matemáticos em conexão aos saberes africanos e afro-brasileiros.

PESQUISAS PUBLICADAS NO EPAEM (2011-2015)

Inicialmente, optou-se pela delimitação desta pesquisa a partir da relação de trabalhos dos VIII, IX e X, realizados nos anos 2011, 2013 e 2015. As publicações dos VIII, IX e X estão disponível na Sociedade Brasileira de Educação Matemática- Regional Pará, ainda se tem uma certa dificuldade de encontrar os anais do evento. A escolha por este evento, pela importância de ser um evento organizado pela SBEM regional do Pará de grande importância na área de educação matemática para pesquisadores, professores e estudantes de graduação na cidade de Belém-pa.

O Encontro Paraense de Educação Matemática (EPAEM) promovido pela SBEM-regional Pará, vem sendo realizado ao longo de seus 15 anos voltados para Educação Matemática, no qual nos últimos anos vem ocorrendo de dois em dois anos, contam em média com 650 participantes, que cada vez mais vem aumentando a procura, com apoio institucional da UNAMA, IFPA, UEPA e UFPA tem como objetivo promover a integração entre os grupos de matemáticos, educadores e de profissionais de outras áreas, interessados na educação matemática e matemática.

A investigação documental nos Anais do evento, constatou-se que o VIII Encontro Paraense de Educação Matemática-VII EPAEM, sendo realizado entre 8 e 9 de setembro de 2011, realizado em Belém na Universidade da Amazônia. Tendo como tema: Faces da História da Matemática e da Educação Matemática na Amazônia, sendo organizado em comunicação



científica, minicursos, conferencia e mesa redondas. Dos 57 artigos publicados nos anais do evento, apenas dois envolvendo a Etnomatemática.

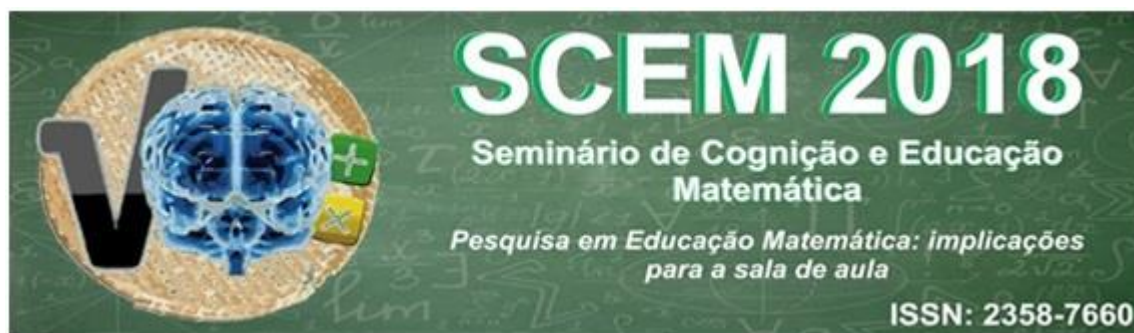
O IX Encontro Paraense de Educação Matemática- IX EPAEM foi realizado entre 3 e 5 de setembro de 2013, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará. Tendo como tema 15 anos de EPAEM. Neste evento foram publicados 86 artigos divididos em 5 grupos de trabalhos, sendo dois artigos envolvendo Etnomatemática.

Já o X Encontro Paraense de Educação Matemática - X EPAEM foi realizado entre 9 e 11 de setembro de 2015, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará. Tendo como tema Belém 400 anos – História, Educação e Cultura. Tendo como organização conferencia, minicursos, mesa, pôster, comunicação científica. Sendo 97 comunicações científicas, 32 pôster, sendo três artigos envolvendo Etnomatemática.

Nos últimos três eventos realizados pelo EPAEM percebe-se a falta de pesquisa que contemple a temática étnico-racial, na qual a lei 10.639/2003 torna obrigatória o ensino de conteúdos sobre a matriz africana em nossa sociedade, propondo a implementação de possibilidades educacionais pautadas nas diferenças socioculturais presente na formação do país. Diante de tais informações podemos refletir como esta sendo a formação dos futuros professores de Matemática no que se refere a temática das relações étnicos raciais. Como não pensar na desigualdade social e racial a partir dos espaços escolares e de que forma discutir em sala de aula a história da cultura do povo negro. A tabela a seguir evidencia o título, autores, palavra chaves de comunicações científicas dos Anais do EPAEM.

Tabela1: Trabalhos pesquisados nos Anais do EPAEM

Trabalho Investigado	EPAEM	Autores	Palavra-chave
Viagem ao conhecimento uma troca de cultura e vivência na matemática	VIII	Gomes, Charles Ruan de Souza	Etnomatemática, cultura, Vivência, educação matemática.



A etnomatemática e a questão da universalidade da matemática	VIII	Teixeira Junior, Valdomiro Pinheiro	Etnomatemática. Matemática. Universalidade.
A Etnomatemática e a Educação de Jovens e Adultos como Proposta Metodológica na Comunidade Agrícola de Tamatateua, Bragança, Pará, Brasil.	IX	Filho, Francisco Diogo Lopes. Rozal, Edilene Farias. Leite, Maria Adriana.	Etnomatemática; Práticas agrícolas; Educação de Jovens e Adultos.
Supervisionado II no Curso de Licenciatura em Matemática Modalidade à Distância.	IX	Silva, Renata lourinho da .	Educação à Distância. Etnomatemática. Formação de professores.
Estágio supervisionado e etnomatemática na formação do professor de matemática	X	Tavares, Nathália Pereira. Costa, Lucélida de Fátima Maia da.	Formação de professor. Etnomatemática. Resolução de problemas. Estágio supervisionado
Construção e utilização do matapi: um estudo etnomatemático	X	Pereira, Aldo Palheta. Silva, Jane Cristina da. Rocha, Maria Lúcia Pessoa Chaves.	Etnomatemática. Matapi. Matemática. Camarão.
Etnomatemática no contexto dos ceramistas icoaracienses	X	Lima, Ana Flávia Nascimento de. Martins ,Matheus dos Santos. Rocha, Maria Lúcia Pessoa Chaves.	Etnomatemática. Cerâmica Icoaraciense. Geometria. Simetria. Aprendizado.

Fonte: Autora

Os artigos acima colocados são pesquisas em Etnomatemática que se apresentam nos Anais dos últimos encontros Encontro Paraense de Educação Matemática.

O trabalho de Gomes (2011), propõe a analisar a relação entre pessoas de diferentes locais no que concerne a cultura e vivencia na educação matemática, enfocando a utilização da matemática por um grupo de jovens que vivem naturalmente em zona rural e um grupo de



jovens da zona urbana, como a matemática esta inserida na cultura de ambos os grupos. Dessa forma o processo de ensino e de aprendizagem em matemática, no que se refere ao conhecimento, reconhecimento e valorização das culturas, interligando matemática, cultura e educação.

Diante disso percebemos que o ensino da matemática é o ensino universal, deve estar identificando aspectos sociocultural no desenvolvimento do processo ensino aprendizagem, fazendo com que o aluno si torne parte do processo, elevado sua disposição para o aprendizado e tendo aulas mais participativas. De acordo com a pesquisa de Junior (2011) buscar mostra a relação dos problemas no ensino e na aprendizagem com a questão da universalidade, apresentado como a etnomatemática surgiu dentro desta problemática, entendendo a matemática como um produto cultural.

De acordo com artigo de Silva (2013) e Tavares e Costa (2015), trata de uma analise de estudo de caso sobre a etnomatemática vivenciada na disciplina estagio supervisionando II bem como as contribuições do estagio na formação do futuro professor de matemática, acerca da inclusão educacional de pessoas com deficiências, ribeirinhas, agricultores, indígenas e etc.

É importante perceber a importância dos futuros professores terem contato no espaço escola para experimenta a docência articulando teoria e pratica, tal possibilidade permite ao licenciando, se bem orientado, conhecer a realidade escolar e perceber a possibilidade de utilizar na elaboração e desenvolvimento de suas ações didático pedagógicas princípios, fundamentos e metodologias de uma ou mais tendências em educação matemática para tornar o ato de ensinar matemática mais significativa para o aluno e para o estagiário.

Para Filho, Rozal e Leite (2013) buscam em sua pesquisa o auxilio da etnomatemática como meio de valorização da matemática desenvolvida no cotidiano agrícola, abordando as praticas agrícolas do cultivo do feijão e da mandioca na comunidade de Tamatateua, Bragança-Pa, tendo como sujeitos da pesquisa alunos do 3 etapa do EJA. Buscando a valorização dos saberes matemáticos culturais, presentes em distintos grupos como urbanos, rurais, profissionais, indígenas, quilombola, sendo praticas relacionadas a seu cotidiano, dessa forma valorizando o saber escolar nas praticas do individuo.



Desse modo, destacamos a importância do respeito com características étnicas e culturais de grupos sociais diferentes em nosso país, oferecendo ao educando a possibilidade de uma leitura ampla da diversidade brasileira, nesse sentido tem-se que reconhecer e valorizar essa diversidade cultural, possibilitando ser em um trabalho interdisciplinar.

Com isso Pereira, Silva e Rocha (2015), tem como objeto de estudo foi selecionado o matapi, um instrumento muito utilizado na pesca do camarão e peixes, relacionado a sensibilidade da etnomatemática se apresentaram nesta realidade carregada de significados que se entrelaçam de acordo com os interesses das pessoas para a realização de suas atividades em sociedade.

Dessa forma propiciando condições significativas para compreensão, interação e transformação social no meio em que vive, sendo o que o conhecimento possa valoriza a história e cultura africana e afro-brasileira. Assim como na pesquisa de Lima, Martins e Rocha (2015), discuti a matemática usada no cotidiano da produção da cerâmica icoaraciense, a relação entre a produção de cerâmica e a matemática utilizada na fabricação das peças, dessa forma mostra a etnomatemática utilizada no cotidiano dos ceramista.

Para Oliveira (2005, p.90), diante da realidade e dos contextos observados na grande maioria dos espaços escolares, percebeu-se a necessidade de se pensar em vertentes afirmativas e pedagógicas que se abram como possibilidades para a discussão da construção do conhecimento matemático na África e dos fazeres e saberes afro-brasileiros.

Dessa forma os trabalhos pesquisado estão relacionados a Aprendizagem e Ensino e Formação de Professores ,no qual visam possibilidade de enriquece o processo ensino-aprendizagem na perspectiva da etnomatemática, sendo relacionada com cotidiano dos indivíduos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos concluímos que o estudos verificados nos anais do Encontro Paraense de Educação Matemática, não há reflexões acerca da matemática para as relações étnicos raciais,



visto que não foi encontrado nenhuma pesquisa no evento de educação matemática regional do Pará sobre a temática, sendo um evento de grande importante para o estado Pará.

É importante ressaltar as desigualdade que diferenciam a população pela cor da pele, sendo algo que determina muito preconceito no Brasil, tão presente me nossa sociedade, em especial nas escolas e universidade, infelizmente vivemos uma realidade que não valoriza a história e cultura afro-brasileira.

Diante disso, percebemos a importância de pesquisas relacionadas cultura negra nas universidades, para que seja apresentada nas escolas de educação básica, principalmente na disciplina de matemática para que se possa ter uma aprendizagem significativa, permitido diferentes modos de pensar que levam a diferentes formas de matemática.

Dessa forma é importante relaciona matemática a praticas sócio culturais, valorizando o processo de ensino e de aprendizagem dos alunos potencializando seus saberes histórico cultural , nas questões que envolvem o conhecimento, o reconhecimento dos valores civilizatórios das culturas africana e afro-brasileira, interligando matemática, cultura e educação. Nesse sentido etnomatemática vem possibilita novos diálogos e novas posturas, para que si tenha uma educação transformadora, em relação á discriminação étnico-racial, em todas as disciplinas do currículo escolar.

REFERÊNCIAS

- BENTO, Marlene de Fátima. Tecidos africanos: histórias estampadas. In: Secretaria de EducaçãoParaná. (Org.). **O professor PDE e os desafios da escola Pública paranaense**. PR, 2010 (Volume I).
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação das Relações Étnicos Raciais e para o Ensino de História e Cultura Afro-Brasileira e Africana. Brasília, DF. MEC. 2003.
- BRASIL, Plano Nacional para Educação das Relações Étnico-raciais e para o Ensino da Historia Afro-brasileira e Africana. Brasília. 2009
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria á pratica**. Campinas, SP: Papirus, 1996 (Coleção Perspectivas em Educação matemática).



Filho, Francisco Diogo Lopes. Rozal, Edilene Farias. Leite, Maria Adriana. A etnomatemática e a educação de jovens e adultos como proposta metodológica na comunidade agrícola de Tamateua. In: IX Encontro Paraense de Educação Matemática. Belém, 03 a 05 de setembro, 2013.

Gomes, Charles Ruan de Souza. Viagem ao conhecimento uma troca de cultura na matemática. In: VIII Encontro Paraense de Educação Matemática. Belém, 08 a 09 de setembro, 2011.

Junior, Valdomiro Pinheiro Texeira. A etnomatemática e a questão da universalidade da matemática. In: VIII Encontro Paraense de Educação Matemática. Belém, 08 a 09 de setembro, 2011.

Lima, Ana Flávia Nascimento de. Martins, Matheus dos Santos. Rocha, Maria Lúcia Pessoa Chaves. Etnomatemática no contexto dos ceramistas icoaracienses. In: X Encontro Paraense de Educação Matemática. Belém, 09 a 11 de setembro, 2015.

Oliveira, Cristiane Coppe de. Educação e Educação Matemática para as relações étnico-raciais: iniciando um estudo a partir dos Anais do ENEM (2007-2013). Anais XIV Comitê Interamericano de Educación Matemática. Educación Matemática em las Américas: 2015. Volume 5: Etnomatemática y Sociología. Editores: Patrick Scott y Angel Ruz. República Dominicana.

Pereira, Aldo Palheta. Silva, Jane Cristina da. Rocha, Maria Lúcia Pessoa Chaves. Construção e utilização do matapi: um estudo etnomatemático. In: X Encontro Paraense de Educação Matemática. Belém, 09 a 11 de setembro, 2015.

SANTOS, Eliana Costa; **Os tecidos de Gana como atividade escolar:** uma intervenção etnomatemática para sala de aula. Mestrado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2008.

Silva, Renata Lourinho da. Supervisionado II no curso de Licenciatura em matemática modalidade a distância. In: IX Encontro Paraense de Educação Matemática. Belém, 03 a 05 de setembro, 2013.

Tavares, Nathália Pereira. Costa, Lucélida de Fátima Mais da. Estágio Supervisionado e etnomatemática na formação do professor de matemática. In: X Encontro Paraense de Educação Matemática. Belém, 09 a 11 de setembro, 2015.



GEOMETRIA ESPACIAL, ANÁLISE DE QUESTIONÁRIO: AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO CILINDROS

Daniel de Deus Negrão Maués

Universidade do Estado do Pará – UEPA

ddnmaues@gmail.com

José Américo Trindade Costa Junior

Universidade do Estado do Pará – UEPA

prof.jrcosta@gmail.com

Adriano Bechara de Oliveira

Universidade do Estado do Pará – UEPA

adrianobechara1@gmail.com

RESUMO

O presente trabalho visou fazer análises sobre algumas dificuldades de aprendizagem em relação ao conteúdo cilindros de geometria espacial, que foram apresentadas por estudantes participantes de uma pesquisa com o objetivo de levantar diagnósticos para elencar algumas dessas dificuldades. Para tanto realizou-se a aplicação de um questionário contendo dez questões de matemática referentes ao assunto cilindros, logo após foram realizadas as análises das respostas dos 100 estudantes, que foram dadas ao questionário aplicado em pesquisa de campo no final do ano letivo de 2017, em uma escola estadual de Abaetetuba, mostrou-se graficamente em percentagens os dados referentes aos acertos dos participantes para cada questão, destacando as questões em que os participantes tiveram menores quantidades de acertos, para assim analisar em geral e com mais profundidade os possíveis pontos existentes referentes as dificuldades ou lacunas da aprendizagem do assunto cilindros em relação a amostra do público alvo, o que permitiu concluir que as dificuldades na aprendizagem de cilindros é um fator presente em relação aos alunos que já estudaram esse conteúdo.

Palavras-chave: Matemática. Geometria Espacial. Cilindros. Questionários. Dificuldades de Aprendizagem.

INTRODUÇÃO

Este artigo teve como principal objetivo analisar as respostas de 100 questionários aplicados a estudantes que estavam cursando o final do 2º ano do ensino médio, o 3º ano do ensino médio e



concluintes, o questionário foi aplicado em duas turmas de cursinho e uma turma do ensino médio de uma escola pública estatual do município de Abaetetuba, supôs-se que todos os estudantes já haviam estudado cilindros, assunto norteador deste trabalho, e que tinham conhecimentos fundamentais de geometria plana e espacial por estarem nos anos finais da educação básica ou por já terem concluído essa etapa de ensino. O intuito do artigo foi aplicar um questionário composto de 10 questões e analisar as possíveis dificuldades ou lacunas existentes na aprendizagem dos estudantes referentes ao assunto cilindros com o objetivo de responder a pergunta: Quais as principais dificuldades ou lacunas existentes na aprendizagem do assunto cilindros?

As questões foram analisadas primeiramente de forma superficial para depois serem analisadas em geral com maior profundidade e por fim foram feitas considerações finais a respeito dessas análises.

DESCRIÇÃO DO QUESTIONÁRIO

A técnica de pesquisa utilizada abordou o uso de questionário por ser uma ferramenta que permite vasta coleta de dados em um curto período de tempo e pode ser aplicado simultaneamente a vários participantes, observe o trecho a seguir:

“o questionário é uma técnica bastante viável e pertinente para ser empregada quando se trata de problemas cujos objetos de pesquisa correspondem a questões de cunho empírico.”

(CHAER, DINIZ & RIBEIRO, 2011, p. 251)

O questionário foi composto de 10 questões consideradas inicialmente como (4 fáceis, 4 médias e 2 difíceis) relacionadas com a avaliação da aprendizagem dos cilindros e foram escolhidas afim de corroborar ou refutar a existência de dificuldades no ensino de cilindros, para resolução das questões foi estabelecido o valor aproximado de $\pi = 3,14$, dentre as 10 questões foram escolhidas 8 de múltipla escolha e em 2 esperava-se que os participantes resolvessem os problemas mostrando os cálculos realizados.

- As questões consideradas fáceis foram aquelas em que o estudante tinha que reconhecer a forma do cilindro ou realizar cálculos simples usando as fórmulas padrões em cada caso;



- As questões consideradas médias foram aquelas que tinham um baixo grau de contextualização em seus enunciados e também questões em que o estudante deveria ter o conhecimento um pouco mais aprofundado do assunto cilindros, das fórmulas utilizadas e de outros sólidos supostamente já estudados pelos participantes, além de envolverem unidades de medidas diversas;
- As duas questões consideradas difíceis são questões adaptadas e totalmente contextualizadas, uma delas adaptada do Enem e a outra questão busca abstrair conhecimento através da manipulação hipotética de material concreto.

As classificações em níveis foram realizadas baseando-se nas metodologias de ensino da matemática que ainda ocorrem e consequências de aprendizagem, pois o ensino da geometria atualmente está baseado em decorar e aplicar fórmulas e extrair informações explícitas das questões para a solução da mesma, como mostra a seguir:

“Atualmente as escolas trabalham a geometria espacial por meio de dedução das fórmulas e resolução de exercícios, sendo um trabalho muito mecânico”.

(BALDISSERA, 2008, p. 2)

Assim se justifica as classificações das questões em nível fácil, questões que são ensinadas através das metodologias dominantes aplicadas em sala de aula; nível médio e difícil, questões que deveriam ser ensinadas em sala de aula, porém não são, como aponta as sugestões do PCN+ de revisão do projeto pedagógico da escola:

“Tais expectativas equivocadas, somadas a um ensino descontextualizado, resultam em desinteresse e baixo desempenho. ”

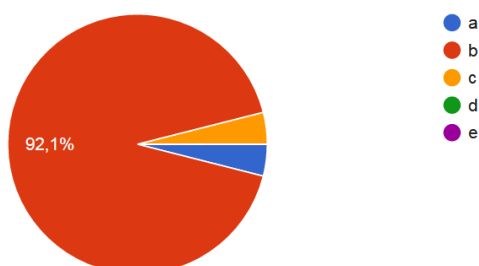
(PCN+, p. 10)

ANÁLISES INDIVIDUAIS DAS QUESTÕES

A primeira questão teve como enunciado: “Marque abaixo o único sólido em forma de cilindro”. Como alternativa correta da questão o item “b” entre cinco opções, os resultados das marcações feitas pelos participantes são expressos em porcentagem pelo gráfico abaixo.



Gráfico 1 – Respostas dadas pelos participantes para a 1ª questão da lista ao final do questionário



Fonte: Pesquisa de campo 2017

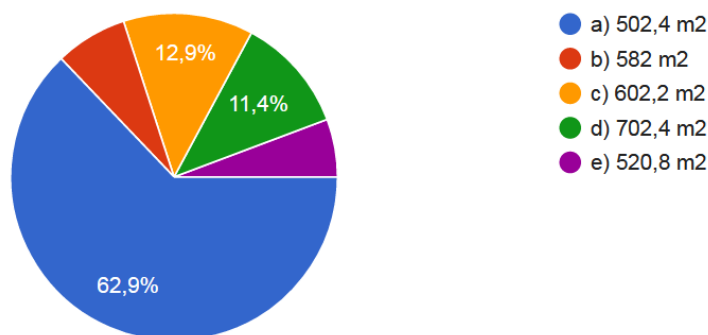
Note que 92,1% de 76 respostas foram corretas, ou seja, não são grandes as dificuldades encontradas pela maioria dos estudantes em identificar e analisar o sólido cilindro desenhado no plano como foi apresentado na primeira questão ver apêndice 1. Verifica-se que esses estudantes estão nos níveis 1 (reconhecimento) e 2 (análise) de van Hiele, observe:

“Van Hiele (reconhecimento, análise, abstração, dedução e rigor)”

(BERMEJO, 2009, p.3)

A segunda questão teve como enunciado: “Qual o valor da área lateral de um cilindro de raio da base igual 5 m e altura 16 m?”. Essa questão é de múltipla escolha sendo a alternativa correta o item “a”, as respostas de 70 participantes mostram a porcentagem de acertos no gráfico a seguir:

Gráfico 2 – Respostas dadas pelos participantes para a 2ª questão da lista ao final do questionário



Fonte: Pesquisa de campo 2017



Analisando as respostas nota-se que 62.9% dos participantes que resolveram essa questão acertaram, esse tipo de questão serviu para avaliar o domínio dos estudantes com relação a utilização da fórmula de área lateral de um cilindro reto em cálculos aritméticos.

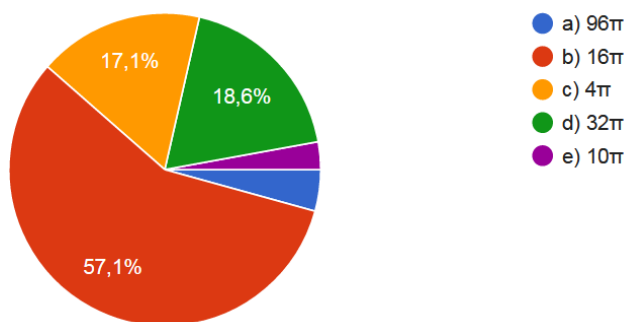
A terceira questão teve como enunciado: “Qual o volume de um cilindro com altura 10 m e raio da base igual a 3 m?”. Ela foi elaborada sem alternativas para que os participantes pudessem mostrar a realização dos cálculos e o modelo dado no resultado final. A resposta correta para essa questão é **282,6 m³**, apenas 48 dos participantes responderam essa pergunta e realizaram os cálculos devidos ou no mínimo um esboço do cálculo necessário para obter o resultado correto, onde a maioria usou a fórmula básica de volume de cilindro $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ considerando o total dos participantes que resolveu essa questão 75% chegou ao valor 282,6 ou 282,60 acertando o valor do volume, porém poucos atentaram para o uso da unidade de volume **m³**.

A quarta questão teve como enunciado: “Qual o raio da base de um cilindro de volume 54π cm³?”. O item correto “d” entre cinco opções, o resultado foi 50% de acerto entre 68 respostas dadas. A questão teve como objetivo verificar o domínio dos participantes com relação a operações envolvendo mais de uma incógnita em uma fórmula além do manejo de operações entre dois membros de uma equação e o domínio em si da fórmula do volume de um cilindro.

A quinta questão com o enunciado “Determine o volume em cm³ de um cilindro inscrito em um cubo de lado 4 cm” e item “b” como alternativa correta entre cinco opções, teve como objetivo verificar o domínio dos participantes com relação ao assunto do sólido cilindro inscrito em outro sólido, para resolver a questão os participantes precisariam do domínio em conteúdos básicos de raio, diâmetro e altura. Verifica-se no gráfico abaixo que mais da metade dos participantes que responderam a questão acertaram.



Gráfico 3 – Respostas dadas pelos participantes para a 5ª questão da lista ao final do questionário

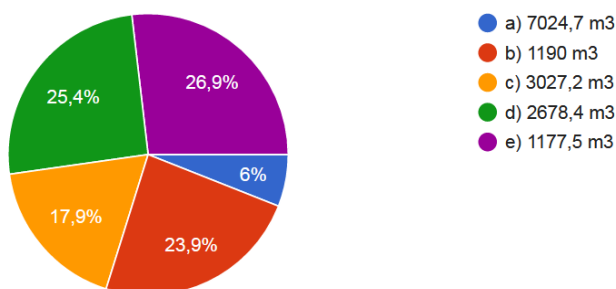


Fonte: Pesquisa de campo 2017

De 70 respostas 57,1% foram de acertos em quantidades de participante isso significa que 40 estudantes têm conhecimentos mais avançados sobre cilindros e conseguem relacionar os conceitos básicos com o conteúdo de cilindros inscritos em um cubo.

A sexta questão teve como enunciado: “Aproximadamente quantos metros cúbicos de terra foram escavados para a construção de um poço que tem 10m de diâmetro e 15 m de profundidade?”. Como opção correta o item “e”, o objetivo desse modelo de questão é fazer o estudante perceber o uso da matemática no mundo real por ser uma questão contextualizada onde o estudante terá que analisar dados básicos de um poço fazendo a correlação com o cilindro e os conhecimentos adquiridos em sala de aula. Observando o gráfico a seguir nota que apenas 26,9% de 67 participantes que responderam a questão tiveram êxito.

Gráfico 4 – Respostas dadas pelos participantes para a 6ª questão da lista ao final do questionário



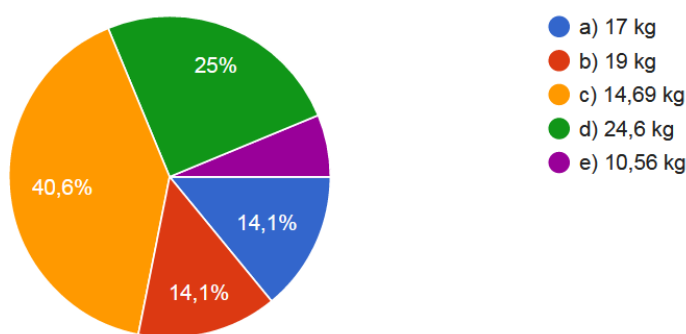
Fonte: Pesquisa de campo 2017



É perceptível que os participantes tiveram dificuldades em resolver questões contextualizadas onde eles teriam que perceber a correlação entre a matemática e o mundo, se considerarmos o quantitativo, aproximadamente 18 participantes acertaram.

A sétima questão teve como enunciado: “Qual o valor aproximado da massa de mercúrio em quilogramas, necessária para encher completamente um vaso cilíndrico de raio interno 6 cm e altura 10 cm, se a densidade do mercúrio é 13 g/cm^3 ?” A opção correta para essa questão é o item “c”. Para resolver essa questão o estudante deveria ter conhecimento da fórmula do volume do cilindro e ter o conhecimento prévio também da unidade de pesos, gramas e quilogramas, supõem-se que estudantes concluintes tenham esses conceitos bem definidos, analisando as respostas de 64 participantes 40,6% acertaram a questão, o que representa cerca de um quantitativo de 26 participantes.

Gráfico 5 – Respostas dadas pelos participantes para a 7ª questão da lista ao final do questionário

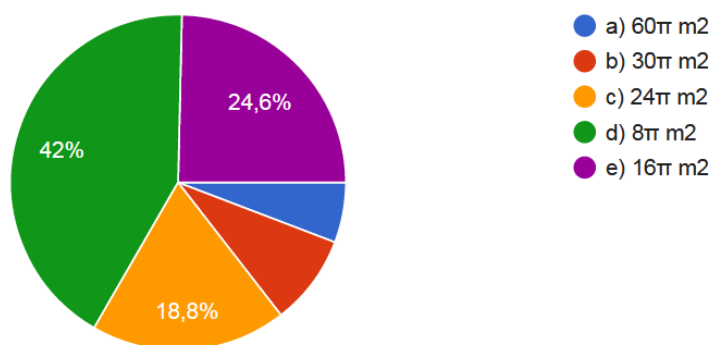


Fonte: Pesquisa de campo 2017

A oitava questão teve como enunciado: “Calcule a área lateral de um cilindro equilátero sabendo que o raio da base mede 2 m.”. A opção correta para esta questão é o item “e”, o objetivo implícito dessa questão foi verificar se o estudante tem o conhecimento sobre cilindro equilátero, além de conseguir elaborar a imagem do sólido para utilizar dos dados e resolver o problema, analisando as 69 respostas dadas verificou-se que apenas 24,6% acertaram, ou seja, cerca de 17 participantes possivelmente têm conceito definido de cilindro equilátero.



Gráfico 6 – Respostas dadas pelos participantes para a 8ª questão da lista ao final do questionário



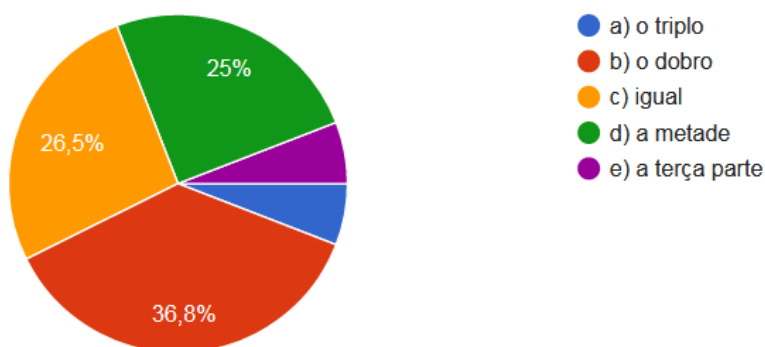
Fonte: Pesquisa de campo 2017

A nona questão teve como enunciado:“(Enem) - Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 m x 10 cm (conforme ilustram as figuras abaixo, ver apêndice 1). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina. Supondo que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:” com item correto “b”. Essa questão é acompanhada da imagem dos cilindros de duas velas e as medidas para melhor entendimento do estudante. Essa questão do Enem (Exame Nacional do Ensino Médio) pode ser encontrada em, Souza (2010, p. 116). Nesse modelo de questão são cobradas inúmeras habilidades e conhecimentos dos estudantes, além de ser uma questão contextualizada e que representa uma situação perto da realidade na produção capitalista. Esse tipo de questão serviu para avaliar se os participantes estão preparados para resolver problemas, nesse caso específico envolvendo cilindros, os quais serão cobrados nos exames e processos seletivos de ingresso à universidade.

Analisando as respostas de 68 participantes pode-se ver no gráfico a seguir que 36,8% dos participantes marcaram corretamente a questão o que representa a quantidade de 25 estudantes, ou seja, um quarto da amostra de 100 participantes conseguiu resolver corretamente essa questão em nível do Enem.



Gráfico 7 – Respostas dadas pelos participantes para a 9ª questão da lista ao final do questionário



Fonte: Pesquisa de campo 2017

A décima questão pode ser encontrada em Dolce (2005, p. 227) e teve como enunciado: “Com uma folha de zinco de 5 m de comprimento e 4 m de largura podemos construir dois cilindros, um segundo o comprimento e outro segundo a largura. Determine em qual dos casos o volume é maior.” Essa questão não foi de múltipla escolha e não teve apoio de imagens do cilindro, pois se esperava que os participantes utilizassem seus conhecimentos a respeito de cilindros, além de utilizar-se de lógica matemática, a décima questão tem uma resolução bastante parecida com a nona, porém neste caso o estudante deveria ter habilidades de desenhar os cilindros e identificar nos desenhos feitos todos os elementos necessários, para assim começar a realizar os cálculos e por fim tirar suas conclusões a respeito do que se pede. A resposta correta: o maior volume é do cilindro construído a partir do comprimento da folha de zinco; nenhum participante mostrou passo a passo a resolução dessa questão, enquanto 12 apenas fizeram partes dos desenhos do cilindro e das resoluções, 7 desses participantes responderam intuitivamente que o volume maior foi do sólido construído a partir do comprimento, ou seja, 58,34% acertaram a questão, enquanto 5 responderam que o volume maior foi do sólido construído a partir da altura da folha de zinco.

ANÁLISE GERAL DO QUESTIONÁRIO

Na análise geral do questionário pode-se destacar que os participantes conseguiram alcançar um bom desempenho em questões consideradas fáceis, ou seja, aquelas questões envolvendo apenas a forma do cilindro e aplicação direta das fórmulas; Referente as questões consideradas de nível



médio neste artigo, que foram aquelas questões contextualizadas, com conhecimento mais aprofundados sobre o assunto cilindro ou que precisavam de conhecimentos específicos de matemática, o desempenho dos participantes tiveram um resultado de acertos gerais considerados baixos, com percentuais abaixo de 50%. As questões consideradas difíceis tiveram um percentual muito baixo de acertos, especificamente a decima questão na qual não houveram respostas completas, as duas questões consideradas difíceis são bem contextualizadas e requerem conhecimentos relativamente aprofundados do assunto cilindros, assim como interpretação de textos e visualização mental de objetos geométricos. Logo a seguir são mostrados em no quadro 1, a classificação dos níveis das questões, que podem ser encontradas na integra no apêndice 1, assim como os acertos dos participantes em porcentagem e em quantidade.

Ainda é notório que os participantes responderam em maiores quantidades as questões de múltipla escolha, enquanto as questões 3 e 10 nas quais eles deveriam mostrar os cálculos apenas 48 resolveram a questão 3 e 12 a questão 10, deixando subentendido que a maioria não consegue elaborar respostas próprias, através de textos matemáticos, baseadas nos conhecimentos do conteúdo ou não tem a confiança da utilização dos conhecimentos adquiridos.

Quadro 1 – Classificação, quantidades de respostas e acertos de cada questão.

Questões	Nível	Quantidades de participantes que responderam cada questão.	Acertos em Percentual	Quantidade de participantes que acertaram cada questão.
Questão 1	Fácil	76	92,1%	70
Questão 2	Fácil	70	62,9%	44
Questão 3	Fácil	48	75%	36
Questão 4	Fácil	68	50%	34
Questão 5	Médio	70	57,1%	40



Questão 6	Médio	67	26,9%	18
Questão 7	Médio	64	40,6%	26
Questão 8	Médio	69	24,6	17
Questão 9	Difícil	68	36,8%	25
Questão 10	Difícil	12	58,3%	7

Fonte: Elaborado pelos autores.

Ao analisar o quadro acima pode-se notar que questões básicas envolvendo apenas a aplicação das fórmulas de áreas, volumes e reconhecimento da forma do cilindro tiveram quantidades maiores de acertos, iguais ou maiores que 50%, entretanto no geral as questões consideradas médias e difíceis, que envolvem tópicos mais aprofundados de cilindros assim como um algum grau de contextualização ou nomenclaturas e conceitos como do “cilindro equilátero” tiveram percentagem baixas de acertos, supõem-se nesses casos que os participantes não tiveram acesso a linguagem formal matemática e nem foram inseridas questões mais contextualizadas ou que precisem de habilidades de interpretação de texto para extrair os dados matemáticos necessários à resolução das mesmas. No PCN+ são apresentadas algumas sugestões para rever o Projeto Político Pedagógico das escolas referente aos pontos de partidas para adequar a escola ao povo, com conteúdo e questões contextualizadas a realidade do estudante, porém essa revisão dos métodos de ensino aplicados no âmbito escolar público encontra obstáculos, veja o trecho a seguir:

“Esses bons pontos de partida, entretanto, estão cercados de difíceis obstáculos, como a tradição estritamente disciplinar do ensino médio, de transmissão de informações desprovidas de contexto, de resolução de exercícios padronizados”

(PCN+, p. 10)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo a intenção inicial foi analisar um questionário composto por dez questões envolvendo cilindros, observando quais são as principais dificuldades e lacunas na aprendizagem



desse assunto, notou-se que os participantes da pesquisa conseguiram relativamente um bom desempenho quando as questões envolviam operações e interpretações básicas do conteúdo cilindros, porém ao aumentar o nível das questões, os participantes apresentaram dificuldades com relação aos assuntos mais aprofundados e contextualizados envolvendo o conteúdo, o que mostra que a maioria dos participantes precisam ser familiarizados com esses tipos de questões. Os dados foram apresentados em percentuais e amostras simples e a coleta foi realizada através de questionários aplicados em pesquisas de campo. Este artigo visou analisar e diagnosticar as possíveis dificuldades e lacunas referentes ao conteúdo cilindros e como resposta à pergunta inicial pode-se concluir que os participantes estão em sua maioria aptos a resolverem questões que exigem aplicação de fórmulas e baixa interpretação de texto matemático, embora os mesmos tenham grandes dificuldades em questões que exigem maior conhecimento do conteúdo cilindros e que são contextualizadas necessitando de nível maior de interpretação de texto matemático, evidenciando que o processo de ensino e aprendizagem de geometria espacial necessitam de melhorias assim como sugere o PCN+, esse artigo focou em um diagnóstico inicial deixando em aberto posteriores sugestões e complementação de informações para a melhoria do ensino e aprendizagem referentes a geometria espacial enfatizando cilindros.

REFERÊNCIAS

- BERMEJO, Ana Priscila Borges. MORAES, Mônica Suelen Ferreira. COSTA, Acylena Coelho. Análise do ensino de geometria espacial. X EGEM - Encontro Gaúcho de Educação Matemática. Ijuí – RS: 02 a 05 de junho de 2009. Disponível em:
<http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_49.pdf> Acesso em 30 de janeiro de 2018 às 23:31
- BALDISSERA, Altair. A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos. Santa Terezinha de Itaipu – Pr. 2008. Disponível em:
<http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf> Acesso em 30 de janeiro de 2018 às 16:34.
- CHAER, Galdino. DINIZ, Rafael Rosa Pereira. RIBEIRO, Elisa Antônia. A técnica do questionário na pesquisa educacional. Evidência, Araxá, v. 7, n. 7, p. 251-266, 2011. Disponível em:
<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/maio2013/sociologia_artigos/pesquisa_social.pdf> Acesso: 31 de janeiro de 2018 às 10:57



DOLCE, Osvaldo. POMPEO, José Nicolau. Fundamentos de matemática elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica. 6. ed. – São Paulo: Atual, 2005

MEC. PCN+: Ciências Natureza. Disponível em:

<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>> Acesso em: 31 de janeiro de 2018 às 11:40

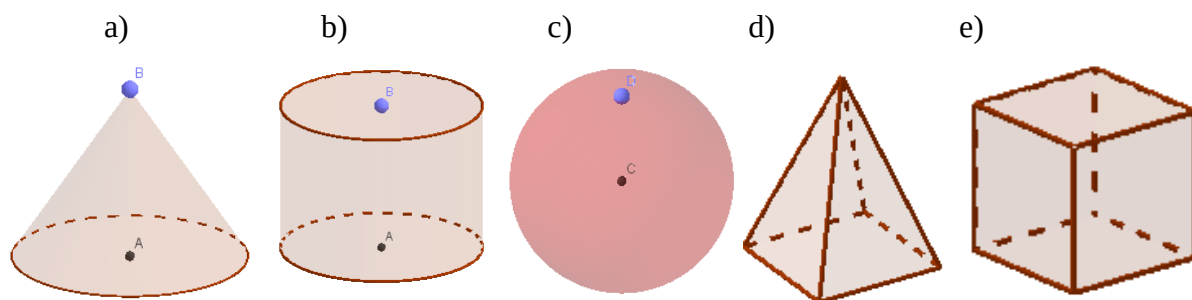
SOUZA, Joamir Roberto. Novo olhar matemática. v.3. 1.ed. São Paulo: FTD, 2010.

APÊNDICE 1

Resolva as questões a seguir:

Observação: Adote o valor de $\pi \cong 3,14$

1ª – Marque abaixo o único sólido em forma de cilindro.



2ª – Qual o valor da área lateral de um cilindro de raio da base igual 5 m e altura 16 m?

a) 502,4 m² b) 582 m² c) 602,2 m² d) 702,4 m² e) 520,8 m²

3ª – Qual o volume de um cilindro com altura 10 m e raio da base igual a 3 m?

4ª – Qual o raio da base de um cilindro de volume 54π cm³?

a) $r = \sqrt{\frac{68}{h}} \text{ cm}$ b) $r = \sqrt{\frac{h}{9}} \text{ cm}$ c) $r = \sqrt{\frac{454}{h}} \text{ cm}$ d) $r = \sqrt{\frac{54}{h}} \text{ cm}$ e) $r = \sqrt{\frac{h}{16}} \text{ cm}$

5ª – Determine o volume em cm³ de um cilindro inscrito em um cubo de lado 4 cm.

a) 96π b) 16π c) 4π d) 32π e) 10π



6ª – Aproximadamente quantos metros cúbicos de terra foram escavados para a construção de um poço que tem 10m de diâmetro e 15m de profundidade?

- a) 7024,7 m³ b) 1190 m³ c) 3027,2 m³ d) 2678,4 m³ e) 1177,5 m³

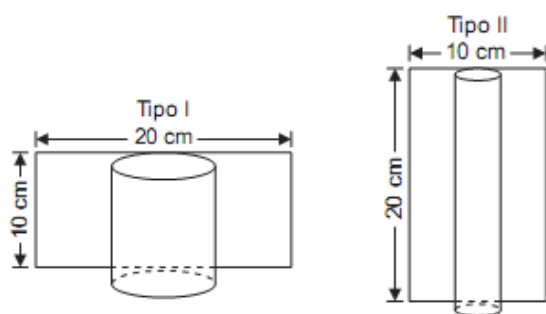
7ª – Qual o valor aproximado da massa de mercúrio em quilogramas, necessária para encher completamente um vaso cilíndrico de raio interno 6 cm e altura 10 cm, se a densidade do mercúrio é 13 g/cm³?

- a) **17 kg** b) **19 kg** c) **14,69 kg** d) **24,6 kg** e) **10,56 kg**

8ª – Calcule a área lateral de um cilindro equilátero sabendo que o raio da base mede 2 m.

- a) 60π m² b) 30π m² c) 24π m² d) 8π m² e) 16π m²

9ª – (Enem) Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 m x 10 cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina.



Supondo que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:

- a) o triplo. b) o dobro. c) igual. d) a metade. e) a terça parte.

10ª – Com uma folha de zinco de 5 m de comprimento e 4 m de largura podemos construir dois cilindros, um segundo o comprimento e outro segundo a largura. Determine em qual dos casos o volume é maior.



**GEOMETRIA RIBEIRINHA: ASPECTOS MATEMÁTICOS DA COMUNIDADE
DO URUBUÉUA FÁTIMA EM ABAETETUBA-PA.**

Odirley Ferreira da Silva

SEDUC-PA

E-mail: odirleyrock@hotmail.com

Osvaldo dos Santos Barros

Universidade Federal do Pará (UFPA)

E-mail: o.barros@yahoo.com.br

RESUMO

Na matemática escolar a geometria euclidiana nem sempre corresponde às necessidades de aprendizagem dos alunos da escola ribeirinha, pois esta, em alguns casos, não apresenta uma solução satisfatória para alguns problemas cotidianos vivenciados por esses estudantes. A pesquisa em nível de mestrado investigou práticas que foram, e ainda são, realizadas por um ribeirinho da ilha Urubuéua Fátima pertencente ao município de Abaetetuba-Pará; o objetivo foi à composição de um material paradidático que leve em consideração a diversidade e a identidade dos ribeirinhos da Amazônia Tocantina, a pesquisa possibilitou a elaboração de questões que contemplem o ensino numa perspectiva transcultural, cuja temática é a cotidianidade ribeirinha que agrega um repertório de um saber/fazer matemático com características geométricas típicas, observando que a geometria escolar de origem euclidiana nem sempre consegue propor um resultado aceitável, nas condições em que os ribeirinhos dispõem-se ao problema, portanto a partir disso cunhamos o termo geometria ribeirinha. Foram expostas as seis atividades, que Bishop (1988), afirma serem fundamentais para que o indivíduo desenvolva o conhecimento matemático, elaboramos as questões contidas no livro paradidático considerando essas atividades. O trabalho foi desenvolvido com base em pressupostos epistemológicos da educação etnomatemática proposto por Vergani (2000); Ubiratan D'Ambrósio (1986, 1993, 2001); Bishop (1988, 1999, 2006) e nas concepções de Paulo Freire (1993). No final do trabalho apresentamos nossas considerações referentes às conexões possíveis, para que a matemática informal contribua com o ensino da matemática formal, observando que a relação entre ciência, cultura e escola fortalece-se a partir de uma educação multicultural.

Palavras-chave: Ensino de matemática. Geometria. Educação Ribeirinha. Etnomatemática.

Introdução

A pesquisa encontra-se na área de Educação Matemática e têm como elemento norteador as práticas cotidianas de um típico ribeirinho que reside na comunidade Urubuéua Fátima localizada no município de Abaetetuba-Pa. A partir da coleta de dados, feitas por meio de entrevista, elencamos informações para produzir um material paradidático que possa



complementar o livro didático utilizado em comunidades ribeirinhas onde funcionam o SOME³⁸ (Sistema de Organização Modular de Ensino).

Observamos que a Geometria Euclidiana nem sempre corresponde às necessidades de aprendizagem dos alunos da escola ribeirinha, pois em alguns casos, ela não apresenta soluções com sentido prático para problemas cotidianos vivenciados por esses estudantes, exemplo disso está presente no deslocamento de um ponto para outro no rio, na prática, a menor distância entre esses pontos não poderá ser representado por uma reta, tal trajeto na maioria das vezes não é possível de ser realizado, logo estamos falando de um melhor trajeto a ser feito, este que deverá levar em consideração os elementos existentes no rio que garantem a navegabilidade, profundidade e fluxo de maré, portanto passamos a observar as limitações metodológicas do ensino da Geometria Euclidiana, o que nos levou a pensar como são elaboradas outras soluções, para as quais cunhamos o termo geometria ribeirinha.

Foi possível observar após treze anos lecionando em comunidades ribeirinhas, que o principal recurso utilizado pelos professores nessas regiões é o livro didático distribuído pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), tal programa segundo o Ministério da Educação (MEC), tem como objetivo subsidiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da educação básica, esse programa é nacional e disponibiliza livros de várias disciplinas para todo o território, portanto não é possível encontrar nesses livros elementos com raízes culturais características de uma cultura específica.

O trabalho visou à composição de uma dissertação de mestrado e de um produto educacional, o mesmo foi idealizado a partir de um problema observado nas aulas de matemática em comunidades ribeirinhas, estamos nos referindo quando o ensino limita-se apenas em utilizar os exemplos e exercícios propostos pelos livros didáticos distribuídos pelo PNLD, logo percebemos a necessidade de dar mais significado as aulas de matemática, inserindo nos exemplos e exercícios atributos culturais típicos dos estudantes ribeirinhos, pois

³⁸SOME: Modalidade de ensino estruturada em módulos que oferta o ensino fundamental maior (6º ao 9º ano), e o ensino médio (1º ao 3º ano), nas regiões rurais (ilhas e ramais) pertencentes ao município de Abaetetuba-PA.



percebemos que ao realizar o trabalho apenas com o livro didático, tínhamos um ambiente que não oferecia uma aprendizagem com significação para os alunos. Pois;

Por mais que as verdades matemáticas sejam universais, isso não significa que o ensino de matemática deve ignorar a individualidade dos alunos e o contexto social e cultural no ensino. Uma educação matemática tem que fazer algo mais que se limitar a comunicar essas verdades aos alunos. (BISHOP, 1999, p. 27).

O ensino da matemática, seguindo os moldes tradicionais, não considerava as práticas relacionadas à cultura como possíveis instrumentos para auxiliar e dinamizar o ensino da disciplina, ou seja, era inconcebível levar em consideração o fazer matemático que os alunos detinham em sua base cognitiva, pois não havia espaço para tais conhecimentos vistos como inferiores e incoerentes para serem utilizados no contexto formal das instituições escolares. Portanto, entendemos que as diferenças serão difíceis de evitar e que todos têm o direito de viver suas diferenças e serem respeitados, em relação a isso (Santos, 2003, p. 33) afirma que “As versões emancipatórias do multiculturalismo baseiam-se no reconhecimento da diferença e do direito à diferença e da coexistência ou construção de uma vida em comum além de diferenças de vários tipos”.

A educação hoje deve estar voltada para possibilitar meios em que a o aluno possa construir seu conhecimento a partir do que for favorável para ele nesse processo, o professor será o mediador para que essa tarefa seja realizada, ele mostrará os passos iniciais durante o processo de ensino, porém os caminhos da aprendizagem serão construídos pelos próprios alunos.

A metodologia de Pesquisa

Optamos como encaminhamento metodológico a realização de uma pesquisa de campo de caráter descritivo e etnográfico, pois a mesma apontou saberes de um individuo pertencente a um grupo (ribeirinhos). Nesse contexto, foram observados elementos que subsidiaram as questões do livro paradidático.



A pesquisa ocorreu durante um período de quatro meses (junho a outubro de 2017). Utilizamos um questionário com perguntas semiestruturadas, além da entrevista, foi possível acompanhá-lo em alguns momentos durante a realização de algumas de suas práticas cotidianas, tais como: a colheita do açaí, a colocação de armadilhas para captura de camarão e o reparo de redes de pescar. Realizamos uma observação participante e fizemos anotações em campo, dessa forma podemos presenciar com mais clareza o ribeirinho realizando algumas de suas atividades cotidianas.

As perguntas do questionário focaram inicialmente em informações básicas sobre o sujeito, data de nascimento, idade, escolaridade, etc. Na sequência o foco foi fazer o levantamento das práticas tradicionais que o ribeirinho já realizou e ainda realiza em sua vida, o mesmo narrou sua trajetória em várias atividades tradicionais a partir dos 13 anos de idade até sua idade atual de 55 anos. Dessa forma foi possível elencar informações sobre: a retirada de palmito para comercialização e os elementos condicionantes para o manejo das árvores; estratégias para a colheita e armazenamento do açaí; a pesca de camarão e como funciona a estrutura da armadilha, assim como a sintonia que deve existir da mesma com o movimento das marés possibilitando uma boa captura do crustáceo e a atividade pesqueira com todos os elementos e funções pertencentes a ela.

As práticas citadas são atividades ligadas à sobrevivência das pessoas residentes em comunidades ribeirinhas, esse conhecimento empírico manifesta-se nos mais imperceptíveis detalhes que constituem as motivações particulares presentes na vida de cada um, D' Ambrósio (2005) afirma que o conhecimento é o gerador do saber, elemento este decisivo para a ação, portanto pescar, caçar, plantar, coletar, colher, construir e deslocar-se, representa não somente a tarefa cotidiana sendo executada, deveras é a garantia de sobrevivência e de transcendência desses povos.

A Geometria Ribeirinha materializa-se nos elementos de cada prática, nas estratégias singulares existentes em cada atividade. Portanto, fizemos uma análise das informações obtidas e destacamos as singularidades dessas práticas típicas ribeirinhas nos exercícios que compõem parte do livro paradidático.



Segundo Bishop (1988, 1997, 1999, 2006), são seis as atividades que o autor denomina de panculturais, estas seriam condições necessárias e suficientes para a base do desenvolvimento do conhecimento matemático. São elas:

I-Contagem.

II-Localização.

III-Medição.

IV-Desenho.

V-Jogo.

VI-Explicação.

Identificamos as atividades panculturais descritas por Bishop nas práticas ribeirinhas desenvolvidas pelo objeto da pesquisa, e a partir disso, elaboramos seis questões relacionadas a cada atividade, totalizando trinta questões.

Aplicamos também as ideias contidas no programa de pesquisa em etnomatemática, pois possibilita a transformação da escola tornando-a um espaço de respeito à diversidade cultural promovendo uma educação democrática, uma vez que abre espaços para discussões e reflexões acerca dos diferentes saberes relacionados ao fazer matemático, onde os mesmos eram normalmente excluídos do contexto escolar. Objetivamos possibilitar uma significação e ressignificação da disciplina para os educandos, ocasionada por uma aprendizagem com finalidade prática para os mesmos, pois segundo D'Ambrósio (2005, p.17), o grande motivador do programa de pesquisa que ele denomina de Etnomatemática é procurar entender o saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizando em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações.

Fundamentação Teórica

Ao falarmos de pesquisa etnográfica em contexto de um grupo específico, objetivando analisar práticas tradicionais para coletar elementos que possam dinamizar o processo de ensino e aprendizagem, temos D' Ambrósio (1993), com sua obra "Etnomatemática. Arte ou Técnica de Explicar e Conhecer", o autor propõe metodologias de ensino de matemática diferenciadas, considerando que a disciplina deve ser concebida com naturalidade em qualquer ambiente, pois



o saber/fazer matemático responde a fatores materiais e sociais e para o conhecimento fazer sentido o mesmo deverá ser considerado do ponto de vista sócio-histórico-cultural.

Temos também Alan Bishop (1999), o mesmo fala sobre as habilidades presentes nas práticas culturais, que no geral são transmitidos pelos mais velhos ou experientes para os mais jovens membros das comunidades, o teórico analisa as interações sociais entre os indivíduos, estas que são fundamentais para o compartilhamento desses conhecimentos entre os membros de uma mesma comunidade, o autor define esse processo como enculturação; segundo Alan Bishop (1999, p.160) “Enculturação é um processo interpessoal e, conseqüentemente, um processo interativo entre pessoas. Neste sentido, a Enculturação Matemática não é diferente de qualquer outra enculturação”. Ainda sobre enculturação Bishop afirma que;

A enculturação, como é conhecida de maneira formal, é um processo criativo e interativo no qual há a interação entre quem vive na cultura e quem nasce dentro dela, e que tem como resultado ideias, normas e valores que são similares de uma geração a outra, embora seja inevitável que haja diferença em algum aspecto devido à função «recriadora» por parte da geração seguinte (BISHOP, 1999, p. 119).

Os autores indicam que a matemática é uma atividade espontânea presente nas praticas culturais e tradicionais dos grupos, pois existe um entrelaçamento entre matemática, sociedade e cultura, portanto o professor deverá analisar o ambiente que está atuando, para que a partir disso, possa construir e reconstruir os conceitos matemáticos situados na cultura dos educandos, promovendo dessa forma metodologias diferenciadas. Acreditamos que o livro didático é necessário para o entendimento dos conceitos e conteúdos de matemática de forma global, porém o ponto de partida deverá ser os saberes ligados à tradição dos alunos.

Por fim, utilizamos as concepções de Freire (1993), o teórico afirma que respeitar o saber popular, é respeitar o contexto cultural dos indivíduos envolvidos do processo educacional.



A Proposta Sendo Aplicada.

Vamos agora expor umas das seis atividades descritas por Bishop (1988) e em seguida vamos exemplificá-la em uma das práticas elencadas na pesquisa.

A contagem é a primeira atividade em Matemática, que segundo o teórico, retrata a preocupação com a pergunta “quantos?” e com o uso de uma maneira sistemática de comparar e ordenar fenômenos discretos. Tais fatos fizeram com que diversas sociedades criassem seus próprios sistemas de numeração. Essa atividade também pode envolver registros ou usos de objetos ou cordas para registro, palavras ou nomes especiais para números. E diante disso, a Matemática foi desenvolvendo e criando outras ideias, tais como números, padrões de números, relações entre números, representação algébrica, eventos, probabilidades, frequências, métodos numéricos, combinatória e limite.

Na atividade da pescaria é muito comum à utilização de uma unidade de medida denominada de braça, que se refere a uma antiga medida de comprimento equivalente a 2,20 metros, apesar de antiga, atualmente ainda é usada e compreendida por muitos trabalhadores rurais e outras pessoas envolvidas com o meio rural. Devido à necessidade de quantificar a profundidade de alguns pontos do rio, baía, oceano ou igarapés; locais esses chamados de pesqueiros, pois representam uma boa opção para colocar as redes de pesca, se faz necessário o “mapeamento” da profundidade para que se coloque a rede adequadamente, minimizando acidentes que possam provocar danos ao instrumento de pesca e aumentando sua eficiência na captura de peixes.

Os ribeirinhos utilizam essa unidade de medida culturalmente característica dessas regiões como uma maneira sistemática de comparar a profundidade de um local com a medida de ponta a ponta dos dedos maiores das mãos quando os braços estiverem abertos, ou seja, uma braça é a envergadura de um homem adulto.

Ressaltamos que apesar de nem todos os homens possuírem a mesma envergadura, ou seja, a mesma medida de braça, esta é aceita por meio de um acordo social e cultural entre os ribeirinhos, exemplificando o que denominamos de geometria ribeirinha, pois apesar de ser comum a existência de pequenas diferenças de medida entre uma braça e outra, existe o acordo



social entre os indivíduos, este que se expressa de forma singular dessas regiões ao dar conta de satisfazer as necessidades da atividade pesqueira.

Esse fato nos induziu a fazer a seguinte pergunta ao senhor Diquinho:

— Por que usar a braça se poderiam usar outra unidade, como por exemplo, o metro, pois esta unidade seria exata, não admitindo a variação que ocorre na braça?

Obtivemos a seguinte resposta:

— Professor, a pesca é um trabalho muito corrido então o pescador tem que ser rápido no que está fazendo, o plumeiro é a pessoa responsável em medir a profundidade do local, pra que seja jogada a rede e também pra saber se é possível que o barco navegue; seu instrumento de trabalho é o plumo, que é um peso, pode ser até de uma pilha grande, amarrado a uma linha resistente, então o plumeiro joga o peso no local e depois puxa pra dentro do barco, vai rapidamente fazendo a medição da quantidade de braças, usando o seu próprio corpo como referência para a tarefa, então é mais rápido se ele usar a braça pra fazer isso, pois tudo tem que ser ligeiro quando a gente tá pescando.

A partir do trecho da entrevista supracitado, compreendemos que existe uma dinâmica muito grande nas estruturas práticas da pescaria que exigem bastante rapidez, portanto a resposta do senhor Diquinho, para nós, justifica a pergunta que havíamos feito, pois entre usar um instrumento de medida para verificar a profundidade em metros de um local, com certeza torna-se uma ação mais demorada que usar o próprio corpo como instrumento para tal feito. Além do que se nós pensarmos em um recurso tecnológico para fazer essa verificação de profundidade, seria inviável financeiramente para os pequenos pescadores.

Basicamente o trabalho do plumeiro se resume em calcular quantos metros de cordas serão necessários para colocar a rede de pesca, de maneira que a mesma fique posicionada adequadamente no rio quando jogada. O senhor Diquinho explica que:

— Se o plumeiro vê que o rio tem 12 braças e nossa rede de pescar tem 8 braças, por exemplo, então a gente solta com a rede um cabo de 4 braças, desse jeito a rede vai chegar até o fundo e ficar posicionada do jeito certo para pegar os peixes.



Observamos também que, além da atividade de pescaria, a unidade denominada braça possui uma aceitação bastante comum entre os ribeirinhos quando precisam designar profundidade, mesmo não sendo pescadores. Portanto, se for feita a pergunta para um ribeirinho:

— Quantos metros de profundidade tem um determinado local?

A resposta será:

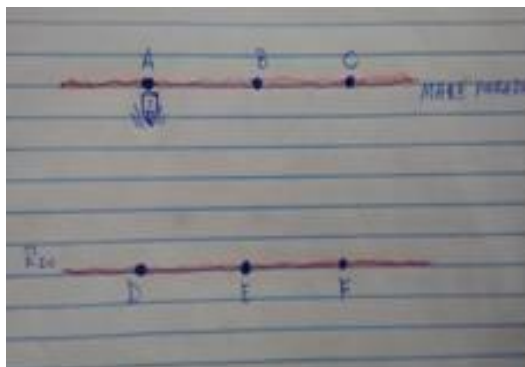
— X braças.

Podemos perceber que houve uma substituição da unidade de medida, o metro, para outra unidade de medida, a braça, objetivando designar a profundidade de um local. Claramente podemos observar que, nesse caso, ocorre uma relação entre números de sistemas diferentes, um sistematizado, construído e aceito cientificamente e outro antigo que não fornece uma precisão científica, porém ainda se mantém presente em práticas tradicionais solucionando problemas cotidianos.

O motivo da utilização da braça e substituição do metro pela mesma ficou bastante evidente, pois com a prática de jogar a rede e puxá-la fica logicamente mais prático para o pescador se orientar, estimando a profundidade a partir de seu corpo, utilizando seu principal instrumento de trabalho que são seus braços, uma vez que o dinamismo da atividade pesqueira exige que o indivíduo seja rápido em sua tarefa.

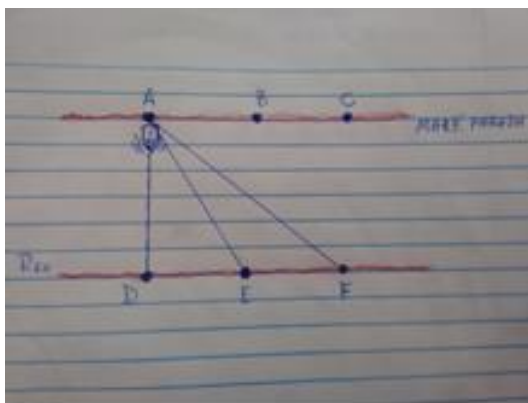
Na sequência vamos expor duas questões contidas no livro paradidático.

Questão I: Um barco vai atravessar um rio, essa travessia acontecerá de alguns pontos de uma margem para outra, levando em consideração o estado da maré que no momento está parada. Observe o desenho e faça o que se pede:



Fonte: Os autores.

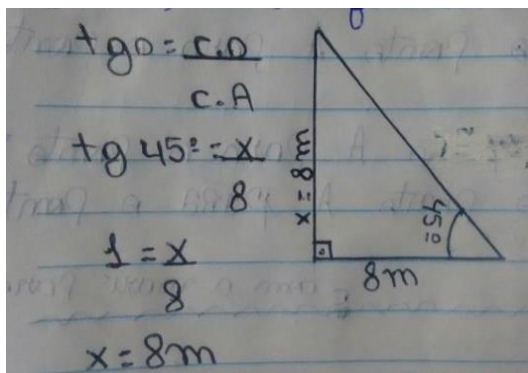
- a) A travessia do ponto A para o ponto D.
- b) A travessia do ponto A para o ponto E.
- c) A travessia do ponto A para o ponto F.



Fonte: Os autores.

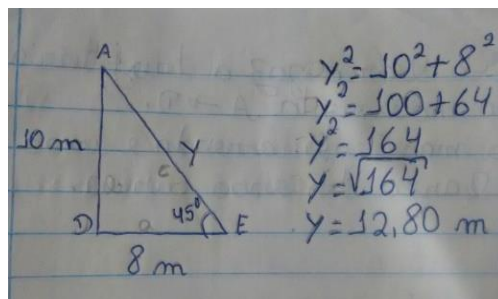
Em seguida foram atribuídos alguns valores para a situação para que fosse feito cálculos.

- d) Supondo que $DE=8m$ e $\hat{E}=45^\circ$, calcule a largura do rio AD.



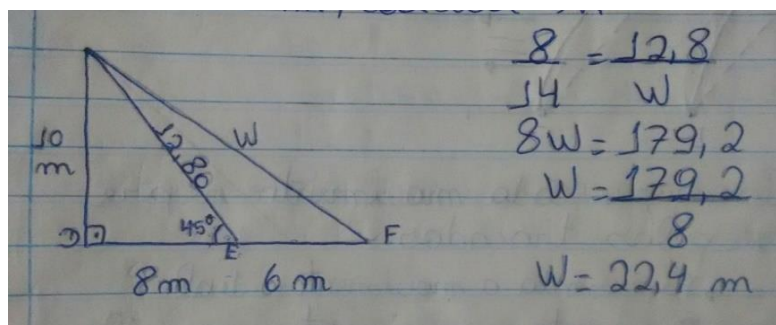
Fonte: Os autores.

e) Supondo agora que $DE=8\text{m}$ e $AD=10\text{m}$, calcule a medida de AE .



Fonte: Os autores.

f) Supondo que agora que $DE=8\text{m}$, $EF=6\text{m}$ e $AD=10\text{m}$, calcule a medida de AF .



Fonte: Os autores.

g) Quais são os elementos matemáticos que você consegue identificar na ação realizada, saindo do ponto indicado até os pontos desejados em outra margem do rio.

Respostas:

O exemplo de segmentos de reta, podemos identificar três: AD , AE e AF .

A menor distância entre dois pontos que é um segmento de reta.

O gráfico da função afim (1° Grau), que são as três retas indicadas nas travessias.

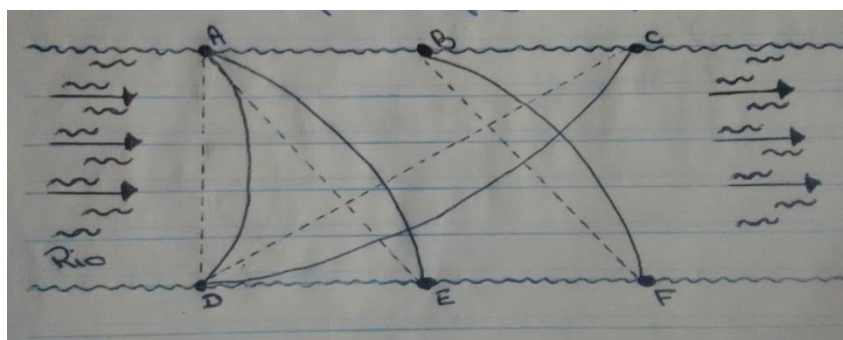
Polígonos semelhantes.

Relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo.

Questão II: Fazer a travessia de barco no mesmo rio indicado, considerando agora que existe fluxo na maré da esquerda para direita. Faça:

a) A travessia do ponto A para o ponto D .

- b) A travessia do ponto C para o ponto D.
- c) A travessia do ponto E para o ponto A.
- d) A travessia do ponto B para o ponto.



Fonte: Os autores.

- e) Por que o barco faz o movimento indicado na trajetória A→D.

Respostas:

Porque a maré esta enchendo e joga o barco para direita.

Porque a maré esta correndo e faz com que o barco faça essa curva.

Porque se o barco forçar outro movimento ele pode afundar.

Porque a maré está correndo e o barco é levado pela maré.

Porque a maré está correndo e isso faz com que o barco faça curva durante a travessia.

Porque o barco deverá fazer o encoste³⁹ no ponto D contra a maré.

- f) Classifique cada movimento representado pelos traçados.

Respostas:

Representa o movimento ideal para o barco fazer, pois gasta menos tempo e combustível, mais devido à força da maré não é possível e é arriscado tentar fazer.

Esse movimento agora é o movimento que é realizado com segurança devido à força da

³⁹ Encoste: O ato de atracar o barco em portos.



maré.

e) Quais são os elementos matemáticos que você consegue visualizar na situação?

Respostas:

O segmento de reta representa o movimento desejado ou o melhor movimento indicado pelas linhas pontilhadas.

Gráfico da função do primeiro grau.

Arco representando o movimento possível de vido à maré.

Gráfico da função do segundo grau.

Considerações.

Percebemos o dinamismo que existe quando se desenvolve os conceitos e conteúdos matemáticos priorizando um ensino pautado no âmbito cultural dos alunos, é isso que propomos e que pretendemos desenvolver, o produto educacional gerado pelo trabalho representa mais um recurso que poderá ser utilizar no processo de ensino de matemática, as questões propostas podem ampliar a percepção da disciplina, fazendo com os alunos manifestem um interesse despertado pela curiosidade ao se depararem com problemas que não costumam encontrar nos livros didáticos.

Percebermos que os alunos ao compreenderem o dinamismo existente na disciplina, sobretudo quando se utiliza os elementos presentes no âmbito cultural dos mesmos, se sentem mais a vontade, possibilitando uma aprendizagem mais significativa, além de desenvolver um olhar mais crítico e sensível para a disciplina, D'Ambrósio (1986) afirma que se a fonte do conhecimento estiver inserida na realidade na qual estamos imersos: o conhecimento manifesta-se de maneira total, holisticamente, e não seguindo padrões conceituais, normas previstas e/ou convencionais.

A geometria ribeirinha está presente em muitas atividades tradicionais: pescar, plantar, colher, caçar, construir, as lendas, os acordos sociais e viver as festas tradicionais, religiosas ou não; todas as práticas citadas possuem singularidades próprias e trazem as características que definem o ribeirinho, garantindo dessa forma a manutenção das tradições.



A matemática empírica utilizada pelos povos ribeirinhos, às vezes se opõem a matemática escolar, contudo conseguem fornecer sustentação para solucionar os problemas cotidianos dessas pessoas, embora as regras matemáticas organizadas e sistematizadas cientificamente sejam válidas e também utilizadas de maneira empírica. O foco de nosso estudo concentra-se nas soluções alternativas que os ribeirinhos encontram para resolver seus problemas cotidianos e o quando as mesmas podem contribuir com os processos metodológicos para o ensino da matemática.

REFERÊNCIAS

BISHOP, A. J. **Aspectos sociales e culturales de la Educación Matemática**. Enseñanza de las Ciencias. Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat Autònoma de Barcelona. v.6, n. 2, p. 121-125, (1988).

_____, A. J. **The relationship between mathematics education and culture**. Opening address delivered at the Iranian Mathematics Education Conference in Kermanshah, Iran, 1997.

_____, A. J. **Enculturación matemática**. La educación matemática desde una perspectiva cultural. Trad. Genís Sánchez Barberán. Barcelona, Espanha: Paidós, 1999.

_____, A. J. Alan Bishop: **Por Uma Educação Matemática Fundada em Uma Abordagem Cultural**. Entrevista concedida a Diogo Faria, Cristina Frade e Maria Laura M. Gomes. Presença Pedagógica, Belo Horizonte, v. 12, n. 71, p. 5-21, ago./set. 2006.

D' AMBROSIO, Ubiratan. **Da Realidade a Ação**: Reflexão Sobre Educação Matemática. São Paulo: Summus Editorial, 1986.

_____, Ubiratan. **Etnomatemática. Arte ou Técnica de Explicar e Conhecer**, 2ª edição [1ª ed. 1990]. São Paulo, Ed. Atual, 1993.

_____, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 8ª edição. Campinas: Papirus, 2001.

_____, Ubiratan. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**, 2ª edição, Belo Horizonte, Editora Autêntica, 2005 (Coleção: Tendências em educação Matemática).

FREIRE, Paulo. **Education for critical consciousness** New York: Seabury Press, 1973.

_____, Paulo. **Pedagogia da Esperança: um reencontro com a Pedagogia do oprimido**. 2ª edição. São Paulo. Paz e Terra. 1993.

SOUSA SANTOS, Boaventura, (2003). **Reconhecer para libertar**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira.



HISTORIA DA MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES PARA O PROCESSO DE ENSINO EM SALA DE AULA

Douglas Gabriel Oliveira dos Reis¹
Universidade do Estado do Pará
douglas.gabriel00@gmail.com

Fabiano Batista Soares²
Universidade do Estado do Pará
shevchenko.puga@hotmail.com

Eldon Ricardo Souza Pereira³
Universidade do Estado do Pará
eldon@ufpa.br

Resumo

Relato de experiência de graduandos em Licenciatura Plena em Matemática, da Universidade do Estado do Pará, na disciplina “História da Matemática”. O presente trabalho objetivou relatar a discussão sobre a importância da história em prol do ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos, a partir da vivência no curso e de pesquisas acerca da disciplina História da Matemática. Utiliza-se de diálogos reflexivos sobre o conteúdo, com o intuito de ressaltar a importância da utilização da história no ensino de conteúdos matemáticos para futuros professores, baseados no livro História da Matemática de Maria José Aragão, Introdução à História da Matemática de Howard Eves, História da Matemática de Carl B. Boyer e em teóricos que priorizam o uso da história para o ensino da matemática, priorizando o ensino e aprendizagem. Conclui-se que a experiência adquirida durante a disciplina contribuiu para a construção de um conhecimento renovado durante o processo de construção deste trabalho. Esperamos que o breve trabalho contribua para a formação de futuros professores e para melhor compreensão sobre o processo de ensino e aprendizagem para professores, pois essas contribuições colocam-se como essencial em nossa formação.

Palavras-chave: História da Matemática. Matemática. Ensino e Aprendizagem.

Introdução

A História da Matemática é a área de estudo dedicada à investigação, as origens e descobertas, métodos e notações matemáticas que foram desenvolvidas durante um longo tempo, desde as antigas civilizações até os dias atuais.

A História da Matemática é vista como um conteúdo de grande potencial para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática tanto para professores quanto para alunos.



Brito (2007), se preocupa com as finalidades pedagógicas da História da Matemática, e evidencia que o seu conhecimento poderá propor aos docentes reflexões que envolvam uma visão crítica sobre:

1. os fundamentos dos conteúdos matemáticos básicos presentes em sua prática docente;
2. as possibilidades de articular o ensino de matemática com as outras áreas do conhecimento;
3. a análise da diversidade cultural no que se refere à produção do conhecimento;
4. as potencialidades e os limites da utilização didática de atividades e outros recursos que envolvam a história da matemática e da educação matemática.

A utilização da história da matemática como recurso no ensino de conteúdos matemático e de suma importância, tem-se a possibilidade de buscar uma nova forma do aluno ver e entender a matemática, tornando-a mais contextualizada, mais interessante e mais agradável. Através do aprendizado de conteúdos matemáticos envolvidos com História da Matemática o aluno pode relacioná-la ao seu cotidiano.

É nesse contexto de transmissão e aprendizagem que o trabalho tem a preocupação em desenvolver em futuros professores o pensar de qual é importante o ensino da história dos conteúdos matemáticos.

Desta forma será discutido elementos teóricos de ordem epistemológica e metodológica que envolve a relação história da matemática e a sua importância na utilização para o ensino e aprendizagem, contudo vamos direcionar a discussão sobre o ponto de vista adquirido durante o período da disciplina História da Matemática, vivência na preparação de um futuro professor, que cursa Licenciatura Plena em Matemática na Universidade do Estado do Pará, Campus XI – São Miguel do Guamá.



História da Matemática

A matemática, assim como todas as outras ciências existentes, teve uma origem com alguém, local e data. Entretanto, não é possível determinar o local ou data exata das primeiras manifestações. Vários livros determinam o surgimento da matemática com as necessidades de cada povo, foram surgindo as primeiras noções de matemática desenvolvida de forma independente em culturas completamente diferentes pessoas foram encontrando formas de supri-las, e o mesmo ocorreu com os problemas, que acabaram dando margem ao desenvolvimento matemático que hoje conhecemos.

Os livros, Historia da Matemática de Maria José Aragão publicado em (2009), Introdução à História da Matemática de Howard Eves publicado em (2011), História da Matemática de Carl B.Boyer publicado em (1974), destacam importantes matemáticos e suas contribuições para a matemática, como:

- Em 4000 a.C. - Na Mesopotâmia, os sumérios desenvolvem um dos primeiros sistemas numéricos, composto de 60 símbolos.
- Por volta dos séculos IX e VIII A.C.. Os babilônios e os egípcios já tinham uma álgebra e uma geometria, mas somente o que bastasse para as suas necessidades práticas, e não de uma ciência organizada. Na Babilônia, a matemática era cultivada entre os escrivas responsáveis pelos tesouros reais. Apesar de todo material algébrico que tinham os babilônios e egípcios, só podemos encarar a matemática como ciência, no sentido moderno da palavra, a partir dos séculos VI e V A.C., na Grécia.
- A matemática grega se distingue da babilônica e egípcia pela maneira de encará-la. Os gregos fizeram uma ciência propriamente dita sem a preocupação de suas aplicações práticas.
- Do ponto de vista durante a leitura, a matemática grega se distingue da anterior, por ter levado em conta problemas relacionados com processos infinitos,



movimento e continuidade. As diversas tentativas dos gregos de resolverem tais problemas fizeram com que aparecesse o método axiomático-dedutivo.

- O método axiomático-dedutivo consiste em admitir como verdadeiras certas preposições (mais ou menos evidentes) e a partir delas, por meio de um encadeamento lógico, chegar a proposições mais gerais.
- As dificuldades com que os gregos depararam ao estudar os problemas relativos a processos infinitos (sobretudo problemas sobre números irracionais) “talvez” sejam elas as causas que os desviaram da álgebra, encaminhando-os em direção à geometria. É na geometria que os gregos se destacam, com a obra de Euclides, intitulada “Os Elementos”.
- Encontra-se também os trabalhos de Arquimedes. Arquimedes desenvolve a geometria, introduzindo um novo método, denominado “método de exaustão”, que seria um verdadeiro germe do qual mais tarde iria brotar um importante ramo de matemática (teoria dos limites).
- Os hindus com Brahmagupta em sua obra *Brahma-sphuta-sidanta* (650 d.C.) introduzem um símbolo completamente novo no sistema de numeração até então conhecido: o ZERO.
- Dá-se início à propagação da cultura dos hindus por meio dos árabes. Estes levam à Europa os denominados “Algarismos arábicos”, de invenção dos hindus.
- Um dos maiores propagadores da matemática nesse tempo foi, sem dúvida, o árabe Mohammed Ibn Musa Al-Khwarizmi, de cujo nome resultaram em nossa língua as palavras algarismos e Algoritmo. Al-Khwarizmi propaga a sua obra, “*Aldschebr Walmakabala*”. (É dessa obra que se origina o nome Álgebra).
- No ano de 1202, o matemático italiano Leonardo de Pisa ou Leonardo Fibonacci ressuscita a Matemática na sua obra intitulada “*Leber abaci*” na qual descreve a “arte de calcular” (Aritmética e Álgebra). Nesse livro Leonardo apresenta soluções de equações do 1º, 2º e 3º graus e apresenta o sistema indo-arábico para o continente europeus.



- No século XVII, a matemática toma um novo rumo, destacando-se de início René Descartes e Pierre Fermat.
- A grande descoberta de R. Descartes foi sem dúvida a “Geometria Analítica” que, em síntese, consiste nas aplicações de métodos algébricos à geometria.
- Pierre Fermat desenvolveu a teoria dos números primos e resolveu o importante problema do traçado de uma tangente a uma curva plana qualquer, lançando assim, sementes para o que mais tarde se iria chamar, em matemática, teoria dos máximos e mínimos.
- Ainda nessa época surge O Cálculo Diferencial aparece pela primeira vez nas mãos de Isaac Newton (1643-1727), sob o nome de “cálculo das fluxões”, sendo mais tarde redescoberto independentemente pelo matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz.
- Em 1824 - O norueguês Niels Henrik Abel conclui que é impossível resolver as equações de quinto grau.
- Em 1826 - O matemático russo Nicolai Ivanovich Lobachevsky desenvolve a geometria não euclidiana.
- Em 1931 - Kurt Gödel, matemático alemão, comprova que em sistemas matemáticos existem teoremas que não podem ser provados nem desmentidos.
- Em 1977 - O matemático norte-americano Robert Stetson Shaw faz estudos e desenvolve conhecimentos sobre A Teoria do Caos.
- Em 1993 - O matemático inglês Andrew Wiles consegue provar através de pesquisas e estudos o último teorema de Fermat.

Através da história da matemática é possível perceber que essa ciência percorreu um longo percurso na história da humanidade, passando por várias fases de seu processo evolutivo. Os livros mostram que a matemática tem raízes no antigo Egito e na Babilônia, em seguida, cresceu rapidamente na Grécia antiga. Matemática escrita em grego antigo foi traduzida para o árabe. Sobre o mesmo tempo um pouco de matemática da Índia foi traduzido para o árabe. Mais



tarde um pouco dessa matemática foi traduzido para o latim e se tornou a matemática da Europa Ocidental. Durante um período de várias centenas de anos, tornou-se a matemática do mundo.

A História da Matemática, constitui um dos capítulos mais interessantes do conhecimento, é um instrumento valioso para o ensino e aprendizado da própria matemática. Permite compreender porque cada conceito foi introduzido nesta ciência e porque, no fundo, ele sempre era algo natural, entender o que levou cada autor a desenvolver/aprimorar os conteúdos que hoje aprendemos em sala de aula mas sempre esteve presente em nosso cotidiano.

A Disciplina História da Matemática

A presença da História da Matemática no currículo dos cursos de licenciatura de Matemática foi introduzida desde o início do século XX em alguns países. Jones (1976, p.5), em um texto intitulado *Mathematics as a teaching tool*, registra que “recomendações para a inclusão de algum estudo de história em programas de treinamento de professores podem ser encontradas em vários estudos e relatórios de comitês de muitos países” (apud MIGUEL; BRITO, 1996, p.47).

A inclusão da História da Matemática na grade curricular de ensino básico aparece em algumas universidades no século XX a partir de 1980.

No Brasil, a preocupação com a função da disciplina História da Matemática na formação do professor de matemática aparece no I EPEM (I Encontro Paulista de Educação Matemática), realizado na cidade de Campinas, em outubro de 1989. Nessa ocasião, ficou constatada a ausência da disciplina História da Matemática na quase totalidade dos currículos de Licenciatura. Com referência a este encontro Miguel e Brito argumentam que:

“Ocorreu uma atividade coordenada denominada ‘Aspectos Históricos no Processo de Ensino-aprendizagem da Matemática’, na qual foi levantado o problema referente à função do estudo da história da matemática na formação do professor de matemática. Nessa ocasião, os participantes dessa atividade destacaram a ‘lamentável ausência da disciplina História da Matemática, quer na quase totalidade dos currículos de licenciatura, quer na quase totalidade dos cursos de magistério’ e que há pequena



oferta de cursos de história da Matemática para professores em exercício” (MIGUEL; BRITO, p. 48, apud Anais do I EPEM, 1996, p. 241).

A obrigatoriedade curricular da disciplina História da Matemática nos cursos de Licenciatura em matemática tem como data oficial, o ano de 2001. Porém, em 1997 Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) fazem a seguinte alusão:

“O conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos” (BRASIL, 1997, p.30).

A Importância da História da Matemática

Segundo STAMATO (2003), diz que:

“A importância do conhecimento da História da Matemática para o professor não se limita ao seu uso em sala de aula, ao seu uso didático. Seu conhecimento dá autonomia para o professor decidir, inclusive, se vai desenvolver o conteúdo matemático a partir da construção histórica dos conceitos. Autonomia no sentido de recolocar no professor a capacidade de refletir sobre a sua prática e refletir sobre as limitações que lhe são impostas, a partir das quais orienta a sua ação para superar os condicionamentos. Assim, quando decide pelo dever de cumprir uma norma, o centro da decisão é ele mesmo, a sua própria consciência moral¹⁸. E, ainda, autonomia no sentido do não obediência e aceitação da norma que não é sua por conformismo ou por temer a reprovação”.

Segundo Chervel (1990), há dois tipos de finalidades de ensino: as finalidades de objetivo, que são aquelas estabelecidas pela legislação vigente e as finalidades reais, que são aquelas pelas quais a escola ensina o que ensina, e, não necessariamente, são iguais às de objetivo.

Valente (2002) sugere algumas perguntas, as quais demonstram a sua preocupação com a qualidade do ensino, que a História da Matemática poderá proporcionar, a saber:

1. Que História da Matemática é importante para a formação do educador matemático?
2. Que matemática deveria ser tratada na História da Matemática para o educador matemático?



Pode-se observar que esse pesquisador entre outros, possuem uma preocupação qualitativa, ao estudo e ao ensino da História da Matemática, em termos de sua aplicação pedagógica, no que diz respeito à formação do docente e a sua prática profissional, de forma a contribuir com o aprofundamento de conceitos e procedimentos matemáticos.

Neste processo didático-pedagógico deve haver uma articulação entre pesquisa e ensino, envolvendo a teoria e a prática, de modo que o docente se torne produtor de novos conhecimentos. Entretanto não se deve perder de vista que a disciplina História da Matemática deve dar significado aos conteúdos matemáticos, com os quais o professor irá trabalhar durante o transcurso de sua atividade docente, em qualquer nível de ensino, fundamental, médio ou superior.

Segundo STAMATO (2003):

“O objetivo da disciplina História da Matemática, em um curso de formação de professores, não é descrever a história ou acumular conhecimento sobre a história, mas propiciar uma análise crítica das condições da criação e apropriação do conhecimento matemático pelas diversas culturas e atestar que este conhecimento está sujeito a transformações. Além disso, esse espaço disciplinar deve propiciar questionamentos às pretensões de verdade, deve revelar perguntas que não foram feitas dentro das demais disciplinas acadêmicas do currículo para a formação do professor.”

Sendo assim, podemos observar que o estudo da História da Matemática deve priorizar não apenas à vida e obra de matemáticos, mas sim, conhecer, refletir e discutir de como se constitui historicamente o saber matemático.

O conhecimento da História da Matemática para o professor não pode se limita apenas ao seu uso em sala de aula ou ao seu uso didático. Ao adquirir conhecimentos sobre a história de seus conteúdos o professor ganha autonomia para desenvolver o conteúdo matemático a partir da construção histórica dos conceitos.

De acordo com Silva, o educador matemático precisa:

“[...] antes de criar teorias, estabelecer objetivos, elaborar estratégias, desenhar métodos ou qualquer outra atividade teórica ou prática cuja finalidade última seja o ensino da matemática ... responder às questões filosóficas fundamentais sobre o



estatuto do objeto matemático, sobre a natureza da verdade matemática, sobre o caráter do método matemático, sobre a finalidade da matemática, sobre o estatuto do conhecimento matemático.”

Já Baroni e Nobre afirmam:

“O estudo do papel da História da Matemática no desenvolvimento do ensino aprendizagem da matemática tem crescido nos últimos anos, mas ainda não possui fundamentações sólidas que possam se constituir em parâmetros claros de atuação.”

Para D’Ambrósio (1996, p.10) a História da Matemática serve para alunos, professores, pais e público em geral, e algumas das suas finalidades principais são:

1. Para situar a matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução;
2. Para mostrar que a matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de matemática desenvolvidas pela humanidade;
3. Para destacar que essa matemática teve sua origem nas culturas da Antigüidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, como um estilo próprio; e desde então foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadoras e se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico.

Gasperi e Pacheco (2008) complementam:

“A história da matemática pode estar presente na sala de aula em vários contextos diferentes, pode ser apresentada de forma lúdica com problemas curiosos, “os enigmas”, como fonte de pesquisa e conhecimento geral, como introdução de um conteúdo ou atividades complementares de leitura, trabalho em equipe e apresentação para o coletivo. Também pode apresentar a matemática com uma gama de possibilidades de atividades diferenciadas que vão muito além das infundáveis sequências de exercícios e memorização de métodos e fórmulas.”

Neste ponto de vista, percebe-se que a utilização da história da matemática tem a possibilidade de fornecer outras formas de compreender a Matemática, tornando-a mais contextualizada, mais integrada com as outras disciplinas, mais agradável. Utilizando a História da Matemática em sala de aula o professor pode fazer com seus alunos compreendam a natureza dos objetos da matemática e como se desenvolveu essa ciência.

De acordo com os DCE/2006

“...O ensino da matemática trata a construção do conhecimento matemático sob uma visão histórica, de modo que os conceitos são apresentados, discutidos, construídos e



reconstruídos e também influenciam na formação do pensamento humano e na produção de sua existência por meio das ideias e tecnologias.” (p.24).

Em sala de aula, a História da Matemática possui um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem, pois ela pode estimular o pensamento dos estudantes, desenvolver o pensamento crítico e também fazer com que os alunos compreendam as ideias subjacentes às teorias e aos teoremas que são apresentados dentro de sala de aula, em geral, em sua forma final.

Considerações Finais

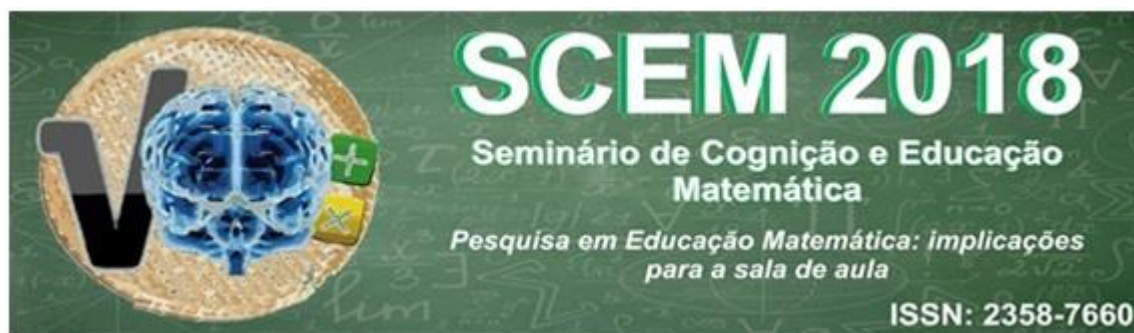
A História da Matemática assim como qualquer história é de suma importância para a humanidade, pois é onde podemos entender os fatos que ocorreram no passado a fim de compreender os fatos que ocorrem no presente e se não ainda os que ainda ocorrerão futuramente.

A disciplina História da Matemática tem papel de suma importância na formação dos futuros professores de Matemática assim como as outras disciplinas da grade curricular do curso de Licenciatura Plena em Matemática para explicar aos alunos de que formar os conteúdos abordados em sala de aula, sobre seu surgimento, necessidade e onde pode ser utilizado em seu cotidiano.

A utilização desse recurso em sala de aula sugere uma contextualização histórica do conteúdo que se quer trabalhar. Assim, mais do que nunca, o professor deve buscar meios/condições de inserir esse recurso em suas aulas.

Vários autores justificam o uso da História da Matemática no currículo escolar, afirmam que existem inúmeras formas de ser utiliza-la em sala de aula. Utilizando a História da Matemática em sala de aula o professor proporciona ao aluno condições que permite que ele descubra a dimensão de liberdade da criação da Matemática, ao mesmo tempo em que compreende melhor sua aplicabilidade real.

Ressaltamos que o ensino de conteúdos matemáticos e a história devem ser manuseadas de forma benéfica, concebida como suporte teórico, pode contribuir



significativamente para a construção de conhecimentos em sala de aula. A utilização da história na aprendizagem do educando também deve ser trabalhada apenas para fins de ensino-aprendizagem, a explicação de onde surge tal conteúdo e para que surge da noção de como o aluno pode utilizar o conteúdo ensinado, potencializando a cognição do educando.

Esperamos que o presente trabalho seja de suma importância no âmbito do ensino-aprendizagem para uma melhora na Educação de nossos educandos e que consiga contribuir para pesquisadores, professores e alunos um pensar sobre novos métodos e técnicas no processo do ensino e aprendizagem, possibilitando que lhes enriqueça o seu pensamento cognitivo, pois essa é nossa ferramenta de trabalho mais importante.

Referências

ARAGÃO, Maria José. **História da Matemática**; Editora Interciência, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares para Cursos de Matemática de 2001**: parecer CNE/CES 1.302/2001. Brasília: MEC/CNE, 2001, disponível em <http://portal.mc.gov.br/sesu/arquivos/pdf/130201mat.pdf>, acesso em 05.09.2018.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**; Tradução de Elza F. Gomide. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BRITO Arlete de Jesus. **A História da Matemática e a da Educação Matemática na Formação de Professores**. In: Educação Matemática em Revista, ano 13, n.º 22. São Paulo: SBEM, 2007.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC - SEF, 1997.142 p.

CHERVEL, André. **História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa**. In: Teoria e Educação, n.º 2, pp. 177-229. Porto Alegre: Pannônica, 1990.

D'AMBROSIO, U. **História da Matemática e Educação**. In: Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1996, p.7-17.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**; Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

MIGUEL, Antonio; BRITO, Arlete de Jesus. **A História da Matemática na Formação do professor de matemática**. In: FERREIRA, Eduardo Sebastiani (Org.). Cadernos CEDES n.º 40, p. 47-61. São Paulo: Papirus, 1996.

MIGUEL, Antônio; MIORIN, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.



MATEMÁTICA E LUDICIDADE: EXPLORANDO AS NOÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÃO NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO

Lucas Benjamin Barbosa Souza
Universidade do Estado do Pará – UEPA
benjamin.souza31@gmail.com

Tatiane Alexandra Tito de Araujo Alves
Universidade do Estado do Pará – UEPA
tatianealexandra@outlook.com

Jeane do Socorro Costa da Silva
Universidade do Estado do Pará - UEPA
jeanescsr@yahoo.com.br

Resumo: O professor de hoje deve constantemente reinventar sua prática docente para uma melhor concretização no processo de aprendizagem por parte do aluno. Nesse contexto, tomando por referência o ensino de Matemática, buscar alternativas metodológicas para o ensino de determinado objeto matemático se faz essencial e a comunicação com o corpo pedagógico pode contribuir na organização e aplicação desta metodologia. A partir dos nossos estudos optamos pela ludicidade como metodologia para o ensino de multiplicação de fração sendo o instrumento utilizado um material didático pedagógico, a saber, um twister matemático produzido pelos autores. Assim, este trabalho configura-se um relato de experiência que tem por objetivo apresentar os resultados e observações feitas na aplicação desta atividade diferenciada realizada durante o Estágio Supervisionado do Curso de Licenciatura em Matemática com uma turma de 28 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública da rede estadual de ensino em Belém do Pará. Constatamos que a utilização do lúdico no ensino de multiplicação de fração, apesar dos obstáculos presentes no próprio tipo de abordagem, favoreceu a aprendizagem deste conceito.

Palavras Chaves: Estágio Supervisionado. Ensino de Matemática. Ensino Fundamental. Ludicidade. Multiplicação de Fração.

Introdução

A disciplina de Prática de Ensino está presente no currículo do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará. Tal disciplina possui exigência obrigatória previstas nos parâmetros dos estágios supervisionados dos cursos de Licenciatura de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação e com o Conselho Nacional de Educação.

Tomando por referência o curso na Universidade do Estado do Pará o discente terá oportunidade de se deparar com algumas modalidades do ensino público, por exemplo, o Ensino fundamental regular; o Ensino médio regular; a Educação de Jovens e Adultos; o sistema



Mundiar, entre outros. A Prática de ensino ocorre a partir da segunda metade do curso, sendo um ano estabelecido contato com estudantes do Ensino Fundamental e um ano tendo como público estudantes do Ensino Médio.

O estágio supervisionado nos proporciona oportunidades de explorar diferentes ambientes de aprendizagem e realizar o exercício de nossa prática docente. É o momento do estudante da graduação coloca em prática os diversos ensinamentos obtidos ao longo do curso.

O estágio supervisionado nos dá a oportunidade enquanto licenciando de pôr em prática o que aprendemos na teoria e nos permite a criação de bases fortes à docência ao aproximar a teoria da prática e ao viabilizar um espaço para reflexões sobre nossa própria formação (TAVARES e COSTA, 2015).

Além disso, acaba por tornar-se o momento para que o futuro professor se aproprie do currículo de Matemático no Ensino Fundamental e Médio desenvolvendo e aplicando metodologias que concretizem o processo de aprendizagem por parte do aluno. Assim é de grande importância o professor ficar por dentro dos Parâmetros Curriculares Nacionais e da Base Curricular Nacional Comum.

No que concerne ao ensino fundamental tendo como objeto os números racionais, em específico as frações, o professor deve buscar alternativas metodológicas que despertem o gosto do aluno pela aprendizagem. Nesse sentido diversos trabalhos apresentam abordagem como a resolução de problemas, a contação de história, os jogos, material manipulável, as sequencias didáticas, entre outros.

Este trabalho é um relato de experiência que contem a descrição de uma atividade desenvolvida através de um material didático pedagógico, o jogo Twister Matemático, por graduandos do Curso de Matemática e Pedagogia no ensino de multiplicação de fração a uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública de Belém do Pará. Temos por objetivo apresentar os resultados observados na aplicação desta dinâmica evidenciando as contribuições proporcionadas pelo Estagio Supervisionado para formação docente.

A importância do estágio supervisionado na formação do professor de matemática

O Estágio Supervisionado é um momento de grande importância na formação do estudante da graduação, no campo das licenciaturas essa importância se intensifica pelo fato de



que é neste momento que podemos por meio da observação, avaliação e atuação construir e desenvolver nossa prática docente.

É no Estágio Supervisionado que o graduando possui oportunidade de pôr em prática os conhecimentos obtidos ao longo do curso, no estudo das demais disciplinas. Desde modo o estágio passa a dar oportunidade do futuro professor, conjecturar teorias, desenvolver pesquisas, aplicar atividades com uma abordagem metodológica diferenciada.

O Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará possui as disciplinas de Instrumentalização para o Ensino de Matemática I e II que se volta a preparar o graduando para o exercício da prática docente. Nesta disciplina (e em outras) conhecemos diversas abordagens as quais podemos utilizar no ensino de determinado objeto matemático.

Sua importância não se embasa somente em perspectivas educacional e social, mas também do ponto de vista moral, segundo a legislação educacional brasileira como vemos nas palavras de Lima e Lima (2013).

O Estágio Supervisionado é obrigatório para a conclusão dos cursos de licenciatura. O Conselho Nacional de Educação por meio do Parecer nº 28/2001, especifica a licenciatura como uma condição para o exercício de uma atividade docente. Essa obrigatoriedade aponta para a necessidade de se tomar a atividade docente e seu exercício, como *conditio sine qua non* para a própria formação intelectual e prática pedagógica do futuro professor, o que requer orientação e acompanhamento de um profissional já habilitado que, por sua vez, toma a práxis docente com um espaço de saberes em trânsito, logo inacabado. (LIMA; LIMA 2013, p. 303).

Não obstante, também está presente nas Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (nº 9394/56) como exigência nos Cursos de Licenciatura. Tal exigência visa segundo Bello e Breda (2007) a inserção do futuro professor no contexto profissional, para eles, o Estágio Supervisionado:

[...] constituindo-se em um espaço de formação, que deverá acontecer sob a supervisão e orientação direta de profissionais da universidade e, ainda, considerar a participação/intervenção dos profissionais que atuam nos diferentes espaços educativos” (BELLO; BREDA, 2007, p.01).

Nesse sentido do Estágio Supervisionado enquanto contribuidor para o desenvolvimento da prática docente, reforçamos que está sempre a ser desenvolvida. Considerando as diversas variáveis que permeiam o processo de ensino e aprendizagem que



estão para além do contrato didático previamente estabelecido pelo professor, arrisco dizer que não há aula perfeita. Toda via, por meio da prática podemos melhorar cada vez mais nossa atuação profissional para com os alunos.

Segundo Tardif (2002, p.159) a ação docente equipara-se às atividades de um artesão em que tudo surge do intelecto, ou seja de uma ideia fechada para com um objetivo e que utilizando dos conhecimentos presentes sobre a ferramenta de trabalho age a partir de suas tradições e receitas de efeito comprovado em sintonia com seu olhar pessoal adaptando à situação ali apresentada e nesse processo um outro fator passa a ser considerado a experiência obtida em cada uma das situações vivenciadas.

O processo de ensino estabelecido por parte do professor corrobora com a equiparação feita por Tardif. Nossa prática docente é construída e modelada segundo as ações descritas e que sofrem influência de nossos estudos, de nossos olhares à situação em específico e das experiências que acumulamos.

É importante salientar na graduação muitas vezes acabamos por nos distanciarmos das demais áreas do conhecimento, no exercício da prática docente o futuro professor estará na escola, um local de reunião de diferentes saberes e diferentes áreas do conhecimento em que o processo de aprendizagem não ocorre de maneira dicotômica, nesse momento, surge a oportunidade de experimentar as vantagens da interdisciplinaridade vinculando a matemática com as demais ciências. No entanto o desenvolvimento de qualquer atividade nesse âmbito deve ser previamente organizado, professor deve utilizar do suporte pedagógico disponível e assim otimizar os resultados a serem esperados.

Por fim, de uma forma geral, o estágio constitui-se para o estudante da graduação um leque de aprendizagem e uma grande contribuição para sua formação profissional e pessoal. Fillos e Marcon (2011) colocam o estágio como um componente curricular enriquecedor devido à oportunidade de aprimoramento dos múltiplos conhecimentos teóricos e práticos adquiridos na universidade, e conflituoso devido aos embates que o graduando enfrenta em circunstâncias novas. Os autores destacam também os desafios na conjuntura atual em que há uma grande indisciplina por parte dos alunos e uma falta de respeito com o corpo docente.



Obstáculos no ensino dos números racionais – frações

Durante o processo de ensino e aprendizagem diversos obstáculos podem vir a surgir de modo a comprometer tanto a ação de ensino por parte do professor quanto o processo de aprendizagem por parte do aluno.

Segundo AlMouloud (2007) os obstáculos possuem papel fundamental no processo de construção do saber por parte do aluno tendo variadas características como epistemológicas, didáticos, técnicos entre outros. Não obstante, o autor destaca a ideia de variáveis didáticas que se constituem como barreiras a ser superadas para o ensino de determinado conhecimento matemático. Neste ponto fatores como o instrumento utilizado, a abordagem metodológica escolhida é essencial para se atingir uma aprendizagem significativa por parte do aluno.

No que concerne ao nosso objeto de estudo, as frações identificamos que os alunos possuíam dificuldades em compreender as diferentes ideias associadas a seu conceito. Antes realização da atividade foi recapitulada essas representações de modo a efetivar a compreensão.

A abordagem da fração nos seus diferentes significados é prevista pelos Parâmetros Curriculares Nacional.

Os racionais assumem diferentes significados nos diversos contextos: relação parte/ todo, divisão e razão. A relação parte/todo se apresenta quando um todo (unidade) se divide em partes equivalentes. A fração, por exemplo, indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes, é o caso das tradicionais divisões de uma figura geométrica em partes iguais. A interpretação da fração como relação parte/todo supõe que o aluno seja capaz de identificar a unidade que representa o todo (grandeza contínua ou discreta), compreenda a inclusão de classes, saiba realizar divisões operando com grandezas discretas ou contínuas. (BRASIL, 1998. p.102).

Assim os documentos destacam entre os obstáculos presentes na aprendizagem dos números racionais, em específico das frações as diferentes representações por diferentes e infinitas formas fracionárias; a comparação entre os racionais parece contraditória à dos naturais, já que $3 > 2$, enquanto $1/3 < 1/2$; A multiplicação de números naturais (diferentes de 0 ou 1) a expectativa é obter como produto um número maior que ambos, já o mesmo não ocorre quando se multiplica 10 por $1/2$, pois o resultado é menor do que 10; (Brasil, 1997, p. 67).



Deste modo vemos que fração é uma das formas de representação dos números racionais adjunta a forma decimal em que ambas as representações precisam ser trabalhadas com os alunos. Em nossa atividade demos enfoque na forma fracionária visto que nosso objetivo era o ensino de multiplicação de fração.

Em que em vez de trabalhar com uma abordagem tradicional decidimos utilizar da ludicidade para despertar o interesse do aluno e sua interação na aula dinamizando o processo de ensino e aprendizagem.

A ludicidade como recurso metodológico para o ensino de matemática

Desde os primeiros anos de idade, a criança se demonstra um ser social quando se consegue notar suas habilidades de socialização na primeira instituição social que está inserida, a família. Deste ponto, a criança se desenvolve fisicamente e cognitivamente ao passar dos anos e estas progressões devem ser acompanhadas e auxiliadas de forma a aprimorar seus processos de desenvolvimento e aprendizagem.

Para o auxílio desse desenvolvimento, temos um motor muito importante que é capaz, quando bem utilizado, de alavancar seus conhecimentos e desenvolver a criança de modo crítico social e científico, esse motor é a ludicidade.

A importância da aprendizagem varia de uma espécie para a outra. Os animais, por exemplo, aprendem de maneira lenta, já o homem possui a capacidade de tirar proveito de tudo o que aprende, tem ações e reações, que iniciam até antes do seu nascimento e se desenvolvem pela aprendizagem (PINTO, TAVARES. 2010 p. 228).

O ser humano denominado como um ser racional tem a capacidade de desenvolver seu intelecto de forma rápida, ocorrendo assim a formulação de sua personalidade a partir das mudanças que podem ocorrer de natureza social, cognitiva e afetiva, influenciando nos processos de aprendizagem.

Segundo Coll (1997) “a análise de qualquer processo de aprendizagem precisa levar em conta todos os fatores e as possíveis interações que podem ser estabelecidas entre eles, fatores que são atividades, características e natureza”. E de acordo com Coelho (2002, p.11), “a aprendizagem é o resultado da estimulação do ambiente sobre o indivíduo já maturo, diante de



uma situação – problema sob a forma de uma mudança de comportamento em função da experiência”.

Em todos os casos, para um processo de aprendizagem satisfatório é necessário ter em mente que fatores devem ser avaliados e utilizar de recursos que contribuam para esse processo de forma significativa.

A ludicidade é um motor poderoso na formação de indivíduos e processos de aprendizagem, onde entende-se que o “brincar” se consolida em sociedade a gerações e a utilização de atividades lúdicas proporciona uma sensação de prazer capaz de consolidar conhecimentos já estabelecidos e equilíbrio emocional a criança. (PIAGET apud FARIA, 1995).

Mediante a isso, o lúdico é um importante fator no processo de aprendizagem da criança de modo que sua curiosidade é estimulada, proporcionando um desenvolvimento da fala, coordenação, autoconfiança pensamento e concentração. (Vygotsky, 1989).

Alguns educadores sentem dificuldades em utilizar recursos lúdicos para o auxílio de suas atividades, sobretudo em algumas áreas das ciências. Entretanto, profissionais comprometidos com a aprendizagem reconhecem o lúdico como ferramenta fundamental nos processos educacionais (MODESTO; RUBIO, 2014. p.2).

É perceptível a falta de atenção que é dada ao brincar; muitos adultos ainda acreditam que brincar é improdutivo, inútil e sem significado. Mas brincar é tão importante que é direito garantido por lei. A Lei Federal 8069/90- Estatuto da Criança e do Adolescente, capítulo II, artigo 16 que diz o seguinte no inciso IV- Brincar, praticar esportes e divertir-se. Nota-se que o documento sugere que toda criança deve desfrutar de jogos e brincadeiras, os quais deverão estar dirigidos para a educação. Ficando toda pessoa, em especial os pais e professores, responsáveis em promover o exercício desse direito. (MODESTO; RUBIO, 2014. p. 3).

Por meio do lúdico os alunos desenvolvem as competências necessárias para a vida crítico social do ser humano, o aprender a fazer, aprender a conhecer, companheirismo, aprender a respeitar as perdas e conhecer hipóteses. Desta forma o lúdico tem papel fundamental nos processos educativos formais e não formais.



A disciplina de matemática é tida por muitos como algo difícil e sem necessidade, o que ocasiona um desinteresse por parte dos alunos demonstrando quedas de rendimentos no desenvolvimento letivo relativo a matéria. Para a mudança desse cenário, os educadores necessitam de um despertar para atividades e recursos possam quebrar estes paradigmas relacionados a ciência e proporcionar um maior interesse dos alunos quanto a mesma.

