



Anais do SCEM 2017

*"Pesquisa em Educação Matemática:
experiências e perspectivas".*

07, 08 e 09/11/2017

**Belém-Pará
2017**



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

REITOR: Prof. Dr. Rubens Cardoso da Silva

VICE-REITOR: Prof. Dr. Clay Anderson Nunes Chagas

PRÓ-REITOR DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO: Prof. Dr. Renato da Costa Teixeira

PRÓ-REITOR DE DE GRADUAÇÃO: Prof^a. Ms. Ana da Conceição Oliveira

PRÓ-REITOR DE EXTENSÃO: Prof^a. Ms. Alba Lúcia Ribeiro Raithy Pereira

PRÓ-REITOR DE GESTÃO: Prof. Ms. Carlos José Capela Bispo

GRUPO DE PESQUISA EM COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Líder: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Vice-líder: Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves

Grupo de Pesquisa em Estatística Aplicada e Ensino de Matemática

Líder: Prof. Dr. Dorival Lobato Júnior

Vice-líder: Prof. Dr. Fabrício Martins da Costa

Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologia

Líder: Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves

Vice-líder: Cinthia Cunha Matatrei Pereira

Grupo de Pesquisa em Educação Matemática

Líder: Prof^a Dra. Rosineide de Sousa Jucá

Vice-líder: Antônio José de Barros Neto

Realização

Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática

Grupo de Pesquisa em Estatística Aplicada e Ensino de Matemática

Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologia

Grupo de Pesquisa em Educação Matemática

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Seminário de Cognição e Educação Matemática (8.:2017: Belém-PA)

/Coordenação por Pedro Franco de Sá, Rosineide de Sousa Jucá, Antônio José de Barros Neto, Belém, 2018.

Anais do SCEM 2017, 07 a 09/11/2017, Belém, 2017.

1. Educação matemática. 2. Cognição. I. Sá, Pedro Franco (Org.) II. Jucá, Rosineide de Sousa (Org.). III. Barros Neto, Antônio José de (Org.). IV. Título.

CDD. 23º ed. 510.7

COORDENAÇÃO DO EVENTO

Pedro Franco de Sá

Rosineide de Sousa Jucá

Antônio José de Barros Neto

COMISSÃO ORGANIZADORA DO EVENTO

Anotino José de Barros Neto

André Martins Mendes

Bárbara Hamú Rodrigues

Bruno Felipe Leitão Monteiro

Carlos Alberto dos Santos Campelo

Dorival Lobato Júnior

Fádia Queiroz Vianna

Fabio José da Costa da Alves

Jhenyfe Abreu Monteiro

Juliana Cunha da Costa Fróes

Karla Jasmyne Barros dos Santos

Letícia Rocha Sales

Lucas de Ataíde Araújo

Lucas Sousa Santos

Marcus Vinicius Pedroso Silva

Renan Marcelo da Costa Dias

Rosineide de Sousa Jucá

Thays de Almeida Miranda

Valdenira de Santana Barbosa Rodrigues

COMISSÃO CIENTÍFICA

Adriele Cristina Mendello Lopes

Antônio José de Barros Neto

Francisca Missilene Muniz Magalhães

Kamilly Suzany Felix Alves

Renata Crisina Alves Matni

Rosineide de Sousa Jucá

Sandy da Conceição Dias

ARTE E DIAGRAMAÇÃO

Carlos Alberto dos Santos Campelo

Revisão

Talita Rodrigues de Sá

APRESENTAÇÃO

O Seminário de Cognição e Educação Matemática (SCEM) teve sua primeira edição no ano de 2010 como uma iniciativa do grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática da Universidade do Estado do Pará sempre com objetivo difundir as pesquisas realizadas na área de Educação matemática do Estado do Pará. A presente edição do evento que é a oitava já tem também a organização dos seguintes grupos de pesquisas: Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática (GCEM), Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias (GPEMT), Grupo de Pesquisa em Estatística Aplicada e Ensino de Matemática (GPEAEM), Grupo de Pesquisa em Educação Matemática (GPEMAT) todos do Departamento de Matemática, Estatística e Informática da Universidade do Estado do Pará.

O Seminário de Cognição e Educação Matemática de 2017 teve o tema "**Pesquisa em Educação Matemática: experiências e perspectivas**" e ocorreu nos dias 07, 08 e 09 de novembro de 2017 no auditório da Escola Estadual de Ensino Médio Anísio Teixeira.

A oitava edição do SCEM, continuou a consolidação do evento como um evento acadêmico dedicado à Educação Matemática que a cada ano tem crescido e se tornou um espaço aberto à socialização de pesquisas e troca de ideias e informações sobre educação Matemática de pesquisadores, professores e estudantes interessados na temática de diversas instituições do Estado do Pará.

O SCEM 2017 contou com um total de 350 participantes, 95 trabalhos na modalidade comunicação oral, 20 trabalhos na modalidade poster e 06 palestras.

A edição de 2017 do SCEM contou com o apoio integral SEDUC-Pará, na pessoa de Professora Doutora Ana Claudia Serruya Hage, do Centro de Formação de Professores da SEDUC (CEFOP), na pessoa do Professor Doutor Carlos Alberto de Miranda Pinheiro, Programa de Mestrado em Educação (PPGED-EUPA), na pessoa da Professora Doutora Ivanilde Apoluceno de Oliveira, Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM-UEPA), na pessoa do Professor Doutor Ducival Carvalho Pereira,, Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da UEPA, na pessoa da Professora Doutora Acylena Coelho Costa, Departamento Matemática, Estatística e Informática (DMEI) da UEPA, na pessoa do Professor Mestre Weber da Silva Mota e Direção da Escola Estadual de Ensino Médio Anísio Teixeira, na pessoa da Professora

Neste momento registramos nosso agradecimento aos professores que muito nos honraram com suas palestras ricas em informações e reflexões sobre Educação Matemática que certamente contribuíram positivamente para a formação dos participantes do evento que tiveram a grata oportunidade de presenciar suas apresentações.

Com muita satisfação publicamos os anais do SCEM 2017.

Belém, 23 de outubro de 2017

Pedro Franco de Sá, Rosineide de Sousa Jucá e Antônio José de Barros Neto,
Coordenadores do SCEM 2017.

SUMÁRIO

A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NO ENSINO DA MATEMÁTICA	14
A ARITMÉTICA DO CURSO PRIMÁRIO E O MANUAL DIDÁTICO “ARITHMETICA PRIMARIA” DO AUTOR CEZAR PINHEIRO DE 1903	26
A CONCEPÇÃO DOS ALUNOS DO ENSINO SUPERIOR SOBRE A MATEMÁTICA E SEU ENSINO	39
A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO	50
A DESIGUALDADE TRIANGULAR A PARTIR DO USO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS.....	58
A EFICÁCIA DOS JOGOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÃO	68
A EXPERIÊNCIA NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO: FERRAMENTA IMPORTANTE NA FORMAÇÃO DOCENTE EM MATEMÁTICA	76
A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA NO APRENDIZADO DA FÍSICA	85
A IMPORTÂNCIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO-ROTINEIROS ASSOCIADA À MATEMÁTICA RECREATIVA	96
A OPINIÃO DE DISCENTES SOBRE O ENSINO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS.....	106
A VISÃO DO ESTAGIÁRIO-PROFESSOR DA PRÁTICA EDUCATIVA E SUAS PERSPECTIVAS PARA A AÇÃO DOCENTE NO ENSINO DA MATEMÁTICA.....	122
ALUNOS DE UMA ESCOLA DO ENSINO MÉDIO RESPONDEM: O QUE “FICOU” DE FUNÇÃO QUADRÁTICA UM ANO DEPOIS?	144
ANÁLISE DE ERRO DOS ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO NAS QUESTÕES DE ÁREA E VOLUME DE GEOMETRIA ESPACIAL.	159
ANÁLISE DE ERROS DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO EM CÁLCULO DE VOLUME DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.....	168
ANÁLISE DE ERROS DOS ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO EM ÁREA DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.....	180
ANÁLISE DE ERROS EM CONSTRUÇÕES DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES MODULARES	193
ANÁLISE DE ERROS EM QUESTÕES DO TEOREMA DE TALES	205

ANÁLISE DOS PRINCIPAIS MÉTODOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ALUNOS SURDOS NA UNIDADE TÉCNICA PROF. ASTÉRIO DE CAMPOS BELÉM/PA	216
APLICAÇÃO DA ÁLGEBRA BOOLEANA NOS CIRCUITOS LÓGICOS	225
APRESENTANDO O CÁLCULO DE SISTEMAS DE TRÊS EQUAÇÕES COM TRÊS VARIÁVEIS MEDIADO PELO SOFTWARE SCRATCH.....	238
AS RELAÇÕES DE APRENDIZAGEM NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO EM MATEMÁTICA.....	248
ASPECTOS DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE FRAÇÃO	259
CONCEPÇÕES DOS ALUNOS DO 4ª ANO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA ACERCA DO INFINITO	272
ATIVIDADES COM ARITMÉTICA VOLTADAS À APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA.	288
CAMINHOS DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARA EDUCAÇÃO DE SURDOS.....	301
DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE RETA E PLANO SEGUNDO ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	312
EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA PARA OS ANOS INICIAIS: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA.....	325
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E DEFICIÊNCIA VISUAL: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES ACERCA DA IMPORTÂNCIA DO CONCEITO DE NÚMERO PARA AS REALIZAÇÕES DAS QUATRO OPERAÇÕES.....	335
ENSINANDO A FUNÇÃO AFIM POR MEIO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS: UM CASO DE MODELAGEM	346
ENSINO DA MATEMÁTICA PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIA INTELECTUAL ATRAVÉS DO LÚDICO – MULTIPLANO COMO PROPOSTA DE INTERVENÇÃO...353	
ENSINO DE ESPAÇO E FORMA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	360
ENSINO DE MATEMÁTICA: O BAIXO DESEMPENHO NAS AVALIAÇÕES DE MASSA	375
ESTAGIO SUPERVISIONADO DE MATEMATICA: SITUAÇÕES DIDÁTICAS	393
ESTRATÉGIAS PARA SUPERAÇÕES DE ALUNOS EM RESOLUÇÕES DE EXERCÍCIOS COM NÚMEROS INTEIROS.....	405
ESTUDOS DIAGNÓSTICOS SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA DEFICIENTES VISUAIS PUBLICADOS NO ENEM.....	413

ESTUDOS REFERENTES AO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU.....	424
ETNOMATEMÁTICA E O PROFESSOR REFLEXIVO: A UNIÃO QUE DÁ CERTO Ethnomathematics and the Reflective Teacher: the Union that Makes Right.....	435
EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA LINGUAGEM ALGÉBRICA.....	448
FUNÇÃO EXPONENCIAL: Ensino por Atividade e História.....	464
FUNÇÃO LOGARÍTMICA: UMA ANÁLISE EM LIVROS DIDÁTICOS	476
GEOMETRIA PLANA: ENSINO POR ATIVIDADES NO ENSINO MÉDIO	487
GRANDEZAS E MEDIDAS EM AVALIAÇÕES DE LARGA ESCALA	496
LEVANTAMENTO DE ALGUMAS PESQUISAS RELACIONADAS ÀS DIFICULDADES DE ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO..	508
MATEMÁTICA FINANCEIRA: CONHECENDO A REALIDADE DOS ESTUDANTES, BEM COMO AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM	531
O CONCEITO DE PROBABILIDADE CLÁSSICA E O INTERVALO DE VARIAÇÃO POR MEIO DE ATIVIDADES.....	552
O DESEMPENHO DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM QUESTÕES DE ANÁLISE COMBINATÓRIA.....	566
O DESEMPENHO DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM QUESTÕES DE ANÁLISE COMBINATÓRIA.....	582
O ENSINO DA DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS POR MEIO DE ATIVIDADES	599
O ENSINO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA SEGUNDO ESTUDANTES	612
O ENSINO DE CONJUNTOS DO PONTO DE VISTA DE PROFESSORES DO MARAJÓ	627
O ENSINO DE COORDENADAS CARTESIANAS COM UM JOGO DE ESTRATEGIA	641
O ENSINO DE FRAÇÕES E SEUS SIGNIFICADOS SOB O PONTO DE VISTA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS	651
O ENSINO DE PORCENTAGEM APLICADA A QUESTÕES DO ENEM.....	661
O ENSINO DE PROBABILIDADE APLICANDO SEQUÊNCIA DIDÁTICA	675
O ENSINO DE RAZÃO E PROPORÇÃO: A OPINIÃO DE ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	682

O ENSINO DE RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS SEGUNDO A OPINIÃO DE ESTUDANTES	696
O ENSINO DE VOLUME SEGUNDO ESTUDANTES	707
O ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS COM O USO DA CALCULADORA.....	721
O ENSINO E APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS: CONTRIBUIÇÕES DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	734
O ESTÁGIO SUPERVISIONADO COMO EXPERIÊNCIA E PREPARAÇÃO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....	742
O ESTUDO DOS ERROS DOS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE O TEOREMA DE PITÁGORAS	752
O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA NAS DÉCADAS DE 60 E 70.....	764
O USO DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO EXPONENCIAL.....	775
O USO DO GEOGEBRA 5 COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DE CILINDROS: LIVRO DIGITAL ENVOLVENDO O ENSINO DE VOLUME DO CILINDRO RETO A PARTIR DE UMA ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO.....	785
OPERAÇÕES COM NUMEROS NATURAIS: O BRINCAR E O APRENDER NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM.....	795
OS EFEITOS DA PRÁTICA SISTEMÁTICA DA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES TIPO PROVA BRASIL	807
PERSECTIVAS DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA ATUALIDADE	816
REFLETINDO SOBRE AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE ESTATÍSTICA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES JUNTO AOS ALUNOS DO MUNICÍPIO DE ANANINDEUA	825
REFLEXÕES NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO DE LICENCIATURAEM MATEMÁTICA: contribuições para a formação Docente	841
REFLEXÕES SOBRE A DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM DE POLINÔMIOS NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	853
RELAÇÃO PROFESSOR – ALUNO: DIAGNOSTICO APRIORE NUMA EXPERIÊNCIA DE EXTENSÃO.....	867
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO ADITIVO: RELATO DE MA EXPERIENCIA COM OS DISCENTES DO CURSO DE PEDAGOGIA	877
SABERES DOCENTES: A FORMAÇÃO DA IDENTIDADE PROFISSIONAL DO FUTURO PROFESSOR DE MATEMÁTICA	887

TECNOLOGIA: SOFTWARE BÁSICO PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO.	898
UM DIAGNÓSTICO DE DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DE POLIEDROS SEGUNDO DISCENTES	899
UM PANORAMA DA PESQUISA EM TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS.....	931
UMA ANÁLISE DIDÁTICA PARA O ENSINO DE ARITMÉTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL.....	938
UMA ANÁLISE SOBRE A ABORDAGEM DE FUNÇÕES EM LIVROS DIDÁTICOS..	952
UMA INVESTIGAÇÃO DOS ERROS DOS ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM FRAÇÕES.....	963
UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA A OBTENÇÃO DA FÓRMULA DE BHÁSKARA USANDO O MÉTODO DE COMPLETAR QUADRADO	974
UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O AUXÍLIO DO ENSINO FUNÇÕES QUADRÁTICAS	987
UMA TRAJETÓRIA DOS RADICAIS A PARTIR DOS LIVROS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA	997
VOU SER PROFESSORA, E AGORA?	1014
MATEMÁTICA: IDENTIFICANDO ESCOLAS ESTADUAIS COM AS PRÁTICAS DE ENSINO MAIS EFICAZES	1023
ENSINO DE MATEMÁTICA: O BAIXO DESEMPENHO NAS AVALIAÇÕES DE MASSA	1041



A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Camila de Moura Rodrigues¹

Universidade do Estado do Pará

camilaro1974@gmail.com

Marcelly Carlanne Oliveira Moura²

Universidade do Estado do Pará

marcelyc36@gmail.com

Ráfila de Jesus Ferreira Sodré³

Universidade do Estado do Pará

rafilasodre@gmail.com

Resumo

O processo de ensino e aprendizagem estão interligados, e tem que ocorrer de forma conjunta. Este artigo tem como intuito contribuir para o desenvolvimento da formação do docente, levando em consideração as diferentes experiências e pontos de vista encontrados na escola, para assim despertar o pensamento crítico sobre nossa própria prática como docente. A aprendizagem significativa segundo Ausubel é ampliar e reconfigurar ideias já existentes na estrutura mental e com isso ser capaz de relacionar e acessar novos conteúdos. Para que a aprendizagem seja significativa, o ensino não pode ocorrer de forma monótona. A aula sendo a forma de organização do ensino deve ser desenvolvida com organização. Libâneo diz que se o docente seguir os passos didáticos abordados terá seus objetivos alcançados. Com o estágio supervisionado proposto pela disciplina Prática do Ensino da Matemática I, houve a análise do processo de ensino e aprendizagem em uma escola da rede municipal pública, e a observação da forma de organização de ensino e como está ocorrendo a aprendizagem.

Abstract

The teaching process and learning are intertwined, and have to occur together. This article aims to contribute to the development of teacher education, taking into account how different experiences and points of view found in the school, in order to awaken critical thinking about our own practice as a teacher. Meaningful learning according to Ausubel is to broaden and reconfigure existing ideas in the mental structure and thus be able to relate and access new content. For learning to be meaningful, Libâneo says that if the teacher follows the didactic steps addressed will have their goals achieved. teaching can not take place in a monotonous way. The class being the form of organization of the education must be developed with organization. With the supervised internship proposed by the Mathematics I Practical Practice course, there was the analysis of the teaching and learning process in a public school network, and the observation of the form of teaching organization and how learning is taking place.

Introdução

Quando se cataloga ensino e aprendizagem é importante analisar a distinção entre ensino e aprendizagem. A aprendizagem significativa é a principal ferramenta do ensino segundo David Ausubel: “A aprendizagem significativa, por definição, envolve a aquisição de novos significados. Estes são, por sua vez, os produtos finais da aprendizagem significativa” (2003, p. 72). Isto é, o material a ser estudado pelo aluno, precisa ter significado para ele, tornando assim tarefa indispensável do docente como mediador do conhecimento simbolizar o material de ensino.

No ensino o docente tem um papel fundamental como mediador, ou seja, ele está entre o conhecimento e o aluno, este tem como principal tarefa criar situações favoráveis para a aprendizagem, segundo Libâneo (1990, 179), “O trabalho do docente, sendo uma atividade intencional e planejada requer estruturação e organização, afim que se alcance os objetivos de ensino”. A forma que o docente organiza a aula definirá se ela será significativa ou expositiva (aprendizagem mecânica).

O processo de ensino e aprendizagem estão interligados, e tem que ocorrer de forma conjunta, se separados será impossível alcançar os objetivos de ensino, na maioria das escolas ocorre apenas o ensino (pois nas mesmas é empregado o ensino mecânico), principalmente na disciplina de matemática, sendo uma ciência exata. Apesar de estar presente no cotidiano o docente não a simboliza para melhor compreensão do aluno. Mas por que ocorre a dificuldade de tornar o material de matemática significativo para estudante?.

Com o estágio supervisionado proposto pela disciplina Prática do Ensino da Matemática I, houve a análise do processo de ensino e aprendizagem em uma escola da rede municipal de ensino, e a observação da forma de organização de ensino e como está ocorrendo a aprendizagem.

Este artigo tem como objetivo contribuir na formação do docente, como mediador do conhecimento, levando as experiências e pontos de vista diferentes encontrados na escola para desenvolver o ensino e ter como retorno a aprendizagem significativa. Observamos as dificuldades e peculiaridades que levam alguns professores a não seguirem corretamente os passos didáticos (ou até mesmo não segui-los), e as consequências que isto causa ao ensino de forma geral, bem como a participação da escola neste processo de forma positiva ou negativa.

Para nós enquanto professoras em formação foi uma experiência de suma importância. Com disciplina, temos a oportunidade de observar a deficiência que há no ensino e o rumo que este tem tomado nas escolas públicas brasileiras.

Tratamos o ensino de forma geral, com o objetivo de despertar o pensamento crítico sobre nossa própria prática como docente. Essas reflexões são necessárias em nossa formação para que quando nos tornarmos professores ativos não possamos cair na mesmice em que se encontra o atual ensino, para que possamos completar o processo de ensino e aprendizagem e não nos reduzirmos ao ensino. Ao empregarmos a aprendizagem significativa instigaremos os nossos estudantes a aprenderem assim atingir nosso principal objetivo, que o aluno não apenas entenda, mas que aprenda e leve para a vida os conteúdos aplicados.

A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA COMO FORMA DE ENSINO

Quando refere-se a ensino e aprendizagem de matemática, pensa-se que ambos têm o mesmo significado, porém as duas concepções têm significados distintos, onde o ensino trata-se do ato em que o professor explica os conteúdos aos alunos, e aprendizagem é o ato em que os mesmos retêm o conhecimento, apesar de terem significados diferentes devem caminhar juntos para que ocorra tanto o ensino quanto a aprendizagem de qualidade de forma que os dois se ajudem.

Segundo Ausubel (1968, p. 37-41)

“A essência do processo de aprendizagem significativa é que as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva (não literal) ao que o aprendiz já sabe, ou seja, algum aspecto relevante da sua estrutura do conhecimento.”

A teoria da aprendizagem significativa nos diz que os alunos não são “recipiente” onde os docentes apenas despejam conhecimento, mas que os mesmos chegam à escola com algum conhecimento prévio, diz ainda que os conteúdos devem ter significado para o aluno, ou seja, ele deve estar ciente da utilidade dos assuntos em sua vida.

O professor sempre deve estabelecer uma relação entre o conhecimento velho e o novo, cabe a ele fazer essa ligação de conteúdo, sem que a aula se disperse e fuja da sua linha de raciocínio, por isso há a necessidade de planejamento de ensino, para que o professor já venha com sua metodologia pronta, ou seja, se programe previamente para que a aula discorra de forma organizada, sendo ela de acordo com a acessibilidade de cada aluno, para que todos consigam entender de forma clara. Volta e meia o docente só se preocupa em repassar tudo

que lhe convêm e não observa as dificuldades que cada aluno apresenta, havendo assim apenas o processo de ensino, e não de aprendizagem.

Ausubel diz que, Aprender significativamente é ampliar e reconfigurar ideias já existentes na estrutura mental e com isso ser capaz de relacionar e acessar novos conteúdos. Ou seja, aprender de forma significativa implica em aproveitar os conhecimentos existentes para fundamentar o conhecimento novo, de forma que o ensino se torne mais simples ao aluno.

Para que ocorra a aprendizagem significativa conforme Ausubel é necessário que se cumpra dois aspectos, sendo eles: O conteúdo apresentado deve ser o mais claro possível e o estudante deve se dispor a consolidar a matéria e não apenas decorá-la.

É importante que o docente demonstre para o aluno a aplicação que os conteúdos terão no cotidiano, auxiliando o seu entendimento, pois fica mais viável ao aluno compreender determinado conteúdo quando ele relaciona seu conhecimento não específico, com o conhecimento específico, o relacionando por fim com o meio em que habita, caso contrário o discente apresentará dificuldades na compreensão do conteúdo.

Sabe-se que a matemática está presente em toda parte, mesmo assim há grande dificuldade de os discentes atribuírem significado simbólico aos conteúdos, em contrapartida os seus alunos optam para a memorização da atividade. Segundo David Ausubel: “Esta situação é muito familiar aos professores de matemática, devido à prevalência generalizada do ‘choque dos números’ ou ‘ansiedade dos números’ em crianças em idade escolar, bem como em estudantes universitários”.

É comum os alunos optarem pela memorização de determinados conteúdos, por serem pressionados há demonstrar resultados, têm assim uma aprendizagem falsa, pois ele decora equações e palavras chaves de determinado assunto e quando o professor faz alguma pergunta, ele sem dificuldade responde, apesar de na verdade ele ocultar sua dificuldade e mascarar sua aprendizagem.

O método de memorização é utilizado pelos os alunos por ser mais fácil decorar que pesquisar para realmente compreender o que lhe foi proposto, esta aprendizagem não pode ser dita significativa, dessa forma haverá desinteresse do aluno, temos como exemplo, quando explicamos conteúdos relacionados à geometria plana (área e perímetro) de forma mecânica torna a aprendizagem cansativa, porém quando relacionamos estes assuntos a algo do

cotidiano como, por exemplo, uma quadra de esportes, torna mais interessante aos alunos, pois é algo que está presente em dia a dia.

Com a experiência que obtivemos durante o estágio supervisionado nós identificamos que os dois professores formadores observados aplicam o ensino mecânico e não se utilizam da aprendizagem significativa, com aulas dadas sempre através de apostilas ou quadro, eles chegam, aplicam seu conteúdo e não analisam os conhecimentos prévios dos estudantes e nem mesmo explicam a utilidade deles, porém explicam os conteúdos de forma clara. Mas ao observarmos os alunos percebemos que há lacunas na aprendizagem, alguns conseguem aprender e outros encontram muita dificuldade em reter o conhecimento aplicado pelo docente.

O ensino e aprendizagem agem de forma recíproca, estão interligados. Mas o que é ensino? Libâneo nos responde essa pergunta:

O ensino é um processo, ou seja, caracteriza-se pelo desenvolvimento e transformação progressiva das capacidades intelectuais dos alunos em direção ao domínio dos conhecimentos e habilidades, e sua aplicação. Por isso, obedece a uma direção, orientando-se para objetivos conscientemente definidos; implica passos gradativos, de acordo com critérios de idade e preparo dos alunos. O desdobramento desse processo tem um caráter intencional e sistemático, em virtude do qual são requeridas as tarefas docentes de planejamento, direção das atividades de ensino e aprendizagem e avaliação. (1990, p. 79)

O ensino é conduzido pelo professor que o organiza, com intuito de estimular e suscitar a aprendizagem do aluno, ou seja, o professor cria condições e meios para que aluno cheguem ao conhecimento.

“À aula é a forma didática de organização do ensino” (LIBÂNEO,1990), para que essa organização aconteça o professor pode seguir passos didáticos, na tentativa de mudar o cenário do ensino.

O termo aula não se resume apenas a aula tradicional, o docente deve utilizar todos os recursos possíveis para ter aulas diferenciadas e atrativas, contando também com o apoio da escola que pode disponibiliza materiais educativo. O fato da aula estar ocorrendo de forma monótona não é responsabilidade somente da escola por disponibilizar pouco tempo de aula aos professores.

Durante o estágio supervisionado, ao observarmos a estrutura da escola pode-se perceber que a mesma dispõem de materiais, principalmente relacionado a matemática, como: o material dourado, dominó, dama, xadrez (jogos de raciocínio lógico), mas o professor não

consegue encaixar atividades diferenciadas na aula, por falta de organização, estruturação dos conteúdos e tempo gasto nas atividades, que por sua vez traz impacto negativo aos estudantes que se dispersam facilmente e acabam não aprendendo, havendo assim apenas o ensino sem a aprendizagem do coletivo.

Num primeiro momento, poderíamos descrever a aprendizagem como sendo “um processo de aquisição e assimilação, mais ou menos consciente, de novos padrões e formas de perceber, ser, pensar e agir.” (Schmitz, 1982, p. 53).

Para que a aprendizagem seja significativa, o ensino não pode ser monótono, a aula sendo a forma de organização do ensino, deve ser desenvolvida com finalidade e organização. O docente pode seguir passos didáticos, para que se faça um ensino de qualidade, isso não significa que os passos devam ser seguidos de forma rígida, a opção por qual passo se deve começar a aula depende de inúmeros fatores.

Segundo Libâneo (1990, p. 179)

“A opção por qual etapa ou passo didático é mais adequado para iniciar a aula ou a conjugação de vários passos numa mesma aula ou conjunto de aulas depende dos objetivos conteúdos da matéria, das características do grupo de alunos, dos recursos didáticos disponíveis, das informações obtidas na avaliação diagnóstica e etc.”

Quando o docente organiza e estrutura a aula, ele precisa compreender que deve ser flexível e criativo, nem sempre ele sabe o rumo que a aula pode tomar, o professor tem que se preparar para lidar com várias situações que possam vir a ocorrer dentro de sala de aula.

O desenvolvimento do ensino acontece por partes, segundo Libâneo:

“Devemos entender, portanto, as etapas ou passos didáticos como tarefas do processo de ensino relativamente constante e comuns a todas as matérias, considerando-se que não há entre elas uma sequência necessariamente fixa, e que dentro de uma etapa se realizam simultaneamente outras”.(1990, p.179) .

Os passos didáticos são os mesmos para quaisquer disciplinas e não precisam seguir uma ordem lógica pois os mesmos são interdependentes, dentro de um passo podem ocorrer outros.

Os passos são: “preparação e introdução da matéria nova; tratamento didático da matéria nova; consolidação e aprimoramento dos conhecimentos e habilidades; aplicação; controle e avaliação” (LIBÂNEO, 1990).

Na fase inicial de preparação e introdução da matéria nova, “compreende atividades interligadas: preparação prévia do professor, a preparação dos alunos, a introdução da

matéria,” (LIBÂNEO,1990, p180). A preparação do professor consiste na prática, antes de entrar na sala ele deve ter sua aula planejada e organizada e depois de entrar na sala, esclarecer os objetivos gerais da aula, para que os alunos saibam os propósitos da aula.

A forma de preparação para o aluno, visa criar condições favoráveis para a aprendizagem, com a mobilização da atenção e a organização da sala, o professor deve averiguar se os conhecimentos antigos estão prontos para o conhecimento novo, perguntando qual a noção que os alunos tem sobre o assunto a ser estudado, pois um conteúdo sempre puxa o outro.

A realidade é bem diferente, devido ao professor submeter-se a trabalhar em contra turnos, o que ocasiona na falta de tempo para planejamento do ensino, como ele não se organiza, torna-se difícil preparar o aluno.

Na escola observada os alunos são muito agitados, ao observarmos os dois professores atuantes, percebemos que um é novato e outro tem mais experiência, no que refere-se a organização de sala, percebemos que o novato tem mais dificuldade em controlar e organizar sua turma que o professor com mais experiência.

Em seguida vem o tratamento didático da matéria nova, este passo trata da transmissão e assimilação ativa do conhecimento. Libâneo (1990, p. 183), nos diz que: “Mas aqui há o propósito de maior sistematização, envolvendo o nexos transmissão/assimilação ativa dos conhecimentos”.

A transmissão ou aspecto externo do método ocorre na explicação do conteúdo de forma oral, com conversação entre professor e aluno. A assimilação ou aspecto interno do método este está ligado ao desenvolvimento do cognitivo do aluno, pois para que o ensino esteja junto a aprendizagem, o professor precisa pesquisar sobre a psicologia da educação.

Durante o estágio supervisionado analisamos, que acontece apenas a transmissão, não havendo a preocupação do professor em averiguar se o processo de assimilação está ocorrendo, o professor se preocupa apenas em passar o seu conteúdo para cumprir a sua carga horária, não se preocupando se os alunos estão compreendendo ou não o conteúdo estudado.

Nas etapas anteriores o trabalho do docente era analisar a compreensão do aluno em relação ao conteúdo, nesta etapa, ocorre a consolidação e aprimoramento dos conhecimentos e habilidades, também conhecida como a etapa de fixação da matéria. Segundo Libâneo: “É preciso que os conhecimentos sejam organizados, aprimorados e fixados na mente dos alunos,

a fim de que estejam disponíveis para orientá-los nas situações concretas de estudo e de vida.” (1990, p. 188).

Esta etapa de fixação da matéria, tem se resumido nas escola em repetições de fórmulas e na aplicação de atividades, de forma que o aluno retém o conhecimento apenas até o dia da prova. Nessa Fase é incluída também exercícios de fixação, o aluno precisa compreender o conteúdo para o desenvolvimento de costumes e habilidades, assim ele poderá relacionar o conteúdo com o cotidiano.

A fase de aplicação, ocorre quando o professor coloca todo o conteúdo visto em teoria, na prática, para que isso aconteça o docente precisa fazer a ligação dos conteúdos com fatos da vida real e esclarecer os objetivos, para que os alunos compreendam o porquê de aprender aquele conteúdo e onde irão utilizar.

Segundo Libâneo (1990, p. 189):

O objetivo da aplicação é estabelecer vínculos do conhecimento com a vida, de modo a suscitar independência de pensamento e atitudes críticas e criativas expressando a sua compreensão da prática social. Ou seja, a função pedagógico-didática da aplicação é a de avançar da teoria à prática, é colocar os conhecimentos disponíveis a serviço da interpretação e análise da realidade.

O controle e avaliação dos resultados escolares, neste passo a avaliação deve ser feita de forma contínua durante todo o processo de desenvolvimento da aula, o docente pode utilizar diversas ferramentas como: trabalhos, provas, testes e exercícios, práticos e teóricos, que proporcionam dados quantitativos e qualitativos.

A avaliação cumpre três funções, a função pedagógico-didática: se refere aos objetivos gerais e específicos, os meios para atingi-los, ponto de partida para critério para prova e os demais procedimentos avaliativos. A função diagnostica ocorre quando o professor identifica as habilidades e dificuldades do aluno sobre determinado conteúdo. E a função de controle é quando o professor analisa o desenvolvimento do aluno e lhe atribui nota; se essas funções forem atendidas, a avaliação será qualitativa, se não forem será quantitativa.

Quando falamos de tarefa para casa, logo nos remete a ideia de uma atividade extra para ser realizado em casa, nessa atividade o professor deve ter cuidado, deve passar apenas o que foi abordado em sala de aula, para não correr o risco dos pais terem que assumir o papel de professor.

Este artigo foi realizado através de pesquisas bibliográficas e de campos através da observação em sala durante o estágio supervisionado, com intuito de analisar a questão da sala

ANAIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - **ISBN 2558-7660**

de aula como forma de organização do ensino, analisando os aspectos gerais que compõe a mesma e a forma como está sendo aplicada pelos docentes, a fim de comparar a ideia que temos de aula enquanto professores em formação com a realidade da rede pública de ensino.

Por meio de pesquisas qualitativas, analisamos textos e livros que tratam desta questão e por meio da visão do autor nacional Libâneo, que aborda o contexto do ensino e a aprendizagem, tirando a visão de que os dois tem o mesmo significado, analisamos as controvérsias entre o teórico e prático, trazendo assim a diferença entre o olhar de um professor em formação e olhar de um professor atuante e as dificuldades em seguir os passos didáticos por diversas situações e sobre a visão do filósofo Ausubel, que aborda a questão da aprendizagem significativa, fazendo assim uma relação entre como o ensino deveria ser aplicado e como está sendo dirigido nas escolas da rede pública de ensino.

A realidade que um professor atuante encontra na escola, acaba ocasionando na modificação drástica da sua visão, as dificuldades encontradas contribuem grandemente para essa mudança, acarretando assim na separação do ensino e aprendizagem, tornando a aula expositiva e desinteressante ao aluno, pois quando o professor não apresenta o assunto ao aluno de uma forma que ele entenda o motivo dele estar aprendendo isso, cria na cabeça do aluno o pensamento de que “Não vou usar isso em minha vida” logo, o aluno acaba não criando interesse, acarretando apenas no ensino sem a aprendizagem, onde o professor explica, mas o aluno não aprende. Com tudo, analisamos as metodologias utilizadas e revisaram os conceitos que se referem à organização da aula como um todo.

Discorreremos ainda sobre dificuldades e peculiaridades encontradas pelos professores em seguir os passos pedagógicos, não podemos culpar apenas os professores por esta realidade, alguns até tentam realizar o processo, mas por conta de aspectos estruturais e entre outros acabam não conseguindo.

Sabe-se que isto não é uma tarefa fácil, pois atualmente o sistema de ensino nas escolas é mecânico e os professores já estão “acomodados” com isso, e os novos professores que chegam acabam aderindo ao mesmo por ser um meio mais “fácil”, principalmente quando tratamos da matemática, que é uma disciplina exata, e é vista pelos alunos como um “bicho de sete cabeças”.

Quando trata-se de matemática, não é comum os professores relacionarem com o cotidiano. A matemática esta em toda parte, mas, quem nunca se fez perguntas como: Para

que serve a fórmula de Bháskara? Nós mesmas enquanto graduandas em Matemática nos fazíamos esta pergunta, hoje sabemos por que nós buscamos respostas.

Desde o ensino fundamental, onde conhecemos esta formula, nos perguntamos, mas professor nenhum se preocupou em nos explicar tal questão, esta situação traz uma indagação. Porque os professores não mostram a utilidades de alguns assuntos? Existem várias respostas para esta pergunta, porém duas delas e talvez as mais cabíveis sejam de que, primeiro, talvez nem os docentes saibam e segundo, “dá mais trabalho”.

Os atuais professores, tanto os que observamos nas escolas, quanto a maioria de forma geral, fazem o ensino de forma mecânica por ser mais fácil, apenas explicam e passam os exercícios, os alunos resolvem e ao fim aplicam provas. Questões como estas podem ser explicadas ao aluno conforme o exemplo a seguir:

“Você construiu sua casa e deixou a parte de fora sem nenhum acabamento, agora quer colocar pisos na parte lateral direita e frontal. Ela tem 12m de frente e 8m de lateral e você tem 70m² de piso, qual será a largura da calçada para aproveitar ao máximo esse piso?”

A parte frontal: **12m . X** (12 vezes X)

A parte lateral: **8m . X**

As duas incógnitas: **X.X**

E a quantidade de piso que você tem: **70m²**

Dessa forma nossa equação ficará da seguinte forma:

12.x + 8.x + x.x = 70 , devemos efetuar as devidas operações para chegar na equação:

12x + 8x + x² = 70 , o termo isolado deve passar para a parte esquerda da equação (com o sinal trocado, pois seria como diminuir 70 dos dois lados), ficando: **20x + x² – 70 = 0** , está quase pronto, mas a matemática nos diz que o maior polinômio deve ficar sempre na frente.

x² + 20x – 70 = 0 , está pronta nossa equação quadrática ou equação do segundo grau. Agora falta só aplicar a Fórmula de Bháskara para achar qual será a largura da calçada.

Para aplicarmos a Fórmula de Bháskara, temos que: **a** (número que acompanha a incógnita ao quadrado)= **1**; **b** (número que acompanha a incógnita sem expoente)= **20** e **c** (termo isolado, sem incógnitas)= **-70**.

Agora devemos substituir esses valores na seguinte fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Assim, obtemos os seguintes resultados $X' = 3,03$ e $X'' = -23,03$, como não existem comprimentos negativos, adotamos o **3,03m** para a calçada.

Através deste exemplo podemos perceber que o professor pode sim mostrar a utilidade dos conteúdos no cotidiano, desde o ensino fundamental aprendemos a usar a fórmula de Bháskara para resolver equações de segundo grau, nunca de forma contextualizada, a relacionar com o cotidiano.

As aplicações da fórmula de Bháskara podem ser vistas de diversas formas, como para calcular trajetórias de projéteis, determinação de antenas parabólicas e em vários outros exemplos comuns no dia a dia. O professor muitas vezes opta por questões mecanizadas por ser mais cômodo a ele, é mais fácil continuar na zona de conforto que optar pela vulnerabilidade de quem se aventura no novo.

Através deste artigo temos o intuito de expandir os nossos pensamentos e aspirações acerca da docência, levando em consideração todas as discussões apresentadas ao longo do trabalho e não nos permitir apenas permanecer em teoria, mas sim aplicar as mesmas em nossas futuras salas de aulas, para que não nos tornemos professores mecânicos e que visam a profissão apenas por motivos financeiros, mas também por querer mudar a qualidade do ensino, sabemos que mudando a nossa concepção enquanto profissionais não temos a capacidade de mudar o ensino por completo, mas com certeza é o primeiro passo e que fará muita diferença em nossas salas de aula.

O ensino e a aprendizagem devem caminhar juntos de forma que esse processo seja uma via de mão dupla onde o professor ensina e há o retorno da parte do aluno, apesar das várias dificuldades por conta de aspectos externos esperamos que os conceitos e reflexões apresentados neste trabalho nos acompanhe durante a profissão.

Considerações finais

A forma como o ensino tem se organizado nas escolas públicas demonstram uma grande lacuna em relação à organização e compromisso do docente com sua sala de aula, assim empregando apenas o ensino sem um retorno, a aprendizagem. Sem o emprego da aprendizagem significativa e os passos didáticos do ensino, faz-se uma via de mão única, onde o professor apenas ensina, mas os alunos não aprendem, apenas retém o conhecimento até a próxima avaliação (ou nem mesmo até ela).

Nós enquanto futuros professores, devemos procurar sempre instigar nossos alunos a aprenderem, mostrando a importância em buscar novos meios de aprender os conteúdos e como serão utilizados no cotidiano. Na rede pública de ensino os educadores não levam em consideração os conhecimentos prévios dos alunos, eles os veem como “uma folha em branco” aonde só chega e despeja assuntos, quando na verdade os conhecimentos que os alunos já têm podem auxiliar na assimilação do conteúdo.

Para mudar este cenário que o ensino atual apresenta, as políticas públicas devem auxiliar o professor com recursos, formações que permitirão os mesmos a por em pratica as teorias citadas acima, de David Ausubel e Libâneo, para assim mudar essa visão que se tem do ensino da rede publica, pondo em pratica os passos didáticos e a aprendizagem significativa.

REFERENCIAS

LIBÂNEO, J. C., Didática, São Paulo: Cortez, 2006, v 7.

MOREIRA, MAZINI, A aprendizagem significativa a teoria de David Ausubel, São Paulo: Moraes, 1982.

AUSUBEL, D. P., Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva, *New York*: Plátano, 2000, v 1 e 4

<http://www.deviant.com.br/noticias/ciencia/desvendando-matematica-formula-de-bhaskara/Souza>, Felipe Reis América/São Paulo 2016.

Aprendizagem Significativa: A Teoria de David Ausubel, Marco Antonio Moreira e Elcie F. Salzano Masini. Ed. Centauro.

Psicologia Educacional, de David P. Ausubel, Joseph Novak e Helen Hanesian, 625 págs., Ed. Interamericana, (edição esgotada).



A ARITMÉTICA DO CURSO PRIMÁRIO E O MANUAL DIDÁTICO “ARITHMETICA PRIMARIA” DO AUTOR CEZAR PINHEIRO DE 1903

Ana Paula Nascimento Pegado Couto

Universidade do Estado do Pará

ana.couto16@hotmail.com

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará

rosejuca@gmail.com

Resumo

O presente estudo faz parte de uma pesquisa em andamento que visa investigar os saberes elementares em Aritmética presente na 2ª edição da obra de Cezar Pinheiro publicada em 1902, realizada para a elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), um dos quesitos parciais para obtenção do grau de Licenciatura Plena em Matemática. Como fundamentação teórico-metodológica utilizaremos os estudos que discorrem sobre a história de uma disciplina, assim como sobre os manuais escolares e sobre a cultura escolar. A análise do manual foca alguns aspectos, tais como, o conteúdo interno; a origem, tanto do autor quanto da obra; o prefácio; o contexto político social e cultural; capítulos; seções; total de páginas e exercícios; conteúdos; linguagem; dentre outros elementos, que se encontram no manual. Depreende-se da análise desse manual que não só os elementos de definição, mas a forma como o autor apresenta seus conteúdos permite aferir as concepções do formato da disciplina.

Palavras Chaves: Educação Matemática; História do Ensino de matemática; Ensino primário; Aritmética; Manual escolar.

1.Introdução

Este estudo apresenta uma parte das pesquisas realizadas para a elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) intitulado “Os Saberes Elementares de Aritmética em Belém no período de 1900 a 1910” tendo como questão norteadora “quais os saberes elementares de aritmética que circulavam nos manuais escolares e programas de ensino em Belém do Pará no período de 1900 a 1910?”. Para o desenvolvimento desta pesquisa iremos adotar como metodologia a pesquisa histórico documental-bibliográfica. Pois iremos analisar fontes documentais, como os manuais escolares da época, programas de ensino, legislações e

estudos que discorrem sobre o ensino primário no Pará, com o intuito de conhecer os saberes elementares de aritmética que circulavam na referida época.

Estudos sobre os saberes elementares matemáticos no ensino primário vêm despertando, nas últimas décadas, o interesse de pesquisadores por todo o Brasil. Segundo André Chervel (1990) estudar historicamente os conteúdos que fazem parte do ensino primário ou secundário raramente despertou o interesse tanto de pesquisadores quanto do público. No entanto, mais recentemente, tem se manifestado uma tendência em favor de uma história de sua própria disciplina, dos conteúdos, tais como são dados nos programas de ensino. Os saberes elementares matemáticos destinados ao ensino primário brasileiro se constituem em três áreas de conhecimento, a Aritmética, a Geometria e o Desenho. E neste trabalho, daremos enfoque aos saberes elementares de Aritmética em Belém no período de 1900 a 1910.

O trabalho de conclusão de curso está em reta final, e neste artigo apresentaremos a análise de um dos manuais que o contemplam. Neste sentido, este artigo tem como objetivo investigar os saberes elementares em Aritmética presente na 2ª edição da obra de Cezar Pinheiro publicada em 1902.

2.Fundamentação Teórica e Metodológica

Neste caminho que iremos trilhar, tendo como fontes de pesquisa os manuais escolares, programas de ensino e outros documentos oficiais, entende-se que ao analisar um livro e outros documentos oficiais de ensino, o pesquisador está buscando conhecer e compreender os fenômenos sociais e culturais que predominaram em uma determinada época, considerando que estes fatores influenciam diretamente na organização do sistema de ensino.

Em relação a análise dos manuais escolares, cabe ao historiador, sobretudo, considerar que: "todo livro didático está histórica e geograficamente determinado e é produto de um grupo social e de uma dada época" (CHOPPIN, 2000, p.116). Assim, a análise destes livros propicia ao historiador um conjunto de conhecimentos de uma determinada época, assim como o ajuda a compreender as mudanças que ocorreram no âmbito escolar em relação ao currículo e ao ensino.

O livro didático é também um depósito de conteúdos escolares, suporte básico e sistematizador privilegiado dos conteúdos elencados pelas propostas curriculares; é por seu intermédio que são passados os conhecimentos e técnicas considerados fundamentais de uma sociedade em determinada época (BITTENCOURT, 2005, p. 72 apud LONGEN, 2015, p.28)

Além do mais, a análise dos livros didáticos propicia ao pesquisador construir a história de uma disciplina, pois percebe-se claramente as modificações que está sofreu ao

longo do tempo. Para Chervel (1990) a tarefa fundamental do historiador de uma disciplina escolar é a descrição e a análise da vulgata, pois as vulgatas evoluem e se transformam. Sendo assim, cabe ao historiador, se não pode examinar minuciosamente o conjunto da produção editorial, determinar um corpus suficientemente representativo de seus diferentes aspectos. Pois é na análise das vulgatas que se pode perceber como ficou sedimentada determinada concepção de ensino.

Esse material didático adaptado ao currículo é inserido no meio escolar, onde já existia uma prática consolidada e enraizada, assim como, um material didático anterior já em uso. De acordo com Dominique Julia, a cultura escolar é um conjunto de normas e práticas que definem o conhecimento ensinado e a transmissão deste conhecimento, podendo estes variar segundo as épocas (JULIA, 2001, p. 10).

Do pensamento de Julia (2001) podemos inferir que os livros didáticos sofrem adaptações quando inseridos a uma nova cultura, portanto, é fundamental entender e analisar como esse manual se inseriu na cultura escolar Brasileira. Neste sentido, é que neste trabalho nos propomos a analisar os livros didáticos como fontes documentais por serem os meios de divulgação de ideias e propostas de uma determinada época.

Em relação a análise de outras fontes, como programas de ensino, legislação dentre outros documentos, para compor a história de uma disciplina, Chervel (1990), coloca que isso exige do pesquisador um olhar minucioso sobre tais documentos oficiais como: currículos, legislação, além dos manuais didáticos, cadernetas de professores e de depoimentos orais, pois eles podem fornecer informações sobre o modo como uma disciplina era ministrada em uma determinada época.

Neste contexto, faremos a análise do manual intitulado *Arithmetica Primaria* do autor Cezar Pinheiro, em sua 2ª edição, publicado em 1902.

3.Procedimentos Metodológicos

Para esta análise, tomaremos como base as categorias exposta por Choppin (2004) ao tratar o livro como documento histórico que fornece informações sobre as questões históricas e culturais da sociedade em uma época. Neste sentido, faremos as análises seguindo as seguintes categorias:

3.1 Materialidade do Manual;

Nesta categoria, compreendemos por materialidade os aspectos físicos do manual, como: estrutura e apresentação da capa; etapa de ensino ao qual se destinava; edição, paginação, quantidade de capítulos ou seções, informações sobre o autor e orientações apresentadas pelo mesmo.

3.2 Abordagem dos conteúdos;

Nesta categoria levamos em consideração a organização do conteúdo no manual, como: a linguagem utilizada para abordar os conteúdos matemáticos (pragmática ou não), ilustrações; tipos de exercícios e problemas propostos. Para esta categoria fez-se necessário escolher um conteúdo específico para fazer a análise com o intuito de expor e exemplificar a abordagem dos conteúdos no manual.

3.3 Relação do manual com os programas de ensino da época;

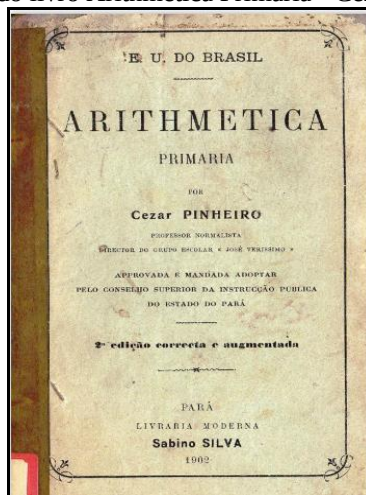
Esta categoria tem a finalidade de verificar se os manuais escolares estão condizendo com a legislação vigente e os Programas de ensino do período analisado. Corroborando com este estudo, Choppin esclarece que “o controlo da produção nacional contemporânea, de início, foi um ato administrativo pautado pela preocupação em subordinar os manuais ao discurso oficial, ou ainda com o de algum governo de ocupação.” (CHOPPIN, 2004, p.555). Neste sentido, faremos essa verificação com os manuais escolares selecionados nesta pesquisa.

4.Arithmetica Primaria do autor Cezar Pinheiro

4.1.1 Materialidade do manual

O primeiro manual analisado é intitulado *Arithmetica Primaria* do autor Cezar Pinheiro, em sua 2ª edição, publicado em 1902, pela Livraria Moderna, aprovado e mandado adaptar pelo Conselho Superior da Instrução Pública do Estado do Pará.

Figura 1: Capa do livro *Arithmetica Primaria* - Cezar Pinheiro, 1902



Fonte: www.fcp.pa.gov.br

Em relação aos aspectos físicos do manual, a capa não apresenta ilustrações e nem cores. É uma capa simples com poucos elementos visuais, sem despertar a atenção dos alunos para a leitura do manual. Ainda na capa é destacada que este exemplar, assim como o da 1ª edição, foi aprovado e adaptado pelo Conselho Superior da Instrução Pública do Estado do Pará tendo como autor o professor Normalista Cezar Pinheiro.

Cezar Augusto de Andrade Pinheiro, natural da cidade de Bragança no Estado do Pará, foi aluno da Escola Normal. Em 1886 foi deputado pelo 4º distrito da Província do Pará e foi o primeiro diretor do Grupo Escolar José Veríssimo.

O manual apresenta capa, contracapa e folha de rosto. A primeira parte refere-se a uma apresentação do próprio autor denominada “Ao Leitor”. A segunda parte apresenta a documentação de sua adoção e aprovação pelo Conselho Superior da Instrução Pública do estado do Pará. A terceira parte apresenta os assuntos propriamente ditos sobre o conteúdo matemático.

Nas primeiras páginas deste livro encontramos uma mensagem inicial intitulada “Ao leitor” que supomos que seja destinada aos professores, pois se refere a “nobre classe do professorado”. Na nota o autor relata que o exemplar reúne o necessário para o menino aprender sem dificuldade ou fadiga, justificando que o melhor meio de ensinar meninos é o uso de compêndios resumidos em suas definições, assim, incube ao professor o resto, isto é, as devidas explicações. Desta forma, o autor apresenta o critério adotado para a abordagem dos conteúdos, no qual enfatizado as Definições com o objetivo de conseguir em poucos meses aquilo que um ano ou mais seria difícil ou impossível. (PINHEIRO, 1902, p.4)

Nesta obra não encontramos sumário que apresentassem o conteúdo trabalhado, então sintetizamos alguns dos conteúdos abordados pelo livro para facilitar o manuseio do mesmo. Como mostra o quadro 1.

Quadro 1: Conteúdo do livro Arithmética Primaria - Cezar Pinheiro, 1902

TÓPICOS	CONTEÚDO	PÁGINAS
I	Numeração	8
II	Operações Fundamentaes	11
III	Fracções	23
IV	Systema Metrico Decimal	37
V	Números Complexos	48
VI	Proporções	55
VII	Regra de Três	57
VIII	Regra de companhia	61
IX	Regra de Juros	69
X	Progressões	73

Fonte: Feito pelos autores

Antes de Iniciar o tópico I – Numeração, o autor inicia com uma consideração inicial, intitulada *Introdução*, a respeito da Aritmética e algumas definições preliminares do conceito de quantidade, unidade e número. Nesta introdução o autor define a Aritmética como *a sciencia de contar*, ou seja, o conhecimento que envolve a contagem por meio de números.

O manual é composto por 78 páginas e conseguimos identificar 10 conteúdos contidos na obra. Entre eles, o conteúdo de Operações Fundamentais que será o nosso conteúdo de análise, mais especificamente a operação de Adição.

4.1.2 Abordagem dos conteúdos

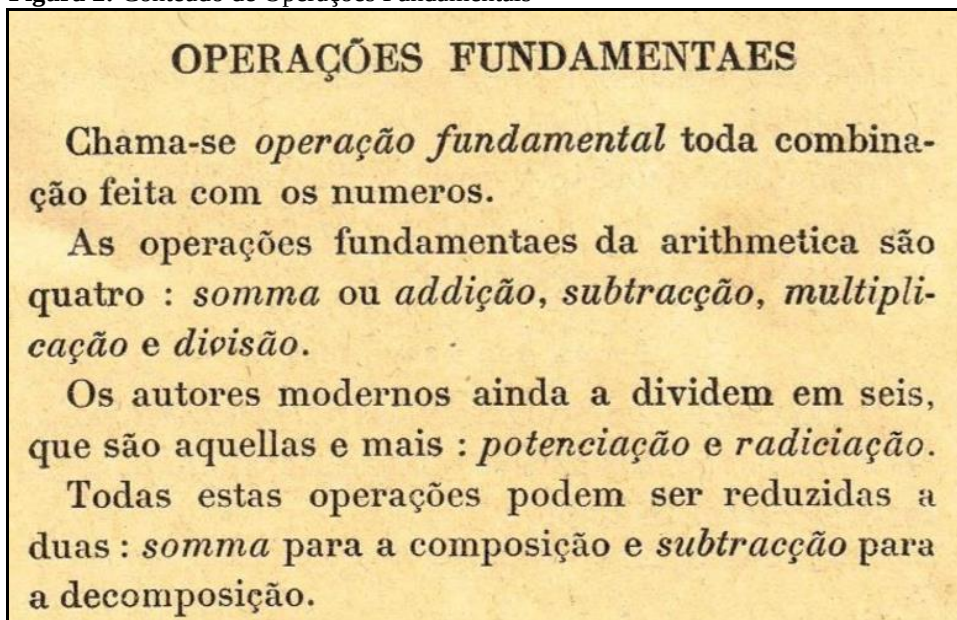
No que se refere à organização didática dos conteúdos, o autor ao iniciar cada tópico segue a mesma estrutura: Definição; Regra (algoritmo da forma escrita); e Exemplo. Não se observa no livro a presença de Exercícios de qualquer origem.

Para exemplificar essa organização didática escolhemos o conteúdo de Operações Fundamentais, especificamen

te a operação de Adição.

Ao iniciar o tópico intitulado *Operações Fundamentaes* o autor faz uma pequena introdução sobre o que são essas operações, quantas e quais são elas. Como mostra a figura 2:

Figura 2: Conteúdo de Operações Fundamentais

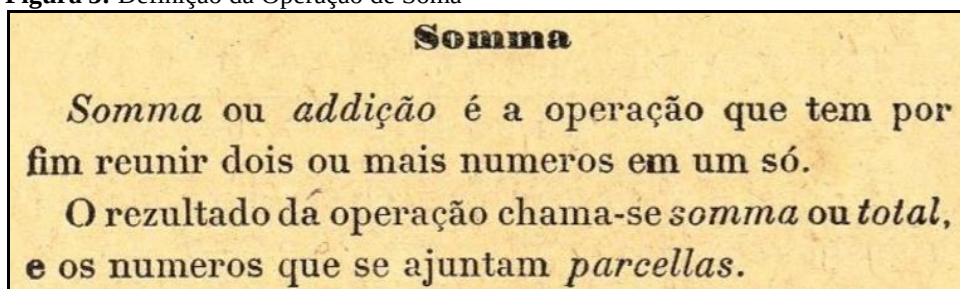


Fonte: PINHEIRO, 1902, p. 11

Como a Arithmetica é a sciencia de contar, entende-se como conta a combinação dos números entre si, por meio de certos processos chamados operações.

O autor ressalta que além das operações fundamentais arithmeticas – somma ou adição, subtração, multiplicação e divisão, os autores modernos da época consideram mais duas operações: potenciação e radiciação, ambas também são trabalhadas no decorrer do manual. Posteriormente a essa introdução, o autor apresenta as seis operações, iniciando pela *Somma*. Na definição da operação de Soma, temos que:

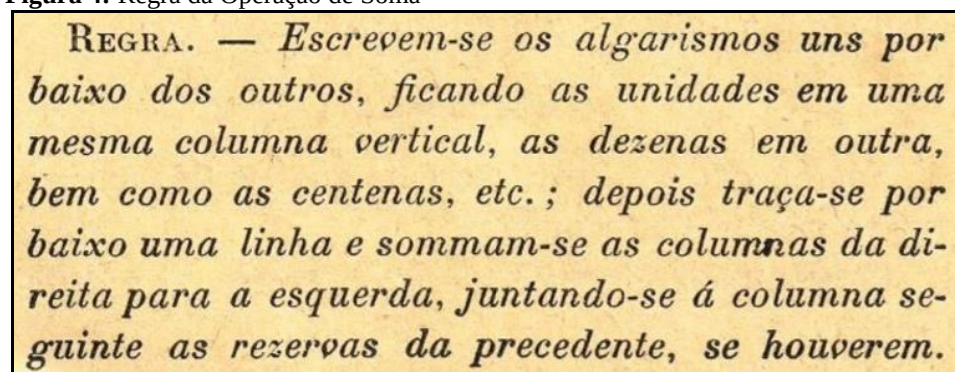
Figura 3: Definição da Operação de Soma



Fonte: PINHEIRO, 1902, p. 11

Na figura 3, o autor define a operação de Soma como a reunião de dois ou mais números em um só e nomeia os termos da operação. Após a definição dada, o autor trás o algoritmo da soma em forma escrita, intitulada como *Regra*, ou seja, Regra da Soma.

Figura 4: Regra da Operação de Soma



Fonte: PINHEIRO, 1902, p. 11

Nesta regra, usa-se o Sistema de numeração decimal (unidade, dezena e centena) para descrever o algoritmo da soma na forma escrita, ou seja, o passo a passo de como o aluno deve efetuar o cálculo desta operação. Neste sentido, podemos inferir que esta estratégia de apresentar o algoritmo da forma escrita, seja para orientar o professor na sua explicação em sala de aula. Cabe ressaltar que o manual não apresenta nenhuma orientação didática ou pedagógica de qualquer origem. Logo após ser explicitada a regra do algoritmo da soma na forma escrita, o texto trás um exemplo com o algoritmo na forma numérica. Como mostra a figura 5:

Figura 5: Exemplo da Operação de Soma

Exemplo :

$$\begin{array}{r}
 251 \\
 407 \\
 896 \\
 \hline
 1554
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Parcelas} \\ \\ \text{Somma ou total} \end{array}$$

Fonte: PINHEIRO, 1902, p. 11

Na figura 5, observa-se que o sinal da adição não aparece na estrutura tanto na Regra quanto no exemplo da soma, ele só é apresentado posteriormente com a soma dos algarismos na horizontal. Como mostra a figura 6:

Figura : Sinal da Soma

O signal $+$ indica sommar e quer dizer *mais*. O signal $=$ significa *igual*. Assim $2 + 5 + 8 = 15$, se lê : *2 mais 5 mais 8 é igual a 15*.

Fonte: PINHEIRO, 1902, p. 12

Em seguida apresenta dois modos de verificar se a soma está bem feita: a *prova real* e a *prova dos nove fóra*. Ambas apresentadas a seguir:

Figura 7: Prova dos nove fóra

Prova dos nove fóra

REGRA.—*Tiram-se os nove ás parcelas e depois á somma ; os restos devem ser iguaes, se a operação estiver certa. Exemplo :*

$$\begin{array}{r}
 251 \\
 407 \\
 896 \\
 \hline
 1554
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 6 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

Fonte: PINHEIRO, 1902, p. 12

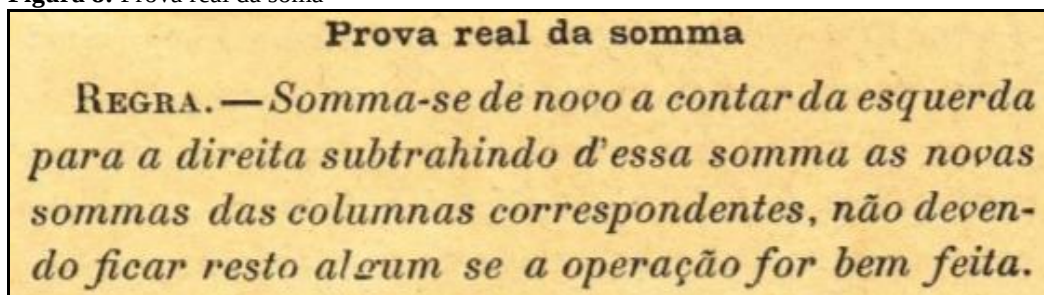
A prova dos nove fóra, apresentada na figura 7, consiste em verificar se o calculo da soma está correta, a regra consiste em somar cada algarismo das parcelas com o seu respectivo sucessor, se essa soma passar de nove, tira-se nove, ou seja subtrai nove, no caso utiliza-se a expressão *nove fóra*, e assim sucessivamente até o último algarismo das parcelas. Da mesma maneira procede no Total. Saberemos se a operação está certa se o resto das parcelas for igual a do Total. No exemplo dado, temos que: $2 + 5 = 7$, não passou de nove então continua somando, $7 + 1 = 8$, $8 + 4 = 12$, nesse caso passou de nove então fazemos os *nove fóra* $12 - 9 = 3$, e assim sucessivamente até o último algarismo das parcelas, $3 + 0 = 3$, $3 + 7 = 10$, $10 - 9 = 1$, $1 + 8 = 9$, $9 - 9 = 0$, $0 + 9 = 9$, $9 - 9 = 0$, $0 + 6 = 6$. No

total, temos que, $1 + 5 = 6$, $6 + 5 = 11$, $11 - 9 = 2$, $2 + 4 = 6$. Assim, o resultado das parcelas é 6, assim como o do total, desta forma a operação da soma está correta.

No entanto a prova dos nove pode levar a falsas verdades, ou seja, dá um resultado errado como certo. Podemos verificar essa incongruência em um exemplo bem simples, $234 + 167 = 401$, mas se por um acaso o aluno resolvesse de maneira equivocada, $234 + 167 = 210$ ou $234 + 167 = 392$, ambos os resultados estão errados, mas a *prova dos nove fóra* indicará como corretos. Esse é um dos motivos que a *prova dos nove fóra* não se usa mais como método para verificar se a operação da adição está correta.

Outra maneira apresentada no manual de se verificar se a operação de Adição está correta é a *Prova Real*:

Figura 8: Prova real da soma



Fonte: PINHEIRO, 1902, p. 13

A prova real indica a soma sucessiva da esquerda para a direita das diversas colunas, subtraindo a soma parcial de cada uma delas da soma total.

No exemplo da prova real na soma, temos que: a soma da 1ª coluna á esquerda dá 14, que subtraído de 15, restam 1; este resto, reunido ao algarismo seguinte 5, forma 14. A soma da 2ª coluna dá 14, que subtraído de 15, resta 1; este resto, reunido ao algarismo seguinte 4, forma 14. A soma da 3ª coluna dá 14, que subtraído de 14, resta 0. Portanto a conta está certa. Este exemplo não é apresentado no manual, no entanto aplicamos a Regra da prova real na conta de adição exposta na figura 7 com o intuito de compreender o procedimento da prova real.

A prova real da soma exposta pelo autor na figura 8, não expõem de maneira clara o procedimento a ser feito, assim como também ocorre na *prova dos nove fóra* na figura 7, ambas necessitaram de estudos além do manual para compreender os respectivos procedimentos. Diferentemente da prova real que conhecemos hoje que utiliza a operação inversa para verificar se o cálculo das operações estão corretos, no caso da adição, utiliza-se a subtração, na qual é necessário subtrair uma das parcelas do resultado da adição e obter a outra parcela como resultado.

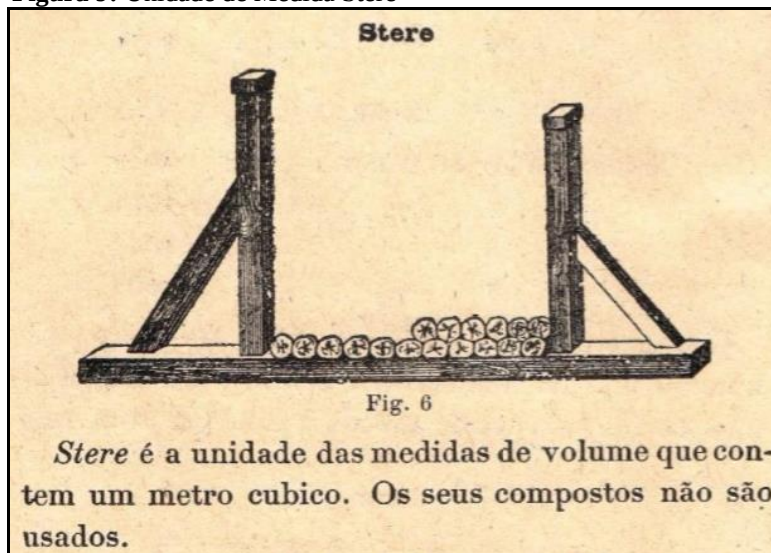
As demais operações são detalhadas, passo a passo de acordo com as suas respectivas regras seguindo a mesma estruturação de exposição utilizada pela adição. 1º a definição; 2º a regra; 3º o

exemplo, que só é a aplicação da regra; 4º a prova, a qual consiste em uma segunda operação, que fazemos para verificar se a primeira está correta; 5º o uso, que indica em quais casos devemos empregar a operação (só observamos esses casos na operação de multiplicação e divisão).

A exposição dos demais conteúdos segue essa mesma organização didática. Assim, podemos identificar como o autor aborda os conteúdos no manual.

Observou-se ainda na análise do manual que os conteúdos de cada capítulo são descritos sem ilustrações. Exceto o conteúdo de *Systema Metrico Decimal* que apresenta figuras com tamanhos consideráveis para representar as unidades de medidas que eles quantificam em seis unidades principais: *Metro para as medidas de comprimento; Litro para as de capacidade; Gramma para as medidas de pezo; Franco para moeda; Are medidas de superficie e Stere para as de volume*. Entre essas, destacamos a medida de *Stere* na figura a seguir:

Figura 9: Unidade de Medida Stere

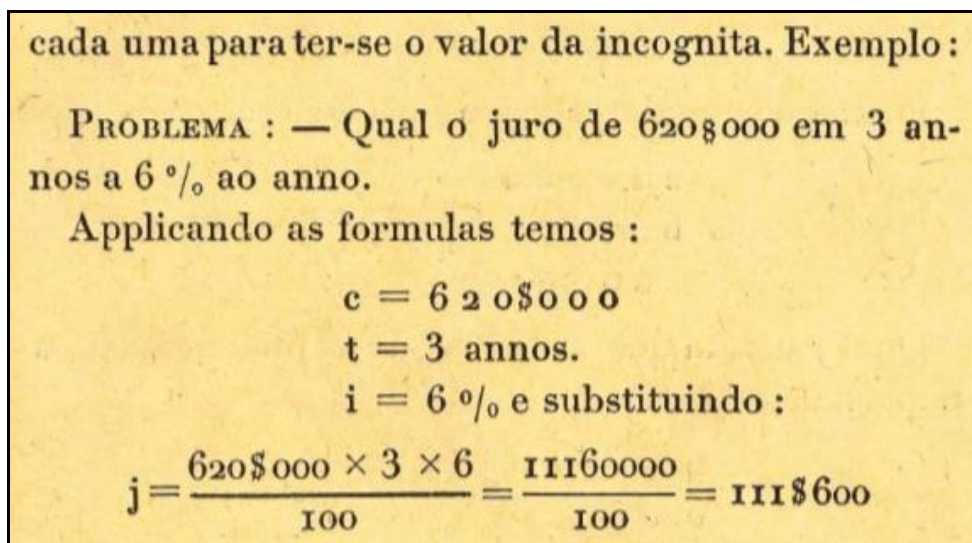


Fonte: PINHEIRO, 1902, p. 44

No texto o autor ressalta que esta unidade do sistema métrico não tem aplicação no Brasil, no qual é usado o metro cúbico. Portanto, além de ilustrar todas as unidades do sistema métrico por meio de figuras, o autor tem a preocupação de mostrar outras unidades sem ser as usuais no Brasil.

Não se observa no manual Exercícios ou Problemas de qualquer origem, com exceção dos tópicos VIII e IX – Regra de Companhia e Juros – que exemplifica por meio de problemas práticos que já se encontram resolvidos.

Figura 10: Problema da Regra de Juros



Fonte: PINHEIRO, 1902, p. 71

Na figura 10, o problema exposto é do conteúdo *Juros* contido no tópico IX do manual. Cabe ressaltar que foi a primeira vez que o termo *problema* aparece no manual.

Na análise do manual podemos observar que não só os elementos de definição, mas a forma como o autor apresenta seus conteúdos permite aferir as concepções do formato da disciplina. Tal estrutura constitui-se como um verdadeiro manual para o professor. Apreendesse que o autor dirige sua comunicação para o professor de primeiras letras e expõem a forma como tais conteúdos devem ser apresentados e desenvolvidos junto aos alunos. A linguagem utilizada parece indicar que a obra tenha sido destinada para professores. Não há notas explicativas, nem exercícios propostos, e apresentam apenas um exemplo de cada tópico abordado.

Neste sentido entendemos que o manual é uma obra destinada aos professores.

4.1.3 Relação do manual com os programas de ensino da época

Esta categoria tem a finalidade de verificar se os manuais escolares estão condizendo com a legislação vigente e os Programas de ensino do período analisado.

O exemplar que tivemos acesso não apresenta etapa de ensino ao qual se destinava, no entanto, podemos aferir por meio do seu conteúdo que este trata-se de um manual que compreende todo o ensino primário, ou seja, do primeiro ao quarto ano do elementar e do primeiro ao segundo ano do complementar.

A obra de destinação para as escolas primárias possui um conteúdo extenso compreendendo: *Numeração (numeração das unidades; escrever um numero; lêr um numero); Operações Fundamentais (somma; subtracção; multiplicação; Divisão; potenciação ou elevação á potencia; radiciação ou extracção de raízes); Fracções (fracção ordinaria; operações de fracções ordinárias; fracções decimaes, operações das fracções decimaes); Systema Metrico Decimal (metro; litro;*

gramma; franco; are; stere); Números Complexos (operações de complexos); Proporções (aritmética e geométrica); Regra de Três (simples e composta); Regra de companhia (simples e composta); Regra de Juros e Progressões (aritmética e geométrica).

O programa curricular vigente aprovado no Regulamento Geral do Ensino Primário de 1903 abrange os conteúdos encontrados do manual de Cezar Pinheiro para o ensino de Aritmética. Neste regulamento, o ensino primário divide-se em elementar e complementar, o elementar vai do primeiro ao quarto ano e o suplementar do primeiro ao segundo ano. Contudo há ausência no manual os estudos de divisibilidade, máximo comum e mínimo comum, noções elementares de números primos, que eram conteúdos relacionados ao terceiro ano do curso elementar.

Além dos conteúdos, no que se refere a proposta de ensino, o manual em seus texto preliminares ressalta que o exemplar reúne o necessário para o menino aprender sem dificuldade ou fadiga, justificando que *o melhor meio de ensinar meninos é o uso de compendios resumidos em suas definições*, assim, incube ao professor o resto, isto é, as devidas explicações, essa abordagem é apresenta também nas observações do programa de ensino no qual orienta o professor que *para evitar a fadiga e a confusão do aluno deve-se aproveitar as matérias de mais utilidade do programa por meio de compendios resumidos e claros em suas definições*.

Neste sentido, entendemos que o manual *Arithmetica Primaria* do autor Cezar Pinheiro, por mais que seja publicado um ano antes do programa de ensino de comparação, apresenta os requisitos propostos no regulamento. Como os conteúdos abordados e a proposta de um compendio resumido em suas definições.

5.Considerações Parciais

Este estudo teve como objetivo investigar os saberes elementares em Aritmética presente na 2ª edição da obra de Cezar Pinheiro publicada em 1902.

Na análise do manual, podemos perceber que o método de ensino utilizado pelo autor é de definições mais resumidas e sem exercícios, cabendo ao professor o resto, assim como a linguagem mais técnica por se tratar de um manual destinado a classe do professorado, e utiliza uma abordagem mais clara e resumida com definição, regra e um exemplo. Como também o mesmo está condizendo com a legislação vigente da época de acordo com o Programas de Ensino aprovado pelo Regulamento Geral do Ensino Primário de 1903.

Este trabalho ainda se encontra em desenvolvimento por se tratar de uma pesquisa maior do Trabalho de Conclusão de Curso que tem o intuito de conhecer como se constituiu o ensino de Aritmética na cidade de Belém do Pará, no período de 1900 a 1910, e assim

contribuir para a construção da história sobre o ensino de matemática em Belém, e de uma forma mais ampla, para as discussões sobre a História da Educação Matemática na Amazônia.

REFERÊNCIAS

CHERVEL, André. **História das Disciplinas Escolares:** reflexões sobre um campo de pesquisa. Teoria e Educação. 1990. p.177-229.

CHOPPIN, A. **História dos livros e das edições didáticas:** sobre o estado da arte. In: Educação e Pesquisa. v.30, n.3, set. /dez. São Paulo, 2004, p. 549-566.

JULIA, Dominique. **A Cultura Escolar como Objeto Histórico.** Revista Brasileira de História da Educação. Campinas, n. 1, p. 9-43, jan/jun 2001.

LONGEN, Adilson. **Uma História dos Livros de Matemática:** leituras, intrigas e evolução editorial. Jundiaí, Palco Editorial, 2015. 464 p.

PARÁ. Estado. **Regulamento geral do ensino primário reorganizado pelo Decreto n.1190 de 17 de fevereiro de 1903.** Belém: Typ. Diário Oficial, 1903. 55p.

PINHEIRO, Cezar. **Arithmetica primaria:** aprovada e mandada adoptar pelo conselho superior da instrução publica do estado do Pará. Belém: Moderna, 1902. 78p.



A CONCEPÇÃO DOS ALUNOS DO ENSINO SUPERIOR SOBRE A MATEMÁTICA E SEU ENSINO

Iara de Medeiro Alves

Universidade do Estado do Pará

medeiro944@gmail.com

Jessie Heveny Saraiva Lima

Universidade do Estado do Pará

jessie.heveny@hotmail.com

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará

rosejuca@gmail.com

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo apresentar as concepções dos alunos do ensino superior sobre a Matemática e seu ensino. Para tal, revisamos os estudos de Baraldi (1999) e Fiorentini (1995). Além disso, consultamos dez alunos do ensino superior, por meio de um questionário contendo oito questões. Pelas respostas dadas observamos que os alunos têm visão uma variada quanto à Matemática, apresentando concepções absolutista e Falibilista, no decorrer da pesquisa.

Palavras-chave: Educação Matemática. Filosofia da Educação Matemática. Concepções de Alunos.

1 INTRODUÇÃO

Quando se trata do conhecimento matemático, existem diversas tendências que apresentam esse conhecimento, segundo suas particularidades. Fiorentini (1995) mostra algumas dessas tendências, expondo suas características e impactos sobre o ensino da Matemática.

Fiorentini (1995) destaca as tendências Formalista Clássica, a Empírico-Ativista, a Formalista Moderna, a Tecnicista e suas variações, a Construtivista e a Socioetnoculturalista como as que mais influenciaram no ensino da Matemática, apresentando seus aspectos e os momentos que essas tendências estiveram mais presentes no ensino de Matemática no Brasil.

Do mesmo modo, Baraldi (1999) apresenta as concepções Pitagórica, Platônica, Absolutistas (Logicista, Formalista e Intuicionista) e Falibilistas como as que fortemente influenciaram no ensino de Matemática no Brasil.

O objetivo desse trabalho é apresentar a concepção dos alunos do ensino superior sobre a Matemática e seu ensino. Para isso, utilizamos um questionário para coletar as respostas dos discentes, e utilizamos os textos de Fiorentini (1995) e Baraldi (1999) como referenciais teóricos.

2 CONCEPÇÕES DAS CORRENTES FILOSÓFICAS

Para a discussão sobre as concepções de ensino de Matemática tomamos como base os estudos de Fiorentini (1995) e Baraldi (1999).

Fiorentini destaca seis tendências como as que tiveram maior influência na Educação Matemática, no Brasil, sendo elas: “a formalista clássica; a empírico-ativista; a formalista moderna; a tecnicista e suas variações; a construtivista e a socioetnoculturalista” (Fiorentini, 1995, p. 5).

Na tendência Formalista Clássica, que enfatizava as ideias da Matemática clássica, o ensino era predominantemente livresco, fazendo do professor o transmissor de conhecimento, enquanto os alunos deveriam apenas receber passivamente o conhecimento que lhes era repassado (FIORENTINI, 1995).

Baseada no pensamento empirista, a tendência Empírico-Ativista remove o professor do centro das atenções e põe o aluno em destaque, como vemos em Fiorentini (1995). Nessa tendência, o aluno “aprende fazendo”, ou seja, as atividades práticas são postas em destaque.

A tendência Formalista Moderna não se diferenciou muito da tendência clássica, quanto ao método de ensino, diferenciou-se, entretanto, em seu enfoque em termos pedagógicos, ou seja, não possuía o enfoque que a tendência formalista anterior tinha, quanto à Matemática clássica (FIORENTINI, 1995).

Ainda segundo Fiorentini (1995), a tendência Tecnicista teria como enfoque a inserção dos alunos em uma sociedade padronizada, harmoniosa e funcional, ensinando-os a “computar”, aprender técnicas que ajudariam nessa inserção. Nas variações do tecnicismo, temos o tecnicismo formalista, que recebe grandes influências da tendência formalista moderna, e o tecnicismo mecânico, que “procura reduzir a Matemática a um conjunto de técnicas, regras e algoritmos, sem grande preocupação em fundamentá-los ou justificá-los” (Fiorentini, 1995, p. 17).

A tendência Construtivista se baseia na epistemologia de Piaget. Nessa tendência, o conhecimento é fruto da interação do sujeito com o objeto de estudo, como vemos em Fiorentini (1995). Além disso, o erro é tido como algo positivo, onde pode ser usado pelo professor para auxiliar o aluno no aprendizado.

Por fim, Fiorentini (1995) destaca a tendência Socioetnoculturalista. Nessa tendência, o ponto de partida para o aprendizado seria os problemas da realidade, pois destaca a importância do aspecto

social da Matemática, apontando o conhecimento Matemático como algo dinâmico. O aspecto sociocultural do aluno seria, então, valorizado.

Outra autora que discute as concepções de ensino de Matemática é Baraldi (1999). Baraldi aponta algumas concepções como sendo as que influenciaram no ensino de Matemática, sendo elas a concepção Pitagórica, a concepção Platônica, as concepções Absolutistas (Logicismo, Formalismo e Intuicionismo), e a concepção Falibilista, vista em Fiorentini (1995) como as tendências Empírico-Ativista, Socioetnoculturalista e Construtivista.

Baraldi (1999) aponta que a concepção Pitagórica enfatiza a importância dos números; nela, todas as coisas são números, o universo é regido por número e a Matemática seria o que explicaria a ordenação do universo.

Na concepção Platônica, a Matemática é tida como a ciência perfeita, proveniente do mundo das ideias. Como reflexo na educação, a Matemática é vista como um conhecimento pronto e acabado, onde o aluno é um ser passivo, que apenas deve receber o conhecimento (BARALDI, 1999).

Dentro das concepções Absolutistas, a Matemática é tida como uma ciência acultural e sem aspectos sociais. O Logicismo é uma concepção que reduz a Matemática à lógica, tornando-a responsável pelo raciocínio lógico; o Formalismo, em Baraldi (1999), é o mesmo Formalismo Moderno visto em Fiorentini (1995); já o Intuicionismo, tem a Matemática como uma construção mental, uma atividade independente da linguagem, além disso, o conhecimento matemático está em constante construção.

Por fim, Baraldi (1999) aponta a concepção Falibilista, onde os aspectos sociais, culturais e históricos são levados em consideração, quando se trata do conhecimento matemático.

A partir desses referenciais teóricos, construímos nossa análise da pesquisa feita nesse trabalho, fundamentando nossas conclusões nos estudos de Fiorentini (1995) e Baraldi (1999).

3 METODOLOGIA DE PESQUISA

Esta pesquisa possui uma abordagem qualitativa, onde utilizamos como técnica de pesquisa a aplicação de um questionário (SEVERINO, 2007).

Para a realização da pesquisa foi feito inicialmente uma revisão dos estudos referentes às concepções de ensino de Matemática. Em um segundo momento, elaboramos e aplicamos um questionário com 8 questões a 7 alunos do ensino superior da cidade de Belém do Pará, para, por fim, analisarmos as respostas apresentadas por esses discentes.

4 RESULTADOS DA PESQUISA

Analizamos e classificamos as respostas dos alunos entrevistados, com o intuito de conhecer sobre a concepção dos mesmos sobre o ensino da Matemática.

Idade	Respostas
19 anos	2
20 anos	2
21 anos	3

Quadro 1 – Idade dos Alunos

Fonte: Questionário

Ano Letivo	Respostas
1º ano	1
2º ano	3
3º ano	2
4º ano	1

Quadro 2 – Série

Fonte: Questionário

Estudou na sua graduação alguma disciplina que discutisse o conhecimento matemático?	Resposta
Sim	7
Não	0

Quadro 3 – Estudou alguma disciplina que discutisse o conhecimento matemático

Fonte: Questionário

Analisando as respostas dos alunos no Quadro 3, podemos concluir que todos os alunos entrevistados tiveram contato com alguma disciplina que discutisse o conhecimento matemático.

A partir daí, passamos a analisar as respostas dos alunos sobre a Matemática e seu ensino e aprendizagem, primeiramente perguntando o que é Matemática na visão dos alunos.

Na sua opinião, o que é Matemática?	
Concepção Filosófica	Resposta
Pitagórica	A1 – A união de conhecimentos numéricos e conhecimentos abstratos.
	A5 – É a ciência que estuda os objetos abstratos e suas relações. Ciência dos números e cálculos, estudados desde a antiguidade pelo homem.
	A4 – Matemática pode ser entendida como o

	conjunto de conhecimentos – não necessariamente exatos – que se baseia em números como representação e suas áreas como ferramentas (álgebra, aritmética, geometria).
Logicista	A3 – Matemática é uma ciência humana, no entanto, diferente das ciências humanas é um conhecimento que não leva em consideração o aspecto subjetivo, e, sim, trabalha o aspecto lógico, tornando-a, assim, um conhecimento apor em relação às ciências humanas.
Socioetnoculturalista (Falibilista)	A7 – É a ciência que trabalha com padronizações, objetivando explicar a natureza, dando margem para uma reflexão filosófica dos conhecimentos interdisciplinares.
	A2 – Em minha concepção, a matemática é uma ciência; e, como qualquer outra ciência, deve usar o desenvolvimento do conhecimento humano a partir de seus campos de estudo.
Formalista	A6 – A matemática é um processo em que mostramos a realidade através de processos estruturados.

Quadro 4 – O que é matemática
Fonte: Questionário

Analizamos suas respostas a respeito do que é Matemática e percebemos que a concepção pitagórica vista em Baraldi (1999) é muito presente no conceito dos alunos entrevistados a respeito do que é Matemática, como é possível verificar no Quadro 4, nas respostas dos alunos A1, A4 e A5. Além disso, os alunos mostraram concepções absolutistas (logicista e formalista) e falibilistas (socioetnoculturalista) em suas respostas.

Concluimos, assim, que a maioria dos alunos entrevistados apresenta em suas respostas uma visão absolutista da Matemática, não a vendo como resultado de uma construção social, histórica e cultural. Em seguida, indagamos os alunos a respeito de como se ensina Matemática, obtendo as respostas a seguir.

Na sua opinião, como se ensina Matemática?	
Concepção Filosófica	Resposta
Construtivista (Falibilista)	A1 – O conhecimento matemático deve ser construído em etapas, privilegiando a aprendizagem.
	A5 – Deve ser ensinada de forma que faça o aluno pensar; para que este faça questionamentos e a partir de suas dúvidas ele possa aprender. Contudo, o aluno deve ser levado à reflexão, leitura e interpretação.
Socioetnoculturalista (Falibilista)	A6 – Através de processos contextualizados.
	A7 – Através de uma linguagem condizente com a dos alunos, sendo interessante se utilizar a tendência da história da matemática como estratégia de despertar o interesse dos alunos.
Tecnicista	A3 – A matemática é ensinada de várias formas, no entanto, a meu ver, há uma forma mais presente: o ensino tradicional.
Formalista	A2 – Há diversas formas de se ensinar, todas elas ligadas ao saber e o ensinar. Assim, a matemática, sendo uma ciência composta de muitas abstrações, o professor deve usar de maneiras e artifícios que confirmem o aprendizado.
Empírico-Ativista (Falibilista)	A4 – A matemática pode ser ensinada de diversas formas e metodologias, desde formas expositivas, como também interativas, através de materiais concretos, jogos, etc.

Quadro 5 – Como se ensina matemática
Fonte: Questionário

No Quadro 5, perguntamos aos alunos como se ensina Matemática. Ao analisarmos as respostas desse quadro, percebemos que, apesar de a maioria dos alunos possuir uma concepção absolutista a respeito da Matemática, quando se trata do ensino de Matemática, a maioria dos alunos apresentou uma concepção falibilista (BARALDI, 1999).

Com exceção dos alunos A2 e A3, que apresentaram respostas absolutistas, os discentes entrevistados consideram aspectos sociais e culturais dos alunos ao pensar em como a Matemática deveria ser ensinada, mostrando que a Matemática pode ser ensinada por meio de contextualização e que o aluno deve ser considerado nesse ensino.

No quadro seguinte, como uma continuação da pergunta anterior, os alunos deveriam responder de que forma se aprende Matemática.

Na sua opinião, como se aprende Matemática?	
Concepção Filosófica	Resposta
Tecnista	A1 – Com exercícios.
	A3 – A matemática é aprendida por meio da compreensão dos procedimentos algorítmicos.
	A4 – Praticando e exercitando.
Sócioetnoculturalista (Falibilista)	A2 – Assim como na pergunta anterior, também há diversas formas de aprender. Penso que a matemática é aprendida por meio da contextualização acima de tudo; os alunos sempre questionam-se do “por que preciso aprender isso?”, se não há porquê, não precisa, eles pensam.
	A6 – Através de meios em que se possa ver a realidade.
	A7 – Refletindo sobre os conhecimentos desta ciência, através de analogias com outras áreas de conhecimento e exercitando as propriedades matemáticas.

Empírico-Ativista (Falibilista)	A5 – A matemática não pode ser apenas em aulas expositivas, o aluno aprende também por meio de jogos, solução de situações problemas e de forma que este possa entender no que se aplica aquele assunto.

Quadro 6 – Como se aprende matemática
Fonte: Questionário

Ao questionarmos os discentes a respeito de como se aprende Matemática, notamos que a maioria deles mantém uma concepção falibilista a respeito da forma que se aprende Matemática, como vemos em Baraldi (1999). Entretanto, pouco menos da metade dos entrevistados mostrou uma concepção contrária em suas respostas, como é possível ver no Quadro 6.

É possível notar que a visão dos entrevistados A1, A3 e A4 a respeito do aprendizado de Matemática é de que ela é aprendida a partir da repetição, do exercício, ou ainda da compreensão de algoritmos. Podemos concluir que esses alunos possuem uma visão absolutista a respeito do aprendizado de Matemática.

O questionamento a seguir diz respeito ao motivo de se ensinar Matemática. Obtemos as respostas a seguir da parte dos alunos.

Na sua opinião, por que se ensina matemática?	
Concepção Filosófica	Resposta
	A1 – O conhecimento matemático torna-se essencial para a execução de tarefas simples do cotidiano, como exemplo, sem este conhecimento, as relações comerciais como a conhecemos hoje se tornariam inviáveis, entre outros aspectos da evolução do conhecimento e das sociedades humanas.
	A2 – A matemática é ensinada, a meu ver, pois a sociedade estabelece que o indivíduo deve possuir um mínimo de formação para se integrar a ela.

Socioetnoculturalista (Falibilista)	A3 – A matemática, por ser uma ciência muito presente no cotidiano, é necessária sua compreensão perante a sociedade.
	A4 – Para que se tenha pelo menos uma noção básica de vivência na sociedade, logo que a matemática se encontra fortemente nela.
	A5 – A matemática dentro das escolas é voltada para o cotidiano, para que o aluno possa resolver tais questões.
	A6 – Para entendermos alguns processos do nosso cotidiano.
	A7 – Porque a matemática proporciona às pessoas praticidade, possibilita a criação de tecnologias para uma melhor comodidade aos seres humanos.

Quadro 7 – Por que se ensina matemática
Fonte: Questionário

Ao analisarmos as respostas no Quadro 7, que diz respeito a o motivo de se ensinar Matemática, percebemos que todos os indivíduos entrevistados levaram em consideração aspectos sociais para justificar o ensino de Matemática.

Por este motivo, concluímos que eles possuíam uma concepção falibilista (socioetnoculturalista) a respeito do motivo pelo qual a Matemática deveria ser ensada (BARALDI, 1999).

Por fim, apresentamos aos alunos uma pergunta de multiplica escolha, onde eles deveriam selecionar a alternativa que melhor define o conhecimento Matemático.

Na sua opinião, qual das duas alternativas define o conhecimento matemático?	Respostas
A matemática é um conhecimento pronto, acabado, apresentando-se, portanto, como um todo harmonioso, os diferentes assuntos se encadeando logicamente e sendo desenvolvidos progressiva e ordenadamente. Além de tudo possui um caráter	0

descontextualizado, despersonalizado e atemporal.	
A matemática é como um processo não unicamente cumulativo, uma vez que nela se descobrem hesitações, dúvidas e contradições, eliminadas somente após um árduo trabalho de reflexão e refinamento. O estágio atual da matemática seria resultante de um lento e prolongado processo histórico-social.	7

Quadro 8 – Qual das duas alternativas define o conhecimento matemático
Fonte: Questionário

Em um último momento da entrevista, perguntamos aos alunos como eles definiriam o conhecimento Matemático. Neste caso, eles deveriam optar por duas respostas, já que era uma pergunta de múltipla escolha.

Como podemos perceber analisando Baraldi (1999), a primeira alternativa sobre o que é o conhecimento matemático apresenta uma concepção absolutista da Matemática, ou seja, não leva em consideração os aspectos sociais, culturais e históricos da Matemática. Já a segunda resposta, mostra uma concepção falibilista da Matemática, apresentando-a como uma ciência que possui erros, por ser uma construção humana, que não está livre de aspectos históricos, sociais e culturais.

Ao analisarmos as respostas dos discentes, percebemos que todos optaram pela segunda definição a respeito do conhecimento matemático, ou seja, apresentaram uma concepção falibilista a esse respeito.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho era apresentar as concepções dos alunos do ensino superior sobre a Matemática e seu ensino. Para tal, utilizamos um questionário contendo 8 questões que nos ajudaram a perceber quais concepções esses alunos possuíam a esse respeito.

Quando se trata de que concepção o discente de Licenciatura em Matemática tem a respeito do conhecimento matemático, é importante percebermos como essa concepção vai influenciar no modo como esse aluno vai ensinar, quando se tornar um professor. Baseando-nos em Fiorentini (1995) e Baraldi (1999), pudemos analisar com uma visão crítica as concepções dos alunos sobre o conhecimento matemático e perceber de que forma esses alunos veem o ensino e o aprendizado da Matemática, além da própria Matemática.

Ao apresentarem suas respostas, a maioria dos discentes entrevistados apresentou contradições. Em alguns momentos apresentavam uma concepção absolutista, em outro, falibilista. Pudemos entender, assim, que os alunos entrevistados do ensino superior, em sua maioria, mesmo tendo discutido o conhecimento matemático durante sua graduação, ainda mantêm um pensamento contraditório a respeito do conhecimento matemático.

É importante que esses alunos sejam sujeitos ativos em sua formação, compreendendo melhor as concepções e tendências de ensino de Matemática e entendendo que o seu modo de conceber a Matemática e o conhecimento matemático influenciará grandemente no seu método de ensino e, por consequência, na sua prática docente.

REFERÊNCIAS

BARALDI, Ivete Maria. Refletindo sobre as concepções matemáticas e suas implicações para o ensino diante do ponto de vista dos alunos. **Mimesis**, Bauru, v. 20, n. 1, p. 07-18, 1999;

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, ano 3 - nº 4, p. 1 - 35, 1995.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 23 ed. Editora Cortez, 2007, São Paulo.



A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Fábio Roberto da Silva Vasconcelos ¹

Universidade do Estado do Pará

fabio.pedagogia@hotmail.com

Resumo

Em muitos estudos na ciência matemática, percebe-se que há diversas falas referente a integração de jogos com as práticas de ensino, desta forma os educadores poderão mediar o conhecimento matemático significativamente. Este estudo objetivou-se em investigar se os professores enquanto mediadores do conhecimento devem ter habilidades específicas para trabalhar a matemática integrando a teoria com prática, assim como verificar se esta é uma ciência abstrata. A pesquisa mostrará que o docente terá oportunidades de ampliar o conhecimento matemático no cotidiano dos discentes valorizando o conhecimento prévio e estimule o processo ensino e aprendizagem. O procedimento metodológico deste estudo constituiu-se por meio de revisão da literatura, voltada ao levantamento dos aspectos teóricos, assim como aplicação de questionários com perguntas 8 perguntas fechadas para 6 docentes de ensino fundamental I que ministram a disciplina de Matemática em uma escola particular situada no distrito de Icoaraci no município de Belém/PA.

Palavras-chave: Conhecimento Matemático. Práticas Pedagógicas. Habilidades. Ciência.

1. INTRODUÇÃO

A questão em relação à construção do conhecimento é um tema de ampla discussão, pois este é algo que os professores enfrentam todos os dias. No senso comum é facilmente percebida a grande dificuldade que os docentes enfrentam em mediar o conhecimento para aquele aluno no qual tem mais dificuldade, mas haja visto que a aprendizagem é adquirida de forma diferenciada de um indivíduo a outro, pois estes podem apresentar a matemática de forma insegura, assim também fará com que o aluno não tenha segurança neste momento de obtenção do conhecimento.

Considera-se que o desenvolvimento e a profissionalização no Brasil ainda é pauta em muitos debates e considera-se que tal processo depende da formação a que os docentes estão submetidos, assim os educadores matemáticos têm o papel de educar por meio desta ciência, que é a matemática, formando um cidadão questionador com base nas teorias das ciências sociais e ciências humanas. (LORENZATO; FIORENTINI, 2001, p. 1).

É importante mencionarmos que muitos profissionais podem não ter habilidades necessárias para se trabalhar com a ciência aqui mencionada, mas é indispensável que haja formações contínuas, promovendo sempre a integração e a busca do conhecimento, pois é necessário conhecer a formação continuada desses profissionais e sua produção no âmbito educacional, para que não fique de maneira alguma distante da formação inicial oferecida pelas instituições de ensino voltadas para qualificar o professor, deste modo, esta formação vem propiciar o processo de qualificação docente de forma prioritária e conseqüentemente um bom ensino para os alunos.

Os estudos sobre saberes do professor revelam baixos níveis de compreensão do conhecimento matemático a ser mediado. Relacionado a esse problema, ainda continua em alta o debate sobre que tipo de conhecimento matemático deve ter os professores e como agredá-los com seus conhecimentos pedagógicos. (LORENZATO; FIORENTINI, 2001, p. 6).

Neste contexto, pode-se afirmar que os educadores devem ter habilidades e competências necessárias para mediar de forma significativa os estudos matemáticos, tendo como propósito o aprendizado correto dos alunos referente a esta ciência. A formação dos professores que trabalham a matemática é de extrema importância e se torna um campo de grande desafio, na qual é apresentar o conhecimento de forma em que os educandos sintam-se a vontade em aprender.

Neste sentido, a realização deste estudo buscou alcançar como objetivo geral: Investigar se os professores enquanto mediadores do conhecimento devem ter habilidades específicas para trabalhar a matemática integrando a teoria e a prática

E como objetivos específicos: Verificar se a matemática é uma ciência abstrata; Entender a importância dos jogos como recursos pedagógicos. Neste contexto, o procedimento metodológico deste estudo consistiu-se em revisão da literatura, voltada ao levantamento dos aspectos teóricos referente a temática pesquisada “A pesquisa

bibliográfica, ou de fontes secundárias, abrange toda bibliografia já tomada público em relação ao tema estudado”. (MARCONI; LAKATOS, 2007, p. 195).

Porém, para não definir a pesquisa bibliográfica exclusivamente uma revisão de literatura e, pensando que a mesma se dá de forma organizada e por meio de uma sequência lógica e atenta, usarei como base os procedimentos metodológicos na qual Lima e Miotto (2007) p.40, nos fala: “a pesquisa bibliográfica requer do realizador atenção constante aos ‘objetivos propostos’ e aos pressupostos que envolvem o estudo para que a vigilância epistemológica aconteça”.

Assim, foi necessário realizar leituras reflexivas e críticas a cerca da temática referente ao estudo proposto, pois desta forma a realização do estudo visa compreender aspectos críticos e reflexivos no ponto de vista dos autores e com isso, reunindo de forma clara e concisa as suas respectivas abordagens.