Segundo Leite e Lacerda (2013, p.2.). A partir do lúdico, o aluno é convidado a desenvolver atividades que despertem o seu interesse e a busca pelo saber, a ludicidade ocorre assim por meio de desafios, exercícios lógicos, jogos em caráter de oficina. Para isso, cabe aos educadores um debate mais assíduo acerca das atividades que podem contribuir no processo de aprendizagem, sobretudo no ensino de matemática.

Com o amparo das atividades lúdico pedagógicas, o aluno compreende os reais fatores que denotam a matemática e sua importância, especialmente quando referidas a conhecimentos cotidianos que necessitam de conceitos e referências matemáticas para o desenvolvimento de pensamentos críticos cotidianos.

No aprendizado de Matemática temos, portanto, a cultura primeira. E vamos assumir como sendo o conhecimento primeiro em Matemática a contagem, o número, o signo numérico. A necessidade de controlar as quantidades é o problema que gera este conhecimento primeiro, tão necessário ao convívio humano. Distinguir as formas geométricas, calcular áreas, perímetros, compreender as relações existentes entre os elementos de um sólido geométrico, tudo isso é conhecimento em movimento, isto é, o conhecimento primeiro passa a elaborado, tornando-se primeiro para outro no processo de construção. (MOURA, 1992. p.17).

Metodologia

Uma vez escolhida a ludicidade como abordagem metodológica, desenvolvemos o material didático pedagógico nessa perspectiva. O material desenvolvido foi o Jogo Twister Matemático sendo utilizado para a realização da atividade diferenciada com a turma de 28 alunos do 6º ano da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Pro. José Alves Maia.

Em comunicação com a professora responsável pela turma verificamos que os alunos haviam visto o conceito de fração e as operações de adição e subtração, deste adaptamos o material para o desenvolvimento da atividade voltada para o ensino de multiplicação de fração.

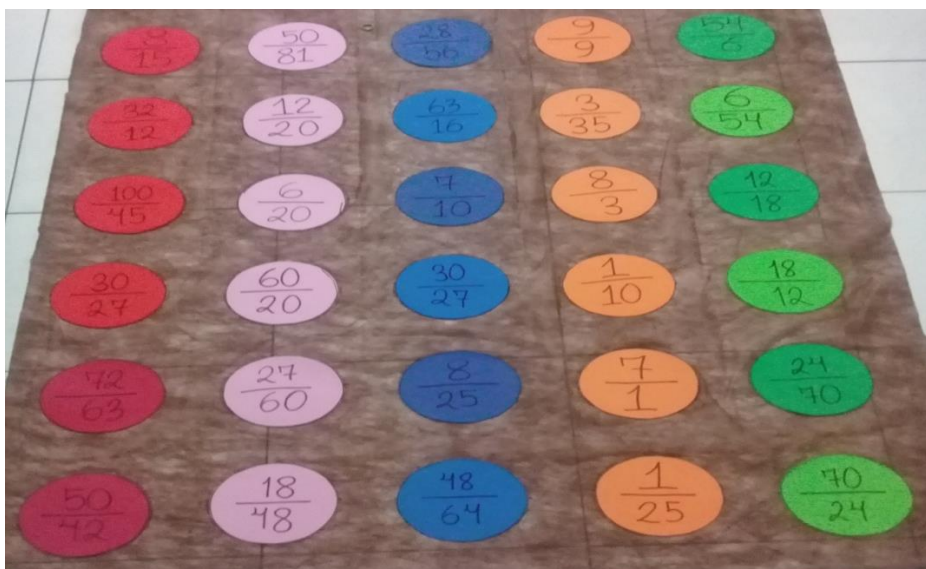


O Twister Matemático é um material didático pedagógico adaptável, pois pode ser remodelado para o ensino de diferentes objetos matemáticos. Consiste numa dinâmica de grupo em que os alunos precisam trabalhar em equipe para o desenvolvimento da atividade. O Twister Matemático se assemelha ao jogo Twister clássico com algumas modificações justificadas para adaptações para o trabalho com diferentes objetos matemáticos.

Os materiais utilizados para a elaboração do jogo foram o Tapete de TNT/EVA; Dado dos membros; Roleta da numerada e a tabela das operações, descritos abaixo conforme a adaptação para o ensino de multiplicação de fração.

Item (a) Tapete de TNT/EVA: O tabele de TNT é preenchido com os 30 (5x6) círculos coloridos de EVA preenchidos com o resultado de 30 operações de multiplicação de fração que os jogadores colocarão os membros sorteados (mão esquerda ou direita e pé esquerdo ou direito), como podemos ver abaixo.

Figura 1 – Tapete das frações de TNT/EVA.



Fonte: Os autores.

Item (b) Dado dos membros: O dado utilizado para sortear que membro o jogador irá colocar no círculo, caso acerte a operação. Tendo seis faces descritas por pé direito, pé esquerdo, mão direita, mão esquerda, escolha um membro e fique sem jogar, no ultimo o jogador não precisava realizar nenhuma ação.



Item (c) Roleta numerada: Após lançar o dado dos membros, caso o jogador não fique sem jogar, este girará a roleta numerada de 1 a 30 (números de círculos no tapete) que corresponde aos números das fichas que as equipes realizarão as operações, conforme a figura abaixo.

Figura 2 – Roleta numerada.



Fonte: Os autores.

Item (d) Tabela das operações: A tabela formada por fichas numeradas de 1 a 30, contendo 30 operações de multiplicação de fração. Após o jogador girar a roleta numerada o mediador da atividade irá expor a operação presente dentro da ficha sorteada. A figura 3 e a tabela 1 correspondem as operações de multiplicação de fração, a numeração da ficha corresponde a mesma numeração da operação a ser efetuada.



Figura 3 – Tabela das Operações.



Fonte: Os autores.

Tabela 1 – Operações de Multiplicação de Fração

Tabela das Operações				
1	2	3	4	5
$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$	$\frac{5}{9} \times \frac{10}{9}$	$\frac{4}{8} \times \frac{7}{7}$	$\frac{1}{9} \times \frac{9}{1}$	$\frac{6}{2} \times \frac{9}{3}$
6	7	8	9	10
$\frac{8}{4} \times \frac{4}{3}$	$\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$	$\frac{7}{4} \times \frac{9}{4}$	$\frac{1}{5} \times \frac{3}{7}$	$\frac{2}{6} \times \frac{3}{9}$
11	12	13	14	15
$\frac{10}{9} \times \frac{10}{5}$	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$	$\frac{7}{5} \times \frac{1}{2}$	$\frac{4}{1} \times \frac{2}{3}$	$\frac{4}{6} \times \frac{3}{3}$
16	17	18	19	20
$\frac{6}{3} \times \frac{5}{9}$	$\frac{6}{10} \times \frac{10}{2}$	$\frac{6}{3} \times \frac{5}{9}$	$\frac{1}{10} \times \frac{1}{1}$	$\frac{3}{3} \times \frac{6}{4}$
21	22	23	24	25
$\frac{9}{9} \times \frac{8}{7}$	$\frac{3}{10} \times \frac{9}{6}$	$\frac{2}{5} \times \frac{4}{5}$	$\frac{1}{1} \times \frac{7}{1}$	$\frac{8}{7} \times \frac{3}{10}$
26	27	28	29	30
$\frac{5}{7} \times \frac{10}{6}$	$\frac{6}{8} \times \frac{3}{6}$	$\frac{8}{8} \times \frac{6}{8}$	$\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$	$\frac{10}{8} \times \frac{3}{4}$

Fonte: Os autores.

O jogo consistia da seguinte maneira: os alunos eram divididos em equipes e elegiam um para jogar. Cada um integrante selecionado das equipes, a sua vez, jogava o dado dos



membros. Caso um membro (mão ou pé) seja selecionado, este jogador gira a roleta numerada em que o número sorteado representa a numeração da ficha com a operação que ele (e a equipe) terá (terão) de fazer. Caso a resposta dada pela equipe seja assertiva o jogador deverá colocar o membro selecionado no círculo com o resultado da operação realizada. A dinâmica se repete até a equipe erre uma operação ou que o jogador selecionado tire o membro do círculo.

Ressaltamos que buscamos trabalhar nesta atividade o algoritmo da multiplicação de fração por isso não está no nosso objetivo abranger a simplificação de frações e a forma decimal. É importante salientar que este ponto foi tocado por alguns alunos o que nos alegrou em demasia pela observação.

Na produção das operações presente na tabela nos atentamos a oportunizar o debate da propriedade comutativa da multiplicação e a exploração do seu elemento neutro.

Resultados e discussões

Logo na apresentação da atividade constatamos um grande interesse por grande parte da turma e observamos que outros se retraíram. Percebemos que fomos felizes na divisão da turma em equipes. Foram formadas três equipes que os membros em consenso nomearam de (1) Os melhores, (2) Titãs e (3) GDF (Galera do fundão). A dinâmica de grupo apontou resultados previstos nos Parâmetros Curriculares Nacionais em que:

O trabalho em grupo, ao valorizar a interação como instrumento de desenvolvimento pessoal, exige que os alunos considerem diferenças individuais, tragam contribuições, respeitem as regras estabelecidas, proponham outras, atitudes que propiciam o desenvolvimento da autonomia na dimensão grupal (BRASIL, 1997. p.62).

Observamos que as equipes trabalhavam em sintonia, tendo até momento de uma equipe ajudar a outra se esquecendo da parte competitiva da dinâmica. Constatamos também que alguns dos alunos que não quiseram participar da dinâmica observam todo o processo, consideramos como positiva, pois, acreditamos que estes prestavam atenção nas operações a serem realizadas pelas equipes.

No que tange aos desafios, houve momentos de empolgação por parte dos alunos que os conduzia para uma dispersão, neste momento, os mediadores interviam para que os alunos não perdessem a linha de raciocínio estabelecida pela dinâmica.



Acerta da aprendizagem do conteúdo matemático, como dito anteriormente, escolhemos operações que em um próximo encontro pudéssemos trabalhar a simplificação de frações. Pelo fato de termos apresentado a representação da fração enquanto divisão ocorreu na ficha nº4 e nº24 o manifesto da apresentação do resultado na sua forma inteira. Neste momento retomamos a apresentação inicial de que os números inteiros possuem denominador 1 implícito em sua forma.

Na mesma linha aproveitamos ao sair a ficha nº19 e 24 para reiterar aos alunos o 1 enquanto elemento neutro da multiplicação e a fração $\frac{1}{1}$ como elemento que não influi no outro fator. Embora não tenhamos explorado a comutatividade da multiplicação esperamos a saída das referidas fichas acima para comparar as operações evidenciar que a ordem dos fatores não afetaria o resultado na multiplicação de fração.

Por fim, um obstáculo apresentado por alguns alunos foi a realização da operação de adição ora entre os numeradores ora entre os denominadores. Percebemos disso que o significado das operações não estava internalizado e suas diferenciações estabelecidas. Aproveitamos para restabelecer a ideia de numerado denominador focando tanto no conceito quanto no procedimento.

Tal ação é reforçada por Silva, Farias e Enofre (2016) que ressaltam que em todas as etapas é importante o estabelecimento do dialogo por parte do professor para com os alunos, abrindo espaço para questionamentos e socializações a fim de integrar as pontuações no quadro geral da matemática.

Considerações finais

Buscamos neste relato apresentar os resultados de uma atividade diferenciada realizada durante o Estágio Supervisionado para o ensino de multiplicação de fração utilizando um material didático pedagógico e uma abordagem metodológica a partir da ludicidade. Reconhecemos as limitações do material utilizado e os obstáculos presentes na utilização do jogo como metodologia.



Consideramos esta atividade primeiramente como um fator motivador para os alunos nas aulas de Matemática, e as operações presentes nas fichas buscaram explorar conceitos prévios as frações, propriedades ainda presentes nos naturais que ainda permanecem nos racionais. Ficamos abertos a contribuições para o desenvolvimento da atividade, e em proposta para adaptações do Twister Matemático para o ensino de outros conteúdos matemáticos.

Temos por expectativa que este trabalho, fruto da disciplina de Prática de ensino, contribua para a produção de outros. A divulgação e publicação de atividades desenvolvidas no exercício no Estágio Supervisionado colaboram para com a formação dos próximos graduandos do Curso de Licenciatura em Matemática.

Buscamos evidenciar também a importância da colaboração do professor de matemática com os demais de outras áreas e para com a equipe pedagógica. Ressaltamos essa importância na própria elaboração desse trabalho desenvolvido por graduandos do curso de Matemática e Pedagogia.

Referências

- ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Ed. UFPR, 218 p. 2007.
- BELLO, S. E. L.; BRED, A. Saberes, práticas e dificuldades pedagógicas: implicações curriculares para os novos estágios de docência nos cursos de licenciatura em matemática. In: **IX Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM**, 2007, Belo Horizonte - MG. Anais. Belo Horizonte - MG: Editora da UFMG, 2007. p. 1-15.
- COELHO, M. T. **Problemas de aprendizagem**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2002.
- FILLOS, L. M.; MARCON, L. da C. J. Estágio supervisionado em matemática: Significados e saberes sobre a profissão docente. In: **X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE**, 2011. Curitiba – PR. Anais. P.1689-1701.
- LEITE, L. R.; LACERDA, M. S. Ensinando Matemática Jogando: Ludicidade no Ensino. **Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2013.
- LIMA, F. J. de; LIMA, I. B. de. O Estágio Supervisionado em matemática como espaço de desenvolvimento da epistemologia da prática docente. **Revista Eletrônica Olh@res – Guarulhos São Paulo (SP)**, v.1., n.1, p. 303-324, maio 2013.
- MODESTO, M. C.; RUBIO, J. de A. A Importância da Ludicidade na Construção do Conhecimento. **Revista Eletrônica Saberes da Educação**, v. 5, n. 1, p. 1-16, 2014.
- MOURA, M. O. de. **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. 1992.
- PIAGET, J. **Desenvolvimento e aprendizagem**. Studying teaching, 1972.



PIAGET, J. **A Construção do real na criança**. 3. Ed. São Paulo: Ática, 1996.

PINTO, C. L.; TAVARES, H. M. O lúdico na aprendizagem: apreender e aprender. **Revista da Católica, Uberlândia**, v. 2, n. 3, p. 226-235, 2010.

SILVA, E. S.; FARIAS, E. R.; ONOFRE, E. Construindo o significado da multiplicação de frações para aprendizagem significativa do conceito de juros simples. **IX Encontro Paraibano de Educação matemática**. Anais do IX EPBEM. Editora Realize. Campina Grande – PB. 2016.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.



MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS: OS TÓPICOS MAIS FREQUENTES NO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO - ENEM (2009 a 2017)

Paulo Antonio Aragão e Silva
Mestrando do PROFMAT – UFPA
pauloaragaouepa@gmail.com
Sóstenes Tourinho de Souza
Licenciado em Matemática pela UEPA
netotourinho@gmail.com
Orientador⁴⁰

RESUMO

Realizamos neste artigo uma análise quantitativa das questões de matemática do ENEM (2009 a 2017), referente aos onze assuntos de maiores incidências no referido exame. A problemática foi catalogar e enquadrar todas as questões de matemática aplicadas no Exame Nacional do Ensino Médio, no período de 2009 a 2017, dentro de onze tópicos que apresentaram as maiores incidências no Exame, são eles: 1- Porcentagens e Percentuais; 2 - Grandezas Proporcionais; 3- Perímetros, áreas e volumes; 4- Probabilidade e Estatística; 5- Funções; 6- Interpretação de gráficos e tabelas; 7- Aritmética; 8- Análise Combinatória; 9- PA e PG; 10- Lógica Matemática; e 11- Matrizes e Determinantes. Procuramos também: a) descrever os principais sistemas de avaliação da educação brasileira; b) apontar as principais mudanças ocorridas no ENEM em 2009, e que vigoram até os dias de hoje; e c) esclarecer a metodologia de avaliação utilizada pelo ENEM. Por meio deste estudo, esperamos esclarecer a professores e alunos, os assuntos, contidos na matriz de Matemática e suas Tecnologias, que o Exame julga mais importantes para avaliar os estudantes, e, portanto, que precisam ser priorizados na preparação ao referido Ex

Palavras chave: Educação Matemática. Avaliação da Educação. Exame Nacional do Ensino Médio.

ABSTRACT

In this article we present a quantitative analysis of the mathematical issues of the ENEM (2009 to 2017), referring to the eleven subjects of greater incidence in the said exam. The problem was to catalog and frame all mathematics questions applied in the National High School Examination, from 2009 to 2017, within eleven topics that presented the highest incidence in the Exam, are: 1- Percentages and Percentages; 2 - Proportional Quantity; 3- Perimeters, areas and volumes; 4- Probability and Statistics; 5- Functions; 6- Interpreting graphs and tables; 7- Arithmetic; 8- Combinatorial Analysis; 9- PA and PG; 10- Mathematical Logic; and 11-Matrices and Determinants. We also try to: a) describe the main evaluation systems of Brazilian education; b) to point out the main changes that occurred in the ENEM in 2009, and which are still in force today; and c) clarify the evaluation methodology used by ENEM. Through this study, we hope to clarify to teachers and students, the subjects, contained in Mathematics Matrix and its Technologies, that the Exams deems most important to evaluate the students, and therefore, that need to be prioritized in the preparation of said Exam.

Keywords: Mathematical Education. Evaluation of Education. National High School Exam.

⁴⁰ Agradecimento especial ao Professor Doutor Pedro Franco de Sá, que foi orientador do Trabalho de Conclusão de Curso que originou este Artigo.



1. INTRODUÇÃO

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) tornou-se a principal porta de acesso ao ensino público superior. O Exame foi criado em 1998, com o objetivo de avaliar o desempenho do estudante ao fim da educação básica (ensino médio), com o intuito de contribuir para a melhoria da qualidade desse nível de escolaridade.

Durante quase duas décadas de existência, o Exame passou por diversas mudanças, sendo que as mais profundas, e que vigoram até os dias de hoje, ocorreram em 2009:

Entre 1998 e 2008 as provas eram estruturadas a partir de uma matriz de 21 habilidades, em que cada uma delas era avaliada por três questões. Assim, a parte objetiva das provas era composta por 63 itens interdisciplinares aplicados em um único caderno. A partir de 2009, as provas objetivas passaram a ser constituídas de quatro matrizes, uma para cada área de conhecimento. Cada uma das quatro áreas é composta por 45 (quarenta e cinco) questões. Cada um dos cadernos, na nova edição do exame, é composto por duas áreas de conhecimento, totalizando 90 (noventa) questões por caderno (BRASIL, 2017a).

O ENEM também é utilizado para o acesso a programas oferecidos pelo Governo Federal, tais como o Programa Universidade para Todos – ProUni⁴¹, Fundo de Financiamento Estudantil – Fies⁴² e Sistema de Seleção Unificada – SISU⁴³, que contribuem para um maior acesso dos jovens à educação superior.

⁴¹O Programa Universidade para Todos (Prouni) tem como finalidade a concessão de bolsas de estudo integrais e parciais em cursos de graduação e sequenciais de formação específica, em instituições de ensino superior privadas. Criado pelo Governo Federal em 2004 e institucionalizado pela Lei nº 11.096, em 13 de janeiro de 2005 oferece, em contrapartida, isenção de tributos àquelas instituições que aderem ao Programa. Dirigido aos estudantes egressos do ensino médio da rede pública ou da rede particular na condição de bolsistas integrais, com renda familiar per capita máxima de três salários mínimos, o Prouni conta com um sistema de seleção informatizado e impessoal, que confere transparência e segurança ao processo. Os candidatos são selecionados pelas notas obtidas no Exame Nacional do Ensino Médio – Enem conjugando-se, desse modo, inclusão à qualidade e mérito dos estudantes com os melhores desempenhos. Disponível em: <<http://prouniportal.mec.gov.br/o-programa>>. Acesso em: Abril, 2016.

⁴²Fundo de Financiamento Estudantil (Fies) é o programa do Ministério da Educação que financia cursos superiores não gratuitos e com avaliação positiva no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (Sinaes). Podem participar da seleção os candidatos que tenham renda familiar mensal bruta, por pessoa, de até dois e meio salários mínimos; e tenha participado de alguma das edições do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) a partir de 2010 e obtido nota mínima de 450 pontos na média das provas e nota na redação superior a zero. Disponível em: <<http://fiesselecao.mec.gov.br>>. Acesso em: Maio, 2016.

⁴³Sistema de Seleção Unificada (SISU) é o sistema informatizado, gerenciado pelo Ministério da Educação (MEC), pelo qual instituições públicas de educação superior oferecem vagas a candidatos participantes do Exame Nacional



A partir do ano de 2017, a prova foi realizada com formato diferente, não sendo mais em dois dias seguidos de prova (sábado e domingo), e sim em dois domingos consecutivos. Uma mudança representativa também foi a presença da Redação no primeiro dia de realização do exame em conjunto com Linguagens e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias, ficando para o último domingo a prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Matemática e suas Tecnologias. O que agradou tanto os estudantes brasileiros, quanto os professores, pois ganharam uma semana a mais para poderem revisar as matérias do segundo dia de provas.

O Exame é dividido em 4 (quatro) áreas do conhecimento: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Ciências Humanas e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Matemática e suas Tecnologias.

Na matriz de matemática e suas tecnologias, há 30 (trinta) descritores, divididos em 7 (sete) áreas de competências que abrangem todo conteúdo previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio.

Da compreensão do exposto acima, e reconhecendo a importância do ENEM para os jovens brasileiros, procuramos, neste trabalho, responder aos seguintes questionamentos:

- Há a predominância de algum tópico dentro do conjunto de questões do Exame?
- Os estudantes tem conhecimento sobre a Teoria de Resposta ao Item e qual a importância dela para o Exame?

A partir desses questionamentos, e com o intuito de tentar responde-los, a nossa intenção foi, primeiramente, de tentar esclarecer a metodologia utilizada pelo ENEM, sobretudo o que diz respeito à Teoria de Resposta ao Item, e em seguida, de realizar uma pesquisa quantitativa, analisando as questões de matemática do ENEM, entre os anos de 2009 e 2017, enquadrando-as entre os onze assuntos mais recorrentes: 1- Porcentagens e Percentuais; 2 - Grandezas Proporcionais; 3- Perímetros, Áreas e Volumes; 4- Probabilidade e Estatística; 5- Funções; 6-



Interpretação de Gráficos e Tabelas; 7- Aritmética; 8- Análise Combinatória; 9- PA e PG; 10- Lógica Matemática; e 11- Matrizes e Determinantes.

2.METODOLOGIA DA PESQUISA

Para a realização do presente trabalho, consultamos no site do INEP, em seu banco de provas do ENEM, e a cada caderno de questões verificado, analisamos apenas as questões referentes apenas a área de matemática e suas tecnologias, aplicadas entre os anos de 2009 a 2017. Sendo executada uma análise quantitativa dessas questões:

Na análise quantitativa, o que serve de informação é a frequência com que surgem certas características do conteúdo. Na análise qualitativa é a presença ou a ausência de uma dada característica de conteúdo ou de um conjunto de características num determinado fragmento de mensagem que é tomado em consideração. (BARDIN, 1977, p. 21)

No primeiro momento, foram analisadas as questões do ENEM, da prova de matemática e suas tecnologias, composta por 45 (quarenta e cinco) questões em cada aplicação, entre os anos de 2009 a 2017, enquadrando-as entre os onze assuntos mais recorrentes, os quais estão relacionados às sete competências da matriz de referência de matemática e suas tecnologias.

No segundo momento, as questões foram agrupadas dentro desses tópicos, e por meio dos dados obtidos, foi elaborado um gráfico para que resultados fossem melhor visualizados, e consequentemente, melhor compreendidos.

No terceiro momento, os dados obtidos dentre os anos de 2009 e 2017, foram condensados em uma única tabela, para evidenciar a variação da cobrança dos tópicos durante o período estudado.

Ao logo desta análise quantitativa, tivemos dificuldade de enquadrar diversas questões em apenas um dos onze tópicos apresentados, pois para solucionar-las, precisávamos do conhecimento de dois, e às vezes até de três tópicos. Buscamos, então, enquadrar essas questões apenas naquele tópico que julgamos mais importante para a resolução da mesma e/ou o que era necessário para iniciar a sua resolução.

Contudo, tínhamos muitas dúvidas com relação ao Exame, sendo necessário um estudo mais aprofundado do ENEM. Foi onde buscamos, no site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – Inep, aprender um pouco mais. E estudamos,



também, três trabalhos que se relacionam mais intimamente com o nosso, os quais mencionamos em seguida.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A realização de um exame vestibular, e em particular do ENEM, é um marco na vida da maioria dos estudantes. Assim, grande parte da energia, concentração, tempo e dedicação são voltadas para “passar no vestibular”. Contudo, para se alcançar este objetivo é necessário elaborar um bom plano de estudo.

Muitos trabalhos, dentro de suas especificidades, foram destinados a compreensão de diversos assuntos relacionados ao ENEM. Abaixo, comentamos três trabalhos que estão relacionados, mais intimamente, à nossa pesquisa.

a) UMA ABORDAGEM SOBRE O ENEM: ANÁLISE DAS QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO ENEM (2009 a 2013) REFERENTE ÀS FUNÇÕES DO 1º GRAU, 2º GRAU, EXPONENCIAL E LOGARITMICA, escrito por Fabricio da Silva Lobato e Renan Camara Castro. A temática deste trabalho foi de verificar se as questões de função, da prova de Matemática do ENEM, apresentadas de 2009 a 2013, estavam distribuídas em conformidade com a Matriz de Referência contida nos aportes metodológicos do ENEM.

Os autores verificaram, em seu trabalho, que: a) 100% (cem por cento) das questões analisadas pertencem à competência C-5 (Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas); b) 100% (cem por cento) das questões analisadas pertencem às habilidades: H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas; H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas; H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos; H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação e H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos; c) 100% (cem por cento) das questões eram contextualizadas.

b) UMA FERRAMENTA PARA A OBTENÇÃO E ANÁLISE DE DADOS DO ENEM, escrito por Jorge Luiz Dias de Frias. O trabalho foi focado em dois objetivos: tornar



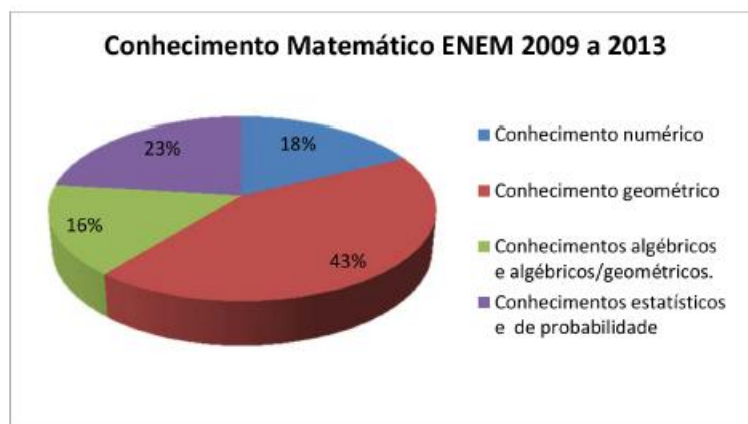
acessível aos Diretores, Coordenadores e Professores os dados, divulgados pelo INEP dos alunos que participaram do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) em 2012, por intermédio de uma ferramenta que permite conhecer, analisar, tomar decisões e criar estratégias para aprimoramento do projeto pedagógico das Escolas. O outro objetivo é o de formar pessoas capazes de obterem estes dados e desenvolverem as suas próprias ferramentas utilizando o programa Excel.

O autor desenvolveu um aplicativo onde, ao indicar o código do colégio, fosse possível obter a proficiência de cada aluno em cada área do conhecimento, sua nota na redação, bem como conhecer as questões que foram acertadas ou erradas, quais habilidades foram cobradas nos exames e, por fim, o desempenho dos estudantes em cada uma das habilidades.

c) ANÁLISE DA ABRANGÊNCIA DA MATRIZ DE REFERÊNCIA DO ENEM COM RELAÇÃO ÀS HABILIDADES AVALIADAS NOS ITENS DE MATEMÁTICA APLICADOS DE 2009 A 2013, escrito por Edson Martins Ferreira. O autor procurou, dentre outras coisa, responder aos seguintes questionamentos: a) Em que medida a avaliação está de acordo com o propósito estabelecido na matriz de matemática? b) Qual a abrangência dos itens aplicados referentes às competências de área e às habilidades contidas na matriz?

O autor considerou um exercício bastante interessante de análise de conteúdo verificar a competência e a habilidade solicitadas pelo elaborador em cada item desenvolvido para o exame. Contudo, verificou que nem sempre é tão fácil interpretar a intenção dos elaboradores ao proporem algumas situações-problema, tornando-se, inclusive, complexa a execução desta tarefa, sendo necessário lançar mão da metodologia da análise de conteúdo concebida por Bardin (1977).

Concordamos com o autor, conforme gráfico abaixo, que no período de 2009 a 2013, o conhecimento geométrico foi o mais solicitado para a resolução das situações-problema.



Fonte: FERREIRA, 2014, p. 50

Ferreira (2014) concluiu, em seu estudo, que há abrangência da matriz de matemática em relação às habilidades avaliadas nos respectivos itens pesquisados.

4. O ENEM E SUA METODOLOGIA

Conforme o próprio Inep (2017) esclarece, a metodologia que é utilizada no Enem é a Teoria de Resposta ao Item (TRI), onde o valor de cada questão vai depender do percentual de erros e acertos dos alunos naquele item. O item que tiver um grande número de acertos será tomado como fácil e, em virtude disso, pontuará menos. Contudo, se o aluno acertar uma questão que poucos acertaram, pontuará bem mais. Logo, dois estudantes que fizeram o mesmo número de acertos, na prova, não terão, necessariamente, a mesma nota final.

A TRI é um sistema capaz de analisar os itens que o estudante respondeu corretamente e mensurar um peso específico para cada item respondido corretamente.

Nesse sistema, as questões são enquadradas, previamente, em três classes: fáceis, médias e difíceis. Elas são distribuídas aleatoriamente ao longo do corpo da prova, sem, no entanto, mencionar o quanto valem.

Por meio de estatísticas e teorias do campo da matemática, a TRI analisa os itens assinalados pelo aluno: se for verificado que ele errou muitas perguntas consideradas pelo sistema como da categoria “fácil”, e assinalou corretamente muitas perguntas enquadradas na



categoria “difícil”, o TRI considera o evento estatisticamente pouco provável e conclui que ele as assinalou de maneira aleatória ou, em linguagem do cotidiano, “chutou”.

Assim, a nota do aluno que “chutou” mais, poderá cair.

Na TRI, a nota final do estudante não depende apenas do número de acertos, mas também do grau de dificuldade das questões por ele assinaladas.

Em seguida, temos a figura 1, que compara os resultados obtidos, no Exame, por dois alunos fictícios A e B:



Fonte: MEC/INEP

O objetivo principal da TRI é evitar que o candidato possa se aproveitar do “fator sorte” na momento de responder as questões. Dessa forma, a boa preparação para a prova é



incentivada, assim como o bom uso dos conhecimentos adquiridos e a análise concentrada das questões, permitem responder as questões acertadamente. Nesse sistema, o “chute” não tem vez.

Antes da TRI, nenhum método avaliava corretamente os acertos e erros do estudante, o que era um grande desafio para os professores mais dedicados e competentes.

Desse modo, percebemos que a Teoria de Resposta ao Item já se consolidou no ENEM, e excluiu, deste Processo de Avaliação da Educação, o fator sorte. Tornando-o, com isso, mais justo e satisfatório.

5. ANÁLISE E GRÁFICOS DAS QUESTÕES DO ENEM (2009-2016)

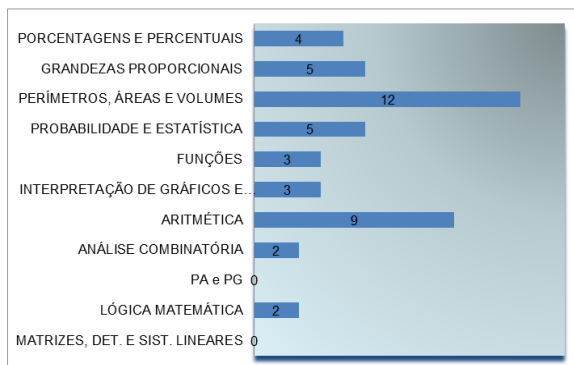
Realizamos a análise quantitativa das questões do ENEM, entre os anos de 2009 - quando ocorreu uma grande mudança em sua estrutura, a 2017 .

Ao analisarmos as questões do referido exame, percebemos que 100% (cem por cento) das questões são contextualizadas, agregando-se competências e habilidades que o estudante pode vivenciar e associar com o seu cotidiano. Mas, alguns assuntos apresentam certa dificuldade de serem contextualizados, como por exemplo, Matrizes e Determinantes. Daí sua baixíssima incidência no referido exame. Observamos, ainda, que alguns assuntos são mais frequentes que outros, sendo priorizados pelo ENEM na avaliação dos alunos.

Para que os resultados pudessem ser observados com maior clareza, construímos gráficos anuais, a partir de 2009, até 2017, onde no eixo vertical situaremos os onze tópicos matemáticos, pertinentes ao nosso estudo, e no eixo horizontal constará o número de questões que foram enquadradas dentro de um desses onze tópicos, no ano mencionado.

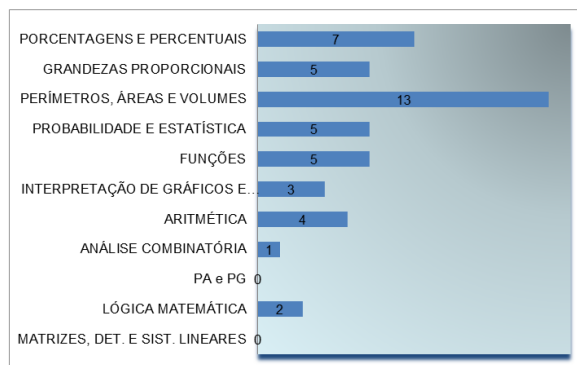


ENEM (2009)



Fonte: Elaboração dos Autores

ENEM (2010)

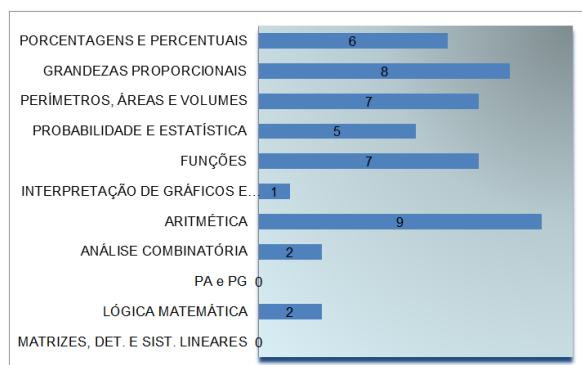


Fonte: Elaboração dos Autores

Em 2009, observamos a predominância do tópico “Perímetros, Áreas e Volumes”, seguido de: “Aritmética”, de “Grandezas proporcionais” e de “Probabilidade e Estatística”.

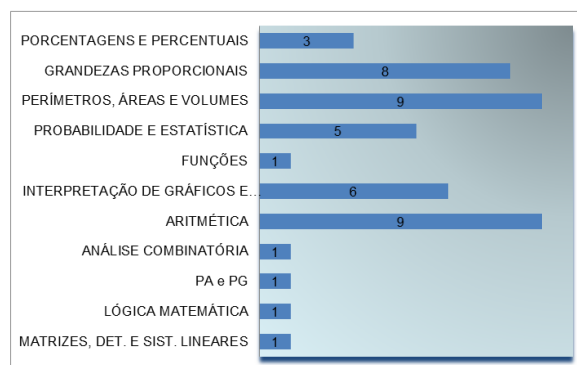
Em 2010, observamos a predominância do tópico “Perímetros, Áreas e Volumes”, seguido de: “Porcentagens e Percentuais”, “Grandezas Proporcionais”, “Probabilidade e Estatística” e de “Funções”.

ENEM (2011)



Fonte: Elaboração dos Autores

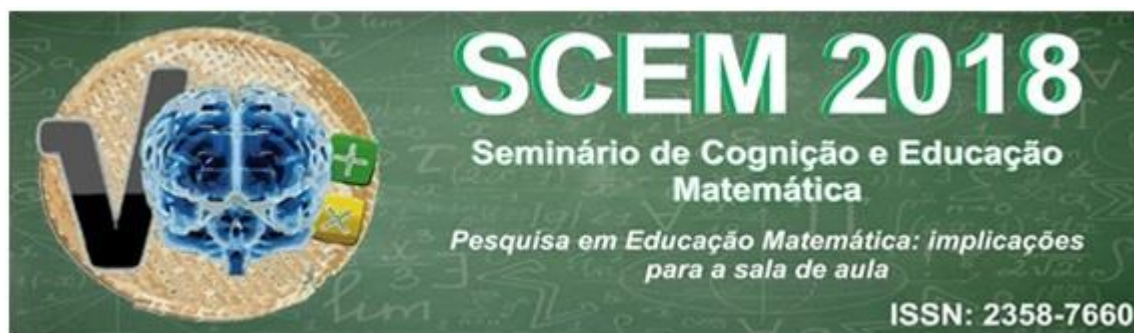
ENEM (2012)



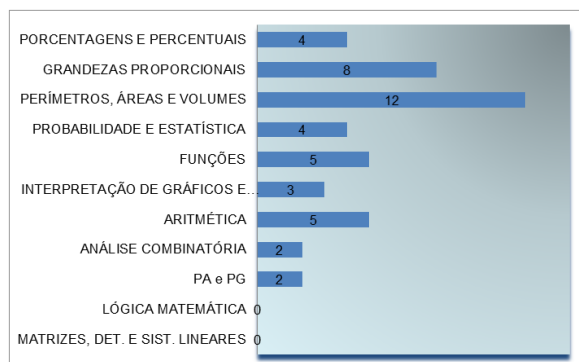
Fonte: Elaboração dos Autores

Em 2011, observamos a predominância do tópico “Aritmética”, seguido de: “Grandezas Proporcionais”, de “Perímetros, Áreas e Volumes”, e de “Funções”.

Em 2012, observamos a predominância do tópico “Perímetros, Áreas e Volumes”, seguido de: “Aritmética”, e de “Grandezas Proporcionais”.

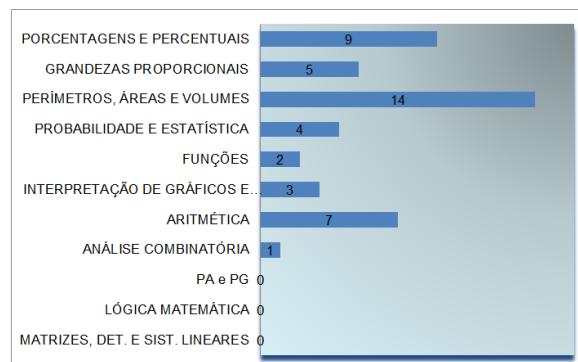


ENEM (2013)



Fonte: Elaboração dos Autores

ENEM (2014)

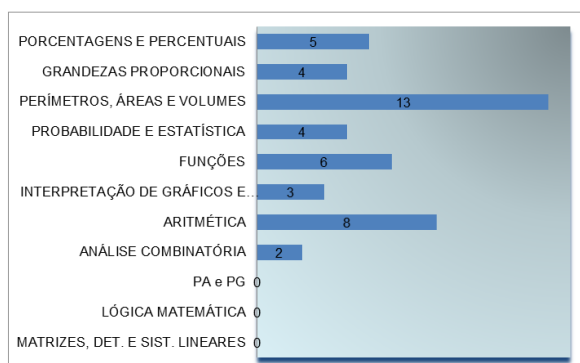


Fonte: Elaboração dos Autores

Em 2013, observamos a predominância do tópico “Perímetros, Áreas e Volumes”, seguido de: “Grandezas Proporcionais”, “Funções” e de “Aritmética”.

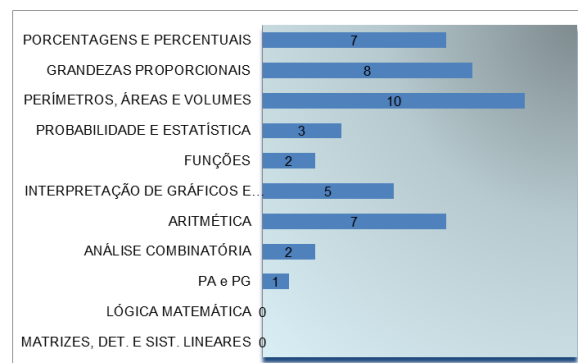
Em 2014, observamos a predominância do tópico “Perímetros, Áreas e Volumes”, seguido de: “Porcentagens e Percentuais”, e de “Aritmética”.

ENEM (2015)



Fonte: Elaboração dos Autores

ENEM (2016)



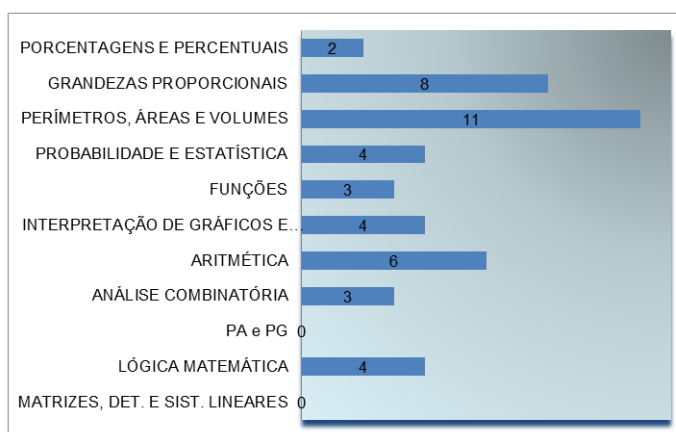
Fonte: Elaboração dos Autores



Em 2015, observamos a predominância do tópico “Perímetros, Áreas e Volumes”, seguido de: “Aritmética” e de “Funções”.

Em 2016, na 1ª aplicação, observamos a predominância do tópico “Perímetros, Áreas e Volumes”, seguido de “Grandezas Proporcionais”, “Aritmética” e de “Porcentagens e Percentuais”.

ENEM (2017)



Fonte: Elaboração dos Autores

Em 2017, observamos a predominância do tópico “Perímetros, Áreas e Volumes”, seguido de “Grandezas Proporcionais” e de “Aritmética”.

De posse de todos os dados obtidos, durante o período estudado, construiremos uma tabela que condensará a análise e o enquadramento, dentro dos dez tópicos citados, das questões de Matemática do ENEM (2009-2017):

TÓPICOS	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	TOTAL
PORC/PERCENT	4	7	6	3	4	9	5	7	2	47
GRAND PROPOR	5	5	8	8	8	5	4	8	8	59
PER/ÁREA/VOL	12	13	7	9	12	14	13	10	11	101
PROB/ESTAT	5	5	5	5	4	4	4	3	4	39
FUNÇÕES	3	5	7	1	5	2	6	2	3	34

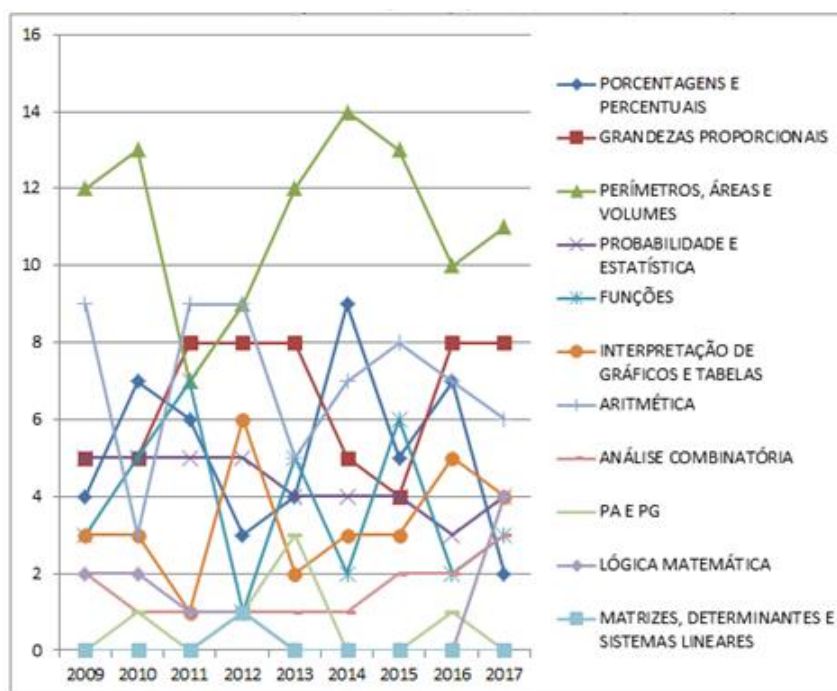


INT GRAF/TAB	3	3	1	6	3	3	3	5	4	31
ARITMÉT	9	4	9	9	5	7	8	7	6	64
ANALISE COMB	2	1	2	1	2	1	2	2	3	16
PA/PG	0	0	0	1	2	0	0	1	0	4
LÓG MATEM	2	2	0	1	0	0	0	0	4	9
MAT, DET E SIST	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1

Fonte: Elaboração dos Autores

Construímos, em seguida, o gráfico com todos os resultados obtidos, presentes na tabela acima, o qual indicará a variação da incidência dos tópicos avaliados, entre 2009 a 2016.

E podemos constatar no gráfico, por exemplo, a alta incidência do tópico “Perímetros, Áreas e Volumes”; a média incidência de “Aritmética” e a baixa ocorrência dos tópicos: “PA e PG”, “Lógica Matemática”, e “Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares”, no ENEM.



Fonte: Elaboração dos Autores



Assim, observando os dados presentes no gráfico, percebemos que, entre 2009 e 2017, o tópico “Perímetros, áreas e volumes” destacou-se dentre os demais, seguido por “Aritmética”. Evidenciando que, no período mencionado, estes tópicos foram os mais recorrentes na Prova de Matemática e suas Tecnologias, do ENEM.

Verificamos, ainda, que esses conteúdos são os que estão mais ligados ao cotidiano dos estudantes, sendo mais fáceis de serem contextualizados. Em contrapartida, observamos, por exemplo, que o item “Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares” possui uma baixa incidência no Exame, tendo em vista a dificuldade de contextualização do mesmo.

6. REFERÊNCIAS

BARDIN, L. Análise de conteúdo. Lisboa: Edições 70, 1977.

BRASIL. Ministério da Educação. INEP informa mudanças ocorridas no ENEM a partir de 2009. Brasília: MEC/INEP, 2017a. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-anteriores/provas-e-gabaritos>>. Acesso em: setembro, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Fundo de Financiamento Estudantil - Fies. Brasília: MEC/Fies, 2017. Disponível em: <<http://fiessелеcao.mec.gov.br>>. Acesso em: setembro, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Metodologia do ENEM. Brasília: MEC/SiSU, 2016. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/educacao/2014/09/Conheca-a-metodologia-de-correcao-utilizada-no-enem>>. Acesso em: setembro, 2017.

BRASIL, Câmara dos Deputados, Legislação Brasileira sobre Educação, Série Legislação, Brasília, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Teoria de Resposta ao Item (TRI). Disponível em: <http://www.brasil.gov.br/educacao.tri.gov.br> acesso em: setembro, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Programa Universidade para Todos - Prouni. Brasília: MEC/ProUni, 2016. Disponível em: <<http://prouniportal.mec.gov.br/o-programa>>. Acesso em: setembro, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Sistema de Seleção Unificada – SISU. Brasília: MEC/SiSU, 2016. Disponível em: <<http://sisu.mec.gov.br/tire-suas-duvidas>>. Acesso em: setembro, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Ideb. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/educacao-quilombola/190-secretarias-112877938/setec-1749372213/18843-avaliacoes-da-aprendizagem>>. Acesso em: setembro, 2017.



BRASIL. Ministério da Educação. TRI. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/educacao/2014/09/Conheca-a-metodologia-de-correcao-utilizada-no-enem>>. Acesso em: setembro, 2017.

FERREIRA, Edson Martins. Análise da abrangência da matriz de referência do ENEM com relação às habilidades avaliadas nos itens de matemática aplicados de 2009 a 2013. Brasília, 2014. 63 p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Matemática da Universidade de Brasília.

FRIAS, Jorge Luiz Dias de. Uma ferramenta para a obtenção e análise de dados do ENEM. Rio de Janeiro, 2015. 97 p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

LOBATO, Fabricio; CASTRO, Renan. Análise das questões de matemática do ENEM (2009 a 2013) referente às funções do 1º grau, 2º grau, exponencial e logarítmica. Universidade do Estado do Pará, Belém, 2014.



O CÁLCULO DE VOLUME DO PARALELEPÍPEDO E DO CUBO POR ATIVIDADE

Ideny Espírito Santo Queiros Moraes

Graduado em Matemática e Especialista em Estatística Educacional- UFPA

Ideny39@hotmail.com

PMPEM-UEPA

Pedro Franco de Sá

PMPEM e PPGED-UEPA

Pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa, feita com 30 alunos de uma escola pública de Castanhal-Pá, que teve como objetivo verificar a eficácia de uma sequência didática no cálculo de volume do paralelepípedo e do cubo. A produção das informações ocorreu por meio de uma sequência de atividade pré- definida e orientada, contendo também questões sobre o cálculo de volume. A sistematização das informações ocorreu com a tabulação das respostas por questão em percentual. A análise dos desempenhos indicou que os alunos tiveram excelente aproveitamento nas atividades.

Palavras-Chave: Volume. Paralelepípedo. Cubo. Atividade.

1-INTRODUÇÃO

No Ensino Médio é comum os alunos apresentarem muita dificuldade em resolver problemas de geometria, particularmente cálculo de volume de sólidos geométricos, nas escolas esse assunto é visto quase sempre nas últimas avaliações. Então desenvolvemos este trabalho com o objetivo de tornar esse estudo mais efetivo e atraente para os alunos. Com essa sequência pretendemos dar uma metodologia de ensino que privilegie a descoberta e de como poderíamos conduzir o aluno à percepção e ao aprendizado de conceitos geométricos, particularmente volume de sólidos, necessários para a resolução de questões sobre volume de sólidos geométricos e sua unidade de medida.

Optamos pela construção de um objeto de aprendizagem no sentido de fazer uma sequência didática que contemple o aluno para que ele consiga desenvolver de maneira simples e eficaz a descoberta das fórmulas. Esse instrumento deveria omitir a fórmula até que o



educando descobrisse, essa é a característica essencial do nosso trabalho e que não é encontrado facilmente.

Ao analisarmos a presença da Geometria no segmento do Ensino Médio contidas nas propostas curriculares e nos diversificados materiais concebidos para a sua abordagem, além das experiências em sala de aula, acreditamos ser necessário mais trabalhos que discutam e embasem a exploração desse tema no Ensino Médio. Trata-se de olhar a geometria para além de sua dimensão como conteúdo escolar, pois o ensino da matemática nos níveis fundamental e médio tem sido marcado por constantes problemas como excesso de reprovação, falta de pré-requisitos dos alunos quando se deparam com novos conceitos e, também, problemas decorrentes das diferenças entre os vários modelos de escola, fatos estes que podemos constatar na nossa prática decente de 10 anos, o que se torna objeto de apreciação das licenciaturas em Matemática e as diversas situações que o professor se depara quando atua nas escolas nestes níveis.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM, o conteúdo de Geometria Métrica, que contempla o ensino de Volume de sólidos geométricos, está previsto para se desenvolver no segundo ano do Ensino Médio, no entanto, “essa distribuição dos temas pode variar em função do número de aulas e do projeto da escola para aprofundamento de temas ou inclusão de outros” (BRASIL, 2000, 125). Normalmente as escolas se favorecem do texto oficial e dilatam o prazo de desenvolvimento desse conteúdo, que passa a ser contemplado somente no final do 3º ano, o que nos faz crer que por muitas vezes esse conteúdo deixa de ser visto ou é dado de forma superficial.

Conforme (MAIA (b), 2000, p. 25) a busca da funcionalidade da Matemática é então uma das características da representação do professor, ou seja, dar uma função para o conteúdo que está sendo ensinado. Já Hershkowitz citado por Fainguelernt (1999, p. 51), dizia:

Sendo a Geometria um ponto de encontro entre a Matemática como teoria e a Matemática como um recurso, ela é um caminho para desenvolver o pensamento e a compreensão para alcançar o nível mais alto de uma teoria formal. Somente quando essa perspectiva é atingida, a noção de estrutura matemática faz sentido.



A Matemática só consegue alcançar o seu significado, o seu objetivo, quando conseguimos pegar sua teoria e transformá-la em um recurso, numa ferramenta para desenvolvimento social e pessoal, ou seja, a Geometria é um instrumento, um facilitador para que possamos entender alguns acontecimentos cotidianos. Para tornar o ensino mais aplicado, mais acessível para o aluno, de forma que ele consiga usar a Matemática como uma ferramenta que irá ajudá-lo na sua caminhada e a linguagem desempenha um papel importante na constituição deste conhecimento.

É nessa perspectiva que nosso trabalho pretende contribuir para a reflexão sobre o ensino matemático de cálculo de volume do paralelepípedo e do cubo e o papel de destaque que este conhecimento tem, não apenas no contexto matemático, mas também nas práticas sociais, desde as civilizações antigas, pois o cálculo de volume de sólidos, assim como diversos conteúdos matemáticos, surgiu da necessidade de resolver problemas do cotidiano, como aponta o PCN da Matemática.

O ensino de Matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina como por parte de quem aprende: de um lado, a constatação de que se trata de uma área de conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação à sua aprendizagem. A constatação da sua importância apoia-se no fato de que a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Do mesmo modo, interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno.

A pouca variedade de situações no ensino de volume, sobretudo, nos livros didáticos tem acarretado no insucesso dos alunos na resolução de problemas que requerem a mobilização de novos conhecimentos para serem resolvidos. O trabalho de Lindegger (2000) proporcionou um esclarecimento quanto aos caminhos que devemos tomar durante o processo de construção da sequência didática; e assim propor aos alunos envolvidos, meios para apreender esse conhecimento tão útil para a nossa sobrevivência quanto indivíduo. Ele salienta ainda que um número excessivo de exercícios trabalhados em sala de aula não garante a apreensão do



conhecimento por parte do aluno, e sim as situações que promovam raciocínio e participação ativa.

METODOLOGIA DA PESQUISA

A engenharia didática, vista como metodologia de pesquisa, que se caracteriza, em primeiro lugar, por ser um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de seqüências de ensino.” (ARTIGUE, 1996, p. 196).



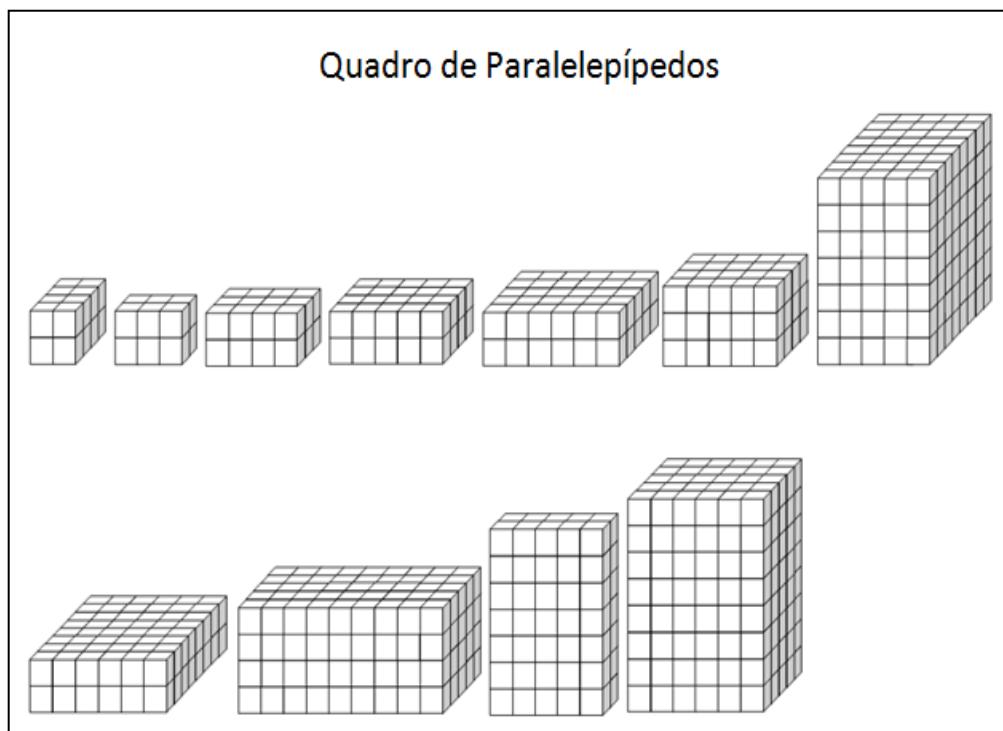
A metodologia principal deste trabalho será desenvolvida de acordo com o ensino por atividade Sá (2009). Neste são encontradas várias atividades que podem construir uma sequência didática, pois segundo ele a proposição do ensino de Matemática baseado em atividades pressupõe a possibilidade de conduzir o aprendiz a uma construção constante das noções matemáticas presentes nos objetivos da atividade. O que é evidente a partir da elaboração da mesma, até sua realização e experimentação, visto que cada etapa vivida pelo estudante servirá de apoio para a discussão e posterior elaboração final dos conceitos em construção. Ainda segundo Sá (2009), cabe ao professor preocupar-se com o modo de elaboração dessas atividades e com as orientações dadas aos alunos durante sua realização. Tal abordagem de ensino pressupõe a experiência direta do aluno com situações de seu cotidiano, nas quais a abordagem instrucional é centrada no educando e em seus interesses espontâneos.



Sessão de aprendizagem: Volume de um paralelepípedo

A atividade desse dia foi o cálculo do volume do paralelepípedo retângulo, essa atividade teve a participação de 25 alunos e teve início às 10h10min, depois do intervalo do recreio deles. Apresentamos a eles o roteiro da atividade que consistia em preencher uma tabela visualizando num quadro de paralelepípedo o comprimento, a largura, a altura e o volume de cada figura.

Começamos a atividade esclarecendo aos alunos o propósito e o preenchimento da tabela, assim como as observações e conclusões que eles fariam. Os alunos ficaram atentos e discutiam entre si o trabalho; a primeira dúvida de alguns deles era distinguir comprimento, largura, altura e volume, foram orientados a esse respeito e pouco tempo depois, cerca de 20 minutos, a primeira dupla já tinha preenchido a tabela. Solicitamos que fizesse as observações e escrevesse a fórmula.





Medida do comprimento(c)										
Medida da largura(b)										
Medida da altura (a)										
Medida do volume (V)										

Descubra uma maneira de determinar o volume de um paralelepípedo sem contar os cubinhos!

CONCLUSÃO:

FORMULA:

Nossa hipótese para esta atividade, seguindo a sequencia, previamente orientada no roteiro e pelo professor orientador, é que os alunos consigam fazer a sistematização, chegando à fórmula do cálculo de volume de paralelepípedo sem grandes dificuldades.

Os alunos de uma maneira geral foram bem, houve alguns casos em que eles tiveram dificuldade em compreender o que era aresta e face de um cubo, mas esclarecermos essas dúvidas. Quanto ao desenvolvimento e o trabalho, eles conseguiram concluir bem a atividade e também os exercícios de aprofundamento.

Síntese das conclusões da atividade sobre volume de um Paralelepípedo

Conclusões	Frequência	%
Válida	21	84
Parcialmente válida	4	16
Inválida	0	0

Fonte: Experimentação (2017)



Sessão de aprendizagem: Volume de um cubo

Nossa proposta de trabalho para essa atividade prescindia de uma postura, mais observadora e ativa desses alunos, desse modo nos organizamos para conduzir bem a atividade.

Assim que organizados, fizemos a socialização da atividade anterior, que foi volume de um paralelepípedo e questionamos se eles poderiam dar algum exemplo de objetos que lembrava um paralelepípedo, muitos deram exemplos claros como o tijolo, caixa de sapato etc., também foi perguntado como se calcula o volume de um paralelepípedo? A maioria respondeu multiplicando o comprimento, a largura e a altura; outros multiplicando os lados, então avançamos e apresentamos o cubo a eles.

Iniciamos a atividade, explicando o roteiro aos alunos e como seria o desenvolvimento de suas tarefas. Surgiram algumas perguntas sobre o que era aresta? Qual das medidas eram as arestas o comprimento, a largura ou a altura? Esclarecemos essas dúvidas e os alunos começaram a fazer a atividade. Muitos deles usaram a ideia da atividade anterior de multiplicar os lados, outros fizeram a contagem dos cubinhos menores, mas todos conseguiram preencher a tabela, muitos deles com a ajuda da calculadora do celular. Vejamos a seguir, algumas descobertas feitas pelos alunos pelos alunos.

ATIVIDADE

TÍTULO: Volume do cubo

OBJETIVO: descobrir uma maneira indireta de determinar o volume de um cubo

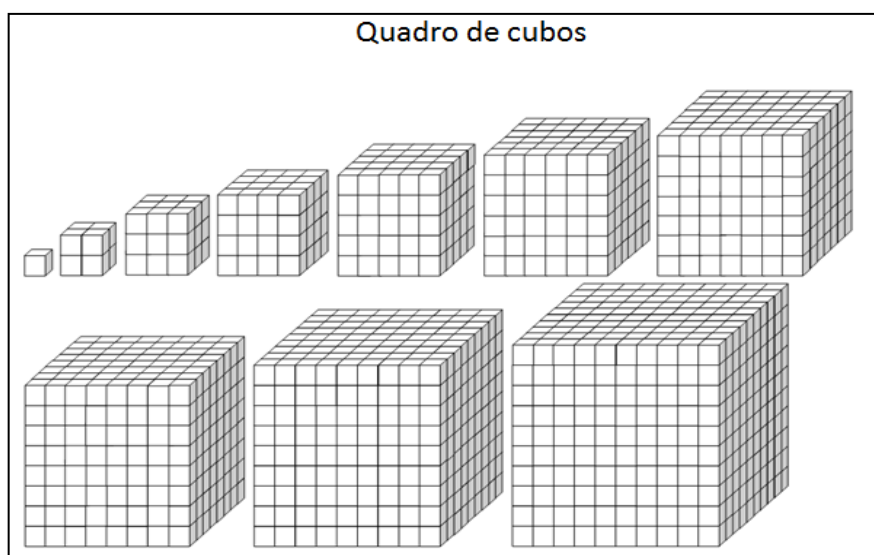
MATERIAL: quadro de cubos, roteiro da atividade, caneta ou lápis e calculadora (opcional)

PROCEDIMENTO:

- Considere um cubinho como unidade de volume;
- Considere a aresta do cubinho como unidade de comprimento;
- Determine o comprimento, a largura, o comprimento e o volume cada cubo do quadro de cubos;
- Com as informações obtidas (no apêndice D) preencha o quadro a seguir.



Medida da aresta (a)										
Medida do volume (V)										



Descubra uma maneira de determinar o volume de um cubo sem contar os cubinhos!

CONCLUSÃO:

FORMULA:

Nossa justificativa e hipótese para esta atividade estão ligadas ao fato de termos iniciado pelo Paralelepípedo, ou seja, para figuras com medidas diferentes a conclusão seria a multiplicações dos lados, Já o cubo a ideia seria a mesma, agora com medidas de lados iguais, fato que não seria dificultoso para o aluno.

Nesse sentido, acreditamos que a maior dificuldade do aluno seria a sistematização da formula, uma vez que ao multiplicarmos as arestas o resultado seria aresta elevada ao cubo (a^3). O entendimento dessa fórmula seria essencial para que os alunos pudessem entender conceito de utilizarmos cm^3 , m^3 como medida de volume.



Síntese das conclusões da atividade sobre volume de um cubo

Conclusões	Frequência	%
Válida	10	72
Parcialmente válida	4	28
Inválida	0	0

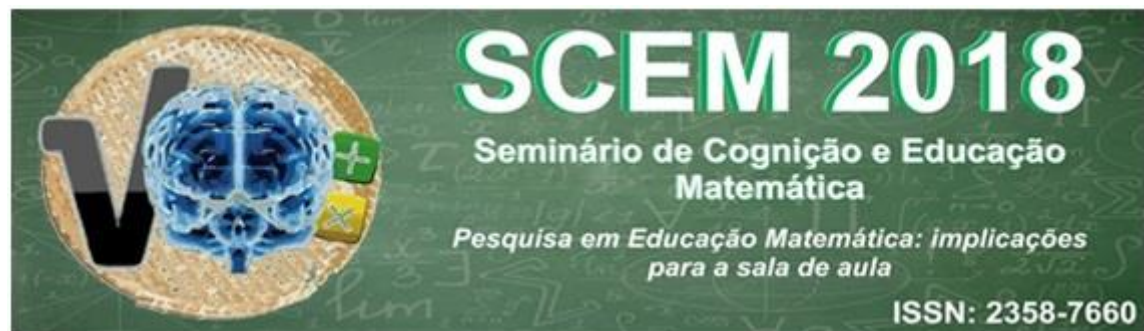
Fonte: Experimentação (2017)

RESULTADOS DOS TESTES DE CÁLCULO DE VOLUME

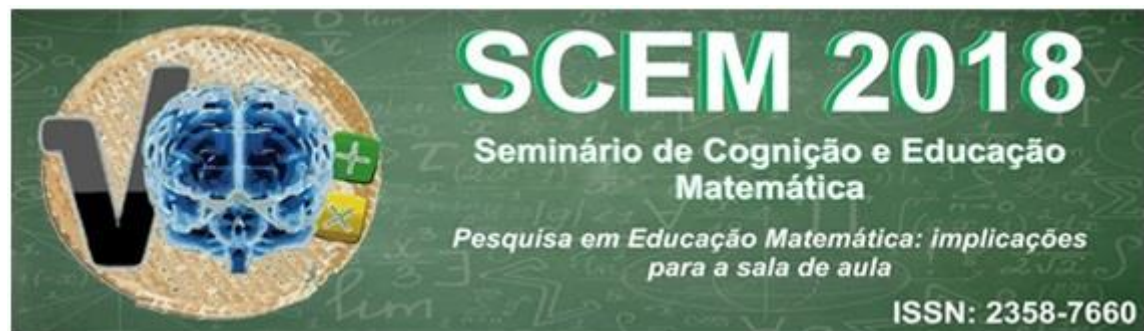
Em nossa análises havia perspectivas de que os alunos concluintes do ensino médio apresentassem domínio sobre alguns assuntos em geometria que, teoricamente, tivesse um domínio de alguns assuntos dessa área, já que tais conteúdos constam no currículo das séries anteriores do ensino fundamental e médio. Em relação à análise da habilidade percentual, a percepção de figuras geométricas o aluno requer um nível bem menor de formação de conceitos, limitando-se ao conhecimento de suas propriedades.

Segundo Regi (2001) os alunos em um nível superior de pensamento em geometria, ou seja, aqueles que conhecem as propriedades das figuras e que sabem relacioná-las, geralmente possuem habilidades mais desenvolvidas.

Nesse trabalho, a exemplo de outros consultados como referência (Santos 2012), é frequente a não utilização da fórmula para o cálculo do volume por parte dos alunos, talvez por não se lembrarem delas. Outra dificuldade detectada foi a não interpretação de situações-problema, numa análise mais profunda dos resultados, concluímos que boa parte dos alunos que participaram do trabalho não tinham noções básicas de conhecimento de cálculo de volume, e com essa intervenção ganharam autonomia e confiança e suas descobertas.



Atividades	Análise a priori	Análise a posteriori	Validação
Volume do Paralelepípedo	Nossa hipótese para esta atividade, seguindo a sequência previamente orientada no roteiro e pelo professor orientador, é que os educandos conseguissem fazer a sistematização, chegando à fórmula do cálculo de volume de paralelepípedo analisando o quadro das figuras e preenchendo uma tabela sem grandes dificuldades.	Atividade muito bem feita pelos educandos com excelente aproveitamento. Eles conseguiram desenvolver bem essa atividade assim como encontraram as respostas mais adequadas para resolver as questões de aprofundamento, pois utilizaram os conhecimentos adquiridos nas atividades. Como se observa 84% das atividades foi Válido e 16% Parcialmente Válida.	<i>Positiva</i>
Volume do Cubo	Nossa justificativa e hipótese para esta atividade estão ligados ao fato de termos iniciado pelo Paralelepípedo, ou seja, para figuras com medidas diferentes a conclusão seria a multiplicações dos lados, Já o cubo a ideia seria a mesma, agora com medidas de lados iguais, fato que não seria dificultoso para o aluno.	Também excelente aproveitamento nessa atividade e nos exercícios de aprofundamento, pois utilizaram os conhecimentos adquiridos na atividade. Como se observa 72% tiveram essa atividade Válida e 28% Parcialmente Válida.	<i>Positiva</i>



	Nesse sentido, acreditamos que a maior dificuldade do aluno seria a sistematização da formula, uma vez que ao multiplicarmos as arestas o resultado seria aresta elevada ao cubo (a^3). O entendimento dessa fórmula seria essencial para que os alunos pudessem entender conceito de utilizarmos cm^3, m^3 como medida de volume.		



CONSIDERAÇÕES FINAIS:

Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de analisar a eficácia de uma sequência didática no Ensino de volume de sólidos geométricos, no Ensino Médio por meio de atividades, diferente da tradicional, que se desenvolveu a partir de ideia de volume, passando por unidades de medidas de volume, volumes do paralelepípedo e cubo. Com este propósito pretendíamos analisar de que forma uma metodologia de ensino que privilegiasse o uso de uma sequência didática poderia conduzir o aluno à percepção e ao aprendizado de conceitos geométricos, particularmente volume de sólidos, necessários para a resolução de questões sobre volume de sólidos geométricos.

Optamos pela construção de um objeto de aprendizagem no sentido de fazer uma sequência didática que contemple o aluno para que ele consiga desenvolver de maneira simples e eficaz a descoberta das fórmulas. Esse instrumento deveria omitir a fórmula até que o educando descobrisse, essa é a característica essencial do nosso trabalho e que não é encontrado facilmente e também acessível nos repertórios educacionais disponíveis, principalmente na internet.

Os resultados do trabalho a que nos propomos realizar e os resultados da coleta de dados analisados apresentaram elementos significativos, que revelam potencialidades, mas também a deficiência e obstáculos do ensino de matemática em nossas escolas públicas e ao mesmo tempo nos leva a indagarmos sobre os diversos fatores que estão influenciando nestes resultados. Eles serão ainda objeto de pesquisa e análise mais aprofundada, a partir de uma amostra mais significativa, porém estes resultados já apontam para uma necessidade de reflexão e intervenção na melhoria da qualidade de ensino da matemática, em especial do ensino da Geometria Espacial em nossas escolas.

A sequência didática desenvolvida foi validada na dissertação de mestrado de Moraes (2018), a qual obteve resultados significativos, tanto na participação de alunos nas aulas de matemática quanto no desempenho de resolução de problemas envolvendo cálculo de volume de sólidos geométricos e suas unidades de medida. Este produto visa contribuir para o processo



de ensino- aprendizagem de cálculo de volume de modo a construir uma educação de melhor qualidade. Esperamos que os professores da educação básica aprendam esse produto e possam fazer uso em suas aulas.

Referências

ABRANTES, P.Leal,L.&Ponte(org). **Investigar para Aprender Matemática**: “Matemática para todos” & Associação de professores de Matemática, 1996.

ARAUJO, J.C.C. **Tempo, desafio conceitual e didático**: um estudo exploratório dos documentos curriculares e atividades de livros didáticos para alfabetização matemática. 144f. Dissertação (Mestrado em Educação e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

ARTIGUE, Michelle. Engenharia didática. In: BRUN, Jean (Org.). **Didática das Matemáticas**. Lisboa: instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p

FAINGUELERNT, E. K. Educação Matemática: Representação e Construção em geometria. Porto Alegre: Artmed, 1999.

LINDEGGER, Luiz Roberto de Moura. **Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo**: uma proposta a partir da manipulação de modelos – São Paulo. S.n,2000. 204p,il.

MAIA, Lícia de Souza Leão. O ensino da Geometria: Analisando diferentes representações. Revista da Sociedade Brasileira de Matemática, São Paulo, ano 7, n. 8, p. 24-33, jun. 2000.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. PCN Ensino Médio: **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ciências da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias. Brasília, 2002.

ONUCHIC, L. R.. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, JP&P. Abrantes(Orgs). **Ensino da Geometria no Virar do Milênio**, Lisboa: DEFCUL, 1999.

Problemas. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o Ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SANTOS, Waldiza Lima, Salgado dos. **O ensino de volume de sólidos por atividades**. Dissertação/Mestrado _ Universidade do Estado do Pará, Mestrado em Educação, Belém, 2012.



O ENSINO DA MATEMÁTICA NO SEGUNDO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDO DOCENTES

Francisca Missilene Muniz Magalhães

Universidade do Estado do Pará - UEPA

missileneetemb@gmail.com

Pedro Franco de Sá

GCEM, PPGED, PMPEM-UEPA e REAMEC

pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo

O presente trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um diagnóstico do ensino de matemática no segundo ano do ensino fundamental segundo docentes deste ano. Para tanto, os procedimentos metodológicos foram fundamentados na pesquisa descritiva, realizada por meio da aplicação de questionários junto aos professores do segundo ano do ensino fundamental da rede pública estadual de Belém. A análise dos resultados indica que a forma de ensino preponderante se dá por meio do ensino do conteúdo através de jogos, no qual o lúdico promove a interação entre a criança e a aprendizagem. Os trabalhos diários foi a forma de avaliação dita ser a mais praticada pelos consultados, nos dando o indicativo de uma avaliação contínua. No que se refere as dificuldades com os conteúdos a *adição com números até 99*, *adição com três parcelas*, *subtração com números até 99*, *a multiplicação*, *o dobro*, *o triplo*, *divisão e fração* foram os citados pelos professores como os mais difíceis do bloco de números e operações. Já no bloco de grandezas e medidas, o conteúdo de medidas de comprimento, o centímetro e o metro foram considerados mais difíceis para o estudante. Em tratamento das informações, a construção de tabelas foi o componente citado como maior dificuldade de aprendizagem pelo estudante. E o bloco de espaço e forma não apresentou grandes percentuais da categoria difícil ou muito difícil pelos professores consultados.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Matemática nos Anos Iniciais; Dificuldades de Ensino no segundo ano do Ensino Fundamental.

1 – Introdução

A matemática é uma disciplina que está presente no currículo da educação básica brasileira como um componente curricular fundamental para a aprendizagem dos sujeitos, bem como para sua inserção na sociedade contemporânea.

Assim, a importância dessa disciplina para a educação em sociedade motivou o presente o estudo, que objetivou identificar as dificuldades do ensino de matemática no segundo ano do



ensino fundamental a partir dos docentes, a fim de diagnosticar pontos significativos que influenciam diretamente o processo de ensino e aprendizagem de matemática.

2 – Metodologia

A metodologia aplicada neste trabalho foi à descritiva, pois de acordo com Gil (2008) é uma pesquisa que busca descrever as características de determinadas populações ou fenômenos. E uma de suas peculiaridades está na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados.

Para tanto, o instrumento escolhido para o levantamento dos dados foi o questionário. Marconi e Lakatos (2004, p. 201) definem o questionário como sendo “um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador”.

A intensão de escolha pelo questionário se deu pela possibilidade de atingir um grande número de pessoas simultaneamente, em uma extensa área geográfica, garantir o anonimato dos entrevistados, com isso ter maior liberdade e segurança nas respostas, não expor o entrevistado à influência do pesquisador e obter respostas mais rápidas e mais precisas.

Além disso, o questionário possibilita mais uniformidade na avaliação, em virtude da natureza impessoal do instrumento, produzindo assim, uma maior viabilidade de validação da pesquisa no campo científico.

Assim, a amostra de investigação foi composta pelos professores que ministram aulas de matemática no segundo ano dos anos iniciais do ensino fundamental da rede pública estadual, pertencentes a quatorze escolas situadas nos bairros da Pedreira, Sacramento, Telégrafo e Umarizal. Essas escolas ofertam os anos iniciais do ensino fundamental e são remanescentes da extinta USE 2.

3 – Resultados e análises

O ensino da matemática é imprescindível para a sociabilidade dos indivíduos, visto que a mesma está presente em várias facetas da vida humana. E é aí que a educação matemática ganha à importância de preparar crianças, jovens e adultos para o exercício da cidadania.

A escola pública como um locus fundamental de formação para a cidadania detêm em toda sua estrutura as condições filosóficas, epistemológicas e políticas para uma formação de qualidade. Contudo, podemos dizer que é um espaço que, apesar de longos anos de existência,



ainda não alcançou essa vertente de educação, mediante a manutenção da doutrina tradicional de educação nas escolas.

Na educação tradicional, a matemática escolar geralmente é criticada por ser uma disciplina difícil, exata e inquestionável. Dotada de saberes que poucos conseguem alcançar, como se fosse um “bicho de sete cabeças”. E por consequência, é na escola que se dissemina o discurso que a matemática não é para todos, tornando-a assim seletiva. Muitas vezes, só o medo de enfrentá-la já desestimula e afasta o sujeito de conhecer o sentido real da matemática para a vida. D’Ambrósio (2011), diz que,

Do ponto de vista de motivação contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta e poderia ser tratada como um fato histórico tenta-se justificar que a matemática do passado serve de base para a matemática de hoje, pois, conhecimento é cumulativo e alguma coisa de um contexto serve para outros contextos, sendo que muito pouco se usa a matemática do passado hoje em dia.

Os anos iniciais do ensino fundamental é uma etapa importante para o desenvolvimento do pensamento matemático. É nessa fase que a criança está em pleno estágio de desenvolvimento cognitivo lógico-matemático. Loss (2016, p. 76) nos diz que a educação, na perspectiva piagetiana, requer o desenvolvimento da autonomia do pensamento, processo no qual a construção do conhecimento se dá pela ação do próprio sujeito, não ocorrendo de forma isolada e individualizada. A autora também retrata que é nas relações de troca entre sujeito e objeto que as interrogações e hipóteses surgem e propiciam as próprias construções.

A Matemática é uma disciplina obrigatória que pertence aos componentes curriculares da educação básica, e como tal tem a função de contribuir significativamente para a formação dos alunos. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB de 20 de dezembro de 1996 ressalta que “a Matemática contempla um valor formativo que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém desempenha um papel instrumental na formação dos cidadãos, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas nas atividades humanas”.

Ao aproximarmos da realidade local, no que se refere à rede pública estadual, trazemos a discussão do ensino da matemática para o âmbito da Secretaria Executiva de Educação do



Estado do Pará – SEDUC, através do artigo 14 da instrução normativa 009/2010, a SEDUC define que:

Art. 14 – A escola deverá construir o seu Projeto Político Pedagógico definindo metodologias e formas de atendimento ao (a) aluno (a) do Ensino Fundamental, considerando as características e especificidades do desenvolvimento cognitivo, físico-motor, afetivo-emotivo e social do (a) aluno (a) desde os seis anos de idade.

No processo de expansão do ensino fundamental de nove anos, a SEDUC redefiniu e traçou as características específicas de atendimento pedagógico aos alunos, em que o ensino não se fundamenta somente no conteudismo, mas em uma formação que prima para o desenvolvimento mais completo do educando.

Assinalaram ainda, fatores para além do cognitivo como o afetivo-emotivo e social. Esses elementos apontam avanços no pensar uma educação mais integral, que valoriza o sujeito, evidenciando uma quebra no paradigma da educação tradicional.

Na instrução normativa 009/2010 da SEDUC/PA, também está contido os objetivos do ensino da matemática, como um importante ponto de análise, que estarão descritos a seguir:

- Incentivar as crianças a construírem conhecimentos específicos dessa área e levá-las a desenvolverem o raciocínio lógico-matemático;
- Oportunizar que as crianças coloquem todos os tipos de objetos, eventos e ações em todas as espécies de relações;
- Encorajar as crianças a identificar semelhanças e diferenças entre diferentes elementos, classificando, ordenando e seriando; a fazer correspondências e agrupamentos; a comparar conjuntos; a pensar sobre números e quantidades de objetos quando esses forem significativos para elas, operando com quantidades e registrando as situações-problema (inicialmente de forma espontânea e, posteriormente, usando a linguagem matemática);
- Apresentar jogos e situações-problema que promovam a troca de ideias entre as crianças;
- Fazer perguntas às crianças para poder intervir e questionar a partir da lógica delas.

Não se trata apenas de reconhecer o número, mas de saber compreendê-lo e fazer conexões com o cotidiano e estimular o raciocínio lógico-matemático. Assim, entendemos que o ensino de matemática perpassa pela formação do ser humano na sua completude cognitiva.

Pensar matematicamente é fundamental para o desenvolvimento de habilidades que são exigidas na vida em sociedade, mas nem sempre a aprendizagem é “fácil”. Há dificuldades no



caminho, que por muitas vezes impedem um progresso sólido de aprendizagem. Com a intenção de verificar essas dificuldades é que foi feita uma análise do ensino da matemática local.

O professor dos anos iniciais tem a importante missão de formar crianças. E essa etapa é fundamental para a aprendizagem. De acordo com Eberhardt e Coutinho (2011), o conhecimento lógico-matemático é baseado em relações que o sujeito descobre a partir de objetos ou fatos, em que o professor é o problematizador dessa relação de aprendizagem.

Ao investigarmos o ensino de matemática a partir da visão dos professores da rede pública estadual de Belém, buscamos compreender como se configura o perfil dos docentes e as dificuldades de aprendizagem quanto aos conteúdos de matemática no segundo ano do ensino fundamental.

Para tanto, levantamos os dados pessoais, acadêmico e profissional dos docentes atuantes nas séries iniciais do 2º ano do ensino fundamental. Com os dados que apresentaremos a seguir, procurou-se delinear as principais características dos profissionais dos professores participantes da pesquisa.

Tabela 1 – Sexo dos Professores

SEXO	VALOR ABSOLUTO	PORCETAGEM
Masculino	3	9%
Feminino	29	88%
Não responderam	1	3%
Total	33	100%

Fonte: Pesquisa de campo, 2018.

Observamos que 88% dos sujeitos da pesquisa são do sexo feminino, e que apenas 9% correspondem ao sexo masculino. O que corrobora com o construto histórico do magistério primário ser formado predominantemente por mulheres.

Rosa (2011) diz que é um fato já confirmado de que as mulheres são maioria lecionando na Educação Infantil e Anos Iniciais e que de acordo com o INEP, os níveis de



creche, de pré-escola e de 1ª a 4ª séries do fundamental concentram maioria feminina, com porcentagens de 97,9%, 96,1% e 91,2%, respectivamente. E as nossas escolas também refletem a continuidade da feminização no magistério primário. Encontrar um professor do sexo masculino nas séries iniciais pode até causar estranheza à comunidade escolar.

Tabela 2 –Faixa etária dos professores

FAIXA ETÁRIA	VALOR ABSOLUTO	PORCETAGEM
15 - 20 anos	0	0%
21 - 25 anos	1	3%
26 - 30 anos	3	9%
31 - 35 anos	4	12%
36 - 40 anos	4	12%
41 – 45 anos	4	12%
46 – 50 anos	8	25%
51 – 55 anos	4	12%
56 – 60 anos	2	6%
61 – 65 anos	1	3%
65 – 70 anos	0	0%
Não informaram	2	6%
Total	33	100%

Fonte: Pesquisa de campo, 2018.

A tabela nos mostra que apenas 9% dos professores são jovens, abaixo dos 30 anos, ou seja, estão em início de carreira. A maioria se equilibra na faixa etária dos 30 aos 55 anos, totalizando 73%, o que representa a faixa etária de maior produtividade dos professores. Temos



ainda, 9% dos professores ainda em atividade, apesar da idade indicar tempo de aposentadoria docente.

Tabela 3 – Formação inicial dos professores

FORMAÇÃO INICIAL	VALOR ABSOLUTO	PORCETAGEM
Médio/Magistério	1	3%
Graduação/Pedagogia	31	94%
Outra Graduação	1	3%
Total	33	100%

Fonte: Pesquisa de campo, 2018.

A pesquisa revelou que a maioria dos professores possuem formação específica, no caso, licenciatura em pedagogia, totalizando 94% dos sujeitos pesquisados. Apenas 3% dos professores não têm graduação em nível superior, pois possui somente a formação do magistério de nível médio. E também, apenas 3% possui outro tipo de formação de nível superior, que se refere à Formação de Professores, que habilita igualmente a pedagogia a trabalhar nas séries iniciais do ensino fundamental.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional-LDB, lei 9394/96, em seu artigo 62, preconiza que o professor das séries iniciais do ensino fundamental seja formado em nível superior para atuar na educação infantil e nas séries iniciais.

Art. 62. A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura plena, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nos cinco primeiros anos do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade normal. (CARNEIRO, 2012, p.457)

Ao relacionarmos a porcentagem de 97% dos professores formados em nível superior ao que a LDB 9394/96 diz sobre a exigência de formação, podemos inferir que a amostra pesquisa está em consonância com a lei. Quase 100% dos professores tem a formação inicial



correspondente ao exigido para atuar nos anos iniciais, que é um fator positivo no que se refere ao aprimoramento docente, na medida que vislumbra avanços significativos para a profissionalização e corrobora com o desenvolvimento do magistério e das práticas docentes.

Tabela 4 –Formação Continuada dos professores

FORMAÇÃO CONTINUADA	VALOR ABSOLUTO	PORCENTAGEM
Especialização	24	73%
Mestrado	1	3%
Doutorado	0	0%
Não responderam	8	24%
Total	33	100%

Fonte: Pesquisa de campo: MAGALHÃES, 2018.

A avaliação a respeito da formação continuada dos professores nos mostra que há um índice significativo de docentes formados com pós-graduação. Contudo, esta formação está centrada na especialização lato sensu. Os professores formados em nível de mestrado e doutorado são praticamente raros considerando a porcentagem da tabela 4.

Em termo de cumprimento da LDB 9394/96, observamos que as escolas da SEDUC-PA atendem ao requisito de professores formados em nível superior, mas há muito caminho ainda a se percorrer para que a formação continuada se estenda na progressão vertical em níveis de mestrados e doutorados.

O processo de formação de professores, seja a nível inicial ou continuada, é fundamental para o aprimoramento das práticas docentes e para a promoção dos avanços na área pedagógica do ensino.

Quadro 5 –Tempo de serviço dos professores

TEMPO DE SERVIÇO	VALOR ABSOLUTO	PORCETAGEM
Menos de 1 ano	1	3%
1 - 5 anos	3	9%



6 - 10 anos	13	40%
11 – 15 anos	5	15%
16 – 20 anos	2	6%
21 – 25 anos	6	18%
26 – 30 anos	0	0%
31 – 35 anos	1	3%
Mais de 35 anos	2	6%
Total	33	100%

Fonte: Pesquisa de campo, 2018.

A porcentagem maior dos professores se encontra com a faixa de tempo de serviço entre 6 a 15 anos de trabalho docente, o que representa mais da metade, no total de 55% dos participantes da pesquisa. Observamos que esses professores, pelo tempo de serviço, são possíveis oriundos dos últimos concursos públicos realizados pela da SEDUC para provimento de professores, desde 2004.

É possível também notar que os profissionais com mais de 26 anos de exercício apresentam um índice bem menor, o que pode indicar a aposentadoria ao longo do período, visto que o tempo de serviço para aposentadoria do magistério no Estado do Pará é de 25 anos de contribuição.

Ao consultarmos os professores sobre como ensinam matemática no segundo ano do fundamental, 64% registraram que aplicam jogos envolvendo o assunto para que os alunos aprendam o conteúdo de matemática. Enquanto outra margem menor, mais também significativa de 12% recorrem as atividades do livro didático para resolução de questões.

Quando tratamos dos anos iniciais do ensino, nos deparamos com situações específicas de aprendizagem do aluno, pois trabalhamos com crianças. E por se tratar de crianças, ainda estão em fase de desenvolvimento biológico, cognitivo, psicossocial, entre outros. Nessa fase



há necessidade de adequar o ensino as etapas de desenvolvimento da criança. E também é nessa fase que o lúdico está presente como forma de interação entre a criança e a aprendizagem.

No que se refere a avaliação, três formas foram as mais citadas: o teste individual com questões de múltipla escolha, a participação nas aulas e trabalhos diários. Os trabalhos diários foi a forma de avaliação dita ser a mais praticada pelos consultados, nos dando o indicativo de uma avaliação contínua do aluno.

No questionamento se professores eles se sentem preparados para ensinar matemática nos anos iniciais 67% responderam que sim e 30% responderam que não. Ao mesmo tempo observamos que os índices se equalizam quando perguntamos se acham que a matemática difícil de ensinar, 61% disse que não acham a matemática difícil e 30% a consideram difícil.

Outra pergunta direcionada aos professores estava relacionada se os alunos gastavam da disciplina? E o resultado foi que a maioria dos alunos gosta sim de matemática, no total de 73%, apenas 24% não gostam.

Se os professores se sentem preparados para ministrar a disciplina e se os alunos gostam de matemática, então quais são as dificuldades do ensino? Ressaltamos que neste trabalho enfocamos somente na análise de conteúdos. Outros fatores socioemocionais, econômicos e afins, não foram incluídos.

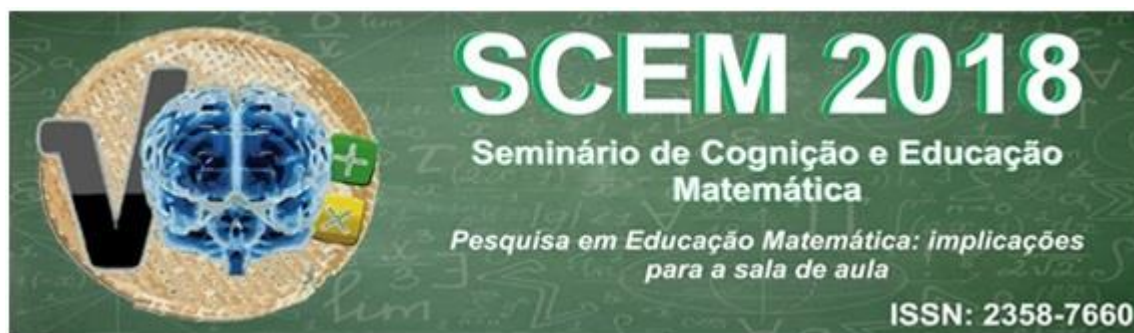
Para a análise das dificuldades de aprendizagem dos alunos, no que se refere aos blocos de conteúdos curriculares de matemática, foi feito um levantamento dos conteúdos a serem ministrados ao 2º ano do fundamental, em vários livros didáticos utilizados pelas escolas pesquisadas, assim como em seus planejamentos de ensino anuais, a fim de garantir uma organização que contemplasse o máximo de conteúdos de matemática indicados para o segundo ano.

O resultado da listagem está expresso nas tabelas a seguir:



Tabela 6 –Conteúdos de matemática do 2º ano do Ensino Fundamental

CONTEÚDO	COSTUMA ENSINAR		
	SIM	NÃO	NÃO INFORMARAM
NÚMEROS E OPERAÇÕES			
Quantidades numéricas	97%	0	3%
Os numerais de 0 a 19	100%	0	0
Os numerais ordinais	97%	0	3%
Comparação	97%	0	3%
Adição com resultado até 10	94%	0	6%
Adição com resultado até 19	88%	6%	6%
Subtração com números até 10	97%	0	3%
Subtração com números até 19	88%	6%	6%
Agrupamento de 10 em 10	91%	3%	6%
Os numerais de 0 a 99	88%	6%	6%
A dúzia	94%	0	6%
A meia dúzia	97%	0	3%
A centena	91%	3%	6%
Os Números pares	91%	0	9%
Os Números ímpares	97%	0	3%
Antecessor	97%	0	3%
Sucessor	97%	0	3%
Ordem crescente	97%	0	3%
Ordem decrescente;	97%	0	3%
Adição com números até 99	73%	15%	12%
Adição com três parcelas	55%	27%	18%
Subtração com números até 99	73%	21%	6%
A Multiplicação	73%	21%	6%
O Dobro	79%	12%	9%
O triplo	67%	18%	15%
A metade	82%	9%	9%
Divisão	70%	18%	12%
Fração	46%	39%	15%
ESPAÇO E FORMA			
O quadrado	82%	0	18%
O retângulo	82%	0	18%
O triângulo	82%	0	18%
O círculo	82%	0	18%
Contorno de figuras geométricas planas	67%	9%	24%
O cubo	61%	9%	30%
O paralelepípedo	61%	9%	30%
A pirâmide	61%	9%	30%
O cone	67%	6%	27%
A esfera	67%	3%	30%
GRANDEZAS E MEDIDAS			
Medida de tempo: o relógio	76%	6%	18%
Medida de tempo: o calendário;	79%	3%	18%
Medida de temperatura: quente/frio;	67%	3%	30%
Medida de comprimento: o centímetro;	67%	15%	27%
Medida de comprimento: o metro;	61%	15%	24%
Medida de capacidade: o litro;	67%	12%	21%



Medida de massa: o quilograma;	58%	12%	30%
TRATAMENTO DAS INFORMAÇÕES			
Leitura de tabelas	67%	15%	18%
Construção de tabelas	58%	15%	27%

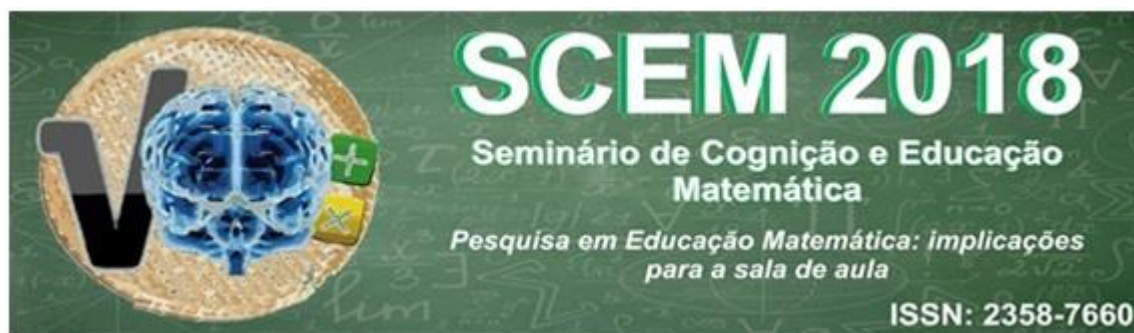
Fonte: Pesquisa de campo, 2018.

Observamos que uma margem significativa de conteúdos que apesar de previstos não são ensinados, no qual fração teve o maior destaque de conteúdos não ensinados no segundo ano dos anos iniciais.

O grau de dificuldades do ensino de matemática do 2º ano do ensino fundamental foi representado pela tabela a seguir:

Tabela 7 –Dificuldades de aprendizagem pelos estudantes dos conteúdos de matemática do 2º ano do ensino fundamental

CONTEÚDO	GRAU DE DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM				
	MUITO FÁCIL	FÁCIL	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL	NÃO INFORMARAM
NÚMEROS E OPERAÇÕES					
Quantidades numéricas	15%	70%	3%	0	12%
Os numerais de 0 a 19	15%	64%	12%	0	9%
Os numerais ordinais	9%	58%	9%	0	24%
Comparação	6%	67%	12%	3%	12%
Adição com resultado até 10	15%	64%	9%	0	12%
Adição com resultado até 19	6%	49%	30%	0	15%
Subtração com números até 10	6%	52%	21%	0	21%
Subtração com números até 19	3%	40%	36%	6%	15%
Agrupamento de 10 em 10	9%	52%	18%	3%	18%
Os numerais de 0 a 99	0	49%	21%	0	30%
A dúzia	9%	67%	15%	0	9%
A meia dúzia	6%	70%	21%	0	3%
A centena	0	40%	23%	3%	34%
Os Números pares	3%	64%	27%	0	6%
Os Números ímpares	6%	61%	21%	0	12%
Antecessor	9%	73%	15%	0	3%
Sucessor	9%	73%	6%	0	12%
Ordem crescente	6%	73%	9%	0	12%
Ordem decrescente;	3%	73%	15%	0	9%
Adição com números até 99	0	15%	43%	9%	33%
Adição com três parcelas	0	15%	40%	18%	27%
Subtração com números até 99	0	15%	34%	21%	30%
A Multiplicação	3%	15%	43%	12%	27%
O Dobro	3%	34%	42%	0	21%
O triplo	3%	21%	37%	6%	33%



A metade	3%	45%	37%	0	15%
Divisão	3%	12%	49%	6%	30%
Fração	0	6%	43%	9%	42%
ESPAÇO E FORMA					
O quadrado	24%	55%	3%	0	18%
O retângulo	21%	58%	3%	0	18%
O triângulo	24%	58%	3%	0	15%
O círculo	24%	55%	6%	0	15%
Contorno de figuras geométricas planas	18%	30%	28%	0	24%
O cubo	15%	24%	21%	0	40%
O paralelepípedo	15%	18%	24%	0	43%
A pirâmide	12%	24%	18%	0	46%
O cone	12%	34%	18%	0	36%
A esfera	12%	34%	15%	0	39%
GRANDEZAS E MEDIDAS					
Medida de tempo: o relógio	3%	34%	23%	0	42%
Medida de tempo: o calendário;	9%	46%	18%	0	27%
Medida de temperatura: quente/frio;	6%	46%	6%	0	42%
Medida de comprimento: o centímetro;	0	21%	43%	0	36%
Medida de comprimento: o metro;	3%	21%	40%	0	36%
Medida de capacidade: o litro;	3%	37%	24%	0	36%
Medida de massa: o quilograma;	3%	30%	24%	0	43%
TRATAMENTO DAS INFORMAÇÕES					
Leitura de tabelas	6%	37%	27%	3%	27%
Construção de tabelas	6%	27%	34%	3%	30%

Fonte: Pesquisa de campo, 2018.

A tabela 7 nos mostra, a partir da percepção dos professores, o grau de dificuldades dos alunos em cada bloco de conteúdo de matemática: números e operações; grandezas e medidas; espaço e formas; e tratamento das informações. Cada bloco exige uma capacidade do pensamento matemático específica a ser desenvolvidos pelos estudantes.

Na elaboração da tabela 7, usamos para medir o grau de dificuldade dos conteúdos os seguintes itens: muito fácil, fácil, difícil e muito difícil. E esses itens indicaram quais conteúdos ministrados merecem maior atenção nas aulas de matemática do 2º ano.

A partir do levantamento dos conteúdos nos livros didáticos, identificamos que o ensino de matemática dos anos iniciais geralmente é iniciado pelo bloco de números e operações, na medida que o sistema de numeração permite a inserção e estruturação do pensamento e do conhecimento matemático sistematizado.



O sistema de numeração nos permite registrar as quantidades de maneira mais exata do que a percepção e nos lembramos dessas quantidades quando precisamos. Os sistemas de numeração amplificam nossa capacidade de raciocinar sobre quantidades. Portanto, os sistemas de numeração são necessários para que os alunos venham a desenvolver sua inteligência no âmbito da matemática, usando os instrumentos que a sociedade lhes oferece. (NUNES et.al.2009, p.33)

Na análise dos dados, a *adição com números até 99*, *adição com três parcelas*, *subtração com números até 99*, *a multiplicação*, *o dobro*, *o triplo*, *divisão* e *fração* foram os conteúdos mais citados pelos professores com maior grau de dificuldades no bloco de números e operações.

Segundo Moretti e Souza (2015, p. 74), a leitura e a escrita de números maiores que 20 demandam da criança a compreensão de alguns elementos essenciais do sistema de numeração decimal, seja o agrupamento, a troca, a dupla função do zero e o valor posicional. A criança do segundo ano pode estar apresentando dificuldades de compreensão desses elementos essenciais, na medida em que ainda não apreenderam e/ou internalizaram cognitivamente as estruturas das operações.

Embora alguns desses elementos sejam abordados bem antes do trabalho sistemático com o sistema de numeração decimal, a compreensão das relações entre tais elementos é essencial para a compreensão da escrita numérica, e posteriormente, das estratégias de adição e subtração com reserva [...]. (MORETTI E SOUZA, 2015, p. 74).

A adição e subtração são bases para as operações mais complexas, a multiplicação e a divisão. Assim, os resultados diagnosticaram que as dificuldades do ensino estão diretamente ligadas ao ensino e aprendizagem das quatro operações.

Observamos que fração é um dos conteúdos considerados difíceis segundo os docentes, e se analisarmos a tabela 6, verificamos que é um dos conteúdos que é pouco ensinado no segundo ano. Assim, o grau de dificuldades em fração pode ser considerado difícil tanto para os alunos como para os professores.



No que se refere a grandezas e medidas, o conteúdo de medidas de comprimento, o centímetro e o metro foram considerados difíceis para o aluno aprender. Moretti e Souza (2015) destacam que para medir o comprimento de um objeto, fazem-se necessários dois tipos de operações: uma geométrica, que aplica a unidade ao longo da grandeza a ser medida; e outra aritmética, que calcula quantas vezes é possível repetir a operação anterior. Podemos inferir que no 2º ano do fundamental as crianças estão ainda conhecendo as noções de medidas e ainda não dominam as operações geométricas e aritméticas.

Já o bloco de conteúdos de espaço e forma não apresentou índices significativos pelos professores, na medida em que os conteúdos foram considerados fáceis de aprender. Para Moretti e Souza (2015), a mediação dos professores é essencial para incentivar as crianças na identificação das semelhanças e diferenças entre os objetos, algumas regularidades, características de seu entorno, e as produzirem suas representações.

Em tratamento das informações, a construção de tabelas foi o componente citado como maior dificuldade de aprendizagem. Os parâmetros curriculares nacionais destacam que a escola deve relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras) e relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos destacados no ensino de Matemática (BRASIL, 1997).

A introdução do bloco de tratamento das informações dá-se no 2º ano do fundamental, e o fato de os alunos não possuírem conhecimentos prévios sobre o gráfico, torna a construção mais complexa. Carvalho (2009) refere ser importante desenvolver, simultaneamente, competências que auxiliem os indivíduos a compreender e interpretar a informação presente na representação gráfica, mas também a estarem atentos a possíveis erros que estes possam conter (capacidades de observação e sentido crítico).

Todos esses indicativos do ensino dos conteúdos de matemática apresentados neste estudo, nos permite identificar as dificuldades do ensino e, a partir disso, dar subsídios para traçar estratégias pedagógicas que permitam que as crianças superarem as dificuldades apresentadas inicialmente.



4 – Considerações finais

A análise dos resultados deste trabalho revelam que, de fato, há dificuldades no ensino de matemática no 2º anos do ensino fundamental. Neste caso, identificamos que a *adição com números até 99*, *adição com três parcelas*, *subtração com números até 99*, *a multiplicação*, *o dobro*, *o triplo*, *divisão e fração* foram os conteúdos citados pelos professores com maior grau de dificuldades no bloco de números e operações.

No que se refere a grandezas e medidas, o centímetro e o metro foram os mais difíceis do aluno aprender. Em tratamento das informações, a construção de tabelas foi o componente citado como maior dificuldade de aprendizagem. Já o bloco de espaço e forma foi considerado fácil pelos professores.

Em geral, observou-se que no 2º ano do ensino fundamental a criança ainda está na fase de apropriação do conteúdo matemático, sem conhecimentos prévios além de pequenas noções iniciadas no primeiro ano. Assim, a compreensão e o domínio das quatro operações são fundamentais para o progresso dos demais conteúdos. O que possivelmente se dará com um trabalho pedagógico sólido do professor.

Assim, espera-se que este estudo possa contribuir com o processo de ensino e aprendizagem, incentivando outros professores a pesquisarem contextos semelhantes sobre o ensino de matemática. A compreensão de determinados algoritmos e enunciados nos permite nos conectar ao contexto que nos rodeia. A não compreensão nos exclui como participantes efetivos dos processos construídos socialmente.

5 - Referências

- CARVALHO, C. (2009). **Reflexões em torno do ensino e da aprendizagem da Estatística**. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H., Martinho & P. F. Correia (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na escola* (pp. 22-36). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- CARNEIRO, M. A. **LDB fácil: leitura crítico-compreensiva**, artigo a artigo. 19. Ed.-Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. 22. ed. Campinas, SP: Papirus, 2011.



EBERHARDT, Ilva Fátima Neves; COUTINHO, Carina V. Scheneider. **Dificuldades de aprendizagem em matemática nas séries iniciais:** diagnóstico e intervenções. 2013. Disponível em: http://www.reitoria.uri.br/~vivencias/Numero_013/artigos/artigos_vivencias_13/n13_08.pdf Acesso: 10/10/2017

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MORETTI, Vanessa Dias; SOUZA, Neuza Maria Marques de. **Educação Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** princípios e práticas pedagógicas. 1. Ed.- São Paulo: Cortes, 2015.

NUNES, Terezinha Et. Al. **Educação Matemática:** números e operações numéricas. 2 ed. – São Paulo: Cortez, 2009.

ROSA, Renata Vidica Marques da. **Feminização do magistério:** representações e espaço docente. Revista Pandora Brasil - Edição especial Nº 4 - "Cultura e materialidade escolar" – 2011. Disponível em http://revistapandorabrasil.com/revista_pandora/materialidade/renata.pdf. Acesso em: 14/08/2018.



O ENSINO DE CURVAS PARA CEGOS COM USO DE SISTEMA SUPLEMENTAR DE COMUNICAÇÃO⁴⁴

Sandy da Conceição Dias
Universidade do Estado do Pará
Sandydias_13@yahoo.com.br

Pedro Franco de Sá
Universidade do Estado do Pará
pedro.franco.sa@gmail.com

Antonio José de Barros Neto
Universidade do Estado do Pará
ajbarrosbr@gmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como *objetivo avaliar a funcionalidade do ensino de matemática, mais especificadamente do conceito de curvas, para estudantes cegos por meio de sistema suplementar de comunicação*. Tal proposta foi desenvolvida nos princípios da metodologia de pesquisa, Engenharia Didática. A atividade foi aplicada com duas estudantes cegas⁴⁵ de Belém do Pará que cursavam o ensino fundamental, para tal utilizamos de material concreto e um aplicativo criado em ambiente de programação chamado *App Inventor*. Os resultados da experimentação revelaram que as estudantes gostaram e aprovaram a nossa proposta, conseguiram aprender os conceitos de curva aberta e fechada, ganharam mais autonomia, confiança e participaram mais ativamente do processo de ensino e aprendizagem.

Palavras Chaves: Educação Matemática. Ensino de matemática para cegos. Ensino de matemática por Atividade. Conceito de Curvas.

Introdução

No atual contexto em que a sociedade se encontra debater sobre a educação especial voltada para a inclusão deixou de ser um tabu e passou a ser cada vez mais frequente em todos os setores da sociedade, principalmente dentro do campo da educação. Leis foram modificadas

⁴⁴Este trabalho, contou com o financiamento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

⁴⁵Nesta pesquisa utilizaremos a expressão “estudante cego” ou “cego” por considerarmos esta a melhor forma de identificar a pessoa e suas características aqui relatadas. O último termo defendido em leis, como a Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência adotada pela ONU é “Pessoas com deficiência”, no entanto, por tratarmos neste artigo especificadamente de estudantes, preferimos alterar “Pessoas” por “estudantes” e o termo “com deficiência” por “cego”, já que está é a deficiência aqui abordada, deixando assim mais clara as ideias que aqui serão expostas.



e/ou aperfeiçoadas em prol da busca de uma educação de qualidade que beneficiasse a todos sem excluir ou marginalizar aqueles que possuem alguma peculiaridade, seja esta visível aos olhos ou não.

A partir de todas essas mudanças, sobretudo na educação, pesquisadores na área tem voltado sua atenção para este campo de pesquisa que a cada dia fica mais consolidado, entre eles os pesquisadores na área da educação matemática, que tem buscado desenvolver pesquisas sobre teorias, métodos e recursos que possam auxiliar no processo de inclusão desses estudantes, o que inclui os cegos, para que então esses possam frequentar o ensino regular sem que seu processo de ensino e aprendizado de matemática seja prejudicado.