Esta pesquisa não ficou restrita aos conceitos da literatura, foi necessário buscar sujeitos participantes para este referente estudo, assim, os sujeitos que participaram foram 6 profissionais do gênero feminino com idade entre 33 a 44 anos , todas graduadas em pedagogia e exercem a profissão docente em de uma escola particular, situada no distrito de Icoaraci, na cidade de Belém/PA. Aplicou-se um questionário contendo 8 perguntas fechadas.

2. A CONTRUÇÃO DO CONHECIEMTO LÓGICO MATEMÁTICO

2.1. O jogo como recurso pedagógico no ensino da matemática.

A palavra jogo, origina-se do latim *joco* , na qual historicamente, significa zombaria, usada no lugar de *ludus* , que representa, jogo, passatempo, brinquedo e divertimento. Seja qual for o contexto, o jogo está associado a alegria, risos, prazer, trata-se de uma atividade que denota um sentimento bom, onde proporciona adquirir conhecimentos por meio do divertimento.

O ensino de Matemática como as outras ciências, tem a necessidade de atrelar a teoria com a prática, e nesta prática temos o exemplo de jogos, pois por meio destes pode-se mediar o conhecimento de maneira lúdica usando materiais concretos para o ensino de matemática. Ao decidir utilizar os jogos como estratégias no processo de aprendizagem, o professor permite que o aluno possa alcançar os objetivos propostos, cumprindo assim, um papel

extremamente importante no auxílio do ensino dos conteúdos matemáticos, proporcionando ao aluno a obtenção de habilidades e aperfeiçoamento do conhecimento.

De acordo com Groenwald e Timm (2002), “A aprendizagem através de jogos, como dominó, palavras cruzadas, memória e outros permite que o aluno faça da aprendizagem um processo interessante e até divertido” Dentre muitos objetivos do ensino da ciência matemática, os jogos têm como intenção a participação coletiva na construção do conhecimento, tornando essa estratégia um conjunto de mecanismos que permitem a integração, a obediência de regras e comandos, associação de conceitos matemáticos e os jogos e assim como a capacidade da ampliação do raciocínio lógico-matemático.

Para que os usos dos jogos estejam dentro das perspectivas desejadas, o docente deve fazer um planejamento de uma atividade proposta. Neste caso, é importante que o mediador tenha domínio das técnicas adotadas, assim desenvolvendo junto aos discentes, oportunizando a terem contato com o que está sendo desenvolvido. Para Mendes (2008, p.11):

É importante, entretanto, que você perceba a necessidade de relacionar as atividades manipulativas com as operações matemáticas realizadas no caderno de cada aluno, pois o material faz parte desse processo cognitivo de produção matemática, mas não se encerra em si. Isso porque a aprendizagem é um processo progressivo que não se esgota na manipulação de modelos físicos, mas nas relações manipulativo-simbólica e abstrativa estabelecidas em cada atividade.

Neste processo, os materiais têm por finalidade fazer uma integração dos conceitos, resolução de problemas matemáticos e recursos materiais, proporcionando aulas que possam apresentar a matemática como algo útil na vida dos indivíduos que estarão envolvidos nesse processo, motivando-os e fornecendo um ensino de matemática eficaz de buscar soluções aos seus problemas no qual se deparam no dia-a-dia.

Na perspectiva de criar práticas pedagógicas inovadoras, os recursos materiais poderão ajudar de maneira simples, fácil e lúdica a compreensão dos conteúdos, envolvendo materiais sólidos sem sua prática, assim possibilita ao aluno ter uma proximidade maior com a disciplina, contudo não podemos esquecer que esses recursos são para apoio, onde se trabalha juntamente com os conteúdos curriculares e buscando envolver a realidade do aluno nesta prática de ensino.

Há estudos que apresentam algumas ações metodológicas no ensino de matemática, podemos citar os modelos geométricos em cartolina, na qual esses recursos são adequados para se trabalhar com o sólido geométrico, onde o discente poderá visualizar cada lado de uma forma geométrica apresentada a eles, temos também a Etnomatemática, na qual tem por

finalidade o ato de solucionar problemas matemáticos ligados a realidade cultural do aluno, de acordo com D' Ambrósio, 1988, *apud* Mendes (2008, p.19). “etnomatemática significa reconhecer que todas as culturas e todos os povos desenvolvem maneiras de explicar, de conhecer, de lidar com a sua realidade em processo de permanente evolução”. Entende-se que a etnomatemática é ligada ao cotidiano das pessoas, respeitando a particularidade de cada cultura, inserindo na matemática aquilo que o indivíduo faz todos os dias com o objetivo de crescer constantemente.

Portanto, é de extrema importância que usemos a matemática comparando-a com o dia-a-dia dos educandos, pois desta forma eles poderão usar o conteúdos curriculares por meio de jogos e assim aplicará em seu cotidiano o que apreendeu, compreendendo que todas essas atividades deverão de ser planejadas e ter domínio pelo mediador, pois a sala de aula não deverá ser um momento de experimentação para o professor e sim para o aluno, pois este local é um momento de ensino e aprendizado, ou seja, uma troca de conhecimento, de aluno para com o professor e do professor para com o aluno, porém naquele momento o educador mediará o conhecimento científico, pautado em um estudo previamente realizado.

2.2. Matemática: a ciência abstrata.

Durante muitos anos a Matemática tornou-se uma necessidade para todos nós, pois em todos os lugares pode-se encontrar esta ciência, seja nas ciências humanas, sociais, ou até mesmo nas ciências biológicas, tudo necessita da matemática. Toda e qualquer pesquisa tem o uso da matemática, precisa calcular, analisar estatisticamente e entre outras situações que necessita desta ciência, por isso a precisão de atrair os educandos para aprenderem a Matemática, que para muitos se torna dificultoso, entretanto com práticas pedagógicas adotadas por meio da ludicidade, torna-se o estudo mais atraente.

Muitas vezes podemos pensar que a Matemática não é uma ciência abstrata e temos que fazer o máximo para facilitar o ensino por meio de recursos materiais, no entanto Granell, (2002, p.259) afirma:

Em primeiro lugar, a matemática tem um caráter de abstração muito maior que qualquer outro conteúdo, embora existam numerosos conceitos abstratos que qualquer outra ciência, a diferença é que os conceitos e teoremas matemáticos não se definem por indução, mas por dedução.

Com esta afirmação, pode-se entender que a matemática mexe com a imaginação do indivíduo, na qual vai de encontro com a especificidade deste aluno, pois a matemática tem uma linguagem específica e um caráter exato para a sua resolução, que traduz de forma universal o que realmente está sendo apresentado, lendo, traduzindo e escrevendo a matemática, neste caso a ciência mais abstrata que todas as outras, então o educador deverá ter um real domínio dos conteúdos e isso resume-se em se concentrar no que está sendo mediado.

Sabemos que a leitura é muito importante para este processo, pois o discente deverá ler e compreender o que está sendo colocado a ele, assim pode deduzir que a matemática tem suas particularidades, mas também há a necessidade de atrelar este estudo com outras disciplinas (interdisciplinaridade), como por exemplo, a leitura e interpretação de textos, onde em problemas matemáticos podemos encontrar esta leitura e interpretação, se o indivíduo não tem habilidades em interpretar textos, ele sentirá dificuldades em resolver os problemas matemáticos.

Para Smole e Diniz (2001, p. 72). “para que as dificuldades sejam superadas, e para que não surjam dificuldades, é preciso alguns cuidados desde o início da escolarização, ou seja, desde o período da alfabetização”. Para tal concepção, o professor sempre deverá estar alfabetizando/letrando, não importa o grau de escolaridade que ele esteja lecionando, mas sim o objetivo de buscar sempre a melhoria dos alunos, porém bem sabemos que desde o momento de alfabetizar é de extrema importância que o professor seja dedicado e busque sempre alternativas de alfabetizar por meio da realidade do aluno, pois assim facilitará o processo.

3. ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS PARCIAIS

Por meio dos questionários aplicados junto ao corpo docente de uma escola particular no distrito de Icoaraci, na cidade de Belém/PA, foi possível perceber que os discentes sentem extrema dificuldade em mediar o conhecimento matemático de forma que o aluno apreenda significativamente o que está sendo mediado.

Das discentes participantes da pesquisa, 100% compreendem a matemática como uma ciência abstrata e utiliza jogos para facilitar o aprendizado dos alunos, porém, assim compreendem que há uma necessidade de realizar práticas pedagógicas inovadoras, mas sentem dificuldades em planejar suas aulas de forma que integrem os conteúdos curriculares e a ludicidade.

Outro ponto de relevante importância foi que 80% das discentes aplicam atividades que os alunos compreendam que a matemática é uma ciência que eles utilizam e/ou utilizarão no seu cotidiano, entendendo suas necessidades de aprendizagem desta ciência.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O referente estudo abordou assuntos relacionados à edificação do conhecimento matemático, em que se pôde perceber que esta ciência abstrata que trabalha de forma direcionada à vida cotidiana dos indivíduos, porém é importante que esta seja apresentada para os educandos através de mecanismos compreensivos e que os mesmos possam ser seduzidos por esta ciência, e não tendo medo. Alguns questionamentos foram feitos acerca deste estudo, focalizando o ensino de matemática de forma lúdica, envolvendo o aluno no processo. É imprescindível destacar que ao longo desta investigação, foi constatado que os recursos materiais devem ser acoplados com o que está sendo mediado, não usando somente os cadernos ou somente os livros didáticos, mas que estes se integram para juntos facilitarem a aprendizagem. Consequentemente o aluno poderá ficar mais próximo da matemática, buscando envolvê-la no seu dia-a-dia, contudo basta aplicar de forma correta e pensada, pois a matemática integra a leitura e a interpretação.

Portanto é de extrema importância compreendermos que para a matemática é uma ciência usada no cotidiano de todos os indivíduos e esta deve ser mediada de forma em que todos estes possam se sentir familiarizados, pois esta acompanhará os alunos por muitos anos de suas vidas, para isso, se tem a necessidade de utilizar a ludicidade e envolver os alunos em um processo de ensino e aprendizado significativo, com isso se tem a necessidade de pensar em métodos inovadores na mediação do conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

- GRANDO, R. C. O jogo e a matemática no contexto de sala de aula. São Paulo: Papirus, 1995.
- GROENWALD, Cláudia L. O.; TIMM, Ursula Tatiana. Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br>, Fevereiro, 2002.

SMOLE, Katia Stocco. Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre, Ed. Artmed. 2001.

LIMA, Telma Cristiane Sasso de; MIOTO, Regina Célia Tamasso. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. Rev. Katál. Florianópolis, v.10, n. esp. p. 37-45, 2007.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. Fundamentos de Metodologia Científica. São Paulo. Atlas. 2007.

MENDES, Iran Abreu. Tendências metodológicas do ensino de matemática. Belém, Ed. UFPa. 2008.

TOLCHINKY, Liliana; TEBEROSKY, Ana. Além da alfabetização. São Paulo. Ed. Ática. 2002.



A DESIGUALDADE TRIANGULAR A PARTIR DO USO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS.

Paulo Ricardo Santos de Moura
Universidade do Estado do Pará
paulomoura111013@outlook.com

Natanael Freitas Cabral
Universidade do Estado do Pará
Natanfc61@yahoo.com.br

RESUMO

Sabe-se que a prática de ensino baseada numa abordagem partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, é comprovadamente insuficiente, não se pode garantir a aprendizagem do aluno pelo simples fato da reprodução de exercícios. Diante de tais dificuldades, é preciso que o professor mude sua postura e permita que o aluno, sob sua orientação, descubra e redescubra princípios e semelhanças nos resultados de atividades executadas em sala de aula, possibilitando que o aluno perceba estratégias matemáticas evidenciadas na construção do conhecimento. Logo é necessário pensar em metodologias alternativas que visem a ressignificação dos conceitos ensinados em sala de aula, possibilitando ao professor uma modernização de sua prática educativa e a oportunidade de reconstrução do conhecimento matemático por parte do aluno. Este artigo é do tipo descritivo, e é resultado parcial de uma pesquisa científica, e tem por objetivo estudar as potencialidades de uma Sequência Didática para o ensino/aprendizagem da Desigualdade Triangular. Nele será apresentado um material concreto e trechos de uma Sequência Didática para reconstruir o conceito da Desigualdade Triangular, será também explanado os procedimentos de aplicação com um grupo de 4 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede estadual de ensino da região metropolitana de Belém da Pará.

Palavras-chave: Desigualdade Triangular. Sequências Didáticas. Educação Matemática

1 Introdução

Em geral o ensino de Geometria tem sido negligenciado na escola básica e há, pelo menos, duas razões para esse fato. Uma delas é a falta de conhecimento por parte dos professores sobre este ramo do conhecimento matemático em função da pouca ênfase dada nos cursos de formação e a outra está ligada à importância exagerada atribuída ao livro didático cuja ênfase tem sido a apresentação de um conjunto de fórmulas e definições prontas e acabadas nos finais dos capítulos (CLEMENTE *et al*, s/d *apud* LORENZATO, 1995).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam a importância do estudo de Geometria que também serve de instrumento para outras áreas do conhecimento:

O aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (CLEMENTE *et al*, s/d *apud* BRASIL, 1997, p. 39).

Além disso, dependendo de como são trabalhados os conceitos geométricos existem muitas possibilidades para que o aluno explore, represente, construa, discuta, investigue, perceba, descubra e descreva propriedades, o que é fundamental no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Assim, a geometria pode contribuir para o desenvolvimento da capacidade de abstrair e generalizar.

De acordo com Costa (2015 p. 68) o ensino de geometria, particularmente o estudo dos triângulos, no ensino básico é visto com muita dificuldade tanto pelos professores quanto pelos alunos, porque estes se sentem desmotivados e desinteressados por conta da dificuldade da disciplina.

Pensando na melhoria da qualidade do ensino da escola pública, em particular no nível fundamental, sobretudo no campo da geometria, e especificamente sobre o conteúdo da Desigualdade Triangular, que é a condição de existência do triângulo. Este artigo é do tipo descritivo, e é resultado parcial de uma pesquisa científica, tem por objetivo estudar as potencialidades de uma Sequência Didática em combinação com o uso de um material concreto para o ensino/aprendizagem da Desigualdade Triangular.

Para coletar os dados será utilizado a sequência didática e o sistema de vídeo gravação. Já para analisar, será utilizada a Análise microgenética e a análise do discurso, a primeira apontada por Góes (2000) como sendo um registro minucioso das interações verbais entre os sujeitos da pesquisa, enfatiza as interações, o discurso e a construção do conhecimento, sendo necessário fazer um recorte dos processos interativos, transcrever os detalhes e situações de aprendizagem em ordem cronológica, e a segunda elaborada por Mortimer e Scott (2000), é utilizada para identificar padrões interativos entre sujeitos no ambiente de sala de aula, procura compreender quais mecanismos e condições que favorecem a construção de significados.

2 A dificuldade do ensino de Geometria no Brasil

Há algum tempo atrás os assuntos de Matemática encontrados nos livros didáticos referentes aos campos da aritmética e álgebra sempre foram muito extensos e, além disso, receberam bastante ênfase, já o conteúdo de geometria na maioria das vezes era relegado, isto é, colocado em segundo plano, pois nos livros didáticos do ensino básico o conteúdo de geometria era visto nos finais dos capítulos, contribuindo, assim para que os alunos não os estudassem, pois quase sempre o professor não conseguia apresentar todo o conteúdo que antecedia o referente à Geometria (COSTA, 2015, p. 15).

A partir de 1990, o ensino de Geometria no Brasil, após décadas de marginalidade, tem sua importância cada vez mais reconhecida pelos profissionais de sua área, vários autores como (PAVANELLO, 1993; ARAÚJO, 1994; KALEFF, 1994; KALEF *et al*, 1994; FAINGUERLERNT, 1995, 1999; LORENZATO, 1995) se posicionaram a favor da importância do ensino de Geometria nas unidades escolares, apresentando argumentos históricos e pedagógicos para tal justificativa (ANDRADE, TAHIM e CHAVES, 2016. p. 233).

A Geometria aparece intercalada com outros assuntos, mas ainda causa um desconforto aos professores, devido à falta de tempo e identificação por parte dos docentes para o ensino desse conteúdo. Dentre os diversos assuntos matemáticos estudados em Geometria, atentamos para o estudo dos triângulos, pois verificamos a importância dada por Costa (2015. p. 15) quando afirma que o triângulo é uma das figuras geométricas mais estudadas nesse ramo da matemática, por ser o polígono mais simples e apresentar uma série de propriedades particulares de utilidade prática.

De um modo geral, podemos perceber que o processo de ensino e aprendizagem de matemática é problemático. Os alunos possuem dificuldade em aprender os assuntos referentes a geometria, por conta da própria dificuldade de abstração e formalização que é dado para esse campo da matemática. Para Brasil (1997):

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupunha que o aluno aprendia pela reprodução. Considerava-se que uma reprodução correta era evidência de que ocorrera a aprendizagem (BRASIL, 1997. p. 30)

De acordo com Brasil (1997. p. 30), sabe-se que essa prática de ensino é comprovadamente insuficiente, não se pode garantir a aprendizagem do aluno pelo simples fato da reprodução de exercícios. Essa prática é caracterizada, dentre outras maneiras, pela

formação de um cidadão apático, cego, sem criatividade e iniciativa que são resultados de um ensino desvinculado da realidade de quem aprende, valorizando demais a compreensão instrumental, apresentando conteúdo/assuntos de forma acabada e pronta, priorizando a memorização mecanizada em detrimento da compreensão das ideias e conceitos (SÁ, 2009, p.22).

Para Sá (2009, p.22) o Ensino atual de Matemática deve contribuir para o desenvolvimento da autonomia competente dos indivíduos, ou seja, a formação de um cidadão universal capaz de tomar decisões a partir de suas próprias análises. São características dessa autonomia competente, dentre outras, a participação ativa do estudante no processo de ensino e aprendizagem, e a articulação entre compreensão instrumental e compreensão relacional implicando na memorização como consequência da construção dos conceitos.

Para Cabral (2004, p.22) o grande desafio do professor que trabalha com a linguagem matemática diante do modelo tradicional de ensino que não favorece uma aprendizagem satisfatória é conseguir se adaptar as mudanças que surgem no momento atual em que vive e inseri-las em sua prática educativa. Esse autor ainda destaca que é preciso se empenhar na busca de metodologias alternativas que possibilitem desfazer as barreiras imposta pela modernidade.

Diante de tais dificuldades, é preciso que o professor mude sua postura e permita que o aluno, sob sua orientação, descubra e redescubra princípios e semelhanças nos resultados de atividades executadas em sala de aula, possibilitando que o aluno perceba estratégias matemáticas evidenciadas na construção do conhecimento. Sendo assim, o desenvolvimento de atividades de ensino-aprendizagem focadas na redescoberta e que tenha como fio condutor a investigação é essencial (SÁ, 2009, p.23). Este artigo apresenta uma organização dessas atividades por meio de uma sequência Didática como método alternativo que vise a ressignificação dos conceitos ensinados em sala de aula

3 Importância do Ensino de Matemática por meio de Sequências Didáticas

A prática educativa deve ser entendida pelos professores como uma prática reflexiva constante, e nunca se reduzir aos momentos em que se produzem os processos de ensino dentro de sala de aula, toda intervenção pedagógica deve ter um antes e um depois, um planejamento e uma avaliação que se constituem uma parte inseparável da atuação do

professor. Assim deve ser levada em consideração a realidade da aula, onde estão estreitamente vinculados o planejamento, a aplicação e a avaliação. Nesse sentido, propomos buscar melhorar a prática educativa e o ensino de matemática por meio das sequências de atividades ou sequências didáticas que determinam as características diferenciais da prática educativa (ZABALA, 2010, p. 17).

Para Zabala (2010, p. 18), uma sequência didática pode ser definida como sendo: “Um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. Além de Zabala (2010), Costa e Peretti (2013, p. 6), denominam Sequência Didática como sendo um conjunto de atividades integradas, organizadas de tal maneira que cada etapa facilite o alcance dos objetivos propostos pelo professor, envolvendo atividades que permitem a avaliação do aluno. Para utilizar a Sequência Didática, foi elaborado um instrumento de apoio denominado Material Concreto.

4 Material concreto como recurso pedagógico

Para trabalhar com uma sequência didática é indispensável apresentar ao aluno atividades práticas, lúdicas com material concreto e inovador apresentando desafios cada vez maiores aos alunos possibilitando a construção do conhecimento (COSTA E PERETTI, 2013, p. 6).

Para os autores Costa (2015, p. 49) e Lino, Júnior e Oliveira (2015, p. 203) o uso de atividades lúdicas como instrumento de ensino podem trazer resultados satisfatórios para o aprendizado dos alunos, promovendo um melhor entendimento teórico, estimulando o interesse e despertando o raciocínio matemático.

Sabendo das dificuldades apresentadas pelos alunos durante o processo de ensino, Costa (2015, p. 48) ressalta a importância do uso de materiais concretos, pois no processo de ensino e aprendizagem é importante para os alunos o aspecto visual, porque dará estímulos para que possa pensar e raciocinar matematicamente, facilitando a dedução dos conceitos que pretendem ser assimilados pelos alunos.

Logo, percebe-se que o ensino de conteúdo teórico juntamente com o uso de materiais concretos se torna mais interessante, e de fácil compreensão pelos alunos. Porém, não se pode dar ênfase ao instrumento, aspecto ilustrativo, mas sim as operações que com eles se realizam. As atividades devem ser desenvolvidas de tal forma que ajude o aluno a desenvolver o

raciocínio lógico matemático (CARVALHO, 1990. *apud*. LINO, JÚNIOR E OLIVEIRA, 2015. p. 107)

5 Método

A atividade empírica foi aplicada com um grupo de 4 alunos do 8º ano. Três meninos e uma menina. Dois dos meninos tinham idade de 14 anos e um de 13 anos, e a menina tinha 13 anos. Todas as observações foram realizadas numa Escola pública Estadual de Ensino Fundamental e Médio localizada no município de Belém do Pará. E tinha por objetivo Reconstruir o conceito de Desigualdade Triangular por meio da utilização de Sequências Didáticas.

A seleção dos 4 alunos foi realizada em sala de aula por meio de um sorteio, cujo o critério se baseou na condição de que o participante não fosse fazer a prova de Matemática de recuperação, já que a aplicação da pesquisa coincidiu com o período agendado para as aulas de preparação para a prova. Depois de estabelecido o critério de seleção foi repassado uma lista para os alunos assinarem e com base na sequência numérica da lista foi realizado o sorteio. Concorreram 9 de um total de 48 alunos. O sorteio ocorreu da seguinte forma: O primeiro aluno sorteado teve o direito de escolher outro aluno com o qual tivesse mais afinidade, e o segundo sorteado escolheu outro da mesma forma que o primeiro, dessa maneira ficou garantido que haveria as interações verbais durante a atividade, por conta da afinidade entre os participantes.

Colaborou com a pesquisa o professor da turma do 8º ano, Daniel, que possibilitou a diálogo com os alunos e agendou o primeiro encontro. Os registros em áudio e vídeo foram feitos pela amiga e estagiária de Biologia da escola Karoline Maia.

A aplicação da atividade ocorreu em dois encontros, o primeiro no dia 18 de agosto de 2017, na sala do vice-diretor e o outro no dia 30 de agosto de 2017 na sala multifuncional. No total foram ministradas 4 aulas, dois em cada dia com duração de 45 minutos cada aula.

Para a reconstrução do conceito da Desigualdade Triangular a Sequência Didática foi organizada em 6 atividades, uma delas para avaliação da aprendizagem. Como ainda não foi realizado o tratamento dos dados, será descrito de forma sucinta apenas quatro delas e será realizado o recorte de alguns trechos, em branco, que fazem parte do desenvolvimento da Sequência Didática, conforme segue:

Questão 7) De acordo com suas respostas anteriores preencha a tabela que segue:

Tabela 1: Descrição Material Concreto

	Material Concreto						Número total de peças
	Vermelha	Azul	Verde	Alaranjado	Roxo	Amarelo	
Número de peças							
Medida do lado em centímetros (cm)							

EDUCAÇÃO
ESTADO DO

Questão 5) É possível construir um triângulo usando a medida do lado de três quadrados: um de lado **6 cm**, outro de lado **6 cm** e por último um de lado **4 cm**?

R: _____

Questão 6) É **sempre** possível construirmos um triângulo com a medida dos lados de três desses quadrados? Se **não**, dê pelo menos dois exemplos em que isso aconteça.

R: _____

Figura 1: Atividade 1
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 2: Atividade 2
Fonte: Elaborado pelo autor

Na atividade 1, o aluno preencherá a tabela com a resposta de perguntas realizadas anteriormente a ela. Questões de 1 a 6. O objetivo desta atividade é promover um momento de exploração, reconhecimento e familiarização com o instrumento didático que será utilizado.

Na atividade 2, é composta por 6 questões, serão dados três números que correspondem a medida de comprimento dos lados dos quadrados ou simplesmente serão dadas três cores e o aluno associará as respectivas medidas, então será solicitado que ele tente formar triângulos com a medida dos lados dos quadrados. O objetivo é reconhecer que a formação de triângulos a partir das medidas de três segmentos nem sempre é possível.

Questão 1) Na tabela abaixo, **a**, **b** e **c** representam três medidas de comprimento, em centímetros. Complete a tabela escrevendo o resultado de **b + c**, **a + c** e **a + b** e **Sim** ou **Não** para as seguintes desigualdades: **a < b + c**, **b < a + c** e **c < a + b**.

a	b	c	b + c	a + c	a + b	a < b + c	b < a + c	c < a + b
3	4	5						
8	8	4						
3	3	3						
6	8	3						
6	6	4						
3	6	12						
5	5	10						
3	3	8						
4	5	10						
3	3	6						

Agora, utilizando o **Kit Q**, construa, se possível, triângulos com as medidas dadas em cada linha da tabela.

A
atividade
4 é

Atividade 5

Objetivo: Formalizar a definição de Desigualdade Triangular

Agora vamos definir matematicamente a regra de condição de existência de triângulos? Então, complete as lacunas que seguem com algumas das **palavras principais** aprendidas durante as atividades. Em todo _____, a _____ de cada um dos _____ é sempre menor do que a soma das _____ dos outros dois _____.

Figura 3: Atividade 4
Fonte: Adaptado de Cavalcante (2001) pelo autor

organizada inicialmente por uma tabela, cujo objetivo é identificar a relação existente entre a medida de um lado do triângulo e a soma dos outros dois, conforme aponta cada desigualdade. Ela consiste em resolver a soma das medidas dadas e comparar essa soma em cada desigualdade e marcar SIM quando se verificar a sentença verdadeira e NÃO quando se verificar o contrário. Essa é considerada a Sequência mais importante, pois articula com as outras 3 sequências anteriores e favorece um ambiente de descoberta de padrões/regularidades que são fundamentais para a compreensão e construção da regra de existência dos triângulos, ou seja, a Desigualdade Triangular. Já a atividade 5, é a oportunidade dada ao aluno de chegar por conta própria na definição formal, ou seja não é o professor que define a propriedade, mas sim o próprio aluno munido dos conhecimentos adquiridos até aquele momento.

Para o desenvolvimento empírico apresentamos o material concreto, chamado de Kit Q, que é um recurso metodológico de criação pessoal composto por vinte e uma peças no formato de Quadrados, daí ter sido batizado de Kit Q, com cores diferentes e adesivadas, além de medidas de lados também diferentes, confeccionados com placas de acrílico transparente de 2mm de espessura conforme características da tabela e imagem que seguem:

Material Concreto		
Número de Peças	Cor	Medida do lado (cm)
3	Vermelho	3
3	Azul	4
3	Verde	5
3	Alaranjado	6
3	Roxo	8
3	Amarelo	10
3	Rosa	12
Número total de peças: 21		

Figura 5: Tabela
Fonte: Elaborado pelo autor



Figura 6: Kit Q
Fonte: Elaborado pelo autor

Por que se utilizou peças quadradas com essas medidas específicas e não canudos de refrigerantes de diversos tamanhos como aqueles apresentados por Costa (2015, p. 62)? Porque se pensou na possibilidade de elaboração futura de outras Sequências Didáticas visando explorar ao máximo as potencialidades do material concreto. Sendo assim, o Kit Q poderá ser usado em Sequências Didáticas para o aprendizado da classificação dos triângulos (Tri) quanto a natureza dos lados (Escaleno, Isósceles e Equilátero) e também da classificação do triângulo (Tri) quanto aos tipos de ângulos (Retângulo, Acutângulo e Obtusângulo), além de uma Sequência para explorar a propriedade do Teorema de Pitágoras, conforme podemos observar nas figuras abaixo:

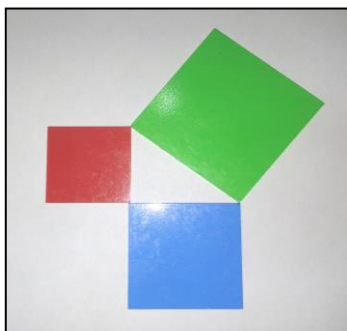


Figura 7: Tri. Escaleno
Tri. Retângulo
Fonte: Elaborado pelo autor

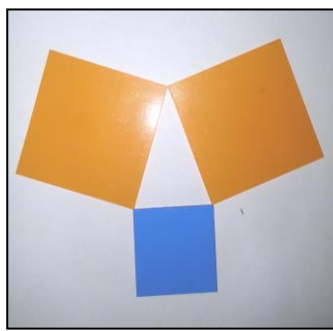


Figura 8: Tri. Isósceles
Tri. Acutângulo

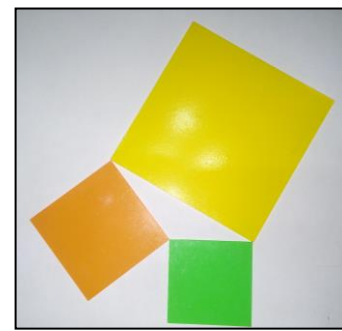


Figura 9: Tri. Escaleno
Tri. Obtusângulo

6 Considerações

Diante das dificuldades encontradas na elaboração da Sequência Didática e confecção do material concreto ao longo do tempo, foi possível a aplicação dessa atividade empírica cuja análise dos resultados está em fase de tratamento, já podemos perceber a potencialidade da Sequência Didática composta pelas 6 etapas. Encontramos algumas dificuldades na interpretação do texto, mas logo foi esclarecido mediante ajuda do professor. Vale ressaltar que uso de material concreto foi bastante motivador, despertou o interesse pela atividade e contribuiu para facilitar o raciocínio matemático do aluno.

REFERÊNCIAS

AMORIM, Maria da Paz Nunes de. **Uma abordagem da generalização do teorema de pitágoras numa turma do 9º ano do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro - BA, 2015. Disponível em: <<http://www.profmatsbm.org.br/dissertacoes?pag=51>>. Acesso em: 8 de ago. 2016.

ANDRADE, Francisco Ari de; TAHIM, Ana Paula Vasconcelos de Oliveira; CHAVES, Flávio Muniz. (Orgs.) **Educação, saberes e práticas**. Curitiba: CRV, 2016. p. 233-250. Disponível em: <http://www.ledum.ufc.br/arquivos/produtos/capitulos/Geometria_Educacao_Infantil_Ensino_Fundamental_Contribuicoes_Fiplan.pdf>. Acesso em: 15 de jun. 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CABRAL, Natanael Freitas. **O Papel das Interações Professor-aluno na Construção da Solução Lógico-aritmética Otimizada de um jogo com regras**. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal do Pará. Belém (PA), 2004. Disponível em: <http://www.repositorio.ufpa.br:8080/jspui/bitstream/2011/1760/1/Dissertacao_PapelInteracoesProfessoraluno.pdf>. Acesso em: 4 de ago. 2016.

CAVALCANTE, Luiz G; et al. **Mais Matemática**. 7ª série. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2001.

CONDURÚ, Marise Teles; MOREIRA, Maria da Conceição Ruffeil. **Produção científica na universidade: normas para apresentação**. Belém: EDUEPA, 2004. 126p.

COSTA, Dayanne Ferreira. **Atividades Lúdicas para o Ensino de Triângulos em Aulas de Geometria**. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal de Goiás. Regional Catalão, Programa de Pós – Graduação em Matemática (PROFMAT - Profissional) Catalão, 2015.

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ- 1007 p. - ISBN 2558-7660

Disponível em: <<http://www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes?pag=51>>. Acesso em: 23 de set. 2016.

COSTA, Gisele Maria Tonin da; PERETTI, Lisiane. Sequência Didática na Matemática. Instituto de Desenvolvimento Educacional do Alto Uruguai – IDEAU. **Revista de Educação do IDEAU. Vol. 8 – Nº 17** - Janeiro - Junho 2013 Semestral.

CLEMENTE, João Carlos *et al.* **Ensino e Aprendizagem da Geometria:** Um estudo a partir dos periódicos em educação matemática. Universidade Federal de Juiz de Fora. UFJF. s/d. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/ENSINO-E-APRENDIZAGEM-DA-GEOMETRIA-UM-ESTUDO-A-PARTIR-DOS-PERI%C3%93DICOS-EM-EDUCA%C3%87%C3%83O-MATEM%C3%81TICA.pdf>>. Acesso em: 16 de jun. 2017.

GOÊS, M. C. R. de. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural:** uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade. v. 20, Campinas: Cadernos Cedes, 2000. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v20n50/a02v2050.pdf>>. Acesso em: 12 de Nov. 2016.

LINO, Eliedete Pinheiro; JÚNIOR, Antonio da Silva Gomes, OLIVEIRA, Isabela Caren Maffi. Uso de Materiais Concretos no Ensino da Desigualdade Triangular. Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. **Revista Interdisciplinar de Educação do Campus de Três Lagoas/ MS – CPTL/UFMS V. 1.** 2015. Disponível em: <<http://seer.ufms.br/index.php/anacptl/article/view/1922/1259>>. Acesso em: 15 de out. 2016.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de matemática no nível fundamental.** Belém: EDUEPA, 2009. 100p.

SOUZA, Eva Santos de; CABRAL, Natanael de Freitas. O Laboratório de Educação Matemática – LEMA/UNAMA – e a Psicologia Histórico – Cultural: Uma Aproximação da Formação Inicial na Licenciatura em Matemática com o Ensino e a Pesquisa. **Revista Cocar.** Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará. v.4, n.7. Belém: EDUEPA, jan/jun/2010.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa:** como ensinar. Tradução Ernani F. da F. Rosa-Porto Alegre: Artmed, 1998. 224p. reimpressão, 2010.



A EFICÁCIA DOS JOGOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÃO

Ellen Cristina Carvalho Rodrigues

Universidade do Estado do Pará

ellencarvalho@uepa.br

Maurício Matheus Pessoa Melo

Universidade do Estado do Pará

Mauriciomelooficial@gmail.com

RESUMO: O presente trabalho tem como objetivo analisar o ensino de frações através de jogos sobre esse conteúdo, com o intuito de saber se a quebra no método tradicional de ensino e a utilização de jogos como instrumentos auxiliares no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de frações, são eficazes para uma aprendizagem mais significativa ao aluno, visando preencher as lacunas na base que servirá de alicerce para outros conteúdos matemáticos e descobrindo quais os impactos que essa quebra de paradigma implicará no aluno. Para isto a pesquisa será feita em uma escola da rede pública municipal de Belém, com alunos do 6º e 7º ano do ensino fundamental, sendo essa uma pesquisa de cunho qualitativo, utilizando o enfoque empírico, pois faz uso das técnicas qualitativas e priorizam o objeto de estudo por meio da observação da origem dos dados. E a tendência abordada será de a de jogos na educação matemática, tendo em vista que o jogo está sendo proposto como um recurso de aprendizagem e assimilação de forma mais rápida.

Palavras-chave: Ensino de Frações. Jogos Matemáticos. Ensino-Aprendizagem Matemática.

Introdução

É notório que no processo de aprendizagem matemática, muitos alunos possuem algum tipo de dificuldade, no ensino de Frações não é diferente, as lacunas são visíveis desde a base, que os alunos não possuem, ou até mesmo na ausência das novas metodologias de ensino dentro do ambiente escolar. Segundo Santos (2007) alguns alunos adquirem noções incompletas dos conceitos, vaga ideia do algoritmo, podendo aprender como somar ou dividir frações, mas de forma mecânica, sem verdadeira compreensão do que estão fazendo. Complementando com Mota (2009) os jogos são um instrumento que podem ajudar a desenvolver competências, mas que não dispensam a intervenção do professor para ajudar a desenvolver e a consolidar essas competências, pois o professor passa a ser ferramenta fundamental.

Por meio de uma pesquisa qualitativa, realizada em uma escola de Belém do Pará, buscaremos responder os seguintes questionamentos: o auxílio do jogo torna o conteúdo mais atraente? A Fuga do cotidiano papel-lápis facilita a aprendizagem? Fração pode ser ensinada de forma divertida e eficaz? O rendimento escolar aumentaria?. E analisando tais questionamentos a pesquisa que, de alguma forma, será ferramenta para responder alguns desses questionamentos também poderá instigar pesquisas futuras como meio de melhorar a aprendizagem matemática.

Com uma pesquisa de cunho qualitativo, utilizando o enfoque empírico, pois faz uso das técnicas qualitativas e priorizam o objeto de estudo por meio da observação da origem dos dados. É importante ressaltar a revisão bibliográfica de alguns autores, pois para Rudio (2007, p.71) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados. Sendo assim, ele coloca a pesquisa diagnóstica como sendo parte da pesquisa descritiva, assim, todo e qualquer estudo se faz necessário estudos anteriores que auxiliem em novos testes e gerem novas descoberta de modo que o ensino da matemática esteja em constantes transformação.

Revisão Teórica

O tradicionalismo ainda é muito presente no ensino da matemática, onde o professor escreve no quadro aquilo que julga ser importante, sem se preocupar muito se o aluno realmente compreendeu o assunto ou está apenas repetindo processos meramente decorados, o que pode favorecer na falta de interesse e desestímulo dos alunos na aprendizagem. Pasdiora (2008) afirma que atualmente ensinar matemática de maneira eficaz e significativa é muito desafiante para os professores, visto que os alunos não conseguem ver aplicabilidade em um assunto tratado com tanta abstração por parte do professor. Cavaliere (2005) compartilha do mesmo ponto de vista, denotando que o pouco uso das frações no cotidiano é uma das razões pelas quais as crianças têm uma grande dificuldade em aprender sobre esse assunto já que não estão familiarizadas com o mesmo. Afirma também que:

“Além disso, são apresentadas várias regras para operar com frações. A criança não tem um verdadeiro aprendizado, ela não compreende o que está fazendo e apenas se repete os procedimentos ensinados pelo professor de maneira mecânica. (p. 32)”

Existem muitos outros recursos metodológicos, sem ser o quadro e o livro didático, que atendem e estimulam o ensino e aprendizagem matemática e propiciam ao aluno participar do processo da construção de conhecimento, deixando de ser apenas um receptor de conteúdo. Deste modo, o professor deve buscar alternativas didáticas que sejam atrativas aos

alunos, prendam sua atenção e despertem o interesse em buscar saber mais sobre o assunto, tendo assim uma aprendizagem de forma mais significativa.

Para Moreira e Masini (2001) a aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, associando o conteúdo com um recurso que faça parte do cotidiano do aluno ou que represente a matemática de forma mais atrativa para o mesmo. Acrescentando, dizem que para haver a Aprendizagem Significativa se faz necessária duas condições: a de o aluno ter disposição de aprender e o material a ser aprendido tem que ser potencialmente significativo, ou seja, psicologicamente e logicamente significativo”.

Tanto os métodos de ensino quanto o currículo escolar, devem atender às necessidades dos alunos, buscando estar de acordo com a realidade deles. No momento em que a disciplina se relaciona mais com questões ligadas ao cotidiano, passa a fazer mais sentido ao aluno, e este se sente mais motivado em aprender. O uso de materiais lúdicos e concretos ajudam na percepção de possíveis alternativas para um determinado problema, ocasionando aos poucos uma absorção de conceitos e compreensão de processos dedutivos.

A utilização de jogos em sala de aula desempenha um papel importante no ensino da matemática, pois traz o lúdico para a escola como recurso didático, não apenas como um momento recreativo, mas sim um momento de aprendizagem e socialização de saberes. Os jogos podem agregar bastante na motivação do aluno, porém, é de suma importância que o ato de jogar se transforme em um momento de aprendizagem e não atos de repetições mecânicas.

Nessa perspectiva, Grandó (2000) inserir o jogo no contexto de ensino de Matemática representa uma atividade lúdica, envolvendo o desejo e o interesse do jogador/aluno pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites, na busca da vitória.

Mota (2009) destaca que o jogo é um facilitador da aprendizagem devido ao seu caráter motivador e um recurso didático que pode levar o aluno a gostar mais de matemática, mais ainda, por ser um recurso que permite ao educador fazer a mediação entre as possibilidades dos alunos e as exigências da sala de aula. Por Grandó (2000) ,

O professor de Matemática se apresenta como um dos grandes responsáveis pelas atividades a serem desenvolvidas em sala de aula. Portanto qualquer mudança necessária a ser realizada no processo ensino-aprendizagem da matemática estará sempre vinculada à ação transformadora do professor. (GRANDÓ, p.28,2000).

Complementando o pensamento, Vygotsky (1984) diz que o educador deve interferir na zona de desenvolvimento potencial das crianças, provocando avanços que não ocorreriam

espontaneamente. Como a criança não tem condições de aprender tudo sozinha, é necessário a intervenção de outras pessoas para que haja o desenvolvimento de potencialidades.

Com isso é visível que o acompanhamento e a metodologia que será trabalhada é de fundamental importância para que o aluno aproprie-se dessa aprendizagem significativa.

Metodologia

Os dados para análise serão colhidos em uma escola da rede pública municipal da cidade de Belém do Pará, com alunos do 6º e 7º ano do ensino fundamental. A pesquisa será dividida em dois momentos dentro de sala, no primeiro momento haverá uma introdução de noções básicas do conteúdo a ser trabalhado. No segundo momento serão entregues os jogos, que estão descritos no próximo tópico, aos alunos e haverá a realização de atividades elaboradas pelos pesquisadores. Logo em seguida o aluno responderá um questionário sobre as atividades, que implicam sobre como foi sua aceitação sobre a pesquisa e se o que foi ensinado teve significado para esse aluno. O questionário conterá perguntas do tipo: Qual dos jogos aplicados você teve maior dificuldade? Qual o motivo dessa dificuldade citada acima? No jogo em que você teve facilidade, qual o fator tornou o jogo mais acessível? Qual sua maior dificuldade em aprender frações? De acordo com os ensinamentos repassados, conceitue frações.

Sendo realizada as aplicações dos jogos buscaremos analisar os dados, com uma abordagem usada na pesquisa será qualitativa com base em análises de dados fornecidos pelos alunos e nas respostas obtidas nos questionários. O enfoque será o empírico, pois faz uso das técnicas qualitativas e priorizam o objeto de estudo por meio da observação da origem dos dados, com a visita em locus, e tendo como principal sujeito de estudo o aluno. A tendência abordada será de a de jogos na educação matemática, tendo em vista que o jogo está sendo proposto como um recurso de aprendizagem e assimilação de forma mais rápida.

Então, com os dados analisados e já com resultados da pesquisa, buscaremos identificar quais as dificuldades os alunos encontram no conteúdo e na utilização do jogo para desenvolver tal conteúdo e sanar os questionamentos que induziram esse trabalho.

Jogos Utilizados

➤ Papa todas:

Este primeiro jogo foi retirado de uma coletânea de jogos e materiais manipuláveis do programa de alfabetização de jovens e adultos da Fundação Bradesco. Tem como objetivos: compreender o conceito de fração; comparar frações com diferentes denominadores; noção de

equivalência de frações; leitura e representação de frações; resolução de problemas que envolvam frações e realizar cálculo mental com frações. Neste jogo, é usado um baralho com 33 cartas, uma tabela com tiras de frações e as regras do jogo para cada grupo. (ver Figuras abaixo).

1 inteiro															
$\frac{1}{2}$								$\frac{1}{2}$							
$\frac{1}{3}$				$\frac{1}{3}$				$\frac{1}{3}$							
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$			
$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$					
$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$	
$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$	
$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$	
$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$	
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

FONTE: Bradesco (sd). Tira de Frações.

$\frac{3}{7}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{2}$			
$\frac{2}{4}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{1}{3}$		
$\frac{6}{9}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{7}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{3}$	
$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{3}{10}$	

FONTE: Bradesco (sd). Baralho Papa Todas

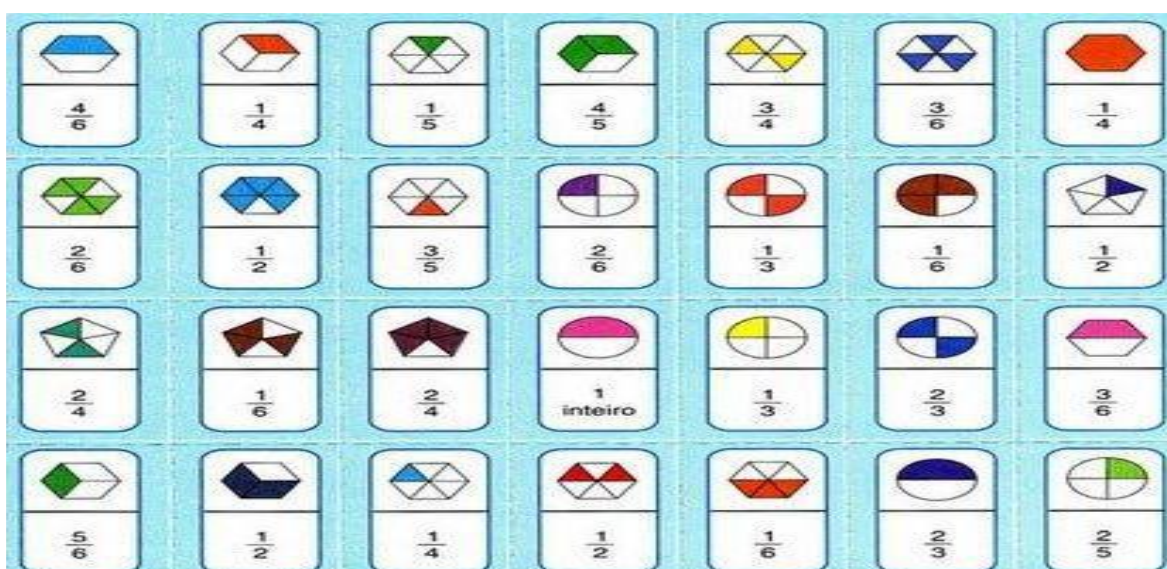
O jogo apresenta os seguintes procedimentos:

- Os grupos formados devem ter de 4 a 5 alunos;
- Todas as cartas do baralho são distribuídas entre os jogadores que não veem suas cartas;
- Cada jogador coloca suas cartas em uma pilha com os números virados para baixo;

- A tabela com as tiras de fração é colocada no centro da mesa de modo que todos a vejam;
- Os jogadores combinam entre si um sinal ou uma palavra;
- Dado o sinal todos os jogadores viram a carta de cima de sua pilha ao mesmo tempo e comparam as frações;
- O jogador que tiver a carta representando a maior fração vence a rodada e fica com todas as cartas;
- Se houver duas cartas de mesmo valor todas as cartas ficam na mesa e na próxima rodada o jogador com a maior carta papa todas, inclusive aquelas que estão na mesa;
- O jogo termina quando as cartas acabarem;
- Vence o jogador com o maior número de cartas

➤ **Dominó de Frações Equivalentes:**

O segundo jogo foi retirado do trabalho de DRUZIAN (2009) e é chamado de *Dominó de Frações Equivalentes*, tem por objetivo o reconhecimento das frações equivalentes, a criança tem a oportunidade de fixar e associar as frações equivalentes e brincar com elas. Neste jogo, as peças do dominó convencional são substituídas por peças de frações equivalentes e representações gráficas (ver Figura abaixo) devendo cada uma delas ficar em peças diferentes, a fim de se encaixarem na hora de jogar.



FONTE: Bradesco (sd). Dominó de Frações Equivalentes

O jogo apresenta os seguintes procedimentos:

- O jogo pode ter 2, 3 ou no máximo 4 participantes;

- As peças serão distribuídas entre elas de forma que todos fiquem com a mesma quantidade, de modo que ninguém consiga ver a peça do outro;
- O primeiro jogador coloca uma peça na mesa;
- O procedimento se repete com os demais à medida que vão surgindo oportunidades;
- O jogador que não tiver uma peça que se encaixe, passa a vez;
- Ganha quem primeiro descartar todas as peças.

Considerações

O trabalho que tem como objetivo analisar o ensino de frações através de jogos sobre esse conteúdo, com o intuito de saber a troca do método tradicional pela utilização de jogos como instrumentos auxiliares no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de frações, é eficaz para uma aprendizagem mais significativa ao aluno. Se tratando de uma pesquisa ainda em andamento, o desejo é de alcançar resultados que enriqueçam nossa vida acadêmica enquanto graduandos de licenciatura em matemática.

É importante ressaltar também que tais melhorias nesse ensino e aprendizagem melhora educação de modo geral, uma vez que o aluno passa se interessar mais pelo ambiente escolar, já que as coisas que ali são ensinadas passam a ter um significado maior e sai do abstrato no qual o aluno de aulas tradicionais geralmente se encontra.

Então, embasados em pesquisas já realizadas, buscamos auxílio, enquanto futuros professores, para que assim possamos fomentar pesquisas futuras as quais acarretem em melhorias no ensino e aprendizagem em nossa área de atuação e que possamos ser essa ferramenta de ensino que priorize a aprendizagem significativa, pois não podemos simplesmente ignorar os saberes pré- adquiridos e assimilados pelos alunos, ser professor é sustentar esses princípios para que alcancemos nossa meta de contribuir para uma Aprendizagem Significativa que favoreça nossos alunos e que essa aprendizagem não seja superficial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRADESCO. Fundação. **Coletânea de Jogos e Materiais Manipuláveis**. Programa de Alfabetização de Jovens e Adultos.

CAVALIERI, Leandro. **O ensino das frações**. Monografia, ano de 2005.

MOTA, Paula Cristina Costa Leite de Moura. **Jogos no ensino da matemática**. Dissertação, ano de 2009.

GRANDO, Regina Célia. **O Conhecimento Matemático e o Uso dos Jogos na Sala de Aula**. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP. Campinas - SP, 2000.

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

MOREIRA, M. A. MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa: A teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro Editora, 2002.

PAIS, Luis Carlos. **Ensinar e aprender matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PASDIORA, Neusa Mara Wanderlinde Leineker. **Jogos e matemática: uma proposta de trabalho para o ensino médio**. Sd.

RUDIO, Franz Victor. **Introdução ao projeto de pesquisa**. 34. ed. Petrópolis - Rj: Vozes, 2007.

SANTOS, Josiel Almeida. FRANÇA, Kleber Vieira. SANTOS, Lúcia Silveira Brum dos. **Dificuldades no Ensino de Matemática**. Trabalho de Conclusão de Curso, ano de 2007.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1984.



A EXPERIÊNCIA NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO: FERRAMENTA IMPORTANTE NA FORMAÇÃO DOCENTE EM MATEMÁTICA

Rodrigo Ismael Lima Horas¹

Universidade do estado do Pará – Campos XI São Miguel do Guamá

rhfazendapadrecicero@gmail.com

Lucas Leonne dos Reis Araújo²

Universidade do estado do Pará – Campos XI São Miguel do Guamá

leonnegohandius@gmail.com

[Sandra do Socorro Miranda Neves³](#)

sandrasmneves@yahoo.com.br

RESUMO

Sabendo que o desenvolvimento da matemática em suas áreas de ensino e aprendizagem representam, historicamente, importantes conquistas para a humanidade diante do que se tem compreendido face à realidade e, ainda, ante às dificuldades encontradas nos processos destinados ao exercício do conhecimento matemático (sessões de ensino, por exemplo), este trabalho trata-se de um relato de experiência de dois estagiários do curso de Licenciatura plena em Matemática da Universidade do Estado do Pará que, mediante a disciplina de Prática de Ensino I, elaboraram o conteúdo deste artigo de acordo com o que lhes fora proposto na disciplina – aproximando-se de estudos, concepções e propostas de diversos pesquisadores, professores, teóricos de modo geral –, considerando o caráter científico e salientando a importância da experiência de estágio supervisionado na formação profissional de professores, a fim de mesclar as observações feitas pelos estagiário em suas práticas de estágio e suas visões estabelecidas previamente durante o tempo de estudo nas séries de ensino fundamental com a formação docente dos mesmos; uma vez que este relato tenha um papel importante a nível acadêmico e essa formação tenha responsabilidades epistemológicas e educacionais.

Palavras-Chave; Estágio, observação, formação profissional

ABSTRACT

Knowing that the development of mathematics in their areas of teaching and learning represent, historically, important achievements for humanity in face of what has been understood in the face of reality and, still, to the difficulties encountered in the processes aimed at the exercise of mathematical knowledge (teaching sessions, for example), this work is an experience report of two trainees of the full Bachelors Degree in Mathematics of the University of the State of Pará who, through the discipline of Teaching Practice I, elaborated the content of this

**ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS
SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ- 1007 p. - ISBN 2558-7660**

article according to what was proposed to them in the discipline - approaching studies, conceptions and proposals of several researchers, teachers, theoreticians in general -, considering the scientific character and emphasizing the importance of supervised internship experience in the professional formation of teachers, in order to merge the observations made by the trainees in their internship practices and their previously established visions during the time of study in the elementary education series with their teacher training; once this report has an important role at the academic level and this formation has epistemological and educational responsibilities.

Keywords: Internship, observation, Professional formation

INTRODUÇÃO

A prática do estágio supervisionado é um processo de mudanças, isto é, durante o momento da experiência nessa prática, o estagiário professor reflete sobre seu perfil na atuação profissional, planejando suas melhores estratégias para o exercício docente e a observação das sessões de ensino é ferramenta importante para elaboração de tais estratégias. Os estagiários sentam e observam o andamento da aula no espaço destinado aos estudantes, mas, o alvo destes docentes em formação é o espaço ocupado pelo professor, ou seja, o pensamento dos participantes volta-se para o que pode ser visto pela perspectiva da atuação do professor.

A observação permite que o estagiário em fase de estágio estabeleça relações entre a teoria estudada na academia com a prática a ser executada e isso possibilita que o mesmo, enquanto futuro licenciado, entre em contato direto com a realidade escolar que encontrará em sua prática docente, podendo assim identificar as principais dificuldades que podem aparecer durante o exercício de sua futura profissão; *“O ato de observar é fundamental para analisar e compreender as relações dos sujeitos entre si e com o meio em que vivem” (SILVA E ARAGÃO 2012).*

No presente trabalho, discorre-se a respeito de atividades voltadas para o desenvolvimento da matemática no âmbito escolar em contraste com as observações feitas durante a experiência nas escolas ao longo da prática de estágio dos estagiário responsáveis por este relato de experiência, identificando e destacando os pontos relacionados entre os trabalhos e atividade realizados pelos docentes do curso na disciplina Prática de Ensino I com os aspectos observados e conhecidos no ambiente em que foi realizado o estágio observacional.

Uma das principais e notáveis características do curso de licenciatura é a proposta de retorno a eventos pelos quais os estagiários já passaram; a esses “eventos”, consideremos agora um como o momento de ensino e de aprendizagem em determinadas turmas de escolas das redes

públicas de ensino – aqui destaca-se a participação dos autores deste trabalho em turmas de ensino fundamental diante dos requisitos apresentados na disciplina citada anteriormente.

Um estudante ocupa-se, em média, durante quatro anos no chamado ensino fundamental maior. Certamente, os que se direcionam para uma graduação que tem relação direta com o âmbito educacional possuem imagens (ou projeções) dos momentos vividos nesse tempo de estudo entre o 6º e o 9º ano do ensino fundamental e conhecem, mesmo que parcialmente, as características do processo educacional escolar; pensando nisso, vê-se o retorno de estagiário da licenciatura com o rótulo de estagiários como um passo importante para a formação dos mesmos.

Os **objetivos** do presente trabalho consistem em fortalecer a identidade e o estatuto epistemológico que, de acordo com Franco (2002), na docência são peculiares – mais especificamente enfatiza-se aqui a docência em matemática; destacar a prática de estágio supervisionado como sendo um pilar importante em nível curricular; explicitar a visão dos estagiários enquanto discentes da licenciatura em matemática, identificando as dificuldades observadas no âmbito educacional em relação ao ensino e aprendizagem da matemática.

Tem-se a experiência vivenciada nos primeiros dias de estágio como principal **método** utilizado para elaboração deste trabalho. Ainda, a participação nas sessões de ensino, com observações, anotações e diálogo com os professores das turmas das escolas, munindo-se com orientação da docente responsável pelo estágio supervisionado junto com o que fora estudado e apresentado no decorrer da disciplina, em conjunto, constituem grande parte dos fundamentos metodológicos aqui presentes, completando-se assim a metodologia utilizada para as abordagens feitas no conteúdo do presente artigo.

Observar um evento é diferente de lê-lo. Apresentar trabalhos com conteúdo apenas para exposição não satisfaz as necessidades profissionais da formação docente. A partir disso, destaca-se aqui a importância da atuação além do ambiente acadêmico, mediante pesquisa, partindo das limitações espaciais da academia para adentrar ao espaço das escolas.

“Podemos nesta perspectiva entender como estágio, a atividade que tem em vista a aprendizagem pela interação do indivíduo com a realidade, e a construção e reconstrução do conhecimento na prática, pela análise e reflexão sobre essa mesma prática, apontando para a possibilidade de que a indagação e a pesquisa sejam o cerne da atividade...” (GUERRA, 1999).

Conhecendo esses princípios, tende-se a receber uma validação experimental dentro dos procedimentos metodológicos da disciplina, como por exemplo, em uma apresentação de trabalho.

“O futuro professor pode se ver aí não como um manipulador de instrumentos, executor de atividades das quais nem participa da sua elaboração. Com a prática da reflexão sobre a prática vivida e concebida teoricamente, são abertas perspectivas de futuro proporcionadas pela postura crítica, mais ampliada, que permitem perceber os problemas que permeiam as atividades e a fragilidade da prática” (PICONEZ, 1994:27).

Conforme o andamento do curso, nota-se céleres mudanças de comportamento e de perspectivas por parte dos participantes da formação profissional. Os estagiários do curso acabam adquirindo características próprias conforme os requisitos de cada disciplina. Notamos que oferecer atividades que se correlacionem com o que fora realizado durante as observações externas e projeções prévias proporciona um caráter científico ao que foi praticado e estudado; uma vez que, tratando-se de aprendizagem matemática, conhecer e manter o aspecto científico é de grande relevância.

“A observação é uma ferramenta fundamental no processo de descoberta e compreensão do mundo. O ato de observar pode desencadear muitos outros processos mentais indispensáveis à interpretação do objeto analisado, principalmente se for feito com o compromisso de buscar uma análise profunda dos fenômenos observados.” (ARAGÃO e SILVA, 2012).

Em determinado momento, a experiência com trabalhos escritos e apresentações já não podem ser mantidos dentro das delimitações de uma sala ou um campus. Deve-se partir para o ambiente-alvo (escola) com o intuito de executar o que fora requisitado, procurando identificar fatores que possam vir a causar impedimentos diante do que foi planejado para ser executado, sempre visando promover uma boa execução das atividades que foram destinadas ao local.

“Estágios supervisionados são uma parte importante da relação trabalho-escola, teoria-prática, e eles podem representar, em certa medida, o elo de articulação orgânica com a própria realidade” (KULCSAR, 1991).

Durante a prática de observação, os estagiários podem perceber em quais pontos as escolas se destacam no que se refere à aprendizagem. Essa percepção é importante para a formação futura dos participantes, em vista de que o momento do estágio não é exatamente direcionado para melhorar o ambiente educacional ou a educação em si, mas é um momento no qual os estagiários devem procurar refletir sobre as características, pontos positivos e negativos, a problemática e as circunstâncias presentes no processo de ensino e aprendizagem das escolas, para projetar soluções e melhorias para seu momento de atuação.

Em relação aos problemas que os estagiários podem identificar diante de uma sessão de ensino, sabe-se que, existem desafios e problemas característicos quando se trata de matemática, por exemplo: a responsabilidade do professor diante do caráter epistemológico da matemática, os fatores que dificultam o exercício e a absorção do conhecimento matemático, dentre outros. Aqui são destacados um desafio e um problema - citados acima respectivamente-, características que

podem ser itens importantes a serem observados pelos participantes do estágio supervisionado nas diferentes turmas de diferentes séries.

É fundamental que um professor de matemática apresente um domínio sobre os entes matemáticos a serem estudados em determinado momento, isto é, que ele conheça, essencialmente, o conteúdo que irá transmitir. Entendendo-se a matemática como uma forma peculiar de expressar ou lidar com uma realidade subsistente, isto é, seu caráter científico, os estudantes podem ter reações diferentes diante da interpretação de uma ferramenta que se constitui, principalmente, de abstração; surge aí um momento propício para que o professor utilize de metodologia experimental, tornando-se um investigador, a fim de conhecer as diferentes formas com que os estudantes compreendem as representações matemáticas em torno da realidade.

Um problema a ser destacado aqui - que não fora citado anteriormente - é o momento em que um professor preenche a aula com conteúdo de modo como se estivesse apenas realizando uma tarefa rotineira. O principal fator desse problema está na sua estrutura em nível profissional, uma vez que, do ponto de vista educacional, um professor “conteudista” não pode satisfazer a necessidade de solucionar ou minimizar os problemas de aprendizagem matemática.

A habilidade do professor em sua atuação deve estender-se a oferecer atividades que proponham aos estudantes diferentes formas de interpretação, que despertem a curiosidade e os façam pensar no conteúdo. Utilizar exemplificações com a mesma característica comum, isto é, investir na ideia de que os estudantes identifiquem a semelhança entre problemas e questões para resolvê-los sistemática e sucessivamente, é custoso.

Na experiência com estágio supervisionado, os estagiários podem reconhecer quais métodos utilizados pelos diferentes professores podem representar contribuições para sua formação profissional, procurando observar quais desses métodos oferecem mais subsídios para a aprendizagem dos estudantes, estimulando-os a exercitarem o conteúdo e firmarem o conhecimento obtido; notando-se a importância de fortalecer uma concepção epistemológica no ambiente educacional.

“[...] A renovação do ensino não consiste, apenas, em mudança de atitude do professor diante do saber científico, mas, ainda e especialmente, diante do conhecimento do aluno: é preciso compreender como ele compreende, constrói e organiza o conhecimento.” (MICOTTI, 1999).

Enquanto estudantes, notamos que, ao longo dos estudos escolares, alguns colegas destacam-se no aprendizado dos conteúdos matemáticos e outros sentem certa dificuldade para

assimilar o que está sendo transmitido. Obviamente, isso acontece devido às diferenças de personalidade, cognição e interesses. Alguns estudantes falham quando o desafio é a interpretação de símbolos característicos da linguagem matemática, por exemplo: o estudo de conjuntos, identificação das incógnitas, a abrangência e significado de termos. Outros estudantes têm mais afeição pelas abstrações, ou seja, apresentam melhores reações diante do que estão sendo expostos, assim tendem a ter um desempenho diferenciado em relação aos que não apresentam rápida habilidade com objetos matemáticos utilizados subjetivamente.

Outros fatores que podem ser acrescentados nas dificuldades aqui tratadas dizem respeito à organização e submissão dos estudantes aos professores em sala de aula. Como a experiência no estágio supervisionado envolve turmas com estudantes de diversas faixas etárias, compreende-se que existem diferenças comportamentais nas classes – considerando as diferenças de personalidade que se relacionam com o comportamento, existem exceções, por exemplo, de estudantes mais objetivados em turmas agitadas. Vê-se que existe uma vasta lista de dificuldades que afetam o exercício do conhecimento matemático, com problemas presentes nos mais diferentes aspectos da realidade educacional.

Segundo Sanchez (2004), as dificuldades de aprendizagem em Matemática podem aparecer das seguintes formas:

- “Dificuldades em relação ao desenvolvimento cognitivo e à construção da experiência matemática; do tipo da conquista de noções básicas e princípios numéricos, da conquista da numeração, quanto à prática das operações básicas, quanto à mecânica ou quanto à compreensão do significado das operações. Dificuldades na resolução de problemas, o que implica a compreensão do problema, compreensão e habilidade para analisar o problema e raciocinar matematicamente”.
- “Dificuldades quanto às crenças, às atitudes, às expectativas e aos fatores emocionais acerca da matemática. Questões de grande interesse e que com o tempo podem dar lugar ao fenômeno da ansiedade para com a matemática e que sintetiza o acúmulo de problemas que os estudantes maiores experimentam diante do contato com a matemática”.
- “Dificuldades relativas à própria complexidade da matemática, como seu alto nível de abstração e generalização, a complexidade dos conceitos e algoritmos. A hierarquização dos conceitos matemáticos, o que implica ir assentando todos os passos antes de continuar, o que nem sempre é possível para muitos estudantes; a natureza lógica e exata de seus processos, algo que fascinava os pitagóricos, dada sua harmonia e sua “necessidade”, mas que se torna muito difícil pra certos estudantes; a linguagem e a terminologia utilizadas, que são precisas, que exigem uma captação (nem sempre alcançada por certos estudantes), não só do significado, como da ordem e da estrutura em que se desenvolve”.
- “Podem ocorrer dificuldades mais intrínsecas, como bases neurológicas, alteradas. Atrasos cognitivos generalizados ou específicos. Problemas linguísticos que se manifestam na matemática; dificuldades atencionais e motivacionais; dificuldades na memória, etc”.

- “Dificuldades originadas no ensino inadequado ou insuficiente, seja porque a organização do mesmo não está bem sequenciado, ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes; seja porque os conteúdos não se ajustam às necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, ou não estão adequados ao nível de abstração, ou não se treinam as habilidades prévias; seja porque a metodologia é muito pouco motivadora e muito pouco eficaz” (p. 174).

Um modo de compreender essas dificuldades no aprendizado consiste, precisamente, em observação, buscando detectar se o aluno tem dificuldades em aprender e possui alguns sintomas diferenciados na maneira de processar os dados numéricos, isto é, se o processamento é semelhante entre todos os estudantes ou se existe, no caso, demasiada diferença. O “diagnóstico” deve identificar se os estudantes com dificuldades de aprendizagem de matemática demoram a compreender os conceitos, habilidades e desempenhos em relação aos seus companheiros de mesma ou menor idade, sem dificuldades de aprendizagem. Trata-se de determinar se os que têm dificuldades de aprendizagem alcançam seu conhecimento aritmético de maneira qualitativamente distinta daquelas sem essas dificuldades, ou pelo contrário, adquirem esse conhecimento do mesmo modo, porém com ritmo diferenciado.

Os trechos destacados acima falam de diversas dificuldades encontradas no ensino no que se refere ao aprendizado matemático, assim como outro, por exemplo, a discalculia que é um tipo de transtorno de aprendizagem caracterizada por uma inabilidade ou incapacidade de pensar, refletir, avaliar ou raciocinar processos ou tarefas que envolvam números ou conceitos matemáticos. Esse transtorno pode-se perceber desde muito cedo, mas é na escola que todos os sinais e dificuldades se expressam de maneira clara e explícita, pois é quando as exigências são maiores e a sequência de tarefas que envolvem as operações de aritmética e as proporções passam a ser rotineiras. Dentre estes, outro transtorno também é bastante influente a acalculia, um distúrbio em decorrência do qual o paciente é incapaz de realizar até mesmo as operações aritméticas mais rudimentares, devido a lesões do córtex cerebral, de origem traumática, infecciosa, vascular ou tumoral.

A atuação do professor é fundamental para que as dificuldades supracitadas sejam entendidas e para que as soluções sejam estruturadas. Salientando as diferenças já citadas anteriormente, nota-se que ao longo dos estudos os estudantes apresentam mudanças, tanto físicas quanto cognitivas; em cada série, o aluno começa a gerar diferentes imagens dos domínios matemáticos; o professor deve dirigir tarefas voltadas para a atividade cognoscitiva que, de acordo com Libâneo (1994), essa atividade:

“não pode ser considerada simplesmente como manipulação de objetos, vivências de situações concretas, memorização de regras e fórmulas ou resolução de problemas e tarefas. Essas atividades externas somente têm relevância se, gradativamente, forem transformando-se em atividade interna, como instrumentos do pensamento.” (pg. 104)

Diante dos primeiros momentos de estágio pode-se observar alguns fatores que influenciam no estudo ativo e, posteriormente, na aprendizagem matemática; por exemplo: a influência dos professores, o ambiente escolar, condições socioculturais dos estudantes, dentre outros. Todos esses fatores podem influenciar tanto de maneira positiva como negativa no aprendizado matemático e, vale enfatizar que depende muito dos profissionais que ali atuam junto com a família procurado um melhor o modo de agir diante de tais fatores.

“No processo ensino-aprendizagem, a escola não apresenta condições de reproduzir exatamente as situações e a organização da vida técnica e econômica. Compete sim à escola, dotar o indivíduo de uma formação técnica e a de cultivar e desenvolver a cultura profissional” (Abondanza, 2002).

Em termos de praticidade, é isso que a escola deve proporcionar para os estudantes e a sociedade de forma geral, pois a escola deve formar os cidadãos para a sociedade, tornando um ser pensante capaz de melhorar o mundo em que vivemos.

“Pois, a escola dos sonhos é aquela que assegura a todos a formação cultural científica para a vida pessoal, profissional e cidadã, possibilitando uma relação autônoma, crítica e construtiva com a cultura e suas várias manifestações” (BARBOSA & CALIL, 2002).

Portanto, a escola não tem o dever apenas de transmitir o conhecimento sistematizado, mas também tem o compromisso social de ir além, preocupando-se em dotar o aluno com a capacidade de buscar informações segundo as exigências de seu campo profissional ou de acordo com as necessidades de desenvolvimento individual e social.

Considerações Finais

No presente trabalho ressaltamos a importância da observação dentro da prática do estágio supervisionado, para compreender a realidade das escolas e, principalmente, as dificuldades que os professores podem enfrentar quando forem atuar após sua formação profissional, entendendo que os estudantes podem possuir “n” dificuldades nos mais diversos aspectos da condição humana em que se encontram. Percebe-se que as situações observadas pelos participantes da prática de estágio supervisionado servirão como uma forma de preparo profissional, antecipando a experiência nas situações nas quais o conhecimento matemático é exercitado mas nem sempre é entendido.

Aqui procurou-se especificar também um olhar voltado para as metodologias utilizadas pelo professor, com a turma em geral e com estudantes específicos que apresentam dificuldades de aprendizagem, contribuindo com o conceito de que o estágio supervisionado proporciona uma experiência única e também é de uma grande importância e significado na

formação do professor, tratando-se de momento em que os estagiários em formação docente sentem-se próximos da posição de professor.

Acreditamos que este trabalho contribua de forma significativa para a reflexão sobre formação docente e que com ele tenhamos demonstrado, por meio da observação no período de estágio observacional, nossas perspectivas sobre as situações vividas pela educação e pela matemática no âmbito escolar, procurando desenvolver o olhar profissional que o professor de matemática deve possuir ao longo de sua atuação, não desprezando os compromissos educacionais que são pilares formidáveis quando presentes nessa formação.

Referências

FRANCO, M. L. B. Qualidade total na formação profissional: do texto ao contexto. Cadernos de Pesquisa. Fundação Carlos Chagas, São Paulo, 1995.

GUERRA, Miriam Darlete Seade. Reflexões sobre um processo vivido em estágio supervisionado: Dos limites às possibilidades, 1995.

BORSSOI, Berenice Lurdes. O ESTÁGIO NA FORMAÇÃO DOCENTE: da teoria à prática, ação-reflexão. Disponível em: <<http://www.unioeste.br/cursos/cascavel/pedagogia/eventos/2008/1/Artigo%2028.pdf>> Acesso em: 10/10/2017

PICONEZ, Stela C.B. (org) A prática de ensino e o estágio supervisionado. 2.ed. Campinas, SP : Papirus, 1994.

KULCSAR, Rosa. O Estágio Supervisionado como Atividade Integradora. In PICONEZ, Stela C. B. (org.) A Prática de Ensino e o Estágio Supervisionado. 2ª edição. Campinas, SP: Papirus, 1994.

BACHELARD, G. **Epistemologia**. Barcelona: Editora Anagrama, 1973

NEUROSABER: O que é Discalculia?. Disponível em <<https://neurosaber.com.br/o-que-e-discalculia/>>. Acesso em: 16/10/2017.

SANCHEZ, Jesús Nicasio Garcia. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

ARAGÃO, Raimundo Freitas; SILVA, Nubélia Moreira da. A Observação como Prática Pedagógica no Ensino de Geografia. Fortaleza: Geosaberes, 2012.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez Editora, 1994.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 1994.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e realidade: das concepções às ações docentes**. São Paulo: Cortez, 2013.

Física, onde esses conteúdos se encontram e ao mesmo tempo se distanciam e reforçam a ideia de uma coexistência necessária. O objetivo deste trabalho é realizar um levantamento acerca da importância da matemática para o ensino de Física.

De acordo com Xavier (2005, p.06), os alunos chegam ao Ensino médio com medo e muitas vezes traumatizado com o Ensino de Física. Muitos têm em mente esta disciplina como algo impossível de se aprender e sem noção que a Física é uma ciência experimental e de grande aplicação no dia-a-dia.

Para compreender a ciência, é necessário que o aluno tenha um certo domínio da sua linguagem para a construção de uma aprendizagem significativa. Algumas das dificuldades encontrada no ensino de física esta relaciona a capacidade de compreensão de leitura por parte dos alunos. E também, no uso dos conhecimento básico em matemática. Estes fatores prejudicam os estudantes para a aprendizagem desta disciplina.

2. METODOLOGIA

A pesquisa foi desenvolvida por meio das seguintes etapas: **levantamento de estudos, seleção de material, estudo do material e produção do texto.**

Na primeira etapa, foi realizada o levantamento de estudos onde realizou-se uma pesquisa em que foram selecionados os temas relacionados a problemática trabalhada nesse artigo. Na segunda etapa, a seleção de material, após a captação dos artigos com conteúdos que serão tratados, realiza-se uma seleção de adequação dos artigos com os temas que estão relacionados diretamente a temática. Na Terceira etapa, o estudo do material, que condiz com a leitura de reconhecimento e na quarta etapa, a produção do texto, onde serão realizadas a produção textual acerca do temática previamente elaborada, e construção do artigo.

3. RESULTADOS E ANÁLISE

As pesquisas realizadas destacam que os conceitos matemáticos são abstrações, teorias e explicações numéricas e por sua vez acabam por manter uma relação de distanciamento com o cotidiano. Na instituição escolar, em especial na sala de aula, essas características permitem compreender o quão distante se encontra o mundo da ciência ao senso comum. Fazendo-nos entender que a cultura científica esta cada vez mais longe da realidade em comparação a outras culturas, e assim observa-se a linguagem matemática e o raciocínio lógico como alguns dos fatores que favorecem a não compreensão dos conceitos.

Segundo DIRAC (1939, p.)”descreve dois métodos que, são utilizados para estudar os fenômenos naturais: a experimentação, observação e o raciocínio matemático. Para ele, não há razão lógica para o sucesso do segundo método, uma vez que “os matemáticos jogam um jogo ao qual eles mesmos inventam as regras, enquanto que os físicos jogam um jogo em que as regras são providas pela natureza

E entendendo a matemática como linguagem, Pietrocola (2002, p 96) argumenta que ela estrutura o pensamento físico, ou seja, é ela que permite aos Físicos articularem suas ideias sobre a natureza, ou seja, são os conceitos matemáticos, numéricos e as relações de raciocínio lógico matemático que permitem essa compreensão, ou melhor, essa articulação. Como consequência, se a Matemática estrutura o pensamento físico, a formação inicial a matemática esta presente na estruturação do entendimento e explicação da Física como na definição leis e nos próprios conceitos.

Porém, muitos professores não conseguem definir essa relação e a própria função do conhecimento e expressão-matemática com essa estreita relação entre a Matemática e a Física no ensino de Física. É importante entender que a Matemática é uma linguagem e um processo epistemológico escolhido pela Física para melhor e mais precisa e exatamente expressar e sistematizá-la.

Segundo Poincaré (1995, p.34) “ todas as leis, pois, provêm da experiência, mas para enunciá-la é preciso uma linguagem especial; a linguagem corrente é demasiado pobre, e aliás muito vaga para exprimir relações tão delicadas, tão ricas e tão preciosas. Eis portanto uma primeira razão pela qual o físico não pode prescindir da matemática; ela lhe fornece a única linguagem que ele pode falar”

A linguagem Matemática, que apresenta tem seus signos, significados numéricos e sistema de representação deve ser conhecido, entendido e bem utilizado pelos professores de física, ou os físicos em geral. Entretanto, a falta desse conhecimento em fazer essa relação Matemática-Física se distancia de uma boa exposição de aula e falta de domínio de conceitos, de linguagens e teorias, e isso, segundo Pietrocola (2002, p. 90) “no ensino de Física, a linguagem matemática é muitas vezes considerada a grande responsável pelo fracasso escolar”. Ou seja, a relação e este conhecimento da linguagem matemática para o ensino de física é imprescindível, ai podemos considerar um grande desafio para os professores ter esse entendimento ou adquirir este conhecimento como algo de fundamental importância para sua atuação enquanto físico.

Não se pode pensar a Física somente enquanto uma técnica, pois, segundo Batista (2004, p.463) a investigação e o ensino da Física não devem ignorar simetricamente os avanços e os contrastes históricos que deram origem às ideias científicas atuais. Ou seja,

ampliar o conhecimento, buscar novas perspectiva e compreender cada relação e importância científica que historicamente são importantes para os avanços de cada campo da ciência.

A Matemática acaba se tornando como um critério de cientificidade para a Física, e assim, entendendo que a não compreensão de propriedades de sistemas em linguagem matemática inviabiliza o debate científico. Desta forma para o ensino da Física, a linguagem matemática atua como uma ferramenta, com características próprias e suas simbologias. E por conta dessa característica específica e a realidade da sala de aula, muitos professores associam às deficiências e limitações na Física a uma carência na construção das bases matemáticas aos alunos em nível médio.

Então é necessário compreender o papel desempenhado pela Matemática na construção do conhecimento na Física. Entendendo inicialmente a atuação dos professores, onde em todos os níveis percebesse que sem conhecimentos em Matemática não é possível exercer um processo de aprendizagem em Física consistente. Porém, ressalta-se que na organização do currículo em nível médio, compreende-se que há uma estrutura de pré-requisitos que deveria fazer com que os conteúdos presentes numa disciplina articulem-se com aqueles presentes as outras, buscando proporcionar uma formação completa e continua, onde os conteúdos estão dispostos além das divisões entre disciplinas. Como ressalta os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998, p.40):

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.

Como diz nos Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio que traz organizações e direcionamentos ao aprendizado, das áreas específicas de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, mostrando a necessidade de produzir um conhecimento efetivo, de significado próprio. E também organizam o aprendizado das disciplinas, ao chamar a atenção para a interdisciplinaridade e contextualização. Reunindo assim, uma série de competências humanas relacionadas a conhecimentos matemáticos e científico-tecnológicos. Preocupando-se na construção de um ensino médio e formação de disciplinas, adotando um caráter amplo, de forma que os aspectos e conteúdos tecnológicos estejam associados ao aprendizado científico e matemático.

Na Física, a relação com a Matemática é sintomática, e se coloca como um jogo de caça palavras de difícil solução para os alunos. Muitas vezes, os professores de Física acabam por atribuir para a Matemática a responsabilidade pelas dificuldades na aprendizagem e não naquilo que são ensinados. Os erros de alunos na resolução de lista de exercícios com aplicações diretas de equações do segundo grau, no cálculo de coeficientes angulares de curvas em gráficos, na solução de sistemas de equações e outros são comuns, reforçam a ideia de que se trata de falta de conhecimento matemático.

Mas vale destacar que o aprendizado da Física se localiza no domínio da Matemática reflete um posicionamento epistemológico, e assim percebe-se a imagem da Física como sinônimo de um operacionalismo matemático. Surge então à questão, no contexto da educação científica, há necessidade de aprofundar a análise estrutural do conhecimento físico, para melhor avaliar a função da Matemática no seu ensino. Fazendo-nos refletir que na forma como se apresenta, a Matemática configura-se como um verdadeiro obstáculo pedagógico. Incentivar e colaborar para ultrapassá-lo se torna uma necessidade.

Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de idéias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações PCN (1998, p.40)

No entanto, ela parece apontar para uma simplificação, que pretende identificar como natural que as leis físicas sejam expressas matematicamente. Existia como que uma “adequação de origem” entre ambas seja pela linguagem própria, seja pela essência da natureza. Como diz Pietrocola (2002, p.96):

A importância da Matemática residiria na sua capacidade de descrição sintética, pela apresentação dos resultados de investigação e pela possibilidade de comunicação universal sobre algo que se crê existir na própria realidade e pela precisão garantida pela sua estrutura lógico-formal.

A Matemática se constitui como linguagem da ciência, compreender ela como expressão que faz parte do nosso próprio pensamento, e não percebe-la apenas como instrumento de comunicação e assim assumimos o seu papel estruturante que pode desempenhar para o processo de produção do conhecimento e constituir nas interpretações do mundo físico. E desta forma, buscar entender as mudanças na nossa visão de mundo produzidas pelas modernas teorias científicas.

A Matemática é a maneira de estruturarmos nossas ideias sobre o mundo físico, embora possa em determinados momentos se minimizar a uma simples descrição de objetos. Neste sentido, pode-se pensar num uso descritivo para a linguagem matemática. No entanto, sua maior importância está no processo, a Matemática, enquanto linguagem compartilha sua própria estruturação ao pensamento científico para compor os modelos físicos sobre o mundo.

Os resultados obtidos nessa pesquisa estão direcionando nosso estudo para o ensino da física nas escolas da educação básica, temos vivenciado um ensino extremamente técnico, sem qualquer relação cotidiana dos alunos, assim, predominam metodologias tradicionalistas em que professores articulam conteúdos, conceitos para decorar, etc. Esse modelo tradicional de ensino há muito tempo é discutido. Há uma forte tradição que vem sendo mantida nas aulas expositivas, isso, demonstrar uma deficiência e pouca evolução nesse ensino e principalmente no conhecimento adquirido pelos alunos. Isso cria um distanciamento do aluno em se interessar pela Física, pois, acham muita dificuldade em entender, desenvolver no seu cotidiano e principalmente, adquirir qualquer aprendizagem mais específica sobre essa disciplina escolar.

Mediante esse contexto, diversas pesquisas propõem a superação de obstáculos para a construção de uma aprendizagem significativa por meio de um ensino contextualizado, onde o aluno assume a posição de construtor do seu próprio saber, partindo de um conhecimento de mundo da realidade do aluno, ou seja, contextualizando no seu próprio meio, com que o aluno conhece e se relaciona. Esta é uma nova perspectiva que vem se discutindo na atualidade, não podemos mais, pensar o professor como o conhecedor de tudo, o detentor único do conhecimento e o centro do processo de ensino-aprendizagem. Precisa dessa compreensão de uma nova visão de ensino e atuação enquanto docente, pois, precisa-se buscar parceria, socialização que envolve o compartilhamento de saberes e informações diversas.

Entendendo que o aprendizado não deve ser centralizado e nem individualizado, onde, os alunos fiquem absorvendo, decorando, teorizando somente e relendo materiais didáticos distante do conhecimento e realidade, precisa que o conhecimento seja socializado, dinamizado com a participação ativa de cada um e do coletivo, porém, essa tarefa parte de um conhecimento do professor, um bom planejamento e a busca por quebra de paradigmas tradicionais, onde, o mais simples e o mais “fácil” seja, exposição daquela aula de livros didáticos já bem conhecidas na teoria.

Nesta perspectiva, os professores tendem a somente fazer transmissão de conteúdos e os estudantes possuem um comportamento passivo no processo, muitas vezes simplesmente

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

realizando cálculos matemáticos, sem muitos questionamentos, pois, não consegue de forma satisfatória ter um bom entendimento. Nesse contexto de ensino, há poucos espaços para debate e reflexão referentes aos problemas existentes na natureza e muito menos a contextualização e reflexão de aprendizagem de fenômenos existentes no planeta.

Atualmente algumas das palavras de ordem é aprendizagem significativa, mapas conceituais e ensino centrado no aluno. Desta forma, entendo a definição de aprendizagem significativa como um processo que através do qual um novo conhecimento se relaciona de maneira não arbitrária e substantiva à estrutura cognitiva do aprendiz. Ou seja, o significado lógico do material de aprendizagem se transforma em significado psicológico para o sujeito.

E assim, o processo ensino-aprendizagem de Física esta relacionada o campo cognitivo do aluno. Neste ponto de vista acreditamos que o processo de aprendizagem por intermédio do ensino de Física está ligado as teorias cognitivas de aprendizagem no sentido de refletirmos sobre os mecanismos que favorecem a compreensão dos conceitos e fenômenos físicos.

Desta forma, no ensino de Física a busca pela formação de uma aprendizagem significativa, que promova a articulação uma melhor visão e compreensão de mundo e dinâmica do universo, mais ampla do que nosso entorno material imediato, ou apenas, restrito a matemática aplicada a Física, buscando transcender nossos limites temporais e espaciais.

O ensino de Física, na escola, contribua para a formação de uma cultura científica efetiva, que permita ao indivíduo a interpretação dos fatos, fenômenos e processos naturais, situando e dimensionando a interação do ser humano com a natureza como parte da própria natureza em transformação. Para tanto, é essencial que o conhecimento físico seja explicitado como um processo histórico, objeto de contínua transformação e associado às outras formas de expressão e produção humanas. É necessário também que essa cultura na Física inclua a compreensão do conjunto de equipamentos e procedimentos, técnicos ou tecnológicos, do cotidiano, social e profissional. Importante também que se discuta com os alunos os problemas existentes na natureza, tentando despertá-los para as questões ambientais, conscientizando-os sobre a importância de economizarmos energia, etc.

Mas para a superação de obstáculos relacionados ao ensino de física, propõem-se uma breve reflexão acerca das estratégias aplicadas ao ensino, trazendo a ideia de que as aulas de Física sejam motivadoras e que tragam questões problematizadora e que possibilitem o desenvolvimento do conhecimento físico aliado à matemática.

Na prática do ensino devem se fazer o processo de transposição didática, onde, se didatize o conhecimento científico para a realidade do aluno, onde, o mesmo tenha melhor entendimento dos fenômenos físicos, os acontecimentos cotidianos relacionados a física, ao utilizá-la numa reflexão mais geral a respeito das aprendizagens em ciências, dando conta da lógica dos saberes físicos, o saber que torne acessível e compreendido pelos alunos durante a sua formação ao ser traduzido em atos pedagógicos numa intenção educativa, saber ensinar, onde o docente deve contextualizar as ferramentas que lhe propõe a utilização da didática em função das condições de suas práticas educativas que propiciará ao educando melhor aprendizagem, saber ensinado.

E não ressaltando apenas a teoria e a abstração, desde o primeiro momento, em detrimento de um desenvolvimento gradual da abstração que, pelo menos, parta da prática e de exemplos concretos. Que não enfatize apenas a utilização de fórmulas, em situações artificiais, desvinculando a linguagem matemática que essas fórmulas representam de seu significado físico efetivo. Tudo isso didatizado, expresso, concretizado e ensinado na relação do que o aluno vive, conhece ou ver em reportagens. Ou seja, a utilização do concreto com uma linguagem que possibilite melhor interação, conhecimento e percepção do aluno.

É necessário pensar a Didática para além de uma simples renovação nas formas de ensinar e aprender. O desafio não reside somente no surgimento ou criação de novos procedimentos de ensino, ou em mais uma forma de facilitar o trabalho do educador e a aprendizagem do educando. Mais do que isso, a Didática tem como compromisso buscar práticas pedagógicas que promovam um ensino realmente eficiente, com significado e sentido para os educandos, e que contribuam para a transformação social (MAIA E SCHEIBEL 2009; P.54).

Importante e necessário destacar que o ensino tenha realmente significado e sentido para o aluno, pois, isso ajudará a melhor se relacionar, se interessar e saber que o que ele aprende contribuirá para transformação social e para sua melhor atuação na comunidade ou sociedade em geral ao lembrar e aplicar o que aprendeu com o ensino e saberes de física.

Essa aprendizagem significativa implica ao aluno segundo Damasceno (2011, p. 47).

A aprendizagem significativa faz-se mediante a relação entre o conteúdo a ser ensinado e os conhecimentos já existentes na estrutura mental do educando. É, pois, uma aprendizagem que se realiza intencionalmente com certo objetivo ou tem como meta algum critério em que o educando dá sentido ao conteúdo que aprende.

Se o aluno possui, já conhece ou já articulou em sua estrutura cognitiva conceitos importantes, pode ocorrer uma aprendizagem maior, melhor, ou seja, uma aprendizagem significativa, a nova informação é assimilada rapidamente e vai ampliando e se modificando, esses são formados através da experiência que o indivíduo vai tendo através da interação com

os seres, com sua relação diária no seu cotidiano com outras pessoas, outros conceitos e as relações cognitivas de um assunto ao outro, como uma interdisciplinarização natural do aluno com as assimilações que ele faz com outras aprendizagens.

Interdisciplinar os conteúdos de física também se torna mais interessante e significativo, pois, ao ensinar, o professor precisa conhecer bem e dominar o conteúdo não apenas do currículo, mas, também é importante se ter uma visão mais geral que constitua conceitos ligados uns aos outras disciplinas e outras linguagens que o aluno conheça.

Enfim, propõem a reflexão no processo ensino-aprendizagem em Física que fundamentam alguns questionamentos necessários como o que ensinar, como ensinar e por que ensinar. Esses questionamentos são norteadores para o planejamento das aulas e construção da aprendizagem significativa. Deve-se ensinar sempre do concreto para o abstrato, partindo daquilo que o aluno já sabe e oportunizando-lhe a construção de conceitos.

Ao decidir sobre o que ensinar, deve ser considerado: os temas ensinados devem sempre estar vinculados à realidade dos alunos e devem ter a prioridade de preparar os alunos para a vida. Os conteúdos aprendidos devem ser instrumentos de cidadania e de competência social, para que os alunos possam viver e sobreviver circulando com desenvoltura na sociedade científico-tecnológica.

Deve-se considerar a quem se vai ensinar e considerar as especificidades, os universos, culturas e repertórios pessoais. E pensar no por que ensinar algo em Física, o professor já estará refletindo sobre o que ensinar. Ensina-se Física porque esta ciência é uma linguagem e deve ser instrumento para leitura e interação com o mundo, via domínio do método científico. Deve ser um instrumento para a cidadania, um pensar crítico - reflexivo.

4. Considerações finais

As relações entre física e matemática vêm sendo discutidas há bastante tempo, a literatura da área tem indicado que concepções sobre essas relações interferem no aprendizado da física. Deve-se considerar que a Física utiliza uma linguagem própria e matemática para a representação do real e as transformações físicas, através de símbolos, fórmulas, convenções e códigos.

A inconsciência das relações entre a matemática e a física acaba contribuindo para a situação frustrante encontrada por muitos estudantes, que, ao passarem por uma disciplina de física, acabam desmotivados por não compreenderem porque precisam estudar tanta matemática, se o que desejam é compreender os fenômenos da natureza.

Assim, é necessário que o aluno desenvolva competências adequadas para reconhecer e saber utilizar tal linguagem, sendo capaz de entender e empregar, a partir das informações, a representação simbólica das transformações físicas.

E assim, desenvolver atividades que permitam ao aluno refletir, questionar, entre outros aspectos, deve ser o papel do componente fundamental ao processo ensino-aprendizagem.

A matemática, em sua relação com a construção do conhecimento físico, está para além de uma simples ferramenta, assumindo um papel constitutivo, ou, como colocam alguns autores, estruturante (Pietrocola, 2002, p. 90).

O aspecto cognitivo atribuído às generalizações simbólicas mostra que a linguagem matemática tem a função de estruturar o pensamento físico quando associada a exemplares, que também possui uma dimensão cognitiva embutida, pois são eles que estabelecem a correspondência entre linguagem e realidade.

O professor tem varias possibilidades de organizar sua comunicação com os alunos, de introduzir um tema, de trabalhar com os alunos e de avaliá-los. Cada docente deve encontrar sua forma mais adequada de integrar a linguagem matemática, as várias tecnologias e procedimentos metodológicos. É importante diversificar as formas de dar aula, de realizar atividades, de avaliar. São muitos os caminhos, que dependerão da situação concreta em que o professor se encontra. Alguns parecem ser atualmente, mais viáveis e produtivos.

A preocupação com os alunos, a forma de relacionar-nos com eles é fundamental para o sucesso pedagógico. A Física apresentada ao estudante desta forma permite que os mesmos, sintam mais motivados e tenham sua curiosidade aguçada. Por outro lado, o uso dessas novas tecnologias, traz-nos alguns novos indicativos que podem ser percebidos durante sua utilização no processo ensino aprendizagem, de modo mais específico no ensino de Física. Procurou-se discutir neste trabalho algumas peculiaridades do ensino de física e abordá-la a partir de uma perspectiva que o trate como educação no Ensino da física, que envolve mente mãos, sociedade, cotidiano e cidadania.

5. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** – 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DAMASCENO, Elexlhane Guimarães. **Metodologias e o ensino de física** – Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Rondônia, Campus de Ji-Paraná. Disponível em: http://www.fisicajp.unir.br/downloads/1896_tccelexhane.pdf . Acessado em: 16/10/2017.

DIRAC, P. A. M. **The Relation Between Mathematics in Physics**. Lecture delivered on presentation of the JAMES SCOTT prize, February 6, 1939. Published in: Proceedings of the Royal Society (Edinburgh), Vol. 59, 1938-39, Part II p. 122-129. Disponível em <<http://www.damtp.cam.ac.uk/events/strings02/dirac/speech.html>>. Acesso: out, 2017

MAIA, Christiane Martinatti; SCHEIBEL, Maria Fani. **Didática: Organização do Trabalho Pedagógico**, 2009. 196 p. Disponível em: <http://atividadeparaeducacaoespecial.com/wp-content/uploads/2014/07/ORGANIZA%C3%87AO-DO-TRABALHO-PEDAG%C3%93GICO.pdf> Acesso em: 19.10.2017.

PIETROCOLA, Maurício. **A matemática como estruturante do conhecimento físico**. Caderno Catarinense de Ensino de Física, v.19, n.1: p.89-109, ago. 2002. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/download/9297/8588> . Acesso em: 17 de Outubro de 2017.

POINCARÉ, H. **O valor da ciência**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.



A IMPORTÂNCIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO-ROTINEIROS ASSOCIADA À MATEMÁTICA RECREATIVA

Renata Cristina Alves Matni

Universidade do Estado do Pará

renata_matni@hotmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo:

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo analisar a importância da resolução de problemas não-rotineiros associada à Matemática recreativa, com base em um levantamento de estudos. Para viabilizar esse estudo, foi destacada a importância da utilização da Matemática recreativa e do que se trata a resolução de problemas não-rotineiros, além de associá-la com a Matemática por meio desses problemas curiosos e divertidos no processo de ensino e aprendizagem da disciplina. Diante disso, os resultados indicaram que o interesse nos alunos é despertado quando eles se deparam com questões desafios, visto que se sentem motivados a aprender de forma mais significativa, já que o professor estará realizando suas aulas abordando outras metodologias de ensino e aprendizagem e não recorrendo apenas ao modelo tradicional.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Problemas não-rotineiros. Matemática recreativa.

1. Introdução

A reflexão sobre o ensino e aprendizagem da Matemática na educação básica se faz necessária, pois quando a mesma é ensinada de maneira “mecânica”, apenas por meio de algoritmos, sem que o aluno possa refletir sobre as resoluções, faz com que ele não perceba os significados dos problemas, o que o leva a considerar a disciplina como a mais difícil de ser compreendida, enraizando essa concepção e a reproduzindo dentro e fora da vida escolar.

Ademais, por meio de experiências vividas em salas de aula, percebemos que o método de ensino utilizado pela maioria dos docentes é somente o tradicional, contudo, os avanços na ciência e tecnologia requerem do docente um ensino contextualizado que supere os métodos tradicionais de ensino - exposição do conteúdo e memorização mecanizada, em que ocorre apenas a transferência de conhecimento e não há interação entre os alunos e entre o professor e os alunos, para um ensino voltado a aprendizagem significativa de modo a adequar às necessidades dos alunos e do meio o qual estão inseridos. Pois com apenas o tradicional, observamos que não havia um bom desempenho dos alunos, além dos fatores externos que somados à abordagem mencionada contribuíam para os obstáculos epistemológicos existentes por parte dos discentes, sendo necessário o professor verificar outras metodologias que podia utilizar em sua prática de ensino para amenizar esses obstáculos.

Uma vez que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática mostram a importância de expandir a construção de significados e fazer o estudante buscar métodos, tanto pessoais, como convencionais para resolver problemas. E, também, ressaltam a relevância

[...] de o aluno desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a auto-estima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções. Adotam como critérios para seleção dos conteúdos sua relevância social e sua contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno, em cada ciclo. (BRASIL, 1998, p. 15-6)

Para isso, podemos considerar a resolução de problemas por meio da Matemática recreativa como um instrumento didático capaz de desenvolver atitudes favoráveis nos indivíduos, os motivando de forma criativa e desafiadora, com situações-problema que não estão focadas apenas na repetição de algoritmos, mas em situações que os alunos têm que interpretar e refletir como resolver o problema proposto, além de verificar se o resultado obtido era o esperado mediante uma autocrítica. Nesse caso, segundo Brasil (1998) as circunstâncias de aprendizagem necessitam estar centradas não apenas no desenvolvimento de significados e na busca de estratégias, como também:

[...] na resolução de problemas em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução, e não atividades voltadas para a memorização, desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce dos conceitos. (p. 63)

Ainda de acordo com Brasil (1998):

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. [...] (p. 42)

Assim sendo, em oposição ao ensino memorístico e expositivo, a metodologia de ensino abordada visa o desenvolvimento de habilidades metacognitivas, favorecendo a todo o momento a reflexão e o questionamento. O discente aprende a pensar por si mesmo, levantando hipóteses, testando-as, tirando conclusões e até discutindo-as com os colegas desenvolvendo a autoconfiança.

Nesse sentido, objetivamos *analisar a importância da resolução de problemas não-rotineiros associada à Matemática recreativa, com base em um levantamento de estudos*. Sendo que essa é uma metodologia de ensino e aprendizagem que pode despertar o interesse e a curiosidade dos alunos, os motivando a resolver os problemas com um pensamento crítico.

2. A importância da Matemática recreativa

A Matemática recreativa denota uma história desde as antigas civilizações e é uma área muito explorada pelos pesquisadores, principalmente da Educação Matemática, ao longo dos anos. Menezes (2004) relata que:

As recreações matemáticas na sua forma de problemas recreativos têm registro de existência de cerca de 4000 anos. Sabemos que o documento mais antigo encontrado até hoje, o Papiro Rhind, data de 1650 anos antes de Cristo, e já foi copiado, segundo o próprio Ahmes, o escriba do papiro, de outro documento existente há 200 anos antes do mesmo. O referido papiro já continha um problema considerado recreativo pelos historiadores. (p. 247)

As dimensões que a Matemática atinge é muito abrangente e o desenvolvimento do conhecimento matemático nos permite averiguar novas possibilidades de solução de um problema, isso pode ser realizado por meio de recreações matemáticas.

Martin Gardner (1914 - 2010) foi um matemático americano especialista em Matemática recreativa, famoso por enigmas matemáticos, com interesses que compreendiam pequenas mágicas, “[...] magia de palco, literatura (especialmente os escritos de Lewis Carroll), filosofia, ceticismo científico e religião”. (MATEMÁTICOS..., 2010, p.1, tradução nossa).

Gardner (1961 *apud* GRANDO, 2000, p. 2), matemático recreacionista, conceitua: “pode-se dizer que os jogos matemáticos ou “as matemáticas recreativas” são matemáticas – não importa de que tipo – carregadas de um forte componente lúdico.”

Além disso, segundo Menezes e Souza (2009, p. 7) “As recreações matemáticas englobam uma categoria ampla de jogos estruturados, problemas recreativos e outros elementos interdisciplinares, como obras de arte que são concebidas e realizadas a partir de idéias matemáticas.”

Neste caso, o lúdico é um mecanismo didático ativo que estabelece relações entre os indivíduos. Nesta perspectiva, o educador tem um papel fundamental de conduzir a utilização desse método de forma produtiva, desenvolvendo assim, o raciocínio lógico-dedutivo, a criatividade, a autoconfiança do estudante. Além disso, o ensino e aprendizagem da Matemática por meio de problemas divertidos e curiosos pode diminuir os bloqueios que a maioria dos alunos apresentam em relação à disciplina e motivar o interesse dos mesmos em aprender os conteúdos ministrados pelo docente em sala de aula, à medida que eles não permanecerão apenas no campo do abstrato.

[...] Os alunos percebem que é possível aprender Matemática de forma lúdica, recreativa e divertida, tendo maior aprendizagem em relação aos conteúdos estudados, bem como contribuindo para o aumento da criatividade, criticidade e inventividade no ensino da Matemática. (EVANGELISTA *et al.*, 2013, p. 32)

Ao melhorar a aprendizagem dos discentes na disciplina em questão, eles consequentemente apresentarão atitudes mais favoráveis ao resolver as situações-problema propostas em sala de aula. Os PCN confirma isso ao revelar que:

Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes – enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório - necessárias para aprendizagem da Matemática. (BRASIL, 1998, p. 47)

Desse modo, o processo de ensino e aprendizagem não é realizado apenas da forma tradicional, mas também, de forma dinâmica, na qual o discente aprende de maneira divertida e desafiadora, catalisando o seu próprio processo de aprendizagem. É significativo salientar que “[...] o ensino tradicional também promove a aprendizagem, só que de forma menos eficiente do que práticas construtivistas, pois o ensino tradicional é apenas marginalmente consoante com a natureza da aprendizagem” (FOSSA, 2009, p.11), com isso podemos inferir que não devemos nos deter apenas a uma forma de ensino e aprendizagem.

Com o progresso no campo da Psicologia, constatamos que na visão de estudiosos como Leontiev e Kamii (1991 *apud* GRANDO, 2000, p. 3) baseados em autores dessa área, “as atividades lúdicas exercem um papel fundamental para o desenvolvimento cognitivo, afetivo, social e moral das crianças, representando um momento que necessita ser valorizado nas atividades infantis”, porque quando os indivíduos se envolvem com a aula, verificando que procedimentos devem utilizar na produção de estratégias para a resolução de situações-problema, presentes na Matemática recreativa, conseguem assimilar o conteúdo com mais facilidade, além de manifestarem a predisposição em aprender.

Dessa forma, notamos que o lúdico por meio da Matemática recreativa: jogos, problemas, curiosidades, entre outros, é uma das ferramentas didáticas que possui sucesso na busca pela construção do processo ensino e aprendizagem e gera a instigação, sem a cansativa formalidade, colocando o discente como indivíduo principal na construção do conhecimento. Não podemos deixar de frisar que cabe ao professor o papel de mediador desse conhecimento, determinando também o objetivo com o qual está empregando a Matemática recreativa em sala de aula.

2. A resolução de problemas não-rotineiros associada à Matemática recreativa

A Matemática não está presente apenas na sala de aula, podemos observá-la em situações cotidianas como: ao ver as horas; a prática de realizar compras; em objetos que apresentam formas geométricas; em análises de gráficos e tabelas encontrados em jornais e revistas; ao calcular quanto tempo leva para chegar à escola, entre outros. Diante disso, o professor tem o papel de facilitador e orientador do processo de ensino e aprendizagem, à medida que auxilia os alunos, os ajudando a interpretar os dados de uma questão, para que o mesmo busque estratégias de resolver a mesma, além de relacionar a Matemática da sala de aula com a de fora do ambiente escolar.

Dessa maneira, para que o mencionado ocorra, propomos a Resolução de Problemas que além de ser uma tendência atual da Educação Matemática, também é considerada uma metodologia de ensino e aprendizagem, na qual possibilita ao discente a se fazer questionamentos em que ele analisa a melhor forma possível – os métodos - de resolver as questões que lhes são propostas em sala de aula, pois não existe somente uma única maneira correta para se fazer isso.

a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição.
No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos

devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada [...] (BRASIL, 1998, p. 40-1)

Para resolver um problema é importante notar que, não se deve considerar somente o algoritmo, que são os dados que vêm explicitados na questão e o estudante segue procedimentos fixos para a solução, mas também, a heurística que são as possibilidades ou “caminhos” de se resolver a questão.

Hoje, com o avanço da psicologia cognitiva e sua relação com a ciência, a resolução de problemas é entendida como uma competência que pode e deve ser aprendida. Não é um algoritmo que se limita a um passo-a-passo para obter a solução desejada, e sim um auxílio para o solucionador se orientar durante o processo. (MENDES, p. 1, 2007)

Nessa perspectiva, observamos que um dos objetivos da resolução de problemas é produzir situações a-didáticas nas quais o educando obtém o aprendizado “quando for capaz de aplicá-lo por si próprio às situações com que depara fora do contexto do ensino, e na ausência de qualquer indicação intencional [...]” (BROUSSEAU, 1996, p.49-50). Para que com isso, nesse tipo de situação, ele tenha o principal papel, sendo capaz de agir de forma autônoma e o professor venha a intervir somente quando for necessário, sendo um mediador na estruturação do conhecimento realizada pelo aluno por meio de atividades propostas ao mesmo. Almouloud (2007) corrobora com isso quando afirma que:

A situação adidática, como parte essencial da situação didática, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a este condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar. (p. 33)

A partir do supracitado, percebemos que os discentes deverão desenvolver um processo reflexivo e crítico, com o objetivo de resolver as situações oferecidas a eles.

Há muitas outras razões para focalizarmos o processo de resolução de problemas em sala de aula. Certamente uma aula na qual os alunos estão ajudando o professor a resolver problemas e (pelo menos aparentemente) contribuindo ativamente para as soluções é provavelmente mais dinâmica e motivadora do que uma que siga o modelo clássico “exposição e exercício”. Explicar aos alunos de onde vêm os argumentos – ou, melhor ainda, compreender os argumentos com eles, quando possível – pode ajudar a desmistificar a matemática e permitir-lhes enfrenta-la com menos medo e apreensão.

[...] Todos os momentos em sala de aula dão oportunidades para mostrar aos alunos como pensar matematicamente. (KRULIK; REYS, 1997, p. 22)

Diante desse contexto, a utilização de situações-problema não-rotineiros - conforme Polya (1967 *apud* SÁ, 2004, p. 13) os problemas não-rotineiros “são os que exigem criatividade na resolução dos mesmos” - por meio da Matemática recreativa pode ser uma maneira de introduzir um conhecimento para o aluno, possibilitando-lhe agir e pensar de forma independente, diante de desafios que produzem motivações no educando para solucioná-los, ou seja, “um trabalho livre e criativo sobre os percursos e os projectos próprios, com vista à construção de uma identidade, que é também uma identidade profissional.” (NÓVOA, 1992, p. 25).

Para Brousseau (1986 *apud* ALMOULOU, 2007, p. 33) “o problema matemático é escolhido de modo que possa fazer o aluno agir, falar, refletir e evoluir por iniciativa própria”, isto é, ele não resolverá de forma mecânica por meio de fórmulas, e sim, será conduzido a interpretar e desenvolver estratégias para poder resolver.

A resolução de problemas consoante aos PCN dispõe de alguns princípios, entre eles destacamos:

[...] o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular; a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1998, p. 41)

Devido aos questionamentos que o discente faz a si mesmo em relação ao problema apresentado, ele aprende que pode articular diversas definições matemáticas com a finalidade de solucionar as situações-problema. E com essa metodologia o professor pode conduzir a aprendizagem.

Ademais, destacamos que a resolução de problemas é interpretada por Mendonça (1999 *apud* Sá, 2009) de três diferentes formas: como objetivo, processo e ponto de partida. No entanto, o enfoque da pesquisa é na resolução de problemas como processo que “[...] significa olhar para o desempenho/transformação dos alunos como resolvidores de problemas. Analisam as estratégias dos alunos” (MENDONÇA, 1999 *apud* SÁ, 2009, p. 10).

Para Sá (2003) os problemas não-rotineiros ou não-padrões são aqueles que a resolução não demanda apenas do conhecimento das relações, definições, operações que estão inseridas nas situações-problema apresentadas, mas também, de uma compreensão especial

das situações para solucioná-las, sendo indispensável a ‘conotação heurística’ (insight). Portanto, podemos constatar isso ao vermos o educando analisando quais as melhores estratégias que deve aplicar para resolver situações-problema da Matemática recreativa. E, conforme Sá (2006, p. 68) “a matemática recreativa tem sido uma grande fonte de problemas não-padrões interessantes.”

A resolução de problemas, segundo Peres (2012, p. 10) é “[...] de fundamental importância para a educação matemática, uma vez que dá suporte para aplicações da matemática do cotidiano, motivando os estudantes da disciplina, visto que adequa a matemática a situações reais que ocorrem com os alunos [...]”. Ainda de acordo com a autora:

A resolução de problemas vai muito além de resolver um problema. Trata-se de um conceito complexo e, por isso, é importante olhar para ele a partir de diferentes perspectivas. É através dos problemas que o aluno pode seguir, tal como os matemáticos, um processo de envolvimento e interesse pela descoberta que leva a conseguir, em primeiro lugar, intuir os resultados e só depois prová-los. A resolução de problemas surge, pois, como uma forma, entre outras, de colocar os alunos numa situação de “fazer Matemática” e ainda contribui para uma maior motivação, permitindo reduzir o insucesso nessa disciplina. (PERES, 2012, p. 11)

Diante do exposto, inferimos que a resolução de problemas não-rotineiros associada à Matemática recreativa, faz com que desperte o interesse e a curiosidade dos alunos em descobrir os diversos métodos que podem utilizar para resolver um problema, motivando-os a interpretar os problemas propostos pelo professor, havendo o desenvolvimento da comunicação entre docentes e discentes, e a compreensão dos conceitos matemáticos por parte dos estudantes, além de fazer com que eles estabeleçam conexões entre esses conceitos, não transformando a aprendizagem apenas em uma reprodução ou imitação, favorecendo assim, o processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

3. Considerações Finais

Neste texto, tivemos a finalidade de apresentar resultados de uma pesquisa que objetivou *analisar a importância da resolução de problemas não-rotineiros associada à Matemática recreativa, com base em um levantamento de estudos*. Dado que, a abordagem de metodologias de ensino e aprendizagem que permitem os alunos a não ficarem somente no plano do abstrato, pode contribuir para o desenvolvimento de atitudes favoráveis nos mesmos em relação à disciplina em questão.

Por meio dos resultados percebemos que a utilização de questões desafios em sala de aula provoca o interesse dos discentes, os motivando a aprender de forma mais significativa, pois assim, o professor não estará realizando suas aulas apenas pelo modelo tradicional, e sim, recorrendo a um modelo de ensino no qual os alunos participam da aula refletindo sua aprendizagem de forma crítica e construtiva.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. – Edição atualizada. - Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - Ensino de quinta a oitava séries** - Brasília: MEC / SEF, 1998. 148p.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e métodos da didática da matemática. *In*: BRUN, Jean (Org.). **Didática das Matemáticas**. Tradução: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 35-113. (Coleção Horizontes Pedagógicos)

EVANGELISTA, Joil Ramos *et al.* Matemática lúdica ensino fundamental e médio. **Educação em Foco**, Amparo, 6 ed., p. 26-36, mai. 2013.

FOSSA, John Andrew. Prefácio: sobre o ensino da Matemática através de atividades estruturadas. *In*: SÁ, Pedro Franco de (Org.). **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP: [s.n.], 2000.

KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Orgs). CORBO, Olga; DOMINGUES, Hygino H. (tradutores). **A resolução de problemas na matemática escolar**. – São Paulo: Atual, 1997.

MATEMÁTICOS... **Martin Gardner**: 1914 – 2010. – 2010. Disponível em: <http://biblio.mat.uc.pt/bbsoft/woc_ucma/maticos/august10en.pdf>. Acesso em: 25 fev. 2017 às 13h21min.

MENDES, Renata Monteiro. Resolução de Problemas na Matemática e leitura de textos em uma língua estrangeira. In: CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL, 16., 2007, Campinas. **Anais...** Campinas – São Paulo: UNICAMP, 2007.

MENEZES, Josinalva Estácio. **Travessias difíceis, divisões divertidas, quadrados mágicos:** evolução histórica de três recreações matemáticas. Série Contexto Matemático, Vol II. Recife: UFRPE, Imprensa Universitária, 2004. 312p.

MENEZES, Josinalva Estácio; SOUZA, Cícero Monteiro de. **As recreações matemáticas na evolução do conhecimento matemático e seus desdobramentos.** CHAQUIAM, Miguel; MENDES, Iran Abreu. (Orgs.) – Belém: SBHMT., 2009. 56p. (Coleção História da Matemática para Professores, v. 6).

NÓVOA, António. Formação de professores e profissão docente. In: NÓVOA, A. (coord.). **Os professores e a sua formação.** 2.ed, Lisboa: Dom Quixote, 1992. pp. 13-33.
PERES, Andreia Tomé Dias. **O uso de critérios de avaliação na resolução de problemas.** 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, Lisboa, Associação de Professores de Matemática, 2012. (Coleção Teses)

SÁ, Pedro Franco de. **Os problemas envolvendo as quatro operações e a unidade do pensamento linear.** 2003. 212p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2003.

_____. O que é resolução de problemas, afinal? **Trilhas:** Revista do Centro de Ciências Humanas e Educação – Belém: UNAMA, v.5, n. 2, p. 11-17, dez. 2004.

_____. A resolução de problemas como processo nas aulas de Matemática. **Trilhas:** Revista do Centro de Ciências Humanas e Educação – Belém: UNAMA, v.8, n. 18, p. 59-71, dez. 2006.

_____. A resolução de problemas como ponto de partida nas aulas de matemática. **Trilhas:** Revista do Centro de Ciências Humanas e Educação - Belém: UNAMA, v. 11, n. 22, p. 7-24, jan./dez. 2009.



A OPINIÃO DE DISCENTES SOBRE O ENSINO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

Robério Valente Santos
Universidade do Estado do Pará
valentesantosroberio@gmail.com

Pedro Franco de Sá
Universidade do Estado do Pará
pedro.franco.sa@gmail.com

Maria de Lourdes Silva Santos
Universidade do Estado do Pará
2011.malu.melo@gmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um diagnóstico do processo de ensino-aprendizagem da resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais a partir da opinião de discente. As informações foram produzidas no mês de janeiro de 2016 por meio da consulta a 100 discentes do 7º ano do Ensino Fundamental da rede pública estadual de ensino de Belém do Pará, mediante a aplicação de um questionário e um teste. A análise dos resultados indica que segundo a amostra de alunos: o ensino desses tipos de problemas ocorre na maioria das vezes pelo método tradicional; as formas de fixação dos conteúdos mais utilizadas pelos docentes ainda são as listas de exercícios e o livro didático; a avaliação da aprendizagem centra-se nos exames; a maioria dos assuntos relacionados ao conteúdo em tela apresenta um baixo grau de dificuldade para a aprendizagem, no entanto alguns assuntos foram considerados de difícil entendimento, como: a interpretação do enunciado dos problemas, o cálculo da multiplicação e divisão e os problemas em que a operação usada é uma das mencionadas anteriormente.

Palavras-chave: Ensino. Ensino de Matemática. Resolução de Problemas. Questões envolvendo as Quatro Operações Fundamentais. Opinião Discente.

1. INTRODUÇÃO

O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais tem despertado nosso interesse e preocupação, enquanto professores do Ensino Fundamental, por notarmos uma grande incidência de erros sendo cometidos pelos alunos no procedimento dos algoritmos das quatro operações básicas da Matemática e na interpretação do enunciado dos problemas. Esses erros segundo Vergnaud (2014) estão ligados ao cálculo numérico (referente às operações ordinárias de adição, subtração, multiplicação e divisão) e/ou ao cálculo

relacional (referente às operações de pensamento necessárias para reconhecer as relações envolvidas em uma situação).

Em nossa prática docente temos observado que a falta de habilidade em resolver problemas envolvendo as quatro operações fundamentais implica em uma interferência direta no aprendizado de novos conteúdos matemáticos, além de que resolver problemas desse tipo faz parte do cotidiano das pessoas e ter a habilidade de solucioná-los traz independência e autonomia.

As avaliações externas, como a Prova Brasil e o Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE), ratificam a importância de aprender a solucionar problemas, pois elas têm como foco em Matemática a resolução de problemas, isto se deve, segundo Rabelo (2013), ao fato da resolução de problemas possibilitar o estabelecimento de relações, o desenvolvimento de capacidades de argumentação, a validação de métodos e processos, além de estimular formas de raciocínio que incluem dedução, indução, inferência e julgamento. A habilidade de resolver problemas com números naturais envolvendo diferentes significados das operações é contemplada na matriz de referência da Prova Brasil, nos descritores D19 e D20 da matriz de referência do 5º ano do Ensino Fundamental e no descritor D19 da matriz do 9º ano, no tema Números e Operações/Álgebra e Funções (BRASIL, 2011). A matriz de referência para o Ensino Fundamental do SisPAE, também contempla a habilidade mencionada acima, nos descritores MPA08 e MPA09 do tema Números, Aritmética e Álgebra (SISPAE, 2016).

A vasta literatura sobre a resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais nos permite agrupar os estudos relacionados ao tema em algumas categorias, a saber: Estudos Teóricos, Estudos Diagnósticos, Estudos Experimentais e Estudos Documentais. Entre os estudos teóricos relacionados à resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais destacamos Verganud (2014), Gitirana et al. (2014) e Magina et al. (2008) e Sá (2003). Entre estudos diagnósticos temos: Jucá et al. (2106), Oliveira e Silva (2016), Rocha, Costa Júnior e Silva (2016), Moreti e Brandt (2014), Merlini, Santos e Magina (2014), Comércio (2012), Magina (2011) e Queiroz e Lins (2011). Em relação aos estudos experimentais destacamos: Mantoan e Lanuti (2016), Iégas e Haydu (2015), Silva (2015), Henklain e Carmo (2013) e Fetzer e Brandalise (2012). Entre os estudos documentais temos: Araújo e Santos (2016), Barbosa (2014), Plaza e Curi (2013), Nascimento e Morelatti (2013) e Coral (2010).

A componente curricular resolução de problemas nos motivou a realizar esta pesquisa, na qual nos propomos a ouvir discentes visando responder os seguintes questionamentos: Qual o nível de dificuldade para o aprendizado de resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais? A prática pedagógica dos professores está contribuindo para a facilitação do aprendizado desse conteúdo? Dentre os problemas que usam uma operação de modo independente, quais os que apresentam maiores complicações em suas resoluções?

Neste sentido, o objetivo deste trabalho é realizar um diagnóstico do processo de ensino-aprendizagem da resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais a partir da opinião de discentes.

2. METODOLOGIA

A metodologia da pesquisa constituiu-se de uma revisão de literatura relacionada ao tema resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais e uma pesquisa de campo por meio de um questionário de perguntas fechadas e um teste. O instrumento continha questões referentes ao perfil discente, à prática pedagógica no ensino de resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais percebidas pelos alunos e ao grau de dificuldade quanto ao aprendizado deste conteúdo. Já o teste continha 14 problemas, elaborados segundo a classificação proposta por Sá (2003) para problemas que usam uma operação de modo independente, como: determinação do total, completamente, comparação, determinação da 1ª parcela, determinação da 2ª parcela, determinação da diferença, determinação de minuendo, determinação de subtraendo, determinação do produto, determinação de fator, determinação do quociente, determinação de dividendo, determinação de divisor e determinação de unidade/cota.

O instrumento de pesquisa foi aplicado a 100 alunos de seis turmas do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública do município de Belém do Pará, durante o mês de janeiro de 2016. O critério adotado para a seleção dos sujeitos foi já terem estudado o conteúdo. A pesquisa de campo foi dividida em três etapas, a primeira foi destinada à obtenção da autorização do corpo técnico da escola para a realização da pesquisa, o qual se apresentou muito receptível e prestativo, dando todas as condições necessárias à aplicação do instrumento. A segunda etapa foi destinada a obtenção do consentimento dos responsáveis pelos participantes menores de idade da pesquisa, através da assinatura do Termo de Livre Consentimento Esclarecido (TCLE). A última etapa foi destinada à aplicação dos questionários, que durou em média cinquenta minutos por turma. Nas turmas em que o

professor de Matemática estava presente, dando suporte à aplicação do instrumento, observamos um maior interesse e motivação dos alunos em responder os questionários.

3. RESULTADOS E ANÁLISES

Nesta seção serão apresentados os resultados e as análises das informações produzidas na pesquisa de campo, que foram divididos em quatro tópicos, a saber: perfil discente, prática pedagógica na visão dos educandos, as dificuldades de discentes na resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais e desempenho na resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais.

3.1 Perfil discente

A sistematização dos resultados gerou o seguinte perfil discente: dentre os 100 alunos consultados, 51% eram mulheres e 49% eram homens, esses dados corroboram com a pesquisa de Silva (2015), na qual também houve um equilíbrio em relação ao gênero dos participantes. A maior parte dos alunos, 67%, estava na faixa etária entre 12 e 14 anos e 33% tinham 15 anos ou mais e estudaram os anos anteriores em escolas públicas estaduais. Apesar da maioria dos alunos estarem corretamente na correspondência idade-série, o percentual de alunos com dois ou mais anos de atraso escolar, ou seja, que apresentam distorção idade-série é expressivo, 33%. Conforme Soares (2015, p. 1), “o ingresso tardio na escola e repetência escolar são fatores que reverberam na formação de turmas com estudantes cuja idade não condiz com a série ou ano escolar considerado à sua faixa etária”.

Em relação à dependência de estudos, foi verificado que 34% dos pesquisados já haviam ficado ou estavam de dependência em alguma disciplina. Esses dados se aproximam da pesquisa feita por Santos (2013), na qual 46,7% dos participantes já haviam ficado de dependência em alguma matéria. Dentre todas as disciplinas do currículo do Ensino Fundamental paraense, a Matemática, foi a que teve o maior percentual de dependência, 55%, entre os alunos da amostra.

A maioria dos discentes investigados, 59%, possui pouca afinidade com a Matemática, esses dados ratificam a pesquisa de Silva (2016), na qual 69,2% da amostra informou gostar um pouco da referida disciplina. Conforme Mandarino (2004), o gosto por Matemática pode estar ligado a questões metodológicas, curriculares e interpessoais relacionadas com o ensino e aprendizagem da Matemática. A autora considera que a formação docente e a postura em relação à Matemática podem ser decisivas no desenvolvimento, dentre os alunos, do gosto por

esta área do conhecimento. É importante ressaltar que a maioria dos alunos que informou já ter ficado ou estar de dependência em Matemática, relatou não gostar da referida disciplina.

Em relação ao grau de dificuldade para a aprendizagem de Matemática, a maioria dos alunos, 82%, informou possuir um pouco de dificuldade em aprender os conteúdos da disciplina mencionada anteriormente, esses dados confirmam a pesquisa de Silva (2016), na qual a maioria dos alunos, 73,1%, relatou ter um pouco de dificuldade no aprendizado de Matemática. A prática docente pode ser um dos fatores que levam a dificuldades na aprendizagem de Matemática. Neste sentido, não basta apenas o domínio das competências matemáticas, por parte do educador, para que os alunos entendam as explicações dadas nas aulas, mas também o domínio de práticas didáticas e pedagógicas (BLOCH, 2005). Outros fatores que podem interferir na aprendizagem de Matemática estão relacionados à falta de motivação e ao desinteresse de discentes em querer aprender.

O percentual de discentes, 45%, que não recebem ajuda nas tarefas de casa de Matemática é expressivo. Segundo Silva (2016, p. 178), “isso é preocupante, dada a importância do acompanhamento e auxílio de pessoas além do professor nas atividades proposta pela escola, deixando evidente que a responsabilidade de motivação para a apreensão de conceitos matemáticos é imputada somente a escola”.

No que se refere à frequência com que os alunos estudam Matemática fora da escola, 40% informou que só estuda no período ou na véspera de prova, 25% só estuda nos fins de semana, 11% estuda todos os dias e 24% não estuda Matemática fora da escola. Esses dados corroboram com a pesquisa de Santos (2013), na qual 66,7% da amostra informou estudar Matemática apenas no período ou na véspera da prova e, apenas, 3,3% relataram estudar a referida disciplina todos os dias. Segundo a autora em questão, isso “pode ser um dos fatores que influencia no baixo rendimento do aluno, pelo fato de não fixar os conteúdos ou não buscar exercitar os conhecimentos apreendidos a fim de melhorar seu desempenho” (SANTOS, 2013, p. 192).

Houve um equilíbrio no que se refere aos sentimentos e/ou reações dos alunos quando são submetidos a avaliações em Matemática, 50% sentem-se normais/tranquilos e a outra metade apresentou sentimentos e reações adversas, como: medo, angústia, calafrios, nervosismo, agonia ou raiva. Essas reações podem ocorrer devido à pressão exercida pela ameaça das provas/exames sobre os educandos

as práticas dos exames, sob a aparência de avaliar a aprendizagem, escondem sua fachada de castigo, que não é corporal só de modo aparente, mas também de fato, a medida que aprisiona o educando por meio dos processos emocionais, que, em última instância, se dão no corpo. Efetivamente, as consequências das ameaças

manifestam-se e fixam-se no corpo: postura ansiosa, dificuldade de respirar, postura física de defesa, suor frio nas mãos e nas axilas, distúrbios neurovegetativos, crises de choro, raiva... são manifestações visíveis de sequelas corporais decorrentes de castigos não corporais (LUCKESI, 2011, p. 230-231).

A seguir apresentaremos a prática pedagógica de docentes de Matemática na visão dos discentes da amostra.

3.2 Prática pedagógica na visão dos educandos

No que se refere à forma como os professores iniciam as aulas sobre resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais, na visão dos discentes, obtivemos os seguintes dados: 63% da amostra informou que os professores iniciam as aulas pela definição do conteúdo seguida de exemplos e exercícios, 20% disseram que os docentes apresentam uma situação problema para depois introduzir o assunto, 9% informaram que os professores iniciam as aulas com um experimento para chegar ao conceito, 5% disseram que os professores iniciam as aulas com um modelo para a situação e em seguida analisam o modelo e apenas 3% dos alunos informaram que os docentes iniciam as aulas com jogos para depois sistematizar os conceitos. Esses dados corroboram com as pesquisas de Silva (2016) e Gomes (2013), nesta 76% e naquela 93% dos discentes informaram que seus professores iniciam suas aulas pelo método tradicional de ensino.

A respeito dos recursos utilizados pelos professores para a fixação do conteúdo, verificamos que os mais utilizados ainda são a lista de exercícios e/ou o livro didático, informados por 79% dos discentes, enquanto que outros recursos como jogos e pesquisa em outras fontes foram informados por 17% dos alunos, tendo ainda 4% dos educandos que informaram que seus professores de Matemática não propunham questões de fixação do conteúdo. Esses dados corroboram com as pesquisas de Silva (2016) e Gomes (2013), nesta 97% e naquela 82% nas quais a maioria dos discentes informaram que seus professores utilizavam uma lista de exercício ou o livro didático para a fixação de conteúdos. O modo como os docentes ensinam a resolver problemas envolvendo as quatro operações fundamentais e os recursos utilizados por eles para fixar este conteúdo, informada pela maioria dos alunos, nos remete ao método de ensino denominado por Libâneo (2013) de Método de Exposição pelo Professor

este é o método de ensino mais usado nas escolas, em que os conhecimentos, habilidades e tarefas são apresentados, explicados ou demonstrados pelo professor. A atividade dos alunos é receptiva, embora não necessariamente passiva. Esse método é muito criticado por conduzir os alunos a uma aprendizagem mecânica,

fazendo-os apenas memorizar e decorar fatos, regras, definições, sem ter garantido uma sólida compreensão do assunto (LIBÂNEO, 2013, p. 91).

A maneira dos professores ensinarem a resolver e a fixar os problemas envolvendo as quatro operações fundamentais, apontada pela maioria dos discentes, nos remete ao método tradicional de ensino e isso pode explicar possíveis dificuldades na resolução desses tipos de problemas. Uma forma de superar os obstáculos no processo de ensino-aprendizagem desses problemas é o uso de novas tendências para o Ensino de Matemática, dentre as quais destacamos: a Resolução de Problemas, a História da Matemática, a Investigação Matemática, a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, o Ensino por Atividades, os Jogos Educativos e as Tecnologias de Informação e Comunicação. A utilização dessas tendências permite que o Ensino de Matemática deixe de ser mecânico, com ênfase em regras e fórmulas, não que a Matemática com seus conceitos e algoritmos seja descartada, porém espera-se que tal leve o aluno a pensar, a tornasse crítico, saindo assim da condição de passividade. Segundo D'Ambrósio

É preciso substituir os processos de ensino que priorizam a exposição, que levam a um receber passivo do conteúdo, através de processos que não estimulem os alunos à participação. É preciso que eles deixem de ver a Matemática como um produto acabado, cuja transmissão de conteúdos é vista como um conjunto estático de conhecimentos e técnicas. (D' AMBRÓSIO, 2003, p. 57).

No tocante a forma de avaliação em Matemática a qual eram submetidos os alunos, verificamos que as provas e os testes semanais, segundo os discentes, são utilizados por todos os professores. Somente 12% dos pesquisados informaram que os docentes utilizam, além dos métodos tradicionais de avaliação (provas e testes), pesquisas, seminários ou projetos. Isso nos mostra que a prática pedagógica da avaliação da aprendizagem ainda está centrada nos exames (provas e testes), o que acaba rotulando e excluindo os alunos, na medida em que os classifica por meio de notas. O esperado é que a avaliação seja contínua, avaliando todo o processo de ensino-aprendizagem, e não pontual com data e horário marcado.

Segundo Luckesi (2011), mesmo com todas as inovações pedagógicas trazidas pela escola nova, tecnopedagogia, pelas diversas versões progressivas e emancipatórias, não conseguiram ainda, modificar a conduta dos educadores no que se refere à prática pedagógica da avaliação escolar, continuamos mais a examinar do que a avaliar.

Na prática pedagógica da Matemática, a avaliação tem, tradicionalmente, se centrada nos conhecimentos específicos e na contagem de erros. É uma avaliação somativa, que não só seleciona os estudantes, mas os compara entre si e os destina a um determinado lugar numérico em função das notas obtidas. [...] a prática pedagógica da avaliação, deve levar em conta os principais elementos envolvidos no processo de ensinar/aprender – o aluno, o professor e o saber –, possibilitando que tanto o professor quanto o aluno tenham um indicativo de como este está se relacionando com o saber matemático. (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 36-37).

A seguir apresentaremos as dificuldades de discentes em assuntos relacionados à resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais.

3.3 As dificuldades de discentes na resolução de problemas envolvendo as 4 operações fundamentais

Neste tópico analisaremos as respostas dadas pelos discentes a respeito de suas percepções sobre o nível das dificuldades apresentadas quanto ao aprendizado de assuntos relacionados à resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais, de acordo com seus conhecimentos. A tabela a seguir apresenta o grau de dificuldade para a aprendizagem de alguns itens relacionados à resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais, na opinião dos discentes.

Tabela 1 – Grau de dificuldades apresentadas pelos alunos

Nº	Itens relacionados à resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais	Grau de dificuldade		
		Fácil	Regular	Difícil
01	Ideia de adição	75%	13%	12%
02	Ideia de subtração	63%	25%	12%
03	Ideia de multiplicação	57%	25%	18%
04	Ideia de divisão	51%	15%	34%
05	Cálculo da adição sem reserva	53%	23%	24%
06	Cálculo da adição com reserva	52%	23%	25%
07	Cálculo da subtração sem reserva	52%	33%	15%
08	Cálculo da subtração com reserva	43%	20%	37%
09	Cálculo da multiplicação sem reagrupamento	24%	23%	53%
10	Cálculo da multiplicação com reagrupamento	28%	15%	57%
11	Cálculo da divisão exata	29%	14%	57%
12	Cálculo da divisão não exata	18%	25%	57%
13	Cálculo mental	54%	20%	26%
14	Interpretação do enunciado dos problemas	33%	16%	51%
15	Problemas em que a operação usada é a adição	55%	17%	28%
16	Problemas em que a operação usada é a subtração	52%	15%	33%
17	Problemas em que a operação usada é a multiplicação	34%	8%	58%
18	Problemas em que a operação usada é a divisão	32%	4%	64%

Fonte: pesquisa de campo (2016)

A leitura da tabela acima revelou que para estes discentes, a maioria dos itens relacionados à resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais apresentam um baixo grau de dificuldade para o aprendizado. Contudo observamos que alguns assuntos superaram a barreira da facilidade, como no caso dos assuntos contidos nos itens 09, 10, 11, 12, 14, 17 e 18 que foram indicados pelos discentes como os de maiores dificuldades de aprendizado. Destacando-se os itens 17 e 18 que tratam, respectivamente, dos problemas em que a operação usada é a multiplicação ou a divisão, informados, nesta ordem, por 58% e 64% dos discentes como os assuntos que apresentam maiores dificuldades de aprendizagem. O fato da maioria dos alunos terem informado que possuem dificuldades no

cálculo das operações de multiplicação e divisão (itens 9, 10, 11 e 12), ratificam as dificuldades na resolução de problemas envolvendo essas operações.

O grau de dificuldade elevado para aprendizagem da interpretação do enunciado dos problemas (item 14), informado por 51% dos educandos, é preocupante, pois segundo Polya (2006), a primeira etapa na resolução de um problema é a compreensão do mesmo, se o aluno não entender o que o problema está pedindo ou de que se trata com certeza todas as outras etapas da resolução estarão comprometidas. Nesta etapa é importante fazer perguntas, a fim de identificar qual incógnita do problema, quais são os dados, quais são as condições e se é possível satisfazê-las. Conforme Brito (2000), o entendimento dos componentes verbais de um problema é o primeiro passo para reconhecer o procedimento correto que deverá ser usado na solução e também para entender e reter o significado do problema.

3.4 Desempenho na resolução de problemas envolvendo as 4 operações

O teste continha quatorze problemas envolvendo as quatro operações fundamentais, elaborados segundo a classificação proposta por Sá (2003) para problemas que usam uma operação de modo independente. Na correção das questões propostas no teste foram analisados dois tipos de cálculo, o numérico e o relacional, como proposto por Vergnaud (2009). A análise dos resultados foi feita com base nas seguintes categorias, a saber:

- Acerto - A: quando houve uma resolução para o problema e o resultado obtido estava correto;
- Erro Relacional - ER: quando houve uma resolução para o problema e o resultado obtido estava incorreto, devido ao uso da operação inadequada;
- Erro Numérico - EN: quando houve uma resolução para o problema e o resultado obtido estava incorreto, devido a deslizes no procedimento do algoritmo da operação.
- Em Branco - EB: quando o problema não foi resolvido.

A tabela a seguir contém os problemas do teste, suas classificações, sentença da modelação e aritmética e os percentuais de acertos e erros no teste. Segundo Carey (1991), a sentença da modelação de um problema representa diretamente as relações entre os dados que são apresentados no enunciado dos problemas, e a sentença aritmética de um problema é usada para determinar o valor procurado num problema.

Tabela 2 – Problemas, classificações e percentuais de acertos e erros no teste

Problema	Tipo	SM	SA	%			
				A	ER	EN	EB
1) Paulo tem 56 bolinhas de gude e seu irmão tem 43. Quantas bolinhas de	Determinação do total	$56+43=?$	$56+43=$	88	0	7	5

gude eles têm juntos?							
2) Tenho que pagar uma conta de R\$130,00. No momento tenho R\$85,00. Quanto tenho que conseguir para poder pagar a conta?	Completamento	$85+?=130$	$130-85=$	60	5	15	20
3) Minha coleção de figurinhas de super-heróis tem 43 figurinhas. A coleção de meu irmão tem 97 figurinhas. Quantas figurinhas minha coleção tem a menos que a coleção de meu irmão?	Comparação	$43+?=97$	$97-43=$	73	5	9	13
4) Fui a uma barraca de tiro ao alvo e consegui alguns pontos no primeiro disparo. No segundo disparo, fiz 32 pontos, totalizando 79 pontos. Quantos pontos eu fiz no primeiro disparo?	Determinação da 1ª parcela	$?+32=79$	$79-32=$	72	5	8	15
5) Numa partida de basquete, meu time, no primeiro tempo, fez 45 pontos. No final da partida, tinha obtido 83 pontos. Quantos pontos meu time fez no segundo tempo da partida?	Determinação da 2ª parcela	$45+?=83$	$83-45=$	62	12	18	8
6) Marcos tinha R\$67,00 e resolveu dá R\$54,00 para seu irmão João. Com quantos reais Marcos ficou?	Determinação da diferença	$67-54=?$	$67-54=$	80	11	6	3
7) Fui com uma certa quantia ao supermercado. Fiz compras à vista, num total de R\$75,00. Ao chegar em casa, percebi que ainda tinha R\$87,00. Com que quantia eu fui ao supermercado?	Determinação de minuendo	$?-75=87$	$87+75=$	71	6	5	18
8) Fui ao comércio com R\$254,00. Só fiz compras à vista. Ao chegar em casa percebi que ainda tinha R\$176,00. Qual a quantia que gastei nas compras?	Determinação de subtraendo	$254-?=176$	$254-176=$	61	10	19	10
9) Quinze crianças têm R\$16,00, cada uma. Quanto elas possuem ao todo?	Determinação do produto	$15 \times 16=?$	$15 \times 16=$	24	17	27	32
10) Um número foi multiplicado por nove e o resultado obtido foi setenta e dois. Qual foi o valor multiplicado por nove?	Determinação de fator	$? \times 9=72$	$72 \div 9=$	37	15	18	30
11) Carlos resolveu distribuir R\$288,00 entre seus doze sobrinhos. Quanto cada um receberá?	Determinação do quociente	$288 \div 12=?$	$288 \div 12=$	31	14	24	31
12) Uma certa quantia de doces foi distribuída igualmente entre seis crianças e cada uma delas recebeu 42 doces. Quantos doces foram distribuídos?	Determinação de dividendo	$? \div 6=42$	$42 \times 6=$	26	15	29	30
13) Em uma festa foram distribuídos igualmente 144 doces entre algumas crianças e cada criança recebeu oito doces. Quantas crianças participaram da distribuição dos doces?	Determinação de divisor	$144 \div ?=8$	$144 \div 8=$	14	9	46	31
14) Comprei um livro por R\$150,00 e vou pagá-lo em cinco prestações iguais. Qual será o valor de cada prestação?	Determinação de unidade/cota	$5 \times ?=150$	$150 \div 5=$	30	15	22	33

Fonte: pesquisa de campo 2016

As leituras do quadro e do gráfico acima revelaram que os problemas dos tipos determinação do total, determinação de minuendo, determinação da diferença, comparação e determinação da 1ª parcela tiveram os maiores percentuais de acertos, respectivamente, 88%, 71% 80%, 73% e 72% de acertos. Nos dois primeiros tipos de problemas (itens 01 e 07),

mencionados acima, a operação usada era, nesta ordem, a adição sem e com reserva e nos três últimos (itens 03, 04 e 07) a operação usada era a subtração sem reserva. Os elevados percentuais de acertos nessas questões ratificam a informação da Tabela 1 de que esses assuntos, na opinião discente, possuem um baixo grau de dificuldade para a aprendizagem.

Os problemas dos tipos determinação de dividendo, determinação do produto, determinação de divisor, determinação de unidade/cota, determinação do quociente e determinação de fator tiveram os menores percentuais de acertos, respectivamente, 26%, 24%, 14%, 30%, 31% e 37% de acertos. Nos dois primeiros tipos de problemas (itens 09 e 12), mencionados acima, a operação usada era a multiplicação com reagrupamento e nos quatro últimos a operação usada divisão exata (itens 10, 11, 13 e 14). Os elevados percentuais de erros e questões em branco nestes itens ratificam a informação da Tabela 1 de que esses assuntos, na opinião discente, possuem um elevado grau de dificuldade para a aprendizagem.

O erro numérico foi à falha mais cometida pelos alunos nas questões do teste, esse tipo de erro refere-se a deslizos no procedimento do algoritmo da operação usada na resolução dos problemas. Em relação ao algoritmo da adição o principal deslize cometido pelos alunos refere-se a contagem dos valores das casas decimais. Os erros referentes ao algoritmo da subtração estão relacionados ao cálculo da subtração com reserva, como: erro de inversão dos algarismos, supremacia do zero, zero neutro e erro de decomposição e composição das casas decimais. As falhas referentes ao algoritmo da multiplicação estão relacionadas à tabuada e a multiplicação dos algarismos dos fatores. Os erros referentes ao algoritmo da divisão estão relacionados à tabuada e a subtração durante o cálculo.

Erros semelhantes no procedimento dos algoritmos das operações de adição e subtração foram encontrados na pesquisa de Queiroz e Lins (2011) sobre a aprendizagem de Matemática na qual analisaram as dificuldades na resolução de problemas da estrutura aditiva de alunos na modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA). Na pesquisa de Zatti, Agranionih e Enricone (2010) que analisou as dificuldades de cálculo matemático nas quatro operações fundamentais, também foram encontrados erros do mesmo tipo na execução dos algoritmos das operações de multiplicação e divisão.

Segundo Pinto (2000), no processo de ensino-aprendizagem, o erro pode contribuir positivamente, desde que seja modificada por parte do educador, a atitude de condenação ao aluno como se esse fosse o único culpado pelo erro, tomando-se uma postura de tratamento preventivo dos mesmos. Ainda segundo a autora, os erros podem constituir caminhos importantes para se inserir novas metodologias no Ensino da Matemática, em outras palavras,

o erro serve de ferramenta avaliativa cuja importância é substancial para melhorias na metodologia de ensino.

Os maiores índices de itens em branco ocorreram nos problemas em que a operação usada era a multiplicação ou a divisão. Isso pode ter sido motivado por vários fatores, como: dificuldades em relação a conceitos e procedimentos das operações envolvidas nesses itens, dificuldades na interpretação do enunciado dos problemas e/ou desinteresse em participar da pesquisa.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta pesquisa foi realizar um diagnóstico do processo de ensino-aprendizagem da resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais a partir da opinião de discentes. Partindo das análises dos dados apresentados neste trabalho, podemos constatar que:

A verificação de que, segundo os discentes, a maioria dos professores, iniciam as aulas de resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais pela definição seguida de exemplos e exercícios; utilizam listas de exercícios e/ou o livro didático como instrumento para a fixação deste conteúdo, mostram indícios do predomínio da prática pedagógica tradicional, o que pode estar comprometendo a aprendizagem dos alunos em relação ao conteúdo analisado.

No que se refere aos níveis de dificuldades que a amostra de alunos apresentou para o aprendizado da resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais, acreditamos que apesar dos discentes avaliarem que o grau de dificuldade está numa escala de normal para baixo, os dados revelam que existem alguns tópicos neste conteúdo que precisam de uma maior atenção no momento de seu ensino. É o caso da interpretação do enunciado dos problemas, do cálculo da multiplicação com e sem reagrupamento, do cálculo da divisão exata e não exata e dos problemas em que a operação usada é a multiplicação ou a divisão.

Em relação às questões do teste constatamos que os problemas dos tipos determinação do produto, determinação de fator, determinação do quociente, determinação de dividendo, determinação de divisor e determinação de unidade/cota apresentaram os maiores percentuais de erros e itens em branco, nesses problemas a operação usada era a multiplicação ou a divisão.

Entendemos que para realizarmos um diagnóstico mais preciso no sentido da identificação das dificuldades inerentes ao ensino e aprendizado deste assunto, seria

necessária uma consulta também aos docentes, o que pretendemos realizar em outro momento. Por hora, basta-nos a constatação de que o ensino da resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais é um conteúdo que de uma forma ou de outra apresenta dificuldades que precisam ser reconhecidas e trabalhadas pelos professores de forma a construir uma educação de melhor qualidade.

5. REFERÊNCIAS

ARAÚJO, André Felipe Queiroz; SANTOS, Ernani Martins dos. Análise do conceito de divisão em um livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental, na ótica da teoria dos campos conceituais. **Anais ...** São Paulo/SP, 2016. Disponível em: http://sbempe.cpanel0179.hospedagemdesites.ws/enem2016/anais/pdf/6475_2739_IDpdf. Acesso em: 25 de Julho de 2016.

BARBOSA, Jozeildo Kleberson. Campo aditivo e multiplicativo: o que é avaliado na prova brasil do 5º ano. In: Anais do IV Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia - SINECT. **Anais ...** Ponta Grossa/PR, 2014. Disponível em: <http://sinect.com.br/anais2014/anais2014/artigos/ensinodematematica/01405043421.pdf>. Acesso em: 15 de Abril de 2016.

BLOCH, Isabelle. Peut-on analyser la pertinence des réactions mathématiques des professeurs dans leur classe ? Comment travailler cette pertinence, en formation, dans des situations à dimension adidactique? In: Actes du Séminaire National des Didactiques des Mathématiques. Paris: **ARDM et IREM de Paris 7**, 2005, pp.77-114.

BRASIL. Ministério da Educação. Plano de Desenvolvimento da Educação – PDE. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. Prova Brasil. Matrizes de referência, tópicos e descritores: Brasília, 2011.

BRITO, Marcia Regina Ferreira. A compreensão e a solução de problemas aritméticos verbais por crianças da escola fundamental. **Temas em Psicologia - SBP**, v. 8, n. 1, pp. 93-109, 2000.

CAREY, Deborah A. Number sentences: linking addition and subtraction problems and symbols. **Journal for Research in Mathematics Education**, [s.1.], v.22, n.4, pp.266-280, 1991.

COMERCIO, Marta Santana. **Relações entre a compreensão em leitura e a solução de problemas aritméticos**. 283p. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação), Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 2012.

CORAL, Eduardo Abel. **Campo conceitual multiplicativo**: uma análise dos parâmetros curriculares nacionais para as séries iniciais do ensino fundamental. 86p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação). Universidade do Extremo Sul Catarinense. Criciúma, 2010.

D'AMBRÓSIO, Ubiratam. **Educação Matemática**: da Teoria à Prática. Campinas-SP, Papirus, 2003.

FETZER, Fernanda; BRANDALISE, Mary Ângela Teixeira. A resolução de problemas aditivos e multiplicativos por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental: uma análise a partir da teoria de Vergnaud. In: Anais do III Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia

- SINECT. **Anais...** Ponta Grossa/PR, 2012. Disponível em: <http://sinect.com.br/anais2014/anais2014/artigos/ensinodematematica/01405043421.pdf>. Acesso em: 19 de Junho de 2016.

GITIRANA, Verônica; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra Maria Pinto; SPINILLO, Alina Galvão. **Repensando a multiplicação e divisão**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 1 ed. São Paulo, PROEM, 2014, 136p.

GOMES, Rosana Pereira. **O ensino de relações trigonométricas no triângulo retângulo por atividades**. 218 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Estado do Pará. Belém, 2013.

HENKLAIN, Marcelo Henrique Oliveira; CARMO, João dos Santos. Equivalência de estímulos e redução de dificuldades na solução de problemas de adição e subtração. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**. Brasília, v.29, n. 3, pp. 341-350, jul/set 2013.

IÉGAS, Ana Luisa de Freitas; HAYDU, Verônica Bender. Resolução de Problemas Aritméticos: Efeitos de Ensino com uma Balança Virtual. **Trends in Psychology -Temas em Psicologia**, v. 23, n. 1, p.83-96, 2015.

JUCÁ, Rosineide de Sousa; RODRIGUES, Valdenira de Santana Barbosa; RODRIGUES, Bárbara Hamú; ALMEIDA, Maria Paula Duarte O' de. Problemas do campo multiplicativo: uma investigação com professores em formação inicial do curso de pedagogia. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** São Paulo/SP, 2016. Disponível em: http://sbempe.cpanel0179.hospedagemdesites.ws/enem2016/anais/pdf/6255_3427_ID.pdf. Acesso em: 25 de Julho de 2016.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem**: componente do ato pedagógico. 1. ed. São Paulo, Cortez, 2011.

MAGINA, Sandra Maria Pinto. A pesquisa na sala de aula de matemática das séries iniciais do ensino fundamental. Contribuições teóricas da psicologia. **Educar em Revista**. Editora UFPR, Curitiba, Brasil, n. Especial 1, p. 63-75, 2011.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; NUNES, Terezinha; GITIRANA, Verônica; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. **Repensando a adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 3 ed. São Paulo, PROEM, 2008, 63p.

MANDARINO, Mônica Cerbella. Freire. A escola “desfaz” o gosto pela matemática? In: Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Recife/PE, 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/01/2CC43277748715.pdf>. Acesso em: 16 de Fevereiro de 2016.

MANTOAN, Maria Teresa Eglér; LANUTI, José Eduardo de Oliveira Evangelista. Identificação das dificuldades dos estudantes em relação à resolução de problemas por meio dos campos conceituais de Vergnaud. In: Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais...** São Paulo/SP, 2016. Disponível em: http://sbempe.cpanel0179.hospedagemdesites.ws/enem2016/anais/pdf/4783_2299_ID.pdf. Acesso em 16 Julho 2016.

MERLINI, Vera Lúcia; SANTOS, Aparecido; MAGINA, Sandra Maria Pinto. O raciocínio de estudantes do ensino fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**. Bauru, v.20, n. 2, pp. 517-533, 2014.

NASCIMENTO, Juliane do; MORELATTI, Maria Raquel Miotto. A Abordagem de Problemas no Material do PIC. In: Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais...** Curitiba/PR, 2013. Disponível em: http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2447_1632_ID.pdf. Acesso em: 25 de Julho de 2016.

OLIVEIRA, Elys Vânnny Fernanda Rodrigues de; SILVA, Angélica da Fontoura Garcia. Formação de professores que lecionam matemática para os anos iniciais: um estudo acerca de conhecimentos das estruturas aditivas e do seu ensino. **Anais ...** São Paulo/SP, 2016. Disponível em: http://sbempe.cpanel0179.hospedagemdesites.ws/enem2016/anais/pdf/7114_3412_ID.pdf. Acesso em: 25 de Julho de 2016.

PAVANELLO, Regina Maria; NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. Avaliação em matemática: algumas considerações. **Estudos em Avaliação Educacional**, v. 17, n. 33, pp. 29-42 jan./abr. 2006.

PLAZA, Eliane Matheus; CURI, Edda. Questões do Saeb/Prova Brasil: um estudo referente ao campo aditivo. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v.2, n.1, pp. 39-50, 2013.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

QUEIROZ, Simone; LINS, Mônica. A Aprendizagem de Matemática por Alunos Adolescentes na Modalidade Educação de Jovens e Adultos: analisando as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva. **Bolema**, vol. 24, n. 38, pp. 75-96, abril/2011.

RABELO, Mauro. **Avaliação Educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ROCHA, Fernanda Silva; COSTA JÚNIOR, Wilson Souza; SILVA, Ana Paula Perovano dos Santos. Quais situações são priorizadas por professores do Ensino Fundamental ao elaborar situações-problema envolvendo as estruturas multiplicativas? **Anais ...** São Paulo/SP, 2016. Disponível em: http://sbempe.cpanel0179.hospedagemdesites.ws/enem2016/anais/pdf/8205_4226_ID.pdf. Acesso em: 25 de Julho de 2016.

SÁ, Pedro Franco de. **Os problemas envolvendo as quatro operações e a unidade do pensamento linear**. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação), Universidade Federal do Rio Grande do Norte- UFRN, Natal, RN, 2003, 214 p.

SANTOS, Cristiane do Socorro Ferreira dos. **Ensino das funções afim e quadráticas por atividade**. 314p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Estado do Pará. Belém, 2013.

SILVA, Hugo Carlos Machado da. **O ensino de matrizes a partir da resolução de problemas**. 244p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Estado do Pará. Belém, 2016.

SILVA, Benedita das Graças Sardinha da. **Ensino de problemas envolvendo as quatro operações por meio de atividades**. 223p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Estado do Pará. Belém, 2015.

SISPAE – Sistema Paraense de Avaliação Educacional. Disponível em: <http://vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?=SEPA1401>. Acesso em 30 de janeiro de 2016, às 19:40.

SOARES, Enílvia Rocha Morato. A distorção idade-série e a avaliação: relações. In: Anais da 37ª Reunião da Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Educação – ANPED. **Anais...** Florianópolis/SC, 2014. Disponível em: <http://www.anped.org.br/sites/default/files/trabalho-gt13-3571.pdf>. Acesso em: 08 de Setembro de 2016.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade**. Tradução Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora UFPR, 2014, 322p.

ZATTI, Fernanda; AGRANIONIH, Neila Tonin; ENRICONE, Jacqueline Raquel Bianchi. Aprendizagem matemática: desvendando dificuldades de cálculo dos alunos. **Perspectiva**, Erechim, v. 34, n. 128, pp. 115-132, dezembro/2010.



A VISÃO DO ESTAGIÁRIO-PROFESSOR DA PRÁTICA EDUCATIVA E SUAS PERSPECTIVAS PARA A AÇÃO DOCENTE NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Bruna Karolina Albuquerque Gomes¹

Universidade do Estado do Pará- Campus XI

bkarolinagomes@bol.com.br

Marília da Silva Coimbra¹

Universidade do Estado do Pará- Campus XI

mcoimbra7@bol.com.br

Rayssa Arruda de Sousa¹

Universidade do Estado do Pará- Campus XI

rayssa.arruda17@hotmail.com

RESUMO

COIMBRA, Marília da Silva; GOMES, Bruna Karolina Albuquerque; SOUSA, Rayssa Arruda de. **A visão do estagiário-professor da prática educativa e suas perspectivas para a ação docente no ensino da Matemática.**

O presente artigo mostra a importância do estágio na formação profissional, e o quanto o comprometimento do Estagiário é essencial no mesmo. Apresentando as experiências vividas durante a prática do estágio e as perspectivas adquiridas pelo universitário, o momento de decisão profissional enquanto docente ao se deparar com a realidade das escolas, as dificuldades enfrentadas durante a prática do estágio, entre outros aspectos. O objetivo deste trabalho é mostrar os benefícios que o estágio possibilita ao graduando de Matemática e o papel do estagiário bem como suas relações com os docentes do ambiente escolar. Através de pesquisas realizadas sobre o tema, foi possível assimilar as vantagens do estágio e as mudanças que todos os alunos terão que enfrentar. A metodologia aplicada foi feita a partir de pesquisas teóricas que se completaram com o convívio na sala de aula no período do estágio e através do seminário que foi apresentado. Com isso, foi viável refletir sobre o quanto o estágio é significativo para os que almejam uma carreira profissional bem-sucedida.

¹ Discente de Licenciatura Plena em Matemática

Palavras chaves: Estágio. Experiência. Futuro Profissional.

ABSTRACT

The trainee-teacher's view of the educational practice and its perspectives for the teaching action in the teaching of Mathematics.

This article shows the importance of internship in vocational training, and how much the Trainee's commitment is essential in it. Presenting the experiences lived during the practice of the internship and the perspectives acquired by the university, the moment of professional decision as a teacher when facing the reality of the schools, the difficulties faced during the practice of internship, among other aspects. The objective of this work is to show the benefits that the internship allows to the Mathematics graduate and the role of the trainee as well as his relations with the teachers of the school environment. Through research on the subject, it was possible to assimilate the advantages of the internship and the changes that all the students will have to face. The applied methodology was based on theoretical researches that were completed with the conviviality in the classroom during the internship period and through the seminar that was presented. With this, it was feasible to reflect on how significant the stage is for those pursuing a successful career.

Keywords: Stage. Experience. Professional Future.

INTRODUÇÃO

Um bom professor se constitui de inúmeros fatores, podendo-se destacar, além da formação docente, a pesquisa-ação. Como afirma TRIPP (2005), a pesquisa-ação é uma forma de transformar nossa prática, sempre com o intuito de investigar sobre ela afim de melhorá-la. É nesse sentido que a prática do estágio se torna fundamental em nossa formação docente pois é a partir de suas práticas que o futuro professor obterá experiências para uma atuação de qualidade e compreenderá se ser educador é de fato sua vocação profissional.

O presente artigo tem por objetivo mostrar a importância do estágio supervisionado na formação de futuros professores e qual o papel do estagiário e suas relações com os professores, relataremos as experiências de estágio vivenciadas enquanto estudantes universitárias do curso de Licenciatura Plena em Matemática do campus XI da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

Como complemento dessa experiência tivemos também que apresentar um seminário, o qual é relatado detalhadamente neste artigo. Para o desenvolvimento desse trabalho realizamos pesquisas relacionadas ao tema em questão, buscando compreender os princípios do estágio bem como seus impactos em todos os envolvidos.

A metodologia utilizada para a elaboração desse artigo foi embasada em pesquisas teóricas que confirmam o que presenciamos em sala de aula durante o estágio e também em

nossas vivências no decorrer da disciplina. Isso inclui o procedimento antes do início da prática como a escolha das escolas e a permissão obtida pela direção para atuarmos nas dependências das mesmas, bem como as pesquisas realizadas para a apresentação do seminário.

O PAPEL DO ESTAGIÁRIO ENQUANTO OBSERVADOR

No período da prática, os discentes precisam cumprir alguns compromissos para que haja uma boa relação no decorrer deste momento de interação entre futuros professores e os já formados, tendo assim respeito com todos envolvidos nestes compromissos.

Alguns compromissos que os estagiários- professor devem honrar, são os seguintes: ser pontual, manter a confidencialidade de tudo que for observado, desde as pessoas que estão relacionadas até a forma que a instituição funciona, não se envolver nas aulas sem permissão do docente responsável pelo estágio, participar de todas as atividades que o estágio exigir, caso isso não seja feito, deve-se justificar ao coordenador ou supervisor do estágio e conservar os dados pessoais obtidos durante o estágio, não podendo citar os acontecimentos ocorridos durante este período, correndo o risco de descumprimento da Lei Orgânica n. 15/1999 de proteção de dados de caráter pessoal.

Os compromissos e responsabilidades tendem a aumentar na medida em que os discentes vão chegando ao final de sua formação, aprendendo nesse período de desenvolvimento a se acostumar com a capacidade de se comprometer e assumir novas responsabilidades, e segundo ZABALZA (2014) este momento da prática, onde os estudantes adquirem novas experiências, é justamente um dos fatores que mais valorizam.

No estágio de observação, os estagiários, não podem interferir nas aulas, pois este momento deve ser somente de observar as metodologias dos professores, no caso os de Matemática, a forma em que o professor interage com seus alunos, se ele se mostra preocupado com a aprendizagem deles, entre outros fatores que se vivenciam no ambiente escolar, tendo a ética de não comentar os acontecimentos ocorridos dentro da escola.

Outro fator com o qual o estagiário deve se comprometer é o uso de vestimentas formais que estejam de acordo com o grau de seriedade do ambiente e que não ofendam o pudor daqueles com quem conviverão durante o estágio. Não é apropriado apresentar-se a escola com vestimentas inadequadas, como shorts, blusas decotadas, camisetas ou sandálias,

pois isso demonstra desrespeito da parte do estudante da prática para com o ambiente e todos que o frequentam.

Para JANUARIO (2008 apud SBEM, 2003, p. 21), o contexto escolar é complementar dos conhecimentos dos docentes e contém, entre outros, conhecimentos a respeito de modos de aprendizagem dos alunos, seus interesses, necessidades e dificuldades, além de técnicas de ensino e de capacidades de administrar a sala de aula.

É no momento do estágio que os discentes levarão seus conhecimentos adquiridos, no decorrer do curso, onde poderão colocar em prática o que aprenderam na teoria. Observando a realidade vivenciada nesse momento de suma importância no seu desenvolvimento como futuro profissional, ao retornarem dessa experiência, poderão fazer análises do que foi observado buscando possíveis soluções para os problemas encontrados.

RELAÇÃO ESTAGIÁRIO-PROFESSOR E PROFESSOR

Antes de iniciarem suas práticas nas escolas, os discentes precisam primeiramente da autorização expressa da direção das mesmas bem como dos professores das turmas em que pretendem atuar para que possam estar presentes durante suas aulas. O que ocorre, porém, é que a maioria dos professores não se sente à vontade em receber os estagiários em suas aulas por não querer ter alguém para “vigiá-los”. Pois, segundo eles, a presença do estudante universitário acaba por tirar sua liberdade no exercício de sua função.

Por outro lado, alguns professores são bastante receptivos com os estudantes e os auxiliam da maneira que podem afim de contribuir com seu papel, até mesmo porque todos os professores já passaram por isso um dia e, como afirma ZABALZA (2014), não seria nada demais manter essa cadeia, baseada na ética do retorno, com quem está se preparando para a docência.

Existem ainda situações em que o professor permite a participação do estagiário em suas aulas, porém de má vontade o que implica em relações negativas de afetividade. O professor, de certo modo, ignora a presença do estudante universitário e o único contato que vêm a ter um com o outro é na hora de o professor assinar a ficha do estagiário.

Já nos casos em que o professor recebe bem o aluno-estagiário os dois acabam por construir uma relação amigável e até mesmo de troca de conhecimentos. O professor também se torna motivo de inspiração para o universitário que busca, a partir da observação, entender a realidade do professor em sala de aula analisando as metodologias de ensino aplicadas.

Metodologias de Ensino da Matemática

A partir do que o estudante universitário observa nos métodos de aplicabilidade dos conteúdos utilizados pelo professor e nas reações de retorno da classe ele irá compreender se tais métodos são de fato eficazes. O que ocorre, por vezes, é que o modelo de ensino empregado pelo professor é o tradicional, onde ele é o detentor do conhecimento. Nesse modelo o aluno não passa de um mero recipiente de informações, assumindo a única função de memorizar o que lhe é ensinado. É natural então que o professor não saiba se seu aluno está aprendendo, já que não há interação nem troca de conhecimentos.

Em disciplinas como a Matemática esse fator traz sérios problemas ao desenvolvimento intelectual dos alunos. Se o professor não tem metodologias que atraiam a atenção destes, a aula acaba sendo desinteressante e improdutiva. Pelo contrário, se o professor desenvolve técnicas de ensino da Matemática que envolvam seus alunos e desperte sua concentração, certamente seu desempenho aumentará.

A Matemática, diferente das demais disciplinas, normalmente não é tão atraente aos olhos de um aluno se ele não vê motivos para aprender seus conteúdos. Por isso é fundamental que o professor saiba contextualizar os conceitos matemáticos, mostrando que eles são presentes em nossa sociedade.

Segundo AUSUBEL, o docente deve proporcionar situações que favoreçam a aprendizagem e para que esta seja significativa, primeiro o aluno tem que ter disposição para aprender e, segundo, o conteúdo ensinado deve ser potencialmente significativo. A aprendizagem significativa amplia os conhecimentos prévios do aluno e o torna capaz de relacionar novos conteúdos. Quando não se leva em conta o que o aluno já sabe, os novos conhecimentos não passam de informações soltas e sem significado.

Ainda que incompletos, os conhecimentos precedentes dos alunos carregam consigo informações sobre o modo de pensar deles. É a partir disso que o docente conseguirá adequar sua maneira de ensinar para que eles possam atribuir significado às novas informações.

Apesar de o professor ter papel fundamental no ato de educar, de nada valem seus esforços sem o desejo de aprender do aluno. É o aluno que determina se houve compreensão ou não e ele precisa estar disposto a relacionar os conteúdos ensinados de maneira não

arbitrária. Mas existem alunos que, mesmo tendo um bom professor, preferem se manter em sua zona de conforto intelectual sem fazer nenhum esforço para aprender qualquer coisa que esteja sendo ensinada, mesmo que não se trate de conceitos complexos. A “preguiça de pensar” impede qualquer evolução educacional.

AUTOCONHECIMENTO: LIMITES E CAPACIDADES

A importância do estágio para com as profissões tornou-se mais perceptiva, pois através dele tem-se a possibilidade de conhecer tanto os pontos positivos quanto os negativos da profissão, os quais se relacionam com as atividades que se pretende exercer futuramente.

“O contato gradativo e sistemático com o futuro campo de trabalho, com as situações escolares em diferentes níveis de ensino, ao longo de todo curso de formação inicial, pode possibilitar ao futuro professor reconhecer limites e potencialidades das práticas educativas observadas; analisar, construir e testar possíveis ações para remediar ou suprir as necessidades práticas com as quais entrará em contato em sua futura prática profissional” (CYRINO; PASSERINI, 2009, apud FILLOS; MARCON, 2011, p. 1692).

Na universidade os estudantes cultivam sua identidade profissional e com o estágio eles podem analisar melhor suas escolhas podendo, deste modo, reforçar sua vocação, porque por meio da prática conhecerão, no caso dos licenciados, a realidade em sala de aula, a qual a profissão de professor exige.

É comum durante a prática, quando voltada para observação, os estagiários passarem por algumas situações nas quais se sintam limitados. Um exemplo é quando o professor passa uma atividade e alguns de seus alunos não conseguem desenvolvê-la. O estagiário não deve intervir na aula e isto muitas vezes causa uma certa limitação, pois não podem ajudar o aluno com dificuldade, mesmo que queiram.

Durante o período de estágio os discentes desenvolvem suas capacidades como futuros professores, é a partir da observação que acharão os seus métodos de ensino, porque durante a prática os estudantes estarão em contato com sua futura realidade e ao analisar as aulas de professores já formados, poderão verificar como almejarão ministrar suas futuras aulas.

Segundo ZABALZA (2014), um dos aspectos que mais chama atenção nos diários de prática, onde os estudantes relatam suas experiências durante o estágio, é o esgotamento emocional que este período causa neles. Vale ressaltar que o peso emocional não é o mesmo

em todas as áreas e nem em todos os tipos de estágio, entretanto quanto maior o envolvimento emocional o estágio exigir, mais forte será o componente emocional.

Um bom exemplo de componente emocional é o convívio em sala de aula, uma vez que existe uma heterogeneidade, pois dentro de uma turma todos são diferentes, têm personalidade e modo de viver diferentes. Durante o tempo de estágio, os estudantes se deparam com alunos que têm dificuldade de aprendizagem na Matemática e notam que, muitas vezes, alguns professores não se importam com esses alunos.

Os estagiários através de certos acontecimentos em sala de aula, acabam se envolvendo emocionalmente, uma vez que se colocam no lugar daqueles alunos, que são de alguma forma excluídos por não conseguirem desenvolver o conhecimento de um determinado assunto. Mas é através dessa convivência que os estudantes têm a possibilidade de melhorar seus métodos de ensino e sua visão de como pretender ser quando formados.

A IMPORTÂNCIA DA PRÁTICA NA FORMAÇÃO DOCENTE: MOMENTO DE DECISÃO

Uma das melhores experiências na formação docente é a prática de ensino, porque é ela que proporciona ao estudante um contato com a realidade da qual ele um dia fará parte. O estágio possibilita ao aluno a oportunidade de decidir o seu futuro profissional, fazendo com que ele reflita sobre que tipo de professor quer ser.

Na prática de ensino o estagiário-professor terá o primeiro contato com seu futuro campo de trabalho, analisando as dificuldades e a beleza de ser um educador. Educar pessoas com diferentes culturas, que pensam e vivem de maneiras diferentes, que aprendem em ritmos diferentes exige do professor muito engenho e paciência. Contudo, ser professor é uma profissão muito nobre, pois é seu dever preparar os alunos para uma boa vivência em sociedade.

É no estágio que o estudante vai viver um momento de decisão, tanto profissional quanto pessoal. Profissional porque vai observar se ele está disposto a enfrentar as dificuldades de ser professor e pessoal porque irá descobrir se ele é capaz de assumir as responsabilidades que a profissão lhe acarretará. Durante esta prática o licenciando passa a ter um novo olhar diante da realidade escolar, procurando entender o comportamento dos alunos, o modo de ser de cada professor e dos demais profissionais do âmbito educacional.

Ser educador não é uma tarefa fácil pois é uma profissão que forma cidadãos, pessoas críticas e também outras profissões. E é por estes motivos que o estágio deve ser bem vivido, porque é nele que o acadêmico decidirá seu futuro profissional, dispondo-se a fazer a diferença quando professor.

RELATO DE EXPERIÊNCIA DE GRADUANDAS DO CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

O presente relato foi feito com base nas experiências adquiridas ao longo das práticas de ensino por nós realizadas em duas escolas. No primeiro momento do estágio de observação, nos dirigimos às escolas, ambas de ensino fundamental da rede pública municipal de São Miguel do Guamá- PA.

Apesar de as escolas apresentarem realidades diferentes, foi possível encontrar características semelhantes nos métodos de ensino e no comportamento do corpo estudantil. Ambas as escolas possuem uma boa estrutura e normas comportamentais que garantem a organização do ambiente escolar.

No segundo momento participamos das aulas de Matemática nas quatro turmas do ensino fundamental maior (6º, 7º, 8º e 9º ano) das escolas em questão. Sendo que duas de nós fomos para uma escola e a terceira foi para outra por dois dias seguidos.

Pode ser observado em ambas as escolas que cada professor tem seus próprios métodos para o ensino da Matemática, sendo que alguns destes adaptam suas metodologias de acordo com as particularidades específicas de cada turma em que atuam. Dentre os professores que pudemos observar, poucos se mostraram indiferentes as dificuldades apresentadas por seus alunos. A maioria se dedicava a fazer com que os alunos compreendessem os conteúdos matemáticos abordados, ainda que para isso fosse necessário explicar mais de uma vez.

O modo de atuação do professor afeta diretamente na aprendizagem do aluno, pois se este não se sente incentivado acaba não tendo um bom aproveitamento. Pelo contrário, se o professor manifesta preocupação com o aprendizado de seus alunos e se dedica em fazê-los compreender o que está sendo ensinado, o aluno terá maior facilidade em aprender e se tornará mais participativo durante as aulas. Tudo isso pudemos comprovar observando as diferentes classes e os professores das mesmas.

Antes de iniciar o estágio supervisionado foi solicitado pela docente, aos acadêmicos do curso de Matemática, a apresentação de seminários com temas relacionados a prática de ensino da Matemática que foi realizada com base no que foi vivenciado no estágio. A equipe da qual participamos teve como tema “O estágio como experiência pessoal”, que foi retirado do capítulo IV do livro “O estágio e as práticas em contextos profissionais na formação universitária”, de Miguel A. Zabalza.

Na apresentação da equipe foram expostos os diferentes pontos de vistas dos componentes da mesma, que tiveram como fundamento para a explicação do tema, as experiências obtidas durante o estágio, mostrando a realidade encontrada nas escolas. Além disso, foi abordado também qual a atuação daqueles que estão diretamente envolvidos nesta experiência, tendo como base os pensamentos de Zabalza e o que pudemos observar durante o estágio.

Ao finalizar nossa prática e a partir da leitura deste capítulo, entendemos o quanto o estágio é importante para uma boa formação. Mesmo que sem a regência, o estágio de observação é suficiente para compreender que a atuação do professor perante os desafios provocados pelos alunos, é um grande diferencial no processo de ensino-aprendizagem. Da mesma forma, o aluno que contribui com o professor, participando ativamente das aulas e buscando compreender o que lhe é ensinado, colabora positivamente com a evolução desse processo.

PERSPECTIVAS ENQUANTO PROFISSIONAIS DA MATEMÁTICA

Com o passar do tempo ser professor torna-se cada vez mais difícil, pois a realidade mostra que tal profissão, além de não ser bem remunerada, não é valorizada como deveria e isso faz com que não seja tão gratificante. Por esses motivos, muitas das pessoas que estão em um curso de licenciatura o fazem somente para possuir um diploma, sem preocuparem-se com as responsabilidades futuras que agregam esta profissão, tais como promover um aprendizado significativo e prazeroso para o aluno.

“As pesquisas recentes têm demonstrado que os professores recém-formados (pelas universidades, centros universitários e faculdades isoladas) rendem-se facilmente à *cultura da escola*” (GHEDIN, OLIVEIRA e ALMEIDA, p. 36), de forma que ao iniciar uma carreira no ambiente escolar, o meio acaba interferindo nos princípios

adquiridos pelo professor ao longo de sua graduação, mudando até mesmo suas perspectivas para a atuação docente.

Antes de sermos submetidas ao estágio tínhamos uma visão diferente de como seria a realidade nas escolas, pois enquanto alunas pensamos de uma forma, mas como futuras professoras ponderamos de outra. Em nossa visão de alunas, compreendíamos o estágio como uma experiência negativa que não nos acarretaria nenhuma experiência, pois os relatos de quem já passou por esse momento afirmam que o estagiário é “explorado” pelos professores, sendo submetido a tarefas que não lhe cabem além de não receberem o respeito dos alunos da instituição de ensino em que atua. Já nossa expectativa enquanto futuras professoras era de realizarmos uma boa prática em que pudéssemos conhecer a realidade do nosso futuro ambiente de trabalho bem como a da profissão que iremos seguir.

A experiência da prática do estágio supervisionado é essencial para despertar no graduando metas e objetivos a serem alcançados enquanto futuro professor. Na Matemática isto é muito importante, pois possibilita ao professor ter um diferencial em relação aos demais de sua área, permitindo que encontre seus próprios métodos de ensino.

Através do estágio é possível notar o quanto o professor influencia na vida estudantil dos alunos, tornando-se um exemplo dentro da sala de aula. Pode-se observar que quando o docente tem uma perspectiva na sua profissão, ele se mostra dedicado no que faz, se preocupado com o aprendizado do aluno e mostrando-se diferente dentre os demais profissionais não se deixando desmotivar pelas dificuldades encontradas no decorrer de sua vida profissional.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio do estágio supervisionado, foi possível fazer novas descobertas e adquirir experiências dentro da realidade da profissão que pretendemos exercer um dia. Este processo nos promoveu um grande desenvolvimento enquanto futuros docentes, sendo muito importante para nossa formação acadêmica.

Essa importância não é só no campo profissional, mas também no pessoal, o que nos possibilitou analisar e refletir sobre a significância da função do professor como mediador do conhecimento, permitindo reconhecer que o aluno é o foco principal nesse processo de ensino e aprendizagem.

Por ser realizado fora do ambiente acadêmico, envolver as dimensões intelectual, emocional e atitudinal dos envolvidos e proporcionar a realização de diversas atividades, o

estágio é uma experiência muito importante e positiva para o futuro docente. Pois através dele somos levados a uma situação real de docência onde colocaremos em prática aquilo que aprendemos na faculdade além de todos os nossos recursos pessoais.

A missão do professor não se resume ao ato de educar, pois ele é responsável também por formar o ser social enquanto cidadão crítico-reflexivo, o que torna tal profissão ainda mais nobre. Além disso, não pode haver nenhuma profissão, seja médico, advogado ou qualquer outra, sem que antes se passe por um professor. Por isso, o professor deve orgulhar-se de sua profissão e estar ciente de sua grandiosidade.

Podemos então concluir que a experiência que obtivemos durante o período do estágio supervisionado foi de suma importância em nossa vida acadêmica, uma vez que através dele tivemos contato com a realidade que nossa futura profissão exige, observando os pontos fortes e fracos desta profissão, e podendo assim encontrar nossos próprios métodos de ensino, afim de colaborar de forma positiva na educação dos alunos. E também através desta experiência foi possível nos conhecer melhor como futuros docentes de modo que pudemos analisar nossas escolhas, reconhecendo que a docência é algo que realmente queremos exercer um dia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 10520: **NORMAS – Trabalhos Acadêmicos**, Cambé. 2012.

BARBOSA, Angela Maria; AMARAL, Telma. **A Contribuição do Estágio Supervisionado na Formação do Pedagogo**. Disponível em:
<http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/pdf/2049_1600.pdf> Acesso em 07 outubro de 2017.

BERNARDY, Katieli1; PAZ, Dirce Maria Teixeira. **Importância do Estágio Supervisionado para a Formação de Professores**. Disponível em:
<<https://home.unicruz.edu.br/seminario/downloads/anais/ccs/importancia%20do%20estagio%20supervisionado%20para%20a%20formacao%20de%20professores.pdf>> Acesso em: 07 de outubro de 2017.

BERTANI, Januária Araujo; SANTOS, Daiane de Jesus. **Perspectivas para Pensar a Formação Docente em Matemática: Algumas Atividades Desenvolvidas no PIBID (UESB – Jequié)**. Revista de Iniciação à Docência, v. 1, n. 1, p 51-53, 2016.

COSTA, Emileide Lucineia da. **Ensino Tradicional**. Disponível em:
<<https://www.portaleducacao.com.br/conteudo/artigos/biologia/ensino-tradicional/11345>>
Acesso em: 20 de outubro de 2017.

FERNANDES, Elisângela. **David Ausubel e a Aprendizagem Significativa**. Disponível em:
<<https://novaescola.org.br/conteudo/262/david-ausubel-e-a-aprendizagem-significativa>>
Acesso em: 20 de outubro de 2017.

FERNANDES, Jéssica Luana; NASCIMENTO, Livia Sonalle do. **O Estágio como Campo de Pesquisa e a sua Contribuição para a Construção da Identidade Profissional Docente**. Disponível em:
<http://editorarealize.com.br/revistas/fiped/trabalhos/0ef2f790ea14b26d4da268bb358f7799_438.pdf> Acesso em: 12 de outubro de 2017.

FILLOS, Leoni Malinoski; MARCON, Luzia da Conceição Jorge. **Estágio Supervisionado em Matemática: Significados e Saberes Sobre a Profissão Docente**. Disponível em:
<http://educere.bruc.com.br/CD2011/pdf/5386_2560.pdf> Acesso em 09 de outubro.

GHEDIN, Evandro; OLIVEIRA, Elisangela S. de; ALMEIDA, Whasgthon A. de. **Estágio com Pesquisa**. Cap. I; Contextualização do problema da formação docente na perspectiva do estágio com pesquisa. Cortez Editora.

JANUARIO, Gilberto. **O Estágio Supervisionado e suas Contribuições para a Prática Pedagógica do Professor**. Disponível em:
<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Gilberto_06.pdf> Acesso em 08 de outubro de 2017.

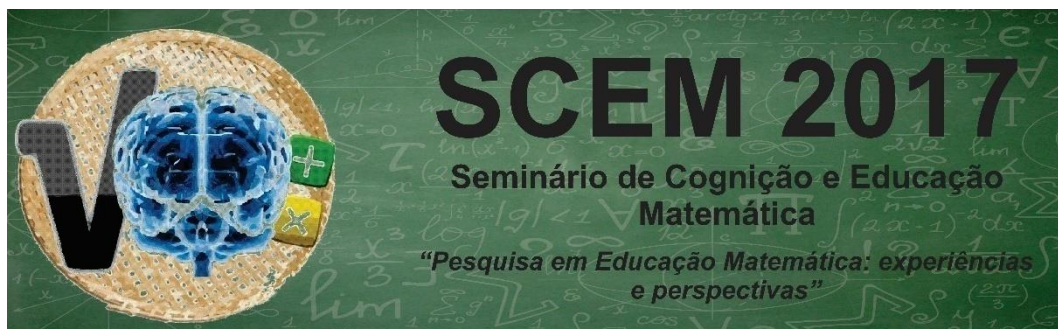
PELIZZARI, Adriana. ET AL. **Teoria da Aprendizagem Significativa Segundo Ausubel**. Revista Psicologia Educação Cultural, Curitiba, v.2, n.1, p.37-42, jul. 2001-jul. 2002.

ROCHA, Maria Cristina Pauli da. ET AL. **Preparando o Aluno de Pós-Graduação para o Exercício de Docência em Enfermagem no Cuidado da Criança e da Família na Experiência de Doença**. Revista da Sociedade Brasileira de Enfermeiros Pediatras, v.10, n.1, p 31-5, São Paulo, julho de 2010.

SILVA; Andréa Gomes Fonseca da. **O Estágio como Espaço de Formação Profissional**. Disponível em: <<https://pinba.files.wordpress.com/2014/08/o-estc3a1gio-como-espac3a7o-de-formac3a7c3a3o-profissional.pdf>> Acesso em 10 de outubro de 2017.

TRIPP, David. **Pesquisa-Ação: Uma Introdução Metodológica**. Educação e Pesquisa. São Paulo, v. 31, n. 3, p. 445-446, set./dez. 2005.

ZABALZA, Miguel Angel. **O Estágio e as Práticas em Contextos Profissionais na Formação Universitária**. Cap. IV; O estágio como experiência pessoal. São Paulo- SP: Cortez Editora, 2014.



ACERCA DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA

Matheus de Albuquerque Coelho dos Santos

Instituto Federal do Pará - IFPA

matheus.albuquerque1997@gmail.com

Vitor Jordy Farias Vale

Instituto Federal do Pará – IFPA

vitorjordy7@gmail.com

Jairo Jaques dos Passos

Instituto Federal do Pará – IFPA

jairojaques@hotmail.com

Este artigo tem como objetivo relatar a montagem da oficina “Acerca de Funções Quadráticas” apresentada pelo subprojeto de Licenciatura em Matemática do PIBID-IFPA. A oficina foi direcionada aos alunos da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Cel. José Sarmento, com o intuito de preparar os alunos, com dificuldade de aprendizado da matemática na educação básica, para novas tecnologias, utilizando como ferramenta o software livre Geogebra. Desta maneira, a utilização do referido software contribuiu na interação entre o mundo tecnológico e o ensino da Matemática, através das aulas práticas, nas quais os participantes desenvolveram atividades em equipe.

Palavras Chave: Oficina Geogebra. Funções Quadráticas. Software educativo

Introdução

A inserção de tecnologias de informação e comunicação no ensino da Matemática, além de inovador, tem sido um fator de motivação para os alunos. Alunos estes, que cada vez mais estão inseridos no mundo tecnológico, precisam de um fator novo para absorção de

conhecimento e desmitificar o aprendizado da Matemática. Dessa forma a utilização de ferramentas tecnológicas para o aprendizado da Matemática tem contribuído para que o aluno construa o seu próprio conhecimento e reconheça que tem o poder necessário para fazê-lo de forma mais facilitada e enriquecedora.

Dentro desse contexto, elegemos o *software* Geogebra para auxiliar e levar conhecimentos aos alunos do 1º ano da Escola Coronel Sarmento, por meio de oficina “*Acerca de Funções Quadráticas*”, ministrada pelos discentes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência - PIBID. Tendo como objetivo, investigar as contribuições do uso do Geogebra para a aprendizagem dos alunos, relativamente ao estudo das funções quadráticas.

O Software Geogebra

Criado por Markus Hohenwarter, o Geogebra é um *software* gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino e reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o Geogebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. Além dos aspectos didáticos, é uma excelente ferramenta para se criar ilustrações profissionais para serem usadas no Microsoft Word, no Open Office ou no LaTeX. Escrito em JAVA e disponível em português, o *software* é multiplataforma e, portanto, ele pode ser instalado em computadores com Windows, Linux ou Mac OS inclusive em celulares (GEOGEBRA-RIO, 2017).

Metodologia

A proposta de uma oficina acerca de funções quadráticas com o Geogebra surgiu da necessidade dos alunos do 1º ano do ensino médio, em absorver os conceitos primordiais das funções matemáticas e das dificuldades apresentadas pelos alunos, em entender os conceitos de função. Outra motivação foi a possibilidade de interação dos alunos com uma ferramenta tecnológica e de comunicação.

Para que pudéssemos montar a oficina, foi feito um levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos, relativos aos conceitos de funções quadráticas e foram selecionados os problemas sobre as funções contidos em livros didáticos para exploração com o Geogebra.

Dessa forma fizemos uma primeira aplicação, onde foram discorridos acerca das funções em geral, sua representação no plano cartesiano ortogonal/perpendicular e o posicionamento de pontos (x,y) no plano, de maneira a facilitar a interpretação e leitura dos gráficos.

Figura 1. Alunos do PIBID discorrendo sobre funções na forma convencional.



Fonte: Portifólio PIBID

Uma segunda aplicação foi feita, onde foram apresentadas as definições formais acerca das funções quadráticas, com regras e exemplos, com ênfase na aplicabilidade da fórmula de Baskhara, a fim de identificar as raízes da função, assim como o ponto de máximo e mínimo, os chamados vértices da função quadrática, discorridos a seguir:

Função quadrática

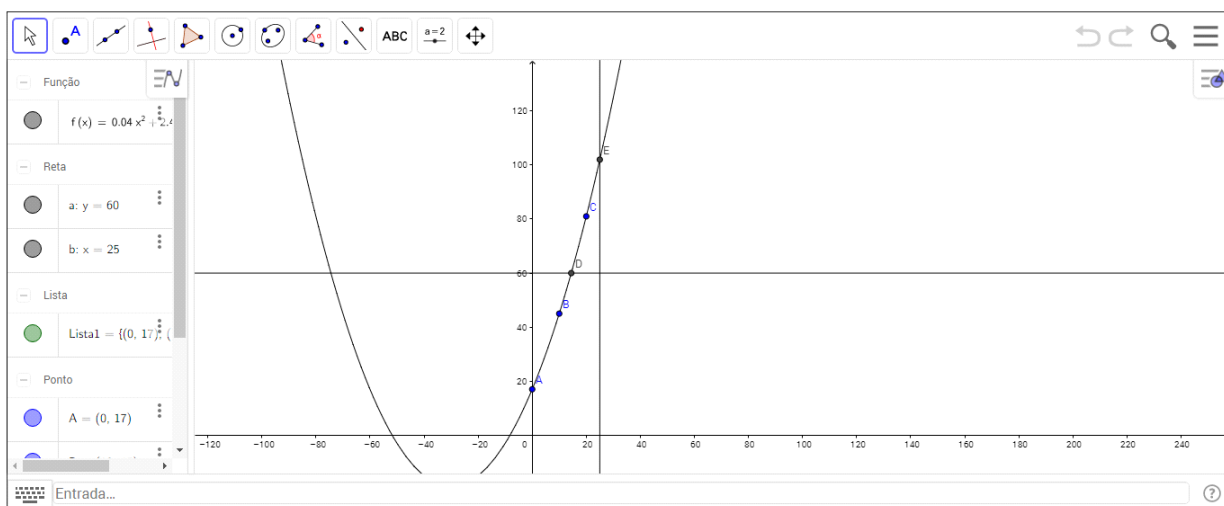
Dado uma função polinomial $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a , b e c números reais tais que $a \neq 0$. Essas funções são chamadas quadráticas e costumam ser muito trabalhadas nas escolas. Existem muitas situações que podem ser descritas e trabalhadas por funções quadráticas, sendo muito importante trabalhar com exemplos de situações concretas, para contextualizar o ensino desse tipo de função, tornando-o mais significativo (CAETANO e PARTELINI, 2013).

Gráfico da Função Quadrática

O gráfico de uma função do 2º grau é dado por uma parábola com concavidade voltada para cima ou para baixo. A parábola intersecciona ou não, o eixo das abscissas (x), isso depende do tipo de equação do 2º grau que compõe a função. Para obtermos a condição dessa parábola em relação ao eixo x , precisamos aplicar o método de Bháskara, trocando $f(x)$ ou y por zero.

Uma função do 2º grau respeita a expressão $f(x) = ax^2 + bx + c$ ou $y = ax^2 + bx + c$, onde x e y são pares ordenados pertencentes ao plano cartesiano e responsáveis pela construção da parábola. A Figura 2 mostra a saída do gráfico da função quadrática no software Geogebra.

Figura 2. Gráfico da Função Quadrática no softwaresGeogebra.

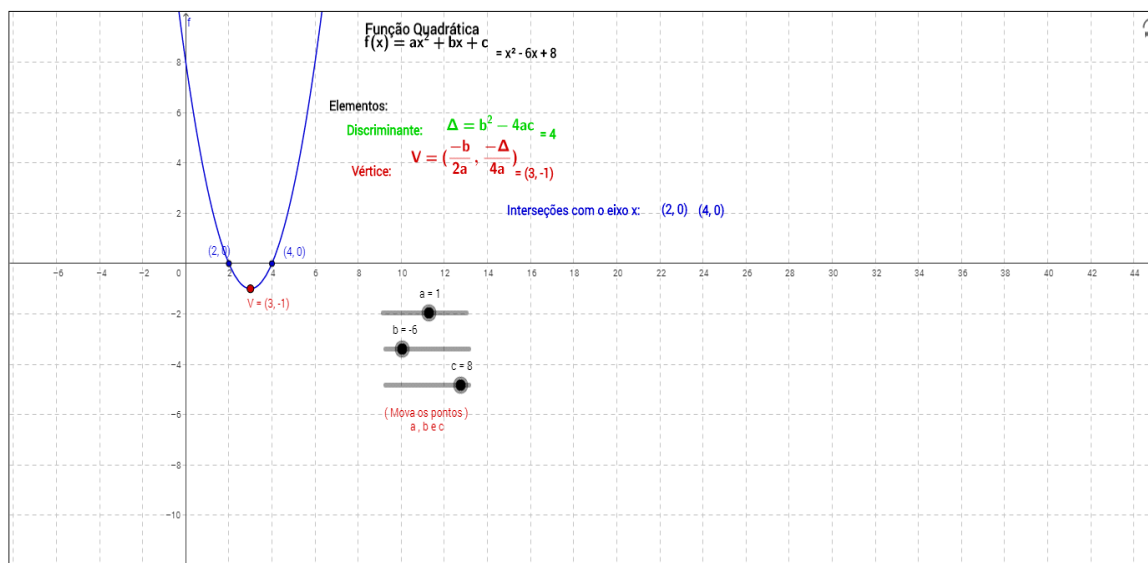


Fonte: Imagem da Internet

Raízes da Função quadrática

Quando fazemos ax^2+bx+c igual a zero, isto é, $y = f(x) = 0$, muitas vezes, podemos obter valores de x , aos quais denominamos raízes ou zeros da função. Então, se $y = 0$, temos que $ax^2+bx+c = 0$. A Figura 3 mostra o gráfico das raízes na saída do software Geogebra.

Figura 3. Raízes da Função Quadrática no software Geogebra.



Fonte: Imagem da Internet

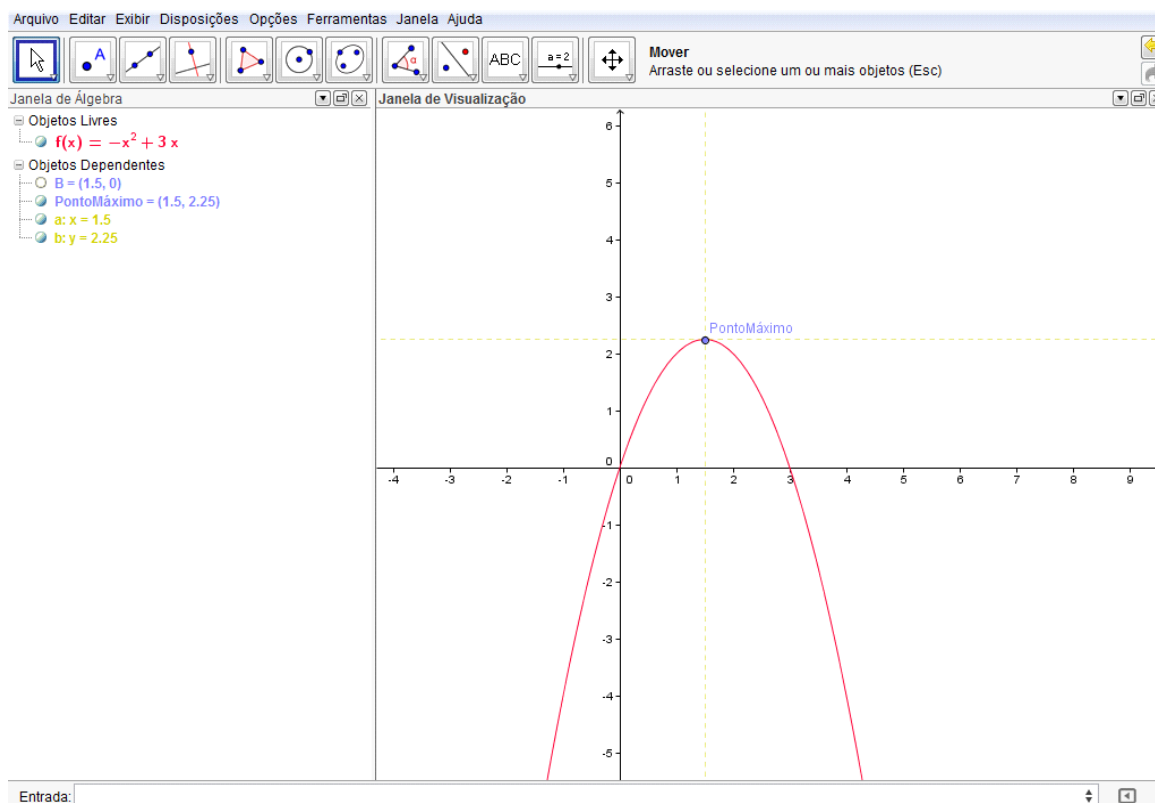
Vértices da Parábola

O vértice da parábola pode ser o ponto de máximo absoluto ou de mínimo absoluto da função do 2º grau. Se a concavidade da parábola for voltada para cima, o vértice é o ponto de mínimo da função, ou seja, é o menor valor que a função pode assumir. Se a concavidade da parábola estiver voltada para baixo, o vértice é o ponto de máximo da função, ou seja, o maior valor que a função pode assumir.

Para determinarmos os vértices de uma parábola temos que encontrar o par ordenado de pontos que constituem as coordenadas de retorno da parábola. Esse ponto de retorno da parábola, mais conhecido como vértice da parábola, pode ser calculado com base nas expressões matemáticas envolvendo os coeficientes da função do 2º grau dada pela lei de formação $y = ax^2 + bx + c$.

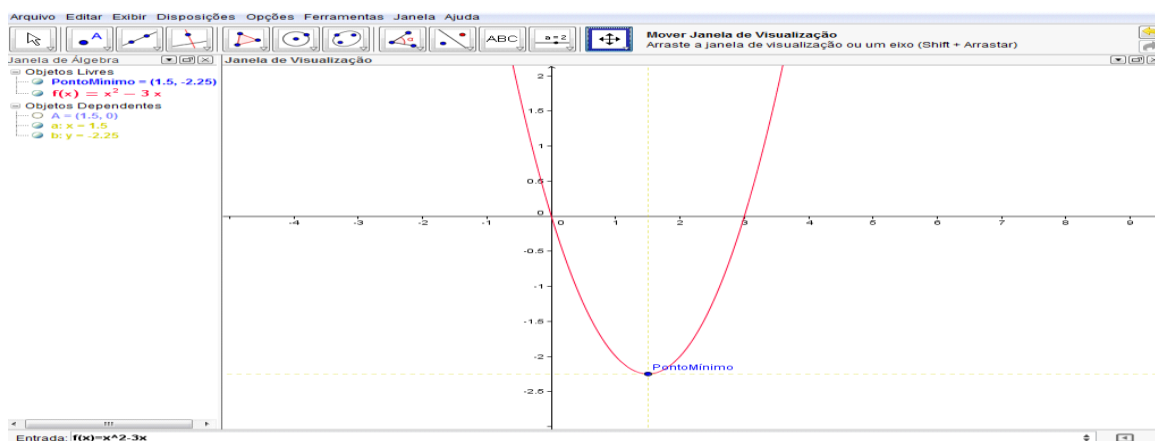
O valor de x na determinação do vértice de uma parábola é dado por $-b/2a$ e o valor de y é calculado por $-b^2/4a$. Nesse caso, temos que, quando o coeficiente a for maior que zero, a parábola possui valor mínimo e quando a menor que zero, valor máximo. As Figuras 4 e 5 mostram os gráficos dos vértices da parábola, na saída do Geogebra.

Figura 4. Vértices da Parábola – Ponto de máxima no software Geogebra.



Fonte: Imagem da Internet

Figura 5. Vértices da Parábola – Ponto de mínima no software Geogebra.



Fonte: Imagem da Internet

Posteriormente, foi feita uma terceira aplicação com ênfase nos gráficos no plano cartesiano, domínio e imagens das funções quadráticas, sendo apresentado aos alunos o *software* através da plataforma Windows no microcomputador e concomitante aos alunos que possuíam smartphones, o *app* Geogebra.

Para a utilização do software Geogebra, os alunos foram divididos em equipes de até 5 integrantes e foram aplicados exercícios sobre a função quadrática. Tais como, encontrar as

raízes, o ponto de vértice (X_v, Y_v) e esboçar o gráfico com o auxílio do software, de maneira que seu uso possibilitaria uma maior compreensão do assunto estudado, uma melhor visualização dos gráficos, raízes e vértices de uma função polinomial do segundo grau, fazendo com que a oficina seja mais interativa, utilizando recursos que estão cada vez mais presentes no cotidiano das pessoas (como tablets, laptops, desktops, smartphones, etc...). O advento dessas novas tecnologias de informação pode e deve ser usado como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem.