Para garantir o direito desses estudantes de frequentarem o ensino regular, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB 9394/96) assegura aos estudantes com deficiência a oferta da Educação Escolar e que esta deve ser feita preferencialmente nas escolas regulares de ensino e que devem ser assegurados a estes estudantes técnicas e recursos específicos para atender as suas necessidades. Com base nessas circunstâncias foi possível perceber a importância de se pesquisar na área, para tal nos restringimos a uma deficiência específica, a cegueira. Nessa conjuntura, surgiu a necessidade de realizarmos um levantamento sobre trabalhos já publicados na área, que tratassem do ensino de matemática para estudantes cegos para que nos fundamentassem teoricamente, nessa busca encontramos estudos como os de Uliana (2013), Mollossi, Menestrina e Mandler (2014), Kaleff, Rosa e Telles (2013), entre outros relacionados ao assunto em questão.

Durante a busca de estudos relacionados a alternativas metodológicas para pessoas com deficiência, encontramos o estudo de Massaro e Deliberato (2013) o qual trouxe discussões importantes sobre o uso de sistemas de comunicação suplementar e alternativo no processo de ensino e aprendizagem, de acordo com as autoras o uso desses sistemas “podem inserir o aluno com deficiência e necessidades complexas de comunicação em diferentes atividades pedagógicas e ampliar as habilidades e as competências do professor no processo de ensino-aprendizagem” (p.331), tal fato nos despertou interesse em pesquisar mais sobre o assunto e com isso trabalhar com esse tipo de sistema só que voltado para o ensino de matemática para estudantes cegos.



Em relação ao sistema/aplicativo de voz utilizado neste trabalho, optamos pelo *App Inventor*, um ambiente de programação visual e intuitivo que permiti com que seus usuários criem aplicativos funcionais para *smartphones* e *tablets* gratuitamente. O objetivo em trabalhar com esse sistema foi para dar maior autonomia aos estudantes cegos, permitindo que os mesmos interajam com o sistema, como suporte utilizamos os materiais concretos. Destacamos aqui que este aplicativo não tem a pretensão de substituir o professor, pelo contrário, ele busca trabalhar em conjunto com o mesmo para que os estudantes cegos tenha uma melhor participação nas aulas de matemática. Desse modo, buscamos avaliar a funcionalidade do ensino de matemática, mais especificadamente do conceito de curvas, para estudantes cegos por meio de sistema suplementar de comunicação.

Revisão de Estudos

Nesta subseção apresentaremos um “recorte” de alguns estudos revisados sobre ensino de matemática para estudantes cegos, os quais compreendem os estudos que tratam sobre as dificuldades no ensino de matemática para deficientes visuais, da Inclusão de alunos Cegos nas aulas de Matemática e sobre atividades adaptadas. Destacamos entre eles: Uliana (2013), Mollossi, Menestrina e Mandler (2014), Kaleff, Rosa e Telles (2013).

No estudo de Uliana (2013) o objetivo foi analisar o movimento da educação inclusiva nas escolas rondonienses e diagnosticar como estava acontecendo o processo de ensino e da aprendizagem de matemática para os estudantes cegos do Estado. Como metodologia a autora utilizou a pesquisa qualitativa com depoimentos orais temáticos, no caso, uma modalidade da História Oral. Os sujeitos participantes da pesquisa foram 3 estudantes cegas de escolas públicas de Rondônia, no qual, uma cursava o ensino fundamental, uma estava no primeiro ano do ensino médio e a outra finalizando o ensino fundamental na Educação de Jovens e Adultos, além delas, participaram também 2 professores de matemática que ministravam aulas para duas delas.

De início a autora realizou um estudo bibliográfico e depois entrevistas semiestruturadas com questões abertas, que foram gravadas em áudio e posteriormente transcritas com os sujeitos citados. Após as análises, Uliana (2013) observou que as alunas estão inseridas no ensino regular, mas não são dadas as devidas condições para a sua aprendizagem, condições estas que perpassam pelos materiais pedagógicos adaptados, a estrutura da escola, ao currículo que



respeite o seu nível e tempo de aprendizagem e professores com a devida preparação para atender as suas peculiaridades, o que os deixa desconfortáveis com a situação de ensinar matemática para esses estudantes.

Por fim, Uliana (2013) concluiu que as alunas cegas estavam sendo prejudicadas no processo de aprendizagem de matemática, pois os professores não estavam preparados para atender as suas necessidades educacionais, os livros didáticos não estavam em Braille e assim o acesso delas aos gráficos e figuras matemáticas ficava comprometido pela falta também de materiais pedagógicos adaptados.

O estudo de Mollossi, Menestrina e Mandler (2014) teve como objetivo analisar as dificuldades apresentadas por deficientes visuais na aprendizagem de matemática, por meio de entrevistas realizadas com frequentadores da Associação Joinvilense para Integração dos Deficientes Visuais (AJIDEVI). As entrevistas contaram com 22 estudantes, cegos ou com baixa visão, e foram realizadas em quatro encontros, normalmente de 15 minutos, nos quais foram abordadas temáticas como: preconceito, despreparo dos professores, falta de infraestrutura escolar adaptada e materiais didáticos adequados.

A partir das entrevistas os autores perceberam que existem diversos impedimentos que os estudantes deficientes visuais esbarram, entre eles: (1) preconceito da comunidade escolar; (2) descaso familiar; (3) carência na infraestrutura; (4) falta de formação específica para os professores e (5) escassez de materiais didáticos adaptados. Por fim ao final do estudo, Mollossi, Menestrina e Mandler (2014), levantaram a questão do fato de que talvez o maior impedimento em aprender não esteja na deficiência do estudante, mas na deficiência do sistema.

Kaleff, Rosa e Telles (2013) tiveram como objetivo apresentar observações sobre aplicações de atividades didáticas para estudantes com deficiência visual, desenvolvidas e adaptadas em projetos de monitoria, pesquisa e extensão, no Laboratório de Ensino de Geometria do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal Fluminense em Niterói- RJ. As aplicações ocorreram no Instituto Benjamin Constant com estudantes do ensino fundamental e no Colégio Pedro II com estudantes do ensino médio, ambos localizados no Rio de Janeiro.



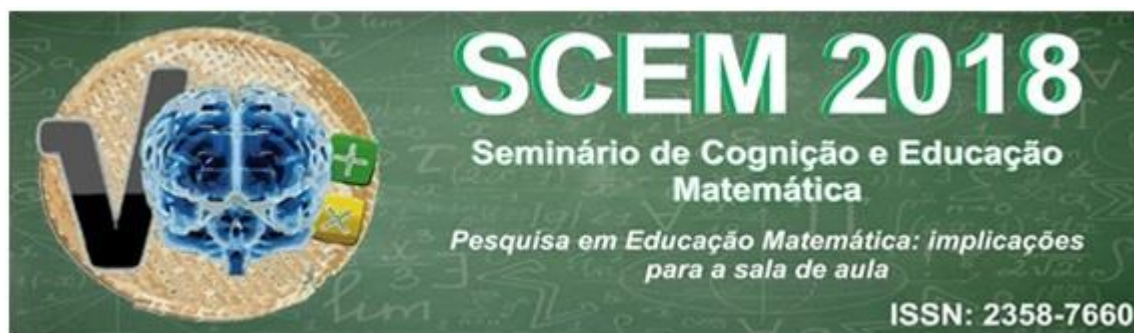
A amostra no Instituto Benjamin em 2009 foi de 15 estudantes do 3º e 4º ano e 10 professores, dentre eles videntes, cegos e com baixa visão, em 2010 teve 25 estudantes e 13 professores, dentre esses somente videntes e cegos, neste ano ainda houve a participação de alguns estudantes do programa diferenciado que correspondia a turmas de Educação de Jovens e Adultos. No Colégio Pedro II participaram estudantes cegos e com baixa visão de classes regulares do ensino médio, em 2011 foram 5 estudantes e 1 professora vidente e especialista em estudantes deficientes e em 2012 foram 7 estudantes e a mesma professora.

Kaleff, Rosa e Telles (2013) relataram que o conjunto de todas as atividades e os artefatos didáticos aplicados seguiam os princípios educacionais disponibilizados nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino de matemática e eram confeccionados com materiais de sucata ou de baixo custo, normalmente encontrados no comércio. Dentre as atividades trabalhadas estavam jogos de frações, tangrams, jogos artísticos geométricos com lagartos para o ensino de polígonos equivalentes, entre outros. Enfim, ao concluírem o estudo os autores disseram que as atividades de uma maneira geral foram enriquecedoras tanto para a equipe que elaborou os materiais quanto para os estudantes e professores das duas escolas envolvidas e que o fato de serem feitas com materiais de baixo custo viabilizam a sua implementação nas escolas.

Metodologia

A metodologia adotada neste trabalho foi a Engenharia Didática, uma vez que a atividade apresentada faz parte uma dissertação de mestrado que foi desenvolvida a luz dessa mesma metodologia. Segundo Oliveira (2013) essa metodologia associa a pesquisa com a ação didática no contexto de sala de aula e é caracterizada por um esquema experimental de sequência de atividades didáticas no ensino, os quais os objetos de pesquisa podem variar, devido à complexidade da sala de aula.

A Engenharia didática como metodologia de pesquisa é composta por quatro fases: Análises prévias ou análises preliminares; Concepção e análise *a priori*; Experimentação ou aplicação de uma sequência didática; Análise *a posteriori* e validação. Neste caso, os dados apresentados neste trabalho fazem parte dos momentos de experimentação e análise *a posteriori*



e validação. A pesquisa de campo foi realizada com duas estudantes cegas que cursavam o ensino fundamental em escolas da rede pública estadual e municipal. A seguir apresentamos o cronograma da experimentação.

Quadro 01: Cronograma da Experimentação

DIAS DE EXPERIMENTO	DATA	AÇÕES	TEMPO DA APLICAÇÃO	SUJEITOS
1º dia	17/04/2018	Apresentação; Explicação sobre o funcionamento do aplicativo e das atividades.	30 min.	Estudante 1
		Aplicação da Atividade de curvas (Atividade 2); Atividade de Aprofundamento sobre curvas	30 min.	
2º dia	20/04/2018	Apresentação; Explicação sobre o funcionamento do aplicativo e das atividades.	23 min.	Estudante 2
		Aplicação da Atividade de Curvas (Atividade 2); Atividade de Aprofundamento sobre curvas	12 min.	

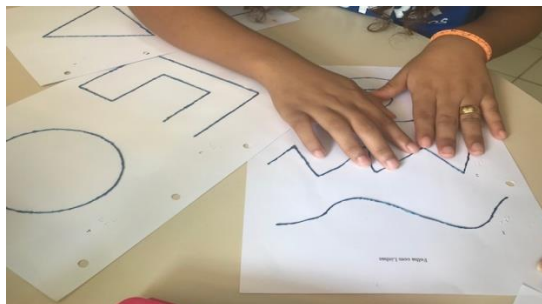
Fonte: pesquisa de campo (2018)

A fase da experimentação constou das seguintes etapas:

- 1- Apresentação: apresentamos o objetivo do trabalho, bem como ele seria desenvolvido;
- 2- Permissão das estudantes: perguntamos se as estudantes tinham o interesse em participar da pesquisa, uma vez que estas seriam as maiores envolvidas;
- 3- Autorização dos Responsáveis: explicamos aos responsáveis das estudantes sobre o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido da Sequência para que tivéssemos a devida autorização, visto que elas eram menores de idade;
- 4- Reconhecimento do material concreto: entregamos as folhas com curvas em alto relevo e numeradas em Braille (Fotografia 1) para que as estudantes realizassem o reconhecimento do material, tateando as curvas;



Fotografia 1: Estudante 1 com material da atividade 2



Fonte: pesquisa de campo (2018)

Autoria: Kamilly Alves

5- Reconhecimento do aplicativo: explicamos como funcionava o aplicativo/sistema de voz no *tablet*, repassando todas as informações necessárias que a mesma precisava saber para realizar as atividades (Fotografia 2);

Fotografia 2: Estudante1 manuseando o aplicativo pelo *tablet*



Fonte: pesquisa de campo (2018)

Autoria: Sandy Dias

6- Iniciamos a aplicação da atividade;

As perguntas feitas durante as atividades de curvas encontram-se descritas nos quadros a seguir.



Quadro 02: Roteiro da atividade de curvas

Atividade de Curvas		
Objetivo: Conceituar Curvas		
Comando	Figuras	
Aplicativo: A sua frente existem algumas folhas com linhas desenhadas em alto relevo e que estão numeradas, deslize o dedo sobre cada uma delas.		
Aplicativo: Muito bem! As linhas que você deslizou o dedo são chamadas de curvas. Sabendo disso responda: ✓ Quantas curvas ao todo você deslizou o dedo? ✓ Nos diga se houve alguma curva que ao deslizar o dedo você voltou ao ponto de partida? ✓ Quais foram estas curvas que voltaram ao ponto de partida? Aplicativo: As curvas em que você ao deslizar o dedo voltou ao ponto de partida são denominadas de curvas fechadas. E as que não voltaram ao ponto de partida são chamadas de curvas abertas.		

Fonte: o autor (2018)

A atividade de aprofundamento encontra-se descrita no quadro a seguir.

Quadro 03: Roteiro da atividade de aprofundamento.

Atividade de Aprofundamento Curvas	
Objetivo: Exercitar os conhecimentos acerca de curvas abertas e fechadas.	
Comando	Figuras
Aplicativo: Identifique quais das curvas são abertas e quais delas são fechadas.	

Fonte: o autor (2018)



Com base nessas etapas realizadas, apresentamos a seguir os resultados obtidos com a aplicação das atividades.

Resultado e Análises

Em nossa análise *a posteriori* realizamos o tratamento das informações obtidas por meio da aplicação das atividades, verificando como as estudantes cegas se saíram durante estes processos. Nesta etapa realizamos também a análise de desempenho das estudantes durante as sessões de ensino, destacando as dificuldades e os obstáculos encontrados por elas durante este momento de aprendizagem.

A partir da análise *a posteriori* realizamos a validação das informações, que ocorreu com a confrontação dos dados obtidos na análise *a priori*, como os registros das atividades das estudantes, assim como os registros e observações sobre as nossas impressões enquanto pesquisadores do experimento e com os dados da análise *a posteriori*, a fim de verificar a viabilidade das atividades propostas.

Para realizarmos a validação utilizamos quadros para facilitar a visualização das informações obtidas durante todo o processo, como também da abordagem qualitativa na análise dos registros feitos pelos estudantes e do diário de campo que foi por nós produzido.

Desta maneira, expomos a seguir as nossas análises *a posteriori*.

Análise da atividade de curvas

A atividade de curvas, era composta por três perguntas e teve como objetivo conceituar curvas, como resultado obtivemos que para esta atividade, as estudantes conseguiram responder a todas as perguntas e compreenderam sem dificuldades o conceito de curva aberta e curva fechada.

A exploração do material concreto ocorreu sem nenhum problema, as estudantes conseguiram tatear todas as curvas uma por uma, verificaram as suas numerações e formas.

Em relação ao comando inicial dado pelo aplicativo, que foi aquele que não realizou uma pergunta, mas pediu para as estudantes realizassem uma ação, no caso explorar as curvas das folhas entregues a elas, verificamos que estas sentiram um pouco de dificuldade para compreendê-lo, visto que esta era a primeira vez que estavam ouvindo tais orientações, no



entanto, com as nossas intervenções conseguiram se adaptar melhor ao material e compreender o que estava sendo pedido.

Na primeira pergunta, pretendíamos saber qual foi o total de curvas exploradas, a partir dela, verificamos que a Estudante 1 teve dificuldade para compreender o que deveria fazer, mas após a nossa explicação sobre a pergunta feita conseguiu responde-la corretamente, enquanto que a Estudante 2 conseguiu responde-la rapidamente sem precisar de nosso auxílio.

Na segunda pergunta, pretendíamos saber se existiam curvas que voltaram ao ponto de partida, com esta questão conseguimos verificar que as estudantes tinham um pouco de dificuldade para interpretar o comando das perguntas, uma vez que quando perguntamos qual havia sido a pergunta feita, estas a repetiam corretamente, mas não sabiam ao certo o que deviam fazer, reconheciam que havia curvas que voltaram ao ponto de partida, mas em suas respostas, não diziam se sim ou não, que eram as respostas esperadas, ao invés disso adiantavam-se falando logo quais eram estas curvas.

A resolução da terceira pergunta era a que objetivava saber quais eram as curvas que voltaram ao ponto de partida, como as estudantes já haviam pensado nesta resposta na questão anterior, verificamos que elas não sentiram dificuldade ao dizer quais eram, chegando rapidamente a resposta de “4 e 6 e 7” no caso da Estudante 1 e “Círculo, triângulo e quadrado” no caso da Estudante 2. A seguir expomos um quadro sobre o desempenho das estudantes durante a atividade de curvas, onde as marcações em verde representam os acertos e as de vermelho os erros.



Quadro 04: Desempenho das estudantes na atividade de curvas

Questão	Estudante 1	Estudante 2
	Desempenho	Desempenho
1- Quantas curvas ao todo você deslizou o dedo?	Acertou na 1ª tentativa	Acertou na 1ª tentativa
2- Nos diga se houve alguma curva que ao deslizar o dedo você voltou ao ponto de partida?	Acertou na 1ª tentativa	Acertou na 1ª tentativa
3- Quais foram estas curvas que voltaram ao ponto de partida?	Acertou na 1ª tentativa	Acertou na 1ª tentativa

Fonte: Pesquisa de campo (2018)

Em relação ao desempenho das estudantes observamos que apesar de termos intervido algumas vezes para auxilia-las a compreender os comandos dados, percebemos que estas conseguiram responder a todas as perguntas feitas pelo aplicativo, cada uma ao seu tempo, percebemos também que as dificuldades encontradas pelas estudantes foram mais devido à adaptação ao material, no caso do aplicativo, que era algo novo para elas, do que na própria atividade. Contudo, em nenhum momento estamos querendo dizer que o aplicativo dificultou o aprendizado, pelo contrário, ele aguçou a curiosidade e a autonomia das mesmas, o que fez com que prosseguissem na realização das atividades. Acertando a estas perguntas as estudantes nos confirmaram que o objetivo desta atividade foi alcançado.

Desempenho das estudantes nas atividades de aprofundamento

As atividades de aprofundamento foram elaboradas com o objetivo de fazer as estudantes exercitarem os conceitos que haviam sido trabalhados e desta maneira reforça-los, a seguir expomos nossas observações sobre os resultados obtidos com a aplicação desta atividade.

A atividade de aprofundamento sobre curvas, trabalhada logo após a atividade que trabalhava o seu conceito, teve como intuito exercitar os conhecimentos sobre curvas abertas e fechadas, o que exigia com que as estudantes tivessem aprendido tais conceitos para que



pudessem assim identifica-las. Conforme já esperávamos, as estudantes não sentiram dificuldade para resolvê-la, como podemos ver no Quadro 05.

Quadro 05: Desempenho dos estudantes na atividade de aprofundamento.

Atividade de Aprofundamento		Estudante 1	Estudante 2
		Desempenho	Desempenho
Curvas	Aplicativo: Identifique quais das curvas são abertas e quais delas são fechadas.	Acertou	Acertou

A identificação das curvas ocorreu de forma rápida e direta, conseguindo responder corretamente o que havia sido perguntado. Ao acertarem a atividade, estas mostraram um sentimento de segurança e de alegria por terem conseguido realizar tal feito sem precisarem de ajuda e principalmente por terem aprendido o que são curvas e como estas podem ser abertas ou fechadas.

Análise a posteriori da atividade

Neste subtópico realizamos o confronto da nossa análise *a priori*, ou seja, aquela feita antes da aplicação de nossa atividade, com as nossas análises *a posteriori* obtidas após a experimentação, nosso intuito em fazer este confronto foi para que pudéssemos realizar a validação de nossa proposta. O Quadro 06 mostra o confronto em relação aos efeitos das resoluções das atividades.

Quadro 06: Confronto entre a análise *a priori* e as *a posteriori* da atividade de curvas.

ATIVIDADE	ANÁLISE A PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
Curvas	Esta atividade pertence a um conjunto de atividades voltadas para o entendimento do conceito de polígono. Desta maneira buscamos com ela trabalhar o que vem a ser uma curva e que está pode ser aberta ou fechada. Esperamos que as estudantes cegas	As estudantes com a ajuda do material concreto conseguiram compreender o conceito de curvas abertas e fechadas sem dificuldades, acertando a todas as	POSITIVA



	não sintam dificuldades nesta atividade, devido à mesma encontrar-se estruturada de uma maneira simples e direta e ainda contar com a ajuda de concreto, o qual permitirá com que as estudantes possam responder as perguntas feitas pelo aplicativo sem muita dificuldade. Não encontramos estudos que tratassem especificamente sobre o ensino e aprendizagem de curvas para o ensino fundamental que pudessem fundamentar esta atividade, no entanto, sabemos como professores de matemática que para compreendermos polígonos devemos primeiramente saber o que são curvas.	perguntas feitas, logo em suas primeiras tentativas.	

Ao analisarmos o quadro sobre o confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori* da atividade, verificamos por meio das similaridades entre elas que as previsões feitas com base em nossas análises prévias, aconteceram durante a fase da experimentação, o que nos fez perceber que a validação foi positiva, o que significa dizer, que os resultados que esperávamos foram realmente alcançados.

Considerações Finais

Neste trabalho tivemos como objetivo avaliar a funcionalidade do ensino de matemática, mais especificadamente do conceito de curvas, para estudantes cegos por meio de sistema suplementar de comunicação. Com base na experimentação realizada, pudemos perceber que as estudantes de um modo geral se saíram muito bem com o uso do aplicativo e com a resolução das atividades propostas.

Ao aplicarmos as atividades, verificamos que as estudantes gostaram e receberam bem a nossa proposta de ensino, a qual a cada pergunta que passava percebia-se o avanço das estudantes não apenas no manuseio do aplicativo, mas em suas respostas, que ficaram cada vez mais espontâneas e elaboradas bem como se sentiam mais seguras e autônomas por estarem



participando ativamente deste processo de ensino. As estudantes conseguiram construir mentalmente as imagens das curvas que produzimos em alto relevo e com numerações em Braille, puderam registrar as suas respostas e com elas verificar se haviam acertado ou não por meio do aplicativo, tarefas estas que antes necessitariam da ajuda de um terceiro.

Além disso, aplicação desta atividade nos proporcionou imensas reflexões e aprendizados dos mais diversos tipos, pois ao aplicarmos as atividades com estudantes cegas de diferentes localidades e com vivências diferentes pudemos não só ensinar conceitos novos, mas aprender com elas, que ao longo de toda a experimentação demonstraram ter um carinho tão grande por nós e uma vontade tão forte em aprender que nos contagiava.

Após a experimentação, ambas nos agradeceram e relataram ter gostado das atividades, bem como as suas mães que nos agradeceram imensamente por termos pensado em suas filhas e por nos engajarmos nesta luta em prol de uma educação melhor para estudantes cegos. Estas manifestações de agradecimento e felicidade jamais serão esquecidas e nos impulsionarão a continuar nesta caminhada.

Por fim, verificamos que as estudantes cegas podem sim estudar e realizar as suas tarefas sem que necessitem tanto da ajuda de terceiros, visto que durante a realização das atividades eram estas que conduziam todo o processo. Destacamos aqui novamente o fato de que em nenhum momento tivemos a pretensão de substituir a função do professor, uma vez que nós mesmos precisamos intervir em alguns momentos, o que inclusive programamos para que caso houvesse dúvidas estas deveriam sempre buscar a ajuda do professor, pois sabemos da importância de cada sujeito no processo de ensino e aprendizagem. Lembramos que a atividade de aprofundamento proporcionou mais confiança as estudantes durante a resolução das questões além de esclarecerem algumas de suas dúvidas e fixarem os conceitos.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação. **Lei 9394/96**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da União, 23 de dezembro de 1996.

BRASIL. **Decreto nº 6.949**, de 25 de ago. de 2009. Promulga a Convenção Internacional sobre Direitos das Pessoas com Deficiência e seu protocolo facultativo, assinado em Nova York, em 30 de mar. de 2007.



KALEFF, A. M. M. R.; ROSA, F. M. C. da; TELLES, P. V. F.. Um caminhar à busca da inclusão: observações sobre aplicações de atividades adaptadas para o deficiente visual. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Guarapuava/PR: Sociedade Brasileira de Educação Matemática/Regional Paraná, 2013. **Anais...v. 11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

MOLLOSSI, L. F. da S. B.; MENESTRINA, T. C.; MANDLER, M. L. Dificuldades em aprender matemática: análise de entrevistas com discentes com deficiência visual. In: SIMPÓSIO EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM DEBATE. Joinville/SC: Universidade do Estado de Santa Catarina, 2014. **Anais...v.1**. Disponível em: <<http://www.revistas.udesc.br/index.php/matematica/issue/view/310>>. Acesso: 29 de Março de 2018.

MASSARO, M.; DELIBERATO, D. Uso de sistemas de comunicação suplementar e alternativa na Educação Infantil: percepção do professor. **Revista Educação Especial**, Santa Maria, v.26, n.46, p.331-350, maio- ago. 2013.

MIT App Inventor. Disponível em: < <http://appinventor.mit.edu/explore/>> Acesso: 31 de Agosto de 2018.

OLIVEIRA, M. M. de. **Sequência Didática Interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2013.

ULIANA, M. R. A inclusão de alunos cegos nas aulas de matemática das escolas públicas estaduais de Rondônia. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Guarapuava/PR: Sociedade Brasileira de Educação Matemática/Regional Paraná, 2013. **Anais...v. 11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.



O ENSINO DE FRAÇÕES SOB A ÓTICA DOCENTE

Kamilly Suzany Félix Alves
Universidade do Estado do Pará
profkamillyalves@gmail.com

Pedro Franco de Sá
Universidade do Estado do Pará
pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo: Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa de campo sobre o Ensino de Frações que teve como objetivo realizar um diagnóstico do Ensino de Frações a partir da opinião de docentes de Matemática. A produção das informações foi realizada por meio da aplicação de um questionário a 100 docentes de escolas da rede pública da cidade de Belém, no estado do Pará no período de Janeiro a Março de 2017. As informações produzidas após terem sido sistematizadas e analisadas permitiram concluir que a maioria dos docentes é do gênero masculino (80%) e estão concentrados na faixa etária entre 26 e 45 anos (67%). Estes docentes apontaram que costumam abordar este conteúdo a partir de uma situação problema ou pela definição, seguida de exemplos e exercícios. A respeito das dificuldades dos estudantes em aprender conteúdos de Frações, os conteúdos citados como difíceis ou muito difíceis foram problemas e expressões numéricas envolvendo operações com Frações e os conteúdos apontados fáceis ou muito fáceis foram tipos e representação de Frações, bem como as operações de adição e subtração de Frações com o mesmo denominador.

Palavras Chave: Educação. Educação Matemática. Formação de Professores. Fração.

Introdução

As dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de Matemática são temas presentes em pesquisas no campo da Educação Matemática, elaborando possibilidades metodológicas de ensino que possam promover um desempenho qualitativo na aprendizagem dos estudantes.

Os conteúdos de Matemática no que se refere à Educação Básica são os mais diversos, o Ensino de Frações está entre as dificuldades de aprendizagem mais corriqueiras para os estudantes nas aulas de Matemática, o que pode ser relacionada ao uso de metodologias e aos saberes dos docentes acerca deste assunto.

O conteúdo de Fração tem seu ensino iniciado, formalmente, a partir do 2º ciclo do ensino fundamental, estendendo-se, pelo menos, até o final do 3º ciclo. Pesquisas recentes evidenciam dificuldades no processo de ensino encontradas pelos professores (DAMICO, 2007;



PINTO E RIBEIRO, 2013 LOPES, 2016), sendo este conteúdo considerado um dos mais difíceis na matemática da escola básica.

Este estudo é parte de um projeto que visa propor aos professores de Matemática uma estratégia metodológica para o ensino das operações com frações por atividades. Apresenta-se, dessa maneira, somente os resultados da pesquisa realizada com os docentes de escolas públicas da cidade de Belém/PA sobre os aspectos de sua formação inicial e continuada a respeito de metodologias para ensino de Fração, suas escolhas metodológicas em sua prática docente, relacionar cada tópico deste conteúdo, a partir de sua experiência, com o grau de dificuldade que os alunos sentem ao estudá-los.

Desta maneira, organizamos este trabalho, apontando inicialmente estudos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem de Frações, seguindo a apresentação dos resultados encontrados nas respostas do questionário e, finalizando, com algumas considerações sobre estes resultados.

Procedimentos Metodológicos

A metodologia escolhida para este trabalho é de cunho quanti-qualitativa, pois analisaremos os dados de maneira detalhada e também estatística. A coleta de dados foi realizada a partir da aplicação de um questionário a 100 (cem) docentes da rede pública do estado do Pará. Enfatizamos o caráter qualitativo desta pesquisa, visto que realiza a análise de dados coletados de maneira detalhada e dialogada com pesquisas já publicadas na área.

Conforme D'Ambrósio (2012, *apud* FIORENTINI *et al*, 2012, p.12), a pesquisa qualitativa tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes. Para o autor, ela depende da relação observador-observado.

A pesquisa foi realizada durante os meses de Janeiro a Março de 2017, tendo como instrumento de coleta um questionário contendo 13 perguntas fechadas. A primeira parte (questões de 01 a 07) era referente aos dados pessoais, tempo de serviço, formação acadêmica e experiência profissional.



Na segunda parte, as questões de 8 a 12, buscavam conhecer as atividades dos professores no ensino dos números decimais e a 13ª questão, teve como objetivo ter um panorama das dificuldades dos alunos a partir das suas percepções.

O objetivo central desta pesquisa é refletir acerca das dificuldades na aprendizagem de conteúdos referentes à Fração a partir da ótica docente, já que, conforme levantamento bibliográfico, estes aspectos estão presentes no processo de ensino e aprendizagem deste assunto.

Iniciamos nossos estudos realizando um levantamento bibliográfico e para tal elegemos três diferentes trabalhos que tem seus estudos focados no processo de ensino e aprendizagem de Frações relacionando à formação de professores: Damico (2007), Lopes (2016) e Pinto e Ribeiro (2013), cujas produções nos serviram de referencial para a elaboração do nosso instrumento de pesquisa.

Após este levantamento, foi proposto um questionário aos docentes consultados. A produção dos dados iniciais aconteceu com a colaboração dos professores respondendo ao questionário de modo individual. O questionário trazia questões sobre o perfil dos professores, que se referem aos dados pessoais, tempo de serviço, formação acadêmica e experiência profissional.

Após análise das respostas encontradas nos questionários, organizamos os resultados, prioritariamente, na mesma ordem em que as questões estavam dispostas no questionário, podendo vir individualmente ou em conjunto com outro item, em que foram apresentadas aos profissionais da área de Matemática.

Estudos sobre o Processo de Ensino e Aprendizagem de Frações

As Frações, seu processo de ensino e de aprendizagem, seus elementos curriculares, são objetos de estudo de pesquisas em Educação, educação Matemática, Ensino de Matemática, etc. Os mais diversos olhares para este tema, buscam confrontar as dificuldades de aprendizagem referentes a esse conteúdo com seu processo de ensino, das quais selecionamos três (DAMICO, 2007; PINTO E RIBEIRO, 2013 LOPES, 2016) que discutem a formação deste professor.



O estudo de Damico (2007) investigou a formação inicial de professores de Matemática para o ensino dos Números Racionais no Ensino Fundamental, pesquisou 346 estudantes para professores de Matemática, sendo 189 iniciantes e 157 concluintes, bem como 41 formadores de professores de duas universidades do ABC paulista.

Os resultados foram apresentados em três unidades de análise que abordam o conhecimento matemático dos estudantes para professores em relação aos cinco significados da Fração; o conhecimento matemático e o conhecimento pedagógico (do conteúdo ou didático) em relação às operações básicas com frações; os números racionais na formação universitária.

O autor evidencia que os estudantes para professores tem uma visão sincrética dos números racionais, demonstrando um acentuado desequilíbrio entre o conhecimento conceitual e processual, com prevalência do processual. Observou também um baixo nível de conhecimento didático com relação às formas de representação dos conteúdos ensinados no Ensino Fundamental referente aos números racionais.

O trabalho de Pinto e Ribeiro (2013) teve como objetivo central identificar quais as situações matematicamente (mais) críticas para os professores de modo que, pela formação facultada, possam deixar de o ser. Tomando como foco o conhecimento matemático do professor e as suas especificidades, os autores discutem alguns aspetos desse conhecimento de futuros professores sobre números racionais, em concreto o sentido de número racional, identificando as suas componentes mais problemáticas e equacionando alguns dos porquês em que se sustentam.

O estudo combinou uma metodologia quantitativa com um estudo de caso instrumental, no qual os autores aplicaram tarefas a futuros professores em duas Instituições de Ensino Superior (IES) que formam professores dos Primeiros Anos, para aceder ao seu conhecimento relativo ao conceito de número racional, que lhes permita: reconhecer diferentes significados das frações, identificar e reconstruir a unidade de referência; reconhecer frações equivalentes e relacionar diferentes representações; comparar e ordenar números racionais, reconhecendo a sua densidade; e relacionar símbolos com ações e conhecimentos informais, bem como com linguagem matemática formal (e adequada) de forma significativa.



Como resultados, apontaram que relativamente aos diferentes significados das frações, a maioria dos estudantes revelou pouca familiaridade, mesmo com o significado que admitiram ter sido mais explorado durante o seu percurso escolar, ou seja, a fração como parte-todo; revelam um conhecimento matemático especificamente relacionada com a atuação docente de um nível bastante baixo, alguns estudantes parecem não estar muito familiarizados com a representação fracionária e revelaram sérias limitações ao nível do desenvolvimento do seu raciocínio multiplicativo. Para os autores, a formação deverá focar-se onde é, efetivamente, necessária, de modo a potenciar um incremento do conhecimento dos alunos, pelo conhecimento (e práticas) dos professores.

Ainda que com uma formação bastante ampla em conhecimentos matemáticos, se faz necessário o professor de matemática ter domínio das especificidades do conteúdo de Fração de acordo com cada turma em for ministrar este conteúdo.

Lopes (2016) ao realizar uma revisão bibliográfica sobre o tema formação de professores e o processo de ensino e aprendizagem de frações e uma investigação com professoras dos anos iniciais, buscando conhecer como uma proposta de formação influencia na (re) construção de conhecimentos sobre frações e em práticas de professores dos anos iniciais, investigou diversas pesquisas relacionadas ao tema, apresentadas em congressos, dissertações e teses, juntamente com as respostas de um questionário formulado sobre o tema frações.

Ao verificar dados de formação inicial e o tempo de prática das professoras respondentes, ideias envolvendo frações e dificuldades relatadas ao ensinar frações, a autora percebeu que, geralmente, a fração é tratada com a concepção de parte-todo, que o conceito de frações não está bem definido entre as professoras pesquisadas, e ainda assim todas elas ensinam frações, algumas relatam que ensinam porque o currículo direciona para essa prática e que elas ensinam, na sua maioria ,abordando a parte-todo e quanto a maneira como ensinam, disseram que de forma prática, mas sem citar exemplo.

Esses indícios nos indicam a necessidade de formação sobre o tema e tópicos que precisam ser destacados, o que requer a importância de um enfoque mais amplo da noção de fração tanto em cursos de formação inicial como de formação continuada.



Estes autores realizaram apontamentos que subsidiaram a construção do questionário utilizado para a coleta de informações dos docentes consultados.

Os três trabalhos descritos, no âmbito do processo de aprendizagem de Frações relacionado à formação de professores, mostram que além dos saberes curriculares, ou seja, aqueles que os professores constroem ao longo de sua carreira e dizem respeito aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos, o docente necessita manipular também diversos outros saberes inerentes ao processo de ensino. Sendo assim, estes saberes intrinsecamente relacionados à formação inicial e/ou continuada que este docente recebeu.

Estes resultados nos sugerem uma fragilidade nos saberes curriculares, experienciais e pedagógico destes professores consultados acarretando em lacunas na aprendizagem destes alunos ou até mesmo aversão a esta disciplina.

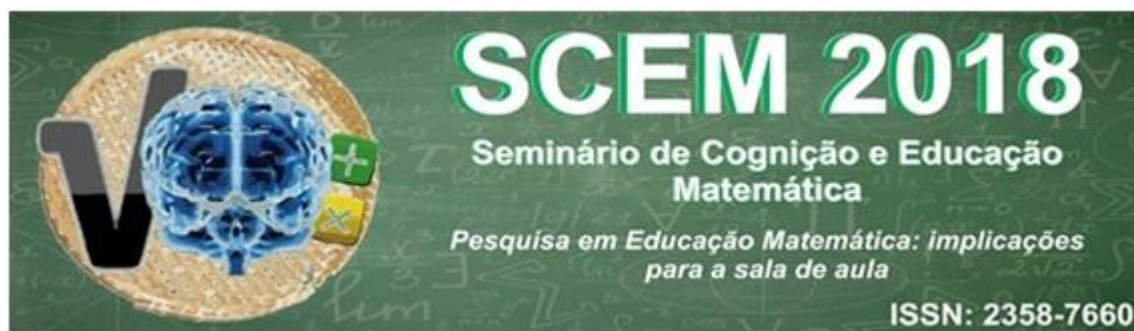
Resultados

As análises das informações coletadas com os docentes de Matemática nos proporcionaram a elaboração de quadros que serão dispostos a seguir.

Do total de docentes consultados, 20 eram do gênero feminino e 80 do masculino, sendo que 56% são, exclusivamente, docentes de escolas públicas da rede estadual do Pará; 30% são de escolas públicas e de outras instituições, dentre as municipais, federais e privadas; e, 14% são de escola privada ou não estão atuando em sala de aula, pois estão de licença. Os professores estão concentrados na faixa etária entre 26 e 45 anos, com 67%, como mostra o quadro 01 a seguir.

Quadro 01 – Faixa Etária Dos Docentes

Faixa Etária (anos)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
21 a 25	8	8,00%
26 a 30	9	9,00%
31 a 35	21	21,00%
36 a 40	16	16,00%
41 a 45	20	20,00%
46 a 50	18	18,00%



51 a 55	3	3,00%
56 a 60	3	3,00%
61 a 65	2	2,00%
Total Geral	100	100%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Quanto a escolaridade dos docentes consultados, temos:

Quadro 02 – Escolaridade dos Docentes

Nível	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Somente a Graduação	45	45,00%
Possui uma especialização	38	38,00%
Possui mais de uma especialização	11	11,00%
Possui mestrado	5	5,00%
Possui doutorado	1	1,00%
Total Geral	100	100%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

O quadro 02 apresenta que todos os docentes possuem o nível de graduação concluído, indicando que 38% possuem pelo menos uma especialização. Os cursos apontados estão conectados à área da educação, sendo citadas as Especializações em: Educação Matemática, Matemática Financeira, Matemática no Ensino Médio, Matemática, Gestão Escolar, Atendimento Educacional Especializado, Docência do Ensino Superior, Educação Especial, metodologia do Ensino da Matemática, etc.

Dos docentes consultados, 17% indicaram estar cursando Mestrado, dos cursos indicados estão: Profissional em Matemática e em Educação. Quanto ao docente que declarou ter doutorado, relatou ser em Educação Matemática, na PUC de São Paulo.

Com a leitura destes dados, percebemos que a população consultada apresenta um relevante nível de formação, estando em sua maioria em processo de formação continuada, o que nos permite indicar uma maior apropriação de técnicas e teorias relacionadas ao campo da educação, ao processo de ensino e aprendizagem.

O quadro 03 nos fornece os dados referentes ao tempo de serviço dos docentes consultados, proporcionando um panorama dos diversos níveis de experiência docente em que



os docentes estão, apresentando razoável experiência no trabalho docente, sendo o maior índice na faixa de 6 a 10 anos de atuação, com 30% dos consultados.

Quadro 03 – Tempo de serviço dos Docentes

Tempo de Serviço (anos)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
01 a 05	25	25,00%
06 a 10	30	30,00%
10 a 15	23	23,00%
16 a 20	17	17,00%
21 a 25	5	5,00%
Total Geral	100	100%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Podemos notar que o período de 06 a 15 anos concentra o maior percentual de tempo de atuação destes professores, o que nos indica uma considerável experiência no trabalho docente. Em relação aos níveis de ensino em que os docentes consultados estão lecionando, no que diz respeito à educação básica, atualmente temos que: 36% está atuando no ensino fundamental e no ensino médio, 35% apenas no fundamental, 17% somente no ensino médio e 12% não está lecionando em nenhum dos dois níveis de ensino, pois estão de licença.

Em uma das maiores frequências encontram-se os professores que atuam nos dois níveis de ensino (Fundamental e Médio), 15 lecionam em todos os anos, ou seja, 6º, 7º, 8º e 9º anos; 14 atuam em três anos (7º, 8º e 9º anos); 7 lecionam em dois dos anos do ensino fundamental e, 1 atua somente no 9º ano.

No que se refere aos professores que lecionam apenas no ensino fundamental, também uma das maiores frequências, estão distribuídos da seguinte maneira: 15 atuam em todos os anos (6º, 7º, 8º e 9º anos); 10 trabalham nos 6º, 7º e 8º anos; 7 apenas no 7º e no 9º ano; 2 professores ensinam somente no 7º ano e 1 na modalidade Eja.

Com relação aos professores que ensinam somente no nível médio, 8 deles trabalham apenas em um ano (2º e 3º); 12 opera apenas em 2 anos (2º e 3º ano) e 16 deles nos três anos do ensino médio.

Dos docentes consultados, 74% já atuaram nos níveis fundamental e médio, o que nos indica que estes, possivelmente, possuem acúmulo de conhecimentos curriculares no que diz



respeito à educação básica. Destes professores, 51 expressaram ter lecionado em todos os anos de ambos os níveis de ensino; 13 apontaram todos os anos do nível médio, porém apenas 1, 2 ou 3 anos do ensino fundamental; 10 trabalharam em todos os anos do nível fundamental, mas apenas em dois do nível médio.

Os docentes que lecionaram no somente no ensino fundamental, 12 disseram ter trabalhado em todos os anos deste nível de ensino; 5 apontou ter ensinado nos 5º, 6º e 7º ano; 3 professores mencionaram ter lecionado em dois dos quatro anos do fundamental. No que se referem aos professores que atuaram apenas no nível médio, todos assinalaram ter trabalhado nos três anos deste nível de ensino.

Indagamos se durante sua formação de professor de Matemática, o docente realizou alguma disciplina sobre metodologias de ensino de Fração, e obtivemos, que 80% não realizou disciplina com esta característica, os outros 20% dos docentes pesquisados apontam as disciplinas: Matemática I, Metodologia do ensino de Matemática, Prática de Ensino I, Instrumentação para o Ensino de Matemática e Fundamentos Metodológicos.

Esses dados sinalizam uma fragilidade na formação da maioria destes professores em relação às possibilidades de abordagem e desenvolvimento de diferentes metodologias para o processo de ensino do conteúdo de fração.

Ainda a respeito de sua formação, ao serem perguntados se, durante sua atuação enquanto professor de matemática, já fez algum curso ou evento que abordou o ensino de fração, os docentes sinalizaram que: 76% afirmaram que não fizeram curso ou participaram de evento com a abordagem descrita, restando apenas 24% dos docentes que já realizaram algum curso ou evento nesta área, citando: Formação Continuada, Mini-cursos, CONNEPPI, Material dourado, Material do Positivo, formação anual e método da redescoberta.

Consistente com os resultados revelados anteriormente, bem como nos estudos apresentados, notamos que além da fragilidade na formação inicial do professor de Matemática no que diz respeito à metodologias voltadas para o conteúdo de Fração, temos também a formação continuada.

Resultados semelhantes foram encontrados no estudo de Pinto e Ribeiro (2013), apontando que os professores possuem pouca familiaridade com este conteúdo, revelando um



conhecimento matemático de um nível bastante baixo para o ensino de Fração, possivelmente causado por estas lacunas em sua formação.

Quando perguntados com relação à maneira como os professores consultados ensinam o conteúdo de fração, a maioria dos docentes apontou que as aulas começam com uma situação problema para depois realizar a introdução do referido conteúdo, conforme o Quadro 04.

Com a frequência de 50% dos docentes indicando que abordam o conteúdo a partir de uma situação problema para posteriormente introduzir o assunto, notamos um aspecto positivo quanto à metodologia destes docentes. Ainda que 42% ainda permaneçam abordando o conteúdo de Fração de maneira tradicional, ou seja, pela definição, seguida de exemplos e exercícios.

Quadro 04 - Abordagem Do Conteúdo De Fração Pelos Docentes

ROTEIRO	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Pela definição seguida de exemplos e exercícios	42	42,00%
Com uma situação problema para depois introduzir o assunto	50	50,00%
Com um modelo para a situação e em seguida analisando o modelo	6	6,00%
Nunca ensinou o assunto	2	2,00%
Total Geral	100	100%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Os demais docentes indicaram que abordam o conteúdo de Frações com um modelo para a situação em seguida analisando o modelo (6%) e 2 docentes declaram nunca ter ensinado este assunto.

A utilização de jogos para a abordagem deste conteúdo para a posterior sistematização não foi apontada por nenhum dos docentes consultados, indicando que esta alternativa metodológica, ainda não tem se aplicado com frequência em sala de aula, possivelmente pela falta de recursos suficientes nas escolas públicas estaduais para a aplicação e execução dos mesmos.

Lopes (2016) destaca que o uso do lúdico no ensino de Matemática é um aspecto pedagógico facilitador da aprendizagem de Frações, bem como Silva (2007, p. 295) comenta



que “um ensino voltado à memorização e à aplicação de algoritmos, o conteúdo de frações apresenta-se como um dos vilões do fracasso escolar”.

Ao perguntarmos aos docentes sobre como desenvolviam a fixação do conteúdo de Fração com os alunos, como meio de identificar as diferentes maneiras utilizadas para promover a aprendizagem de seus estudantes,

A maioria dos docentes expôs a maneira tradicional como a mais frequente forma de fixação deste conteúdo, ou seja, apresentam uma lista de exercícios para serem resolvidos pelos alunos, como podemos observar o Quadro 05.

Quadro 05 - Fixação do conteúdo de Fração pelos Docentes

Maneira	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Apresentam uma lista de exercícios para serem resolvidos	74	74,00%
Apresentam jogos envolvendo o assunto	9	9,00%
Solicitam que os alunos resolvam os exercícios do livro didático	15	15,00%
Não propõe questões de fixação	2	2,00%
Total Geral	100	100%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

As principais escolhas estão entre apresentar uma lista de exercícios (74%) e solicitar que os alunos resolvam exercícios presentes no livro didático (15%), dados que demonstram pouca variedade na utilização de recursos didáticos para o desenvolvimento do ensino do conteúdo de Fração. Resultados estes, que se pensarmos a maioria das Escolas Públicas do Estado do Pará, possivelmente, são os únicos recursos didáticos disponíveis ao professor.

A respeito deste aspecto, Silva (2007, p. 295) comenta que “um ensino voltado à memorização e à aplicação de algoritmos, o conteúdo de frações apresenta-se como um dos vilões do fracasso escolar”, o que implica na necessidade do professor dominar um saber pedagógico, construído a partir de sua atuação docente.

A terceira parte do questionário buscou conhecer a avaliação dos docentes sobre o aprendizado dos discentes em Fração, para alcançarmos um panorama das dificuldades dos alunos a partir das suas percepções.



Estas percepções estão intrinsecamente relacionadas à atuação em sala destes docentes consultados, pois só com os saberes construídos através da experiência do labor de sala de aula, é possível mensurar as principais dificuldades de seus estudantes a respeito de determinados conteúdos relacionados à Frações.

O quadro 06 a seguir nos fornece a relação entre tópicos do conteúdo de Frações e se o professor costuma ou não ensiná-los em suas aulas. Vejamos:

Quadro 06 - Relação Assunto X Ensino

Item	ASSUNTO	COSTUMA ENSINAR	
		SIM	NÃO
		%	%
01	Conceito de fração	94%	6%
02	Tipos de fração	91%	9%
03	Representação de frações	97%	3%
04	Simplificação de frações	94%	6%
05	Comparação de frações	94%	6%
06	Adição de frações com o mesmo denominador	97%	3%
07	Adição de frações com denominadores diferentes	97%	3%
08	Subtração de frações com o mesmo denominador	97%	3%
09	Subtração de frações com denominadores diferentes	97%	3%
10	Multiplicação de fração	97%	3%
11	Divisão de fração	97%	3%
12	Problemas em que se conhece o todo e deseja saber a parte	94%	6%
13	Problemas em que se conhece uma parte e deseja conhecer o todo	88%	12%
14	Problemas em que se conhece uma parte e deseja encontrar outra parte	88%	12%
15	Expressões numéricas com frações envolvendo adição e subtração	88%	12%
16	Expressões numéricas com frações envolvendo adição, subtração e multiplicação	85%	15%
17	Expressões numéricas com frações envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão	85%	15%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Conteúdos básicos ao ensino de Fração, em sua maioria, são trabalhados pelos docentes, como: Conceito de fração, tipos de fração, representação de frações, simplificação de frações, comparação de frações, as quatro operações com frações e problemas em que se conhece o todo e deseja saber a parte, todos alcançando acima de 90% no índice relativo no costume de ensinar.



Percebemos que os itens mais frequentes que os professores mais costumam deixar de ensinar referem-se às expressões numéricas envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com Frações.

Ainda que o docente possua uma formação bastante ampla em conhecimentos matemáticos, se faz necessário o professor de matemática tenha domínio das especificidades do conteúdo de Fração.

Agora, apresentamos as opiniões dos docentes quanto ao grau de dificuldades que os alunos sentem ao aprenderem os tópicos do conteúdo de fração descritos na tabela acima. Utilizamos MF para referir-se à “Muito Fácil”, FA para “Fácil”, RE para “Regular”, DI para “difícil” e MD para “Muito Difícil”.

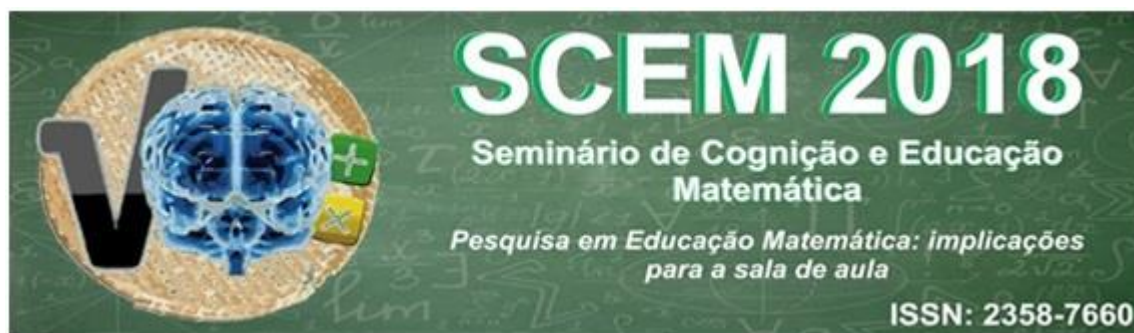
A partir da opinião dos professores consultados, buscamos identificar o grau de dificuldade de aprendizagem dos tópicos de Frações presentes no Quadro 07.

A confiabilidade das respostas dadas pelos sujeitos consultados seguindo uma escala Likert em 5 pontos (1= muito fácil; 2= fácil; 3= regular; 4=difícil; 5= muito difícil) foi medida pelo coeficiente Alfa de Cronbach.

Para o número de itens $k = 17$, os dados mostram que a soma variância das respostas de cada item é $\sum_{i=1}^k s_i^2 = 11,1416$ e a variância total é $s_t^2 = 21,26$. Dessa forma, encontramos $\alpha = 0,50568$, o que indica um valor de confiabilidade “regular” na escala apresentada por Hill e Hill (2009).

Quadro 07 – Dificuldade dos Alunos segundo os Docentes

Item	ASSUNTO	GRAU DE DIFICULDADE DOS ALUNOS				
		MF	FA	RE	DI	MD
		%	%	%	%	%
01	Conceito de fração	9%	56%	32%	3%	0%
02	Tipos de fração	12%	41%	44%	3%	0%
03	Representação de frações	3%	59%	32%	6%	0%
04	Simplificação de frações	0%	24%	58%	18%	0%
05	Comparação de frações	0%	18%	47%	35%	0%
06	Adição de frações com o mesmo denominador	18%	44%	32%	6%	0%
07	Adição de frações com denominadores diferentes	0%	6%	47%	35%	12%
08	Subtração de frações com o mesmo denominador	18%	38%	30%	11%	3%



09	Subtração de frações com denominadores diferentes	0%	23%	38%	27%	12%
10	Multiplicação de fração	15%	44%	29%	12%	0%
11	Divisão de fração	3%	26%	35%	30%	6%
12	Problemas em que se conhece o todo e deseja saber a parte	0%	15%	67%	15%	3%
13	Problemas em que se conhece uma parte e deseja conhecer o todo	0%	12%	50%	29%	9%
14	Problemas em que se conhece uma parte e deseja encontrar outra parte	0%	15%	41%	32%	12%
15	Expressões numéricas com frações envolvendo adição e subtração	0%	12%	37%	42%	9%
16	Expressões numéricas com frações envolvendo adição, subtração e multiplicação	0%	6%	35%	41%	18%
17	Expressões numéricas com frações envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão	0%	3%	30%	43%	24%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Entre os conteúdos considerados mais fáceis pelos professores estão: Conceito, Tipos, Representação, Adição e Subtração com mesmo denominador e Multiplicação de Frações. Os conteúdos considerados regulares pela maioria dos docentes foram: simplificação, comparação, adição e subtração com denominadores diferentes, divisão e problemas que envolvem a relação parte-todo. Para os conteúdos difíceis, os professores citaram as expressões numéricas que envolvem as operações com Frações.

Apesar de alguns conteúdos relacionados à Fração serem considerados difíceis, ou até mesmo nem serem abordados pelos docentes, devem ser mais valorizados em sala de aula para que o aluno, tendo o contato com esses tópicos possa ter oportunidades de compreendê-los para a promoção da aprendizagem, caso contrário, estará sendo cerceado seu acesso a esse conhecimento tão fundamental para a sua vida escolar e cotidiana.

Estas dificuldades em desenvolver alguns conteúdos de Frações são apontadas nos estudos de Damico (2007), Pinto e Ribeiro (2013) e Lopes (2016) e nos inclina a refletir quanto às concepções e saberes destes professores de Matemática sobre Frações. Ponderamos, então, a importância da formação docente, tanto inicial como continuada, trazendo os saberes



necessários para atuação em sala de aula, para sanar ou amenizar estas dificuldades encontradas nos professores e alunos.

Considerações

Este estudo teve como objetivo analisar como ocorre o processo de ensino e aprendizagem de frações por estudantes sob a ótica docente. Por meio dos instrumentos de investigação da pesquisa, pôde-se conhecer também o perfil destes professores, aspectos sobre sua formação e saberes. Como destacado anteriormente, esta pesquisa é parte de uma dissertação que visa a elaboração de uma sequência didática para o ensino de frações.

Os resultados da pesquisa com os cem docentes sobre o processo de ensino e aprendizagem das operações com frações revelam aspectos importantes como: lacunas na formação inicial e continuada que fragilizam a atuação docente no que concerne ao ensino do conteúdo de Frações.

Apesar de conteúdos básicos de Frações serem desenvolvidos pelos professores, ainda há itens que deixam de ser ensinados, os quais são importantes para o desenvolvimento do conhecimento matemático do aluno, o que possivelmente, dessa forma, deixa de construir subsídios para a aprendizagem de outros conhecimentos matemáticos mais complexos em outros momentos da vida escolar.

Dados que convergem para esta informação são encontrados nos estudos apresentados, direcionando lacunas na formação inicial dos docentes em Matemática, que confirmam outros momentos de nossa consulta, nas quais é revelado que 80% dos docentes não realizaram disciplina sobre metodologias de ensino de Fração, e 76% afirmaram que não fizeram curso ou participaram de evento com esta abordagem durante sua formação continuada.

Este estudo nos levou a refletir sobre o processo de formação do professor de Matemática, que tem apresentado sintomas de fragilidade nos aspectos referente à construção dos saberes necessários à atuação docente no que diz respeito ao ensino de Frações, sendo assim novas possibilidades de estudos nessa temática se mostram necessários para podermos apontar



caminhos para amenizar estes problemas e até mesmo potencializar a formação do professor de matemática.

Referências

- D' AMBRÓSIO, U. Prefácio. In: FIORENTINI, D.; GARNICA, A. V. M; BICUDO, M. A. V. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. BORBA, M.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). 4 Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.
- DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o Ensino de Números Racionais no Ensino Fundamental**. 2007, 313 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - São Paulo: PUC, 2007.
- HILL, M. M.; HILL, A. **Investigação por questionário**. 2. Ed. Lisboa: Edições Sílabo, 2009.
- LOPES, A. F. Formação de professores dos anos iniciais sobre o processo de ensino e aprendizagem de frações. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, n.12, 2016. São Paulo. **Anais...** São Paulo – SP: Universidade Cruzeiro do Sul/SP, 2016.
- PINTO, H.; RIBEIRO, C. M. Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos – o sentido de número racional. **Rev. Da Investigação às Práticas**, v. 3, nº 1, p. 80-98, 2013.
- SILVA, A. F. G. **O desafio do desenvolvimento profissional: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações**. Tese (Doutorado em Educação Matemática), 308f. São Paulo: PUC, 2007.



O ENSINO DE GEOMETRIA DE FORMA LÚDICA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Carlos Eduardo Rodrigues Corrêa, Universidade da Amazônia – UNAMA,
carlloscorrea06@outlook.com

RESUMO

Ao introduzirmos a Geometria no Ensino Fundamental verificamos que é grande a dificuldade apresentada pelos alunos, ainda que este conteúdo seja visível em relação a outros conhecimentos abstratos, indicando problema de falta de familiaridade com este assunto, não sabendo iniciar e/ou manipular dada situação geométrica apresentada. Diante dessa problemática, tomou-se como objetivo analisar as contribuições do recurso lúdico do Tangram para o ensino de conteúdos de Geometria Plana para os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. A Metodologia seguiu o percurso da Pesquisa Bibliográfica, com a descrição de informações sobre o tema e do problema de pesquisa, a partir da exploração e apuração de sínteses dos resultados de pesquisa já realizadas, assumindo assim este tipo de estudo uma função integradora entre o conhecimento, o leitor e o pesquisador possibilitando o acúmulo de conhecimentos. Os resultados revelaram que o uso do Tangram nas construções geométricas para instigar a curiosidade e o interesse do aluno por este conhecimento matemático; como uma eficiente ferramenta lúdica de ensino de conteúdos de geometria plana; e os benefícios que as atividades lúdicas proporcionam aos alunos têm efeitos positivos na aprendizagem e no desenvolvimento de aspectos fundamentais do aprendiz. Concluímos que: Ensinar de forma lúdica com Tangram a Geometria Plana significa um ambiente didático favorável à autonomia, criatividade e prazer, funcionando como atrativos à aprendizagem, na medida em que permite a participação ativa e efetiva no processo de construção do conhecimento geométrico, contribuindo para superar o problema de falta de familiaridade dos alunos com este conteúdo.

ABSTRACT

When introducing Geometry in Elementary School we found that the difficulty presented by the students is great, even if this content is visible in relation to other abstract knowledge, indicating a problem of unfamiliarity with this subject, not knowing how to start and / or manipulate given geometric situation presented. Faced with this problem, the objective was to analyze the contributions of the play resource of the Tangram for the teaching of contents of Geometria Plana for the students of the 7th year of Elementary School. The Methodology followed the course of the Bibliographic Research, with the description of information on the subject and the research problem, from the exploration and verification of syntheses of the research results already made, thus assuming this type of study an integrating function between knowledge , the reader and the researcher enabling the accumulation of knowledge.



The results revealed that the use of Tangram in the geometric constructions to instigate the curiosity and interest of the student by this mathematical knowledge; as an efficient playful tool for teaching contents of flat geometry; and the benefits that playful activities provide to students have positive effects on learning and developing key aspects of the learner. We conclude that: Teaching in a playful way with Tangram the Flat Geometry means a didactic environment favorable to autonomy, creativity and pleasure, functioning as attractive to learning, insofar as it allows the active and effective participation in the process of geometric knowledge construction, contributing to overcome the problem of students' lack of familiarity with this content.

Palavras-Chave: Jogos. Atividades lúdicas. Figuras Planas. Motivação. Aprendizagem.

Keywords: Games. Play activities. Flat figures. Motivation. Learning

1. INTRODUÇÃO

No atual processo Global, permeado pela competitividade entre as instituições e os agentes, a formação e qualificação das pessoas na Educação Matemática se tornaram assuntos do dia, pois a sociedade contemporânea valoriza pessoas dotadas de iniciativa própria, criatividade, crítica, raciocínio rápido e poder de análise, requisitos essenciais para enfrentar e solucionar problemas de ordens profissionais e sociais.

Diante dessa demanda, a Matemática se tornou ferramenta para avaliar a aprendizagem e os conhecimentos adquiridos pelo sujeito no decurso da sua trajetória escolar. Até porque as habilidades humanas não são essencialmente adquiridas em sua formação biológica, mas são construídas a partir de diversos instrumentos que ampliam a capacidade de percepção, ação e resolução de problemas. Ou seja, a Matemática é uma disciplina fundamental para conhecimentos, capacidades e habilidades dos indivíduos. Assim, os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental podem se desenvolver através da Matemática, particularmente a partir do ensino de Geometria Plana, com a perspectiva de adquirir habilidades e criatividade na construção de estratégias para solucionar as situações apresentadas em classe, bem como, no futuro, enfrentar as situações sociais desafiadoras.



1.1. PROBLEMÁTICA QUE ENVOLVE O ENSINO DE GEOMETRIA

Durante o curso de graduação, percebíamos que o conteúdo de geometria seria um dos temas que mais chamariam a atenção dos alunos, pois com ele se abriria um leque de possibilidades. Porém, durante nossa atuação no ensino, observamos que os alunos apresentam dificuldades com a geometria, mesmo sendo um conteúdo bastante ilustrativo e constituído por situações interessantes.

Essa dificuldade na elaboração dos elementos da geometria plana é derivada das séries anteriores, onde os alunos são induzidos a aplicar fórmulas por trabalharem mais a álgebra que geometria. Transformar a geometria em apenas aplicação de fórmulas significa perder a essência do assunto e isto ocorre porque “a falta da familiaridade dos educadores com a geometria tem contribuído para a formação de alunos que aprendem mecanicamente sem entender o porquê e para que, destes conteúdos matemáticos” (PAVANELLO, 2009, p. 7).

Este problema de familiaridade com as situações geométricas, tanto por parte do professor, como por parte do aluno, pode ser resultado da concepção tradicional de ensino, que concebe a Matemática como uma ciência exata, formal e abstrata, cuja definição conduz a uma prática docente a - histórica, ou seja, dissociada da realidade. Isto leva o conhecimento a se tornar algo cumulativo, o que favorece apenas a apresentação de conceito e de conteúdo, porém sem a sua praticidade. Os abstratos matemáticos passam, então, ser estudado com um rigor lógico-estrutural, rigor que passa a caracterizar a Matemática, como sendo modelo de ensino desta disciplina (HIRATSUKA, 2006).

Neste modelo, a aprendizagem matemática é obtida através da reprodução do que é apresentado e exposto e, nesse contexto, o aluno demonstra que aprendeu o conteúdo se puder reproduzi-lo corretamente. Esta situação se torna crônica, quando o professor exige do aluno uma maneira específica de raciocinar as situações geométricas, a ponto de representar uma “visão errada e que gera experiências escolares negativas, trazidas pelos próprios professores para a sala de aula” (GUIMARÃES; SANTOS, 2013, p. 9).



Ou seja, o problema de familiaridade com as situações geométricas tem relação direta com a forma tradicional de ensino e que, por sua vez, leva ao fracasso escolar, sendo que recorrentemente essa situação é reproduzida nas Avaliações dos Órgãos Oficiais da Educação Matemática, associando baixo desempenho dos alunos nesta disciplina.

1.2. PROPOSTA DE PESQUISA

Nas últimas décadas vem tendo visibilidade os esforços de muitos pesquisadores e educadores, no sentido de compreender como: o aluno aprende melhor; o que o aluno precisa para isso ser uma realidade; de que forma ele gostaria que isso ocorresse; quais atividades que mais lhe interessaria; como o educando transfere a aprendizagem para resolver situações-problema; como constroem conceitos; qual a maturidade cognitiva necessária para que o sujeito se aproprie de determinado conhecimento; entre outros. Enfim, a identificação dessas necessidades do aluno é fundamental para enfrentar o fracasso escolar em matemática.

Especificamente em geometria é desejável, sem qualquer sombra de dúvida, que este conteúdo seja ensinado de forma que proporcione um ambiente favorável de construção deste conhecimento, de modo a tornar as aulas mais agradáveis e fascinantes, com o intuito de fazer com que a aprendizagem se torne algo atrativo para o aluno. Sobretudo, este ambiente de aprendizagem deve servir de estratégia para estimular o raciocínio do educando, o qual possa se tornar capaz de enfrentar as situações lhe apresentadas em sala e no cotidiano social.

Por isso, defendemos que a geometria deve ser ensinada a partir de situações didáticas que permitam os alunos aprenderem com animosidade, autonomia, alegria, prazer, divertimento e, porque não, ‘aprender brincando’; superando o método tradicional de ensino, pouco dinâmico e que gera obstáculos à iniciativa individual, a espontaneidade e a criatividade, os quais se refletem em dificuldades de aprendizagem (LEITE, 2010). Não é por acaso que os próprios Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN colocam em questão que “as aulas expositivas, meios recorrentemente utilizados nas salas de aula, passam a ideia de ser uma técnica pedagógica cansativa e desinteressante” (BRASIL, 2006, p.53).



De fato, muitos autores da educação (KISHIMOTO, 2001; LUCKESI, 2010; ROJAS, 2007; e outros) vêm se preocupando em disponibilizar aos alunos um ambiente motivacional, com vista a permitir uma participação mais ativa e uma aprendizagem efetiva na construção do conhecimento, sendo que a atividade lúdica a principal ferramenta para isso. Além disso, as atividades lúdicas contribuem para desenvolver a concentração, curiosidade, raciocínio, coordenação motora, agilidade, socialização, autoconfiança e a autoestima do aluno (BRASIL, 1999).

Como o lúdico representa duas questões-chave: jogos e brincadeiras, o estudo em curso aprofunda a discussão apenas nas atividades referentes aos jogos, delimitando-se abordar o Tangram (um jogo de quebra-cabeça de origem chinesa, constituído por sete peças: 5 triângulos de tamanhos diferentes, 1 quadrado e 1 paralelogramo) como suporte pedagógico para o ensino de Geometria Plana, visto que o lúdico pode ser constituído por vários tipos de objetos para cumprir esta finalidade.

Acreditamos que, colocando em prática essa perspectiva do lúdico para inserir os conteúdos de matemática, a partir do Tangram, possamos superar o problema de falta de familiaridade dos alunos para com as situações geométricas e, como efeito, tornar mais efetiva a aprendizagem, reduzindo assim o fracasso escolar.

Em face desta proposta, o objeto de estudo desse trabalho, centrado no ensino de Geometria Plana com lúdico, foi construído a partir da seguinte questão para ser investigada: O Tangram, como recurso lúdico para o ensino de conteúdos de Geometria Plana, contribui para uma participação ativa e uma aprendizagem efetiva, de modo a superar o problema de falta de familiaridade dos alunos com este conhecimento?

1.2.1. Objetivo Geral

Analisar as contribuições do recurso lúdico do Tangram para o ensino de conteúdos de Geometria Plana para os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

1.2.2. Objetivos Específicos

Buscamos reunir subsídios para dar respostas a três metas específicas de pesquisa:



Avaliar como o uso do Tangram nas construções geométricas pode contribuir para instigar a curiosidade e o interesse do aluno por este conhecimento matemático;

Explicar como o Tangram pode se tornar uma eficiente ferramenta lúdica de ensino de conteúdos de geometria plana; e

Identificar quais benefícios as atividades lúdicas com Tangram podem proporcionar ao aluno.

A partir dessas Metas de Pesquisa, o estudo busca mostrar que a Geometria Plana, ensinada a partir de um ambiente didático favorável a criatividade, animosidade, autonomia, alegria, prazer e divertimento, manifestado no recurso lúdico do Tangram, contribui para uma participação ativa e uma aprendizagem efetiva, de modo a superar o problema de falta de familiaridade dos alunos com este conhecimento, reduzindo assim o fracasso escolar.

1.3. JUSTIFICATIVAS

O problema da não familiaridade dos alunos com as situações geométricas justifica o desenvolvimento desta pesquisa, visto que esta questão se manifesta em duas situações recorrentes: (a) deparamos com um quadro extremamente desfavorável de aprendizagem de Geometria no ensino Fundamental e (b). As avaliações dos órgãos oficiais da educação matemática apontam para o não aprendizado do conteúdo de geometria e, muito menos, na aquisição de habilidades relacionadas a este tema.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O nosso objeto de estudo, alicerçado na análise das contribuições do recurso lúdico do tangram para o ensino de conteúdos de Geometria Plana para os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, foi construído a partir da coleta e exploração de um conjunto de Obras já publicadas e disponíveis para pesquisa, dentre as categorias de gêneros, destacam-se: Livros, Artigos Científicos, Monografias, Documentos Oficiais da Educação Matemática e Resultados de estudo publicados em Eventos Científicos.



Estas publicações permitiram contato direto com os autores, os quais contribuíram para definir, explicar e fundamentar os termos e tópicos relacionados ao ensino de forma lúdica com tangram. Possibilitaram o conhecimento desta temática, capacitando-nos para a discussão e para atender e dar respostas as propostas apresentadas neste trabalho ou, como prefere Antônio Carlos Gil (2002, p. 19), “este estudo teve a finalidade de aprimorar as ideias e estimular a descoberta de intuições”.

As características deste suporte metodológico refletem a Pesquisa Bibliográfica e, para a sua correta condução, recorreremos às orientações de Lopes e Fracolli (2008, p. 22), cuja aceção é de que este tipo de estudo significa:

A busca e descrição de informações sobre dado tema e que seu acesso resulta em uma situação de conhecimento sobre um problema de pesquisa. O principal objetivo deste tipo de estudo é fornecer uma síntese dos resultados de pesquisa já realizadas, com a finalidade de auxiliar o pesquisador na tomada de decisões. Por esse sentido, a Pesquisa Bibliográfica assume função integradora entre o conhecimento, leitor e pesquisador possibilitando o acúmulo de conhecimentos.

A Pesquisa Bibliográfica abrange também:

O que se convencionou chamar de pesquisa qualitativa, por priorizar procedimentos descritivos na medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada, e não é verdade rígida. O que é considerado "verdadeiro" dentro desta concepção é sempre dinâmico e passível de ser mudado (BORBA, 2004, p. 36).

Com base nesse referencial metodológico, o esforço de pesquisa foi no sentido de obter bibliografias que abordassem o ensino de Geometria Plana de forma lúdica e me permitissem fazer resumos, sínteses, deduções, conclusões a cerca deste objeto de estudo.

A fonte de coleta das publicações de interesse deste estudo foi o Google acadêmico (<http://scholar.google.com.br>), que disponibiliza vasta literatura de gêneros distintos para o acesso e pesquisa. A estratégia de busca nessa base de dados eletrônica foi a partir da inclusão



da combinação dos seguintes Descritores no referido site: Ensino com lúdico; Ensino com Tangram; Jogos lúdicos; e Geometria Plana.

3. ABORDAGEM LÚDICA

3.1. FUNDAMENTOS SOBRE O LÚDICO

Na parte inicial desse documento, o lúdico foi associado ao jogo, divertimento e a brincadeira. Por este prisma, o sujeito vivencia o lúdico jogando, se divertindo e brincando, no entanto, a questão é transpor estes elementos e ações para promover a aprendizagem de conteúdo de geometria plana.

O lúdico é um termo derivado do latim (*ludus*) e, reforçando, está associado aos jogos e as brincadeiras (CUNHA, 1997). Entretanto, não se trata de um jogo qualquer, mas sim de um jogo transformado em instrumento pedagógico voltado para o ensino e dotado de determinadas normas, podendo ter ganhadores e perdedores (FREIRE, 1989). Ao adotar o Jogo como estratégia pedagógica, o educador deve assumir o compromisso de recriá-lo constantemente, visando o exercício crítico-criativo do aluno (BROTTO, 1999).

Nessa exposição preliminar, cabe pontuar uma diferença: enquanto os jogos têm conotação mais competitiva; as brincadeiras envolvem mais a integração, cooperação e integração (VYGOTSKY, 1989). Estas definições elementares e que constituem o lúdico, se tiver meio adequado para a sua aplicação, pode contribuir para promover a aprendizagem de conteúdo de geometria plana.

Além dessas definições favoráveis à aplicação na aprendizagem, o lúdico tem outras conotações, como lazer, recreação, divertimento e entretenimento, a partir das brincadeiras. Salomão, Martini e Jordão (2007), inclusive, são de opinião de que o lúdico seja uma necessidade humana para todas as faixas etárias, por ofertar diversão, compensando as agruras das atividades de trabalho.

Luckesi (1998, p. 27) sintetiza o lúdico como sendo a “plenitude da experiência” e explica que:



[...] Comumente se pensa que uma atividade lúdica é uma atividade divertida. Poderá sê-la ou não. O que mais caracteriza a ludicidade é a experiência de plenitude que ela possibilita a quem a vivencia em seus atos. A própria experiência pessoal de cada um de nós pode ser um bom exemplo de como ela pode ser plena quando a vivenciamos de forma lúdica.

Por exemplo:

[...] Dançar, com entrega total do nosso ser, sem pensamentos críticos, sem julgamentos, conduz a uma plenitude, a um prazer expandido e sem limites. Para isso é preciso se dispor a sentir esse prazer. Como também vivenciar uma boa conversa, sem barreiras, formalidades e sem os trejeitos dos nossos preconceitos, possibilita um bem estar pleno dos indivíduos envolvidos [...] (LUCKESI, 1998, p. 27-28).

3.2. AMBIENTE PARA DESENVOLVER O ALUNO

Para que os jogos lúdicos signifiquem, de fato, estratégia favorável à aprendizagem, o educador deve criar condições propícias ambientais para alcançar esta finalidade, pois não basta apenas a estrutura material para inserir os conteúdos de Geometria Plana. Até porque a situação de jogo não é inerente às atitudes passivas, mas passa pelas ações ativas, efetivas e construtivas autônomas positivas, envolvendo aspectos emotivos de bem estar, alegria, animosidade, brincadeira, entre outros, permeando toda uma dinâmica em torno do objeto de aprendizagem, contaminando assim todos os envolvidos.

A importância destes atributos subjetivos para promover a aprendizagem é objeto de abordagem de Forster e Horbach (2012) no seguinte recorte:

Os jogos educacionais são uma alternativa de ensino e aprendizagem, porém a sua utilização deve ser adequada pelo professor, tornando-se um agente valioso para incentivar e estimular as relações cognitivas, propiciando o desenvolvimento da inteligência, as relações afetivas, etc. [...].

Ou seja, pontua-se que o próprio desenvolvimento das relações afetivas no ambiente de ensino, por si só, significa uma tática para estimular a inteligência dos alunos. Por isso, a importância de o educador ser um agente flexível, permitindo autonomia aos estudantes na sua construção e o diálogo, como fonte de socialização de saber.



Por estes motivos é que, nos últimos anos, os professores vêm priorizando a construção dos conhecimentos matemáticos, através de vários objetos educativos, sendo os jogos o uso mais corriqueiro, em detrimento da reprodução de conteúdo. (FORSTER; HORBACH, 2012).

3.3. LÚDICO NO PROCESSO ENSINO E APRENDIZAGEM

Pelo exposto até aqui, o educador deve ser o agente que viabiliza o ambiente lúdico, a partir do incremento de determinados elementos, principalmente quanto aos aspectos de caráter subjetivos motivadores da aprendizagem, como também devem ser o responsável de colocar em pratica o que foi planejado para este fim. Ou seja, este ambiente deve se reproduzir no decorrer do processo ensino e aprendizagem, desde que seja definido como um espaço dinâmico, alegre, divertido e atrativo, derivado da aplicação de atividades lúdicas (SIAULYS, 2005).

3.4. BENEFÍCIOS PROPORCIONADOS PELO LÚDICO

Em linhas gerais, a finalidade maior do lúdico é ser um facilitador dinâmico e alegre de aprendizagem de conteúdo, cumprindo assim os objetivos da educação matemática. A exploração de recursos lúdicos e, de preferência, em forma de jogos traz resultados positivos nos aspectos motores, físicos, psicológicos, intelectuais e sociais.

Kishimoto (2001) é catedrática ao dizer que o lúdico significa fator de aprendizagem, porque contribui para o indivíduo aprender através das 'brincadeiras' de construção. Argumenta que as formas lúdicas de construção sejam importantes para enriquecer a experiência sensorial, estimular a criatividade e desenvolver habilidades dos envolvidos nessa atividade, visto que este processo permite ao aluno expressar suas representações mentais, colocando em prática suas capacidades, habilidades e o seu mundo interior.

Outra contribuição pontual dos jogos lúdicos é o estímulo do processo cognitivo, pois abrange o raciocínio, atenção, pensamento, ação, reação, inteligência, etc. Com a mobilização desses elementos, o sujeito se torna agente ativo e efetivo na construção de conhecimento, desde que o educador permita que o mesmo seja o ator central do processo ensino aprendizagem, com autonomia e liberdade para se expressar através da construção (PIAGET, 1985). Considera ainda este educador que a escola deva valorizar a experiência lúdica como âncora para o desenvolvimento educativo pleno dos alunos, representando o espaço de acolhimento do



universo subjetivo dos sujeitos, na medida em que aplica seus conhecimentos prévios sobre objetos diversos.

4. GEOMETRIA PLANA NO CONTEXTO LÚDICO

4.1. DEFINIÇÕES GEOMÉTRICAS

A Geometria se originou da palavra grega medir terra, ligada estritamente às práticas cotidianas de plantio, construção, movimento dos astros, servindo para cálculo de áreas, superfícies e volumes. Seu estudo iniciou-se na antiguidade, nas civilizações egípcias e babilônicas, por volta do séc. XX a.C. (FELIX; AZEVEDO, 2010). Ou seja, as primeiras ideias geométricas surgiram a partir das necessidades humanas em resolver problemas de ordem prática, conforme o seguinte recorte:

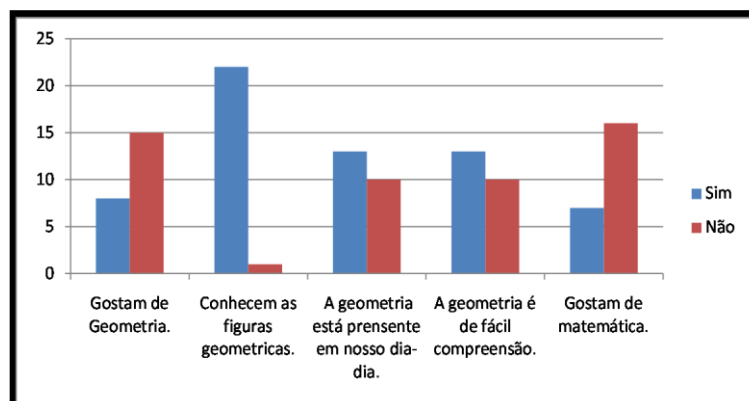
[...] Buscando a origem do desenvolvimento da geometria nos primórdios, com o homem primitivo, podemos imaginar que o conhecimento das configurações do espaço, formas e tamanhos tenham se originado possivelmente com a capacidade humana de observar e refletir sobre deslocamentos, construção de estratégias de caça e colheita de alimentos, criação de ferramentas e utensílios, entre outros fazeres do cotidiano (FELIX; AZEVEDO, 2010, p. 1).

Por este olhar, a geometria tem papel fundamental para a leitura do mundo que nos rodeia, ainda que não possamos nos restringir ao seu uso social, mas é necessário construir com o aluno sua terminologia específica para ser usada com conhecimento de causa nas situações matemáticas, assim como em outras áreas da ciência ou para solucionar demandas sociais. Tanto que, durante séculos, o estudo de Geometria fora considerado algo indispensável à formação intelectual dos indivíduos e ao desenvolvimento da capacidade de raciocinar (PAVANELLO, 2009, p.1).

Pesquisas de Calabrez, Moreira e Mota (2014) apontam que a geometria até desperta interesse na maioria dos alunos, no entanto este assunto carece de melhor apresentação, o que explica a aversão de outra parte dos estudantes por este conteúdo. Estes autores apresentaram no VI Seminário da Licenciatura em Matemática - SEMAT os resultados da pesquisa sobre a concepção dos alunos quanto à aprendizagem de Geometria (Figura 1).



Figura 1. Pesquisa sobre a Geometria e a Matemática



Fonte: Calabrez, Moreira e Mota (2014)

4.3. TANGRAM – Histórico e Propriedades

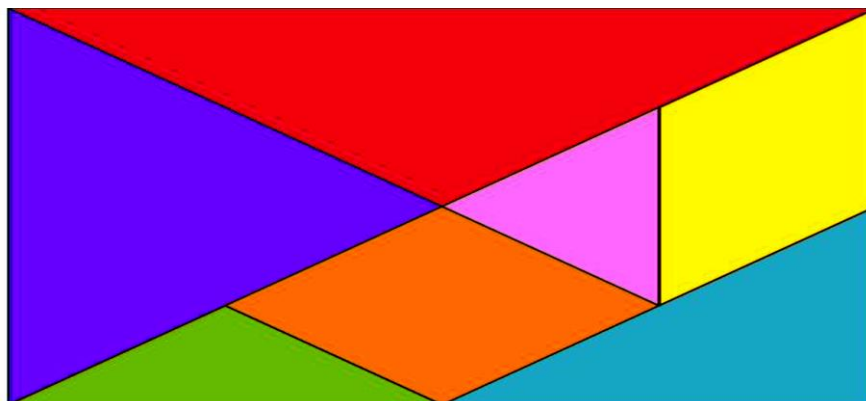
O descrito até aqui mostra que a geometria plana tem muitas aplicações, seja nas atividades em classe, seja no mundo real, pois o raciocínio geométrico estimula um conjunto de habilidades importantes a serem desenvolvidas no sujeito aprendiz, como destaque a percepção e a visualização espacial, o reconhecimento de formas, a classificação, a abstração e a capacidade de representá-las por formas tradicionais ou por meio de construções lúdicas.

O tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa, formado por sete peças, chamadas de “tans”; enquanto a palavra “gram” tem origem ocidental e se refere à estrutura do jogo e está relacionada aos significados do diagrama. Não se sabe ao certo o nome do inventor, mas há indícios de que foi trazido da China para o Ocidente na metade do século XIX (GUIMARÃES; SANTOS, 2013).

O Tangram é constituído por cinco triângulos (dois grandes, dois pequenos e um médio); um quadrado e um paralelogramo, originados da decomposição de um quadrado maior. Com as estas 7 peças do tangramé possível criar e montar milhares de figuras diferentes, dentre as quais as de formas geométricas (Figura 4).



Figura 4. Composição e Modelo original do Tangram



Fonte: Brasil Escola (2013)

Este jogo de quebra cabeça pode ser construído por diversos tipos de materiais, como E.V.A, papel, cartolina, madeira, cartão, plástico, metal e outros dependendo da criatividade, como também pode-se adquiri-lo já pronto.

Ao utilizar o Tangram, geometricamente, não se deve limitá-lo em apenas na construção de figuras, pois ele pode ser aplicado em estudos de áreas, ângulos, perímetros e outros tantos conteúdos geométricos.

Posto isto, podemos considerar que o uso do Tangram na aprendizagem de Geometria Plana tem como objetivo trabalhar a modelagem matemática, tornando as aulas mais atrativas e dinâmicas, proporcionadas pelo jogo lúdico deste objeto educativo. Os alunos do 7º ano, diga-se de passagem, já trazem consigo noções elementares de figuras planas, cabendo as atividades lúdicas com Tangram contribuírem para acentuar este aprendizado, identificando e definindo conteúdos, como: trapézio, retângulo, polígonos, Semelhança de figuras, Ângulos, Áreas, Perímetros e as Construções de figuras geométricas. Além do mais, o desafio é que os alunos calculem as medidas ou áreas das figuras geométricas, não bastando apenas construí-las.

5. ANÁLISE DAS METAS DE PESQUISA

Neste bloco do trabalho buscamos reunir subsídios para dar respostas aos três objetivos específicos da pesquisa. Apresentamos a nossa experiência para com o tema, adquirida no decurso da confecção deste documento e ponto de vista crítico no que diz respeito aos resultados



alcançados, porém não perdendo o fio condutor do que os autores supracitados e analisados disseram, afirmaram e fundamentaram sobre o ensino de forma lúdica para aprendizagem de Geometria Plana.

Avaliar como uso do Tangram nas construções geométricas pode contribuir para instigar a curiosidade e o interesse do aluno por este conhecimento matemático

O cumprimento dessa meta passa pela aplicação de atividades lúdicas no processo ensino e aprendizagem. Por isso, apresentamos algumas propostas de atividades com Tangram e que podem ser desenvolvidas junto aos alunos do 7º ano do fundamental, as quais devem ser passivas de avaliação prática.

Como ponto de partida, o professor deve apresentar o Tangram aos alunos, expondo o seu histórico, definições, sua concepção como jogo lúdico e finalidades na matemática. Esta breve apresentação pode ser através de slides, vídeo ou outra tecnologia ou recurso oral. Já neste primeiro momento, a idéia é envolver o aluno, familiarizando-o no contexto do Tangram, conhecendo suas peças e conceitos elementares, que serão fundamentais para as construções geométricas.

Explicar como o Tangram pode se tornar uma eficiente ferramenta lúdica de ensino de conteúdos de geometria plana

O uso de atividades lúdicas significa uma das estratégias para se alcançar a mudança no ambiente de ensino, mais especificamente na forma de apresentar e trabalhar os conteúdos matemáticos, de modo que os alunos do 7º ano do fundamental deixem um pouco de lado os recursos pedagógicos tradicionais, por ser pouco dinâmico e, como efeito, reflete-se na aprendizagem.

Identificar quais benefícios as atividades lúdicas com Tangram podem proporcionar ao aluno

Muitos dos benefícios gerados pelos jogos lúdicos do Tangram e que interessou a este estudo foram de caráter cognitivo, abrangendo o estímulo do raciocínio, atenção, pensamento, ação, reação, inteligência, enfim as faculdades mentais e intelectuais do aprendiz, colocados por Piaget (1985) com grande propriedade. Estes benefícios, quando exercitados, permitem o



sujeito a se tornar agente ativo e efetivo na construção de conhecimento, inferindo como ator central do processo ensino e aprendizagem.

6. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÃO

O presente estudo analisou as contribuições do Tangram como recurso lúdico para o ensino de conteúdos de Geometria Plana para os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, colocando no centro dos debates o problema de familiaridade destes aprendizes com as situações geométricas.

Os autores foram unânimes em apresentar um olhar afirmativo quanto às propostas específicas apresentadas neste estudo, particularmente quanto: ao uso do Tangram nas construções geométricas para instigar a curiosidade e o interesse do aluno por este conhecimento matemático; como uma eficiente ferramenta lúdica de ensino de conteúdos de geometria plana; e quanto aos benefícios que as atividades lúdicas podem proporcionar aos alunos.

Esta última parte do trabalho se restringiu a reunir informações para responder o questionamento que orientou a construção dessa pesquisa: O Tangram, como recurso lúdico para o ensino de conteúdos de Geometria Plana, contribui para uma participação ativa e uma aprendizagem efetiva, de modo a superar o problema de falta de familiaridade dos alunos com este conhecimento geométrico? A resposta é positiva.

Diante dessa afirmativa, concluímos que: Ensinar de forma lúdica com Tangram a Geometria Plana significa um ambiente didático favorável à autonomia, criatividade, alegria e prazer, funcionando como atrativos à aprendizagem, pois permite a participação ativa e efetiva no processo de construção do conhecimento geométrico, contribuindo assim para superar o problema de falta de familiaridade dos aprendizes com este conteúdo matemático.

Como este estudo significou apenas uma análise teórica, então recomendamos que novas pesquisas sejam realizadas, no sentido de aplicação prática de atividades com o Tangram junto aos alunos do 7º ano do fundamental para uma análise mais acurada dos resultados. Outra



recomendação é que seja promovido um programa de formação continuada para os professores, pois carecem de familiaridade com as situações geométricas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Daiane Cristina; GAIDESKI, Gislaine; CARVALHO JUNIOR, José Maria Teles. O uso do tangram para aprendizagem de geometria plana. **Revista Tuiuti, Ciência e Cultura**, n. 9, jun., 2011.

ANTUNES, Celso. **Jogos para a estimulação das múltiplas inteligências**. Petrópolis. Ed. Vozes, 2000.

BORBA, Marcelo. **A pesquisa qualitativa em educação matemática**. São Paulo: Contexto, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Diretrizes Curriculares de Educação Básica para Matemática. **Conteúdo de Geometria para o Ensino Fundamental**. Brasília, DF, MEC/Secretaria de Educação, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino fundamental e Médio**. Brasília, DF, MEC, 1999.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Lei n. 9.394/96: Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, DF, MEC, 1996.

BRASIL ESCOLA. **Cadernos de jogos matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2013.

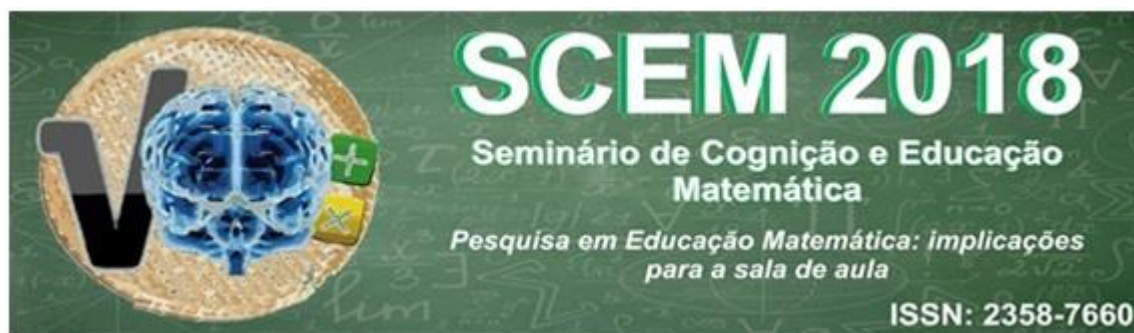
BROTTO, Fábio Otuzi. **Jogos cooperativos: o jogo e o esporte como exercício de convivência**. São Paulo/campinas: Atlas, 1999.

CADERNOS DE APOIO E APRENDIZAGEM: Matemática. Programa de Orientações curriculares. São Paulo: Fundação Padre Anchieta, 2010 (Livro do Professor).

CALABREZ, Mayara Caetano; MOREIRA, Michelli Rodrigues Coutinho; MOTA, Alba Valéria de Souza. **Aprendendo geometria através de atividades lúdicas**. In: SEMINÁRIO DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - VI SEMAT realizado pelo Instituto Federal do Espírito Santo, de 27 a 30 de agosto de 2014.

CUNHA, Antônio Geraldo. **Dicionário Etimológico Nova Fronteira da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997

DALTRO, Adonias. Geometria lúdica. 2016. Disponível em: <http://professoradoniasdaltro.blogspot.com/2012/05/geometria-ludica.html>. Acesso em: 10 jun. 2018.



D'AMBROSIO, U. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectiva**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

D'AMBRÓSIO, U. **Matemática, ensino e educação**: uma proposta global. São Paulo: Temas & Debates, 1991.

FELIX, Edneia; AZEVEDO, Antulio José de. Geometria: como trabalhar os conceitos geométricos nas séries iniciais do ensino fundamental. **Revista Científica de Ciências Aplicadas da FAIP**, Marília, SP, v. 3, n. 5, p. 1-14, jun. 2010.

FORSTER, Cristiano; HORBACH, Ivan Carlos. **Ensino de geometria plana com o auxílio do tangram**. In: I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, realizado de 1 a 3 de 2012.

GOUVÊA, Elizabete Gaspar. **Cultura Lúdica: Conformismo e Resistência nas vivências das brincadeiras na escola**. 188 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Belém, Universidade do Estado do Pará, UEPA, 2011.

GUIMARÃES, Bruno Alysson Andrade; SANTOS, Wilson Luiz Souza. **Aproblemática no ensino da geometria: Prática do Módulo IV**. São Paulo: Centro Universitário Leonardo da Vinci/UNIASSELVI, 2013 (Curso de Matemática).

GUTIERREZ, Angel. Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework. University of Valence, Spain, 1996. Disponível em: <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>. Acesso em: 4 maio, 2018.

HIRATSUKA, Paulo Isamo. O lúdico na superação de dificuldades no ensino de geometria. **Educação em Revista**, Marília, v.7, n.1/2, p. 55-66, jun. 2006.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. O jogo e a educação: Jogo, brinquedo e brincadeira. Florianópolis. **Rev. Perspectiva**. UFSC/CED, NUP, n. 22, p. 105-128, 2001.

LORENZATO, Sérgio et al. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Editora de Autores Associados, 2006.

LUCKESI, Cipriano Carlos. Ludicidade e Atividade Lúdica: Uma abordagem a partir da experiência interna. **Rev. Perspectivas atuais**, v. 3, n. 3, nov. 2010.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 23. ed. Petrópolis: Vozes, 2004.

MOTTA, I. A. R. **Projeto Teia do Saber: Programa de Formação Continuada de Professores**. Diretoria de Ensino da Região de Guaratinguetá. 2006.



PAVANELLO, M.R **O abandono da geometria no Brasil: causas e consequências.** Campinas/SP: Zetetiké, 2009.

PIAGET, Jean. **Psicologia e Pedagogia.** Rio de Janeiro: Editora Forense Universitária Ltda., 1985 (Segunda parte da obra).

ROJAS, Jucimara. **Jogos, brinquedos e brincadeiras:** a linguagem lúdica formativa na cultura da criança. Campo Grande: UFMS, 2007.

SALOMÃO, Hérica Aparecida Souza; MARTINI, Marilaine; JORDÃO, Ana Paula Martinez. A importância do lúdico na educação básica: Enfocando a brincadeira E as situações de ensino não direcionado. **Rev. Psicologia.com.pt**, v. 7, n. 7, set., 2007.

SIAULYS, Mara O. Campos. **Brincar para todos.** Brasília, DF, Ministério da Educação/Secretaria de Educação Especial, 2005.

SOUZA, Elaine Reamede; et al. **A Matemática das sete peças do Tangram.** 2 ed. São Paulo: IME/USP, 2001.

SOUZA, Pâmela Cristina de Lima. **Tangram no ensino da matemática:** recurso educativo para o ensino da geometria. Pará de Minas, 2010.

TANGRAM. Disponível em: <http://alunosonline.uol.com.br/matematica/tangram.html>. Acesso em: 2 de jun., 2018.

VYGOTSKY, L. S. O papel do brinquedo no desenvolvimento. In: **A formação social da mente.** São Paulo: Ed. Martins Fontes, 1989.

XIMENES, Sergio. **Minidicionário da Língua Portuguesa.** 2. Ed. São Paulo: Ediouro, 2000.



O ENSINO DE POLÍGONOS SEGUNDO ESTUDANTES DE URUÇUÍ-PI

Francisco Nórdman Costa Santos⁴⁶

Universidade do Estado do Pará - UEPA

fncs2309@gmail.com.br

Ana Kely Martins da Silva⁴⁷

Universidade do Estado do Pará - UEPA

anakely2@yahoo.com.br

Pedro Franco de Sá⁴⁸

Universidade do Estado do Pará - UEPA

pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um diagnóstico sobre o ensino de polígonos na rede pública do Município de Uruçuí-PI. As informações foram produzidas no mês de junho de 2018 por meio da consulta a 100 discentes do 9º ano do Ensino Fundamental da rede pública de ensino (estadual e municipal) de Uruçuí-PI, mediante a aplicação de um questionário. A tabulação das informações produzidas ocorreu por meio da construção de quadros e gráficos estatísticos relativos a cada uma das questões do instrumento. Os principais resultados indicaram que o ensino de polígonos dá-se na maioria das vezes pelo método tradicional (aula expositiva); as formas de fixação dos conteúdos mais utilizadas pelos docentes ainda são as listas de exercícios do livro didático; a avaliação da aprendizagem centra-se nos exames (prova) e vistos no caderno do aluno. É considerado pelos pesquisados que a maioria dos assuntos relacionados ao conteúdo Polígonos apresenta um baixo grau de dificuldade para a aprendizagem, porém esta informação não foi constatada pelo teste aplicado. Alguns assuntos, subdivisões de polígonos, foram considerados de difícil entendimento.

Palavras Chaves: Diagnóstico, Ensino, Polígonos, Aprendizagem.

1.Introdução

O conhecimento matemático, é uma necessidade humana, seja pela sua aplicação no cotidiano das pessoas, nas áreas do conhecimento, no convívio social, etc., pois o mesmo não

⁴⁶ Discente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PMPEM - UEPA

⁴⁷ Docente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PMPEM - UEPA

⁴⁸ Docente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PMPEM - UEPA



se restringe somente a quantificar, medir e demonstrar fenômenos, como alguns erroneamente pensam. Ressaltando esta importância a Base Nacional Comum Curricular – BNCC⁴⁹ (Ensino Fundamental) ressalta que:

Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. (Brasil, 2017)

A realização de uma conexão da matemática com a realidade, tornando-a mais atrativa, parece ser um grande desafio para os estabelecimentos de ensino, considerando que o nível de complexidade, com o qual essa disciplina é vista pelos estudantes, é muito alto. Em nível nacional, esta realidade pode ser constada pelos resultados das avaliações (internas e externas)⁵⁰ a que são submetidas as redes de ensino.

O Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB (avaliação interna), verificou, tomando como base o 9º ano do ensino fundamental na última verificação que foi realizada no ano de 2015, somente 12% de um universo de quase dois milhões de estudantes avaliados, são considerados proficientes em matemática. Na avaliação do “Programme for International Student Assessment⁵¹ (Pisa)”, avaliação externa, também realizada no ano de 2015, num universo de 70 países avaliados, amargamos a 65ª posição na parte de matemática.

Diante de dados alarmantes, traz-nos enquanto educadores/pesquisadores à reflexão de que os antigos “conteúdos matemáticos”, hoje definidos na BNCC, como “Objetos de Conhecimento”, que são considerados pela maioria dos estudantes “maçantes”, “cansativos”, “sem necessidade”, etc, tornar-se atrativos e prazerosos, é preciso, mudanças de hábitos, culturas, investimentos em tecnologias de ensino aprendizagem, que os levem a adquirir autonomia enquanto cidadãos.

⁴⁹ Aprovada em 22/12/2017 pelo Conselho Nacional de Educação – CNE

⁵⁰ SAEB, PISA, ENEM, ETC

⁵¹ Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - PISA



Tendo em vista que uma das competências básicas da matemática para o ensino fundamental, definida na BNCC (2017) é a utilização de processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados, faz-se necessário um reordenamento da prática docente para preencher os lapsos deixado por um sistema educacional deficitário que ainda é nossa realidade.

Toda exposição de fatos e argumentos relatados até aqui, a pesquisa propõe dentro da “Unidade Temática” – Geometria (Polígonos), como é tratada na BNCC, realizar um diagnóstico sobre o ensino de polígonos na rede pública do Município de Uruçuí-PI⁵², para tanto aplicamos cem questionários que abordaram temáticas referentes: à vivência em sala de aula (processo de ensino) e fora do ambiente escolar; níveis de dificuldades sobre objetos do conhecimento referentes aos polígonos e teste de verificação de aprendizagem, estruturado de forma que abordasse toda a temática (objeto de conhecimento).

A cidade de Uruçuí-PI por muitas vezes tem sido destaque no cenário nacional por causa da sua grande produção agrícola e potencial de crescimento no setor, fatores esses que seriam importantes para alavancar e desenvolver a cidade como todo. Na verdade não é o que se verifica, trazendo para a educação o município tem índices vergonhosos, divulgados pelo SAEB quando se trata da aprendizagem dos estudantes da redes públicas de ensino.

Quando se faz um comparativo da Prova Brasil nas edições de 2011, 2013, 2015, percebemos que o desempenho da rede pública de ensino do Município de Uruçuí anda muito longe de se atingir uma porcentagem considerada razoável para se comemorar como um avanço satisfatório no que diz respeito a aprendizagem matemática. Na última verificação em 2015 apurou que os estudantes ficaram: 51% com desempenho considerado básico (pouco aprendido), 45% com desempenho insuficiente (nenhum aprendido), 5% proficientes (aprendizado esperado) e apenas 1% avançado (além das expectativas), cabendo-nos uma reflexão, pois mostra que o ensino da rede pesquisada não está atingindo os objetivos para área

⁵² Uruçuí é um município brasileiro do Estado do Piauí e destaca-se nacionalmente pela cadeia de produção do Agronegócio.



da matemática. Diante de dados como estes, que nos mostra uma realidade aquém do que é desejável, propomos realizar um diagnóstico sobre as características do ensino de polígonos no município de Uruçuí-PI.

Com um ensino de matemática mais atrativo para o aluno, o mesmo poderá desenvolver habilidades que contribuam com o desenvolvimento de uma visão de mundo mais apurada, devido ao uso de ferramentas matemáticas tecnológicas avançadas aplicadas na sua prática enquanto aluno, tornando sua compreensão mais consciente, o que possibilitará a investigação e aplicabilidade do conhecimento matemático que envolve operações mentais, possibilitando conjecturas e soluções para problemas do cotidiano.

2. Aspectos Históricos e Curriculares sobre o Ensino de Polígonos

A busca de uma reflexão sobre o tema polígonos, que é investigado por esta pesquisa, nos remete à vivência própria enquanto fomos estudante do ensino fundamental (antigo primário e ginásio) e nos faz pensar agora sobre nossa prática enquanto docente na atualidade. É perceptível que a geometria como um todo, sempre foi esquecida por parte dos professores da Educação Básica, há no entanto um relaxamento sobre o ensino de conteúdos geométrico nas escolas públicas do país.

Lorenzato (1995) afirma que são muitas as causas para tal omissão, dentre as quais destaca: “muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas”, “deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos”. Perante tais fatos faz-nos refletir sobre a importância do ensino de geometria e quais as consequências da omissão deste para a vida do aluno.

[...] sem estudar geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas... a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995 p. 5)



Segundo Pavanelo (1993) o cenário preocupante, no qual foi apontado o Movimento da Matemática Moderna - MMM⁵³ como principal culpado para tal situação, pois a ideia central era adaptar o ensino da matemática às novas concepções surgidas com a evolução deste movimento, que posteriormente foram lançados os primeiros livros didáticos, onde abordavam simplesmente noções de figuras geométricas e de intersecção de figuras como conjuntos de pontos do plano, adotando-se, para sua apresentação, a linguagem da teoria dos conjuntos.

Godoy e Santos (2012, p. 259) afirmam que os líderes do MMM eram matemáticos de renome internacional, o que deve ter influenciado a proliferação das ideias do movimento, provocando reformas nos currículos dos sistemas de ensino de diversos países como Estados Unidos, Inglaterra, França, Bélgica, Brasil, etc.

A geometria está em toda parte, deste os tempos da pré-história, o homem usava a imaginação para compor imagens visuais e mentais, traduzidas em desenhos do cotidiano, como também formas de suas conjecturas mentais, fatos estes que podem ser constatado em pinturas rupestres em vários sítios arqueológicos espalhados por diversos lugares do planeta. A exemplo podemos citar as pinturas rupestres nos paredões da Serra da Capivara no Piauí.

A situação deficitária do ensino de geometria no país, relatada por PAVANELO (1993) e LORENZATO (1995) começa a mudar, pelo menos no campo das intensões, com o lançamento dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN⁵⁴ para Educação Básica. A publicação traz-nos:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problemas e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. (BRASIL, 1998, P.51)

Após período de lançamento dos PCN, as editoras tiveram que atualizar seus acervos de livros principalmente no tocante ao ensino de geometria nos livros de matemática, pois o

⁵³ Movimento Internacional da década de 60 que tentou modernizar a Matemática.

⁵⁴ São referências para os Ensinos Fundamental e Médio de todo o país abordando todas as disciplinas do currículo escolar.



documento (PCN) define as finalidades do ensino de Matemática visando à construção da cidadania indicando vários objetivos para o ensino fundamental.

Houve a mudança dos livros didáticos, o fortalecimento do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD⁵⁵, onde os livros chegaram a todas as escolas públicas do país, mesmo assim o ensino de geometria continuou deficitário, atribuem a isso o fato do tempo para ministrar todos os conteúdos que o livro didático contempla, à formação deficitária do professor de matemática, enfim a muito outros problemas.

Com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC para o ensino fundamental, o ensino de matemática sofrerá mudanças e percebe-se que a geometria dentro da matemática é tida como uma “unidade temática” e os conteúdos agora são denominados “objetos do conhecimento”. No caso de nosso objeto do conhecimento polígonos, é abordado durante todo o ensino fundamental.

Proença (2008) ressalta que:

A compreensão dos conceitos geométricos pode ser favorecida com um trabalho que envolva visualização e representação plana de formas geométricas, percepção, materiais manipulativos e a utilização de softwares geométricos.

Não obstante ao que é explicitado na BNCC, fazendo uma análise dos livros didáticos ainda em vigência, é perceptível que são semelhantes quanto à distribuição do tema polígonos durante todo o ensino fundamental, então, é de se esperar que ao final do Ensino Fundamental os estudantes tenham aprendido pelo menos as definições e conceitos de polígonos.

Fica cada vez mais claro que viver, ser criativo e participativo, produtivo e responsável no novo cenário tecnológico, requer muito mais do que a acumulação de conhecimentos. Aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, tornam-se objetivos mais valiosos do que o conhecimento desinteressado e erudito da escola do passado. (MELLO, 2014)

⁵⁵ O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é o mais antigo dos programas voltados à distribuição de obras didáticas aos estudantes da rede pública de ensino brasileira e iniciou-se, com outra denominação, em 1937.



A discussão sobre o tema ensino de polígonos, é muito presente nos livros didáticos e na vida cotidiana das pessoas. Assim, o ensino de polígonos poderá ser desenvolvido em sala de aula sobre um novo olhar, um novo método, oportunizando aos estudantes aprendizagem significativa.

3. Procedimentos Metodológicos

Para o desenvolvimento desta pesquisa, foi necessária uma criteriosa pesquisa bibliográfica em livros, periódicos, artigos científicos, dissertações e teses que tratam: do objeto de conhecimento em questão (polígonos); da abordagem nos livros didáticos do ensino fundamental; das dificuldades de aprendizagem e assimilação conteúdo pelos discentes, dentre outras demandas.

De posse deste levantamento bibliográfico partimos para a escolha dos locais de aplicação da pesquisa, fato este que não foi de difícil escolha, pois fomos incomodados por morarmos no Município de Uruçuí-PI que detém índices educacionais baixos, apurados e publicados pelos órgãos governamentais. Logo após, partimos para definição dos instrumentos que nos levariam a apurar os dados para embasar nosso estudo.

A aplicação de questionários aos estudantes do 9º ano da rede pública de ensino do referido município, foi feita por se tratar de um instrumento mais acessível para obtenção do objetivo da pesquisa. A série escolhida deu-se por entendermos que ao longo ensino fundamental é previsto que os mesmos tenham estudado polígonos.