Exercícios propostos com as equipes:

1) Calcule as raízes e o vértices das seguintes funções quadráticas e esboce seus respectivos gráficos:

a) $Y = x^2 - 2x - 8$

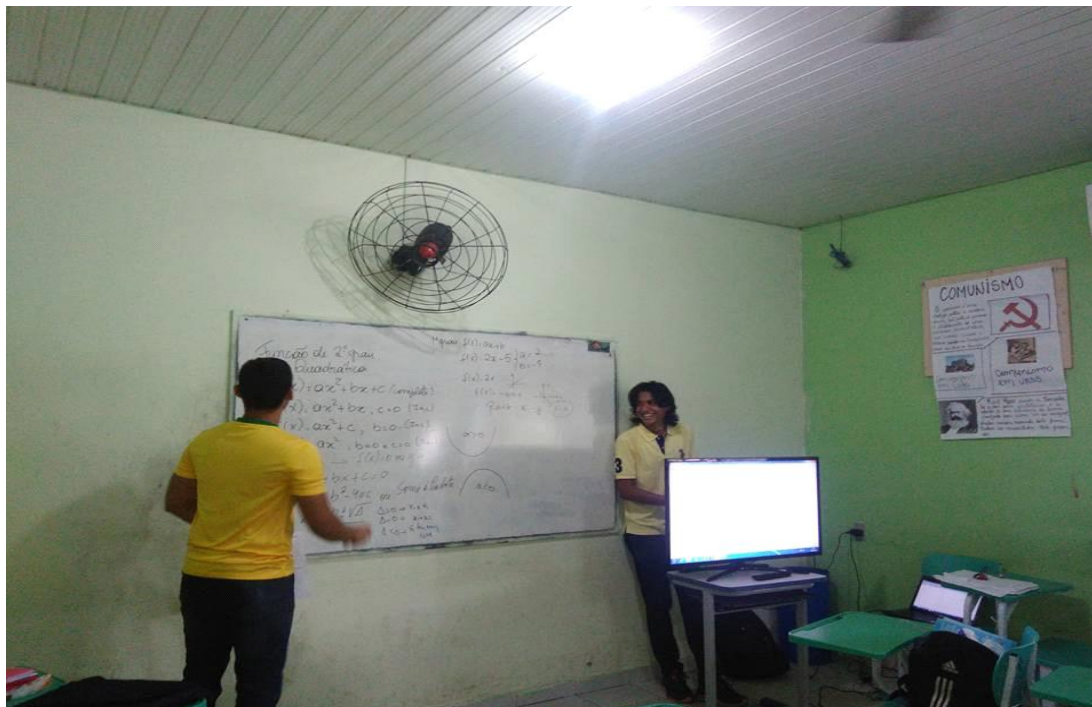
b) $Y = x^2 - 2x + 2$

c) $Y = x^2 - 4x + 4$

d) $Y = 3x^2$

e) $y = x^2 - 9$

Figura 5. Alunos do PIBID apresentando o software Geogebra.



Fonte: Portfólio PIBID

Atividades com o software Geogebra

Como forma de estruturação, foi proposto um conjunto de atividades para serem trabalhadas pelos alunos, com intuito de despertar o interesse dos alunos pela disciplina.

- a) Exploração no Geogebra sobre as funções quadráticas;
- b) Realização de estudos a partir do Geogebra de propriedades das funções quadráticas, com discussão dos resultados;
- c) Realização de avaliação, no início do estudo, sobre as temáticas propostas;
- d) Entrevistas com os estudantes para analisar os possíveis benefícios do Geogebra no estudo de funções.

Os resultados de cada equipe foram anotados e classificados conforme os seus desempenhos, sendo comparadas as soluções corretas, o tempo de execução de cada equipe e a assimilação dos resultados em relação ao conteúdo aplicado.

Resultados da Oficina Acerca de Funções Quadráticas

Utilizando o software Geogebra, os alunos conseguiram desenvolver soluções para os exercícios, apresentando uma notável evolução no aprendizado sobre os conceitos de funções, o que não foi possível quando lhe eram apresentados apenas no formato convencional no quadro/lousa. Notou-se também, um grande interesse por parte dos alunos que vislumbraram naquele momento, uma ferramenta a acrescentar de forma significativa em seu processo de aprendizagem, por tratar-se de um software livre, e de fácil acesso.

Sendo assim, de acordo com nossa experiência em sala de aula, podemos destacar diversos pontos positivos da utilização do *software* Geogebra para o ensino de funções quadráticas, nas aulas de Matemática, tais como:

- i) *Melhor aproveitamento do tempo da aula, com esclarecimento de dúvidas surgidas no decorrer das aulas, pois no ambiente virtual os exercícios ficam mais precisos e as conclusões mais rápidas e evidentes.*
- ii) *Maior empenho, interesse, comprometimento e curiosidade por parte dos alunos, na realização dos exercícios propostos, pois a grande maioria dos alunos participava das atividades, fazendo as anotações e executando os exercícios exigidos.*
- iii) *Notou-se também uma cooperação maior entre os alunos na realização das tarefas. Eles se preocupavam não apenas com a sua equipe, mas em ajudar os demais colegas, auxiliando*

na compreensão do conteúdo, na apropriação e manuseio do software, bem como na interpretação dos conceitos abordados que requerem maior atenção.

iv) Durante as aulas foi possível articular e relacionar a função polinomial do segundo grau a outros conceitos já vistos anteriormente (como por exemplo, função afim), apropriando-se da ideia de relação entre os conteúdos.

v) Foi verificado um novo olhar para os conceitos matemáticos, como a melhor compreensão das propriedades, e interpretação do gráfico de uma função quadrática. Por fim, verificamos uma maior motivação por partes dos alunos.

Entretanto, não deixaríamos de citar as diversas dificuldades encontradas em sala de aula, como por exemplo, a ausência de um laboratório de informática na escola onde fora aplicada a oficina, o que limitou de certa maneira a atuação da equipe, a falta de aparelhos de vídeo-aulas e a dificuldade de trabalhar com alunos portadores de deficiência, especialmente os deficientes visuais (visto que se trata de um recurso pedagógico de difícil acesso para quem tem dificuldades na visão). Dificuldades essas que infelizmente fazem parte do cotidiano de quem trabalha em escolas públicas, todavia, não foram empecilhos para um bom aproveitamento do *software* em sala de aula.

Considerações Finais.

Concluiu-se que a utilização do *software* Geogebra nas aulas de Matemática, contribuiu significativamente para um melhor desempenho no processo de ensino-aprendizagem do conteúdo da matemática dentro e fora da sala de aula. A utilização do software foi um fator motivador para a vinda dos alunos para as aulas de matemática e oficinas realizadas pelos alunos do PIBID-IFPa, tendo como consequência, uma notável diminuição no número de evasões de alunos no período em que ocorreu a oficina.

Dessa forma, quando há planejamento e inserção da tecnologia de informação e comunicação como aparato pedagógico direcionado, nota-se que os alunos desenvolvem aptidões e comportamentos que favorecem a progressão no aprendizado, contribuindo para a formação de indivíduos conscientes e participativos.

A utilização de softwares como ferramentas de ensino também auxiliam no processo de inclusão digital dos alunos envolvidos, visto que as novas tecnologias estão cada vez mais dinâmicas e presentes no dia a dia, e na vida de cada um de nós, é fundamental que essas tecnologias sejam incorporadas aos métodos de ensino atuais, fazendo com que os alunos

tenham noção de como apropriarem-se de recursos como o Geogebra e fazerem seu uso da melhor maneira.

Referências Bibliográficas

ARAÚJO, Luís Cláudio Lopes e; NÓBRIGA, Jorge Cássio Costa. Explorando Tópicos de Matemática do Ensino fundamental e Médio através do Geogebra. Disponível em: <http://www.limc.ufrj.br/htem4/papers/60.pdf> . Acesso em: 02.set.2017.

BRASIL ESCOLA. Fórmula de Bhaskara. Disponível em: <http://brasilecola.uol.com.br/matematica/formula-bhaskara.htm>. Acesso em: 05.ago.2017.

CAETANO, P. A .Silvani; PATERLINI, R. Ribeiro. Matem@tica na Pr@tica – Funções Elementares: Módulo II. Universidade Aberta. Cuiaba, MT: Central de Texto. 2013. Disponível em: https://www.dm.ufscar.br/~ptlini/Mod2_F2_Funcoes_Elementares.pdf.

CAPUTI, Armando; MIRANDA, Daniel. Bases Matemáticas. Universidade Federal do ABC. Santo André. Mai, 2017. Disponível em: <http://hostel.ufabc.edu.br/~daniel.miranda/livros/basesmatematicas/bases.pdf>. Acesso em: 29.set.2017

GEOGEBRA. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>. Acesso em: 29.set.2017.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar. v.1. São Paulo: Atual Editora. 1977.

INSTITUTO GEOGEBRA NO RIO DE JANEIRO. Disponível em: <http://www.geogebra.im-uff.mat.br>. Acesso em: 04.set.2017.

MUNDO EDUCAÇÃO. Coordenadas do vértice de uma parábola. Disponível em: <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/coordenadas-vertice-uma-parabola.htm>. Acesso em: 05.ago.2017.

MUNDO EDUCAÇÃO. Equação incompleta do segundo grau. Disponível em: <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/equacao-incompleta-2-grau.htm>. Acesso em: 05.ago.2017

MUNDO EDUCAÇÃO. Soma e produto das raízes de uma equação do segundo grau. Disponível em: <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/soma-produto-das-raizes-uma-equacao-2-grau.htm>. Acesso em: 05.ago.2017.



ALUNOS DE UMA ESCOLA DO ENSINO MÉDIO RESPONDEM: O QUE “FICOU” DE FUNÇÃO QUADRÁTICA UM ANO DEPOIS?

Fábio Barros Gonçalves
Universidade do Estado do Pará (UEPA)
wyzzk@yahoo.com.br

Maria de Lourdes Silva Santos
Universidade do Estado do Pará (UEPA)
2011malu.melo@gmail.com

Miguel Chaquiam
Universidade do Estado do Pará (UEPA)
miguelchaquiam@gmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta resultados de uma pesquisa realizada em 2016 que teve como objetivo analisar dificuldades de aprendizagem do assunto função quadrática junto a uma amostra de 80 alunos do Ensino Médio de uma escola pública estadual de Belém do Pará. Para a produção das informações foram elaborados e aplicados um questionário socioeconômico e um teste de 6 questões abertas sobre conhecimentos matemáticos relacionado a função quadrática. Os resultados e análises apontaram que junto a essa amostra de alunos observou-se um baixo desempenho obtido no teste de conhecimentos e, o fraco desempenho neste, reflete o grau de dificuldade apontado pelos estudantes, referentes aos conteúdos matemáticos relativos a função quadrática, o que permite concluir que a maioria dos alunos participantes da pesquisa, apresentam lacunas na aprendizagem de conteúdos matemáticos básicos, incluindo função quadrática.

Palavras-chaves: Educação Matemática. Ensino e aprendizagem da Matemática. Função Quadrática.

1. Considerações iniciais

Não restam dúvidas quanto à importância da matemática para melhor nos ajudar a compreender os variados fenômenos que ocorrem, em diferentes contextos, na atual sociedade em que vivemos e, a partir dessa compreensão, buscamos empoderar pessoas por meio da apropriação do conhecimento matemático, fato que pode ajudar na ampliação da capacidade crítica das pessoas e, conseqüentemente, no desenvolvimento de uma sociedade mais igualitária.

Nesse sentido, pesquisadores da Educação Matemática nos diferentes continentes, a exemplo: Ubiratan D’Ambrósio, Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Saddo Ag Almouloud, Régine Douady, Yves Chevallard e Josep Gascón; estão empenhados no desenvolvimento de trabalhos científicos, visando identificar e amenizar os problemas relacionados ao processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos, principalmente na Educação Básica.

No rol de assuntos que compõem o currículo escolar brasileiro de matemática está a função quadrática que geralmente é trabalhado nas escolas nacionais junto aos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Também é tema recorrente entre pesquisadores como: Moretti (2003), Maia (2007), Mesquita (2009), Braga (2009), Costa (2010), Siqueira (2012), Santos (2013) e Melo (2013). Todos preocupados, de alguma forma, com o processo de ensino e aprendizagem do tema em questão.

A motivação para escolha do assunto que originou a pesquisa ocorreu a princípio por nosso interesse em investigar e compreender melhor as dificuldades observadas em nossa prática docente no tocante ao ensino/aprendizagem de função quadrática, assim como a curiosidade científica em conhecer mais o assunto em tela, afinal este conteúdo mantém uma estreita relação com outras áreas do conhecimento além da matemática. A função quadrática permite, por exemplo, compreender fenômenos que ocorrem na Física, na Economia, nos Esportes, entre outras ciências.

Segundo as Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+):

o estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessárias para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática.

(BRASIL, 2002, p.121)

Percebe-se a importância da compreensão de tal conceito para melhor modelar e descrever os fenômenos que ocorrem dentro ou fora da própria matemática. Compreender, a partir do domínio da linguagem algébrica, o contexto sociocultural e científico no qual estamos inseridos. Neste sentido, os Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (PCNEM), aponta que “a Matemática é uma linguagem que busca dar conta de aspectos do real e que é instrumento formal de expressão e comunicação para diversas ciências.” (BRASIL, 2000, p.20)

O interesse pelo tema levou-nos a realizar uma pesquisa de campo junto a uma amostra de oitenta alunos do 2º ano do ensino médio matriculados em uma escola pública estadual localizada em um bairro central de Belém do Pará. A investigação procurou responder ao seguinte problema de pesquisa: *Quais dificuldades na aprendizagem de Função Quadrática são apontadas por alunos do 2º ano do ensino médio de escola pública?*

A pesquisa teve como objetivo geral analisar dificuldades de aprendizagem do assunto função quadrática junto a alunos do Ensino Médio. Para a produção das informações foram aplicados um questionário sócio econômico e um teste de conhecimentos referentes a função quadrática.

Nos tópicos seguintes, detalharemos os aspectos metodológicos utilizados na pesquisa e apresentaremos alguns resultados obtidos a partir da tabulação dos dados produzidos por meio da aplicação do questionário e do teste de conhecimentos. Em seguida, faremos nossas considerações finais a respeito do trabalho desenvolvido com os estudantes, apontando as prováveis dificuldades de aprendizagem apresentadas por eles no processo de ensino e aprendizagem de função quadrática.

2. Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa quanto aos objetivos tem um caráter descritivo, pois os fatos levantados foram observados, registrados e analisados, sem nenhuma interferência ou manipulação do pesquisador.

Segundo Andrade (2003, p. 124), “uma das características da pesquisa descritiva é a técnica padronizada da coleta de dados, realizada principalmente através de questionários e da observação sistemática.”

Na busca da produção das informações optamos por realizar uma pesquisa de campo, e para tal utilizamos como instrumento um questionário socioeconômico contendo um quadro de dificuldades com tópicos descrevendo os conteúdos matemáticos relativos à função quadrática, e um teste de conhecimentos matemáticos relacionados com os tópicos descritos no quadro de dificuldades os quais foram preenchidos pelos estudantes.

Para Marconi, apud Andrade (2003), pesquisa de campo é:

aquela utilizada com o objetivo de conseguir informações e/ou conhecimentos acerca de um problema, para o qual se procura uma resposta, ou de uma hipótese, que se queira comprovar ou, ainda, descobrir novos fenômenos ou relações entre eles.

(MARCONI, 1990, p.75, apud ANDRADE, 2003, p.127)

De fato, estávamos procurando buscar informações e novos conhecimentos a respeito do problema de pesquisa, para possíveis intervenções em sala de aula quanto a forma de ensinar função quadrática de modo mais significativo para os alunos, criando e sugerindo alternativas metodológicas que possam amenizar os problemas relacionados ao processo de ensino e aprendizagem desses conteúdos matemáticos.

O questionário socioeconômico foi elaborado com 19 questões, sendo que a última correspondia ao quadro de dificuldades relacionado as especificidades do assunto função quadrática. Também foi elaborado e aplicado um teste de conhecimentos matemáticos contendo conteúdos relativos ao nosso objeto de estudo, junto a uma amostra de 83 alunos. Entretanto, três foram descartados, pois apresentaram problemas de preenchimento.

O quadro de dificuldades foi composto por dezesseis tópicos relativos ao tema. Inicialmente, o estudante era indagado a respeito se havia ou não estudado cada tópico descrito no quadro. Posteriormente, caso houvesse estudado, o mesmo tinha que julgar o grau de dificuldade de cada tópico, de acordo com a seguinte escala: muito fácil, fácil, médio, difícil e muito difícil.

Além disso, após ter preenchido todo o quadro de dificuldades, cada estudante teve que resolver um teste de conhecimentos matemáticos contendo conteúdos relativos aos tópicos descritos no quadro de dificuldades. Ao todo, o teste continha seis questões abertas a serem respondidas pelos estudantes.

A finalidade ao aplicarmos esses dois instrumentos aos estudantes, foi de confrontar o grau de dificuldade apontados pelos mesmos nos tópicos do quadro, com as habilidades de resolução apresentadas no teste de conhecimentos.

Para fazermos a tabulação e o tratamento dos dados obtidos após a aplicação do questionário e do teste de conhecimentos matemáticos, utilizamos a planilha eletrônica *Excel*, pois consideramos ser suficientes para as análises feitas.

A seguir apresentaremos e discutiremos alguns dos resultados obtidos após a aplicação do questionário contendo o quadro de dificuldades e o teste de conhecimentos matemáticos aos educandos dessa amostra.

3. Resultados e análises

Os resultados obtidos decorrentes da aplicação do questionário contendo o quadro de dificuldades e do teste de conhecimentos matemáticos voltado para os conteúdos relativos à função quadrática serão apresentados e discutidos nesta seção.

Inicialmente apresentaremos o quadro de dificuldades (Quadro 1) com os dados obtidos tabulados e apresentados em percentual. Posteriormente, mostraremos cada questão aplicada aos estudantes, no teste de conhecimentos matemáticos, e o desempenho dos mesmos em cada uma delas. Além disso, procuraremos relacionar o grau de dificuldades apontados pelos alunos em cada tópico do Quadro 1, com o desempenho obtido por eles no teste de conhecimentos.

No Quadro 1 a seguir, procuramos investigar o grau de dificuldade em aprender conteúdos matemáticos relativos à função quadrática, segundo a amostra de alunos. Para uma melhor visualização organizamos os resultados obtidos em forma de porcentagem.

Quadro 1: Grau de dificuldade segundo os alunos

Tópicos do tema	Você estudou? (em%)		Grau de dificuldade (em %)				
	Sim	Não	Muito Fácil	Fácil	Médio	Difícil	Muito difícil
Definição de função quadrática	66,25	33,75	0	11,32	69,81	15,09	3,77
Exemplos de situações que aparecem função quadrática	62,5	37,5	0	8	52	32	8
Imagem de um ponto do domínio da função quadrática	52,5	47,5	0	9,52	61,9	19,05	9,52
Resolução da equação do 2º grau	85	15	5,88	19,12	45,59	23,53	5,88
Zeros da função quadrática	65	35	1,92	17,31	55,77	17,31	7,69
Intersecções do gráfico da função quadrática com os eixos do plano cartesiano	76,25	23,75	0	14,75	49,18	27,87	8,2
Vértice da parábola	62,5	37,5	0	10	54	20	16
Construção do gráfico da função quadrática a partir da lei de formação	61,25	38,75	0	4,08	63,27	22,45	10,2
Análise da função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$ a partir dos parâmetros “a”, “b” e “c”	70	30	1,79	23,21	37,5	30,36	7,14
Problemas de valor máximo ou de valor mínimo associados a função quadrática	55	45	2,27	4,55	54,55	34,09	4,55
Conjunto imagem da função quadrática a partir da lei de formação	55	45	2,27	11,36	47,73	34,09	4,55
Conjunto imagem a partir do gráfico da função quadrática	61,25	38,75	0	8,16	44,9	32,65	14,29
Estudo do sinal da função quadrática	42,5	57,5	0	8,82	44,12	41,18	5,88
Forma canônica da função quadrática $y = a(x - m)^2 + k$	33,75	66,25	0	3,7	48,15	33,33	14,81
Construção da lei de formação da função quadrática a partir do gráfico	58,75	41,25	2,13	2,13	46,81	40,43	8,51
Relação entre função quadrática e progressão aritmética	38,75	61,25	6,45	3,23	29,03	51,61	9,68

Fonte: Pesquisa de campo (2016).

Os dados do Quadro 1, revelaram que mais da metade dos tópicos elencados foram estudados pela maioria dos alunos. Porém, os tópicos referentes à forma canônica da função

quadrática e a relação desta com sequências numéricas (progressão aritmética), foram os quais apresentaram uma porcentagem significativa da amostra afirmando não ter estudado, totalizando 66,25% e 61,25% respectivamente.

Segundo Moretti (2003) o uso da simetria de translação como recurso na construção de curvas cuja forma é conhecida, facilita a atividade do esboço do gráfico.

Esse tipo de transformação pode contribuir para que o aluno perceba o traçado/eixo como uma imagem que representa o objeto descrito por uma expressão algébrica. Libertando-se do procedimento de esboço de curvas exclusivamente por pontos, o aluno poderá perceber certas variações ou lugares na curva que são, em geral, importantes na interpretação de fenômenos que ela retrata. Essa transformação, combinada com noções de simetria como a axial e a central, pode elevar bastante a capacidade do aluno no esboço de curvas.

(*Ibidem*, 2003, p.159-160)

Para Maia (2007, p.60), o trabalho com a forma canônica da função quadrática $y = a(x - m)^2 + k$, onde $m = -b/2a$ e $k = -\Delta/4a$, favorece ao aluno adquirir essa percepção, pois a mesma fornece todas as informações necessárias para a comparação das representações gráficas das funções definidas por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, com a representação mais simples $y = x^2$.

A relação entre a função quadrática e sequências numéricas (Progressão Aritmética), além de estabelecer conexões entre objetos matemáticos distintos, permite caracterizar essa função. Assim, o aluno por meio da observação do comportamento das variáveis de um dado fenômeno, terá condições de caracterizá-lo como sendo quadrático ou não.

Além disso, todos os tópicos do quadro anterior foram avaliados pelos estudantes com grau de dificuldade variando de médio a muito difícil, predominantemente. Por outro lado, chamou-nos a atenção o fato de o grupo apresentar alunos apontando não ter estudado os conteúdos matemáticos relativos à função quadrática, pois o mesmo está previsto no currículo de matemática do Ensino Médio e geralmente é trabalhado nas escolas brasileiras no 1º ano do ensino médio.

Passamos agora aos resultados obtidos no teste de conhecimentos elaborado com base em conteúdos matemáticos relativos à função quadrática. A Figura 1 seguinte mostra a primeira questão do teste aplicado aos estudantes.

Figura 1: Primeira questão do teste de conhecimentos

01. Quais das seguintes funções são quadráticas?	
☐ $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$	☐ $f(x) = 2x + 1$
☐ $f(x) = -2x^2$	☐ $f(x) = 2x(x - 1)$
☐ $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$	☐ $f(x) = 2^x$

Fonte: Pesquisa de campo (2016).

Apenas um aluno da amostra conseguiu identificar todas as funções quadráticas da questão corretamente. Chamou nossa atenção o fato de 40% dos alunos saberem identificar apenas a forma completa de uma função quadrática. Deste modo, podemos afirmar que, nesse grupo de estudantes, há um problema de aprendizagem relacionado a identificação de uma função quadrática. Ao nosso ver, um conhecimento básico que não se tornou aprendizagem real, para esses estudantes.

Além disso, podemos observar no Quadro 1, o primeiro tópico, relacionado a definição de função quadrática, no qual aproximadamente 89% dos que afirmaram ter estudado, julgaram esse item, quanto ao grau de dificuldade, como sendo médio, difícil ou muito difícil. Esse fato, ratifica o baixo desempenho obtido pelos alunos nessa questão.

A seguir, a Figura 2 mostra a segunda questão do teste de conhecimentos, vejamos:

Figura 2: Segunda questão do teste de conhecimento

02. Dada à função quadrática $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, determine:

a) $f(1)$

b) x de modo que $f(x) = 0$

Fonte: Pesquisa de campo (2016).

A intenção com essa questão era verificar se o aluno sabia calcular a imagem da função dado o valor do domínio, através da lei de formação e, também se sabia determinar o domínio, dada sua imagem.

Neste caso, apenas 12 alunos apresentaram a resolução. Dentre estes, um conseguiu acertar a questão. Outro aluno conseguiu acertar somente a letra “a”. Os demais cometeram equívocos nas resoluções referentes a conteúdos matemáticos básicos necessários, os quais geralmente são trabalhados no ensino fundamental II, como: potenciação, jogo de sinais, resolução da equação do 2º grau, resolução da equação do 1º grau.

Desta forma, as dificuldades apresentadas encontram-se nos conteúdos recursivos previstos e trabalhados no Ensino Fundamental II. As formas como esses conteúdos matemáticos geralmente são trabalhados em sala de aula, como um conjunto de regras e fórmulas prontas e acabadas a serem memorizadas sem significado, pode ser um dos fatores que contribuíram para os resultados apresentados. Manter essa recursividade dos assuntos vistos como pré-requisitos necessários para a compreensão de um conhecimento novo, contribuirá para a superação desses obstáculos.

Temos um indicativo de possíveis dificuldades de aprendizagem referentes a esses tópicos do conteúdo. De fato, a maioria dos alunos consideram o grau de dificuldade de mediano a muito difícil no Quadro 1, com relação a esse item.

A Figura 3 e a Figura 4 a seguir, trazem as resoluções da questão 2, apresentadas pelos alunos “X” e “Y”, respectivamente.

Figura 3: Resolução da 2ª questão do teste apresentada pelo aluno “X”

02. Dada a função $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, determine:

a) $f(1)$ b) O valor de x de modo que $f(x) = 0$

$f(1) = 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 1$
 $f(1) = 3 \cdot 1 - 4 + 1$
 $f(1) = 3 - 4 + 1$
 $f(1) = 3 - 5$
 $f(1) = 2$

Fonte: Pesquisa de campo (2016).

O aluno “X”, mostrou na resolução do item “a”, que sua dificuldade está relacionada aos conteúdos matemáticos relativos às operações com números inteiros, ao escrever “ $-4 + 1 = -5$ ” e, mais adiante, o mesmo ratifica esse fato ao escrever “ $3 - 5 = 2$ ”.

Figura 4: Resolução da 2ª questão do teste apresentada pelo aluno “Y”

02. Dada a função $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, determine:

a) $f(1)$ b) O valor de x de modo que $f(x) = 0$

$3x^2 - 4x + 1 + 1$
 $3x^2 - 4x + 2$
 $3 - 4 = -1$

$3x^2 - 4x + 1 = 0$
 $6x - 4x + 1 = 0$
 $2x + 1 = 0$
 $2x = -1$

Fonte: Pesquisa de campo (2016).

Neste caso o aluno “Y” apresentou dificuldade de aprendizagem do conceito de imagem, pois não substituiu corretamente na lei de formação da função o respectivo valor numérico. Além disso, podemos observar no item “b” que o mesmo apresenta dificuldades com relação aos conteúdos matemáticos relativos à equação do 2º grau.

A seguir, a Figura 5 mostra a terceira questão do teste de conhecimentos.

Figura 5: Terceira questão do teste de conhecimentos

03. Considere a função definida por $f(x) = 2x^2 - x - 3$ e responda as seguintes questões:

- A concavidade do gráfico está voltada para cima ou para baixo?
- Quais os zeros dessa função?
- Quais são as coordenadas do vértice da parábola definida por essa função?
- Qual(is) o(s) valor(es) da intersecção do gráfico da função com o eixo das abscissas?

Fonte: Pesquisa de campo (2016).

Nesta questão apenas 18 alunos responderam o item “a”, dos quais, 9 acertaram. Além disso, teve um número significativo de estudantes que não resolveram essa questão, 62 alunos deixaram em branco.

Na questão, abordamos vários tópicos relacionados ao Quadro 1, como: zeros da função quadrática, intersecções do gráfico da função quadrática com os eixos do plano cartesiano, vértice da parábola, construção do gráfico da função quadrática a partir da lei de formação, análise da função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$ a partir dos parâmetros “a”, “b” e “c” e conjunto imagem da função quadrática a partir da lei de formação.

Como mencionado anteriormente, todos esses tópicos foram julgados pelos estudantes quanto ao grau de dificuldade, variando de médio a muito difícil. Logo, o baixo desempenho obtido pelos estudantes nessa questão, condiz com os resultados obtidos no Quadro 1. A seguir, a Figura 6 mostra a quarta questão do teste de conhecimentos.

Figura 6: Quarta questão do teste de conhecimentos

- 04.** Uma bola é lançada ao ar. Considere a altura **h**, em metros, após **t** segundos do lançamento seja obtido pela expressão $h = -t^2 + 4t + 6$. Nessas condições, determine:
- a) O instante em que a bola atinge a altura máxima;
 - b) A altura máxima atingida pela bola;
 - c) O tempo decorrido para que a bola atinja o solo após o lançamento.

Fonte: Pesquisa de campo (2016).

Nenhum estudante da amostra apresentou resolução para essa questão. No Quadro 1, essa questão corresponde ao tópico “Problemas de valor máximo ou de valor mínimo associados a função quadrática”. Mais da metade dos alunos da amostra, apontaram ter estudado esse item, porém cerca de 93% destes julgaram esse tópico, quanto ao grau de dificuldade, como sendo médio, difícil ou muito difícil. Assim, a não resolução dessa questão pelos alunos, condiz com o apontado por eles no Quadro 1.

Agora, vejamos a Figura 7, a qual nos mostra a quinta questão do teste de conhecimentos.

Figura 7: Quinta questão do teste de conhecimento

05. Escreva na forma canônica a função quadrática $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

OBS: A forma canônica da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ é dada por

$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$, onde x_v e y_v são as coordenadas do vértice da parábola.

Fonte: Pesquisa de campo (2016).

Novamente 100% dos alunos deixaram em branco esta questão. No Quadro 1, 66,25% dos estudantes apontam não ter estudado esse tópico. Esse fato, pode estar associado a questão pela qual, grande parte dos livros didáticos de matemática adotados nas escolas, os quais servem de referência tanto para os professores quanto para estudantes no processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos, não tratarem deste tópico especificamente, ou quando o fazem, o professor de sala de aula não faz a abordagem.

Entretanto, as OCEM dizem que:

O estudo da função quadrática pode ser motivado via problemas de aplicação, em que é preciso encontrar um certo ponto de máximo (clássicos problemas de determinação de área máxima). O estudo dessa função – posição do gráfico, coordenadas do ponto de máximo/mínimo, zeros da função – deve ser realizado de forma que o aluno consiga estabelecer as relações entre o “aspecto” do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica, evitando-se a memorização de regras. O trabalho com a forma fatorada (**canônica**) $f(x) = a \cdot (x - m)^2 + n$ pode ser um auxiliar importante nessa compreensão.

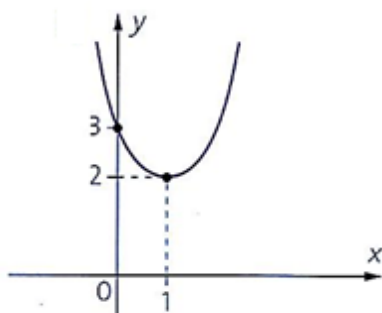
(BRASIL, 2006, p.73, grifo e ênfase nosso)

Como podemos observar o trabalho com a forma canônica da função quadrática pode ser um diferencial importante na compreensão dos aspectos do gráfico e os parâmetros de sua expressão algébrica.

Por fim, a sexta questão do teste de conhecimento, Figura 8.

Figura 8: Sexta questão do teste de conhecimento

06. Obtenha a expressão algébrica da função representada pela figura abaixo na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$.

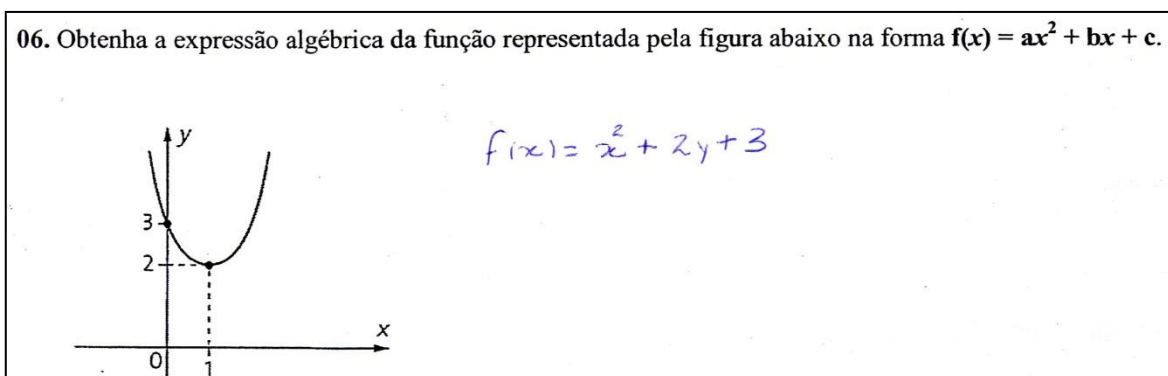


Fonte: Pesquisa de campo (2016).

Apenas 3 alunos apresentaram uma resposta para este item. Fazer a transição da forma de representação gráfica para a representação algébrica da função quadrática e vice-versa é uma das tarefas cognitivas de difícil compreensão para o aluno do ensino médio.

Geralmente os alunos querem agir intuitivamente alterando os parâmetros “a”, “b” e “c” da função quadrática de acordo com os valores referenciados no gráfico. O que é um erro!

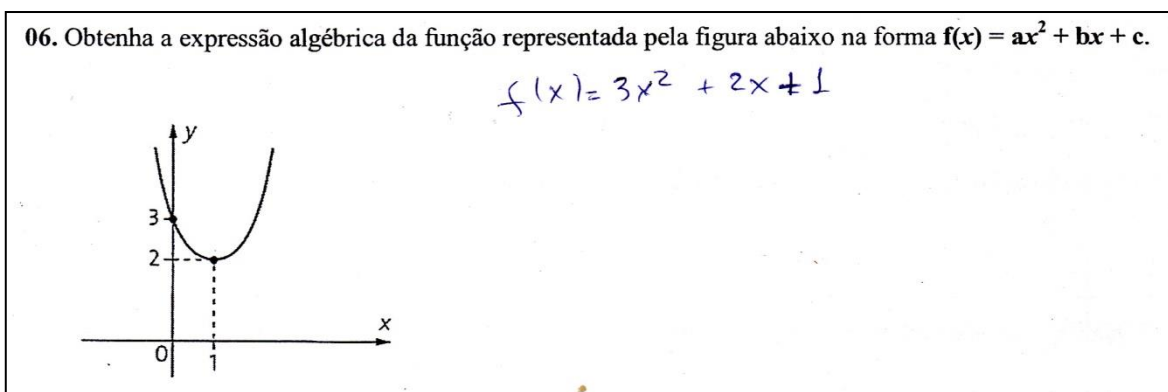
Figura 9: Resolução apresentada pelo aluno “A”



Fonte: Pesquisa de campo (2016).

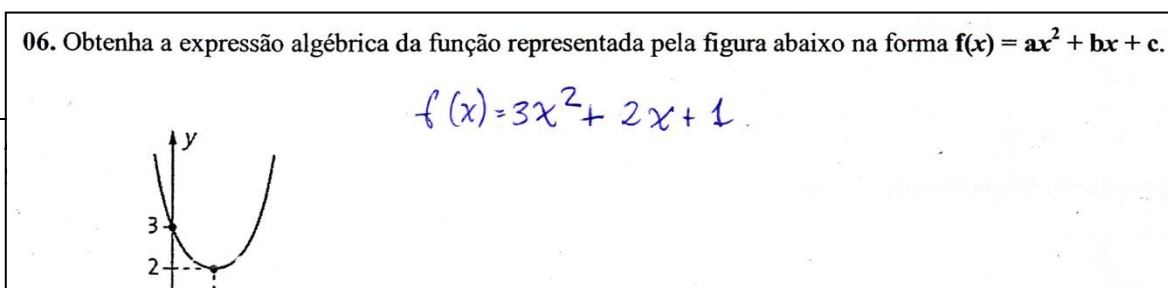
Neste caso, o aluno “A” atribuiu os valores 1, 2 e 3 presentes visualmente no gráfico, aos parâmetros “a”, “b” e “c” da função. Entretanto, os valores corretos são $a = 1$, $b = -2$ e $c = 3$. Agindo analogamente, os alunos “B” e “C” mudaram apenas a ordem dos valores atribuídos aos parâmetros “a” e “c” da resolução anterior, isto é, 3 e 1, respectivamente, como podemos ver nas duas figuras seguintes.

Figura 10: Resolução apresentada pelo aluno “B”



Fonte: Pesquisa de campo (2016).

Figura 11: Resolução apresentada pelo aluno “C”



Fonte: Pesquisa de campo (2016).

“A mudança de registro constitui um dos pontos delicados e decisivos da aprendizagem da matemática no Ensino Básico, Fundamental e Médio, e as dificuldades relacionadas podem persistir até o início da universidade, caso esse aprendizado não tenha sido adequadamente tratado.” (ALMOULOUD, 2007, p.79)

Segundo Duval (1999) apudAlmouloud (2007, p.79), “falar de registros é colocar em jogo o problema da aprendizagem e dar ao professor um meio que pode ajudá-lo a facilitar a compreensão da matemática.”

Como podemos observar nas soluções apresentadas, a mudança do registro gráfico para o registro algébrico é uma das dificuldades apresentadas por esse grupo de alunos, o que condiz com o Quadro 1.

A utilização de novas metodologias de ensino de matemática em sala de aula, a exemplo, o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), pode contribuir para superação das dificuldades apresentadas. A utilização de *softwares* livres de geometria dinâmica, por exemplo o *GeoGebra*, possibilitará a visualização de maneira dinâmica, das diferentes formas de representação (representação algébrica e geométrica) de um mesmo objeto matemático, oportunizando aos alunos levantarem hipóteses, testá-las, conjectura-las e, principalmente, perceberem as regularidades existentes na busca de um padrão, tornando assim a aprendizagem matemática mais significativa.

Desta forma, podemos observar que o baixo desempenho dos estudantes obtido nas questões do teste de conhecimentos, está coerente com os resultados apresentados no quadro de dificuldades (Quadro 1) do questionário preenchidos pelos mesmos.

4. Considerações finais

Ao finalizar este trabalho que se propôs a analisar dificuldades de aprendizagem do assunto função quadrática junto a uma amostra de 80 alunos do Ensino Médio de uma escola pública estadual de Belém do Pará, inferimos que quanto ao grau de dificuldade (Quadro 1),

os resultados mostram, para esse grupo de estudantes, que a maioria dos tópicos elencados, versando sobre conteúdos matemáticos relativos à função quadrática, foram estudados pelos alunos e, além disso, julgam-nos com grau de dificuldade variando, predominantemente, de médio a muito difícil. Porém, os tópicos referentes à forma canônica da função quadrática e a relação desta com sequências numéricas (progressão aritmética), foram os quais apresentaram uma porcentagem significativa da amostra afirmando não ter estudado, 66,25% e 61,25% respectivamente, embora estejam indicados em documentos oficiais do governo federal.

Quanto ao teste de conhecimentos versando sobre conteúdos matemáticos relativos a função quadrática, os resultados mostram que as dificuldades apontadas pelos alunos no Quadro 1 (quadro de dificuldades) condiziam com o baixo desempenho dos estudantes no mesmo. Dificuldades do tipo: identificar uma função quadrática, encontrar a imagem da função quadrática dada à lei de formação, determinar as coordenadas do vértice da parábola, determinar os zeros da função quadrática, dizer se a concavidade da parábola está voltada para cima ou para baixo, resolver problemas de valor máximo ou de mínimo, representar na forma canônica uma função quadrática e representar na forma algébrica a representação gráfica de uma função quadrática, foram apontadas por essa amostra na pesquisa.

Seria interessante investigar outros grupos com características socioculturais diferentes deste, para verificar se tais dificuldades são também apontadas por eles. Por outro lado, a escuta de alguns professores de matemática, para saber o que eles pensam a respeito desse processo de ensino e aprendizagem de função quadrática, possibilitaria novos olhares a respeito do tema, viabilizando assim novos caminhos para futuras pesquisas.

Enfim, a superação das dificuldades apresentadas pelos alunos nesta pesquisa, dependerá também da mudança de comportamento do professor de matemática em sala de aula. A busca incessante pela formação continuada é primordial para qualquer profissional que almeja melhorias em suas práticas. Fazer uso de novas metodologias de ensino em sala de aula, por exemplo: a história da matemática, a modelagem matemática, os jogos, a investigação matemática, resolução de problemas e as tecnologias de informação e comunicação, procurando diversificá-las, poderá contribuir para melhoria da aprendizagem dos conteúdos matemáticos relacionados a função quadrática. Além disso, a elaboração de uma sequência didática sobre o tema, poderá potencializar o processo de ensino e aprendizagem do assunto, visando à melhoria da qualidade do ensino público em nosso estado, principalmente no que tange o ensino e a aprendizagem de matemática.

5. Referências

- ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.
- ANDRADE, Maria Margarida de. **Introdução à metodologia do trabalho científico**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2003.
- BRAGA, Elizabete Rambo. **A compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática no ensino fundamental com o recurso da planilha**. 209f. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática (Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul). Porto Alegre, 2009.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Lei 9.394 de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes da Educação Nacional. Diário Oficial da União, Brasília, n. 248, p. 27.833 – 27.841, 23 de dez. de 1996.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio**. Brasília: MEC-SEMTEC, 1999.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Básico. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, MEC, 2006.
- _____. Ministério da Educação. **Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília: MEC, 2015.
- _____. Ministério da Educação. **Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB/Prova Brasil**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília: MEC, 2015.
- COSTA, Ricardo Carvalho. **A formação de Professores de Matemática para uso das Tecnologias de Informação e Comunicação: uma abordagem baseada no ensino de funções polinomiais de primeiro e segundo graus**. 119f. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo). São Paulo, 2010.
- D'MORE, Bruno. **Elementos de didática da matemática**. [Tradução Maria Cristina Bonomi]. São Paulo: editora Livraria da Física, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Múltiplo. Matemática: ensino médio**. São Paulo: Ática, 2014.

DEMO, Pedro. **Pesquisa: princípio científico e educativo**. 14ª ed. São Paulo: Cortez, 2011.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5ª ed. São Paulo: Atlas, 1999.

MAIA, Diana. **Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional**. 141f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo). São Paulo, 2007.

MELO, Luciano Augusto da Silva. **Dois jogos de linguagem: a Informática e a Matemática na aprendizagem de função quadrática**. 154f. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática (Universidade Federal do Pará). Belém, 2013.

MESQUITA, Maria Aparecida Nunes. **Ensinar e aprender funções polinomiais do 2º grau, no Ensino Médio: construindo trajetórias**. 181f. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo). São Paulo, 2009.

MOREIRA, Marco Antônio. **Ensino e aprendizagem: enfoques teóricos**. 3ª ed. São Paulo: editora Moraes, s.a.

MORETTI, Mércles Thadeu. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP. Papirus, 2003. pp. 149-160.

MORIN, Edgar. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. Tradução de Catarina Eleonora F. da Silva e Jeanne Sawaya. 2ª ed. rev. São Paulo: Cortez, 2011.

RAMAL, Andrea. SANTOS, Edméa Oliveira dos (org.). **Currículo – Teoria e práticas**. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

SANTOS, Cristiane do Socorro Ferreira dos. **Ensino das funções afim e quadrática por atividades**. 2013. 312 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2013.

SILVA, Francisco Hermes Santos da. **Formação de professores: mitos do processo**. Belém: EDUFPA, 2009.

SIQUEIRA, Fábio Rodrigues de. **A programação no Ensino Médio como recurso de aprendizagem dos zeros da função polinomial do 2º grau**. 125f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo). São Paulo, 2012.



ANALISE DE ERRO DOS ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO NAS QUESTÕES DE ÁREA E VOLUME DE GEOMETRIA ESPACIAL.

Ilson Campos Bezerra Junior

Juniorbezerra7@hotmail.com

Universidade do Estado do Pará- UEPA

Adrean Brasil Fortes

adreanbf@gmail.com

Universidade do Estado do Pará- UEPA

Resumo: Neste trabalho temos por objetivo analisar os erros dos alunos do segundo ano do ensino médio nas questões de área e volume de geometria espacial. Para tal análise foi aplicado um teste em uma escola pública de Belém visando categorizar os erros encontrados pelos alunos no conteúdo. Assim foram utilizados como aporte teórico para análise de erros os textos de Buriasco (2008), Lima (2010) e Teixeira (2009) e para o estudo da geometria utilizamos Costa (2009), Santos (2014) e Cordeiro (2009). Posteriormente apresentamos e analisamos os erros contidos nos testes.

Palavras-chave: Educação Matemática. Análise de Erro. Geometria Espacial. Área. Volume.

1. Introdução

O erro em sala de aula é comumente adotado como uma falha no processo de ensino e aprendizagem sendo, quando encontrado na resolução de uma questão, sempre ou geralmente desconsiderada toda a resolução, geralmente como afirma Buriasco (2008). Contudo para a autora o erro é um processo comum e necessário para se construir o conhecimento do aluno, a partir do auxílio do professor como mediador em sala. Citamos Buriasco (2008):

Devemos ter uma visão sobre o “erro”, num processo de construção de conhecimentos, que ofereça pistas de como estão sendo organizados pelos alunos. Tomados numa perspectiva processual da constituição de conhecimentos, podem

não somente ampliar nossa leitura do contexto – sala de aula -, ampliando nossas possibilidades para mediar a aprendizagem dos alunos, como também o entendimento das várias formas de interpretações dos fatos.

(Buriasco, 2008)

Teixeira (2009) discorre em seu trabalho que esse pensamento é bem divergente, de acordo com as diferentes correntes psicológicas, pois para cada uma o erro tem diferentes funções ou, no caso do behaviorismo, o erro deve ser evitado sendo ele uma falha no processo de aprendizagem. Diferentemente, o pensamento piagetiano discorre que o erro não é a ausência total do saber, mas mostra até onde o indivíduo conseguiu captar e assimilar o conhecimento, neste caso, matemático.

Desta forma, o erro pode dar-se a partir de diferentes formas dependendo das suas características, geralmente, dentro do processo avaliativo, no caso das provas. Lima (2010) imbuído dos pensamentos de Radatz (1979) caracteriza os erros e mostra suas diferenças, similaridades e esclarece que o erro não é uma coisa só, mas alguma falha no processo de compreensão ou no momento da resolução de conteúdos básicos, como tabuada. Além disso, Lima (2010) classifica os erros e categoriza para análise.

Assim temos como parâmetros para o tema de geometria espacial os trabalhos de Costa (2009) que observa que geralmente os erros surgem devido ao apego que é feito em sala a formulas isso faz com que o aluno fique preso a um pensamento único e não busque a habilidade de interpretação nem mesmo a associação com outros conteúdos. Santos (2014) e Cordeiro (2009) também afirmam quando é exigido nas provas nacionais ou em larga escala, como OBMEP e ENEM, as quais não exigem apego às formulas, mas habilidade e competência para proceder nas questões os alunos geralmente falham.

Assim, buscaremos analisar como o erro se desenvolve dentro do conteúdo de geometria espacial, pois, apesar de ser um conteúdo de grande importância no ensino médio, os alunos apresentam grande dificuldade tanto na interpretação dos sólidos espaciais como no calculo de suas áreas e volumes. Para isso será aplicado um teste a alunos de uma escola de Belém do Pará contendo 6 questões onde duas com 4 alternativas que buscamos analisar o erro no calculo direto de área e volume e 4 questões que apresentam alguma problemática relacionada ao objeto matemático.

2. Referencial Teórico

A partir dos estudos de Lima (2010), é apresentada uma discussão sobre a categorização dos diversos tipos de erro os quais sempre são considerados como falha, equivoco, engano, ou

seja, sempre algo ruim sem proveito nenhum dentro de sala e sendo ,geralmente, alvo de críticas e punições, fazendo com que alguns alunos que tenham mais dificuldade se retenha em suas duvidas aumentando o contingente dos alunos que erram.

Todavia o erro, para o autor, é parte integrante do processo de ensino e aprendizagem, pois a partir do erro que se podem analisar onde os alunos estão mais deficientes no conteúdo e ali buscar um novo caminho. Para isso o autor cita Pinto (2000) o qual se refere no professor como principal utilizador do erro como instrumento para gerar este novo caminho.

Partindo desses conhecimentos de que o erro é fundamental no processo o autor caracterizar o erro para compreender como este surge dentro de sala. Assim a partir dos estudos de Radatz (1979) e Engler (2004) onde ambos descrevem e caracterizam os erros a partir de categorias que vão nortear o trabalho do autor para analisar os erros. No caso de Engle, esta autora analisará a partir dos estudos de Booth.

Radatz (1979) dispõe o erro em cinco categorias distintas sendo, respectivamente;

1º Categoria- Erros devido à dificuldade de linguagem. Nesta o aluno apresenta certa falta de compreensão dos conceitos, símbolos matemáticos e assimilar isso é um grande problema

2º Categoria- Erros devido a dificuldades na obtenção de informações espaciais. Esse erro foi freqüentemente encontrado nesta pesquisa, pelo fato do tema ser sobre geometria. Este erro o aluno não consegue assimilar algumas propriedades contidas nos sólidos necessárias para resolver uma questão

3º Categoria- Erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos. Isto está relacionado com o ensino em sala, pois graças fatores como greves, atrasos e faltas o professor passa o conteúdo de forma apressada e portanto não abrange todo o conteúdo.

4º Categoria- Erros devido a associações incorretas e a rigidez do pensamento. Quando o aluno passa por um ensino deficitário geralmente o aluno busca compreender de sua maneira e acaba gerando formas erradas para resolver seus exercícios.

Por fim, a ultima categoria é a de erros devido à aplicação de regras e estratégias irrelevantes como erros com operação com reais nas equações, não utilizar os dados necessários para a resolução da questão, não verificação dos resultados, utilização incorreta de funções, propriedades e definições, falta de verificação na aplicação de teoremas, deduções incorretas, erros de lógica e transcrição dos dados do exercício.

Engler (2004) descreve os erros mais comuns sendo estes relacionados à natureza e o significado dos símbolos e das letras, objetivo das atividades e a natureza das respostas em álgebra, entendimento da aritmética pelos alunos e o uso impróprio de formulas, regras e procedimentos.

Assim para prosseguir nesta discussão foram analisados os textos de Costa (2009), Cordeiro (2009) e Santos (2014) que buscaram compreender o erro dentro do conteúdo de geometria espacial apresentando as principais dificuldades dos alunos nesse conteúdo.

Costa (2009) realizou a pesquisa para 32 alunos e 2 professores em duas turmas do ensino médio, sendo uma turma de 4º ano da rede publica (nível técnico) e outra de 3º ano de um colégio particular, ambas de Belém do Pará, com o objetivo de analisar as concepções que os professores têm sobre o ensino de Geometria Espacial e a forma como os alunos têm compreendido a mesma.

Costa (2009) notou que o ensino de geometria espacial, geralmente vem sendo trabalhado desvinculado do conteúdo de geometria plana, além disso, o ensino entrelaçado ao apego a formulas vem trazendo deficiências relacionadas ao conteúdo como ausência do trabalho com geometria de posição, do trabalho de desenho geométrico, desvalorização de representações bi e tridimensionais, ausência do trabalho com geometria espacial métrica e ausência de trabalho com percepção. Com isso os alunos apresentam grande dificuldade com a linguagem matemática, com a representação dos sólidos e com o uso das formulas.

Cordeiro (2009) fez a coleta de dados em uma Escola Estadual próxima ao centro do município de Nova Iguaçu, a maior cidade da região da Baixada Fluminense e limitada geograficamente por oito municípios inclusive o do Rio de Janeiro com o objetivo de analisar as resoluções e tentativas dos alunos do ensino médio em geometria na prova da OBMEP. Participaram da pesquisa 28 alunos que passaram para a segunda fase da OBMEP.

No seu trabalho Cordeiro (2009) afirma que é muito deficiente o ensino de geometria principalmente na rede pública, pois a uma falta de comprometimento quando se ensina geometria. De toda a análise, surgiram 96 erros que foram analisados a partir do trabalho de Radatz (1979) onde os principais erros foram na linguagem, deficiência em pré-requisitos básicos, na coleta de informação espacial e associações incorretas ou rigidez de raciocínio.

Santos (2014) teve sua pesquisa realizada com 82 estudantes do 3º ano do Ensino Médio, do período matutino, de cinco escolas públicas do Município de Maringá, no decorrer do mês de Outubro de 2013 e têm como objetivo analisar e classificar os erros cometidos por

estudantes do 3º ano do Ensino Médio, na resolução de questões de Geometria do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

E em seu trabalho Santos (2014) esclarece que a geometria é importante para o raciocínio visual e é importante para resolver situações problema do cotidiano. Nesta pesquisa foi constatado que em provas em larga escala como o ENEM os alunos apresentaram grande dificuldade ao utilizar definições e teoremas e na linguagem. Isso dá-se muito ao fato da forma como o ENEM é conduzido, a partir de habilidades e competências as quais exigem melhor capacidade de análise que de decoração.

A partir da análise dos trabalhos de Costa (2010), Cordeiro (2009) e Santos (2014) observamos as seguintes conclusões em relação às dificuldades e aos erros cometidos pelos alunos no conteúdo de Geometria espacial:

- Dificuldade na compreensão do que se pede nas questões;
- Associações, geralmente errôneas dos dados;
- Dificuldade na representação dos sólidos e com o uso das formulas;
- Desconhecimento de conhecimentos básicos.

Com base nessas dificuldades apontadas analisaremos as respostas dos alunos no tópico Análise dos resultados.

3. Procedimentos metodológicos

A pesquisa será do tipo diagnóstica, na qual buscaremos descrever os resultados obtidos com base na aplicação de um teste diagnóstico. Para Rudio (2007) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos tentando descrever, classificar e interpretá-los sem inferir nos fatos observados.

Para tal pesquisa foi elaborado um questionário para os alunos do segundo ano do ensino médio com 6 questões, para que os alunos resolvessem apenas com seus conhecimentos sobre o assunto. No momento do teste não houve nenhuma intervenção.

As questões estavam divididas em duas habilidades, das quais 2 seriam para avaliar as resoluções dos alunos no cálculo de área e volume, e 4 questões buscariam analisar como esse aluno procede o cálculo de área e volume partindo de uma problemática com alguma imagem e sem imagem.

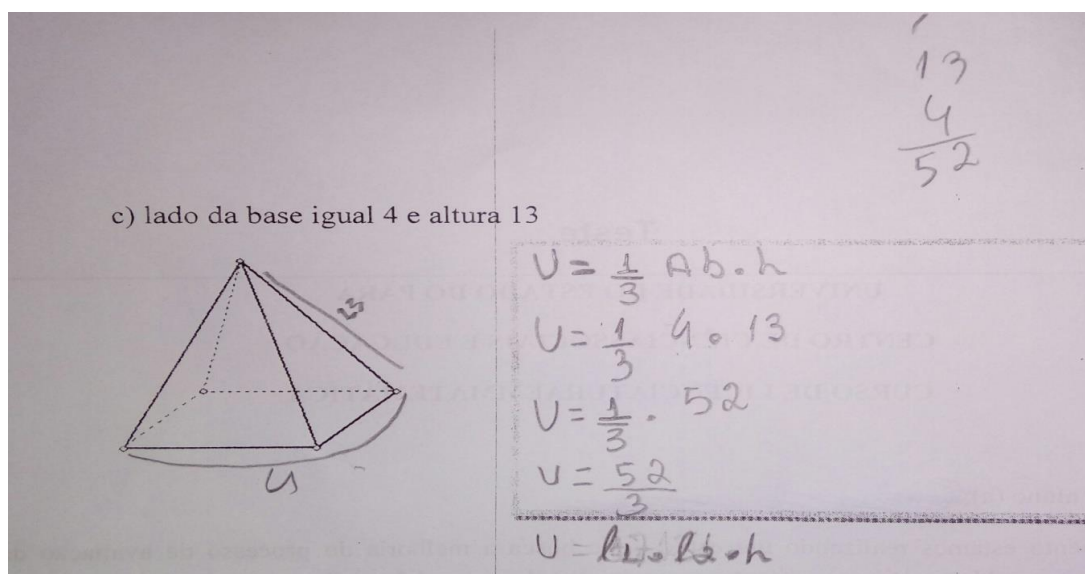
4. Análise e discussão dos resultados

Buscou-se nesse trabalho compreender o motivo dos alunos, principalmente do ensino médio, do seu grande contingente de erros no cálculo de área e volume em geometria espacial.

Assim para verificarmos como esse erro se sustenta, foi elaborado um questionário para se analisar e classificar, a partir das respostas dos alunos, quais os erros mais frequentes dentro de suas resoluções.

Desta forma, na primeira questão buscamos analisar quais os erros que os alunos cometem quando calculam o volume de algum sólido geométrico a partir de dados oferecidos nas alternativas. Para isso bastava o aluno aplicar a fórmula do volume da pirâmide juntamente com os dados e resolveria.

Contudo a primeira questão, letra C, foi a que obteve mais erro durante o cálculo do volume, então constatamos que 26,7% dos alunos pecaram na aritmética e outros 13,3% não tinham o conceito matemático formado de pirâmide. Portanto, não reconheceram a base como um quadrado e apenas jogaram direto o valor do lado sem calcular a área.

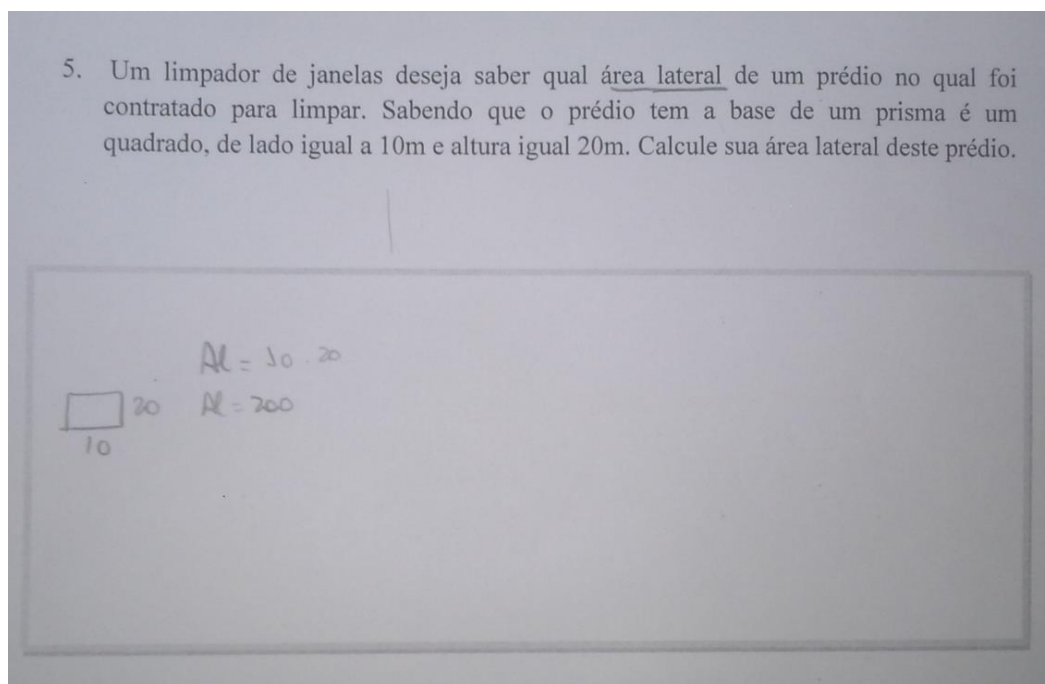


As categorias encontradas, segundo Radatz (1979), foram “erros devido a associações incorretas ou rigidez do pensamento o que inclui erro de associação” e “erro de inferências de conceitos, de assimilação, de transferência negativa de tarefas anteriores”. Para Engler(2004) os erros mais comuns sendo estes relacionados à entendimento da aritmética pelos alunos e o uso impróprio de fórmulas, regras e procedimentos.

Outra questão que obtivemos um erro interessante para ser analisado foi da quinta questão. Nesta, era necessária que o aluno compreendesse como se procederia a formação do

solido para poder calcular a sua área lateral. Para tal resolução, bastaria calcular a área de uma face lateral e multiplicar pelo numero de faces laterais

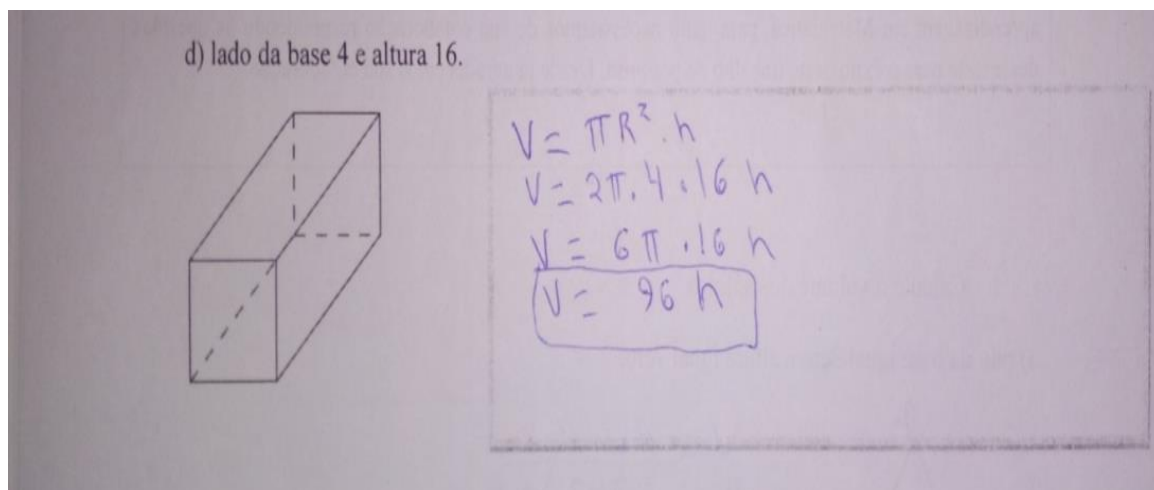
Todavia, na quinta questão 13,4% dos alunos erraram, por não compreenderem a formação do sólido e que seria preciso calcular todas as faces laterais. Desta forma nos seus Cálculos foi considerado apenas um lado do solido.



Nessa resposta encontra-se uma categoria de erro escrita por Radatz (1979) que é a de “erros na dificuldade de obtenção de informações espaciais”. É nítido que não houve o desenvolvimento da capacidade interpretar e compreender a formação dos sólidos dentro de sala, pois não conseguiram observar que um sólido de base quadrada possui quatro faces laterais. Por isso os alunos acabaram errando em suas resoluções

A última questão que analisaremos nesse trabalho é a primeira questão, alternativa D, onde se pedia para calcular o valor do volume dos sólidos, neste caso um paralelepípedo de base quadrada. Assim, para acertar a questão o aluno teria que utilizar a formula considerando a área da base vezes a altura.

Contudo, 20% dos alunos erraram por devido a má resolução da multiplicação, além de não utilizarem a formula correta para efetuar o calculo do volume.



Ao invés de aplicar a fórmula do paralelepípedo, o aluno utilizou a fórmula do volume do cilindro para poder calcular, desta forma sua vontade de resolver a questão a qualquer custo fez com que ao se lembrar de uma fórmula aleatória esta seria necessária para resolver a questão. Nas categorias de Radatz este aluno cometeu um erro pertinente à quinta categoria “erros de aplicação de regras ou estratégias irrelevantes”. Isso se dá ao fato a utilização de propriedades e definições e fórmulas incoerentes para essa questão.

5. Considerações finais

Portanto, diante ao exposto neste artigo. Concluímos que o erro não pode ser considerado como uma falha no processo, pois o fato de se trabalhar com pessoas diferentes se tem também reações diferentes com algum conteúdo matemático. Isso foi nítido na aplicação do teste, pois cada aluno apresentou reações diferentes as questões que foram aplicadas, uns com maior facilidade e outros não.

Outra idéia é a de que o erro deve ser banido de sala por não trazer idéias positivas dentro de sala. Todavia Buriasco (2008) diz que o erro não é a ausência total de conhecimento, mas se o aluno erra é por que ele já tem um caminho só falta aperfeiçoá-lo. Essa idéia foi bastante presente nas resoluções de algumas questões resolvidas no teste, onde, geralmente, os alunos apresentavam um conhecimento sobre o conteúdo, mas cometiam erros relacionados a outras áreas de conhecimento como a álgebra.

Categorizar o erro pode ser uma boa iniciativa do professor para mapear o que ele precisa fazer com seus alunos, para assim abranger um contingente maior de alunos e tirar o

Maximo de duvidas possível. Além disso, o esforço deve ser mutuo nessa relação professor e aluno para conseguirem não somente notas melhores, mas a aprendizagem.

Não existe formula mágica para que todos os alunos aprendam, exercitem e pratiquem de forma instantânea, mas sim trabalho e força de vontade do professor para conseguir êxito de seus alunos. Explorar como seus alunos estão assimilando sua aula é essencial para o professor decifrar onde ele pode focar melhor para esclarecer da melhor forma possível as duvidas contida por seus alunos.

6. Referencias

BURIASCO, R.L.C & SANTOS, J.R.V. Da ideia de erro para as maneiras de lidar: caracterizando nossos alunos pelo o que ele têm e não pelo que lhes falta. IN: **Avaliação e Educação matemática**. Recife: SBEM, 2008.

COSTA, Acylena Coelho. ANÁLISE DO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL, **X Encontro Gaúcho de Educação Matemática**, Ijuí/ RS. P. 1 a 10. Junho, 2009.

CORDEIRO, Cleiton Costa. ANÁLISE E CLASSIFICAÇÃO DE ERROS DE QUESTÕES DE GEOMETRIA DA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS: ALGUNS RESULTADOS. **IX Congresso Nacional de Educação**, PR.P. 1 a 15. Outubro. 2009

ENGLER, Adriana et. al. Los Errores en el Aprendizaje de Matemática. **Revista Premisa de al Sociedad Argentina de Educacion Matemática**, v. 6, n. 23, p. 23-32, Novembro, 2004.

LIMA,T. T. **Erros no processo de resolução de equações do 1 grau**. Dissertação de mestrado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2010.

PINTO, Neuza Berton. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas, SP, Papirus, 2000. (Série Prática Pedagógica)

RADATZ, Hendrik. Error analysis in mathematics education. **Journalfor Research in Mathematics Education**, v. 10, n. 3, p. 163-172, Maio, 1979.

SANTOS, Renato Rodrigues dos. **Análise de erros em questões de geometria do ENEM**: um estudo com alunos do Ensino Médio. 2014. P. 57. Obtenção título de Mestre. Área de concentração: Matemática. Universidade Estadual de Maricá. Maricá.

TEXEIRA, L.R.M. Análise de erros: uma perspectiva cognitiva para Compreender o processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos. **Revista NuanCes**, Vol. III, Setembro, 1997



ANÁLISE DE ERROS DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO EM CÁLCULO DE VOLUME DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.

Geovane Cunha da Silva

Universidade do Estado do Pará

geovanne.09@hotmail.com

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará

rosejuca@gmail.com

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar os erros dos alunos do ensino médio em cálculo de volume dos sólidos geométricos. Para tal, revisamos alguns estudos sobre análise de erros como Buriasco (2008), Teixeira (1997) e Lima (2010). Para a realização desta pesquisa elaboramos e aplicamos um teste com seis questões para 29 alunos do terceiro ano do ensino médio de uma escola da rede pública do município de Belém do Pará, com o objetivo de investigar quais os erros que eles cometem ao trabalharem com questões envolvendo cálculo de volume de sólidos geométricos. A partir da análise feita nos testes, observamos que os erros dos alunos, em sua maioria, se devem ao não reconhecimento dos sólidos e suas planificações, ao uso incorreto das fórmulas de cálculo de volume, além de uma deficiência em conhecimentos prévios.

Palavras Chaves: Educação Matemática. Avaliação da aprendizagem; Análise de Erros. Geometria espacial.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho é fruto da disciplina Fundamentos da Avaliação em Aprendizagem de Matemática, no qual desenvolvemos um trabalho sobre análise de erros no qual fomos

levados a investigar os erros que os alunos cometem em matemática, tendo por base os estudos de Buriasco (2008), Teixeira (1997) e Lima (2010), que trazem discussões sobre a importância da análise de erros e que nos forneceram informações sobre o tema em questão. Estes autores apresentam discussões a respeito de Análise de Erros e categorizações para diversos tipos de erros cometidos pelos alunos, apresentando estudos sobre como se trabalhar com o erro do aluno, quais os tipos de erros que os alunos cometem e a que se devem tais erros.

Buriasco (2008), em seu estudo aponta que ao se deparar com o erro, os professores e futuros educadores devem investigar as estratégias e procedimentos que os alunos elaboraram para resolver um problema matemático, pois somente desta forma o professor poderá identificar em que momento do processo de resolução deste problema matemático o aluno cometeu um equívoco, pois assim, saberá à que se deve este erro do aluno.

Teixeira (1997), aponta que o professor necessita analisar os erros dos alunos e saber distinguí-los, pois erros que são resultantes de distrações, não podem ser vistos como erros sistemáticos. Para tanto, autores como Lima (2010), analisando estudos realizados por outros autores, tem a preocupação em classificar e categorizar os erros dos alunos como: erros quanto a aplicação dos princípios aditivos e multiplicativos, erros quanto as ordens das operações a serem efetuadas, erros quanto a transcrição de dados da questão, dentre outros.

Neste caminhar, acreditamos ser importante estudar os erros dos alunos em matemática, especificamente em volume dos sólidos geométricos, pois este conteúdo é importante para os alunos do ensino médio como aponta o PCN (1997) pois os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática desde o ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

Apesar da importância desse conteúdo, os alunos apresentam dificuldades de compreender o estudo do volume, como aponta os estudos de Salin (2013), Moreira (2016), Lobo (2008), mostrando que as dificuldades dos alunos em cálculo de volume dos sólidos geométricos em geral fazem referência a uma má utilização de operações algébricas, seja na aplicação equivocada das fórmulas quanto em um manuseio algébrico incorreto e na dificuldade em pensar na planificação e transformá-la em um sólido.

Neste contexto, este trabalho tem como objetivo analisar os erros dos alunos do terceiro ano do ensino médio em cálculo de volume dos sólidos

2. REVISÃO DE ESTUDOS

Desde a década de 70, quando o erro começou a ser considerado um importante instrumento de investigação para a avaliação da aprendizagem em matemática, muitos pesquisadores começaram a considerar tal ramo de pesquisa importante e a partir de então muitas pesquisas na área foram desenvolvidas. Buriasco (2008) e Teixeira (1997) apresentam discussões a respeito da análise de erros em matemática, Lima (2010) apresenta categorizações para os erros encontrados nos alunos, estas discussões e categorias de erros dão base para a nossa investigação de análise de erros dos alunos em cálculo de volume dos sólidos geométricos.

O erro, quase sempre, é encarado pelos professores como uma ausência de conhecimento do aluno, ou até mesmo um conhecimento equivocado, e ao se deparar com o erro durante um instrumento de avaliação como a prova, por exemplo, o aluno é avaliado apenas pelo seu acerto e não pelo seu erro. Alguns autores como Buriasco (2008), afirmam que o erro deve ser analisado como um instrumento de avaliação de aprendizagem dos alunos, pois ao se analisar os erros cometidos, podemos concluir a que ponto de compreensão o aluno chegou e qual metodologia devemos utilizar para trabalhar com as dificuldades que levaram este aluno ao erro. Ainda segundo a autora, os professores e futuros educadores ao se depararem com o erro, devem investigar quais estratégias e procedimentos que os alunos elaboraram para resolver um problema matemático, pois os alunos utilizam métodos próprios para resolver uma questão, tais métodos dependem de sua interpretação, sua estratégia e da utilização de um procedimento para a resolução de uma questão, e somente investigando estas estratégias e procedimentos o professor poderá identificar em que momento do processo de resolução deste problema o aluno cometeu o equívoco que o levou ao erro.

No estudo de Teixeira (1997), podemos verificar algumas medidas a serem tomadas ao nos depararmos com os erros dos alunos. Tomado por base a teoria piagetiana, ao se deparar com o erro, devemos analisar o desenvolvimento das estruturas lógicas gerais pois os erros são produzidos como resultado dos conflitos cognitivos, já por base em uma teoria comportamental (behaviorista), o erro ocorre devido a uma ausência de condicionamentos adequados, os chamados estímulos, pois estes condicionamentos adequados produzem uma

resposta específica. Para tanto, é necessário levar em consideração fatores internos e externos que podem ter levado estes alunos ao erro, sejam fatores ligados aos aspectos sociais quanto aspectos comportamentais, para isso precisamos saber analisar, decodificar e distinguir os erros, pois segundo Teixeira (1997), o professor precisa diferenciar os erros dos alunos, pois erros resultantes de distrações não podem ser vistos como erros sistemáticos.

Desta forma, preocupados com essa caracterização e diferenciação dos erros, alguns autores categorizaram os tipos de erros, como por exemplo, Lima (2010) que apresenta uma discussão sobre a categorização dos diversos tipos de erro, o autor apresenta algumas categorizações de erros segundo Radatz (1979, apud Lima, 2010), que são categorizados de acordo com as causas que interferem no processo de ensino-aprendizagem.

Radatz (apud Lima, 2010), realiza uma categorização de erros que leva em conta o processamento das informações e divide em cinco categorias de erros: a 1ª categoria refere-se a erros devido a dificuldades de linguagem que em geral acontecem devido a uma falta de compreensão semântica dos textos matemáticos; a 2ª categoria faz referência a erros devido a dificuldades na obtenção de informações espaciais que ocorrem diversas vezes por conta do não desenvolvimento de habilidades de pensar em imagens espaciais ou visuais gerando dificuldades no processamento das informações; a 3ª categoria refere-se a erros devido a uma aprendizagem deficiente de habilidades e conceitos prévios que acontecem em sua maioria devido ao desconhecimento de algum algoritmo e conceitos necessários; a 4ª categoria refere-se a erros devido a associações incorretas ou rigidez de pensamentos, sendo estes causados por uma incapacidade do pensamento dos alunos a adaptar-se a novas situações, dentro desta classe de erros, a autora aponta que se encontram os erros de associação, interferência, assimilação e erros de transferência negativa de tarefas anteriores; a 5ª categoria faz referência a erros devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes que em sua maioria acontecem na aplicação de regras e estratégias similares nas áreas de diferentes conteúdos.

Apresentaremos uma breve análise de alguns estudos realizados por Moreira (2016), Lobo (2010) e Salin (2008) sobre os erros apresentados pelos alunos em cálculo de volume dos sólidos geométricos, estes estudos apresentam algumas dificuldades e os erros mais comuns dos alunos relacionados a má utilização de conteúdos algébricos e erros decorrentes de uma má interpretação de textos matemáticos, além de erros resultantes da dificuldade de obtenção de imagens espaciais.

Lobo (2008) realizou uma pesquisa com 75 alunos de duas turmas da 1ª série do ensino médio de uma escola particular de ensino no Distrito Federal, tendo por objetivo classificar cada tipo de erro encontrado e a frequência desses erros. Os resultados de sua pesquisa apontam que os erros cometidos pelos alunos em geometria se devem a utilização equivocada de conteúdos algébricos para a resolução das questões e a uma má interpretação do texto matemático, pois uma das maiores dificuldades em geometria segundo o autor, faz referência a resolução de questões que requerem habilidades para a abstração de imagens e para a formulação de hipóteses que constituirão estratégias que levem o aluno a uma solução.

Salin (2013), ao trabalhar com a técnica de resolução de problemas em geometria, aplicou atividades com uma turma de alunos do 3º ano do ensino médio, dividindo-os em grupos de cinco ou seis alunos, de forma inicial estes deveriam construir os sólidos geométricos, analisar os seus elementos e nomeá-los, após isto os alunos iniciariam de fato a resolução de problemas, com o objetivo de calcular a área e o volume dos sólidos construídos pelos alunos. A autora, durante a sua pesquisa, constatou que ao solicitar o cálculo do volume de um determinado sólido alguns alunos tinham noção de volume e outros não, então foi preciso sua intervenção, a fim de explicar o que era volume de um sólido e como pode ser obtido, abordando também da relação existente entre m^3 e litros, e a partir de então, os alunos puderam encontrar o valor corresponder ao volume deste sólido em m^3 e convertê-lo para litros. Ao final da atividade proposta aos alunos, a autora observou que os alunos têm grande dificuldade em pensar uma planificação e transforma-la em um sólido, e como a geometria plana faz-se necessária para o cálculo de volume dos sólidos, as dificuldades em cálculo de volume podem ser justificadas em tal fato.

Moreira (2016) realizou uma pesquisa com alunos do 2º ano do ensino médio de duas escolas públicas de Belém – PA, aplicando um teste diagnóstico com intuito de verificar a aprendizagem destes alunos em geometria espacial. Durante a pesquisa, o autor constatou que os principais motivos de erros encontrados durante o cálculo de volume dos sólidos geométricos foram os erros ocorridos em operações básicas, a dificuldade em manobrar estruturas algébricas juntamente com a geometria e as fórmulas usadas de forma equivocada que segundo ele, devem ser fruto da deficiência de conceitos básicos da Geometria Plana e também das dificuldades conceituais na Geometria Espacial.

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

A pesquisa é do tipo diagnóstica, na qual buscamos descrever os resultados obtidos com base na aplicação de um teste diagnóstico. Para Rudio (2007) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS DA PESQUISA

Apresentamos os resultados quantitativos do teste aplicado aos alunos. O quadro 1 apresenta o enunciado das questões e o percentual de respostas obtidas pelos alunos.

QUADRO 1: PERCENTUAL DE RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES DO TESTE

QUESTÕES/ENUNCIADOS	% ACERTO	%ERRO	% EM BRANCO
1ª – Identifique os sólidos geométricos abaixo e escrevam seus respectivos nomes	62%	38%	0%
2º - Das planificações abaixo, escreva quais sólidos serão formados	58,6%	38%	3,4%
3º - Calcule o volume dos sólidos a seguir (cone, cilindro, cubo, pirâmide, esfera):	44,8%	27,6%	27,6%
4º - Uma caixa d'água tem o formato cilíndrico com dimensões de 30 m de altura e 6 m de diâmetro da base. Quantos litros de água serão necessários para encher a caixa d'água totalmente?	31%	17,2%	51,8%
5º - Um cone possui altura igual a 6cm e diâmetro igual a 4cm. Calcule o volume deste cone.	21%	13,6%	65,4%
6º - Uma empresa de construção civil em seu novo projeto, pretende construir novos pilares de sustentação para o teto da entrada de um museu, como ilustrado na figura a seguir: Sabendo-se que o diâmetro do pilar	0%	6,9%	93,1%

corresponde a 8m, a altura da parte cônica é igual a 5m e sua altura total é igual a 20m. Qual o volume em m ³ de concreto que será utilizado na construção deste pilar, aproximadamente?			

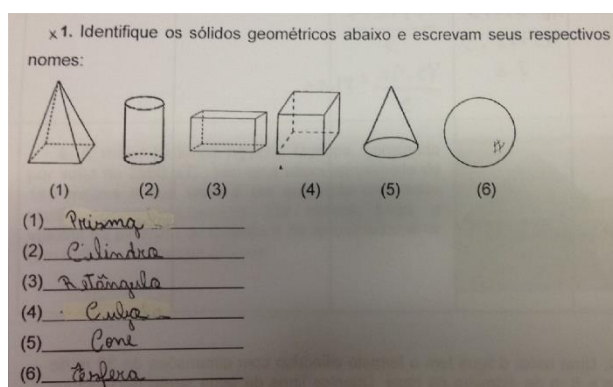
Fonte: instrumento de pesquisa

Ao analisarmos os dados do quadro 1, podemos perceber que mais da metade dos alunos acertaram durante a resolução das questões 1 e 2 do teste, questões estas que consistiam na identificação dos sólidos geométricos e suas planificações, entretanto, analisando os dados das questões 3, 4 e 5 mais da metade dos alunos erraram ou deixaram em branco as questões, sendo estas questões sobre cálculo de volume de sólidos, o mais preocupante é ao analisarmos os dados coletados na questão 6, onde nenhum aluno respondeu, mais de 90% deles deixaram em branco e os que responderam erraram a resolução. Escolhemos para análise detalhada as questões 1, 2, 5 e 6 por justificarmos serem os erros mais comuns apresentados pelos alunos investigados.

Analisamos as questões 1 e 2 com o intuito de verificar a habilidade dos alunos em retomar esquemas anteriores, tendo em vista que na questão 1 foi dado ao aluno a imagem dos sólidos geométricos e o aluno deveria identificá-los e escrever os nomes dos respectivos sólidos, e na questão 2 foi dado ao aluno a planificação dos sólidos, e este deveria escrever quais sólidos seriam formados a partir das planificações dadas. Escolhemos a resposta do aluno A1 em ambas questões para realizar as análises.

Na questão 01 queríamos que os alunos reconhecessem os sólidos geométricos e tinha por objetivo verificar os erros dos alunos relacionados ao reconhecimento dos sólidos, esta questão teve 62% de acerto e 38% de erro.

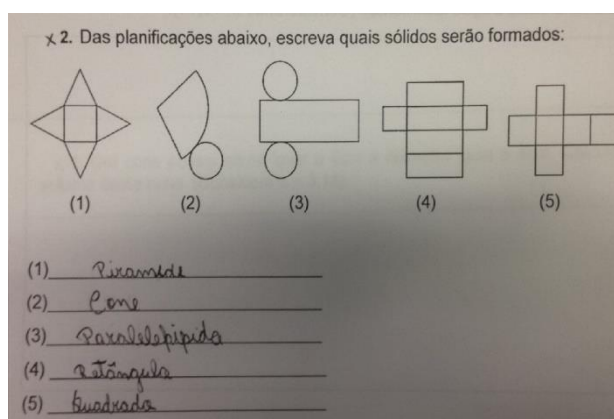
Imagem 1: Resposta de A1



Fonte: Instrumento de pesquisa

Na questão 02 queríamos que os alunos identificassem as planificações dos sólidos e tinha por objetivo verificar a compreensão dos alunos a respeito identificação das planificações de sólidos geométricos, esta questão teve 58,6% de acerto, 38% de erro e 3,4 em branco.

Imagem 2: Resposta de A1



Fonte: Instrumento de pesquisa

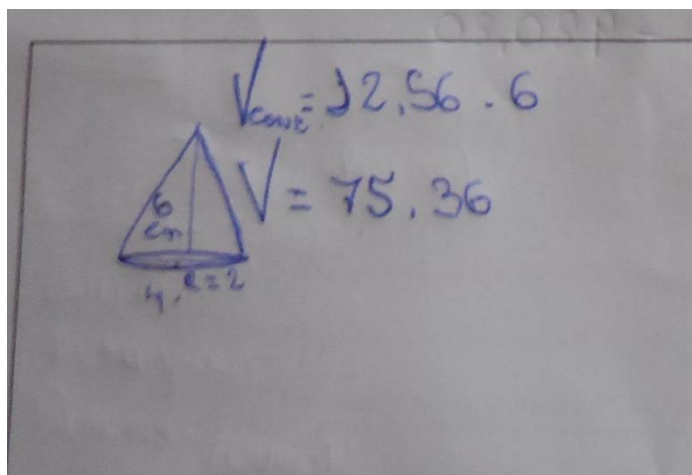
Ao analisar as respostas dadas por A1, observamos que na questão 1, escreve corretamente o nome do sólido que corresponde a um Cilindro, entretanto, o mesmo ao se deparar com a planificação do cilindro na questão 2, não consegue reconhecer sua planificação, dizendo que esta corresponde a um “Paralelepípedo”. Tratando-se do sólido que corresponde ao Cubo, o aluno escreve corretamente o nome do sólido na questão 1, mas quando sua planificação é apresentada na questão 2, o aluno escreve que aquela planificação corresponde a um “quadrado”. Podemos perceber, portanto, erros correspondentes a dificuldades na obtenção de informações espaciais e erros devido a associações incorretas, o mesmo tipo de erro encontrado por Salin (2013) em sua pesquisa, erros esses que se encaixam na 2ª e 4ª categoria de erros proposta por Radatz (apud Lima, 2010).

Na questão 05 esperávamos que o aluno calculasse o volume de um cone e a questão tinha por objetivo analisar os erros cometidos na resolução de questões sobre cálculo de volume dos sólidos, esta questão teve 21% de acerto, 13,6% de erro e 65,4% em branco.

Analizamos a resposta dada na questão 5 pelo aluno A2, que foi o mesmo tipo de erro cometido por todos os alunos que resolveram a questão.

Questão 5 - Qual o volume de um cone de altura igual a 6cm e diâmetro correspondente a 4cm?

Imagem 3: Resposta de A2



Fonte: Instrumento de pesquisa

Ao analisar a resposta dada por A2, percebemos que seu erro se deve ao fato de não utilizar corretamente a fórmula que corresponde ao cálculo do volume de um cone, pois se o aluno tivesse dividido o valor que encontrou por 3 teria chegado ao valor correto, tendo em vista que o volume do cone se calcula pelo produto da área da base e altura dividido pelo número 3, sendo este, um dos erros encontrados por Moreira (2013) em sua pesquisa, que são erros decorrentes da utilização equivocada de fórmulas. Logo, o erro cometido por A2 encaixa-se na 3ª categoria de erros proposta por Radatz (apud Lima, 2010), em que a autora categoriza como erros decorrentes ao desconhecimento de um algoritmo e conceitos necessários para a resolução de questões matemáticas.

Na questão 06 apresentamos uma questão contextualizada e queríamos que o aluno calculasse o volume de um objeto que tinha o formato de um cone sobre um cilindro,

portanto, o volume de dois sólidos, essa questão tinha por objetivo avaliar as dificuldades dos alunos na resolução de situações problemas que envolvam volume dos sólidos, esta questão teve 0% de acerto, 6,9% de erro e 93,1%.

Analizamos a resposta dada pelo aluno A3, pois acreditamos que este erro seja um erro comum não somente na resolução de questões de Geometria, como também nas demais áreas da matemática.

Questão 6 – Uma empresa de construção civil em seu novo projeto, pretende construir novos pilares de sustentação para o teto da entrada de um museu, como ilustrado na figura a seguir:



Sabendo-se que o diâmetro do pilar corresponde a 8m, a altura da parte cônica é igual a 5m e sua altura total é igual a 20m. Qual o volume em m³ de concreto que será utilizado na construção deste pilar, aproximadamente? (considere $\pi = 3,14$)

Imagem 4: Resposta de A3

Handwritten calculations for the volume of the pillar:

Left side (Cone):

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{3,14 \cdot 4^2 \cdot 5}{3}$$

$$V = \frac{3,14 \cdot 16 \cdot 5}{3}$$

$$V = \frac{251,20}{3}$$

$$V = 83,73$$

Right side (Cylinder):

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = 3,14 \cdot 4^2 \cdot 15$$

$$V = 3,14 \cdot 16 \cdot 15$$

$$V = 3,14 \cdot 240$$

$$V = 753,6$$

$$V_{\text{total}} = 83,73 + 753,6$$

$$V_{\text{total}} = 837,33$$

Fonte: Instrumento de pesquisa

O aluno A3, foi um dos poucos alunos que responderam a 6ª questão, e o aluno durante o desenvolvimento da questão utilizou as fórmulas de cálculo de volume de forma correta, operou com a multiplicação e divisão de forma correta e encontrou os volumes corretos dos dois sólidos, sendo estes correspondentes a números decimais, entretanto, ao somar estes valores decimais para encontrar o volume que lhe foi solicitado, o aluno não

conseguiu operar de forma correta a soma desses valores, apresentando um desconhecimento do sistema posicional, pois observamos que o aluno não coloca “vírgula em baixo de vírgula”, que o levou a efetuar a soma do valor inteiro com o valor decimal. Podemos perceber que o erro encontrado na análise desta questão, é um dos tipos de erros encontrado por Moreira (2016) em sua pesquisa, que são erros que se caracterizam devido a dificuldades de operarem estruturas algébricas básicas juntamente com a geometria. Logo, percebemos que o erro cometido pelo aluno A3 está dentro das categorias 3 e 4 de erros proposta por Radatz (apud Lima, 2010), em que são erros ocasionados por uma aprendizagem deficiente de habilidades (neste caso, habilidade de operar com números decimais) e erros de interferência, nos quais diferentes operações interferem em outros conceitos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho é analisar os erros dos alunos do terceiro ano do ensino médio em cálculo de volume dos sólidos. Desta forma, observamos ao analisar os erros cometidos pelos alunos, que em sua maioria são erros decorrentes a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios, pois muitos alunos cometeram erros nas resoluções das questões devido a dificuldades de operar aritmeticamente, assim como operar com números decimais, por se tratar de erros ocasionados por operações elementares da matemática, conjectura-se que se tal dificuldade fosse trabalhada desde o ensino fundamental, pois na pesquisa trabalhamos com alunos do ensino médio, tais erros poderiam não ter sido cometidos pelos alunos. Vale ressaltar que tais erros se encaixam na categoria 3 de erros proposta por Radatz (apud Lima, 2010), no qual a autora categoriza erros decorrentes a deficiências de conhecimentos de conteúdos e de procedimentos específicos, como, por exemplo, o desconhecimento de um algoritmo, fatos básicos e conceitos necessários.

Em relação a identificação dos sólidos e suas planificações percebemos que os alunos cometem erros decorrentes da dificuldade de percepção das figuras no espaço, além da dificuldade em retomar esquemas anteriores, pois como analisado na questão 01 e 02, o aluno identifica o sólido geométrico, mas quando sua planificação é dada, este não consegue visualizar a planificação do sólido no espaço.

Em relação ao cálculo do volume, observamos que os erros que os alunos cometem são decorrentes a utilização incorreta das fórmulas de cálculo de volume, além da dificuldade em realizar operações algébricas juntamente com as fórmulas de cálculo de volume.

Não sabemos por que um número tão grande de alunos não respondeu a última questão, pois boa parte deles haviam respondido as questões anteriores que solicitavam o cálculo de volume, mas inferimos que por uma má interpretação de dados ou um não entendimento do solicitado na questão, estes alunos não conseguiram desenvolver o cálculo do volume solicitado. Outro fato importante de se observar, foi que durante as resoluções de cálculo de volume, os alunos não se atentaram em colocar o resultado com a medida de capacidade correspondente, ignorando o fato de que algumas medidas estavam em metros e outras em centímetros, e que estas deveriam ser expressas nos resultados das questões.

De forma geral, é notório observarmos que muitos alunos apresentam dificuldades na resolução de cálculos de volume dos sólidos geométricos, pois boa parte do percentual de alunos durante a resolução das questões do teste, deixaram em branco ou responderam de forma equivocada as questões. Sendo assim, cabe a nós como professores e futuros educadores, analisarmos onde se encontram as dificuldades apresentadas pelos nossos alunos através de erros, de modo que possamos trabalhar esses erros com o objetivo de sanar tais dificuldades.

REFERÊNCIAS

BURIASCO, R.L.C. & SANTOS, J.R.V. Da ideia de erro para as maneiras de lidar: caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta. IN: **Avaliação e Educação matemática**. Recife: SBEM, 2008.

LIMA, D.T. **Erros no processo de resolução de equações do 1º grau**. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2010.

LOBO, H. H. A. **Análise de erros em geometria**. Brasília - DF, s/d.

MOREIRA, D. M. S. **A Aprendizagem de Geometria Espacial, cálculo de volume segundo os alunos do 2º ano do ensino médio**. UEPA. SP, XII ENEM, 2016.

RUDIO, F.V. **Introdução ao projeto de pesquisa**. 34.ed. Petrópolis-RJ: Vozes, 2007.

SALIN, E. B. Geometria Espacial: **A aprendizagem através da construção de sólidos geométricos e da resolução de problemas**. *REVEMAT*. eISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 08, n. 2, p. 261-274, 2013.

TEIXEIRA, L.R.M. Análise de erros: uma perspectiva cognitiva para compreender o processo de aprendizagem de conteúdos Matemáticos. **Revista Nuances**, Vol. III, Setembro, 1997.



ANÁLISE DE ERROS DOS ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO EM ÁREA DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Letícia Rocha Sales

Universidade do Estado do Pará

leticiasaless@gmail.com

Thays de Almeida Miranda

Universidade do Estado do Pará

thaysssmiranda @gmail.com

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará

rosejuca@gmail.com

RESUMO

O objetivo deste trabalho é analisar os erros dos alunos do 2º ano do Ensino Médio em área de sólidos geométricos, por meio de um teste diagnóstico. Fizeram parte da pesquisa 22 estudantes de uma escola particular, na capital do Pará que responderam a um instrumento composto por 7 questões. O interesse em investigar o erro surgiu além das nossas próprias dificuldades em área de sólidos enquanto estudantes do ensino médio, mas também, há uma grande importância para a nossa formação como futuros professores de matemática o conhecimento do erro e as dificuldades apontadas pelos alunos em relação a este assunto. Após a análise dos testes, foi possível perceber o grande índice de erros, no qual em uma das questões obtivemos 91,9 % de erros. Esses resultados trazem indícios de que os estudantes do 2º ano do Ensino Médio

Palavras-chaves: Análise de erros. Área de sólidos. Segundo ano. Ensino Médio.

1. Introdução

O erro muitas vezes é visto como algo ruim e que deve ser evitado. Segundo a abordagem behaviorista, pontuado por Teixeira (1997), o erro ocorre por não haver um condicionamento apropriado, sendo assim, o erro é um fracasso. No entanto, as pesquisas em educação buscam defender a noção de “erro” como algo positivo. Teixeira (1997) ao tratar da abordagem piagetiana tem o erro como algo positivo e que precisa ser observável para o aluno, dessa forma, o erro indica o processo de aprendizagem.

Buriasco e Santos (2008), fazem uma discussão sobre a caracterização dos alunos pelo conhecimento que eles apresentam e não apenas pelos conhecimentos que lhes faltam. Os autores citam a importância de professor analisar o procedimento e o processo de construção que os alunos fazem para resolver uma determinada atividade, levando em consideração o que esse aluno produziu de conhecimento mesmo sendo diferente do que o professor considera correto. Sendo assim é preciso que o professor perceba as diferentes formas que os alunos mostram pensar.

Os estudos de Lima (2010) apontam uma classificação dos diferentes tipos de erros, como os expostos por Radatz (1979), os erros do tipo por dificuldades de linguagem, a obtenção de informações espaciais, os erros devido a uma aprendizagem deficiente de conceitos, associações incorretas, e também, uma aplicação de regras irrelevantes. É importante reconhecer estes tipos de erros, pois é por meio deles que o professor pode identificar os erros dos alunos e buscar auxiliá-los nas dificuldades.

Diante do exposto, surgiu o interesse em investigar os erros e as dificuldades dos alunos em cálculo de área de sólidos geométricos, visto que este conteúdo muitas vezes é apresentado como os últimos capítulos do livro didático, e o professor por seguir o livro, se não houver tempo o assunto não é trabalhado.

Este conteúdo tem se mostrado de grande dificuldade para os alunos como apontam os estudos de Rogenski e Pedroso (s/d), Resende e Ferreira (2013) e Salin (2013). Onde são discutidas algumas dificuldades generalizadas, mas sem apontar uma dificuldade específica do aluno.

Neste contexto, surgiu o interesse de estudar os erros e dificuldades dos alunos em área de sólidos geométricos, pois além das dificuldades apontadas, acreditamos que seja

importante para nossa formação como futuros professores de matemática o conhecimento dos erros e dificuldades dos alunos em geometria espacial.

Sendo assim, nesta pesquisa temos interesse em responder a seguinte questão de pesquisa: quais os erros dos alunos do 2º ano do ensino médio em questões de área de sólidos geométricos?

2. Referencial teórico

Como fundamentação teórica nos baseamos nos estudos de Buriasco e Santos (2008), Lima (2010), Texeira (1997) e Radatz (1979) sobre análise de erros e os estudos de Rogenski e Pedroso (s/d), Resende e Ferreira (2013) e Salin (2013) sobre área de sólidos.

As discussões de Buriasco e Santos (2008) e Texeira (1997) nos apresentam o significado do erro em diferentes perspectivas, seja na perspectiva pedagógica ou cognitiva. Buriasco e Santos (2008) nos mostram a importância de conhecer o aluno pelos aspectos positivos que ele apresenta, o que muitas vezes é caracterizado pelo erro desse aluno, que muitas vezes dependendo do olhar do professor pode apresentar os avanços que este aluno está tendo. Texeira (1997), cita a ideia de erro segundo diferentes concepções, onde o erro pode ou não ser algo positivo para o aluno, caracterizando alguns erros e dificuldades e como interpretar essas dificuldades.

Lima (2010), diz que durante o processo de aprendizagem o aluno comete erros, que devem ser analisados e percebidos como um conhecimento produzido por esse aluno e podem também ser categorizados, dessa forma o autor cita Radatz (1979), que realizou uma classificação de erros a partir do processamento das informações. São citadas cinco categorias que serão melhor exemplificadas.

A primeira categoria são os erros devido a dificuldades de linguagem. Para muitos alunos a aprendizagem da linguagem matemática faz-se uma dificuldade similar ao aprendizado de uma linguagem estrangeira, a aprendizagem de conceitos e símbolos da linguagem matemática feita de forma equivocada é a fonte desses erros.

A segunda categoria são os erros devido a dificuldades na obtenção de informações espaciais. As diferenças individuais de percepção de imagens espaciais ou visuais são uma

fonte de dificuldades para muitos alunos quando se trata de realizar tarefas matemáticas. Algumas representações de imagens espaciais podem gerar dificuldades no processamento das informações, nas percepções e análises, indicando o erro de muitos alunos.

A terceira categoria são os erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios. Estes tipos de erros envolvem uma série de deficiências que começam desde fatos básicos até a falta de conhecimento de conteúdos e procedimentos específicos para a realização de uma atividade matemática, como também o conhecimento de alguns conceitos que se fazem desnecessários.

A quarta categoria são os erros devido a associação incorreta ou rigidez de pensamento. Nesta categoria acontece uma persistência na mente do aluno de alguns aspectos do conteúdo e do processo de solução, dificultando o processamento de novas informações. Geralmente, os alunos criam uma experiência sobre problemas similares anteriores causando uma falta de flexibilidade para codificar e decodificar informações de novas situações. Dentro dessa classe de erros, se encontram, por exemplo, os seguintes:

- Erros de associação, incluindo o raciocínio ou associação incorreta entre elementos;
- Erros de interferência, diferentes operações interferem em outros conceitos;
- Erros de assimilação, uma leitura incorreta causa falhas na interpretação, quando as informações não são corretamente tratadas;
- Erros de transferência negativa de tarefas anteriores, identificam o efeito de uma impressão incorreta obtida de um conjunto de exercícios.