O questionário foi desenvolvido em três partes, a primeira trata de aspectos pedagógicos, da vivência docente/discente em sala de aula e de estudos fora da sala aula pelos pesquisados, dentre outras questões. A segunda parte trata de um quadro de dificuldades sobre os diversos conteúdos e subdivisões sobre o tema em questão. A última parte do questionário é um teste com questões subjetivas, que aborda os diversos conteúdos explorados no quadro de dificuldades.

Os questionários foram aplicados a uma amostra de 100 estudantes da rede pública de Uruçuí-PI, sendo duas escolas da Rede Municipal de Ensino (67% da amostra) e uma escola da



Rede Estadual de Ensino (33% da amostra), optamos por estas escolas por conta da localização geográfica em áreas periféricas da cidade e com muitos estudantes carentes.

O levantamento de informações através da aplicação dos questionários deu-se de forma muito tranquila, fizemos em três dias, um para cada escola, tivemos boa receptividade pela gestão dos espaços escolares e pelos a que prontamente nos atenderam, assinaram termo de livre consentimento e levaram para casa para que seus responsáveis tivessem ciência que os mesmos estavam participando de uma pesquisa acadêmica.

4. Sistematização e Análise dos Resultados

A primeira parte do questionário aplicado aos discentes tratava de questões pertinentes à vida escolar, como: o trabalho docente (segurança e domínio nas aulas) do professor com a disciplina; aos métodos de avaliação aplicados; às estratégias utilizadas pelo professor em sala aula; frequência dos estudos dentro e fora da escola, dentre outras.

A pesquisa nos mostrou que 56% da amostra dos estudantes matriculados no 9º do ensino fundamental do extrato estatístico em questão, estão com idade entre 13 e 14 anos (idade considerada ideal para cursar o 9º ano), 27% com 15 anos, e 17% entre 16 e 18 anos (considerado distorção idade/série). É perceptível que a maioria estão desfrutando do ensino em idade considerada sem distorção idade/série, no entanto, 65% da amostra já ficaram em dependência em alguma disciplina durante sua vida escolar, destes, 42% foi em matemática, verificando assim, que a matemática ainda é uma disciplina que provoca muita reprovação, fato este que é necessário estudo mais aprofundado sobre essa temática.

O presidente do Instituto Alfa e Beto⁵⁶, João Batista Oliveira, em 22/08/2017 disse em entrevista à revista Veja tomando por base os dados do SAEB, referente às avaliações de 2015 que:

No Brasil a repetência nas escolas públicas é um fenômeno de massa, diferente do que ocorre em países desenvolvidos, em que o atraso é um evento raro e ocasional. Aqui, a proporção de alunos repetentes é tão elevada que forma um

⁵⁶Organização não governamental que promove a alfabetização em redes públicas de ensino.



grupo grande dentro de sala de aula com incidência maior de dificuldades, o que acaba alterando o posicionamento de todos os alunos (VEJA, 2017)

À pesquisa ficou evidente que é um problema em massa para os sistemas de ensino vencer a repetência e a dependência em disciplinas, como a matemática, para assim, sairmos dos rankings negativos que ora o Brasil se encontra. Foi apurado na amostra que somente 23% detesta ou suporta a disciplina de Matemática, caracterizando que a maioria 77% adora ou gosta um pouco de Matemática, mostrando-nos que o insucesso, a dependência e a repetência não são oriundas de uma não afinidade com a disciplina. Então, é necessário uma um novo estudo para avaliar todas essas questões.

[...] são poucos os especialistas que têm justificado adequadamente a inclusão da Matemática no currículo escolar e, como frequência, as justificativas específicas são superficiais, revelam as disparidades entre os fundamentos e as práticas e não refletem as relações entre os procedimentos matemáticos formais e suas raízes socioculturais. Não basta uma lista de enunciados sobre os valores e utilidades da matemática que não venha acompanhada de uma planificação adequada que indique o que fazer, como fazer, quando realizar etc. (Rico 1997, apud GODOY, SANTOS, 2012)

Na década de 90 com o surgimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino fundamental que vinham a indicar, que o conhecimento matemático é fundamental para a construção da cidadania, neste sentido, o currículo deve ser firmado sobre a máxima da aprendizagem do aluno. O gostar de matemática pelos discentes deve ser um ponto positivo para buscar a mudança da realidade e a atuação do professor é muito importante no desempenho dos estudantes, pois,

[...] a tendência para conseguir o sucesso é uma disposição motivacional aprendida...para conseguir o sucesso em relação a qualquer tarefa ou atividade é uma função de três variáveis: o motivo para conseguir, a probabilidade de conseguir e a atração para conseguir. (KLAUSMEIER, GOODWIN, 1977, p.46)

Contudo o professor na sua labuta pedagógica deve focalizar a atenção do aluno, aproveitando suas necessidades individuais de realização, orientando-os a estabelecer seus objetivos para o conteúdo matemático que está sendo proposto em sala de aula. Não obstante, deve também fornecer o feedback e corrigir eventuais erros, relacionar o objeto de



conhecimento matemático com a vida real, evitando sempre a mesmice e o excesso de repetições maçantes.

Os estudantes pesquisados responderam que as estratégias de aprendizagem ou ferramentas mais utilizadas por parte de seus professores de matemáticas durante as aulas resumem-se, a aulas expositivas e listas de exercícios, caindo assim na mesmice e na famigerada repetição, que não traz significado para a vida cotidiana dos estudantes. Veja o gráfico 02.

Santos e Weber (2012, p.80) afirma que os docentes e discentes estão conectados em rede, significando que o currículo rizomático, em que as pessoas constroem seus conhecimentos em rede, muito além dos espaços escolares. Para tanto, é necessário a mudança paragmática da concepção de currículo, exigindo assim, o manuseio de dispositivos comunicacionais que sejam realmente capazes de potencializar a articulações dos saberes, rompendo com as limitações de espaço e tempo.

A pesquisa quando trata do domínio dos conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula pelos professores, 98% dos estudantes responderam que os docentes demonstravam conhecimento e clareza ao trabalhar os conteúdos matemáticos em sala. Fato este que não é suficiente para uma boa aprendizagem matemática, necessitando ainda de outros aspectos para que o sucesso escolar ocorra.

Para Gil (2011) há dois tipos de professores em relação à sua atuação em sala de aula, uns atuam com foco no ensino outro na aprendizagem, porém é importante discerni-los para obter um melhor resultado. Os professores que atuam com o foco no ensino, percebe-se como “um especialista” da disciplina em que atuam, utiliza-se de exposição de conteúdo e cuida para que toda a grade de conteúdos seja servida aos estudantes, deixando de lado a recepção e assimilação dos conteúdos pelos estudantes. O segundo tipo com foco na aprendizagem, onde o aluno é visto como um agente importante no processo educativo, os professores:

[...] preocupam em identificar suas aptidões, necessidades e interesses com vistas a auxiliá-los na coleta de informações de que necessitam no desenvolvimento de novas habilidades, na modificação de atitudes e comportamentos e na busca de novos significados nas pessoas, nas coisas e nos fatos. (GIL, 2011, p.6)



Os estudantes responderam em 84% da amostra, que visualizam as explicações dos seus professores de matemática como excelentes ou boas, somando-se ainda ao gostar da matéria, ao domínio de conteúdo por parte do professor, não seriam suficientes para o sucesso escolar na disciplina em questão? Fica claro que não é suficiente, pois os dados divulgados pelos órgãos governamentais que avaliam o desempenho (SAEB, 2015) dos estudantes, nos revelam que no Brasil, apenas 12% dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental são considerados proficientes em Matemática. No Município de Uruçuí-PI, menos de 10% são considerados proficientes em matemática.

Vale ressaltar que fatores internos ao ambiente escolar, como a estrutura da instituição e o corpo docente, e externos, como o ambiente familiar, além dos fatores internos da sala de aula, influenciam no desempenho escolar. Realizar diagnóstico para o conhecimento destes fatores:

[...]possibilita ações no sentido de melhorar o desempenho dos estudantes. Ao professor surge a oportunidade de rever e refletir suas práticas, buscando aperfeiçoar o seu trabalho. Da mesma forma, a Instituição de Ensino tem subsídios para intervir no processo de ensino e aprendizagem, apontando soluções para fatores que estejam sob seu controle. (CAVALCANTE, JÚNIOR, 2013, p.30)

O instrumento de pesquisa buscou investigar sobre o objeto do conhecimento “Polígonos”, como o professor abordou e como se deu a prática do tema em sala de aula. Foi apurado na amostra que 61% dos professores iniciaram suas aulas sobre polígonos pela definição seguida de exemplos e exercícios. Sabemos que os polígonos fazem parte da Geometria, que é um ramo da matemática. É originada do grego e significa, (geo = terra metron = medida), ou seja, trata com questões de forma, tamanho e posição relativa de figuras e com as propriedades dos espaços. Fica claro, diante do conceito do significado da palavra Geometria, que a definição de objetos geométricos em sala de aula, seguida de exemplos (teóricos e práticos) e exercícios, não são as estratégias mais eficientes para atingir os objetivos de aprendizagem.

Lorenzato (1995) afirma que a Geometria possui méritos próprios, o maior de todos, é o fato dela exigir do aluno uma maneira específica de raciocinar, pois ter um bom desempenho em outros ramos da matemática como a Álgebra e



Aritmética não é suficiente para resolver um problema que venha envolver Geometria. Além de habilidades algébricas e aritméticas ao aluno é necessário para resolver situações problemas em Geometria, ter percepção geométrica, raciocínio geométrico e linguagem geométrica, que são adquiridos com a observação do meio, a manipulação de materiais, a aplicação de novas tecnologias, dentre outros.

Corroborando Proença (2009) et al, afirma que o ensino baseado em uma concepção que visa somente à prática de reprodução de exercícios e a memorização de fórmulas, pode gerar problemas na aprendizagem e no posterior desenvolvimento cognitivo dos estudantes, podendo apresentar dificuldades para realizar abstrações e transferir a nova aprendizagem para diversas situações.

O pesquisa abordou também a temática da avaliação, os estudantes participes da amostra foram indagados sobre quais instrumentos eram mais utilizados para verificar a avaliação da aprendizagem pelo seu professor de matemática, a velha prova e o visto no caderno foram dois instrumentos avaliativos mais apontados na pesquisa.

As redes de ensino pesquisadas adotam unicamente a avaliação somativa, que é na verdade, apenas o somatório de notas atribuídas a vários instrumentos de “verificação de aprendizagem” escolhidos pelo professor. Assumindo assim, o caráter classificatório e de aprovação. É considerada muito geral, serve apenas para atribuir notas aos estudantes no fim do período letivo. Corroborando:

A avaliação deve ir além das práticas existentes, na maioria das escolas, indo além da mensuração vislumbrando a possibilidade do professor refletir sobre sua ação docente. Nesse sentido, há a necessidade dos professores que ensinam matemática conceberem uma prática avaliativa que permeie todas nossas atividades escolares, indo além da mera transmissão do conhecimento e com isso contribuindo com significativas mudanças na educação e, principalmente, no ensino da matemática. (AMARAL, COSTA, 2014).

A ato de avaliar vai muito além da nota da prova, embora essa seja prática mais constatada no estudo em questão. Ao aplicar uma prova o professor está colocando também a sua prática docente em análise, afinal, o principal papel do professor é fazer o aluno aprender. Quando o aluno não foi “capaz” de aprender o conteúdo que foi abordado em sala aula, podemos afirmar que é um indicador para a reflexão docente sobre a sua prática, sobre os métodos aplicados, sobre condução da aula, sobre o bem-estar do aluno, etc., resumindo o professor deve



ter uma visão holística da situação avaliativa, os estudantes jamais podem temer o conteúdo matemático ou a prova de matemática.

A nos mostrou como os estudantes sentem-se diante de uma avaliação de matemática. Apenas 36% da amostra consideram-se tranquilos ou contentes e 64% consideram-se preocupados, com medo e até sentem calafrios, quando estão fazendo uma avaliação de matemática. O aluno amedrontado, preocupado, em pânico, jamais terá sucesso diante de uma avaliação, principalmente tratando-se de matemática.

Dos diversos fatores intrapessoais e ambientais que respondem pelo insucesso escolar, ..., a alta ansiedade dos alunos compromete sua performance nas situações de avaliação. Em outras palavras, a alta ansiedade é fator crucial a desencadear todo um círculo vicioso, em que o estudante não vê como superar seu problema de sub-rendimento. (BZUNDECK, SILVA, 1989 p.200).

A segunda parte de nosso questionário traz-nos uma sequência de conteúdos de polígonos desde seus conceitos, elementos, nomenclatura, áreas e ângulos, onde os respondentes teriam que afirmar se lembravam de terem estudados e se estudados, eram indagados sobre o grau de dificuldade para aprender tais conteúdos. O quadro de dificuldades foi dividido em 32 (trinta e dois) itens referentes ao estudo de polígonos.

Pelas respostas dos alunos no quadro de dificuldade podemos perceber que dos 32 (trinta e dois) itens investigados sobre polígonos, em 23 (vinte e três) destes, foi apurado com porcentagens que variam de 50% a 78% não lembrar de terem estudados, fato este que nos remete aos estudos de Pavanello(1993), Kaleff(1994) e Lorenzato(1995), onde chamam a atenção para amenizar a “omissão”, “abandono” sobre o ensino de Geometria no Brasil.

PEREZ (1995) em pesquisa semelhante buscava mostrar “A Realidade do Ensino de Geometria”, fez menção a estudos realizados de 1984 a 1987, vale ressaltar bem antes Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, onde tinha o propósito de obter informações, se a Geometria é ou não ensinada. “Se é, o que é ensinado e como é. Se não é, por quê. Na época foi constatado que o número de aulas semanais não era suficientes para cumprir todo o



programa de matemática e que a parte de geometria que ficava no final do programa, era pouco ou quase nada ensinado.

Com as mudanças ocorridas, pós PCN, adequação e universalização dos livros didáticos, com os avanços tecnológicos, mesmo assim, ainda nos deparamos com situações vexatórias, amargamos índices baixos de proficiência em matemática e os estudantes saem do Ensino Fundamental sem as competências e habilidades definidas para este nível de ensino.

Dos itens lembrados pelos estudantes como tema estudado anteriormente por eles dentro de polígonos, quando perguntados sobre o grau de dificuldade encontrado, variando de muito fácil a muito difícil, a maioria respondeu que foi muito fácil ou fácil.

O teste foi construído sobre os conteúdos de polígonos, estruturado com 10 questões abordando itens que foram tratados no quadro de dificuldades. As questões foram de caráter diagnóstico, solicitavam respostas numéricas em sua grande maioria, como também buscavam raciocínio geométrico, leitura geométrica de figuras, abstração de imagens no seu intelecto e conjecturas sobre alguns problemas levantados. O resultado do teste não foi muito favorável, pois os estudantes responderam no quadro de dificuldades na sua grande maioria não lembrar de ter estudado tais conteúdos que ora estavam diante deles como questões a serem resolvidas.

As questões do teste aplicado abordaram os seguintes temas: Questão 01 (10% de acertos) – Soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer e a classificação dos triângulos quanto aos ângulos; Questão 02 (10% de acerto) – Classificação, semelhança e diferença entre os quadriláteros; Questão 03 (2% de acerto) – Classificação de um polígono em convexo, côncavo e regular; Questão 04 (2% de acerto) – Soma dos ângulos internos de um polígono regular; Questão 05 (Não houve acerto) – O ângulo central de um polígono regular e o número de lados; Questão 06 (12% de acertos) – Classificação do polígono quanto ao número de lados; Questão 07 (4% de acertos) – Número de diagonais de um polígono; Questão 08 (15% de acertos) – Perímetro de um Polígono; Questão 09 (8% de acertos) – Área de quadriláteros e Questão 10 (Não houve acertos) – Condição de existência de um triângulo.



Os resultados do teste mostraram que os estudantes da rede pública de ensino de Uruçuí-PI, não tem desfrutado de uma aprendizagem eficaz, tomando por base os conhecimentos inerentes ao ensino de polígonos. A grande maioria não define, não conceitua e não faz conjecturas diante de “fatos geométricos”, deixando assim, uma lacuna significativa em sua formação de Ensino de Fundamental.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa propôs fazer um diagnóstico sobre o ensino de polígonos na rede pública de ensino do município de Uruçuí-PI, para tanto, foi necessário debruçar sobre o tema polígonos, buscar instrumentos que conduzisse o estudo e partir a campo.

O município de Uruçuí-PI, possui índices baixos em se tratando do ensino de matemática nas escolas públicas. O IDEB⁵⁷ apurado em 2015 da rede pública para os anos finais do Ensino Fundamental é 3,5 (três e meio), bem abaixo da meta estabelecida que era de 3,9. É perceptível uma acomodação referente ao ensino, fazendo uma comparação entre os levantamentos de 2011, 2013 e 2015, não houve evolução, e mais de 90% dos estudantes ainda não são considerados proficientes em matemática.

Não muito distante de tais resultados, o teste aplicado sobre polígonos aos estudantes da rede pública de ensino mostrou que em 2018 ainda possuem um déficit de aprendizagem muito grande, muitos desconhecem, nem lembram de ter estudado em sua vida escolar temas até considerados simples que envolvem o ensino de polígonos. Fica evidente o relaxamento referente ao ensino de geometria, unidade temática esta, que é muito abordada pelos livros didáticos desde as primeiras séries do Ensino Fundamental.

O estudo revelou-nos que o ensino ainda é pautado no método tradicional, mesmo que seus professores sejam considerados pelos estudantes pesquisados, como bons e que dominam os conteúdos matemáticos, as aulas ainda são quase sempre expositivas, as estratégias de ensino são na maioria das vezes resoluções de questões no quadro (Professor) e resolução de questões

⁵⁷ Índice de Desenvolvimento da Educação Básica



do livro didático (estudantes), e as avaliações são sempre prova e visto no caderno, tornando assim, um ambiente monótono, corriqueiro e cansativo.

Evidencia assim, a falta de inovação no ensino, as equipes pedagógicas juntamente com professores e gestão, precisam articular um processo novo, que olhe para o aluno como ser capaz de desenvolver atributos geométricos que o capacite para os mais diversos saberes da vida.

A geometria ainda é, em geral, ensinada de forma mecânica, o professor faz uso na maioria das vezes, apenas de aula expositiva e lista de exercícios, reduzindo assim a capacidade do aluno, fazendo que o mesmo venha apenas memorizar fórmulas da geometria.

Em pleno século XXI, com avanços tecnológicos que temos disponíveis, embora a escola não disponha de certos meios e tecnologias, mas foi observado em quase totalidade, que os estudantes dispõem de aparelhos celular de uso pessoal. Tal fato poderia ser usado como meio para o ensino de conteúdos geométricos. Materiais manipuláveis simples, como papel, tesoura, barbante, régua, caixas de embalagens e diversos outros, também poderiam enriquecer a aula, tornando-a mais agradável a seu público.

Quando buscamos na literatura pesquisada, é constatável que são muitas as desculpas para o fracasso escolar em geral, diante de tal realidade, a escola tem a obrigação de mostrar resultados apraz à sociedade, não devemos nos acomodar com as mazelas, busquemos refletir para mudar. Se a realidade é ruim, então é necessário refazer tudo, espelhar-se nos exemplos que estão dando certo, buscar qualificação para as equipes (gestão, pedagógica e docente) e só assim atingiremos o verdadeiro objetivo da escola, formar bem nossos discentes.

REFERÊNCIAS

AMARAL, Wagner Alexandre do; COSTA, Reginaldo Rodrigues da. **AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM NO ENSINO DA MATEMÁTICA: TENDÊNCIAS E PERSPECTIVAS.** Disponível em <http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/26060_12377.pdf> acesso em 15/06/2018.

ARTIGUE, Michèle. Ingeniería didáctica. In: GOMEZ, Pedro. **Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.** San



Rafael- México: Iberoamérica,1995. Cap. 4, pag. 33-60. Disponível em: <<http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf>>. Acesso: 24/04/2018.

BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana: Coleção do professor de matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BZUNECK, José Aloyseo; SILVA, Rosangela. O Problema da Ansiedade nas Provas: Perspectivas Contemporâneas. **Semina**, Londrina-PR, v. 10, n. 3, 1989.

CAVALCANTE, Carmem Haab Lutte; JUNIOR, Pedro Aureliano dos Santos. Fatores que influenciam o desempenho escolar: a percepção dos estudantes do curso Técnico em Contabilidade do IFRS – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Campus Porto Alegre. **Revista Liberato**, Novo Hamburgo, v. 14, n. 21, p. 01-112 jan./jun. 2013.

GIL, A. C. **Didática do ensino superior**. São Paulo: Atlas, 2011.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. O Cenário do Ensino de Matemática e o Debate sobre o Currículo de Matemática. **Práxis Educacional**, Vitória da Conquista-BA, v. 8, n.13, p.253-280, jul/dez 2012.

INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **PISA**. Disponível em: <http://www.pisa.oecd.org/pages/0,2987,en_32252351_32235731_1_1_1_1_1,00.html>. Acesso em: 17/04/2018 às 21:16h.

KALEFF, A. M. M. R. **Do fazer concreto ao desenho em geometria**: ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense. In: Sergio Lorenzato. (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. 1ed.Campinas-SP: Autores Associados, 2006, p. 113-134.

KALEFF, A. M. M. R. et al. **Desenvolvimento do pensamento geométrico**- O modelo de Van Hiele. 1989. pag. 9-14. 2º Congresso Nacional de Iniciação Científica- Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1989.

KALEFF, A. M. M. R. Tomando o ensino de geometria em nossas mãos... **A Educação Matemática em Revista**. SBEM, n.2, p.19-25, 1994.

KLAUSMEIER, H. M.; GOODWIN, W. **Manual da psicologia Educacional: Aprendizagem e Capacidades Humanas**: (Tradução de Abreu, M.C.T.A.) São Paulo: Harper & Row, 1977.

LORENZATO, Sérgio. **O laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados,2006.



LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**, SBEM, São Paulo, Ano III, n.4, p. 3-13, 1995.

MELLO, Guiomar Namó de. **Currículo da Educação Básica no Brasil: concepções e políticas**. 2014. Disponível em <movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guiomar_pesquisa.pdf>. Acesso em 06/06/2018.

MOREIRA, Herivelton. Luiz Gonzaga Caleffe. **Metodologia da Pesquisa para o Professor Pesquisador**. 2ª Edição. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

PAVANELO, R. M. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**. Campinas, Ano 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PEREZ, Geraldo. A Realidade sobre o Ensino de Geometria no 1º e 2º graus, no Estado de São Paulo. **A Educação Matemática em Revista** - SBEM – n.4 – 1º Semestre de 1995.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio. 2008. 200f. Dissertação (mestrado) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, 2008. Disponível em <<http://hdl.handle.net/11449/90974>>. Acesso 05/06/2018.

PROENÇA, Marcelo Carlos de; PIROLA, Nelso Antônio. O Conhecimento de Polígonos e Poliedros: Uma Análise do desempenho de alunos do ensino médio em exemplos e não exemplos. **Ciência e Educação**. Bauru, v.17, n. 1, p. 199-217, 2011.

PROENÇA, Marcelo Carlos de; PIROLA, Nelso Antônio. Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono. **Zetetiké**. Campinas, v.17, n. 31, p. 11-37, 2009.

SANTOS, Antônio Raimundo dos Santos. **Metodologia Científica: A Construção do Conhecimento**. 8ª Edição. Rio de Janeiro: Lamparina, 2015.

SANTOS, E. **Currículos - Teoria e Práticas**. Rio de Janeiro: Gen LTC, 2012.

VEJA, Site. **Em turmas com mais repetentes, alunos têm desempenho pior**. Disponível em <<https://veja.abril.com.br/educacao/em-turmas-com-mais-repetentes-alunos-tem-desempenho-pior/>> Acesso em 10/06/2018.



O ENSINO DE QUESTÕES MULTIPLICATIVAS SEGUNDO ESTUDANTES DE UMA ESCOLA MUNICIPAL DE BELÉM DO PARÁ

Denis do Socorro Pinheiro Miranda

Universidade do Estado do Pará

dspmira78@gmail.com

Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará

2011.malu.melo@gmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um diagnóstico do processo de ensino-aprendizagem de questões multiplicativas a partir da opinião de discente. As informações foram produzidas no mês de maio de 2018 por meio da consulta a 100 discentes do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública municipal de ensino de Belém do Pará, mediante a aplicação de um questionário sócio-educacional, de um quadro de dificuldades e de um teste diagnóstico. A sistematização das informações produzidas ocorreu por meio da construção de quadros estatísticos relativos a cada uma das questões dos instrumentos. Os resultados indicam que, segundo a amostra: o ensino desses tipos de questões ocorre na maioria das vezes pelo método tradicional; as formas de fixação dos conteúdos mais utilizadas pelos docentes ainda são as listas de exercícios e o livro didático; a avaliação da aprendizagem centra-se nos testes. Concluímos que metade das questões foi considerada pelos estudantes participantes da pesquisa como fáceis e a outra metade como difíceis.

Palavras Chaves: Educação Matemática. Ensino de Matemática. Problemas Multiplicativos. Resolução de Problemas.

1. Introdução

Através da vivência como educador em mais de dez anos de experiência em sala de aula, atuando com educandos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental, observamos que os estudantes desse nível de ensino apresentam dificuldades em resolver questões envolvendo as quatro operações aritméticas.

Apesar deste conteúdo pertencer ao currículo escolar desde o primeiro nível do ensino fundamental (1º ano ao 5º ano), muitos estudantes trazem essas dificuldades para o segundo nível (6º ao 9º ano) e os maiores desafios encontram-se na resolução de questões do campo



multiplicativo. Para Vergnaud (1991, p. 141, apud SÁ, 2003, p. 38), questões multiplicativas “consiste de todas as situações que podem ser analisada por uma proporção simples ou composta e para quais usualmente necessitamos multiplicar ou dividir”. Porém, no ensino fundamental é nítida a dificuldade dos estudantes em identificar tais situações.

A recém-aprovada Base Nacional Comum Curricular do Ensino Fundamental (BNCC) estabelece que os estudantes sejam capazes de aplicar os conhecimentos matemáticos para a resolução de problemas, através da utilização de conceitos e procedimentos, para encontrar e interpretar soluções contextualizadas com a situação envolvida, como forma de construir um conhecimento matemático significativo para a realidade deles, pois historicamente o desenvolvimento da matemática ocorreu pela necessidade do homem encontrar soluções para problemas de sua realidade.

[...] historicamente, a Matemática foi construída por meio das respostas encontradas para perguntas motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), de outras ciências (Física, Química, Astronomia), e até mesmo por problemas relacionados à própria Matemática. Como se pode constatar, a Matemática foi consolidada por situações de necessidades reais da vida. (MACHADO, 2006, p. 29-30)

No entanto, ao longo do tempo essa relação vem se perdendo, pois os conhecimentos matemáticos estão sendo cada vez mais ensinado de forma descontextualizada da realidade dos educandos, o que contribui de forma significativa para o aumento das dificuldades na aprendizagem desta área do conhecimento. O que nos coloca diante da seguinte questão norteadora:

Quais as características do trabalho pedagógico com questões multiplicativas em uma escola municipal de Belém do Pará?

Neste sentido o objetivo deste artigo foi realizar uma pesquisa de campo e analisar seus dados para identificar o grau de dificuldade dos estudantes sobre a resolução de questões multiplicativas junto a uma amostra de 100 discentes do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Belém fundamentado também nas habilidades exigidas pelas diretrizes da educação brasileira: a BNCC, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB



9394/96), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) e as Matrizes de Referência dos diferentes Sistemas de Avaliação da Educação Brasileira.

As informações da diagnose das dificuldades de aprendizagem surgiram da aplicação de um questionário sócio-educacional, de um quadro de dificuldades e de um teste de conhecimento contendo dez questões discursivas do referido conteúdo para a amostra acima descrita. No entanto, neste artigo a análise dos dados será realizada por meio do questionário sócio-educacional e do quadro de dificuldades.

A apresentação dos dados obtidos foi realizada através de quadros que ilustram os resultados diagnosticados nos instrumento de coleta de dados acima descrito. Ao final, esses instrumentos foram submetidos a análises e comparação com o referencial bibliográfico para constatar as dificuldades apresentadas pela amostra sujeito da pesquisa.

2. Estudos Anteriores

Esta seção apresenta uma revisão bibliográfica sobre o ensino e aprendizagem de questões multiplicativas e está subdividida em quatro partes apresentadas a seguir.

2.1 Diretrizes da educação

Melo (2014, p. 10), quando fala do currículo da educação básica no Brasil, define que “diretrizes são orientações de valores e princípios que devem nortear todo processo de definição e implementação curricular”. As diretrizes da educação para o ensino de matemática destacam o papel da matemática durante o Ensino Fundamental, através da definição de objetivos que busquem a valorização dessa área do conhecimento, de forma que a mesma deva estar interligada a realidade do educando.

[...] o estabelecimento de relações é fundamental para que o aluno compreenda efetivamente os conteúdos matemáticos, pois, abordados de forma isolada, eles não se tornam uma ferramenta eficaz para resolver problemas e para a aprendizagem/construção de novos conceitos (BRASIL, 1998, p. 17).

A competência em resolver problemas e de construção de conhecimento não é uma tarefa fácil para estudantes e professores, haja vista que existem disparidades entre o fundamento apresentado e as práticas reais.



As disparidades são inevitáveis quando as declarações de intenções (objetivos) não são mais que para retórica, sem explicar e considerar os pressupostos pedagógicos que devem relacionar os fundamentos com as práticas (GODOY, 2013, p. 257).

No início do século XIX surge a necessidade de se construir disciplinas com um encadeamento linear, articulando saberes e fazeres, buscando-se novas possibilidades de abordagens e de articulação de saberes, de modo a evitar o conhecimento em compartimentos que não se comunicam.

Ainda mais recente, a Base Nacional Comum Curricular norteia as habilidades referentes à resolução e elaboração de problemas com números naturais por meio de estratégias variadas e com compreensão dos processos neles envolvidos, isto é, resolver de forma consciente com o algoritmo e operação mais adequada.

Na busca de aperfeiçoar as possibilidades de abordagens de questões multiplicativas é necessária a constante avaliação, muito embora a última ainda esteja limitada a provas de mensuração meramente quantitativa.

A prova ainda representa, na prática docente de muitos professores, o único significado de avaliação. Mesmo como instrumento de avaliação, é preciso que o professor pare para refletir sobre o que a resposta escrita do aluno numa prova pode lhe dizer sobre o seu desenvolvimento, suas estratégias, suas concepções, suas habilidades e que rumo tomar na continuidade de sua prática pedagógica. (GITIRANA, 2006 p. 63)

Para a avaliação da qualidade do ensino ofertado pelo sistema educacional brasileiro, o Ministério da Educação aplica aos estudantes do quinto e nono ano do ensino fundamental a Prova Brasil. No resultado desta avaliação de 2015, em relação ao 9º ano do Ensino Fundamental, em matemática, os estudantes das escolas públicas brasileiras apresentaram uma pontuação média de 250,57 em uma escala que varia de 200 a 425 pontos (BRASIL, 2015).

No âmbito estadual existe o Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE), em que estudantes do 4º e 8º ano do ensino fundamental, e 1º, 2º e 3º ano do ensino médio realizam avaliações em Língua Portuguesa e Matemática. Em sua última edição, 2016, cerca 44,4% dos estudantes do 8º ano que realizaram esta avaliação foram classificados em matemática no nível de proficiência: abaixo do básico, isto é, não apresentaram domínio adequado dos



conhecimentos, habilidades e competências esperadas para o ano escolar em que estão inseridos (SisPAE, 2016).

Os resultados dessa e de outras avaliações de larga escala, juntamente com as exigências curriculares e avaliativas do sistema educacional brasileiro nos apontam para a relevância de caracterizar o trabalho pedagógico com questões multiplicativas em uma escola municipal de Belém do Pará. Tais instrumentos serão apresentados detalhadamente na exposição metodológica da pesquisa.

2.2 Questões Multiplicativas

O ato de resolver problemas é uma atividade presente desde o início da humanidade. Para garantir sua existência o homem necessitou criar formas de medir, contar, estabelecer relações entre quantidades, entre áreas e outras situações que pudessem tornar sua vida mais agradável.

Para Santos (2017, p. 21) “resolver problemas matemáticos faz parte do cotidiano das pessoas e ter a habilidade de solucioná-los traz independência e autonomia”.

As questões que iremos abordar nessa seção são as pertencentes ao campo Multiplicativo. Fossa e Sá (2008), baseando-se nas propriedades da igualdade, apresentam uma proposta de distinção, que é aplicada tanto para questões aditivas (que envolvem adição e subtração) quanto para as multiplicativas (que envolvem multiplicação e divisão). Eles as classificam em dois grupos: as aritméticas que são

Os problemas em que a pergunta/incógnita está isolada num dos membros da igualdade após sua modelação (tradução dos dados para linguagem simbólica). Nesses problemas, normalmente, a igualdade é utilizada para indicar o resultado da operação realizada, ou seja, a igualdade é usada para representar transformações ou resultados (FOSSA; SÁ, 2008, p. 267).

E as algébricas são

Os problemas em que a pergunta/incógnita não está isolada num dos membros da igualdade após sua modelagem. Nesses problemas, a igualdade é utilizada para indicar a relação de equilíbrio exigida entre os dados, ou seja, a igualdade é utilizada para indicar equilíbrio (FOSSA; SÁ, 2008, p. 267).



O quadro abaixo apresenta exemplos de questões multiplicativas com sua classificação e respectiva modelação.

Quadro 1: Questões multiplicativas aritméticas e algébricas

QUESTÕES	CLASSIFICAÇÃO	MODELAÇÃO
Em uma sala de aula as cadeiras estão dispostas em 5 fileiras e 6 colunas. Quantas cadeiras há nessa sala?	Aritmética	$5 \times 6 = ?$
Raquel vai arrumar seus brinquedos em 3 caixas. Ela tem 189 brinquedos. Em cada caixa ficará a mesma quantidade de brinquedos. Quantos brinquedos ficaram em cada caixa?	Aritmética	$189 : 3 = ?$
As 20 cadeiras de uma sala estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 4 as fileiras, quantas são as colunas?	Algébrica	$4 \times ? = 20$
Júnior comprou 56 bombons. Eles vieram embalados em algumas caixas com 4 bombons em cada caixa. Quantas caixas de bombons Júnior comprou?	Algébrica	$56 : ? = 4$

Fonte: Pesquisa de campo (2018)

Observando o quadro acima percebemos que nas questões aritméticas,

“[...] em sua resolução operacional, não são usadas de maneira implícita ou explícita as propriedades aditivas ou multiplicativas da igualdade” (FOSSA; SÁ, 2008, p. 269), ou seja, sua resolução é encontrada através da simples aplicação do algoritmo da operação matemática envolvida. Enquanto que nas questões algébricas “[...] a modelação de um problema algébrico sempre resulta numa expressão em que o valor desconhecido não fica isolado” (FOSSA; SÁ, 2008, p. 269), isto é, sua resolução é a solução de uma expressão.

3. Percurso Metodológico

Nesta seção, apresentamos o caminho metodológico da pesquisa descrevendo os instrumentos e procedimentos utilizados na mesma, a caracterização dos sujeitos e a descrição dos dados da pesquisa.

Esta pesquisa foi desenvolvida por meio das seguintes etapas: elaboração dos instrumentos de pesquisa, validação desses instrumentos, obtenção do consentimento para



realização da mesma, aplicação dos instrumentos, sistematização dos dados e análise dos resultados.

A primeira e segunda etapa foi planejada durante a realização da disciplina Currículo e Avaliação da Aprendizagem em Matemática do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, durante o primeiro semestre de 2018. As professoras da referida disciplina apresentaram um modelo do questionário sócio-educacional e do quadro de dificuldades. Através de sugestões dos discentes da turma foram feitas adaptações nesses instrumentos até ocorrer a validação dos mesmos.

A terceira etapa ocorreu no dia 14/05/2018, pela parte da manhã através do contato com a Diretora da escola. Neste momento realizei minha apresentação e entreguei à mesma os seguintes documentos: ofício da Universidade do Estado do Pará solicitando autorização para a realização da pesquisa, minuta do trabalho de campo, termo de consentimento livre e esclarecido para estudantes maiores e menores de 18 anos de idade, questionário sócio-educacional sobre as formas metodológicas de ensino e de avaliação do assunto da pesquisa, quadro de dificuldades sobre o assunto pesquisado e teste de conhecimentos sobre o assunto pesquisado. Após este momento, a diretora informou que as turmas do ano solicitado para a realização da pesquisa pertencem ao turno da tarde e que iria registrar na ocorrência da escola a autorização para a realização da mesma e agendamos a data do dia 21/06 para o início da realização da pesquisa.

A quarta etapa ocorreu nos dias 21 e 22 de maio, orientada pela coordenadora pedagógica do referido turno. A mesma conduziu-me a sala dos professores e fez minha apresentação ao professor das turmas integrantes da pesquisa. Após este momento o professor me conduziu a primeira turma para realizar a aplicação dos instrumentos diagnósticos da pesquisa. No primeiro dia os instrumentos foram aplicados em três turmas e no dia 22 na turma que faltava para a finalização da coleta de dados. Ressalto aqui a boa recepção por parte do professor e dos estudantes, mesmo que durante a aplicação, tenha notado que alguns desses estudantes demonstraram certa falta de interesse em preencher os instrumentos da pesquisa. Foram aplicados um total de 120 instrumentos diagnósticos aos estudantes. Desta quantidade



foram descartados 20 que apresentavam sérios problemas de preenchimento ou que o estudante não preencheu.

A quinta etapa e sexta etapa ocorreram durante o mês de junho. Neste período foi realizada a tabulação dos dados e posteriormente a análise dos mesmos. Os resultados foram apresentados em forma de quadros com os percentuais das respostas dos discentes.

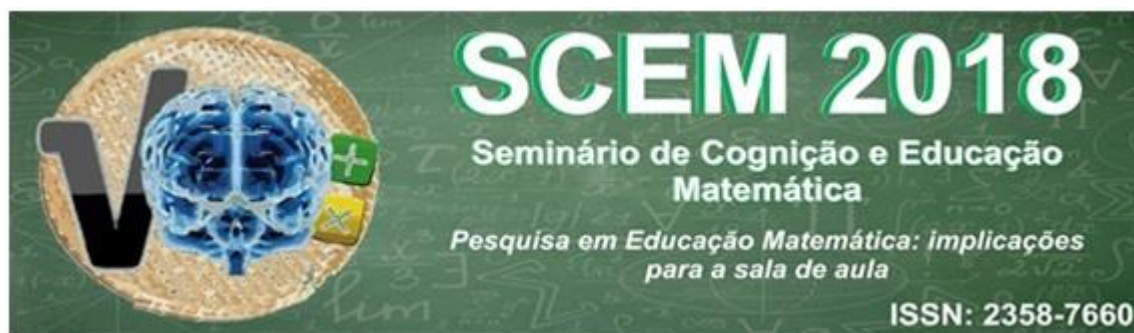
Desta forma foi concluído o trabalho de campo e dado início a etapa seguinte da pesquisa. Neste artigo descrevemos e analisamos apenas os dados do questionário sócio-educacional e do quadro de dificuldades.

4. Descrição dos dados da pesquisa e Análise dos Resultados

Por meio dos dados do perfil dos sujeitos da pesquisa, das informações sobre prática pedagógica dos professores na opinião dos estudantes e do quadro de dificuldades fizemos um confronto com o que foi constatado nas referências bibliográficas desta pesquisa, para caracterização do trabalho pedagógico com questões multiplicativas em uma escola municipal de Belém do Pará?

QUADRO 2 – Perfil e opinião dos sujeitos da pesquisa.

CARACTERÍSTICAS	RESPOSTAS DOS ESTUDANTES
Gênero	55% de estudantes do sexo feminino e 45% do sexo masculino
Idade	Entre 12 e 15 anos. Maior percentual, 51%, possui 12 anos.
Escolaridade do responsável masculino	51% não souberam informar. Dos que informaram a maioria, 20%, possui ensino médio.
Escolaridade do responsável feminino	39% não souberam informar. Dos que informaram a maioria, 22%, possui ensino médio completo e 22% ensino médio incompleto.
Gosta de Matemática	60% gosta um pouco; 19% adora; 12% detesta e 9% suporta.
Recebe ajuda nas tarefas de matemática	43% não recebem ajuda; 43% de um membro da família e 14% de um professor particular.
Frequência de estudo de matemática	32% estudam no período de provas, 24% nos fins de semana, 12% apenas na véspera da prova, 13% estuda todo dia e 19% não estudam fora da escola.
Formas de atividades e/ou trabalhos o seu professor de Matemática mais utiliza em suas aulas?	60% dos estudantes responderam aulas expositivas, 32% lista de exercícios para serem resolvidos, 4% trabalhos em grupos, 2% seminários e 2% pesquisas.



Formas de ensino de questões que envolvem multiplicação e divisão	59% das aulas iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercício, 22% por uma situação problema para depois introduzir o assunto, 10% pela história do assunto para depois explorar os conceitos e 9% pelo modelo para a situação e em seguida a análise da mesma.
Formas de praticar o conteúdo: questões que envolvem multiplicação e divisão	59% dos estudantes afirmaram que o professor utilizava Lista de exercícios para serem resolvidos, 29% exercícios do livro didático, 6% jogos envolvendo o assunto, 4% os estudantes deveriam procurar e resolver questões sobre o assunto e 2% Não propunha questões de fixação.
Os instrumentos utilizados para a avaliação da aprendizagem de questões multiplicativas	90% dos estudantes disseram que o professor utilizava os testes, 6% as provas e 4% a observação.
Sentimento diante de uma avaliação em matemática	40% dos estudantes se sente preocupado, 24% tranquilo, 20% com medo, 12% sente calafrios, 3% raiva e 1% ficam contente

Fonte: Dados da pesquisa (2018)

As idades dos estudantes participantes da pesquisa variam entre 12 e 15 anos. O maior percentual está na faixa etária de 12 anos com 51% e o somatório percentual das outras idades dos estudantes somaram 49%. Consideramos esses números inadequados para o referido ano, pois 49% dos estudantes apresentam distorção idade/série (ano), tendo em vista que de acordo com o artigo 6º da Resolução 01/2010 do Conselho Nacional de Educação/Câmara Nacional de Educação Básica “Para o ingresso no 1º ano do Ensino Fundamental, a criança deverá ter 6 (seis) anos de idade completos até o dia 31 de março do ano em que ocorrer a matrícula [...]” (BRASIL, 2010, p. 3). Portanto, ao ingressar no 7º ano, o estudante deveria estar com 12 anos de idade, porém, quase a metade não se enquadra nesse perfil.

Em relação ao gosto pela matemática, apenas 19% dos estudantes adoram a disciplina, assim é possível concluir que a maioria (81%) possui algum tipo de restrição ao estudo da mesma. Isso pode ser entendido pelo fato dos estudantes nos informarem que apenas 12% sempre entendem as explicações dadas nas aulas de matemática. Desta forma,



A dificuldade em Matemática, além de consciente para os alunos é colocada como o principal motivo de não gostarem desta disciplina, é um fator marcante na vida da maioria dos estudantes, é algo que tem proporcionado resistência ao aprender (THOMAZ 1999, p. 6).

Assim, se o ensino da matemática se desenvolver em um processo em que as dificuldades apresentadas pelos discentes se tornem eixos para uma reavaliação das ações pedagógicas dos docentes na tentativa de iniciarmos um processo de entendimento das dificuldades de aprendizagem que grande parte dos estudantes afirma ter, seria possível uma mudança em relação à opinião que os mesmos possuem sobre essa área de ensino.

Em relação à escolaridade dos responsáveis, verificamos que a maioria dos estudantes não sabe informar a mesma. Sendo que 51% desconhecem a escolaridade do responsável masculino e 39% a do responsável feminino. Entre os que têm conhecimento da escolaridade do responsável masculino, verificamos que o maior percentual deles possui ensino médio completo (20%) e destacamos que 4% possuem nível superior. Ao nos referirmos à escolaridade do responsável feminino observamos que o maior percentual delas possui ensino médio completo e o ensino médio incompleto, com 22% para cada um. E como aconteceu no caso do responsável masculino, apenas 4% delas possuem nível superior. Essa baixa escolaridade dos responsáveis dos estudantes pode interferir no seu processo de aprendizagem, pois, de acordo com Pinheiro (2015, p. 35)

a “maior escolaridade do pai e/ou da mãe se traduz num maior desempenho do filho através de canais como: [...], incentivá-lo ao estudo e inibi-lo de trabalhar fora durante a adolescência”.

Ao abordar a ajuda nas tarefas de matemática em casa, a maioria dos estudantes recebe ajuda de um integrante da família ou não recebe ajuda de ninguém, 43% para ambos os casos, e que apenas 14% possuem um professor particular para o auxílio em matemática. Essa participação da família pode ocorrer de diversas formas como

“[...] acompanhar tarefas e trabalhos escolares, verificar se o filho fez as atividades solicitadas pelo professor, estabelecer horário de estudo, informar - se sobre matérias e provas, entre outras” (SOUSA, 2012, p. 12).

Neste sentido seria importante um olhar especial, por parte dos integrantes da educação brasileira, para os estudantes cujos pais possuem baixos níveis de escolaridade. Assim sendo,



ao participarem do processo educacional de seus filhos é provável que ocorra um significativo desenvolvimento educacional dos mesmos.

Ao responderem a pergunta sobre a frequência de estudos em matemática, observa-se que apenas 13% dos estudantes estudam todo dia 19% não estudam matemática fora da escola. Este cenário é preocupante, pois a aprendizagem

“[...] acontece somente se houver da parte do educando, uma atividade autônoma no sentido de que ele se mobilize para o aprendizado”. (MELO e URBANETZ, 2008, p. 117)

Desta forma, ao criar o hábito de estudar é provável que ocorra a superação das dificuldades de aprendizagem, seja em matemática ou em qualquer outra área do conhecimento.

Sobre as atividades e/ou trabalhos o que o professor (a) de matemática mais utiliza em suas aulas, percebe-se o uso significativo de aulas expositivas (60%) e lista de exercícios para serem resolvidas (32%). Percebe-se que essa prática didática metodológica tradicional ainda é muito utilizada e compara-se ao que é proposto por um currículo centrado no conhecimento que segundo Melo (2014, p. 1) “privilegia a apropriação do patrimônio científico e cultural acumulado em lugar do avanço em direção a novas descobertas e fronteiras científicas”.

Neste sentido seria mais adequada a utilização de metodologias capazes de promover uma aprendizagem mais significativa para os estudantes como jogos, atividades lúdicas, atividades em grupos entre outras.

Ao se referir as formas de ensino de questões que envolvem multiplicação e divisão, 78% dos estudantes relataram que as aulas não foram iniciadas através de uma situação problema e que apenas 22% das vezes a aula começou desta forma. Isso é preocupante, pois

O Ensino da Matemática através da resolução de problemas permite diversas abordagens dos assuntos em estudo, propiciando uma melhor compreensão dos mesmos. A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. (BOTIN; LUPINACCI, 2004, p. 1)

Desta forma, ao utilizar situações problemas o ensino se torna mais atrativo facilitando assim, a aprendizagem dos estudantes, colaborando de forma positiva para que os educandos



desenvolvam seu aspecto cognitivo, pois não estariam utilizando apenas o modelo clássico de exposição e exercício, o fazendo aprender de forma dinâmica.

Para exercitar as questões que envolvem multiplicação e divisão, verifica-se que apenas 6% dos estudantes disseram que o professor utilizava uma metodologia diferenciada para o ensino dessas questões. Neste caso, os jogos. Este fato vai de encontro ao processo metodológico de resolução de problemas, tendo em vista que desta forma, o estudante estará utilizando apenas o algoritmo das operações envolvidas.

Em relação à avaliação da aprendizagem de questões que envolvem multiplicação e divisão, o instrumento mais utilizado é o teste, com 90% das respostas dos estudantes, as provas, com 6% de relato dos estudantes e apenas 4% utilizaram a observação como forma de avaliar os estudantes. A respeito dos tipos predominantes da avaliação, Sant'anna (1995, p. 10) relata que:

Dependendo de como são elaboradas as provas, ou testes, de como são aplicadas, do ambiente, do estado emocional dos alunos ou do professor, de como os alunos são solicitados a participar, do julgamento do professor, se constituirão numa arma nociva. Quando aplicadas de forma contínua, com feedbacks permanentes, com caráter incentivador de etapas vencidas e indicador de novos horizontes ou de novas portas abertas, se revestem de um estímulo para concretização do conhecimento e auto-realização dos envolvidos no processo.

Portanto, ao utilizar esses instrumentos de forma inadequada, o professor pode provocar situações verificadas quando os estudantes responderam como se sentem diante de uma avaliação de matemática: 40% deles sentem-se preocupados e 20% ficam com medo.

Assim, se o ensino da matemática se desenvolver em um processo em que as dificuldades apresentadas pelos discentes se tornem eixos para uma reavaliação das ações pedagógicas dos docentes na tentativa de iniciarmos um processo de entendimento das dificuldades de aprendizagem que grande parte dos estudantes afirmam ter, seria possível uma mudança em relação a opinião que os mesmos possuem sobre essa área de ensino.

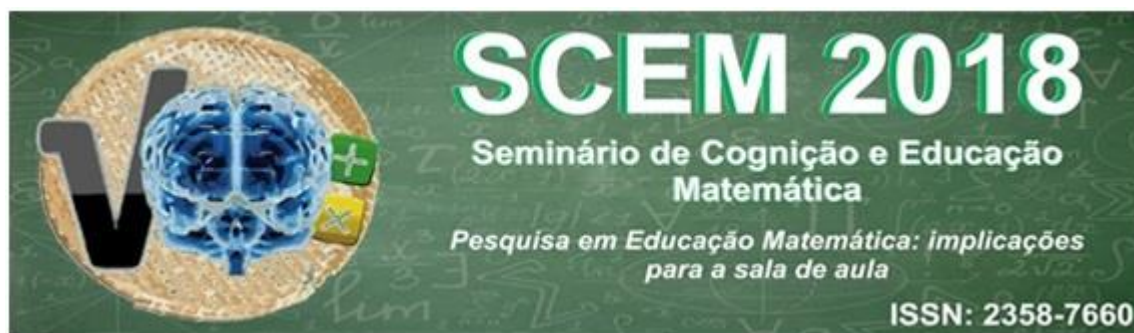
O quadro de dificuldades a seguir, apresenta dez questões envolvendo multiplicação e divisão de números naturais. Nele os estudantes informaram se lembravam ou não de ter



estudado questões semelhantes aos do quadro, atribuindo um grau de dificuldades a cada um deles. Para tanto os graus de dificuldades estão definidos como Muito fácil (MF), Fácil (F), Difícil (D), Muito difícil (MD).

QUADRO 3 – Quadro de dificuldades

Conteúdo (Questões)	Lembra-se de ter estudado?		Grau de dificuldade atribuído a essa questão			
	SIM	NÃO	MF	F	D	MD
1-João comprou 4 camisetas a R\$ 39,00 cada uma. Qual o valor total gasto na compra das 4 camisetas?	75%	25%	10%	52%	32%	6%
2-Numa sala as cadeiras estão dispostas em 5 fileiras e 6 colunas. Quantas cadeiras há nessa sala?	72%	28%	10%	48%	36%	6%
3-As 20 cadeiras de uma sala estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 4 as fileiras, quantas são as colunas?	53%	47%	14%	34%	32%	20%
4-Pedro tem 5 camisas, 4 bermudas e 3 pares de sapatos. De quantas maneiras diferentes ele pode ser arrumar usando uma camisa, uma bermuda e um par de sapatos?	46%	54%	14%	44%	30%	12%
5-Quatro crianças levaram 6 refrigerantes à uma festa de aniversário. Sabendo-se que todas levaram o mesmo número de refrigerantes, quantos refrigerantes haveria se 12 crianças fossem à festa?	57%	43%	28%	28%	34%	10%
6-Raquel vai arrumar seus brinquedos em 3 caixas. Ela tem 189. Em cada caixa ficará a mesma quantidade de brinquedos. Quantos brinquedos ficaram em cada caixa?	68%	32%	18%	30%	34%	18%
7-Júnior comprou 56 bombons. Eles vieram embalados em algumas caixas com 4	69%	31%	14%	48%	26%	12%



bombons em cada caixa. Quantas caixas de bombons Júnior comprou?						
8-Em um ônibus escolar cabem 48 estudantes sentados. Cada fileira do ônibus tem 6 poltronas. Quantas fileiras há nesse ônibus?	49%	51%	24%	26%	40%	10%
9-Seu José é um colecionador de moedas antigas. Ele guardou 35 dessas moedas em caixas. Em cada caixa ficaram 8 moedas. Ao terminar de guardar as moedas, seu José observou que ficaram 3 moedas fora das caixas. Quantas caixas seu José utilizou?	53%	47%	30%	16%	44%	10%
10- Um estudante recebe de seus pais uma mesada de R\$ 420,00. Ele gasta a terça parte mesada com seu transporte para ir a escola. Quanto ele gasta para ir a escola?	54%	46%	16%	28%	42%	14%

Fonte: Dados da pesquisa (2018)

Analisando os percentuais do quadro de dificuldades, podemos constatar que a maioria dos estudantes lembra ter estudado questões semelhantes ao do quadro acima, exceto as questões quatro e oito, em que a maioria dos estudantes não se recorda desse estudo. Calculando a média, temos um percentual de 59,6 % que lembram ter estudado esses tipos de questões.

Sobre o grau de dificuldade todas as afirmações se deram em nível fácil ou difícil, sendo que nas questões 1, 2, 3, 4 e 7 a maioria dos estudantes afirma ter grau de dificuldade fácil e nas questões 5, 6, 8, 9 e 10 a maioria afirma ter grau de dificuldade difícil.

Fossa e Sá (2008) classificam as questões 1, 2, 4, 5, 6 e 10 como aritméticas e as questões 3, 7, 8 e 9 como algébricas. Entre as aritméticas, três foram consideradas fáceis (1, 2 e 4) e três difíceis (5, 6 e 10). Em relação às algébricas dois foram classificadas como fáceis (3 e 7) e dois como difíceis (8 e 9). Desta forma, percebe-se que não há predominância de dificuldade referente a essa classificação.



5. Considerações finais

Este trabalho foi desenvolvido com objetivo de caracterizar o trabalho pedagógico com questões multiplicativas em uma escola municipal de Belém do Pará?

Para alcançarmos tal finalidade utilizamos como instrumentos de pesquisa um questionário sócio-educacional e um quadro de dificuldades.

Os sujeitos da pesquisa informaram gostar um pouco da disciplina matemática, a maioria relatou que às vezes entendiam as explicações do professor sobre o assunto objeto de nossa pesquisa, no entanto consideraram suas explicações excelentes.

Nas dez questões do quadro de dificuldades metade foram considerados fáceis e outra metade difíceis. Não foi constatado predomínio de dificuldades na resolução das questões em relação a serem classificadas em aritméticas ou algébricas.

Dos resultados aqui constatados almeja-se realizar outras pesquisas que possam auxiliar no ensino e aprendizagem de resolução de questões multiplicativas. Auxiliando estudantes e docentes do Ensino Fundamental com alternativas didáticas e pedagógicas que colaborem para superação das dificuldades aqui diagnosticadas.

REFERÊNCIAS

BOTIN, Mara Lúcia Muller; LUPINACCI, Vera Lúcia Martins. **Resolução de problemas no ensino de matemática**. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. Recife – Pe, 15 a 18 de julho de 2014. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/MC18361331034.pdf>>. Acesso em: junho de 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf>. Acesso em: junho de 2018.

_____. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Resolução nº 1, de 14 de junho de 2010**. Disponível em:



<<http://portal.mec.gov.br/docman/janeiro-2010-pdf/2483-rceb001-10>>. Acesso em: junho de 2018.

_____. Instituto Nacional de Estudo e Pesquisa Anísio Teixeira – INEP. Disponível em: <<http://download.inep.gov.br/educa%C3%A7ao-basica/provabrasil/edital/2015>> .pdf. Acesso em: Junho de 2018.

FOSSA, John Andrew; SÁ, Pedro Franco. **Uma distinção entre problemas aritméticos e algébricos**. Revista Educação em Questão, Natal, v. 33, n. 19, p. 253-278, set./dez. 2008. Disponível em: <<https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/3936>>. Acesso em: julho de 2008.

GITIRANA, Veronica. Planejamento e avaliação em matemática. In: Janssen Felipe da Silva; Jussara Hoffman; Maria Teresa Esteban. (Org.). **Práticas avaliativas e aprendizagens significativas**: em diferentes áreas do currículo. 5ª Ed. Porto Alegre: Mediação, 2006, p.57-66.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. **O cenário do ensino de Matemática**. São Paulo, 2012

MACHADO, Elisa Spode. **Modelagem matemática na resolução de problemas**. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2006. Disponível em: <<https://core.ac.uk/download/pdf/48134359.pdf>>. Acesso em: junho de 2018.

MELLO, Guiomar Namo de. **Currículo da educação básica no Brasil**: concepções e políticas. São Paulo: CEEESP, 2014. 15 p.

MORETTI, Mércles Thadeu. **Dos sistemas de numeração às operações básicas com números naturais**. Florianópolis: Ed. da UFSC, 1999.

MELO, Alexandre de. URBANETZ, Sandra Terezinha. **Fundamentos de Didática**. Curitiba: Editora IBPEX, 2008.

PINHEIRO, Diego Menezes dos Santos. **Efeito da educação dos pais sobre o desempenho dos filhos: uma simulação com países similares ao Brasil**. Monografia.

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2015. Disponível em <<http://www.econ.puc-rio.br/uploads/adm/trabalhos/files.pdf>>Acesso em: julho de 2018.

SÁ, Pedro Franco. **Os problemas envolvendo as quatro operações e a unidade do pensamento linear**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2003.

SANT'ANNA, Ilza. Martins. **Por que avaliar? como avaliar?: critérios e instrumentos**. Petrópolis: Vozes, 1995.



SANTOS, Robério Valente. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Universidade do Estado do Pará. Belém, 2017.

SISPAE – **Sistema Paraense de Avaliação Educacional**. Disponível em: <http://vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?=SEPA1401>. Acesso em: Julho de 2018.

SOUSA, Jacqueline Pereira de. **A importância da família no processo de desenvolvimento da aprendizagem da criança**. Instituto de estudos superiores do Ceará. Fortaleza, 2012. Disponível em: <<https://monografias.brasilecola.uol.com.br/pedagogia/importancia-familia-processo-ensino-aprendizagem-dos-alunos-escola-maria-nazare-oliveira-jardim-ii.htm>>. Acesso em: Julho de 2018.

THOMAZ, Tereza Cristina. Não gostar de Matemática: que fenômeno é este? Cadernos de Educação/UFPel, Pelotas, n. 12, 1999. Disponível em <<https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/download/6589/4560>>. Acesso em: julho de 2018.



O ENSINO DE RAZÃO POR MEIO DE ATIVIDADE

Jakelline de Aquino Batista
Universidade do Estado do Pará - UEPA
Jackbatist@hotmail.com

Pedro Franco de Sá
Universidade do Estado do Pará
Pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO:

O presente artigo apresenta resultados de uma pesquisa realizada com alunos do 7º ano da rede pública de ensino de Belém e teve como objetivo avaliar os resultados da aplicação de uma atividade que teve como objetivo introduzir o conceito de razão. O trabalho foi realizado no mês de setembro de 2017, aplicados a 20 estudantes do 7º ano do Ensino fundamental, contendo uma atividade que buscava trabalhar o conceito de razão. O resultado da análise aponta que de acordo com as respostas dos estudantes, desenvolver atividades que oportunizem os alunos a desenvolver seu próprio pensamento e estimulem seu poder de argumentar e falar de suas experiências apontam caminhos para o professor realizar um bom trabalho pedagógico por meio de aulas interativas, investigativas e temáticas que as torne interessante para os estudantes e não deixa de ferir o rigor matemático e favorecer a ligação com o cotidiano e experiência dos estudantes.

Palavras Chaves: Educação Matemática, Razão, Ensino por atividade.

Introdução

O estudo de razão e proporção é um dos conteúdos matemáticos mais antigos e de grande importância para os dias atuais, o conceito de razão por exemplo, tem grande importância na compreensão de situações cotidianas bem como no próprio desenvolvimento e entendimento de outros conceitos matemáticos.

Dessa forma, este conteúdo é constituído como integrador dos tópicos matemáticos que abrange a regra de três, teorema de Tales, semelhança, geometria bem como relaciona com outras áreas do conhecimento como a física, química, geografia, biologia. Com isso, podemos observar sua ampla aplicação e importância para compreender outros importantes conceitos, sendo seu ensino de grande relevância para o currículo e formação escolar.

Os estudos desenvolvidos referentes ao assunto de razão apontam que não é enfatizado o conceito de razão como uma das concepções dos fracionários, como vimos em Silva (2005)



e também encontramos no estudo de Paula (2012) que os próprios significados do conceito de razão, como o de taxa por exemplo, passa despercebido pelos estudantes da educação básica e ainda defende a inserção de tarefas que estimulem a produção de significados pelos estudantes.

Neste trabalho apresentamos os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo avaliar os resultados da aplicação de uma atividade que teve como objetivo introduzir o conceito de razão. Para isso, fizemos um levantamento dos estudos realizados sobre o ensino de razão e proporção, elaboramos a atividade sobre o conceito de razão e descrevemos a nossa experimentação aplicada a uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede Pública de Belém-PA.

Na busca pelos estudos já realizados nessa temática encontramos Freitas e Gonçalves (2010); Lara e Oliveira (2013); Oliveira e Garcia (2013) que buscaram diagnosticar em suas pesquisas o ensino e aprendizagem de razão e proporção pelos alunos do ensino fundamental e médio. Nos estudos de Menezes et al (2013); Dezílio et al (2013); Agnol et al (2013) e Carvalho et al (2013) buscaram verificar as diferentes técnicas para o ensino e aprendizagem de razão e proporção pelos alunos do ensino fundamental.

De forma geral nesses estudos o que vem nos mostrando desde os estudos teóricos como também nos estudos diagnósticos quanto ao ensino e aprendizagem de razão e proporção é a sua relação com a forma de ensino tradicional, e a essas falhas desse método de ensino já debatidas há tempos, em não propiciar ao aluno a possibilidade de ser um agente ativo da sua aprendizagem e como isso irá lhe prejudicar para outros entendimentos e tópicos da matemática e outras disciplinas bem como para simples aplicações do dia-a-dia.

Portanto, nesse estudo apresentaremos a seguir o protótipo da atividade com os procedimentos a serem realizados, posteriormente os resultados da aplicação da atividade sobre o conceito de razão e análise das respostas dos estudantes.

Atividade sobre o conceito de Razão



Nesta atividade buscamos trabalhar com os estudantes o conceito de razão e para isso planejamos uma atividade que envolvesse as ideias de razão em que estão inseridas no nosso cotidiano. Buscamos nos noticiários exemplos de frases que estavam empregados esse conceito e apresentamos em uma folha de notícias que foram entregue aos alunos, como veremos a seguir.

Atividade de Razão

Título: Razão em matemática

Objetivo: Introduzir o conceito de razão

Material: Folha de atividade, lápis ou caneta

Hora de Início da atividade: Hora de término da atividade:

Procedimentos:

Leia a folha de notícias juntamente com o quadro informativo e posteriormente faça o que se pede.

FOLHA DE NOTÍCIAS

“Em 2017, de cada 3 desempregados no mundo, um será brasileiro”

“Um brasileiro é vítima de fraude de identidade a cada 20 segundos”

“Nove entre dez adolescentes usam jeans”

“Serão sorteados 300 telefone celulares entre 2100 inscritos na promoção”

“De cada 9 clientes 6 usam o cartão de crédito interno da loja”

“A cada 10 pessoas no Brasil, 6 estão acima do peso”

“O Estado (Pará), no entanto, ainda representa apenas 2% do Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro [...]” “A área social é o grande problema a ser enfrentado no Pará. Mais um



exemplo acaba de ser divulgado pelo Ministério da Saúde: em 2012 **a cada mil crianças que nascem no Pará, 24 morrem antes de completar cinco anos**”.

Após apresentarmos as notícias aos estudantes em seguida na folha de atividade apresentávamos um quadro informativo, com o seguinte enunciado “Em matemática a expressão “Para cada torcedor do time x existem 05 torcedores do time y.” é equivalente a dizer que a razão entre os torcedores dos times X e Y é de 1 para 5 ou que na situação 1 está para 5.” Feito isso, pedíamos para que os alunos respondessem a razão correspondente de algumas expressões dadas, em seguida que dessem 05 exemplos de situações que envolvessem a ideia de razão.

Para iniciar esta atividade, primeiramente, pedimos para que os alunos fizessem um círculo. Entregamos a cada um a ficha de atividade, solicitamos que acompanhasse e atentasse ao objetivo. Nesta atividade, era apresentado um quadro com várias notícias, algumas retiradas de jornais outras fictícias, e assim apresentamos um quadro com notícias diversas na folha de atividade. Essas notícias representavam razões e foi perguntado aos alunos se gostariam de ler as notícias, cinco alunos demonstraram interesse e leram. Após lerem, perguntamos se compreendiam as notícias que acabavam de serem lidas e se sabiam representar matematicamente as mesmas. Nenhum dos alunos confirmou, ou conseguiram reescrever aquela informação de forma que ficassem representadas por números.

No decorrer da atividade, escolhemos algumas notícias para verificar por meio das falas dos alunos se compreenderiam a ideia do que estávamos apresentando. E como exemplo, a primeira notícia do quadro de atividades dizia o seguinte: “Em 2017, de cada 3 desempregados no mundo um será brasileiro”, em seguida perguntei aos alunos, se considerando esta notícia, caso tenhamos seis desempregados quantos seriam brasileiros?

Pelas respostas dos alunos tivemos alguns que de imediato responderam corretamente que seriam dois brasileiros. E assim, apresentamos outros contextos que empregavam a ideia de razão e os alunos acompanhavam atentos. Observamos também que a ideia de razão ficou bem esclarecida de acordo com as anotações dos alunos nas questões em que foi pedido para



que eles escrevessem situações em que eles observavam do seu dia-a-dia. Assim como mostraremos nas respostas dos alunos.

Nesta atividade notamos a importância de dar oportunidades nos métodos de ensino para que o aluno pudesse interagir, bem como escrever ou colocar o seu ponto de vista, pois dessa forma o professor terá como intervir melhor na aprendizagem do aluno e até mesmo para conhecê-los, aprender e compreender da realidade dos seus alunos. A seguir apresentamos a tabela 01 com o quantitativo de frases que cada aluno escreveu sobre a ideia de razão pedida na atividade 01.

Tabela 01 – Exemplos de situações que envolvem a ideia de razão

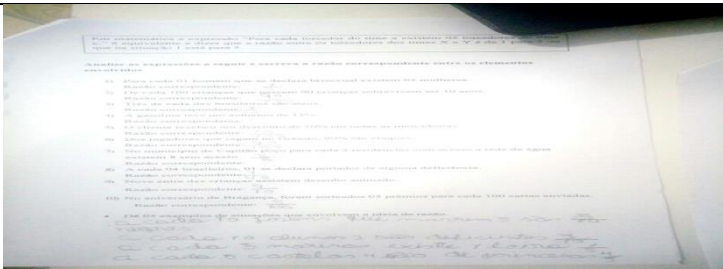
Quantidade de Frases	Valor Absoluto	(%)
1	3	20%
2	5	33,34%
3	2	13,33%
4	3	20%
5	2	13,33%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Para efeito de análise utilizamos para esta atividade as respostas dos estudantes E3, E6, E9, E10, E11, E14 e E16, pois estes foram os alunos que elaboraram no mínimo três frases das cinco pedidas na atividade. Utilizamos quadros para transcrever as frases dos alunos, pois devido alguns registros terem sido feito a lápis ficaram um pouco apagado nas imagens.



Quadro 01: Exemplos de situações que envolvem a ideia de Razão do estudante E3

Frases do estudante E3	
	
Transcrição	
“A cada 10 jovens que morrem 5 são negros”, “A cada 10 alunos 3 são deficientes”, “A cada 5 morenas existe 1 loira” e “A cada 5 castelos 4 são de princesas”	
Validade	
Válida	

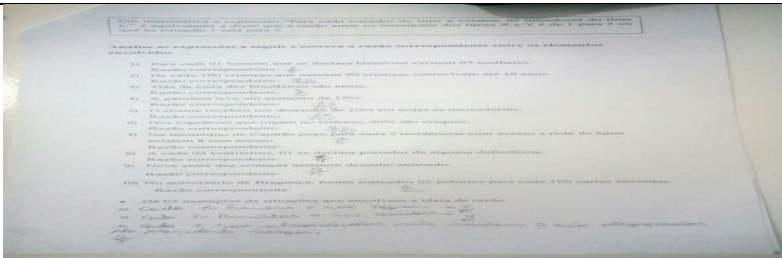
Fonte: Atividade 01 do estudante E3

De acordo com a resposta do estudante E3 podemos observar que além das frases o estudante também conseguiu escrever a razão correspondente que representava cada situação, isto pode estar relacionado ao fato de que já havíamos apresentado um quadro informativo anterior a esta questão, a respeito do conceito de uma razão e sua representação. A seguir trazemos o quadro informativo com o conceito de razão que apresentamos aos alunos após o quadro de notícias:

Após a apresentação do quadro informativo os alunos responderam alguns enunciados em que pedia para que colocassem a razão correspondente a cada situação apresentada. Por esse motivo acreditamos que o estudante E3 ao elaborar suas frases nesta questão conseguiu facilmente colocar a representação das razões em cada frase também. Durante o desenvolvimento desta atividade o estudante foi bastante participativo, um dos alunos que pedia para ler os enunciados quando apresentava o quadro de notícias com exemplos de razões. O quadro 07 abaixo apresenta as frases elaboradas pelo estudante E6 a respeito das situações que envolvem a ideia de razão.

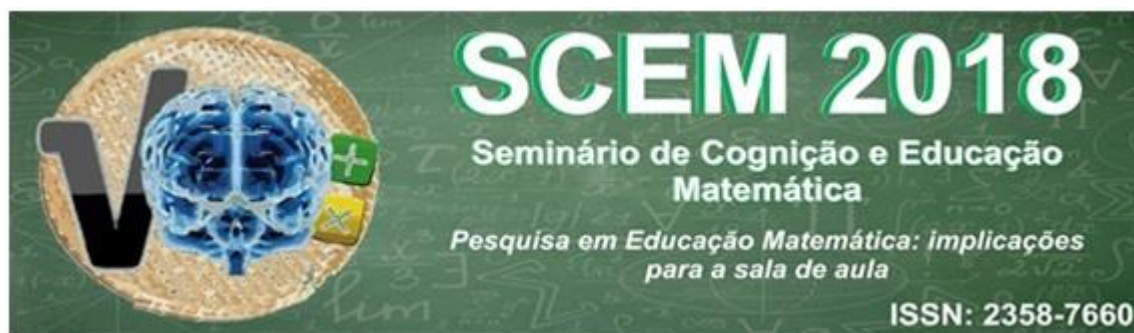


Quadro 02: Exemplos de situações que envolvem a ideia de Razão do estudante E6

Frases do estudante E6

Transcrição
“A cada 10 homens 7 são negros”, “a cada 10 remistas 9 são veados” e a “cada 7 atropelados pelo Icoaraci 2 são atropelados pelo presidente Vargas”
Validade
Válida

Fonte: Atividade 01 do estudante E6

Nas respostas do estudante E6, temos que nessas frases empregadas podemos associar que os alunos conseguem colocar situações em que mais observam em seu dia-a-dia, ou mesmo criarem uma ideia quanto utilizar do conhecimento para “brincar” ou fazer algum tipo de “zoação” dependendo da situação em que esteja sendo utilizadas, como a do exemplo dos remistas, certas brincadeiras podem ofender ou caracterizar como bullying. Neste sentido, estas são oportunidades que possibilitam a conversa com os alunos, para que seja estendida a diversas situações sobre o respeito e tolerância com o próximo. De acordo com Tardif (2014) os professores ocupam na escola uma posição fundamental em relação ao conjunto dos agentes escolares, pois são eles em seu trabalho cotidiano com os alunos, os principais atores e mediadores da cultura e dos saberes escolar. E assim, concordamos que o papel do professor não se reduz apenas as competências referidas da sua disciplina, como também na formação do seu aluno, visão de mundo e no seu desenvolvimento pessoal.



Quadro 03: Exemplos de situações que envolvem a ideia de Razão do estudante E9

Frases do estudante E9
Transcrição
“A cada 10 jovens que morrem na periferia 7 são negros”, “A cada 10 alunos 5 são meninas”, “A cada 7 brasileiros 5 se auto declaram da cor negra ou parda” e “A cada 8 crianças 5 se acham adultos” “A cada 7 coisas que aumentam no Brasil 5 são eletrônicos”
Validade
Válida

Fonte: Atividade 01 do estudante E9

Nessas frases empregadas pelo estudante E9 constatamos cinco situações diferentes e bem elaboradas para o assunto de razão. Algumas delas podemos inferir que retratam das informações que eles já possuíam ou que ouviram falar e também que podem refletir suas vivências e realidade. As aulas temáticas em matemática podem ser também uma diferente forma de ensinar não só o conteúdo formal como o de melhorar a compreensão dos estudantes e esclarecer sobre saúde, história de determinado povo, esportes, cultura, dentre outros.

Concordamos com Oliveira (2015) quando nos diz que as aulas temáticas buscam cada vez mais a atenção do aluno em sala de aula para que os mesmos possam obter cada vez mais conhecimento, tanto no aspecto social, ético, cidadã, quanto no aspecto profissional. E observamos que as sugestões que os próprios alunos podem nos dar, por meio de suas respostas, são a oportunidade de abordar estas questões em sala, não deixando de lado o rigor matemático, e ainda trazer mais significado em nossa forma de ensinar e assim como a eles em aprender. A



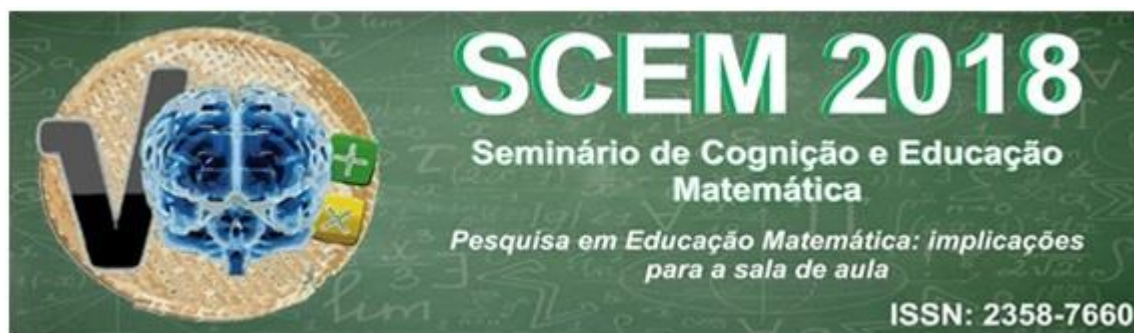
seguir o quadro 04 apresenta as respostas do estudante E10 para as situações que envolvem a ideia de razão.

Quadro 04: Exemplos de situações que envolvem a ideia de Razão

Frases do estudante E10
Transcrição
“A cada 10 jogadores 5 são negros” “Nove entre dez crianças assistem filme” “Em 5 negros 1 é branco”
Validade
Válida

Fonte: Atividade 01 do estudante E10

Nessas frases do estudante E10 observamos que apenas em uma delas a representação da razão foi utilizada da forma como comumente utilizamos, como foi dado na nossa atividade em um quadro informativo o seguinte “**Não é uma regra, mas é comum que o menor valor seja o antecedente (numerador) e o maior valor seja o consequente (denominador)**” de acordo com as respostas do estudante E10 problematizamos em sala quanto a representação das razões, visto que foram dúvidas também de outros grupos o questionamento sobre “Qual valor colocar na parte de cima, ou na parte de baixo da razão” expressado assim por eles, com isso reforçamos os nomes que cada termo recebe e que a forma de representar diante a uma questão pode ser também observado conforme a leitura de quem é lido primeiro, e assim quando exemplificava os alunos compreendiam melhor, um dos exemplos que utilizei foi a respeito novamente do número de meninas em relação ao total de alunos em sala, como falamos primeiro



o número de meninas e depois o total de alunos, a razão ficaria o número de meninas no numerador e o total de alunos da sala no denominador.

Após os exemplos que utilizamos em sala, os alunos pareciam compreender melhor e demonstravam gostar de aprender de uma forma mais dinâmica. A seguir apresentamos o quadro 05 com os exemplos de frases elaboradas pelo estudante E11.

Quadro 05: Exemplos de situações que envolvem a ideia de Razão do estudante E11

Frases do estudante E11	
Transcrição	
“A cada 5 pessoas 3 possuem carro” “A cada 10 moradores 4 possuem casa própria” “A cada 4 motocicletas 2 morrem por acidentes” “A cada 3 escolas 1 é reformada” “De 5 pessoas só 3 acreditam em Deus”	
Validade	
Válida	

Fonte: Atividade 01 do estudante E11

Verificamos que a mesma ocorrência quanto a representação das razões observadas nas respostas do estudante E10 encontramos nas representações do estudante E11 em relação ao colocar o menor valor embaixo e não no antecedente, o quadro posterior a esta atividade informava aos alunos quanto a forma mais comum de representação, o que ficou esclarecido a todos que durante a aula também perguntavam a respeito.

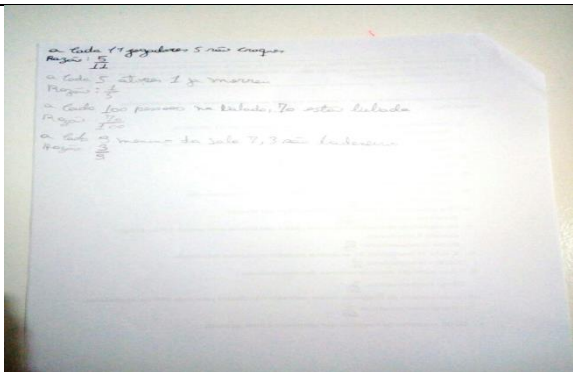
Em relação a esta questão do menor valor colocar “em cima” ou “na parte de baixo” foi uma dúvida de alguns estudantes que percebemos durante a atividade se sentirem bem a



vontade para perguntar ainda que fosse o primeiro encontro a turma foi bem receptiva e colaboradora com a atividade. Quando percebia que os estudantes respondiam corretamente ou questionavam sobre a atividade, elogiava-os para que se sentissem ainda mais motivados, e assim um deles, comentou: “Ainda dizem na escola que a nossa é a pior turma!”. Continuei elogiando a turma, e disse a eles que estava gostando do envolvimento deles na atividade.

O quadro 06 a seguir apresenta as frases elaboradas pelo estudante E14 que envolvem a ideia de uma razão.

Quadro 06: Exemplos de situações que envolvem a ideia de Razão do estudante E14

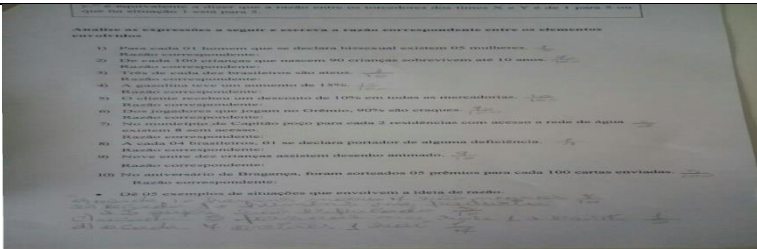
Frases do estudante E14	
	
Transcrição	
“A cada 11 jogadores 5 são craques” “A cada 5 atores 1 já morreu” “A cada 100 pessoas na balada 70 estão bêbadas” “A cada 9 meninos da sala 7, 3 são baderneiros”	
Validade	
Válida	

Fonte: Atividade 01 do estudante E14

Em relação as respostas do estudante E14 apresentadas no quadro 11 identificamos que elaborou as frases e conseguiu colocar ao lado a representação das razões de forma adequada. Este fato também evidenciou nas respostas do estudante E16 no quadro 07 a seguir, em que também consegue além das frases, representar a razão correspondente.



Quadro 07: Exemplos de situações que envolvem a ideia de Razão do estudante E16

Frases do estudante E16	
	
Transcrição	
“A cada 10 homens morrem 7 são negros”, “A cada 10 homens na padaria 5 gays são espancados”, “A cada 5 pessoas na sala 1 é bonita”, “A cada 7 aviões 1 sai”.	
Validade	

Fonte: Atividade 01 do estudante E16

Após a questão em que pedia aos alunos que dessem os exemplos de situações que envolviam a ideia de razão, em seguida, apresentamos o quadro informativo com a forma usual de representar uma razão com os nomes que recebe cada termo de uma razão. Finalizamos a atividade com a questão em que pedia para apenas que identificasse o antecedente e consequente das razões dadas, poucos alunos tiveram tempo de responder.

Com esta atividade percebemos a importância em favorecermos o momento para que os alunos possam utilizar suas próprias palavras, devido aos debates que podem ser levantados, assim devemos dar espaços para que possam expressar seus sentimentos. Como pontos levantados pelos alunos em suas anotações na atividade, foi referente a questão do negro, homossexuais, violência, nos quais abordaram em seus exemplos de representação de uma razão. Algo que pode ser discutido e refletido com os alunos em sala com mais tempo e planejamento a respeito da temática.

Considerações finais

Ainda que o conceito de razão tenha uma grande importância seja como requisito para compreender outros conteúdos dentro da própria matemática, este conceito também serve de



base para trabalhar com conteúdos de outras disciplinas bem como ciência, química e física, e qualquer outra que estabeleça uma relação entre grandezas.

Dessa forma, ao finalizar este estudo que tinha como objetivo avaliar os resultados da aplicação de uma atividade que teve como objetivo introduzir o conceito de razão, pelas observações e registros dos estudantes percebemos que a maioria dos alunos apresentou bom desempenho no desenvolvimento da atividade e ainda se mostraram envolvidos e participativos, demonstrando gostarem da forma que estava sendo apresentado o conteúdo. Pelas respostas dos estudantes quanto a exemplificarem por meio de frases a ideia de razão constatamos que os estudantes compreenderam o conceito e cada um dos estudantes exemplificaram conforme suas vivências, fator interessante que possibilitou momentos de descontração e reflexões.

Neste sentido, acreditamos que os resultados desse estudo nos permite afirmar que a maioria dos estudantes apresentou motivação ao trabalhar com o conceito de razão baseado no ensino por atividade na qual puderam expressar seus pensamentos acerca do assunto e sua realidade relacionando o conteúdo estudado com suas vivências e experiências. Com isso, buscamos com esse trabalho contribuir e proporcionar reflexões acerca do ensino de matemática visando discussões e melhorias no processo de ensino e aprendizagem.

Referências

AGNOL, R.D.; FIOREZE, L.A.; LEAL, L.K.G. O conceito de razão em uma perspectiva crítica: recorte de um trabalho realizado com alunos do ensino médio. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013. **Anais...v.11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

CARVALHO, E.R. et al. Modelagem matemática como uma alternativa pedagógica ao ensino dos tópicos “razão e proporção”: uma experiência no ensino fundamental. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Salvador – Bahia, 7 a 9 de julho de 2010. **Anais...v.10**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

CERULLO, M.I.C; SATO, M.T.S; CHACUR, R.M. Trocando ideias: Matemática – Ensino fundamental. 1ª Série – São Paulo: Scipione, 2004. – (Coleção trocando ideias).

DEZILIO, K. et al. Resolução de problemas em uma turma de 8º ano: o problema da proporção. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba – Paraná, 18 a



21 de julho de 2013. **Anais...v.11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

FREITAS, J.L.M. ; GONÇALVES, M.J.S.V. O raciocínio proporcional em alunos do sétimo ano do ensino fundamental. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Salvador – Bahia, 7 a 9 de julho de 2010. **Anais...v.10**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

FLORIANI, E.F. Resolução de Problemas de proporcionalidade: um estudo com alunos do ensino fundamental e médio. 2004. 105f. Dissertação (mestrado em educação) – Universidade do Vale do Itajaí, Itajaí, 2004.

LARA, C.P.B. ; OLIVEIRA, L.L. O raciocínio proporcional em alunos do ensino médio. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013. **Anais...v.11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

MENEZES, D.C, de. et al. Um significado para a razão em matemática na vida dos estudantes que almejam o curso superior. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013. **Anais...v.11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

OLIVEIRA, L.M.C.P.; GARCIA, T.M.R.; Negociações de significados a respeito do subconstruto Razão na resolução e discussão de um problema. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013. **Anais...v.11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

PAULA, M. R. de. **Razão como taxa: uma proposta de ensino para a sala de aula**. 2012. 79f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

SILVA, M.J.F.da. **Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quintasérie**. Tese (doutorado em Educação Matemática). PUC/SP, São Paulo, 2005, 301f.



O PROBLEMA DOS PRETENDENTES: abordagem dos passeios aleatórios a partir da teoria das situações didáticas

Rodrigo Medeiros dos Santos⁵⁸

RESUMO

O objetivo deste artigo é apresentar uma proposta de ensino do conteúdo de Probabilidade, baseada na exploração de conceitos a partir de um problema envolvendo passeios aleatórios. Para tanto, desenvolvemos uma pesquisa de natureza exploratória, embasada na Teoria das situações didáticas. O problema é enunciado adotando como plataforma de ilustração os blocos de montar do tipo LEGO®. Neste problema, denominado de problema dos pretendentes, apresentamos uma situação didática na qual uma personagem fictícia deve escolher entre quatro pretendentes, de acordo com as regras de um passeio aleatório. A proposta de ensino é, então, apresentada e discutida na esteira dos princípios norteadores da teoria das situações didáticas. Parte-se então para a modelagem matemática do problema e as possibilidades de exploração dos principais conceitos de Probabilidade envolvidos. Espera-se que esta proposta auxilie em práticas baseadas na resolução de problemas, induzindo a alternativas menos ortodoxas de abordagem de ensino deste conteúdo no contexto do ensino médio.

Palavras-chave: Passeios Aleatórios. Ensino de Probabilidade. Situações Didáticas.

Introdução

A presente proposta de ensino foi inspirada e adaptada de Cazorla e Santana (2006), Fernandez e Fernandez (1999) e Kataoka (2010). Aqui, apresentamos o problema dos pretendentes como catalisador e provocador de situações didáticas, a partir da ideia de passeios aleatórios. De acordo com Aczel (2007), passeios aleatórios podem ser definidos como uma situação imaginária da vida real que representa o movimento puramente aleatório, tal como os passos trôpegos de um bêbado ao redor de um poste.

Para ilustrar o enunciado do problema e auxiliar na sua compreensão e resolução, utilizamos os blocos de montar do tipo LEGO® pela sua versatilidade e possibilidade de movimentação das peças, oferecendo dinamismo e praticidade ao contexto construído.

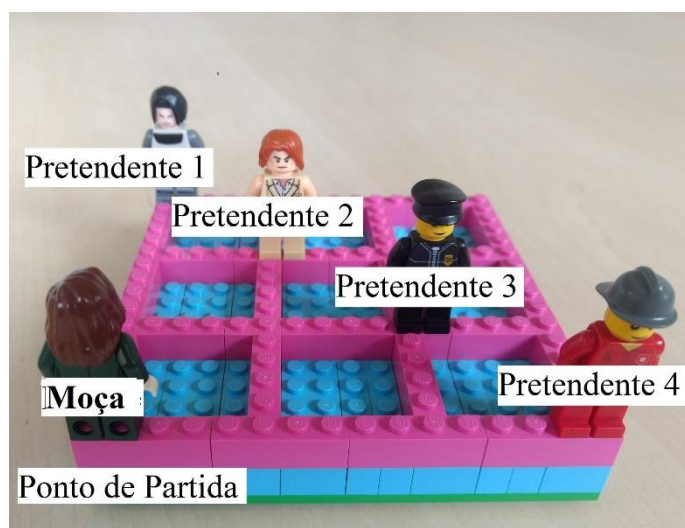
⁵⁸ Universidade Federal do Oeste do Pará - UFOPA. E-mail: rodrigomedeiros182@hotmail.com



Antes de iniciar o trabalho, o professor deve fazer a leitura do problema e as regras do passeio aleatório, como mostramos a seguir.

Problema: Uma moça possui quatro pretendentes. Cada um deles mora em uma esquina, de acordo com a representação de blocos mostrada na Figura 1.

Figura1 – Esquema posicional dos passeios aleatórios no problema dos pretendentes (visão traseira).



Durante um mês, aos fins de semana, ela teve um encontro com cada um de seus pretendentes, a fim de escolher com qual deles se casaria. Indecisa, a moça resolve então que entregará sua sorte ao acaso. Para tanto, realiza um experimento que consiste num passeio aleatório, no qual cada pretendente encontra-se disposto segundo a figura 1. As regras são as seguintes:

Da posição em que está (ponto de partida), a moça só pode avançar para frente e para a direita;

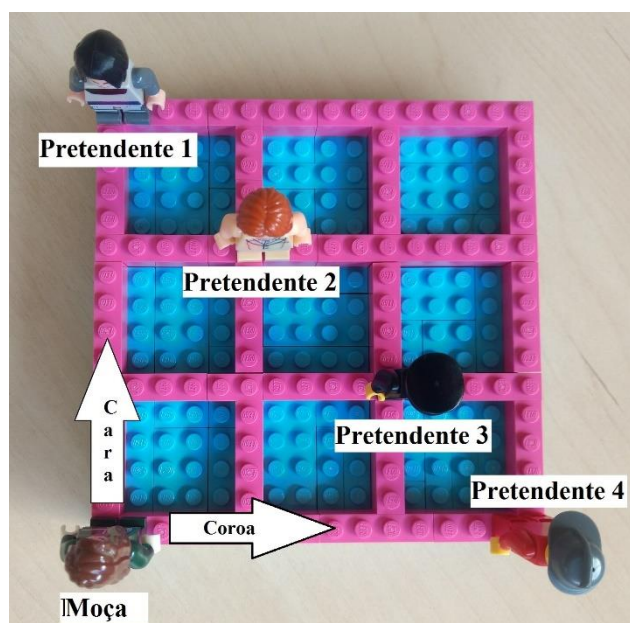
Uma moeda é lançada e, se o resultado for cara (K), a moça avança um quarteirão para frente; se o resultado for coroa (C), ela avança um quarteirão para a direita;

Após cada lançamento, apenas um quarteirão é percorrido e a moça deve parar no cruzamento seguinte. A moeda, então, é novamente lançada para decidir a direção do próximo movimento;



Três lançamentos devem ser efetuados para que a moça possa, enfim, tomar sua decisão.

Figura 2 – Esquema posicional dos passeios aleatórios no problema dos pretendentes (visão de cima).



Após a compreensão das regras e do contexto construído, o encaminhamento do trabalho deve seguir os princípios norteadores da teoria das situações didáticas.

A Teoria das Situações Didáticas

A Teoria das Situações Didáticas foi desenvolvida na França, por Guy Brousseau, como aporte ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática no contexto da interface entre aluno, professor e conhecimento matemático, os três elementos que compõem o sistema didático. De um lado, esta teoria valoriza os conhecimentos mobilizados pelo aluno, assim como o seu envolvimento na construção do próprio saber matemático; e, por outro lado, valoriza o trabalho do professor, que consiste em proporcionar e organizar as condições e o meio para que o aluno se aproprie desses conhecimentos matemáticos.

O núcleo central da Teoria das situações é a *situação didática*. Para Brousseau (1986),



Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber construído ou em vias de constituição. (...). O trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes (BROUSSEAU, 1986, p. 8).

Assim, podemos destacar que haverá uma situação didática sempre que houver uma intenção do professor, seja ela velada ou explícita, de possibilitar ao aluno a aprendizagem de determinado conteúdo. Entretanto, é preciso destacar que, segundo esta concepção teórica, o professor deve efetuar, não a simples comunicação de um conhecimento com vistas a promover a sua reprodução, mas a *devolução* de um problema. Devolução no sentido de “transferência de responsabilidade” (FREITAS, 2015, p. 83), uma atividade na qual o professor, além de comunicar o enunciado, procura agir de tal forma que o aluno aceite o desafio de resolvê-lo, como se o problema fosse seu e não somente porque o professor quer.

A partir da devolução de uma situação, o professor pode delegar aos alunos a responsabilidade de pesquisar o problema proposto, tornando-os atores principais do processo e isentos de sofrer qualquer tipo de controle direto do professor, ficando caracterizada, a partir daí, a situação *adidática*. A situação adidática⁵⁹ é caracterizada essencialmente por representar determinados momentos do processo de aprendizagem em que o aprendiz trabalha como “pesquisador” de maneira independente do professor relativamente à produção do conteúdo matemático em questão. Notemos que *Produção* é aqui tomada notadamente em oposição à *reprodução*. Portanto, neste processo, o professor imagina, planeja e constrói a atividade, tendo sobre ela total controle – controle sobre a atividade, não sobre o saber –, com o objetivo de que o aluno possa vivenciá-la, como um pesquisador, na busca de soluções para um determinado problema.

⁵⁹ É preciso não confundir situações adidáticas com situações não-didáticas, que são aquelas que não foram planejadas visando uma aprendizagem. Toda vez que um professor demonstra intenção de orientar um aluno para a aprendizagem de um conteúdo, fica, então, caracterizada a existência de uma situação didática. Logo, toda situação adidática é um tipo de situação didática.



Brousseau (1986) ainda desenvolveu uma tipologia das situações adidáticas como meio de analisar sistematicamente o processo de aprendizagem do conteúdo matemático explorado. São elas: *situação de ação, de formulação e de validação*. Todas essas situações são de responsabilidade do aluno e cabe a ele, enquanto agente ativo no processo de aprendizado, trabalhar e interagir com o problema/questão proposto pelo professor, na busca de respostas ou soluções adequadas, seja individual ou coletivamente.

Conquanto as fases de ação, formulação e validação sejam de suma importância para o processo e nelas se manifestem muitas das potencialidades investigativas do aprendiz, são também nestas fases que podem surgir, por parte dos alunos, soluções ou resultados imprecisos ou equivocados. É então que o professor deve realizar intervenções diretas, no sentido de minimizar, ou mesmo evitar, possíveis impropriedades práticas e conceituais dos alunos, o que, por sua vez, caracteriza a *fase de institucionalização*.

A institucionalização integra a fase didática da situação. Ela consiste em “dar um estatuto cultural para a produção dos alunos: atividades, linguagens e conhecimentos” (CHEVALLARD, 2001, p. 219). Nesta fase, o professor deve conferir os eventos realizados pelos alunos e tudo que esteja vinculado ao conhecimento trabalhado, deve verificar os resultados produzidos, aproximando as produções identificadas e apontando quais podem ser reutilizadas ou descartadas. Para Brousseau (1986), a institucionalização dá um status indispensável ao saber, e é somente após essa fase que o saber se torna oficial e disponível para a resolução de problemas matemáticos.

Na Teoria das Situações Didáticas, as atividades principais do professor são a devolução e a institucionalização. No contexto dessa teoria, o aluno tem o papel principal e cabe ao professor a responsabilidade de dar início (devolução) e de finalizar (institucionalização) o processo de ensino e aprendizagem (CAVALCANTI, 2013).

Discussões e Apontamentos

Apresentado o problema e estabelecidas as regras do passeio aleatório, as primeiras indagações devem surgir na forma de devolução:



Qual a diferença entre os dois métodos de seleção adotados pela moça? – Essa questão busca relacionar os conceitos de fenômenos aleatórios e determinísticos, elucidando as suas diferenças e características próprias. A enumeração de todos os casos possíveis na realização do fenômeno aleatório também é uma oportunidade para abordar os conceitos de Espaço Amostral e Evento;

Sabemos que as chances de se obter cara (ir à frente) e coroa (ir à direita) são as mesmas (moeda honesta). Podemos, por essa razão, dizer que todos os quatro pretendentes possuem a mesma chance de serem selecionados? – Em cada cruzamento, os dois caminhos (cima ou direita) possuem igual chance de serem tomados (cara ou coroa). Entretanto, os caminhos para chegar até cada pretendente são distintos, de modo que para uns existe apenas um caminho e para outros existem mais. O número de caminhos possíveis altera as chances.

Quais são, efetivamente, as chances de cada pretendente ser selecionado? – Para respondermos a esta questão, vamos proceder de acordo com o descrito a seguir.

Antes de partirmos para a institucionalização do conhecimento, é conveniente permitir que os alunos promovam experimentação em sala de aula. Os alunos devem realizar os lançamentos e, em seguida, anotar as sequências de caras (K) e coroas (C) e os pretendentes escolhidos ao final dos três lançamentos. Propomos, então, o preenchimento de um quadro como o descrito abaixo, produto de uma simulação.

Quadro 1: Simulação dos resultados para o problema dos pretendentes.

Repetição	Sequência	Pretendente
1	KCK	2
2	CCK	3
3	KKK	1
...	...	...

Um total de 20 a 30 repetições deve ser suficiente para que os alunos já adquiram a noção de que alguns pretendentes são mais prováveis que outros. Esta é uma forma de estimar



as chances pela frequência relativa, antes de realizar o cálculo efetivo das probabilidades pela concepção clássica (Laplace). A modelagem matemática do problema deve ser dada pela árvore das possibilidades, conforme o quadro 2, mostrado a seguir.

Quadro 2: Árvore das possibilidades para o problema dos pretendentes.

Partida	Primeiro lançamento	Segundo lançamento	Terceiro lançamento	Sequência sorteada	Pretendente
			K	KKK	1
		K	C	KKC	2
	K		K	KCK	2
Moça		C	C	KCC	3
			K	CKK	2
	C	K	C	CKC	3
			K	CCK	3
		C	C	CCC	4

Do quadro 2, deriva o quadro 3, contendo o número de caminhos possíveis para chegar até cada pretendente e as respectivas probabilidades de que isso aconteça. O número de casos possíveis (número de elementos do espaço amostral) pode ser dado pelo princípio fundamental da contagem, ou seja, são três lançamentos de dois resultados possíveis cada, então: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

Quadro 3: Número de casos favoráveis e probabilidades para cada pretendente.

Pretendente	Nº de caminhos favoráveis	Nº de caminhos favoráveis/Nº de caminhos possíveis	Probabilidade
1	1	1/8	0,125
2	3	3/8	0,375
3	3	3/8	0,375



4	1	$1/8$	0,125
Total	8	1	1

Como devolução, os alunos devem comparar os resultados observados no quadro 3 com os resultados obtidos via simulação no quadro 1. Algumas indagações:

Por que os resultados dos dois quadros não são idênticos? – A ideia de que as frequências relativas fornecem uma estimativa do verdadeiro valor da probabilidade deve ser confrontada com a ideia de contabilizar casos favoráveis e casos possíveis (definições frequentista e clássica, respectivamente).

Existe uma forma de melhorar os resultados do quadro 1? Aqui se manifesta a oportunidade de verificar que, na simulação, quando o número de repetições aumenta, os valores das estimativas começam a se aproximar do verdadeiro valor das probabilidades (Lei dos grandes números).

Diversas variações do problema do pretendente podem gerar novas situações adidáticas. Sabemos que, quaisquer que sejam os caminhos tomados pela nossa protagonista, ela sempre acabará encontrando um pretendente ao final dos três lançamentos da moeda (evento certo). Se retirarmos todos os pretendentes, naturalmente torna-se impossível que ela encontre seu futuro marido (evento impossível). Ao aluno, ficará evidente na análise desses dois casos extremos que a probabilidade é um valor que transita no intervalo $[0, 1]$. Este é um importante teorema da probabilidade, comumente confundido por estudantes que calculam valores de probabilidade superiores a um (ou até mesmo valores negativos!).

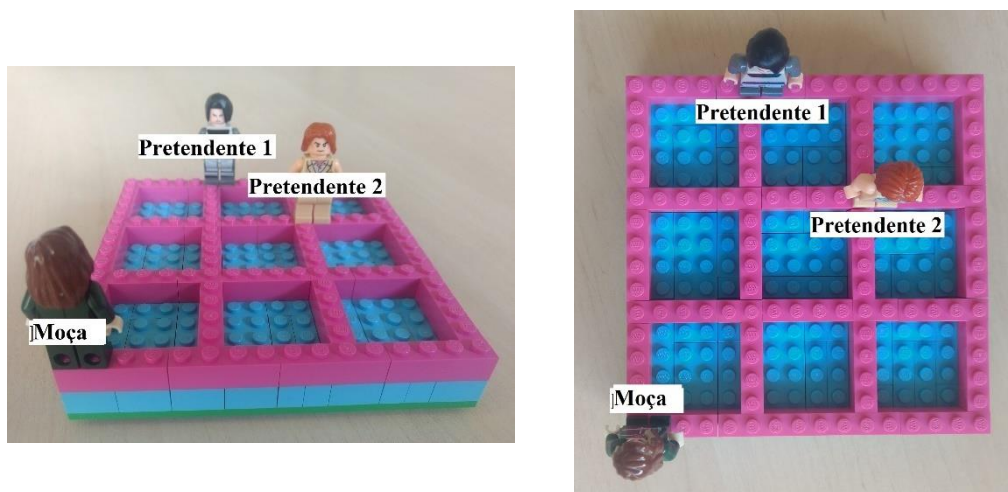
Outro exemplo de situação adidática consiste em retirar um dos pretendentes do cenário. Isso gera um novo evento, a possibilidade de que a moça permaneça solteira. A probabilidade de que isso aconteça dependerá de qual pretendente foi retirado do cenário. O fato é que, ao observar o quadro 3, o aluno deve atentar para um fato de mais alta relevância, a soma das probabilidades dos eventos unitários de um espaço amostral é sempre igual a 1. Daí que, ao calcularmos a probabilidade de a moça ficar solteira quando retira-se um pretendente,



podemos automaticamente obter a probabilidade de que ela *não* fique solteira, fazendo simplesmente $1 - P[\text{Solteira}]$ (evento complementar).

Vamos, então, propor uma reconfiguração do cenário, com a desistência dos pretendentes 3 e 4, que são retirados do cenário. Os pretendentes remanescentes, 1 e 2, são realocados nas posições indicadas na Figura 3. A única mudança nas regras é que agora serão realizados quatro lançamentos, e não três. Essa mudança naturalmente afeta o número de movimentos possíveis (agora são $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$) e acrescenta ao problema a possibilidade de a moça permanecer solteira.

Figura 3 – Esquema posicional dos passeios aleatórios no problema dos pretendentes (versão modificada).



Uma nova devolução deve surgir:

Qual a probabilidade de a moça ficar solteira quando a escolha do pretendente seguir essas novas regras? Uma possibilidade menos trabalhosa de obter essa probabilidade é calcular o número de caminhos possíveis para chegar até os pretendentes 1 e 2 (quatro e seis, respectivamente). Somando as probabilidades de ficar com 1 ou 2, obtemos a probabilidade de a moça não ficar solteira. O complementar deste evento é a probabilidade de que ela permaneça solteira.

Partimos para a modelagem matemática do problema. O quadro 4 apresenta a árvore das possibilidades para o problema após a alteração nas regras.

Quadro 4: Árvore das possibilidades para o problema dos pretendentes alterado.

Partida	Primeiro Lançamento	Segundo Lançamento	Terceiro lançamento	Quarto Lançamento	Sequência sorteada	Pretendente
				K	KKKK	Solteira
				C	KKKC	1
			K	K	KKCK	1
			C	C	KKCC	2
		K		K	KCKK	1
	K		K	C	KCKC	2
			C	K	KCCK	2
		C		C	KCCC	Solteira
Moça			K	K	CKKK	1
		K	C	C	CKKC	2
	C			K	CKCK	2
				C	CKCC	Solteira
		C	K	K	CCKK	2
			C	C	CCKC	Solteira
				K	CCCK	Solteira
				C	CCCC	Solteira

Do quadro 4, deriva o quadro 5, contendo a Função de probabilidade para a variável pretendente no exemplo estudado.

Quadro 5: Número de casos favoráveis e probabilidades para cada pretendente.



Pretendente	Nº de caminhos favoráveis	Nº de caminhos favoráveis/Nº de caminhos possíveis	Probabilidade
1	4	4/16	0,25
2	6	6/16	0,375
Solteira	6	6/16	0,375
Total	16	1	1

A partir da análise do quadro 5, verificamos que, a despeito da mudança de posição, a probabilidade de o pretendente 2 ser escolhido permanece a mesma (0,375). Com a mudança de regras e a mudança de posição, o pretende 1 tem suas chances aumentadas (0,25), apesar de que ainda seja mais provável que o pretendente 2 seja escolhido, ou simplesmente que a moça fique solteira.

Ao final, cabe ao professor retomar o estatuto do conhecimento, promovendo a fase de institucionalização, com a sistematização dos conhecimentos produzidos pelos alunos, a validação, ou não, das hipóteses levantadas por ele, além da discussão dos resultados obtidos.

Considerações Finais

A apresentação do problema dos pretendentes permite ainda outras possibilidades de exploração. Imaginemos que pudéssemos sortear, dentre os quatro pretendentes, aqueles dois que ocupariam as posições indicadas na Figura 3, por exemplo. Para obtermos a probabilidade de que um determinado pretendente fosse selecionado, teríamos que abordar o conceito de independência entre os eventos, o primeiro que seria um determinado candidato ocupar uma das duas vagas, e o segundo, que seria ele ser efetivamente selecionado pela protagonista do problema.

De uma maneira geral, o problema favorece a exploração de conceitos iniciais, tais como o de fenômeno aleatório, espaço amostral, eventos, probabilidade (acepções clássica e



frequentista), além da abordagem de diversos axiomas e teoremas da probabilidade, todos contextualizados nas discussões do problema apresentado.

Recomendamos que a proposta sugerida seja abordada em turmas de ensino médio, embora ela possa ser também trabalhada, com as devidas adaptações, em abordagens iniciais do conteúdo em cursos de Probabilidade no ensino superior.

REFERÊNCIAS

- ACZAEL, A. D. Quais são suas chances? Rio de Janeiro: Bestseller, 2007. 142 p.
- BROUSSEAU, G. Fondements Et méthodes de La didactique des mathématiques. Recherches em didactique des mathématiques, V.7. N.2, 1986. p. 33-115.
- CAVALCANTI, V. S. Teoria das situações didáticas: trabalhando conceitos de circunferências. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, .11, 2013, Curitiba. *Anais...* Curitiba, SBEM, 2013. p. 1.
- CAZORLA, I. e SANTANA, E. Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Médio. Itabuna, BA: Via Litterarum, 2006.
- CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem; Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001. 336p.
- FERNANDEZ, D. e FERNANDEZ, D. X. O prazer de aprender probabilidade através de jogos: descobrindo a distribuição Binomial. Anais da Conferencia Internacional “Experiências e Expectativas do Ensino de Estatística – Desafios para o Século XXI. Florianópolis, SC, 1999.
- FREITAS, J. L. M. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. São Paulo: EDUC, 2015, p. 76 – 111.
- KATAOKA, V. Y. Passeios aleatórios da Carlinha: uma atividade didática para o ensino de Probabilidade. Anais do I Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional. São João Del Rei, MG, 2010.