A quinta categoria são os erros devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes. O raciocínio nem sempre deve ser feito de maneira análoga, já que algumas regras e estratégias faz-se desnecessárias já que os assuntos são diferentes.

Lima (2010) também cita Engler (2004) que aborda Mulhern, fazendo uma categorização geral dos erros cometidos pelos alunos, que são:

- a) Erros que surgem de forma espontânea; b) Erros que surgem de forma sistemática;
- c) Erros por compreensão equivocada; d) Erros por concepções inadequadas dos

fundamentos da Matemática; e) Erros pelo mal processamento da informação dada pelo professor. (LIMA, 2010, p. 46).

Neste caminhar e dando continuidade à discussão sobre as dificuldades dos alunos e a importância da análise de erros apresentamos uma breve análise de alguns estudos que apontam as dificuldades dos alunos em cálculo de área de sólidos geométricos, os quais apresentam os erros mais comuns dos alunos quanto às definições e às relações envolvendo esse conteúdo.

Rogenski e Pedroso (s/d) realizaram um estudo numa Escola da rede estadual de Ponta Grossa, PR, com os alunos do 2º ano do Ensino Médio, com o objetivo de analisar os erros cometidos por esses alunos na conceituação, visualização geométrica.

Com o estudo relativo à análise referentes à aplicação dos conceitos e características dos sólidos geométricos, as autoras constataram que o maior número de erros foi em relação à identificação correta dos sólidos geométricos de acordo com os seus conceitos, no qual o procedimento dos alunos mostra que eles não compreendem qual a relação entre as figuras geométricas e suas respectivas características para os cálculos de área. Os resultados da pesquisa apontam para a necessidade de um trabalho que possibilite a conceitualização das propriedades apresentadas por cada sólido geométrico.

Resende e Ferreira (2013) realizaram um estudo com o 2º ano do ensino médio modalidade EJA na cidade de São João Del-Rei, com o objetivo de verificar quais os conhecimentos dos alunos quanto a construção de sólidos utilizando planificações, e a formalização dos principais postulados e teoremas.

Segundo Resende e Ferreira (2013), os resultados apontam que os erros dos alunos quanto os principais postulados e teoremas e a construção dos sólidos utilizando planificação, podem ter sido em função das dificuldades em reconhecer propriedades geométricas dos sólidos relativos a faces, vértices e arestas e também a dificuldade em desenvolver a linguagem geométrica. Os erros referentes às relações e representações dos sólidos geométricos estão diretamente ligados às dificuldades que os alunos apresentaram às definições destas e a dificuldade na obtenção de figuras espaciais. E na planificação dos sólidos geométricos, o maior erro foi quanto o desenvolvimento das propriedades como as faces, vértices e arestas.

Salin (2013) realizou uma pesquisa junto a uma turma do 3º ano do ensino médio de uma escola pública de Florianópolis, com o objetivo de analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em reconhecer a geometria espacial junto a situações problemas.

De acordo com Salin (2013), os alunos apresentaram dificuldades relacionadas, principalmente, com a identificação dos sólidos geométricos e com o conhecimento de suas propriedades básicas. Sendo assim, os resultados apontam que a dificuldade maior dos alunos, segundo a pesquisa, está centrada no conhecimento dos conceitos e relação correta dos sólidos com suas respectivas características, o que dificulta a resolução de questões que envolvem área de figuras geométricas.

Na análise dos estudos de de Rogenski e Pedroso (s/d), Resende e Ferreira (2013) e Salin (2013) observamos as seguintes conclusões em relação às dificuldades e aos erros cometidos pelos alunos no cálculo de áreas de sólidos geométricos:

- Dificuldade no conhecimento e identificação dos conceitos referente aos sólidos geométricos;
- Desconhecimento dos elementos de um sólido geométrico;
- Não compreendem qual relação entre as características de um sólido geométrico e suas respectivas áreas;

Os autores citam que uma maneira de melhorar a aprendizagem desses alunos poderia ser a resolução de problemas e a modelagem matemática para que os alunos percebam a representação desses conceitos e fórmulas no seu cotidiano. Além de serem propostas e desenvolvidas várias atividades a partir da construção de sólidos, para que o aluno explore suas características e propriedades.

3. Metodologia de pesquisa

A pesquisa será do tipo diagnóstica, na qual buscamos descrever os resultados obtidos com base na aplicação de um teste diagnóstico. Para Rudio (2007) o objetivo da pesquisa descritiva é registrar e analisar os fenômenos ou sistemas técnicos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados.

Para o desenvolvimento da pesquisa realizamos uma revisão de estudos sobre o tema e Elaboração e aplicação do instrumento de pesquisa, um teste contendo 7 questões sobre área de sólidos geométricos, que será aplicado a uma turma de alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular da cidade de Belém do Pará.

4. Análise dos erros cometidos em questões de área de sólidos geométricos

Apresentaremos o resultado da pesquisa por meio de uma análise quantitativa, e também, qualitativa.

QUADRO I – comparativo de acertos e erros e não fez

QUESTÕES	ACERTOS (%)	ERROS (%)	EM BRANCO (%)
1. Identifique os sólidos e escreva seus nomes	90,9	9,09	-
2. Um cubo possui lados de medida 5cm. Calcule a área da base desse cubo.	95,45	4,55	-
3. Calcule a área da base de uma pirâmide regular quadrangular que possui as seguintes medidas: a aresta da base mede 18 cm e a altura mede 12 cm.	50	40,9	9,10
4. Um artista plástico foi convidado para pintar uma escultura que tem um formato geométrico e que posteriormente será doada a uma cidade. Para facilitar a pintura, a escultura está na forma planifica do sólido geométrico. Assim, o pintor precisa saber a qual figura a planificação se refere, além da área total para saber o quanto de tinta será utilizada na pintura, sabendo que a figura possui lados de medida 2 m.De acordo com a imagem, qual a área da base dessa figura?	95,45	4,55	-
5. Em uma fazenda estava sendo realizada uma reforma e foi necessário pintar um reservatório de água em formato cilíndrico, cuja base é um círculo de raio igual a 15 m e de altura igual a 7 m. Sabendo que o metro			

quadrado de tinta custa R\$ 10,00. Qual será o valor gasto para pintar esse reservatório?

9,1 90,9 -

6. Uma criança deseja montar um brinquedo para ser guardado em uma caixa, para isso ela precisa saber as medidas desse brinquedo, seguindo as instruções que estão na caixa do brinquedo, a criança sabe apenas que quando finalizar a montagem, o brinquedo terá a forma de um cubo que tem lados de medida 10cm. Para montar o brinquedo corretamente a criança precisa calcular a área da base desse brinquedo. Qual a área da base do cubo?	77,23	9,1	13,67
7. Um grupo de amigos está saindo para acampar, após fazer uma longa caminhada e chegar ao local onde iriam dormir para a continuar a caminhada no dia seguinte. Para que pudessem dormir, os instrutores levaram algumas barracas para serem armadas e tem formato de pirâmide, sabendo que a aresta mede 30cm e a altura 30cm. A figura abaixo apresenta uma barraca. Qual a área da base da barraca?	59,1	9,1	31,8

Fonte: Teste aplicado

É possível perceber pelo quadro 1 que os índices de erros nas questões 1, 3 e 5 são os mais altos, afirmando o que alguns autores relatam em questões de área de sólidos geométricos, visto que muitos alunos têm dificuldades. Em relação a questão 1, alguns alunos não conseguiram identificar de maneira correta os sólidos, confundindo figuras planas com espaciais. A questão 3, os alunos não souberam identificar a medida da aresta do cubo para encontrar a medida da área da base desse cubo. Na questão 5, os alunos que erraram tiveram dificuldade para calcular a área total do cilindro, além de calcular o valor da tinta por m^2 que era a resposta final da situação problema.

A questão 1 solicitava que os alunos identificassem os sólidos e os nomeassem de maneira correta e tinha por objetivo avaliar os erros relacionados a identificação das figuras geométricas.

Questão 1: Identifique os sólidos abaixo e escreva seus nomes

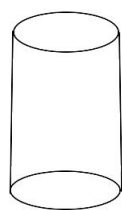


Figura 1

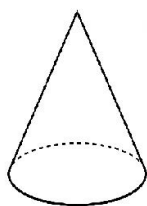


Figura 2

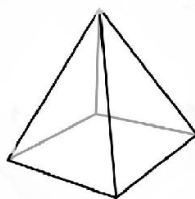


Figura 3

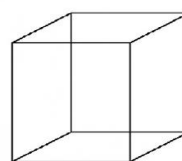


Figura 4

1. Identifique os sólidos abaixo e escreva seus nomes:

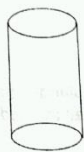


Figura 1

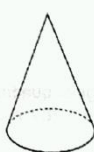


Figura 2

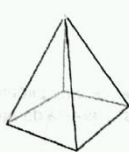


Figura 3

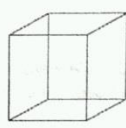


Figura 4

Figura 1: cilindro

Figura 2: cone

Figura 3: triângulo

Figura 4: cubo

1. Identifique os sólidos abaixo e escreva seus nomes:

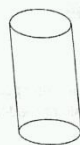


Figura 1

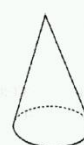


Figura 2

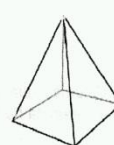


Figura 3

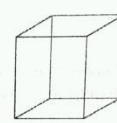


Figura 4

Figura 1: cilindro

Figura 2: cone

Figura 3: Pirâmide

Figura 4: Quadrado

Esta questão teve 90, 9 % de acertos. Os 9,09 % de erros cometidos foram relacionados à figura 3 (pirâmide) e figura 4 (cubo), pois houve uma confusão entre as figuras planas e os sólidos geométricos. Nesta questão não houve questões em branco. Mostraremos a seguir alguns dos erros cometidos por dois alunos.

Figura 1 – resposta do aluno A

Figura 2 – resposta do aluno B

O aluno A associou a figura 3, o sólido geométrico pirâmide, à um triângulo que é uma figura plana. E o aluno B associou a figura 4, o sólido geométrico cubo, à figura plana quadrado. Percebemos que são erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos e devido

a associações incorretas. Segundo Radatz (1979), os erros devido uma aprendizagem deficiente incluem todas as deficiências de conhecimentos e conteúdos; e os erros devido a associação incorreta diz que experiências sobre problemas similares anteriores podem produzir uma rigidez no modo de pensamento e uma falta de habilidade para codificar e decodificar informações.

A questão 3 solicitava que o aluno calculasse a área da base de uma pirâmide regular quadrangular e tinha por objetivo verificar os erros relacionados a aplicação das fórmulas de cálculo de área das figuras geométricas.

Questão 3: Calcule a área da base de uma pirâmide regular quadrangular que possui as seguintes medidas: a aresta da base mede 18 cm e a altura mede 12 cm.

A questão 3 apresentou 50 % de acertos e 9,1 % das questões foram deixadas em branco. Os 40, 09 % dos erros detectados tiveram relação tanto à fórmula aplicada, quanto à conta feita de maneira eficaz.

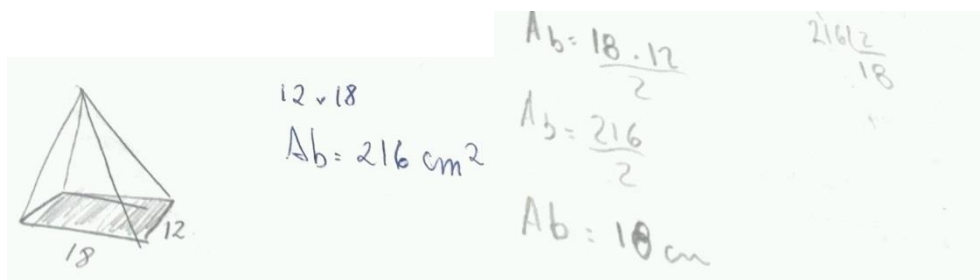


Figura 3 – resolução do aluno A

Figura 4 – resolução do aluno B

O aluno A relacionou a situação de cálculo de base de figuras planas com base x altura, logo multiplicou 12×18 , obtendo o resultado. No entanto, a altura que se refere a questão, está relacionada com a altura da pirâmide.

O aluno B calcula a área da base da pirâmide quadrangular, como se a base fosse um triângulo, assim calculando por meio de $\frac{b \times h}{2}$. No entanto, ainda que esta fosse a fórmula correta, o aluno errou a divisão.

Percebemos que tanto o aluno A quanto o aluno B, mostram desconhecimento das fórmulas para cálculo da área da base de uma pirâmide. Os erros cometidos são erros devido uma aprendizagem deficiente de fatos e conceitos prévios. Estes tipos de erros incluem todas as deficiências de conhecimentos de conteúdos; procedimentos específicos para a realização

de uma tarefa matemática, como, por exemplo, o desconhecimento de algum algoritmo, fatos básicos, domínio insuficiente de símbolos e conceitos necessários. (RADATZ, 1979)

A questão 5 solicitava que os alunos calculassem a área total de um cilindro e depois fizessem uma relação com a medida da área total desse cilindro e o valor da tinta por m^2 que serviria para pintar esse sólido geométrico, e o item tinha por objetivo avaliar os erros dos alunos relacionados em resolver situações problemas que envolvam área de sólidos.

Questão 5: Em uma fazenda estava sendo realizada uma reforma e foi necessário pintar um reservatório de água em formato cilíndrico, cuja base é um círculo de raio igual a 15 m e de altura igual a 7 m. Sabendo que o metro quadrado de tinta custa R\$ 10,00. Qual será o valor gasto para pintar esse reservatório?

O número de acertos desta questão foi de apenas 9 %. Esta questão apresentou o maior índice de erros, com 90,9 % de respostas incorretas e não houveram questões em branco. Subdividimos o erro em aplicação incorreta da fórmula, interpretação incorreta da situação problema e erro aritmético. Onde 59 % dos erros foram relacionados à aplicação incorreta da fórmula da área total, 9 % não interpretou corretamente, visto que ao invés de multiplicar por R\$ 10,00, eles dividiram e 23 % além de interpretar de maneira incorreta, tiveram erros aritméticos.

Escreva a resposta aqui

Diagrama de um cilindro com raio 15 m e altura 7 m.

Área da base: $A_B = \pi R^2 = \pi \cdot 15^2 = 225\pi$

Área lateral: $A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 7 = 157\pi$

Área total: $A_T = 225\pi + 157\pi = 382\pi$

Custo: $3820 \times 10 = 38200$

Figura 7 – resolução do aluno A

Escreva a resposta aqui

Diagrama de um cilindro com raio 15 m e altura 7 m.

Área da base: $A_B = \pi R^2 = \pi \cdot 15^2 = 225\pi$

Área lateral: $A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 7 = 157\pi$

Área total: $A_T = 225\pi + 157\pi = 382\pi$

Custo: $3820 \times 10 = 38200$

Figura 8 – resolução do aluno B

Desta maneira, é necessário que o professor fique atento nos erros e dificuldades de cada aluno, para que assim possa buscar soluções metodológicas para melhorar o processo de aprendizado em relação à área de sólidos geométricos.

6. Referências

BURIASCO, Regina; SANTOS, João. **Da ideia de ‘erro’ para as maneiras de lidar:** caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta. SBEM, Recife, 2008.

LIMA, D. T; **Erros no processo de resolução de equações do 1º grau.** Dissertação de Mestrado apresentada em Ensino de Ciências e Matemática. Belo Horizonte, 2010.

RESENDE, A. L. C; FERREIRA, F. N. **Uma proposta para o ensino de geometria espacial de posição na EJA.** Trabalho de conclusão de curso do Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT. SBM, 2013.

ROGENSKI, M. L. C; PEDROSO, S. M. D. **O ensino da geometria na educação básica:** realidade e possibilidades. Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG.

RUDIO, Franz Victor. **Introdução ao projeto de pesquisa científica.** Petrópolis: Vozes, 2007.

SALIN, Eliana Bevilacqua. **Geometria espacial: a aprendizagem através da construção de sólidos geométricos e da resolução de problemas.** REVEMAT, Florianópolis, 2013.

TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins. **Análise de erros: uma perspectiva cognitiva para compreender o processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos.** Departamento de Educação Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNESP. Estado de São Paulo, 1997.



ANÁLISE DE ERROS EM CONSTRUÇÕES DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES MODULARES

Tatiana Leão Valadares Cardoso

Universidade do Estado do Pará

Tatiana.cardoso3183@gmail.com

Maurício de Moraes Fontes

SEDUC-PA

mauriciofontes@gmail.com

Resumo

O conteúdo de função, especificamente função modular, é um dos conteúdos matemáticos que os alunos apresentam maiores dificuldades no ensino médio. Porém, é um tema que possui poucas pesquisas que tratam especificamente deste assunto. Dessa forma, o objetivo deste trabalho foi investigar as dificuldades e analisar os erros cometidos pelos alunos em construção de gráficos de funções Modulares. A metodologia utilizada nessa pesquisa foi a qualitativa com estudo descritivo. Para a realização desta pesquisa, utilizamos uma atividade avaliativa com 6 questões sobre função modular, das quais analisamos apenas a questão envolvendo análise de gráficos de funções modulares, além de revisarmos estudos que apontavam tais dificuldades. Os resultados apontaram erros semelhantes entre si em cada questão, assim, classificamos os erros em três categorias: erros de cálculo, erros gráfico e erros de conceito.

Palavras Chaves: Educação Matemática. Análise de erros. Função modular.

1. Introdução

De acordo com Luckesi (2002), a avaliação não deve ser classificatória nem seletiva, mas deve ser entendida como o ato de diagnosticar uma experiência, para reorientá-la, para posteriormente obter um resultado mais satisfatório. Lopes (2010), complementa afirmando que a avaliação serve para orientar o professor diante do desafio que é aprender matemática, e para isso é necessário que se evidencie os objetivos de cada situação apresentada à alguém com o intuito de avaliá-lo.

Para Mendes (2009), uma importante ferramenta para o processo de avaliação é o erro do aluno, e esse deve ser analisado para ser compreendido. Pinto (2000), também considera o

erro um vigoroso objeto de estudo para Educação Matemática e o analisa como possibilidade e realidade permanente na construção do conhecimento. Para uma aprendizagem com êxito é preciso considerar o erro um elemento essencial para a construção do sujeito. Ao ser visto de modo construtivo pelo professor, o erro colabora para boa autoestima do aluno, e para que ele acerte mais, é necessário que tenha a chance de “errar mais” sem ser punido.

Diante do exposto, esta pesquisa justifica-se pelas dificuldades dos alunos no conteúdo de função modular apontados no estudo de Pereira (2013) e Nogueira Júnior (2008), e pela carência de estudos, que versam sobre esse tema, observada pelas autoras Bianchini e Souza (2012). Portanto, o objetivo deste trabalho foi investigar as dificuldades e analisar os erros cometidos pelos alunos em construção de gráficos de funções Modulares.

2. Referencial Teórico

Utilizamos como referencial teórico os trabalhos de Pereira (2013), Nogueira Júnior (2008) e Bianchini e Souza (2012), os quais versam sobre Função modular.

Pereira (2013), utilizou o aplicativo Geogebra para resolver tarefas de exploração Matemáticas relativas ao conteúdo função modular de modo compreensivo numa turma do 1º ano do ensino Médio com o intuito de gerar nos alunos melhor compreensão do conteúdo. A pesquisa foi realizada numa escola da rede Estadual na Paraíba.

O autor considera que o conteúdo de Função Modular, é um dos conteúdos que os alunos mais sentem dificuldades de aprendizagem. As principais dificuldades são representar graficamente funções modulares, e em sua forma analítica, determinar domínio e imagem de funções modulares, entre outras que são fáceis de serem observadas pelos professores.

Pereira (2013), concluiu em sua pesquisa que através das explorações matemáticas com o auxílio do aplicativo Geogebra, houve uma melhora da compreensão dos alunos em relação ao conteúdo de Função Modular.

Nogueira Júnior (2008), elaborou uma sequência didática envolvendo atividades investigativas para o ensino de função modular e do valor absoluto numa abordagem curricular em rede. A pesquisa foi realizada com alunos do Ensino Médio numa escola federal de Belo Horizonte.

Ao analisar os Parâmetros curriculares o autor percebeu que na apresentação do estudo de funções, a função modular é ausente entre as funções que devem ser exploradas. Nogueira Júnior (2008), acredita que a ausência desse conteúdo é uma oportunidade perdida de articular ainda mais esse conteúdo de função com outras áreas de conhecimento.

Com a análise de uma série de livros didáticos, o autor percebeu uma exploração e investigação bastante superficial em relação à construção e análise de gráficos do conteúdo de Função modular, ocorrendo um ensino de forma linear. Essa abordagem no decorrer do ensino-aprendizagem desse conteúdo acarreta nos alunos dificuldades de compreensão e interpretação geométrica, principalmente nas construções de gráficos.

Bianchini e Souza (2012), realizaram uma pesquisa qualitativa afim de analisar se os professores do Ensino Médio diferenciam exercícios e problemas matemáticos e também de que forma a metodologia Resolução de Problemas pode ampliar a compreensão desses professores sobre o tema função modular e sua representação do ponto de vista algébrico.

A partir de uma pesquisa realizada em 2012, no site da Capes, as autoras observaram que a produção acadêmica em Educação Matemática no Brasil, no que diz respeito ao ensino aprendizagem de valor absoluto e função modular apresenta poucos trabalhos específicos sobre o tema.

A pesquisa foi realizada com três professores do ensino médio, e os resultados apontaram que há diferenças nas concepções dos sujeitos da pesquisa entre exercícios e problemas matemáticos, e que a metodologia de resolução de problemas auxilia a compreensão de professores quanto à representação algébrica da função modular apresentada pelos docentes.

3. Metodologia de pesquisa

Neste estudo desenvolvemos uma pesquisa diagnóstica, do tipo qualitativa, em que buscamos descrever os resultados obtidos com base na aplicação de uma atividade avaliativa. Para Rudio (2007, p.71) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados. Sendo assim, ele coloca a pesquisa diagnóstica como sendo parte da pesquisa descritiva.

3.1 Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa foi desenvolvida no final do ano de 2016 em duas turmas, sendo uma com 28 alunos e outra com 31 alunos, do 1º ano do Ensino Médio de uma escola Técnica situada em Belém (PA). Na qual foi aplicada uma atividade avaliativa com 6 questões, sendo 5 objetivas (equações e inequações modulares) e 1 discursiva com itens a e b, referente a construção gráfica da função modular, das quais utilizamos apenas as questões discursivas para investigamos os erros e dificuldades dos alunos neste assunto. Buscamos analisar por meio das resoluções os erros cometidos pelos alunos na construção de gráficos de função

modular. A seguir apresentamos as questões contidas na atividade que utilizamos nessa pesquisa.

1) Construa o Gráfico das funções:

a) $f(x) = |3x - 6|$

b) $f(x) = |x^2 - 6x + 8|$

O item a) teve como objetivo verificar as dificuldades e erros apresentados pelos alunos na construção do gráfico de uma função modular afim, e o item b) verificar as dificuldades e erros apresentados pelos alunos na construção do gráfico de uma função modular quadrática. As resoluções das questões são apresentadas a seguir.

3.2 Resolução das questões

Iezzi e Murakami (1993), definem módulo da seguinte maneira: “Sendo $x \in \mathbb{R}$, define-se módulo ou valor absoluto de x , que se indica por $|x|$, por meio da relação

$$\begin{cases} |x| = x & \text{se } x \geq 0 \\ & \text{ou} \\ |x| = -x & \text{se } x < 0 \end{cases}.$$

Ainda segundo os autores, utilizando o conceito de módulo de um número real a função modular é definida como $f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0. \end{cases}$

Assim sendo, para resolver o item a), consideremos,

$f(x) = |3x - 6| = \begin{cases} 3x - 6, & \text{se } 3x - 6 \geq 0 \\ -(3x - 6), & \text{se } 3x - 6 < 0 \end{cases}$, ou seja, temos uma função de duas sentenças, resolvendo temos:

$$3x - 6 \geq 0$$

$$3x - 6 < 0$$

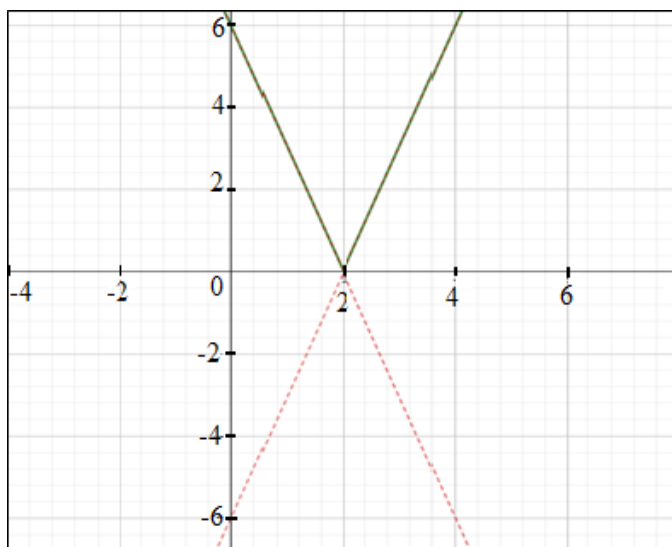
$$3x \geq 6 \quad \text{e} \quad 3x < 6$$

$$x \geq 2$$

$$x < 2$$

O gráfico da função será a união de duas semi retas positivas a partir do ponto (2,0), como mostra a figura 1.

Figura 1: Gráfico do item a



Fonte: Construção com Geogebra

Para resolver o item b), considera-se $f(x) = |x^2 - 6x + 8| = \begin{cases} x^2 - 6x + 8, & \text{se } x^2 - 6x + 8 \geq 0 \\ -(x^2 - 6x + 8), & \text{se } x^2 - 6x + 8 < 0 \end{cases}$ como temos uma função de duas sentenças do 2º grau, resolveremos da seguinte maneira:

$$x^2 - 6x + 8 \geq 0$$

$$-x^2 + 6x - 8 < 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 6 \\ c = -8 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-8)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{-2}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2}$$

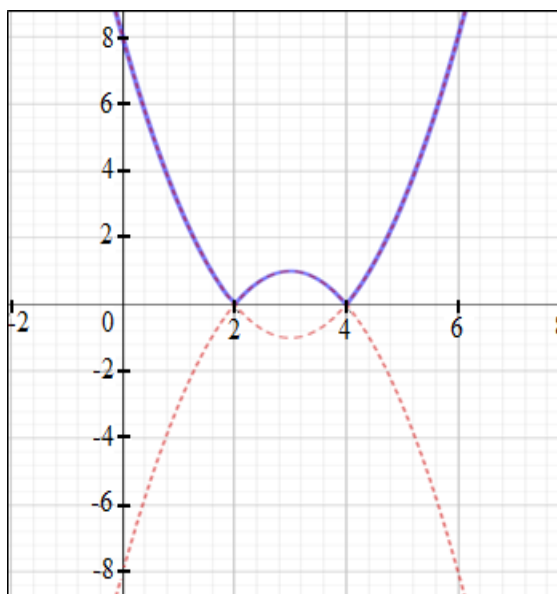
$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{-2} = \frac{-6 \pm 2}{-2}$$

$$x_1 = \frac{6+2}{2} = 4 \text{ e } x_2 = \frac{6-2}{2} = 2$$

$$x_1 = \frac{-6+2}{-2} = 2 \text{ e } x_2 = \frac{-6-2}{-2} = 4$$

O gráfico da função é apresentado na figura 2:

Figura 2: Gráfico do item b



Fonte: Construção com o Geogebra

4. Análise dos resultados

4.1 Categorias dos erros

Com base nos erros apresentados nas atividades aplicadas aos alunos classificamos os erros em três categorias: Erro de cálculo, erro gráfico e erro conceitual.

1ª categoria: Erro de Cálculo

Nessa categoria estão contidos os erros de cálculos que os alunos cometeram principalmente ao calcularem as raízes e o vértice das funções, devido a erros nas operações de divisão, multiplicação, soma, subtração, raiz quadrada e potenciação, ou resolveram uma equação do 2º grau como sendo do 1º grau e vice-versa.

2ª categoria: Erro gráfico

Nessa categoria encontra-se os erros de construção do gráfico, exemplo os alunos encontraram todos elementos necessários para a construção do gráfico, porém plotaram o gráfico errado, pois posicionaram de forma inadequado os valores no gráfico. Ou construíram parábolas como gráfico de uma função afim, e retas como gráfico da função quadrática.

3ª categoria: Erro conceitual

Essa categoria refere-se aos erros cometidos pelos alunos, devido à falta de clareza do conceito de função modular, considerando que a função modular é uma função de duas sentenças e há o espelhamento da função em relação ao eixo de simetria, que no caso das funções apresentadas nesse trabalho, é o eixo x. Os alunos, nessa categoria, realizaram os

cálculos corretos, porém construíram o gráfico apenas de uma função e não fizeram o espelhamento da função em relação ao eixo x.

4.2 Análise das resoluções

As atividades foram aplicadas a 59 alunos, os alunos serão identificados pelos números de 1 à 59. Por exemplo, aluno 1 e aluno 2. A tabela 1 aponta as quantidades de acertos, erros e alunos que não fizeram as questões.

Tabela 1: Dados relativos às questões

Itens	Conteúdo	Acertos	Erros	Não Fizeram
Item a	Função afim	38,98%	42,38%	18,64%
Item b	Função quadrática	10,16%	52,56%	37,28%

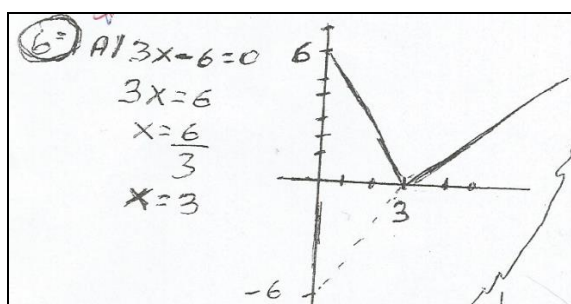
Fonte: análise dos autores

A tabela 1 a mostra que a questão envolvendo a função quadrática, item b, apresenta o maior percentual de erros, 52,56%, e grande parte dos alunos nem tentaram fazê-la. O item a teve um percentual maior de acertos 38,98 %, mas ainda assim os erros (42,38%) superaram os acertos.

4.2.1 Categoria 1: Erro de Cálculo

A seguir na figura 3 temos um exemplo de erro de cálculo do item a, na resolução apresentada pelo aluno 38.

Figura 3: Resolução do item a do aluno 38



Fonte: Arquivo dos autores

Percebe-se que o aluno 38 utilizou o procedimento correto para a resolução da questão, porém cometeu um equívoco quando realizou a divisão $6/3 = 3$. Assim, obteve a raiz da função errada, caracterizando como erro de cálculo.

Outro exemplo de erro de cálculo pode ser verificado na resolução do item b do aluno 14. (ver figura 4)

b) $f(x) = |x^2 - 6x + 8|$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$-6x + x^2 = -8 - 6x$$

$$-6x^2 = 2x$$

$$x^2 = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

Figura 4: Resolução do item b, do aluno 14

Fonte: Arquivo dos autores

O aluno 14 parece desconhecer o processo usual para determinar as raízes de uma equação do segundo grau. E utilizou o processo de resolução da equação do primeiro grau, mas percebe-se também que o aluno possui dificuldades em relação a operações com monômios. E devido ao cálculo errado encontrou apenas uma raiz, e esboçou o gráfico de maneira errônea também, pois o gráfico correto seria uma parábola e não duas semi retas.

4.2.2 Categoria 2: Erro gráfico

A figura 5 apresenta um exemplo de erro classificado como gráfico, do item a do aluno 27.

Figura 5: Resolução do item a do aluno 27

06. Construir o gráfico das funções: -

a) $f(x) = |3x - 6|$ $a=1$ $b=3$ $c=6$

$$\Delta = 3^2 - 4(3)(6)$$

$$\Delta = 9 - 72$$

$$\Delta = -63$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{63}}{2 \cdot 1}$$

$$x' = \frac{-3 + 8}{2} = \frac{5}{2} = 2$$

$$x'' = \frac{-3 - 8}{2} = \frac{-11}{2} = -5$$

$$V_x = \frac{-3}{2 \cdot 1} = \frac{-3}{2} = -1$$

$$V_y = \frac{-8}{4 \cdot 1} = \frac{-8}{4} = -2$$

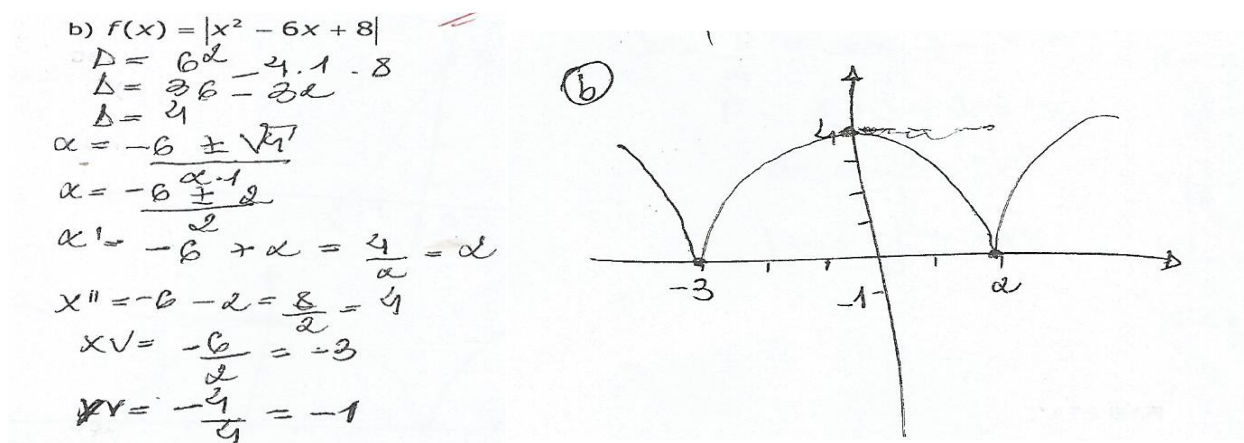
Fonte: Arquivo dos autores

O aluno 27 utilizou a técnica de resolução da equação do segundo grau para resolver uma equação do primeiro grau. Acreditamos que o erro da questão se deu devido à falta de reconhecimento do tipo de função, pois a questão tratava-se de uma função modular afim e

não quadrática. Desse modo o gráfico encontrado pelo aluno foi uma parábola e não uma reta como deveria ser, caracterizando um erro gráfico

Outro exemplo de erro gráfico é observado na figura 6, no item b do aluno 18.

Figura 6: Resolução do item b do aluno 18



Fonte: Arquivo dos autores

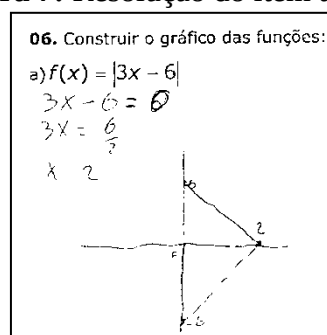
O aluno 18 utilizou parcialmente a fórmula de Báskara para obtenção das raízes, e ao calcular o vértice da função inverteu o sinal do x do vértice, caracterizando também um erro de cálculo. Ao analisar a construção do gráfico percebe-se que o aluno utilizou o x do vértice como uma das raízes e a segunda raiz (x=4), como o ponto onde o gráfico intercepta o eixo y, ou seja, o aluno posicionou os elementos de forma inadequada no gráfico, caracterizando um erro gráfico.

A partir das análises realizadas nessa categoria, percebemos o que Pereira (2013) observou, que uma das principais dificuldades dos alunos é representar graficamente funções modulares. Acreditamos que esse fato é devido a falta de clareza dos alunos, em relação ao significado de cada elemento que compõem o gráfico.

4.2.3 Categoria 3: Erro de conceito ou conceitual

Nessa categoria temos como exemplo a resolução do aluno 10 do item a, mostrado na figura 7.

Figura 7: Resolução do item a do aluno 10

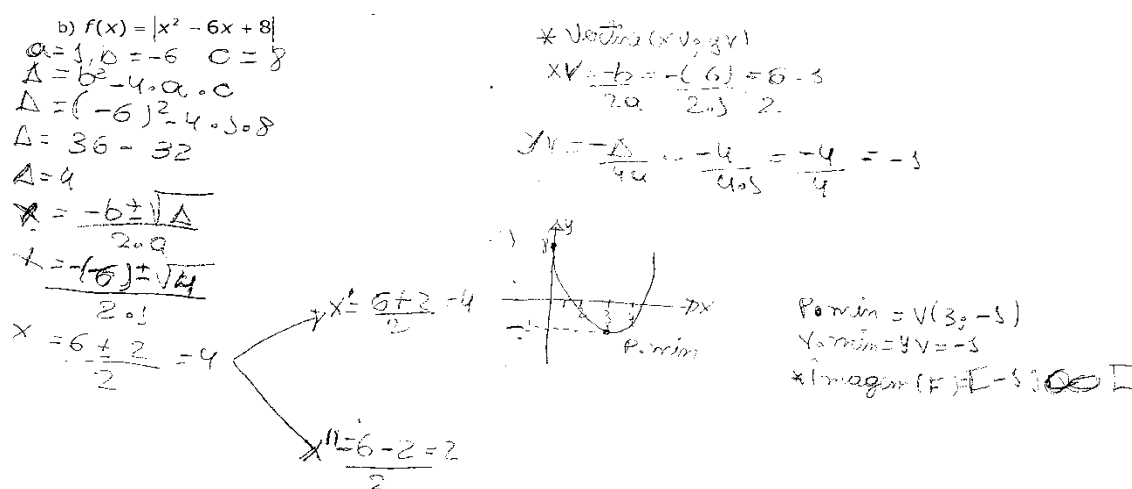


Fonte: Arquivo dos autores

O aluno 10, encontrou corretamente a solução da equação, porém esboçou o gráfico de forma errada, acreditamos que isso se dá devido ao fato de o aluno não ter utilizado o conceito de função modular, pois utilizando o conceito ele encontraria duas funções, como foi mostrado na resolução das questões, onde $f(x)=3x-6$ é definida para $x \geq 2$, definindo a primeira semi reta, e $f(x)=-3x+6$, para $x < 2$ definido outra semi reta, e a união dessas duas semirretas formaria o gráfico correto da função. Porém o aluno construiu o gráfico com as duas semirretas definidas para $0 \leq x \leq 2$. Por esse motivo caracterizamos como erro de conceito ou conceitual.

O aluno 19 ao resolver o item b, também cometeu esse tipo de erro. (ver figura 8)

Figura 8: Resolução do item b do aluno 19



Fonte: Arquivo dos autores

O aluno 19 calculou corretamente as raízes e o vértice da função, e esboçou corretamente o gráfico da função, porém não fez o espelhamento do gráfico em relação ao eixo x, ou seja, não traçou o gráfico para $x^2 - 6x + 8 < 0$, caracterizando um erro conceitual.

Associamos os erros do tipo conceituais, cometidos pelos alunos, à ausência de sugestões de abordagem nos parâmetros curriculares, verificados por Nogueira Junior (2008), que pode fazer com que alunos e professores sigam apenas o apresentado nos livros didáticos, que segundo o autor, apresentam uma exploração superficial em relação à construção e análise de gráficos do conteúdo de função modular, ocorrendo um ensino de forma linear, isso acarreta nos alunos dificuldades de compreensão e interpretação geométrica nas construções gráficas.

5. Considerações Finais

Esse trabalho teve como objetivo investigar as dificuldades e analisar os erros cometidos pelos alunos em construção de gráficos de funções Modulares. Os resultados da pesquisa apontam que os erros mais frequentes cometidos pelos alunos nas construções de gráficos de funções modulares são: erro de cálculo, erro gráfico e erro conceitual.

E uma das maiores dificuldades dos alunos está em esboçar o gráfico adequado para cada função, e de fazer o espelhamento em relação ao eixo de simetria da função modular. Essas verificações ocorreram a partir da análise de erros, assim concluímos também que o erro é uma importante ferramenta para o processo de avaliação da aprendizagem, pois este permite fazer um diagnóstico do ensino aprendizagem dos alunos.

Sugerimos que os professores que trabalham com esse tópico da matemática abordem esse tema de maneira a contribuir com a efetiva aprendizagem desse conceito tão importante na formação dos discentes. Esperamos com essa pesquisa contribuir para subsidiar trabalhos futuros com esse tema, uma vez que há poucas pesquisas que tratam especificamente deste conteúdo matemático.

6. Referências

BIANCHINI, Bárbara Lutaif; SOUZA, Helena Tavares de. A visão de professores do Ensino Médio sobre resolução de problemas com função modular. **Anais do Encontro de Produção discente PUCSP/ Cruzeiro do Sul**. São Paulo. 2012.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar 1: Conjuntos, Funções**. 7 ed. São Paulo: Atual, 1993.

LOPES, Celi Espasandin. Discutindo Ações Avaliativas para as Aulas de Matemática. In: LOPES, Celi Espasandin; MUNIZ, Maria Inês Sparrapan. **O processo de avaliação nas aulas de Matemática**. São Paulo: Mercado de Letras, 2010, p. 135-142.

LUCKESI, Cipriano Carlos. Avaliação da aprendizagem na escola e a questão das representações sociais. **Eccos Revista Científica**. São Paulo, v. 4, n. 2, p. 79-88, 2002. Disponível em: <http://www.luckesi.com.br/textos/art_avaliacao/art_avaliacao_eccos_1.pdf> Acesso em: 04 ago. 2016.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. 2ª ed. São Paulo: Editoria Livraria da Física, 2009.

NOGUEIRA JUNIOR, Dárcio Costa. **Elaboração de uma sequência didática para a aprendizagem de Valor absoluto e da Função modular, utilizando a organização curricular em rede**. 150 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais, 2008.

PEREIRA, Francinaldo Domingos. **Tarefas Matemáticas com a Função Modular auxiliadas pelo aplicativo GeoGebra**. 108f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Campina Grande, Paraíba, 2013.

PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática**: Estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas: Papirus, 2000.

RUDIO, Franz Victor. **Introdução ao projeto de pesquisa**. 34. ed. Petrópolis-RJ: Vozes, 2007.



ANÁLISE DE ERROS EM QUESTÕES DO TEOREMA DE TALES

Joana Stephanie Miranda Van der Geld

Universidade do Estado do Pará (UEPA)

Joanavandergeld2@gmail.com

Lorena Nunes Neves

Universidade do Estado do Pará (UEPA)

morena-nunes1@hotmail.com

Rosineide Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará (UEPA)

rosejuca@gmail.com

Resumo

O objetivo deste trabalho era analisar os erros que os alunos do 1º ano do Ensino Médio apresentam em relação ao conteúdo do Teorema de Tales. Para a realização desta pesquisa, utilizamos um teste com 5 questões sobre o Teorema de Tales, que foi aplicado aos alunos de uma Escola Pública da Cidade de Belém do Pará; além disso, revisamos alguns estudos sobre o assunto. Os resultados apontaram que alguns alunos ainda sentem dificuldades em aplicar o Teorema de Tales, principalmente em situações-problemas; bem como têm dificuldades em relacionar o Teorema com o conteúdo de semelhança de triângulos e em trabalhar com as relações de proporções.

Palavras-chave: Educação Matemática. Avaliação da Aprendizagem Matemática. Análise de Erros. Teorema de Tales.

1. Introdução

A avaliação da aprendizagem trata-se de um processo utilizado pelo professor para que o mesmo possa verificar o desempenho do aluno em relação a um determinado conteúdo. Para Mendes (2009), a avaliação é um processo diário que se faz com o aluno nas relações

dialogais feitas na sala de aula. Ao mesmo tempo, funciona como um instrumento que permite ao professor fazer uma análise de suas práticas, buscando aperfeiçoar suas técnicas de ensino.

Para Lopes (2010), o objetivo de elaborar um processo avaliativo consiste em auxiliar uma pessoa a ter clareza sobre sua aprendizagem e, neste processo, trazer retorno ao próprio aluno, ao professor e à família. Além disso, Freire (1996, *apud* Lopes, 2010) considera que o ensinar e o aprender devem estar atrelados para que a avaliação seja efetivada; assim, é importante que o aluno crie interesse em aprender e saiba articular os conhecimentos para formar novos saberes.

Neste processo de avaliação da aprendizagem, é importante que o aluno conheça seus erros e reflita sobre eles para que possa construir o conhecimento propriamente dito. Segundo Pinto (2000), o erro tem sido um importante objeto de estudo para a educação Matemática e começa a ser tratado como uma possibilidade permanente na construção do conhecimento. Sua análise têm-se estado sujeita às formas de organização do currículo nos sistemas educativos e têm-se orientado em cada época pelas correntes psicológica e pedagógica.

Segundo Santos e Buriasco (2008), o erro desempenha um importante papel no processo de aprendizagem, que pode ajudar os professores a fazerem interpretações da atividade matemática dos alunos, nas suas considerações como resultado de suas experiências prévias em sala de aula, como uma ferramenta que pode diagnosticar as dificuldades de seus alunos.

Somado a isto, Ramos (2015) apresenta em seu trabalho a importância do processo de análise de erros em Matemática como estratégia reveladora das dificuldades dos alunos e para isso destaca algumas teorias e seus respectivos pesquisadores que vêm investigando tais dificuldades, como o psicólogo russo Krutetskii e o espanhol e educador matemático Rico.

Krutetskii (*apud* Ramos, 2015) acredita na importância da análise do processo e não apenas do produto; ou seja, considera que não se deve analisar apenas a resposta do aluno e sim compreender o raciocínio utilizado para a obtenção do resultado para, ao final, questionar os estudantes sobre os erros cometidos e ajudá-los na reconstrução do conhecimento.

Em concordância, Rico (1998, *apud* Ramos, 2015) afirma que um simples erro cometido pelo aluno já deve ser o suficiente para alertar o professor de que uma atitude deve ser tomada. Assim, o mesmo pode dar um enfoque didático aos erros e a partir deles, realizar novas descobertas científicas.

Neste caminho, surgiu o interesse em avaliar os erros dos alunos relacionados ao conteúdo do Teorema de Tales. O ensino do Teorema de Tales é importante para os alunos da

educação básica, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) (1998), os conceitos geométricos – e sabemos que o Teorema encontra-se dentro da Geometria – é importante no currículo da Matemática para o Ensino Fundamental, pois desenvolve no aluno um tipo de pensamento que o permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. No entanto, muitas são as dificuldades dos alunos relacionadas a este conteúdo, tais dificuldades são apontadas nos estudos de Soares (2011), Haruna (2000) e Leite (2013), tais como: erros referentes a questões de aplicação do Teorema de Tales em situações que não se fornecem as configurações, bem como possuem dificuldades em relacionar o Teorema com o assunto de figuras semelhantes; os alunos, às vezes, aplicam o Teorema de Pitágoras pensando ser o Teorema de Tales e apresentam complicações em trabalhar relações de proporções.

Dessa forma, essa pesquisa surgiu pelo desenvolvimento da disciplina de Fundamentos da Avaliação da Aprendizagem em Matemática (FAAM), com o interesse de analisar os erros que os alunos do 1º ano do Ensino Médio cometem em questões sobre o Teorema de Tales.

2. Revisão Bibliográfica

No âmbito da Educação Matemática as pesquisas realizadas sobre o Teorema de Tales são variadas, entretanto, para este trabalho buscamos analisar três pesquisas, os estudos de Soares (2011), Haruna (2000) e Leite (2013).

Soares (2011) realizou um estudo com o objetivo de detectar e descrever as dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de álgebra e geometria no Ensino Médio (em particular do Teorema de Tales), e propôs uma mudança na prática didática usual. A pesquisa foi realizada no Instituto da cidade de Porto Alegre, com uma turma do 2º ano do Ensino Médio. O autor utilizou como instrumentos de pesquisa uma aula expositiva e uma lista de exercício com 5 questões sobre o Teorema de Tales.

O autor observou que os alunos apresentam dificuldades, tais como: associam o conteúdo unicamente ao uso de retas paralelas e transversais, sem relacionar o Teorema com o assunto de figuras semelhantes; dificuldade em interpretar o que leem e apresentam complicações em trabalhar com frações, relações de proporções e suas representações.

Haruna (2000) realizou uma sequência didática junto a duas turmas da 8ª série do Ensino Fundamental, de uma Escola da cidade de Taubaté, Estado de São Paulo, com o

objetivo de analisar como se processa a apreensão do conceito do Teorema de Tales pelos alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, levantar os obstáculos didáticos e epistemológicos e verificar até que ponto o uso do computador favorece a superação dos mesmos. Como instrumentos de pesquisa utilizou uma série de atividades, em uma delas foi utilizado o *software* Cabri-géomètre I, e um pós-teste de 9 questões para verificar a compreensão dos alunos quanto às noções do teorema de Tales e de semelhanças.

A autora observou que os alunos apresentam dificuldades, tais como: a montagem de proporção para o cálculo da medida do segmento formado nas paralelas em qualquer uma das posições; dificuldade em perceber a aplicação do Teorema de Tales em situações que não se fornecem as configurações e complicam-se ao aplicar indevidamente o Teorema de Pitágoras, considerando pelo aspecto visual que no triângulo em questão era o retângulo.

Leite (2013) realizou um estudo com objetivo de construir um aprendizado eficaz de alguns dos mais importantes conteúdos geométricos (semelhança de triângulos, teorema de Tales, relações métricas no triângulo retângulo, teorema de Pitágoras e trigonometria), sistematizando-os. A pesquisa foi realizada em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio, com 182 estudantes, distribuídos em seis turmas de 1º ano do Ensino Médio, pertencente à região da grande Porto de Santana, situado na região metropolitana da Grande Vitória. O autor utilizou como instrumentos de pesquisa duas pesquisas diagnósticas: uma com os alunos e a segunda com 21 Professores de Matemática. Utilizou também uma amostragem de uma região escolar específica para mensurar as dificuldades dos alunos. Ainda, utilizou um software GeoGebra e um questionário com quatorze questões de geometria para verificar os pré-conhecimentos dos alunos.

O autor observou que os alunos apresentaram dificuldades relacionadas ao reconhecimento de ângulos e figuras geométricas planas, assim como suas propriedades; desconhecimento da distinção entre figuras planas e espaciais; pouca compreensão do conceito de área; conversão inadequada entre unidades de medidas; associações raras entre ideias geométricas e aritméticas; não relacionam questões de Teorema de Tales que envolvam conteúdos básicos do nono ano; entre outras. Além disso, observou que poucos professores de Matemática estudaram Geometria em seu curso e que este conteúdo não é preferência de trabalho entre a maior parte dos professores.

Em síntese, na análise dos estudos de Soares (2011), Haruna (2000) e Leite (2013) percebemos que os mesmos apresentam pontos em comum, tais como: os alunos sentem dificuldades em trabalhar com frações, representações, relação de proporção e unidades de

medidas; a maior parte não consegue relacionar o Teorema com o assunto de figuras semelhantes; complicam-se ao aplicar o Teorema de Tales em situações que não se fornecem as configurações; eles, às vezes, aplicam o Teorema de Pitágoras pensando ser o Teorema de Tales; entre outros.

3. Metodologia de Pesquisa

Neste estudo desenvolvemos uma pesquisa qualitativa do tipo Descritiva, para Rudio (2007, p.71) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados. Sendo assim, ele coloca a pesquisa diagnóstica como sendo parte da pesquisa descritiva.

Esta pesquisa foi desenvolvida com 15 alunos, de uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma Escola Pública da Cidade de Belém do Pará, na qual aplicamos um teste diagnóstico com 6 questões sobre o Teorema de Tales, para investigarmos os erros e dificuldades dos alunos.

4. Análise dos Resultados

Na primeira parte das análises temos a análise quantitativa dos resultados, o quadro 1, apresenta o percentual de erros, acertos e questão em branco.

Quadro 1: questões do teste

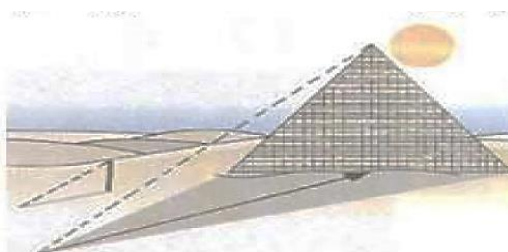
QUESTÃO	% ERRO	% ACERTO	% NÃO FEZ
1. a)	66,7	26,7	6,6
1. b)	73,3	26,7	0
1. c)	66,7	13,3	20
2	73,3	20	6,7
3	80	6,7	13,3
4	86,7	0	13,3
5	40	26,7	33,3

Fonte: teste dos alunos

Observamos que a maior parte dos alunos apresentaram erros mais referentes às questões dois, três e quatro, apresentando dificuldades em aplicar o Teorema de Tales; em associar o conteúdo com o assunto de figuras semelhantes e trabalhar as relações de proporções. Com isso, foi feita a análise qualitativa dessas questões, que é a segunda parte das análises, a qual será apresentada a seguir, com as resoluções de alguns dos alunos e os objetivos dessas questões.

A segunda questão tinha por objetivo avaliar se o aluno sabe aplicar o Teorema de Tales em situações-problemas, relacionando ao assunto de figuras semelhantes.

“Uma pirâmide triangular cuja sombra projetada no solo mede 12m encontra-se ao lado de uma estaca com altura de 6m, cuja sombra mede 8m ao ser projetado pelo sol no chão. Qual é a altura da pirâmide?”



- **Solução esperada dos alunos:**

$$\begin{aligned}\frac{6}{x} &= \frac{8}{12} \\ 8x &= 6 \cdot 12 \\ 8x &= 72 \\ x &= \frac{72}{8} \\ x &= 9m\end{aligned}$$

- **Solução de dois alunos:**

Figura 1: Resposta do Aluno 1

Figura 2: Resposta do Aluno 2

Handwritten student work for a math problem. The left side shows a proportion $\frac{12}{8} = \frac{6}{x}$, followed by calculations: $12x = 8 \cdot 6$, $12x = 48$, $x = \frac{48}{12}$, and $x = 4$. The right side shows a calculation: $x = 12m$, $8m$, $= 96m$.

Fonte: teste dos alunos

Fonte: teste dos alunos

Observa-se que o Aluno 1 (Figura 1) atingiu o objetivo da questão, pois soube aplicar o Teorema de Tales no problema relacionando ao assunto de figuras semelhantes, mas acaba trocando os valores na hora de montar a relação de proporção. Provavelmente, esse aluno fez uma interpretação equivocada do problema. Soares (2011), em seu trabalho, afirma que a maior parte dos alunos do Ensino Médio apresentam muitas dificuldades em interpretar o que leem e, às vezes, complicam-se na montagem da relação de proporção.

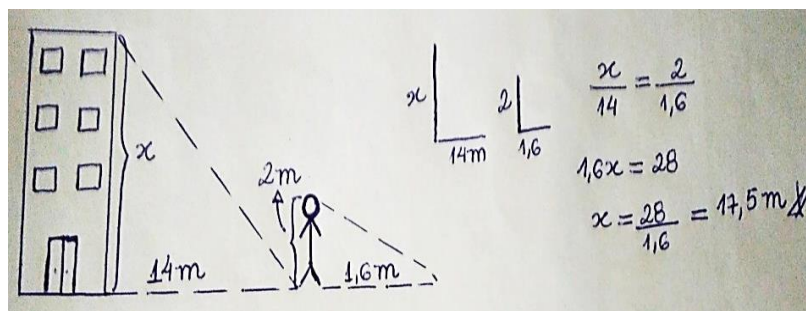
O Aluno 2 (Figura 2) não atingiu o objetivo da questão, pois desconhece semelhança de figuras e por conseguinte o Teorema de Tales; observa-se que o aluno multiplica 12 por 8 e apresenta o resultado como resposta do problema, consequentemente, errando a questão. Haruna (2000) afirma que uma das dificuldades mais apresentada pelos alunos do Ensino Médio é a montagem da relação de proporção, além disso, eles também sentem dificuldade em relacionar o conteúdo de semelhança de figuras com o Teorema, o que leva consequentemente o aluno a não conseguir resolver o Teorema.

A terceira questão tinha por objetivo verificar se o aluno desenvolve o Teorema de Tales em situações-problemas.

“A sombra de um prédio vertical projetada pelo sol sobre um chão plano mede 14m. Nesse mesmo instante, a sombra de uma pessoa de 2m em pé ao lado do prédio mede 1,6m. Qual é a altura do prédio?”

- **Solução esperada dos alunos:**

Figura 3: resolução da terceira questão



Fonte: Autoras

• Solução de dois alunos:

Figura 4: Resposta do Aluno 1

Fonte: teste dos alunos

Figura 5: Resposta do Aluno 2

Fonte: teste dos alunos

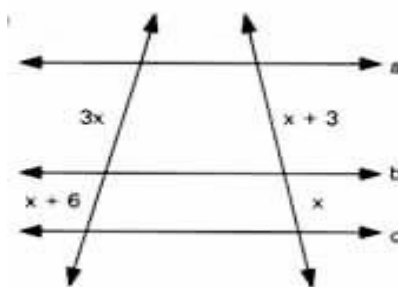
Observa-se que o Aluno 1 (Figura 4) sabe desenvolver o Teorema em situações-problemas, atingindo o objetivo da questão, além de possuir certo domínio algébrico, mas se confunde no momento de interpretar os valores do enunciado e expressá-los na resolução.

Percebemos que o Aluno 2 (Figura 5) não atingiu o objetivo da questão, por talvez não ter o conhecimento acerca do Teorema de Tales. Vemos que este aluno multiplica 14 por 2, desconsiderando a última frase do enunciado, e apresenta o resultado como resposta do problema, conseqüentemente errando a questão.

De forma geral, Soares (2011) aponta em seu trabalho que algumas dificuldades dos alunos do Ensino Médio são em interpretar o que leem, montar a relação de proporção e associar o conteúdo unicamente a retas paralelas e transversais sem relacionar com o assunto de figuras semelhantes.

A quarta questão tinha por objetivo verificar se o aluno sabe aplicar o Teorema de Tales, envolvendo uma equação do 2º grau.

“Sabendo que as retas a , b e c são paralelas, determine o valor de x na figura a seguir:”



- Solução esperada dos alunos:

$$\frac{3x}{x-6} = \frac{x+3}{x}$$

$$3x^2 = (x+3)(x-6)$$

$$3x^2 = x^2 - 6x + 3x - 18$$

$$3x^2 = x^2 - 3x - 18$$

$$2x^2 + 3x + 18 = 0$$

$$\Delta = 9 - 144$$

$$\Delta = -135$$

Como o Δ negativo, então a equação não possui raízes reais.

- Solução de dois alunos:

Figura 6: Resposta do Aluno 1

Resolução:

$$\frac{3x}{x-6} = \frac{x+3}{x}$$

$$(x-6) \cdot (x+3) = 3x \cdot x$$

$$x^2 - 6x + 18 = 3x^2$$

$$-5x^2 - 3x = -18$$

$$-2x = -18 \times (-1)$$

$$2x = 18$$

$$x = \frac{18}{2} = 9$$

Fonte: teste dos alunos

Figura 7: Resposta do Aluno 2

$$\frac{3x}{x-6} = \frac{x+3}{x}$$

$$3x = 3x \cdot 6$$

$$3x + 3x = 6$$

$$6x = 6$$

$$x = \frac{6}{6}$$

$$x = 1$$

Fonte: teste dos alunos

Observamos que o Aluno 1 (Figura 6) soube aplicar o Teorema de Tales, que é o objetivo da questão, além de possuir certo domínio algébrico, mas não soube desenvolver a equação do 2º grau.

O Aluno 2 (Figura 7) não atingiu o objetivo da questão, que era aplicar o Teorema de Tales, envolvendo equação do 2º grau; não possui domínio algébrico e apresenta dificuldades em montar a relação de proporção, o que, conseqüentemente, levou-o a errar a questão.

Leite (2013) aponta que algumas dificuldades dos alunos do Ensino Médio agravam-se ainda mais ao relacionar questões do Teorema que envolva conteúdos básicos do nono ano, por exemplo, proporcionalidade e equações do 2º grau.

Em síntese, pela análise dos erros dos alunos, percebemos que a maior parte não consegue relacionar o Teorema de Tales ao conteúdo de semelhança de figuras, bem como sentem dificuldades em montar uma proporção e se complicam em aplicar o Teorema de Tales em situações-problemas. Podemos perceber que essas dificuldades estão presentes nas pesquisas que fizemos dos estudos de Soares (2011), Haruna (2000) e Leite (2013).

5. Considerações finais

Com o objetivo de analisar os erros que os alunos do 1º ano do Ensino Médio apresentam em questões sobre o Teorema de Tales, utilizamos um teste com 5 questões sobre o Teorema de Tales, além de revisarmos alguns estudos sobre o assunto.

Os resultados apontaram que alguns alunos ainda sentem dificuldades em aplicar o Teorema de Tales, principalmente em situações-problemas; bem como têm dificuldades em interpretar o que leem; alguns ainda não conseguiram relacionar o Teorema com o assunto de figuras semelhantes e possuíram dificuldades em trabalhar as relações de proporções.

Percebemos ainda que alguns alunos ainda sentem dificuldades em aplicar o Teorema de Tales, principalmente em situações-problemas; tem dificuldades em interpretar o que leem; muitos não conseguiram relacionar o Teorema com o assunto de figuras semelhantes; dificuldades em trabalhar as relações de proporções; entre outros.

Em suma, concordamos que os erros que os alunos do 1º ano do Ensino Médio possuem em relação ao Teorema de Tales podem ser justificados tanto pela deficiência no ensino de alguns assuntos básicos do Ensino Fundamental quanto pelo grau de dificuldade da abordagem feita em sala de aula, entre outros.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de; SANTOS, João Ricardo Viola dos. Da ideia do “erro” para as maneiras de lidar: caracterizando nossos alunos pelo o que eles têm e não pelo que lhes falta. In: BURIASCO, Regina Luzia Corio de (Org.). **Avaliação e Educação Matemática**. Recife: SBEM, 2008. cap. 4, p. 87-108.

HARUNA, Nancy Cury Andraus. **Teorema de Thales**: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem. São Paulo: s.n., 2000.

LEITE, Rondineli Schulthais. **O ensino de parte da geometria do Ensino Fundamental**: análise de dificuldades e sugestão de sequência didática. Vitória, 2013.

LOPES, Celi Espasandin. Discutindo ações avaliativas para as aulas de Matemática. In: LOPES, Celi Espasandin; MUNIZ, Maria Inês Sparrapan. **O processo de avaliação nas aulas de Matemática**. São Paulo: Ed Mercado de Letras, p. 135 – 148 (capítulo VI), 2010.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2ª Ed., p. 163 – 181 (capítulo IV), 2009.

PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da Matemática Elementar. Campinas, São Paulo: Papiros, cap. 1, p. 27- 37, 2000.

RAMOS, Maria Luiza Perdigão. **A importância da análise didática dos erros matemáticos como estratégia de revelação das dificuldades dos alunos**. Florianópolis (SC). REVEMAT, v.10, n. 1, p. 132-149, 2015.

RUDIO, Franz Victor. **Introdução ao projeto de pesquisa**. 34. ed. Petrópolis – RJ: Vozes, 2007.

SOARES, Helio Pires. **Teorema de Thales**: uma proposta de ensino. Porto Alegre, 2011.



**ANÁLISE DOS PRINCIPAIS MÉTODOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA PARA
ALUNOS SURDOS NA UNIDADE TÉCNICA PROF. ASTÉRIO DE CAMPOS
BELÉM/PA**

OLIVEIRA, Ellen Adriana Nogueira
Discente de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

E-mail: Ellenadri@gmail.com

SIQUEIRA, Michael Brabo
Discente de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

E-mail: micbrabo@gmail.com

SANTIAGO-VIEIRA, Silvio
Professor de Educação Especial/Libras da Universidade do Estado do Pará (UEPA)
Coordenador do Grupo de Estudos Surdos & Interfaces (GESI/IEPA/UNIEPA)

E-mail: saintvier@gmail.com

Resumo: O artigo teve como objetivo refletir a respeito da viabilidade da educação matemática direcionada aos surdos no país, para isso foi feita uma pesquisa de campo na Unidade Técnica Prof. Astério de Campos - PA onde foi observado o trabalho com os alunos do Atendimento Educacional Especializado (AEE). A forma com a qual o surdo se comunica, assim como as suas relações sociais são, desta forma extremamente pertinentes para o sucesso no seu processo de ensino-aprendizagem, sendo ainda mais quando se trata da educação matemática por essa conter uma linguagem própria a qual o aluno surdo assim como o ouvinte precisa adequar-se e interpretar, o grande desafio que os professores nas escolas regulares em sua maioria encontram e que os professores do AEE buscam sanar é fazer uma adequação da linguagem matemática intrinsecamente envolvida com a língua portuguesa à língua natural do surdo e essa adequação ocorre de formas distintas naturalmente. Caminhando pelo método qualitativo, o artigo traz informações a respeito da educação matemática para surdos bem como as filosofias educacionais de surdos com foco no bilinguismo, embasando se principalmente em Behares (1993), Capovilla (2002), Kubaski e Moraes (2009), Miranda (2001), Sales (2008), Wanzeler (2015).

Palavras-chave: Educação de surdos. Educação matemática para surdos. AEE. Língua de sinais. LIBRAS.

Introdução

Quando diante do campo da educação matemática, o processo de aprendizagem envolve a linguagem matemática trabalhada na Língua Portuguesa, sendo ela o aporte de todo o conteúdo a ser explorado pelo professor. No outro lado, o aluno surdo apoia-se numa comunicação por sinais a qual é característica dele, logo é sua identidade, assim, o professor é quem deve estar preparado para fazer essa transposição da língua de sinais, para língua portuguesa, até que assim se possa transpor para a linguagem matemática.

O Bilinguismo é fundamental nessa questão, sendo a metodologia capaz de sanar a necessidade de trabalhar o conteúdo de matemática com o aluno surdo através da Libras (Língua Brasileira de Sinais) em conjunto com a Língua Portuguesa. Por meio de uma análise em campo, observamos de perto o trabalho do professor de matemática do AEE (Atendimento Educacional Especializado) na Unidade Técnica Prof Astério de Campos (PA). De acordo com o SEESP/MEC (2008) o atendimento educacional especializado é um serviço da educação especial que identifica, elabora, e organiza recursos pedagógicos e de acessibilidade, que eliminem barreiras para a plena participação dos alunos, considerando suas necessidades específicas.

De acordo com Sales (2008) a metodologia bilíngue defende que o aluno surdo precisa ser ensinado na linguagem majoritária da sociedade ouvinte de forma oral ou escrita embasando-se na língua de sinais, ao passo que a criança surda deve aprender os sinais da mesma forma que a ouvinte aprende a falar. Visto que é necessária busca pelo AEE porque o aluno surdo não encontra métodos adequados para o ensino tanto de matemática como de outras disciplinas nas escolas regulares, encontrando apenas nesse suporte, os meios adequados para sua aprendizagem.

1 – Adequação ao contexto cultural e à linguagem.

O ponto inicial e fundamental a ser tratado a respeito do ensino de matemática para alunos surdos é a escolha da linguagem utilizada pelo professor no processo de ensino-aprendizado desse aluno. Segundo Miranda (2001) ainda frequentemente se vê professores negligenciando a evidente diversidade existente na sala de aula, tanto em uma sala com alunos ouvintes quanto em uma com alunos surdos. Sendo assim, o professor quando diante de uma sala de aula com alunos surdos deve considerar os aspectos individuais de cada um, desde o grau de perda auditiva e dificuldade com a linguística até o período em que o indivíduo desenvolveu a surdez. Tais avaliações feitas pelo professor contribuirão na escolha da melhor

forma de ensino e de linguagem utilizada para que ocorra um processo de ensino-aprendizagem satisfatório.

Dada a diversidade presente dentro de sala. Prova se que de fato faz se necessária a adequação do professor à linguagem bem como ao contexto do aluno, pois com tal proximidade se sucederá a aprendizagem. De acordo com Behares (1993):

A limitação auditiva acarreta a necessidade de aquisição de um sistema linguístico próprio (gestual-visual) desenvolvendo consequências de ordem social, emocional e psicológica. Por apresentarem uma forma particular de percepção e interação com o mundo, devem ser identificados e designados segundo uma perspectiva antropológica. (BEHARES, 1993 apud OLIVEIRA, 2005, p.62).

É esclarecida na fala de Behares a individualidade do aluno surdo decorrente da sua forma particular de observar o mundo e de interagir, desenvolvendo um contexto totalmente próprio. Logo, o processo de ensino-aprendizagem não depende somente do domínio do conteúdo matemático em conjunto com a linguagem adequada, porém principalmente da adequação do professor ao contexto e linguagem do seu aluno surdo.

A forma como o surdo se comunica com os demais, tanto com os ouvintes como com outros surdos apresenta em sua prática, um grande desafio. A Libras idioma padrão na comunidade surda, é caracterizada por ser gesto-visual, possibilitando assim, uma forma de comunicação dos surdos, tendo como meio os sentidos não afetados em decorrência de sua surdez, todavia, esta forma de comunicação entra em choque com a língua predominante na comunidade vivida, a exemplo do Brasil, a língua portuguesa.

A linguagem é fator determinante para a inserção social, esse aspecto é muito importante para a vida do ser humano pois apenas através desse, há comunicação. “Assim, se a linguagem tem a importante função interpessoal de permitir comunicação social, ela também tem a vital função intrapessoal de permitir o pensamento (...) e a aprendizagem consciente.” (CAPOVILLA E CAPOVILLA, 2002, p.128). Deste modo é explícita a importância da comunicação na aprendizagem, mais ainda quando se trata de alunos surdos, por esses possuírem uma cultura peculiar que está intrínseca à sua linguagem, como dito anteriormente. Nesse interim é imprescindível explanar a respeito das filosofias para a educação de surdos.

O Oralismo caracteriza se por uma tentativa de que o surdo desenvolva uma língua oral, sendo esta a única forma de comunicação, integrando assim a pessoa surda na comunidade dos ouvintes. De acordo com Goldfeld (2002), teria como objetivo reabilitar a criança surda em direção da normalidade à “não-surdez”. A filosofia oralista não obteve

resultados satisfatórios apesar de usar como predisposto que a linguagem é necessária de fato necessária para a aprendizagem, Capovilla e Capovilla (2002) afirmam que esqueceram-se de que a língua oral não é a única forma possível de comunicação.

A filosofia que vem a se opor ao Oralismo é a Comunicação total:

O uso de sinais como meio de comunicação e desenvolvimento desde a primeira infância irão proporcionar a pessoa surda uma maior aptidão da fala, leitura labial e ajustamento psicológico, requer a incorporação de modelos auditivos, manuais, e orais adequados para assegurar a comunicação eficaz. (KIRK; GALLAGHER, 1991, apud LUCHESI, 2008, p.20).

A filosofia da Comunicação total levanta a importância de adequação de linguagem por parte do professor, porém fazendo uso de vários tipos de linguagem para efetuar o ensino. Essa filosofia apesar de flertar com esse aspecto importante, ainda não levanta o quesito primordial e completo que busca a inserção do surdo na comunidade surda, sem que haja intervenção na sua cultura. E isso fica por conta da filosofia bilíngue de educação.

2 - O bilinguismo e o ensino de matemática – estratégias de ensino.

A garantia da educação para todos está no discurso da Constituição desde a época imperial, mas somente em 1856 é que tem-se referências de instrução formal com a criação do Instituto Nacional dos Surdos-Mudos, hoje conhecido por Instituto Nacional de Educação de Surdos (INES). A cada nova Constituição os direitos e deveres dos cidadãos eram reforçados. Na Constituição de 1988 encontramos o reforço na premissa dos Direitos Sociais, os quais são encabeçados pela educação.

Art. 206. O ensino será ministrado com base nos seguintes princípios:
I - igualdade de condições para o acesso e permanência na escola;
II - liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber;
III - pluralismo de idéias e de concepções pedagógicas, e coexistência de instituições públicas e privadas de ensino;
Art. 208. O dever do Estado com a educação será efetivado mediante a garantia de:
[...] III - atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino; (BRASIL, CF, de 1988, Cap. III).

Podemos perceber que a garantia da educação e a manutenção da mesma deve ser igual para todos, independentemente das particularidades do cidadão, buscando formas de possibilitar o acesso e a permanência na escola. O Estado também deve assegurar o ensino e aprendizagem de pessoas com deficiência, de preferência na rede regular de ensino.

Nessa época também surge a filosofia bilíngue, que no meio educacional toma mais força a partir da lei 10436/02, que reconhece a Libras como meio legal de comunicação e expressão, informando também que a mesma não poderá substituir a modalidade escrita da Língua Portuguesa (BRASIL, 2002). Com o reconhecimento da Libras como Língua oficial, a educação dos surdos passa a ser legalmente bilíngue (Libras e Língua Portuguesa). No entanto, apesar de ser propulsora no processo de ensino, somente a utilização de Libras não é o suficiente para o aprender do surdo, segundo Kubaski Moraes (2009):

O aluno surdo precisa de uma metodologia de ensino própria, com sala de aula adequada, em que predomine o visual. É importante perceber que a pessoa com surdez tem as mesmas possibilidades de desenvolvimento da pessoa ouvinte, precisando apenas que suas necessidades especiais sejam atendidas. (KUBASKI E MORAES, 2009, p.3418).

Essa necessidade de proporcionar aos alunos formas diferentes de interação e não somente a oral se faz presente em todas as disciplinas, em especial na Matemática, pois esta, além de ser parte da formação do cidadão, também é uma linguagem. Nesse cenário, o professor busca maneiras de se comunicar e se fazer compreender pelo aluno. De acordo com Sales (2008):

A cada dia, as transcrições e debates preliminares sobre as situações vivenciadas impunham a cada um de nós, mudanças, novas proposições, as quais, naturalmente, nos mobilizavam a trazer novos recursos e materiais alternativos, em uma investigação contínua do nosso “fazer pedagógico”. As pistas de que chegaríamos a um novo horizonte foram inversas a de processos mais tradicionais, pois não era o observável ou escrito, mas, justamente, o não-realizado, o “não falado” e o não-escrito. Eram estes os elementos que fundamentavam nossa percepção sobre os limites dos alunos no processo de aprendizagem, na “comunicação” (a falta desta) em sala de aula. (SALES, 2008, p. 59).

Outra proposta encontrada é explorar a relação entre a cultura surda e a etnomatemática, pois a mesma propicia a troca de experiências e considera a realidade vivenciada pelos alunos.

Ao analisar os resultados verificou-se que estes apontam para a importância da troca de experiências durante a socialização em grupo, adequações metodológicas que atendam suas especificidades, bem como, a ligação entre o conhecimento matemático e a realidade vivencial dos alunos em apreciação. Em síntese a pesquisa traz contribuições para o (re) conhecimento da construção de saberes realizados no processo de ensino aprendizagem na sala de recurso multifuncional em estudo, identificando as possíveis necessidades educacionais no âmbito da educação matemática dos alunos com surdez. (CARNEIRO, 2009, p. 10).

Temos conhecimento que o ideal para o desenvolvimento do aluno surdo em matemática além do professor bilíngue, são os métodos por ele a serem utilizados, de acordo com Neves (2011) “[...] podemos considerar que o ensino de matemática para surdos exige do profissional envolvidas competências que passam por um amplo domínio de LIBRAS, Matemática, Língua Portuguesa e estratégias de ensino específicas” (NEVES, 2011, p. 9).

Todavia, apesar de serem primordiais, somente os meios visuais não são autossuficientes, pois a matemática possui conceitos abstratos, e para esse caso devemos considerar a cultura desse indivíduo, saber como acontece seu aprendizado para desenvolver metodologias eficientes desse ensino.

3 – Bilinguismo: Uma proposta para uma educação inclusiva.

Como mencionado anteriormente, o surdo tem sua própria língua para comunicação com seus pares e demais usuários da mesma, a Libras – com base nos aspectos gesto-visuais – todavia, este indivíduo está imerso à uma sociedade onde há uma outra língua oficial e que é utilizada pela grande maioria dos falantes. Ou seja, ele encontra-se segregado de eventos sociais, uma vez que poucas coisas são adaptadas às suas características singulares.

Segundo Kubaski e Moraes (2009), o bilinguismo é uma proposta educacional que faz com que a pessoa surda utilize de duas línguas: a Libras, que é sua língua materna e a Língua Portuguesa (no caso do Brasil), sendo que esta última é uma proposta para a escrita. As línguas de sinais são tidas como naturais do sujeito surdo, com estruturas linguísticas e regras gramaticais próprias e a Língua Portuguesa trabalhada neste indivíduo, faz com que se construa a capacidade de leitura e escrita nesta língua, assim como a integração do surdo na cultura ouvinte.

De acordo com Moura e Vieira (2011), as atuais pesquisas na área da surdez mostram que o Oralismo fracassou em relação a educação escolar de surdos. O bilinguismo traz uma nova perspectiva em relação a surdez, fazendo com que a cultura surda tenha seu devido valor, fugindo do arcaico pensamento de ver o surdo como uma pessoa que carrega em si uma patologia.

Para uma educação bilíngue, é necessário que o aluno, a priori, tenha o conhecimento da Libras, uma vez que esta:

terá papel fundamental na aquisição da leitura e da escrita, pois vai possibilitar a constituição de conhecimento de mundo, propiciando aos alunos surdos, entender o significado do que leem, deixando de ser meros decodificadores da escrita (KUBASKI E MORAES, 2009, p. 3416).

4 – Análise da pesquisa de campo na Unidade Técnica Prof. Astério de Campos.

Ao visitarmos a Unidade Técnica Prof Astério de Campos que atende alunos surdos de escolas regulares de ensino através do AEE (Atendimento Educacional Especializado), acompanhamos o professor de matemática presente no turno vespertino durante a aula. O professor durante a aula se utilizou da Libras para explicar o conteúdo para os alunos, por vezes um a um de carteira em carteira, porém também utilizando-se de material apostilado com o reforço de questões abordando o conteúdo em questão, com isso foi possível concluir que para se suceder o ensino de matemática para surdos o bilinguismo aplicado ao ensino faz se extremamente relevante, uma vez que somente a língua de sinais não abrange todo o complexo de ensino dos conteúdos de matemática, sendo assim necessária a utilização de uma língua escrita para a aprendizagem da matemática.

Observamos que o professor do AEE utiliza na sua didática de ensino o bilinguismo ao constataremos que ele a princípio entrega ao aluno questões do conteúdo a ser trabalhado, e na continuidade da aula à medida que aparecem as dúvidas por parte do aluno, o professor o auxilia efetuando a comunicação através da Libras. Observamos o modo AEE se torna indispensável para o aluno surdo, por conta da escassez de metodologias direcionadas para este aluno no ensino regular, apesar de que, como afirmam Kubaski e Moraes (2009) o Decreto 5 626/05 que regulamentou a Lei de Libras assegura ao aluno surdo o direito a aprendizagem na língua de sinais.

A abordagem educacional por meio do bilinguismo visa capacitar a pessoa com surdez para a utilização de duas línguas: A língua de sinais e a língua da comunidade ouvinte [...] Dessa forma, os surdos passaram a ter direito ao conhecimento a partir desta língua. O português é utilizado na modalidade escrita, sendo a segunda língua, e a educação dos surdos passa a ser bilíngue. (KUBASKI E MORAES, 2009, p. 3414).

Prova disso é um relato que o professor de matemática do AEE nos contou sobre um aluno surdo do ensino regular que tinha dificuldades em matemática, e fora buscar a ajuda do AEE tendo assim melhorado seu desempenho com a ajuda dos mesmos.

Isso ocorre por conta da proximidade que o professor do AEE tem na sala de aula com o aluno, algo que não vemos nas salas do regular. Essa atenção dada ao aluno por parte do professor é essencial, principalmente quando se trata de um aluno surdo, dada a dificuldade do mesmo na conversão da linguagem de sinais para a língua portuguesa, para então a linguagem matemática como foi abordado no primeiro tópico deste artigo.

Considerações Finais

Através das pesquisas teórica e de campo concluímos que o bilinguismo é de suma importância para a aprendizagem do surdo, uma vez que ele tem sua própria cultura, mas também está envolvida em outra. Esta filosofia faz com que o aluno surdo ingresse na cultura ouvinte, possibilitando o acesso a informações que apenas com o saber da língua de sinais eram de difíceis conhecimentos.

A pesquisa de campo possibilitou-nos confirmar a grande importância dada ao bilinguismo para o ensino de surdos pelos autores que embasaram nosso artigo. Mesmo com a utilização da Libras para a explicação do conteúdo matemático pelo professor ao aluno, a Língua Portuguesa está totalmente envolvida no processo de ensino-aprendizagem, onde o que se apresenta de forma gráfica está envolvido de texto não verbal (imagens) e textos escritos e estes contemplam a Língua Portuguesa, como se pode ter no relato do professor: “Eu tento ao máximo por imagens em minhas apostilas, mas ela é em português”.

Concluímos que para um melhor desenvolvimento no processo de ensino-aprendizagem é preciso que o tripé Matemática-Língua Portuguesa-Libras seja bastante trabalhado pela escola, pois a deficiência de uma parte deste conjunto pode prejudicar todo este processo educacional.

Referências

BEHARES, L.E. **Nuevas corrientes em la educación del sordo:** de los enfoques clínicos a los culturales. Cadernos de Educação Especial, Santa Maria, v. 1, n. 4, p. 20-53, 1993.

BRASIL. **Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002.** Dispõe sobre a Língua Brasileira de

Sinais - Libras e dá outras providências. Disponível em <<https://presrepublica.jusbrasil.com.br/legislacao/99492/lei-de-libras-lei-10436-02#art-5>>.

CAPOVILLA, A. G. S; CAPOVILLA, F. C. **Educação da criança surda: O bilinguismo e o desafio da descontinuidade entre a língua de sinais e a escrita alfabética.** . Ver. Bras. Ed. Esp., Marília, Jul.-Dez. 2002, v.8, n.2, p. 127-156. 2002

CARNEIRO, Kátia Tatiana Alves. **Cultura surda na aprendizagem matemática do contexto escolar da Sala de Recurso multifuncional do Instituto Felipe Smaldone.** 2009. 280 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2009.

GOLDFELD, Marcia. **A criança surda: linguagem e percepção numa perspectiva sociointeracionista.** 2 ed. São Paulo: Plexus. 2002.

KUBASKI, Cristiane; MORAES, Violeta Porto. **O bilinguismo como proposta educacional para crianças surdas.** 2009. UFSM (Universidade Federal de Santa Maria). Disponível em http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anaais/pdf/3115_1541.pdf

LUCHESE, M. R. C. **Educação de pessoas surdas: experiências vividas, histórias narradas.** 3. Ed. Campinas: Papirus, 2008.

MIRANDA, Wilson de Oliveira. **Comunidade dos surdos: Olhares sobre os contatos culturais.** (Dissertação do mestrado). Porto Alegre: UFRGS, 2001.

NEVES, Maria Janete das. **A comunicação em matemática na sala de aula: obstáculos de natureza metodológica na educação de alunos surdos.** 2011. 129f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2011. Disponível em <<http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/2879>>

OLIVEIRA, Janine Soares de. **A comunidade surda: perfil, barreiras e caminhos promissores no processo de ensino aprendizagem em matemática.** 2005. 55f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro.

SALES, E. R. **Refletir no silêncio: um estudo das aprendizagens na resolução de problemas aditivos com alunos surdos e pesquisadores ouvintes.** 2008. 162 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2008. Disponível em <<https://ruake.files.wordpress.com/2016/04/dissertacao-elielson-sales.pdf>>

SEESP/MEC. Inclusão: Revista da educação especial. V.4. Nº 1. 2008. (edição especial).

WANZELER, Edson Pinheiro. **Surdez, bilinguismo e educação matemática: um (novo?) objeto de pesquisa na educação de surdos.** 2015. 101 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2015. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas.



APLICAÇÃO DA ÁLGEBRA BOOLEANA NOS CIRCUITOS LÓGICOS

Jamir Alexandre Ferreira Fernandes

UEPA – Universidade do Estado do Pará

e-mail: professor_jamir@yahoo.com.br

Márcio José Silva

UEPA – Universidade do Estado do Pará

e-mail: marcioj001@bol.com.br

Resumo

Este trabalho trata de um estudo teórico e reflexivo sobre a importância da álgebra de Boole na construção de circuitos lógicos no que se refere a sua aplicabilidade cujo objetivo foi apresentar um dos inúmeros usos da álgebra booleana no cotidiano, nesse caso, na computação. A metodologia adotada a pesquisa bibliográfica. Os resultados apontaram que tal teoria é mais usada e aplicada no campo da computação e pouco no campo do ensino. Assim espera-se que em pesquisas futuras o pesquisador procure em seus experimentos didáticos usufruir desses saberes pois são muito importantes para alcançar e desenvolver a abstração do aluno no que tange a construção de saberes e habilidades matemáticas para sua vida.

Palavras-chave: Matemática. Computadores. Sistema Binário. Álgebra Booleana.

1. INTRODUÇÃO

O sistema binário está fortemente ligado à tecnologia, pois o computador é projetado para operar somente a linguagem binária. Eles utilizam circuitos que podem estar abertos ou fechados. Tudo que é inserido no computador é codificado e decodificado para o sistema binário.

Desse modo, chama-se de binário qualquer coisa que só possa assumir dois estados, e o sistema de numeração binário é representado pelos símbolos 0 e 1. Na verdade não existem 0s e 1s dentro da máquina, eles apenas representam os estados de um transistor ou circuito, que pode ser aberto ou fechado, ligado ou desligado.

As variáveis na Álgebra Booleana só podem assumir justamente dois valores possíveis que são o 0 e o 1, representando “falso” ou “verdadeiro”. George Boole publicou “As Leis do Pensamento” em 1854, estabelecendo uma forma de armazenar e processar informações utilizando relações binárias, e isso foi fundamental para o desenvolvimento da computação moderna.

De acordo com Scheinerman (2011), de maneira análoga, a álgebra booleana fornece uma estrutura para se lidar com *afirmações*. Começa-se com afirmações básicas, como “x é primo”, e combina-as por meio de conectivos, tais como “se-então”, e, ou, não etc

2. A importância das TICs no ensino de matemática

Para Martins (2009), ao enfatizar sobre o ensino de matemática e a importância do papel das Tecnologias de Informações e Comunicação (TICs) como meio eficaz e facilitador de ensino, ressalta que:

De entre um conjunto de circunstâncias que tornam a matemática uma área disciplinar fundamental no conjunto das áreas disciplinares, sublinha-se o facto de, para além do seu peso histórico na atualidade, a sociedade, em geral, lhe atribuir grande importância. Novas ideias e tendências para o ensino de Matemática tem surgido a um ritmo cada vez mais rápido. O desenvolvimento das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) veio acrescentar todo esse movimento uma verdadeira revolução no ensino da disciplina. Numa sociedade marcada pela utilização massiva das TIC, a Matemática surge como uma área disciplinar essencial para a formação e integração dos jovens na vida profissional ativa. (MARTINS, 2009, p.2727)

Dessa forma nota-se, segundo as assertivas da autora em questão, que a razão primordial emergente de tal afirmação sobre o valor de tal disciplina para a sociedade é atribuída a disciplina em foco.

Assim, “não se pode ensinar do mesmo modo a uns e a outros”, MARTINS (2009, p. 2728), ou seja, cabe ao docente a responsabilidade de tornar os assuntos atraentes de modo que os alunos consigam ter uma aprendizagem com significado. Para tanto, de acordo com esta autora (2009), é de grande importância o estímulo da curiosidade e da necessidade do aluno em aprofundar dos conteúdos matemáticos e do mundo atual, tornando-a mais interessante e útil. Para tanto, é preciso que este possa desenvolver competências de resolução de problemas

Dessa forma, é interessante e fundamental que o aluno possa ter a capacidade de recorrer aos saberes matemáticos, como as fórmulas, por exemplo, a fim de analisar e resolver situações problemas. Desse modo, ressalta a autora, que o uso das TIC pelo docente como recurso didático e pedagógico:

Como recursos, devem igualmente os professores abandonar a exclusividade dos manuais escolares utilizando frequentemente as tecnologias, que permitem desenvolver contextos de aprendizagem variadíssimos e muito ricos. As tecnologias em especial, o computador e a internet, usadas como um meio e não como um fim, põem ter um precioso efeito no estímulo e na motivação do aluno para as atividades envolvendo nas matérias durante o processo de Ensino-Aprendizagem, [...], a utilização do computador e das TIC no ensino de Matemática é uma recomendação expressa dos programas de Matemática em vigor desde 1991 . (MARTINS, 2009, p. 2729).

De acordo com o exposto percebe-se o quão é fundamental e profícuo que o professor venha a trabalhar os conteúdos escolares, principalmente, ao ensinar os conteúdos matemáticos, usando as TIC.

Assim, considerando que é de suma importância o docente, principalmente, o professor de matemática possa estar alerta para o uso de novas tecnologias como instrumento didático facilitador do ensino. Sobre isso Souza e Zafaneli (2004), esclarecem que:

As novas tecnologias provocam novas formas de contato entre as pessoas, novas formas de pensar, sentir e interagir, facilitando a integração entre pares e a difusão do conhecimento, enriquecendo as culturas e a visão de mundo. Os professores e educadores de modo geral, não podem ignorar estes fatos e são chamados a participar destas mudanças, uma vez que a formação continuada tem papel fundamental neste processo. (Souza e Zafaneli, 2004, p.101)

Nesse sentido, mais uma vez se ratifica sobre a aplicabilidade e da importância que tem o uso da Álgebra de Boole, bem como, da relação entre as novas práticas docentes atreladas ao uso das novas formas de aprendizagens existentes, dentre elas, destaca-se, o uso da informática.

Com relação a necessidade o reduzido número de profissionais da área de educação que utilizam as TIC como instrumento didático e facilitador no Ensino, principalmente, no campo da matemática o que gera um certo obstáculo. Os autores, Souza e Zafaneli (2004), afirmam que:

O domínio de novas técnicas de aprendizagem direcionadas a produção do conhecimento é um dos paradigmas apresentados aos professores que preparam o profissional do século XXI. O domínio destas novas técnicas é uma das habilidades exigidas ao docente. Estar em sintonia com o novo e com isto levar a escola a realidade moderna significa perder o medo do computador e dominar os conceitos deste novo mundo globalizado e interligado pela internet. (SOUZA E ZAFANELI , 2004, p.102)

Dessa maneira, é fundamental a teorização do sistema de numeração binária, conforme é apresentado a seguir pelo fato deste constituir a base da construção da linguagem lógica dos circuitos lógicos computacionais.

3. Sistema de Numeração Binária

O sistema de numeração binária foi criado, segundo Garbi (2009), por Gottfried Leibniz que nasceu em Leipzig em 1646 e faleceu em Hanover em 1716, matemático de altíssimo nível e dotado de inúmeros talentos, pois foi teórico em política, diplomata, jurista, filósofo, filólogo, historiador, lógico, geólogo, teólogo, inventor (de máquinas de calcular), e, a parte que mais interessa a este artigo surgiu quando, em uma grande manifestação de sua criatividade e imaginação, ele perguntou-se qual seria a mais simples das bases em que um sistema de numeração poderia ser construído. Levantava uma questão em que ninguém jamais pensara antes, e a resposta veio fácil: a mais simples das bases é a que emprega o número 2, aquela que utiliza apenas 0 e 1.

Assim, considerando as assertivas anteriores, cita-se como exemplo a seguinte situação, ao se verificar que o número 498 pode ser representado na base 10 (decimal) como: $4(10^2) + 9(10^1) + 8(10^0)$. Quando se emprega o sistema binário, os números escritos são como somas de diversas potências sucessivas de 2. Nesse sistema, o número 9 seria escrito como: $1(2^3) + 0(2^2) + 0(2^1) + 1(2^0)$, ou seja, 1001.

Garbi (2009), afirma que, em meados de 1676, essa invenção de Leibniz pareceu apenas curiosidade sem qualquer aplicação prática. Mas, 200 anos depois, foi retomada por um grande lógico-matemático britânico chamado George Boole e hoje é a base de numeração empregada pelos computadores, onde esses algarismos são denominados de bit, abreviação de Binary Digit em inglês.

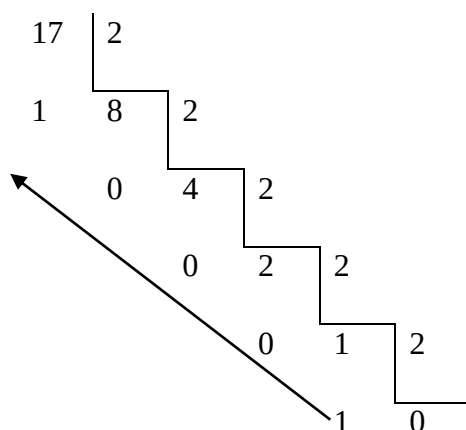
Tomando como ponto de partida as afirmações acima. Pretende-se, em seguida tratar, nesta pesquisa, sobre o sistema de conversão binária pelo fato deste ser de suma importância como representação aritmética para a formação deste, vejamos:

2.1. Conversão de Decimal para Binário

De acordo com Sperondio, Mendes e Silva (2003), para converter um número decimal para binário deve-se dividir sucessivamente o algarismo por 2. Depois o número binário será formado pelos restos de todas as divisões, do último para o primeiro.

Exemplo₁:

Converter o número 17_{10} (lê-se dezessete decimal) para binário.



$$17_{10} = 10001_2$$

2.2. Conversão de Binário para Decimal

De acordo com o exposto, anteriormente, no que concerne a conversão da base binária para a base decimal, deve-se escrever cada número que o compõe, multiplicado pelo número 2 que é a base do sistema binário, elevado à posição que ocupa e depois deve-se somar os resultados das multiplicações.

Exemplo₂:

Converter o número 101011_2 para decimal.

5 4 3 2 1 0

1 0 1 0 1 1

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$$

$$32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 1 = 43_{10}$$

Com intuito de dar prosseguimento a este estudo, pretende-se aqui discorrer, teoricamente, sobre álgebra Booleana, pois, ela é uma teoria de álgebra que trata do estudo que envolve conectivos algébricos e que são de grande importância na construção de circuitos lógicos, a saber.

3. Álgebra Booleana

Gersting (2004) afirma que, em 1854, George Boole formalizou o tratamento sistemático lógico da álgebra a qual ganharia seu sobrenome, fundamental para o desenvolvimento da computação moderna.

Conforme Scheinerman (2011), na álgebra booleana existem várias operações que se pode efetuar sobre os valores Verdadeiro e Falso (1 e 0). E existem apenas três operadores lógicos conhecidos também como operadores booleanos: and (*e*, cujo símbolo é $\wedge$), or (*ou*, cujo símbolo é $\vee$) e not (*não*, cujo símbolo é $\neg$). Boole introduziu o conceito de portas lógicas que processam apenas duas entidades: aberto ou fechado, verdadeiro ou falso, um ou zero, sim ou não.

Em consonância ao supracitado, Gonzales e Maia (2001), advogam que:

As álgebra de Boole tem sido usadas desde o início da ciência da computação como uma de suas principais bases teóricas. Entretanto, na quase totalidade dos casos não é ultrapassado o limite dos conceitos básicos dessas álgebras, embora essa área de pesquisa receba hoje conceitos e técnicas matemáticas de considerável sofisticação. Em [1] foi desenvolvido um enfoque no qual são utilizadas álgebra de Boole produto para codificar sequências de bits, constituindo, [...], um novo enfoque e técnicas de como a teoria das álgebras de Boole pode ser usadas no tratamento maciço de dados. Considerando que esse enfoque ainda tem muito por oferecer em várias áreas da informática. (GONZALES E MAIA, 2001, p.77)

Assim, nota-se que a álgebra Booleana tem aplicações muito interessantes e importantes. E uma delas está vinculada a computação no que tange a construção de circuitos lógicos. Conforme mostram os parágrafos seguintes

Começando com o and (*e*). Para definir *e*, precisa-se definir os valores de *x* e *y* para todos os valores possíveis de *x* e *y*. Como existem apenas dois valores possíveis para cada um, o problema é simples. A definição da operação será:

Verdadeiro <i>e</i> Verdadeiro	=	Verdadeiro
Verdadeiro <i>e</i> Falso	=	Falso
Falso <i>e</i> Verdadeiro	=	Falso
Falso <i>e</i> Falso	=	Falso

Em outras palavras, o valor da expressão *x e y* será Verdadeiro se ambos forem Verdadeiro e Falso em qualquer outra hipótese.

Pode-se representar essa expressão por meio da Tabela Verdade:

Tabela de valores lógicos

X	Y	$X \text{ e } Y$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

A operação *ou* (*ou*):

Verdadeiro *ou* Verdadeiro = Verdadeiro

Verdadeiro *ou* Falso = Verdadeiro

Falso *ou* Verdadeiro = Verdadeiro

Falso *ou* Falso = Falso

Na expressão que utiliza *ou*, basta que haja um valor Verdadeiro e a expressão é Verdadeiro, caso contrário, será Falso.

Representando na Tabela Verdade, tem-se:

X	Y	$X \text{ ou } Y$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Na terceira operação, *não*, tem-se por objetivo reproduzir o uso matemático da palavra Não.

não Verdadeiro = Falso

não Falso = Verdadeiro

Na Tabela Verdade ficará:

X	Y	<i>não</i> X	<i>não</i> Y
V	V	F	F
F	F	V	V

3.1. Propriedades da Álgebra Booleana

A expressão booleana para a operação “*e*” é:

$$X = A.B$$

Na Tabela Verdade vai ficar:

A	B	$X = A.(e)B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

A expressão booleana para a operação “*ou*” é:

$$X = A + B$$

Na Tabela Verdade fica:

A	B	$X = A +(ou) B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

A expressão booleana para a operação “*não*” é:

$$X = \bar{A}$$

Na Tabela Verdade tem-se:

A	$X = \bar{A}$
1	0
0	1

De acordo com os dados acima, tem-se então as seguintes propriedades:

- Idempotência

$$A + A = A$$

$$A \cdot A = A$$

- Comutatividade

$$A + B = B + A$$

$$A \cdot B = B \cdot A$$

- Associatividade

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$$

- Absorção

$$A + (A \cdot B) = A$$

$$A \cdot (A + B) = A$$

- Distributividade

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

$$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$$

- Características do Reticulado Limitado

$$A + 0 = A$$

$$A \cdot 0 = 0$$

$$A + 1 = 1$$

$$A \cdot 1 = A$$

- Características do Reticulado Complementado

$$A + \bar{A} = 1$$

$$A \cdot \bar{A} = 0$$

$$\overline{(\bar{A})} = A$$

$$\overline{(A + B)} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$\overline{(A \cdot B)} = \bar{A} + \bar{B}$$

3.2. Álgebra de Boole Presente nos Circuitos Lógicos

Somente em 1938, cerca de 84 anos depois, o matemático americano Claude Shannon percebeu o paralelo entre lógica proposicional e a lógica de circuitos, e compreendeu que a álgebra de Boole poderia ter um papel importante na sistematização desse novo ramo da eletrônica (GERSTING, 2008. P. 389).