O PROBLEMA DOS PRETENDENTES: abordagem dos passeios aleatórios a partir da teoria das situações didáticas

Rodrigo Medeiros dos Santos⁶⁰

RESUMO

O objetivo deste artigo é apresentar uma proposta de ensino do conteúdo de Probabilidade, baseada na exploração de conceitos a partir de um problema envolvendo passeios aleatórios. Para tanto, desenvolvemos uma pesquisa de natureza exploratória, embasada na Teoria das situações didáticas. O problema é enunciado adotando como plataforma de ilustração os blocos de montar do tipo LEGO®. Neste problema, denominado de problema dos pretendentes, apresentamos uma situação didática na qual uma personagem fictícia deve escolher entre quatro pretendentes, de acordo com as regras de um passeio aleatório. A proposta de ensino é, então, apresentada e discutida na esteira dos princípios norteadores da teoria das situações didáticas. Parte-se então para a modelagem matemática do problema e as possibilidades de exploração dos principais conceitos de Probabilidade envolvidos. Espera-se que esta proposta auxilie em práticas baseadas na resolução de problemas, induzindo a alternativas menos ortodoxas de abordagem de ensino deste conteúdo no contexto do ensino médio.

Palavras-chave: Passeios Aleatórios. Ensino de Probabilidade. Situações Didáticas.

Introdução

A presente proposta de ensino foi inspirada e adaptada de Cazorla e Santana (2006), Fernadez e Fernadez (1999) e Kataoka (2010). Aqui, apresentamos o problema dos pretendentes como catalisador e provocador de situações didáticas, a partir da ideia de passeios aleatórios. De acordo com Aczel (2007), passeios aleatórios podem ser definidos como uma situação imaginária da vida real que representa o movimento puramente aleatório, tal como os passos trôpegos de um bêbado ao redor de um poste.

Para ilustrar o enunciado do problema e auxiliar na sua compreensão e resolução, utilizamos os blocos de montar do tipo LEGO® pela sua versatilidade e possibilidade de movimentação das peças, oferecendo dinamismo e praticidade ao contexto construído.

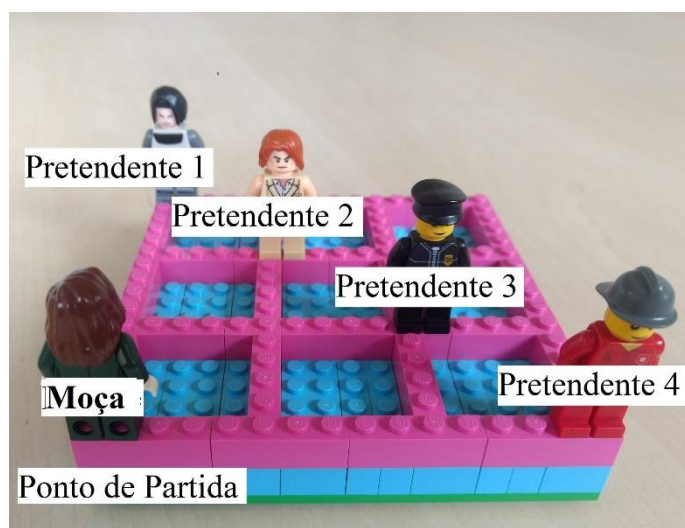
⁶⁰ Universidade Federal do Oeste do Pará - UFOPA. E-mail: rodrigomedeiros182@hotmail.com



Antes de iniciar o trabalho, o professor deve fazer a leitura do problema e as regras do passeio aleatório, como mostramos a seguir.

Problema: Uma moça possui quatro pretendentes. Cada um deles mora em uma esquina, de acordo com a representação de blocos mostrada na Figura 1.

Figura1 – Esquema posicional dos passeios aleatórios no problema dos pretendentes (visão traseira).



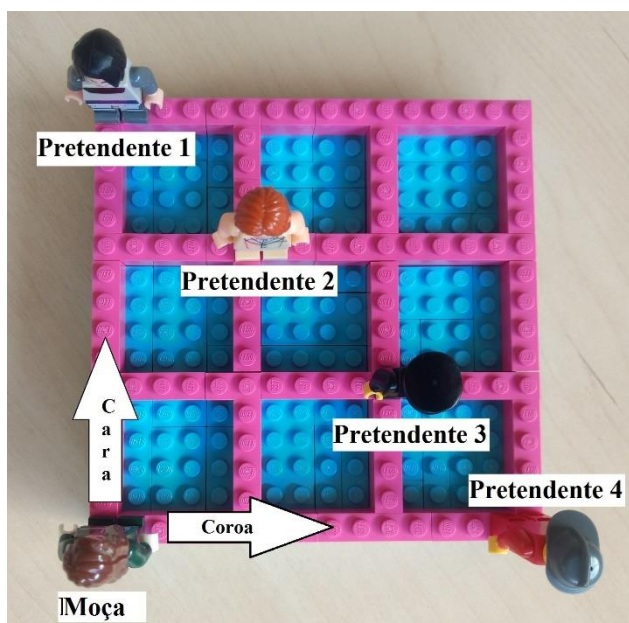
Durante um mês, aos fins de semana, ela teve um encontro com cada um de seus pretendentes, a fim de escolher com qual deles se casaria. Indecisa, a moça resolve então que entregará sua sorte ao acaso. Para tanto, realiza um experimento que consiste num passeio aleatório, no qual cada pretendente encontra-se disposto segundo a figura 1. As regras são as seguintes:

- Da posição em que está (ponto de partida), a moça só pode avançar para frente e para a direita;
- Uma moeda é lançada e, se o resultado for cara (K), a moça avança um quarteirão para frente; se o resultado for coroa (C), ela avança um quarteirão para a direita;
- Após cada lançamento, apenas um quarteirão é percorrido e a moça deve parar no cruzamento seguinte. A moeda, então, é novamente lançada para decidir a direção do próximo movimento;



- Três lançamentos devem ser efetuados para que a moça possa, enfim, tomar sua decisão.

Figura 2 – Esquema posicional dos passeios aleatórios no problema dos pretendentes (visão de cima).



Após a compreensão das regras e do contexto construído, o encaminhamento do trabalho deve seguir os princípios norteadores da teoria das situações didáticas.

A Teoria das Situações Didáticas

A Teoria das Situações Didáticas foi desenvolvida na França, por Guy Brousseau, como aporte ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática no contexto da interface entre aluno, professor e conhecimento matemático, os três elementos que compõem o sistema didático. De um lado, esta teoria valoriza os conhecimentos mobilizados pelo aluno, assim como o seu envolvimento na construção do próprio saber matemático; e, por outro lado, valoriza o trabalho do professor, que consiste em proporcionar e organizar as condições e o meio para que o aluno se aproprie desses conhecimentos matemáticos.



O núcleo central da Teoria das situações é a *situação didática*. Para Brousseau (1986),

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber construído ou em vias de constituição. (...). O trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes (BROUSSEAU, 1986, p. 8).

Assim, podemos destacar que haverá uma situação didática sempre que houver uma intenção do professor, seja ela velada ou explícita, de possibilitar ao aluno a aprendizagem de determinado conteúdo. Entretanto, é preciso destacar que, segundo esta concepção teórica, o professor deve efetuar, não a simples comunicação de um conhecimento com vistas a promover a sua reprodução, mas a *devolução* de um problema. Devolução no sentido de “transferência de responsabilidade” (FREITAS, 2015, p. 83), uma atividade na qual o professor, além de comunicar o enunciado, procura agir de tal forma que o aluno aceite o desafio de resolvê-lo, como se o problema fosse seu e não somente porque o professor quer.

A partir da devolução de uma situação, o professor pode delegar aos alunos a responsabilidade de pesquisar o problema proposto, tornando-os atores principais do processo e isentos de sofrer qualquer tipo de controle direto do professor, ficando caracterizada, a partir daí, a situação *adidática*. A situação adidática⁶¹ é caracterizada essencialmente por representar determinados momentos do processo de aprendizagem em que o aprendiz trabalha como “pesquisador” de maneira independente do professor relativamente à produção do conteúdo matemático em questão. Notemos que *Produção* é aqui tomada notadamente em oposição à *reprodução*. Portanto, neste processo, o professor imagina, planeja e constrói a atividade, tendo sobre ela total controle – controle sobre a atividade, não sobre o saber –, com o objetivo de que

⁶¹ É preciso não confundir situações adidáticas com situações não-didáticas, que são aquelas que não foram planejadas visando uma aprendizagem. Toda vez que um professor demonstra intenção de orientar um aluno para a aprendizagem de um conteúdo, fica, então, caracterizada a existência de uma situação didática. Logo, toda situação adidática é um tipo de situação didática.



o aluno possa vivenciá-la, como um pesquisador, na busca de soluções para um determinado problema.

Brousseau (1986) ainda desenvolveu uma tipologia das situações adidáticas como meio de analisar sistematicamente o processo de aprendizagem do conteúdo matemático explorado. São elas: *situação de ação, de formulação e de validação*. Todas essas situações são de responsabilidade do aluno e cabe a ele, enquanto agente ativo no processo de aprendizado, trabalhar e interagir com o problema/questão proposto pelo professor, na busca de respostas ou soluções adequadas, seja individual ou coletivamente.

Conquanto as fases de ação, formulação e validação sejam de suma importância para o processo e nelas se manifestem muitas das potencialidades investigativas do aprendiz, são também nestas fases que podem surgir, por parte dos alunos, soluções ou resultados imprecisos ou equivocados. É então que o professor deve realizar intervenções diretas, no sentido de minimizar, ou mesmo evitar, possíveis impropriedades práticas e conceituais dos alunos, o que, por sua vez, caracteriza a *fase de institucionalização*.

A institucionalização integra a fase didática da situação. Ela consiste em “dar um estatuto cultural para a produção dos alunos: atividades, linguagens e conhecimentos” (CHEVALLARD, 2001, p. 219).

Nesta fase, o professor deve conferir os eventos realizados pelos alunos e tudo que esteja vinculado ao conhecimento trabalhado, deve verificar os resultados produzidos, aproximando as produções identificadas e apontando quais podem ser reutilizadas ou descartadas.

Para Brousseau (1986), a institucionalização dá um status indispensável ao saber, e é somente após essa fase que o saber se torna oficial e disponível para a resolução de problemas matemáticos.

Na Teoria das Situações Didáticas, as atividades principais do professor são a devolução e a institucionalização. No contexto dessa teoria, o aluno tem o papel principal e cabe ao professor a responsabilidade de dar início (devolução) e de finalizar (institucionalização) o processo de ensino e aprendizagem (CAVALCANTI, 2013).



Discussões e Apontamentos

Apresentado o problema e estabelecidas as regras do passeio aleatório, as primeiras indagações devem surgir na forma de devolução:

i) *Qual a diferença entre os dois métodos de seleção adotados pela moça?* – Essa questão busca relacionar os conceitos de fenômenos aleatórios e determinísticos, elucidando as suas diferenças e características próprias. A enumeração de todos os casos possíveis na realização do fenômeno aleatório também é uma oportunidade para abordar os conceitos de Espaço Amostral e Evento;

ii) *Sabemos que as chances de se obter cara (ir à frente) e coroa (ir à direita) são as mesmas (moeda honesta). Podemos, por essa razão, dizer que todos os quatro pretendentes possuem a mesma chance de serem selecionados?* – Em cada cruzamento, os dois caminhos (cima ou direita) possuem igual chance de serem tomados (cara ou coroa). Entretanto, os caminhos para chegar até cada pretendente são distintos, de modo que para uns existe apenas um caminho e para outros existem mais. O número de caminhos possíveis altera as chances.

iii) *Quais são, efetivamente, as chances de cada pretendente ser selecionado?* – Para respondermos a esta questão, vamos proceder de acordo com o descrito a seguir.

Antes de partirmos para a institucionalização do conhecimento, é conveniente permitir que os alunos promovam experimentação em sala de aula. Os alunos devem realizar os lançamentos e, em seguida, anotar as sequências de caras (K) e coroas (C) e os pretendentes escolhidos ao final dos três lançamentos. Propomos, então, o preenchimento de um quadro como o descrito abaixo, produto de uma simulação.

Quadro 1: Simulação dos resultados para o problema dos pretendentes.

Repetição	Sequência	Pretendente
1	KCK	2
2	CCK	3
3	KKK	1
...	...	...



Um total de 20 a 30 repetições deve ser suficiente para que os alunos já adquiram a noção de que alguns pretendentes são mais prováveis que outros. Esta é uma forma de estimar as chances pela frequência relativa, antes de realizar o cálculo efetivo das probabilidades pela concepção clássica (Laplace). A modelagem matemática do problema deve ser dada pela árvore das possibilidades, conforme o quadro 2, mostrado a seguir.

Quadro 2: Árvore das possibilidades para o problema dos pretendentes.

Partida	Primeiro lançamento	Segundo lançamento	Terceiro lançamento	Sequência sorteada	Pretendente
			K →	KKK	1
		K →	C →	KKC	2
	K →		K →	KCK	2
Moça		C →	C →	KCC	3
			K →	CKK	2
	C →	K →	C →	CKC	3
			K →	CCK	3
		C →	C →	CCC	4

Do quadro 2, deriva o quadro 3, contendo o número de caminhos possíveis para chegar até cada pretendente e as respectivas probabilidades de que isso aconteça. O número de casos possíveis (número de elementos do espaço amostral) pode ser dado pelo princípio fundamental da contagem, ou seja, são três lançamentos de dois resultados possíveis cada, então: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.



Quadro 3: Número de casos favoráveis e probabilidades para cada pretendente.

Pretendente	Nº de caminhos favoráveis	Nº de caminhos favoráveis/Nº de caminhos possíveis	Probabilidade
1	1	1/8	0,125
2	3	3/8	0,375
3	3	3/8	0,375
4	1	1/8	0,125
Total	8	1	1

Como devolução, os alunos devem comparar os resultados observados no quadro 3 com os resultados obtidos via simulação no quadro 1. Algumas indagações:

Por que os resultados dos dois quadros não são idênticos? – A ideia de que as frequências relativas fornecem uma estimativa do verdadeiro valor da probabilidade deve ser confrontada com a ideia de contabilizar casos favoráveis e casos possíveis (definições frequentista e clássica, respectivamente).

Existe uma forma de melhorar os resultados do quadro 1? Aqui se manifesta a oportunidade de verificar que, na simulação, quando o número de repetições aumenta, os valores das estimativas começam a se aproximar do verdadeiro valor das probabilidades (Lei dos grandes números).

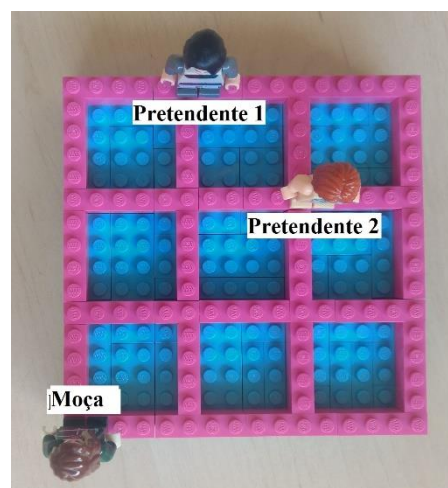
Diversas variações do problema do pretendente podem gerar novas situações adidáticas. Sabemos que, quaisquer que sejam os caminhos tomados pela nossa protagonista, ela sempre acabará encontrando um pretendente ao final dos três lançamentos da moeda (evento certo). Se retirarmos todos os pretendentes, naturalmente torna-se impossível que ela encontre seu futuro marido (evento impossível). Ao aluno, ficará evidente na análise desses dois casos extremos que a probabilidade é um valor que transita no intervalo $[0, 1]$. Este é um importante teorema da probabilidade, comumente confundido por estudantes que calculam valores de probabilidade superiores a um (ou até mesmo valores negativos!).



Outro exemplo de situação adidática consiste em retirar um dos pretendentes do cenário. Isso gera um novo evento, a possibilidade de que a moça permaneça solteira. A probabilidade de que isso aconteça dependerá de qual pretendente foi retirado do cenário. O fato é que, ao observar o quadro 3, o aluno deve atentar para um fato da mais alta relevância, *a soma das probabilidades dos eventos unitários de um espaço amostral é sempre igual a 1*. Daí que, ao calcularmos a probabilidade de a moça ficar solteira quando retira-se um pretendente, podemos automaticamente obter a probabilidade de que ela *não* fique solteira, fazendo simplesmente $1 - P[\text{Solteira}]$ (evento complementar).

Vamos, então, propor uma reconfiguração do cenário, com a desistência dos pretendentes 3 e 4, que são retirados do cenário. Os pretendentes remanescentes, 1 e 2, são realocados nas posições indicadas na Figura 3. A única mudança nas regras é que agora serão realizados quatro lançamentos, e não três. Essa mudança naturalmente afeta o número de movimentos possíveis (agora são $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$) e acrescenta ao problema a possibilidade de a moça permanecer solteira.

Figura 3 – Esquema posicional dos passeios aleatórios no problema dos pretendentes (versão modificada).



Uma nova devolução deve surgir:

Qual a probabilidade de a moça ficar solteira quando a escolha do pretendente seguir essas novas regras? Uma possibilidade menos trabalhosa de obter essa probabilidade é calcular o número de caminhos possíveis para chegar até os pretendentes 1 e 2 (quatro e seis, respectivamente). Somando as probabilidades de ficar com 1 ou 2, obtemos a probabilidade de a moça não ficar solteira. O complementar deste evento é a probabilidade de que ela permaneça solteira.

Partimos para a modelagem matemática do problema. O quadro 4 apresenta a árvore das possibilidades para o problema após a alteração nas regras.

Quadro 4: Árvore das possibilidades para o problema dos pretendentes alterado.

Partida	Primeiro Lançamento	Segundo Lançamento	Terceiro lançamento	Quarto Lançamento	Sequência sorteada	Pretendente
				K	KKKK	Solteira
				C	KKKC	1
			K	K	KKCK	1
			C	C	KKCC	2
		K		K	KCKK	1
		K		C	KCKC	2
		C		K	KCCK	2
		C		C	KCCC	Solteira
Moça	K		K	K	CKKK	1
	K		C	C	CKKC	2
	K		K	K	CKCK	2
	K		C	C	CKCC	Solteira
	C		K	K	CCKK	2
	C		C	C	CCKC	Solteira



				K →	CCCK	Solteira
				C →	CCCC	Solteira

Do quadro 4, deriva o quadro 5, contendo a Função de probabilidade para a variável pretendente no exemplo estudado.

Quadro 5: Número de casos favoráveis e probabilidades para cada pretendente.

Pretendente	Nº de caminhos favoráveis	Nº de caminhos favoráveis/Nº de caminhos possíveis	Probabilidade
1	4	4/16	0,25
2	6	6/16	0,375
Solteira	6	6/16	0,375
Total	16	1	1

A partir da análise do quadro 5, verificamos que, a despeito da mudança de posição, a probabilidade de o pretendente 2 ser escolhido permanece a mesma (0,375). Com a mudança de regras e a mudança de posição, o pretende 1 tem suas chances aumentadas (0,25), apesar de que ainda seja mais provável que o pretendente 2 seja escolhido, ou simplesmente que a moça fique solteira.

Ao final, cabe ao professor retomar o estatuto do conhecimento, promovendo a fase de institucionalização, com a sistematização dos conhecimentos produzidos pelos alunos, a validação, ou não, das hipóteses levantadas por ele, além da discussão dos resultados obtidos.

Considerações Finais

A apresentação do problema dos pretendentes permite ainda outras possibilidades de exploração. Imaginemos que pudéssemos sortear, dentre os quatro pretendentes, aqueles dois que ocupariam as posições indicadas na Figura 3, por exemplo. Para obtermos a probabilidade de que um determinado pretendente fosse selecionado, teríamos que abordar o conceito de independência entre os eventos, o primeiro que seria um determinado candidato ocupar uma



das duas vagas, e o segundo, que seria ele ser efetivamente selecionado pela protagonista do problema.

De uma maneira geral, o problema favorece a exploração de conceitos iniciais, tais como o de fenômeno aleatório, espaço amostral, eventos, probabilidade (acepções clássica e frequentista), além da abordagem de diversos axiomas e teoremas da probabilidade, todos contextualizados nas discussões do problema apresentado.

Recomendamos que a proposta sugerida seja abordada em turmas de ensino médio, embora ela possa ser também trabalhada, com as devidas adaptações, em abordagens iniciais do conteúdo em cursos de Probabilidade no ensino superior.

REFERÊNCIAS

- ACZAEL, A. D. Quais são suas chances? Rio de Janeiro: Bestseller, 2007. 142 p.
- BROUSSEAU, G. Fondements Et méthodes de La didactique des mathématiques. Recherches em didactique des mathématiques, V.7. N.2, 1986. p. 33-115.
- CAVALCANTI, V. S. Teoria das situações didáticas: trabalhando conceitos de circunferências. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, .11, 2013, Curitiba. *Anais...* Curitiba, SBEM, 2013. p. 1.
- CAZORLA, I. e SANTANA, E. Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Médio. Itabuna, BA: Via Litterarum, 2006.
- CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem; Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001. 336p.
- FERNANDEZ, D. e FERNANDEZ, D. X. O prazer de aprender probabilidade através de jogos: descobrindo a distribuição Binomial. Anais da Conferencia Internacional “Experiências e Expectativas do Ensino de Estatística – Desafios para o Século XXI. Florianópolis, SC, 1999.
- FREITAS, J. L. M. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. São Paulo: EDUC, 2015, p. 76 – 111.
- KATAOKA, V. Y. Passeios aleatórios da Carlinha: uma atividade didática para o ensino de Probabilidade. Anais do I Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional. São João Del Rei, MG, 2010.



O USO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO PONTO DE PARTIDA PARA O ENSINO DE MULTIPLICAÇÃO

Jéssica dos Santos Gama

Universidade Federal do Pará

jessicagama.math@gmail.com

Raquel Lameira Xavier

Faculdade Estácio Castanhal

raquellameira24@gmail.com

Hugo Carlos Machado da Silva

Faculdade Estácio Castanhal

huggo_silva@outlook.com

Resumo: Este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta do uso da resolução de problemas como ponto de partida, para o ensino de multiplicação no segundo ano do ensino fundamental. Para tanto, buscou-se embasamento teórico sobre metodologias e tendências para o ensino de matemática, focalizando na resolução de problemas, além da análise de documentos para o conhecimento prévio do campo em estudo. Assim, utilizou-se como metodologia de pesquisa, etapas da engenharia didática. Primeiramente, foram feitas as análises prévias, onde fez-se a revisão de literatura de dois estudos similares. Seguidas da concepção e análises *a priori*, que junto ao aporte teórico, basearam a construção da proposta didática apresentada, a saber, as recomendações dos autores Lorenzato (2008), Polya (1995) e Sá (2009), os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) e a Base Nacional Comum Curricular (2016). Deste modo, elaborou-se uma proposta didática com vinte questões, que consideram os conhecimentos prévios de adição e fazem parte do cotidiano das crianças, além do mais, todos os problemas podem ser solucionados utilizando representações, visando uma aprendizagem desenvolvida de maneira gradual e com significado para os alunos.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Ponto de Partida. Multiplicação.

O ensino de matemática no nível fundamental é alvo de discussões por sua importância, pois é nesse nível de ensino que são consolidados os conteúdos apresentados nos anos anteriores e são inseridos diversos novos assuntos que exigem um grau de atenção e compreensão maior no que se diz respeito à aprendizagem das crianças e da maneira como são apresentadas pelos professores, pois toda a aprendizagem neste período será base fundamental para os anos seguintes.



Com isso, encontram-se muitas dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da matemática, um estigma, indubitavelmente cerca essa disciplina, que pela maioria das pessoas é vista como uma vilã por ser considerada complicada. A forma que se ministra os conteúdos reforçam essa ideia. Geralmente é apresentada aos alunos de maneira isolada da realidade em que convivem, sem contexto, meramente uma repetição de fórmulas que não tem ligação alguma com seu cotidiano, ou seja, uma disciplina baseada apenas em memorização e que serve somente a nível escolar.

Com o passar do tempo, metodologias surgiram objetivando melhorar a aprendizagem nessa área. Nos dias atuais, são várias as tendências para ensinar matemática, dentre elas, uma nos chama atenção por seu caráter construtivo e desafiador, com isso, para este texto focalizamos o uso da resolução de problemas como ponto de partida, que “diferente do que induz seu nome, não é o mero ensino de estratégias que levarão o aluno a chegar numa solução, mas prioriza a reflexão deste diante de uma situação-problema” (SILVA, 2016, p. 18). Com isso, também buscamos atrair o interesse dos alunos e contribuir no desenvolvimento do raciocínio lógico, visando que a aprendizagem dos mesmos aconteça de forma significativa.

O caminho metodológico por meio de problemas em sala de aula vem sendo muito discutida ultimamente e é fundamentada “na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento” (SÁ, 2009, p. 1).

A proposta, neste trabalho, é voltada para os anos iniciais do ensino fundamental, especificadamente no segundo ano, e aborda resoluções de problemas multiplicativos. Esta escolha se deu por considerarmos que resolver problemas é algo que está presente em nosso cotidiano, sendo assim, é importante despertar nessa fase escolar das crianças, esse interesse em tentar resolvê-los, buscando a contextualização dos conteúdos para além dos livros e dos horários escolares. (LORENZATO, 2008, p. 12)

Para tanto, utilizamos como metodologia a engenharia didática que, segundo Machado (2016) pode assumir duas funções, podendo ser interpretada tanto como um método de pesquisa, que é o caso do nosso trabalho ou como produção para o ensino. Essa expressão é utilizada nas pesquisas referentes à Didática da Matemática desde meados dos anos 80, e como



metodologia tem o intuito de investigar as situações didáticas, podendo ser utilizado tanto como metodologia de pesquisa quanto a que irá utilizar em sala de aula, seus itens permitem esta dupla aplicação.

Esse método é dividido em quatro fases: 1º fase: análises prévias, 2º fase: concepção e análises *a priori*, 3º fase: experimentação e a 4º fase: são as análises *aposteriori* e a validação.

O termo engenharia didática, segundo Artigue (1998, p.283) *apud* Machado (2010, p.234):

[...] foi “cunhado” para o trabalho didático que é aquele comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apoia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos.

Segundo Machado (2010) o que difere este método de outros utilizados em didática são dois pontos: as análises *a priori*, que são imprescindíveis e a forma como é feita a validação dos resultados das pesquisas, que nesta metodologia é feita internamente, ou seja, a particularidade não está em seus objetivos, mas no andamento da metodologia.

Segundo Machado (2010) as análises prévias são realizadas para fundamentar o conceito da engenharia, e é neste momento que buscamos um panorama geral, o que já foi produzido e o funcionamento do campo investigado.

Prosseguimos com a concepção e análises *a priori*, que conforme Machado (2010) deve-se: descrever cada escolha local feita; analisar qual o desafio da situação para o aluno; prever os comportamentos possíveis e mostrar no que a análise efetuada permite controlar o sentido desses comportamentos; assegurar que, se tais comportamentos ocorrerem, resultará do desenvolvimento do conhecimento visado pela aprendizagem (Machado, 2010, p.243-244).

Sendo assim, achou-se importante dividir a proposta didática e suas respectivas análises *a priori* em etapas, pois o leitor terá uma maior possibilidade de visualizar como esta foi criada e quais as recomendações usadas.

Com isso, inicialmente apresentaremos as análises prévias deste estudo, a concepção e análises *a priori*, seguida das considerações finais. Vale enfatizar, que nesse estudo



especificamente, utilizamos somente duas etapas da engenharia didática, como trata-se de uma proposta, a experimentação e análises *a posteriori* não serão realizadas.

Análises Prévias

Nesta etapa, buscou-se realizar a revisão de literatura, com intuito de conhecer os trabalhos já realizados na área e quais seus resultados.

Vale salientar, que na busca por outros trabalhos com a mesma temática verificamos a pouca exploração específica do tema em questão, entretanto, buscou-se outros estudos que tem como foco principal a resolução de problemas, sendo dois os escolhidos.

O trabalho intitulado “Alunos do ensino fundamental e problemas escolares: leitura e interpretação de enunciados e procedimentos de resolução”, realizado por Lopes (2007) o objetivo foi investigar os fatores que colaboram ou dificultam na interpretação e na resolução de problemas escolares de matemática por alunos de 5ª e 8ª série do Ensino Fundamental, trata-se de uma pesquisa qualitativa, baseada no método clínico crítico de Jean Piaget.

No trabalho de Lopes (2007) foram realizadas entrevistas com dez alunos de cada turma, escolhidos aleatoriamente, posteriormente a pesquisadora apresentou aos estudantes quatro problemas retirados de livros didáticos, previamente escolhidos por um grupo de professores de escolas públicas do Paraná. Os alunos foram divididos em dois grupos, o grupo I, formado pelos alunos da 5ª série e o grupo II, composto pelos alunos da 8ª série. A descrição e análise deu-se separadamente.

Analisando os resultados obtidos na pesquisa, a autora observou durante as resoluções dos problemas que os alunos de ambas as séries enfrentaram algumas dificuldades. Dentre elas, a falta de compreensão semântica, a interpretação dos enunciados dos textos matemáticos e a retirada das informações a serem utilizadas. Também se pode observar que os alunos não fazem uso de desenhos durante a resolução dos problemas, a chamada representação pictórica deveria estar presente nessa etapa e seu uso seria um auxílio positivo nesse processo, tendo vista, que o uso dessa estratégia pode facilitar a compreensão do problema proposto.

O segundo trabalho pesquisado, denominado “Resolução de problemas matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental: Uma investigação com professores polivalentes” realizado por Oliveira e Mastroianni (2015), ocorreu em uma escola particular em São Paulo e se deu em



dois momentos distintos. Primeiro utilizou-se de uma pesquisa qualitativa anterior, onde era proposto aos alunos situações de resolução de problemas. Porém, ao longo da observação surgiram problemáticas que levaram a outra investigação, a resolução de problemas como metodologia de ensino.

Os sujeitos dessa atual pesquisa foram seis professoras voluntárias dos anos iniciais do ensino fundamental, e os dados coletados foram obtidos principalmente por meio de observação das aulas ministrada, através de um questionário com seis perguntas distribuídas e respondidas antes da observação das aulas.

Ao final do estudo, observou-se que as docentes reconhecem a importância da resolução de problemas como um método de ensino. Mas ao longo das aulas ministradas e da pesquisa realizada percebeu-se que há um descompasso entre seu discurso e sua prática, pois se preocupam em ensinar a resolução de problemas tendo focalizando o uso de heurísticas e outras estratégias, levando a pensar que acreditam na utilização da resolução de problemas depois da formulação dos conceitos.

Outro ponto relevante foi que as docentes atribuem às dificuldades apresentadas pelos estudantes a questões de leitura e interpretação, não compreendendo assim o processo que necessita da mediação do professor para desbloquear possíveis dificuldades e entraves.

Com isso, além da revisão de literatura exposta anteriormente, buscamos também apoio nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e na base Nacional Comum Curricular (BNCC), que atualmente exerce papel balizador no ensino fundamental do Brasil.

Buscamos então, as recomendações dos documentos oficiais que pudessem ser aplicadas a nossa pesquisa, e encontramos colaborações não somente voltadas a metodologia resolução de problemas, mas também ao ensino de multiplicação.

Fazendo a alusão à antiguidade pode-se perceber que a resolução de problemas partia de situações enfrentadas naquela época por diferentes povos, que precisavam solucionar questões relacionadas ao cotidiano, e fez com que muitas dessas estratégias fossem aperfeiçoadas por estudiosos, podendo ser precursoras de vários desses conceitos usados hoje em dia. Como afirma os PCN's:



A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática (BRASIL, 1998, p. 32).

Ao longo do tempo essa ciência aprimorou suas práticas visando uma melhor interação com seu meio e a escola acabou se tornando um lugar de experimentação dessas tais práticas. Percebendo isso, abriu-se caminhos que pudessem torna-la mais eficiente e menos complicada em suas resoluções. Nesse processo de novos caminhos alternativos para a simplificação desta ciência, também é de suma importância ressaltar, à interação dos alunos com seus colegas de classe, permitindo assim o compartilhamento das ideias e o trabalho em grupo, logo a proposta da resolução de problemas se dará em equipes, tendo em vista que essa é uma das competências específicas de matemática para o ensino fundamental apresentada na Base Nacional Comum Curricular, que afirma:

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2016, p. 265).

Além disso, contamos com a Base Nacional Comum Curricular, que propõe estabelecer uma integração na educação do nosso país, para que possa haver uma igualdade no que se é ensinado em qualquer uma das regiões do País, tendo em vista, que atualmente são grandes as diferenças nesse aspecto educacional. Reconhecendo a relevância desse documento, utilizaremos as seguintes recomendações em nossa pesquisa, apresentadas no quadro a seguir:

Quadro 1: Objetos de conhecimento e habilidades da BNCC.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Problemas envolvendo adição de parcelas iguais (multiplicação) Problemas envolvendo significados de dobro,	Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável.



	metade, triplo e terça parte	Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.

Fonte: Adaptado de Brasil (2016)

Analisando as informações expostas, e cientes do cenário que estamos pesquisando poderemos agora aprofundar os estudos sobre o tema, com isso prosseguiremos a próxima etapa da engenharia didática.

Concepção e Análises *a priori*

Neste momento além de apresentar os referenciais teóricos que baseiam a construção da proposta didática, também discorreremos sobre as análises *a priori* de cada grupo de problemas, ou seja, vamos expor o que esperamos obter no que se refere à aprendizagem dos alunos, em cada grupo de problemas.

Como já antes exposto, a resolução de problemas como ponto de partida terá enfoque neste texto, e é importante destacar que essa abordagem é proposta por Sá (2009) e “objetiva auxiliar e sistematizar a construção dos conteúdos matemáticos através de problemas [...] apresentados aos alunos pelo professor”. (SÁ, 2009, p. 11).

Como a proposta é voltada para os anos iniciais do ensino fundamental, é importante despertar nessa fase escolar, o interesse em tentar resolver problemas, principalmente que envolvem o dia a dia, pois buscar contextualizar os conteúdos com o cotidiano das crianças pode ajudar a “desmitificar a ideia de que a matemática só existe em um certo horário escolar, mostrando que ela está presente [...] nas atividades que se dão dentro ou fora de casa etc. Portanto, podemos fazer e fazemos matemática no viver”. (LORENZATO, 2008, p. 12)

Não é difícil perceber que a compreensão da linguagem simbólica por partes dos alunos, ainda mais nessa fase escolar inicial se torna mais difícil, sendo essa a maneira tradicional de ensino. Enfatizamos o uso dessa abordagem de problemas como ponto de partida a partir de uma das observações que Lorenzato (2008) faz:



Como a linguagem matemática é simbólica, ela é a última das linguagens em ordem crescente de dificuldades e, portanto, deve ser a última a ser didaticamente apresentada. Deve ser horrível para qualquer criança ter de aprender algo começando por um símbolo, definição ou fórmula (LORENZATO, 2008, p. 14).

Pensando nisso, a proposta parte de que a criança consiga resolver problemas multiplicativos, a partir de seu conhecimento heurístico ou claro, como por exemplo, do conhecimento em adição, reconhecendo a importância que devemos “partir sempre de conhecimentos já adquiridos pelo aluno”. (LORENZATO, 2008, p. 12)

Trabalhar essa metodologia em sala de aula requer muita prudência, dedicação e atenção por parte do docente. Os problemas apresentados aos alunos irão servir para a construção ou até mesmo para a reconstrução de determinados conceitos. Contudo, deve-se atentar que, segundo Sá (2009), essa alternativa não é uma solução para o ensino de todos os conteúdos matemáticos. Para este caso, que é a resolução de problemas no campo multiplicativo, acreditamos que será significativo para o aluno, mesmo sabendo da dificuldade que infelizmente é muito comum na realidade da educação no nosso país, não só com a matemática, mas com outras disciplinas como a língua portuguesa, que sem dúvidas estão intrinsecamente ligadas com as dificuldades que os alunos encontram.

Polya (1995), que é um dos pioneiros no ensino de matemática via resolução de problemas, em seu texto, divide a resolução de problemas em quatro fases, são elas: a compreensão do problema; o estabelecimento de um plano; a execução deste plano; e o retrospecto. Na proposta desse trabalho faremos uso dessas fases, reconhecendo que cada uma dessas divisões tem sua importância.

Segundo Polya (1995) a primeira etapa para a resolução de problemas é a compreensão. Nesta fase é importante que o aluno considere as partes essenciais do problema, como as incógnitas, os dados e a condicionante. Para isso, é necessário que o enunciado da questão esteja exposto de uma maneira clara e coesa. Vale ressaltar que o problema deve ser bem escolhido, capaz de despertar o interesse da parte de quem irá resolvê-lo. É relevante que os alunos possuam um conhecimento básico das ideias expostas.



No estabelecimento do plano, que é a segunda etapa, é preciso que o professor estabeleça estratégias que levem os alunos a possíveis indagações, para então fazer que este chegue a uma ideia possível da resolução do problema.

A execução do plano, como a terceira etapa é feita através da verificação de todas as ideias que foram pensadas e aprendidas por ele (aluno). É fundamental que ter paciência e calma nesta fase, tomando todo o cuidado com as informações obtidas, não esquecendo nenhuma das etapas construídas anteriormente. Cabe ao professor certificar em alguns casos, se o aluno está convicto de sua resolução.

A última etapa é o retrospecto, que é basicamente a retrospectiva de todo o processo realizado desde a primeira fase, fazendo uma reconsideração de seus resultados. Neste momento faz-se necessário o aperfeiçoamento dos detalhes que passaram despercebidos.

Sendo assim, o retrospecto é uma revisão do procedimento pensado pelo aluno, levando este a pensar em quais seriam as outras possibilidades de resolução para o problema e ampliando sua visão sobre o mesmo.

Seguir essas etapas é imprescindível para alcançar os objetivos dessa proposta, por isso, se faz necessário um planejamento adequado e adaptado para cada grupo de alunos, portanto estas orientações irão nortear nossa proposta de ensino.

É perceptível no ensino da matemática que os assuntos ainda são trabalhados de uma forma sistemática, seguindo uma norma já preestabelecida. Comumente são vistos conceitos, definições, as propriedades e, em alguns casos, finalizando com as aplicações, essa é vista como a forma tradicional do ensino.

Um dos grandes desafios, e ao mesmo tempo, benefício ao utilizar essa metodologia, é despertar nos alunos o interesse em tentar solucionar os problemas, estimulá-los a gastar um pouco do tempo planejando e organizando os meios para a resolução do que foi exposto. Geralmente, com o uso da abordagem tradicional, não se tem essa possibilidade de trabalhar a resolução de problemas, como ponto de partida na construção do conhecimento matemático. Entretanto, quando tem-se essa oportunidade, os alunos não a aproveitam, pois já estão acostumados em não ter que raciocinar e buscar estratégias para resolver o problema, o que gera



uma falta de interesse em colaborar com o desenvolvimento da atividade proposta pelo professor.

Frequentemente a resolução de problemas é usada como um recurso que finaliza a abordagem do conteúdo estudado, sendo assim o real objetivo da proposta não é alcançado, pois essa alternativa só servirá para aplicar em um determinado problema o que já foi visto anteriormente pelos alunos.

Portanto, são várias as recomendações que descaremos, sobre o uso da resolução de problemas como metodologia para ser utilizada em sala de aula, e seguindo-as pode ser possível realizá-las, cumprindo da forma que é proposta, e podendo assim, contribuir para o processo de aprendizagem dos alunos.

A proposta é composta por 20 questões, divididas em quatro grupos, sendo classificados como: grupo I composto por questões mais fáceis, grupo II e III com questões de nível médio e o grupo IV composto por questões de níveis mais avançados.⁶²

Grupo I

1. Luís comprou 3 caixas de ovos com 6 ovos cada uma. Quantos ovos ele comprou no total?



2. Quero presentear três amigos com 3 bombons de chocolate para cada um. Quantos bombons eu preciso comprar?



3. Em uma caixa tem 8 maçãs. Quantas maçãs tem em 4 caixas?

⁶²As imagens de apoio usadas em algumas questões foram adquiridas a partir de pesquisas na internet, e podem ser encontradas em endereços eletrônicos.



4. A professora de Márcio separou a turma em 4 grupos de 6 alunos cada. Qual o total de alunos da turma?
5. Em um canteiro de flores, foram plantadas 5 fileiras, cada fileira possui 5 rosas, quantas rosas tem nesse canteiro?

Grupo II

1. Cinco amigas foram à sorveteria, cada uma comprou 3 sorvetes. Quantos sorvetes elas tomaram?
2. Na livraria comprei 3 cadernos à R\$ 5,00 cada um. Quanto gastei?
3. Henrique está reunido em casa com 8 colegas para fazer um trabalho da escola, ele mandou fazer 5 salgadinhos para cada colega. Quantos salgados ele mandou fazer?
4. Maria fez 4 brigadeiros para 6 amigas. Quantos brigadeiros ela fez?
5. Paulinho ganhou 6 pacotes de figurinhas com 4 figurinhas em cada pacote. Quantas figurinhas ele ganhou?

Grupo III

- ✓ Ana tem 5 bombons, e sua amiga Maria tem duas vezes mais. Quantos bombons ela tem?
- ✓ Pedro tem 3 carrinhos de brinquedo e Caio tem duas vezes mais. Quantos carrinhos ele tem?
- ✓ Maria comeu duas fatias de pizza, sua amiga Ana comeu duas vezes mais. Quantas fatias de pizza ela comeu?





- ✓ Pedro e Felipe disputavam quem tinha mais bolas de gude. Pedro tinha um total de 4 e Felipe tinha três vezes mais. Quantas bolinhas de gude ele tinha?



- ✓ Em um torneio de futsal o time de Rodrigo marcou um total de 4 gols e o time de Lucas marcou o três vezes a mais. Quantos gols a mais o time de Lucas marcou?

Grupo IV

1. Durante as férias escolares, Paulinha viajou para Porto seguro, onde tirou muitas fotos com sua máquina digital. Na volta ela resolveu revelar as fotos de sua viagem. Paulinha colocou 6 fotos em cada página do álbum. O álbum com 15 páginas ficou completamente cheio. Quantas fotos ela colocou no álbum?
2. Carina tem 2 caixas de lápis de colorir, cada caixa tem 6 lápis. Kamila tem duas vezes mais que sua amiga. Quantos lápis ela possui?
3. Maria possui 7 bombons e Karina possui 5. Vitória tem o dobro de bombons de Maria e Ruan o triplo de Karina. Quantos bombons Vitória e Ruan têm?
4. A loja Paraíso vende brinquedos a R\$ 10,00 cada um. Dona Maria, comprou ao todo R\$ 50,00. Quantos brinquedos ela comprou?
5. Pedro vende uma bola a 5 reais. Júlio comprou um total de 25 reais. Quantas bolas ele comprou?

Conhecendo a proposta, observando o embasamento teórico utilizado na construção da mesma, agora nos atentaremos em realizar as análises a priori de cada grupo de problemas.

Análise a priori do grupo I

Lorenzato (2008), no capítulo “facilitadores do desenvolvimento do pensamento infantil” de seu livro, faz algumas recomendações e enfatiza que os materiais a serem utilizados em sala de aula devem aproximar-se do cotidiano das crianças, além do mais, como já nos



referimos anteriormente, é de extrema importância partir de conhecimentos já aprendidos, neste caso, o conteúdo estudado sobre adição.

Lorenzato (2008) também observa que para facilitar o entendimento do assunto, alcançando assim uma generalização por parte das crianças, é importante que o processo seja repetido várias vezes, além disso, ressalta que a utilização de registros como desenhos, é bastante relevante para ajudar a criança à compreender a representação da linguagem matemática.

Partindo dessas premissas, objetivamos que as crianças consigam notar semelhanças entre a forma de resolução dos problemas, fazendo-as compreender a definição da multiplicação quando for exposta pelo professor.

Análise a priori do grupo II

No segundo grupo de problemas, objetivamos que os alunos continuem compreendendo, mesmo que ainda não tenha sido apresentada aos mesmos, a definição da multiplicação, além disso, buscamos que seja percebida por eles, devido a como foram construídos e organizados os problemas, a relação que posteriormente será definida como a propriedade comutativa da multiplicação.

Análise a priori do grupo III

Pretendemos que os alunos comecem a entender os conceitos de dobro e triplo, partindo do uso de expressões tais como “duas vezes mais” e “três vezes mais”, onde auxiliados pelo professor, relacionaram o entendimento dessas expressões com a definição de dobro e triplo.

Análise a priori do grupo IV

Segundo Lorenzato (2008) o ensino deve acontecer sempre partindo do mais de um nível mais fácil para o mais difícil, algumas de suas sugestões nesse caso, como já apresentadas, são que os materiais didáticos façam parte da vida do aluno e que sejam priorizados os exemplos reais e concretos.



Nas questões finais desse grupo, apresentamos problemas algébricos, que tem um nível mais alto de dificuldades, porém seguindo as recomendações apresentadas, esperamos que os alunos usem a mesma ideia de adição para conseguir chegar ao resultado da questão.

Nessa perspectiva, no quarto grupo de problemas propusemos questões com um nível mais complexo, e que reforcem o já deve ter sido percebido pelas crianças no que se diz respeito a algumas noções sobre multiplicação, que posteriormente serão generalizadas e conceituadas pelo professor.

Sendo assim, foram expostas as análises *a priori* de cada grupo de questões, que foram desenvolvidas e apresentadas neste estudo, baseadas em todo o percurso metodológico da engenharia didática. Vale enfatizar, que essas análises são o que esperamos alcançar em nossa proposta, sendo assim, serão importantes para as outras fases da metodologia, que como dito, são a experimentação e análises *a posteriori* e validação.

Considerações Finais

Este trabalho objetivou apresentar uma proposta de uso da resolução de problemas como ponto de partida, para o ensino de multiplicação nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo como perspectiva um viés teórico que embasam sua aplicação.

Assim, chegamos a uma sequência de 20 questões que abordam itens relevantes para o aprendizado de matemática. Ao longo do texto fica claro ao leitor a importância em trabalhar exemplos práticos e cotidianos, a gradação de dificuldade, o auxílio de imagens para a percepção visual dos alunos, principalmente nesta fase que nos propomos ensinar. Estas características permitem uma construção a partir dos conhecimentos do próprio aluno, conforme se propõe a resolução de problemas como ponto de partida.

Este trabalho, dentro de suas limitações, traz como resultados uma forma alternativa de (re)construção do conhecimento. Assim os professores das séries iniciais do ensino fundamental têm novas oportunidades de reinvenção de suas práticas a partir do uso desta sequência, já que ela possui embasamento teórico e encadeamento lógico necessário para o trabalho em sala de aula, logo esta sequência se configura como contribuidora para o alcance de conhecimentos com significados por parte dos alunos.



Enfatizamos a contribuição que esta proposta traz ao campo acadêmico, pois durante o processo de construção deste estudo, não foram encontrados trabalhos que abordassem o ensino da multiplicação nos anos iniciais, utilizando como metodologia, a resolução de problemas como ponto de partida. Além disso, destacamos ainda o uso da nova BNCC como aporte teórico, tendo em vista, as importantes contribuições que este documento propõe para a educação no país.

Reconhecemos que esta proposta necessita de aplicação prática, para que seja possível a visualização de resultados e identificação de possíveis falhas no processo, da mesma forma, não defendemos que esse seja o método ideal e único para o ensino deste conteúdo, de forma que o aluno aprenda de fato, assim sugerimos para estudos posteriores, a realização da aplicação da sequência e análise das realidades em cada local específico. E mais, propomos ainda a utilização dessa metodologia para o ensino de outros conteúdos matemáticos.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais : matemática** / Secretaria de Educação - Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular - BNCC 2ª versão.** Brasília, DF, 2016.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Educação Matemática: uma (nova) introdução/** Anna Franchi...et al; org. 3 ed. Revisada, 1 reimpr. – São Paulo: EDUC, 2010.

LOPES, Sílvia Ednaira. **Alunos do ensino fundamental e problemas escolares: leitura e interpretação de enunciados e procedimentos de resolução.** Dissertação (mestrado). Universidade Estadual de Maringá. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática, 2007.

LORENZATO, Sérgio. **Educação infantil e percepção matemática.** 2. Ed. Ver. e ampliada – Campinas, SP: Autores associados, 2008.

OLIVEIRA, Gerson Pastre de; Mastroianni, Maria Teresa M. R. **Resolução de problemas matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental: uma investigação com professores polivalentes.** Revista Ensaio, Belo Horizonte, v.1, p. 455-482, 2015.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1995.



SÁ, Pedro Franco de. **A resolução de problemas como ponto de partida nas aulas de matemática.** Revista Trilhas (UNAMA), v. 11, p. 7-24, 2009a.

SILVA, Hugo Carlos Machado da. **O ensino de matrizes a partir da resolução de problemas.** Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Estado do Pará, 2016.



OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA ESTUDO DE PERÍMETRO, ÁREA E PROPORCIONALIDADE DE POLÍGONOS VIA HOMOTETIA

SAUL RODRIGO DA COSTA BARRETO – UEPA

saulmat2015@gmail.com

MARCELO BAIA DA SILVA – UEPA

profmarcelobaia77@gmail.com

PROF. DR. FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES

fjca@uepa.br

RESUMO

O presente trabalho trata de um objeto de aprendizagem para o estudo de perímetro, área e proporcionalidade de polígonos via homotetia, as atividades aqui propostas tem como finalidade a aprendizagem do aluno via experimento, onde o aprendiz terá a oportunidade de construir seu conhecimento manipulando o aplicativo fomentado no GeoGebra e interagir com o mesmo, para que formule conceitos e descubra propriedades acerca do assunto abordado. Elaboramos uma sequência didática utilizando como suporte pedagógico o software GeoGebra para ser utilizado em sala de aula. Esse objeto de aprendizagem será direcionada para os alunos do 8º ano do ensino médio de uma escola pública estadual do município de Belém - PA. Pretendemos com isso, contribuir com o processo de ensino fundamental nas escolas da rede públicas, com uma metodologia que estimulará o uso de tecnologias no contexto atual de nossa cidade.

Palavras-chave: Perímetro. Área. GeoGebra. Homotetia.

INTRODUÇÃO

O texto deste artigo tem como proposta apresentar um passo a passo da construção de um objeto de aprendizagem para o ensino de perímetro, área e proporcionalidade de polígonos através da homotetia por meio do GeoGebra (Figura 1).

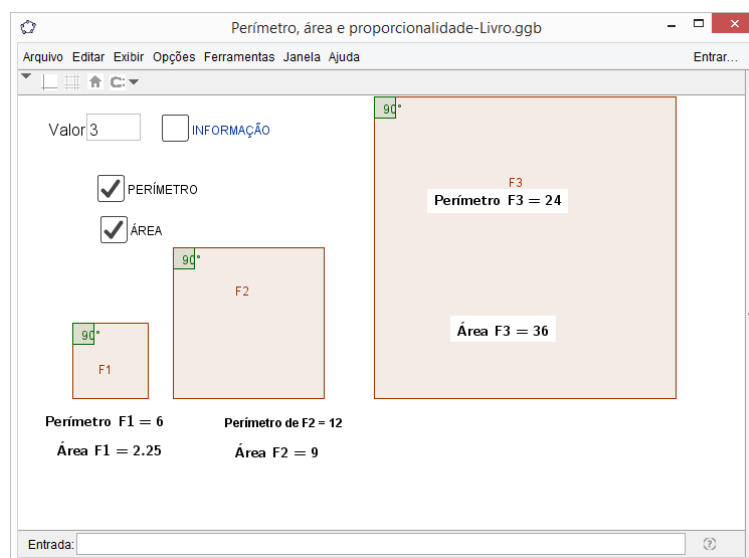
As atividades aqui propostas tem como finalidade a aprendizagem do aluno via experimento, onde o aprendiz terá a oportunidade de construir seu conhecimento manipulando



o aplicativo fomentado no GeoGebra e interagir com o mesmo, para que formule conceitos e descubra propriedades acerca do assunto abordado.

A utilização do aplicativo é bem simples, basta que o aluno siga o passo a passo para utilizá-lo, não é necessário que o aprendiz tenha conhecimentos prévios sobre programação.

Figura 1: Objeto de aprendizagem para o ensino de perímetro, área e proporcionalidade

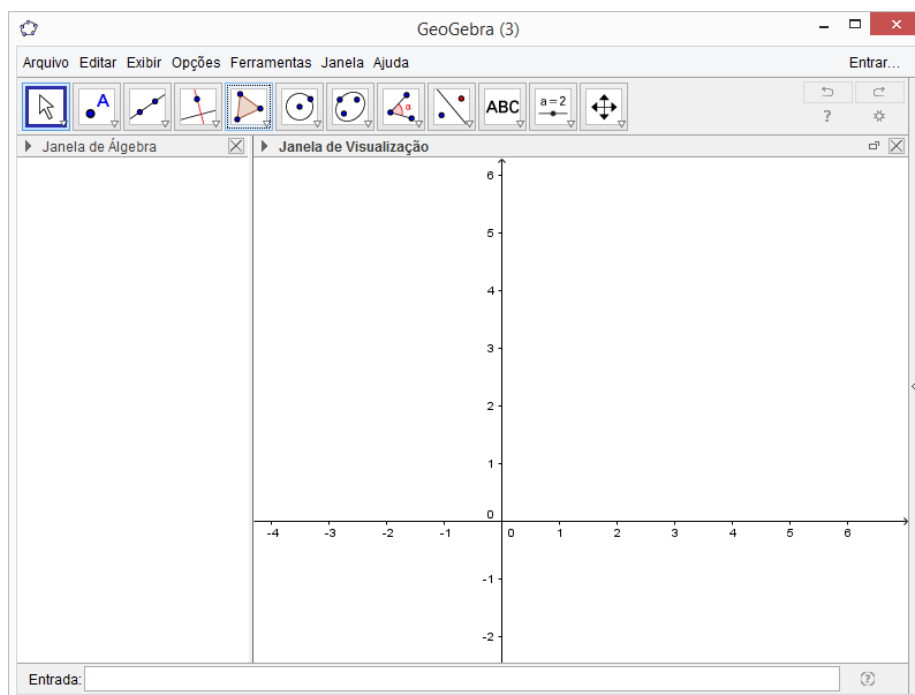


CONSTRUÇÃO PASSO A PASSO

Com o software GeoGebra iniciado, iremos construir o aplicativo seguindo um passo a passo para desenvolver nosso objeto de aprendizagem, abordando a construção de um polígono, determinado ponto de homotetia, construção de homotetia e a programação vinculada para o funcionamento do aplicativo. A seguir apresentamos a tela inicial do aplicativo na Figura 2.



Figura 2: Janela inicial do GeoGebra

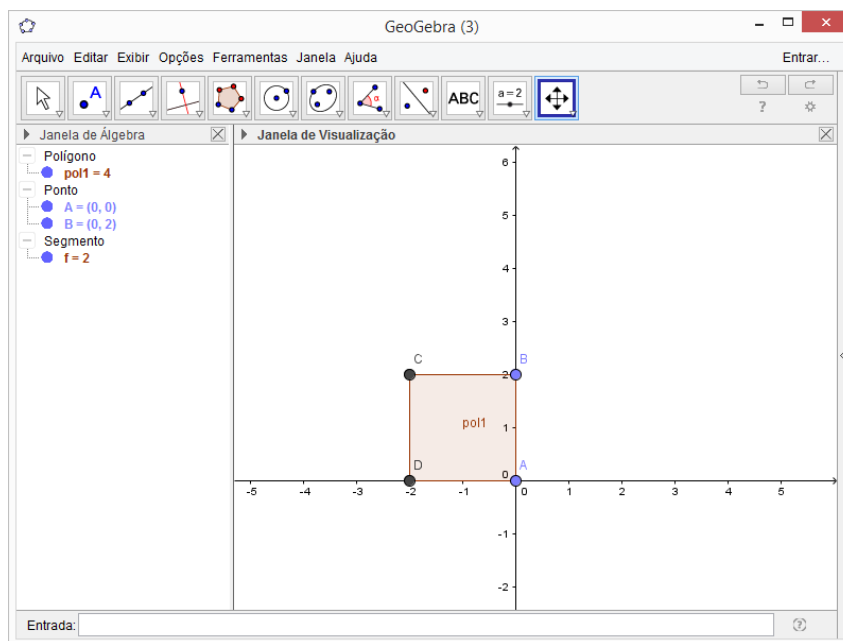


1º Passo: Criando um polígono regular

Para construir a homotetia, iremos inicialmente escolher na barra de ferramenta a opção “polígono” e, na janela de visualização, escolher polígono regular, para em seguida, construir um polígono clicando com na origem dos eixos cartesianos e no ponto (0,2) no eixo “y”, então abrirá um caixa sugerindo a quantidade de lados do polígono, que nesse caso será 4, vide Figura 3.



Figura 3: Criando um polígono regular

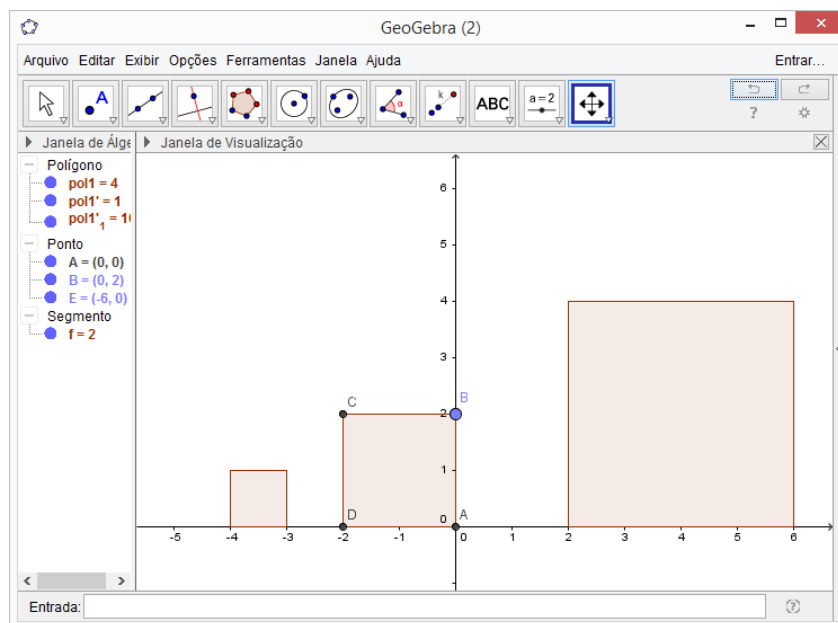


2º Passo: Criando a homotetia

Primeiramente escolheremos na barra de ferramenta a opção “ponto”, em seguida, clicaremos no eixo das abscissas, de preferência no lado negativo, depois escolheremos a opção “homotetia” na barra de ferramenta, em seguida, clicaremos no objeto (polígono regular) depois no ponto, então abrirá uma caixa de “homotetia”, na qual colocaremos o valor 0.5, irá aparecer no 2º quadrante um polígono que vale a metade do primeiro. Repetindo o procedimento, iremos construir outro polígono, agora colocando na caixa de homotetia o valor 2, então aparecerá no 1º quadrante um polígono que tem o dobro do primeiro, ver Figura 4.



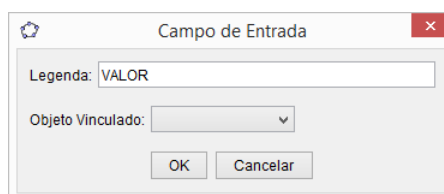
Figura 4: Criando a Homotetia



3º Passo: Criar a caixa “valor”

Iremos criar uma caixa chamada “valor”, que a princípio será a coordenada de um ponto (0,2). Na barra de ferramenta clicar na opção “campo de entrada”, em seguida, vincularemos os pontos A (0,0) e B (0,2) no campo de entrada através do “objeto vinculado”, vide Figura 5.

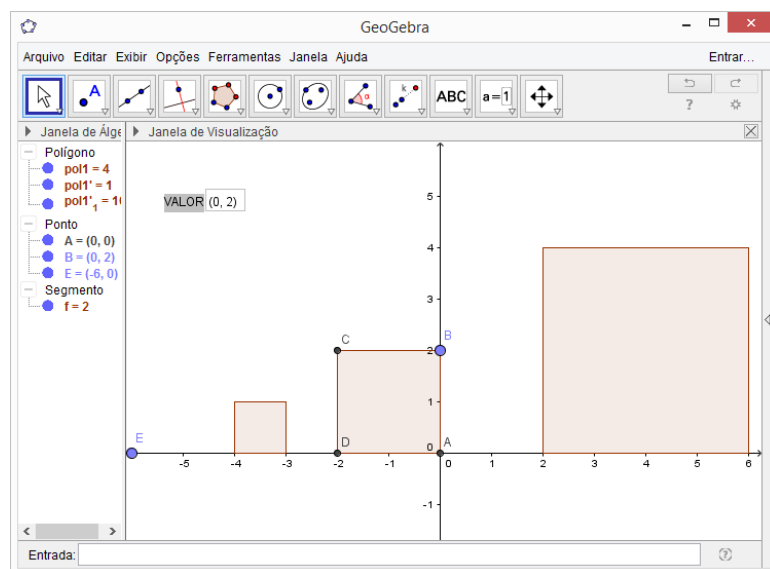
Figura 5: vincular objeto



Feito esse procedimento, vai aparecer na janela do GeoGebra a caixa “valor”, com as coordenadas (0,2), vide Figura 6.



Figura 6: Caixa valor



Como o objetivo do objeto de aprendizagem é abordar assuntos vinculados ao 7º ano (6ª série), não é didaticamente coerente tratar coordenadas nesse nível de ensino, portanto, no próximo passo, iremos mudar o campo da “caixa valor” em coordenada para um valor inteiro positivo.

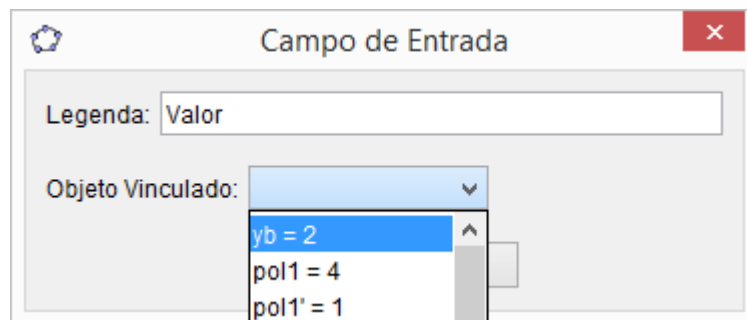
4º Passo: Vincular um valor inteiro para “caixa valor”

A princípio entraremos com o número “ $y_b = 2$ ” na caixa entrada para gerar esse número na janela de álgebra, e repetiremos o procedimento com o ponto “ $B = (0, y_b)$ ”.



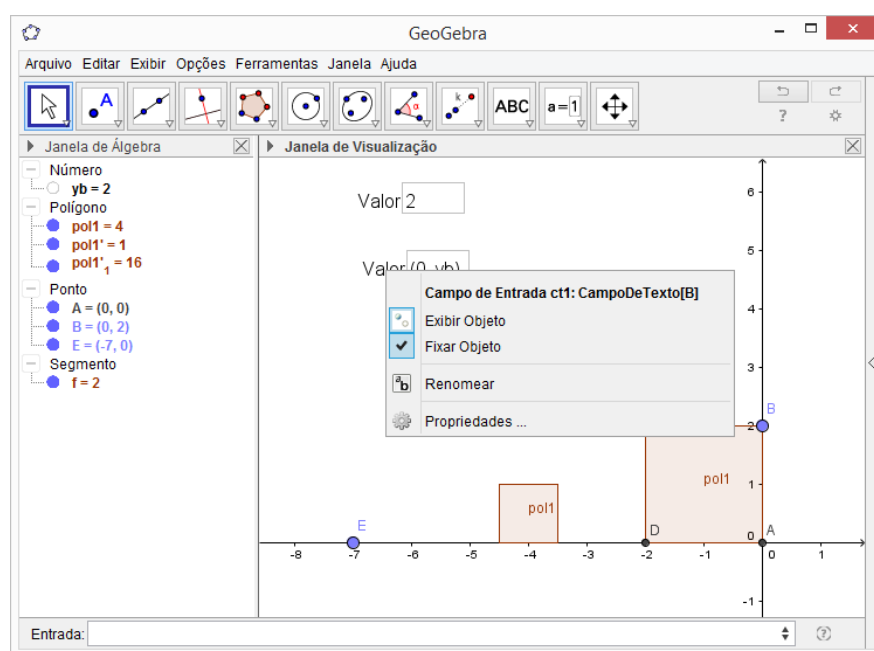
Depois disso vamos vincular no “campo de entrada” o valor de “yb” com o número “2.”, ver Figura 7.

Figura 7: Campo de entrada



Agora a caixa “valor” vai aparece na janela de visualização do GeoGebra com um valor inteiro e não mais como coordenada, e com isso podemos ocultar a caixa “valor” em coordenadas, clicando com o botão direito do mouse sobre “valor”, e escolher a opção “exibir objeto”, ver Figura 8.

Figura 8: Caixa valor inteiro



5º Passo: Determinando perímetro e área.

Na barra de ferramenta escolher as opção “Distância, Comprimento, ou Perímetro”, e depois a opção “Área”, e, em seguida, clicar sobre os polígonos, os valores dos perímetros e das áreas aparecerão, vide Figura 9 e Figura 10.



Figura 9: Determinando perímetro e área

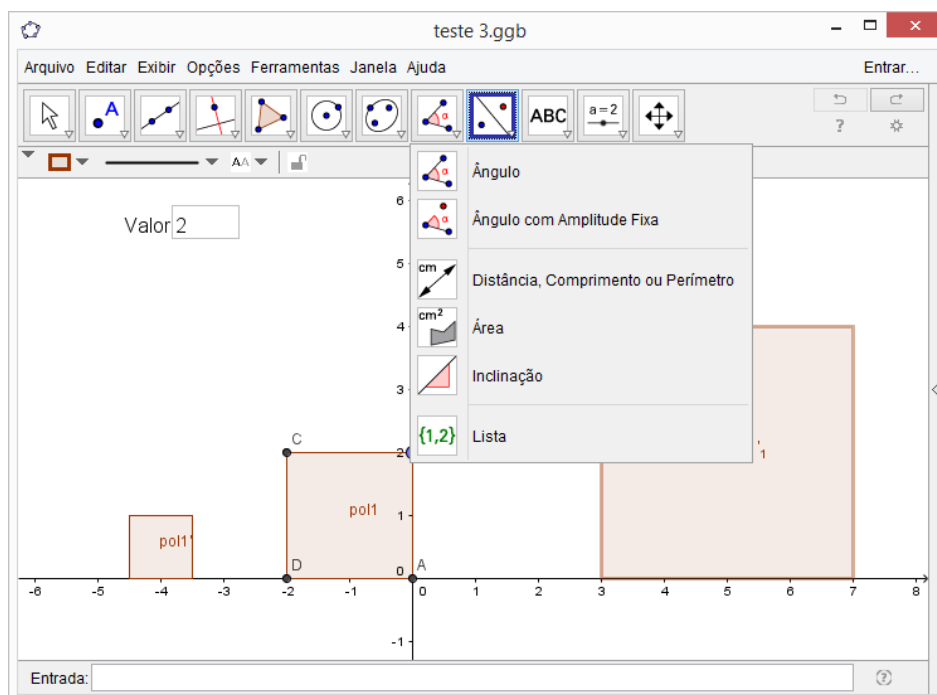
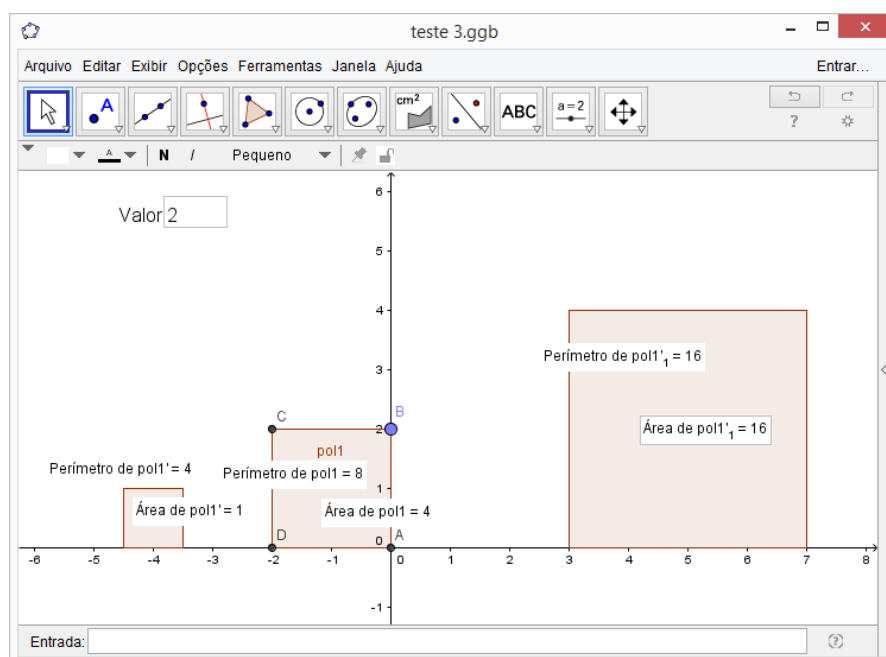


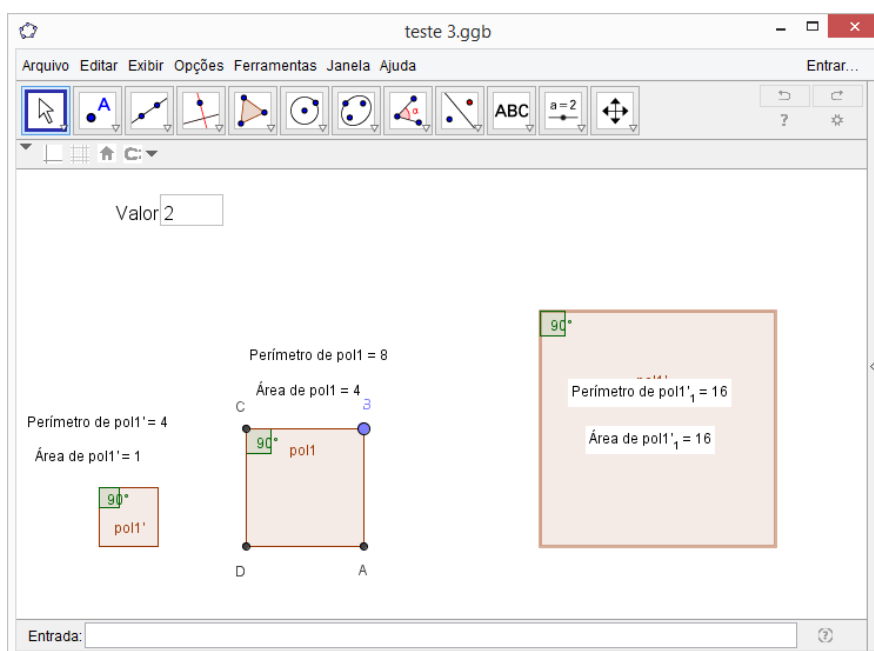
Figura 10: Perímetro e área





Para representar as medidas dos ângulos das figuras, iremos na opção ângulos e depois clicar sobre dois lados para que a apareça o ângulo corresponde a esses lados, figura 11.

Figura 11: Criando ângulos



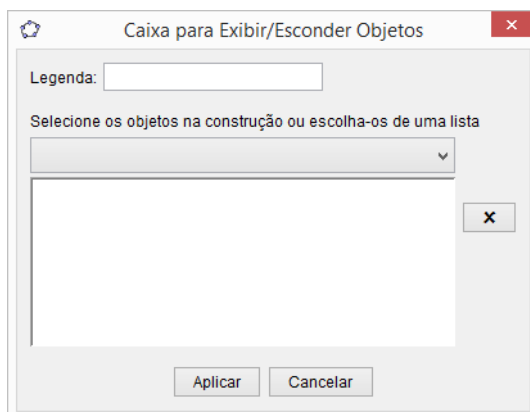
6º Passo: Vinculando os valores do perímetro e da área em botões.

Nesse passo, criaremos botões que estarão vinculados aos valores do perímetro e da área, para que o aprendiz ao utilizar o aplicativo use apenas uma das informações de acordo com a abordagem da atividade, pois os valores só aparecerão quando os botões estiverem com as caixas ativadas.

Clicando na opção “Caixa para Exibir / Esconder objetos”, vincular os valores do perímetro e da área dos polígonos um de cada vez, ver figuras 12.



Figura12: Botões ativados



Nas figuras 13 e 14 aparecem os botões ativados e desativados.

Figura13: Botões ativados

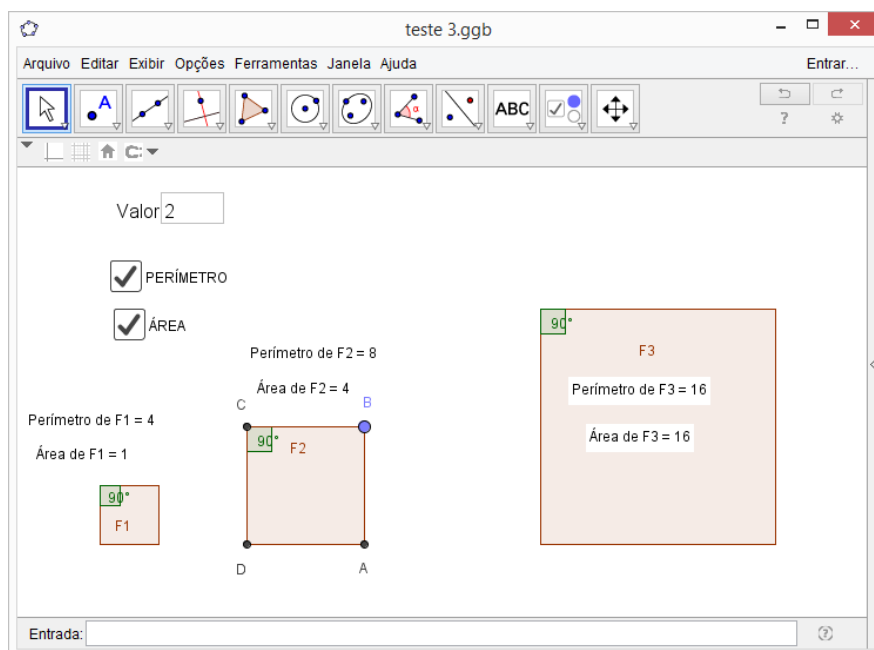
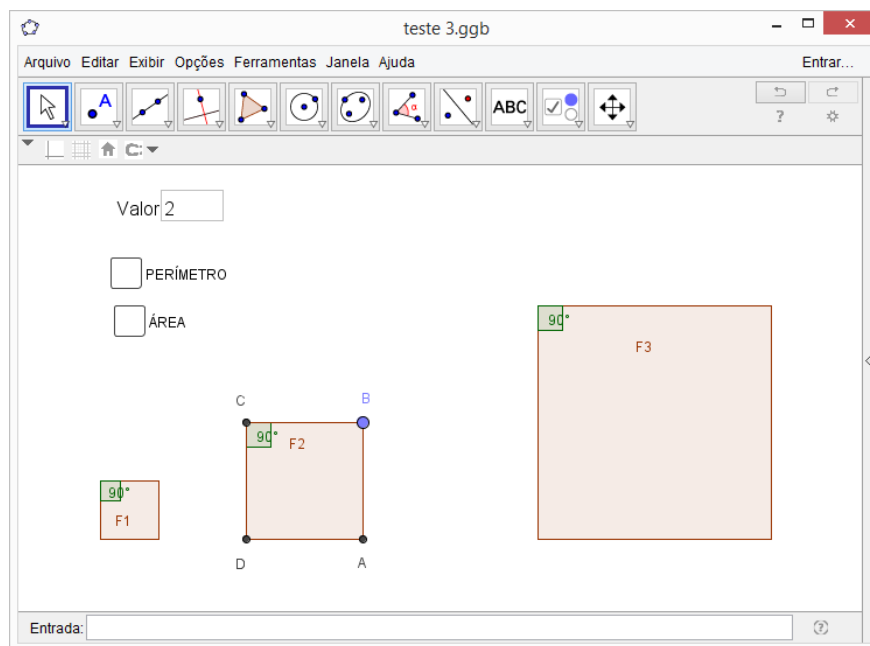




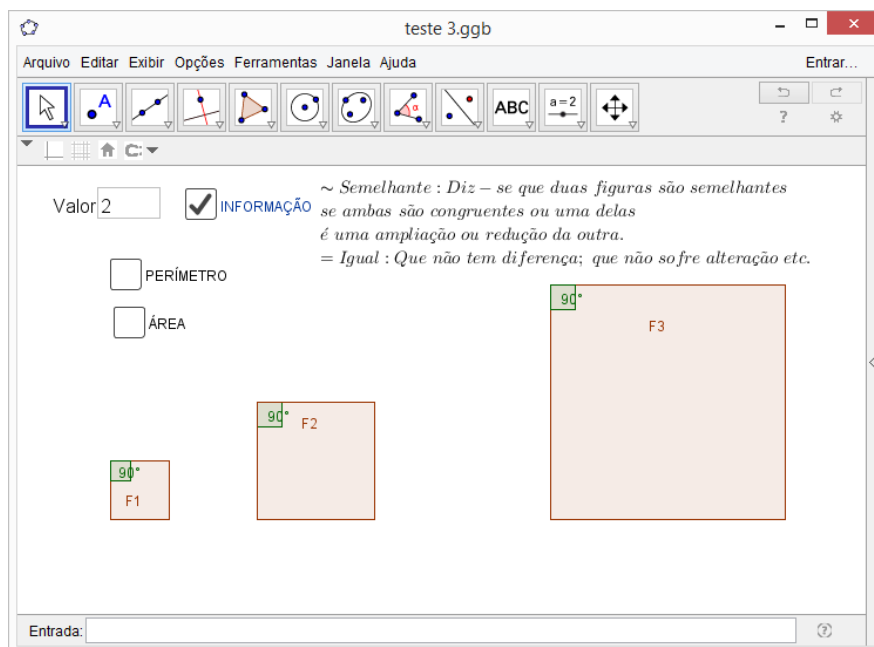
Figura 14: Botões desativados



Por fim será inserido um “botão” chamado “INFORMAÇÃO”, que trará conceitos de semelhança e igualdade, para auxiliar o aprendiz nas atividades experimentais.

A construção do botão informação é similar com o 6º passo, só que ao invés de “esconder” uma palavra, vai ser um texto, figura 15.

Figura15: Tela final



ATIVIDADES NORTEADORAS

A seguir será apresentada uma sequência de atividades norteadoras para o aprendizado através da experimentação, onde o aprendiz responderá os exercícios das atividades manipulando o aplicativo do GeoGebra, com o objetivo de auxiliá-lo na construção do conhecimento, pois se espera que o educando levante conjecturas, estabeleça relações, construa conceitos a partir da observação de parâmetros do objeto matemático.

Atividade 1: Relacionar o conceito de perímetro com o número de lado.

Objetivo: Espera-se que o aluno desenvolva o conceito de perímetro com base na quantidade de lados e suas medidas

Valor	Perímetro F ₁	nº lados F ₁	Perímetro F ₂	nº lados F ₂	Perímetro F ₃	nº lados F ₃
1						
2						
3						
A partir do experimento, conceitue perímetro.						



Atividade 2: Relacionar o conceito de área com o número de lado.

Objetivo: Pretende-se que o aluno perceba que ideia de área está relacionada com o produto de dois lados.

Valor	Área F_1	n° lados F_1	Área F_2	n° lados F_2	Área F_3	n° lados F_3
1						
2						
3						

Com base no experimento, que seria área para você?

Atividade 3: Usar a ideia de ampliação e redução de perímetros para entender proporcionalidade.

Objetivo: Fazer com que o aluno perceba que ao ampliar as figuras estará multiplicando por um mesmo número e ao reduzir estará dividindo por um mesmo número. Cabe aqui a intervenção do professor para a noção de proporcionalidade direta e inversa entre grandezas.

Sugestão: usar os valores 2 e 3 para essa atividade.

a- Qual figura tem maior perímetro, F_1 ou F_2?
b- Em quantas vezes é maior?
c- Qual figura tem menor perímetro, F_2 ou F_3?
d- Em quantas vezes é menor?
e- Quais operações você usou para comparar as figuras F_1 e F_2 e F_2 e F_3?



f-Observando o perímetro da F_1 até a F_3 você diria que houve uma redução ou ampliação da F_1?
g-Observando o perímetro da F_3 até a F_1 você diria que houve uma redução ou ampliação da F_3?
h-Com base no experimento, comente o que você entendeu sobre redução e ampliação de figuras usando perímetros.

Atividade 4: Observar a proporcionalidade entre áreas de figuras semelhantes.

Objetivo: Pretende-se reforçar a ideia de proporcionalidade com semelhança. Cabe aqui também uma intervenção do professor de forma que o aluno perceba a relação de proporcionalidade (direta e inversa) ao utilizar áreas, porém com uma constante ao quadrado.

a- Qual figura tem maior área, F_1 ou F_2?
b-Em quantas vezes foi ampliada?
c-Qual figura tem menor área, F_2 ou F_3?
d-Em quantas vezes foi reduzida?
e-Em relação ao item “d”, que operação você usou para responder o item?
f-No processo de redução e ampliação das figuras utilizando área, o que você observou?
h-No processo de redução e ampliação das figuras utilizando perímetro, o que você observou?



CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objeto de aprendizagem, representado e descrito neste trabalho, busca aliar-se ao entretenimento digital como alternativa para estimular os alunos e ajudar o ensino de perímetro, área e proporcionalidade de polígonos via homotetia, a partir de uma abordagem que prima pela uso de tecnologias no ensino.

É notável que a utilização de tecnologias, não é suficiente para resolver as diversas dificuldades no ensino e na aprendizagem de Matemática. No entanto, considerando que o ambiente tecnológico é muito próximo do universo vivenciado pelos alunos, acreditamos que a execução de propostas de ensino bem planejadas que fazem uso das tecnologias, e estabelecidas por meio de critérios bem definidos entre professor e aluno, podem estimular a aprendizagem de conteúdos matemáticos.

REFERÊNCIAS

BECHARA, E. C. (Org.) **Dicionário escolar da Academia Brasileira de Letras: língua portuguesa**. 3 ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 2011. p. 1312.

DANTAS, S. **Homotetia no geogebra**. Disponível em:
<<https://www.youtube.com/watch?v=3wUmZGYyJ6A>> Acesso em: 18 jun. 2016.

GIOGETTI, T. **Homotetia inversa no geogebra**. Disponível em:
<<https://www.youtube.com/watch?v=l5LgvgPlttM>> Acesso em: 18 jun. 2016

GIOVANNI JUNIOR, J. R., CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. Ed. Renovada. São Paulo: FTD, 2009.

REZENDE, E. Q. F., QUEIROZ, M. L. B. **Geometria euclidiana plana**. 2. ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2008.

Só Matemática - **portal matemático**. Disponível em: <www.somatematica.com.br> Acesso em: 21 jun. 2016.



PANORAMA SOBRE O ENSINO DE INSCRIÇÃO DE SÓLIDOS À DISCENTES DO ENSINO MÉDIO NO CENTRO DE ENSINO TÉCNICO INTEGRAL DR. JOÃO BACELAR PORTELA NA CIDADE DE SÃO LUÍS – MA

Jairo Santos de Araújo
UEPA / IFMA

jairo.araujo@ifma.edu.br

Maria de Lourdes Silva Santos
UEPA

2011malu.melo@gmail.com

RESUMO

O presente trabalho foi concebido visando investigar o panorama do ensino de inscrição de sólidos, a alunos do ensino médio do Centro de Ensino Técnico Integral Dr. João Bacelar Portela. Escola da rede pública estadual da cidade de São Luís do Maranhão. Foi utilizado como instrumento de pesquisa, um questionário para a coleta de dados e o termo de livre consentimento livre e esclarecido para os discentes entrevistados e seus responsáveis legais, em caso de discentes com idade inferior a 18 anos. Os resultados da pesquisa para melhor entendimento foram divididos, visando facilitar a análise dos dados obtidos em três segmentos: análise dos aspectos socioeconômicos, análise do quadro de dificuldades e análise das questões pertinentes ao ensino de inscrição de sólidos.

Palavras Chaves: Ensino. Ensino de Matemática. Inscrição de Sólidos.

1 – Introdução

Problemas com o ensino da Geometria parecem não ocorrer somente na escola básica. Pesquisas, como de Lorenzato (1995) e de Pirola (2000), mostraram que professores e futuros professores de Matemática não possuíam conhecimentos de conceitos básicos de Geometria, o que acarretou um baixo desempenho na resolução de problemas que envolviam conceitos geométricos.

No assunto tema do presente artigo, destacamos alguns estudiosos de Geometria como: Perez (1991) e Pavanello (1993) que tiveram como tema central a Geometria e relacionam inúmeras causas que têm contribuído para o abandono do ensino dessa disciplina. Entre elas, estão os programas de formação de professores, que, muitas vezes, priorizam somente as áreas didáticas da Matemática, deixando de lado a parte de conceitos matemáticos. Muitas vezes



prioriza-se o "como ensinar", deixando em um plano secundário o trabalho que visa à formação de conceitos geométricos.

O debate em torno da educação no Brasil, têm desencadeado um intenso estudo, levando assim todos os envolvidos, a uma reflexão sobre as mudanças que se fazem necessárias no âmbito educacional, visando a sua melhoria continuada que refletirá em uma educação de qualidade e que forme de fato cidadãos.

A legislação vigente tem um papel importante nas mudanças que farão a diferença no processo educativo. As recomendações contidas na LDB 9394/1996, nos Parâmetros Curriculares e principalmente a Base Nacional Comum Curricular, cujo documento para o Ensino Médio foi apresentado e encaminhado ao Conselho Nacional de Educação (CNE) em Abril de 2018 e está em fase de discussão, e embora não provado já norteia direciona o currículo deste nível de ensino.

[...] a BNCC do Ensino Médio não se constitui o currículo dessa etapa, mas define as aprendizagens essenciais a ser garantidas a todos os estudantes e orienta a (re) elaboração de currículos e propostas pedagógicas, seja no que diz respeito ao âmbito específico da BNCC, seja no tocante à organização e à proposição de itinerários formativos. (BNCC, 2017. p. 471).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem.

A BNCC orienta como a matemática deve ser trabalhada em sala de aula. Nesse tocante ela tem a seguinte sugestão:

[...] Está organizada em cinco unidades de conhecimento: Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, Números e Operações, Álgebra e Funções, refletindo o que tem sido feito nos documentos curriculares brasileiros mais atuais. Essas unidades de conhecimento, no Ensino Médio, são contempladas em cada uma das cinco Unidades Curriculares em que se organizam os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento do componente Matemática e, em cada uma delas, recebe uma ênfase diferente, dependendo do avanço na etapa, buscando garantir que



os/as estudantes desenvolvam raciocínios cada vez mais sofisticados, em Matemática, ao longo dos anos de escolarização. (BNCC, 2016, p. 559).

O ensino de geometria no ensino médio tem segundo a visão da BNCC: o papel de ampliar e sistematizar os conhecimentos anteriormente estudados, visando possibilitar a visão lógica da geometria e de seus conceitos abordados.

[...] retomar, ampliar e sistematizar os conhecimentos estudados anteriormente de modo a possibilitar aos estudantes a compreensão da estrutura lógica da geometria euclidiana. As primeiras demonstrações, iniciadas na etapa anterior, podem ser retomadas e, neste momento, ampliadas para que eles/elas sejam capazes de, por exemplo, compreender e generalizar algumas propriedades e demonstrar alguns teoremas, como a soma dos ângulos internos de polígonos, o teorema de Pitágoras, e os casos de semelhança e de congruência de triângulos. (BNCC, 2016, p. 562, grifos do documento).

Os alunos durante todo o decurso de sua vida escolar, sejam eles frequentadores de escolas públicas ou privadas enfrentam dificuldades em assimilar os conteúdos matemáticos abordados durante as aulas, que em sua grande maioria são expositivas e pouco atraentes.

Como afirma MULLER (2018, p. 1) “O contexto escolar atual evidencia um alto número de discentes com grandes dificuldades no aprendizado do conhecimento matemático; mediar o saber desta área, é um dos grandes desafios que os professores precisam enfrentar e superar”.

2 – Pesquisa de Campo

Para a presente pesquisa de campo, foi utilizado um questionário, a ser respondido por alunos do 3º ano do ensino médio, que abordou em sua temática questões relacionadas a aspectos socioeconômicos, ao ensino/aprendizagem de matemática e de uma maneira mais específica o ensino de inscrição de sólidos.

A escola onde foi realizada a pesquisa, foi o Centro de Ensino Técnico Integral Dr. João Bacelar Portela, localizado na Avenida Jorge Damous S/N, Ivar Saldanha, São Luís – MA.



Foto 1: Centro de Ensino Técnico Integral Dr. João Bacelar Portela



Fonte: (Araújo 2018)

Os Alunos tiveram o tempo de 90 minutos para responderem o questionário proposto, conjuntamente com as questões sobre inscrição de sólidos. Devido a escola onde foi aplicada a pesquisa ser de natureza técnica, foram entrevistados alunos dos cursos profissionalizantes de eletromecânica e edificações, totalizando 100 alunos.

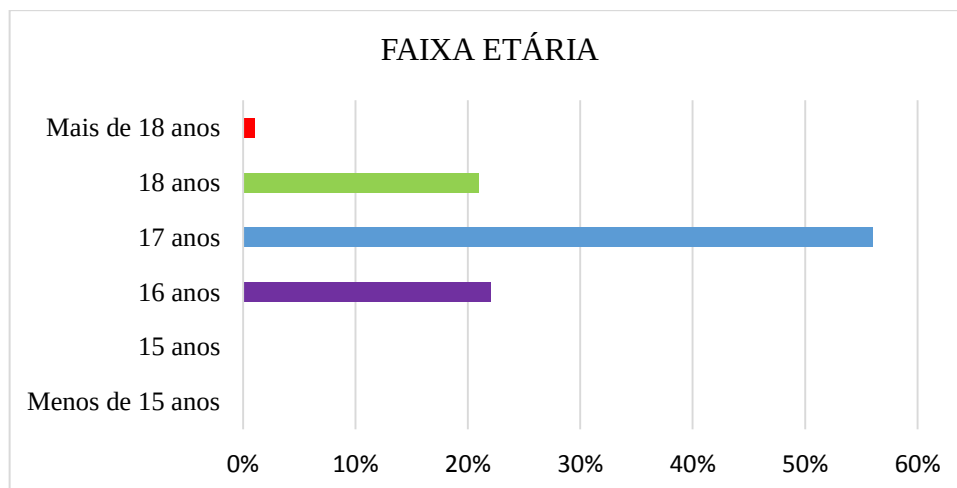
Os alunos que contribuíram com a pesquisa tiveram toda a liberdade de responderem a pesquisa ou não, respeitando a vontade do entrevistado e assegurando que as suas respostas seriam interpretadas de maneira fiel as respostas dadas nos instrumentos de coleta de dados.

3 – Resultados e Discussões

Questionário Socioeconômico



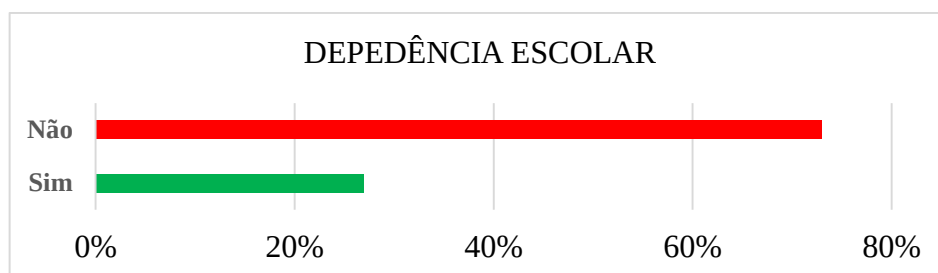
Gráfico 1 – Faixa Etária



Fonte: (Araújo 2018)

57% dos alunos entrevistados possuem 17 anos. Cabe salientar que na pesquisa realizada, a maioria dos alunos entrevistados encontram-se na idade correta para a série cursada. A taxa de alunos com idade inadequada no ensino médio é de 28,2%, apontam indicadores derivados do Censo Escolar 2017 divulgados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

Gráfico 2 – Dependência escolar



Fonte: (Araújo 2018)

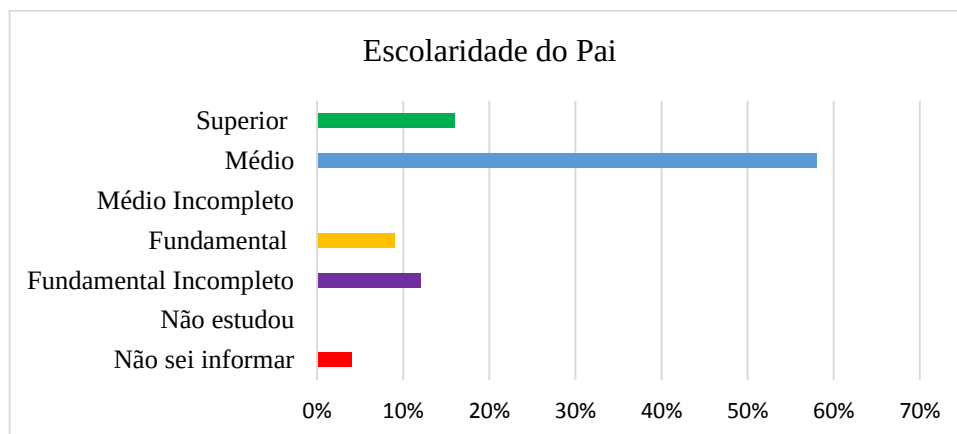
Dos alunos entrevistados 73% afirmaram que nunca ficaram em dependência em nenhuma disciplina ao longo de sua vida escolar. O que contraria os dados obtidos na presente



pesquisa é são os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), o mais importante exame brasileiro divulgado no dia 30 de agosto de 2018.

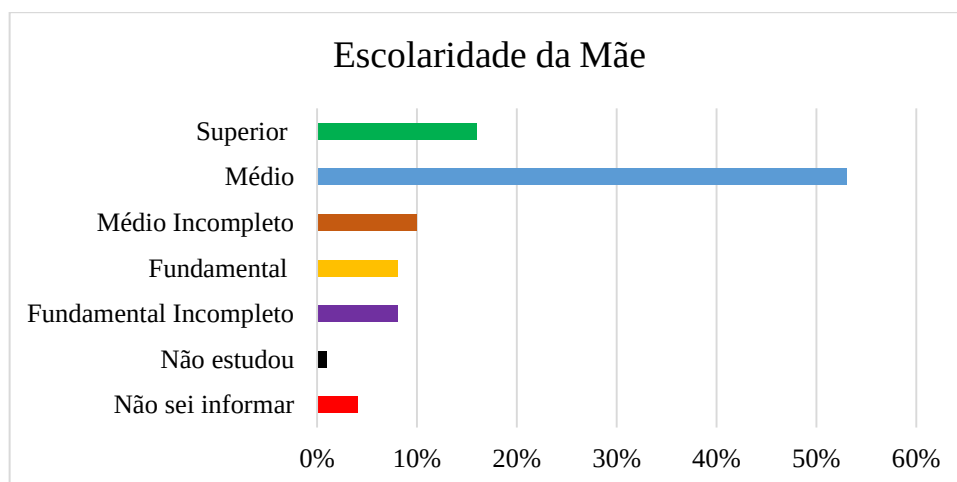
Mais da metade dos alunos de 14 a 17 anos do País não aprendeu praticamente nada do esperado para as séries que estão cursando, tanto em Português quanto em Matemática. Mesmo no 3º ano do **ensino médio**, a maior parte dos jovens não sabe identificar a informação principal de uma reportagem ou calcular porcentagem, por exemplo.

Gráfico 3 – Escolaridade do Pai



Fonte: (Araújo 2018)

Gráfico 4 – Escolaridade da Mãe

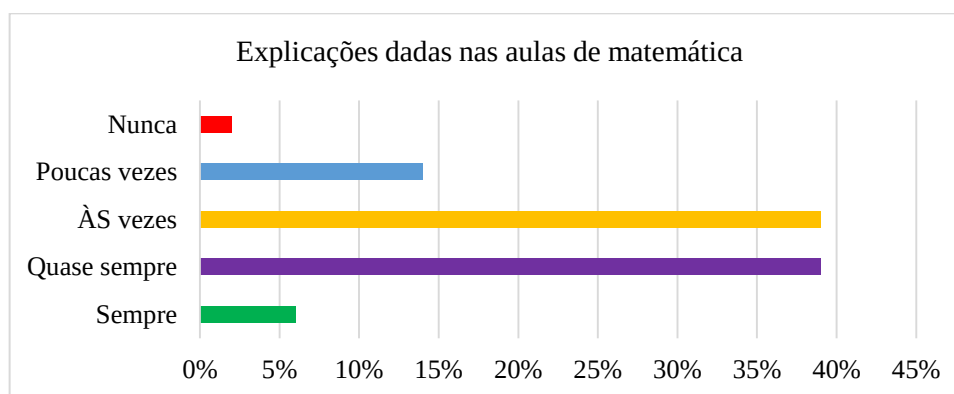


Fonte: (Araújo 2018)



A escolaridade dos responsáveis masculino e feminino em sua maioria é o ensino médio. Vale destacar que segundo levantamento realizado nacionalmente, o nível de escolarização dos pais influencia na formação profissional e nos rendimentos dos filhos. É o que apontam os dados suplementares da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) de 2014 divulgada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística ([IBGE](#)).

Gráfico 5 – Explicações dadas nas aulas de matemática

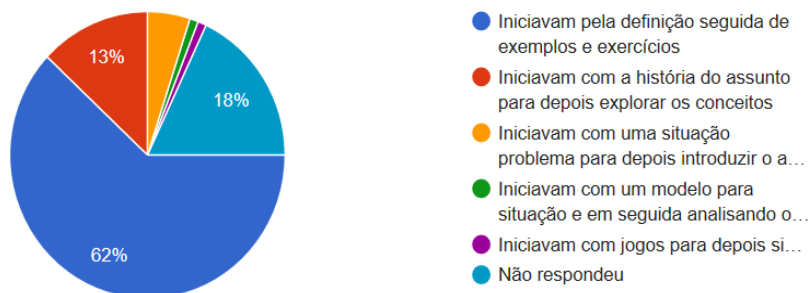


Fonte: (Araújo 2018)

39% dos alunos entendem as explicações nas aulas de matemática quase sempre, enquanto 2% nunca entendem as explicações nas aulas de matemática. Podemos supor que a deficiência em compreender as aulas de matemática está associada ao pouco domínio da língua portuguesa, pois a oralidade da matemática quer por sua característica de linguagem científica, quer pela natureza da ciência matemática, seu recurso básico de comunicação é a escrita. Por isso, ela toma emprestadas da língua materna (Machado, 1995) a oralidade e as significações das palavras que servem de suporte para a troca de informações.



Gráfico 6 – Abordagem do Professor no Ensino de Inscrição de Sólidos

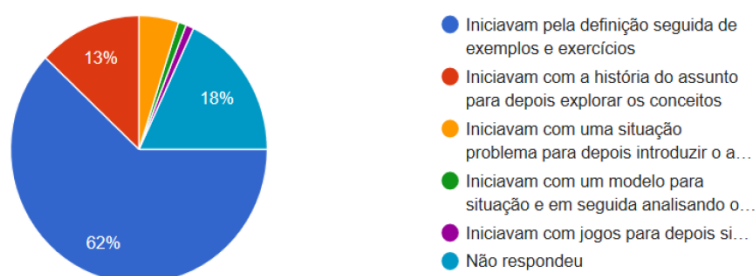


Fonte: (Araújo 2018)

62% dos alunos relataram que o professor de matemática quando abordou o conteúdo de inscrição de sólidos, inicio pela definição seguindo posteriormente com exemplos e exercícios.

A resolução de problemas deveria ser o tema subjacente das aulas de matemática, especificamente, das aulas de geometria. Segundo VAN HIELE, apud CROWLEY (1991), ao tratar sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, toda tarefa escolar deveria incluir problemas planejados para estimular a flexibilidade e o raciocínio. Os problemas deveriam utilizar capacidades adquiridas em outras disciplinas, assim como encorajar o aprendizado de técnicas de resolução bem fundadas e o uso de habilidades de raciocínio de alto nível.

Gráfico 7 – Instrumentos utilizados pelo docente para a avaliação de aprendizagem



Fonte: (Araújo 2018)



63% dos discentes responderam que o professor utiliza o instrumento da prova como instrumento de avaliação da aprendizagem. Em torno da temática avaliação do aprendizado existe uma grande discussão nas escolas e universidades, contudo, a conformação atual do processo avaliativo impõe dificuldades para os professores colocarem em prática novos modelos de avaliação, visto que o sistema exige uma nota quantitativa usada para mensurar o nível de aprendizado dos alunos, no entanto esse modelo mostra-se simplesmente como mecanismo de aprovação ou reprovação desses indivíduos (CAMARGO, 2010).

Quadro de dificuldades

Tabela 1 – Quadro de dificuldades

CONTEÚDOS	Você lembra de ter estudado?		Qual grau de dificuldade que você teve para aprender?			
	SIM	NÃO	Muito Fácil	Fácil	Difícil	Muito Difícil
Reconhecer sólidos inscritos	28%	72%	2%	13%	33%	52%
Relacionar os elementos de sólidos inscritos	19%	81%	1%	9%	31%	59%
Representar (desenhar) sólidos inscritos	27%	73%	3%	13%	18%	56%
Utilizar fórmulas de áreas e volumes de sólidos inscritos	18%	82%	1%	10%	20%	69%
Calcular áreas em sólidos inscritos	21%	79%	1%	5%	23%	71%
Calcular volumes em sólidos inscritos	22%	78%	1%	6%	21%	72%

Fonte: (Araújo 2018)

Analisando o quadro de dificuldades, é possível verificar claramente, que para cada conteúdo presente no questionário utilizado na pesquisa referente ao ensino de inscrição de sólidos, os alunos em sua ampla maioria não lembram de ter estudado os tópicos referentes ao objeto investigado.

O ponto central da presente pesquisa, foi verificar entre os alunos quais os indivíduos que dominavam os conceitos geométricos necessário para a resolução dos problemas propostos associado a habilidades específicas.

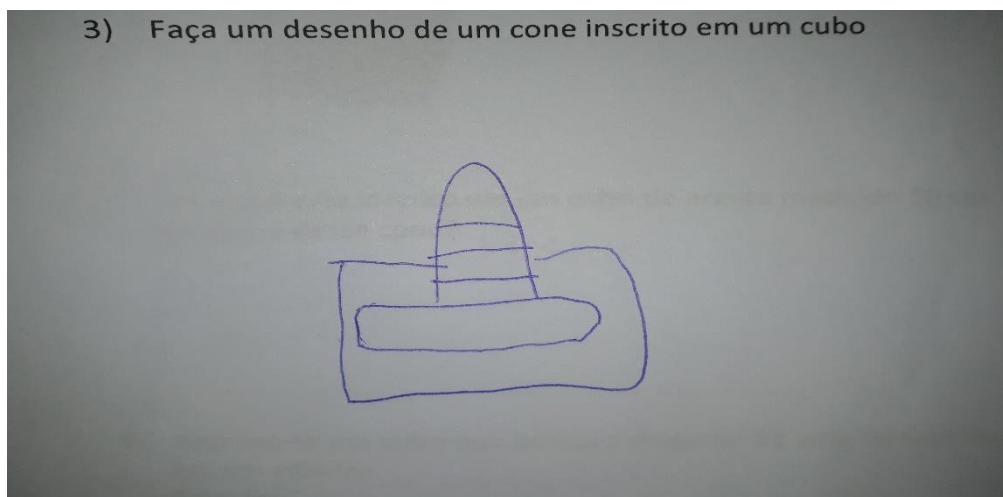


É imprescindível a visão espacial para o desenvolvimento satisfatório das resoluções das questões solicitadas. Entende-se por visão espacial, a capacidade de percepção mental de formas tridimensionais. Perceber mentalmente uma forma espacial significa ter o sentimento da forma espacial sem estar vendo o objeto (FAENQUIL, 2006)

A visão espacial depende de um raciocínio lógico e também de esquemas criativos e subjetivos, pois nem sempre a razão pura pode explicar. Como por exemplo, imaginar uma pirâmide invertida, isso só é possível pela visão espacial e pela criatividade para ser compreendida.

Descrita como a capacidade de perceber com precisão o mundo visuo espacial esta função cognitiva realiza transformações sobre percepções, incluindo a capacidade de visualizar, de representar graficamente ideias visuais ou espaciais e de orientar-se aproximadamente uma matriz espacial. (ARMSTRONG, 2001).

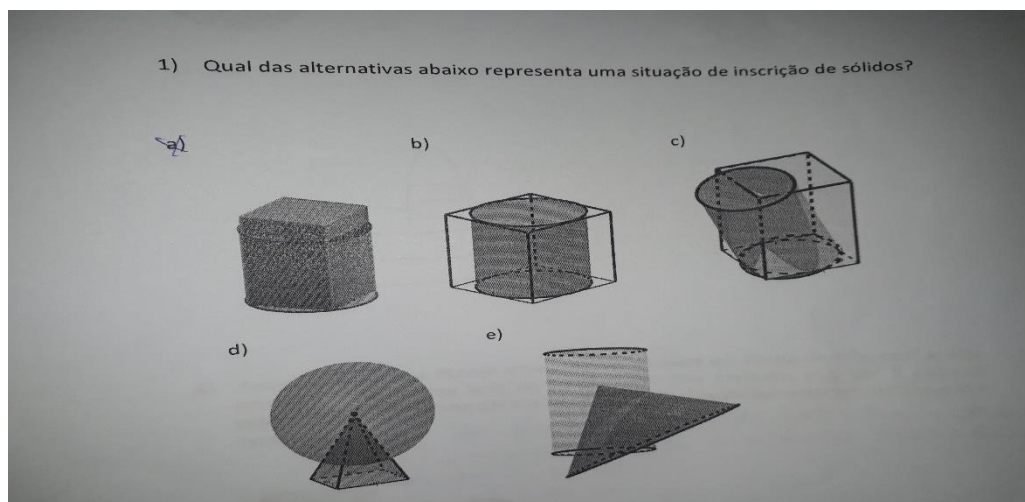
Imagem 1 – Representação de uma situação de inscrição de sólidos



Fonte: (Araújo 2018)

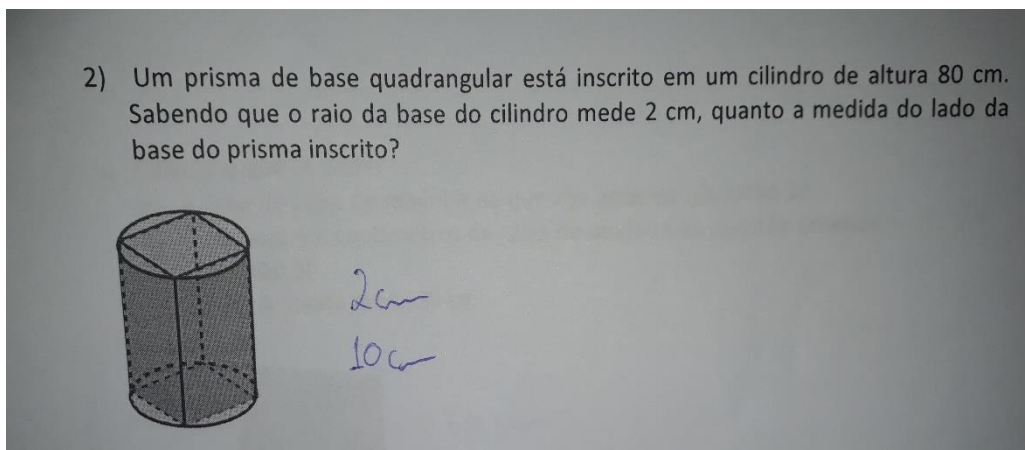


Imagem 2 – Situação de Reconhecimento de inscrição de sólidos



Fonte: (Araújo 2018)

Imagem 3 – Relacionar elementos dos sólidos inscritos



Fonte: (Araújo 2018)

É necessário incentivar a pesquisa em sala de aula para possibilitar a realização de um diagnóstico mais preciso do que e como está sendo aprendido, e o que está sendo ensinado, de que maneira e quais recursos existem para avaliar o ensino/aprendizado.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais a avaliação da aprendizagem deve compreender o ensino oferecido, a atuação do professor, o desempenho do aluno, a estrutura da escola, as ferramentas auxiliares promovidas no ensino e a metodologia utilizada.