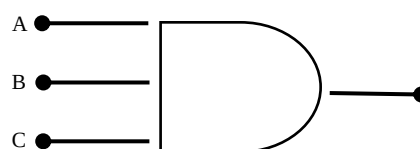
Há inúmeros tipos de portas lógicas e cada uma delas é capaz de implementar uma operação ou uma função lógica específica. Esses circuitos são representados pelo sistema binário. O bit 0 é ausência de tensão e o bit 1 é presença de tensão.

Porta E

Essas portas podem possuir duas ou mais entradas. Ver-se-á a simbologia e a tabela verdade que representam uma porta lógica “e” de três entradas.

A	B	C	X = A.B.C
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

Fonte: TOCCI, WIDMER, MOSS (2011)



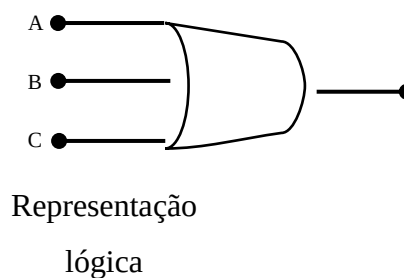
Representação
lógica

A saída da porta lógica “e” é igual ao produto lógico de suas entradas, que é $X = A.B.C$, ou seja, a saída assumirá valor igual a 1 (Verdadeiro) somente quando todos os seus valores de entradas forem iguais a 1, caso contrário sua saída será igual a 0 (Falso) como demonstrado na tabela verdade.

Porta OU

Em circuitos digitais, a porta lógica “ou” tem duas ou mais entradas e uma saída que é igual à combinação das entradas por meio da operação booleana nomeada. Segue abaixo sua tabela verdade e seu símbolo.

A	B	C	$X = A+B+C$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0



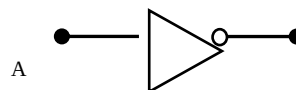
Fonte: TOCCI, WIDMER, MOSS (2011)

A tabela verdade descrita acima assume X igual a 0 (Falso) somente se todos os valores de entrada das portas forem iguais a 0, e para X ser igual a 1 (Verdadeiro) basta que pelo menos uma das entradas apresente valor igual a 1.

Porta Não

A porta “não” possui apenas uma entrada (A) variável e sua função é a de inverter o sinal dessa entrada. Então, se a entrada for 0 (Falso) a saída X será igual a 1 (Verdadeiro), e quando a entrada for 1 a saída será 0.

A	$X = \bar{A}$
1	0
0	1



Fonte: TOCCI, WIDMER, MOSS (2011)

Representação lógica

Portanto, Pode-se constatar, teoricamente, de modo sucinto, sobre a importância que tem a álgebra de Boole no que concerne a sua aplicação e uso, teoricamente, na área da computação referente a construção de circuito lógico, por meio de conectivos lógicos,

4. Algumas Considerações

Percebe-se, portanto, que a álgebra Booleana tem importante aplicação, e uma delas está ligada de forma significativa a informática, ou seja, o uso das TIC para facilitar o ensino de matemática, em especial, a álgebra contida nos estudos da constituição dos circuitos lógicos quando se trata de operadores lógicos. Portanto, o trabalho em questão apontou tal importância por meio de um prévio estudo teórico e reflexivo. Por outro lado, se pode perceber que há uma grande necessidade do uso contínuo por professores em geral das TIC ao ensinar um conteúdo em sala, nesse caso, ressalta-se o conteúdo de álgebra.

Apresentar as formas mais variadas das aplicações da matemática é uma maneira excelente de proporcionar o entendimento e compreensão de uma das áreas mais bonitas e importantes das ciências, e, ao mesmo tempo, mostrar onde encontra-la em algumas das inúmeras áreas do cotidiano.

Observou-se que o sistema de numeração binário é antigo, porém, até séculos atrás, não passava de mera curiosidade, sendo hoje utilizado em diversas áreas da eletrônica, assim como a álgebra booleana que possibilita, por exemplo, que um interruptor e uma porta lógica sejam vistos como quase que a mesma coisa, permitindo ou não que a corrente elétrica prossiga até o interruptor seguinte. Desse modo, espera-se que em estudos futuros o pesquisador possa vir a abordar novas formas de metodologias que visem facilitar o ensino por meio do uso das novas tecnologias presentes no mundo globalizado em que vivemos

REFERÊNCIAS

GARBI, Gilberto G. **O Romance das Equações Algébricas.** / Gilberto G. Garbi. – 3. ed. Ver. e ampl. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

GATHEN Joachim von zur. GERHARD Jürgen. **Modern Computer Algebra.** Second Edition. Cambridge University Press, 2003.

GERSTING, Judith L. **Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação.** São Paulo: LTC. 2004.

GONZÁLES, Carlos G; MAIA, Edson Campos. **Aplicações de Boole produto em reconhecimento de padrões.** Revistas de Estudos Universitários: Sorocaba, SP.v.27.nº1, 2001. P75-88.

SOUZA, Laerte Vieira de; ZAFANELI, Cacilda. **INFORMÁTICA NA DOCENCIA. Possibilidade de quebrar paradigmas.** Akropolis, Umuarama, v.12, nº 2, ab/jun, 2004.

SCHEINERMAN, Edward R. **Matemática Discreta: Uma introdução.** / Edward R. Scheinerman; Revisão técnica Flávio Soares Corrêa da Silva; [Tradução Ali Tasks]. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

SPERANDIO, Décio. MENDES, João Teixeira. SILVA, Luiz Henry Monken e. **Cálculo Numérico: Características matemáticas e computacionais dos métodos numéricos.** São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2003.

MARTINS, Zélia. **As TIC no Ensino-Aprendizagem da Matemática.** Actas do X congresso Internacional Galego-Portuguesn de Psicopedagogia. Braga: Universidade do Minho, 2009.

TOCCI, Ronald J.; WIDMER, Neal S.; MOSS, Gregory L. **Sistemas Digitais: Princípios e aplicações.** 11.ed. São Paulo: Person Prentice Hall, 2011.



APRESENTANDO O CÁLCULO DE SISTEMAS DE TRÊS EQUAÇÕES COM TRÊS VARIÁVEIS MEDIADO PELO SOFTWARE SCRATCH

Jéssica Laiz Sena do Carmo

Universidade do Estado do Pará

jessicalaiz19@gmail.com

Juliana Rayanne Silva dos Santos

Universidade do Estado do Pará

julianasilva@uepa.br

Fábio José da Costa Alves

Universidade do Estado do Pará

fjca@uepa.br

RESUMO

Recursos tecnológicos possibilitam apresentações diferenciadas de determinados conteúdos matemáticos que quando bem utilizados podem facilitar o trabalho do educador e motivar o educando. Pensando nisso, o objetivo deste trabalho é apresentar um tópico às vezes pouco explorado no ensino médio que é o método de Gauss-Jordan para sistemas lineares com três equações e três incógnitas. Apresentaremos uma sequência de situações didáticas devidamente estruturadas segundo a teoria das situações didáticas elaborada por Brousseau. Essa sequência será mediada software Scratch.

Palavras-chave: Educação matemática; Situações didáticas; Sistemas lineares; Gauss-Jordan.

4. INTRODUÇÃO

- Apresentar um resumo da teoria das situações didáticas
- O que é uma sequência didática
- O que é o scratch.

As tecnologias abrem para o aluno novas possibilidades de compreensão em relação ao objeto de estudo matemático, na medida em que os problemas são apresentados de forma dinâmica, ficando mais próximo da realidade do educando.

De acordo com Prensky (2004), os alunos nesse cenário tecnológico são denominados nativos digitais. Para o autor, correspondem aos nativos digitais aqueles que nasceram, e cresceram, em meio à efervescência tecnológica, com tais recursos à sua disposição; uma de suas características é a utilização, em larga escala, dos aparatos digitais. Assim, a acessibilidade a tais dispositivos faz toda a diferença nessa geração.

Segundo Melo (2012), no 2º ano do ensino médio são trabalhados os conteúdos de Matrizes e Sistemas Lineares, porém estes conteúdos são apresentados nos livros didáticos através de situações pouco contextualizadas, em atividades extremamente algébricas ou idealizadas, isto é, distante de uma situação próxima ou pelo menos real dos alunos, o que de certa forma implica na dificuldade de entendimento deste conteúdo.

Pensando nisso, o objetivo deste trabalho é aproximar um tópico da matemática ensinada no ensino superior à alunos do ensino médio, investigando se uma sequência de situações devidamente estruturadas segundo a teoria das situações didáticas, elaborada por Brousseau (2008), e mediadas pelo software Scratch pode contribuir para uma aprendizagem significativa de conceitos inseridos na disciplina de Cálculo Numérico, sendo o nosso foco o cálculo de sistemas lineares com 3 incógnitas pelo método de Gauss-Jordan.

5. ESTUDOS

Usando o sistema de busca do Google, no dia 12/06/2017, com a seguinte chave de pesquisa ‘ensino solução de sistema linear “dissertação”’, utilizamos os seguintes critérios de seleção:

- 1- Teoria das situações didáticas;
- 2- A aprendizagem por meio da programação no ensino da matemática;
- 3- Um pouco sobre o Scratch;
- 4- Sistemas lineares;
- 5- O método de Gauss-Jordan.

A vertente francesa da *Didática da Matemática* iniciou através dos estudos desenvolvidos no Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IREM), no final da década de 1960. Nessa época, o IREM desenvolvia a produção de meios materiais de apoio para a sala de aula, tais como textos, jogos, brinquedos, problemas, exercícios e experimentos

de ensino de forma a complementar a formação de professores de matemática. Foram produzidos conhecimentos para o ensino de Matemática nas séries iniciais.

Entre a produção de pesquisa de muito educadores desse grupo, Guy Brousseau, contribuiu com o desenvolvimento da Teoria das Situações Didáticas (1986). Em sua tese de doutorado: *La théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*“, de 1986, as principais construções desta teoria foram desenvolvidas: situação didática, situação a-didática, contrato didático, devolução e milieu (antagonista e aliado).

Até então prevalecia na educação matemática nas séries iniciais a visão cognitiva de Piaget, que evidenciou o papel central da ação da criança no desenvolvimento, a originalidade do pensamento matemático e as etapas de seu desenvolvimento nas crianças, mas parecia não dar respostas à particularidade da aprendizagem de cada conhecimento matemático ao considerar a estrutura formal e a função da lógica como fundamentais.

Com a Teoria das Situações Didáticas (TSD) é possível analisar a integração das dimensões epistemológicas, cognitivas e sociais no campo da Educação Matemática, auxiliando na compreensão das interações sociais que ocorrem na sala de aula entre alunos e professores e das condições e da forma com que o conhecimento matemático no ensino básico pode ser apropriado e aprendido. Segundo ele, o controle destas condições permitiria reproduzir e aperfeiçoar os processos de aquisição do conhecimento matemático escolar.

Observamos que parece sempre existir uma rejeição aos métodos adotados pelos matemáticos. O que precisa ficar bem claro é que construir belos castelos de areia não faz de ninguém engenheiro civil. Em matemática, se a maioria dos seus aspectos “duros” forem mascarados para suavizá-la, seja com que teoria for, tudo que construiremos são conhecimentos matemáticos de fundamentação arenosa. Por considerarmos que sempre deva existir um meio termo entre a matemática para a sala de aula e a matemática dos profissionais, estamos propondo a Teoria das Situações Matemáticas Didáticas (TSDM).

6. O MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

Neste tópico apresentaremos o funcionamento do método. A fundamentação matemática que será apresentada aqui neste foi retirada do livro *Álgebra Linear Contemporânea* de Howard Anton e Robert C. Busby.

O método básico de resolver um sistema linear consiste em efetuar operações algébricas apropriadas nas equações do sistema para produzir uma sucessão de sistemas cada

vez mais simplificados, mas com o mesmo conjunto-solução do sistema original, até chegar num ponto em que fica visível se o sistema é consistente e, se for, quais são as soluções. A sucessão de sistemas cada vez mais simples pode ser obtida eliminando incógnitas de maneira sistemática usando três tipos de operações:

1. Multiplicar toda uma equação por uma constante não-nula.
2. Trocar duas equações de posição.
3. Somar um múltiplo de uma equação a outra equação.

Como as linhas (horizontais) de uma matriz aumentada correspondem às equações do sistema associado, essas operações correspondem às seguintes operações sobre as linhas da matriz aumentada:

1. Multiplicar toda uma linha por uma constante não-nula.
2. Trocar duas linhas de posição.
3. Somar um múltiplo de uma linha a outra linha.

Dizemos que estas são *operações elementares sobre as linhas* de uma matriz.

Vimos como é fácil resolver um sistema linear uma vez tendo obtido sua matriz aumentada em forma escalonada reduzida por linhas. Agora vamos dar um procedimento passo a passo para reduzir qualquer matriz à sua forma escalonada reduzida por linhas por meio de operações elementares sobre as linhas. À medida que enunciaremos os passos, vamos exemplificar reduzindo a seguinte matriz à sua forma escalonada reduzida por linhas:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 & 0 & 7 & 12 \\ 2 & 4 & -10 & 6 & 12 & 28 \\ 2 & 4 & -5 & 6 & -5 & -1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Pode ser demonstrado que o conjunto-solução de um sistema linear não é alterado quando são aplicadas operações elementares sobre as linhas à matriz aumentada do sistema. Assim, podemos ter certeza que o sistema linear correspondente à forma escalonada reduzida por linhas de (6) tem as mesmas soluções que o sistema original. Aqui estão os passos para reduzir (6) à forma escalonada reduzida por linhas:

Passo 1. Encontre a coluna mais à esquerda que não consiste inteiramente em zeros.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 & 0 & 7 & 12 \\ 2 & 4 & -10 & 6 & 12 & 28 \\ 2 & 4 & -5 & 6 & -5 & -1 \end{bmatrix}$$

Passo 2. Permute a linha superior com outra, se necessário, para ter uma entrada não nula ao topo da coluna encontrada no Passo 1.

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -10 & 6 & 12 & 28 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 7 & 12 \\ 2 & 4 & -5 & 6 & -5 & -1 \end{bmatrix}$$

Foram trocadas as primeira e segunda linhas da matriz precedente.

Passo 3. Se a é a entrada que agora está no topo da coluna encontrada no Passo 1, multiplique a primeira linha por $1/a$ para introduzir um pivô.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 7 & 12 \\ 2 & 4 & -5 & 6 & -5 & -1 \end{bmatrix}$$

A primeira linha da matriz precedente foi multiplicada por $1/2$.

Passo 4. Some múltiplos convenientes da primeira linha a cada uma das linhas seguintes, para ter todas entradas abaixo do pivô da primeira linha iguais a zero.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 7 & 12 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & -17 & -29 \end{bmatrix}$$

-2 vezes a primeira linha foi somado à terceira linha.

Passo 5. Agora oculte a primeira linha da matriz e recomece o método a partir do Passo 1, desta vez aplicado à submatriz que restou. Continue dessa maneira até a matriz inteira ficar em forma escalonada por linhas.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 7 & 12 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & -17 & -29 \end{bmatrix}$$

↳ Coluna não-nula mais à esquerda na submatriz.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -7/2 & -6 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & -17 & -29 \end{bmatrix}$$

A primeira linha da submatriz foi multiplicada por $-1/2$ para introduzir um

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -7/2 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

-5 vezes a primeira linha da submatriz foi somado à segunda linha da submatriz para introduzir um zero abaixo do pivô.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -7/2 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

A primeira linha da submatriz foi ocultada e retornamos ao Passo 1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -7/2 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

A primeira (e única) linha da nova submatriz foi multiplicada por 2 para introduzir um

Passo 6. Começando com a última linha não-nula e trabalhando para cima, some múltiplos convenientes de cada linha às linhas superiores para introduzir zeros acima de pivôs.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

7/2 vezes a terceira linha da matriz precedente foi somado à segunda linha.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

-6 vezes a terceira linha foi somado à primeira linha.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

5 vezes a segunda linha foi somado à primeira linha.

A última matriz está em forma escalonada reduzida por linhas.

O procedimento (ou algoritmo) que acabamos de descrever para reduzir uma matriz à forma escalonada reduzida por linhas é denominado *eliminação de Gauss-Jordan*. Esse algoritmo consiste em duas partes, a *etapa para frente*, na qual introduzimos zeros abaixo dos pivôs e então uma *etapa para trás*, na qual introduzimos zeros acima dos pivôs. Se usarmos somente a etapa para frente, o procedimento produz uma forma escalonada por linhas e é denominado *eliminação gaussiana* ou, então *eliminação de Gauss*. Por exemplo na redução acima, obtivemos uma forma escalonada por linhas ao final do Passo 5.

7. GAUSS-JORDAN NO SCRATCH

O primeiro passo para a construção do método de Gauss-Jordan no Scratch, é criar² todas as variáveis necessárias para a matriz aumentada da seguinte forma:



Em seguida, deixamos todas as variáveis em branco para quando iniciar o programa.

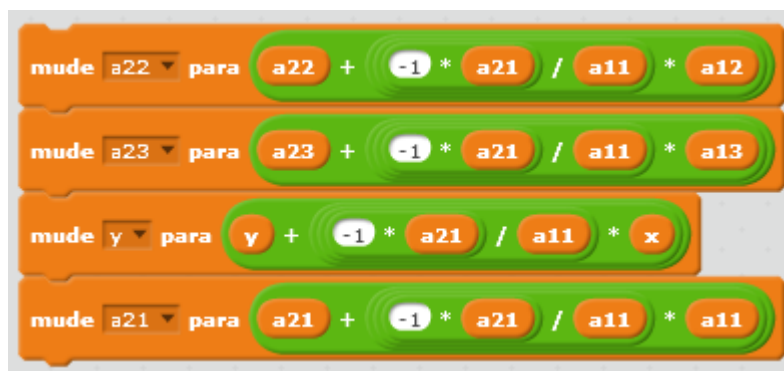
² Você não precisará de atores para construir o programa, tudo pode ser feito no palco.



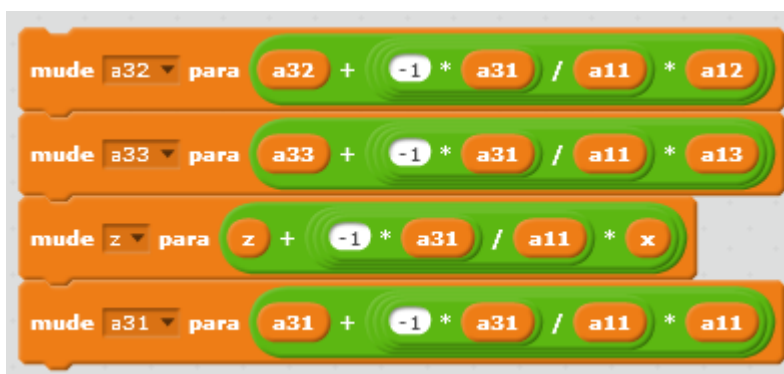
O próximo passo é inserir os valores de cada a_{ij} usando os comandos “pergunte” e “mude variável para resposta”:



Feito isso iniciamos a primeira etapa (*etapa para frente*), na qual introduzimos zeros abaixo dos pivôs, começamos usando o algoritmo para zerar o a_{21} .



Em seguida zeramos o a_{31} ,



Depois zeramos o a_{32} , e a partir deste ponto já teremos uma matriz em forma escalonada reduzida por linhas.



Aqui inicia-se a segunda etapa do método (*etapa para trás*), na qual introduzimos zeros acima dos pivôs. Continuamos na parte superior, agora zeramos o a_{13} ,



Em seguida zeramos o a_{23} ,



E por fim, zeramos o a_{12} .



O último passo é o que chamamos de “normalização”:



Após todos estes passos concluídos só nos resta juntar todas as partes para que o programa possa começar a funcionar.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com essa proposta, acreditamos ser possível o desenvolvimento lógico matemático do aluno e ainda a melhor compreensão de sistemas lineares, possibilitando o conhecimento de um novo método para resolver e ainda a construção deste método por meio da programação no software Scratch.

Aprender programação aumenta o domínio sobre a lógica, o desempenho, a velocidade de execução, a compreensão de um erro cometido (e a correção do mesmo). Esta fluência encaminha a integração do pensamento matemático e as considerações lógicas relativas ao problema com a tecnologia empregada, indicando que as produções resultaram de um pensar conjunto, integrado, envolvendo as pessoas e suas extensões.

9. REFERÊNCIAS

ANTON, Howard; BUSBY, Robert C.. **Álgebra Linear Contemporânea**. Tradução Claus Ivo Doering. Porto Alegre: Bookman, 2006.

MELO, Jorge Nazareno Batista. **Uma proposta de ensino e aprendizagem de programação linear no ensino médio**. 2012. Disponível em: <
http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/novos_conteudos/modulo_II/pdf/dissertacao_jorge_melo.pdf> Acesso em: 28/06/2017.

OLIVEIRA, Gerson Pastre. **Tecnologias digitais na formação docente: estratégias didáticas com uso do superlogo e do geogebra**. Disponível em:
 <<https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxkbWVpMDExNDIwMTd8Z3g6MmQwNjZkNjhmOWFkNmZlYw>>. Acesso em: 05/05/2017.

PRENSKY, M. **The emerging online life of the digital native**. 2004. Disponível em:
 <http://www._of_the_Digital_Native-03.pdf>. Acesso em: 05/05/2017.

VALENTE, José Armando; VALENTE, Ann Berger. **Logo: conceitos, aplicações e projetos**. São Paulo: McGraw-Hill, 1988.



AS RELAÇÕES DE APRENDIZAGEM NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO EM MATEMÁTICA

Wylliame Antônio dos Santos Rodrigues³

wylliamepam@gmail.com

Luis Henrique Guedes Monteiro¹

luishenquegm@yahoo.com

Sandra Do Socorro Miranda Neves²

sandrasmneves@yahoo.com.br

Resumo:

O presente texto trata de um relato de experiência de alunos do curso de licenciatura em matemática da Universidade Estadual do Pará-UEPA, fazendo algumas análises e reflexões sobre prática docente a partir de observações e experiência vivenciadas no período de estágio em sala de aula e relacionando com as teorias e pesquisas Shulman voltadas para a formação inicial do professor. O estágio supervisionado representa uma importante etapa no processo inicial de formação docente, que possibilita ao aluno-professor desenvolver o estudo teórico na prática. Representa a inserção do futuro professor no campo educacional e o ponto de partida para a sua prática profissional. Assim, o presente trabalho apresenta os resultados de uma experiência vivida no âmbito escolar, fundamentada nos conceitos teóricos de Shulman (1986) e outros autores que discutem esta etapa da formação de professores, em especial de matemática.

Palavras-chave: Relato de Experiência; Estágio supervisionado; conhecimento pedagógico do conteúdo.

Abstract:

The present article deals with an experience report of students of the degree course in mathematics of the State University of Pará-UEPA, doing some analysis and reflections on teacher practice based on observations and experience lived in the period of training in the classroom and relating with the theories and researches of Lee Shulman aimed at the initial formation of the teacher. Where the supervised internship represents an important stage in the initial process of teacher training, which enables the student-teacher to develop the theoretical study in practice. It represents the insertion of the future teacher in the educational field and the starting point for his professional practice. Thus, the present work presents the results of an experience lived in the school context, based on the theoretical concepts of Shulman (1986) and other authors who discuss this stage of teacher training, especially mathematics.

Keywords: Experience Report; Supervised internship; knowledge of content.

³Graduandos de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará – Campus XI.

²Prof.^a Dr.^a da Universidade do Estado do Pará/DMEI

Introdução

Este relato de experiência tem por finalidade analisar e discutir algumas reflexões voltadas para os tipos de conhecimentos e a metodologia usada no processo de ensino-aprendizagem pelos professores de matemática no ensino fundamental, tendo como referência as pesquisas do Professor e pesquisador Shulman a respeito da formação inicial do professor e conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK)³ que o mesmo precisar ter para assim atender a excelência no ensino. O que Shulman denominou de conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), é o conhecimento específico profissional que o professor tem no decorrer de sua formação e a área que atua. Shulman também nos apresenta três categorias de conhecimento e três formas de representação desse conhecimento, ao ensinar, onde serão apresentadas fazendo relação com as observações e experiências vivenciadas em sala de aula, na escola São José Operário no município de São Miguel do Guamá-Pa, nas séries do 6 ao 9 ano do fundamental maior, pelos alunos estagiários do curso de licenciatura em Matemática da universidade estadual do para-UEPA. Evidenciaremos também a relação do professor-aluno e o papel que os mesmos devem assumir no processo de ensino-aprendizagem, pois esta relação é uma condição do processo de aprendizagem, onde a mesma dinamiza e dá o sentido ao processo educativo, apesar dessa relação estar sujeita a normas internas das instituições de ensino, a interação professor-aluno é o centro do processo educativo.

Neste relato iniciaremos com uma breve apresentação do pesquisado Schulman de onde tiramos a base para esse trabalho de reflexões acerca da formação do professor e a importância da relação da prática e a teoria no processo de ensino da matemática. Na sequência, são expostos os procedimentos metodológicos da investigação e as análises feitas a partir das observações e por fim, apresentam-se as considerações finais do estudo.

Desenvolvimento

Destacaremos em breves linhas a importância dos estudos, pesquisas e a trajetória de Shulman que serviram de base para o desenvolver deste trabalho. Esta escolha se justifica pelo fato das obras do autor, principalmente nas duas últimas décadas, terem

³PCK - *O conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK, da sigla em inglês "Pedagogical Content Knowledge")*.

influenciado tanto pesquisas como políticas de formação e desenvolvimento profissional de professores. Shulman é filósofo com mestrado e doutorado em Psicologia da educação e foi professor de Educação Médica na Universidade de Michigan de 1963 a 1982, e de Psicologia na Universidade de Stanford. Segundo Gaia; Cesário; Tancredi, suas pesquisas e publicações.

[...] envolvem temas como processo ensino-aprendizagem, formação de professores, base do conhecimento dos professores, educação médica, a instrução psicológica no ensino de ciências, matemática e medicina, sobre a lógica da pesquisa educacional e a qualidade do ensino nas instituições de educação superior. Todos seus estudos têm, ao longo dos anos, enfatizando a importância do ensino enquanto propriedade comunitária, com o papel fundamental do ensino como fator essencial de mudança de cultura no ensino superior (2007, p.146-147).

Shulman se tornou um dos grandes estudiosos no campo da formação de professores e suas pesquisas e ideologias contribuíram para que ele se tornasse um dos célebres teóricos da área.

1-A importância do conhecimento do professor

O professor deve exercer um papel de facilitador do processo de ensino aprendizagem para com seu aluno, buscando abrir caminhos para que o aluno possa entender e fazer a sua própria construção do conhecimento, fazendo análises e relacionando o conhecimento absorvido com a realidade de seu dia-a-dia, estando preocupado com a formação do cidadão, que visa melhores condições de vida. Segundo Paulo Freire;

Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção. Desse modo, deixa claro que o ensino não depende exclusivamente do professor, assim como aprendizagem não é algo apenas de aluno, as duas atividades se explicam e se complementam; os participantes são sujeitos e não objetos um do outro.

É preciso criar possibilidades ao educando, estingar a buscar e a curiosidade pelo aprender, e não pensar o educando como um recipiente onde se deve colocar coisas, é preciso tirar a concepção tradicional de ensino do currículo do professor. Podemos observar no período de estágio nas aulas dos professores na escola pública do município de São Miguel do Guamá-PA escola São José Operário a insegurança e a carência que tem os professores de usar formas diferentes e argumentativas para passar o conteúdo proposto, não relacionado

com a experiência já adquirida pelo aluno, fazendo com que se torne insignificante e não atrativo. Em orientações com alguns alunos tentando ajudar no exercício proposto pelo professor, perguntamos qual seria a dificuldade de entender o assunto que o professor estava passando? E a resposta por unanimidade que recebemos, foi: “Não consigo entender o comando da questão”.

Então isso nos mostra que há uma dificuldade do aluno em compreender a linguagem da matemática e fazer uma relação com sua linguagem usual, o que consequentemente dificulta a interpretação dos textos matemáticos e proporciona o desinteresse pela matemática. Com isso os estagiários puderam fazer comparativos com a teoria estudada e prática observada, estimulando assim várias reflexões sobre a profissão docente e a realidade escolar. Apoiados nessa experiência profissional, Shulman (1986) defende a necessidade de uma prática de ensino mais efetiva, proporcionada ao longo do curso de formação do professor e não apenas ao final dele, como ocorre no modelo vigente predominante. Shulman (1986) apresenta três categorias de conhecimento que seriam fundamentais para a formação docente e três formas essenciais de representação desse conhecimento ao ensinar.

1.1-Conhecimento do conteúdo específico

Esse é o primeiro tipo de conhecimento diz respeito ao conhecimento do conteúdo da matéria ensinada, o específico. Se trata do conhecimento da área em que o professor foi formado, sua especialidade, por isso se faz com que esse tipo de conhecimento seja de extrema importância para o processo de ensino aprendizagem, requer do docente total domínio do conteúdo e segurança para que assim o aluno possa entender e analisar o conteúdo com mais facilidade. Nas palavras de Shulman (1986), o professor “não somente precisa entender que algo é assim, e também por que é assim, bem como em que pressupostos pode ele obter garantias e sob quais circunstâncias nossa crença na justificação (desses pressupostos) pode ser enfraquecida ou até mesmo negada”.

Na prática foi possível observar que o domínio desse tipo de conhecimento varia de professor para professor, alguns docentes possuem total segurança e domínio da matéria, porém a forma metodológica usada se restringe muitas vezes na técnica e abstrata, causando dificuldades para o entendimento do aluno, outros acabam caindo no comodismo e apenas repassam do livro de didático, sem preocupação com clareza e entendimento do aluno.

1.2-Conhecimento pedagógico do conteúdo

A segunda categoria apontada por Shulman (1986) é o conhecimento pedagógico do conteúdo, este se baseia na forma de apresentação do conteúdo específico, a metodologia usada para que se possa apresentar o conteúdo e torna-lo compreensível para o aluno, permite ao professor saber qual estratégia usar para melhor abordar o assunto a ser passado, isso requer do professor não só o domínio do conteúdo, mas também uma dose de experiência em sala de aula e para poder lidar com as situações adversas.

No decorrer das observações no estágio supervisionado na escola foi possível verificar a falta de preparo de alguns professores para o controle de sala de aula, não conseguindo ter atenção de toda a turma, dificultando o desempenho da aula. Mas a experiência e a habilidade adquirida no seu processo de formação docente, o professor saberá usar com eficiência para mudar a situação ali estalada, o conhecimento específico e o pedagógico facilita o processo educacional. Porém, não devemos mais jogar toda a responsabilidade do processo educacional encima do educador, é preciso que o aluno compreenda a sua participação no processo de ensino-aprendizagem e absorver o conhecimento, passa a entender a sua realidade.

1.3-Conhecimento curricular

Nesse terceiro tipo de conhecimento Shulman (1986), se refere ao conhecimento curricular do docente, onde ele consegue relacionar o conteúdo específico, com a metodologia pedagógica e a experiência adquirida ao longo de sua formação profissional docente, podendo identificar, analisar e reverter situações-problemas encontradas no decorrer do processo de ensino do aluno, fazendo analogias e ajudando na compreensão do conteúdo em diversas fases de ensino, séries. Nesse tipo de conhecimento o professor está diretamente empenhado ao auxílio na formação do conhecimento do aluno, buscando estratégia, alternativas para a melhor compreensão do conteúdo pelo aluno e na recuperação de conhecimentos e experiências anteriores que sirvam de alicerces para novas aprendizagens. “Buscando uma correlação para explicar essa categoria, Shulman (1986) citado por Almeida e Biajone (2005,

p.8) sugere a analogia de que “os professores precisam dominar o conhecimento curricular para poder ensinar aos seus alunos, da mesma forma que um médico precisa conhecer os remédios disponíveis para poder receitar”.

2-Formas de apresentação do conhecimento, segundo Shulman

Em seus estudos e pesquisas Shulman (1986) apresenta três formas de apresentação do conhecimento em que essas categorias de conhecimento se manifestariam, são: conhecimento proposicional, conhecimento de caso e conhecimento estratégico.

Na primeira forma de representação do conhecimento, o Proposicional. Este está relacionado com as experiências adquiridas ao longo da vida profissional do professor, constituindo assim, a base de suporte do conhecimento do professor. O conhecimento proposicional se identifica em três principais fontes de conhecimento proposto por Shulman, princípios, fatos e máximas. Que se refere na maioria das vezes em conceitos teóricos e sem grande relevância para o aluno, pois em geral vem desprovidos de contexto, não auxiliando o estudante a fazer comparações com sua realidade e experiências anteriores, ficando apenas na proposições teóricas, regras e conceitos tradicionais.

Nesse modo tradicional de ensino é de fácil visualização nas escolas públicas, onde o professor faz-se protagonista do ensino. Com as análises e observações levantadas no período de estágio pelos licenciados, foi possível identificar que o método de ensino da escola pública do município não fica longe das estatísticas de ensino tradicional, em que o professor é o protagonista e tem que obedecer uma lista de regras institucionais internas e externas. Se faz necessário entender que os tempos mudam e as circunstâncias de dentro de sala de aula também. O jovem de hoje tem fácil acesso a informação e a tecnologia, exigindo assim do professor mais preparo, experiência e uma formação continuada para acompanhar as constantes mudanças dentro e fora da sala de aula.

O conhecimento de caso está atrelado a acontecimentos vivenciados ou não pelo professor que usa este como ferramenta para a melhor análise e compreensão do estudante. Se resume a um conhecimento diferenciado pedagogicamente, pois faz uso de exemplos da realidade relacionado com o conhecimento do conteúdo a ser desenvolvido, provocando análises e interpretações diferentes da perspectiva do aluno. Shulman identifica o conhecimento de caso como uma forma bem útil de se apresentar o conhecimento, segundo ele:

“Cada caso oferece um fórum para apresentação e exame crítico de princípios teóricos e abordagens alternativas, levando em consideração os limites e as complexidades da situação de sala de aula. Eles oferecem oportunidades para que professores e seus estudantes testem seu conhecimento de teoria com a prática. Algumas vezes, princípios devem ser adaptados e novas regras inventadas, para que se possa compreender as complexidades das situações de sala de aula e dos episódios de ensino” (Shulman, 1990, p. 76).

Em umas das aulas de matemática observadas no período de estagio constatamos um exemplo de conhecimento de caso quando o professor usou como exemplo para explicar o conceito de “Área de figuras planas” uma situação vivenciada por ele: “Para a construção da minha casa onde eu residio hoje em dia, eu mesmo fiz a Planta da casa, e para que eu pudesse dividir a área do terreno nas respectivas áreas de cada compartimento da casa, tinha que ter o conhecimento de área de figuras planas, pois os compartimento da casa correspondiam em figuras geométricas planas: Os quartos formavam um quadrado; sala e cozinha um retângulo e os banheiros pequenos retângulos. Então com o conhecimento das figuras geométrica e sabendo como calcular a sua respectiva área, pude fazer o uso de todo o terreno para a construção da casa e adequando os compartimentos com as medidas necessárias”. Com essa introdução ao assunto de figuras geométricas o professor conseguiu fixar atenção dos alunos e despertar a curiosidade em aprender sobre a área de figuras planas. Sendo assim, concluímos que o professor tem que ter a flexibilidade de apresentar um mesmo conteúdo de várias formas possíveis, buscando a compreensão e o entendimento do estudante. Temos que o conhecimento de caso tem por finalidade diversificar as maneiras de tratar o mesmo assunto em formas pedagogicamente diferentes.

Já na terceira forma de apresentação do conhecimento, o conhecimento estratégico, ele é exigido do professor quando se encontra com um problema ou situação contraditória em sala de aula, requer do docente habilidade e experiência para reverter a situação e ter o domínio da mesma. Diríamos que esse tipo de conhecimento é de uma natureza diferentes dos anteriores, pois não é ensinado na universidade e sim adquirido na pratica profissional, na vivencia em sala de aula. Para Shulman (1986), “o conhecimento estratégico é desenvolvido quando aquilo que os princípios ensinam é contraditório ou os precedentes de casos particulares são incompatíveis”.

Com a oportunidade de observações das aulas dos professores de matemática, foi possível verificar a intensidade e a dificuldades que os professores tem em “dominar” os alunos, as distrações e a falta de interesse por parte do mesmo. É nesse momento que a

experiência e a habilidade do professor prevalecem, tomando a decisão certa e estratégica para ter o controle da situação.

Metodologia

Os procedimentos usados para a produção e desenvolvimento desse artigo, foram as análises e observações retiradas do estágio supervisionado I, na escola pública São José Operário nas series do 6º ao 9º ano, a escola fica situada no município de São Miguel do Guamá-Pará. Assim, relacionando com as pesquisas e teorias de Schulman voltadas para a formação inicial docente. A partir do debate realizado em sala de aula sobre a teoria de Schulman direcionada a formação docente e a importância da prática no processo de formação profissional do professor, foi possível correlacionar os conceitos teóricos absorvidos no decorrer da formação do curso, com as novas experiências adquiridas no estágio supervisionado, fazendo analogias aos estudos e pesquisas de Schulman sobre o processo de formação inicial de professores. Utilizamos pesquisas, leituras de artigos, tese de doutorado, revistas e livros. Para que pudéssemos nós basear em concepções e criamos as nossas próprias opiniões voltas para a qualidade na formação do professor mediante a prática.

Considerações finais

A partir deste breve panorama da literatura sobre o PCK esperamos ter conseguido explicitar sua importância em termos de linha de pesquisa para compreender o desenvolvimento profissional docente. Atualmente, o processo de ensino-aprendizagem tem sido considerado um processo turbulento cheio de obstáculos devido diversos fatores. A falta de investimento do governo, a ausência de oportunidade para a especializada e qualificação do professor para melhoria do ensino, entre tantos outros contribui para a situação atual da educação do nosso país. Destacamos o papel fundamental que o professor exerce diante a sociedade, através desses profissionais corajosos, guerreiros que diariamente enfrentam todas essas dificuldades, ainda assim se propõem em ir ministrar aulas para que seus alunos tenham no mínimo a dignidade de poder construir o básico do conhecimento que cidadão deve possuir nesta sociedade contemporânea.

Com a prática e observações feitas nas escolas, podemos afirmar que algumas medidas emergenciais devem ser tomadas para que possa ter um avanço na educação, ou que no

mínimo seja garantido o direito ao cidadão ter acesso há educação, e que esse processo de educar e aprender ocorra com qualidade e eficiência. Efetivamente o sistema educação do Brasil, especificamente de São Miguel do Guamá precisa de investimentos financeiros entre outras contribuições para que assim venha proporciona a população grandes benefícios sócios, econômica e a tão inestimada qualidade de vida.

Referencias

FERNANDES, C. **PCK - Conhecimento Pedagógico do Conteúdo:** perspectivas e possibilidades para a formação de professores. P. 1-12. Disponível em: <http://www.nutes.ufrj.br/abrapec/viiienpec/resumos/R0370-1.pdf>, acesso em: 10 de Outubro de 2017;

MIZUKAMI, M. da. G. N. **Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman.** Edição: 2004 - Vol. 29 - N° 02. Disponível em: [file:///C:/Users/Usu%C3%A1rio/Downloads/906-964-1-PB%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Usu%C3%A1rio/Downloads/906-964-1-PB%20(1).pdf), acesso em: 05 de Outubro de 2017;

PEREIRA, J. E. D. **A epistemologia da experiência na formação de professores:** primeiras aproximações. Revista de pesquisa brasileira sobre a formação de professores INSS 2176-4360, Volume 02 / n. 02 jan.-jul. 2010: Artigos. Disponível em: <http://formacaodocente.autenticaeditora.com.br/artigo/exibir/7/15/2>, acesso em: 06 de Out. de 2017;

GERALDI, C. M. C. **Cartografia do trabalho docente:** professor (a) – pesquisador (a). São Paulo: Mercado de Letras, 1998.



ASPECTOS DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE FRAÇÃO

Kamilly Suzany Félix Alves

Universidade do Estado do Pará

profkamillyalves@gmail.com

Pedro Franco de Sá

GCEM, PPGED, PMPEM-UEPA e REAMEC

pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo:

O presente artigo apresenta os resultados de uma investigação a respeito da Formação dos Professores de Matemática do Ensino Fundamental sobre o conteúdo de Frações, com objetivo de refletir acerca de aspectos desta formação no que concerne ao conteúdo de Frações. Como base para a discussão, buscamos os saberes necessários ao ensino e a Formação de Professores. A metodologia escolhida foi pesquisa de campo, e consistiu de um levantamento bibliográfico, seguida de uma consulta a docentes, através da aplicação de um questionário a sessenta e seis professores de Matemática, das redes pública e privada do Ensino Fundamental do Estado do Pará. Em suas respostas, o professor deveria indicar, além de dados de sua formação inicial, aspectos referentes a esta e à formação continuada, tanto no âmbito geral quanto a respeito do ensino de Fração. A seguir, os questionários foram analisados de maneira qualitativa e os resultados encontrados confrontados com pesquisas anteriores a respeito desta temática. As conclusões deste estudo nos direcionam a necessidade de se convergir olhares para diferentes saberes envolvidos na atuação docente, que ficam fragilizados por lacunas deixadas tanto na formação inicial quanto continuada.

Palavras Chaves: Educação. Educação Matemática. Formação de Professores de Matemática. Ensino de Fração.

Introdução

A Matemática tem sua relevância no contexto escolar por ser parte importante na construção do conhecimento em várias áreas curriculares, pois está presente na vida de cada

cidadão, desde seu nascimento, de maneira empírica, até sua maneira formal, na vida acadêmica. Entretanto, esta disciplina é lembrada por muitos, por gerar as mais diversas sensações, desde a aversão pela incompreensão ao total entusiasmo em aprendê-la.

O Ensino de Fração, conteúdo Matemático presente no Ensino Fundamental da Educação Básica, tem sido indicado por alunos e professores como um dos que ocasionam baixo desempenho escolar dos alunos. As dificuldades encontradas tanto no processo de ensino quanto de aprendizagem deste conteúdo nos exige atenção para as escolhas metodológicas para sua abordagem.

O conteúdo de Fração tem seu ensino iniciado, formalmente, a partir do 2º ciclo do ensino fundamental, estendendo-se, pelo menos, até o final do 3º ciclo. Pesquisas recentes evidenciam dificuldades no processo de ensino de Frações encontradas pelos professores (DAMICO, 2007; PINTO E RIBEIRO, 2013; LOPES, 2016), sendo este conteúdo considerado um dos mais difíceis na matemática da escola básica.

As dificuldades encontradas pelos pesquisadores nos apontam a necessidade da reflexão quanto à formação, tanto inicial quanto continuada, dos professores de matemática que atuam na educação básica, ministrando aulas deste conteúdo. Para tanto, apresentamos como objetivo central desta pesquisa refletir acerca da formação do Professor de Matemática do Ensino Fundamental para o Ensino do conteúdo de Frações.

Para a compreensão desta problemática realizamos uma pesquisa de campo, iniciada com uma revisão bibliográfica e posterior aplicação de um questionário a docentes, das redes pública e privada do Ensino Fundamental do Estado do Pará. Nas respostas, estes deveriam indicar aspectos de sua formação inicial e continuada no âmbito geral e a respeito do ensino de Fração.

Desta maneira, organizamos este trabalho, apontando inicialmente estudos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem de Frações e a formação docente, seguindo a apresentação dos resultados encontrados nas respostas do questionário e, finalizando, com algumas considerações sobre estes resultados.

Referencial teórico

O processo de ensino e aprendizagem de Fração e a Formação de Professores de Matemática

As Frações, seu processo de ensino e de aprendizagem, seus elementos curriculares, são objetos de estudo de pesquisas em Educação, Educação Matemática, Ensino de Matemática, etc. Os mais diversos olhares para este tema, buscam confrontar as dificuldades de aprendizagem referentes a esse conteúdo com seu processo de ensino, relacionando estes aspectos a formação deste professor das quais selecionamos Damico (2007), Pinto e Ribeiro (2013) e Lopes (2016).

Para discutirmos os resultados encontrados nestes estudos, buscamos Cunha (2007), Sánches-Amaya e Gonzáles-Melo (2016) e Tardif (2002) para debatermos a respeito dos saberes docentes necessários à atuação do professor em exercício.

O estudo de Damico (2007) investigou a formação inicial de professores de Matemática para o ensino dos Números Racionais no Ensino Fundamental, pesquisou 346 estudantes para professores de Matemática, sendo 189 iniciantes e 157 concluintes, bem como 41 formadores de professores de duas universidades. A produção das informações da investigação foi realizada a partir de cinco momentos. No primeiro os alunos concluintes foram solicitados a criarem oito problemas envolvendo frações; no segundo os alunos concluintes resolveram oito problemas que eles mesmos criaram; no terceiro todos os alunos, iniciantes e concluintes, foram submetidos a uma avaliação contendo vinte questões sobre conhecimentos fundamentais sobre números racionais; no quarto instrumento, realizou-se uma entrevista interativa com 10% dos alunos concluintes participantes da pesquisa e no quinto e último instrumento, uma entrevista interativa.

Damico (2007) apresentou seus resultados em três unidades de análise que abordam o conhecimento matemático dos estudantes para professores em relação aos cinco significados da Fração; o conhecimento matemático e o conhecimento pedagógico (do conteúdo ou didático) em relação às operações básicas com frações; os números racionais na formação universitária.

O autor evidenciou que os estudantes para professores tem uma visão sincrética dos números racionais, demonstrando um acentuado desequilíbrio entre o conhecimento conceitual e processual, com prevalência do processual. Observou também um baixo nível de conhecimento didático com relação às formas de representação dos conteúdos ensinados no Ensino Fundamental referente aos números racionais, o que pode nos indicar uma falta de domínio de um saber pedagógico tão necessário à atuação docente.

Quanto a este saber pedagógico, Sánchez-Amaya e González-Melo (2016, p. 251), definem que “está constituído por um conjunto de fragmentos e recortes de saberes, de

disciplinas e de discursos científicos, de práticas, de relações e interações que se entrelaçam no interior da ação educativa”, necessário ao desenvolvimento do trabalho docente.

Para Cunha (2007), são necessários os saberes: das disciplinas, curriculares, da formação profissional e os da experiência para que o professor tenha condições de realizar o ensino, o que nos indica, considerando os resultados encontrados por Damico (2007), uma superficialidade nos saberes curriculares, experienciais e pedagógicos destes professores consultados, indicando uma fragilidade no processo de formação deste professor, o que pode acarretar em lacunas na aprendizagem destes alunos ou até mesmo aversão a esta disciplina.

O trabalho de Pinto e Ribeiro (2013) teve como objetivo central identificar quais as situações matematicamente (mais) críticas para os professores de modo que, pela formação facultada, possam deixar de o ser. Tomando como foco o conhecimento matemático do professor e as suas especificidades, os autores discutem alguns aspetos desse conhecimento de futuros professores sobre números racionais, em concreto o sentido de número racional, identificando as suas componentes mais problemáticas e equacionando alguns dos porquês em que se sustentam.

O estudo combinou uma metodologia quantitativa com um estudo de caso instrumental, Pinto e Ribeiro (2013), primeiramente, aplicaram algumas tarefas a futuros professores em duas Instituições de Ensino Superior (IES) que formam professores dos Primeiros Anos, para aceder ao seu conhecimento relativo ao conceito de número racional, que lhes permita: reconhecer diferentes significados das frações, identificar e reconstruir a unidade de referência; reconhecer frações equivalentes e relacionar diferentes representações; comparar e ordenar números racionais, reconhecendo a sua densidade; e relacionar símbolos com ações e conhecimentos informais, bem como com linguagem matemática formal (e adequada) de forma significativa.

Como resultados, apontaram que relativamente aos diferentes significados das frações, a maioria dos estudantes revelou pouca familiaridade, mesmo com o significado que admitiram ter sido mais explorado durante o seu percurso escolar, ou seja, a fração como parte-todo; revelam um conhecimento matemático especificamente relacionada com a atuação docente de um nível bastante baixo, alguns estudantes parecem não estar muito familiarizados com a representação fracionária e revelaram sérias limitações ao nível do desenvolvimento do seu raciocínio multiplicativo. Para os autores, a formação deverá focar-se onde é, efetivamente, necessária, de modo a potenciar um incremento do conhecimento dos alunos, pelo conhecimento (e práticas) dos professores.

Dessa maneira, concordamos com o que indica Cunha (2007) ao explicitar que “os saberes dos professores aprendidos durante a formação inicial (saberes das disciplinas e saberes da formação profissional) irão ser reformulados e se reconstruindo no dia-a-dia da sala de aula”, pois mesmo com uma formação bastante ampla em conhecimentos matemáticos, se faz necessário o professor de matemática ter domínio das especificidades do conteúdo de Fração de acordo com cada turma em for ministrar este conteúdo.

Lopes (2016) ao realizar uma revisão bibliográfica sobre o tema formação de professores e o processo de ensino e aprendizagem de frações e uma investigação com professoras dos anos iniciais, buscando conhecer como uma proposta de formação influencia na (re) construção de conhecimentos sobre frações e em práticas de professores dos anos iniciais, investigou diversas pesquisas relacionadas ao tema, apresentadas em congressos, dissertações e teses, juntamente com as respostas de um questionário formulado sobre o tema frações.

Ao verificar dados de formação inicial e o tempo de prática das professoras respondentes, ideias envolvendo frações e dificuldades relatadas ao ensinar frações, a autora percebeu que, geralmente, a fração é tratada com a concepção de parte-todo, que o conceito de frações não está bem definido entre as professoras pesquisadas, e ainda assim todas elas ensinam frações, algumas relatam que ensinam porque o currículo direciona para essa prática e que elas ensinam, na sua maioria ,abordando a parte-todo e quanto a maneira como ensinam, disseram que de forma prática, mas sem citar exemplo.

Esses indícios nos indicam a necessidade de formação sobre o tema e tópicos que precisam ser destacados, o que requer a importância de um enfoque mais amplo da noção de fração tanto em cursos de formação inicial como de formação continuada.

Os três trabalhos descritos mostram que além dos saberes curriculares, ou seja, aqueles que os professores constroem ao longo de sua carreira e dizem respeito aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos, o docente necessita manipular também diversos outros saberes inerentes ao processo de ensino, ou seja, um saber plural.

Com relação a este saber plural, Tardif (2002, p. 54) nos apresenta que é um:

(...) saber formado de diversos saberes provenientes das instituições de formação, da formação profissional, dos currículos e da prática cotidiana, o saber docente é, portanto, essencialmente, heterogêneo. Mas essa heterogeneidade não se deve apenas à natureza dos saberes presentes; ela decorre também da situação do corpo docente diante dos demais grupos produtores e portadores de saberes das instituições de formação (...).

Desta maneira, entendemos que este conjunto de saberes, intrinsecamente relacionados à formação inicial e/ou continuada que este professor de Matemática recebeu, é necessário para atender as necessidades encontradas em sala de aula para sua atuação docente.

Procedimentos Metodológicos

A metodologia escolhida para este trabalho, por se apresentar como mais adequada ao nosso objetivo, foi a pesquisa de campo, recorrendo as análises das informações obtidas de maneira qualitativa, pois analisaremos os dados de maneira detalhada. A coleta das informações foi realizada a partir da aplicação de um questionário a sessenta e seis docentes das redes pública e privada do município de Belém, no estado do Pará, no período de Maio a Setembro de 2017.

Enfatizamos o caráter qualitativo desta pesquisa, visto que realiza a análise de dados coletados de maneira detalhada e dialogada com pesquisas já publicadas na área. Conforme D'Ambrósio (2012, *apud* FIORENTINI et al, 2012, p.12), a pesquisa qualitativa tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes. Para o autor, ela depende da relação observador-observado.

O objetivo central desta pesquisa é refletir acerca da formação do Professor de Matemática do Ensino Fundamental para o Ensino do conteúdo de Frações, já que, conforme levantamento bibliográfico, este aspecto pode gerar lacunas no processo de ensino e aprendizagem deste assunto.

Para tanto, iniciamos nossos estudos realizando um levantamento bibliográfico e para tal elegemos diferentes trabalhos que tem seus estudos focados no processo de ensino e aprendizagem de Frações: Damico (2007), Lopes (2016) e Pinto e Ribeiro (2013), cujas produções nos serviram de referencial para a elaboração do nosso instrumento de pesquisa.

Ao iniciarmos a fase do campo, foi proposto um questionário a sessenta e seis docentes da disciplina de Matemática do Ensino Básico, nos meses de Maio a Setembro de 2017, em Escolas da rede Pública de Ensino do Estado do Pará. A produção dos dados iniciais aconteceu com a colaboração dos professores respondendo ao questionário de modo individual. O questionário continha questões sobre o perfil dos professores, que se referem aos dados pessoais, tempo de serviço, formação acadêmica e experiência profissional.

Resultados e análises

Professores de Matemática e o Ensino de Frações

Após aplicação e organização dos questionários, realizamos a análise das informações obtidas. Do total da amostra, 14 eram do sexo feminino e 52 do sexo masculino. No que diz respeito à formação inicial, 97% dos professores consultados possuem a Graduação em Licenciatura em Matemática e 3% declarou possui Graduação em Ciências com habilitação em Matemática. E, quanto à ter realizado algum curso de Pós graduação, 81,8% dos professores consultados declarou já ter concluído pelo menos um curso de Especialização.

Os cursos apontados estão conectados à área da educação, sendo citadas as Especializações em: Educação Matemática, Matemática Financeira, Matemática no Ensino Médio, Matemática, Gestão Escolar, Atendimento Educacional Especializado, Docência do Ensino Superior, Educação Especial, metodologia do Ensino da Matemática, etc.

Em termos gerais, 92,42% dos professores consultados tiveram sua formação inicial em uma Instituição de Ensino Superior pública, sendo citadas: Universidade Federal do Pará, Universidade Estadual do Pará, Universidade Estadual do Maranhão, Instituto Federal do Pará. Os cinco professores que declararam ser oriundos de IES privadas, citaram a Universidade da Amazônia e Escola Superior Madre Celeste como Instituição formadora, destacando 7,58% do total da amostra.

Quadro 01 – Instituição de Formação Inicial dos docentes

Tipo	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Pública	61	92,42%
Privada	5	7,58%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Para melhor análise das informações, destacamos as informações da amostra total no que diz respeito ao tempo de formação, apresentando assim aqueles educadores que realizaram sua formação inicial entre 0 e 5 anos, entre 5 e 10 anos, entre 10 e 15 anos, entre 15 e 20 anos e, acima de 20 anos de formação. Posteriormente, selecionamos entre instituições públicas ou privadas de realização da formação inicial. Como podemos observar no quadro 02:

Quadro 02 – Tempo de Formação

Período	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
ATÉ 5 ANOS	8	12,12%

ENTRE 5 E 10 ANOS	6	9,10%
ENTRE 10 E 15 ANOS	14	21,21%
ENTRE 15 E 20 ANOS	12	18,18%
MAIS DE 20 ANOS	26	39,39%
Total	66	100%

Pesquisa de Campo (2017)

Quanto aos aspectos a serem discutidos neste artigo, apresentamos o quadro a seguir que relaciona informações a respeito do tempo de serviço, a formação inicial, o tipo de instituição formadora, a realização de disciplinas sobre metodologias para o Ensino de Frações e a abordagem deste em algum curso ou evento realizado.

A partir desta divisão entre a formação inicial entre IES pública e privada, analisamos cada um destes casos no que diz respeito ao curso de disciplina sobre metodologias de Ensino de Fração e quanto a realização de cursos ou evento que tenha abordado o Ensino de Fração.

Quadro 03 – Relação entre a Formação do Professor de Matemática e o Ensino de Frações

		Nº de Professores	Instituição de Formação Inicial		Realizou disciplina sobre Metodologias para o Ensino de Frações		Já fez algum curso/evento que abordou o ensino de Frações	
		Frequência Absoluta	Tipo	%	Sim	Não	Sim	Não
TEMPO DE FORMAÇÃO INICIAL	ATÉ 5 ANOS	8	Pública	100,0%	25,0%	75,0%	12,5%	87,5%
			Privada	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	ENTRE 5 E 10 ANOS	6	Pública	83,3%	40,0%	60,0%	0,0%	100,0%
			Privada	16,7%	0,0%	100,0%	0,0%	100,0%
	ENTRE 10 E 15 ANOS	14	Pública	92,9%	38,5%	69,2%	61,5%	38,5%
			Privada	7,1%	0,0%	100,0%	100,0%	0,0%
	ENTRE 15 E 20	12	Pública	100,0%	8,3%	91,7%	8,3%	91,7%
			Privada	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

	ANOS							
	MAIS DE 20 ANOS	26	Pública	88,5%	8,7%	91,3%	69,6%	30,4%
			Privada	11,5%	33,3%	66,7%	0,0%	100,0%
	Total	66						

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

Dos professores que declararam possuir até 5 anos de formação (12% do total da amostra), todos eram oriundos de Instituições públicas de Ensino, sendo citadas Universidades como Uepa (Universidade do Estado do Pará), UFPA (Universidade Federal do Pará) e Institutos Federais. Destes docentes, a maioria afirmou não ter realizado alguma disciplina sobre metodologias de ensino de Fração (75%) ou ter feito algum curso ou evento abordando esta temática.

O estudo de Pinto e Ribeiro (2013) buscou refletir sobre aspectos concretos do conhecimento dos professores no âmbito dos números racionais e, de forma mais ampla, problematizar as implicações desse conhecimento (ou falta de evidências) na formação, apontando que revelou os professores possuem pouca familiaridade com este conteúdo, revelando um conhecimento matemático de um nível bastante baixo para o ensino de Fração.

Para Cunha (2007, p. 35), os professores, ao desenvolver seu trabalho em sala de aula, mobilizam um “vasto repertório de conhecimentos próprios ao ensino”, o que é necessário para o desenvolvimento de sua ação docente. Sendo assim, lacunas na formação tanto inicial como continuada, como podemos observar nos dados obtidos através do questionário, podem prejudicar o processo de ensino, pois não proporciona os saberes necessários à prática deste docente.

Quanto aos professores que declararam ter entre 5 e 10 anos de formação (9% do total da amostra), 83,3% eram oriundos de Instituições públicas de Ensino e 16,7% de Instituições Privadas, sendo citada, neste caso, a Escoa Superior Madre Celeste (ESMAC). As respostas dos professores provenientes de IES públicas apontaram que 40% realizou disciplina sobre metodologias de ensino de Fração e 60% afirmou não ter realizado; e, 100% desta amostra destacaram nunca ter feito algum curso ou evento abordando esta temática. Para os docentes vindos de IES privada, todos declararam não ter realizado disciplina na formação e nem curso que tenha abordado o tema de ensino de Frações.

Nota-se que a maioria destes professores não teve contato em sua formação com conhecimentos específicos para o ensino de Frações seja em forma de disciplina ou em forma de cursos ou eventos. Desta maneira, as abordagens e o desenvolvimento deste conteúdo

podem ficar prejudicados, visto que estes professores, possivelmente, acabam inclinando-se ao processo de ensino tradicional.

A utilização de diferentes metodologias para a abordagem deste conteúdo, como jogos, por exemplo, para a posterior sistematização pode ser apontada como uma possível consequência destas lacunas na formação do professor de matemática, e métodos de memorização, repetição de um algoritmo e de “técnicas” de resolução com o ensino através da definição seguida de exemplos e exercícios, a chamada “maneira tradicional” ainda são bastante frequentes.

Pode haver muitas razões para a escolha destas condutas em sala de aula, uma delas converge para os nossos resultados e é apontada por Gatti (2013) quando revela que a concepção de que ensinar é um dom e que, portanto, não necessita de um conhecimento específico e de formação é uma problemática praticamente desprezada na vida acadêmica.

A respeito dos professores que estão no intervalo de 10 a 15 anos de formação (21% do total da amostra), a grande maioria (92%) é proveniente de IES pública, os quais 69,2% apontaram que realizou disciplina sobre metodologias de ensino de Fração e 61% afirmou ter realizado algum curso ou evento abordando esta temática, contrariando o que havia sido apontados pelos professores que possuem até 10 anos de formação. Já o docente que declarou ter vindo de IES privada, não cursou disciplina, porém fez curso relacionado ao Ensino de Fração.

Estes professores, concentrados nesta faixa de 10 a 15 anos de formação, foram os únicos a declarar, majoritariamente, que realizou disciplina na formação e evento ou curso relacionado ao ensino de Frações, ou seja, subentende-se que possuem a orientação teórica necessária para traduzir em seu fazer pedagógico em sala de aula.

Para aos professores que declararam ter entre 15 e 20 anos de formação (18% do total da amostra), todos eram oriundos de Instituições públicas de Ensino, apontando que a grande maioria (91,7%) não realizou disciplina sobre metodologias de ensino de Fração e 91,7% afirmou não ter realizado curso ou evento abordando esta temática.

A não realização de uma disciplina que aborde sobre metodologias de Ensino dos conteúdos Matemáticos, cuja realização foi negada pela maioria dos professores consultados neste estudo, pode acarretar num prejuízo na incorporação de conhecimentos necessário ao desenvolvimento docente. Damico (2007, p. 227) nos fornece que:

A Prática de Ensino é uma disciplina integradora de diversos conhecimentos e pode oportunizar aos futuros professores uma incorporação destes

conhecimentos com o objetivo de gerar conhecimento prático pessoal. Para tanto, a Prática de Ensino deveria ser um dos principais entornos de aprendizagem nos programas de formação de professores (...).

Gatti (2013, p.97) destaca que a relação entre o pensamento e as ações concretas situadas na sala de aula é indissociável e que “a elaboração desse conhecimento por meio de estudos e investigações didáticas não tenha avançado o suficiente nas universidades”, convergindo para o que indicam os resultados encontrados na consulta aos professores.

Quanto aos professores que declararam ter mais de 20 anos de formação (39% do total da amostra), 88,5% eram oriundos de Instituições públicas de Ensino e 11,5% de Instituições Privadas, sendo citada, neste caso, a Universidade da Amazônia (UNAMA) com o curso de Ciências com habilitação em Matemática. As respostas dos professores vindos de IES públicas apontaram que a maioria (91,3%) realizou disciplina sobre metodologias de ensino de Fração e, apenas 02 professores afirmaram não ter realizado; e, 69,6% desta amostra destacaram ter feito algum curso ou evento abordando esta temática. Para os docentes vindos de IES privada, 66,7% disseram não ter realizado disciplina na formação e todos declararam não ter realizado curso ou evento que tenha abordado o tema de ensino de Frações.

Damico (2007), em seus resultados, nos traz que há uma falta de ligação entre os conteúdos matemáticos estudados nas diferentes disciplinas que compõem a grade curricular do ensino superior com os conteúdos que os futuros professores irão trabalhar com os alunos do Ensino Fundamental e Médio.

Gatti (2013, p.98) destaca que esta formação teórica é valorizada na formação acadêmica, mas ela “não é o suficiente para a integralização da formação de um profissional da docência”.

Algumas Considerações

A construção deste artigo teve como objetivo refletir acerca da formação do Professor de Matemática do Ensino Fundamental para o Ensino do conteúdo de Frações. Apresentando, primeiramente um levantamento bibliográfico, confrontado com as ideias de Cunha (2007), Sánches-Amaya e Gonzáles-Melo (2016) e Tardif (2002), no que concerne aos saberes necessários ao ensino e, posteriormente os resultados da consulta aos docentes, através da aplicação de um questionário, a sessenta e seis professores de Matemática, das redes pública e privada do Ensino Fundamental do Estado do Pará.

Com relação aspectos de sua formação inicial e continuada a respeito de metodologias para ensino de Fração entendemos a importância dos saberes oriundos da academia, dos saberes científicos, curriculares, entre outros, que apoiarão as escolhas e a atuação profissional deste docente no que diz respeito à determinado conteúdo a ser trabalhado. Quanto à Fração percebemos que a grande maioria dos docentes consultados declarou não ter realizado disciplina em sua formação inicial que abordasse o ensino deste conteúdo, situação que pode ocasionar fragilidade nas escolhas metodológicas para abordagem e desenvolvimento deste conteúdo.

Estas lacunas na formação inicial podem acarretar em um problema ainda muito perseverante no ensino de matemática que é a escolha pelo modelo tradicional de ensino, pautado: definição-exemplo-exercício, que, confrontados com pesquisas anteriores a respeito desta temática, pode ser prejudicial ao aprendizado destes alunos, apontado ser salutar que o professor pondere sobre sua prática docente.

Com relação à realização de cursos ou eventos que tivessem abordado a temática do Ensino de Frações, verificamos resultados mais animadores, pois docentes com formação entre 10 e 15 anos de formação e aqueles com mais de 20 anos de formação, afirmaram, em maioria, já ter realizado, o que nos aponta não só uma preocupação com a forma de se ensinar Fração, mas a busca por novos conhecimentos nesta área.

As conclusões deste estudo nos direcionam a necessidade da reflexão acerca dos diferentes saberes que ficam fragilizados por lacunas deixadas tanto na formação inicial quanto continuada, bem como quanto às concepções e saberes dos professores de Matemática do Ensino Fundamental sobre o conteúdo de Frações. Ponderamos, então, a importância de uma formação docente adequada às necessidades da sala de aula, proporcionando os saberes necessários para esta ação, a fim de sanar ou amenizar estas dificuldades encontradas nos professores e alunos.

REFERÊNCIAS

- CUNHA, E. R. Os saberes docentes ou saberes dos professores. In: **Revista Cocar**. Programa de Pós-Graduação em educação. V. 1, nº 2, Jul-Dez. 2007. UEPA: Belém, p.31 – 39.
- D' AMBRÓSIO, U. Prefácio. In: FIORENTINI, D.; GARNICA, A. V. M.; BICUDO, M. A. V. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. BORBA, M.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). 4 Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o Ensino de Números Racionais no Ensino Fundamental**. 2007, 313 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - São Paulo: PUC, 2007.

GATTI, B. A. A prática pedagógica como núcleo do processo de formação de professores. In: GATTI, B. A. et al (Org.) **Por uma política Nacional de Formação de Professores**. 1 ed. São Paulo: Editora Unesp, 2013.

LOPES, A. F. Formação de professores dos anos iniciais sobre o processo de ensino e aprendizagem de frações. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, n.12, 2016. São Paulo. **Anais...** São Paulo – SP: Universidade Cruzeiro do Sul/SP, 2016.

PINTO, H.; RIBEIRO, C. M. Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos – o sentido de número racional. **Rev. Da Investigação às Práticas**, v. 3, nº 1, p. 80-98, 2013.

SÁNCHEZ-AMAYA, T. y GONZÁLEZ-MELO, H. S. (2016). Saber Pedagógico: fundamento del ejercicio docente. **Educación y educadores**, v. 19, n. 2, p. 241-253, ago. 2016. ISSN 2027-5358. Disponível em: <http://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/5905>. Acesso em 05.08.2017.

TARDIF, M. Os professores diante do saber: esboço de uma problemática do saber docente. In: _____. **Saberes docentes e Formação Profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002, p. 31-35.



CONCEPÇÕES DOS ALUNOS DO 4ª ANO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA ACERCA DO INFINITO

Gustavo Ramos Abreu
Universidade do Estado do Pará
gustavoramos2596@gmail.com

Matheus da Silva Garcia
Universidade do Estado do Pará
maths_2@yahoo.com.br

Pedro Franco de Sá
Universidade do Estado do Pará
pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo investigar a concepção de infinito de concluintes do curso de Licenciatura em Matemática. A produção das informações ocorreu por meio da aplicação de um questionário a 34 estudantes do 4ª ano do curso de licenciatura em matemática da Universidade do Estado do Pará nos meses de abril e maio de 2017. As informações foram sistematizadas em quadros e gráficos que permitiu a comparação dos resultados obtidos nos 13 questionamentos propostos aos consultados. Os resultados da análise indicam que ainda há uma quantidade considerável que possuem concepção similar à dos matemáticos que foram contemporâneos de Cantor e questionaram os resultados por ele apresentado sobre o infinito.

Palavras-chave: Conjuntos Infinitos. Concepção do infinito. Concepção de estudantes.

3. Introdução.

Hodiernamente, o infinito é um assunto consolidado, mas durante muito tempo os matemáticos negaram a sua existência, fato esse que levou tardança para aceitação na comunidade acadêmica (BERTOLUCCI, 2009). Além de que é importante pra matemática

pois em Rezende (2003) temos que uma das dificuldades dos alunos na compreensão dos assuntos de Cálculo é o não entendimento sobre processos infinitos que permeiam a disciplina como a derivada, além de que, segundo Bessa Junior (2011), desde as primeiras séries do ensino básico, o infinito está presente em vários conteúdos, a princípio quando os alunos entram em contato com os conjuntos dos números naturais, seguido de outros assuntos com números inteiros e racionais, conjuntos, funções, progressão aritmética (PA), progressão geométrica (PG), entre outros.

O infinito está presente na matemática de modo direto e indireto. Durante as reflexões sobre ele, desenvolveu-se diversos paradoxos assim como crises nos fundamentos da matemática, apresentando-se assim uma área fértil em pesquisas na Educação Matemática. (PIMENTEL, SANTOS e MOMETTI, 2010).

A seguir, têm-se pesquisas correlacionadas com o tema desta obra.

Waldegg (1996) tinha por objetivo medir a coerência das respostas dos estudantes ante as situações vinculadas a conjuntos infinitos sendo aplicado a 85 estudantes de bacharelado nas áreas física-matemática, que tinham idades entre 15 a 18 anos, de níveis sócio econômicos semelhantes.

A pesquisa foi realizada através de um questionário que continha definições e exemplos como instruções para prosseguir. Ainda, as perguntas estavam organizadas em 13 blocos num total de 34 questões, onde cada bloco relacionava a um tema e tinha perguntas a respeito, com a opção “sim”, “não” e “não pode decidir” havendo respostas corretas nos três casos. Tais perguntas tratavam acerca da cardinalidade de conjuntos, segmentos, entre outros. Quando as perguntas se referem a existência de uma bijeção o índice de acertos é maior, mas quando pergunta qual a bijeção existente e se a cardinalidade dos conjuntos são iguais o índice cai, mostrando a dificuldade dos alunos em saber o termo da função e relacionar que quando há uma bijeção de conjunto, eles têm a mesma cardinalidade, ou seja, a mesma quantidade de elemento.

Santos (2005) tinha como objetivo investigar a resistência dos estudantes em dissociar a concepção de limite de um movimento físico, de uma aproximação, já que a sua definição é estática, sendo que participaram desta pesquisa 20 alunos do 3º ano do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade particular do interior do Estado de São Paulo, aplicado em março de 2004, através de um questionário exercido em duplas no qual continha as seguintes questões:

Resolva a questão abaixo, indicando o valor do limite, se houver, e comente:

Explicando com palavras

Explicando com desenho

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \quad 3) \lim_{n \rightarrow \infty} 5 \quad 2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \quad 4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{2+n}$$

Das 10 duplas, 8 acertaram a questão 1), entretanto temos algumas inconsistências como uma resposta de uma dupla: “ $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = \infty^2 = \infty$ ”, mostrando que os estudantes costumam aplicar método finitos em infinitos, além de que em outra resposta de outra dupla sobre a mesma questão: “A= {1,2,3,4,...,n} e B= {1,4,9,...,n} sendo A = Domínio e B = Imagem, A está contido em B que pertence ao conjunto dos números naturais”, apesar da resposta correta, percebemos a recusa de um conjunto infinito, não concebendo o limite de um número real.

De maneira geral, os alunos mostraram grande inconsistência ao escrever o “limite tende” ou “o limite é crescente” ou “decrecente”. Sendo que poucos escreveram com clareza que o que muda é a variável n e o que modifica é a função, não o limite, pois este tem que assumir um valor.

Moraes (2013) tinha por objetivo identificar os obstáculos epistemológicos no processo de construção do conceito de limite de uma função, no qual o público alvo desta pesquisa foram alunos de licenciatura em matemática que estavam cursando a disciplina de Cálculo I, pois é o primeiro contato com o conceito de limite, sendo 10 da Universidade Federal do Pará (UFPA), 12 da Universidade do Estado do Pará (UEPA) e 11 do Instituto Federal do Pará (IFPA), totalizando assim 33 alunos.

Para essa pesquisa foi aplicado um questionário de seis questões relacionado com o limite, sendo a 2ª questão: *Procure dar uma definição para infinito*. Os resultados apontam que os alunos dão a definição de infinito como algo incomensurável, um número muito grande ou muito pequeno associado também a indeterminação, trazendo a noção de infinito potencial de Aristóteles, um aluno também respondeu da seguinte maneira essa questão: $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$ ocorre uma indeterminação. O infinito é denotado como uma aproximação do gráfico que vai do $+\infty$ ou $-\infty$. Ou seja, temos um erro, pois o aluno considera toda função com a sua variável tendendo ao infinito mostrando assim uma grande resistência com a compreensão do mesmo.

Outras respostas dos alunos eram utilizando uma simbologia, embora trazia a mesma ideia de algo indeterminado, que não tem fim.

Assim, levantamos a pergunta: Quaisas concepções dos alunos do 4^a ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará têm acerca de conjuntos infinitos?

O presente trabalho buscará investigar de modo sistemático essas concepções e as principais dificuldades que os alunos enfrentam sobre esse tema.

4. Metodologia

A pesquisa foi desenvolvida por meio das seguintes etapas: *estudo do tema, elaboração do instrumento, avaliação do instrumento, revisão do instrumento, aplicação do instrumento, sistematização das informações e análise dos resultados*.

Na etapa do estudo do tema buscamos materiais acerca de conjuntos infinitos, tal qual livros, artigos, como por exemplo, os artigos de Georg Cantor, o livro Teoria dos Conjuntos do matemático indiano Kamke, Junior (2009), para embasamento na formulação das afirmativas, além de pesquisas semelhantes realizadas como visto anteriormente.

Por seguinte, a fase elaboração do instrumento foi o momento que construímos um formulário contendo questões sobre dados pessoais e 13 afirmações sobre conjuntos infinitos para serem classificadas em verdadeira ou falsa com a opção de justificar a classificação.

A avaliação do instrumento ocorreu por meio do preenchimento do formulário por 15 alunos - que foram excluídos da amostra - do 4^o ano do referido curso visando avaliar o instrumento.

Com base nos resultados da avaliação do instrumento ocorreu a revisão do mesmo para a aplicação do formulário que aconteceu no período de março a abril de 2017.

Segundo Gil (2002) pesquisas desse tipo buscam estudar informações acerca de um problema estudado e, mediante a uma análise quantitativa, obter quantitativamente as conclusões dos dados pesquisados.

A aplicação do formulário ocorreu nos meses de abril e março de 2017 para 34 alunos equivalentes a 70% do total de estudantes do 4^o ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA) dos três turnos do curso presencial. Desse total, 15 estudantes foram excluídos da pesquisa para a avaliação do instrumento, enquanto que o restante optou por não participar do levantamento.

As perguntas tratavam acerca do perfil do aluno, além de indagar se os mesmos leram alguma obra a respeito do assunto ou se frequentaram algum evento que tratou do tema. Em

seguida os participantes classificavam as afirmações abaixo sobre conjuntos infinitos com verdadeiro ou falso, havendo a opção de justificar:

- a) O todo é sempre maior que as partes
- b) O conjunto dos números naturais tem mais elementos que o conjunto dos números pares.
- c) O conjunto dos números racionais tem mais elementos que o conjunto dos números naturais.
- d) O conjunto dos números inteiros tem mais elementos que o conjunto dos números naturais
- e) O conjunto dos números naturais possui mais elementos que o conjunto dos números primos positivos.
- f) O conjunto dos números reais possui mais elementos que o conjunto dos números naturais.
- g) O conjunto dos números reais possui menos elementos que o conjunto dos números complexos.
- h) O intervalo $[1, 2]$ tem menos elementos que o intervalo $[0, 7]$ sendo estes intervalos pertencentes ao conjunto dos números reais.
- i) O conjunto dos pontos de um segmento de reta com 1m tem menos pontos que um segmento de reta com 10m.
- j) O conjunto dos pontos de um círculo de raio 10m tem mais pontos que o conjunto dos pontos de um círculo de raio 1m.
- k) O conjunto dos pontos da região delimitada por um quadrado de lado 1 tem mais pontos que os conjuntos dos pontos de um segmento de comprimento 1.
- l) Todos os conjuntos infinitos têm a mesma quantidade de elementos.
- m) É possível uma soma infinita produzir um resultado finito.

5. Resultados

As questões de 1 a 10 do formulário constituíam em definir o perfil do aluno, enquanto a questão 11 compunha de 13 itens para averiguar o entendimento do participante da pesquisa em relação a conjuntos infinitos.

As questões 6, 8, 9 e 10, eram formadas por questionamentos como o aluno ter ou se faz outro curso superior, se estudou conjuntos infinitos no Ensino Médio, leu alguma obra ou artigo sobre o tema e se participou de algum evento que tratava do assunto, respectivamente.

Somente dois alunos afirmaram possuir ou fazer outro curso superior, os quais são engenharia elétrica e gestão em saúde pública. Enquanto que somente 10 alunos afirmaram ter estudado conjuntos infinitos no Ensino Médio, equivalente a 29,4% dos participantes da pesquisa.

Na questão 9 sobre as obras ou artigos lidos foram mencionados IEM, Os infinitésimos, Hygino e Iezzi, Análise Real de Elon Lima, Teoria dos Conjuntos –

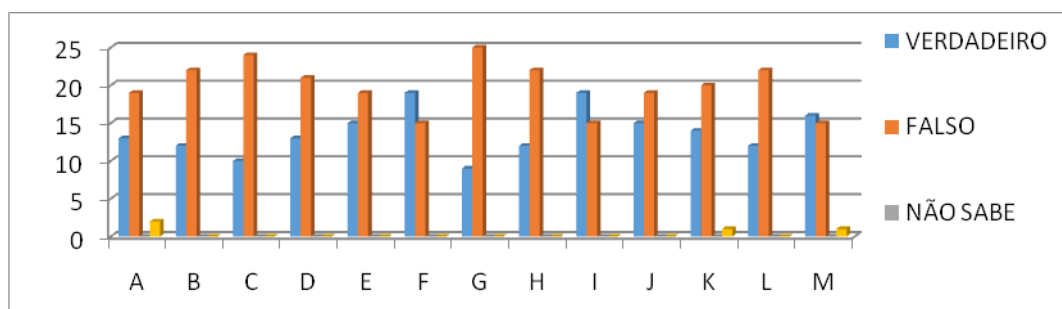
Intuicionismo do matemático holandês Luitzen Brouwer e livros didáticos do Ensino Médio. Houve aqueles afirmaram não lembrar o nome da obra no momento.

Sobre os eventos, foram citados minicursos, o Seminário de Cognição e Educação em Matemática (SCEM) e Números sem Fim, evento este ocorrido na Universidade Federal do Pará (UFPA).

A questão 7 tratou sobre o tipo de escola em que o participante cursou o Ensino Médio e 17 alunos, equivalente a 50% dos participantes, declararam que provieram da escola pública, enquanto que da escola privada correspondem a 44% dos participantes e apenas 6% frequentaram as duas modalidades.

Na questão 11 que abordavam afirmações sobre infinito, somente as letras *f* e *m* eram verdadeiras enquanto que as restantes eram falsas.

Gráfico 1: Respostas dos estudantes referente a questão 11 do questionário.



Fonte: Instrumento de pesquisa

O gráfico acima evidencia as classificações dadas pelos dos alunos do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática. Com base nesse gráfico é notável que a maioria das classificações condizem com a classificação correta do item.

O item com maior índice de acerto foi o *g* referente a cardinalidade do conjunto dos números reais e do conjunto dos números complexos.

Os alunos que não souberam responder justificaram no espaço deixado abaixo de cada afirmação dedicado à justificativa. Ainda, houve aqueles que por algum motivo não responderam, talvez por esquecimento ou por não souberem, optaram por não classificar, não justificando no espaço fornecido.

A seguir temos algumas justificativas fornecidas pelos alunos, antecedidas por um quadro contendo a classificação correta da assertiva e a justificativa apropriada, também a direita neste quadro se encontra a quantidade de alunos que classificou a assertiva como verdadeira ou falsa.

Afirmção I: O conjunto dos números inteiros tem mais elementos que o conjunto dos números naturais.

Quadro 1: Resultado da letra d referente a questão 11 do formulário.

Classificação adequada	Justificativa	Resultados	
		Verdadeiro	Falso
Falsa	O conjunto dos números inteiros é enumerável	13	21

Fonte: Instrumento de Pesquisa

Esse item tratava da cardinalidade do conjunto dos números inteiros e naturais. Abaixo temos quatro justificativas dos alunos que classificaram a afirmativa como falsa.

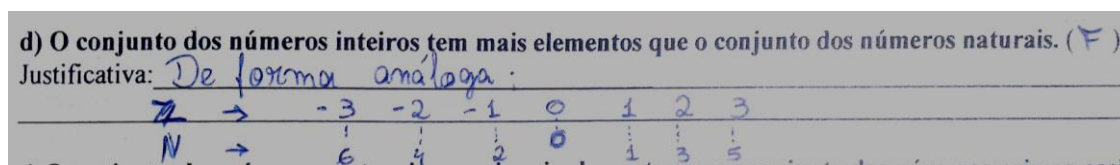
A.1) *Mesmo que aparente ter mais, quando fazemos a correspondência com os elementos de $\mathbb{N}$, temos que $\mathbb{Z}$ pode ter a mesma quantidade de $\mathbb{N}$.*

A.2) *Não podemos afirmar, pois ambos são infinitos.*

A.3) *Pode estabelecer uma relação tal que cada elemento do conjunto dos inteiros se relacionem, um a um, com um número natural.*

A.4) (A justificativa esta presente na imagem abaixo)

Imagem 1: Justificativa de um aluno na letra d da questão 11.



Fonte: Instrumento de Pesquisa

Podemos observar nas justificas A.1 e A.3 uma semelhança nas respostas desses alunos. De fato, quando comparamos quantidades de elementos entre conjuntos, estamos buscando uma relação entre eles como citado na justificativa A.3, tal relação é dada por uma correspondência como indicado na justificativa A.1, chamada de correspondência biunívoca em que cada elemento do conjunto $\mathbb{N}$ é pareado um a um com um elemento do conjunto $\mathbb{Z}$ através de uma função $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ ou ainda a sua inversa $f^{-1}: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$, tal que

$$f^{-1}(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0 \\ -2n, & \text{se } n < 0 \\ 2n - 1, & \text{se } n > 0 \end{cases}, \text{ para todo } n \in \mathbb{N}, \text{ como exemplificado pelo aluno da}$$

justificativa A.4, onde f é biunívoca, evidenciando o quanto as justificativas se inteiram.

Entretanto, na justificativa A.2, apesar do aluno classificar corretamente, a resposta não condiz. Apesar de ambos os conjuntos serem infinitos, os mesmos podem ter iguais ou diferentes cardinalidade, logo algo é possível afirmar sobre eles, isso pode ser observado no trabalho de Rezende (2003), pois o aluno tem concepção de infinito potencial.

Abaixo temos as justificativas daqueles que classificaram como verdadeira.

A.5) Pois, os naturais estão contidos nos inteiros, ou seja, o conjunto dos inteiros é um infinito maior.

A.6) Os dois são infinitos porém nos inteiros existem elementos que não existem nos naturais.

A.7) O conjunto dos naturais está contido no conjunto dos inteiros, logo o conjunto dos números inteiros é maior, pois abrange os números negativos também.

A.8) Pois o conjunto dos números inteiros inclui valores negativos e positivos.

A.9) O conjunto dos números inteiros é mais denso que o conjunto dos números naturais.

Vemos nas justificativas acima que a ideia de inclusão de conjuntos prevalece, ou seja, pelo fato de um conjunto estar contido em outro, isto faz deste maior que aquele quando na verdade esta ideia esta equivocada. Nessas justificativas vemos que qualquer relação de correspondência entre os conjuntos é desprezada, não é levada em consideração a capacidade de associar cada elemento do conjunto dos naturais a um conjunto dos números inteiros, isso pode ser visto em Waldegg (1996) que aponta este fato como um obstáculo epistemológico, pois levam essa propriedade de conjunto finito para os conjuntos infinitos.

Na pesquisa de Reina, Wilhelmi, Lasa (2014) relacionada a formação de professores do secundário foi aplicado um questionário sobre a construção dos números irracionais, em um de seus itens foi questionado se quem detém de maior cardinalidade era o conjunto dos números naturais ou o conjunto dos números inteiros e em uma das respostas se percebeu uma semelhança com as justificativas A.5 à A.8, tal resposta afirmava que era o conjunto dos números inteiros o detentor de maior cardinalidade pelo fato de $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Apesar do conjunto dos números inteiros possuírem números negativos, isso não faz com que esse seja um conjunto maior, pois para cada inteiro negativo temos um número natural correspondente. Portanto, o conjunto dos números inteiros é enumerável.

Este item deteve de 62% de acertos e todos deram uma classificação para o mesmo. Em contraste a este resultado temos a pesquisa de Iglioni e Silva (1998) em que um questionário composto por nove questões aplicado a 36 alunos iniciantes do curso de Computação e a 14 alunos que estavam concluindo o curso de Matemática. Dentre os 14 alunos do curso de Matemática, apenas 2 acertaram que os conjuntos dos inteiros e dos naturais possuem a mesma cardinalidade. Enquanto que 9 foi a quantidade de alunos que acreditam que o conjunto dos inteiros possui maior cardinalidade.

Na justificativa A.9 houve uma obscuridade no conceito de densidade. Para definir a densidade consideramos um conjunto A , para qualquer $x, y \in A$ teremos um número z entre eles. Deste modo, pode-se estabelecer uma diferença entre cardinalidade e densidade, a cardinalidade se refere ao número de elementos de um conjunto, enquanto que a densidade visualiza o tamanho em que um conjunto está comprimido em outro, o que os torna medidas distintas.

O conceito de densidade esta relacionado a subconjuntos, como exemplo, sabe-se que o conjunto dos números racionais e irracionais é denso em $\mathbb{R}$, porém $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$ não são densos em $\mathbb{R}$. Ainda $\mathbb{N}, \mathbb{Q}$ e $\mathbb{Q} - \mathbb{R}$ não são densos em $\mathbb{Z}$, pois dado $x, y \in \mathbb{Z}$ e q um elemento pertencente a um dos conjuntos anteriormente citado, q não poderá estar entre x e y .

Outro conceito de densidade é a densidade topológica, diz-se que $D \subseteq X$ é denso no espaço topológico X se a interseção com intervalo aberto em X não for vazia.

Seja $D \subseteq \mathbb{N}$, D será denso em $\mathbb{N}$ somente se a densidade superior e inferior existirem e forem iguais. Essa densidade é conhecida como densidade assintótica ou densidade natural e poder ser medida pelos seus limites:

$$\overline{d}(D) = \limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{\{1, 2, \dots, n\} \cap D}{n} = \limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{d(n)}{n}$$

$$\underline{d}(D) = \liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{\{1, 2, \dots, n\} \cap D}{n} = \liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{d(n)}{n}$$

Onde $\overline{d}(D) = \underline{d}(D)$.

A falta de compreensão de conceitos como densidade afeta no entendimento do infinito que consequentemente reflete no aprendizado de outros conteúdos matemáticos.

Afirmção II: O intervalo $[1, 2]$ tem menos elementos que o intervalo $[0, 7]$.

Quadro 2: Resultado da letra h referente a questão 11 do formulário.

Classificação Adequada	Justificativa	Resultados	
		Verdadeiro	Falso
Falsa	Os intervalos são equipotentes.	12	22

Fonte: Instrumento de Pesquisa

Nesse item tratamos sobre a quantidade de elementos em intervalos em que o índice de acerto foi de 65%. Abaixo temos algumas justificativas de participantes que classificaram a afirmação como falsa.

B.1) Não pois os dois são conjuntos infinitos.

B.2) Tem infinitos termos em ambos os intervalos.

B.3) Por se tratar de números reais, entre 1 e 2 não temos número algum, assim como entre (0) e (0,1)

Aqui vemos que mesmo classificando corretamente a assertiva, esses alunos ainda possuem da mesma dificuldade dos contemporâneos de Cantor em enxergar o infinito como uma existência física ou abstrata, lembrando assim Aristóteles a quem está associado o infinito potencial.

A justificativa B.3 houve um equívoco ao afirmar que entre os números 1 e 2 não há elementos se tratando do conjunto dos números reais, além disso a coordenada (0) estar escrita incorretamente.

Os alunos que classificaram como verdadeira deixaram as seguintes contribuições:

B.4) Apesar de no conjunto dos números reais, trabalharmos com intervalos infinitos, alguns infinitos são sempre maiores que outros.

B.5) Ainda que os dois sejam infinitos, o segundo é maior.

B.6) O intervalo $[1, 2]$ está contido em $[0, 7]$

Pode-se notar que na justificativa B.4 que o aluno detém de conhecimento que alguns conjuntos infinitos possuem diferentes cardinalidade. Entretanto, assim como na justificativa B.5, o que invalida é associar que um intervalo é maior que outro quando ambos possuem a mesma quantidade de elementos, pois qualquer intervalo de números reais $[a, b]$ tal que $b > 0$ é equipotente ao intervalo $[0, 1]$. Como ambos intervalos são equipotentes ao intervalo $[0, 1]$, consequentemente, por transitividade, são equipotentes entre si.

Também, na justificativa B.6, assim como em uma justificativa da afirmação I, o aluno considerou a relação de inclusão de conjuntos para justificar a diferença de quantidade elementos entre os intervalos.

Afirmiação III: O conjunto dos números reais tem mais elementos que o conjunto dos números complexos.

Quadro 3: Resultado da letra g referente a questão 11 do formulário.

Classificação Adequada	Justificativa	Resultados	
		Verdadeiro	Falso
Falsa	Os conjuntos possuem a mesma cardinalidade.	9	25

Fonte: Instrumento de Pesquisa

Os alunos que classificaram o item como verdadeiro apresentaram as seguintes justificativas:

D.1) Reais também podem ser complexos.

D.2) Pois $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

D.3) Pois o conjunto dos números complexos é infinito maior que os reais.

Já aqueles que classificaram a assertiva como falsa justificaram da seguinte maneira:

D.4) Não uma vez que não conhecemos o valor de “i” não podemos definir.

D.5) Não! Pois são conjuntos que apresentam a mesma quantidade de elementos.

Observando a justificativa *D.1*, de fato os números reais decaem em uma reta no plano complexo, pois como na justificativa *D.2*, temos que $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$, agora adotando $z \in \mathbb{C}$, tal que

$$z = x + yi, \text{ se } b = 0$$

corresponde a um ponto (x,y) no plano cartesiano, em que a parte real é representada por $\text{Re}(z) = x$ enquanto que a sua parte imaginária $\text{Im}(z) = y$. Entretanto, essa afirmação não justifica a equipotência.

O valor i é a solução de uma equação quadrática da forma $i^2 + 1 = 0 \Rightarrow i = \sqrt{-1}$, logo i tem um valor conhecido que não impede a bijeção entre o conjunto dos números reais e o conjunto dos números complexos.

Sabemos que o conjunto dos complexos contém o conjunto dos reais, mas essa relação de pertinência e inclusão não justifica a cardinalidade desses conjuntos, invalidando o argumento. Ainda, de acordo com Waldegg (1996) “as noções de inclusão e pertinência são noções intuitivas”, pois para ele “No primeiro, baseia-se a educação elementar, mas é nos dois últimos que se concentra a força da teoria dos conjuntos.” evidenciando assim que tal justifica se contrasta com o infinito atual que para Fischbein (1988, apud Voskoglou, s.d) “é puramente lógico, construção conceitual, não intuitivamente aceitável”.

Afirmção IV: É possível uma soma infinita produzir um resultado finito.

Quadro 4: Resultado da letra m referente a questão 11 do formulário.

Classificação Adequada	Justificativa	Resultados	
		Verdadeiro	Falso
Verdadeira	Séries numéricas infinitas	18	15

Fonte: Instrumento de Pesquisa

Justificativas daqueles que classificaram como verdadeiro:

E.1) Ex: os decimais $0,3 + 0,03 + 0,003 + 0,0003 + \dots = \frac{3}{9}$

E.2) Soma dos termos de uma P.G. infinita.

E.3) Se eu subtrair os elementos dos conjuntos dos números reais pelo mesmo conjunto, teremos como resultado o conjunto vazio, que é unitário.

Aqueles que classificaram como falso:

E.4) Não, pois se os números que serão utilizados serão infinitos, logo deve produzir um resultado infinito.

E.5) Não, pois o resultado sempre será infinito.

E.6) Infinito mais infinito dá 2 infinitos.

E.7) $\infty - \infty = 0$

E.8) É impossível do ponto de vista lógico.

E.9) É uma frase ilógica, difícil de conceber na intuição pura.

Para esse item consideremos uma sequência a_n em $\mathbb{R}$, em que a soma dos seus termos produz uma nova sequência chamada de sucessão das somas parciais (s_n) , ou seja, $s_n = a_1 + a_2 + \dots = \sum s_n$. A série $\sum a_n$ pode convergir a um ponto se existir um limite L , tal que seja ε um número real arbitrário positivo e exista $n_0 \in \mathbb{N}$ em que $|s_n - L| < \varepsilon$ sempre que $n > n_0$. Onde, $L = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n$.

Deste modo, podemos perceber em E.1 que a justificativa se dá pela apresentação de uma série geométrica com a seguinte característica:

$$(I) \quad s_n = \frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \dots + \frac{3}{10^n} \quad , \text{ multiplicando a série por } \frac{1}{10} \text{ temos:}$$

$$(II) \quad \frac{1}{10} s_n = \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \frac{3}{10^4} + \dots + \frac{3}{10^n} + \frac{3}{10^{n+1}}$$

Subtraindo (II) de (I) segue:

$$(III) \quad s_n - \frac{1}{10} s_n = \left(\frac{3}{10} - \frac{3}{10^n} \right)$$

$$s_n = \frac{3}{9} \left(1 - \frac{1}{10^n} \right)$$

Fazendo $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{9} \left(1 - \frac{1}{10^n} \right)$ vemos que a série converge para $\frac{3}{9}$ exatamente como a fração geratriz da dizima apresentada na justificativa E.1.

De (III) podemos isolar s_n da seguinte maneira:

$$\left(1 - \frac{1}{10} \right) s_n = \left(\frac{3}{10} - \frac{3}{10^n} \right)$$

$$s_n = \frac{\left(\frac{3}{10} - \frac{3}{10^n}\right)}{\left(1 - \frac{1}{10}\right)}$$

Como $n \rightarrow \infty$ então $\frac{3}{10^n}$ resulta em zero. Logo:

$$s_\infty = \frac{\left(\frac{3}{10} - 0\right)}{\left(1 - \frac{1}{10}\right)}$$

Observando a série (I) vemos que o seu primeiro termo $a_1 = \frac{3}{10}$ e a sua razão é $q = \frac{1}{10}$.

Portanto, $s_\infty = \frac{a_1}{(1-q)}$

Que é a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita como justificado em E.2.

Passando para a justificativa seguinte, a justificativa E.3, vemos a ocorrência de um equívoco na definição dos conjuntos apresentados. O conjunto vazio é um conjunto que não possui elementos, enquanto que conjunto unitário é aquele formado por um único elemento. Portanto, se o conjunto é vazio não pode ser unitário.

Nesse momento, lembramos de alguns mal-entendidos de simbologia. O conjunto vazio é representado pelo símbolo $\{ \}$ ou $\emptyset$ podendo acontecer o descuido de representar como $\{\emptyset\}$ que é um conjunto unitário. A diferença na representação $\{\emptyset\}$ das demais é que justamente esta representa um conjunto unitário composto do conjunto vazio como elemento, fato este que pode ter acometido na justificativa E.3.

Ainda, temos a justificativa E.4 que se choca com as justificativas acima. Quando o aluno afirma “se os números que serão utilizados serão infinitos” entendemos como um número da justificativa E.1 em que a soma dos decimais também é uma dízima periódica: $0,333... = 0,\overline{3}$ que como sabemos pode ser expressa na fração geratriz $\frac{3}{9}$.

Essa dificuldade é alertada em Cornu (1983, apud Moraes, 2013) que identifica a dificuldade da compreensão da soma infinita gerar um resultado finito refletir no entendimento do infinito nos estudantes.

Consequentemente essas dificuldades interferem ainda no entendimento de limite. Ainda, como apontado por Kill (2008) em uma pesquisa realizada entre 20 dos alunos finalistas do curso de Licenciatura em Matemática do Espírito Santo, o conceito de limite para os alunos da graduação detém dessa necessidade de compreensão da noção de infinito que segundo Kill (2008): “isso se deve ao uso comum do termo “tendendo ao infinito” bastante comum no estabelecimento de limites para funções e séries”.

As operações com infinito identificadas em *E.6* e *E.7* não se validam, pois na verdade temos $\infty + \infty = \infty$ enquanto que $\infty - \infty$ resulta em uma indeterminação.

Já as justificativas *E.8* e *E.9* tentaram se afastar da intuição, mas as suas conclusões lógicas terminaram por serem ineficientes.

De início parece ilógico que uma série infinita possa ser acabada, pois uma série infinita não detém de um último elemento, mas nada impede que não deixemos seus elementos pendentes. Para isso, basta lembrarmos-nos do paradoxo de Zenão em que para Aquiles alcançar a tartaruga é necessário completar uma série de infinitos movimentos com distâncias que se reduzem infinitamente.

A seguir sistematizamos em porcentagem a quantidade de acertos dos estudantes:

Quadro 5: Taxa de acertos da questão 11 do questionário.

PORCENTAGEM DE ACERTOS DA QUESTÃO 11												
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
56	65	71	62	56	56	74	65	44	56	59	65	53

Fonte: Instrumento de Pesquisa

Com esse quadro percebemos que todos os itens, com exceção da letra I da questão 11 do instrumento de pesquisa alcançaram mais de 50% de acertos.

6. Considerações Finais

A partir dos quadros e das respostas, temos pela parte quantitativa o índice de acerto é acima de 50%, com exceção da letra I com 44% de acertos, questão esta que trata acerca da relação entre dois segmentos, visto também nos resultados da pesquisa de Waldegg (1996) em que os alunos não sabem estabelecer uma relação bijetiva entre dois segmentos.