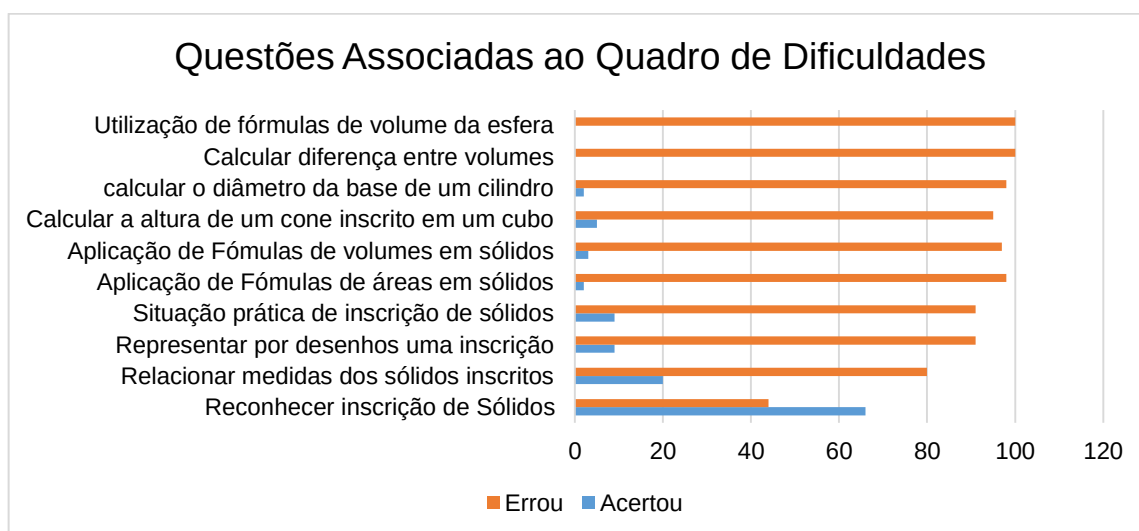


Não devemos pensar uma avaliação somente voltada para a medição dos conteúdos ensinados, ela deve possuir características contextuais embasadas em temas transversais como: ética, meio ambiente, pluralidade cultural, trabalho e consumo, educação sexual e saúde.

A interdisciplinaridade também deve ser abordada, por exemplo: em uma avaliação de Matemática podemos criar situações problemas relacionadas à Física, Química, Biologia, Engenharia, entre outras ciências afins.

Questões relacionadas ao ensino de inscrição de sólidos

Gráfico 8 – Quadro de dificuldades



Fonte: (Araújo 2018)

Os resultados demonstram que a maioria dos alunos entrevistados apresentam dificuldades de aprendizagem de geometria e de inscrição de sólidos, que podem ou não em um primeiro momento estarem associados a vida acadêmica e a escola que frequentaram.

Segundo D'Ambrosio (2001), a finalidade da escola é adequar as necessidades individuais ao meio social, ou seja, o estudo focaliza o homem como indivíduo, integrado em uma sociedade, imerso numa realidade natural e social, o que significa estar em permanente interação com seu meio ambiente, natural e sociocultural.



Para isto, necessário se faz conhecer este meio e seus componentes, seus desejos, anseios, expectativas, etc., e a partir deles propor alternativas de ações fundamentadas na necessidade do grupo. O homem busca sempre apropriar-se do conhecimento e utilizá-lo de acordo com a suas conveniências e ou necessidades.

Pesquisando os papéis atribuídos aos professores e alunos Luckesi (1994) concluiu que, muitas vezes, este fica entregue à própria sorte, sem condições de recapacitação ou aperfeiçoamento, o que acaba levando a uma banalização do exercício do magistério. Afirmar ainda que o educador deve possuir algumas qualidades, tais como: compreensão da realidade com a qual trabalha, o desejo de ensinar, comprometimento político, competência no campo teórico de conhecimento específico em que atua e competência técnico-profissional.

A matemática é vista pelos estudantes como um conhecimento difícil de ser alcançado, devido a sua quantidade considerável de regras, fórmulas, conceitos e aplicações. Para o aluno que está durante a sua vida escolar em um contínuo processo de formação, é necessário que ele não apenas se aproprie do que é repassado nas aulas, mas que tenha a possibilidade de construir o seu próprio conhecimento.

Segundo Campos (1996), Freud, em sua Teoria da Evolução da Personalidade afirma que assim como existe uma energia física que governa os fenômenos naturais também existe uma energia psíquica de natureza libidinosa que influi diretamente sobre o comportamento humano.

Um conceito fundamental da teoria freudiana é a noção de pulsões ou de instintos básicos. Um deles representa o impulso para a vida criativa e a preservação do organismo enquanto indivíduo e espécie, a este instinto dar-se o nome de “eros” que possui natureza sexual. Lembrando que para Freud a sexualidade se relaciona com o bem-estar do organismo, ou seja, tudo que preserve sua integridade e proporcione funcionalidade.

Então, segundo a teoria freudiana, se alguma atividade não agrada, ou se o indivíduo executando essa atividade, não sente bem-estar físico ou mental naturalmente, instintivamente irá recusá-la, rejeitá-la, uma vez que não atende a sua sexualidade. No caso da Matemática,



poucas são as pessoas que afirmam ter aptidão, ou não tenham tido alguma experiência desagradável com esta disciplina, inclusive profissionais bem-sucedidos em suas respectivas áreas, por exemplo: médicos, administradores entre outros.

4 – Considerações finais

A presente pesquisa buscou realizar um panorama sobre o ensino de inscrição de sólidos a alunos do ensino médio em uma escola da rede pública estadual de ensino. A amostra utilizada foi restringida a 100 discentes para melhor desenvolvimento da pesquisa e a possibilidade de realizá-la em um tempo hábil, sem prejudicar a sua continuidade em um momento futuro.

Com a análise dos resultados obtidos, é possível verificar que o grupo de alunos que se submeteu a pesquisa, possuem dificuldades nos conteúdos matemáticos investigados. Foi possível mensurar o grau de dificuldade apresentado pelos alunos com a aplicação de questões referentes a inscrição de sólidos.

Com os resultados obtidos podemos propor em face das dificuldades apresentadas pelos discentes, à elaboração de um ou mais produtos educativos, visando auxiliar o docente no desenvolvimento de suas atividades no ambiente escolar, que poderá contribuir significativamente para a qualidade das aulas de inscrição de sólidos na referida instituição de ensino.

Optar-se-á pela sequência didática, que de acordo com Araújo (2013), foi utilizada anteriormente no contexto de aprendizagem de língua escrita com os trabalhos desenvolvidos por DOLZ *et al* (2004) cujas investigações tinha como foco a relação entre linguagem, interação e sociedade.

Zabala (1998) usa o termo “*Sequências Didáticas*” como sendo “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (p.18).



5 – REFERÊNCIAS

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo, ano III, nº 4, p. 3–13, 1º semestre 1995.

PIROLA, N. A. **Solução de Problemas Geométricos: Dificuldades Perspectivas**. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, 2003. Dissertação de Mestrado.

Perez, G. (1991). **Pressupostos e reflexões teóricos e metodológicos da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares**. 1991. 298 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

Pavanello, R. M. & Andrade, R. Nozaki G. (2002). **Formar professores para ensinar Geometria: um desafio para as licenciaturas em matemática**. Educação Matemática em Revista. São Paulo, a. 9, n. 11ª, edição especial.

BRZEZINSKI, I. A formação e a carreira de profissionais da educação na LDB 9394/96: possibilidade e perplexidades. In: _____. (Org.). **LDB Interpretada: diversos olhares se entrecruzam**. São Paulo: Cortez, 2001, p. 147-165.

CAMILO, Camila. **Base Nacional Comum Curricular: O que é isso?** Revista Nova Escola. Ano 29. Nº 275. Editora Abril. 2014.

<https://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/cerca-de-28-dos-alunos-do-ensino-medio-tem-idade-acima-do-adequado-22845522#ixzz5Qd5f9LHk>. Acesso em 05 de setembro de 2018.

<https://educacao.estadao.com.br/noticias/geral,mais-da-metade-dos-alunos-de-14-a-17-anos-tem-nota-insuficiente-em-portugues-e-matematica,70002479531>. Acesso em 05 de setembro de 2018.

https://ww2.ibge.gov.br/home/estatistica/pesquisas/pesquisa_resultados.php?id_pesquisa=40. Acesso em 12 de setembro de 2018

MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna**. São Paulo: Cortez, 1995.

CROWLEY, Michel. **O Modelo de Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico**. São Paulo: Editora Atual, 1991.

CAMARGO, W. F. **Avaliação da aprendizagem no ensino fundamental**. 101 fls. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Pedagogia). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

<http://neurociencianamatematica.blogspot.com/2014/11/funcao-cognitiva-visao-espacial.html>. Acesso em 10 de setembro de 2018.



<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em 9 de setembro de 2018.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. v. 2, Belo Horizonte: 2001.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Filosofia da Educação**. 14. Ed. São Paulo: Cortez, 1994.

Campos, Dinah Martins de Souza. **Psicologia da adolescência**. Rio de Janeiro: Vozes, 1996.

DOLZ, Joaquim; SCHNEUWLY, Bernard. Gêneros e progressão em expressão oral e escrita elementos para reflexões sobre uma experiência suíça (francófona). In: SCHNEUWLY, Bernard; DOLZ, Joaquim e col. **Gêneros orais e escritos na escola**. Tradução e organização de Roxane H. R. Rojo e Gláís S. Cordeiro. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2004.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.



PRODUZINDO SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A APRENDIZAGEM SOBRE A RELAÇÃO DE EULER NO ENSINO DA GEOMETRIA

Danilo Nunes Esteves

Universidade do Estado do Pará

danilo.n16@gmail.com

David Manoel Cunha de Moraes

Universidade do Estado do Pará

lmatdavi@gmail.com

Resumo

O assunto de geometria é um ramo da Matemática que se preocupa com questões de forma, tamanho e posição relativa de figuras e propriedades de espaço, porém é considerada muito difícil pelos seus conceitos geométricos. Os poliedros ou sólidos geométricos são figuras especiais da geometria que possui suas particularidades tendo como exemplo os poliedros de Platão que possuem faces iguais e a relação de Euler. Para que nós possamos entender o assunto requer conhecimentos prévios dos alunos a essas figuras, conceituando vértice, arestas e faces para dar suporte à resolução de problemas. Contudo o ensino aprendizagem para esse assunto vem sofrendo com os métodos de ensino que se restringe a fórmulas e equações, deixando os conceitos básicos e a percepção do espectador, numa mera abstração, todavia, com a ajuda das sequências didáticas os docentes conseguem investigar o objeto de estudo e os conceitos prévios para que possa ensinar tendo como consequência o aprendizado do aluno.

Palavra Chave: Geometria. Poliedros. Sequências didáticas.

Introdução

A geometria é uma área da matemática que pode ser aplicável a diversas situações do cotidiano, ela se diferencia de outras áreas da matemática no sentido de ser mais intuitiva, pois, com a visualização das representações de entes geométricos o aluno pode inferir regularidades que proporciona uma melhor apreensão de conceitos, de propriedades, de definições, e de teoremas por exemplo.



Considerada como ciência do espaço e das formas a Geometria exerce um papel importante na construção do aluno como aprendiz e como cidadão, dessa forma essa importância e necessidade se traduz em diversos documentos oficiais, como os PCN'S (Parâmetros curriculares Nacionais), os PCN+, Currículos Estaduais, e também em matrizes de referência de Programas de Avaliação de Larga escala como o SAEB, e no ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio).

A geometria é um conhecimento que pode ser trabalhado partindo primeiramente da intuição, de fazer relação de um objeto geométrico com situações da vida do aluno, e posteriormente sua formalização, no entanto, ainda assim, muitas vezes, a Geometria é trabalhada seguindo a sequência: definição, exemplos, exercícios, o que gera uma aprendizagem mecanizada, algorítmica, dessa forma se faz necessário que o professor conheça metodologias que permitem proporciona aulas diferentes, mais atrativas aos alunos, seja utilizando a história, materiais manipuláveis (para fazer os alunos perceberem as formas no espaço), uso de laboratórios de informática, e de Sequencias Didáticas.

Escolhemos a Sequência Didática como metodologia para criar uma proposta de atividade com a intenção de fazer os alunos redescobrirem o Teorema de Euler, nossa proposta segue o modelo proposto por Freitas Cabral (2017), em seu livro.

Revisão dos Estudos

Para que possamos entender um pouco sobre a complexidade da relação de Euler, primeiramente, precisamos entender o que é um Poliedro e seus conceitos relacionados a vértices, arestas e faces.

O poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos planos chamados faces onde cada lado de um desses polígonos é também lado de um, e apenas outro polígono, a interseção de duas faces quaisquer ou é um lado comum, ou é um vértice, ou é vazia, cada lado de um polígono, comum a exatamente duas faces, é chamado uma aresta do poliedro e cada vértice de uma face é um vértice do poliedro, é sempre possível ir de um ponto de uma face



de um ponto de qualquer outra, sem passar por nenhum vértice (ou seja, cruzando apenas arestas).

Dado um poliedro I , denotaremos o número de faces de n -lados por F_n , onde $n \geq 3$. Assim;

$$F = F_3 + F_4 + \dots + F_n$$

O número de vértices sobre os quais incidem n arestas denotamos por A_n ; daí,

$$A = A_3 + A_4 + \dots + A_n$$

Um poliedro P é um S -poliedro se existe uma esfera $S_R(P)$ em uma função $f = P \rightarrow S_r(P)$ que seja bijetora e contínua.

O que significa a função $f = P \rightarrow S_r(P)$ ser contínua? Para definirmos o conceito de continuidade necessitamos de técnicas que vão além do conteúdo apresentado, por isso não definiremos. No entanto, em todo poliedro convexo que admite uma esfera no seu interior podemos definir uma função $f = P \rightarrow S_r(P)$ contínua da seguinte maneira: seja O o centro da esfera e P um ponto sobre o poliedro; seja P' o ponto de interseção da reta OP com a esfera R . Ao definirmos $f(P) = P'$ obtemos uma função contínua. Observamos que os poliedros platônicos e os arquimedianos admitem uma esfera inscrita sobre a qual podemos projetar os poliedros para obter uma função contínua e bijetora. Os únicos sólidos, dentre os apresentados, que não são S -poliedros são os monstros. Uma característica importante dos S -poliedros é que cada aresta é a interseção de duas faces. Assim, ao nos restringirmos a classe dos S -poliedros podemos obter uma relação entre A e F contando o número de arestas em cada classe de polígonos: os triângulos tem 3 arestas, os quadriláteros, os pentágonos e os n -ágonos n . Como num S -poliedro cada aresta é a interseção de duas faces segue que:

$$2A = 3F_3 + 4F_4 + 5F_5 + \dots + nF_n$$

Podemos fazer o mesmo ao contarmos os vértices, pois cada vértice pertence exatamente a uma aresta;

$$2A = 3V_3 + 4V_4 + 5V_5 + \dots + nV_n$$

Decorre do processo de contagem acima que valem as seguintes desigualdades para um S - poliedro;

$$2A = 3(F_3 + F_4 + F_5 + \dots + F_n) + F_4 + 2F_5 + 3F_6 + \dots + (n - 3); F_n \geq 3F$$

As demonstrações de ambas são idênticas e bastante simples. No caso,

$$2A = 3(F_3 + F_4 + F_5 + \dots + F_n) + F_4 + 2F_5 + 3F_6 + \dots + (n - 3); F_n \geq 3F$$

A igualdade $2A = 3F$ ocorre se, e somente se, $F_4 = F_5 = \dots = F_n$, ou seja, se o poliedro tiver apenas faces triangulares. Se as faces forem todas de n-lados segue que $2A = nV$. Alguns exemplos de uniões de polígonos planos que não definem um poliedro são ilustrados na figura 01;

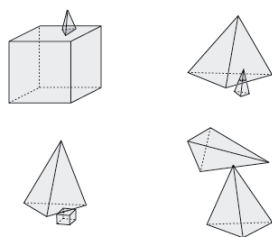


Figura 01- Demonstração de figuras geométricas que não são poliedros

Os polígonos que formam um poliedro são as faces do poliedro, os segmentos na interseção de duas faces são as arestas do poliedro e os pontos na interseção de duas arestas são os vértices do poliedro. Assim, associado a um poliedro P no espaço R^3 temos os seguintes conjuntos;

$$V_P = \{V \in R^3 | V \text{ é vertice de } p\}$$



$$A_p = \{A \in R^3 | A \text{ é aresta de } p\}$$

$$F_p = \{F \in R^3 | F \text{ é face de } p\}$$

As demonstrações estabelecidas por Lima ET al. (2006, p. 235-238), demonstra o caso da relação de Euler para poliedros convexos, pois, generalizando, segue o mesmo princípio para todos os polígonos.

Dado um poliedro convexo P com F faces, V vértices e A arestas, é válida a relação:

$$V - A + F = 2$$

Sequência Didática

Primeiramente iniciamos entendendo um pouco sobre o que seria essa sequência, sequências de ensino/aprendizagem ou didáticas, são atividades que seguem uma ordem (sequência), para Zabala (1998) “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos” ainda para esse autor o primeiro elemento que identifica um método é um tipo de ordem que se propõe as atividades, então, segundo aquele autor pode-se fazer uma primeira classificação entre métodos, ou seja, de sequências didáticas, elas podem ser expositivas, ou manipulativas, por recepção ou redescoberta, intuitivas ou dedutivas, etc. As atividades articuladas, ou seja, atividades encadeadas em uma ordem lógica constituem as unidades didáticas, as sequências de ensino possibilitam uma forma diferenciada de ensinar, o que pode contribuir para uma melhor aprendizagem, pois envolvem os alunos em seus processos de aprendizagem, dessa forma, o parcelamento da prática educativa, ou seja, se utilizar de diversos componentes no ensino incide de forma positiva nos processos educativos, no entanto, é preciso definir o tipo de relação que se estabelece na sala de aula entre professor/aluno e entre aluno/aluno, dessa forma Zabala (1998) afirma que essas



relações são fundamentais na configuração do clima de convivência e, por conseguinte, de aprendizagem.

Agora destacaremos um pouco da importância das sequências didáticas para o ensino de matemática, as sequências de ensino são uma forma diferenciada de ensinar, na medida em que se afasta daquela “aula tradicional” (exposição de conteúdos em quadro), pois, envolve os alunos em atividades que são mais atrativas e dinâmicas, o que possibilita o envolvimento dos alunos nas atividades e, por conseguinte, em seu processo de aprendizagem.

Dessa forma, as sequências de ensino, pode ser um instrumento que auxilia o professor o ato-processo de ensinar, pois, a Matemática em uma forma geral é vista como uma disciplina difícil, quase impossível de ser compreendida por alguns, então, se utilizar de ferramentas, que auxiliem o professor na sua prática pedagógica, no sentido de tentar mudar a visão dos alunos a respeito da matemática, ou seja, que sim, a matemática pode ser compreendida, o que só é possível, despertando nos alunos, a curiosidade, uma atitude investigativa, envolver de fato o aluno no processo de aprendizagem, então, se utilizar de sequências didáticas como metodologia alternativa pode gerar resultados positivos em sala de aula, pois, as sequências de ensino têm como característica proporcionar o envolvimento do aluno.

A UARC é um modelo proposto por Freitas Cabral (2017), que possa servir como referência para produzir sequências didáticas com o objetivo ensinar conteúdos de Matemática, nos níveis Fundamental e Médio. A ideia de conceber a UARC surgiu a partir das discussões desenvolvidas no laboratório de ensino de Matemática da Universidade da Amazônia (Unama) e ação integrada com atividades relacionadas à disciplina de Estágio Supervisionado III da Unama.

A concepção da UARC segundo Freitas Cabral (2017), fundamenta-se numa analogia da reconstrução conceitual de um objeto matemático, com o procedimento para se determinar a medida da área de uma superfície a partir de uma unidade adotada, então para medir a área pretendida, poderíamos ir colocando peças de área igual a da unidade escolhida até revestir toda a superfície que se queria medir, a soma das áreas de todas as peças é igual à área daquela superfície. A UARC é dividida em UARC-1, UARC-2, UARC-3 e assim sucessivamente. A



UARC-1 é a primeira escolha que o professor (como se fosse a primeira peça a ser colocada), a partir dessa escolha o professor terá sua segunda escolha condicionada e dessa forma uma terceira escolha, uma quarta, etc., todas relacionadas com a primeira, essas outras escolhas, são as demais unidades articuladas que juntas formam a concepção de UARC.

No modelo proposto para a criação de sequencias didáticas cria seis categorias estruturantes do texto que materializa uma sequencia didática, são elas: Intervenção Inicial (I_i), Intervenção Reflexiva (I_r), Intervenção Exploratória (I_e), Intervenção Formalizante (I_f), Intervenção Avaliativa Restritiva (I_{ar}) e a Intervenção Avaliativa Aplicativa (I_{aa}). Segue o significado ou como funcionam essas intervenções:

Intervenção Inicial (I_i): É a primeira escolha do jogo de ideias na esfera do discurso dialógico-didático que serve aporte para que o professor, em regime de colaboração diretiva, estimule o aluno a perceber de maneira empírico-intuitiva as regularidades funcionais de um conceito e explorando dentro de um contexto definindo assim alguma verdade do pensamento matemático, salvaguardando os devidos arranjos exigidos pelas transposições didáticas necessárias;

Intervenção Reflexiva (I_r): Sempre se materializa por meio de um questionamento. Esse questionamento se refere a um ou mais aspectos relacionados ao conceito objeto de reconstrução;

Intervenção Exploratória (I_e): Tem como objetivo aprofundar o olhar do aluno a respeito das respostas obtidas através das obtidas a partir das intervenções Reflexivas (I_r);

Intervenção Formalizante (I_f): Tem como objetivo a formalização das ideias “redescobertas”;

Intervenção Avaliativa Restritiva (I_{ar}): Tem como objetivo estabelecer um primeiro parâmetro de aferição de aprendizagem do conceito objeto de reconstrução;

Intervenção Avaliativa Aplicativa (I_{aa}): Tem como objetivo a resolução de problemas de aplicação do objeto em reconstrução.

Assim, utilizando essas seis categorias estruturantes, o modelo proposto das UARC toma forma, com as seis intervenções, Freitas Cabral (2017), propõe um modelo que possa servir com referência na criação de sequências didáticas em Matemática.

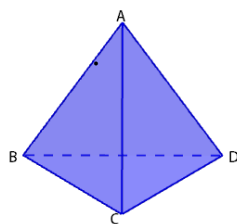
Produção Da Sequência Didática Para O Ensino Da Relação De Euler

Título: Redescobrimo a Relação de Euler.

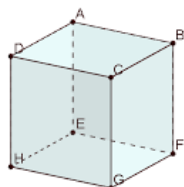
[Ii] - Observe as figuras tridimensionais a seguir e complete a linha pontilhada a partir das suas observações.

MODELO

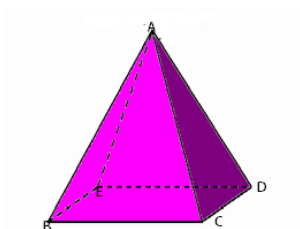
DESCRIÇÃO



A figura ao lado tem números de vértices iguais a 4, número de arestas igual a 6 e número de faces igual a 4.



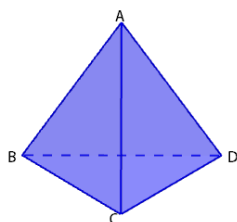
A figura ao lado tem números de vértices iguais a ---, número de arestas igual a --- e números de faces iguais a ---.



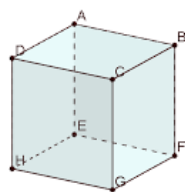
A figura ao lado tem números de vértices iguais a ---, número de arestas igual a --- e números de faces iguais a ---.

[Ii] - As figuras tridimensionais (espaciais) que você observou no item anterior, são denominadas de poliedros convexos, cada poliedro é formado pela reunião de número finito de regiões poligonais (faces), cada lado dessa região poligonal é lado de uma única região poligonal. A interseção de duas dessas regiões ou é um lado comum, ou é um vértice ou é vazia (não são “vizinhas”).

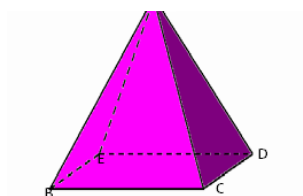
[Ie]- A partir das suas observações no item anterior, destaque os vértices, arestas e faces, conforme o modelo.



Vértices	A, B, C e D
Arestas	AB, AC, AD, CB, CD, e DB
Faces	ABC, ACD, ABD, e BCD.



Vértices	
Arestas	
Faces	



Vértices	
Arestas	
Faces	

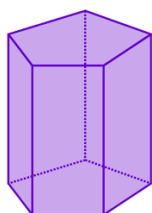
[I_r] - O número de vértices tem relação direta com o número de arestas e faces? Se sim, justifique sua resposta.

R: _____

[I_r] - O encontro de duas ou mais arestas determina o que em uma figura tridimensional?

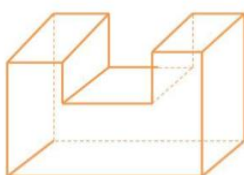
R: _____

[I_e] - A partir das figuras abaixo, responda as perguntas ao lado de cada uma delas.



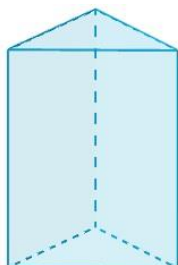
Qual o número de vértices? De arestas? E de faces?

R: _____



Qual o número de vértices? De arestas? E de faces?

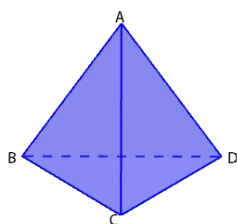
R: _____



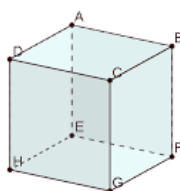
Qual o número de vértices? De arestas? E de faces?

R: _____

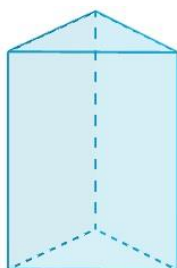
[Ie] - Preencha cada tabela conforme o observado nas figuras abaixo:



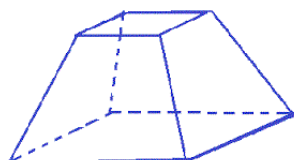
Vértice + Faces (V+F)	Arestas (A)



Vértice + Faces (V+F)	Arestas (A)



Vértice + Faces (V+F)	Arestas (A)



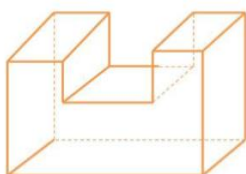
Vértice + Faces (V+F)	Arestas (A)



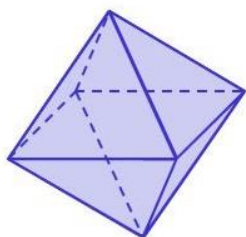
[I_r] - Com base no item anterior, onde você preencheu a soma dos vértices e faces daquelas figuras e preencheu a aresta, é possível comparar esses dois valores, ou seja, $V+F$ e A ? Se sim, justifique sua resposta.

R: _____

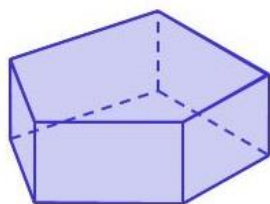
[I_e] - Com base em suas observações, preencha a tabela ao lado de cada figura.



$V+F$	$A+2$



$V+F$	$A+2$



$V+F$	$A+2$

[I_r] - Com base no item anterior, onde você preencheu a tabela com $V+F$ e $A+2$ para cada caso, o que você observou?

R: _____

[I_e] - Utilizando $V+F$ e $A+2$ como termos de uma equação, no qual, $V+F$ é o primeiro termo e $A+2$ é o segundo termo, reescreva essa igualdade de forma que as incógnitas estejam no mesmo termo.

R: _____



[I_f]- A relação onde você reescreveu a igualdade $V+F=A+2$, obtendo $V+F-A=2$, ou reorganizando as parcelas do primeiro membro $V-A+F=2$ é chamada de relação de Euler, um matemático suíço que descobriu essa relação, onde V, A, e F são respectivamente vértices, arestas e faces de um poliedro convexo e 2 é uma constante. Essa relação pode ou não ser verdadeira para poliedros não convexos (côncavos).

[I_{Ar}]- Sabendo que um poliedro convexo têm 20 arestas e que o número de faces é a mesma que o número de vértices. Quantas faces têm esse poliedro?

R: _____

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização deste trabalho, percebemos quanto os alunos precisam entender de geometria para montarmos uma sequência de conhecimento analisando os assuntos prévios para que possamos levar o aluno ao conhecimento desejado.

Os aspectos criativos da resolução de problemas revela o caráter artístico da matemática – seu aspecto mais fundamental e menos considerado no ensino, embora no contexto pedagógico apareça na forma de abordagens lúdicas.

As sequencias didáticas são meios para facilitar o ensino aprendizagem do aluno quanto aos conceitos matemáticos primitivos, a fim de ajudar a fixação do conhecimento e o construtivismo do conhecimento. Para que esse recurso tenha efeito, o uso das regras básicas são essenciais, pois assim podemos confrontar o conhecimento prévio do aluno até o assunto a ser estudado, possibilitando corrigi-lo para que consiga fixar o conhecimento novo.

“A Proposição de uma sequência didática para o ensino de um determinado conceito matemático requer, portanto, a consideração cuidadosa dos obstáculos epistemológicos a vencer, da negociação com o professor e dos contratos a conservar, reforçar e principalmente introduzir”. (Falcão,2008).



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZAMBUJA FILHO, Z. **Demonstração do Teorema de Euler para poliedros convexos.** *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, nº 3, p. 15-17, 1983.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental**/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

FANTI, E. L. C., **O Teorema de Euler para poliedros.** Notas da palestra apresentada na Hora da Matemática – UNESP- IBILCE – Lab. Matemática, 2011.

FREITAS CABRAL, Natanael. Sequências didáticas: estrutura e elaboração. 1ª. Edição. Ed. Belém: SBEM-PA, 2017. 104 p.

PIROLA, N. A. QUINTILIANO, L.C. PRONÇA, M.C. **Estudo sobre o desempenho de alunos no ensino médio em tarefas envolvendo conceitos de polígonos e poliedros.** In: Seminário internacional de pesquisa em educação matemática. São Paulo: SBEM, 2003.

SANTOS. E, **Teorema de Euler: Um Estudo Com Auxílio de Materiais Concretos e Tecnologias**, Universidade Estadual Do Norte Fluminense – UENF, Campos Dos Goytacazes - RJ, Junho De 2014-p 38.

ZABALA, A. **A Prática Educacional: como ensinar**, Porto Alegre, 2003.



REFLEXÕES SOBRE A EXPLORAÇÃO DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL COM SMARTPHONE NA INICIAÇÃO CIENTÍFICA

Franço Willy de Souza Nascimento

Universidade Federal do Pará (UFPA), Salinópolis/PA

wiill.nascimento012@gmail.com

Profa. Dra. Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria

Universidade Federal do Pará (UFPA), Salinópolis/PA

rejanefaria@ufpa.br

Resumo: Este artigo tem como objetivo apresentar os resultados iniciais da Iniciação Científica em andamento, que está sendo desenvolvida no âmbito do projeto de pesquisa “RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: desenvolvimento e exploração de atividades nos anos finais do Ensino Fundamental vinculado ao Programa de apoio ao doutor pesquisador da UFPA. Tais resultados são oriundos de atividades de desenvolvimento e exploração do Raciocínio Proporcional adaptadas para serem realizadas no aplicativo do GeoGebra para celulares no âmbito da Iniciação Científica aqui relatada. A pesquisa realizada é de cunho qualitativo, pois busca uma análise coerente dos dados e uma relação intensa com o objetivo, se preocupando em dar sentido, compreender e interpretar um fenômeno particular. Tivemos encontros semanais para a discussão dessas atividades na busca de desenvolver essas atividades de forma simplificada, coerente e clara, de modo a torná-la factível para que seja desenvolvida com o aplicativo do GeoGebra para smartphones na perspectiva das Tecnologias Digitais. Na fase atual do projeto, um dos resultados que nosso trabalho apresenta são atividades de desenvolvimento e exploração do raciocínio proporcional para o aplicativo do GeoGebra para smartphones. Outro resultado da nossa pesquisa foi a criação do GeoGebraBook, que foi desenvolvido com o intuito de que os recursos do GeoGebra fossem utilizados de forma intradisciplinar, em relação aos assuntos inerentes ao Raciocínio Proporcional.

Palavras-chave: Raciocínio Proporcional. Tecnologias Digitais. Anos Finais do Ensino Fundamental. Educação Matemática. Iniciação Científica.

Introdução

A ideia de um projeto de Iniciação científica voltado ao uso de smartphones no ensino de Matemática na Educação Básica surgiu do interesse do primeiro autor deste trabalho, atrelado aos interesses de pesquisa da professora orientadora, segunda autora deste trabalho, que investiga e trabalha com Tecnologias Digitais e Educação Matemática. Nesse cenário, a



Iniciação Científica foi desenvolvida no âmbito do projeto de pesquisa “RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: Desenvolvimento e exploração de atividades nos anos finais do Ensino Fundamental”, edital 05/2017 – Programa de Apoio ao Doutor Pesquisador (PRODOUTOR) da Universidade Federal do Pará (vigente de agosto de 2017 a julho de 2018).

Nesse contexto, este artigo tem como objetivo apresentar os resultados da Iniciação Científica supracitada, por meio da apresentação das atividades de desenvolvimento e exploração do Raciocínio Proporcional que foram inicialmente propostas em Faria (2016) e foram adaptadas para serem realizadas no aplicativo do GeoGebra para celulares no âmbito da Iniciação Científica aqui relatada. Em paralelo às adaptações dessas atividades para smartphones, uma aluna do Ensino Médio, da Escola Estadual Dom Bosco, localizada no município de Salinópolis-PA, integrou o projeto de pesquisa com o plano de trabalho “Integração entre alunos de Iniciação Científica do Ensino Médio e da Graduação em prol do Raciocínio Proporcional”. Nesse sentido, a Iniciação Científica têm contribuído para o aprimoramento da formação acadêmica ampliando o horizonte da minha formação ao promover a familiarização com a pesquisa e com aplicativos dinâmicos de Matemática e para minha preparação para prosseguir nas pesquisas acadêmicas e na futura ação como professor da Educação Básica.

As atividades que adaptamos “estão focadas no desenvolvimento e exploração do Raciocínio Proporcional e foram pensadas para que, por meio do GeoGebra, as propriedades aritméticas, geométricas e algébricas fossem exploradas de forma concomitante” (FARIA, MALTEMPI, 2017, p. 179). Cabe esclarecer que o Raciocínio Proporcional pode ser entendido como:

[...] a capacidade de raciocinar, estabelecendo uma relação entre duas ou mais grandezas em termos relativos, mobilizando para tal raciocínio a habilidade de analisar qualitativamente situações, estabelecer relações, julgar com equidade e distinguir circunstâncias proporcionais das não proporcionais (FARIA, 2016, p. 49).

Na perspectiva do Raciocínio Proporcional, essa pesquisa atua em duas frentes. Uma delas é na minha formação como futuro professor de Matemática e, ao mesmo tempo, no



desenvolvimento e exploração do meu Raciocínio Proporcional. Dessa forma, este trabalho mostra como a iniciação científica na minha formação inicial como professor está sendo de grande valia no que tange participar e conhecer uma didática pautada no desenvolvimento do raciocínio, e não na memorização de regras e técnicas. Essa forma de aprendizagem sobre a docência tem aberto um vasto campo de conhecimento no processo de ensino e de aprendizagem no que tange as temáticas relacionadas com o Raciocínio Proporcional para Matemática Escolar com uso das tecnologias digitais. Esta experiência rompe barreiras, indo além das paredes da sala de aula, visto que,

[...] as Tecnologias Digitais ampliam as possibilidades de um ensino, ao mesmo tempo, mais conceitual, relacional e prático, precisamos caminhar no sentido de conceber a sala de aula como um espaço de experiência e sentidos, um local de encontros, capaz de acolher o aluno real, sujeito da experiência, em contraponto ao ser racional, ativo determinado, responsável pelo seu aprendizado que parece ser a concepção de aluno por trás do modelo tradicional de aula. (MALTEMPI; MENDES, 2015, p. 95).

Nossa experiência com as interações semanais com a aluna de Iniciação Científica do Ensino Médio tem me levado a perceber que, realizar as atividades com os alunos da Educação Básica, podem tornar a sala de aula de Matemática mais dinâmica e atrativa, afinal estaremos usando um meio tecnológico muito presente no cotidiano de jovens e adolescentes. Segundo Macêdo *et al.* (2017) o aplicativo GeoGebra para smartphones é importante na aprendizagem dos alunos, devido às propriedades do aplicativo que permitem uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos abordados, despertam a curiosidade e o interesse pela Matemática, cooperam com a produção do conhecimento, além de terem uma boa aceitação pelos alunos. Por essas propriedades que colaboram para a aprendizagem de Matemática, afirmamos que ele propicia o desenvolvimento do raciocínio, o que vai de encontro com o atual modelo pautado na exploração de fórmulas e técnicas que são decoradas e reproduzidas em um sistema de avaliação com provas.

Assim, buscamos mostrar o potencial dessas atividades no aplicativo GeoGebra para o desenvolvimento do Raciocínio Proporcional dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, que poderão chegar ao Ensino Médio mais amadurecidos no que tange ao conhecimento matemático dos temas vinculados, direta ou indiretamente, ao Raciocínio



Proporcional. As atividades apresentam ainda potencial para trabalhar para que os alunos tenham uma capacidade de concentração maior, visando não somente a aprendizagem escolar, mas também sua postura em atitudes no cotidiano fora da escola, o que inclui sua comunidade, seu círculo de amizade e familiar.

Embora seja “possível perceber que as produções envolvendo esse recurso, como mediador no ensino, é um ramo que ainda está começando a ser explorado” (ROMANELLO, 2016, p. 31), o que tem implicado em ainda existirem poucas pesquisas envolvendo o uso dos celulares em sala de aula, acreditamos que o futuro das pesquisas a serem desenvolvidas relacionando temas matemáticos com os smartphones é promissor.

A repercussão de seminários e trabalhos científicos em prol da introdução dos smartphones nas salas de aula como aliado à Educação Matemática tem motivado o desenvolvimento de investigações como essa. Segundo Romanello (2016, p. 31), “observa-se que pesquisas envolvendo o uso das tecnologias no ensino, em particular no ensino de Matemática, são recorrentes na comunidade dos educadores”, assim, temos indicativo de que é uma questão de tempo para que pesquisas surjam quanto ao uso específico da tecnologia smartphones nas salas de aula. Essa afirmação inclui que, as pesquisas de Educação Matemática já realizadas para serem desenvolvidas com outras tecnologias digitais, necessitam de adaptações para realização com aplicativos matemáticos para smartphones, para acompanhar essa grande popularização que os dispositivos móveis estão gerando na atualidade.

Dessa forma, inserir o uso dos smartphones em sala de aula, é de grande relevância visto que o trabalho com as mais diversas tecnologias é uma tendência que, há mais de 20 anos, vem debatendo essa realidade na educação devido ao fato da pouca exploração das tecnologias na sala de aula (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015).

Por reconhecer que as tecnologias digitais, em especial os smartphones, são usadas para as mais diversas tarefas e estão presentes no cotidiano cada vez mais, entendemos que devemos usufruir desse dinamismo que eles proporcionam dentro das salas de aulas. Uma das formas que apontamos para isso é o uso do GeoGebra no ensino de Matemática.



Metodologia

A pesquisa realizada aqui relatada é de cunho qualitativo, pois busca uma análise coerente dos dados e uma relação intensa com o objetivo, se preocupando em dar sentido, compreender e interpretar um fenômeno particular (ALVES-MAZZOTTI, 2004). Bicudo (2006) afirma que a metodologia qualitativa é assim denominada por englobar a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões, tendo ainda lhe sido imputado o significado de abranger noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências. Corroborando essa ideia, Goldemberg (1999) diz que a preocupação do pesquisador que atua na perspectiva qualitativa é em buscar aprofundamento na compreensão do fenômeno, e não com sua representatividade numérica.

Nesse sentido, a Iniciação Científica realizada no âmbito do projeto de pesquisa “RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: Desenvolvimento e exploração de atividades nos anos finais do Ensino Fundamental” atuou na adaptação das atividades desenvolvidas em Faria (2016). No decorrer do projeto de Iniciação Científica, iniciado em agosto de 2017 e ainda vigente, tivemos encontros semanais para a discussão dessas atividades, em conjunto com a estudante de Iniciação Científica do Ensino Médio na busca de desenvolver essas atividades de forma simplificada, coerente e clara, de modo a torná-la factível para que seja desenvolvida com o aplicativo do GeoGebra para smartphones na perspectiva das Tecnologias Digitais. As atividades foram adaptadas em uma linguagem simples em consonância com a linguagem esperada para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.

Mas antes de começarmos a discutir essas atividades no GeoGebra para posteriormente adaptá-las, houve uma etapa de preparação para podermos trabalhar com essas atividades de Raciocínio Proporcional, pois também tivemos dificuldades em entender algumas temáticas. Na minha formação escolar na Educação Básica fui ensinado a realizar procedimentos e desenvolver formulas matemáticas, que deu lugar secundário as práticas voltadas ao raciocínio. Lembro que durante meus estudos nos anos finais do Ensino Fundamental tive muito conteúdo e pouca interação com os assuntos ministrados. Por esse motivo, foi necessário revisarmos alguns assuntos como Porcentagem, Razão e Proporção, Grandezas Proporcionais, bem como



aprender a diferença entre estruturas aditivas e multiplicativas, pensamento quantitativo e qualitativo, dentre outras temáticas, para que houvesse melhor entendimento e fluidez dos assuntos que foram trabalhados nas atividades.

Neste processo, articulamos encontros semanais nos quais debatemos qual seria a melhor forma de usar as atividades, qual seria a melhor linguagem para podermos adaptá-las de uma forma que ficasse apropriada para realização, tanto para os futuros alunos, quanto para os professores que virão a ministrar as atividades propostas usando os smartphones como aliados para o ensino de Matemática e para a construção do conhecimento matemático.

Ao longo dos encontros, fizemos várias adaptações na versão original das atividades que foram elaboradas para serem realizadas no computador. No início do processo, as atividades estavam, como disponibilizadas em Faria (2016), no formato para o programa do GeoGebra para computador. Na versão da atividade para os smartphones, adaptações foram realizadas, para que elas estivessem adequadas para uso dos professores e alunos.

Concomitantemente ao período de adequação das atividades, elaboramos o GeoGebraBook intitulado “DESENVOLVENDO E EXPLORANDO O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL” onde está disponibilizado as atividades, construções do GeoGebra e roteiros dessas construções elaboradas em Faria (2016).

Desenvolvimento

O GeoGebra é um software de Matemática dinâmico disponível em várias plataformas gratuitas, que não necessita estar conectado à internet para seu funcionamento, podendo trabalhar com aritmética, geometria e álgebra de modo que as desvantagens de cada forma representativa sejam supridas pelas vantagens das outras, dessa forma, disponibilizando várias ferramentas para trabalhar com vários tipos de atividades e com vários níveis de escolaridade. Além disso, sua interface bem simples e ferramentas de fácil manuseio despertam o interesse do usuário. Assim consideramos o GeoGebra

[...]um software apropriado, pois nele há a possibilidade de fazer análises Matemáticas, as quais permitem que surjam descobertas de caráter matemático e que elas sejam representadas em suas vertentes aritmética,



algébrica e geométrica em suas janelas de álgebra e de visualização, planilhas e calculadoras. (FARIA *et al.*, 2015, p. 2).

Ao longo dos encontros da Iniciação Científica percebemos que é de grande valia trabalhar simultaneamente com aritmética, geometria e álgebra em atividades intradisciplinares, para explorar e desenvolver o Raciocínio Proporcional dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental usando o GeoGebra, pela sua facilidade de manuseio e disponibilidade, abrangendo mais usuários. Segundo Borba e Lacerda (2015, p. 501) “O celular já faz parte da realidade de muitos dos alunos das escolas brasileiras”.

Os smartphones estão presentes no cotidiano e, a cada dia que passa, as pessoas utilizam mais seus aparelhos celulares, segundo Romanello (2016, p. 31) “O smartphone, é um dispositivo móvel com grande popularidade na atualidade” utilizado para muito além de ligações, como para se comunicar via mensagens e vídeo conferência online, fazer conversões bancárias, fotografar, entre outros, tudo por meio de algum aplicativo do próprio aparelho ou baixado pelas plataformas disponíveis em cada sistema operacional.

Assim como afirma Borba e Lacerda (2015, p. 499) “é comum encontrar pessoas trocando mensagens, acessando páginas de bancos, ouvindo músicas, e falando ao celular nos mais corriqueiros lugares como em fila de supermercado, nos bancos das praças e até mesmo nas salas de aula”, afinal o dinamismo que os smartphones trazem faz com que seja popularizado em massa para ajudar em várias funções consideradas de suma importância para as pessoas que possuem os aparelhos móveis, logo:

O telefone celular já pode ser visto como uma extensão do nosso corpo [...], as tecnologias perpassam o humano, transformando-o. O smartphone, especificamente é uma tecnologia que passou a ser parte de diversos coletivos de seres-humanos-com-mídias. (BORBA; LACERDA, 2015, p. 499).

E o ambiente escolar não é diferente. As tecnologias digitais já invadiram as salas de aulas há muito tempo em todos os níveis acadêmicos. Muitos alunos já não copiam da lousa, preferem tirar fotografias para posteriormente usá-las para estudos, afinal,

[...] já é perceptível que o cotidiano de muitos dos alunos está permeado de tecnologias, como é o caso dos celulares, e uma forma de diminuir essa



diferença entre o seu cotidiano e o ambiente escolar é, justamente inseri-lo nas rotinas de atividades escolares. (ROMANELLO, 2016, p. 33).

Não há como fugir das inovações que as tecnologias digitais estão realizando no meio social em que vivemos, as pessoas já não se comunicam ou interagem como a cinco, dez ou quinze anos atrás. Esta frequente mudança ocorre com o avanço das tecnologias digitais e o meio acadêmico também é afetado. Nesse sentido Maltempi e Mendes (2016) afirmam que especialistas em informática na educação previram há mais de 20 anos que as tecnologias digitais mudariam a natureza da escola, bem como das salas de aula da atualidade.

A utilização de tecnologias móveis como laptops, telefones celulares ou tablets tem se popularizado consideravelmente nos últimos anos em todos os setores da sociedade. Muitos de nossos estudantes por exemplo, utilizam a internet em sala de aula a partir de seus telefones para acessar plataformas como o Google. Eles também utilizam as câmeras fotográficas ou de vídeo para registra momentos das aulas. Os usos dessas tecnologias já moldam a sala de aula, criando novas dinâmicas, e transformam a inteligência coletiva, as relações de poder (de Matemática) e as normas a serem seguidas na mesma sala de aula. (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS; 2015, p. 77).

Percebe-se que essas discussões para integrar as tecnologias digitais como um auxiliador ou facilitador da aprendizagem Matemática nas salas de aulas, já perpassa as discussões em Educação Matemática há muito tempo, pois:

[...] de maneira breve, temos, em 1967, o surgimento da calculadora de quatro operações; no final dos anos de 1960, a percepção de alguns matemáticos e educadores matemáticos de que as tecnologias informáticas poderia ter um efeito positivo no ensino de Matemática; em 1978 surge o microcomputador favorecendo sua disseminação na sociedade; em 1984 temos os primeiros sistemas com interface gráfica, muito mais acessível a usuários comuns; em 1985, a calculadora gráfica. (MALTEMPI; MENDES, 2016,p. 88).

Com essas ferramentas tecnológicas, os educadores matemáticos vêm trabalhando para desenvolver atividades e maneiras de usufruir os avanços das tecnologias digitais em sala de aula, na tentativa de fortalecer o conhecimento e atrair o aluno para o universo de querer o conhecimento matemático e desconstruir a ideia de que a Matemática é difícil. Embora inicialmente essas tecnologias não tenham sido criadas em prol da educação, “[...] todas essas foram adaptadas, utilizadas em objetos de estudo de pessoas preocupadas com o ensino e a aprendizagem Matemática” (MALTEMPI; MENDES, 2016,p. 88). Dessa forma, os avanços



tecnológicos propiciaram uma grande diversificação de práticas pedagógicas em paralelo com pesquisas em Educação Matemática, almejando inseri-las nas salas de aulas fazendo as devidas adaptações teóricas de assuntos que virão a ser ministrados nas aulas.

Nossa proposta é introduzir os smartphones nas salas de aula para desenvolver e explorar o raciocínio proporcional, contribuindo para mudanças no paradigma educacional em que nos encontramos atualmente. “As salas de aula estão necessitando de mudanças estruturais e, embora ainda não incorporadas à sua dinâmica, as tecnologias já fazem parte da realidade social em que vivemos, principalmente os smartphones” (BORBA; LACERDA, 2015,p. 499). Dessa forma, corroboramos com o pensamento de que os smartphones podem ser entendidos como instrumento de apoio ao ensino.

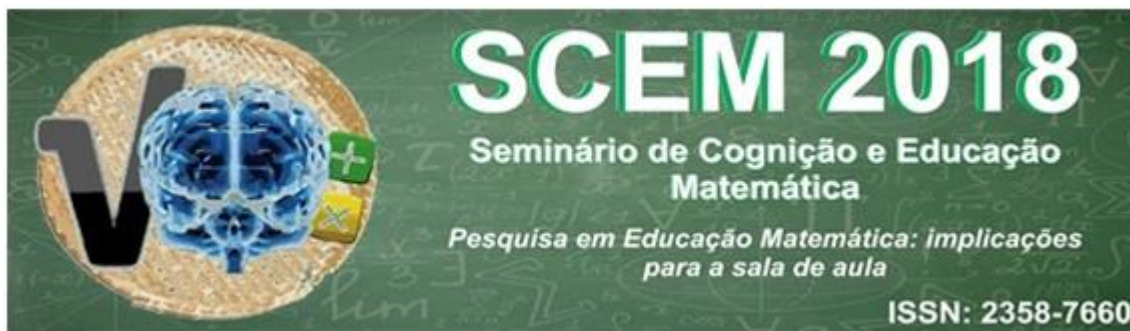
Com todos os benefícios e facilidades que as tecnologias estão oferecendo, hoje em dia, a maioria das pessoas faz muitas de suas tarefas com os celulares. E como não utilizá-los em sala de aula, já que estão tão presentes? Mas, então por que não mudar essa pergunta para: e como utilizá-los em sala de aula? Já que os celulares nos auxiliam nas tarefas do dia a dia, será que também podem contribuir como um recurso pedagógico nos processos de ensino em sala de aula? (ROMANELLO; 2016,p. 38).

Foi nesse sentido que começamos a trabalhar com atividades voltadas ao raciocínio proporcional utilizando o aplicativo GeoGebra, assim explorando e desenvolvendo a capacidade dos alunos de raciocinar proporcionalmente influenciados pela praticas das atividades que virão a ser ministradas nas salas de aula com os smartphones auxiliando-os.

Sobre as atividades

As atividades, assim como seus respectivos roteiros e construções no GeoGebra necessárias à sua realização, foram desenvolvidas no âmbito da pesquisa de doutorado de Faria (2016) que busca fomentar ainda mais a introdução dos smartphones como uma ferramenta de apoio ao ensino, com assuntos que são inerentes ao raciocínio proporcional.

A primeira atividade aborda razão e proporção e, nessas atividades, são trabalhados os conceitos de frações equivalentes, frações irredutíveis, proporcionalidade, razão, proporção, escalas métricas e representação geométrica da razão e proporção.



A segunda atividade, grandezas proporcionais, é dedicada aos gráficos das grandezas proporcionais, e não proporcionais e, para tanto, aborda a relação entre duas grandezas, função afim, constante de proporcionalidade, razão, proporção, aplicações de grandezas proporcionais, características da representação gráfica das grandezas diretas e inversamente proporcionais, bem como das não proporcionais.

Na terceira atividade a temática desenvolvida foi o teorema de Tales, e nessa atividade, ao explorar o teorema proposto, diversos assuntos matemáticos foram trabalhados, como construção de triângulos, exploração de elementos geométricos, razão, relações proporcionais, constante de proporcionalidade e aplicação do teorema de Tales.

A última atividade trata das frações equivalentes e porcentagem, essa atividade aborda temas como aproximação e arredondamento de casas decimais, frações equivalente a uma fração com denominador igual a 100, porcentagem em relação a um valor dado, valor que uma determinada porcentagem representa, aplicações da porcentagem, aumento e desconto.

As atividades mencionadas acima foram desenvolvidas, inicialmente, para serem trabalhadas com o GeoGebra em computadores (FARIA, 2016). Ao longo da Iniciação Científica, tais atividades foram adaptadas para smartphones, pois “nos dias de hoje, grande parte dos alunos que frequentam as escolas brasileiras têm acesso a tecnologias digitais, incluindo dispositivos moveis, como os smartphones” (ROMANELLO, 2016,p. 32). A realização dessas atividades em sala de aula nos smartphones, tem potencial para desenvolver a capacidade dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental de pensar proporcionalmente.

Alguns resultados

As atividades de Faria (2016), juntamente com suas construções e roteiros, foram elaboradas para serem aplicadas e trabalhadas em computadores, usando o GeoGebra, e essa foi uma das dificuldades que nós tivemos ao decorrer do projeto, pois o software GeoGebra para computador tem algumas diferenças se comparado ao aplicativo de celular. Esse fato acarretou na incompatibilidade quanto ao layout de algumas construções, e ao enunciado de



algumas questões que compõem as atividades. Por isso, adaptações foram necessárias para que seja possível trabalhar as atividades nos smartphones.

As adaptações foram feitas nos encontros semanais juntamente com a orientadora do projeto e a aluna de Iniciação Científica do Ensino Médio, com o intuito de ter uma ampla visão das atividades e das construções das mesmas. Esse processo de adaptação das atividades comprometeu um tempo considerável da Iniciação Científica, mais precisamente nove meses. Nesse período, testamos várias vezes cada construção e cada enunciado das atividades, para que as atividades ficassem exequíveis nos smartphones.

Na fase atual do projeto, as adaptações das atividades para smartphones foram concluídas e estão prontas para serem trabalhadas com os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Desse modo, um dos resultados que nosso trabalho apresenta são atividades de desenvolvimento e exploração do raciocínio proporcional para o aplicativo do GeoGebra para smartphones. Acreditamos que essas atividades podem propiciar um dinamismo considerável às aulas de Matemática e uma maior interação entre professores e alunos.

Outro resultado da nossa pesquisa foi a criação do GeoGebraBook, disponível em <https://www.geogebra.org/m/MHSqp4xU>. Ele foi desenvolvido com o intuito de que os recursos do GeoGebra fossem utilizados de forma intradisciplinar, em relação aos assuntos inerentes ao raciocínio proporcional. Esta página foi desenvolvida pela Profa. Dra. Rejane Faria, com minha colaboração, objetivando contribuir com a aprendizagem matemática com o uso das tecnologias digitais pelos professores que estão exercendo o cargo nas salas de aula, trazendo uma nova perspectiva no intuito de fomentar o interesse dos alunos pela Matemática.

Considerações finais

A sociedade está imersa nas tecnologias digitais e a tendência é que cada vez mais elas estejam presentes no dia a dia. Conforme elas vão se modernizando, o cenário social em que vivemos vai se modificando, e é claro que o ambiente escolar sofre essas mudanças também. Não se pode ignorar a presença dos smartphones nas salas de aula em vários níveis acadêmicos (MALTEMPI, MENDES, 2016).



Dessa forma, entendemos que, ao aderir as tecnologias digitais em prol da educação, em particular os smartphones, professores e alunos tornam-se atores colaborativos nos processos de ensino e de aprendizagem (ROMANELLO, 2016). Corroboramos com os pensamentos de autores já citado nesse artigo, de que os meios tecnológicos podem vir a ser uma grande ferramenta para auxiliar a Educação Matemática, pois “Não cabe mais discutir se os smartphones serão ou não utilizados na sala de aula. Eles já estão lá!” (BORBA; LACERDA, 2015, p. 504). Nesse sentido, nossos próximos passos serão em busca de realizar as atividades com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e analisar os resultados da perspectiva qualitativa. Seguiremos com a pesquisa por mais um ano, pois acreditamos que o uso do aplicativo GeoGebra favorece a aprendizagem e o raciocínio proporcional, favorecendo a descoberta e a expressão matemática.

Referências

- ALVES-MAZZOTI, A. J. O Método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O Método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa*. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2004.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Quantitativa segundo a Abordagem Fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, p. 99-112. 2006.
- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- BORBA, M. C.; LACERDA, H. D. G. Políticas públicas e tecnologias digitais: um celular por aluno. In: *III Fórum de discussão: Parâmetros Balizadores da pesquisa em Educação Matemática no Brasil*, v.17, n.3, p 491-507. São Paulo, 2015.
- FARIA, R. W. S. C. *RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: Integrando Aritmética, Geometria e Álgebra com o GeoGebra*. 2016. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro - SP, 2016.
- FARIA, R. W. S. C.; CHINELLATO, T. G.; MALTEMPI, M. V.; JAVARONI, S. L. Reflexões sobre um curso de extensão universitária a partir da avaliação dos professores cursistas. In: *8º Congresso de Extensão Universitária da UNESP*. Rio Claro - SP, 2015.
- FARIA, R. W. S. C.; MALTEMPI, M. V. Exploração do Raciocínio Proporcional com O GeoGebra: relato de um curso com professores de matemática. In: *Olh@res*, Guarulhos, v. 5, n. 1, p. 172-185, maio 2017.



FARIA, R. W. S. *Padrões Fractais: Contribuições ao Processo de Generalização de Conteúdos Matemáticos*. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro - SP, 2012.

GOLDEMBERG, M. *A Arte de Pesquisar*. 3. ed. Rio de Janeiro: Record, 1999.

MACÊDO, D. F.; AVELAR, A. M. F.; ALVES, S. S. N.; NASCIMENTO, M. C.; LINS, A. F. A Importância da Utilização do Aplicativo GeoGebra em Aulas de Matemática: experiência vivenciada em uma escola da Educação Básica. In: *Anais do CONEDU*. João Pessoa, 2017.

MALTEMPI, M. V.; MENDES, R. O. TECNOLOGIAS DIGITAIS NA SALA DE AULA: Por que não? In: IV CONGRESSO INTERNACIONAL DE TIC NA EDUCAÇÃO, 2016, Lisboa/Portugal. *Anais...* Lisboa/Portugal: [s.n.], 2016.

ROMANELLO, L. A. *Potencialidades do uso do celular na sala de aula: atividades investigativas para o ensino de função*. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2016.



REVISÃO DE ESTUDOS SOBRE RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Luiz Carlos Soares da Silva

Universidade do Estado do Pará (UEPA)

luiz.carloss08@gmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará (UEPA)

pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO

Neste trabalho apresentamos um levantamento sobre estudos anteriores que possam auxiliar na construção de parâmetros para elaborar uma pesquisa voltada para o ensino de relações trigonométricas, nossa pesquisa se deu em banco de dados, onde fizemos um levantamento de pesquisas anteriores sobre a temática a fim de classifica-los em três tópicos, onde o primeiro é chamado de estudos diagnósticos que revelam opiniões de professores e alunos sobre dificuldades de aprendizagem envolvendo relações trigonométricas, o segundo estudos sobre livros didáticos para verificar como esses assuntos são abordados nos livros e por último estudos experimentais, que em sua maioria partem dos resultados do diagnóstico para propor atividades que diminuam as dificuldades de aprendizagem dos estudantes.

Palavras-chave: Revisão de estudos; relações trigonométricas; ensino de matemática.

Introdução

A investigação pelos estudos se deu pela necessidade de investigarmos como as pesquisas feitas para averiguar o ensino de relações trigonométricas estavam sendo realizadas, nossa pesquisa foi feita nos seguintes momentos, momento 1) pesquisa por título de publicações de mestrados profissionais e acadêmicos de educação matemática, ensino de matemática e educação, assim como artigos acadêmicos publicados em encontros de educação matemática, em nossas buscas adotamos as seguintes palavras chaves: o ensino de relações trigonométricas, o ensino de razões trigonométricas e o ensino de trigonometria.

Esta pesquisa teve como fonte de investigação bancos de dados de várias instituições de ensino do Brasil, são elas (UEPA, UFMS, UEPB, UFOPA, IMPA, UFSCar, UNIFRA, UNIVASF, PUCMinas) em nosso segundo momento ou estágio 2) optamos pelos trabalhos desenvolvidos no Brasil e no momento 3) optamos por uma tempestividade em um período de 2008 a 2016.



Dessa forma, reunimos e analisamos 12 trabalhos, e os dividimos em três categorias de observação, são elas: estudos diagnósticos, estudos sobre livros didáticos e estudos sobre trabalhos experimentais.

Os trabalhos classificados como estudos diagnósticos, são os que possuem um caráter de identificação diagnóstica acerca do assunto de relações trigonométricas, os autores direcionaram suas pesquisas para averiguar concepções iniciais sobre a temática levantada, buscar estudar esses trabalhos anteriores, nos trará conhecimento sobre o que já fora investigado.

Os trabalhos classificados como estudos sobre livros didáticos, são trabalhos de autores que pesquisaram o ensino de relações trigonométrica em livros didáticos, o que esses livros didáticos traziam sobre a temática, as diferenciações e as análises, já os trabalhos classificados como estudos experimentais são os que autores apresentam experiências e novas dinâmicas voltadas as aulas que envolvem os assuntos das relações trigonométricas nos triângulos e quais os resultados dessas novas abordagens.

ESTUDOS SOBRE RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Dividimos essa seção em estudos diagnósticos, estudos sobre livro didáticos e estudos experimentais, como já dissemos antes, essa foi a estrutura de nosso trabalho para verificarmos como as pesquisas que envolvem o ensino dessas relações estão sendo feitas no Brasil.

Estudos diagnósticos

Gomes (2013) teve como objetivo de pesquisa verificar como um conjunto de atividades sobre o ensino de relações trigonométricas poderia favorecer a construção de alunos do 2º ano do ensino médio sobre a temática, utilizando a engenharia didática por meio do caráter diagnóstico verificado nas análises prévias, destacamos a dissertação de mestrado que teve como tema *o ensino de relações trigonométricas por atividades*, onde ela fez um estudo inicial para verificar o grau de dificuldades dos alunos em aprender os conteúdos do assunto.

A pesquisadora seguindo os caminhos da engenharia didática, assim nas análises prévias utilizou questionários para buscar opiniões de 100 alunos do 3º ano do ensino médio de



escolas públicas do Estado do Pará e opiniões de 100 professores de matemática, os questionários continham perguntas que iam do caráter social dos alunos até as dificuldades que eles enfrentavam com o assunto de trigonometria.

Já os questionários aplicados aos professores, buscava um diagnóstico da prática docente, evolução profissional, através da prática de curso de qualificação e em específico, cursos que envolvessem os assuntos referentes a trigonometria, e seguiam as perguntas para buscarem segundo a visão dos professores quais as maiores dificuldades dos alunos envolvendo o aprendizado de relações trigonométricas nos triângulos.

Em suas análises, a autora chegou na tabela abaixo sobre as dificuldades dos alunos em aprender relações trigonométricas.

Quadro 1: Principais dificuldades dos alunos do 3º ano

Tópicos	%
Lei dos Cossenos	64%
Lei dos Senos	56%
Conceito de Tangente	55%
Problemas envolvendo seno sem imagem	54%
Problemas envolvendo seno com imagem	52%
Problemas envolvendo cosseno sem imagem	52%
Problema envolvendo tangente sem imagem	52%
Conceito de cosseno	50%
Problemas envolvendo cosseno com imagem	49%
Conceito de seno	48%
Problemas envolvendo tangente com imagem	48%
Problemas envolvendo a lei dos cossenos com imagem	46%
Problemas envolvendo a lei dos cossenos sem imagem	46%
Problemas envolvendo a lei dos senos sem imagem	40%
Problemas envolvendo as relações trigonométricas sem imagem	39%
Problemas envolvendo a lei dos senos com imagem	38%
Problemas envolvendo as relações trigonométricas com imagem	37%

FONTE: Gomes. 2013, p. 54.



A pesquisa de Cunha (2010) objetivou a reação dos alunos frente aos conteúdos desenvolvidos nas aulas sobre razões trigonométricas e mapear as dificuldades por eles encontradas frente ao assunto para constituir um plano de ensino que minimizasse tais dificuldades, para buscar essas informações, a autora propôs a alunos da 7ª série do ensino fundamental de uma escola da rede Estadual de ensino no município de Canos no Estado do Rio Grande do Sul, uma saída da sala de aula, para fazer algumas medições.

A pesquisadora levou os alunos ao terreno da escola e pediu a eles que medissem a altura de certos objetos presente no terreno, com auxílio de teodolito e trena, e depois modelou no software GeoGebra os dados obtidos na investigação que a turma fizera na parte externa da escola, a autora explica que nos últimos dois anos anteriores ao trabalho por ela elaborado, os alunos da 8ª série ingressavam no ensino médio sem estudarem razões trigonométricas assunto previsto para o final da 8ª série segundo ela, por isso a escolha de alunos da 7ª séries para a pesquisa.

A autora mostra em seu trabalho os seguintes resultados em sua pesquisa inicial.

Quadro 2: Resposta dos alunos sobre relações trigonométricas

Sabem identificar triângulos, mas não sabem classificá-los quanto a seus lados;
Não sabem classificar quanto a seus ângulos;
Não sabem quanto é a soma dos ângulos internos de um triângulo;
Questionam em que usariam essas razões na vida prática;
Sabem identificar triângulos, mas não sabem classificá-los quanto a seus lados;
Quando apresentado um problema de cálculo de altura ou distância eles já dizem que “nunca” (palavra deles) teriam como obter as informações dadas no exercício para fazer o cálculo, isso deixa claro o distanciamento entre o que viram em sala de aula e a prática;
Nunca sei qual fórmula devo utilizar, depois de saber, fica fácil”, demonstrando que dominam a parte aritmética, porém, isso nada significa para eles.
- Quando apresentado um problema de cálculo de altura ou distância eles já dizem que “nunca” (palavra deles) teriam como obter as informações dadas no exercício para fazer o cálculo, isso deixa claro o distanciamento entre o que viram em sala de aula e a prática;

Fonte: Cunha, 2010, p. 3.



Com os dados coletados, a autora traçou um plano de ensino que envolvesse o GeoGebra para dinamizar as aulas, com o objetivo de no final da sequência de aulas, os alunos conseguissem distinguir quais razões eles iriam aplicar nos exercícios e problemas que envolvessem a o assunto, e assim as aulas tinham um momento fora da sala de aula para fazer medições, tirar fotos e depois, laboratório para sistematizarem com ajuda do programa computacional.

Em suas considerações finais, a pesquisadora aponta que houve um momento de intervenção maior dela em sala como professora nos momentos de realização dos cálculos das alturas diferente segundo ela do que acontece no ensino tradicional onde os alunos não têm dificuldades em efetuarem os cálculos.

Porém as escolhas das razões como problema enfrentado pelos alunos foram superadas, aponta também que esse é um problema enfrentado no ensino tradicional onde o aluno não constrói conceitos, ela conclui que

[...] “Essa mudança de postura, de atividades orientadas passo a passo, frequentemente adotadas em sala de aula, para atividades de construção própria, é interessante para que se desenvolva a autonomia nos alunos”.

A seguir apresentaremos os trabalhos destacados como estudos sobre livros didáticos.

Estudos sobre livros didáticos

Siqueira (2013) realizou pesquisa no estado do Mato Grosso do Sul e objetivou investigar pressupostos ligados a formação dos professores ligados a conceitos concebidos no ensino básico no que tange ao ensino de relações trigonométricas, para isso apoio a busca desses pressupostos em livros didáticos que o apoiasse nos conceitos estudados nos ensinos fundamental e médio.

O pesquisador utilizou questionário para levantar dimensões que os professores em formação traziam sobre a temática, além disso foi possível fazer um levantamento sobre a preparação desses novos professores para se posicionarem frente a turmas em sala de aula, observou que os professores em formação ao passarem pelo ensino de trigonometria no



triângulo retângulo, tiveram em suas aulas a predominância de passagem do conhecimento já definido pelos professores.

Durante a pesquisa realizada, o autor observou que os alunos sempre citavam os livros didáticos como apoio para buscar conhecimento de trigonometria, dessa forma foi feita revisão de estudos nos seguintes livros.

Quadro 5: Livros analisados na pesquisa

Livro	Titulo	Autor
Livro 1	Matemática e Realidade	Iezzi, Dolce e Machado
Livro 2	Matemática	Imenes e Lellis
Livro 3	A Conquista da Matemática	Giovanni Jr. e Castrucci
Livro 4	Matemática	Bianchini

FONTE: Siqueira, 2013, p. 20.

O autor aponta que o livro 1 utiliza situações contextualizadas para definir razões trigonométricas a exemplo: uma escada apoiada em um muro, já no livro 2 traz problemas envolvendo distancias inacessíveis, a exemplo: distancia da terra a lua, no livro 3 tem-se um início mostrando figuras, fala do significado de trigonometria e traz aspectos históricos para introduzir o assunto e o livro 4 traz explicações sobre o significado da palavra trigonometria, o autor menciona que os 4 livros utilizam semelhança de triângulos na formalização inicial do assunto.

A seguir destaco duas imagens retiradas do trabalho de Siqueira (2013) onde há uma síntese sobre o assunto investigado nos livros.



Quadro 6: elementos históricos e epistemológicos contidos ou não nos livros analisados

	Livro 1	Livro 2	Livro 3	Livro 4
Significado da palavra "Trigonometria"	Ausente	Presente	Presente	Presente
Como surgiu	Ausente	Ausente	Presente	Ausente
Importância que teve na antiguidade	Ausente	Presente	Presente	Ausente
Construção das tábuas trigonométricas	Ausente	Presente	Presente	Presente
Problemas históricos	Ausente	Apresenta como eram, mas não especifica nenhum	Apresenta como eram, mas não especifica nenhum	Presente
Onde se originou	Ausente	Presente	Presente	Presente

FONTE: Siqueira, 2013, p. 21.

Em suas considerações finais o autor revela alguns pontos a serem encarados como desafiadores, os processos de formação dos futuros professores assim como a formação continuada devem possibilitar, críticas construtivas e revisão aos livros usados em sala como apropriada prática docente, levar os alunos a construir percepções para a convivência em sociedade.

Pinheiro (2008) fez sua pesquisa através de livros didáticos e tinha por objetivo relacioná-los com os conteúdos apresentados em sala de aula referente aos conceitos de trigonometria para o ensino médio, e tinha como objetivo minimizar o uso da operacionalização algébrica pela qual os alunos passavam, e a partir disso elaborar momentos em sala que levassem o aluno a se libertarem do uso excessivo do recurso algébrico.

O pesquisador aponta que o livro didático é uma das principais fontes de informação presentes nas escolas do Brasil, e além disso descreve que em matemática para termos uma classificação de bons livros, esses livros devem possuir diversas representações de linguagem,



trazer definições e conceitos de maneira correta e ainda proporcionar momento de reflexão aos professores e trazer uma gama de atividades que proporcionem a produção do conhecimento.

Para o pesquisador o livro didático não pode ser a única ferramenta em sala de aula de que alunos e professores devem possuir para auxiliar na construção do conhecimento significativo, e cabe ao professor fazer uma síntese do que há nos livros e sejam capazes de ajudar em sala e fora dela nos momentos de aprendizagem, o autor destaca os seguintes livros que abordam trigonometria para o ensino médio.

Quadro 8: Livros analisados na pesquisa

Livro	Titulo	Autor
Livro I	Matemática - Ensino Médio. - Ed. Saraiva, 2003	SMOLE, K; DINIZ
Livro II	Matemática. Uma nova abordagem. Volume 1, versão Trigonometria - Ed. FTD, 2000.	GIOVANNI, J; BONJORNIO, J
Livro III	Matemática. Contexto e Aplicações. V2. Edição reformulada. Ed. Ática, 2003	DANTE, LUIZ ROBERTO

FONTE: Pinheiro, 2008, p. 27.

Para realizar a escolha o autor adotou os seguintes critérios, o primeiro, por Katia Smole ser autora de artigos relacionados com o ensino de matemática e por ser doutora em educação, o segundo livro por ser utilizado na escola onde se passava a pesquisa e posterior aplicação da sequência, o terceiro livro por propor o ensino através de resolução de problemas.

A seguir apresentamos um quadro com algumas sínteses envolvendo conteúdos de razões trigonométricas nos três livros pesquisados pelo autor.



Quadro 9: análise de razões trigonométricas por livro

Livro I	A Trigonometria no triângulo e as funções trigonométricas fundamentais. Unidade 11 - Trigonometria no triângulo retângulo. Unidade 12 – Ângulos, arcos de circunferência e círculo trigonométrico. Unidade 13 – Funções trigonométricas: definição, periodicidade e gráfico. Unidade 14 – Relações trigonométricas no triângulo qualquer.
Livro II	Unidade 2 – Trigonometria nos Triângulos. Na unidade são tratadas as razões trigonométricas, seno e cosseno de ângulos complementares, lei dos cossenos, lei dos senos e área de um triângulo qualquer.
Livro III	Volume 1 Capítulo 11: Trigonometria no triângulo retângulo Volume 2 Capítulo 1: Trigonometria: resolução de triângulos quaisquer.

FONTE: Pinheiro, 2008, p. 28, 31 e 33.

Para o autor as três obras apresentam produtos bem estruturados, com rigor matemático suficiente para interpretar e definir conceitos da trigonometria, mas apresentam excesso de recursos algébricos para mostrar o entendimento de tais conceitos, além de raros momentos de situações problemas que possam levar o leitor a buscar compreensão do que é ensinado em sala.

A seguir apresentaremos os estudos destacados como trabalhos experimentais.



Estudos sobre trabalhos experimentais.

Retornando a Gomes (2013) pois a autora trouxe uma fase de experimentação em seu trabalho, onde houve a experimentação das atividades que ela propôs, o que aconteceu em uma turma do 2º ano do ensino médio de escola pública do estado do Pará nos meses de Setembro e Novembro de 2013, onde foi possível atacar os pontos detectados nas análises prévias e a priori.

A pesquisadora nos revela um quadro de comparações dos desempenhos dos alunos antes da experimentação e depois, o qual destaco abaixo.

Quadro 10: Índice de desempenho

Aluno (a)	Números de acertos	
	Pré-Teste	Pós-Teste
Aluno 1	0%	65%
Aluno 2	0%	80%
Aluno 3	0%	75%
Aluno 4	0%	70%
Aluno 5	0%	90%
Aluno 6	0%	85%
Aluno 7	0%	65%
Aluno 9	0%	100%
Aluno 10	0%	50%
Aluno 11	0%	20%
Aluno 12	0%	80%
Aluno 14	0%	70%
Aluno 15	0%	55%
Aluno 16	0%	80%
Aluno 17	0%	60%



Aluno 18	0%	100%
Aluno 19	0%	75%
Aluno 20	0%	65%
Aluno 23	0%	60%
Aluno 25	0%	100%
Aluno 27	0%	50%
Aluno 28	0%	85%
Aluno 30	0%	75%

FONTE: Gomes. 2013. p. 137.

Em suas considerações finais a autora destaca.

Devido à existência de limitações e dificuldades surgidas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, mais precisamente no ensino das Relações Trigonômicas, e para melhor atender as necessidades dos alunos, apresentamos como sugestão a aplicação da Atividade de Revisão dos elementos de um Triângulo Retângulo como sendo a primeira atividade da sequência didática construída por nós, pois concluímos que ao final de nossa pesquisa tal atividade seja mais bem aproveitada quando utilizada antes de iniciar o conjunto de atividades. Para tanto, esperamos que esse estudo possa proporcionar reações positivas em relação ao ato de ensinar do professor e ao ato de aprender do aluno. (Gomes. 2013. p. 147)

Gomes (2013) aponta que deve haver uma revisão para os alunos sobre os elementos dos triângulos, antes de iniciar a sequência de atividades proposta por ela, os elementos do triângulo retângulo são ensinados ainda no ensino fundamental, assim por toda essa distância do 2º ano do ensino médio para o 9º ano do fundamental, muito tenha se perdido durante a reorganização cognitiva dos alunos.

Arantes (2013) fez um trabalho que tinha como objetivo envolver o dia a dia dos alunos e relacionar esse cotidiano com os assuntos de relações trigonométricas, e verificar a motivação dos alunos frente essa nova metodologia de aula, para isso o trabalho dela consistia em uma aula do assunto que envolvia rampas de acesso pelas quais os alunos se deparavam todos os dias em diferentes momentos de suas vidas, buscando uma maior motivação das turmas quando se tratasse dos temas abordados.



A pesquisadora utilizou em sua metodologia de pesquisa os fundamentos da engenharia didática, aplicou seu experimento em turmas do 9º ano do ensino fundamental, onde se inicia o estudo de razões trigonométricas, assim ela levou a uma reflexão das turmas sobre as condições de acessibilidade, um tema latente e que a matemática está sim inserida no contexto da conscientização e na formação para exercício da cidadania.

A autora, buscou referências em livros didáticos e nos parâmetros curriculares nacionais (PCN) para traçar objetivos com base no que os livros traziam, e no que os objetivos dos PCN sobre a formação dos alunos para uma formação cidadã propunha, a pesquisa foi desenvolvida em uma escola da cidade de Batatais no estado de São Paulo, onde a autora era professora de Matemática, e utilizou uma turma de 9º ano que continha 29 alunos e a turma apresentava uma queda de rendimento durante o ano letivo em matemática.

Os alunos foram sensibilizados em um primeiro momento sobre a importância da acessibilidade e de construção de rampas de acesso de acordo com a ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas), para então iniciar-se as atividades planejadas com base nas análises a priori advindas da engenharia didática, em outro momento foram as experimentações fora da sala de aula para isso, foi necessário a formalização de alguns conceitos dentro de sala, sobre os elementos do triângulo e o teorema de Pitágoras.

A autora levou os alunos para fora de sala para medirem as rampas de acesso contidas na própria escola, percurso, altura e depois retornou a sala de aula e de posse dessas informações, formalizou as definições de razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Em suas conclusões a pesquisadora afirma que a aprendizagem ocorreu de forma significativa e que não havia despertado tanto interesse dos alunos em turmas passadas quando lecionara o assunto de razões trigonométricas, e que a sugestão por ela deixada, é um menor esforço de tempo em análise de um número grande de rampas, e houve um grande interesse da turma para o assunto de acessibilidade.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nossa pesquisa verificamos três aspectos de pesquisas que envolvem o ensino de relações trigonométricas no Brasil, uma que envolve o diagnóstico, outra que verifica o que os livros didáticos trazem sobre esse assunto e outro que envolve experimentos.

Os estudos sobre livros didáticos revelam que esses em sua maioria trazem a história das relações trigonométricas, assim como trazem o significado da palavra trigonometria, porém percebemos que não mostram o significado dos termos seno, cosseno e tangente e como se originou, esses livros também fazem uma divisão entre trigonometria no triângulo retângulo e em qualquer triângulo.

Os estudos diagnósticos se apossam de opiniões de professores e estudantes sobre as dificuldades de aprendizagem relacionado a relações trigonométricas, os estudantes conseguem identificar os triângulos, porém não conseguem classificar quanto aos lados, os alunos sentem mais dificuldades quando a imagem não é dada.

Os estudos experimentais surgem a partir do diagnóstico que aponta as dificuldades, nesse momento cria-se atividades experimentais com intuito de minimizar os obstáculos apontados por professores e estudantes, surgindo como apontado no estudo de Gomes (2013) uma sequência didática com atividades envolvendo a redescoberta.

REFERÊNCIAS

ARANTES, Priscila Paschoali Crivelenti Vilela. **As razões trigonométricas no triângulo retângulo e as rampas de acesso** / Priscila Paschoali Crivelenti Vilela Arantes. – São Carlos: UFSCar, 2013. 44 f. Dissertação (Mestrado profissional) – Universidade Federal de São Carlos, 2013.

CUNHA, Márcia Loureiro da. **Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo: Uma Experiência Diferente.** (2010) Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dezembro2013/matematica_artigos/artigo_ml_cunha.pdf.> Acesso em: 28 nov. 2016.

GOMES, Rosana Pereira. **O Ensino das relações trigonométricas no triângulo por atividades** / Rosana Pereira Gomes; Orientador: Pedro Franco de Sá. Belém, 2013. 218 f.; 30 cm Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, 2013.



PINHEIRO, Evandro. **O ensino de Trigonometria na educação básica a partir da visualização e interpretação geométrica do ciclo trigonométrico** / Evandro Pinheiro. – Belo Horizonte: PUCMinas, 2008. Dissertação (Mestrado Profissional) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2008.

SIQUEIRA, Thiago Carneiro de Barros. **Trigonometria no Triângulo Retângulo: conhecimentos para seu ensino na formação de professores** / Thiago Carneiro de Barros Siqueira. – Campo Grande: UFMS, 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, 2013.



TECNOLOGIA E INCLUSÃO

Gleysiane Rabelo Martins

Universidade do Estado do Pará

gleysianerabelo@hotmail.com

Izaura Ferreira Dias

Universidade do Estado do Pará

Izaura.ferre12@hotmail.com

RESUMO

Vê-se que é necessário repensar sobre métodos e estratégias desenvolvidas nas escolas, para que todos tenham as mesmas condições de aprender e participar das atividades. A inclusão no ensino da matemática é essencial para que todos os estudantes tenham acesso à educação de qualidade e consigam aprender. Entretanto, os alunos surdos precisam de um olhar mais atento quando se fala no ensino da matemática, pois eles têm uma maneira única de compreender a matemática. No entanto, quando as pessoas surdas não têm acesso a LIBRAS desde pequenas ou quando o professor não conhece a mesma, o intérprete torna-se responsável pelo ensino da matemática, então o que deveria ser inclusivo, acaba excluindo e causando um grande atraso na aprendizagem. Dessa forma, apresenta-se a tecnologia HP Reveal, que possui função de realidade aumentada como forma de buscar a inclusão de alunos surdos através de auras criadas com vídeos de explicações adaptadas em libras, com o intuito de ajudar os professores que não possuem o domínio da Língua Brasileira de Sinais. Pois segundo o Jornal da USP, “quem tem deficiência auditiva e sabe LIBRAS possui reconhecimento visuo-espacial”, ou seja, quando é feito um movimento com as mãos ele imediatamente procura na mente um significado daquilo, sendo um processo que acontece mais rapidamente do que se o educador mostrasse o número por escrito. Portanto, além da tecnologia auxiliar o professor com aulas mais dinâmico-inclusivas, contribui para deixar o aluno livre para obter explicação através de auras adaptados em libras, não dependendo somente do intérprete.

Palavras-chaves: Tecnologia.surdos.inclusão



UMA ABORDAGEM HISTORICA DA TEORIA DOS JOGOS

Anderson Yuri Martins da Silva
Universidade do Estado do Pará – UEPA.
E-mail: yurimartins2010@gmail.com

Leonardo Cavalcante Noronha Mota
Universidade do Estado do Pará – UEPA.
E-mail: leo17ncm@gmail.com

Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Universidade do Estado do Pará – UEPA.
E-mail: miguelchaquiam@gmail.com

RESUMO

As diversas tendências em educação matemática ganharam mais importância no contexto educacional, logo, o objetivo deste trabalho é apresentar a possibilidade da construção do diagrama-metodológico da Teoria dos Jogos no ensino de probabilidade caracterizando a história geral e do conteúdo matemático, apresentando o diagrama metodológico que pode ser utilizado na educação básica, para então, esta metodologia se colocar como um condutor no desenvolvimento das aulas de matemática, ressaltando a importância da construção histórica do conhecido, Para o desenvolvimento deste trabalho, utilizou-se uma pesquisa bibliográfica com abordagem de natureza qualitativa a fim de interpretar dados resultantes dos estudos acerca da Teoria dos Jogos, corpus desta análise, para que futuramente façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a sua potencialidade sugerimos este trabalho para discentes do curso de licenciatura em matemática que estejam em busca de aprimoramento profissional, com o intuito de utilizar essas informações como elemento motivador em suas aulas.

Palavras-chave: Jogos. Matemática. História. Educação.

INTRODUÇÃO

As diversas tendências em educação matemática ganharam mais importância no contexto educacional, fornecendo aparato metodológico e ampliando a compreensão dos estudos acerca da matemática. Desta forma, dentre as diversas tendências neste artigo vamos destacar a história da matemática, nesse sentido, entendemos que as dificuldades, que nós educadores, professores de matemática, encontramos no cotidiano em sala de aula, precisam ser mais estudadas e debatidas.



O principal problema para o educador é demonstrar o uso prático do que é ensinado nas escolas, e um dos desafios do ensino da matemática é a abordagem dos conteúdos. Desta forma, o objeto de estudo deste trabalho é a Teoria dos Jogos, que não se enquadra como tendência educacional na educação matemática e sim uma teoria da matemática aplicada utilizado como elemento motivador.

A Teoria dos Jogos, pode indicar uma solução, em descrever problemas reais ou fornecendo uma visão geral sobre determinada situação, fornecendo a linguagem para a descrição de processos de decisão consciente e objetivos envolvendo mais de um indivíduo. Desta forma, levando em consideração a importâncias desta teoria para a matemática conciliamos a teoria a prática através de elementos cotidianos apresentados aos alunos aspectos da teoria, conciliando como elemento motivador para o ensino.

Desta forma, seguindo às orientações contidas nas Diretrizes nacional de educação básica (2013) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) o professor deverá estar apto a ministrar atividades didático-pedagógicas de sua competência, selecionando e organizando o conhecimento específico que o habilite para atender as diversas necessidades da Educação básica, é fundamental considerar o avanço dos cursos de formação para professores, o mesmo deverá ter a oportunidade de reconhecer que o conhecimento é a base para a formação integral do estudante, uma vez que esta exige a capacidade para análise, síntese, comprovação, comparação, valoração, explicação, resolução de problemas, formulação de hipóteses, elaboração, execução e avaliação de projetos, entre outras, destinadas à organização e realização das atividades de aprendizagens envolvidas no seu cotidiano.

O texto apresentado a seguir é parte do trabalho de conclusão de curso, intitulado O ensino de Probabilidade: com uso de teoria dos Jogos na educação básica, trabalho desenvolvido com uso da história da matemática para o ensino de probabilidade com a Teoria dos Jogos como elemento motivador a construção deste diagrama permite uma visão ampla e detalhada desta teoria.

Chaquiam (2017) defende que a inserção de fatos do passado pode ser uma dinâmica bastante interessante para introduzir um determinado conteúdo matemático em sala de aula,



uma possibilidade que chamou bastante atenção é como a história da Matemática pode ser uma alternativa para auxiliar na construção do conhecimento, propondo a construção do diagrama metodológico (Figura 1).

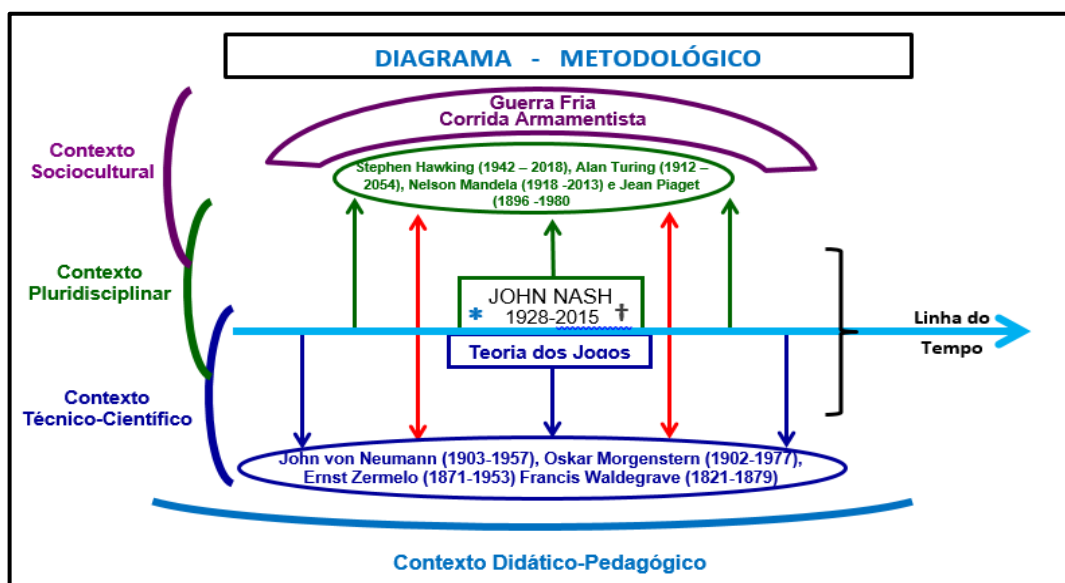


Fig. 1. Diagrama metodológico – Teoria dos Jogos adaptado Chaquiam (2017)

O objetivo deste trabalho é apresentar a possibilidade da construção do diagrama metodológico de Teoria dos Jogos, possibilitando uma alternativa tangível em sala de aula para o ensino de Probabilidade.

Na perspectiva da pesquisa, selecionamos no contexto mundial personagens para apresentar avanços científicos que aconteceram paralelos a John Nash (1928 – 2015) que realizou mudança significativa na Teoria dos Jogos, realizando um levantamento de cientistas de grande importância, para elaborar a linha do tempo, serão analisados Stephen Hawking (1942 – 2018), Alan Turing (1912 – 2054), Norbert Wiener (1894 -1964) e Henri Cartan (1904 -2008).

A aplicabilidade deste trabalho se justifica pela sua construção que de acordo com Chaquiam (2017) e uma ótima ferramenta metodológica, em sala de aula a Teoria dos Jogos



pode ser apresentada como um elemento motivador no ensino de Probabilidade apresentando uma aplicação.

Tendo como referencia o diagrama, o professor poderá trabalhar em sala de aula, nas aulas de Teoria da probabilidade começando com a apresentação da Teoria dos Jogos e de Nash em seguida poderá executar uma abordagem acerca do cenário mundial da época, colocando em cena seus contemporâneos e contribuições para a ciência. Desta forma, podendo retornar a evolução do tema em questão (Ordem cronológica de evolução do tema).

Contudo para um termino de forma concisa o educador deverá mostrar um olhar contextualizado do tema com a visão atualizada dos pesquisadores sobre o personagem principal. Portanto, acreditamos que o professor poderá usar a historia da educação matemática como recurso em sala de aula para auxiliar o processo de ensino aprendizagem.

Seguindo a diretriz proposta por Creswell (2010) este artigo compõe-se de uma pesquisa qualitativa, pois se concentra na coleta, análise e comunicação de dados para compreender e interpretar determinados comportamentos, a opinião e as expectativas dos indivíduos de uma população. É exploratória, portanto não tem o intuito de obter números como resultados. Creswell (2010, p.187) define como “Essas estratégias concentram-se na coleta, na análise e na comunicação de dados, mas têm origem nas disciplinas e fluem durante todo o processo de pesquisa”.

A pesquisa qualitativa, segundo Creswell (2010), é aquela que se centraliza mais na intensidade dos dados. Foi escolhida, em função desta proposta ser um ensaio teórico, um estudo para implementar possibilidades de aplicação didático-pedagógica nas aulas de matemática na educação básica.

CONTEXTO HISTÓRICO CULTURAL NO SÉCULO XX

Com o intuito de nos situarmos no tempo e no espaço em relação ao personagem principal, John Forbes Nash (1928-2015). Selecionamos fatos de grande importância mundial no maior período de atividade que Nash viveu, tomando como base Boyer (1974), Eves (2004) e Fiani (2010).



Boyer (1974) argumenta que o século XX foi uma era “elétrica” que os aparelhos eletrônicos estavam a ponto de alterar parte do desenvolvimento matemático da época, apresentando a importância dos computadores que ultrapassaram as expectativas, possibilitando a resolução de problemas que antes estavam inacessíveis aos matemáticos, permitindo até o surgimento de novos ramos da matemática.

Desta forma, além de um grande avanço tecnológico o século XX também foi marcado por turbulências, dois grandes conflitos bélicos e políticos marcaram a primeira parte do século XX (1ª guerra mundial (1914-1918) e 2ª guerra mundial (1939- 1945)). Contudo, o período analisado será o pós-guerra marcado na história com um momento de grande hegemonia mundial conhecido como a guerra fria (1945-1991).

Vamos apresentar três grandes acontecimentos deste período: A corrida armamentista (1945-1991), corrida espacial (1957-1975) e a queda do muro de Berlim (1991). Esses acontecimentos alteraram de forma significativa a economia, a política, a sociedade e a cultura alterando consequência as relações internacionais, sendo catalisador no desenvolvimento científico.

A corrida Armamentista (1945-1991) foi o período pelo qual ocorreu a disputa pela hegemonia bélica entre as duas potências mundiais União das Repúblicas Soviéticas Socialistas (URSS) e os Estados Unidos da América (USA). Promovendo o constante incentivo estatal na produção e desenvolvimento bélico de ambos os países.

A corrida espacial (1957-1975) foi a disputa pela hegemonia tecnológica espacial entre URSS e USA. Delimitada entre 1957 e 1975, a rivalidade entre as duas superpotências mundiais durante a Guerra Fria (1945-1991) teve como intuito atingir o pioneirismo na exploração do espaço e supremacia tecnológica, que era visto como necessários para a segurança nacional e símbolo da superioridade tecnológica e ideológica em cada país.

O muro de Berlim (1945-1991) foi uma barreira física construída pela República Democrática Alemã (Alemanha Oriental - socialista) durante a Guerra Fria, que segregava toda a Berlim e simbolicamente o mundo, separando-a da Alemanha Ocidental (capitalista).



Contudo, após o fim da guerra fria, o muro de Berlim foi derrubado em 1991 finalizando a Guerra fria.

Após a Segunda Guerra Mundial, o Brasil integrou o bloco capitalista, no entanto, a partir de 1961 o presidente João Goulart (Jango) desenvolveu uma política externa independente a proposta capitalista. Jango fortaleceu os movimentos sindicais, estudantis, rurais e populares. Além desses fatos, o então presidente promoveu uma aproximação política entre o Brasil e a União Soviética, o que desencadeou atritos com as lideranças políticas, econômicas e militares do Brasil.

Em fevereiro de 1964, Jango anunciou as reformas de base, que consistia num conjunto de reformas sociais que incluía a reforma agrária. Contudo, suas propostas não agradou a classe burguesa brasileira e os investidores estrangeiros, propiciando um período de instabilidade nacional, com consequências que durariam décadas.

Em 31 de março de 1964, o presidente foi deposto por um golpe militar que teve apoio decisivo da elite conservadora brasileira e da Agência de Inteligência Americana (CIA), disponibilizando recursos para viabilizar o golpe Militar, caso ocorresse resistência do governo.

Desta forma, tem início no Brasil um governo militar que dirigiu o país por mais duas décadas (1964 – 1985), esse período se caracterizou pela censura à imprensa, movimentos culturais e sociais, a repressão aos opositores do regime militar, institucionalização da tortura, entre outros fatores.

Esses acontecimentos evidenciam importantes mudança em âmbito mundial, em contexto socioeconômico, têm como finalidade demarcar tempo e espaço em torno de Nash e de seus contemporâneos, conciliando fatos de história geral a história da matemática, proporcionado uma visão interdisciplinar entre a história e a matemática demonstrando que a história da matemática faz parte da história da humanidade.

Após compreender os percalços históricos da Teoria dos Jogos, conhecer teóricos que fomentaram e estudaram essa ramificação matemática é importante para vislumbrar os contemporâneos que contribuíram para a fomentação desse estudo.



CONTEMPORÂNEOS DE JOHN FORBES NASH

Tendo em vista o cenário mundial, identificamos personagens que foram contemporâneos de Nash, como consequência de sua extrema importância para a evolução da Teoria dos Jogos. Realizamos um levantamento de outros cientistas para elaborar a linha do tempo serão analisados Stephen Hawking (1942 – 2018), Alan Turing (1912 – 2054), Norbert Wiener (1894 -1964) e Henri Cartan (1904 -2008).

Stephen Hawking (1942 – 2018) nasceu em Oxford, Inglaterra, no dia 8 de janeiro de 1942 foi um físico inglês que apesar de paralisado por uma doença degenerativa, se tornou um dos maiores teóricos da física moderna, produziu algumas teorias fundamentais da física moderna. A Mais célebre é o teorema de singularidade. Supõe a existência de um ponto com força gravitacional no centro dos buracos negros.

Alan Turing (1912-1954) foi um matemático britânico, pioneiro da computação e considerado o pai da ciência computacional e da inteligência artificial. Em 1931 Turing graduou-se em Matemática com honras, pela Universidade de Cambridge. Depois de formado, empreendeu estudos para criar uma máquina automatizada, que materializasse a lógica humana e solucionasse qualquer cálculo representado no formato de um algoritmo, que seriam exibidos no formato de instruções a serem processadas de forma mecânica, dentro da própria máquina. A “Máquina de Turing” se tornou um protótipo dos computadores modernos.

Alan Turing trabalhou como funcionário do Government Code and Cypher School e entre 1940 e 1941, e desenvolveu uma máquina capaz de decifrar o “Enigma”, código utilizado pelos nazistas, durante a Segunda Guerra Mundial Depois da guerra, trabalhou no Laboratório Nacional de Física do Reino Unido onde pesquisou e trabalhou no projeto para o programa de armazenamento de dados, o ACE. Criou o Manchester 1, o primeiro computador com as diretrizes parecidas com as de hoje.

Norbert Wiener (1894-1964) foi um matemático Americano, conhecido como o fundador da cibernética. Wiener graduou-se em matemática aos 14 anos recebendo seu doutorado em lógica aos 18 anos de idade, estudando até com David Hilbert em Göttingen, na



Alemanha. Contribuindo para a ciência da computação trabalhando durante muitos anos no Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), onde estudou a nova física probabilística e concentrou-se no estudo estatístico do movimento das partículas elementares em um líquido.

Quando começou a Segunda Guerra Mundial, ele ofereceu seus serviços ao governo norte-americano e passou a trabalhar com problemas matemáticos referentes ao desenvolvimento dos sistemas de direção de mira automática, entre os anos de 1946 e 1953 integrou o grupo reunido sob o nome de Macy Conferences, contribuindo para a consolidação da teoria cibernética.

Henri Paul Cartan (1904-2008) foi um matemático francês que estudou no Lycée Hoche em Versalhes, prosseguindo na Escola Normal Superior de Paris, com doutorado em matemática. Lecionou na Universidade de Estrasburgo, conhecido por seu trabalho em topologia algébrica, Cartan foi membro fundador do Grupo Bourbaki, e um de seus mais ativos participantes. Seu livro, em coautoria com Samuel Eilenberg, *Homological Algebra* (1956), trata de assuntos fundamentais da matemática com abstração moderada e teoria das categorias.

Desta forma, a pesquisa em torno dos contemporâneos de Nash e possível inferir aspectos do desenvolvimento científica do conhecimento matemático durante o século XX. A partir desses pressupostos, é necessário compreender os traços biográficos dos autores de relevância na teoria dos jogos e quais suas contribuições científicas.

TRAÇOS BIOGRÁFICOS DE JOHN FORBES NASH

John Forbes Nash Junior (1934- 2015) foi um matemático americano que nasceu e foi educado no estado da Virgínia Ocidental trabalhou principalmente com a teoria dos jogos, possuindo trabalhos na também no campo da geometria diferencial e equações diferenciais parciais, servindo como Matemático Sênior de Investigação na Universidade de Princeton.

Embora, tivesse sido aceito pela Universidade de Harvard, todavia, Nash recebeu muitas ofertas insistentes do então presidente do departamento de matemática da Universidade de Princeton, Solomon Lefschetz, cuja oferta de foi a bolsa John S. Kennedy. Conluio o



doutorado com apenas 21 anos com a tese “equilíbrio de Nash” que revolucionou o campo da economia

Nash trabalhou em várias organizações americanas estatais e Universidades até que lhe é diagnosticado esquizofrenia. No doloroso processo de tratamento, produzia importantes trabalhos matemáticos, até que 1990 conseguiu recuperar da doença.

Assim, em White Oak, partiu para a Universidade de Princeton, onde trabalhou e desenvolveu o Equilíbrio de Nash. Obteve um doutorado em 1950, com uma tese sobre os jogos não-cooperativos.

Após 45 anos foi lhe atribuído o premio Nobel de economia. Em 1994, como resultado de seu trabalho com a teoria dos jogos, que desenvolveu quando estudante de Princeton recebeu o Prêmio de Ciências Económicas em Memória de Alfred Nobel (junto com Reinhard Selten e John Harsanyi). Em 2010 John Nash esteve na Faculdade de Economia e Administração da Universidade de São Paulo, durante o II encontro da Sociedade Brasileira de Teoria dos Jogos em Comemoração aos 60 anos da Teoria do Equilíbrio de Nash.

Nash foi diagnosticado com esquizofrenia, porém nunca deixou de produzir seus trabalhos, quando enfim, em 1990 foi diagnosticado como curado da doença, Esse grande matemático faleceu em 24 de maio de 2015 aos 87 anos.

Observa-se que os autores tiveram grande relevância no que concerne aos estudos científicos, e, nesse momento, é importante conhecer a construção da teoria dos jogos e sua contribuição em âmbito escolar.

TEORIA DOS JOGOS: Uma construção histórica

A teoria dos jogos é o ramo da matemática que procura entender de forma sistematizada e articulada o funcionamento lógico-estratégico que segundo Fiani (2009) são os pilares que regem esta teoria. A escolha deste tema visa uma contribuição para fomentar os estudos acerca de teoria dos jogos que é um tema pouco explorado principalmente na educação



básica alguns autores conseguiram incluir a Teoria dos Jogos como um elemento possível em sala de aula.

Contudo, como uma teoria matemática não deve ser confundida com tendências da educação matemática, diferenciaremos outras modalidades que podem ser confundida com os jogos estratégicos que segundo Santos (2016) envolvem análise e métodos para maximizar seus resultados dependendo apenas do intelecto do jogador, diferenciando dos jogos de azar que são evento aleatórios que não necessitam de habilidade ou conhecimentos.

Analizamos as principais contribuições a partir dos séculos encontramos alguns autores que realizaram muitas contribuições para esta Teoria Nicolau I Bernoulli (1657-1859), James Waldegrave (1821-1879), Augustin Cournot (1801-1882), Augustin Cournot (1801-1882), John von Neumann (1903-1957) e Oskar Morgenstern (1902-1977)

Registros antigos sobre teoria dos jogos remontam ao século XVIII. Em correspondência trocada entre dois Matemáticos dirigida a Nicolau I Bernoulli (1657-1859) graduou-se como mestre na Universidade de Basileia em 1704 em 1709 doutorou-se na mesma Universidade com uma dissertação sobre aplicações da teoria das probabilidades, fez varias contribuições para o estudo e desenvolvimento da matemática com presença em diversas correspondência (mais de 560 textos) que trocou com várias figuras ilustres, dentre os quais o Leibniz e Euler.

Augustin Cournot (1801-1882) foi um matemático e economista francês conhecido por seus estudos sobre oferta e demanda na sua contribuição para a Teoria dos Jogos publicou em 1838, um trabalho no qual discute um caso especial de duopólio e utiliza uma solução conceitual que se configura como uma versão restrita do que mais tarde ficou conhecido como equilíbrio de Cournot-Nash.

Em 1871, Ernst Zermelo (1871-1953) matemático e filosofo de origem alemã influenciou diretamente nos fundamentos da matemática publicou seu primeiro trabalho de Teoria dos Jogos, em 1913, Formulando o primeiro teorema que foi resultado de uma análise de um jogo de xadrez, publicou o primeiro teorema matemático da teoria dos jogos, o teorema



afirma que o jogo de xadrez é estritamente determinado, isto é, em cada estágio do jogo pelo menos um dos jogadores tem uma estratégia em mão que lhe daria vitória ou conduzirá o jogo ao empate.

Foi então que, entre a década de 1920 e de 1940, John von Neumann (1903-1957) foi um [matemático húngaro](#) de origem [judaica](#), naturaliza. Contribuiu na [teoria dos conjuntos](#), [análise funcional](#), [teoria ergódica](#), [mecânica quântica](#), [teoria dos jogos](#), [análise numérica](#), [hidrodinâmica](#) das explosões, [estatística](#) e muitas outras as áreas da matemática.

De fato é considerado um dos mais importantes matemáticos do [século XX](#) propôs uma rigorosa teoria de situações estratégicas e, junto com Oskar Morgenstern (1902-1977) que foi um [economista austríaco](#). É considerado um dos fundadores da [teoria dos jogos](#), publicou o primeiro livro sobre a Teoria dos Jogos. Eles mostraram detalhadamente como representar os jogos em uma forma matematicamente precisa e construíram um método de análise de comportamento.

O grande matemático John von Neumann (1903-1957) que segundo Boyer (1974) é um dos matemáticos mais criativos e versáteis do século XX mudou esta situação. Em 1928, ele demonstrou que todo jogo finito de soma zero com duas pessoas possui uma solução em estratégias mistas. A demonstração original usava topologia e análise funcional e era muito complicada de se acompanhar.

John von Neumann (1903-1957), que trabalhava em muitas áreas da ciência, mostrou interesse em economia e, junto com o economista Oskar Morgenstern (1902-1977), publicou o clássico “The Theory of Games and Economic Behaviour” em 1944 e, com isto, a teoria dos jogos invadiu a economia e a matemática aplicada.

Nash mostrou a distinção entre jogos cooperativos e não cooperativos criou o conceito de comportamento racional para ambos os casos. Em 1950, o matemático John Forbes Nash (1928-2015) publicou quatro artigos importantes para a teoria dos jogos não-cooperativos e para a teoria da barganha.



No seu trabalho “Equilibrium Points in n-Person Games” e “Non-cooperative Games”, prova a existência de um equilíbrio de estratégias mistas para jogos não-cooperativos, denominado equilíbrio de “Nash”, e sugeriu uma abordagem de estudo de jogos cooperativos a partir de sua redução para a forma não-cooperativa. Nos artigos “The Bargaining Problem” e “Two-Person Cooperative Games”, ele criou a teoria de barganha e provou a existência de solução para o problema da barganha de Nash.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A abordagem histórica apresentada nesse texto que visa destacar a importância da construção histórica do estudo da Teoria dos Jogos assim como seu desenvolvimento em sala de aula na educação básica.

Os fatos relativos à história geral que engloba o período de maior atividade de Nash nos auxiliam no sentido de localizar os estudos no tempo e no espaço. Conforme, evidencia a probabilidade de uma abordagem multidisciplinar com a história da humanidade. Apresentando também relatos de avanços não só na matemática como na economia.

Apresentando uma possibilidade para o ensino de probabilidade com o tratamento de interações que se caracterizam por Jogos Estratégicos na educação básica, apresentando uma introdução histórica da probabilidade, bem como os fundamentos probabilísticos que norteiam as aplicações da teoria dos jogos á nível de ensino médio, seria proposto uma aplicação através de uma sequência didática que une tópicos das duas teorias no ensino de probabilidade.

Este texto é uma extensão do trabalho de conclusão de curso que concilia a teoria dos jogos com a probabilidade, apresentando a história ao professor de matemática.

Na construção deste texto encontramos alguns artigos como sugestão para uso da Teoria dos Jogos na educação Básica a partir da construção histórica do conhecimento pode usado como ferramenta para o ensino de outros conteúdos como a Teoria da Probabilidade, pode ser uma alternativa no ensino.



Após as pesquisas realizadas para elaborar este trabalho, podemos notar uma forte ligação entre os conteúdos de Teoria da Probabilidade com a Teoria dos Jogos, trazendo um enriquecimento acerca dos assuntos mencionados.

Desta forma, seguindo a diretriz proposta por Chaquiam (207) sugerimos este trabalho para discentes do curso de licenciatura em matemática que estejam em busca de aprimoramento profissional, com o intuito de utilizar essas informações como ferramenta de fixação para suas aulas de Probabilidade possibilidade abordada por Santos (2016).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997. 142p

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

BOYER, C.B. História da matemática. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

CRESWELL, John w. Projeto de pesquisa: MÉTODOS QUALITATIVO, QUANTITATIVO E MISTO; tradução Magda Lopes. – 3 ed. – porto alegre: Artmed; 2010.

FIANI, Ronaldo. Teoria dos Jogos: com Aplicações em Economia, Administração e Ciências Sociais, Rio de Janeiro: Campus. 2006. 389. 3a Edição. ZUBEN, Fernando J. Von . Tópico P2.7: Teoria de Jogos. EA072 –DCA/FEEC/Unicam.

SANTOS, Jorian Pereira dos. A teoria da Probabilidade e a teoria dos Jogos com uma abordagem para o ensino médio. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT. Natal – RN Agosto/2016.



UMA ANÁLISE DE ERROS DOS ALUNOS, SOBRE O CONTEÚDO PROPORÇÃO

Jesirreila Melo Souza do Nascimento
Universidade do Estado do Pará
nascimentoreila@gmail.com

Jessie Heveny Saraiva Lima
Universidade do Estado do Pará
Jessieheveny7@gmail.com

Rosineide de Sousa Jucá
Universidade do Estado do Pará
rosejuca@gmail.com

RESUMO: Este trabalho tem por objetivo analisar os erros dos alunos do 7º ano do ensino fundamental em questões de proporção. Para isso, revisamos alguns estudos que tratam sobre o papel dos erros na aprendizagem e estudos que tratam sobre as dificuldades de aprendizagem desse conteúdo, por sequência foram elaboradas 8 questões que foram aplicadas junto aos alunos de uma escola de rede privada da cidade de Belém/PA. Através das análises percebemos que as maiores dificuldades dos alunos não estão somente na realização de cálculo simples de proporção, mas sim na organização das razões e na realização de outras propriedades dentro das questões de proporção, levando o aluno a uma resposta diferente da considerada correta.

Palavras-chave: Avaliação da aprendizagem. Análise de erros. Proporção.

Introdução

O educador tem como objetivo analisar os ‘erros’ dos alunos nas resoluções de questões, pois segundo Buriasco (2008) não se deve ter um olhar limitado, que preza apenas pelas avaliações de rendimento, para poder definir o que os alunos sabem ou não sabem. A autora ainda complementa dizendo que o contexto de ensino aprendizagem, extremamente complexo e heterogêneo, necessita de outro olhar, um olhar mais aprofundado naquilo que é considerado errado. No entanto, em estudos mais recentes, Buriasco (2008), defende que avaliar tomando como critérios apenas o certo e o errado é simplesmente desprezar tudo o que o aluno fez se a resposta dele está diferente da considerada correta, assim como caracterizar como ‘erro’ é priorizar o que falta ao aluno em vez de valorizar o que ele já adquiriu.



Para Buriasco (2008), é necessário que a ideia de ‘erro’ seja reformulada e concebida como parte do processo de ensino e aprendizagem, pois, ela impossibilita a compreensão sobre o fazer matemático dos alunos, na medida em que despreza os conhecimentos já adquiridos e não atenta para o conjunto de atitudes tomadas para formar uma solução.

Outro estudo que aponta a importância da análise de ‘erros’ é o de Lima (2010), quando afirma que o erro deve ser concebido como um conhecimento, ou seja, ao ser analisado fornece ao professor as concepções e crenças adquiridas pelos alunos no decorrer de sua vida escolar. Além disso, ele orienta os professores a explorarem os ‘erros’ com os alunos questionando até onde, ou seja, em quais situações a resposta dada será válida e, até mesmo a tentarem compreender quais procedimentos os alunos utilizaram para resolver a questão, para que a partir disso possam desenvolver outros conhecimentos com esses alunos. Desse modo, a análise das respostas passa a ser não só uma questão de pesquisa, mas também uma metodologia de ensino.

Em relação as dificuldades que os alunos sentem na hora de resolver uma questão de matemática, seja de algoritmos ou de situações problemas são apontadas por alguns estudos, dentre eles o de Teixeira (1997), que discute sobre a questão epistemológica dos erros, e destaca as dificuldades para aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Na visão deste autor, a matemática é a disciplina com o maior índice de reprovação escolar e pode-se de imediato relacionar esses índices a incapacidade de alguns alunos de resolverem problemas que são propostos em sala de aula, apesar de esses terem recebido o mesmo conhecimento que os outros alunos que acertaram os mesmos problemas matemáticos. (TEIXEIRA, 1997, P.).

Neste contexto, fazer uma análise dos ‘erros’ dos alunos, em relação ao ensino de matemática pode ser de grande importância, tanto para o educador quanto para o educando, pois pode servir de eixo orientador das práticas pedagógicas. Em se tratando do ensino de proporção, este conteúdo é importante para o aluno, pois, segundo Gonçalves e Freitas (2010) há muitas situações da vida cotidiana que funcionam de acordo com as leis de proporcionalidade, e o professor tem como objetivo desenvolver o raciocínio proporcional do aluno.



No processo de aprendizagem de proporção os alunos apresentam algumas dificuldades, que são apontadas no estudo de Araújo, Oliveira e Gitirana (2004), quando afirmam que as crianças desde cedo já estão envolvidas com situações em que as proporções estão presentes, porém, de acordo com Gonçalves e Freitas (2010) em sala de aula é possível verificar algumas dificuldades encontradas pelos alunos na identificação de questões de proporções, pois para que uma pessoa raciocine com proporções, é necessário que ela seja capaz de diferenciar as situações onde existam relações proporcionais daquelas que não possuem tais relações. Outra dificuldade encontrada, por Araújo, Oliveira e Gitirana (2004), durante o processo de resolução de problemas é a de compreender as relações entre mais de duas razões e também a de identificar se a proporção é direta ou inversamente proporcional.

Diante desse contexto, surgiu o interesse em desenvolver um estudo sobre os ‘erros’ dos alunos em relação ao conteúdo de proporção. Nesse sentido, aplicamos um teste com 8 questões para os alunos do 7º ano de uma escola privada da cidade de Belém/PA, com o intuito de analisar as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de problemas que envolvem proporção.

Nesse sentido, delimitou-se a seguinte questão de pesquisa: Quais os erros que os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental cometem na resolução de questões de proporção?

Revisão de estudos

Segundo Lima (2010) o erro se constitui como um conhecimento, ou seja, os erros são legítimas fontes de estudos, informando as concepções e crenças que os alunos foram adquirindo ao longo de toda sua vida escolar. Porém, muitos professores ainda fazem uma análise dos erros dos alunos com um olhar limitado, e trazem a ideia de que o elemento principal que levou o aluno ao erro foi uma incapacidade no processo de aprendizagem do aluno. Portanto, Lima (2010) ainda complementa seus estudos dizendo que o ‘erro’ deve ser considerado como parte integrante do processo de aprendizagem, necessariamente vai requerer uma análise mais apurada de sua produção, para, desta forma, buscar o êxito escolar ao se estudar os erros, pois assim, é possível constatar que tais erros cometidos pelos alunos não são apenas falhas de memórias ou descuido, mas têm origens mais profundas.



A partir do processamento de informações, Radatz (1979) é citado nos estudos feitos por Lima (2010) e faz uma classificação dos erros e define em 5 categorias. Na 1ª Categoria – *Erros devidos a dificuldades de linguagem*; o autor diz que muitos alunos apresentam dificuldades em interpretar símbolos, conceitos e linguagem matemática, nesse sentido, a falta de compreensão dos textos pode levar o aluno a esse tipo de erro. Na 2ª Categoria – *Erros devido a dificuldades na obtenção de informações espaciais*; é apresentado a dificuldade que o aluno tem em mentalizar figuras espaciais pode levar a uma má representação implicando em soluções erradas. Já na 3ª Categoria – *Erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios*; Esses erros são oriundos da falta de conhecimentos necessários dos conteúdos, dessa forma, quando uma situação matemática exigir esses conteúdos para chegar a solução o aluno não desenvolverá as habilidades necessárias. Na 4ª Categoria – *Erros devido a associações incorretas ou rigidez de pensamento*; são erros devido a aplicação de uma operação cognitiva a situações diferentes, o seja, o aluno aprende uma operação relativa a um conteúdo e quando se depara com uma situação similar entende que aplicando a mesma operação consegue resolvê-la. Já na 5ª Categoria – *Erros devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes*, o autor fala da frequência na utilização de fórmulas ou regras similares em situações diferentes, mostra a ineficácia do raciocínio análogo.

Lima (2010) também cita em seus estudos uma pesquisa feita por Engler (2004), que traz categorizações de erros desenvolvidas outros autores, um deles é Booth, o qual na sua categorização utiliza os erros mais comuns cometidos pelos alunos, atribuídos a: a) *A natureza e o significado dos símbolos e das letras*; b) *O objetivo das atividades e a natureza das respostas em álgebra*; c) *O entendimento da aritmética pelos alunos*; d) *O uso impróprio de fórmulas ou regras de procedimento*.

Neste caminhar e dando continuidade à discussão sobre as dificuldades dos alunos e a importância da análise de erros, apresentamos uma breve análise de alguns estudos que apontam as dificuldades dos alunos em proporção, os quais apresentam os erros mais comuns dos alunos quanto às definições e às relações envolvendo esse conteúdo.



Araújo, Oliveira e Gitirana (2004) realizaram um estudo com os alunos do 5º, 7º e 9º ano do Ensino Fundamental e o 2º ano do Ensino Médio de duas escolas públicas estaduais do agreste pernambucano quanto a resolução de proporções, bem como, comparar dos resultados entre as séries envolvidas.

A fim de investigar o conhecimento de alunos da escola básica sobre a resolução de problemas com proporções, Araújo, Oliveira e Gitirana (2004) utilizaram uma metodologia baseada na aplicação de um teste com problemas de diversos tipos dentro da estrutura multiplicativa, para alunos de turmas dos 5º, 7º, 9º ano do Ensino Fundamental e para os alunos do 2º ano do Ensino Médio.

Segundo Araújo, oliveira e Gitirana (2004), os resultados apontam que os alunos do 5º ano em ambas as escolas tem dificuldade para encontrar a solução do problema já que não é apresentado o valor unitário. Em proporções múltiplas, o índice de erros superou o índice de acertos e quase todas as turmas, com exceção do 9º ano de ambas as escolas que obtiveram um bom percentual de acertos.

Gonçalves e Freitas (2010) realizaram uma pesquisa cujo objetivo foi investigar as principais estratégias relativas ao raciocínio proporcional mobilizada pelos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, diante de situações que envolvessem relações proporcionais (direta ou inversa) e situações nas quais essas relações não existam.

Para o desenvolvimento da pesquisa de Gonçalves e Freitas (2010), eles se inspiraram na metodologia denominada Engenharia Didática descrita por Artigue (1996), com a finalidade de analisar as situações didáticas. Sendo assim, os autores organizaram os procedimentos executados nesse estudo, por meio das quatro fases que compõe o procedimento experimental de Artigue. Na primeira fase, as análises preliminares tiveram por objetivo levantar informações para compor o quadro teórico e auxiliar nas definições do objeto e da hipótese da pesquisa. Na segunda fase, a da concepção e análise a priori das situações didáticas, Gonçalves e Freitas (2010) elaboraram e analisaram uma sequência didática composta por seis sessões. Os problemas que estavam em cada sessão foram elaboradas a partir dos estudos prévios e de modo que permitissem ao aluno entender, agir, refletir e evoluir por conta própria, com a possibilidade



de desenvolver o raciocínio proporcional. Na terceira fase, da experimentação, os autores aplicaram a sequência didática à turma, e por fim, na quarta fase, fizeram uma análise e uma validação dos dados coletados.

Nas análises feitas por Gonçalves e Freitas (2010) pode se perceber que os alunos possuem noções intuitivas sobre proporções e manifestam o raciocínio proporcional por meio de estratégias não convencionais, porém, os alunos não conseguem, num primeiro momento, distinguir situações proporcionais das não proporcionais, ou seja, o aluno sente dificuldade na hora de identificar se uma questão é de proporção ou não, além de ter dificuldade em distinguir se o problema é de proporção inversa ou direta.

Na análise dos estudos de Araújo, oliveira e Gitirana (2004) e Gonçalves e Freitas (2010), observamos as seguintes conclusões em relação às dificuldades e aos erros cometidos pelos alunos na compreensão de proporção:

Dificuldade para encontrar a solução do problema quando não apresenta o valor unitário;

Dificuldades nas resoluções de problemas que possuem proporções múltiplas;

Não consegue distinguir situações que envolvem relações proporcionais (direta ou inversa);

Dificuldade na identificação de questões de proporcionalidade

Com base nessas dificuldades apontadas desenvolvemos as análises das repostas dos alunos, que serão apresentadas a seguir.

Metodologia de pesquisa

A pesquisa será do tipo diagnóstica, na qual buscamos descrever os resultados obtidos com base na aplicação de um teste diagnóstico. Para Rudio (2007) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados.



Para tal, em um primeiro momento revisamos a literatura acerca do tema e posteriormente elaboramos e aplicamos um teste diagnóstico contendo 8 questões abertas envolvendo proporção em uma turma de 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Belém.

Para as análises e categorizações dos erros dos alunos nas questões 03, 04 e 08 chamaremos os alunos de A1, A2, A3, A4, A5 e A6.

Análise dos resultados

A seguir apresentaremos no quadro 1 os resultados do teste aplicado com o percentual (%) de erros, acertos e questões deixadas em branco.

QUADRO 1, ANÁLISE QUANTITATIVA

QUESTÃO	ACERTOS (%)	ERROS (%)	EM BRANCO (%)
01 Sabendo que $x + y = 42$, determine x e y sabendo que: $\frac{x}{y} = \frac{5}{9}$	40%	50%	10%
02 Resolva as seguintes proporções: a) $\frac{x}{5} = \frac{21}{35}$ $\frac{10}{7} = \frac{50}{x}$	90%	10%	0%
03 Encontre o valor de X na proporção a seguir: $\frac{x+1}{18} = \frac{2}{6}$	30%	40%	30%
04 Dona Benta usa quinze ovos para fazer três bolos. Quantos ovos ela vai precisar para fazer um bolo e posteriormente quanto precisará para fazer cinco bolos?	20%	80%	0%



05 O médico mandou Maria tomar 24 comprimidos em 8 dias. Ela tem que tomar a mesma quantidade de comprimidos todos os dias. Quantos comprimidos ela tomará por dia?	30%	30%	40%
06 Maria trabalha em um fábrica que produz 320 camisas em 4 dias com 20 operarias, quantas camisas irá ser fabricada trabalhando durante 6 dias com 10 operarias.	40%	60%	0%
07 Pedro e Fábio trabalharam em uma construção, juntos eles finalizaram a obra em 40 dias. Em quantos dias a obra seria finalizada caso Pedro e Fabio contratasse mais dois funcionários com o mesmo rendimento?	20%	50%	40%
08 Uma agência de turismo cobra 2 reais por pessoa a cada hora de excursão ao zoológico. Uma escola fez uma excursão de 4 horas ao zoológico, levando 8 alunos. Quanto custou esta excursão?	20%	30%	50%

Fonte: Teste diagnóstico

Diante dos resultados dispostos no quadro 1, percebemos que as questões para o cálculo simples de proporção como a questão 02, apresentam um percentual de erros bem inferior as outras questões, também, algorítmicas, mas que exigiam a utilização de conhecimentos sobre outros conteúdos como as questões 01 e 03.

Acreditamos que essa necessidade de mobilizar outros conhecimentos além do conteúdo proporção foi a causa do aumento no percentual de erros nas questões de cálculo simples de proporção.

Em relação as situações problemas, que correspondem as demais questões, a questão 04 apresentou o maior percentual de erros. Além disso, as questões 07 e 08 foram responsáveis pelos maiores percentuais de respostas em branco. Dessa forma, ficou evidente a dificuldade dos alunos diante de questões dessa natureza.



Nessas questões de situações problemas, como já vimos, o percentual de erros é relativamente elevado. Consideramos que a não identificação dos elementos ou grandezas proporcionais seja uma das principais causas dessa situação.

ANÁLISE QUALITATIVA

Para fazermos uma análise qualitativa escolhemos, das oito questões do teste aplicado, as questões 03, 04 e 08, cujas soluções dadas apresentaram erros relevantes para a análise.

A questão 03 era do tipo algorítmica e tinha como objetivo avaliar os erros relacionados ao cálculo simples de proporção.

Essa questão apresentou 30% de acertos, 40% de erros e 30% de respostas em branco. Os erros cometidos não estão relacionados, diretamente, a proporção, mas sim a aplicação de outros conhecimentos necessários. Apresentamos a seguir as respostas dadas por dois alunos e faremos a análise.

Figura 1: Resposta aluno A1

03. Encontre o valor de X na proporção a seguir:

$$\frac{x+1}{18} = \frac{2}{6}$$

$$x+1 \cdot 6 = 2 \cdot 18$$

$$x+6 = 36$$

$$x = 36-6$$

$$x = 30$$

Fonte: teste diagnóstico

O aluno demonstra conhecer os procedimentos para resolver uma questão de frações equivalentes, no entanto, quando precisa resolver $(X+1) \cdot 6$ demonstra não conhecer a propriedade distributiva. De acordo Lima(2010), esses são ‘Erros de interferência, nos quais diferentes operações interferem em outros conceitos’, pois o resultado obtido com essa resolução foi diferente do esperado, o conhecimento sobre a propriedade distributiva interferiu no cálculo da proporção proposta.



Figura 2: Resposta aluno A2

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{18} &= \frac{2}{6} \\ x+1 &= 18 \cdot \frac{2}{6} \\ x &= \frac{36}{6} - 1 \\ x &= 6 - 1 = 5 \end{aligned}$$

Fonte: teste diagnóstico

Na resposta dada pelo aluno A2 o erro encontra-se na 3ª categoria de Radatz (1979) apud Lima (2010) que trata de ‘erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios’, pois o aluno mostra desconhecer o conhecimento prévio de equações algébricas.

Na questão 04 é dada uma situação problema para que o aluno interprete e organize as razões para resolvê-la. Tem como objetivo identificar as dificuldades que os alunos possuem na organização das razões para resolver problemas de proporção.

Essa questão apresentou 20% de acertos, 80% de erros e 0% de respostas em branco. Os erros cometidos se referem a dificuldade que os alunos tem em organizar corretamente os valores proporcionais. Apresentamos a seguir a resposta de um aluno seguida da análise.

Figura 3: Resposta aluno A3

04. Dona Benta usa quinze ovos para fazer três bolos. Quantos ovos ela vai precisar para fazer um bolo e posteriormente quanto precisará para fazer cinco bolos?

$$\begin{aligned} \frac{15}{3} &\times \frac{5}{x} \\ 15 \cdot x &= 3 \cdot 5 \\ 15 \cdot x &= 15 \\ x &= \frac{15}{15} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Fonte: teste diagnóstico



O procedimento que caracteriza o erro presente na resposta acima é a razão $5/X$ que não está de maneira proporcional a razão $15/3$, assim sendo, o aluno A2 demonstra ter feito uma leitura diferente da esperada à questão. Segundo Lima (2010) podemos classificar erros dessa natureza como ‘erros de assimilação, nos quais uma leitura incorreta causa falhas na percepção, quando as informações não são devidamente tratadas’, pois o aluno não dá indícios de ter atentado para as grandezas que são diretamente proporcionais indicadas no enunciado.

Figura 4: Resposta aluno A4

$$\begin{aligned} \frac{15}{x} &= \frac{5}{3} \\ 5x &= 3 \cdot 15 \\ 5x &= 45 \\ x &= \frac{45}{5} \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Fonte: teste diagnóstico

O erro do aluno A4 pode ser categorizado da mesma forma que o erro do aluno A3, Segundo Lima (2010), pois devido a leitura incorreta do enunciado as razões foram escritas, pelo aluno, de maneira incorreta, levando-o assim, a uma resposta diferente da esperada à questão.

A questão 08 solicitava que aluno efetuasse o cálculo de proporções com uma estrutura um pouco complexa por serem apresentadas três variáveis e tinha como objetivo analisar os erros relacionados à resolução de problemas com proporções múltiplas.

Essa questão teve 20% de acertos, 30% de erros e 50% de respostas em branco. Os erros cometidos dizem respeito ao desconhecimento dos procedimentos e estratégias necessários ao cálculo de proporções múltiplas. A resolução de um aluno será apresentada a seguir e posteriormente faremos a análise.



Figura 5: Resposta aluno A5

08 Uma agência de turismo cobra 2 reais por pessoa a cada hora de excursão ao zoológico. Uma escola fez uma excursão de 4 horas ao zoológico, levando 8 alunos. Quanto custou esta excursão?

$$\begin{array}{lcl}
 1 \text{ Pessoa} & \rightarrow & 2 \text{ Reais} \\
 8 \text{ Pessoa} & \rightarrow & 2 \text{ Reais}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{lcl}
 1 \text{ HORA} & \rightarrow & 2 \text{ Reais} \\
 4 \text{ HORAS} & \rightarrow & 2 \text{ Reais}
 \end{array}$$

$$\frac{2}{8} = \frac{4}{2} = \frac{32}{4} = 8$$

Fonte: teste diagnóstico

O aluno A5 demonstrou dificuldades tanto em extrair as informações do problema para organizar as razões, quanto em perceber a relação múltipla entre as proporções. Esse tipo erro para Radatz (1979) apud Lima (2010) são classificados como ‘erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios’, pois o aluno não desenvolveu as habilidades exigidas pela situação matemática, ou seja, não possui conhecimento suficiente do conteúdo.

Figura 6: Resposta aluno A6

$$\begin{array}{l}
 \frac{8}{2} = \frac{4}{8} \\
 2 \cdot 4 = 8 \cdot 8 \\
 8 = 36
 \end{array}$$

Fonte: teste diagnóstico

O erro cometido pelo aluno A6, de acordo com as categorizações de Radatz (1979) apud Lima (2010), pode ser classificado como ‘erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios’ porque da mesma forma, demonstra não possuir os conhecimentos exigidos.



Em suma, diante da análise dos erros dos alunos, percebemos que suas dificuldades estão concentradas na identificação dos elementos proporcionais, pois os erros em relação a organização das razões ocorreram frequentemente.

Além disso, outra dificuldade identificada foi em relação a utilização de outros conteúdos nas resoluções de proporção, ou seja, quando a questão exigia no cálculo simples de proporção outros conhecimentos algébricos, o índice de erros era bem expressivo.

Considerações finais

O objetivo deste trabalho era fazer um estudo dos erros dos alunos do 7º ano do ensino fundamental quanto ao conteúdo de proporção.

Das discussões já realizadas, entendemos que o erro é parte integrante do processo de ensino e aprendizagem. É importante pois tem uma função norteadora das ações do professor, pois indica a que parte do conteúdo precisa dar mais atenção ou se é necessário que outros conteúdos sejam revisados a fim de não interferirem no conteúdo que está sendo ministrado. Além disso, fazer a análise dos erros dos alunos é importante para o exercício de uma relação harmônica professor-aluno sem punição e sem julgamento ou recriminação.

Em se tratando dos erros cometidos pelos alunos em proporção, podemos concluir que há um domínio sobre o algoritmo, ou seja, todos sabem ‘multiplicar cruzado’. Entretanto, a compreensão sobre grandezas direta e/ou inversamente proporcionais concentra parte das dificuldades dos alunos. Por conseguinte, representar corretamente as razões equivalentes, ou seja, escrever a proporção com os valores em seus devidos lugares, é uma tarefa, frequentemente, sem êxito.

Por isso tudo, acreditamos que a análise sobre os erros dos alunos em proporção nos mostrou, claramente, quais as dificuldades no processo ensino-aprendizagem do referido conteúdo. Desse modo, é importante que haja um prosseguimento nesse tipo de investigação para que outras dificuldades existentes sejam identificadas e trabalhadas.



Referências

ARAÚJO, F.F.N, OLIVEIRA, M.G.L, GITRIANA, V. A resolução de problemas de proporções ao longo das séries da escola básica. Recife, (2004)

BURIASCO, R.L.C. & SANTOS, J.R.V. Da ideia de erro para as maneiras de lidar: caracterizando nossos alunos pelo o que eles têm e não pelo que lhes falta. IN: Avaliação e Educação matemática. Recife: SBEM, 2008.

GONÇALVES, M. J. S. V, FREITAS J.L.M. O raciocínio proporcional em alunos do sétimo ano do ensino fundamental. Salvador – BA, 2010.

LIMA, T. T. Erros no processo de resolução de equações do 1 grau. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2010.

TEIXEIRA, L.R.M. Análise de erros: uma perspectiva cognitiva para compreender o processo de aprendizagem de conteúdos Matemáticos. Revista Nuances, Vol. III, Setembro, 1997.



UMA BREVE ANÁLISE DO CONCEITO DE INFINITESIMAL

Rafael Lameira Barros

Universidade Estadual do Pará

rafaelbrasiltecnologia@gmail.com

Resumo: O artigo apresentado propõe fazer uma breve análise do conceito de infinitesimal tal como a sua aplicação na área das séries geométricas, partindo da demonstração da igualdade $0,999... = 1$. Será realizado um estudo bibliográfico para definir o que se entende por infinitésimo, dízimas periódicas e as séries, assim como uma relação que eles mantêm. Diante dessa relação, viu-se a importância de se mostrar que $0,999... = 1$ sob vários aspectos, aos quais apresentam conhecimentos técnicos de séries geométricas e do uso do infinitésimo, além disso, foi apresentada uma breve abordagem histórica para fundamentar a noção de infinitésimo. Esse trabalho trata de uma pesquisa realizada a partir do enfoque Crítico-Dialético, possuindo como procedimento técnico a classificação de pesquisa bibliográfica e utilizando importantes referências como Cruz (2011), Sá (2010) e Dias (2014). Diante dos resultados obtidos, observamos que $0,999...$, um número racional com um número infinito de casas decimais, possui uma diferença infinitesimal em relação a 1 de maneira que torna-se o próprio 1, sendo essa diferença um infinitésimo cujo limite da sua representação de formação, é $10/10^k$, com $k \rightarrow +\infty$, tende a zero.

Palavras Chave: Série Geométrica. Dízima Periódica. Infinitesimal.

Introdução

Quando se tem contato com dízimas periódicas, nota-se que esse tipo específico de número pertence ao conjunto numérico dos racionais, visto que o mesmo obedece à condição que o define como tal, isto é, pode ser escrito como fração. Para ser escrito na forma a/b geralmente há maneiras práticas de se fazer isso, embora haja um processo metodológico, matematicamente aceito, para se converter um dízima periódica para fração.

Uma forma prática, mas não matematicamente aceita, para se converter os números $0,444...$ e $0,121212...$ para a forma fracionária, está no posicionamento, do número que se repete, no numerador da fração e no denominador é posicionado a quantidade de 9 correspondente a quantidade de números que se repetem indefinidamente, com isso, teríamos $0,444... = 4/9$ e $0,121212... = 12/99$.



Tal método, por mais que tenha a sua importância prática, é certamente frustrado de forma visual quando se quer converter a dízima periódica $0,9999\dots$, já que é encontrado como resposta o número $9/9$, o qual é 1. Outro exemplo é quando o aluno tenta resolver uma expressão do tipo $9.4/9$ o qual tem como resultado 4, se começar primeiro da multiplicação, ou $3,999999\dots$, se começar da divisão.

O objetivo de nosso trabalho é proporcionar uma reflexão sobre o conceito de infinitésimo e algumas de suas implicações no estudo de séries geométricas. Para isso faremos uma breve análise do conceito de infinitesimal tal como a sua aplicação na área das séries geométricas, partindo da demonstração da igualdade $0,999\dots = 1$.

Dízimas Periódicas

As dízimas periódicas são representações decimais de uma divisão continuada, ou prolongada indefinidamente ou infinitamente. Esses decimais infinitos e periódicos também são considerados números racionais, já que podem ser escritos na forma de fração, a qual é chamada de fração geratriz de uma dízima periódica (CRUZ, 2011, p.98).

As dízimas periódicas são representadas por reticências (...) no final do número ou por um traço sobre a parte que repete, chamado de período. Assim, as dízimas $0,333\dots$ e $1,232323\dots$ podem ser representados como $0,\overline{3}$ e $1,\overline{23}$.

Segundo Carrard (2016, p. 2), as dízimas periódicas são formadas de três partes: a parte inteira, o anti-período e o período. Parte inteira é a parte que antecede as casas decimais (antes da vírgula). O período é a parte que se repete de forma infinita. Já o anti-período é a parte do número que está após o início das casas decimais (depois da vírgula), e vai até o início do período. Dessa maneira, por exemplo, o número $45,76555\dots$, tem 45 como parte inteira, 76 como anti-período e 5 como período.

Quanto a classificação de uma dízima, para Carrard (2016, p. 2), existem dois tipos de dízimas periódicas, as simples e as compostas. As dízimas periódicas simples, como $0,333\dots$,



2, 4444... e 43,222, apresentam o período logo após a vírgula, ou seja, não apresentam o anti-período. Já as dízimas periódicas compostas, 0,2333..., 2,3454545... e 234,7345345345..., apresentam o anti-período entre a virgula e o período, fazendo com que o período não comece logo após a virgula.

Já que as dízimas periódicas podem ser transformadas na forma de fração. Para esclarecer apresentamos abaixo um exemplo de método para se chegar à fração geratriz de uma dízima periódica simples.

Seja o número x , tal que $x = 0,4444...$ (a). Se multiplicarmos os dois membros da igualdade (a) por 10, teremos a igualdade $10x = 4,4444...$, sendo que, ao subtrair esta por (a), isto é, $10x - x = (4,4444...) - (0,4444...)$ obtemos $9x = 4$, no qual, tem-se que $x = 4/9$. Logo $0,4444... = 4/9$.

Existe uma infinidade de Dízimas Periódicas, porém dentre elas existe uma que é muito intrigante, a dízima 0,9999..., visto que, se utilizar o método usado anteriormente para converter para fração geratriz chega-se facilmente a $9/9$, o qual é igual a 1.

O número decimal 0,999... é uma outra representação do número real 1. Em outros termos, podemos dizer que os símbolos 0,999... e 1 representam a mesma ideia, mesmo que isso ainda possa assustar às pessoas. Essa igualdade foi aceita com o passar do tempo, ensinada por professores e livros didáticos, existindo diversas provas formais ou intuitivas que comprovam essa igualdade, (SÁ 2010, p.1).

A relação que há entre esses valores envolve as ideias de proximidade e infinidade, ou seja, à dízima 0,999... é tão infinitamente próximo de 1 que chega ser o próprio 1. Abaixo estão algumas demonstrações não formais sobre a igualdade que há entre 0,999... e 1, conforme Sá (2017, p.3).

Demonstração 1: Seja o número x , tal que $x = 0,9999...$ (c). Se multiplicarmos os dois membros da igualdade (c) por 10, teremos a igualdade $10x = 9,9999...$, sendo que, ao subtrair esta por (c), isto é, $10x - x = (9,9999...) - (0,9999...)$ obtemos $9x = 9$, o qual, equivale a $x = 1$. Logo $0,9999... = 9/9 = 1$.



Demonstração 2: Queremos mostrar que $0,999... = 1$. Tomando como hipótese que $1/3 = 0,333... (e)$, então se multiplicarmos os dois membros da igualdade (e) por 3, teremos $1 = 0,999...$, como queríamos mostrar.

Demonstração 3: Queremos mostrar que $0,999... = 1$. Sabendo que $1/11 = 0,0909...$ e $10/11 = 0,9090...$, então $1/11 + 10/11 = 0,0909... + 0,9090...$, logo $11/11 = 0,9999...$, teremos então que $1 = 0,9999...$

Demonstração 3: Supondo que $0,999...$ seja diferente de 1, então podemos afirmar que $0,999...$ é estritamente menor que 1. Se essa afirmação for verdadeira, então deve haver infinitos números decimais entre eles, isto é, números que são maiores que $0,999...$ e menores que 1. No entanto, não há nenhum número que esteja entre eles, já que, se houver, esse número teria que ter ao menos um algarismo maior que 9 e, se tiver, certamente esse número seria maior ou igual a 1. Logo se percebe que $0,999... \neq 1$ é um absurdo, portanto $0,999...$ é igual a 1.

Essas demonstrações revelam diferentes situações em que se pode comprovar a igualdade em questão, mesmo sabendo que, por visualização, $0,999...$ pareça ser diferente de 1. A demonstração 3 mostrou uma compreensão bastante interessante sobre o significado fundamental de proximidade, revelando uma abordagem diferenciada trazendo maior solidez ao afirmar que $0,999...$ é igual a 1.

A partir do desenvolvimento feito anteriormente, sabe-se que $0,999... = 1$. Se somarmos os dois membros por 1, tem-se $1,999... = 2$. O número 2 pode ser visto como o quociente da divisão $4 : 2$, por outro lado, surge uma dúvida, será que o número $1,999...$ também pode surgir da divisão $4 : 2$?

Conforme Cruz e Soares (2011, p.3), uma forma de visualizar a formação de uma dízima como $1,999...$ é se, por exemplo, dividirmos 4 por 2, de modo que o resto dessa divisão seja sempre igual ao divisor, isto é, a 2, embora tal raciocínio não obedeça a condição estabelecida para o resto, no algoritmo da divisão, teremos o seguinte desenvolvimento:

$$\begin{array}{r} 4 \quad 2 \quad | \quad \text{—————} \\ 2 \quad 1,999... \end{array}$$



2

...

como $4 : 2 = 1,999...$ e $4 : 2 = 2$, então $1,999... = 2$. Vê-se, nesse caso uma situação em que uma hipótese incorreta implicou em uma conclusão correta, ou seja, a atribuição da condição em que o resto sempre fosse 2, fez com que revelasse como quociente da divisão fosse 1,999; temos então um interessante raciocínio que conduz a resposta da pergunta dita anteriormente.

O desenvolvimento feito anteriormente aplica-se muitos outros números naturais, fazendo-nos afirmar que $23,999... = 24$; $123,999... = 124$. Além do mais tal raciocínio fica ainda mais interessante se multiplicarmos os dois membros da igualdade $0,999... = 1$ por 0,1; obtendo $0,0999... = 0,1$. Assim, tomando 2,5 como exemplo, temos que 2,5 pode ser decomposto na soma $2,4 + 0,1$; o qual pode ser escrito como $2,4 + 0,0999...$ que equivale a $2,4999...$, então $2,5 = 2,4999...$, nota-se, com isso, a possibilidade de se generalizar para todos os números racionais.

Série e Dízimas Periódicas

No sistema de representação decimal o número real $0, a_1 a_2 a_3 \dots$ pode ser escrito como uma série $\sum_{n=1}^{\infty} X_n$, em que $X_n = a_n / 10^n$, (DIAS, 2014, p.1).

Segundo Cruz (2011, p.98), o número racional $1/3$ é aproximado por uma sequência de outros números racionais, no qual os índices vão se tornando cada vez maiores, seguindo os valores consecutivos. De uma forma generalizada, pode-se considerar que certo número racional é aproximado por uma sequência de outros números racionais, sendo todos os valores consecutivos.

Exemplo: $0,333... = 3/10 + 3/10^2 + 3/10^3 + ... + 3/10^n = \sum_{n=1}^{\infty} 3/10^n$

Observa-se que a dízima periódica pode ser identificada com a adição de infinitas parcelas de números racionais, quer estas estejam representados na forma decimal ou fracionária.

A expressão abaixo reestrutura a dízima $0,999...$, comentada anteriormente, para uma outra representação em que ocorre uma adição de um número infinito de termos de uma



progressão geométrica (PG) decrescente, cujo primeiro termo é $a = 9/10 = 0,9$ e a razão é $q = 1/10 = 0,1$. Temos então

$$0,999... = 9/10 + 9/10^2 + 9/10^3 + ...$$

Podemos calcular a soma de um número infinito de termos de uma PG infinita na progressão acima da seguinte maneira:

$$S_n = \frac{a_n}{1 - q} = \frac{9/10}{1 - 1/10} = \frac{9/10}{9/10} = 1 \quad (i)$$

Segundo Fainguelernt e Villela (2007, p.3), alunos do ensino médio ainda não conhecem a noção de limite, que significa a ideia do comportamento da função na vizinhança do ponto limite, onde há uma aproximação máxima dessa função a este ponto, por isso é complicado pra eles admitir que $0,999... = 1$, a partir da representação abaixo:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_n}{1 - q} = \frac{9/10}{1 - 1/10} = \frac{9/10}{9/10} = 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{10^n} \quad (ii)$$

As duas representações anteriores desenvolvem a soma da série gerada pela dízima $0,999...$, chegando a 1. Em (i) há uma soma dos infinitos termos dessa progressão geométrica, já o (ii) desenvolve a soma dessa progressão sob um aspecto de função em que o termo encontrado é a somatória dessa série geométrica. Os métodos aplicados em (i) ou (ii), são a prova claramente demonstrada que $0,999... = 1$.

Infinitesimais

O infinitésimo, assim como outros assuntos, sofreu uma acirrada disputa acerca de sua autoria, por Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716). Nele é guardado algumas inconsistências e contradições que são ainda objetos de estudo e discussão (CARVALHO & D' OTAVIANO, 2006).

Segundo Alexander (2016, p.9), apesar de ocorrer uma polêmica sobre a autoria do infinitésimo, algo emergido nessa época trazia uma real polêmica envolvendo a matemática. Suponhamos a existência de uma reta, essa reta é composta de uma sequência de pontos, ou “indivisíveis”, que são os blocos de construção da reta, e que não podem ser divididos. Isso



trouxe um estado de compreensão um pouco vago, apesar de fazer sentido, onde não havia maiores detalhes como por exemplo, quantos indivisíveis são e qual é seu tamanho? Poderia se supor que o tamanho de cada indivisível é um bilionésimo de um bilionésimo da linha original, o que de fato é de uma magnitude muito pequena. O problema é que qualquer grandeza positiva, mesmo muito pequena, sempre pode ser dividida.

Há muitos anos atrás, para calcular os volumes contidos em círculos, cilindros ou esferas, Arquimedes, considerado um cientistas de grande notoriedade na Antiguidade Clássica, desenvolveu um trabalho em que ele cortava em fatias um número infinito de superfícies paralelas, e então somava as áreas das superfícies para chegar a um resultado correto. Assumindo, apenas como argumento, que grandezas contínuas são de fato compostas de indivisíveis. Depois de chegar aos resultados usando os infinitesimais como sendo os próprios indivisíveis, voltou ao começo e provou cada um deles por meios geométricos convencionais, evitando o uso dos infinitamente pequenos. Por mais de um milênio e meio, o trabalho de Arquimedes sobre infinitesimais continuou uma anomalia, pois todos os matemáticos trilhavam caminhos baseados nos métodos experimentados e comprovados da geometria (ALEXANDER, 2016, p.10).

Antes de 1500 Simon Stevin em Flandres, Thomas Harriot na Inglaterra, Galileu Galilei e Bonaventura Cavalieri na Itália e outros matemáticos redescobriram os experimentos de Arquimedes com infinitesimais e começaram a examinar suas possibilidades. De maneira surpreendente, avançavam admitindo os bem conhecidos paradoxos, tratando abertamente o continuum como composto de indivisíveis e prosseguiram. Como resultado, temos que o “método dos indivisíveis” revolucionou a prática inicial da matemática moderna, possibilitando cálculos de áreas, volumes e inclinações antes impossíveis de se obter. Mais tarde, no fim do século XVII, o método foi formalizado pelas mãos de Newton e Leibniz, tornando-se o confiável algoritmo que hoje chamamos de cálculo (ALEXANDER, 2016, p.10).

Newton, a partir, de intuições geométricas combinadas com elementos da linguagem algébrica tentou fornecer uma estrutura lógica e formal para o cálculo infinitesimal que tinha criado, buscando também aperfeiçoar o uso do conceito cinemático de infinitésimo de Barrow



e Fermat. Newton publicou uma obra chamada *Method of fluxiones*, nessa obra, ele apresenta uma nova abordagem para o cálculo, de maneira que as variáveis quantitativas envolvidas são geradas pelo movimento, sendo denominadas como *fluxões* e *fluents*. Nesse mesmo assunto é trabalhado as quantidades infinitesimais de forma cinemática, tornando as variações infinitesimais da variável *tempo* parte do processo que gera magnitudes geométricas (CARVALHO & D' OTAVIANO, 2006, p.7).

Conforme Carvalho e D' Otaviano (2016, p.9), Leibniz, em uma de suas obras datada de 1684, desenvolveu uma formalização ao cálculo diferencial. A partir dos infinitésimos, embora fosse algo ficcional, introduziu a representação dx , como notação ligada à noção de diferencial para indicar uma quantidade infinitamente pequena, associada a uma variável x .

John Wallis (1616-1703) em *Arithmetica Infinitorum*, publicada por ele em 1665, criou a concepção de um limite ligado a aritmética. A partir do estudo de sequências de certas razões, Wallis observou que os fatores das frações caminhavam para um “valor limite” (CAJORI, 2007, p. 256 apud Cruz, 2017, p.6), sendo este, um elemento menor que qualquer valor escolhido, e se dissipará tornando-se algo infinitamente pequeno. Foi John Wallis ainda quem criou o símbolo “ ∞ ” para representar o infinito (CRUZ, 2017, p.6).

Segundo Alexander (2016, p.10), para a correta definição do que seria um infinitésimo devemos supor que uma reta é composta de uma sequência de pontos, ou indivisíveis, que são os blocos de construção da reta, os quais não podem ser divididos. No entanto, isso contrapõe a ideia de que qualquer grandeza positiva, mesmo muito pequena, sempre pode ser dividida, como, por exemplo, um determinado segmento pode ser dividido em bilhões de partes e uma dessas insignificantes partes poderia ser dividida em bilhões de outras partes ainda menores e assim sucessivamente. Isso significa que os supostos indivisíveis são, na verdade, divisíveis, e a suposição inicial de que são partes irreduzíveis de uma reta contínua é falsa. Observe:

$$0,1 = 1/10;$$

$$0,01 = 1/10^2;$$

$$0,001 = 1/10^3;$$



k

$$0,000\dots001 = 1/10^k, \text{ com } k \rightarrow +\infty.$$

O valor mostrado por ultimo na sequência acima é um exemplo claro de infinitésimo, sendo ele $1/10^k$, com k tendendo a infinito, tem-se que sua suposta representação decimal tem uma quantidade infinita de casas decimais. A construção feita acima mostra o raciocínio que há em um número infinitamente menor, a partir da ideia de que qualquer grandeza positiva, mesmo muito pequena, sempre haverá outras ainda menores que ela.

Segundo Carvalho e D' Otaviano (2006, p. 2), um infinitésimo poder ser definido como a menor parte na qual se poderia fracionar, por exemplo, uma reta. As quantidades (ou magnitudes) infinitesimais, também podem ser referidas como números indefinidamente pequenos, sendo eles infinitamente menores do que qualquer número real.

Conforme Minhós (2012), uma forma de se definir infinitesimais diz que toda sucessão u_n que convergir para 0 é chamada de infinitésimo, isto é, o limite de u_n for 0. Escreve-se como $u_n \rightarrow 0$, ou $\lim u_n = 0$; Analisando alguns exemplos, temos:

Exemplo: Dada uma sucessão de termo geral $u_n = 1/10^n$, se $n \rightarrow +\infty$, então u_n converge para 0, logo essa sucessão é um infinitésimo. Sabendo que $n \geq 0$, os elementos da sucessão u_n são 1, $1/10$, $1/100$, ..., $1/10^p$, onde $1/10^n$, com $n \rightarrow +\infty$, é propriamente o termo geral, que representamos por $1/10^p$.

Analisando o conceito de infinitésimo, já que trata de números infinitamente pequenos então tomando como exemplo uma sequência $1/10^k$, tem-se que o conceito de infinitésimo aplica-se especificamente ao termo geral dessa sequência, quando $k \rightarrow +\infty$, devido ser infinitamente mais próximo de 0, quando k tende a $+\infty$. A forma com que supostamente esse infinitésimo seria representado na forma decimal é $0,000\dots01$, possuindo infinitas casas decimais.

Estudo da soma $0,999\dots 99 + 0,000\dots01$



Dada a adição entre os números decimais 0,999...999 e 0,000...001, tal que ambos tenham a mesma quantidade k de casas decimais, temos que a soma produzida sempre será 1.

$$\begin{array}{c} k \quad \quad \quad k \\ 0,999\dots999 + 0,000\dots001 = 1,000\dots000 = 1 \end{array} \quad (\text{iii}).$$

Portanto, a formula para se calcular a soma infinita dos termos de uma progressão geométrica não seria aplicado na série que gera o número 0,999...9 indicado em (iii), pois sendo ela $9/10 + 9/10^2 + 9/10^3 + \dots + 9/10^k$, teríamos uma série finita, tornando com isso aplicável a formula da soma dos finitos termos de uma progressão geométrica, diante disso, já que $0,999\dots999 + 0,000\dots001$ pode ser escrito como $9/10 + 9/10^2 + 9/10^3 + \dots + 9/10^k + 1/10^k$, o qual equivale a

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^k \frac{9}{10^n} + \frac{1}{10^k} & \quad (\text{iv}) \\ = S_n + \frac{1}{10^k}. \end{aligned}$$

Já que S_n trata da soma de uma sequência finita, então o calculo para tal é desenvolvido por meio da formula a seguir:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}.$$

Aplicando essa formula na série presente em (iv), teremos o seguinte desenvolvimento:

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{9}{10} \cdot \left[\left(\frac{1}{10} \right)^k - 1 \right]}{\frac{1}{10} - 1} + \frac{1}{10^k} \quad (\text{v}) \\ & = \frac{\frac{9}{10} \cdot \left[\frac{1}{10^k} - 1 \right]}{-\frac{9}{10}} + \frac{1}{10^k} \\ & = \frac{\left[\frac{1}{10^k} - 1 \right]}{-1} + \frac{1}{10^k} \\ & = 1 - \frac{1}{10^k} + \frac{1}{10^k} \end{aligned}$$



= 1

Em (iii) e (iv) temos a adição de $0,999\dots99$ com o decimal $0,000\dots01$; tendo ambos um número k finito de casas decimais, tal que $k > 0$ e sendo ele uma valor extremamente grande. Em (iii) trata-se de um processo simples de adição entre esses números, cuja soma é 1, já em (iv) vemos a mesma adição, onde o número real $0,999\dots99$ foi representado na forma de série geométrica, cuja somatória dos k termos, somada a $1/10^k$, gera o número 1.

Como a quantidade de casas decimais, dos números referidos anteriormente, foi definido como k , o qual trata de qualquer número natural maior que 0, então k pode ser desde o número 1 até mesmo assumir números infinitamente grandes, reforçando com isso a ideia de que $0,999\dots = 1$.

Analisando o que foi apresentado

O número $0,999\dots$ pode ser gerado de uma série dos infinitos termos de uma sequência, a qual, se utilizada a formula da soma de uma P.G. infinita, encontra-se como resposta o número 1, como foi desenvolvido em (i), em outras palavras essa série converge para 1. No entanto se supormos que o número real $0,999\dots$ tem um número k finito de casas decimais, então ele será diferente de 1, a menos que ele seja somado a um número $0,000\dots01$ com a mesma quantidade k de casas decimais, como está sendo estabelecido em (iii). Portanto sendo k um número natural qualquer, teremos que a série que gera o numero $0,999\dots99$ por si só não gera o número 1, visto que, ao aplicar a formula da soma dos finitos termos de uma P.G. teremos 1, como resultado, somente ao se somar $9/10 + 9/10^2 + 9/10^3 + \dots + 9/10^k$ a $1/10^k$, assim como foi feito no desenvolvimento em (iv) e (v). Esse raciocínio também pode ser aplicado para qualquer valor de k , tal que $k > 0$ e seja natural.

Ao tentar realizar a adição da dizima $0,999\dots$ com o decimal $0,000\dots01$, ambos com a mesma quantidade k de casas decimais, de maneira que k tenda a infinito, certamente teremos a adição entre a série $9/10 + 9/10^2 + 9/10^3 + \dots + 9/10^k$ e o infinitésimo $1/10^k$. Teremos então que trabalhar com o limite para que possamos chegar ao valor correto da soma $(9/10 + 9/10^2 + 9/10^3 + \dots + 9/10^k) + (1/10^k)$ tal que $k > 0$ e $k \rightarrow +\infty$. Logo teremos:



$$\sum_{n=1}^k \frac{9}{10^n} + \frac{1}{10^k}, k \rightarrow +\infty.$$

Faz pouco sentido mostrar que tal expressão resulta em 1, pois a própria série $\sum_{n=1}^{\infty} 9/10^n$ converge para 1, como foi feito abaixo.

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \left[\sum_{n=1}^k \frac{9}{10^n} + \frac{1}{10^k} \right];$$

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \left[\sum_{n=1}^k \frac{9}{10^n} \right] + \lim_{k \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{10^k} \right];$$

Com base no que foi feito em (ii), temos

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{\frac{9}{10}}{1 - \frac{1}{10}} + 0 = \lim_{k \rightarrow +\infty} 1 = 1.$$

Essa adição revela que, por um aspecto de tendência ao infinito, ela resulta em 1.

Segundo Sá (2017), um conceito equivocado é quando, como 0,999... é um número real que está muito perto de 1, então esse número tenderia a 1 ou convergiria a 1. No entanto o conceito de tendência ou convergência não existe nos reais, isto é, um número nunca pode tender a outro.

Considerações

O trabalho apresentado esclareceu várias ideias, como por exemplo, se $0,999...99 + 0,000...01 = 1$, o qual pode ser escrito como $(9/10 + 9/10^2 + 9/10^3 + \dots + 9/10^k) + (1/10^k)$ que também é igual a 1, sendo k um número natural tal que $k > 0$, então o que acontece quando $k \rightarrow +\infty$? Essa pergunta foi respondida nesse trabalho. No entanto, quando $k \rightarrow +\infty$, facilmente percebemos o surgimento de um infinitesimal ($1/10^k$), o qual pela definição apresentada nessa pesquisa, em que as quantidades infinitesimais referem-se a números indefinidamente pequenos, logo seu efeito em na adição $(9/10 + 9/10^2 + 9/10^3 + \dots + 9/10^k) + (1/10^k)$ é insignificante. Assim, pelo que já foi demonstrado, a própria série $(9/10 + 9/10^2 + 9/10^3 + \dots + 9/10^k)$ resulta em 1.

Nesse trabalho tentamos ao máximo fazer uma análise de uso do infinitesimal para provar que $0,999... = 1$ e, desse modo, proporcionar um entendimento de que a diferença que



há entre esses números é de um mero infinitésimo, que por mais que pareça desprezível mostrou uma grande diferença visual entre $0,999...$ e 1, mesmo sendo iguais.

Algumas ideias ainda não investigadas nesse trabalho acadêmico receberão um estudo mais aprofundado em um próximo artigo sobre o assunto em questão, como por exemplo, se subtraímos os dois membros, da igualdade $0,999... = 1$, por 1 e após isso multiplicarmos por -1, tem-se $1 - 0,999... = 1 - 1$, com isso, sabendo que a diferença que há entre 1 e $0,999...$ está relacionado ao campo infinitesimal, então essa igualdade equivale à $1/10^k = 0$, com $k \rightarrow +\infty$. Por outro lado se supormos trivialmente que $0,999... = 1$, então a igualdade $1 - 0,999... = 1 - 1$ equivalerá à $1 - 1 = 1 - 1$, obtendo $0 = 0$. Sabe-se que $1/10^k = 0$ trata de algo matematicamente incorreto, pois o infinitésimo não é igual a 0, embora seja tão infinitamente pequeno que chegue perto de 0.

Nesse trabalho o infinitésimo mencionado foi $1/10^k$, com $k \rightarrow +\infty$, a partir da definição dada para esse conceito no âmbito das sucessões. No entanto o conceito de infinitésimo está relacionado de forma inerente a funções de limites iguais a 0. A percepção que se tem desses números infinitamente pequenos é de grande importância para inúmeras áreas. Claro que em muitas situações práticas o infinitésimo seja algo desprezível, mas o mesmo merece o devido reconhecimento aritmético por estruturar, de forma elementar, mensurações mais complexas.

Esperamos que essa pesquisa venha contribuir para a noção de infinitésimo, tendo em vista o melhor entendimento de certas situações matemáticas, como por exemplo, $0,999... = 1$ ou $2,999... = 3$. Sabe-se que os números mantêm noções matemáticas ainda desconhecidas, mas com a devida exploração desse desconhecido, novos conhecimentos surgem e novas perspectivas recebem significado.

Referências

- ALEXANDER, Amir. Infinitesimal: A teoria matemática que revolucionou o mundo - 1.ed. Scientific American/Farrar, Straus and Giroux - Zhar. Rio de Janeiro, 2006.
- CARRARD, Marcos. Dizimas Periódicas. Apostila Digital – Consultoria Técnica e Ensino. São Paulo, 2016.



CARVALHO, Tadeu; D'OTTAVIANO, Itala. Sobre Leibniz, Newton e infinitésimos, das origens do cálculo infinitesimal aos fundamentos do cálculo diferencial paraconsistente. *Pesquisa em Educação Matemática* - v. 8, n. 1. São Paulo, 2006.

CRUZ, Willian. Os números reais: um convite ao professor de matemática do ensino fundamental e do ensino médio. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática. Minas Gerais, 2011.

CRUZ, W. J.; SOARES, C. A. S. Um olhar para as dízimas periódicas: convite ao professor da educação básica. CIAEM-XIII, Recife, 26 Junho 2011.

DIAS, David. Introdução a Análise: Séries numéricas, representação decimal e dízimas periódicas. MAT0315. São Paulo, 2014.

FAINGUELERNT, Estela; VILLELA, Lucia. 0,999... é igual a 1? GPEMCC/USS - Iniciação Científica. Rio de Janeiro, 2007.

MINHOS, Feliz. Análise Matemática I: um convite ao professor de matemática do ensino fundamental e do ensino médio. Monografia de apoio às aulas de Análise Matemática I. Repositório da Universidade de Évora. 2012.

SÁ, Ilydio. 0.999... é igual a 1. 2010. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/>. Acesso em 20 de Outubro de 2017.



UMA BREVE REVISÃO DE ESTUDOS ACERCA DO ENSINO DE POLINÔMIOS POR MEIO DE TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO

Thiago Jacob Maciel Modesto
UEPA
tjmmtecno@gmail.com

Pedro Franco de Sá
UEPA
pedro.franco.sa@gmail.com

Natanael Freitas Cabral
UEPA
natanfc61@yahoo.com.br

Resumo: Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um levantamento de estudos sobre o que existe na literatura acerca de ensino de polinômios por meio do uso de tecnologias de informação e comunicação. As informações foram produzidas nos meses de novembro de 2017 a janeiro de 2018 por meio da consulta a dissertações defendidas no Brasil, todas provenientes dos últimos quinze anos. A sistematização das informações produzidas ocorreu pela seleção criteriosa de trabalhos que tratavam o ensino de polinômios com o uso de alguma tecnologia como recurso didático. A análise dos resultados indica que, segundo a amostra de trabalhos, o ensino de polinômios ocorre na maioria das vezes por meio do uso de *software* e de computadores, onde não há uso ainda de *smartphones*, *tablets*, bem como aplicativos para celulares. Mesmo com a falta de uso de outros artefatos tecnológicos, concluímos que a maioria dos assuntos relacionados ao conteúdo em tela apresenta um baixo grau de dificuldade para a aprendizagem do aluno quando associado a alguma tecnologia de informação e comunicação.

Palavras-chave: Ensino. Aprendizagem. Polinômios. Tecnologia. Metodologia.

Introdução

Ao iniciar qualquer pesquisa, é importante tomarmos conhecimento sobre que caminhos devemos nos delinear. Nesse sentido, nosso objetivo com este capítulo é familiarizar-se com as pesquisas e, por meio delas, reconhecer os autores que estudaram o processo de ensino de polinômios por meio do uso de tecnologias de informação e comunicação, quais foram suas contribuições e para onde ainda se deve caminhar.



Na elaboração de um trabalho científico é indispensável a revisão de estudos do tema a ser pesquisado. É fundamental a realização desse levantamento, pois norteará o pesquisador sobre o problema a ser resolvido. Para Trentini e Paim (1999, apud ECHER, 2001), a seleção criteriosa de uma revisão de literatura pertinente ao problema é familiarizar-se com textos e, através deles, reconhecer os autores e o que eles estudaram anteriormente sobre o problema a ser estudado. Echer (2001, p.07) ratifica tal importância ao dizer que:

A revisão de literatura é importante, também, para casos em que temos o assunto, mas não o problema. A partir da revisão da literatura poderemos ter ideia do que já foi e do que ainda precisa ser investigado. O problema pode, da mesma forma, surgir a partir de outros trabalhos, como nas recomendações apontadas em pesquisas, artigos, livros, periódicos e outros, o que não deixa de ser uma revisão. Conversar com pesquisadores da área específica e examinar outros projetos pode, igualmente, ajudar o pesquisador na resolução de suas dúvidas.

Nossas reflexões a respeito da revisão de estudos vão ao encontro de tais pensamentos. Em concordância com as palavras de Vosgerau e Romanowski (2014, p. 168):

As revisões são necessárias para pesquisadores iniciantes em uma determinada área do conhecimento. Esses estudos podem conter análises destinadas a comparar pesquisas sobre temas semelhantes ou relacionados; apontar a evolução das teorias, dos aportes teórico metodológicos e sua compreensão em diferentes contextos, indicar as tendências e procedimentos metodológicos utilizadas na área, apontar tendências das abordagens das práticas educativas.

Nosso objetivo principal foi verificar se nos trabalhos selecionados a utilização de tecnologias de informação e comunicação em sala de aula melhora o ensino de polinômios e, como consequência, potencializa a aprendizagem do aluno no assunto considerado. Isso será descrito por meio da análise dos resultados da pesquisa de cada autor, quando houver, dos objetivos do mesmo, bem como suas considerações finais, em cada trabalho consultado.

Metodologia

Apresentamos uma revisão de literatura a respeito de publicações nos últimos anos sobre ensino de polinômios tendo como recurso didático algum artefato tecnológico. Como não encontramos uma enorme variedade de publicações do assunto, filtramos nossas buscas com



base em dissertações defendidas no Brasil, todas provenientes dos últimos quinze anos. Nosso levantamento foi realizado no período de 01 de novembro de 2017 a 31 de janeiro de 2018.

Para a busca de tais dissertações utilizamos o método de busca utilizando o navegador de internet Google Chrome, através da ferramenta de busca Google. Foi inserido nessa primeira busca a seguinte sequência de palavras: ensino + polinômio + “dissertação”, focalizando trabalhos somente no campo de pesquisa educacional dos últimos quinze anos. Dos trabalhos que apareceram como resultados da busca, fizemos uma seleção criteriosa, onde os mesmos deveriam apresentar o uso de alguma tecnologia de informação e comunicação como recurso didático.

Resultados e análises

Após nossa busca e seleção criteriosas conforme descrevemos na nossa metodologia, os resultados finais foram as dissertações de Dierings (2014), Daniel (2016), Casaroto (2013), Peixoto (2015) e Silva (2016). Todos apresentam diversas metodologias para o ensino de polinômios com os estudantes em sala de aula ou em espaços alternativos, sempre com o uso de alguma tecnologia de informação e comunicação como recurso didático.

O objetivo de Dierings (2014) foi o de propor uma nova forma de abordagem no ensino de polinômios, oferecendo uma proposta focada no ensino superior por meio de uma forma investigativa e intuitiva, usando recursos tecnológicos, dando ênfase às definições e teoremas.

Atividades como traçado de gráficos e cálculo de valor numérico foram aplicadas com a utilização de recursos tecnológicos como o software Geogebra e uma planilha de cálculo (Excel) em uma turma de terceiro ano técnico em informática do IFRS – Campus Ibirubá. A aplicação foi parcial em função da carga horária: três períodos semanais durante um mês apenas, considerando o final do ano letivo e o período de provas. Os gráficos foram trabalhados em Geogebra.

Os trabalhos do estudo de polinômios foram iniciados pela definição de polinômio e valor numérico. Os demais conceitos e teoremas foram introduzidos por alguma das oito atividades aplicadas posteriormente. Após a aplicação de tais atividades, o autor propôs que os



alunos resolvessem exercícios normais de livros didáticos, bem como questões de vestibular. Foi observado que os alunos não apresentavam grandes dificuldades em resolvê-las. Também não houve necessidade de mais tempo que o habitual para a execução das atividades.

Dierings (2014) concluiu diante do que foi trabalhado com um pouco de leitura complementar por parte dos estudantes que os mesmos apresentaram um melhor entendimento dos teoremas e questões inerentes ao conteúdo, comparados às outras turmas onde foi trabalhado de forma tradicional. O autor salientou que os alunos demonstraram mais interesse no estudo do conteúdo em questão, ressaltando o fato de que os alunos que realizaram as atividades, por estarem participando de uma nova proposta de ensino, tiveram uma assimilação de forma positiva.

O autor considerou perante esses resultados que a sua proposta foi viável e contribuiu significativamente com o que já é recomendado atualmente, acreditando que terá um aluno concludente do ensino médio bem preparado e um graduando muito mais habilitado para prosseguir seus estudos nas ciências exatas e tecnológicas. Assim, para Dierings (2014), o ensino básico precisa ser repensado em todos os seus aspectos, dos quais destaca o tempo para as atividades, que precisa ser maior, a seleção de conteúdos e sua abordagem.

Daniel (2016) apresentou em seu trabalho duas propostas de atividades de modelagem polinomial inseridas em projetos que foram desenvolvidas pelos alunos, cada uma relacionada a uma aplicação e envolvendo o uso de recursos computacionais. Através desses projetos, foram propostas aplicações diferentes do tema polinômios, cujo objetivo foi de levar os alunos a uma percepção de que um conteúdo, ensinado num âmbito bastante formal, estabelece conexões com outras áreas, bem como em aplicações diversas.

A primeira proposta foi trabalhada com alunos do ensino médio e teve relação com as disciplinas de física e química. Trata-se da construção de um foguete (aeromodelo), de seu lançamento e da modelagem de sua trajetória através de uma função polinomial de segundo grau. O autor realizou essa primeira atividade através da Modelagem Matemática, e a constituiu de duas partes: a construção e lançamento de um aeromodelo no formato de um foguete feito com garrafa PET, e a elaboração de um relatório onde o estudo de sua trajetória é realizado



detalhadamente. O trabalho foi proposto aos alunos do terceiro ano do ensino médio no momento em que a matéria de polinômios estava sendo estudada, o que os auxiliou na fixação dos conteúdos abordados. Foram utilizados materiais como garrafas PET, tubos e conexões de PVC, válvula de pneu de bicicleta, bexigas, presilhas de náilon, etc. Por fim, o autor fez uma análise dos dados coletados no desenvolvimento dessa atividade aplicada na E.E. Prof. Aníbal de Freitas em Campinas-SP.

A seguir apresentamos os quadros com resultados obtidos após o experimento por cada grupo de alunos:

Quadro 1 -Distâncias horizontais atingidas pelos aeromodelos nos terceiros anos A, B e C

3ºA		3ºB		3ºC	
Grupo	Distância (m)	Grupo	Distância (m)	Grupo	Distância (m)
1	58,30	1	59,90	1	76,60
2	38,70	2	60,70	2	59,00
3	54,30	3	24,30	3	70,80
4	38,70	4	22,00	4	59,90
5	35,00	5	102,60	5	96,70
6	40,30	6	91,00	6	29,00
7	52,50	7	67,80	7	45,40

Fonte - Daniel (2016, p.98)

Quadro 2 - Distâncias horizontais de alguns grupos

Grupo	Distância (m)
A	22,00
B	59,90
C	70,80
D	102,60
Média	56,36

Fonte - Daniel (2016, p.99)



Quadro 3 - Velocidades de lançamento

Grupo	Velocidade (m/s)	Velocidade (km/h)
A	14,68	52,85
B	24,27	87,37
C	26,34	94,82
D	31,71	114,16
Média	23,59	84,60

Fonte – Daniel (2016, p.100)

Quadro 4 - Tempos de voo dos aeromodelos de alguns grupos

Grupo	Tempo de voo (s)
A	2,12
B	3,49
C	3,80
D	4,58
Média	3,39

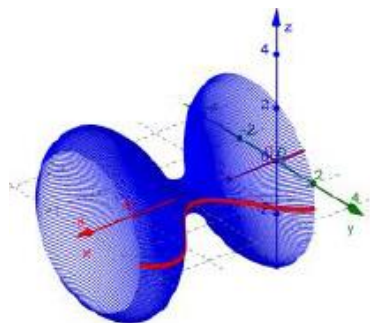
Fonte - Daniel (2016, p.100)

Segundo Daniel, os resultados esperados foram alcançados e os problemas encontrados serviram de base para que a atividade fosse melhor trabalhada no ano seguinte. Foi possível comunicar aos alunos erros previstos (que haviam ocorrido no ano anterior) para que os mesmos pudessem se empenhar em não cometer os mesmos erros. A conclusão do autor sobre essa atividade foi uma perspectiva de que a aplicação e realização da atividade possa ser melhor desenvolvida a cada ano.

A segunda atividade foi a modelagem no computador de uma superfície de revolução através do estudo de polinômios e matrizes de rotação. O objetivo dessa atividade foi o de reproduzir no computador um objeto físico real (sólido de revolução) da forma mais aproximada possível. A modelagem foi feita a partir do gráfico de um polinômio (ou mais) que seria a curva geratriz, e depois, a rotação deste em torno de um eixo gerando uma superfície denominada *superfície de revolução*. Para a modelagem foi proposto o uso de dois programas computacionais: o GeoGebra, para cálculos algébricos e simulações e o Winplot, para a plotagem das superfícies, ambos de acesso livre.

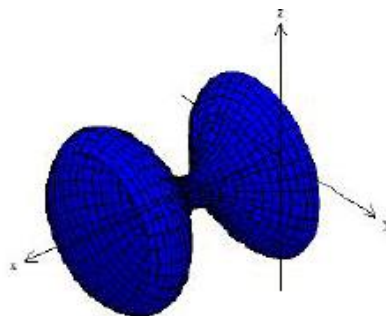


Figura 1 - Superfície de Revolução plotada utilizando o Geogebra



Fonte - Daniel (2016, p.102)

Figura 2 - Superfície de Revolução utilizando o Winplot

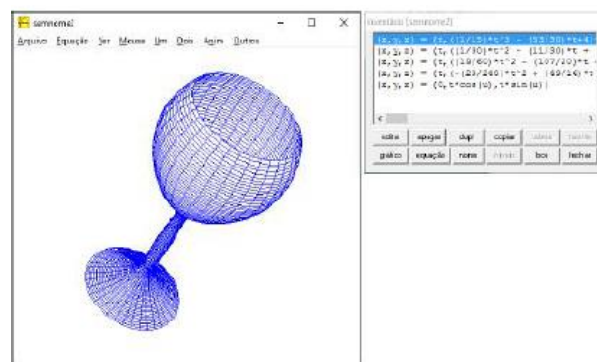


Fonte – Daniel (2016, p.102)

Os tópicos de matemática envolvidos contemplaram sistemas de equações lineares, matrizes, funções polinomiais, trigonometria, equações paramétricas e geometria analítica. Um dos propósitos do autor foi de disponibilizar material para abordagem em sala de aula e em projetos a serem desenvolvidos pelos alunos do ensino médio e de disciplinas introdutórias da licenciatura em matemática. Para o autor, a atividade dos aeromodelos trouxe uma nova perspectiva da prática aos alunos, levando-os para fora da sala de aula e fazendo-os trabalhar em grupo, em um projeto que envolveu diferentes disciplinas.



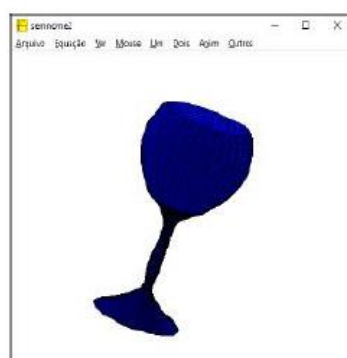
Figura 3 - Taça plotada usando o Winplot



(a) Taça terminada

Fonte - Daniel (2016, p.119)

Figura 4 - Taça plotada usando o Winplot



(b) Opções “espectro” e “grade” selecionadas



(c) Taça

Fonte - Daniel (2016, p.119)

A atividade da superfície de revolução, por requerer uma base um pouco maior dos conteúdos matemáticos, não foi aplicada em sala de aula devido à falta de tempo, pois os alunos dos terceiros anos realizavam, fora do horário escolar, outras atividades como cursos técnicos, trabalhos e outras atividades de que a escola participava. Essa atividade, segundo o autor, trouxe uma percepção muito maior aos alunos de como os assuntos matemáticos estão relacionados, que visto por eles de forma separada no ensino médio.



O autor concluiu que as atividades visaram também a inserção de recursos computacionais no contexto escolar, além da abordagem prática que, em conjunto, propuseram trazer métodos interessantes para se trabalhar o conteúdo de polinômios, fazendo com que o aluno tivesse uma visão do imediatismo gerado pela internet.

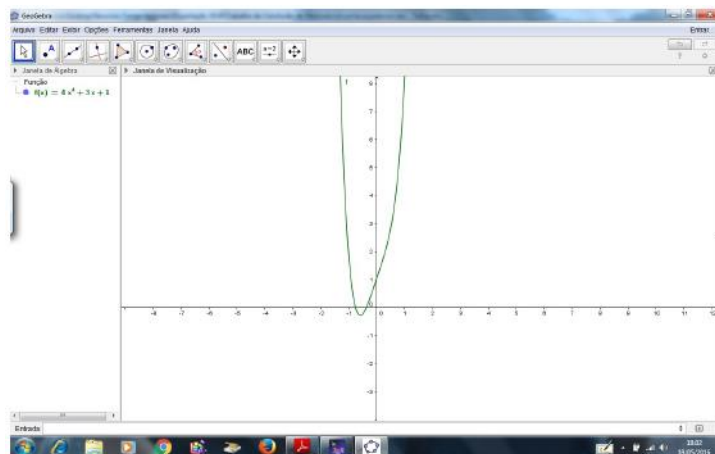
Silva (2016) teve como objetivo apresentar a Modelagem Matemática como uma alternativa no resgate de um ensino de matemática no ensino médio. O autor, por meio de uma proposta de aula, realizou atividades para que os estudantes pudessem conhecer a Interpolação de Lagrange, bem como aprender a utilizá-la e aplicá-la desde situações simples até problemas interdisciplinares envolvendo, por exemplo, Biologia, Física e Geografia. As atividades tiveram início no 2º trimestre do ano letivo de 2016 com uma turma de 31 alunos voluntários do 3º ano do ensino médio de 2016 do Colégio Militar de Manaus como parte da programação do Clube de Matemática, e foram continuadas no 2º trimestre de 2016. Os encontros ocorreram no turno invertido das aulas, das 14 às 16 horas, uma vez na semana, totalizando 10 encontros.

O autor usou como metodologia a Modelagem Matemática, utilizando como suporte teórico para o desenvolvimento de tal metodologia a concepção de Reis (2013). Para os conceitos que envolvem polinômio, o autor utilizou a abordagem apresentada por Guide no trato com a formação do conceito, bem como as contribuições de Lima. Os materiais utilizados foram quadro, *pilot*, computadores que tenham disposto do software Geogebra e Excel.

A primeira atividade proposta pelo autor consistiu em trabalhar os principais conceitos de polinômios para melhor assimilação das propriedades e características que regem tal conteúdo, bem como suas aplicações no cotidiano. A atividade foi iniciada com a questão “Para que valores de k a expressão polinomial $(k^2 - 4)x^5 + (k + 2)x^4 - 3 + 1$ tem grau 4?” Os alunos apresentaram o seguinte resultado no Geogebra, representado pela figura 5.



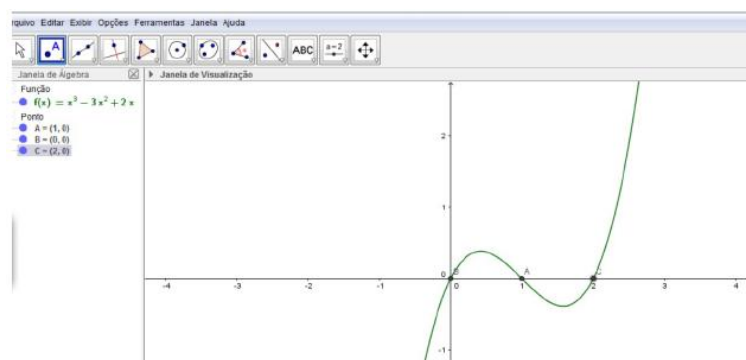
Figura 5 - Resultado apresentado no Geogebra por alunos



Fonte - Silva (2016, p.27)

A atividade seguinte foi determinar as raízes do polinômio $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ e, em seguida, construir o gráfico de $P(x)$. Foi discutida, ainda, a questão de crescimento/decrescimento do polinômio em questão, bem como o comportamento do sinal de $P(x)$.

Figura 6 - Gráfico de $P(x)$



Fonte - Silva (2016, p.28)

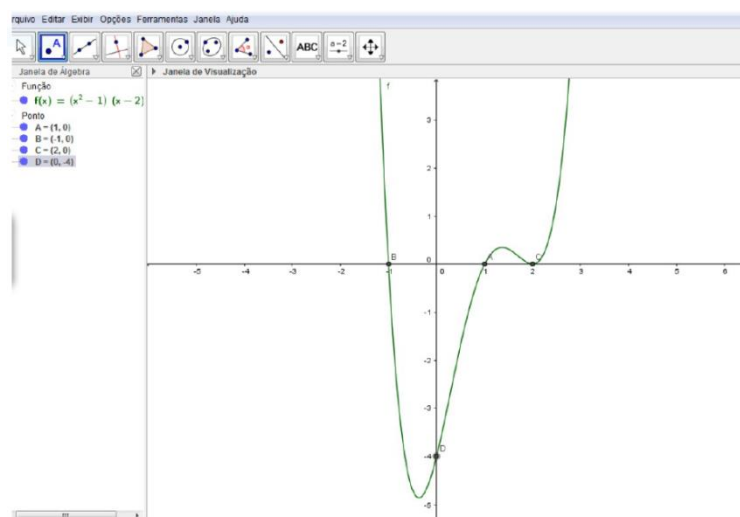
Ainda neste tópico, Silva explorou a seguinte questão: "Sabendo-se que certa fábrica de chocolate produz x milhares de unidades e que o lucro desta fábrica se comporta de acordo



com o polinômio $L(x) = (x^2-1)(x-2)^2$, para que quantidades de chocolates a empresa teria prejuízo?"

Segundo Silva, o objetivo nesta questão era o de explorar o conceito de decomposição, estudo das raízes e sinal da função polinomial, bem como a determinação do gráfico do polinômio $L(x)$. O gráfico desta questão construído pelos alunos está na figura 7.

Figura 7 - Gráfico de $L(x)$



Fonte - Silva (2016, p.29)

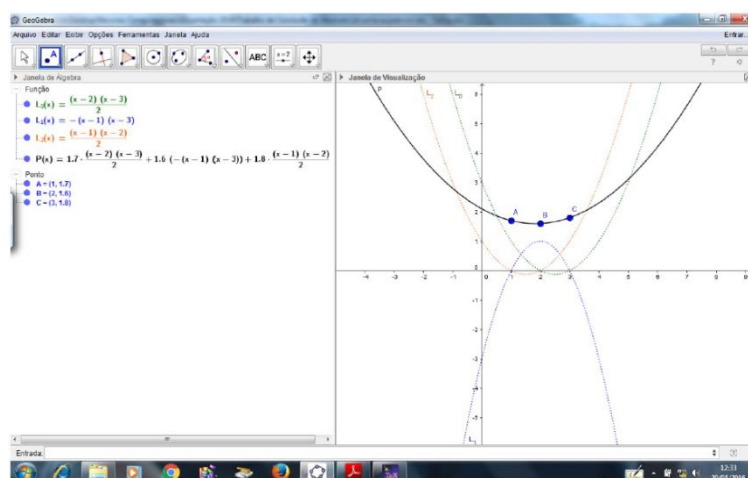
A segunda atividade tratou da aplicação da Interpolação de Lagrange para a construção dos gráficos de polinômios. Em seu trabalho, Silva apresentou os resultados das atividades no Excel e no Geogebra, numa sequência ordenada de questões, de modo a direcionar o aluno a formar e consolidar o conceito de polinômio.

A atividade consistiu inicialmente na aplicação da interpolação de Lagrange para a construção dos gráficos de polinômios. Inicialmente foi apresentada uma breve biografia do matemático Joseph Louis Lagrange. Em seguida, foi definido os principais elementos para a aplicação da interpolação. Inicialmente foi escolhido de forma aleatória 3 alunos e obtido as suas respectivas alturas, obtendo-se os pontos A(1,1.7), B(2,1.6) e C(3,1.8). A partir desses dados, o autor, juntamente com os alunos, explorou a ideia dos polinômios auxiliares, de modo



a se obter a modelagem do polinômio que continha os pontos apresentados anteriormente, ou seja, o polinômio $P_1(x) = 1,7L_0(x) + 1,6L_1(x) + 1,8L_2(x)$, onde sua representação gráfica, obtida pelos alunos, está na figura 8.

Figura 8—Comportamento das respectivas alturas no Geogebra



Fonte - Silva (2016, p.31)

Segundo Silva, os alunos observaram que para três pontos o gráfico obtido seria um polinômio quadrático. Daí então o sugeriu calcular, através da interpolação de Lagrange, um polinômio que representasse o comportamento das notas da disciplina física no primeiro trimestre de cinco alunos do grupo, o que causou uma curiosidade entre os alunos, segundo o autor. Os pares ordenados obtidos pelos alunos foram (1,4.8), (2,6.7), (3,9), (4,8.1) e (5,7.3). Em seguida os alunos calcularam os polinômios auxiliares, de modo a se chegar em $P_2(x) = 4,8L_0(x) + 6,7L_1(x) + 9L_2(x) + 8,1L_3(x) + 7,3L_4(x)$, cujo gráfico, construído pelos alunos, está representado pela figura 9.

Figura 9 - Comportamento das respectivas notas no Geogebra

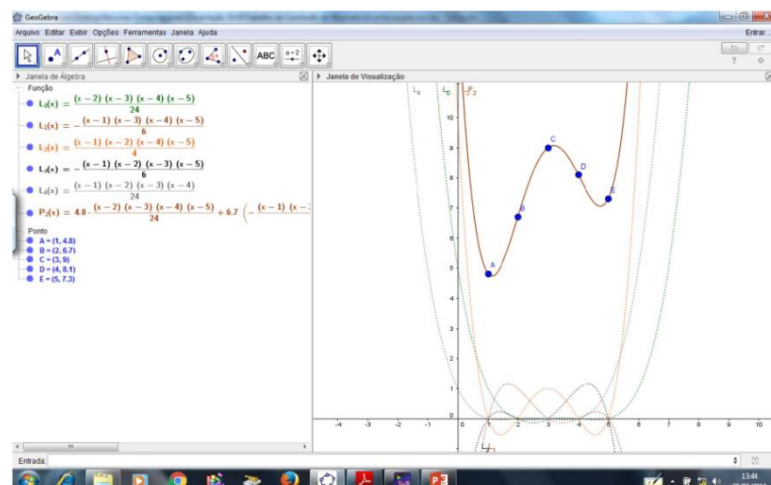
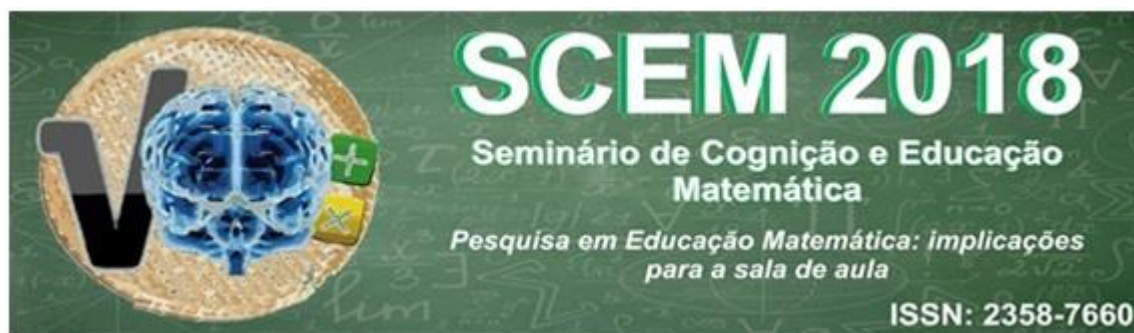


Figura - Silva (2016, p.32)

Para concluir a atividade, Silva colocou a disposição dos alunos os valores dos respectivos IMC dos alunos do terceiro ano do ensino médio do ano de 2016, com a apresentação dos respectivos gráficos no Excel, dando assim a oportunidade de se continuar a construção de gráficos através da interpolação de Lagrange com o objetivo de enriquecer o estudo das funções polinomiais. O resultado está representado nas figuras 10 e 11.

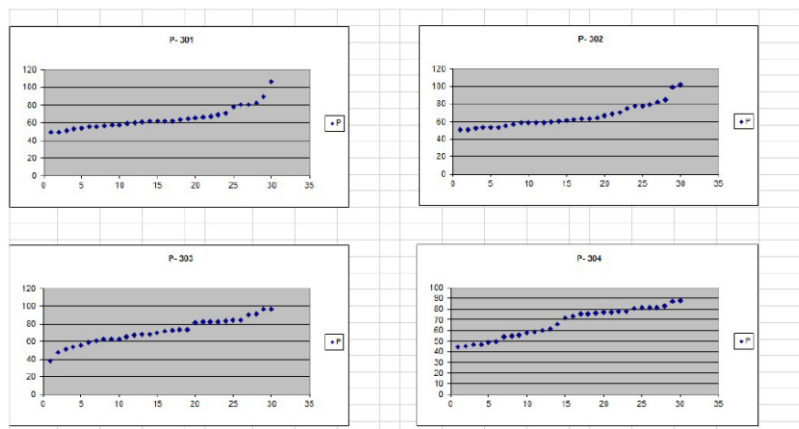
Figura 10 - IMC dos alunos

Turma 301				Turma 302				Turma 303				Turma 304			
Ordem	P	H	IMC	Ordem	P	H	IMC	Ordem	P	H	IMC	Ordem	P	H	IMC
1	49	1,7	18,0	1	50,3	1,6	19,2	1	37,8	1,6	15,5	1	44,8	1,6	16,9
2	49,2	1,6	19,5	2	50,4	1,6	19,9	2	47,5	1,5	20,0	2	45,4	1,6	18,0
3	51,3	1,6	19,1	3	52,5	1,7	18,6	3	51,3	1,7	17,3	3	46,7	1,5	20,5
4	53,2	1,7	18,0	4	53,1	1,7	18,6	4	54	1,7	19,1	4	47	1,5	20,9
5	53,4	1,5	22,8	5	53,2	1,7	18,2	5	55,9	1,5	23,9	5	49,1	1,6	18,5
6	55,4	1,8	18,1	6	53,2	1,6	22,1	6	58,7	1,5	25,1	6	50	1,6	18,8
7	55,8	1,6	22,9	7	55,2	1,7	19,3	7	61,1	1,6	24,8	7	53,8	1,6	21,6
8	56,2	1,5	24,0	8	57	1,7	20,4	8	62,4	1,7	22,9	8	54,8	1,7	19,2
9	57,1	1,7	20,7	9	58,4	1,7	21,5	9	62,4	1,6	24,7	9	55,3	1,7	19,8
10	57,4	1,7	20,3	10	58,4	1,6	23,7	10	62,9	1,6	24,3	10	57,4	1,7	19,2
11	58,9	1,6	22,7	11	58,5	1,7	19,5	11	65,2	1,7	23,7	11	58,5	1,7	20,2
12	60,3	1,7	20,9	12	58,7	1,6	24,1	12	67	1,6	26,2	12	60,2	1,7	20,6
13	60,7	1,7	22,3	13	59,2	1,8	19,3	13	67,6	1,6	26,4	13	61,6	1,6	25,6
14	61,6	1,7	20,6	14	60,4	1,6	24,8	14	68,2	1,6	27,3	14	65,7	1,8	19,4
15	61,9	1,6	24,2	15	61,7	1,6	23,8	15	69,5	1,7	25,5	15	71,5	1,7	23,9
16	62,1	1,7	20,5	16	62,2	1,9	18,0	16	71,7	1,7	24,5	16	73	1,6	28,5
17	62,2	1,6	23,4	17	63,2	1,6	24,7	17	72,3	1,6	29,0	17	75,4	1,8	24,1
18	63,4	1,6	23,9	18	63,3	1,7	21,6	18	73,2	1,7	24,5	18	75,6	1,6	28,1
19	64,7	1,7	22,7	19	63,9	1,7	22,1	19	73,2	1,7	24,7	19	76,1	1,8	24,8
20	65,2	1,8	21,3	20	66,8	1,7	23,4	20	81,7	1,7	27,6	20	76,5	1,8	23,6
21	65,8	1,6	24,8	21	68,5	1,8	21,6	21	81,8	1,8	24,7	21	76,5	1,7	27,4
22	66,7	1,6	25,7	22	70	1,7	25,1	22	81,8	1,7	26,6	22	77,6	1,6	29,2
23	69,2	1,6	26,0	23	74,4	1,8	23,0	23	81,8	1,6	32,8	23	77,8	1,7	26,0
24	70,3	1,8	22,4	24	77,1	1,8	24,3	24	82,9	1,7	27,7	24	80,7	1,7	26,7
25	77,5	1,8	23,9	25	77,7	1,6	29,6	25	83,9	1,7	28,7	25	81	1,8	26,1
26	80,2	1,7	26,8	26	79,6	1,8	24,8	26	84,3	1,7	28,8	26	81,4	1,7	27,8
27	80,7	1,7	29,6	27	81,6	1,8	26,6	27	90,4	1,7	30,2	27	81,5	1,7	29,6
28	82,4	1,5	35,2	28	84,7	1,8	27,0	28	91,1	1,8	28,4	28	82,8	1,7	27,3
29	89,1	1,8	26,9	29	93,3	1,6	36,9	29	96,2	1,7	34,5	29	87,5	1,8	26,4
30	106,2	1,7	35,5	30	101,3	1,8	32,7	30	96,2	1,6	38,1	30	88	1,9	25,4

Fonte - Silva (2016, p.33)



Figura 11 - Gráficos dos IMC no Excel



Fonte – Silva (2016, p.33)

Silva afirmou que os alunos permaneceram motivados em todas as etapas do desenvolvimento das atividades, saindo da condição de passividade ao se tornarem mais ativos no processo de ensino e de aprendizagem. Ainda, nas palavras do autor:

A conclusão do autor foi de que seu trabalho possa encorajar outros professores a ensinar através da Modelagem Matemática e servir como tema motivador para futuras ações.

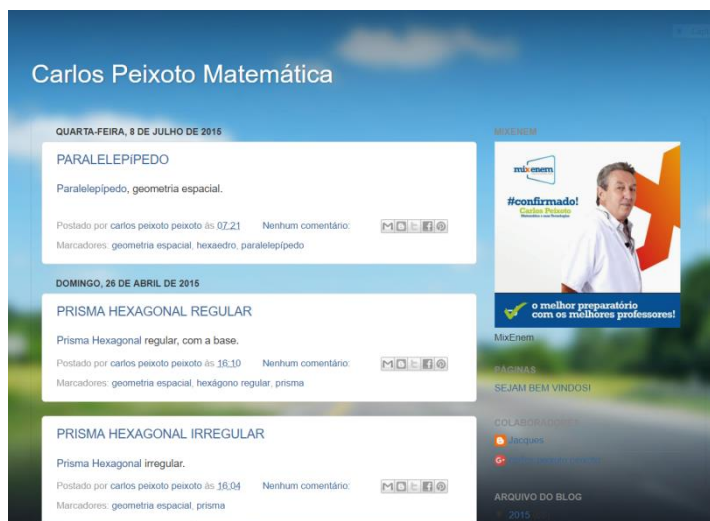
Peixoto (2015) escreveu seu trabalho para que seus colegas professores, iniciantes ou veteranos, tenham uma orientação para se tornarem facilitadores da matemática. Seu trabalho teve como objetivo orientar, dar idéias, além de um roteiro, de modo a tornar dinâmicas as aulas de matemática para alunos, professores em início de carreira e trocar experiências com antigos colegas professores do autor, conforme já foi citado pelo mesmo. Peixoto, com o uso do software Geogebra, coloca sugestões, propondo uma sequência didática para o professor administrar aulas de polinômios do primeiro grau, polinômios do segundo grau, funções polinomiais, funções exponenciais, função logarítma, funções trigonométricas. Peixoto mostrou em cada capítulo um planejamento onde foram mostrados os conteúdos principais que devem ser fixados para o aluno, priorizando os gráficos dinâmicos que podem ser construídos com o Geogebra.



Peixoto seguiu a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas, através das etapas propostas por Allevatoe Onuchic (2009).

Segundo Peixoto, o foco principal era o aluno. Então, por meio de sua metodologia, conduziu os alunos de modo que pudessem trabalhar e descobrir propriedades e conceitos matemáticos através do software Geogebra, esperando contribuir para melhorar a aprendizagem de tais propriedades e conceitos. Como produto de seu trabalho, o autor criou um blog (www.carlospeixotomat.blogspot.com.br), que está ilustrado na figura 12, com a pretensão de postar todos os seus trabalhos com o Geogebra.

Figura 12 - Página inicial do blog de Carlos Peixoto



Fonte: <http://carlospeixotomat.blogspot.com/>

O trabalho de Casaroto (2013) teve como objetivo estimular a curiosidade e incentivar o conhecimento sobre os conceitos básicos de polinômios e sobre as técnicas para resolver equações polinomiais. Para atingir tais propósitos o autor propôs um plano de aula com situações-problema envolvendo conteúdos das disciplinas Física, Administração e Economia.

O autor seguiu a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas propostas por Allevatoe Onuchic (2009). O público alvo foram alunos dos ensinos fundamental e médio, de modo que esses alunos apresentassem pré-requisitos em



conceitos de Matemática Financeira e Noções de Informática. Foram utilizados materiais como calculadora e computador, além do recurso computacional Winplot como tecnologia.

Como resultado de seu trabalho, Casaroto propõe e resolve situações-problema com as temáticas Financiamentos, Problemas de Otimização e, por último, Matemáticas, de modo que sirvam como sugestões para os planos de aula do professor de Matemática do Ensino Básico. O tempo previsto para a execução das atividades propostas de Casaroto foi de 8 aulas.

Considerações finais

Nossa finalidade foi de apresentar os resultados das pesquisas realizadas acerca do ensino de polinômios com o uso de uma tecnologia de informação e comunicação como recurso didático, verificando o que já temos na literatura a respeito do conteúdo, e para onde ainda se deve caminhar. Realizamos tal levantamento de estudos para dar direcionamentos a futuras pesquisas que abordem o título desse trabalho .

O produto dessa revisão de literatura nos remete a uma visão panorâmica a respeito das pesquisas nacionais em relação ao ensino de polinômios, contribuindo assim para um vasto campo de idéias sobre o que já foi publicado, e o que ainda se pode pesquisar a respeito de tal objeto, num contexto mais específico. Enfatizamos também que tivemos como foco o de abrir caminhos e dar sugestões para que novas estratégias possam ser utilizadas durante o ensino de polinômios.

Achamos importante ressaltar que ainda há muito a se propor. As tecnologias têm sido muito utilizadas em meio a novas tendências de ensino. Não obstante, verificamos a escassez do uso de *smartphones*, *tablets*, bem como aplicativos para telefones celulares. As tecnologias utilizadas foram computadores e *softwares* de ensino, seguido de materiais simples e variados como instrumento didático de um modo geral.

Uma possível consulta aos nossos paradigmas atuais nos guiarão para uma possível reflexão: não há mais motivos para o não uso das tecnologias de informação e comunicação em sala de aula, no sentido de melhoria da aprendizagem dos estudantes. A entrada das tecnologias no ambiente escolar nos oferece como garantia uma alternativa metodológica que conduzirá a



bons resultados tanto no campo do conhecimento matemático como na capacidade de expressar e registrar observações e conclusões a respeito de qualquer conteúdo em um ensino de matemática. Pretendemos dar essa simples, porém valiosa, contribuição com esse presente trabalho.

Referências

CASAROTO, Patrícia. Um estudo sobre equações polinomiais dedicado ao ensino básico. 2013. 71 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2013.

DANIEL, Douglas. Modelagem por polinômios no ensino médio. 2016. 127 f. Dissertação (Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2016.

DIERINGS, André Ricardo. Ensino de polinômios no ensino médio: uma nova abordagem. 2014. 69 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

ECHER, Isabel Cristina. A revisão da literatura na construção do trabalho científico. Revista Gaúcha de Enfermagem. Porto Alegre, v. 22, n. 2, p. 5 – 20, julho 2001.

PEIXOTO, Carlos Antônio Ferreira. O uso do geogebra no ensino de polinômios e outras funções. 2015. 83 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2015.

SILVA, Clício Freire da. A interpolação de Lagrange: uma proposta ao ensino médio para a modelagem matemática de polinômios. 2016. 46 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Matemática) – Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2016.

TRENTINI, M.; PAIM, L. Pesquisa em Enfermagem: uma modalidade convergente-assistencial. Florianópolis: Editora da UFSC, 1999.



VOSGERAU, Dilmeire Sant'Anna Ramos; ROMANOWSKI, Joana Paulin. Estudos de revisão: implicações conceituais e metodológicas. *Rev. Diálogo Educ.*, Curitiba, v. 14, n. 41, p. 165-189, 2014.



UMA HISTÓRIA DOS DETERMINANTES

Marcus Vinicius Pedroso da Silva
Universidade do Estado do Pará
mvsilva1997@gmail.com

Jorge Felipe Gonçalves da Silva
Universidade do Estado do Pará
ofelipe1993@gmail.com

Miguel Chaquiam
Universidade do Estado do Pará
miguelchaquiam@gmail.com

RESUMO

Neste trabalho é apresentado o contexto histórico do conteúdo de determinantes, a fim de compreendê-lo melhor por meio de sua evolução no contexto mundial. Para tal, estudamos diversos autores que contribuíram significativamente para seu avanço, como Laplace, Maclaurin, Cauchy e Jacobi, tomando Laplace como nosso personagem principal. Para conhecer melhor a história dos determinantes e seu desenvolvimento, consultamos produções de Boyer (1974) e Eves (1995). Neste texto, utilizamos o diagrama apresentado na obra de Chaquiam (2017) para podermos observar a evolução do conteúdo em questão ao longo do tempo. O objetivo deste trabalho foi elaborar um texto sobre determinantes e sua evolução histórica para utilização em sala de aula, reconhecendo a importância do uso da História da Matemática para o ensino. Concluímos que houve significativos avanços e entendemos que fica em aberto a eficácia da utilização desta abordagem em aulas introdutórias acerca do conteúdo, uma vez que este trabalho serve como ponto de partida para a construção de uma metodologia diferenciada para o ensino de determinantes.

Palavras-chave: Matemática. História da Matemática. Determinantes. Pierre Laplace.

Introdução

Um estudo de determinantes se faz necessário devido à sua aplicabilidade em problemas de grande relevância, como cálculo de área de triângulo. A sua importância se estende a outras áreas, como a Física, onde o determinante é aplicado no cálculo de correntes de um circuito elétrico, segundo Oliveira Néta (2014).



O trabalho de Lopes (2010) descreve os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo introduzir os conceitos básicos de matrizes, determinantes e sistemas lineares. Para o autor, aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar fórmulas, pois a aquisição do conhecimento está vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático. Tal domínio passa por um processo lento e trabalhoso, que deve começar com uma atividade envolvendo resolução de problemas, e não com definições. As situações-problema devem ser o ponto de partida. Segundo Braumann:

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão “detetivesca” indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção de sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles (BRAUMANN apud LOPES, 2010, p. 249).

Em um estudo diagnóstico sobre as dificuldades de alunos em matrizes, Messias, Sá e Fonseca (2007) acreditam que, ao considerar o processo de ensino-aprendizagem em álgebra, o tradicionalismo em meio ao uso excessivo de simbologias matemáticas em problemas algébricos é, senão o maior, um dos principais responsáveis pela descrença de que conteúdos matemáticos possam ajudar, de alguma forma, indivíduos em situações do dia-a-dia. Foi constatado que o procedimento adotado pelos professores para ensinar o conteúdo foi desenvolvido em meio a uma abordagem que se inicia com definição e segue com exemplos, propriedades e exercícios. Isso confirma o método tradicional. As principais dificuldades dos alunos são relativas a conceito e resolução de operações com matrizes, principalmente o produto entre matrizes e o cálculo do determinante. Os autores sugerem que novas alternativas sejam buscadas e é nesse contexto que se encaixa a resolução de problemas.

A História da Matemática está se consolidando como área de conhecimento e investigação em Educação Matemática ao longo dos últimos 35 anos, segundo Lopes e Ferreira



(apud Chaquiam, 2017). As pesquisas desenvolvidas na área apontam um maior interesse dos professores e alunos e a aprendizagem matemática está diretamente ligada à motivação dos mesmos por esta ciência. Weinberg (apud Chaquiam, 2017) afirma que a pesquisa hoje é amparada e alumiada pelo seu passado e pode contribuir para o sucesso no desenvolvimento do trabalho no presente ou infortúnios pelo seu desconhecimento.

Mendes e Chaquiam (2016) acreditam que para inserir informações históricas como um motivador do exercício cognitivo no desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes em sala, é necessário compreender que quando um deles questiona os temas matemáticos tratados em sala, ele não quer saber das aplicações práticas. Talvez ele próprio pense que quer, mas na verdade ficaria satisfeito com respostas de outra qualidade. É necessário explicar que o conhecimento a ser aprendido contribuirá para a ampliação de suas estratégias de pensamento e ampliará sua capacidade de aprendizagem.

Considerando a importância da História da Matemática, este trabalho tem o objetivo de elaborar um texto sobre determinantes e sua evolução histórica para utilização em sala de aula. Desta forma, para apresentar autores que contribuíram de forma significativa para a evolução deste conteúdo, utilizaremos o diagrama de Chaquiam (2017), devidamente adaptado conforme a figura 1 abaixo.

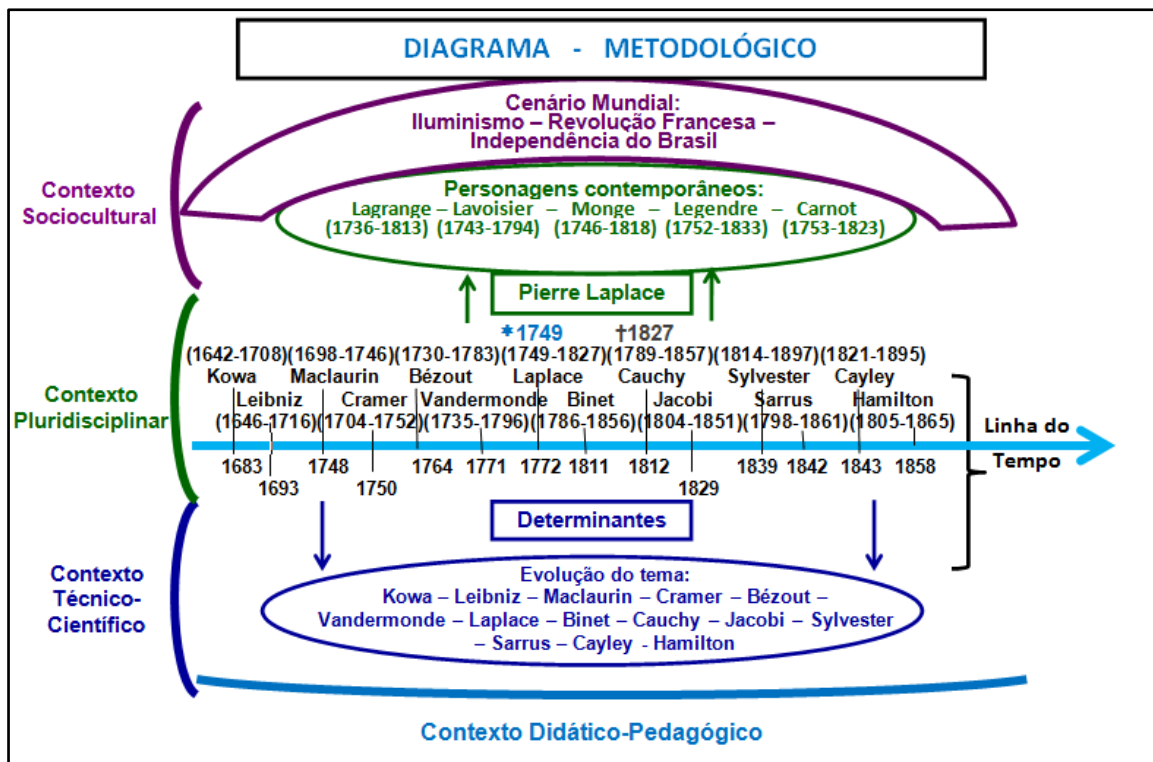


Fig. 1. Diagrama – Metodológico – Determinantes.

Com o diagrama constituído, iniciamos este trabalho apresentando os traços bibliográficos de Laplace, suas contribuições em outras áreas, seus avanços para o tema, os avanços decorrentes dos outros personagens e por fim a importância deste trabalho como uma alternativa metodológica para ser usada na etapa introdutória do assunto de determinantes.

Devido à necessidade de adaptação às normas para publicação de trabalhos no evento, apresentamos o desenvolvimento histórico dos determinantes sem relatar o contexto histórico e os autores contemporâneos a Laplace. Escolhemos Laplace como nosso personagem principal pelo fato de suas contribuições terem sido significativas para o estudo de determinantes.

Pierre Laplace – Traços Biográficos

Pierre-Simon Laplace (1749-1827) nasceu em Beaumont-en-Auge, França. Foi levado por seu tio, padre, para estudar na abadia beneditina. Ele seguiu para um colégio em Caen, onde se interessou por matemática. Com 18 anos, com a ajuda do matemático francês Jean d'Alembert, foi para Paris e obteve o cargo de professor de matemática da Escola Militar. A



Academia de Ciências logo se impressionou com suas pesquisas em astronomia. Laplace desenvolveu, ainda, estudos em química, física e até medicina.

A teoria das probabilidades deve mais a Laplace do que qualquer outro matemático. Ele escreveu vários artigos sobre a assunto a partir de 1774 e os resultados foram publicados em 1812, no clássico *Théorie analytique des probabilités*. O francês acreditava que a teoria das probabilidades nada mais era do que o senso comum expresso em números. Ele foi um dos primeiros a mostrar que $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$, a área sob a curva de probabilidade, é $\sqrt{\pi}$. A *Théorie analytique* também mostra a famosa transformada de Laplace, tão útil em equações diferenciais. Se $f(x) = \int_0^{\infty} e^{-xt} g(t) dt$, diz-se que $f(x)$ é a transformada de Laplace da função $g(x)$.

Contribuições para a evolução dos determinantes

Os estudos sobre determinantes, segundo Monsóres (2015), tiveram sua origem associada a sistemas de equações lineares. Foram encontrados registros de tabuletas em argilas babilônicas datadas de 300 a.C. aproximadamente, onde aparecem os primeiros registros de sistema de duas equações lineares com duas incógnitas utilizadas para a resolução de problemas matemáticos.

Seki Kowa

Considerado por alguns autores o maior matemático japonês do século XVII, Seki Takakazu (1642-1708), também conhecido como Seki Kowa, nasceu em Fujioka, Japão. Quando ainda era muito jovem, ele foi adotado por uma família nobre chamada Seki Gorozayemon. É desta família que vem o nome pelo qual ele é conhecido nos dias atuais. Seki foi introduzido ao estudo de Matemática por um empregado da casa onde ele morava aos 9 anos de idade.

Os estudos sobre determinantes datam de antes de Cristo, porém foi com Seki Kowa no final do século XVII que a ideia de determinante ficou mais clara. Em 1683, o matemático japonês aprimorou o método desenvolvido pelos chineses e foi padronizada uma forma de resolução do sistema de equações lineares para o caso de duas equações e duas incógnitas. Essa algoritmização utilizava os coeficientes das incógnitas das equações do sistema linear para



encontrar escalares que solucionavam tal sistema. Hoje, estes escalares são conhecidos como determinantes das matrizes obtidas com os coeficientes das equações e também com os termos independentes. Para o caso de duas equações e duas incógnitas, temos na notação atual:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

$$x = \frac{c \cdot e - b \cdot f}{a \cdot e - b \cdot d} \quad e \quad y = \frac{a \cdot f - c \cdot d}{a \cdot e - b \cdot d}$$

Com a sua ideia de determinante, Seki conseguiu encontrar os determinantes de ordem 2, 3, 4 e 5 e os aplicou na resolução de equações, segundo Oliveira Néta (2014).

Gottfried Leibniz

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) nasceu em Leipzig, Alemanha. Aos 6 anos de idade, perdeu o pai, que faleceu. Leibniz aprendeu latim e grego a um nível superior ao que era ministrado na escola aos 12 anos, ingressou na universidade aos 15 e, aos 17, já havia adquirido o seu diploma de bacharel. Aos 20 anos, ele recebeu o título de doutor em Direito. Ele também estudou teologia, filosofia e matemática. Leibniz é conhecido como um dos inventores do Cálculo.

Leibniz foi o primeiro matemático a fazer referência aos estudos de determinantes no Ocidente em 1693, 10 anos depois das publicações de Kowa no Oriente. Os estudos do alemão foram feitos com o objetivo de algoritmizar a resolução de sistemas lineares de três equações e duas incógnitas fazendo uso de uma matriz de ordem 3x3, formada pelos coeficientes das equações e pelos termos independentes. Este processo foi o mais próximo do que hoje seria o estudo dos determinantes das matrizes de ordem 3x3. Leibniz foi, ainda, o primeiro matemático a utilizar números para indicar a linha e a coluna de cada elemento, conforme indicam cartas enviadas por ele para Guillaume L'Hospital (1661-1704). A matriz representada por Leibniz era da seguinte forma:

$$\begin{matrix} 1_1 & 1_2 & 1_3 \\ 2_1 & 2_2 & 2_3 \\ 3_1 & 3_2 & 3_3 \end{matrix} \quad \left[\begin{array}{ccc} & & \\ & & \\ & & \end{array} \right]$$



Colin Maclaurin

Colin Maclaurin (1698-1746) nasceu em Kilmodan, Escócia, cidade onde seu pai era ministro da paróquia. Maclaurin matriculou-se na cidade de Glasgow aos 11 anos. Aos 15, concluiu sua graduação com um trabalho notável referente a uma tese sobre a gravidade. Aos 19 anos, ele foi escolhido para a cadeira de matemática do Marischal College Aberdeen. Aos 27 anos, Maclaurin tornou-se assistente de professor de matemática da Universidade de Edimburgo.