Quanto à parte qualitativa, temos que alguns alunos ainda persistem nas dificuldades também mostradas nas pesquisas relacionadas, evidenciando assim que ainda há alunos com dificuldade em estabelecer uma relação entre dois conjuntos infinitos, parecido com as concepções nas pesquisas de Moraes (2013) e Santos (2005).

Quanto aos professores de graduação em licenciatura em matemática, devem ter mais atenção, mais especificamente nas disciplinas de Cálculo I e Análise Real visando o entendimento do aluno acerca de conjuntos infinitos não só para as disciplinas, mas também tendo como consciência a influência que terá no ensino como futuro professor de matemática, tendo em mente como passarão o conceito de infinito para os alunos da educação básica e superior.

7. Referência:

AMADEI, Flávio Luiz. **O Infinito: Um obstáculo Epistemológico no Ensino Da Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), PUC/SP, São Paulo, 2005.

BERTOLUCCI, Cristina Cavalli. Noções de infinito matemático em adolescentes e adultos. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação, UFRGS, Porto Alegre.

BESSA JUNIOR, Francisco Almeida. **Uma Abordagem do Infinito no Caminho da Cardinalidade: Um estudo Endereçado aos Professores de Matemática no Ensino Básico**. Dissertação (Mestrado profissional em Educação Matemática), Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

CANTOR, Georg. **Contributions to the founding of the theory of transfinite numbers**. Tradução de Philip E. B. Jordain. New York: Dover Publications, Inc. 1954.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar projetos de Pesquisa**, 4ª edição, Editora Atlas, São Paulo, 2002.

[KAMKE, E. **Theory of Sets**. Tradução de Frederick Bagemihl. New York: Dover Publications, Inc. 1950.](#)

KILL, T. G. . **Concepções sobre o infinito dos licenciandos em matemática da Universidade Federal do Espírito Santo**. In: XII EBRAPEM, 2008, Rio Claro. Anais do XII Ebrapem, 2008..

LIMA, Elon Lages. **Curso de Análise**, vol. 1, 12a. edição, Projeto Euclides, IMPA, 2004.

MORAES, Mônica. **Um estudo sobre as aplicações dos obstáculos epistemológicos de limite de função em aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemáticas). Universidade Federal do Pará. Belém, 2013.

PIMENTEL, Rodrigo; SANTOS, Antônio Aparecido de Paulo; MOMETTI, Antonio Luis. O Infinito: Um Estudo Sobre as Diferentes Concepções. **Revista Interfaces**, Suzano ano 2, outubro 2010, pág 53-57.

LUIS, R. W., CARRANZA, M., P. LASA, A. **Construcción de la noción de número irracional en formación de profesores: conflictos semióticos y desafíos**. México. México DF. 2013.

REZENDE, Wanderley Moura. **O Ensino do Cálculo: Dificuldades de natureza Epistemológica**. Tese (Doutorado em Educação), Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

WALTER, Rudin. **Principles of mathematical analysis**. 3 ed. Mcgraw-Hill, Inc,[s.l]. 1976. 325p.

SANTOS, Milena. **Um estudo sobre a convergência de sequências numéricas com alunos que já tiveram contato com a noção de limite.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontífice Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2005.

SILVA, L. A. E.; CINTRA, V. P.; COSTA JÚNIOR, E. M.. **UM ESTUDO SOBRE O INFINITO: ENUMERABILIDADE E DENSIDADE DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS.** 2016. Dissertação (Mestrado em Mestrado em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal do Triângulo Mineiro.

WALDEGG, G. Identificación de Obstáculos Didácticos en el Estudio del Infinito Actual. **Revista Mexicana de Investigación Educativa.** México, p. 107–122. 1996. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/pdf/140/14000108.pdf>>. Acesso em: 17 set. 2017



ATIVIDADES COM ARITMÉTICA VOLTADAS À APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA.

Amanda de Souza Maia
Licencianda em Matemática- UFPA campus Castanhal
amandamaia1202@gmail.com

Izabela Moraes da Gama
Licencianda em Matemática- UFPA Castanhal
Izabelagama77@gmail.com

Alan Diego Freitas Pinto
Licenciando em Matemática-UFPA Castanhal
alandiego175@gmail.com

Prof.^a Dr^a Gerlândia de Castro Silva Thijm
Orientadora -Faculdade de Matemática - Campus Castanhal
gerlandia@ufpa.br

Resumo:

Este trabalho tem por objetivo divulgar os resultados obtidos com o projeto “Ensinar e Aprender Aritmética e Álgebra nos Anos Iniciais”. Por meio da metodologia etnomatemática, os bolsistas e voluntários desenvolveram a atividade intitulada “Jogo do mercadinho” em uma turma de 5º ano do ensino fundamental menor, objetivando fortalecer o aprendizado dos conceitos aritméticos trabalhados no primeiro semestre, para posteriormente introduzir os conteúdos algébricos. A *etnomatemática* possibilitou a escolha e preparação de uma atividade com a qual os alunos se identificaram, por se tratar de algo presente no seu cotidiano e com esse auxílio metodológico foi possível fortalecer o conhecimento aritmético para facilitar a transição para o aprendizado algébrico. Na fase preparatória da atividade os bolsistas e voluntários aplicaram um questionário de sondagem para compreender o nível cognitivo dos alunos em relação ao conteúdo. Na fase seguinte foi desenvolvida a atividade “Jogo do mercadinho” e na aula seguinte um segundo questionário para avaliar a contribuição da atividade para o aprendizado dos alunos. A atividade aplicada possibilitou desenvolver uma melhor comunicação durante o trabalho em equipe; treinar e aperfeiçoar o conhecimento acerca das operações aritméticas; identificar aplicações dos conhecimentos estudados na escola, enquanto conscientizava sobre a importância do preço dos alimentos para o orçamento familiar. Os resultados obtidos na atividade foram satisfatórios e os objetivos do projeto estão sendo alcançados em sua maioria, haja vista que o projeto se encontra em andamento.

Palavra-chave: Aritmética. Álgebra. Etnomatemática. Mercadinho.

1 – Introdução

O presente texto trata de um trabalho desenvolvido dentro do projeto de extensão “ENSINAR E APRENDER ARITMÉTICA E ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS”, pelos bolsistas e voluntários em uma turma com 30 alunos de 5º ano do ensino fundamental menor, da escola Latif Ronald Oliveira Jatene, localizada na área urbana da cidade de Castanhal/ Pa, objetivando fortalecer o conhecimento aritmético dos alunos para inserir o conteúdo algébrico posteriormente, segundo os objetivos propostos no cronograma do projeto.

O projeto “ENSINAR E APRENDER ARITMÉTICA E ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS” surgiu com o propósito de fortalecer o ensino aritmético e introduzir o conteúdo algébrico no ensino fundamental menor, para diminuir a dificuldade sentida pelos alunos nos anos finais do ensino fundamental, fase em que inicia o ensino da álgebra. O planejamento do projeto visa oferecer aos alunos aulas dinâmicas e atrativas, baseadas em metodologias de ensino como a Resolução de problemas, Etnomatemática, Jogos, Modelagem Matemática e as tecnologias de informação.

Sendo a aritmética e a álgebra campos matemáticos, elucidar o que são e como ocorre a relação entre elas é uma tarefa complexa. O contato inicial com ambas ocorre no ensino fundamental, fase em que o aluno aprende a lidar com os números e regras aritméticas, para logo após conhecer a álgebra, com conceitos abstratos e generalizações.

Os primeiros registros algébricos conhecidos, segundo os estudos de Eves (1997), foram encontrados no Egito por volta de 2.000 a.C. no papiro de Rhind, documento datado como o mais antigo registro matemático onde o autor descreveu 85 problemas de aritmética e álgebra.

Dessa época tem-se um salto de quase 2.000 anos direto para a época do grego Diofanto, considerado por muitos como o “Pai da álgebra” com sua grande contribuição ao inserir um sinal especial para a Incógnita em seus cálculos. A próxima consideração notável foi dada pelo francês Vieta, por volta de 1550, ao sistematizar o uso das letras para representar dados em uma expressão algébrica, introduzindo verdadeiramente o cálculo com letras com regras próprias e compatíveis com as noções de aritmética. As maiores contribuições seguintes foram dadas por Galois que viveu entre 1811-1832, Abel de 1802-1829 e Bourbaki, a partir de 1940, que apresentou um domínio próprio do “Cálculo com letras”, definindo, enfim um vasto conhecimento “abstrato” (LINS e GIMENEZ, 2001, p.91). Constituindo assim, as contribuições que fundamentam o conhecimento algébrico possuído até os dias atuais.

Segundo Camargo (2014), a Álgebra:

É o campo da matemática que dá a possibilidade de resolver problemas de maneira generalizada, representando quantidades por letras e símbolos, permitindo alcançar um grau maior que o alcançado pela aritmética. CAMARGO (2014, p.10)

A álgebra fornece aos alunos uma nova linguagem e forma de resolver problemas matemáticos de maneira abrangente e abstrata, sendo a abstração algébrica um dos fatores que produzem nos alunos um certo temor em relação a álgebra. No entanto, a abstração não é o

ANais DO SEMINARIO DE COGNiçAO E EDUCaçAO MATEMATICA 2017 – CENTRO DE CIENCIAS SOCIAIS E EDUCaçAO- UNIVERSIADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

único agente causador desse temor, pois, segundo Camargo (2014, p.10), “a simples mudança de conteúdos aritméticos para conteúdos algébricos causa por si só um grande desconforto na maioria dos alunos no ensino fundamental”.

Ambos os campos matemáticos, aritmética e álgebra, são ensinados de forma compartimentada e desconectada, ao longo dos anos escolares, fator que amplifica a dificuldade encontrada pelos alunos ao lidarem com a linguagem algébrica.

Segundo os estudos de Lins (1997, p.137), “A álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade”, ampliando a quantidade de símbolos conhecidos pelos alunos e envolvendo letras (incógnitas) nas equações, transformando o modelo de equação simples vistos na aritmética para um modelo mais abstrato com mais possibilidades e interpretações. A linguagem aritmética em algébrica, é considerada por Gil (2008, p.03) “uma linguagem muito específica, cheia de formalismos, tão sintética que aos olhos do aluno parece incompreensível”.

As observações de Gil (2008) são pertinentes, porque a linguagem matemática utiliza um conjunto extenso de símbolos, que exige que os alunos ao longo dos anos escolares, dediquem tempo para compreender os significados em cada campo matemático, uma vez que na aritmética se deparam com um número razoável de símbolos matemáticos, mas ao estudarem o campo algébrico encontram-se com uma linguagem generalizada e concisa, regada de símbolos.

Essa linguagem sucinta, com a qual a álgebra é apresentada, acaba intimidando o aluno, passando a imagem de uma álgebra difícil ou quase inacessível aos mesmos.

De acordo com o Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998, p.63):

É importante destacar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução e não atividades voltadas para a memorização desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce de conceitos.

A metodologia tradicional com a qual os conhecimentos algébricos são apresentados no ambiente escolar tem mantido o foco principalmente em memorização e aprendizado de fórmulas mecânicas, nas quais o aluno se importa apenas em memorizar sem compreender os

significados algébricos de cada uma. Essa metodologia retarda o desenvolvimento do pensamento algébrico, por não incentivá-lo.

Segundo Castro (2003, p.33), “essa mecanização dos procedimentos na educação algébrica gera a sensação de que não existem dificuldades em seu aprendizado, o que determina problemas maiores nos últimos ciclos da escola básica”, produzindo lacunas na aprendizagem, que na maioria dos casos não são preenchidas nos anos escolares seguintes, chegando muitas vezes ao ensino superior.

Segundo as orientações dos PCN's de Matemática:

Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhece diferentes funções da Álgebra (como generalizar padrões aritméticas, estabelecer relações entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representando problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreendendo a “sintaxe” (regra para a resolução) de uma equação (BRASIL, 1998, p. 50/ 51).

Estas etapas possibilitam aos alunos a oportunidade de renunciar a imagem mecânica que possuem sobre a álgebra e permitem o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para isso é necessário o contato com abordagens metodológicas que priorizem o pensamento algébrico com a devida compreensão sobre os conceitos e suas interpretações e que abordem a álgebra interligada em suas diferentes concepções.

Para Lins e Gimenez (1997, p. 10) “é preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, de modo que álgebra e aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”. Apresentando a álgebra de forma introdutória nos anos iniciais enquanto é fortalecido o aprendizado aritmético há possibilidade de familiarização, já nos primeiros anos, com a linguagem algébrica.

Segundo Oliveira (2002) “algumas barreiras se configuram na Álgebra pelo fato de o aluno trazer, para o contexto algébrico, dificuldades herdadas do aprendizado no contexto aritmético, ou por estender para o estudo algébrico, procedimentos aritméticos que não procedem”, implicando diretamente no sucesso ou fracasso do aluno nos anos escolares seguintes.

2 – O Programa etnomatemática enquanto possibilidade metodológica.

O movimento etnomatemático, adquiriu notoriedade na década de 1980 com o professor Ubiratan D’Ambrósio. Para melhor compreendê-lo é necessário interpretar adequadamente o termo etnomatemática e seu significado, como orienta D’Ambrósio (1990). É importante dar o devido destaque ao prefixo “etno” que reporta-se à etnia, isto é, um grupo

de pessoas de mesma cultura, língua e ritos próprios ou seja, com características culturais específicas constituindo-se como um grupo diferenciado com suas peculiaridades. O prefixo “etno” é empregado em expressões atuais para sustentar debates que envolvem raça, identidades e etnia.

Para Munanga (2004) a expressão “etnia”, que é uma variante do prefixo “etno”, deve envolver significações não somente biológicas, mas também culturais. Pois, por exemplo, ainda que se afirme que um grupo é negro, amarelo ou branco, ele pode conter, em sua composição, diferentes etnias:

Uma etnia é um conjunto de indivíduos que, histórica ou mitologicamente, têm um ancestral comum; têm uma língua em comum, uma mesma religião ou cosmovisão; uma mesma cultura e moram geograficamente num mesmo território. Algumas etnias constituíram sozinhas nações. Assim o caso de várias sociedades indígenas brasileiras, africanas, asiáticas, australianas, etc.... que são ou foram etnias nações. (p. 28/9)

No termo “Etnomatemática” também é possível encontrar o radical “matema” que sugere o processo de compreensão do conhecimento, que também significa, explicar, estudar, distinguir ou trabalhar com conhecimento. Já o sufixo “tica” remete, imediatamente, às tecnologias do saber, ou seja, a atitudes, maneiras, artifícios e procedimentos para isso.

Portanto, uma composição da expressão Etnomatemática como o estudo dos distintos modos de construção do conhecimento, quando relacionado a grupos étnicos específicos com seus modos e técnicas próprias para esclarecer, distinguir e trabalhar com a sua produção é possível.

O contexto que gerou a necessidade do movimento etnomatemático iniciou-se, segundo os estudos de D’Ambrósio (1998), por volta dos anos de 1970. Para o autor:

Depois do fracasso da Matemática Moderna, na década de 1970, quando surgiu entre os educadores matemáticos, várias correntes educacionais desta disciplina, que tinham um componente comum – a forte reação contra a existência de um currículo comum e contra a maneira imposta de apresentar a matemática de uma só visão, como um conhecimento universal e caracterizado por divulgar verdades absolutas. D’AMBRÓSIO (p.2)

O movimento de matemática moderna centrava-se no conteúdo, onde ofertava aos estudantes uma visão de que a Matemática era um conhecimento pronto e inerte. O fracasso do movimento gerou questionamentos, que por sua vez geraram estudos, criando o cenário ideal para ampliar o olhar dos pesquisadores/ educadores. Segundo D’Ambrósio (1998) estes educadores então decidiram direcionar os seus olhares para o conhecimento não escolarizado,

como por exemplo, o conhecimento matemático de donas de casa, pedreiros, comerciantes de rua, pescadores, dentre outros.

A partir desses estudos surgiram algumas tentativas de conceituar esta matemática diferenciada. Porém, somente em 1984, durante o quinto congresso internacional de educação matemática, o professor Ubiratan D’Ambrósio apresentou sua teoria sobre a linha de pesquisa que vinha sendo desenvolvida há alguns anos.

Neste ano nascia o Programa de Pesquisa Etnomatemática, motivado pela procura de entender o saber/fazer matemático ao longo da história da Humanidade, contextualizando em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações (D’AMBRÓSIO, 2002, p.17).

Desse momento em diante, o campo educacional passou a pesquisar e discutir sobre a Etnomatemática. Muitos questionamentos foram levantados por pesquisadores sobre a sua proposta e o modo de como esta seria utilizado em sala de aula, principalmente após a criação do Grupo Internacional de Estudos em Etnomatemática, no ano de 1986 com a intenção de aprimorar e aprofundar a teoria apresentada.

Esquinca (2004), ao historicizar sobre o movimento etnomatemática, refere-se à D’Ambrósio quando este, em uma entrevista cedida à Revista Nova Escola no ano de 1993, afirma que a ideia de Etnomatemática surgiu a partir das experiências adquiridas enquanto era diretor do programa de Doutorado em Mali, na África, onde foi possível observar a cultura do povo e a forma própria com a qual eles viam e estudavam a Matemática. Um local onde a matemática de “primeiro mundo” rebuscada não possuía conexões com as tradições e as necessidades do povo africano.

Para Velho e Lara (2013, p 01), a essência da etnomatemática é demonstrar a existência de distintas maneiras de produzir matemática, caracterizadas pelas conjunturas em que são suscitadas, formadas e difundidas, reconhecendo suas características diferentes em cada local e grupo.

Segundo D’Ambrósio (2011),

A Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de certa faixa etária, sociedades indígenas, e diversos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns ao grupo. D’Ambrósio (p. 09).

Essas particularidades são facilmente notadas quando observamos a realidade de alunos de áreas urbanas e comparamos com alunos de áreas rurais, por exemplo, pois são

perspectivas de ensino diferentes que necessitam de abordagens e contextualizações diferenciadas para cada local.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997, p. 21): “A etnomatemática procura partir da realidade e chegar à ação pedagógica de maneira natural, mediante um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural”.

Em outras palavras, a etnomatemática busca conduzir o processo de aprendizagem considerando a singularidade de cada grupo e faixa etária, pois cada um exige estilos e técnicas diferentes para entender e lidar com o conhecimento. Desconsiderar essas singularidades no processo de ensino pode implicar diretamente em “rupturas” no processo de aprendizagem do aluno.

Podemos exemplificar essa situação ao considerar uma criança nos anos iniciais de escolarização, que ao aprender a operar com os números utiliza os dedos como recurso para a efetuar as operações como soma e subtração. Ao adquirir bons resultados na realização dessas tarefas, lhe é imposto que não utilize os dedos como recurso visual para contagem. O fato de não mais contar com o recurso visual dos dedos representa uma ruptura na assimilação da criança, pois o método até então utilizado lhe era familiar e possuía uma sequência e ritmo adequados ao seu desenvolvimento. Esta situação demanda preparo docente para mediar o processo de abstração de informações.

Segundo D’Ambrósio (2011):

Em particular na aritmética, o atributo do número na quantificação é essencial. Duas laranjas e dois cavalos são “dois” distintos. Chegar ao “dois” sem qualificativo, assim como à geometria sem cores, talvez seja o ponto crucial na passagem para uma matemática teórica. O cuidado com essa passagem e trabalhar adequadamente esse momento de transição talvez sintetizem tudo o que há de importante nos programas de matemática elementar. O resto são técnicas que interessam pouco a pouco (D’AMBRÓSIO, 2011, p.116).

Desse modo, as técnicas usadas e as sequências seguidas durante o processo de assimilação, implicam diretamente no sucesso ou fracasso da devida compreensão de conceitos matemáticos em qualquer nível ou etapa de aprendizagem.

3 – Materiais e Métodos

O processo de intervenção pedagógica relatado no presente texto utilizou duas metodologias: o jogo aliado a etnomatemática. Após orientação e pesquisa decidiu-se por aplicar o jogo denominado “Jogo do Mercadinho” adaptado ao conteúdo aritmético estudados no 1º semestre.

Foram utilizados dois(02) questionários, como procedimentos avaliativos de desempenho, um de sondagem (antes da atividade) e um de constatação (após atividade) para verificar a colaboração da atividade para a aprendizagem dos alunos.

Jogo do Mercadinho

Na fase preparatória da atividade, indagamos os alunos sobre quais atividades eles realizavam com frequência em suas casas a pedido dos pais, a maioria relatou que se deslocava ao mercadinho, presente na rua de sua casa, com frequência para comprar pequenas quantidades de alimentos. Uma terça parte relatou acompanhar a mãe ao super mercado e a feira da cidade para fazer a compra mensal de alimentos realizada pelos pais. Com base nessas informações elaboramos a atividade.

Inicialmente dialogamos com os alunos sobre o preço da cesta básica e o impacto que surtia sobre o orçamento familiar, envolvendo-os no tema principal da atividade. Após o dialogo iniciou-se a aplicação do questionário de sondagem, no qual continha problemas de níveis fácil, médio e difícil, onde os alunos deviam ler e interpretar os probleminhas afim de montar e resolver as operações básicas de aritmética. Na aula seguinte, com a devida noção sobre o nível de conhecimento que os alunos possuíam, iniciamos a atividade intitulada “Jogo do Mercadinho” com o objetivo de exercitar as operações básicas da aritmética, percebendo o uso delas em seu cotidiano. Para iniciar a atividade foram montados 3 “mercados” dentro da sala, os quais possuíam embalagens vazias dos alimentos que compõe a cesta básica e outros tipos de alimentos para testar atenção dos alunos, onde cada mercado possuía preços diferenciados permitindo a comparação entre os melhores preços.

Imagem 1. MERCADINHO



Imagem 2. MERCADINHO



Fonte: Projeto “Ensinar e aprender aritmética e álgebra nas series iniciais” 2017

Depois de dividir os alunos em grupos de 6(seis) membros, foi distribuído uma função específica para cada membro. Cada equipe contaria com dois contadores, responsáveis por garantir que os cálculos estivessem corretos; um tesoureiro que guardaria o dinheiro para efetuar o pagamento ao final da atividade; um responsável pela lista de compras, que garantiria a devida organização da lista com os preços unitários e totais de cada alimento; e dois clientes, que sairiam em direção ao mercado para pesquisar os preços e garantir a economia.

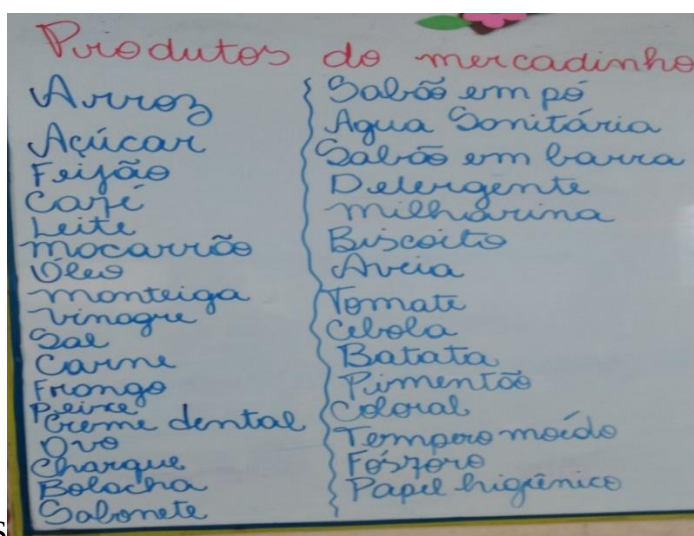
Imagem 3. ALUNOS REALIZANDO ATIVIDADE



Fonte: Projeto “Ensinar e aprender aritmética e álgebra nas series iniciais” 2017

Após a divisão das funções, cada equipe foi orientada a preparar uma lista de compras razoável e econômica, de acordo com os alimentos disponíveis nos mercados, para alimentar uma família de 4 membros por 30 dias.

Imagem 4. LISTA DE



PRODUTOS

Fonte: Projeto “Ensinar e aprender aritmética e álgebra nas series iniciais” 2017

4 – Discussões e resultados

Inicialmente, ao analisar o questionário de sondagem, foi possível notar uma grande dificuldade na interpretação dos probleminhas, fato que causou cerca de 50% dos erros ocorridos no teste, os quais eles precisavam ler, compreender e decidir qual operador deveria ser utilizado. Como no exemplo a seguir:

“Larissa foi a feira comprar 2 quilos de pimentão, quando chegou na feira descobriu que cada quilo custava R\$1,75 centavos. Para essa compra Larissa levou R\$50,00 reais, quanto foi o troco de Larissa?”

No qual era preciso somar o valor de dois(2) quilos do pimentão ou multiplicar o valor do quilo por dois (2), depois era preciso subtrair de cinquenta (50) para descobrir o quanto em reais Larissa levaria de troco. Mas ao ler o problema, os alunos tiveram dificuldade de compreender que com as primeiras informações do problema eles poderiam operar com a soma ou multiplicação e ambos estariam corretos.

O restante dos erros foi em decorrência da falta de domínio e segurança dos alunos em relação ao conteúdo aritmético, que originou incertezas na montagem das equações como no problema a seguir:

“O pai de João lhe pediu para ir no mercado e comprar 5 quilos de feijão, 3 quilos de arroz, 2 pacotes de café e 2 pacotes de macarrão. O pai de João lhe deu R\$30,00 reais para realizar essa compra, sendo que:

1 kg de feijão custa R\$2,50

1 kg de arroz custa R\$2,00

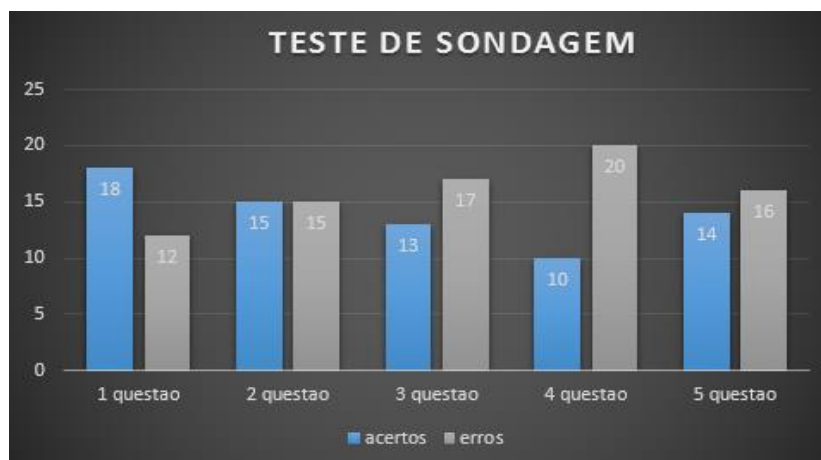
1 pacote de café custa R1,50

1 pacote de macarrão custa R\$2,25

Quanto João levou de troco para casa?”

No qual o segredo era montar corretamente as operações a serem efetuadas e seguir a sequência correta para efetuar as operações, com divisão e multiplicação a serem resolvidas primeiro, pois a solução era composta basicamente por soma/multiplicação e subtração. Esses fatores geraram os resultados apresentados no gráfico a seguir:

Gráfico 1. TESTE DE SONDAGEM

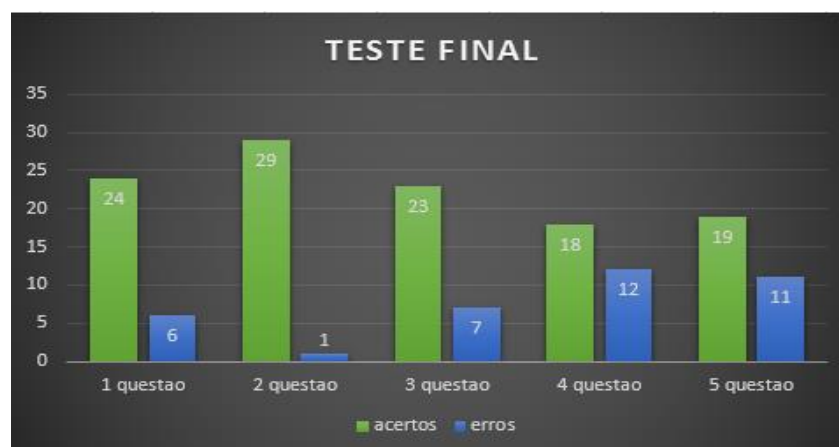


Fonte: Projeto “Ensinar e aprender aritmética e álgebra nas series iniciais” 2017

Durante a realização da atividade foi possível observar que os alunos se desenvolveram como era aguardado, durante a montagem da lista de compras os clientes saíam em direção aos mercados e voltavam as mesas relatando os preços e decidindo em equipe quais escolher. Em alguns momentos os alunos tendiam a comprar produtos que não eram essências para a alimentação familiar, como biscoitos e salgadinhos, mas na maioria dos casos decidiam por não comprar após a equipe discordar. No final da atividade, quando as compras já haviam sido feitas, os tesoureiros de cada equipe efetuaram o pagamento adequadamente, demonstrando bastante facilidade com operações como adição e subtração ao utilizar o dinheiro, pois ao efetuarem os pagamentos de imediato relatavam o valor do troco que deviam receber, entre outras informações. Com as listas em mãos, os bolsistas/Voluntários efetuaram os cálculos sobre a soma dos valores de cada lista em uma calculadora científica para se certificar que os valores estavam corretos, podendo observar a maneira que cada contador se organizou para garantir que as somas estivessem corretas. A condição para “vencer” o jogo seria montar a lista de compras mais econômica para alimentar uma família de 4 membros por 30 dias, mas ao final da atividade, após cada equipe entregar sua lista de compras, percebemos que algumas equipes, focadas em vencer a atividade, montaram suas listas objetivando obter o menor valor sem levar em consideração que a quantidade de alimentos presente em suas listas não era suficiente para 30 dias. Portanto, ao final o critério sobre o menor valor da lista de compras foi desconsiderado em decorrência do imprevisto, assim sendo premiada a equipe que montou a melhor lista capaz de manter uma família de 4 membros por 30 dias.

Na aula seguinte a realização da atividade “Jogo do Mercadinho” os bolsistas e os voluntários aplicaram um segundo questionário, com probleminhas semelhantes aos que continham o primeiro questionário, contando com um maior grau de dificuldade para verificar se a atividade aplicada contribuiu para o fortalecimento do aprendizado sobre os conceitos aritméticos. A avaliação do questionário constatou que os objetivos esperados com a realização da atividade foram alcançados, uma vez que os alunos demonstraram um melhor desempenho na resolução dos probleminhas, apresentando mais empenho nas resoluções, mais segurança acerca do conteúdo ensinado e do uso correto dos operadores aritméticos.

Gráfico 2. TESTE FINAL



Fonte: Projeto “Ensinar e aprender aritmética e álgebra nas series iniciais” 2017

Conclusão:

Em relação aos objetivos do projeto “ENSINAR E APRENDER ARITMÉTICA E ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS” alguns dos resultados almejados já foram alcançados até o presente momento com a realização de atividades semelhantes ao que foi relatado neste trabalho. A abordagem de metodologias como Resolução de Problemas e Jogos possibilitou aos bolsistas/ voluntários instigar os alunos a perceberem que o conteúdo por eles estudado não permanece inerte nos livros, que esse mesmo conteúdo pode possuir outras aplicações além da utilizada pelos pais ao realizarem as compras de alimentos. As atividades desta primeira fase do projeto foram planejadas para fortalecer o conhecimento aritmético dos alunos, que treinaram e aperfeiçoaram seus conhecimentos sobre as operações aritméticas, na intenção de facilitar a compreensão do conteúdo algébrico que será ministrado de maneira introdutória posteriormente na segunda fase deste projeto. O cronograma do projeto “ENSINAR E APRENDER ARITMÉTICA E ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS” se encontra ainda em curso, portanto os próximos resultados serão relatados em trabalhos futuros.

Referencias

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

SOUZA, Eliane Reame e DINIZ, Maria Ignez de S. Vieira. **Álgebra: das Variáveis às Equações e Funções**. São Paulo: IME-USP, 1996.

VELHO, Eliane Maria Hoffmann e LARA, Isabel Cristina Machado. Saberes Etnomatemáticos de Profissionais de Marcenaria: Possibilidades Para o Ensino de Geometria. In: **Anais do XI EBEM**, Curitiba, 2013.

D'AMBROSIO U. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. São Paulo: Ática, 1990.

ESQUINCALHA, A. C. Etnomatemática: Um estudo da evolução das ideias In: **Anais do VIII ENEM**, Recife, 2004.

CAMARGO, Ana Paula Santos. **Aprendizagem em Álgebra, uma Investigação no Oitavo Ano**. 2014. 50f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Departamento de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Rondônia, Ji-Paraná.

D'AMBROSIO U. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. São Paulo: Ática, 1990.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. 4ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011 (Coleção Tendências em Educação Matemática). ISSN

D'Ambrósio, Ubiratan. O QUE É ETNOMATEMÁTICA. Disponível em <http://www.ufrj.br/leptrans/arquivos/etno.pdf> Acesso em 14 de agosto 2017

D'Ambrosio, Ubiratan. O PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA. Disponível em <http://www.fe.unb.br/etnomatematica/> Acesso em 14 de agosto 2017

LINS, Romulo campos; GIMENEZ, Joaquim. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI. 4ª edição. São Paulo: Papirus Editora, 2001.

MUNANGA, Kabengele. Uma abordagem conceitual das noções de raça, racismo, identidade e etnia. In: BRANDÃO, André Augusto. **Programa de Educação sobre o Negro na Sociedade Brasileira**: Niterói, EdUFF, 2004.

CASTRO, M. R. **Educação Algébrica e Resolução de problemas**. Disponível em: <http://cdnbi.tvescola.org.br/resources/VMSResources/contents/document/publicationsSeries/110456EducacaoAlgebricaResolucaoProblemas.pdf> Acesso em 14 de agosto 2017

LINS, Rômulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

GIL, Katia Henn. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. Porto Alegre. 2008. 120 p. Dissertação – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

OLIVEIRA, Ana Teresa de C. C. Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo: SBEM, ano 9, n. 12, p. (35 – 39), jun. 2002.



CAMINHOS DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARA EDUCAÇÃO DE SURDOS

MELLO, Matheus Viana

Discente de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

E-mail: Matheus.mello2198@gmail.com

COSTA, Danielle Silva e Silva

Discente de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA)

E-mail: silaesilva.danie@gmail.com

LIMA, Ana Luiza Tavares

Discente de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

E-mail: tavareslimaluiza@gmail.com

SANTIAGO-VIEIRA, Silvio

Professor de Educação Especial/Libras da Universidade do Estado do Pará (UEPA)

Coordenador do Grupo de Estudos Surdos & Interfaces (GESI/IEPA/UNIEPA)

E-mail: saintvier@gmail.com

(Orientador)

RESUMO: Este artigo é fruto de uma pesquisa que teve por objetivo geral desenvolver um trabalho afim de dar ênfase nas principais dificuldades enfrentadas tanto por alunos surdos em aulas de Matemática quanto pelos próprios professores ao ministrar aulas desta disciplina. Dessa forma, o intuito da pesquisa é destacar tais dificuldades evidenciadas pelos próprios discentes do curso e fazer uma análise de como a disciplina Libras é abordada e de como ela é colocada em nível de importância pelas mesmas e, assim tentar amenizar as barreiras que impedem o aluno surdo de se integrar ao meio escolar e na sociedade. Esta pesquisa está apoiada nos estudos de Ferreira (2006), Gessinger (2001) e Capovilla (2005). Trata-se de uma pesquisa do tipo qualitativa, a partir de um questionário com oito perguntas abertas, onde almejou-se saber qual o caminho da formação de professores para lidar com os alunos surdos. Diante disso, observou-se que para que se tenha um bom profissional, é necessário que as universidades invistam nessa causa, por meio de palestras, aumentando o horário de aulas do curso de libras de uma graduação e proporcionando um ambiente onde ouvintes e surdos possam se comunicar em Libras. Para que isso ocorra, a universidade deve proporcionar aos seus discentes uma fluência na Língua de Sinais Brasileira.

Palavras-chave: Alunos surdos. Formação de Professores. Dificuldades. Matemática. Comunicação.

1. Libras no ensino superior

A inclusão de pessoas surdas no ensino escolar desde a educação infantil até o ensino superior é de responsabilidade dos governos uma inclusão escolar e social de qualidade para todos, ou seja, o governo deverá assegurar uma educação para todos. Por isso, partindo dessa concepção, no Brasil está influência se apoia na Lei de Diretrizes e Bases (1996), nos PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais), que estabeleceram as adaptações curriculares e assim acontece paulatinamente a inserção da disciplina Libras no âmbito escolar.

No entanto, somente com o Decreto nº 5.626, de 22 de dezembro de 2005, que houve a inclusão da disciplina nos cursos de licenciatura:

Art.9º Parágrafo único. O processo de inclusão da Libras como disciplina curricular deve iniciar-se nos cursos de educação especial, fonoaudiologia, pedagogia e letras, ampliando-se progressivamente para as demais licenciaturas. (Decreto nº 5.626, de 22 de dezembro de 2005)

Com isso, nota-se a partir dos discursos dos alunos entrevistados o quanto é necessário a introdução da língua de sinais nas grades curriculares do ensino superior, contudo é evidente que há falhas comprometedoras na execução dessa disciplina nas graduações, primeiramente pela falta de instrução e a distante participação da comunidade surda no processo de inclusão dessa disciplina, e é primordial que para habilitar um professor de Matemática a ensinar um aluno surdo, se conheça as dificuldades presentes no ensino atual, e essas dificuldades só podem ser expostas por profissionais já atuantes nesta área, ou pelos próprios alunos surdos, pois ao conhecer a situação atual da educação para surdos, o processo de habilitação de futuros professores para darem uma aula mais qualificada se tornará mais fácil, consequentemente melhorando a educação do aluno surdo, e assim integrando-o ao ambiente escolar.

2. Análise das ementas das disciplinas Libras:

Levou-se em consideração a análise da ementa de instituições de ensino, de nível superior que abrangem em suas matrizes curriculares, a disciplina Libras na graduação de

Matemática, ou educação inclusiva abrangendo um público maior com variadas necessidades, onde por sua vez, inclui-se a LIBRAS. No estado do Pará, na cidade de Belém, a universidade da Amazônia, UNAMA, oferta o curso de Matemática, onde trazem como principais objetivos a compreensão a trajetória histórico-social, visando verificar a aceitação da língua de sinais, como a língua natural do surdo, busca-se também se sua garantia legal é assegurada e demonstra, a compreensão da mesma como uma das diferentes formas de comunicação existentes. Nesta universidade, vê-se a disciplina libras em seu 2º semestre, no curso presencial de Matemática, com carga horária total de 60 horas. Além disso, abrange compreender a necessidade de comunicar-se por meio da língua de sinais, ou seja, falar em libras. Entretanto, apesar de todas essas preocupações com os percalços existentes, não se transporta de maneira assídua, constatar todas essas situações no âmbito da educação. Logo, onde menos se encontram preocupações, é na formação de professores em correspondência ao ensino, trato com esses alunos, e a qualidade que estes merecem.

Na Universidade do Estado do Pará, UEPA, o curso de Licenciatura plena em Matemática, objetiva formar profissionais para o desempenho docente, o regime de seu curso, encontra-se no modelo anual, trazendo a disciplina libras em seu 1º ano de graduação, com carga horária de 80 horas, onde pode-se notar uma maior preocupação com o desenvolvimento dos discentes, visto que, estes devem sair preparados para lidar com as dificuldades no ensino e educação do Estado. Mas, nem tudo aparece de forma positiva, observa que muitos docentes do curso (referente as outras disciplinas), encontram-se despreparados para lidar com alunos surdos, onde acarreta em uma frustração por parte do aluno, que espera uma qualidade maior de aprendizado. O objetivo de ensinar libras no primeiro ano é honrável, visto que esse primeiro contato com a pluralidade de culturas é essencial ao priori conhecimento do aluno, mas, justamente, as dificuldades partem de professores que necessitam de uma melhor qualificação para lidar com esse público.

O Instituto Federal do Pará, IFPA, é mais uma das instituições de nível superior que apresenta a graduação, no curso de licenciatura em matemática. Percebe-se que apresenta com argumentos e estrutura de ótima qualidade o curso, traz a matemática como ciência que estuda as quantidades, o espaço, as relações abstratas e lógicas aplicadas aos símbolos, propondo formar um profissional apto a atuar na área acadêmica, em seus portais, além de haver apresentação atrativa, levanta questões sobre o perfil do profissional, o qual, deve ser capaz de fazer a mediação entre o conhecimento matemático e o aluno. Outrossim, uma questão que é um tanto curiosa a ser mostrada aqueles que especulam a possibilidade de ser tornarem

docentes, são as hipóteses acerca do mercado de trabalho, mostrando aspectos do mesmo com clareza e objetivo, trazendo também as aéreas de atuação para esse futuro profissional, ademais, com base e justificando todos seus argumentos. Com objetivo geral de oferecer uma formação sólida em matemática, no sentido de instrumentalizar estudantes com conceitos e formas de pensar, que os capacitem para atuarem ativamente em contextos diversos e cheios de percalços em seu cotidiano, abrangendo um leque de objetivos específicos, cumprindo de acordo com seu regime letivo dirigente. Este curso, adentra a área de conhecimento do ensino de ciências e matemática, ofertando-se de modo presencial e semestral, funcionando nos turnos vespertino e noturno, respectivamente. Sua grade curricular ainda se apresenta com modificações nas disciplinas de educação inclusiva, tal como a LIBRAS. Sua grade curricular com base nos anos de 2007 e 2009 traz conhecimentos de educação especial e introdução a libras incluídos no 3º semestre com 60 horas e 4º semestre com 40 horas, respectivamente.

Um estudo feito na ementa curricular da Universidade Federal do Pará, UFPA, também se mostrou de suma importância para a pesquisa e confecção deste tema. No curso de licenciatura em matemática da UFPA, a matéria inclusiva apresenta-se como: “ Linguagem Brasileira de Sinais. ” Com carga horaria de 34 horas. Busca-se, a partir desta, compreender a história, filosofia e legalidade sobre a educação da pessoa surda, conjunto com a importância da libras para a comunidade surda e ouvinte, faz-se também levantamentos sobre os aspectos gramaticais, conversação e pesquisa e produção de recursos materiais, em libras. Entretanto, foi notório perceber um grande equívoco na troca do termo língua, por linguagem, visto que linguagem é a capacidade que os seres humanos têm para produzir, desenvolver e compreender a língua em outras manifestações, tais como: pintura, música e dança. Já a língua, é um conjunto organizado de elementos (sons e gestos) que possibilitam a comunicação. Esta surge em sociedade, e todos os grupos humanos são capazes de desenvolver sistemas com essa finalidade, logo, as línguas podem se manifestar de forma oral ou gestual, tal como a própria língua brasileira de sinais. A libras, traz aspectos culturais , algo que se estende muito além da linguagem, portanto, percebe-se que há maior necessidade de cuidados em relação a estruturação das ementas dos seus cursos de nível superior, ou seja, a formação de professores deve ser feita com qualidade , pois, este é o profissional que vai lidar de modo direto com as diferenças no âmbito educacional, acredita-se que, diante de tanta diversidade existente no mundo da educação, uma melhor qualificação e conhecimento, deveriam ser exigidos, pois, trata-se de profissionais que irão formar outros atuantes no

mercado, independente de qual área do conhecimento seja, e dentro de suas qualidades, todos merecem o melhor.

3. Análise dos discursos:

Foi aplicado um questionário semiestruturado, contendo sete perguntas abertas com o intuito de conhecer os discursos dos discentes sobre a educação de surdos, a Libras e a formação inicial de professores de Matemática. A seguir apresenta-se as respostas colhidas durante as entrevistas.

1º pergunta: Na sua formação, você recebeu algum treinamento específico para lidar com surdos na sala de aula?

Respostas:

“Específico não, foi bem superficial, pois somente foi abordado questões de diálogos, algo bem breve, mas acredito que não houve fixação e preparação para chegar a sala de aula pronto para ensinar um aluno surdo, porém acredito que esse ensino é gradativo e que somente tendo um contato direto com essas pessoas que saberemos lidar” (entrevistado A)

“Não, houve apenas demonstração dos sinais básicos, uma coisa bem simples, que no decorrer do tempo praticamente não vamos mais saber” (entrevistado B)

“Não, na minha disciplina de Libras eu tive mais que pesquisar sobre o que permeia a disciplina do que de fato aprender os sinais ou ser incentivado a manter contato com as pessoas surdas para irmos aprendendo o mínimo e não chegar totalmente ‘zerado’ em sala” (entrevistado C)

“Não, nem lembro mais do que me foi repassado nessa disciplina, já que não avançamos para praticar o que estávamos aprendendo. Porém não acho que isso seja culpa do professor ou até mesmo da faculdade, mas sim do curso, já que o intuito maior é nos tornarmos matemáticos e não professores de libras ou interpretes” (entrevistado D)

“No meu primeiro semestre de graduação tive a disciplina Libras, contudo, levando em consideração a complexidade dessa linguagem detecta-se, imediatamente, que um semestre não foi suficiente para me habilitar a trabalhar nesse contexto” (entrevistado E)

“Bem, eu não recebi um treinamento específico, posso dizer que fui apenas apresentado a essa comunidade. Porém, ensinar Matemática para alunos surdos foi uma situação que me despertou interesse, de forma que estou disposto a me dedicar apenas a isto. Entretanto, como a universidade não disponibiliza os recursos

necessários para que eu possa me tornar apto a esse tipo de aula, eu estou fazendo um curso de Libras por minha conta em outra instituição” (entrevistado F)

A partir das respostas observamos que mesmo com diversos acordos e leis que permeiam a educação inclusiva, a mesma ainda é problema nas Instituições de Ensino Superior, os cursos de magistério e licenciatura não preparam os futuros professores a trabalharem com alunos surdos, de acordo com o discurso dos próprios estudantes. Mas para Ferreira (2006) o educador não precisa ter formação especializada, é necessário que se torne um pesquisador do seu saber e do seu fazer. Ou seja, o futuro educador se volta apenas para o que lhe é repassado em sala de aula e não busca se aprofundar mais no assunto, buscar dúvidas ou buscar desenvolver métodos para melhor aprender e ensinar a disciplina limitando-se apenas no campo do que lhe é repassado no curso.

2ª pergunta: O que você fará para se comunicar com os alunos surdos que frequentarão suas aulas?

“Vou usar muita mímica, objetos e metodologias diferentes pelos quais eles se identifiquem, pois, gestualidade só com o tempo, ou se tiver um pedagogo ou tradutor, caso contrário, eu daria meu jeito” (entrevistado A)

“Eu usaria, talvez, um aplicativo que traduza o português pra libras ou tentaria escrever detalhadamente o conteúdo em português no quadro para que eles tentassem entender” (entrevistado B)

Não sei, não me sinto preparado para lidar com essas situações” (entrevistado C)

“Criaria alguma forma didática de passar o conhecimento para o aluno” (entrevistado D)

“É um pouco difícil. A Matemática em si já é repleta de simbologias, seria até complicado ensinar uma simbologia por meio de uma outra simbologia diferente da que eu aprendi” (entrevistado E)

“Criaria alguma forma didática para fazer o aluno entender o conteúdo que eu passasse no mesmo nível de um ouvinte” (entrevistado F)

A partir da análise das falas dos discentes, a maioria não está apta a ministrar aulas para alunos surdos, porém, não se negarão a buscar meios para ensinar. Segundo Gessinger (2001), os professores de matemática devem propor situações de ensino e aprendizagem em que os alunos possam construir conceitos matemáticos, seja por meio de jogos, ou seja, por

meio de outros meios, mas que prendam a atenção e auxiliem o aluno surdo a agir e se comunicar na linguagem matemática.

3º questão: Em sua opinião, os alunos surdos tem o mesmo aproveitamento das aulas do que os alunos ouvintes?

“Acredito que 80% não, existem aqueles que possuem esse tipo de deficiência, mas são superdotados, ou seja, eles não são aproveitados pela maneira que devem ser pelo professor, ou seja, há uma barreira/limite entre a relação de metodologia do docente e a aprendizagem discente” (entrevistado A)

“Se o professor for capacitado para lidar com esses casos, acredito que sim” (entrevistado B)

“Acho que não, pois a maioria tanto dos professores quanto dos futuros professores, que é meu caso, não estão preparados para transmitir conhecimento na língua de sinais, logo o aluno surdo terá menor aproveitamento das aulas” (entrevistado C)

“Acho que isso é uma questão muito relativa. Depende muito do professor e da sua metodologia de ensino em uma sala de aula inclusiva” (entrevistado D)

“Com certeza não, pois infelizmente há poucos profissionais capacitados para adaptar suas aulas de forma que não seja necessário diminuir o grau de dificuldade para ser trabalhado com os surdos” (entrevistado E)

“Não, pois há poucas escolas que disponibilizam um tradutor, e há muitos alunos que não tem condições de estudar em escolas específicas para essa comunidade”. (Entrevistado F)

Percebe-se que o aluno surdo tem a compreensão do assunto prejudicada, visto que ele não teve uma preparação adequada como os ouvintes e ainda, pela dificuldade no entendimento de certos conceitos e da falta de capacidade e vontade do professor se dedicar a buscar formas de repassar o conhecimento seguindo no mesmo nível dos ouvintes. Com isso Capovilla (2005) afirma que a diferença fundamental entre surdos e ouvintes está na relação entre o sistema de representação e processamento primário (a fala com que o ouvinte naturalmente pensa e se comunica, e a sinalização com que o surdo naturalmente pensa e se comunica) e o sistema de representação e processamento secundário (a escrita alfabética cujo domínio se espera de ambos).

4º questão: O que você poderá fazer para melhor otimizar o aproveitamento dos alunos surdos nas aulas de matemática?

“Fazer o diferencial por meio das metodologias” (entrevistado A)

“Na minha opinião, quando o professor se deparar com essas situações o próprio professor tem que buscar conhecimento para poder proporcionar um melhor entendimento do aluno surdo” (entrevistado B)

“A prática manual é uma das maneiras que ajuda a entender e a fixar conteúdos de uma forma mais objetiva, facilitando assim o rendimento do aluno, por exemplo, poderemos utilizar alguns materiais e fazer construções geométricas, ou até desenhos de forma que os alunos possam entender o funcionamento de cada elemento em questão.” (entrevistado C)

“A prática manual é uma das maneiras que ajuda a entender e a fixar conteúdos de uma forma mais objetiva, facilitando assim o rendimento do aluno, por exemplo, poderemos utilizar alguns materiais e fazer construções geométricas, ou até desenhos de forma que os alunos possam entender o funcionamento de cada elemento em questão.” (entrevistado D)

“Eu pretendo cada vez mais me familiarizar com a comunidade surda, pois acredito que isso me ajudará a compreender melhor as suas dificuldades e assim, buscar maneiras de solucionar-las”. (entrevistado E)

“Acredito que os professores que realmente tem amor pelo ensino e querem pela integração do aluno surdo de fato no ambiente escolar devem lutar para que as universidades e escolas disponibilizem mais recursos, para que assim os profissionais possam se qualificar e dar aulas com rendimentos mais altos”. (entrevistado F)

Os discentes entrevistados apresentaram propostas de uma construção de didática própria, para melhor aplicar os conteúdos matemáticos, buscando utilizar como ferramentas os outros sentidos que são mais apurados dos alunos surdos, como por exemplo, a visão, o tato, e tudo isso estimulará a criatividade e o melhor entendimento dos conteúdos pelo aluno. Para Gessinger como os conhecimentos adquiridos durante a formação inicial não estavam sendo suficientes para os desafios da prática escolar, buscaram ampliar seus conhecimentos, tanto fora quanto dentro da própria escola, através de cursos, seminários, oficinas e conversas com profissionais, cada uma buscando sanar as suas lacunas.

5º questão: Como você definiria a importância de um profissional saber a língua de sinais?

“Profissional diferencial” (entrevistado A)

“Na verdade, a maioria dos profissionais deveriam saber a língua de sinais para saber lidar com vários públicos, afinal, ela é uma língua oficial do Brasil, mas não é dado ênfase na sua importância” (entrevistado B)

“É de extrema importância um profissional saber libras para lidar com essa parte da população, a qual é a menos favorecida em questão de entendimento pelos ouvintes” (entrevistado C)

“Sendo o professor o canal entre o conhecimento e o aluno, é primordial que ele esteja cada vez mais apto a fazer esta ligação com maior eficiência, e se falando do ensino de alunos surdos é importante que o professor tenha domínio da linguagem de sinais.” (entrevistado D)

“O professor que se dedica a levar aos alunos, é um professor que deve estar sempre se atualizando, se capacitando para atuar em diferentes contextos, ou seja, é necessário estar se familiarizando a diferentes situações”. (entrevistado E)

“Como o aluno surdo é muito desvalorizado nas instituições de ensino, é importante que o professor tome partido desta cauda e busque recursos para reverter esta situação.” (entrevistado F)

Ao analisar as respostas recebidas pelos discentes entrevistados, nota-se que eles têm uma preocupação e uma tendência a se familiarizar com a língua de sinais, pois concluíram o quanto importante é não só para o aluno surdo, como para a sociedade que todos, independentemente de suas limitações físicas, tenham acesso ao conhecimento e as informações, pois todo cidadão tem o direito de receber educação de qualidade, para isso as instituições e os professores devem se qualificar para proporcionar isso a todos. Para Ferreira (1998) o educador não precisa ter formação especializada, mas é necessário que se torne um pesquisador do seu saber e do seu fazer, ou seja, não se faz necessário um especialista, mas sim educadores que encarem esse saber como uma ferramenta para a promoção da cidadania.

6º questão: O que você entende sobre inclusão dos alunos surdos?

“Seria uma forma de evitar a exclusão. A inclusão nada mais é do que interagir ou integrar esse aluno ao meio em que há diferentes alunos, pelos quais esses alunos dizem que essa pessoa é diferente, mas na verdade eles tem que interagir com as diferenças, ou seja, ajuda mutua um do outro” (entrevistado A)

“Seria romper com esta barreira que perdura a tempos dividindo o espaço do aluno surdo e do ouvinte, gerando até um certo atrito entre eles, pois com essa divisão os alunos surdos se sentem inferiores, incapacitados de frequentarem um ambiente ouvinte.” (entrevistado B)

“É abrir de fato um espaço para os alunos surdos nas escolas e universidades, como por exemplo uma biblioteca adaptada, com livros traduzidos para a linguagem de sinais.” (entrevistado C)

“Parar de enxergá-los como pessoas inferiores e menos inteligentes já é um bom começo.” (entrevistado D)

“Seria a quebra do paradigma em que o aluno surdo não tem capacidade de acompanhar a mesma aula que o ouvinte, seria a abertura de um espaço na sociedade para ele” (entrevistado E)

“Incluir o aluno surdo é dar voz a ele, é dar espaço onde ele possa se expressar sem limitações” (entrevistado F)

Os discentes compreendem que é importante abrir um espaço nas instituições para que os alunos surdos possam se expressar, e interagir de fato com o meio. Gessinger argumenta sobre isso afirmando que é importante ressaltar que a dicotomia entre teoria e prática e o ensino voltado para a homogeneidade e não para a diversidade são aspectos que precisariam ser revistos nos cursos de formação inicial, além disso é importante que ocorra, não apenas através de cursos e seminários, mas também dentro da própria escola, em espaços que oportunizem o questionamento da prática e a troca de experiências, tendo como base o conhecimento científico e produzindo novos conhecimentos.

Considerações finais

Este trabalho foi elaborado com o intuito de expor as dificuldades encontradas tanto por professores, quanto pelos alunos em relação ao ensino de Matemática para alunos surdos. Para fundamentar este trabalho, foi feita uma pesquisa com discentes de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade do Estado do Pará, na qual eles responderam a um questionário que abordava desde os seus entendimentos sobre o que é a surdez, até as suas expectativas para lidar futuramente com alunos surdos.

O objetivo principal desta pesquisa é trabalhar sob as falhas no sistema educacional para alunos com deficiência auditiva, para assim, de fato incluí-los no meio escolar, pois em um ambiente no qual não se tem uma estrutura onde o aluno surdo possa se sentir a vontade para dialogar, se expressar e buscar por conhecimento contribui para que esta comunidade permaneça estagnada, além disso, enfatizando um pensamento de divisão entre o aluno surdo e ouvinte.

Dessa forma, para solucionar tais implicações na educação surda, é necessário que os deficientes auditivos se integrem mais ao meio organizacional, para assim expor suas expectativas quanto ao ensino que querem receber, e assim, ajudar a qualificar o profissional

que trabalhará no ambiente escolar bilíngue. Contudo, para que se tenha um bom profissional, é necessário que as universidades invistam nessa causa, por meio de palestras, aumentando o horário de aulas do curso de libras de uma graduação e proporcionando um ambiente onde ouvintes e surdos possam se comunicar em uma única linguagem, para que isso ocorra, a universidade deve proporcionar aos seus discentes uma fluência na Língua de Sinais Brasileira.

REFERÊNCIAS

CAPOVILLA, Fernando C.; SUTTON, Valerie. *Como ler e escrever os sinais da Libras: a escrita visual direta de sinais SignWriting*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo: Imprensa Oficial do Estado, 2005.

Declaração Federal nº 5.626 de 22 de Dezembro de 2005. Regulamenta a Lei 10.436/2002 que oficializa a Língua Brasileira de Sinais – LIBRAS.

FERREIRA, Ana Cristina. *O Trabalho Colaborativo com Ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências*. In: NACARATO, Adair M; PAIVA, Maria, A. V. (orgs) *A Formação do Professor que Ensina Matemática: Perspectivas e Pesquisas*. Belo Horizonte: Autentica, 2006.

GESSINGER, Rosana M. *Alunos com Necessidades Educacionais Especiais nas Classes Comuns: relatos de professores de Matemática*. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, PUC-RS, Porto Alegre



DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE RETA E PLANO SEGUNDO ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Adriano Bechara de Oliveira⁴

Universidade do Estado do Pará - UEPA

Adrianobechara1@gmail.com

Maria de Lourdes Silva Santos⁵

Universidade do Estado do Pará - UEPA

2011malu.melo@gmail.com

Ana Kely Martins da Silva⁶

Universidade do Estado do Pará - UEPA

Anakely2@yahoo.com.br

RESUMO

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa que teve como objetivo analisar dificuldades de alunos do 3º ano do ensino médio em resolver questões pertinentes ao estudo de reta e plano. Para a produção das informações foi realizada uma pesquisa junto a uma amostra de 100 alunos de uma escola estadual do município de Belém, no estado do Pará, no ano de 2017. Os alunos resolveram um teste contendo 10 questões referentes a geometria de posição. Os resultados e análise apontam que o ensino de geometria de posição, referente ao ensino de reta e plano está sendo ministrado de forma pouco satisfatória na escola pesquisada. A finalização do estudo junto a referida amostra permite concluir que as principais dificuldades apresentadas pelos alunos giram em torno da parte conceitual, perceptiva, identificação dos entes geométricos e na relação dos termos técnicos com as propriedades.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Reta e Plano. Geometria de Posição. Dificuldade de Aprendizagem. Avaliação.

Introdução

⁴ Licenciado em Matemática pela Universidade do Estado do Pará (UEPA). Docente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM - UEPA). E-mail: Adrianobechara1@gmail.com

⁵ Licenciada em Pedagogia pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Mestre em Educação pela Universidade Metodista de Piracicaba (UNIMEP). Doutora em Educação pela PUC/RJ. Professora adjunto III da Universidade do Estado do Pará (UEPA), atuando nos cursos de graduação e no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. E-mail: 2011malu.melo@gmail.com.

⁶ Licenciada em Pedagogia pela Universidade do Estado do Pará (UEPA). Especialista em Metodologia da Educação Superior pela PUC/MG. Mestre em Ciências da Educação Docência Universitária - IPLAC/ UEPA. Doutora em Educação pela PUC/RJ. Professora adjunto III da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Professora FACI/ DEVRY. E-mail: anakely2@yahoo.com.br.

A geometria é a parte da matemática em que analisamos as formas e características dos entes planos e espaciais, fazendo parte da vida do ser humano desde a antiguidade, sendo um dos ramos mais antigos da matemática em que se estuda o espaço e as formas que podem contê-lo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) enfatizam a importância do ensino de geometria e sua utilização como instrumento para o ensino de outras áreas do conhecimento:

O aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e viceversa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 39).

As dificuldades de aprendizagem em geometria ocorrem principalmente devido ao despreparo de alguns professores ao ensinar e fazer a transição dos conceitos primitivos aos conceitos mais complexos, ocorre também a falta de materiais didáticos e pedagógicos para o auxílio e suporte do professor em sala de aula, tornando mais difícil a compreensão e interesse do aluno para tal assunto.

Avaliar é um processo bem mais complexo do que se imagina, primeiramente devemos determinar se iremos avaliar para selecionar? Ou avaliar para formar? Com base nisso surge a avaliação normativa e a avaliação criterial. Para PIMENTA (2008) A primeira tem a intenção de classificar, hierarquizar; a segunda procura reorganizar, observar e analisar os avanços obtidos pelo aluno no processo de aprendizagem. Historicamente a avaliação vem sendo tratada como um instrumento de controle utilizado em sala de aula, no qual os estudantes sentiam e ainda sentem receio do ato de ser avaliado na sala de aula, tendo em vista a preocupação de serem julgados, na perspectiva de uma aprovação ou reprovação. Segundo SILVA (2004) o desafio que está posto hoje é

Superar a concepção e a prática de uma educação padronizada, onde o papel do professor era e ainda é de transmitir linearmente conteúdos prontos e acabados, do aluno de reproduzir tais saberes e da avaliação era e é, predominantemente, de notificar, classificar, selecionar, excluir, consequentemente, punir (SILVA, 2004 p.59).

A avaliação em matemática, na maioria das vezes, está baseada apenas no resultado final apresentado pelos alunos. Poucos educadores têm consciência de que avaliar é um processo lento e natural, que os homens se avaliam constantemente, nas mais diversas situações, desde as mais simples até as mais complexas. Em muitos casos, os professores utilizam apenas um único instrumento de avaliação, como a prova escrita, utilizando-se de gabaritos na sua correção, que quase nada tem a dizer sobre o que os estudantes aprenderam em todo o período. Sendo assim, alguns professores ignoram os procedimentos utilizados pelos estudantes para chegar a uma resposta correta ou errada.

A partir do exposto surgiu a seguinte questão de pesquisa: Quais dificuldades os alunos do ensino médio apresentam ao resolverem questões relacionadas ao ensino de reta e plano?

Assim, este trabalho tem como objetivo analisar dificuldades de alunos do 3º ano do ensino médio em resolver questões pertinentes ao estudo de reta e plano. O procedimento metodológico escolhido foi um teste contendo 10 questões que foi aplicado junto a uma amostra de alunos do 3º ano do ensino médio, todos de uma escola pública no município de Belém. O objetivo foi detectar prováveis dificuldades de aprendizagem do assunto em tela.

Ensino de geometria nas escolas e suas dificuldades

A geometria, embora seja um ramo da matemática com uma vasta extensão, no Ensino Fundamental e Médio a geometria abordada é a euclidiana, que segundo (NACARATO; PASSOS, 2003, p. 24) “estuda as propriedades das figuras e dos corpos geométricos enquanto relações internas entre os seus elementos, sem levar em consideração o espaço”, sendo que recebe esse nome em homenagem ao matemático Euclides.

Em sala de aula, dependendo da forma em que o professor ministre os conceitos geométricos, possibilita que o aluno possa construir, investigar, representar, explorar, descobrir e fazer uma percepção das propriedades e das construções geométricas, que se torna fundamental no processo de ensino e aprendizagem. Logo, a geometria torna-se um contribuinte para o desenvolvimento da capacidade do aluno de abstrair e generalizar.

Porém as dificuldades surgem a partir de alguns problemas: o fraco domínio dos conceitos geométricos tanto pelos alunos quanto pelos professores, o mal desempenho escolar dos alunos e um currículo desatualizado. Segundo (ALLENDORFER, apud USISKIN 2003, p. 01)

O currículo de matemática nas nossas escolas, elementar e secundária, enfrenta um sério dilema no que se refere à geometria, mas é muito difícil encontrar um caminho correto para superar essas falhas [...] grupos de reforma curricular aqui e em outros lugares atacaram o problema, mas com singular insucesso e inadequação [...]. Vê-se pressionados, portanto a fazer algo pela geometria, mas o que?

LORENZATO em seu artigo "Por que não ensinar Geometria?" (1995), destaca primeiramente a ocorrência que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas, e de forma evidente como causas dessas dificuldades, são acarretadas devido à má formação de nossos professores, devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos a desempenhar. Segundo o mesmo "Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico" (LORENZATO 1995, p.04).

Para MARGARET J. KENNEY (2003, p.107):

Com muita frequência a geometria é considerada pelos professores de escola elementar simplesmente como o estudo dos retângulos, segmentos de retas, ângulos, congruências e coisas do gênero. Os professores nas séries iniciais ensinam a reconhecer figuras (círculos, quadrados e triângulos) do mesmo modo como ensinam a reconhecer letras e números, mesmo nas séries intermediárias a geometria, muitas vezes é negligenciada até o fim do ano, quando então, às pressas, introduzem algumas figuras e fazem-se alguns exercícios.

Se explorado, o ensino de geometria possibilita o desenvolvimento do aluno sobre a percepção do mundo em que está inserido, as formas geométricas permite que o aluno descreva, represente e localize as ações que ocorrem ao seu redor. O ensino das noções geométricas deve instigar os alunos a serem observadores, a perceberem paridades, diferenças e a identificarem regularidades.

Citando o trabalho de MORACO e PIROLA (2005) que tinham como objetivo caracterizar como alunos do Ensino Médio percebem a linguagem geométrica e suas propriedades no ensino de Geometria em Matemática. O estudo foi fundamentado nos níveis de Van Hiele (reconhecimento, análise, abstração, dedução e rigor) e segundo os autores, verificou-se que o ensino de Matemática deve proporcionar aos alunos o desenvolvimento de algumas habilidades, entre elas, a capacidade de resolver problemas que envolvam conceitos geométricos.

O professor deve analisar o conhecimento geométrico que o aluno traz consigo através de experiências anteriores. A partir disso, propor situações que impliquem em novas descobertas e na construção de seu conhecimento. O ensino de geometria é importante tanto como objeto de estudo quanto como ferramenta de auxílio para outras áreas de conhecimento. A geometria colabora para a formação dos indivíduos, contribui para a sua capacidade de percepção espacial e auxilia em variadas atividades cotidianas e profissionais.

Segundo as Orientações Curriculares para o ensino Médio (2006):

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. (BRASIL, 2006, p.75).

Avaliação do ensino de matemática

Avaliação da aprendizagem da matemática vem sendo utilizada de maneiras distintas, cada vez mais o professor há de utilizar diferentes maneiras e, para isto, escolhe diferentes instrumentos que auxiliaram na avaliação. Uma avaliação da aprendizagem matemática efetiva deve se preocupar com todo o percurso que o aluno está percorrendo para assimilar o conhecimento e não apenas com o resultado. Está preocupada com o processo, ou seja, com a aprendizagem significativa do aluno, com desenvolvimento das capacidades cognitivas dos alunos, com suas hipóteses formuladas, tirando o foco da avaliação da notificação do resultado final, que apenas produzem rotulações, como bom, ruim, aprovado, reprovado. Mas na maioria das vezes, os professores utilizam - se apenas de um único instrumento de avaliação, como a prova escrita e que geralmente não é suficiente para definir se o aluno aprendeu o conteúdo abordado.

VALENTE (2008) destaca a importância de se estudar a avaliação escolar por esta constituir um dos principais elementos do que ele vem a chamar de cultura escolar. (VALENTE, 2008 p. 13). No caso de eventuais respostas erradas, ou mesmo quando o aluno não segue o modelo ensinado pelo professor, o erro é muitas vezes objeto de punição e considerado como sendo uma falta grave desse aluno, o que não leva em consideração quais estratégias foram utilizadas por estes alunos para obterem tais respostas. Nesse sentido,

estudar a avaliação em matemática nos permite refletir sobre os processos avaliativos presentes no contexto escolar, a fim de contribuir, mesmo que de forma sucinta para uma mudança, na defesa de uma aprendizagem cada vez mais significativa.

Instrumentos de avaliação utilizados pelos professores de Matemática desde a época do império foram objetos de estudo de VALENTE (2008). Ele analisou vários documentos oficiais, planos e provas de professores, livros didáticos, provas, exames, cadernos dos alunos, dentre outros. Os resultados desses estudos mostram que a competência do aluno era somente de decorar e reproduzir o conhecimento conforme era ensinada pelo professor.

GODOY e SANTOS (2012), fazem um uma revisão histórica do processo de organização e desenvolvimento curricular da Matemática escolar no Brasil, realizando também uma relação com a avaliação do ensino da matemática através dos Parâmetros Curriculares Nacionais, que de forma geral a avaliação é uma parte vital no processo de ensino e aprendizagem de qualquer componente curricular. Segundo o PCN, "na atual perspectiva de um currículo de Matemática para o ensino fundamental, novas funções são indicadas à avaliação, na qual se destacam uma dimensão social e uma dimensão pedagógica". (BRASIL, 1998a, p. 54).

No caso da dimensão social atribui-se à avaliação a função de fornecer aos estudantes informações sobre o desenvolvimento das capacidades e competências que são exigidas socialmente, bem como auxiliar os professores a identificar quais objetivos foram atingidos, com vistas a reconhecer a capacidade matemática dos alunos, para que possam inserir-se no mercado de trabalho e participar da vida sociocultural. No caso da dimensão pedagógica cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos ainda parcialmente consolidados. (BRASIL, 1998a, p. 54, apud GODOY e SANTOS, 2012 p.272)

De forma geral e pedagógica a avaliação no ensino de matemática, encontra-se centrada no tradicionalismo, focada apenas nos conhecimentos específicos e na contagem de erros. Sendo uma avaliação somativa, que não só faz uma seleção e distinção dos alunos, mas os compara entre si e os torna apenas um quantifique numérico em função das notas obtidas.

Porém segundo BURIASCO (2004), que mesmo em uma avaliação tradicional é possível considerar e olhar além da resposta final, considerando:

- o modo como o aluno interpretou sua resolução para dar a resposta;

- as escolhas feitas por ele para desincumbir-se de sua tarefa;
 - os conhecimentos matemáticos que utilizou;
 - se utilizou ou não a matemática apresentada nas aulas; e
 - sua capacidade de comunicar-se matematicamente, oralmente ou por escrito.
- (BURIASCO, 2004 p.503 e seg).

Considerando os itens acima sobre a verificação da aprendizagem, permitirá o professor alterar a qualidade de sua avaliação, acarretando em significativas mudanças no processo de ensino e aprendizagem, mesmo sem alterar de forma radical a sua atuação em sala de aula.

Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa é do tipo descritiva e se enquadra nos princípios da pesquisa qualitativa, pois queremos investigar as dificuldades dos alunos no ensino de reta e plano. Segundo Minayo (2001), a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Como instrumento para a obtenção das informações foi elaborado e aplicado um teste contendo 10 questões, sendo 9 questões objetivas e 1 questão discursiva, sobre o ensino de reta e plano. Para a elaboração das questões do teste, foi utilizado como base questões de livro de didático e questões de vestibular. O objetivo era analisar as dificuldades de aprendizagem de alunos do 3º ano do ensino médio, quanto ao desempenho do assunto reta e plano. O teste foi aplicado a uma amostra de 100 discentes de uma escola pública do município de Belém no estado do Pará, no mês de junho de 2017.

Os dados foram analisados e tabulados através da plataforma Google Drive, utilizando o Google Forms, como ferramenta de construção dos gráficos para a análise e conclusão dos resultados obtidos.

Análise dos resultados da pesquisa

O teste aplicado conteve 10 questões relacionadas aos tópicos reta e plano, da unidade de geometria espacial de posição. O objetivo das 10 questões era avaliar o desempenho dos consultados verificar as dificuldades dos alunos do 3º ano do ensino médio sobre o estudo do ensino de reta e plano.

Quanto à 1ª questão esperava-se que eles tivessem a habilidade de identificar quantos planos 4 pontos distintos e não coplanares determinam. Uma forma de solução seria fazer a

combinação do número de planos distintos, que é igual ao número de combinações de 3 pontos que podemos formar a partir do quadrilátero formado pelos 4 pontos iniciais.

Porém ao observamos o gráfico 1, percebemos um baixo desempenho, apenas 23,5% dos alunos marcaram a alternativa correta.

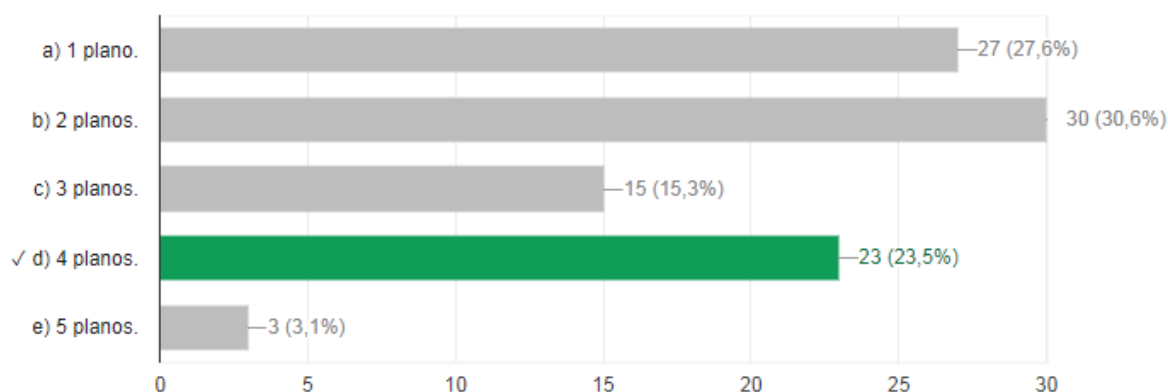


Gráfico 1: 1ª questão do exercício sobre ensino de reta e plano.

Fonte: Pesquisa de campo. 2017.

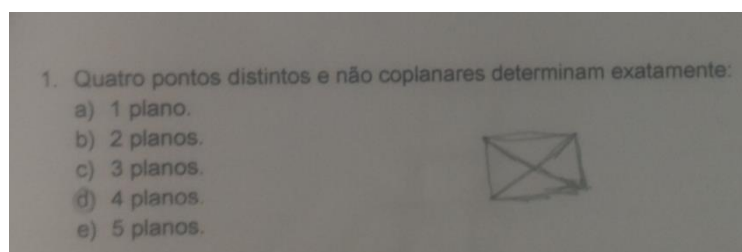


Figura 1: Resposta do aluno.

Fonte: Pesquisa de campo. 2017.

A dificuldade dos alunos nessa questão pode ser constatada por LORENZATO (1995), quando afirma que os problemas estão presentes na área dos conceitos matemáticos e as propriedades geométricas, sendo esse o fator fundamental para a resolução dessa questão.

De forma semelhante a 4ª questão esperava-se que o aluno reconhecesse as propriedades geométricas básicas, propriedades essas que envolvem a posição relativa entre dois planos que possuem uma reta em comum. De acordo com o gráfico 2, houve apenas 9% de acerto nessa questão

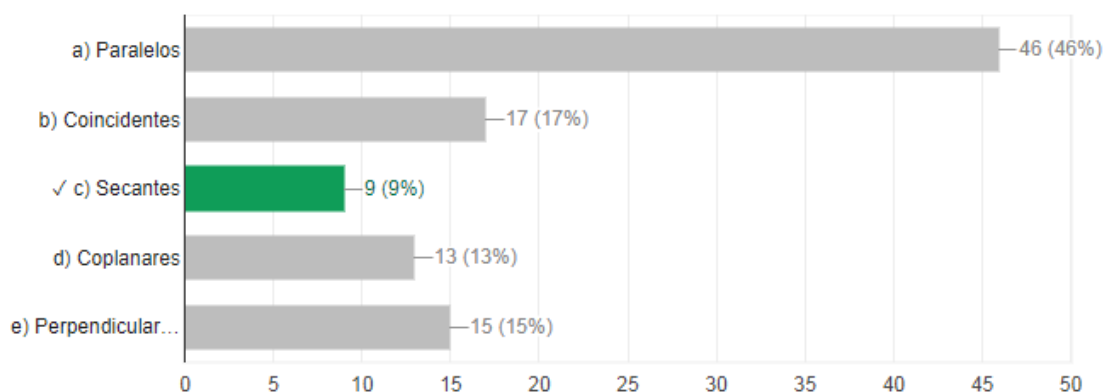


Gráfico 2: 4ª questão do exercício sobre ensino de reta e plano.

Fonte: Pesquisa de campo. 2017.

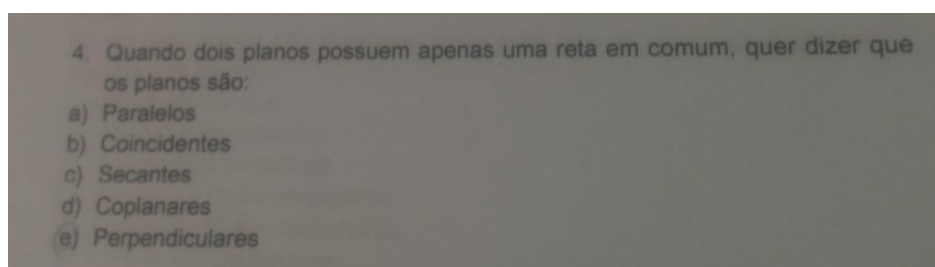


Figura 2 : Resposta do Aluno.

Fonte: Pesquisa de campo. 2017.

Quanto as dificuldades apresentadas podemos relacioná-las a um dos objetivos citados nos PCNs (2000) referente a espaço e forma, tal objetivo norteia a exploração de características de algumas figuras planas, como por exemplo, paralelismo, perpendicularismo de lados, posição relativa entre retas, entre planos e etc.

Na questão 5, foi proposto aos alunos a identificarem uma alternativa que continha uma característica em comum dos planos formados a partir da construção de uma cadeira. Apenas 25% conseguiram identificar a característica comum proposta.

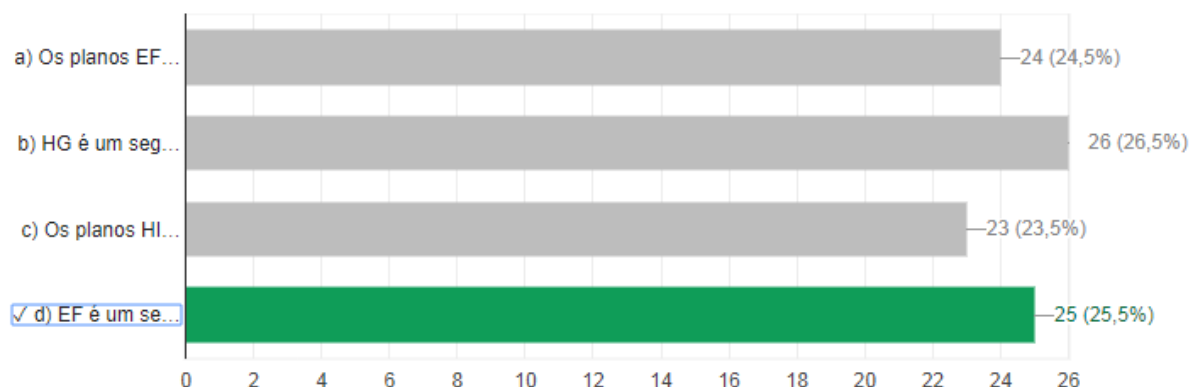


Gráfico 3: 5ª questão do exercício sobre ensino de reta e plano.

Fonte: Pesquisa de campo. 2017.

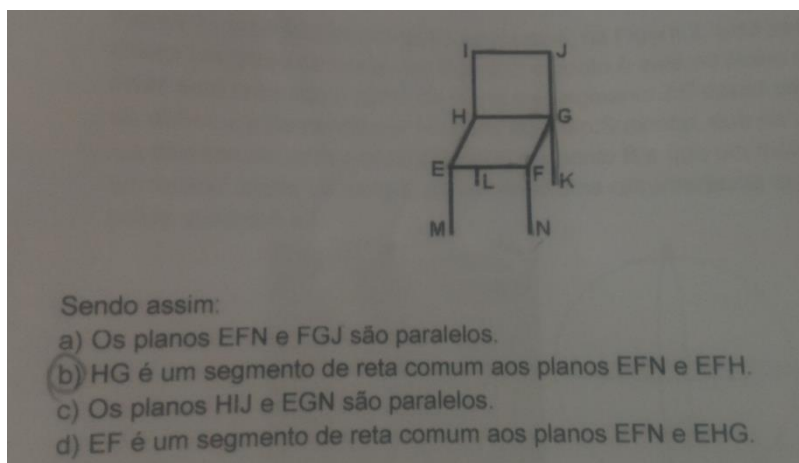


Figura 3: Resposta do aluno

Fonte: Pesquisa de campo. 2017.

Citando novamente o PCNs (2000), o aluno teria que estabelecer comparações entre o objeto físico e o objeto geométrico juntamente com a percepção dos elementos geométricos e suas características como: localização a partir de diferentes pontos de referencia e reconhecimento das formas geométricas planas presente no objeto físico.

Através do gráfico 4, referente a questão 8, houve um acerto de apenas 7,3% por parte dos alunos, pois não conseguiram identificar as propriedades da projeção ortogonal através de uma figura de um globo da morte de uma questão objetiva do Enem 2012. A questão possuía um suporte a figura para melhor visualização do que se pedia, para identificar o trajeto feito por um motoqueiro no plano do chão.

SANCHEZ (2004) destaca um dos aspectos que manifesta as dificuldades de aprendizagem em Matemática:

Dificuldades relativas à própria complexidade da matemática, como seu alto nível de abstração e generalização, a complexidade dos conceitos e algoritmos. A hierarquização dos conceitos matemáticos, o que implica ir assentando todos os passos antes de continuar, o que nem sempre é possível para muitos alunos; a natureza lógica e exata de seus processos, algo que fascinava os pitagóricos, dada sua harmonia e sua “necessidade”, mas que se torna muito difícil pra certos alunos; a linguagem e a terminologia utilizadas, que são precisas, que exigem uma captação (nem sempre alcançada por certos alunos), não só do significado, como da ordem e da estrutura em que se desenvolve. (p.174).

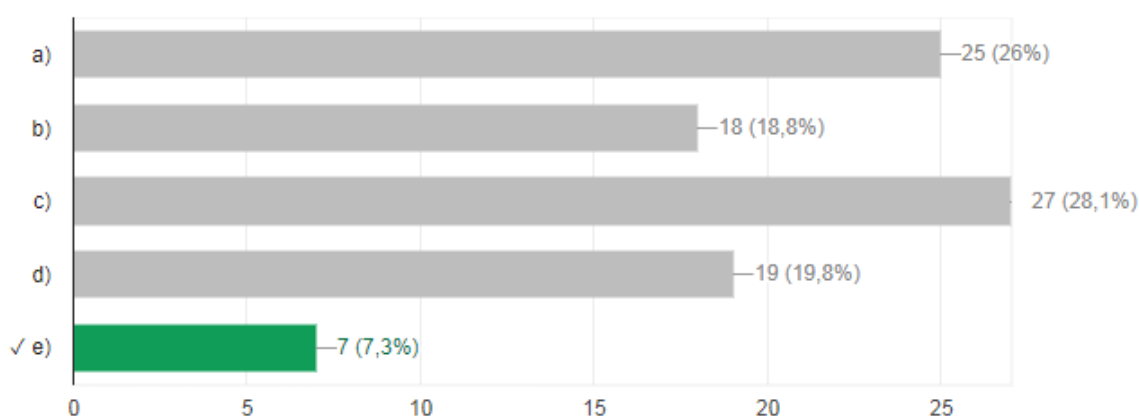


Gráfico 4 : 8ª questão do exercício sobre ensino de reta e plano.

Fonte: Pesquisa de campo. 2017.

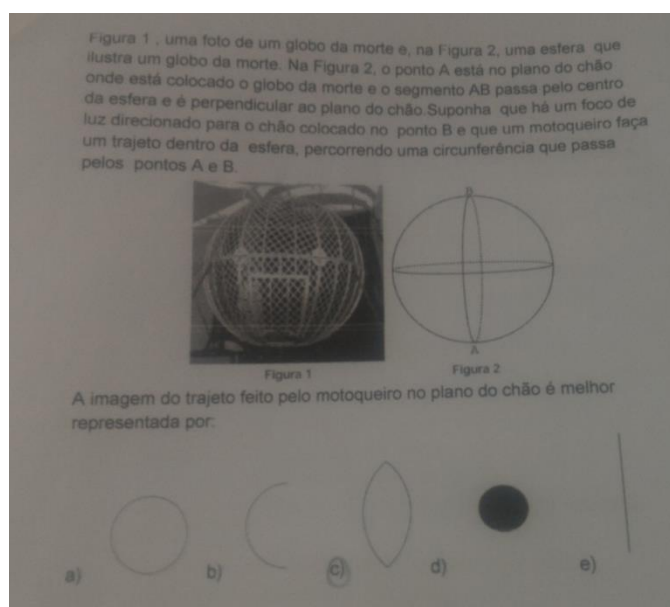


Figura 4: Resposta do aluno

Fonte : Pesquisa de campo. 2017.

Verificado através do relato dos alunos que o conteúdo abordado segue a seguinte forma tradicional: definição, exemplo e exercício.

A maioria dos alunos consultados na pesquisa relatam que encontram dificuldade em reconhecer as propriedades necessárias para a resolução das questões, em reconhecer os termos técnicos exigidos na geometria de posição e em identificar os entes geométricos.

Consideração Finais

A finalidade dessa pesquisa foi analisar as dificuldades dos alunos do 3º ano do ensino médio sobre o estudo do ensino de reta e plano. Constatamos a partir do levantamento teórico e dos testes aplicados aos estudantes, que o ensino de geometria de posição, referente ao

ensino de reta e plano está sendo ministrado de forma pouco satisfatória na escola pesquisada. Esta conclusão ratifica as análises contidas nos trabalhos de autores como: LORENZATO (1995), MARGARET J.KENNEY (2003), MORACO e PIROLA (2005), VALENTE (2008).

Ao retomarmos o problema científico desta pesquisa, a saber: Quais dificuldades os alunos do ensino médio apresentam ao resolverem questões relacionadas ao ensino de reta e plano?. Podemos concluir que as principais dificuldades apresentadas giram em torno da parte conceitual, perceptiva, identificação dos entes geométricos e na relação dos termos técnicos com as propriedades.

Recomendamos para amenizar tais dificuldades, a busca pelos conceitos geométricos, trabalhos que desenvolvam a percepção, o raciocínio, a capacidade de abstração, buscar resolver problemas que envolva o cotidiano dos alunos e utilizar softwares matemáticos para a representação dos entes geométricos e destacar suas propriedades.

Não podemos abordar dificuldades de aprendizagem, como um fator isolado do contexto institucional e social, posto que se torna necessário o repensar acerca de questões, tais como políticas públicas (formação docente, currículo, projeto político- pedagógico, entre outros), as quais incidem diretamente no processo de aprender.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília/DF: MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998a.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília/DF: MEC/SEF, 2000.

BRASIL. Ministério da educação e cultura. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio**. Volume 2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006, p. 75, 76.

BURIASCO, R. L. C. de. **Análise da produção escrita**: a busca do conhecimento escondido. In: ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. R. A. (orgs.) **Conhecimento local e conhecimento universal: a aula, aulas nas ciências naturais e exatas, aulas nas letras e nas artes**. Curitiba: Champagnat, 2004.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. **O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática**. Disponível em: <<http://periodicos.uesb.br/index.php/praxis/article/viewFile/1590/1462>>. Acesso : 25/07/2017.

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

KNÜPPE, Luciane. **Motivação e desmotivação: desafio para as professoras do Ensino Fundamental.** *Educ. rev.* no.27 Curitiba Jan./June 2006

LORENZATO, Sérgio. **Porque não ensinar geometria?** In: Educação Matemática em Revista. SBEM, ano III, 1995.

MINAYO, Maria. C. S. Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In: MINAYO, Maria. C. S (Org.). **Pesquisa social:** teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001. p.09-29.

MORACO, A. S. C. T. & PIROLA, N. A. **Uma análise da linguagem geométrica no ensino de matemática.** Associação brasileira pesquisa em educação para ciências. Atas do EMPEC n. 5. 2005, p. 263.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais:** uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

PIMENTA, Sônia de Almeida. **Didática e o ensino de geografia.** Campina Grande: EDUEP, 2008. 244 p.

SANCHEZ, Jesús Nicasio Garcia. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica.** Porto Alegre: Artmed, 2004

SILVA, J. F. **Avaliação na perspectiva formativa-reguladora: pressupostos teóricos e práticos.** Porto Alegre: Ed. Mediação, 2004.

USISKIN, Z. **Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar.** In: LINDIQUIST, M.; SHULTE. A. P. (Org.) *Aprendendo e ensinando geometria.* Tradução de H. H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. p. 21-37.

VALENTE, V. R. **Avaliação em matemática: histórias e perspectivas atuais.** Campinas, SP: Ed. Papirus, 2008



EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA PARA OS ANOS INICIAIS: RELATO DE UMA EXPERIENCIA

Renan Marcelo da Costa Dias

Universidade do Estado do Pará

renanmarcelo1998@gmail.com

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará

rosejuca@gmail.com

Resumo:

O objetivo deste trabalho é relatar o desenvolvimento de uma oficina de educação estatística junto a 9 professores em formação inicial do curso de pedagogia da Universidade do Estado do Pará. A oficina foi oferecida pelo grupo de pesquisa em Educação matemática – GPEMAT da Universidade do Estado do Pará e teve como objetivo discutir os conteúdos de educação estatística com os professores em formação inicial do curso de pedagogia. Para a realização da oficina realizamos um levantamento bibliográfico para compreendermos as dificuldades dos professores dos anos iniciais em trabalhar a educação estatística em sala de aula e num segundo momento elaboramos atividades para compor a oficina. Durante a realização da oficina observamos que os participantes mostraram um grande avanço, pois perceberam que é necessária, a priori, a posse conceitual para assim partir para as metodologias de ensino, situação esta que antes da oficina era invertida.

Palavras-Chave: Formação de Professores. professores dos anos iniciais. ensino de matemática. Educação Estatística.

1. Introdução

A formação de professores tem proporcionado muitas pesquisas, que visam compreender e analisar a formação docente seja em formação inicial ou continuada. Como os estudos de Cunha & Costa (2008), Curi (2005) e Batista & Souza (2011), Nacarato (2013), tais estudos discutem principalmente a formação dos professores dos anos iniciais. Os professores dos anos iniciais ou polivalentes são os responsáveis pelo ensino de diversas disciplinas, inclusive de matemática. Os estudos supracitados discutem principalmente a deficiência destes professores relacionados ao ensino de matemática e apontam as consequências disso para a aprendizagem dos alunos. Outro ponto discutido nestes estudos é uma supervalorização de metodologias em detrimento da compreensão do conteúdo matemático, demonstrado a partir dos primeiros contatos com os alunos. Tais metodologias são basicamente em cima de jogos e materiais lúdicos caracterizado como a “salvação matemática”, sem preocupar-se com o conceito matemático por de trás (CURI, 2005, p. 8). Essa insegurança, reafirmada pela supervalorização das metodologias em relação à compreensão de conteúdos nos cursos de pedagogia, somada a metodologias inadequadas utilizadas por esses professores, resultam em uma aprendizagem superficial, solidificando ainda mais a ideia da matemática como sendo o grande problema da educação básica. Para Nacarato (2013) as professoras que são formadas nos cursos de pedagogia têm uma formação inicial generalista, com algumas disciplinas voltadas aos conteúdos específicos, mas com uma carga de didática reduzida, o que não lhes possibilita uma sólida formação conceitual.

Em relação à Educação estatística nos anos iniciais, este conteúdo aparece indicado nos parâmetros curriculares nacionais, pois segundo os PCN - Brasil (1997), é de grande importância que o aluno, como exercitor de sua cidadania, conheça os instrumentos capazes de auxiliá-lo na coleta e interpretação de informações que o cerca durante o dia, tudo isso para ajudá-lo na tomada de decisões.

A educação estatística também aparece no documento em fase de aprovação da Base nacional comum curricular – BNCC (2016). Este conteúdo aparece distribuído do 1º ao 5º ano dos anos iniciais, e tem como objetivo geral levar os alunos a realizarem a leitura e compreensão de gráficos e tabelas. De tal forma que os alunos possam fazer uma leitura do mundo em que vivem. Assim, a discussão teórica e metodologicamente desse conteúdo nos

cursos de pedagogia é fundamental para permitir que estes futuros professores tenham subsídios suficientes para desenvolver um bom trabalho em sala de aula. No entanto, no currículo dos cursos de pedagogia não percebemos uma disciplina que promova uma discussão metodológica sobre este conteúdo para os alunos dos anos iniciais.

Assim, o objetivo deste trabalho é relatar o desenvolvimento de uma oficina de Educação estatística desenvolvida junto aos professores em formação inicial do curso de pedagogia da Universidade do Estado do Pará.

2. Referencial Teórico

Os estudos de Cunha & Costa (2008), Curi (2005) e Batista & Souza (2011), Nacarato (2013), discutem sobre a formação dos professores dos anos iniciais. Tais estudos discutem sobre a formação inicial dos professores e suas práticas metodológicas, destacando as carências que estes professores possuem em relação aos conteúdos das disciplinas que ensinam. Especificamente em relação a matemática, percebemos uma dificuldade ainda maior, tanto em relação aos conteúdos quanto de metodologias de ensino referentes a esta disciplina.

Curi (2005), em sua pesquisa sobre o desenho curricular dos cursos de pedagogia no Brasil, aponta os trabalhos de Shulman, que trouxe importantes contribuições sobre conhecimento e ensino de professores, que por sua vez, em suas pesquisas, identificou três vertentes no conhecimento do professor: o conhecimento do conteúdo da disciplina, o conhecimento do currículo e o conhecimento didático do conteúdo da disciplina.

O primeiro é caracterizado como sendo o conhecimento do professor sobre o conteúdo ministrado, não somente para repassá-lo, mas sim compreendendo suas múltiplas complexidades, como historicidade, conceito e natureza, o segundo, é identificado como sendo o conhecimento do professor em relação ao programa da disciplina, de forma a fazer relações, observações e uso de materiais, ou seja, seria o conhecimento de ensinar, o terceiro por sua vez diz respeito a junção dos dois conhecimentos, na qual o professor visa tornar o conteúdo compreensivo ao aluno, através da posse do conhecimento do conteúdo e do conhecimento do saber ensinar, compreendendo seus modos de apresentá-lo e abordá-lo (CURI, 2005, p. 4).

Ainda na pesquisa realizada por Curi (2005), ela aponta que nos cursos de pedagogia, quase 90% das disciplinas matemática dão prioridade a metodologias de ensino e os conteúdos são vistos como forma de revisão e longe da perspectiva de ensino, o que possivelmente explica a insegurança de muitos professores polivalentes, que tem fragilidade conceitual em diversos conteúdos matemáticos, pois não podemos pensar em metodologias sem a posse do conceito.

Além disso, 50% dos cursos analisados por Curi (2005) tinham como caráter obrigatório a estatística, no entanto, a abordagem dessa disciplina era de forma conceitual e sistematizada em níveis de ensino superior aos que elas trabalhariam e ainda fora também da perspectiva de ensino, ou seja, longe de um dos objetivos do curso de pedagogia: *“Oportunizar formação pedagógica ao licenciando em pedagogia, tendo à docência como base de sua identidade profissional”*

Outro estudo que discute a fragilidade dos professores dos anos iniciais em matemática é o estudo de Cunha & Costa (2008), no qual afirmam que hoje muitos professores polivalentes saem dos cursos de formação inicial com lacunas em matemática no que se refere a conceitos e procedimentos, e que ao adentrar o mercado de trabalho, se sentem inseguros influenciando assim negativamente na formação das crianças.

Também Batista & Souza (2011), em suas pesquisas sobre o conhecimento dos professores dos anos iniciais, solidificadas em autores como D’Ambrósio (1991 e 2010) e Grossman, Wilson & Shulman (2010), afirma que o conhecimento que o professor tem sobre o conteúdo afeta diretamente no seu fazer docente em sala de aula, desse modo, há professor que, por não possuir o domínio tanto conceitual quanto procedimental, deixa de abordar determinados assuntos nos anos iniciais, influenciando no desenvolvimento da criança, nas series seguintes, pois muitos professores aprovam alunos que não obtiveram sucesso na disciplina.

No que se refere à Educação estatística nos anos iniciais, diversos são os trabalhos relacionados a esse tema, como o estudo de Gouvêa (2011), Araújo (2011) e Fernandes & Santos Junior (2014), esses estudos justificam a contribuição da educação estatística no pensamento crítico do aluno, que por sua vez é atingido por diversas informações diariamente, seja em forma de gráficos, lista ou tabelas. Para Araújo (2011), o aluno precisa conhecer os instrumentos capazes de ajudá-lo na compreensão dos aspectos sociais e políticos em sua volta.

Para Gouvêa (2011), mesmo com sua importância de estudo, a educação Estatística não é abordada pela maioria dos pedagogos, pois estes se sentem inseguros diante da não posse conceitual desse conteúdo.

Fernandes & Santos Junior (2014), em sua pesquisa sobre as dificuldades dos alunos dos anos iniciais, realizada em uma turma de 4ª série/5º ano em uma escola de Curitiba no Paraná, apontaram que as maiores dificuldade que esses alunos possuem estão relacionadas a não capacidade de interpretações de maiores e menos frequências, quando estas não estão implícitas em gráficos e tabelas, além do não domínio da transnumeração, passagem das informações de gráficos para as tabelas, e ainda a má interpretação nas tabelas de duas entradas.

Diante do exposto desenvolvemos uma oficina sobre Educação estatística para os professores dos anos iniciais em formação inicial com intuito de promover uma discussão de conteúdo e metodológica deste conteúdo.

3. **Desenvolvimento da Oficina de Educação Estatística**

A oficina denominada *Estatística nos anos iniciais*, ofertada pelo Grupo de Pesquisa em Educação matemática – GPEMAT da Universidade do Estado do Pará teve por objetivo promover uma discussão de conteúdo e metodologia para o ensino de estatística nos anos iniciais. A justificativa para o desenvolvimento da oficina é que acreditamos que a compreensão deste conteúdo pelo professor influencia diretamente em sua pratica dentro da sala de aula. A oficina ocorreu no laboratório de educação matemática na Universidade do Estado do Pará, no dia 11 de abril de 2017, com duração de três horas, na qual participaram 9 alunos de pedagogia em formação inicial. A oficina constou de três momentos, no primeiro se promoveu uma discussão de seus conhecimentos sobre matemática, principalmente sobre estatística, no segundo momento se realizou uma discussão de conteúdos e a realização de uma atividade metodológica para o ensino de estatística nos anos iniciais e no terceiro momento houve a socialização e a discussão das atividades realizadas pelas participantes.