Autores como Boyer (1974) e Ewes (1995) acreditam que a regra de Cramer, publicada em 1750 por Gabriel Cramer (1704-1752), já era conhecida por Maclaurin desde 1729, ano no qual ele estava escrevendo uma álgebra a título de comentário da *Arithmetica universalis* de Newton. O *Treatise of Algebra* de Maclaurin foi publicado em 1748, dois anos após sua morte, e nele era apresentada a regra para resolver equações simultâneas por determinantes dois anos de surgir na *Introduction à l'analyse des lignes courbes algebriques* de Cramer. A solução para y no sistema

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

é dada por $y = \frac{af - cd}{ae - bd}$

e a solução para z , no sistema

$$\begin{cases} ax + by + cz = m \\ dx + ey + fz = n \\ gx + hy + kz = p \end{cases}$$

é expressa da seguinte forma: $z = \frac{aep - ahn + dhm - dbp + gbn - gem}{aek - ahf + dhc - dbk + gbf - gec}$

No primeiro caso, o denominador é a “diferença dos produtos dos coeficientes opostos tirados das ordens que envolvem as duas quantidades incógnitas”. No segundo caso, estavam



os “produtos que podem ser formados de três coeficientes opostos tirados das ordens que envolvem as três quantidades desconhecidas”. Antes, ele deixou claro que chamaria de “quantidades de mesma ordem” as que são ligadas às mesmas quantidades desconhecidas nas distintas equações (a , d e g são quantidades de mesma ordem, pois estão ligadas à variável x) e de “coeficientes opostos” aqueles que são tomados cada um de uma equação diferente e de uma ordem diferente de coeficientes. Termos com um elemento em comum, como $ae k$ e $ge c$, que possuem o e , têm sinais opostos. Os numeradores diferem dos denominadores pela substituição dos coeficientes dos termos da incógnita procurada pelos termos constantes (como o termo procurado acima é z , substituímos as variáveis ligadas a ele, isto é, c , f e k , por m , n e p).

Gabriel Cramer

Gabriel Cramer (1704-1752) nasceu em Geneva, hoje Suíça. Ele trabalhou em análise e determinantes, foi professor de matemática em Geneva e escreveu trabalhos em física, geometria e história da matemática.

Em seu trabalho intitulado *Introduction à l'analyse des lignes courbes algebriques* (em português, “Introdução e análise das curvas algébricas”), publicado em 1750, Cramer chegou, basicamente, aos mesmos resultados que Maclaurin, mas o objetivo do suíço em seu trabalho era determinar os coeficientes das cônicas e o desenvolvimento do estudo dos determinantes foi apenas um meio para atingir tal meta. De qualquer forma, sabe-se que a resolução de sistemas lineares de n equações e n incógnitas por meio do uso de determinantes é conhecida como “Regra de Cramer”. Autores como Boyer (1974) e Ewes (1995) acreditam que a regra levou o nome de Cramer pelo fato de a notação adotada ter sido superior, uma vez que índices eram ligados a coeficientes literais com o fim de facilitar a determinação dos sinais.

Étienne Bézout

Étienne Bézout (1730-1783) nasceu em Nemours, França. Seu pai e seu avô foram magistrados em Nemours. A tradição da família quase exigiu que Bézout seguisse os passos de seus antecessores, porém, após ler obras de Leonard Euler, ele se encantou e optou por dedicar-



se à matemática. Em 1758, Bézout foi nomeado adjunto na mecânica da Academia de Ciências e, no mesmo ano, censor real. Ele ensinava numa escola militar e era examinador para a marinha, por isso tinha contato com os currículos da época.

Em uma memória para a Academia de Paris em 1764 e de forma mais detalhada em um tratado de 1779 denominado *Théorie générale des équations algébriques*, Bézout deu regras semelhantes às de Cramer para a resolução de n equações lineares simultâneas em n incógnitas. Tomando um caso simples, pode-se verificar a condição necessária para que as equações $ax + by + c = 0$, $dx + ey + f = 0$ e $gx + hy + k = 0$ tenham uma solução comum. A condição é que o eliminante, um caso especial de “Bezoutiante” segundo Boyer (1974), seja 0, como exposto abaixo.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix} = 0$$

Alexandre Vandermonde

Alexandre-Théophile Vandermonde (1735-1796) nasceu em Paris, França. Seu pai, médico, não incentivou Alexandre a seguir carreira na medicina, mas sim em música. Alexandre-Theóphile concluiu seu bacharelado na área em 1755 e sua licenciatura em 1757. O seu instrumento era o violino. Vandermonde se aproximou da matemática quando tinha 35 anos, em 1770. Em 1771, foi eleito para Academia de Ciências. Vandermonde foi um forte defensor da revolução que se iniciou com a tomada da Bastilha, em julho de 1789.

Em seu trabalho de 1771, *Mémoire sur l'élimination*, Vandermonde começou a estudar os determinantes como entes matemáticos em si. Ele descobriu algumas propriedades e adiantou a regra para encontrar determinantes de terceira ordem utilizando menores complementares de segunda ordem, método generalizado por Laplace em trabalho posterior. O francês também desenvolveu um método para calcular determinantes de matrizes de ordem n cujas colunas são formadas por elementos que são potências de mesma base. Este tipo de matriz recebe o nome de matriz de Vandermonde.



$$\begin{array}{ccccc|c}
 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \\
 a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n & \\
 (a_1)^2 & (a_2)^2 & (a_3)^2 & \dots & (a_n)^2 & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\
 (a_1)^{n-1} & (a_2)^{n-1} & (a_3)^{n-1} & \dots & (a_n)^{n-1} &
 \end{array}$$

Os elementos de cada coluna formam uma progressão geométrica onde o primeiro elemento é 1, o segundo a_i , o terceiro $(a_i)^2$ e assim por diante. A razão é a_i . Todos os elementos são potências de mesma base e o expoente varia de 0 a $n - 1$. Os elementos da segunda linha são chamados de elementos característicos da matriz. Desta forma, podemos representar o determinante de uma matriz de Vandermonde por $V(a_1, a_2, \dots, a_n)$, e este é igual ao produto de todas as diferenças possíveis entre os elementos característicos com a seguinte condição: o índice do minuendo é sempre maior do que o do subtraendo, ou seja:

$$V(a_1, a_2, \dots, a_n) = \prod_{i>j} (a_i - a_j) \quad i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad j \in \{1, 2, \dots, n\}$$

Pierre Laplace

O teorema de Laplace nos fornece um importante método para calcular o determinante de qualquer matriz de ordem n . Para utilizá-lo, precisamos conhecer, antes, o conceito de cofator.

Seja M uma matriz quadrada de ordem n , a_{ij} um de seus elementos e M' a matriz gerada por todos os elementos de M que não estão na linha i , nem na coluna j . Então, o cofator de a_{ij} , representado por A_{ij} , é dado pelo produto $(-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$, onde D_{ij} é o determinante da matriz M' , cuja ordem é $n - 1$.

Portanto, para encontrar o determinante de uma matriz M , inicialmente devemos escolher uma fila, depois calcular os cofatores de cada elemento da fila, e por fim, somar os produtos entre os elementos e seus respectivos cofatores.



Jacques Binet

Jacques Philippe Marie Binet (1786-1856) nasceu em Rennes, França. Ele entrou na *École Polytechnique*, em Paris, em novembro de 1804 e, depois de se graduar em 1806, trabalhou para o departamento de pontes e estradas do governo francês. Ele se tornou professor na *École Polytechnique* em 1807 e, um ano depois, se tornou auxiliar de professor de análise aplicada e geometria descritiva. Além de matemática, ele escreveu também em áreas como física e astronomia, tendo sido nomeado para a cadeira de astronomia no *Collège de France*, em 1823, e eleito para a Academia de Ciências, em 1843.

O teorema de Binet foi uma importante contribuição do matemático francês. Segundo ele, se A e B são duas matrizes quadradas de mesma ordem e AB é matriz produto, então $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$.

Augustin Cauchy

Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) nasceu em Paris. O pai era advogado e a mãe afavél, ambos católicos intolerantes. Com 4 anos de idade, ele se mudou para Arcueil, pois a Revolução Francesa dificultou a vida em Paris. Cauchy estudou na *École Polytechnique*, onde Lagrange e Laplace haviam se interessado por seus conhecimentos e o influenciaram a abrir mão da carreira de engenheiro civil para se tornar professor da *École Polytechnique*. Segundo Boyer (1974), Cauchy só foi inferior a Euler em quantidades de memórias e livros produzidos na época.

O termo ‘determinante’, com o sentido atual, surgiu em 1812 num trabalho de Cauchy sobre o assunto para a Academia de Ciências. Ele simplificou o que era conhecido sobre determinantes, melhorou a notação e deu uma demonstração do teorema da multiplicação de determinantes, elaborado por Binet. Outra contribuição do francês foi o teorema do Cauchy, segundo o qual a soma dos produtos dos elementos de uma fila pelos cofatores dos elementos correspondentes em uma fila paralela é igual a zero.



Carl Jacobi

Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851) nasceu em Potsdam, Prússia, hoje Alemanha. Sua família era judia e seu pai banqueiro. Sua educação, inicialmente, foi feita por um tio, irmão de sua mãe, até os 12 anos, quando ele ingressou na escola de Potsdam. O estudioso alemão concentrou seus estudos em filosofia e matemática, porém se dedicando a esta última para o resto da vida. Jacobi obteve o título de PhD na Universidade de Berlim em 1825 e depois lecionou matemática na Universidade de Königsberg de 1826 até sua morte. Diferentemente de alguns matemáticos de sua época, Jacobi era um professor nato e gostava de ensinar.

O teorema de Jacobi é uma grande contribuição para a teoria dos determinantes. Segundo ele, adicionando a uma fila de uma matriz M , de ordem n , outra fila paralela que antes tenha sido multiplicada por uma constante K , obteremos uma nova matriz M' , de modo que $\det. M = \det M'$. Essa propriedade nos permite “inserir zeros” em uma matriz sem alterar seu determinante e, desta forma, facilitar o cálculo do mesmo pelo do teorema de Laplace.

Em 1829, Jacobi publicou um artigo que fazia amplo uso dos “jacobianos”, determinantes especiais análogos usados para funções de várias variáveis. Ele era tão apaixonado por determinantes funcionais, que via os determinantes ordinários numéricos como jacobianos de n funções lineares em n incógnitas. Atualmente, os jacobianos são usados no cálculo diferencial. Jacobi é visto, assim como Cauchy, um dos principais colaboradores para a teoria dos determinantes.

James Sylvester

James Joseph Sylvester (1814-1897) nasceu em Londres, Inglaterra. Ele exerceu sua docência em universidades de Londres e, durante um período, também na universidade de Virgínia, nos Estados Unidos. De 1855 a 1870, lecionou matemática na Real Academia Militar de Woolwich, Londres. Entre 1877 e 1883, ensinou matemática na Universidade de Johns Hopkins, nos Estados Unidos. No seu retorno à Inglaterra, em 1884, ocupou a cátedra saviliana de geometria em Oxford. Sylvester foi o primeiro a usar o termo ‘matriz’ para indicar uma tabela retangular de números e foi amigo de Cayley, com quem desenvolveu a álgebra das matrizes.



Em 1839, Sylvester tornou público um método, chamado dialítico, para eliminar x das equações $x^2 + ax + b = 0$ e $x^3 + cx^2 + dx + e = 0$ por meio do determinante de uma matriz quadrada. Para eliminar o x , multiplica-se a primeira equação por x e, depois, a equação resultante e também a segunda por x . Obtemos, então, os coeficientes das 5 equações obtidas e os inserimos em uma matriz.

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & a & b \\ 0 & 1 & a & b & 0 \\ 1 & a & b & 0 & 0 \\ 0 & 1 & c & d & e \\ 1 & c & d & e & 0 \end{vmatrix}$$

Uma condição necessária e suficiente para que as duas equações tivessem raízes comuns seria que o determinante acima fosse igual a zero, de acordo com Kline (1972, p. 797).

Pierre Sarrus

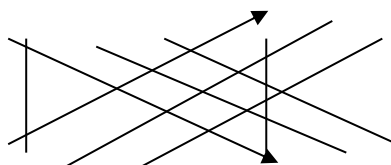
Pierre Frédéric Sarrus (1798-1861) nasceu em Saint-Affrique, França. Ele começou a estudar medicina, mas logo abandonou os estudos na área para se dedicar aos estudos em matemática em Montpellier. Foi professor de Física em Perpignan e da Faculdade de Estrasburgo. Outra área onde o francês desenvolveu estudos foi a astronomia. Sarrus foi premiado pela Academia Francesa de Ciência por estudos desenvolvidos em integrais múltiplas e também produziu trabalhos em álgebra linear.

Para facilitar o cálculo do determinante de matrizes quadradas de ordem 3, foi desenvolvida a famosa regra de Sarrus, que funciona da seguinte forma: inicialmente, repetimos as duas primeiras colunas à direita da terceira e encontramos a soma dos produtos dos elementos da diagonal principal. Em seguida, calculamos a soma dos produtos dos elementos da diagonal secundária, a qual será precedida por sinal negativo.

diagonal secundária

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

diagonal principal





O determinante da matriz acima é dado por:

$$(a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}) - (a_{31}a_{22}a_{13} + a_{32}a_{23}a_{11} + a_{33}a_{21}a_{12})$$

Arthur Cayley

Arthur Cayley (1821-1895) nasceu em Richmond, Inglaterra. Oriundo de uma família de comerciantes, seu pai desejava que ele continuasse os negócios da família, entretanto em 1835 Cayley ingressou no *King's College School*, onde sua aptidão para matemática se tornou mais visível. Seu pai, então, enviou-o para Cambridge, Inglaterra, onde começou seus estudos no *Trinity College*. Desde cedo, Cayley contribuiu com artigos para o *Cambridge Mathematical Journal* e seus sucessores. Ele se graduou em 1842. Depois, trabalhou como advogado, profissão que exerceu por 14 anos.

Em 1843, Cayley iniciou a geometria ordinária do espaço n -dimensional utilizando determinantes como instrumento essencial, segundo Boyer (1974). Usando coordenadas homogêneas, ele mostrou que as equações da reta e do plano podiam ser escritas como

$$\begin{vmatrix} x & y & t \\ x_1 & y_1 & t_1 \\ x_2 & y_2 & t_2 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{e} \quad \begin{vmatrix} x & y & z & t \\ x_1 & y_1 & z_1 & t_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & t_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 & t_3 \end{vmatrix} = 0$$

Cayley descobriu que o correspondente elemento fundamental $(n - 1)$ -dimensional no espaço a n pode ser expresso em coordenadas homogêneas por um determinante, semelhante aos anteriores, de ordem $n + 1$. Fórmulas simples para dimensões dois e três podem, caso sejam convenientemente expressas, ser generalizadas para n dimensões facilmente.

William Hamilton

William Rowan Hamilton (1805-1865) nasceu em Dublin, Irlanda. Ele ficou órfão prematuramente e foi educado severamente por um tio. Aos 5 anos de idade, William já lia grego, hebraico e latim; aos 10, conhecia meia dúzia de idiomas orientais; e aos 15, encontrou-se com Zerah Colburn, jovem americano que realizava cálculos mentais instantaneamente, o que despertou seu interesse pela matemática. Em 1824, ingressou em Trinity College, em



Dublin, e ainda aluno de graduação, aos 22 anos, foi nomeado Royal Astronomer, diretor do observatório de Dunsink e professor de astronomia.

O teorema de Hamilton-Cayley, criado em 1858, foi de grande importância para a álgebra das matrizes. Sejam M a matriz dos coeficientes de uma forma geométrica estudada (cônicas, quádricas) e I a matriz identidade, ambas de mesma ordem. A equação característica (ou polinômio característico) é dado por $|M - kI| = 0$, onde as barras verticais representam o determinante da matriz.

Considerações Finais

Com este trabalho podemos observar alguns avanços acerca do assunto de determinantes, dentre eles soluções e notações, utilizando uma linha do tempo desde Kowa até Hamilton. Podemos observar também o panorama mundial em que estes renomados estudiosos viveram assim como alguns destaques dos contemporâneos. Além do conteúdo bibliográfico presente no texto, fica em aberto a eficácia da utilização dessa abordagem para o uso nas aulas introdutórias no conteúdo de determinantes. Então, esse trabalho serve como um pequeno ponto de partida para que possa ter uma metodologia diferenciada para esse conteúdo.

Referências

- BOYER, Carl B.. História da Matemática. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1974.
- CHAQUIAM, Miguel. Ensaios temáticos: história e matemática em sala de aula. Belém: SBEM, 2017.
- EWES, Howard. Introdução à história da matemática. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 1995.
- LOPES, José Marcos. Matrizes, determinantes e sistemas lineares através da metodologia de resolução de problemas para o Ensino Médio. São Paulo, 2010.
- MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel; História nas aulas de matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016.
- MESSIAS, Maria Alice Vasconcelos Feio; SÁ, Pedro Franco de; FONSECA, Rubens Vilhena;. Um estudo diagnóstico sobre as dificuldades em matrizes: anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte, 2007.



MONSORES, Hallyson Gomes. Reconstruindo os Determinantes: Uma proposta para o Ensino Médio. Dissertação (Mestrado – Mestrado profissional em Matemática). Universidade de Brasília, Brasília, 2015, p. 100.

OLIVEIRA NÉTA, Margarida Ramos de. Determinantes e suas propriedades. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014.



UMA INVESTIGAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS DO 4º E 5º ANO DOS ANOS INICIAIS EM PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO

Flávia Ferreira dos Santos Pina
Secretaria de Educação do Estado do Pará

Juliana Cunha da Costa Fróes
Universidade do Estado do Pará

Rosineide de Sousa Jucá
Universidade do Estado do Pará

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo investigar as estratégias dos alunos do 4º e 5º ano dos anos iniciais ao resolverem problemas do campo multiplicativo. Para a realização desta pesquisa optamos pela pesquisa do tipo descritiva, na qual elaboramos e aplicamos um teste diagnóstico contendo 7 problemas do campo multiplicativo para duas turmas do 4º e 5º ano dos anos iniciais. Os resultados apontaram que os alunos do 4º e 5º ano possuem dificuldade com alguns tipos de problema do campo multiplicativo tais como pensamento combinatório, produto de medidas, proporção múltipla e produto cartesiano.

Palavras-chave: Educação matemática. Resolução de problemas. Campo multiplicativo. Anos iniciais.

Introdução

Algumas pesquisas da área de educação matemática trazem discussões sobre a estrutura semântica de problemas aritméticos, tais como: Vergnaud (2009a, 2009b), Greer (1992), Valentin e Sam (2004), Magina, Santos e Merlini (2014), estes estudos apontaram as dificuldades dos alunos na compreensão dos problemas aritméticos, seja no campo aditivo ou multiplicativo. Tais estudos trazem como discussão principal a estrutura linguística dos problemas aritméticos e as diferenças entre os diversos tipos de problemas, que necessitam de diferentes estratégias para sua resolução, além de apontarem as dificuldades que cada categoria de problema pode apresentar. Valentin e Sam (2004) ao se referirem às dificuldades dos alunos em resolver problemas aritméticos, colocam duas questões que implicam essa dificuldade: o conhecimento linguístico e a estrutura semântica. Os autores colocam que a estrutura semântica do problema influencia nos processos de solução, pois os alunos interagem de forma diferente para problemas de diferentes estruturas semânticas.



Este estudo se justifica pelos dados apontados no Sistema de Avaliação educacional paraense (SISPAE), em 2015 e 2016 os alunos do 4º ano e 5º ano apresentaram baixo desempenho na resolução de problemas da estrutura multiplicativa. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aponta as habilidades que precisam ser desenvolvidas nos alunos dos anos iniciais em relação aos problemas da estrutura multiplicativa. Esses problemas aparecem desde o 1º ano e vão até o 6º ano. Destacamos as habilidades do 4º e 5º ano relativas aos problemas da estrutura multiplicativa.

(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

(EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

(EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas. (BRASIL, 2017, p.292)

Estas habilidades apontam o conhecimento que os alunos precisam desenvolver ao longo de cada etapa de ensino, os tipos de problemas da estrutura multiplicativa que precisam ser discutidos com os alunos e incentivar que os mesmos desenvolvam estratégias de resolução para tais problemas. Diante do exposto, neste trabalho temos interesse em investigar as estratégias e dificuldades dos alunos do 4º e 5º ano dos anos iniciais ao resolverem problemas do campo multiplicativo.



2. Discussão teórica sobre os problemas do campo multiplicativo

Alguns autores discutem sobre os problemas da estrutura multiplicativa, dentre eles destacamos Vergnaud (1990, 2009), Levain e Vergnaud (1995), e Greer (1992), que apontam as dificuldades dos alunos diante dos problemas do campo multiplicativo e a estrutura complexa que os problemas desse campo possuem.

Vergnaud (1990), nos estudos referentes à teoria dos campos conceituais, se concentra em trabalhar em especial com dois campos conceituais: o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas. Apesar de as estruturas aditivas terem alguma relação com as estruturas multiplicativas, Vergnaud (1990) destaca uma organização intrínseca própria das estruturas multiplicativas, não redutível aos aspectos aditivos. Assim, considera as especificidades nos problemas cognitivos levantados pelas estruturas aditivas, bem como nos levantados pelas estruturas multiplicativas, permitindo o estudo separado desses dois campos conceituais. A partir das especificidades próprias de cada estrutura, ele apresenta uma classificação para vários problemas segundo sua estrutura semântica. Essa classificação mostra as diferenças entre os diversos tipos de problemas e a complexidade que eles apresentam, assim como as estratégias necessárias para a sua solução. O campo conceitual das estruturas multiplicativas é o conjunto de situações que requer uma operação de multiplicação ou divisão ou ambas. Assim sendo, um campo conceitual multiplicativo é:

“Um conjunto de conceitos que implica em uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto de situações que permitem analisar situações como: proporções simples e múltiplas, função linear e não linear, razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear, aplicação linear, razão, número racional, múltiplos e divisores”. (VERGNAUD, 1990, p. 20).

Neste sentido Levain e Vergnaud (1995), colocam que a complexidade e a diversidade em relação ao domínio das relações multiplicativas podem ser representadas por um conjunto de problemas complexos, sendo assim, a relação de multiplicação não constitui uma relação binária, mas quaternária, que conduz a três classes de estruturas diferentes no conjunto de situações das estruturas multiplicativas: isomorfismo de medidas, produto de medidas e



proporção múltipla. Essa classificação se apoia sobre a análise da estrutura matemática do problema, isto é, das relações que envolve as questões e os diferentes dados do enunciado.

Segundo Vergnaud (1990) os problemas do tipo *Isomorfismo de medidas* envolvem uma proporção simples e apresenta uma relação quaternária. Composta por quatro quantidades, sendo duas de um tipo e as outras duas de outro tipo. O isomorfismo de medida é subdividido em três tipos, problemas que envolvem uma multiplicação e problemas que envolvem divisão por partição e divisão por cotação. O segundo tipo de problema é de *Proporções múltiplas* são aqueles que envolvem uma situação com uma relação quaternária envolvendo mais de duas grandezas relacionadas duas a duas. O terceiro tipo de problemas são de *Produto de medidas* são os que apresentam uma composição cartesiana entre duas medidas de um tipo para se encontrar a terceira de outro tipo. Neste tipo de problema são dadas duas medidas elementares e se pede o produto dessas medidas; ou em numa e se pede o produto dessas medidas; ou em numa outra situação, encontrar as medidas elementares, conhecendo-se uma delas e a medida produto. O quarto tipo de problema é de *Comparação multiplicativa* são de situações envolvendo a comparação entre duas grandezas do mesmo tipo, apresentando a relação de dobro e de metade.

Outro autor que discute os problemas da estrutura multiplicativa é Greer (1992), que analisou as complexidades semânticas para os problemas que envolvem multiplicação e divisão. Em seu estudo, o autor destaca quatro classes de situações: *grupos equivalentes*, *comparação multiplicativa*, *área retangular* e *produto cartesiano*. A cada um desses tipos semânticos são associados os correspondentes para a operação divisão. Para Greer (1992), os problemas de *grupos equivalentes*, consta de uma situação em que existe certo número de grupos de objetos, com o mesmo número de objetos em cada grupo, constitui normalmente uma multiplicação. Sendo assim, os dois números assumem papéis diferentes. Ora pode ser o multiplicador, ora o multiplicando, resultando assim em dois tipos de divisão, a divisão por partição e a divisão por cotação. A multiplicação pode ser representada por: $a \times b = ?$. A divisão como partição representa-se por: $a \div ? = c$, e a divisão como cotação representa-se por: $a \div b = c$.



Os estudos de Magina et al (2014), ao estudar o desempenho- dos alunos do 3º e 5º ano na resolução de problemas do campo multiplicativo observaram que houve pouco ganho quando se comparou o desempenho desses alunos em problemas que envolvem a classe muitos para muitos dentro do eixo Proporção simples. Outro ponto que merece ser destacado é a estratégia dos alunos investigados para resolver problemas, a partir das estratégias de ação utilizadas pelos estudantes ao resolverem as duas questões, as autoras identificaram quatro níveis de raciocínio, segundo as representações “numérica” ou “pictórica”. As autoras constataram que a representação pictórica foi de grande valia para os estudantes do 3º ano, assim como foi também utilizada pelos estudantes de 5º ano, porém em menor número. Assim majoritariamente, os estudantes que lançaram mão desse tipo de representação obtiveram sucesso na resolução das questões. Podemos perceber que quando o professor permite que o aluno utilize de estratégias diversas para resolver problema os alunos conseguem ter um desempenho melhor do que quando seguem um modelo formalizado pelo professor.

3. Metodologia de pesquisa

A pesquisa desenvolvida é do tipo descritiva, na qual buscamos descrever os resultados obtidos com base na aplicação de um teste diagnóstico. Pois segundo Rudio (2007), o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados. Para desenvolvimento desta pesquisa elaboramos um teste com 07 problemas do campo multiplicativo que foi aplicado a 22 alunos do 4º ano e 20 alunos do 5º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Belém do Pará.

4. Apresentação dos dados e discussão dos resultados

No teste aplicado, pedimos aos alunos que classificassem os problemas em fácil, difícil e regular quanto ao grau de complexidade do problema. O quadro 1 apresenta os resultados.



Quadro 1 classificação dos problemas pelos alunos

Problemas	4ºAno			5ºAno		
	Fácil	Regular	Difícil	Fácil	Regular	Difícil
P1. Tenho um lote de 1640 folhas e desejo dividi-lo, igualmente, em 4 partes. Quantas folhas terá cada parte?	5	4	13	10	5	6
P2. Pedro tem R\$480,00. Ele quer comprar pacotes de bala que custam R\$12,00 o pacote. Quantos pacotes ele poderá comprar?	6	7	9	10	2	8
P3.Existem três caminhos de A para B, e quatro caminhos de B para C, de quantas maneiras diferentes podemos ir de A para C?	5	4	11	6	3	11
P4.Um agricultor pretende plantar árvores num canteiro em 4 fileiras com 5 árvores espaçadas igualmente em cada fila. Quantas árvores ele vai plantar?	8	5	9	16	2	2
P5. Comprei 5 bandejas de iogurtes. Cada bandeja tem 8 potes de iogurtes. Quantos potes de iogurtes eu comprei?	8	6	5	11	4	5
P6. Um agricultor quer calcular a produção média de leite de suas vacas durante o ano. Ele possui 17 vacas que produziram 70340 litros de leite durante esse período. Qual foi a produção média de leite por vaca?	4	7	10	3	4	13



P7. Julia possui 5 blusas de cores diferentes (azul, amarela, preta, vermelha, branca) e 6 saias de cores diferentes (azul, amarela, preta, vermelha, branca, rosa). De quantas maneiras Julia pode se vestir combinando uma saia com uma blusa de cores diferentes?	11	3	4	12	3	5

Fonte: instrumento de pesquisa

Analisando o quadro 1, pode-se observar que os alunos do 4º ano consideram os problemas propostos mais difíceis do que os alunos do 5º, com destaque para os problemas 1, 4 e 6 que foram apontados como sendo os mais difíceis para o 4º ano. Os problemas 1 e 6 são problemas que envolvem divisão e por isso tenham sido considerados mais difíceis para os alunos. O problema 4 envolve a ideia de representação retangular geralmente também difícil para os alunos compreenderem.

Quadro 2 quantitativo de respostas

Perguntas	Acerto 4º Ano	Erro 4º Ano	Branco 4º Ano	Acerto 5º Ano	Erro 5º Ano	Branco 5º Ano
P1.	3	12	7	8	12	0
P2.	1	14	7	2	18	0
P3.	0	9	13	3	10	7
P4.	4	9	9	9	11	0
P5.	10	6	6	11	9	0
P6.	0	11	11	0	20	0
P7.	0	9	15	0	20	0

Fonte: instrumento de pesquisa

Observa-se que os alunos do 5º ano de modo geral tiveram um desempenho um pouco melhor que os alunos do 4º ano. O número de erros para os dois grupos foi bem significativo. Observamos que os problemas considerados mais difíceis pelo 4º ano P1, P4 e P6 foram os que tiveram maior índice de erros. E apesar de os alunos do 5º ano terem apontados estes problemas como fáceis, o índice de erro foi considerável. De forma geral observamos que os problemas que envolviam a operação de divisão foram os que tiveram maior índice de erros ou



foram deixados em branco, como P2 e P6. O P7 envolvia o pensamento combinatório e percebemos que os alunos não conseguiram desenvolver nenhuma outra estratégia para resolver os problemas. Os erros observados foram relacionados a falta de compreensão e a interpretação adequada do enunciado ou erros de algoritmo.

Apresentamos os problemas que foram resolvidas pelos alunos, sua classificação e os objetivos dos mesmos, assim como, a análise de algumas respostas dadas pelos alunos. Escolhemos para as análises os problemas que apresentaram erros significativos e que foram cometidos pelos demais alunos.

O problema 01. Tenho um lote de 1640 folhas e desejo dividi-lo, igualmente, em 4 partes. Quantas folhas terá cada parte?

O problema envolvia a operação de divisão como partição e tinha como objetivo verificar se o aluno compreende o problema e sabe desenvolver a operação de divisão.

Neste problema, doze alunos do 4º ano e do 5º ano que erraram o problema, os erros cometidos em ambas os grupos foram em relação à escolha errada da operação, ou a falta de compreensão do problema. Em ambas as turmas os alunos utilizaram o algoritmo para resolver a questão, nenhum aluno utilizou outra estratégia. Apresentamos na figura 1 e 2 as respostas dadas por um aluno do 4º e 5º ano.

$$\begin{array}{r} 21 \\ 1640 \\ \times 4 \\ \hline 8860 \end{array}$$

Figura 1 resposta aluno 4ºano

$$\begin{array}{r} 1640 \overline{) 4} \\ 04 \\ -0- \end{array}$$

Figura 2 resposta aluno 5ºano

Observamos que o aluno do 4º ano não compreende o problema, pois utiliza a operação e multiplicação para resolver, além de cometer erros de tabuada. O aluno do 5º ano compreende o problema, pois escolhe a operação correta para resolver o problema, mas tem dificuldade para finalizar a operação de divisão. Tal dificuldade pode estar relacionada a falta de compreensão dessa operação.



Problema 02 – Pedro tem R\$480,00. Ele quer comprar pacotes de bala que custam R\$12,00 o pacote. Quantos pacotes ele poderá comprar?

O problema envolvia a operação de divisão com a ideia de quociente e tinha como objetivo verificar se o aluno compreende o problema e sabe desenvolver a operação de divisão. Neste problema, quatorze alunos do 4º ano e dezoito alunos do 5º ano erraram o problema, os erros cometidos em ambas as turmas foi a falta de compreensão do problema, pois escolheram a operação errada. Em ambas as turmas os alunos utilizaram como estratégia o uso do algoritmo para resolver o problema, apenas um aluno do 4ºano e dois do 5º ano utilizaram outras estratégias. Para Levain & Vergnaud (1995) este tipo de problema é considerado um pouco mais difícil para os alunos pois envolve a ideia de divisão como cotação e não de partição. A figura 3 e 4 mostram a estratégia usada pelos alunos.

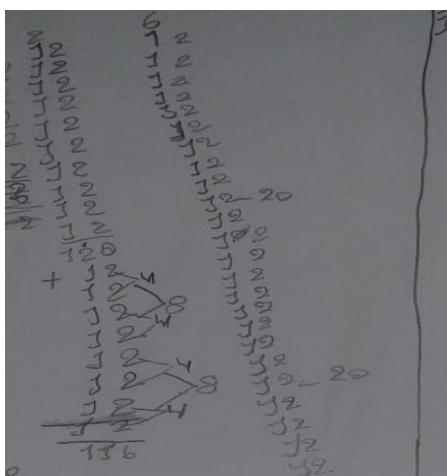


Figura 3 resposta aluno 4ºano

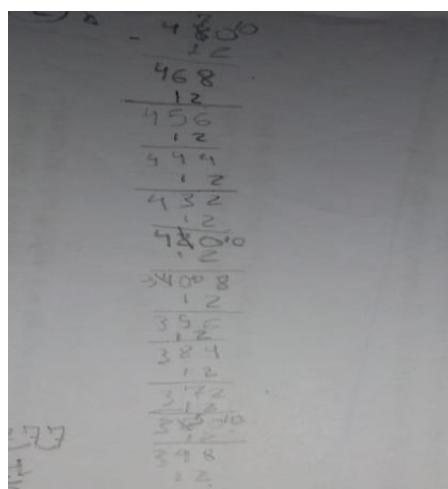


Figura 4 resposta aluno 5ºano

O aluno do 4ºano utiliza a ideia de multiplicação como adição de parcelas iguais, estratégia mais conhecida dos alunos dos anos iniciais, observamos que ele tentou agrupar os grupos de 12. O aluno do 4º ano somou o número 12 até chegar em um resultado aproximado de 480, porém no processo acabou errando a conta. O aluno do 5º ano parece ter a mesma estratégia, mas utiliza a ideia de subtração para conseguir chegar ao resultado. Ele utilizou a subtração e diminuiu a parcela 12 de 480 e depois contou quantas vezes essa parcela foi diminuída, porém apresentou erro na resolução. Observamos que ambos os alunos buscaram



uma estratégia, mas acabaram tendo dificuldade em prosseguir com a mesma, talvez o erro tenha sido por distração.

Problema 03 – Existem três caminhos de A para B, e quatro caminhos de B para C, de quantas maneiras diferentes podemos ir de A para C?

O problema envolvia a operação de multiplicação e tinha como objetivo verificar se o aluno compreende o problema e sabe desenvolver a operação de multiplicação. Este problema é segundo Greer (1992), do tipo produto cartesiano, e envolve a operação de multiplicação. Este tipo de problema foi considerado difícil pelos alunos do 4º e 5º ano, assim como pelos professores em formação inicial do curso de pedagogia no trabalho de Jucá et al (2016),

Neste problema tivemos que nove alunos do 4º ano e 10 alunos do 5º ano erraram o problema e foi o problema com o maior índice em branco. Os erros cometidos em ambos os grupos foram em relação a falta de compreensão do problema. Em ambas os grupos o número de falta de estratégia para resolver o problema é preocupante, poucos alunos utilizaram o algoritmo para resolver o problema e apenas dois alunos do 4ºano e quatro do 5º ano utilizaram outras estratégias. Apresentaremos na figura 5 e 6 algumas estratégias dos alunos do 4º e 5º ano.

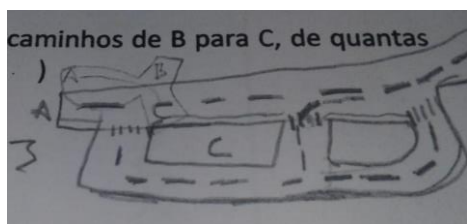


Figura 5 resposta aluno do 4ºano

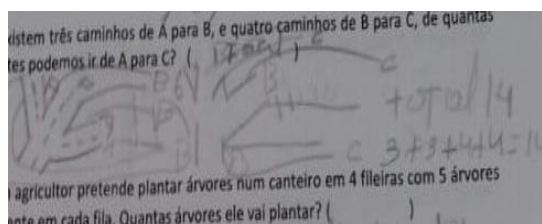


Figura 6 resposta aluno do 5ºano.

O aluno do 4º ano tenta por meio de desenho buscar uma solução para o problema, mas erra na distribuição das cidades, pois utiliza três caminhos, assim como o aluno do 5º ano considerou 14 caminhos. Outros erros observados foram na utilização do algoritmo, tanto os alunos do 4º ano como do 5º ano armaram a operação errada por não compreender o enunciado, a maioria somou os caminhos de AB e BC obtendo o valor 7.

Problema 04 - Um agricultor pretende plantar árvores num canteiro em 4 fileiras com 5 árvores espaçadas igualmente em cada fila. Quantas árvores ele vai plantar?



Este problema, é segundo Vergnaud (2009), do tipo produto de medidas, e envolve a operação de multiplicação. E tinha como objetivo verificar se o aluno compreende o problema e sabe desenvolver a operação de multiplicação. Neste problema tivemos que nove alunos do 4º ano e onze alunos do 5º ano erraram o problema, e foi considerado difícil pelos alunos do 4º ano. Os erros cometidos em ambos os grupos foram em relação a falta de compreensão do problema, pois erraram na escolha da operação. Em ambos os grupos os alunos utilizaram outras estratégias para resolver o problema, apenas cinco alunos do 4ºano e dois do 5º ano utilizaram o algoritmo. A figura 7 e 8 apresentam duas respostas.

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 5 \\ \hline 9 \end{array}$$

Figura 7 resposta aluno do 4ºano

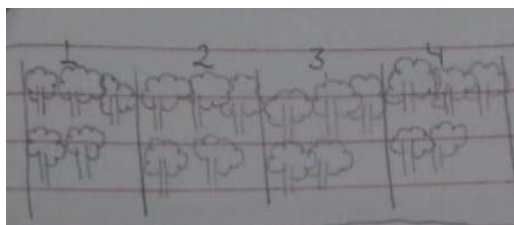


Figura 8 resposta aluno do 5ºano

O aluno do 4º ano utiliza o algoritmo da adição, mostrando a incompreensão sobre o problema, também alguns alunos 5º ano erraram na escolha da operação, e também erraram no algoritmo da operação escolhida, pois a maior parte dos alunos adicionou a quantidade de fileiras de árvore com a quantidade de árvores por fileira. O aluno do 5ºano apresentou outra estratégia, tentou resolver por desenho e colocou 4 grupos de 5 árvores e depois somou a quantidade total de árvores.

Problema 05 – Comprei 5 bandejas de iogurtes. Cada bandeja tem 8 potes de iogurtes. Quantos potes de iogurtes eu comprei?

Este problema segundo Vergnaud (2009), é do tipo isomorfismo de medidas, e envolve como operação uma multiplicação. E tinha por objetivo verificar se o aluno compreende o problema e sabe desenvolver a operação de multiplicação. Neste problema seis alunos do 4ºano e nove alunos do 5º ano erraram, no entanto foi o problema com o maior índice de acertos. Os erros cometidos em ambos os grupos foram em relação a compreensão do problema, pois erraram na escolha da operação ou erraram no desenvolvimento do algoritmo da operação que escolheram. Em ambos os grupos poucos alunos utilizaram outras estratégias para resolver o



problema, apenas sete alunos do 4ºano e três do 5º ano tentaram resolver por meio de uma operação. As figuras 9 e 10 apresentam duas estratégias dos alunos.

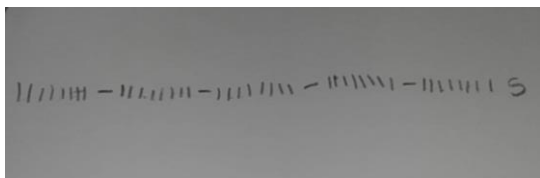


Figura 9 resposta aluno 4ºano



Figura 10 resposta aluno 5ºano

O aluno do 4º ano resolve por agrupamentos, faz cinco grupos de oito elementos, mas não apresentou nenhum resultado numérico. O aluno do 5º ano utiliza a mesma estratégia, mas coloca o resultado numérico 40. De forma geral, os alunos que utilizaram o algoritmo tanto do 4º ano como do 5º ano armaram a operação errada, a maioria somou a quantidade de bandejas de iogurtes com a quantidade de potes em cada bandeja obtendo como resultado 13, outros utilizaram a operação certa mas erraram os cálculos com a tabuada. Segundo Vergnaud (1990) e Levain & Vergnaud (1995) este tipo de problema apresenta dificuldades muito distintas segundo os valores numéricos.

Problema 06 – Um agricultor quer calcular a produção média de leite das suas vacas durante o ano. Ele possui 17 vacas que produziram 70.340 litros de leite durante esse período. Qual foi a produção média de leite por vaca?

Este problema é segundo Vergnaud (2009) do tipo proporção múltiplas, e envolve a operação de divisão. E tinha por objetivo verificar se o aluno compreende o problema e sabe desenvolver a operação de divisão. No estudo desenvolvido por Jucá et al (2016), este problema foi considerado difícil pela maioria dos professores em formação inicial do curso de pedagogia. Neste problema não houve acertos no grupo do 4º e nem do 5º ano. Nove alunos do 4º ano erraram e todos do 5º ano erraram. Os erros cometidos em ambos os grupos foram em relação a falta de compreensão do problema, pois erraram na escolha da operação. Não houve estratégias diferentes para resolver a questão, os alunos só tentaram resolver por meio das operações. As figuras 11 e 12 apresentam algumas dessas resoluções.

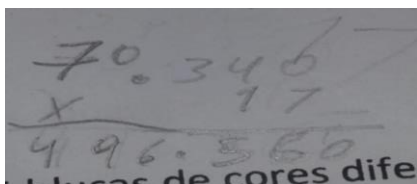


Figura 11 aluno 4ºano

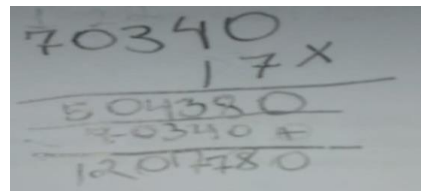


Figura 12 aluno 5ºano

Observa-se que tanto o aluno do 4º e do 5º ano tentaram utilizar a operação de multiplicação para resolver o problema, mas cometeram erros no desenvolvimento do algoritmo. Acreditamos que a maior dificuldade dos alunos foi em operar com números com valor numérico alto.

Problema 07 – Julia possui 5 blusas de cores diferentes (azul, amarela, preta, vermelha, branca) e 6 saias de cores diferentes (azul, amarela, preta, vermelha, branca, rosa). De quantas maneiras Julia pode se vestir combinando uma saia com uma blusa de cores diferentes?

Este problema envolve o pensamento combinatório e utiliza a operação de multiplicação. E tinha por objetivo verificar se o aluno compreende o problema e sabe desenvolver a operação de multiplicação. Neste problema, nove alunos do 4º ano e 20 alunos do 5ºano erraram. Não houve acertos em nenhum grupo. Os erros cometidos em ambos os grupos foram em relação a falta de compreensão do problema, pois erraram na escolha da operação. Apenas um aluno do 4ºano e quatro alunos do 5º ano utilizaram outras estratégias para resolver a questão que não seja por algoritmo, e dois alunos do 4ºano e seis do 5º ano utilizaram o algoritmo. As figuras 13 e 14 apresentam algumas dessas resoluções.

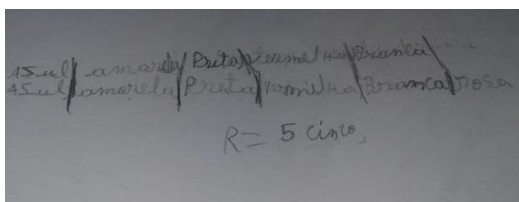


Figura 13 resposta aluno 4ºano

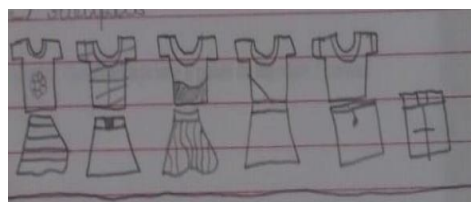


Figura 14 resposta aluno 5ºano

Os alunos que utilizaram a estratégia do desenho para montar pares de roupas de acordo com as combinações, tiveram problema para fazer as combinações segundo sua compreensão do problema, montando assim combinações de roupas diferentes, nos dois casos



sobrou uma peça de roupa. Alguns levaram em consideração que algumas cores não combinavam e por isso não fizeram todas as combinações.

5. Considerações finais

O objetivo deste trabalho era investigar as estratégias e dificuldades dos alunos do 4º e 5º ano dos anos iniciais ao resolverem problemas do campo multiplicativo. Observamos pelas análises feitas que as dificuldades dos alunos do 4º e 5º ano se concentram principalmente na compreensão dos problemas para a escolha das operações e que em alguns problemas eles se saíram melhor do que em outros, e isso se dá pelo grau de complexidade que cada problema apresenta. Os problemas de pensamento combinatório, produto de medidas, proporção múltipla e produto cartesiano se mostraram os mais difíceis para os alunos, assim como os problemas que envolviam a ideia de divisão, assim como já tinha sido apontado por Vergnaud (1990, 2009), Levain e Vergnaud (1995), e Greer (1992). Não observamos muitas estratégias diferentes utilizadas pelos alunos, a maior parte deles tentou resolver por meio das operações, um ou outro buscou resolver por estratégias diferentes, como por meio de desenhos. Percebe-se um engessamento do raciocínio do aluno, pois os alunos que não conseguiam utilizar as operações, também não conseguiam resolver por outros caminhos.

Neste sentido, é importante que os professores que atuam nos anos iniciais possam conhecer os diversos tipos de problemas do campo multiplicativo e trabalhar os mesmos com os alunos, observando a dificuldade que cada problema apresenta e tendo o cuidado de ajudar os alunos a superar tais dificuldades, principalmente ajudando-os a desenvolver estratégias para resolver o problema e não somente se prender à utilização de algoritmos das operações que muitas das vezes os alunos ainda não dominam.

REFERÊNCIAS

- GREER, B. Multiplication and division as models of situations. IN: GROUWS, D. A. (Org.). Handbook of research in mathematics teaching and learning. MacMillan Publishing Company, 1992.
- JUCÁ, R.S. RODRIGUES, V.S.; RODRIGUES, B.H.; Problemas do campo multiplicativo: uma investigação com professores em formação inicial do curso de pedagogia. In: anais do 13º encontro Nacional de Educação matemática. São Paulo, 2016



LEVAIN, J.P & VERGNAUD, G. Proportionnalite simple et proportionnalite multiple. Grand N, n. 56, 1995. p. 55 a 66.

MAGINA, S.M.P.; SANTOS, A. MERLIINI, V.L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas. Ciências Educativa. v. 20, n. 2, p. 517-533, Bauru, 2014

RUDIO, F.V. Introdução ao projeto de pesquisa científica. Petrópolis: Vozes, 2007.

VALENTIN, J. D. & SAM, I. C. Roles of semantic structure of arithmetic word problems on pupils' ability to identify the correct operation, 2004. Disponível em: www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/valentin. Acesso em: julho 2014.

VERGNAUD, G. Théorie des Champs Conceptuels. Recherches en Didáctique des Mathématiques. vol. 10, n. 2, 3, 1990.

_____. A criança, a matemática e a realidade. Curitiba, Editora da UFPR, 2009



UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA A OBTENÇÃO DA FÓRMULA DE BHASKARA USANDO O MÉTODO DE COMPLETAR QUADRADO

Nayara dos Santos Rodrigues
Universidade Federal do Pará
nayararodrigues18.nr@gmail.com

Genivaldo dos Passos Corrêa
Universidade Federal do Pará
genivaldo@ufpa.br

Ana Paula Góes Brabo
pgoesbrabo@yahoo.com

Resumo:

Este trabalho é parte de um projeto de monitoria proposto para alunos do curso de Licenciatura em Matemática, com o objetivo de desenvolver uma atividade para a obtenção da fórmula de Bhaskara, usando o método de completar quadrado. O lócus do projeto foi a Universidade Federal do Pará (Campus de Abaetetuba). Os sujeitos foram 20 alunos das turmas de matemática 2016 e 2017. Os dados foram obtidos a partir da aplicação e análise da atividade desenvolvida. Afirmamos que a proposta de trabalho desenvolvida produziu resultados favoráveis ao desempenho dos alunos no que tange a capacidade de desenvolver o raciocínio lógico e dedutivo para realizarem uma prova matemática, em particular, a demonstração da fórmula de Bhaskara.

Palavras Chaves: Atividade. Fórmula de Bhaskara. Método de completar quadrado.

Introdução

Sabe-se que ao longo dos anos o ensino de Matemática tem recebido críticas no se refere às metodologias adotadas em sala de aula pela maioria dos professores, e muito se tem discutido sobre qual a melhor forma de abordar um determinado conteúdo matemático? É fato que nesse contexto alguns professores vêm adotando uma postura diferente em sala de aula, em relação ao método tradicional de ensino, buscando ser muito mais um mediador do que simplesmente um mero transmissor de conhecimento.

No que se refere ao ensino de matemática na educação básica é notório que durante as ultimas décadas os professores tem deixado de lado o hábito de provar resultados importantes



para o bom entendimento do que se pretende ensinar. Isso faz que o aluno não esteja habituado a desenvolver seu raciocínio lógico e dedutivo e nem expressar suas ideias. Segundo Nasser; Tinoco (p.01, 2003):

Embora o desenvolvimento do raciocínio lógico seja um dos objetivos incluídos nos planejamentos de quase todos os professores de matemática, percebe-se que a maioria dos alunos está passando pela escola sem serem expostos a quase nenhuma atividade que desenvolva o raciocínio lógico ou que os prepare para o domínio do processo dedutivo. Se pensarmos um pouco na natureza das aulas de matemática na maioria das escolas brasileiras, chegamos a uma constatação: *Os jovens não estão habituados a pensar e comunicar suas ideias*. E certamente o que predomina é resolução de exercícios através de fórmulas prontas, e em sua maioria os exercícios não tem significado algum para ele. E não vendo significado algum, apenas repete os modelos dados pelo professor ou aplica fórmulas, e em nenhum momento é questionado ou levado a pensar por que a resposta é aquela, ou mesmo se a resposta é coerente, plausível com a pergunta do problema (NASSER; TINOCO, 2003).

Tudo isso, tem trazido resultados negativos, em disciplinas que exigem tais conhecimentos, para aqueles alunos que optam por fazer curso de Licenciatura em Matemática em nosso Campus, fazendo com que seu desempenho não seja satisfatório, causando-lhe retenção nas disciplinas e até mesmo a evasão do aluno do curso.

Neste sentido, no mês de julho de 2017 nos propomos a executar um projeto de Monitoria que proporcionasse aos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da UFPA-Campus de Abaetetuba, uma iniciação ao processo lógico e dedutivo de conteúdos de matemática da educação básica, de forma a favorecer a identificação do aluno com o curso a que se encontra inserido e dessa forma contribuir para a diminuição da resistência por parte do aluno em aprender determinados conteúdos matemáticos.

Funções de uma Prova e de uma Demonstração Matemática

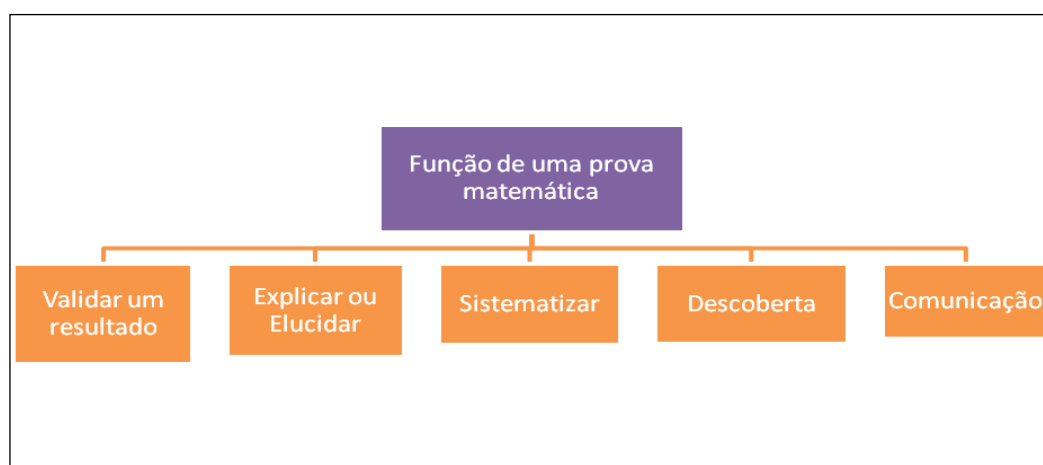
Do ponto de vista dos matemáticos da academia, uma prova é um desenvolvimento formal, que parte dos pressupostos (hipóteses) e, através do encadeamento do raciocínio e de resultados já conhecidos ou de teoremas, chega-se ao resultado que se quer mostrar que é verdadeiro (tese). Esse tipo de prova é conhecido como demonstração que se enquadra no tipo de demonstração formal.



A demonstração, da forma como é abordada nas escolas, dizendo melhor, nos cursos de Licenciatura em Matemática, não é objeto de ensino. Geralmente faz-se a demonstração diante dos alunos para que acompanhem, copiem e repitam até que a sequência de procedimentos seja memorizada. Como consequência desse procedimento cria-se uma prática que não ultrapassa a sala de aula da universidade porque o acadêmico não percebe a necessidade de demonstrar (BALACHEFF, 1988). .

Nasser, L; Tinoco, L; destaca cinco funções de uma prova matemática, a saber:

Figura 2 - Fluxograma das funções de uma prova matemática na visão de Nasser, L; Tinoco, L.



Fonte: Autores, 2018.

Validar um resultado: Como função de validar um resultado, uma prova matemática tem exclusivamente a função de comprovar que o resultado é verdadeiro.

Explicar ou Elucidar: Nesse caso, uma prova matemática tem a função de mostrar por que o resultado é verdadeiro.

Sistematizar: Para Bell (1976), sistematizar uma demonstração significa “preparar o aluno para o domínio do processo dedutivo”.

Descoberta: Para Bell (1976), essa função se baseia como o próprio nome já sugere, na “descoberta de novos resultados”.



Comunicação: Ainda para Bell, essa função tem como base a “transmissão do conhecimento matemático”.

Silva (2002), afirma que uma demonstração tem duas funções:

Figura 3 – Fluxograma da função de uma demonstração matemática na visão de Silva (2002).



Fonte: Autores, 2018.

Tais funções estão relacionadas, porém são independentes entre si. Isto significa que para o autor, é possível que uma demonstração possa desempenhar apenas uma função, pois pode haver uma distância significativa entre a verdade e a convicção. Segundo o autor citado é possível ser convencido da validade de uma demonstração que não estabeleceu definitivamente a verdade.

Proposta de atividade para a obtenção da fórmula de Bhaskara

No dia 21 de setembro, propomos uma atividade afim se obter a fórmula de resolução da equação do segundo grau, utilizando o método de completar quadrados. A proposta se diferencia das demais por não visar fazer uma demonstração direta da fórmula, mas sim construir juntos com os alunos participantes um caminho que os levem a chegar por si sós ao objetivo desejado, nesse sentido, o professor monitor se tornará um agente facilitador do conhecimento.

O início da atividade seu deu apresentado aos alunos um problema que motivasse o estudo em questão. Para isso, escolhemos por apresentar o seguinte problema:



PROBLEMA MOTIVADOR: Meu vizinho, com 20 m de cerca, construiu um cercado retangular de 32 metros quadrados de área, utilizando seu muro como um dos lados. Quanto mede os lados desse cercado retangular?

Pedimos para os alunos transcreverem o problema a linguagem matemática e para ajudá-los nessa tarefa usamos um desenho como modelo, e em seguida, perguntamos quanto mede cada dimensão do cercado? Com a resposta negativa dos alunos, orientamo-los a representar por x e y as dimensões e depois montar as seguintes expressões para o perímetro e a área do terreno e com as informações dadas de que se dispõe 20 metros de cerca e um lado será o muro, e que a área deverá ser 32 metros quadrados foi possível escrever as seguintes equações:

$$2x + y = 20 \Rightarrow y = 20 - 2x$$

$$xy = 32$$

De posse do sistema de equações incentivamo-los montar uma única equação somente na incógnita x e isso foi conseguido por eles, substituindo a expressão de y na equação da área, dessa forma chegou-se ao seguinte resultado:

$$x \cdot (20 - 2x) = 32$$

Em seguida eles obtiveram a seguinte equação:

$$x^2 - 10x + 16 = 0.$$

A pergunta natural que fizemos aqui foi. Que tipo de equação é essa? Vocês sabem como resolver?

Os alunos sabiam o tipo de equação e todos disseram que sabiam resolver. Então perguntamos: Como se resolve? A maioria respondeu pela fórmula de Bhaskara, outros responderam: por soma e produto. Então perguntamos: Alguém conhece outro método? A resposta foi não. Uma pergunta que fizemos foi se algum dos alunos sabia como se fazia para se obter a fórmula de Bhaskara? Para a nossa surpresa todos disseram que não sabiam. E como vocês conheceram a fórmula? A resposta foi: O professor só colocou a fórmula e ensinou como usar ela para resolver as equações. Essas respostas dadas pelos alunos só reforçou nossa tese de



que se faz necessário, de alguma forma, inseri esses alunos nesse universo das demonstrações matemáticas.

Feito isso, dissemos aos alunos que resolveríamos a equação do problema motivador, mas a frente, e que a partir daquele momento começaríamos a preparar o terreno para a resolução da mesma.

Os procedimentos adotados para se chegar ao nosso objetivo transcorreram da seguinte maneira, primeiramente propusemos para os alunos que provassem as seguintes igualdades:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2$$

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Nessa atividade, os alunos usaram, simplesmente, a definição de potência de mesma base para se chegar ao resultado desejado. Percebeu-se durante a atividade que não houve dificuldades para eles obterem a regra do quadrado da soma, do quadrado da diferença e do produto da soma pela diferença de dois números reais a e b quaisquer. As imagens abaixo mostram o desenvolvimento da atividade de um aluno do projeto.

Figura 3 - Registro do desenvolvimento do quadrado da soma por um aluno do projeto.

Atividade 1: Provar que $(X+Y)^2 = X^2 + 2 \cdot X \cdot Y + Y^2$

Demonstração:

$$\begin{aligned} (X+Y)^2 &= (X+Y) \cdot (X+Y) \\ &= X^2 + XY + YX + Y^2 \\ &= X^2 + XY + XY + Y^2 \\ &= X^2 + 2XY + Y^2 \end{aligned}$$

Fonte: Autores, 2017.



Figura 4 - Registro do desenvolvimento do quadrado da diferença por aluno do Projeto.

Atividade 2: Provar que $(x-y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2$

Demonstração:

$$\begin{aligned} (x-y)^2 &= (x-y) \cdot (x-y) \\ &= x^2 - xy - yx + y^2 \\ &= x^2 - xy - xy + y^2 \\ &= x^2 - 2xy + y^2 \end{aligned}$$

Fonte: Autores, 2017.

Figura 5 - Registro do desenvolvimento do produto da soma pela diferença de dois termos realizada por aluno do projeto.

Atividade 3: Provar que $(x+y) \cdot (x-y) = x^2 - y^2$

Demonstração:

$$\begin{aligned} (x+y) \cdot (x-y) &= x^2 - xy + yx - y^2 \\ &= x^2 - \cancel{xy} + \cancel{yx} - y^2 \\ &= x^2 - y^2 \end{aligned}$$

Fonte: Autores, 2017.



Cabe ressaltar aqui, que os alunos não tiveram dificuldades em desenvolver o quadrado da soma ou da diferença, no entanto, ainda sentiram dificuldades em escrever o trinômio $x^2 \pm 2 \cdot x \cdot y + y^2$ como o quadrado de uma soma ou como quadrado da diferença, isso mostra que muitos ainda têm dificuldades em ver uma igualdade matemática no sentido inverso, por exemplo, foi pedido para os alunos desenvolverem os seguintes quadrados: $(2x + 3)^2$; $(y + 3x)^2$ e isso foi feito de maneira natural usando a regra que foi estabelecida por eles anteriormente, no entanto, quando foi pedido para eles escreverem: $x^2 + 12x + 36$ e $9y^2 + 6yx + x^2$ com o quadrado de uma soma a maioria não fez de imediato, foi preciso haver a intervenção dos monitores, para eles conseguirem realizar a atividade. Aqui já pensando no objetivo da atividade propusemos para eles escreverem como quadrado de uma soma e/ou diferença alguns trinômios do segundo grau que não eram possíveis de se escrever como quadrados da soma ou diferença, trinômio tais como: $x^2 + 4x + 8$, no entanto mostramos que podemos escrever assim:

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 8 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 + 4 \\ &= (x + 2)^2 + 4 \end{aligned}$$

Outros exemplos relacionados a trinômio que não são o que chamamos de trinômios quadrados perfeitos foram bastante explorados nesse sentido. Essa foi a ideia usada para se resolver as equações do segundo grau propostas.

Antes de começarmos a resolver as equações do segundo grau, achamos convenientes relembrar as seguintes propriedades relacionadas a uma igualdade.

Propriedade 1- Quando adicionamos ou subtraímos nos dois membros de uma igualdade um mesmo número real a igualdade prevalece. Isto significa que:

Se $x = y$, então $x + a = y + a$, qualquer seja o número real a

Propriedade 2 - Quando multiplicamos ou dividimos os dois membros de uma igualdade por número real a igualdade prevalece. Isto significa que:

Se $x = y$, então $ax = ay$ ou $\frac{x}{a} = \frac{y}{a}$, qualquer seja o número real a



Observamos que na divisão o número a não pode ser zero, devido a não existir divisão por zero.

Propriedade 3 - Extraindo, quando possível, a raiz quadrada de ambos os membros de uma igualdade, a igualdade prevalece, ou seja:

$$\text{Se } x = y, \text{ então } \sqrt{x} = \sqrt{y}$$

Propriedade 4 - A raiz quadrada de um número real ao quadrado é igual ao módulo desse número. Expressando matematicamente essa propriedade para um real a , tem-se:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Propriedade 5 - Se a é um número real positivo e y é um número real diferente de zero, tem-se que:

$$\text{Se } |y| = a, \text{ então: } y = a \text{ ou } y = -a$$

Depois de listadas essas propriedades, demos início à resolução das equações do 2º grau pelo método de completar quadrado e a atividade foi iniciada propondo a solução da equação do segundo grau obtida a partir do problema motivador, dessa maneira nossa atenção ficou concentrada em se obter as raízes reais da equação do segundo grau

$$x^2 - 10x + 16 = 0.$$

O procedimento se deu da seguinte forma:

Como os alunos ainda não tinham conhecimento do método que iríamos adotar, assumimos o papel de mediar à solução da primeira equação.

Usando a propriedade 1 pedimos a eles que subtraísse 16 em ambos os membros da igualdade como se mostra abaixo

$$x^2 - 10x + 16 - 16 = 0 - 16$$

$$x^2 - 10x = -16$$

Questionamentos do tipo:

- Por que subtraímos 16 em ambos os membros da equação?



- Não poderia ser outro número?
- Como vou saber o número que devo subtrair?
- Não poderia somar?
- Mas Professor por que eu não uso logo a fórmula de Bhaskara para resolver?

Contivemos-nos, em responder as perguntas, visto que nosso desejo era que eles chegassem as suas próprias conclusões, pois esse é papel do professor mediador, dissemos apenas que eles mesmos iriam saber mais adiante.

E assim passamos para o segundo passo, que seria completar o quadrado da diferença no primeiro membro. Para isso, fez-se a seguinte pergunta:

Como é feita a leitura do segundo membro do quadrado da diferença de dois termos? Feita a pergunta colocamos no quadro a expressão do quadrado da diferença e pedimos que fizessem a leitura. O que veio de maneira natural:

“O quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o primeiro termo vezes o segundo termo, mais o quadrado do segundo termo”.

Depois pedimos para eles comparar o primeiro membro de nossa equação com o primeiro membro do quadrado da diferença e confrontarem as expressões, assim como se mostra abaixo:

$$x^2 - 10x = -16$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2 = (x - y)^2$$

Essa comparação teve como finalidade levá-los a perceberem como se obtém o primeiro termo e o segundo termo do quadrado da diferença. De fato, logo após algumas indagações, feitas por nós, eles perceberam que o número 10 deveria ser escrito como o produto de 2 por outro número e chegaram facilmente a conclusão que o segundo número, no caso y, deveria ser o 5 e, assim escreveram as igualdades como abaixo

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 = -16$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2 = (x - y)^2$$



Aí perguntamos quanto devemos somar para completar o quadrado perfeito, no primeiro membro da primeira igualdade? A resposta também veio naturalmente, $5^2 = 25$ professor. Novamente, fizemos a seguinte indagação: Mas devo somar 25 apenas no primeiro membro ou em ambos os membros da igualdade? Nesse momento tendo como base a propriedade 1, os alunos concluíram que deveria ser em ambos os membros, para que a igualdade prevalecesse. Dessa forma, eles chegaram à conclusão de que a nossa equação assumiria a forma:

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = +5^2 - 16$$

Então, eles escreveram o primeiro membro como o quadrado da diferença e realizando as operações no segundo membro obtiveram:

$$(x - 5)^2 = 9$$

De posse dessa igualdade e tendo como objetivo encontrar o valor da incógnita x , perguntamos a eles qual das propriedades, citadas anteriormente, nos permitiria eliminar a potência do primeiro membro da equação? Em outras palavras, qual a operação inversa da potenciação? A resposta imediata foi à radiciação professor. Então, o que devemos fazer no primeiro membro da equação? Devemos extrair a raiz quadrada professor. Indagamos novamente: Só no primeiro membro ou em ambos os membros? E por quê? E a resposta foi: Em ambos os membros, para que a igualdade prevaleça. Então, fizemos isso, e a equação ficou assim:

$$\sqrt{(x - 5)^2} = \sqrt{9}$$

Perguntamos outra vez: Qual o resultado do primeiro membro da igualdade? E do segundo membro? A resposta da maioria foi: No primeiro membro dá $x - 5$ e no segundo membro dá 3 professor. Questionei: Vocês têm certeza? Olhem para a propriedade 4 e me digam a resposta. Então, eles repensaram e responderam: Módulo de x menos o 5, no primeiro membro e 3 no segundo membro. Então, como vai ficar a nossa equação? Responderam: Módulo de x menos o 5 igual a 3. Então, escrevam isso, em linguagem matemática, daí usando a notação de módulo escreveram:



$$|x - 5| = 3$$

Em seguida eliminaram o módulo usando a propriedade5 e então, concluíram que:

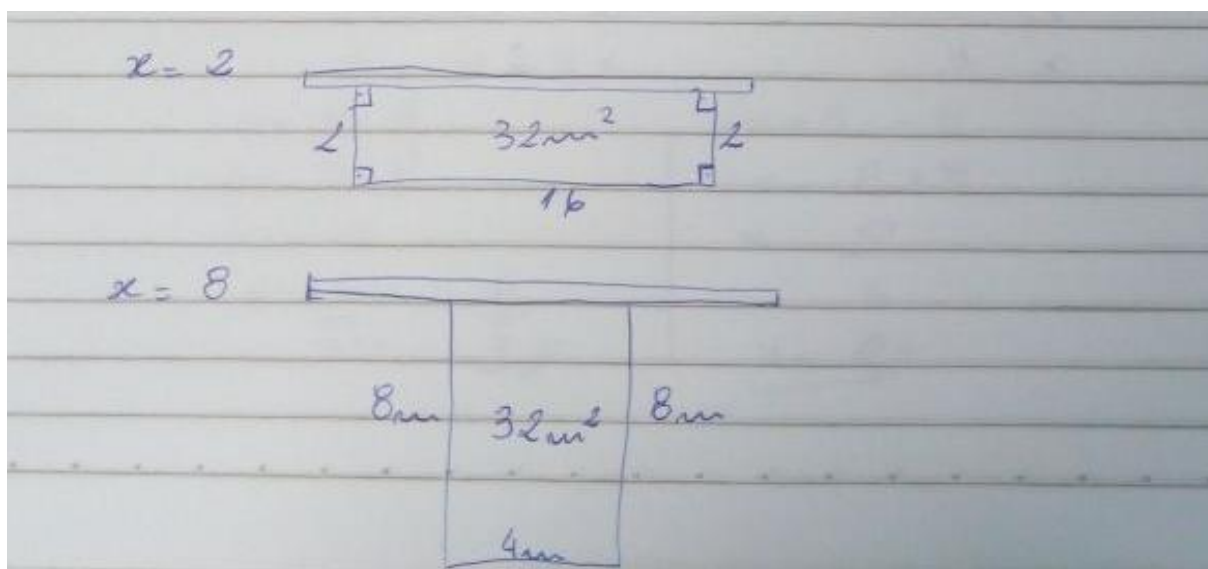
$$x - 5 = 3 \text{ ou } x - 5 = -3.$$

Assim, as equações do primeiro grau foram facilmente resolvidas, por eles, para se obter $x = 8$ ou $x = 2$, como as raízes da equação do segundo grau: $x^2 - 10x + 16 = 0$.

Finalizamos essa primeira parte da atividade analisando a solução da equação com a solução do Problema motivador, uma vez que a equação forneceu dois possíveis valores para a medida x do cercado, perguntamos a eles se isso era possível? Nesse momento, o silêncio da turma nos levou a concluir que os alunos ainda não têm o hábito de verificar se toda solução de uma equação associada a um problema será a solução do problema em questão. Então, voltamos ao início de nossa solução para que eles verificassem que a outra medida do cercado era $y = 20 - 2x$ e assim concluírem que se medida de x fosse 8 metros, então a medida de y seria 4 metros e assim, teríamos um cercado de medidas 8 metros por 4 metros, se a medida de x fosse de 2 metros, então a medida de y deveria ser 16 metros e, portanto, teríamos um cercado de medidas 2 metros por 16 metros. Nesse momento nos valemos de um desenho (Figura 6) para concluir que o cercado poderia ser construído de duas formas, nas condições desejadas e, portanto as duas soluções da equação, também são soluções do problema.



Figura 6 - Registro do desenho do formato do cercado do enunciado do problema motivador realizado por aluno na análise da solução.



Fonte: Autores, 2017.

Em um segundo momento de nossa atividade, propomos para os participantes aplicar o mesmo método para resolver outras equações do segundo grau na forma completa e incompleta, as figuras abaixo mostram as atividades realizadas por eles

Figura 7 - Registro da resolução de uma equação do segundo grau incompleta utilizando o método de completar quadrados, realizada por um aluno do projeto.

Ex: Resolver a equação $3x^2 - 8x = 0$, em $\mathbb{R}$.
 Solução: $a = 3 \Rightarrow 4a \Rightarrow 4 \cdot 3 = 12$

$$3x^2 - 8x = 0 \quad \times 12$$

$$36x^2 - 96x = 0$$

$$(6x)^2 - 2(6x) \cdot 8 = 0$$

$$(6x)^2 - 2(6x) \cdot 8 + 8^2 = 8^2$$

$$(6x - 8)^2 = 64$$

$$\sqrt{(6x - 8)^2} = \sqrt{64}$$

$$|6x - 8| = 8$$

$6x - 8 = 8$ $6x = 8 + 8$ $6x = 16$ $x = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$	$6x + 8 = -8$ $6x = -8 - 8$ $x = \frac{-16}{6}$ $x = -\frac{8}{3}$

Fonte: autores, 2017.



Figura 8 - Registro da resolução de uma equação do segundo grau completa utilizando o método de completar quadrados, realizada por um aluno do projeto.

Resolver a equação do segundo grau.
 $x^2 + 7x + 5 = 0$ em $\mathbb{R}$.

Solução: $a = 1 \Rightarrow 4a = 4 \cdot 1 \Rightarrow 4a = 4$.
 Então, multiplicamos a equação por 4.

$$x^2 + 7x + 5 = 0 \quad \times 4$$

$$4x^2 + 28x + 20 = 0$$

$$(2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 7 = -20$$

$$(2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 7 + 7^2 = 7^2 - 20$$

$$(2x + 7)^2 = 49 - 20$$

$$(2x + 7)^2 = 29$$

$$\sqrt{(2x + 7)^2} = \sqrt{29}$$

$$|2x + 7| = \sqrt{29}$$

$2x + 7 = \sqrt{29}$ $2x = -7 + \sqrt{29}$ $x = \frac{-7 + \sqrt{29}}{2}$	$2x + 7 = -\sqrt{29}$ $2x = -7 - \sqrt{29}$ $x = \frac{-7 - \sqrt{29}}{2}$

Conjunto Solução = $\left\{ \frac{-7 - \sqrt{29}}{2}, \frac{-7 + \sqrt{29}}{2} \right\}$

Fonte: Autores, 2017.

Num terceiro momento, depois que observamos que eles já estavam bastante seguros do método para resolver as equações do segundo grau. Aplicamos a atividade principal de nossa atividade a qual enunciamos na forma de um Teorema Matemático:

Teorema: Mostrar que as raízes reais da equação do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = 0$$

com x, a, b e c números reais, $a \neq 0$ e x é a incógnita são:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A prova desse resultado se deu com os alunos seguindo os mesmos procedimentos utilizados com as equações resolvidas por eles nas atividades anteriores, nesses exemplos conforme pode ser constatado na figuras eles foram aconselhados a começar o processo



multiplicando a equação sempre pelo fator $4a$, como foi nos exemplos anteriores, fazendo isso eles obtiveram a seguinte equação:

$$4a^2x^2 + 4ax + 4ac = 0$$

Em seguida, eles escreveram:

$$(2ax)^2 + 2 \cdot (2ax) \cdot b = -4ac$$

Naturalmente, eles já sabiam que para completar o quadrado no primeiro membro da equação precisariam somar em ambos os lados da equação o quadrado do número b , fazendo isso eles chegaram à equação:

$$(2ax)^2 + 2 \cdot (2ax) \cdot b + b^2 = b^2 - 4ac$$

E assim escrevendo o quadrado da soma no primeiro membro concluíram que:

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

Extraindo a raiz quadrada em ambos os membros da igualdade acima escreveram:

$$|2ax + b| = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Depois, eles aplicaram a propriedade de módulo para escrever:

$$2ax + b = \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \text{ou} \quad 2ax + b = -\sqrt{b^2 - 4ac}$$

Resolvendo para a incógnita x eles chegaram ao resultado desejado, isto é:

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A figura a seguir mostra a resolução de um aluno.



Figura 9 - Registro da resolução de uma equação do segundo grau completa utilizando o método de completar quadrados, realizada por um aluno do projeto.

Mostrar que as raízes da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$ são

$$x' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

DEM:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \times 4a$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

$$(2ax)^2 + 2 \cdot (2ax) \cdot b = -4ac$$

$$(2ax)^2 + 2 \cdot (2ax) \cdot b + b^2 = b^2 - 4ac$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

$$\sqrt{(2ax + b)^2} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$2ax + b = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$2ax = -b + \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ou

$$2ax + b = -\sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$2ax = -b - \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Fonte: Autores, 2017.

Considerações finais

Percebemos durante o desenvolvimento da atividade que o procedimento realizado conduziu os alunos a obterem o resultado esperado de uma forma muito mais satisfatória do que se tivéssemos feito da forma tradicional que é: Chegar, colocar o teorema que se deseja demonstrar e começar a fazer a demonstração do mesmo.

Nossa experiência ao longo do tempo na licenciatura tem nos mostrado que a forma tradicional, na maioria das vezes, não conduz o aluno a obter o entendimento de uma demonstração matemática, e o máximo que se consegue, nesse sentido, é que o aluno consiga fazer a demonstração, mas sem compreender os porquês dos passos, e dos argumentos que foram adotados durante o desenvolvimento dela.

Sabemos que, normalmente, quando se ensina as equações do segundo grau, o que se faz é: apresenta-se a fórmula geral dessa equação, faz-se a demonstração, ou simplesmente,



escreve-se a mesma no quadro, apresenta-se os exemplos e começa-se a resolver uma lista de equações.

Nessa atividade prezou-se por fazer o processo inverso do habitual que foi, a partir de resoluções de casos particulares de equação do segundo grau, utilizando o método de completar quadrado, conduzir o aluno a obter a fórmula geral de sua resolução.

Ao final da atividade, constatamos que o procedimento adotado contribui muito na formação da capacidade de abstração e argumentação do aluno, pois o retira da situação de sujeito paciente e o coloca na situação de agente do conhecimento. Espera-se que a metodologia adotada venha a ser utilizada por outros professores da educação básica e que sirva de incentivo para os mesmos adotarem em suas aulas as demonstrações matemática, como uma forma de contribuir para uma formação mais sólida do raciocínio lógico-dedutivo e do pensamento matemático de seus alunos.

Referências

- BALACHEFF, Nicolas. Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège. Université Joseph Fourier-Grenoble I, INPG, 1998 (Tese de doutorado).
- BELL, A. (1976): A study of pupils' proof-explanations in mathematical situations. Educational Studies in Mathematics.
- LIMA ET AL. A Matemática do Ensino Médio. 280 p. – 9 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.
- _____. Temas e problemas elementares. 335 p. – 5 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013
- NASSER, Lilian; TINOCO, Lúcia A de A. Argumentação e provas no ensino de matemática. 109 p. – 2 ed. Rio de Janeiro: UFRJ/ Projeto Fundação, 2003.
- SILVA, Jairo José. Demonstração Matemática na Perspectiva da Lógica Matemática. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, Ano 15, nº 18, p. 68-78. Rio Claro: UNESP, (2002).



UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O CONCEITO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

José Augusto Freitas de Menezes

Universidade do Estado do Pará

Afm10002018@gmail.com

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

Pedro.franco.sa@gmail.com

Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira

Universidade do Estado do Pará

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo apresentar os resultados a respeito de uma sequência didática por meio de atividades para o ensino de funções exponenciais e a opinião expressa pelos alunos em relação às dificuldades que os professores apresentam ao trabalhar esse assunto em sala de aula e suas metodologias de ensino. Trata-se de uma sequência de duas atividades sobre conceito da função exponencial e seu campo de existência realizada com 40 alunos de uma escola da rede pública estadual de ensino localizada na periferia do município de Belém do Pará. A sistematização e a análise das informações nos permitem afirmar que os alunos apresentaram um grau de dificuldade elevado na matemática básica, sobretudo, nos estudos de potenciação, que é o conhecimento básico para aprender função exponencial, porém a sequência se mostrou eficaz nos seus resultados facilitando o aprendizado ainda com estas dificuldades dos conhecimentos prévios sobre potenciação. Desta forma esperamos contribuir para o processo de ensino aprendizagem e para a melhoria de nossa educação.

Palavras-chave: Função exponencial. Potenciação. Processo ensino-aprendizagem

INTRODUÇÃO

Este trabalho é parte da dissertação apresentada e defendida em 2018 sobre o Ensino das Funções Exponenciais por meio de atividades baseada na engenharia didática como método de pesquisa (Artigue, 1996) e teve como objetivo avaliar as potencialidades de uma sequência didática ao ensino das funções exponenciais na educação básica por meio do ensino de matemática por atividades (Sá, 2009).

Neste trabalho mostramos os resultados obtidos após aplicarmos a sequência didática por meio de atividades diferente da tradicional apresentada em livros didáticos que é o objetivo



da dissertação. Aqui mostraremos os resultados de duas atividades que trata do conceito de função exponencial, enquanto que a segunda atividade trata sobre a condição de existência.

Muitas discussões e debates entre os trabalhadores da educação se faz presente, não somente no âmbito docente, mas também no meio discente sobre o ensino-aprendizagem de funções exponenciais e suas aplicações, portanto têm sido motivo de inquietações de diferentes pesquisadores desse assunto.

Constantemente os professores de Matemática sobre tudo no assunto de funções exponenciais são questionados sobre o processo de ensino-aprendizagem, ou seja, como os conceitos que são ensinados na escola. Questiona-se como se aprende potenciação que é a base para se compreender funções exponenciais, e como surgiu e qual a sua contribuição para a ciência e que relação tem com a nossa vida cotidiana.

2. QUESTÃO NORTEADORA

Em Gadiola (2015) encontramos uma dissertação sobre função exponencial cujo objetivo foi propor uma metodologia para que os educadores possam de forma coerente dar significado ao estudo da função exponencial de forma a utilizá-la como uma ferramenta para resolver problemas no cotidiano.

Gadiola, ressalta ainda, que os livros didáticos devem ser escolhidos de forma cuidadosa, pois são eles que oferecem os problemas que retratam a realidade das tecnologias e dos problemas atuais que irão levar os alunos a enfrentarem no dia a dia, a formação dos professores, também é ressaltado pelo autor como um dos fatores que contribuem para uma boa formação do ensino em sala de aula.

Gadiola (2015) “O estudo da função exponencial, não é bem visto pelos estudantes do ensino médio, acham esse conteúdo difícil e cansativo”

O autor concluiu que a má formação profissional que atua nesse campo da matemática, tem relevante participação, pois tem dificuldades para participarem de cursos de formação e atualização. Por isso os exemplos trabalhados em sala de aula tem poucas ligações com os exemplos práticos na ciência e na natureza ficando concentrado em problemas abstratos como



inequações exponenciais, o autor comenta ainda, que muitas justificativas e provas não são demonstradas deixando os alunos sem interesse e estímulo para buscar uma melhor compreensão desse assunto.

Nesse sentido demonstramos nesse trabalho uma sequência didática por meio de atividades diferente da tradicional como foi dito na introdução, onde o aluno participa na construção do conceito e do conhecimento, tendo como intermediador o professor durante a aplicação da sequência didática. Nesta sequência o próprio aluno chega a conclusão dos conceitos por meio da descoberta ou redescoberta e conclusões acerca do assunto no momento em que desenvolve a sequência proposta.

Em Bruck (2011) vemos a necessidade de se modelar os problemas de fenômenos naturais ou sociais que em sua maioria são definidos por uma função exponencial, e para tanto, levar o aluno a modelar tais problemas deixa mais coerente tais assuntos no cotidiano

Matemática é um processo que envolve a obtenção de um modelo que tenta descrever matematicamente um fenômeno da nossa realidade. É necessária a sua compreensão a fim de existirem hipóteses e reflexões sobre tais fenômenos, não se trata apenas da solução de determinada situação proposta que retrata situações da realidade, mas que possibilita a reflexão, argumentação inclusive sobre as relações que se estabelecem além da matemática.(Brucki, 2011, p.31)

Em Sá (2009) demonstra que esse tipo de atividade requer uma postura diferenciada do professor e dos alunos nesse processo de ensino.

A ocorrência de tais características implica na mudança de postura de professor, devendo permitir que o aluno, sob sua orientação, descubra ou redescubra princípios e semelhanças nos resultados de atividades matemáticas desenvolvidas em sala de aula, levando-o a perceber as estratégias matemáticas evidenciadas na produção desse conhecimento.(SÁ, 2009, p.23)

Também demonstramos, após a sequência aplicada, os resultados obtidos em uma turma do 1º ano do ensino médio numa escola da rede estadual de ensino em Belém do Pará no bairro de Val-de-Cans, e como os mesmos resolveram alguns problemas sobre funções exponenciais, problemas estes, que são relevantes na vida cotidiana causando um interesse ainda mais pelos alunos em melhor conhecer o assunto.



3. OBJETIVOS GERAIS

Avaliar a potencialidade do ensino das funções exponenciais por meio de atividades.

4. DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Esta sequência foi aplicada numa turma do 1º ano do ensino médio de uma escola da rede pública em Belém, e foi dividida em duplas como segue.

4.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

Cada atividade foi desenvolvida visando as dificuldades apresentadas pelos professores e alunos (GADIOLA 2015), além de aspectos que foram destacados em pesquisas relacionadas com a temática. As atividades apresentam a perspectiva básica da dependência de variáveis, além do estudo algébrico e gráfico que englobam leitura, construção e interpretação.

A turma foi dividida em duplas assim chamadas G1, G2, G3,.....,G20 e os alunos denominados de A1, A2, A3,...,A40.

ATIVIDADE 1

Título: Descubra a minha regra

Objetivo: Descobrir uma relação entre dois conjuntos

Material: Quadro I, roteiro da atividade, papel, caneta.

Procedimento: Para cada par de conjuntos:

Observe a associação entre os elementos de A e B no quadro I;

Tente descobrir a expressão do elemento $y \in B$ associado a $x \in A$;

Com os dados obtidos preencha o quadro a seguir.

Par	Expressão do elemento $y \in B$ associado a $x \in A$	$f(x)$
1		
2		
3		
4		



5		
6		
7		
8		

As expressões matemáticas que relacionam duas variáveis onde a segunda (no nosso caso y) é o resultado da combinação das operações de potenciação em que a primeira (no nosso caso x) é expoente de um número real, onde dizemos que o valor de y está em função do valor de x , representado por $y=f(x)$ e são do tipo $y = a^x$, são exemplos da lei de formação da função exponencial que é definida como:

Uma função $f: R \rightarrow R_+$, chama-se exponencial quando existe um número real a onde $0 < a \neq 1$, tal que $y = a^x$.

Em decorrência da definição de função temos que $y=f(x)$ é a variável dependente e o x a variável independente.

A atividade 1 cujo título é “Descubra a minha regra” durou duas aulas de 45 minutos e teve a finalidade do aluno descobrir a relação entre duas variáveis uma dependente da outra, onde o resultado da variável dependente era encontrado por meio de uma exponencial e servir como atividade exploratória de potenciação. A atividade apresentou oito pares de diagramas (APÊNDICE A) e solicitou que os alunos encontrassem a relação a partir desses diagramas, por meio do qual, os mesmos identificassem a regra utilizada a partir das orientações dada no quadro. Ao preencher o quadro, os alunos não tiveram dificuldades no primeiro par de diagramas, onde 98% chegaram no padrão do referido par, como mostra o quadro 01 e a exemplo de respostas das duplas G1 E G2

As duplas G1 e G2 verbalizaram suas conclusões de modo sem muita clareza no que queriam expressar, mas se manifestaram afirmando que não tiveram dificuldade de observar o padrão estabelecido entre os diagramas, conforme as suas declarações por escrito.



Par	Expressão do elemento $y \in B$ associado a $x \in A$	$f(x)$
1	$y = 2^x$	$f(x) = 2^x$ ✓
2	$y = 3^x$	$f(x) = 3^x$ ✓
3	$y = 2^x + 1$	$f(x) = 2^x + 1$ ✓
4	$y = 4^x$	$f(x) = 4^x$ ✓
5	$y = 1/2^x$	$f(x) = 1/2^x$ ✓
6	$y = 7^x$	$f(x) = 7^x$ ✓
7	$y = 5^x$	$f(x) = 5^x$ ✓
8	$y = 1/4^x$	$f(x) = 1/4^x$ ✓

Resposta da dupla G1 da Atividade 1

O que você observou ?

É uma sequência. Bastou observar para concluir a atividade

O que você concluiu ?

Concluimos que não é tão difícil assim.

Conclusão da dupla G1 da Atividade 1

Par	Expressão do elemento $y \in B$ associado a $x \in A$	$f(x)$
1	$y = 2^x$	$f(x) = 2^x$ ✓
2	$y = 3^x$	$f(x) = 3^x$ ✓
3	$y = 2^x + 1$	$f(x) = 2^x + 1$ ✓
4	$y = 4^x$	$f(x) = 4^x$ ✓
5	$y = 1/2^x$	$f(x) = 1/2^x$ ✓
6	$y = 7^x$	$f(x) = 7^x$ ✓
7	$y = 5^x$	$f(x) = 5^x$ ✓
8	$y = 1/4^x$	$f(x) = 1/4^x$ ✓

Resposta da dupla G2 da Atividade 2



O que você observou?
 Que para resolver as questões bôto "dixobri" quantos vezes
 os números estão sendo multiplicados
 O que você concluiu?
 Que não é tão difícil
 responder as questões

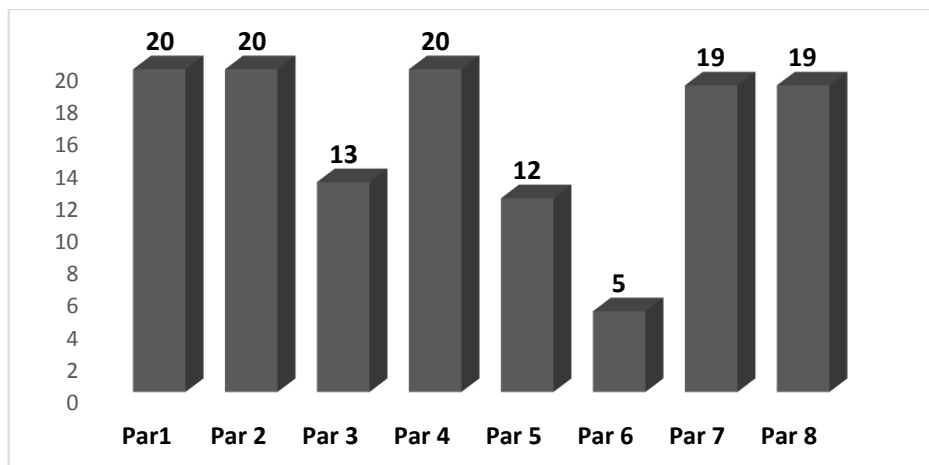
Conclusão da dupla G2 da Atividade 1

Respostas da Atividade 1 relacionada a "Descubra a minha regra"

Par de Diagramas	Respostas	Estudantes que acertaram	%
1	$f(x) = 2^x$	TODAS	100
2	$f(x) = 3^x$	TODAS	100
3	$f(x) = 2^{x+1}$	A1,A2,A3,A4,A7,A8,A9,A10,A11,A12,A13,A14,A15,A16,A17,A18,A21,A22,A25,A26,A27,A28,A31,A32,A37,A38	65
4	$f(x) = 4^x$	TODAS	100
5	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	A1,A2,A9,A10,A11,A12,A13,A14,A17,A18,A21,A22,A27,A28,A29,A30,A33,A34,A35,A36,A37,A38,A39,A40	30
6	$f(x) = 7^x$	G1,G2,G4,G5,G6	12,5
7	$f(x) = 5^x$	TODAS COM EXCESSÃO DA G15	97,5
8	$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$	TODAS COM EXCESSÃO DA G13	97,5

As dificuldades encontradas pelo par 6 pela maioria das duplas está relacionada pelo fato de trabalharmos com potências de base 7, o que não é muito comum para os alunos.

O gráfico abaixo apresenta a distribuição das duplas que acertaram os pares de diagramas



Esta atividade leva o aluno a relacionar os elementos dos dois conjuntos e interpretar matematicamente uma relação entre eles, visando criar um modelo matemático que defini o comportamento ao longo do processo

Para que um aluno possa reconhecer a Função Exponencial num registro de linguagem natural, ele precisa ler e interpretar o texto, identificar as variáveis e características da função, assim como o tipo de variação que está ocorrendo, possibilitando não somente representar matematicamente esta situação, como se fosse um sistema de códigos, mas encontrar o significado do conceito Função Exponencial, numa situação problema a resolver. (DOMINONI 2005, p. 38)

A atividade 1 teve duração de duas aulas de 1h e 15 minutos, com tempo médio de desenvolvimento da atividade por dupla variando de 40 a 50 minutos.

No trabalho de Silva (2014) encontramos uma atividade com a mesma finalidade, baseada no ensino da função exponencial por meio de atividade cujo problema era sobre reflorestamento, onde os alunos deveriam modelar através das atividades apresentada, segue-se o problema:

TITULO: O reflorestamento

OBJETIVO: Descobrir uma relação entre variáveis.

MATERIAL: Roteiro de atividade, lápis ou caneta.

PROCEDIMENTOS: Leia os textos com atenção; Resolva os itens a seguir; Reflorestamento



Para conter o avanço do aquecimento global, diversos organismos internacionais propõem o reflorestamento, porém esta medida é apenas parcialmente aceita pelos ecologistas, por acreditarem que a recuperação da área desmatada não pode apenas levar em conta a eliminação do gás carbônico, mas também a biodiversidade da região. O reflorestamento é, no melhor dos casos, um conjunto de árvores situadas segundo uma separação definidas artificialmente, entre as quais surge uma vegetação herbácea ou arbustiva que não costuma parecer na floresta natural. Além de que, em alguns casos, a área reflorestada demora muito tempo para que compreenda a dimensão da vegetação original. (Texto adaptado de: <http://oquepodemosmelhorar.blogspot.com.br/>) Se a altura de uma planta dobra a cada mês, durante certo período de sua vida e supondo que sua altura inicial é de 1 cm, então: a) Qual o valor da altura no instante inicial? b) Identifique as variáveis dependentes e independentes da situação.

Os resultados obtido em silva (2014) não foram satisfatório como o autor explica em sua análise após a aplicação da sequência para definir uma relação exponencial.

Em suma, o desempenho da turma não foi o esperado. Pois, dos nove itens apenas em quatro o número de acertos superou o número de erros, e o item “e) Qual a expressão que relaciona o tamanho da árvore em função do tempo?” onde nenhuma dupla obteve a resposta esperada, esperávamos um modelo como $h = 2t$. Onde víamos respostas como: “ $1 \times 2 = 2$ ” ou “depende por que a árvore precisa do tempo para crescer...” O que remete ao possível desinteresse, ou ausência de seriedade na atividade.(SILVA, 2014, P.140).

ATIVIDADE 2

Nessa atividade foram fornecidos plano cartesiano (APÊNDICE B) e um quadro constando sete funções exponenciais, nessa tabela era dado alguns valores para a variável x e solicitamos que cada grupo calculasse o valor de $f(x)$ encontrando o par ordenado $(x, f(x))$ e em seguida marcavam no plano cartesiano os pontos encontrados. A tabela também solicitava que o aluno observasse se existia $f(x)$ para cada valor atribuído a x .

Título: Condição de existência da função exponencial

Objetivo: Descobrir condição de existência da função exponencial

Material: Plano cartesiano, roteiro de atividade, papel e caneta



Procedimento: Para cada função $f: R \rightarrow R_+^*$ dada determine:

- Os valores das imagens para cada valor x dado;
- Determine os pares ordenados $(x, f(x))$;
- Marque os pares ordenados obtidos no plano cartesiano
- Ligue todos os pontos marcados
- A partir das informações obtidas preencha o quadro a seguir

Função $f: R \rightarrow R_+^*$	Valor de x	Valor de $f(x)$	Par ordenado $(x, f(x))$
$f(x) = 1^x$	-2		
	-1		
	0		
	1		
	2		
$f(x) = (-2)^x$	-1		
	-1/2		
	0		
	1/2		
	1		
$f(x) = 4^x$	-2		
	-1		
	0		
	1/2		
	1		
$f(x) = 0,25^x$	-1		
	0		
	1/2		
	1		
	2		

As expressões matemáticas que definem uma função exponencial, não podem apresentar base igual a 1 e nem base negativa, portanto se a é a base de uma função exponencial $f: R \rightarrow R_+^*$, definida por $f(x) = a^x$, o valor de a deve ser maior que zero e diferente de 1 ($0 < a \neq 1$)



Aproximadamente 70% das duplas não tiveram dificuldades de encontrar os valores de $f(x)$ para cada valor atribuído a x conforme mostra a dupla G8 abaixo.

A seguir demonstramos as respostas de uma das duplas que realizou a atividade sem dificuldades e preencheu corretamente os quadros reservados para as devidas respostas solicitadas pela atividade.

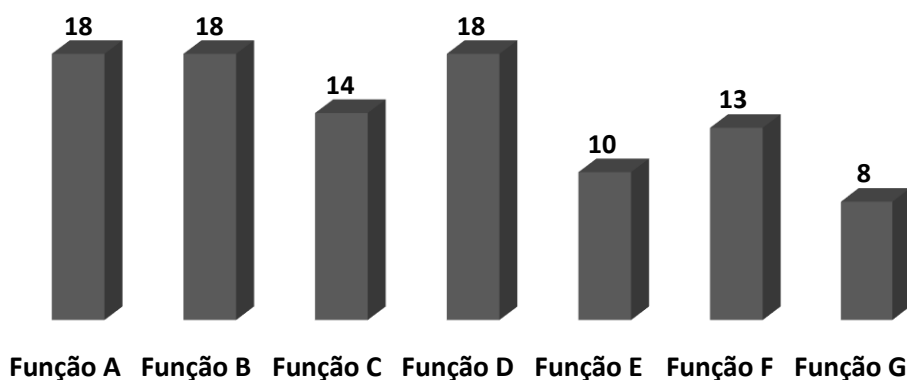
Conclusão:
Conclui que a base da função exponencial não pode ser negativa e nem igual a 1.

Na ocasião da atividade 2, foram dados sete exemplos de funções e solicitamos que as duplas marcassem aquelas que eles julgavam ser funções exponenciais de acordo com a condição de existência relativo a atividade feita. 95% das duplas marcaram de forma correta

~~?~~ a) $f(x) = 5^x$ b) $f(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^x$ ~~✓~~ $f(x) = 7^{x+1}$ ~~✓~~ $f(x) = (\sqrt{3})^x$ e $f(x) = (-3)^{x-2}$
~~✓~~ $f(x) = 0,444^x$ ~~✓~~ $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x}$

O gráfico abaixo demonstra como ficou a distribuição das duplas na atividade 2.

Número de duplas que acertaram a atividade 2 por função





Em Pires (2017) encontramos uma dissertação intitulada “O ensino da Geometria Analítica por meio de Atividades e segue a mesma linha da Engenharia didática, encontramos a sua conclusão final acerca da sequência aplicada

De modo geral, essa sequência didática, mediante alguns ajustes relacionados a equação de reta, pode se transformar em um produto metodológico, aos professores, muito relevante ao ensino da Geometria Analítica, visto que os resultados dessa pesquisa mostraram um avanço no que concerne o desempenho dos alunos, em relação ao desenvolvimento das atividades aplicadas e aos testes que aconteceram durante esse processo. (Pires, 2017, p.272).

5. CONCLUSÃO

A sequência didática analisada se mostrou possível e válida, já que os alunos a experimentaram e conseguiram alcançar o aprendizado com eficácia observando os resultados e aprenderam analisar as variáveis as propriedades que geralmente são propriedades anunciadas.

De modo geral, essa sequência didática, mediante alguns ajustes no sentido de buscar sempre uma maneira facilitadora para o aluno, pode se transformar em um produto metodológico, aos professores, muito relevante ao ensino de funções exponenciais, visto que os resultados dessa pesquisa demonstraram um avanço com relação ao desempenho dos alunos em relação ao desenvolvimento das atividades aplicadas e como assimilaram de modo positivo.

REFERÊNCIA

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didáctica. In: BRUN, Jean (org.); FIGUEIREDO, Maria José (tradução). Didáctica das Matemáticas. Lisboa: instituto Piaget, 1996.

BRUCKI, C. M. O uso da modelagem no ensino da Função Exponencial. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. SP. 2011.

DOMINONI, N. R. F. Utilização de diferentes Registros de representação: Um estudo envolvendo Funções Exponenciais. 124f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina. 2005.



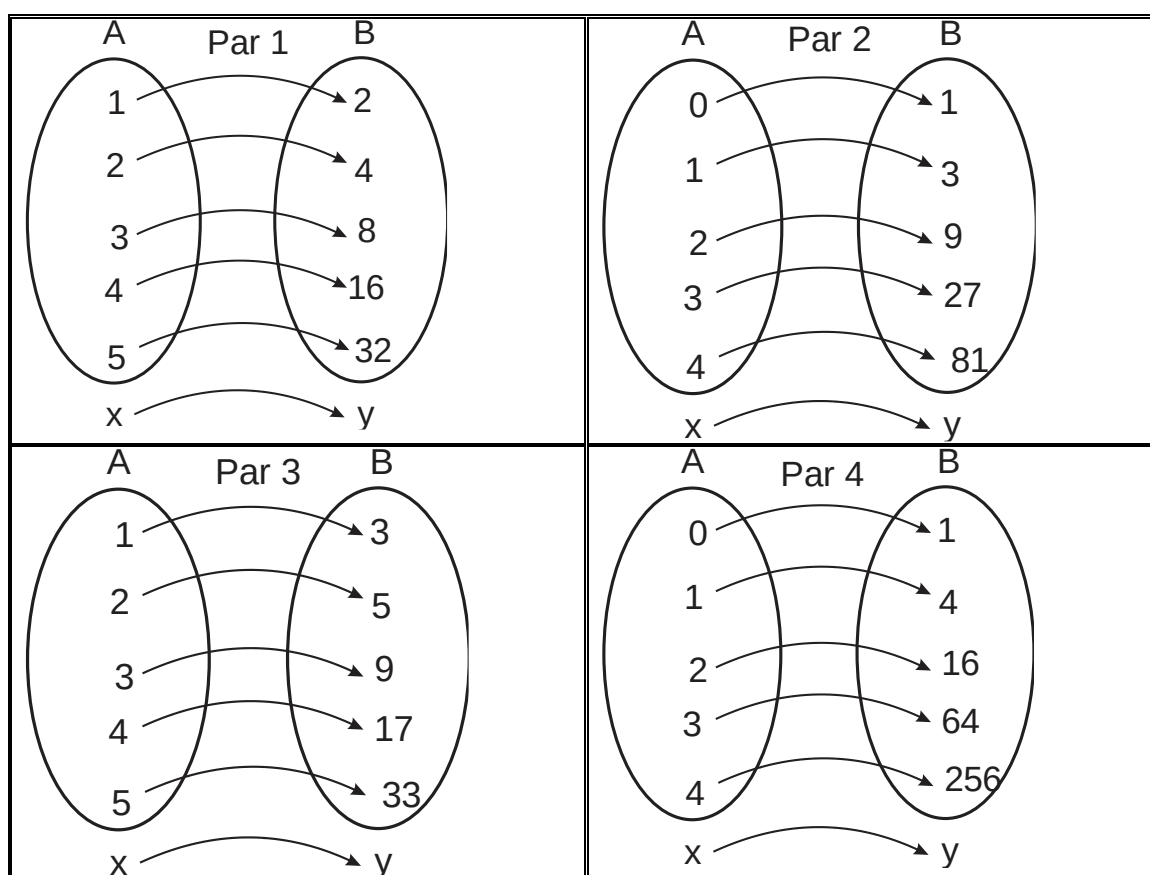
GADIOLA, A. Oliveira. Função Exponencial: Definição, caracterização e aplicações. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Espírito Santo, ES. 2015.

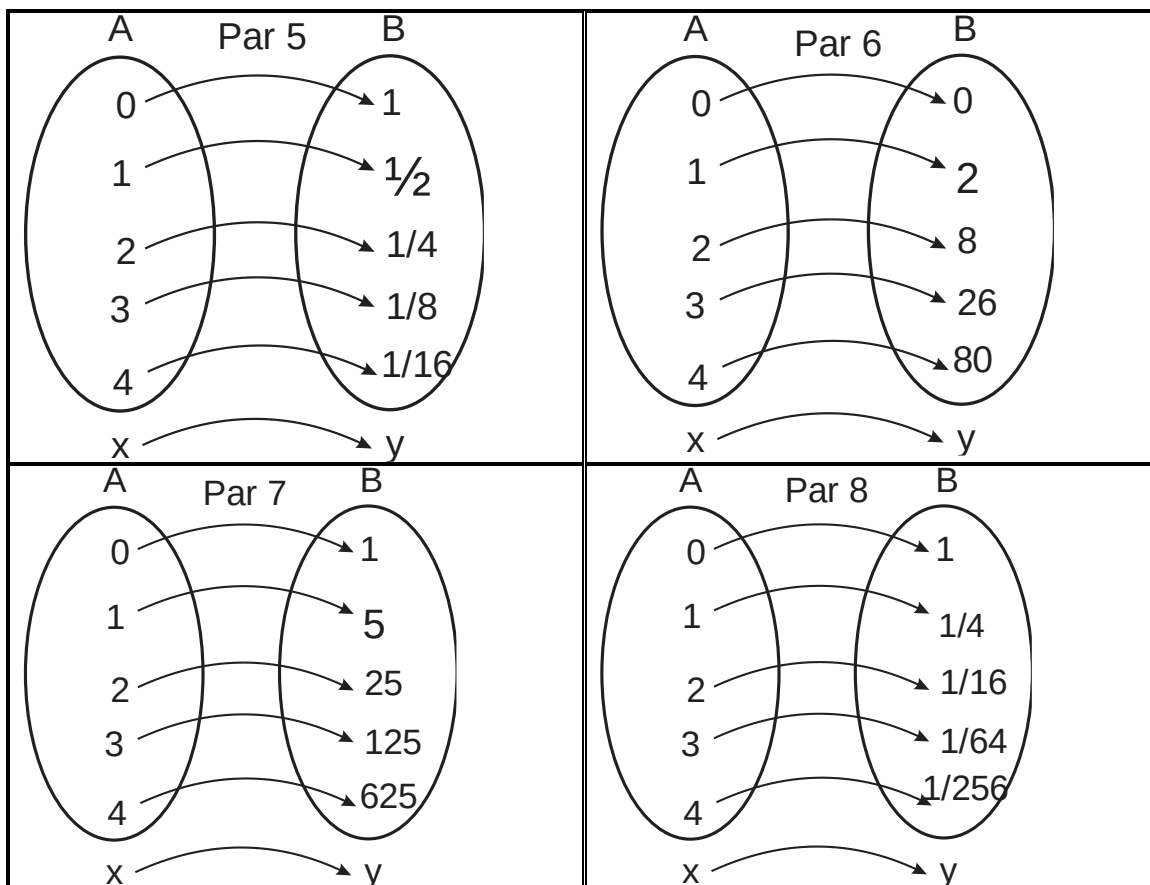
PIRES, Elise Cristina Pinheiro da Silva. O Ensino da Geometria Analítica por meio de Atividades. Dissertação do programa de pós-graduação em educação da Universidade do Estado do Pará, PA. 2017.

SÁ, Pedro F. Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental. Belém/Pa: Eduepa, 2009.

SILVA, Sílvio T. O ensino das funções exponencial e logarítmica por atividades. Dissertação de mestrado do programa de pós-graduação em educação da Universidade do Estado do Pará. Belém/Pa, 2014.

APÊNDICE A





APÊNDICE B

Relação $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$	Valor de x	Existe valor de $f(x)$?		Par ordenado $(x, f(x))$
		SIM	NÃO	
$f(x) = 1^x$	-2	X		$(-2, 1)$
	-1	X		$(-1, 1)$
	0	X		$(0, 1)$
	1	X		$(1, 1)$
	2	X		$(2, 1)$
$f(x) = (2)^x$	-1	X		$(-1, 1/2)$
	-1/2	X		$(-1/2, \sqrt{1/2})$
	0	X		$(0, 1)$
	1/2	X		$(1/2, \sqrt{2})$
	1	X		$(1, 2)$
$f(x) = (-1)^x$	-2		X	
	-1		X	
	0	X		$(0, 1)$
	1/2		X	
	1	X		$(1, -1)$
$f(x) = 4^x$	-1	X		$(-1, 1/4)$
	0	X		$(0, 1)$
	1/2	X		$(1/2, 2)$
	1	X		$(1, 4)$
	2	X		$(2, 16)$
$f(x) = (-4)^x$	-1	X		$(-1, -1/4)$
	-2	X		$(-2, 1/16)$
	0	X		$(0, 1)$
	1	X		$(1, 4)$
	1/2		X	
$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$	-2	X		$(-2, 16)$
	-1	X		$(-1, 4)$
	0	X		$(0, 1)$
	1	X		$(1, 1/4)$
	2	X		$(2, 1/16)$
$f(x) = \left(-\frac{1}{4}\right)^x$	-2	X		$(-2, -1/16)$
	-1	X		$(-1, -4)$
	0	X		$(0, 1)$
	1	X		$(1, 1/4)$

ⁱ Professor do PMPEM da UEPA