No primeiro momento, após as apresentações, perguntamos se no curso de pedagogia se estuda educação estatística, mesmo que não fosse à perspectiva de ensino, no entanto as respostas foram não para as duas questões, além disso, após outro questionamento, os alunos que já estagiavam afirmaram não trabalhar com a educação estatística em sala de aula, e os outros não sabiam ao menos que isso devia ser trabalhado.

Um dos participantes levantou uma questão: “*Como vamos trabalhar uma coisa que não sabemos?* ”; tal comentário confirmou a hipótese de que os discentes do curso de pedagogia estão finalizando o curso de formação inicial com lacunas significativas relacionadas a educação estatística.

O segundo momento se desenvolveu com uma discussão sobre educação estatística e sua importância nos anos iniciais com base nos PCN’s e nos objetivos de aprendizagem expressos na BNCC. Nesse momento foi perceptível que a maior parte das participantes não conhecia esses objetivos. Além disso, discutimos alguns conteúdos de estatística necessários a formação dessas professoras e apresentamos uma sugestão metodológica para o ensino de estatística nos anos iniciais. Tal proposta de ensino foi adaptada do livro 7 do PNAIC (Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa). A proposta tinha por objetivo valorizar a criatividade dos alunos dos anos iniciais e levá-los a desenvolver pesquisas em sala de aula. Tal metodologia de ensino é constituída de etapas no qual o aluno é levado a escolher um tema para sua pesquisa, coletar os dados, construir tabelas e gráficos, analisar os resultados e expor sua opinião de forma crítica sobre os resultados. O professor seria o responsável por orientar o trabalho, promover a socialização dos resultados encontrados pelos alunos e encaminhar as discussões de forma a construir nos alunos o pensamento reflexivo e crítico dos resultados.

Ainda no segundo momento, após a explicação das etapas da metodologia e sua importância na formação dos alunos dos anos iniciais, pedimos aos participantes que formassem grupos para que pudessem desenvolver a metodologia. Assim os participantes escolheram um tema que fosse de seu interesse e realizaram uma pequena pesquisa entre seus colegas da sala. Escolhido os temas, passamos para a construção do instrumento de pesquisa, alguns grupos escolheram elaborar um questionário simples e outros decidiram fazer perguntas informalmente a seus colegas. Decorrido a construção do instrumento de pesquisa, os participantes começaram a aplicá-lo na sala e depois sobre nossa orientação fizeram a tabulação dos dados e passaram para a construção de gráficos e tabelas. Conforme figura 1.



Figura 1: Construção de gráficos pelos participantes

A terceira etapa foi a socialização dos resultados de cada grupo, através de gráficos, forma de apresentação escolhida por eles, construídos pelos próprios grupos. Durante a socialização observamos que os participantes modificaram sua linguagem, pois utilizaram termos técnicos da estatística. O primeiro ponto a ser abordado por eles foi relacionado a população e a amostra da pesquisa, demonstrando a compreensão de tais conceitos, que foram trabalhados no segundo momento.

Em seguida, apresentaram as questões do instrumento de pesquisa e o levantamento de respostas a cada questão, para que assim todos pudessem refletir sobre o que aqueles dados representavam, nesse momento pudemos perceber a compreensão verdadeiramente do conceito de educação estatística pelos professores, visto que a maior parte deles expressou a necessidade de ser fazer o mesmo com as informações que nos cercam, solidificando assim o objetivo da educação estatística

Após as exposições dos resultados e as discussões sobre os dados apresentados, formalizamos os conceitos que ali foram adquiridos indiretamente, como população, amostra, variável de pesquisa, instrumentos de pesquisa, etc. além da relação entre os passos executados na oficina com os objetivos da BNCC apresentados no segundo momento, e ainda apresentamos alguns itens de educação estatística em provas de larga escala, nesse instante percebemos uma clareza maior dos professores em relação aos objetivos da BNCC através da metodologia apresentada, visto que a maior parte dos professores respondeu com segurança os itens apresentados.

Ao final da oficina agradecemos aos participantes pela presença, os parabenizamos pela busca de aprimoramento profissional, e perguntamos se eles tinham observações a fazer sobre a metodologia proposta e a oficina. Nesse momento todos que falaram agradeceram a

oportunidade e a proposta da oficina, pois nós (proponentes) pudemos dar um norte para como eles podem trabalhar a educação estatística com as crianças.

4. **Considerações Finais**

O Objetivo desse trabalho era relatar o desenvolvimento de uma oficina de Educação estatística desenvolvida junto aos professores em formação inicial do curso de pedagogia da Universidade do Estado do Pará.

Durante a realização da oficina percebemos que em relação aos conhecimentos sobre estatística dos participantes, eram superficiais e muitas vezes não havia tal conhecimento, visto que eles não trabalhavam isso em seu curso e desse modo não trabalhavam em sala de aula com seus alunos, no entanto através da oficina puderam tomar posse dos conceitos desse conteúdo, a fim de compreender a metodologia apresentada.

Em relação a proposta metodológica observamos que os participante se sentiram a vontade pois foram levados a usar suas criatividade, nesse momento, fortalecemos essa ideia e novamente ressaltamos a importância da valorização da criatividade do aluno para que ele se sinta confortável na realização das tarefas como eles se sentiram.

Percebemos que a realização da proposta metodológica foi o momento mais aguardado pelas participantes, mostrando uma necessidade de metodologias para o ensino e uma fragilidade no conteúdo de estatística e em matemática no geral. Apesar da fragilidade de conteúdo das participantes, quando começamos a abordar o conteúdo de estatística, percebemos o sentimento de frustração de algumas, pois elas só estavam interessadas em metodologias, nesse momento foi explicitada a importância do domínio de conteúdo de matemática, pois sem ele nenhuma metodologia funciona e aprendizagem dos alunos não se realiza.

Acreditamos que por tudo que foi exposto, que é necessário que os desenhos curriculares dos cursos de pedagogia sejam repensados, a fim de que os professores polivalentes ao adentrarem ao mercado de trabalho sintam-se seguros e capacitados para os desafios impostos pela profissão.

Por fim, percebemos que a oficina surtiu efeitos positivos, pois os participantes conseguiram perceber a importância da educação estatística para os anos iniciais e dessa forma poderiam trabalhar de forma dinâmica em sala de aula com os alunos e desenvolver nos

mesmos a habilidade de ler e interpretar os dados expostos em tabelas e gráficos tornando-os sujeitos críticos.

5. Referências

ARAÚJO, E. G. de. **O tratamento da informação nas séries iniciais: Uma proposta de formação de professores para o ensino de gráficos e tabelas.** Dissertação de mestrado. (mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina. Santa Catarina – Florianópolis, 2008.

BRASIL, Ministério da Educação. **BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR.** 2ª versão revista (proposta preliminar). Distrito federal – Brasília, 2016.

BRASIL,Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: MATEMÁTICA** (1º e 2º Ciclos do ensino fundamental).Brasília: MEC, 1997.

BATISTA, C. M. de S. & SOUZA, N. M. M. de. **Conhecimentos e Práticas de Professores de Matemática dos Anos iniciais do Ensino Fundamental: O sistema decimal.**Em Anais do XIII CIAEM-IACEM, Recife, 2011.

CUNHA, D. R. & COSTA, S. S. C. da. **A Matemática na Formação de Professores das Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Relações entre a Formação Inicial e a Prática Pedagógica.**III Mostra de Pesquisa da Pós-Graduação. Pontifícia Universidade católica do Rio Grande do Sul - Rio Grande do Sul, 2008.

CURI, E. **A formação matemática dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras.**Revista Ibero-americana de educação. Número 37/5, 2005

FERNANDES, G. J. R. & SANTOS JUNIOR, G. **O ensino e aprendizagem de gráficos e tabelas para os anos iniciais do ensino fundamental.** In: anais do Congresso Ibero-americano de Ciência, Tecnologia, Inovação e Educação,Argentina: Buenos Aires, 2014.

GOUVÊA, J. dos S. V. **O ensino de estatística nas séries iniciais do ensino fundamental nas escolas municipais na cidade de Boa vista – RR.** Dissertação de mestrado. (mestrado em ensino de ciências e matemática). Universidade Luterana do Brasil. Rio Grande do Sul - Canoas, 2011.

NACARATO, A. M. O grupo como espaço para aprendizagem docente e compartilhamento de práticas de ensino de matemática. In: NACARATO, A. M. (ORG). **Práticas docentes em Educação Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.** Curitiba, PR: Appris, 2013.

SANTOS, Roger Eduardo Silva.**Formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais: Contribuições do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à**

Docência (PIBID) na UFSCar. Dissertação de Mestrado. (mestrado em educação), Universidade Federal de São Carlos - São Paulo, 2013.



EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E DEFICIÊNCIA VISUAL: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES ACERCA DA IMPORTÂNCIA DO CONCEITO DE NÚMERO PARA AS REALIZAÇÕES DAS QUATRO OPERAÇÕES

Ana Mara Coelho da Silva

Universidade Federal do Pará

maracoelho17@yahoo.com.br

Marcelo Marques de Araújo

Universidade Federal do Sul e do Sudeste do Pará - UNIFESSPA

marcelomarkes@uol.com.br

Resumo: Este trabalho integra uma pesquisa em andamento, cujo objetivo é analisar as formas de trabalho docente desenvolvidas em uma Unidade Educacional Especializada no atendimento de alunos com deficiência visual, em relação ao ensino e aprendizagem das Quatro Operações Fundamentais. A investigação parte das inquietações constantemente apresentadas pelos professores do ensino regular quanto ao ensino da matemática, os modos de aprendizagem e os recursos necessários para o ensino em contextos inclusivos dos alunos com deficiência visual. Para este trabalho foram levantadas algumas questões, relativas ao referencial bibliográfico quanto ao ensino e a aprendizagem da matemática voltados para o atendimento dos alunos sem acuidade visual em relação a construção do conceito dos números. A pesquisa apontou que, atrelada à escassez de materiais para o uso dos alunos e também a necessidade de formação docente corroboram para o ensino tradicional, o qual perpetua-se, também, nos espaços inclusivos, que influencia o entendimento dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Educação matemática. Deficiência visual. Números.

Introdução

A matemática abordada na sala de aula ainda obedece a padrões tradicionais de repetição, memorização de fórmulas, conceitos e definições, típicas de um ensino que vincula práticas incompatíveis para o estabelecimento de uma aprendizagem significativa e para a construção de conhecimentos pelos alunos.

Vários trabalhos realizados na tentativa de equacionar a problemática do ensino e aprendizagem da matemática são frutos de pesquisas nacionais e internacionais. O que se evidencia é a necessidade de incorporar metodologias diferenciadas e a utilização de materiais que estimulem a criação, o raciocínio e a fluidez dos conhecimentos pelos alunos. Nessa linha de pensamento, a abordagem da matemática voltada para salas inclusivas é pauta constantemente apresentada por parte de professores quanto ao modo de aprendizagem e, especialmente, aos recursos necessários para o desenvolvimento do trabalho dos alunos com deficiência.

A motivação por essa pesquisa advém de inquietações vivenciadas ao longo de minha experiência, enquanto professora de matemática, na rede municipal de ensino e no Atendimento Educacional Especializado (AEE) de alunos cegos e baixa visão em uma Unidade Educacional Especializada (UEES) da Secretaria de Educação do Pará. A realidade mostrou que a maioria deles enfrenta dificuldades na aprendizagem da matemática, em particular nas quatro operações fundamentais que, tão logo, recorrem ao apoio complementar pedagógico dessa disciplina na referida Unidade.

Se para alunos com visão emétrepe, isto é, aqueles com visão normal, há dificuldades no que se refere à resolução de problemas envolvendo as quatro operações com números naturais, os não videntes enfrentam dificuldades cognitivas, já que, normalmente na sala aula, o ensino das operações centra-se inicialmente no algoritmo das operações fundamentais, imperceptíveis por eles quando não é aplicada, por parte de professores, uma metodologia que privilegie suas necessidades educacionais.

Constata-se no dia-a-dia de nossas escolas que o ensino da Matemática para os alunos com deficiência visual não atende, no que tange a situação do seu cerceamento sensorial, as necessidades das crianças desprovidas de visão.

Dessa forma, este trabalho abordará algumas considerações acerca do ensino e da aprendizagem da matemática para deficientes visuais, mais precisamente relacionada a temática da construção do conceito de número e a relação que esse conhecimento tem para a compreensão das quatro operações fundamentais.

1. Matemática e deficiência visual: primeiras investigações

Embora o estudo dos números e das operações seja um tema importante nos currículos do ensino fundamental, constata-se, com frequência, de acordo com Silva e Peixoto (2010), que muitos alunos chegam ao final do ensino fundamental com um conhecimento insuficiente dos números, de como eles são utilizados e sem ter desenvolvido uma ampla compreensão dos diferentes significados das operações. Provavelmente isso ocorre em função de uma

abordagem inadequada para o tratamento dos números e das operações e a pouca ênfase que tradicionalmente é dada a este assunto nos terceiro e quarto ciclo (BRASIL, 1998).

A visão de uma matemática que não está atrelada ao desenvolvimento cognitivo e está muito mais preocupada com as formalizações algorítmicas foram epistemologicamente construídas ao longo dos anos. Em 1952, por exemplo, a matemática no curso primário, segundo Nunes *et al* (2009), era concebida como o ensino de técnicas ou instrumentos que poderiam ser utilizados pelos alunos na vida prática para solucionar problemas. Percebe-se, então, que não havia qualquer preocupação com as questões de compreensão das ideias subjacentes ao número e seus significados. O objetivo estava centrado, desta forma, em saber contar e escrever números, ou seja, voltados para a memorização dos resultados.

As propostas dos livros didáticos naquela época propunham problemas mais na perspectiva da aplicação das técnicas operatórias do que desenvolver a compreensão do significado das operações. Não havia, de acordo com Nunes *et al* (2009) qualquer preocupação em justificar os porquês das técnicas operatórias e os princípios em que estavam baseados.

Dessa maneira, a forma que a matemática vem sendo tratada nas escolas, que a vincula apenas em operações e cálculos, sob os moldes das ciências formais, faz a maioria das pessoas acreditarem que ela está fortemente vinculada aos processos mentais da inteligência humana (MUNIZ e IUNES, 2004). Em contrapartida, muitos professores reproduzem essas concepções de uma matemática “sem vida” e complicada, cujas ações de repetições mecânicas se sobressaem no seu fazer pedagógico.

Contrariando esse pensamento, Micotti (2005) acredita que um ensino voltado para o entendimento da construção do número se faz necessário para a compreensão das operações numéricas e que não basta memorizar uma resposta correta, é preciso, pois, uma abordagem que considera a importância de como aluno constrói a compreensão do que lhe desejamos ensinar.

Para Bernardo e Garcez (2014) uma das ideias equivocadas relacionadas com a matemática é a de esta se resumir apenas a cálculos que devem ser resolvidos mediante um algoritmo, isto é, uma aplicação de fórmulas. Normalmente, expressões como “vai um” ou “pegar emprestado”, além de serem conceitualmente enganosas, não são compreendidas por todos os alunos, que apenas reproduzem o algoritmo ensinado pelos professores. Entretanto, o

problema não está na utilização do algoritmo em si. Pelo contrário, ele reside quando o aluno despreza a compreensão do conceito envolvido, apegando-se à mecanização do processo, sem que haja real entendimento do caminho que o conduziu a determinado resultado.

Em relação à educação matemática na perspectiva da inclusão, percebe-se que a realidade não tem sido diferente. Aliás, o que se observa são aulas cujas características obedecem o formato tradicional de ensino, incompatíveis com os diferentes sujeitos envolvidos na educação especial. Desenvolve-se com os alunos cegos as mesmas concepções dos videntes, de que a matemática está voltada somente para cálculos e no momento que o aluno está construindo seu raciocínio lógico matemático, sobrepõem-se com procedimentos e técnicas prontas de manuseio e regras operacionais e não oportunizamos espaço da aprendizagem matemática para que este processo flua de forma natural.

Nessa perspectiva, podemos inferir que há muito o que se discutir sobre **a formação dos professores no âmbito da inclusão**. Amorim (2012) mostrou em seu estudo que a educação inclusiva deve ser considerada um constructo social que incide na necessidade de uma formação que busque fomentar no futuro professor uma atuação que tenha a diversidade como princípio de atuação profissional. No que diz respeito à educação matemática voltada para os alunos com necessidades educacionais especiais, pesquisas devem ser direcionadas no sentido de subsidiar a prática docente, já que em seu cotidiano escolar os professores se deparam com essas diferenças e, portanto, precisam encontrar alternativas para o ensino inclusivo.

Além da falta de formação para o trabalho com turmas inclusivas, os professores se deparam com uma outra situação: **a escassez de material pedagógico** adequado ao trabalho com os estudantes deficientes visuais. Nesse aspecto, concordamos com Fernandes e Healy (2007, p. 68) quando diz que os alunos cegos apresentam dificuldades não necessariamente cognitivas, mas “de ordem material e técnica, e que frequentemente condicionam o ritmo de trabalho na hora de aprender.”

No trabalho de Mollossi *et al* (2015) chegou-se a mesma conclusão, apontando que o ensino de matemática para estudantes cegos enfrenta problemas pedagógicos de diversas ordens, como a falta de materiais adaptados, ausências de formação e de cursos de capacitação, por exemplo. Tais entraves levantam questões sobre a forma como está, ou não, ocorrendo o processo de inclusão e se realmente todos os discentes têm as mesmas oportunidades de aprendizagem.

Por isso, Mendes (2002) acredita que **a prática pedagógica** é um elemento-chave na transformação da escola. E quando se fala de alunos desprovidos do sentido visual, os recursos didáticos vem assumindo um destaque na educação de alunos com necessidades educativas especiais. Nesse aspecto, Ochaita e Espinosa (2004, p.183) afirmam que a cegueira tem consequências sobre o desenvolvimento e a aprendizagem no ambiente escolar, “tornando-se necessário elaborar sistemas de ensino que transmitam, por vias alternativas, a informação que não pode ser obtida através dos olhos”.

Se ao longo da história da humanidade, as pessoas com deficiência eram segregadas e impedidas de participar socialmente, conforme estudos levantados por Vygotsky, (1995):

Enquanto que a concepção tradicional partia da ideia de que um defeito significava uma exteriorização, uma imperfeição, uma falha no desenvolvimento da criança que limitava e restringia seu campo de desenvolvimento. Formulava-se um ponto de vista negativo sobre tal criança, se caracterizava seu desenvolvimento pela perda, fundamentalmente, de umas ou outras funções (VYGOTSKY, 1995, p. 312).

Atualmente, os estudos de Vygotsky tem sido tão importantes e significativos quando da abordagem da prática pedagógica, ao entender, segundo o pesquisador que o desenvolvimento da criança com deficiência “não depende diretamente do defeito orgânico da criança”; pelo contrário, “[...] o desenvolvimento cultural é a esfera mais importante onde é possível compensar a insuficiência. Ali onde o desenvolvimento orgânico resulta impossível, há infinitas possibilidades para o desenvolvimento cultural” (VYGOTSKY, 1995, p.313).

Dessa forma, as contribuições de Fernandes (2006) nesse aspecto são importantes, pois a elaboração e construção do conceito de número, por parte das crianças com deficiência visual, depende de sua interação com o mundo concreto, o que permite construir conceitos e se apropriar das informações mais elementares; as quais, no entanto, embasam todo o conhecimento matemático.

2. A construção do conceito do número e sua relevância para a compreensão das quatro operações

Nunes *et al* (2009, p. 24) enfatiza que a dificuldade de entendimento dos números pelas crianças “não é de memória, é conceitual”. Portanto, as professoras das séries iniciais necessitam fazer uma avaliação da compreensão que os alunos possuem sobre a natureza dos números para que futuramente possam continuar a elaborar conhecimentos numéricos em que a memorização e a repetição não prevaleça no ensino.

E de que forma esses conhecimentos podem ser apreendidos por crianças com deficiência visual? Como estabelecer e propiciar as condições necessárias ao seu aprendizado? Segundo Batista (2005, p. 11), ao abordar o desenvolvimento de conceitos por crianças cegas, afirma que “a cegueira não impede o desenvolvimento, mas que este difere, de diversos modos, do apresentado pelas crianças videntes”. Para ela, a linguagem e o tato são as principais fontes de informação para a criança cega, pois através dela é possível apresentar conceitos e explicações, substituindo assim o material visual.

Nesse aspecto, para que o aluno com deficiência visual compreenda os aspectos operatórios da matemática, realizados principalmente no soroban⁷, é necessário emergir acerca da construção do número, na forma que este aluno concebe e processa de acordo com sua interação no mundo concreto, o que permite criar conceitos e se apropriar das informações imprescindíveis o ensino realizado pelo professor. Aponta-se, desse modo, a necessidade de criar metodologias adequadas e compatíveis com o público em questão, de modo que se possa articular conhecimentos da realidade social com a matemática.

Segundo Kamii (1994), Piaget concebeu dois tipos ou pólos de conhecimentos – o **conhecimento físico** num extremo e o **lógico-matemático** no outro. O conhecimento físico é o conhecimento dos objetos da realidade externa, enquanto o conhecimento lógico-matemático refere-se na coordenação de relações entre objetos, os quais são criados mentalmente pelo indivíduo que relaciona dois objetos, por exemplo, na percepção de diferenças, tamanhos, pesos etc. Nesse sentido, de acordo com Kamii (1994, p. 15) “o número é a relação criada mentalmente por cada indivíduo.”

Segundo Fernandes (2006), tendo em vista ser a construção do pensamento lógico matemático inerente à própria vivência da criança, os jogos e as brincadeiras assumem características importantes para o trabalho com as crianças desprovidas de acuidade visual. Pois a formação do conceito de número não ocorre por meio da repetição mecânica dos numerais. Tal construção vai ocorrendo progressivamente por meio dos estágios cognitivos vivenciada no dia-a-dia.

Nesses termos, podemos dizer que a criança consegue progredir em seus conhecimentos sobre os números, e, conseqüentemente na construção do conhecimento lógico-matemático através da coordenação das relações estabelecidas entre objetos. Por outro

⁷Aparelho utilizado por pessoas cegas e com baixa visão para efetuação de operações matemáticas (Fernandes, 2006, p.29)

lado, as abordagens de ensino na sala de aula concebidas pelos professores durante muito tempo estavam em contraste com a visão de Piaget sobre a natureza lógico-matemática do número.

Uma análise da proposta do INEP (Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos) revela que o questionamento Piagetiano sobre a compreensão que a criança tem da ideia de número e operações não havia ainda penetrado nas diretrizes oferecidas para o planejamento escolar no Brasil em 1952. Portanto, o conceito de número aparece restrito à contagem e escrita de números e o de operações à memorização de fatos e execução de técnicas. A ideia de que a criança possa compreender os princípios subjacentes às operações também não está presente nessas sugestões (NUNES *et al*, 2009).

Para Kamii (1994), Piaget concebe **a abstração** como fato de extrema relevância para o aprendizado das crianças. Para ele, há dois tipos de abstração: **a empírica** (ou simples) e **a reflexiva** (ou construtiva). O primeiro caso está relacionado com o conhecimento físico, pois o sujeito considera somente uma característica das coisas materiais, não se importando com as outras. O segundo caso envolve a construção de relações entre os objetos, relacionado com o conhecimento lógico matemático.

Para Kamii (1994, p. 17) “não é possível que um dos tipos de abstração exista sem a presença do outro”. Nesse sentido, durante os estágios sensório-motor e pré-operacional a abstração reflexiva não pode acontecer independente da empírica, o que pode acontecer mais tarde. O fato de que a abstração reflexiva não pode ocorrer independente das primeiras construções de relações feitas pelas crianças tem implicações importantes para o ensino do número. Este princípio implica que a criança deve colocar todos os tipos de conteúdo (objetos, eventos e ações) dentro de todos os tipos de relações para chegar a construir o número. Este entendimento os professores devem ter, pois quando as crianças entram na escola já trazem vivências articuladas aos números e algumas ideias sobre suas funções que precisam ser aproveitadas nas situações de aprendizagem que este conhecimento pode propiciar.

De acordo com Piaget, o número é uma síntese de dois tipos de relações que a criança elabora entre os objetos (por abstração reflexiva). Uma é a **ordem** e a outra é a **inclusão hierárquica** (KAMII, 1994). A relação de ordem é adquirida quando a criança consegue contar sem repetir ou pular objetos, ou seja, a ordem refere-se a disposição física dos objetos, não necessariamente em uma ordem espacial, mas ordenados mentalmente para realizar a contagem. Entretanto, Kamii (1994), esclarece que:

Se a ordenação fosse à única operação mental da criança sobre os objetos, estes não poderiam ser quantificados, uma vez que a criança os consideraria apenas um de cada vez, em vez de um grupo de muitos ao mesmo tempo (KAMII, 1994, p.20).

Sendo assim, para quantificar os objetos como um grupo, a criança tem que colocá-los numa relação de inclusão hierárquica. Esta relação significa que as crianças mentalmente incluem ‘um’ em ‘dois’, ‘dois’ em ‘três’, ‘três’ em ‘quatro’ e assim por diante” (KAMII, 1994, p. 20).

Outro fator importante para a construção dos números é a **conservação de quantidades**. Para Piaget e Szeminska (1975) do ponto de vista psicológico, a necessidade de conservação constitui, pois, uma espécie de *a priori* funcional do pensamento, ou seja, à medida que seu desenvolvimento ou sua interação histórica se estabelece entre os fatores internos de seu amadurecimento e as condições externas da experiência, essa necessidade se impõe necessariamente.

Com essa tarefa, Piaget provou que “o número não é alguma coisa conhecida inatamente, por intuição ou empiricamente, pela observação” (KAMII, 1994, p. 26). Ou seja, para Piaget, a criança precisa ter condição mental denominada reversibilidade, na qual o indivíduo consegue fazer ações mentalmente, e desta forma, perceber que a quantidade de objetos não se altera quando suas posições espaciais se modificam. Dessa maneira, os professores devem favorecer o desenvolvimento de estruturas mentais, em vez de propor tarefas para as crianças cujo objetivo se limita a darem respostas corretas e superficiais na tarefa de conservação.

Piaget e Szeminska (1975) descrevem três fases para o entendimento da conservação e, conseqüentemente, da quantidade⁸:

Na primeira fase, a quantidade reduz-se às relações assimétricas fornecidas entre as qualidades, ou seja, às comparações para “mais” ou para “menos” implícitas em juízos tais como “é mais alto”, “menos largo” etc. Mas essas relações permanecem sendo perceptivas e não constituem ainda “relações” propriamente ditas, porque elas não podem ser coordenadas umas às outras segundo operações aditivas ou multiplicativas. Essa coordenação, que se inicia com a segunda fase, chega em seguida a uma noção de quantidade intensiva, sem unidades, portanto, mais suscetível de coerência lógica. Ora, assim que se constitui, essa quantificação intensiva permite à criança conceber, anteriormente a qualquer outra medida, a proporcionalidade das

⁸ Para melhor compreensão, consultar PIAGET, G. SZEMINSKA. **A gênese do número na criança**. Tradução de Christiano Monteiro Oiticica. 2ª ed. Rio de Janeiro, Zahar; Brasília, INL, 1975.

diferenças e, conseqüentemente, a noção de uma quantidade total de ordem extensiva. Esta descoberta, que, somente ela, torna possível o desenvolvimento do número, proviria assim dos próprios progressos da lógica no decorrer das fases atualmente consideradas (PIAGET e SZEMINSKA, 1975, p. 26).

A criança cega precisa, portanto, ser estimulada para que a construção da estrutura do número e o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático possa ser realizado desde os primeiros anos iniciais e, cabe ao professor selecionar atividades e explorá-las diariamente a fim de agrupar e desagrupar elementos, comparar quantidades, estabelecer critérios para classificar, seriar e criar soluções para a resolução de situações-problema.

Considerações finais

A partir de 1994, com a Declaração de Salamanca, onde foi firmado o marco da incorporação legal da inclusão, tem se buscado equalizar as oportunidades de uma Educação para todos, dentre os quais, que toda criança tem o direito e a oportunidade de frequentar a escola regular.

Na matemática, ganha força estudos para compreender as formas de se trabalhar com pessoas com deficiências, dentre elas, o aluno sem acuidade visual. No que tange à compreensão da construção dos números, os estudos de Piaget possibilitaram perceber que a construção do raciocínio lógico-matemático está além do que propõe o método tradicional de ensino. Envolve conhecimentos diversos (físicos, sócias e lógico-matemático), que abordados na perspectiva da abstração reflexiva possibilita o processo de aprendizagem. E esses conhecimentos são imprescindíveis para a compreensão de como se processa e elabora a constituição das quatro operações fundamentais, mediados por metodologias capazes de articular objeto e conhecimento matemático.

Portanto, pesquisar formas de atuação docente para a criação de metodologias que contemplem a diversidade é um caminho a ser trilhado para que possamos (re)pensar a inclusão nos espaços escolares.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMORIM, A. S. **A formação do professor de matemática para a escola inclusiva: os projetos político curriculares das IES públicas do município de Belém-Pa em análise.** 368f. Dissertação (Mestrado e Educação). Universidade Federal do Pará. Belém, 2012.

BATISTA, C. G. Formação de conceitos em crianças cegas: questões teóricas e implicações educacionais. **Revista Psicologia: Teoria e Pesquisa**, v. 21, n. 1, p. 7-15, jan.-abr. 2005.

BERNARDO, F. G.; GARCEZ, W. R. Explorando situações-problema do campo conceitual aditivo com o uso do sorobã nas aulas de matemática. In: PASCHOAL, C. L. L. et al. (Org). **Fazeres cotidianos, dizeres reunidos: uma coletânea de textos do Instituto Benjamin Constant**. Rio de Janeiro: Instituto Benjamin Constant, 2014.

BRASIL, **Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Fundamental (SEF)** Parâmetros Curriculares Nacionais Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental - Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

FERNANDES, C. T. et al. **Educação Inclusiva: A Construção do Conceito de Número e o Pré-Soroban**. 1ª ed. Brasília: MEC, 2006.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 10, p. 59-76, jul. 2007.

KAMII, C. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos**. Tradução de Regina A de Assis. 18ª ed. Campinas: São Paulo, 1994.

MENDES, E. G. Desafios atuais na formação do professor de educação especial. **Integração**, MEC/SEESP, Brasília, v. 24, 2002, p.12-17.

MICOTTI, M. C. de O. Apenas tabuadas. In: BICUDO, M. A. V. (Org). **Educação Matemática**. 2ª ed. São Paulo: Centauro, 2005, p. 59-72.

MOLLOSSI, L. F. S. B. et al. Uma perspectiva sobre a inclusão de cegos: considerações de uma professora de matemática. **Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, ano 21, n. 58, v. 1, p. 30-48, jan.-jun. 2015.

MUNIZ, C. A.; IUNES, S. Componente Curricular: Fundamentos teóricos e metodológicos da Matemática. In: **Guia de Formação de Professores das séries iniciais**. Livro 9. Uniceub. Centro Universitário de Brasília, 2004, p. 99-103.

NUNES, T. et al. **Educação Matemática 1: números e operações numéricas**. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 2009.

OCHAÍTA, E.; ESPINOSA, M. A. Desenvolvimento e intervenção educativa nas crianças cegas ou deficientes visuais. In: COLL, C.; MARCHESI, A.; PALÁCIOS, J. (Org.). **Desenvolvimento psicológico e educação**. 2ª. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004.

PIAGET, G. SZEMINSKA. **A gênese do número na criança**. Tradução de Christiano Monteiro Oiticica. 2ª ed. Rio de Janeiro, Zahar; Brasília, INL, 1975.

SILVA, J. A. F; PEIXOTO, J. L. B. **Jogos para o ensino do sistema de numeração decimal e as quatro operações fundamentais incluindo alunos cegos e surdos**. X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade, Salvador, 2010, p.1-9.

VYGOTSKY, Lev S. **Obras Escogidas III:** problemas del desarrollo de la psique. Madrid, 1995.



ENSINANDO A FUNÇÃO AFIM POR MEIO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS: UM CASO DE MODELAGEM

Gustavo Ramos Abreu

Universidade do Estado do Pará

gustavoramos2596@gmail.com

Matheus da Silva Garcia

Universidade do Estado do Pará

maths_2@yahoo.com.br

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo apresentar uma atividade com modelagem matemática com o uso da planilha eletrônica, o Excel, para a função do 1ª grau, para isto será modelado um fenômeno físico no qual vai ser modelado em uma função do 1ª grau, além do aluno relacionar um assunto matemático com um físico, pode relacionar diferentes representações de uma função do 1ª grau

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem; Uso de Planilhas.

1. INTRODUÇÃO

O ensino de matemática ultimamente se resume a um mecanização de resolução respectivamente de problemas, em que o aluno só deve decorar a fórmula para resolver uma dada questão, sem ter um análise crítica acerca da situação e do problema (MARTINS, 2007).

Além de que, os alunos sentem muitas dificuldades nos conteúdos, pois é tratado muitas vezes com uma linguagem formal, ensinada de maneira fragmentada as suas mais diversas representações, isso tem com consequência o desinteresse da maioria dos alunos na disciplina (SANTOS, 2015).

Os alunos possuem muitas dificuldades na aprendizagem de função afim, isto porque tem dificuldades da conversão nas suas mais diversas representações, seja ela gráfica algébrica, tabular e escrita, além de seu entendimento conceitual (COSTA, BITTENCOURT e FERNANDES, 2016).

Isso pode ser visto no trabalho de Cardoso et al (2013) que teve como objetivo analisar as competências que os alunos do segundo ano do ensino médio na realização de conversões de registros na função afim, foi feito uma pesquisa, que foi realizado com 23 alunos do 2ª ano do ensino médio da rede estadual do Ceará. Sendo que todos os alunos já passaram pelo conteúdo no ano anterior.

Os resultados de Cardoso et al (2013) mostram que quando um determinado problema precisa de uma conversão, que envolve raciocínio acerca do conceito de função, os alunos encontram dificuldades para resolver, além de que foram encontradas muitas dificuldades com os registros gráficos e algébricos, tendo em vista que os alunos tem problemas com esses registros, evidenciando assim uma falta de compreensão do conceito de função afim.

Pode ser também evidenciado através das pesquisas de Costa, Bittencourt e Fernandes (2016) que teve como objetivo apresentar resultados de uma pesquisa sobre dificuldades que os alunos apresentam no conceito de função afim, com metodologia foi utilizado a análise de erros e foi aplicado a uma turma de 1ª ano do Ensino Médio de uma escola da cidade de Belém do Pará.

Os resultados de Costa, Bittencourt e Fernandes (2016) mostram que os alunos possuem muita dificuldade em fazer a passagem do registro algébrico para o registro gráfico, sobre função afim e vice-versa, pois a função afim é trabalhado essas representações de maneira separadas, sendo que o aluno não tem noção que são representações diferentes de um mesmo assunto.

Isso também se deve a muita formalização do conteúdo, que é o que aponta a pesquisa de Resende e Mesquita (2013) já que as principais dificuldades apontadas no ensino de matemática se deve interpretar enunciados de questões e decorar fórmulas e teoremas, além de relacionar teoria com prática.

Na tentativa de sanar essas dificuldades apontados em Costa et al (2013) e Costa, Bittencourt e Fernandes (2016) será proposta uma sequência didática utilizando modelagem, com o objetivo de criar uma sequência didática baseada na modelagem matemática, que busque associar estudos de fenômenos físicos com conteúdo matemáticos, com a finalidade de proporcionar momento de interdisciplinaridade para o aluno pois segundo Serra et al (2008) pois inspira a criatividade e permite ao aluno analisar a situações problemas que pose ser resolvidas e enunciadas de diversas formas, além

de promover discussões sobre a natureza das representações matemática frente a uma situação problema.

Para a análise dos resultados serão utilizados o software Excel para análise dos dados que será explicado mais detalhadamente na metodologia, o que é importante pois segundo Perius (2012) recursos com software possibilita o desenvolvimento do aluno de maneira a enriquecer a aprendizagem em matemática e ter assim habilidade no mesmo.

2. UTILIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

A modelagem matemática é uma tendência na educação matemática em que, a partir de um problema que o aluno se depara, busca-se interpretar esse problema através de um modelo matemático, sendo o modelo matemático uma representação matemática que possui funcionalidade que explica ou descreve cientificamente o acontecimento de um determinado fenômeno (MARTINS, 2007).

Em Martins (2007), temos as seguintes etapas da modelagem:

Figura 1: Etapas de Modelagem



Fonte: Martins (2007)

Experimentação: é a fase em que o aluno vai pegar os dados de uma situação problema real e envolver em alguma procedimento de conhece acerca de matemática; **Abstração:** É o momento em que o aluno compreendeu o problema e o transforma em modelo matemático;

Resolução: Quando, o aluno ao chegar no modelo matemático, utiliza o mesmo para resolver o problema.

Validação: É quando o aluno teste os dados com o modelo matemático para verificar se o modelo se aproxima dos valores.

Modificação: Quando o aluno modifica o modelo matemático de modo a aproximar com os dados reais.

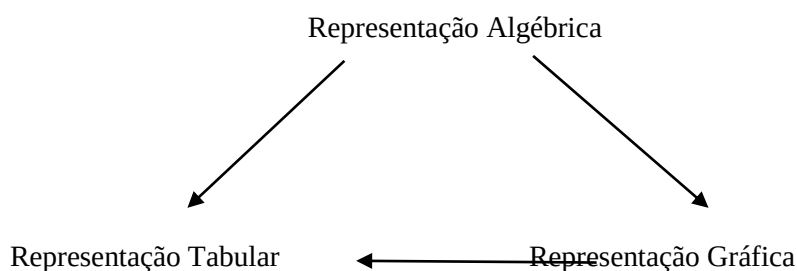
Assim, temos pelos autores citados acima que a modelagem matemática é uma importante metodologia que pode ser utilizada para compressão de fenômenos físicos, e a partir disso, o aluno pode ver uma interdisciplinaridade em outros campos da área de conhecimento, sendo assim não mais limitado somente a matemática.

3. USO DE PLANILHAS EM SALA DE AULA

O uso de planilhas e sala de aula pode ajudar nas seguintes questões:

Segundo Braga e Viali (2010) temos a possibilidade do aluno para facilitar a conversão entre diferentes linguagens, assim viabilizando a coordenação de múltiplas representações gráficas como mostrado no esquema a abaixo.

Figura 2: Esquema das representações que o uso de tabelas propicia.



Fonte: Braga e Viali (2010)

Em Mellilo, Oliveira e Mellilo (2010) a utilização de planilhas eletrônicas tem como papel desafiante para o aluno, pois permite a depuração de ideias, a análise de dados, além de uma melhor organização da aprendizagem, assim aumentando a potencialidade do entendimento do aluno acerca do assunto em questão.

Vargas e Sivelas (2010) tem situações onde os estudantes tem o uso de tabelas com atividades contextualizada, permite uma melhor comparação entre duas grandezas, tornando assim o conhecimento de modo abrangente.

Temos então que o uso de planilha, a partir dos autores supracitados, uma melhor conversão de linguagens, um melhor entendimento do tema, entre outro.

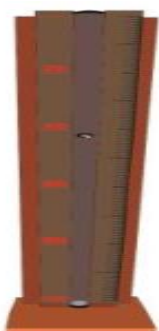
4. METODOLOGIA

Para a realização da pesquisa, será proposta a seguinte sequência didática, baseado no trabalho de Santos (2015), buscando a interdisciplinaridade entre os assuntos de matemática e física, de modo que o aluno relacione o conteúdo matemático com outras áreas do conhecimento.

Esta sequência tem por objetivo construir um modelo matemático de função afim e demonstrar a partir do gráfico os resultados da experiência.

Para a realização da experiência, será realizado utilizando um equipamento projetado para a queda livre de uma esfera ilustrado pela Figura 1.

Figura 1: Equipamento projetado para queda livre de uma esfera



Fonte: Santos (2015)

A seguinte proposta será trabalhado em grupos de quatro pessoas e deverá ser feito o seguintes procedimentos:

- 1) Um aluno abandona a esfera de aço no topo de um tubo plástico;
- 2) Com um ima cilíndrico de neodímio, aluno deve conduzir a esfera da base até uma altura de 100 cm;
- 3) O aluno faz a cronometragem do tempo do deslocamento de deslocamento da esfera ao longo do tubo plástico, comunicando com o outro colega o momento que o objeto passara pelos marcadores indicados na régua do equipamento;
- 4) De posse dos dado, os alunos deverão completar a tabela abaixo

Posição (cm)	Tempo (s)
0	

20	
40	
60	
80	
100	

- 5) Ao completar a tabela, o aluno coloca essa mesma tabela no Excel;
- 6) Ao colocar no Excel ele gera o gráfico e por conseguinte a sua resquitivo modelo que representa o fenômeno.
- 7) Ao final, o aluno deverá responder o seguinte questionário:
 - 1- Esta equação se aproxima aos dados obtidos no gráfico?
 - 2- O que cada termo da equação representa no gráfico?
 - 3- Você já viu um formula parecida com outro assunto visto que não seja a matemática.

Logo os alunos deverão relacionar as relação da função do 1ª na forma algébrica, tabula e gráfica, além de a função afim $x=x_0+v.t$ com a formula da velocidade média do Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) dada com $v_m = \frac{x-x_0}{t-t_0}$

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esperamos que com essa proposta de atividade, os alunos tenham uma maior compreensão acerca de função polinomial do 1ª grau, dado que o objetivo da pesquisa é apresentar uma proposta de atividade que faça modelagem que envolva modelagem, por meio da utilização de tabela, par se ter uma melhor compreensão da função do 1ª grau.

Com essa atividade, é possível que os aluno melhore a sua compreensão acerca de função, além de ver uma relação em outra área da matemática, ou seja, na física.

Com isso, este trabalho tem potencial para ser aplicado em sala de aula, pois facilitaria muito o ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS

BRAGA, Elisabete Rambo; VIALI, Lorí. Função Quadrática- Análise das Alterações Gráficas Mediante a Modificação dos Parâmetros da Função Algebrica. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 7 a 9 de Julho, Salvador, 2010.

CARDOSO, Mikaelle Barbosa; SANTANA, Larissa Elfisia de Lima; SILVA, Silvana Holanda da; Ferreira, Maria Andrade de Souza. Função Afim: Uma Análise de Procedimento de Conversão de Alunos do 2º Ano do Ensino Médio. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 18 a 21 de julho, Curitiba, 2013.

COSTA, Acylena Coelho Costa; BITTENCOURT, Rodrigo dos Reis; FERNANDES, Felipe Andrade. Análise de Erros em Questões de Função Afim. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. 13 a 13 de Julho, São Paulo, 2016.

MARTINS, Ana Regina. O Uso da Modelagem Matemática em Sala de Aula na Universidade. Monografia (Monografia em Matemática). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

MELILLO, Célio Roberto; OLIVEIRA, Davidson Paulo Azevedo; MELILLO, Kelly Maria de Campos Fornero Abreu de Lima. Investigando propriedades de Determinantes Com o Uso de Planilhas Eletrônicas. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 7 a 9 de Julho, Salvador, 2010.

PERIUS, Ana Amélia Butzen. A Tecnologia Aliada ao Ensino de Matemática. Monografia (Especialização em Mídias e Educação) Universidade do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012

RESENDE, Giovani; MESQUITA, Maria da Gloria B. F. Principais Dificuldades Percebidas no Processo de Ensino-Aprendizagem em Escolas do Município Divinópolis-MG. In: Educação Matemática e Pesquisa, vol. 15, n. 1, pp. 199-222, São Paulo, 2013

SANTOS, Jacy Pires dos. Atividades Experimentais: possibilidades para o ensino de funções do 1º e 2º graus In: XIX Encontro Brasileiro de Pós-Graduação em Educação Matemática, 30 de outubro a 2 de novembro, Juiz de Fora-MG, 2015.

SERRA, Ricardo; BELINE, William; HERMANN, Wellington; CYRINO, Márcia C. de T. Modelagem Matemática no Ensino Médio: Convertendo Veículos a Gasolina Para Álcool. In: III Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática. 6 a 8 de Novembro, Curitiba, 2008.

VARGAS, Dênis Emanuel da Costa; SILVA, Gláucia Ananias da. Uma Experiência no Trabalho com Representação Tabular de Funções em Planilhas Eletrônicas em um Curso Técnico de Informática. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 18 a 21 de julho, Curitiba, 2013.



ENSINO DA MATEMÁTICA PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIA INTELECTUAL ATRAVÉS DO LÚDICO – MULTIPLANO COMO PROPOSTA DE INTERVENÇÃO.

Ronykys Morais Sodré

Universidade do Estado do Pará

Jefferson Tayrone Alves Costa

Universidade do Estado do Pará

Resumo:

Este trabalho visa estabelecer um breve estudo acerca da inclusão de educandos que necessitam do atendimento educacional especializado no ensino regular e quais recursos os professores vem utilizando. Objetiva-se a investigação na utilização do Multiplano, para constatar se o mesmo contribui para a melhoria no processo de ensino-aprendizagem na educação matemática, atendendo as necessidades de visualização e cálculo. A pesquisa bibliográfica aborda: inclusão do aluno com deficiência na educação, o ensino da matemática para alunos com deficiência, recursos didáticos da matemática e metodologias aplicadas com alunos com distintas deficiências. A pesquisa foi realizada nas escolas da rede pública e privada do município de São Miguel do Guamá, de forma que fosse possível perceber em qual contexto educacional o ambiente escolar do município se encontra. A pesquisa de campo apresenta o contexto e os participantes da pesquisa e a interpretação dos dados coletados. A coleta de dados foi realizada através da observação da realização das aulas em conjunto com o registro dos principais pontos, tendo como sujeitos da pesquisa: professor do atendimento educacional especializado e dois professores de matemática e oito alunos com deficiência intelectual. Percebe-se que atualmente o ensino para educandos com deficiência está em fase de crescimento, porém há resistência de alguns profissionais que permanecem indiferentes às novas metodologias disponíveis para o ensino. Neste estudo constatou-se que o Multiplano, representa um novo e significativo instrumento de ensino uma vez que os educandos investigados mostraram interesse e satisfação após o uso de materiais manipulativos.

Palavras-chave: Inclusão. deficiência intelectual. educação matemática. Multiplano.

1 Introdução

O tema surgiu a partir das visitas em determinadas escola do município, onde se observou a problemática do ensino para deficientes intelectuais, então a partir desta levantou-se questões quanto a este tipo de ensino. Em uma primeira análise, procurou-se fazer um levantamento acerca desta e de como este era exposto nas escolas, principalmente as de ensino público, onde a carência em

decorrência da falta de recursos é grande. As primeiras análises mostraram um ensino precário, onde os alunos com esta dificuldade tinham um tratamento diferenciado, porém com o seu ensino muito precário e “deficiente”, procurou-se então a partir desta abstrair deste sistema tudo o que era de favorável à pesquisa e buscar algo que pudesse transpor todas as concepções já criadas acerca deste estudo, onde o aluno com necessidade ao acesso educacional especial pudesse apresentar um real aprendizado sobre o conteúdo abordado, adquirindo assim um nivelamento para que o mesmo fosse subindo etapas na escala educacional (para que o aluno com déficit intelectual possa passar de ano de forma “digna”), haja vista que neste processo educacional que a rede pública oferece o aluno com este tipo de deficiência é tido como incapaz de aprender certos tipos de conteúdo, principalmente os matemáticos e assim direcionado a outras áreas que não seja a uma formação escolar avançada. Este tema, frequentemente abordado pela mídia atual, precisa cada vez mais de novas pesquisas na área já que o mesmo, apesar de muito abordado e de um problema visto como um dos mais necessitados, é também um dos que mais deixa lacunas em suas variadas resoluções, daí pode-se tirar a interpretação do mesmo, pois no mundo atual onde ser “diferente é normal” faz se por necessário sanar este tipo de dificuldade para que a sociedade possa saber conviver com tal, sendo que com a consciência que tais pessoas podem ser incluídas em nossa sociedade sim, porém cada ser em nosso planeta apresenta características distintas, ninguém é igual e nem aprende igual, desta forma que alunos com estas características requisitam de olhares ainda mais a fundo, pois pessoas com déficit intelectual tem a dificuldade de não conseguir se moldar facilmente as formas de ensino já existentes nas escolas, então é aí que surge este trabalho com o olhar para esta área propondo uma conscientização e uma comunicação entre todas as classes que formam a sociedade, tratando o assunto como problema com solução inclusive propondo-a e seguindo toda uma metodologia de estudos aplicados na área, apresentando o lúdico como forma de intervenção, para acrescentar o muito já criado, explorando as lacunas deixadas nestes para acrescentar cada vez mais uma nova conscientização a respeito da área.

2 Da ideia à prática, um novo horizonte se constrói

A ideia do lúdico nasceu da interação construída em uma pesquisa de campo para trabalho de conclusão do curso de matemática, onde ao longo do curso nos deparamos com diversas problemáticas a respeito do ensino da matemática e do quão carente é este, daí então se imagina, se este já é confuso para alunos sem nenhuma deficiência cognitiva como seria então ensinar alunos com deficiências além desta, com incapacidade intelectual? A partir desta pergunta iniciamos um estudo de diferentes maneiras, seja elas de análises bibliográficas ou no campo de pesquisa, o que se observou foi que há toda uma dúvida na capacidade de aprendizado deste e se o mesmo poderiam atingir níveis comuns aos demais estudantes, daí então reconheceu-se a necessidade de despertar interesses neste discentes de algumas forma, para chamar atenção dos mesmo para os estudos, já que uma das características desta deficiência é a falta de concentração foi então que neta série de pesquisas sobre o meio podemos encontrar em uma das formas de ensino lúdico, um estudo sobre um jogo chamado multiplano (atentou

se à necessidade de apresentar jogos como forma de despertar interesses neste alunos) que iremos explicar mais à frente por quem foi criado, principais funções e etc, para que se possa entender a proposta deste à necessidade de explicar que o estudo do multiplano será proposto a partir de sua primeira funcionalidade onde o mesmo foi aplicado no ensino da matemática para alunos com deficiência visual, alcançando alto grau de aprendizagem entre os alunos já que para os deficientes visuais o desenvolvimento do tato é fundamental para sua autonomia. Com esse contato o aluno cego possibilita explorar a realidade que o rodeia, um dos aspectos que propicia o desenvolvimento desse sentido nas aulas de matemática é o uso de materiais manipulativos e o multiplano proporciona isto, por isto seu surgimento deu-se para este tipo de deficiência, de início neste âmbito de visão propõem-se neste artigo uma adaptação do mesmo, para que se possa ensinar geometria plana, onde o objetivo seria ensinar ao aluno com deficiência intelectual reconhecer as formas geométricas, desenharlas no tabuleiro do jogo e ensinar as relações métricas de forma que o mesmo possa pegar, sentir, através de cores e desenhos, despertando assim no mesmo toda uma abordagem sobre o conteúdo matemático proposto sem que se fuja do conteúdo abordado em uma sala de aula no cotidiano do processo de ensino aprendizagem.

O multiplano nasceu da necessidade observada pelo professor Rubens Ferronato de incluir seu aluno deficiente visual nas aulas de Cálculo no curso de Ciências da Computação. A disciplina é comum nas graduações que envolvem um estudo mais avançado em matemática, envolvendo todo o conteúdo matemático visto anteriormente, como geometria plana, espacial, funções, trigonometria, logarítimo e assim por diante. É importantíssima para qualquer estudo científico, pois é algo como uma caixa de ferramentas para pesquisas e obtenção de dados que se tornam impossíveis de serem obtidos com exatidão sem o seu manuseio adequado, isso a torna requisito imprescindível para quem quer desenvolver pesquisas e dados matemáticos, sejam de caráter simples até os mais complexos. O fato é que necessita de interpretações dos pontos de vista algébrico e geométrico, em outras palavras, seria a necessidade de entender um corpo em sua completude até o mínimo de seu D.N.A., então houve o questionamento: como fazer com que um aluno com deficiência visual consiga entender a realização desse processo e possa aprender a dominá-lo?



Professor Rubens Ferronato com o kit Multiplano produzido pelo MEC

Fig. 1 – Google imagens

Cabe observar que a área de aplicação deste projeto não é o ensino superior, com o estudo do Cálculo e suas implicações, mas sim um lugar que ainda sofre com uma visão superficial da matemática em si e de suas aplicações: o ensino fundamental. O público-alvo da investigação e da execução do projeto são os alunos da rede municipal e privada do município de São Miguel do Guamá com deficiência mental. Optou-se por não limitar a pesquisa a um determinado público com uma determinada deficiência como o autismo, por exemplo, mas abranger diversas especificações, observando sempre cada limitação, situação e realidade, buscando assim superar os obstáculos respeitando o tempo necessário e as características de cada um.

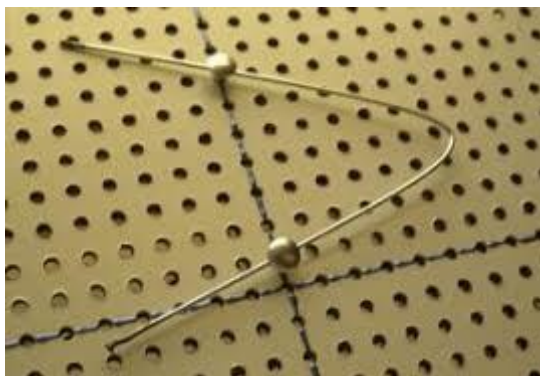
Aliás, o fator tempo é um grande obstáculo no processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois temos, por exemplo, uma turma com 40 alunos, cada um com o seu ritmo de aprendizagem e limitações, mas a visão geral ainda insiste em dividir a turma de forma binária: aquele que entende de matemática, e aquele que não entende. Muitas vezes passa despercebido que cada aluno tem seu tempo pessoal de aprendizado e aquele que demora mais para entender um determinado problema em sala de aula apenas não tem tempo para perceber que pode muito bem realizar as tarefas, afinal o tempo é um importante fator, e apenas os mais rápidos são considerados os que realmente sabem. Isso causa um desconforto, insegurança e a sensação de impotência, o aluno é forçado a acreditar que não vai aprender. Quando extrapolamos os termos para alunos com deficiência o quadro fica ainda mais negativo, estes são ainda mais desencorajados a aprender a descobrir, foi observado bem isso quando, em uma das visitas, ao trabalhar problemas simples envolvendo soma e subtração com números com dois dígitos o aluno simplesmente dizia que não sabia resolver e desistia. Foi decidido usar os materiais manipulativos que eram disponibilizados pela escola, incluindo um ábaco, para estudar estas operações, foi quando se percebeu que o aluno desconhecia o conceito de unidade, dezena, centena e etc. ou seja, ele foi sendo passado de série em série sem que os professores atentassem para este problema, o aluno foi simplesmente levado a aceitar esta condição e se convenceu de que não aprenderia.

A organização da sequência da ordem numeral também foi uma das dificuldades que foi encontrada em um dos alunos, tanto em sentido crescente quanto em sentido decrescente. O que foi percebido é que o aluno entendia o conceito de um determinado ser número maior ou menor do que o outro, assim como sabe de forma decorada a sequência de 0 a 9 se expressar de forma oral, entretanto, quando partiu-se para a organização dos numerais indo-arábicos em material feito em E.V.A., o mesmo demonstrou certa dificuldade em reconhecer o símbolo que representa o numeral e, por fim, a sequência que se sucedida a partir desse conhecimento.

Percebeu-se também certa dificuldade com os conhecimentos em geometria plana no que condiz em termos mais específicos, como diferenciar os tipos de triângulos, a diferença entre um

retângulo e um quadrado (nota-se que os diferenciam apenas pela noção intuitiva ao diferenciá-los apenas pelas características referente aos lados, deixando de lado as demais características) e grande parte dos conceitos mais específicos e não menos importantes inerentes ao conhecimento geométrico, assim como apresentaram dificuldades em reconhecer conjuntos e algumas padronizações, conhecimento necessário para o aprendizado de funções.

3 Multiplano no ensino da matemática



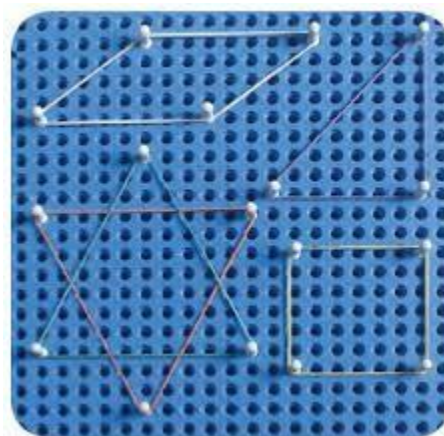
Primeiro multiplano feito de modo improvisado

Fig. 2 – Google imagens

O multiplano vem então como uma multiplataforma capaz de facilitar a compreensão de determinadas noções importantes afinal, como foi afirmado anteriormente, é uma ferramenta educacional muito útil ao ensino do Cálculo, que é de uma complexidade maior do que toda a grade curricular de matemática do ensino fundamental individualmente por reunir todos esses conhecimentos, então podemos assumir que poderá ser de grande utilidade também no próprio ensino básico. Fato é que o multiplano reúne em si toda uma gama de possibilidades: estudo dos números naturais, inteiros, figuras geométricas, funções e etc. sendo de fácil acesso a todos os alunos, com deficiência ou não, tornando-se então não apenas um material que visa a educação especial, mas também a educação inclusiva.

Nas palavras de Ferronato, o próprio criador do multiplano, “atualmente o material possui a utilização para mais de 100 itens somente no ensino da matemática. Mas, ele expandiu para conhecimentos de estatísticas, física, ligações químicas, mapas, artes. Ele se tornou o mais complexo recurso pedagógico do mundo” (Ferronato, 2017)

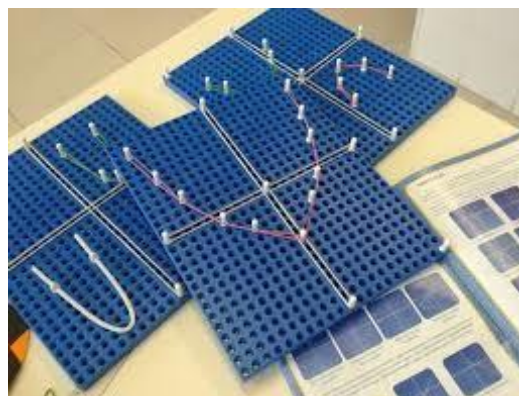
A utilização pode partir de uma iniciativa lúdica, propondo a simples formação de figuras fáceis de reconhecer e nomear, figuras comuns do cotidiano do aluno que o deixe mais confortável quanto a utilização do multiplano. Nota-se a participação do professor no que concerne a construção de figuras de caráter regular, para a formação do raciocínio lógico mesmo que se preocupe apenas com a noção intuitiva.



Figuras geométricas feitas com elástico

Fig. 3 – Google imagens

A partir do momento em que o aluno já se sente mais confortável com o material e com a ideia em si da formação de figuras geométricas, o professor pode propor que este passe a construir figuras geométricas mais conhecidas em casos gerais, como trapézios, quadriláteros e figuras triangulares. Com o andamento das atividades, o aluno será capaz de fazer o estudo de conhecimentos mais avançados da disciplina em si, como Conjuntos, Funções, Geometria plana e assim por diante. É importante observar que o multiplano é um material inclusivo, que tem como característica não apenas facilitar o aprendizado do aluno com deficiência, mas também permite que os demais alunos o utilizem, de forma colaborativa.



Gráficos de funções quadráticas no kit multiplano Fig. 4 – Google imagens

REFERÊNCIAS

- Brasil. (2001). Diretrizes para a educação especial na educação básica.
- Brasil. (2 de Outubro de 2009). Resolução nº 4. Brasil.
- Freire, P. (1987). *Pedagogia do Oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- Freire, P. (1996). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.

Machado, V. C. (2004). *Aprendendo Matemática através das mãos: uma proposta para o uso do multiplano no ensino de educandos cegos*. Criciúma.

Pinheiro, A. A., Araújo, A. G., & Gonçalves, L. S. (Novembro de 2016). Multiplano como auxílio no ensino da Matemática para pessoas cegas. *II CINTEDI*.

Reis, A. S., Peres, J. V., Rabelo, L. C., & Santos, L. C. (Novembro de 2016). O uso do multiplano e o ensino de conteúdos matemáticos para alunos com deficiência visual. *III CPEE*.

Sales, E. R. (2008). *REFLETIR NO SILÊNCIO: um estudo das aprendizagens na resolução de problemas aditivos com alunos surdos e pesquisadores ouvintes*. Belém.

Silva, J. P. (2014). *Funções afim e quadrática com o auxílio do Multiplano e blocos cúbicos*. João Pessoa.

Toledo. (Julho de 2017). A história do professor criador do método que tem revolucionado o ensino da Matemática. *Jornal do Oeste*, 8.

Vivendo entre símbolos. (15 de Setembro de 2017). Fonte:

<http://www.vivendoentresimbolos.com/2014/02/o-multiplano-aplicado-a-matematica-paradeficientes-visuais.html>

Wanzeler, E. P. (2015). *Surdez, Bilinguismo e Educação Matemática: um (novo?) objeto de pesquisa na educação de surdos*. Belém.



ENSINO DE ESPAÇO E FORMA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Elyane Cristine Ferreira Mota
Universidade do estado do Pará
elyanematematica@gmail.com

Pedro Franco de Sá
GCEM, PPGED, PMPEM-UEPA e REAMEC
pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa bibliográfica sobre o Ensino de Espaço e Forma na Educação Básica. O desenvolvimento da pesquisa foi feito pelas seguintes etapas: delimitação do tema de estudo, levantamento de material, seleção de material com a caracterização, leitura do material, análise do material e elaboração do texto. Os resultados da análise dos estudos indicam que nos estudos diagnósticos ainda são frequentes a falta de conhecimento pelo profissional professor sobre a diversificação de procedimentos metodológicos para o ensino, nos estudos com uso de tecnologia ficou evidente que a tecnologia é uma grande aliada para o ensino, apesar de suas dificuldades no que diz a estruturas escolares, nas pesquisas experimentais é possível considerar que a aula diferente da expositiva traz uma facilidade no ensino e aprendizagem de Espaço e forma, o contato com materiais manipulativos promove a reflexão, debate e a reflexão sobre o objeto matemático de estudo e por fim, nos estudos sobre livros didáticos, observa-se a mudança do posicionamento dos conteúdos de Geometria dos finais dos livros, mas que não interfere nos livros não relacionarem com outros assuntos da matemática, muitas vezes deixando os conteúdos isolados.

Palavras chave: Educação Matemática, Espaço e Forma, ensino de Matemática.

1. Introdução

O ensino de Matemática durante os últimos séculos não se mantem da mesma forma, principalmente nas ultimas décadas vem sendo propostas novas metodologias por muitos estudiosos com o intuito da melhoria do ensino e aprendizagem de Matemática. Além das propostas de recursos, vem sendo maior a preocupação com a aprendizagem de Matemática e a formação de professores. “A razão mais importante para justificar o ensino da Matemática é o relevante papel que essa disciplina desempenha na construção de todo o edifício do conhecimento humano.” (Avilla, 2010 p.7).

Quando falamos em ensino de Geometria, a mesma é considerada uma facilitadora de aprendizagem na educação básica, com seus conteúdos aplicáveis, ela possibilita um intercâmbio entre números e espaço. Por outro lado, o ensino defasado no nível fundamental acarreta sérios obstáculos epistemológicos que os alunos apresentam no Ensino Médio, as relações geométricas, embora sejam aplicáveis, *“quando o aluno se depara com cálculos de área e volume, o entendimento torna-se ainda mais complicado, realiza-os por mecanização, não entendendo a aplicação em novas situações”*. (ROGENSK e PEDROSO s/d pág. 2).

Este trabalho faz um levantamento bibliográfico utilizando 15 pesquisas do período de 2005 a 2017, incluindo artigos publicados em revistas e anais, dissertações e teses sobre o ensino de Geometria no Brasil para com isso discutir o que vem sendo estudado e proposto para o aperfeiçoamento do ensino e também refletir sobre alguns aspectos que ainda precisam ser repensados pelos educadores para a melhoria do Ensino na educação básica. Organizamos as pesquisas em quatro tipos: As pesquisas diagnósticas, onde são mostrados alguns estudos que fizeram diagnósticos sobre a situação atual do ensino. As pesquisas com uso de tecnologia, que são pesquisas onde os estudiosos proponham o uso de tecnologia como auxiliar no ensino e aprendizagem; As pesquisas experimentais, que são pesquisas atuais que foram propostas metodologias diferentes o ensino de Geometria e As pesquisas sobre Livros didáticos, onde nessa última os autores analisam e destacam características dos livros didáticos atuais.

Com tudo isso, este trabalho teve como objetivo apresentar os resultados de uma pesquisa bibliográfica sobre o Ensino de Espaço e Forma na Educação Básica.

2. Metodologia

A pesquisa ocorreu por meio das seguintes etapas: delimitação do tema de estudo, levantamento de material, seleção de material, estudo do material, análise do material e elaboração do texto.

A etapa da delimitação do tema consistiu em coletar informações sobre o tema proposto que está muito presente nos conteúdos da Educação Básica.

O levantamento do material se deu por meio da busca de informações sobre o tema em teses, dissertações e artigos do mesmo assunto. Foram escolhidos trabalhos no período de 2005 até 2017.

A etapa seleção de material se deu ocorreu por meio da avaliação dos materiais encontrados a partir dos seguintes critérios de inclusão: a) o material continha informações sobre ensino de Espaço e Forma b) o material continha informações que complementam outras matérias c) as informações editoriais do material estavam completas.

Os estudos foram selecionados em quatro tipos:

- **As Pesquisas Diagnósticas:** onde são mostrados alguns estudos que fizeram diagnósticos sobre a situação atual do ensino, sobre o ensino de determinado assunto e também do posicionamento do professor, porém não fizeram propostas didáticas.
- **As Pesquisas com Uso de Tecnologia:** que são pesquisas onde os estudiosos proponham o uso de tecnologia como auxiliar no ensino e aprendizagem
- **As Pesquisas Experimentais:** que são pesquisas atuais que foram propostas metodologias diferentes da aula expositiva para o ensino de Geometria
- **As Pesquisas sobre Livros Didáticos:** nesse os autores analisam e debatem sobre as condições dos livros didáticos em relação à Geometria, propõem melhorias e indicam críticas construtivas.

Após a seleção compuseram o material de pesquisa as seguintes obras:

TIPOS DE ESTUDO	AUTOR	ANO	TÍTULO DO TRABALHO
AS PESQUISAS DIAGNÓSTICAS	Clemente et. Al.	2005	Ensino e aprendizagem da Geometria: um estudo a partir dos periódicos em Educação Matemática
	Santos e Nunes	2014	Um olhar reflexivo sobre a aprendizagem geométrica no 9º ano do ensino fundamental.
	Brianez	2013	Conceito e Propriedades Elementares De Poliedros e seu Ensino
	Almouloud, Manrique, Silva e Campos	2004	A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos
	Ferreira	2015	Integração das Tecnologias ao Ensino da Matemática: percepções iniciais

AS PESQUISAS COM USO DE TECNOLOGIA	Silva e Barbosa	2014	Ensino de geometria para o 6º ano do ensino fundamental utilizando recursos computacionais
	Bento	2010	O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o software: Geogebra.
	Sampaio	2015	A visualização no ensino de geometria com o Geogebra 3D
	Rancan e Giraffa	2017	Utilizando manipulação, visualização e tecnologia como suporte ao ensino de geometria.
AS PESQUISAS EXPERIMENTAIS	Silva; Lara; Severo; Fonseca e Luts	2014	Dobraduras: uma maneira diferenciada de aprender geometria
	Galvão e Passos	2015	Geometria no ensino fundamental: relato de uma experiência sobre a caracterização de figuras geométricas
	Rogeski e Pedroso	2015	O Ensino da Geometria Na Educação Básica: Realidade e possibilidades
AS PESQUISAS SOBRE LIVROS DIDÁTICOS	Pais	2009	Estratégias de ensino de geometria em livros didáticos de Matemática em nível de 5ª a 8ª série do ensino fundamental.
	Costa e Alevatto	2010	Livro Didático De Matemática: Análise de professoras Polivalentes em relação ao ensino de Geometria
	Collares	2012	Análise de livros didáticos: Geometria no Ensino Fundamental

Fonte: Elaborado pelos autores

A etapa de estudo do material ocorreu por meio da leitura das obras visando obter informações sobre os temas selecionados. As informações coletadas consistiam nos objetivos da pesquisa, metodologia utilizada, juntamente com os resultados.

A análise do material ocorreu por meio do objetivo do estudo, a metodologia e os principais resultados da pesquisa, juntamente com a discussão principal envolvendo o ensino de espaço e forma na Educação Básica. Observando o ponto de vista dos Autores, e comparando a outras obras.

A etapa da elaboração do texto de se deu pelo resumo dos principais tópicos dos trabalhos analisados juntamente com uma as ligações entre eles, comparando metodologias e resultados.

3. Pesquisas sobre Ensino de Espaço e Forma

A seguir serão apresentadas algumas pesquisas referentes ao ensino de Geometria nos Ensino Fundamental. Com esse objetivo, apresentamos um quadro das pesquisas 15 pesquisas consultadas, que a partir da leitura das mesmas foram divididas em quatro tipos de pesquisas, que são; As pesquisas diagnósticas; As pesquisas com uso de tecnologia; As pesquisas experimentais e As pesquisas sobre Livros didáticos.

3.1 Pesquisas diagnósticas

Quando falamos de aprendizagem de Geometria, o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – GREPEM – da Universidade Federal de Juiz realizou uma pesquisa documental que teve como objetivo discutir sobre o ensino e a aprendizagem da geometria a partir dos artigos publicados em três dos mais antigos periódicos da área de Educação Matemática (Bolema, Gepem e Zetetiké). Nesta pesquisa foram analisados 18 artigos, que foram publicados entre os anos de 2000 a 2014, com eles os autores puderam destacar algumas vertentes que estão sendo alvos de pesquisa sobre o ensino de Geometria aqui no Brasil, são elas: A resolução de problemas em geometria, análise da geometria em livros didáticos, dificuldades em conceitos geométricos, conteúdos de geometria euclidiana e geometrias não euclidianas.

A resolução de problemas em Geometria, nos trabalhos que foram expostos no texto, vem sendo discutida como uma metodologia que possibilita uma melhor aprendizagem, e com isso “a resolução de problemas destaca-se como uma possibilidade de fazer o aluno pensar, estabelecer relações e estratégias para chegar a novas soluções.” (CLEMENTE et. al, 2015, p.5).

Em relação à análise da geométrica em livros didáticos, o que se destacou dos periódicos expostos na pesquisa, foi que os livros analisados ainda estão com uma caracterização de aprendizagem sistemática, enfatizam que apesar dos conteúdos estarem adequados à faixa etária dos alunos, os mesmos não estão proporcionando a construção de competências e que estimulem o aluno a pensar. Enfatiza que os livros estão sendo expostos de maneira: assunto, exemplos e exercícios.

O estudo também permitiu evidenciar que os professores, em sua maioria, preferem livros que introduzem os conteúdos por meio de provas intelectuais, com grande quantidade de exercícios que privilegiam a habilidade de cálculo e não fomentam o desenvolvimento de competências

que estimulem a pensar de forma autônoma (MARTINS; MANDARINO, 2014 apud CLEMENTE et. al, 2015p.6).

Com isso, salienta a importância do papel do professor de Matemática como articulador em sala de aula, para o mesmo ter como criticar, ajustar o livro didático as suas aulas e até mesmo utilizar outros recursos para um melhor ensino de Geometria.

Outra temática trabalhada na pesquisa do GREPEM foram as dificuldades em conceitos geométricos, entre os trabalhos discutidos, um em destaque fez uma pesquisa qualitativa com alunos do ensino médio sobre o conceito de Polígono, os resultados mencionados pelos autores foram nada satisfatórios, e com isso os autores salientaram que isso reflete na importância do professor utilizar diferentes materiais nas aulas e que as aulas expositivas não estão sendo o suficiente para a aprendizagem.

A última temática estudada foram os conteúdos de geometria euclidiana e geometrias não euclidianas, as análises dos periódicos expostos na pesquisa, evidenciam que nas diferentes pesquisas abordaram diversos assuntos como- relação entre álgebra, aritmética e geometria, figuras planas e não planas, área e perímetro, altura de triângulos, circunferência e geometria analítica, transformações geométricas- (CLEMENTE et. Al 2015, p.5), mas ainda tiveram muitos assuntos que faltaram e que estão entre as principais dificuldades dos alunos. Sobre a geometria não euclidiana embora os trabalhos apresentados abordem diferentes enfoques, as geometrias não euclidianas como a esférica, a hiperbólica, a do táxi e os fractais são as indicadas para serem levadas à sala de aula, embora elas não sejam ensinadas em sala, os autores falam que essas diferentes geometrias podem ser favoráveis e podem despertar o interesse dos alunos pela matemática, além de contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico. (CLEMENTE et. Al. 2015, p.5)

O estudo de Santos e Nunes (2014), que teve como objetivo fazer uma análise da situação atual da aprendizagem geométrica em uma escola pública da cidade de Salinas-MG, para isso foi utilizada uma pesquisa quantitativa, onde as autoras observaram aulas de Geometria do 9º ano do ensino fundamental e depois aplicaram um questionário aos alunos com o propósito de analisar os conhecimentos geométricos dos estudantes. A principal discussão das autoras foi em questão aos alunos estarem sempre “decorando fórmulas” visto que quando se tratava de questões contextualizadas, não conseguiam resolver, isso evidencia que os educandos não entendiam os assuntos de geometria e sim só reproduziam os exercícios feitos em sala de aula. Com isso as autoras concluem que “recomenda-se explorar mais as aulas de geometria, dando uma atenção especial nos trabalhos desenvolvidos na escola que

permita o aluno trabalhar a sua capacidade de abstração e resolução de problemas práticos do cotidiano.” (SANTOS e NUNES, 2014, p.7).

Outro estudo foi o de Brianez (2013), onde teve como objetivo fazer uma análise dos sólidos geométricos primeiramente com os conceitos, depois na sociedade e na escola, destacando o ensino de espaço e forma no Brasil e na Educação Básica, a mesma também propôs e analisou algumas atividades sobre Poliedros.

Os resultados desse estudo, como o levantamento histórico, as construções e detalhamentos das propriedades dos sólidos que foram expostos e as atividades propostas e analisadas podem ser usados como recurso pedagógico para aulas em sala de sala e em laboratórios de Matemática, de fácil acesso e baixo custo, tendo sido vista como uma maneira diferenciada de fazer a abordagem de alguns assuntos de espaço e forma.

Uma pesquisa sobre ensino de espaço e forma bastante relevante para acrescentar foi o de Almouloud, Manrique, Silva e Campos (2004) em que a mesma teve como objetivo fazer uma investigação sobre as questões relacionadas com a aprendizagem da geometria nas séries finais do ensino fundamental e reconhecer as representações dos professores dessas séries no que se refere ao papel da geometria no processo de formação do aluno. Neste estudo foram atrelados alguns questionamentos como foco de pesquisa, tais como:

a) a origem de problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem da geometria no sistema educativo e na formação dos professores; b) as estratégias elaboradas pelo processo de formação para enfrentar pelo menos parte desses problemas; c) as possibilidades de mudança nas concepções e nas práticas dos professores do ensino fundamental a partir de um processo de formação continuada. (ALMOULOU, MANRIQUE, SILVA E CAMPOS. 2004. pág.2).

Os principais resultados foram obtidos em vários fatores, entre eles vamos destacar sobre a formação de professores, onde destaca que a mesma é muito precária em relação a Geometria e seu ensino, o que reflete diretamente na sua prática docente, outro fator é em relação ao tratamento do livro didático nos conteúdos de Geometria onde é comentado que os mesmos dificilmente propõem problemas para desenvolver o raciocínio dedutivo e lógico do aluno, privilegiando as resoluções algébricas, além de poucos problemas envolvendo textos para incentivar a leitura e a interpretação envolvendo Matemática.

Os estudos diagnósticos analisados nos trazem alguns apontamentos, segundo os autores mostrados ainda são frequentemente a falta de conhecimento pelo profissional

professor sobre a diversificação de procedimentos metodológicos para o ensino de Geometria, muitas vezes ainda vem sendo apresentada de forma expositiva, consequentemente o aluno não relaciona com a realidade em que o cerca, dificultando o seu entendimento. O livro didático foi um dos temas estudados também, onde nos mesmo ainda estão sendo comentados como não usuais em sala de aula, pela falta de organização e carência de exercícios “não algébricos”, que ajudem o aluno ter o olhar geométrico de forma dedutiva, através de situações- problema que ajudem a entender até no que o determinado conteúdo seria usual na sua vida fora dos muros da escola.

3.2 As pesquisas com uso de tecnologia

O trabalho de Silva e Barbosa (2014) que teve como propósito o desenvolvimento no aluno do conceito de geometria e, consequentemente, aprimorar sua capacidade de visualização espacial e intuição na resolução de problemas. Como metodologia de estudo utilizou a qualitativa, como recurso o uso do software de geometria dinâmico chamado Geogebra em uma turma de 6º ano de uma escola estadual no Município de Londrina, as atividades foram divididas em tarefas, onde envolviam assuntos como localização de pontos em mapas, estudo e áreas e perímetros de figuras.

Os resultados da pesquisa foram melhores que o esperado, no ponto de vista dos autores de estudo, pois apesar das dificuldades apresentadas no âmbito estrutural da escola para a realização do uso do computador, os alunos souberam manusear com facilidade o software Geogebra e com isso executar as tarefas entendendo o assunto, promovendo também as atividades em conjunto e os debates em sala de aula. Um comentário pertinente sobre os resultados da pesquisa de Silva e Barbosa (2014) foi:

Os alunos foram estimulados a aprender geometria em sala de aula com a possibilidade de realizarem atividades investigativas, com várias possibilidades de solução. Por vezes cometiam erros e acabavam por aprender com eles, o que promoveu um processo natural de socialização, pois expunha suas estratégias de solução diante dos colegas de forma descontraída, o que ajudou a construir autoestima, confiança e autonomia. (SILVA e BARBOSA. 2014. p.17).

Posterior a esse comentário, eles ainda enfatizam que os alunos elogiaram o procedimento utilizado na pesquisa e que ficou mais fácil aprender a Matemática na escola.

A dissertação de Bento (2010), que teve como objetivo fazer uma investigação de questões do ensino de geometria com a utilização da informática e o desenvolvimento da

habilidade de visualização pela dinâmica das figuras e a exploração da compreensão de conceitos pelo software Geogebra. Como procedimento metodológico de estudo utilizou atividades no modelo de sequencia didáticas referentes ao 9º ano de ensino fundamental em uma escola pública do Distrito Federal. Os principais resultados que foram expostos na aplicação das atividades propostas pelo autor o levaram as considerações que a utilização do recurso computacional aliado à resolução das tarefas propostas trouxe aos alunos uma compreensão facilitada dos conceitos de Geometria Plana, o mesmo observado no trabalho de Silva e Barbosa (2014), que foi mencionado anteriormente.

Algumas considerações sobre o ensino de geometria relevantes do trabalho de Bento (2010):

-Os livros didáticos analisados expõem o conteúdo da Matemática, mas não utilizam o recurso de uma didática progressista com novas tecnologias. -O uso da informática educativa por meio de software dinâmico permitiu explorar e formalizar diferentes conceitos geométricos, bem como proposições de cálculo de área, ilustrações geométricas do Teorema de Pitágoras e da Razão áurea. -A maioria dos alunos é preparada para o cálculo operacional com aplicação de fórmulas o que pode não trazer uma aprendizagem significativa, reduzindo-se apenas a procedimentos de cálculos. (BENTO, 2010. p.88)

Ainda falando de recursos tecnológicos no ensino de Geometria no fundamental, o estudo de Rancan e Giraffa (2017), tem como objetivo fazer uma discussão sobre as vantagens e contribuições em se trabalhar o ensino de Geometria fundamentado na observação do objeto em três dimensões, utilizando o processo de análise e visualização. O procedimento para coleta de dados e validação foi uma pesquisa de campo realizada com alunos de uma escola pública estadual, do interior do Rio Grande do Sul, em uma turma de 7º série.

As atividades propostas pelos autores consistiam em montar como origamis as figuras geométricas tridimensionais, por meio da observação e por meio do compartilhamento de informações em um blog criado pelos pesquisadores, os alunos puderam refletir e discutir sobre os resultados das suas experiências com a manipulação dos sólidos geométricos tridimensionais.

Por meio dos trabalhos expostos neste tópico, podemos considerar que os recursos tecnológicos em experiências didáticas traz uma aproximação dos alunos na sua realidade dos últimos tempos, onde o computador está presente na maioria das casas, no trabalho de Silva e Barbosa (2014) em que os autores utilizaram um blogger para a comunicação dos alunos, eles observaram uma facilidade na interação dos educandos, porque a linguagem da informática

nos estudos foi uma novidade para eles, que mudou um pouco o estilo de aula que geralmente eles tinham. O processo de visualização das figuras geométrica principalmente as não planas por meio dos recursos tecnológicos, traz uma melhor compreensão de estes objetos matemáticos estão dispostos no espaço, que pode também ser relacionado com objetos geralmente usados nas próprias casas. Tais facilidades ajudam a desenvolver algumas habilidades presentes na matriz do SAEB, do tema espaço e forma como:

- Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.
 - Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.
 - Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos.
- (Brasil, 2008 p.88)

Com o auxílio do software Geogebra, por exemplo, pode ser um facilitador para o desenvolvimento de tais habilidades.

3.3 Pesquisas experimentais

No estudo de Silva; Lara; Severo; Fonseca e Luts (2014), eles fazem um relato de experiência de uma oficina proposta aos alunos do sexto e sétimo ano de uma escola de uma escola de Ensino Básico, com o objetivo de utilização das dobraduras para a aprendizagem dos sólidos geométricos. Quando defende o uso das dobraduras como auxiliar no aprendizado, cita Abrantes (1999), onde comenta que:

No ensino de geometria há um campo imenso para o desenvolvimento do espírito exploratório e investigativo dos alunos, o que poderia evitar a visão da matemática centrada na execução de algoritmos e em “receitas” para resolver problemas-tipo. (ABRANTES, 1999 p.55 apud SILVA; LARA; SEVERO; FONSECA e LUTS, 2014. p.4).

Defendem que a Geometria tem uma vasta possibilidade de manipulação didática que pode acarreta uma melhora no aprendizado dos alunos, diminuindo aquela visão do ensino automatizado.

Nos resultados da sua pesquisa, os autores perceberam que ao apresentar os elementos geométricos com os materiais manipulativos, os alunos puderam relacionar mais os objetos com o seu dia a dia, entenderam sem muitas dificuldades os conceitos matemáticos, o que também facilitou a construção da habilidade de percepção espacial dos objetos.

O artigo de Galvão e Passos (2015) teve como objetivo fazer um relato de experiência que ocorreu com alunos do sexto ano do ensino fundamental de uma escola pública do município do Paraná. Primeiramente os autores fazem uma revisão de estudos sobre o ensino de Geometria, destacando seu abandono no decorrer dos últimos anos e depois descrevem o relato de experiência onde foi realizada uma oficina que teve por objetivo construir poliedros e figuras geométricas com o uso de jujubas e palitos roliços de madeira do tipo palitos para dentes.

Nas discussões foram relevantes em relação ao Conceito de Geometria que os alunos tinham conhecimento, muitos responderam que nunca estudaram a mesma ou nem imaginavam do que se tratava a palavra Geometria, sobre as diferenças entre Geometria plana e não plana, as respostas foram do tipo “figuras planas são figuras retas e fáceis de desenhar” ou “figuras não planas são aquelas não retas e difíceis de desenhar, são onduladas”, demonstrando que os educandos não conhecem conceitos básicos e em relação a experiência com os palitos e jujubas, os autores destacam que foi bastante satisfatório os resultados onde pode-se considerar uma proposta motivadora e eficaz, com isso melhorar a qualidade do ensino em sala de aula.

No estudo de Rogeski e Pedroso (2015), eles fazem uma reflexão sobre o ensino Geometria atual, dando ênfase nas suas dificuldades e possibilidades, nesse estudo utilizam como recurso metodológico obras de artes, pinturas para relacionar a História, Artes e a Matemática, fazendo uma análise das figuras geométricas presentes nas obras, explorando suas propriedades das figuras planas e espaciais, outra atividade foi levar materiais concretos para o laboratório de Matemática e fazer a análise das suas propriedades matemáticas, através de atividades propostas pelos professores. Salientam que

A partir dos aspectos encontrados no mundo físico, os alunos construíram a representação dos sólidos geométricos considerados relevantes para estudos, principalmente os sólidos geométricos de Platão, com diferentes materiais e que possuem aplicação prática nas construções, nas embalagens e em outras situações. (ROGESKI e PEDROSO. Pág.13. 2015).

Com a proposta mencionada, tiveram resultados bastante satisfatórios, onde os alunos conseguiram relacionar o estudo de espaço e forma com outras áreas do conhecimento, e “criar relações sociais constituídas de sensibilidade, criatividade e criticidade”.

Como o que foi mostrado neste tópico, pesquisas que trazem experimentos didáticos para o ensino de Geometria envolvendo espaço e forma, figuras planas e não planas, são

bastante favoráveis para a aproximação do conceito matemático e geométrico do educando, pois quando o mesmo se depara com um material manipulativo, por exemplo, como é no caso do estudo de Galvão e Passos (2015), eles passam a deixar de olhar as aulas de Matemática como aquela aula metódica, de conceito e exercícios teóricos, esse tipo de atividade manipulativa promove a cooperação também, que é importante a discussão sobre o determinado assunto, muitas vezes surgem dúvidas que podem ser sanadas na discussão em grupo.

3.4 Pesquisas em Livros Didáticos

A pesquisa de Pais (2009) teve como objetivo caracterizar tendências atuais sinalizadas pelos livros didáticos de matemática, quanto às metodologias de ensino da geometria. Para atingir o objetivo da pesquisa ele utilizou como procedimento metodológico a análise dos livros didáticos de quinta à oitava série do ensino fundamental, das ultimas décadas.

Alguns resultados relevantes destacar na pesquisa de Pais (2009) foram que os conteúdos matemáticos dispostos nos livros estão sendo os mesmos em décadas, mas a diferença está sendo notada, por exemplo, no tratamento didático dado a esses conteúdos, que estão utilizando recursos didáticos como a resolução de problemas em alguns casos. Chama atenção para a localização da Geometria nos livros, será que a Geometria deve está localizada somente em um capítulo sem possibilidade de ser integrada a outros locais do livro? Questiona o autor. Ao fazer a análise, comparando livros publicados na década de 90 com os mais atuais, comenta que o posicionamento dos conteúdos sofreu alteração nos últimos anos, que estava sempre no final e passou para o meio, mas que isso não afetou na valorização ou ligação da geometria com os outros conteúdos. Na linguagem, ressalta o uso do gerúndio com mais frequência, como tópicos como: Construindo figuras, resolvendo problemas e comenta que isso traz mais dinamismo ao livro. Em relação aos recursos visuais, chama atenção para a maior utilização das cores nas figuras para a melhora no entendimento das dimensões.

O trabalho Costa e Alevatto (2010), fez um levantamento de opiniões com professoras polivalentes a respeito dos livros didáticos de geometria, utilizando a metodologia de pesquisa qualitativa. Para com isso alcançar o objetivo da pesquisa, que era verificar se os conteúdos dos livros estavam de acordo com o que estavam sendo requisitado nos documentos oficiais brasileiros.

No trabalho, ao discutir sobre a função do livro didático para a aprendizagem, menciona no trabalho de Gerard e Roegiers (1998), que destacam algumas importantes funções do livro didático, como:

O favorecimento da aquisição de conhecimento socialmente relevante; o desenvolvimento das competências cognitivas, que contribuem para a autonomia dos alunos; a consolidação, ampliação, aprofundamento e integração dos conhecimentos adquiridos; o auxílio na avaliação da aprendizagem; a formação social e cultural dos alunos, além de desenvolver a capacidade de convivência e exercício da cidadania. (GERAND e ROEGIERS, 1998. Apud COSTA E ALEVATTO, 2010. p.73).

O autor nos diz que o livro didático tem tanto papel de auxiliar na aprendizagem, quanto na construção da cidadania. Os resultados da pesquisa foram bastante significativos, pois quando as professoras compararam os conteúdos abordados nos livros, identificaram muitas faltas de elementos que seriam essências para a construção das habilidades que são referenciadas nos documentos oficiais, tais como possibilidade de experimentação, constatação, conjecturas e análises.

Outro estudo referente a livros didáticos foi o de Collares (2012) que teve como objetivo fazer uma análise do material didático usado nas aulas de matemática referente a geometria no Ensino Fundamental II, em termos de presença ou não de conteúdo e abordagem realizada nos materiais. Como procedimento analisou livros didáticos desde a década de 70 até ao ano 2000.

Com a análise dos livros a autora fez algumas considerações importantes sobre as dificuldades na aprendizagem de Geometria, comenta que:

É notável a dificuldade que os alunos apresentam com o ensino da Geometria, muitos não conseguem visualizar as estratégias para resolver exercícios do tema, pois as atividades ligadas ao conteúdo geométrico são de resolução intuitiva, baseadas na experiência, e não de forma sistemática, como ocorre com outros tópicos da Matemática. (COLLARES, Thalita Sampaio Luiz Lupp. 2014.p.44).

A autora ressalta que a dificuldade do aprendizado em Geometria também está relacionada a forma em que o conteúdo está exposto no material didático, de forma intuitiva, fazendo que os alunos reflitam e analisem a situação para poder resolver, diferente dos outros conteúdos da matemática que na maioria das vezes são ensinados e apresentadas no livro didático de forma sistemática.

Outra consideração foi a grande diferença dos livros da década de 70, que estavam ainda na estrutura didática formalista, consequência da tendência “tecnicista” do Movimento da Matemática Moderna, caracterizados pela objetividade na apresentação dos conteúdos, eram mais técnicos, e os conteúdos geométricos eram influenciados pelo modelo geométrico euclidiano, ou seja, a abordagem dos autores era bem conceitual. (COLLARES, p.44) E depois dos anos 90 com o advento das novas concepções dos matemáticos, com a tendência “Construtivista- interacionista”, os livros didáticos ficaram mais ilustrativos, mais reflexivos, a preocupação ficou maior com os erros e dificuldades na aprendizagem e se notou um maior uso de atividades que requeriam materiais de manipulação.

4. Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo apresentar os resultados de uma pesquisa bibliográfica sobre o Ensino de Espaço e Forma na Educação Básica. Os estudos analisados nos trouxeram uma visão panorâmica do que está sendo estudado atualmente sobre o tema nos últimos anos.

Os estudos atuais sobre o ensino de Geometria em particular o Espaço e Forma nos trazem algumas considerações sobre as opiniões dos autores, nos estudos diagnósticos estão destacando as dificuldades dos educando, muitas vezes que aprendem sem preocupação didática no ensino, os estudos com auxílio de tecnologia todos os estudos trouxeram o recurso tecnológico como um aliado no ensino, mas infelizmente muitas escolas não tem estrutura física para o desenvolvimento desse tipo de atividade e até mesmo os professores não tem conhecimento de manipulação dos softwares, com isso podemos indicar, por exemplo, a dissertação de Bento (2010), onde o autor mostra passo a passo as funções e a manipulação do software Geogebra na elaboração e na resolução das atividades propostas aos alunos, podendo ser material de leitura para docentes aprenderem a usar em suas aulas. E por fim as pesquisas sobre livros didáticos

5. Referências

ALMOULOU, Saddo Ag. MANRIQUE, Ana Lucia. SILVA, José Ferreira da. CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. A geometria no ensino fundamental: **reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos**. São Paulo: PUC, 2004.

BAYER, Arno. LOBO, Joice da Silva. O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental. CTA SCIENTIAE – Canoas v.6 n.1 p. 19 - 26 jan./jun. 2004.

BENTO, Humberto Alves. O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o software: **Geogebra**. Belo Horizonte, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRIANEZ, Fabiana. Conceito e Propriedades Elementares De Poliedros e seu Ensino. São Carlos: DM UFSCar, 2013.

FERREIRA, Esmênia Furtado Parreira. Integração das Tecnologias ao Ensino da Matemática: percepções iniciais. Anais do EBRAPEM. 2015. Disponível em http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd6_esmenia_ferreira.pdf

LEITE, Rondineli Schulthais, 1980. O ensino de parte da geometria do ensino fundamental: **análise de dificuldades e sugestão de sequência didática**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas, 2013.

PAIS, Luiz Carlos. Estratégias de ensino de geometria em livros didáticos de matemática em nível de 5ª a 8ª série do ensino fundamental (UFMS) GT: Educação Matemática / nº 19.

ROGESKI, Maria Lucia Cordeiro e PEDROSO, Sandra Mara Dias. O Ensino da Geometria Na Educação Básica: **Realidade e possibilidades**. Ponta Grossa. Disponível em <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>> Acesso em 14/12/2016 às 18h30min horas.

SANTOS, Tawana Telles Batista. NUNES, Daniel Martins. Um olhar reflexivo sobre a aprendizagem geométrica no 9º ano do ensino fundamental. Anais do Evento ISSN 2316-

SAMPAIO, Raissa Samara A visualização no ensino de geometria com o Geogebra 3D. Encontro Nacional PIBID-MATEMÁTICA, Santa Maria: 2016.

COSTA, Manoel dos Santos. ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Livro Didático De Matemática: **Análise de professoras Polivalentes em relação ao ensino de Geometria**. Anais do Evento ISSN 2176-4603. v. 30, n. 2, p. 71-80, jul./dez., 2010 - Santa Maria, 2010



ENSINO DE MATEMÁTICA: O BAIXO DESEMPENHO NAS AVALIAÇÕES DE MASSA

Fábia Maria de Souza
Universidade do Estado do Pará
fabia@uepa.br

Roberto Grun
Universidade Federal de São Carlos
rgrun@uol.com.br

Resumo

Os processos de avaliação externa de desempenho dos alunos das escolas brasileiras vêm demonstrando baixa retenção e/ou aprendizagem dos conhecimentos previstos na legislação. Mais precisamente na área de Matemática, alguns índices caíram nas últimas avaliações, tais como o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa). Essa realidade exige uma reflexão profunda, estruturada em pesquisas e diálogos entre os pares e agentes, e, para isso, é necessário conhecer os dados. Para compreender os resultados dos processos de avaliação de massa da educação brasileira, fez-se uma pesquisa quantitativa utilizando técnicas de levantamento de dados secundários. Os resultados indicam que os processos de avaliação evidenciam uma insuficiência nas médias de desempenho dos alunos, sendo a Matemática a área do conhecimento com os menores índices, tanto nas avaliações internas (como o Enem) quanto nas externas (como o Pisa).

Palavras-chave: Avaliação. Enem. Matemática. Pisa.

1 Introdução

A educação é considerada mola-mestra para o desenvolvimento humano, social e econômico de qualquer nação (IAQUINTO, 2014). Por conta disso, o sistema de ensino deve ter como objetivo oferecer à sociedade uma educação sistematizada como estratégia para o progresso em todos esses níveis.

Segundo o Relatório da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI, elaborado para a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco) e intitulado *Educação: um tesouro a descobrir*, o processo educacional “consiste em permitir que todos, sem exceção, façam frutificar seus talentos e suas potencialidades criativas, o que implica, por parte de cada um, a capacidade de assumir sua própria

responsabilidade e de realizar seu projeto pessoal” (UNESCO, 2010, p.10). Isso significa que, dentro das escolas, os alunos possam desenvolver suas competências e que estas sejam utilizadas de modo a garantir maior mobilidade, principalmente no campo de atuação profissional que escolherem.

O sistema educacional brasileiro consolidou-se e (re)estruturou-se de forma a promover a desarticulação entre a economia do país e os objetivos da educação, que funcionavam de acordo com “predileções e configurações econômicas: mudava-se o eixo econômico do país, mudavam-se as principais atividades geradoras de mão de obra e, como consequência, mudava-se o perfil do trabalhador requerido” (OLIVEIRA; CALDEIRA, 2016, p.197).

O Ministério da Educação (MEC) tem apresentado propostas com esse intuito, já que, nos últimos 10 anos, vem amadurecendo ideias e discursos para visar ao desenvolvimento de competências, ampliando o tempo de permanência dos alunos na escola, na perspectiva de melhoria da educação básica. Esses percursos culminaram em leis, mas ainda não impactaram na implementação prática ou na melhoria do desempenho dos alunos.

Entre as referidas leis, pode-se destacar a Portaria Normativa Interministerial n. 17, de 24 de abril de 2007, que aborda o tempo de permanência do aluno na escola (BRASIL, 2007); a Reforma Curricular do Ensino Médio, por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio de 2007 (BRASIL, 2006); a Lei n. 13.005, de 25 de junho de 2014, que aprova o Plano Nacional de Educação (BRASIL, 2014); e a Medida Provisória n. 746, de 22 de setembro de 2016, um caso recente específico do ensino médio e que institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral (BRASIL, 2016a)⁹.

Como é possível observar, há dúvidas quanto à necessidade de melhorias para o ensino médio. Infelizmente, parece que os alunos veem as escolas como sem sentido e pouco atraentes, não desenvolvendo suas potencialidades formativas, logo, suas competências, situação que pode ser constatada nos resultados das avaliações do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) e do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem)¹⁰.

No Brasil, as condições educativas para o aprendizado intelectual são obsoletas, uma vez que ainda prevalecem as diretrizes de uma sociedade de classes, algo bem próximo à

⁹ Essa Medida Provisória foi convertida na Lei n. 13.415, de 16 de fevereiro de 2017 (BRASIL, 2017).

¹⁰ Avaliações estas estudadas mais detidamente na pesquisa de doutorado cujos resultados deram fôlego para este artigo (Cf. SOUZA, 2017).

formação dos jovens nobres dos latifúndios do Brasil Colônia e do Império. Não obstante, tendo em vista o discurso contrário e os avanços ocorridos, o aprendizado intelectual de excelência é uma reserva das elites (FRIGOTTO; CIAVATTA, 2011).

Os índices do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) apontam essa falta de desenvolvimento das competências mínimas de 600 pontos, conforme padrão internacional: menos de 10% dos alunos das escolas públicas alcançam a formação mínima adequada (SCHWARTZMAN; CASTRO, 2013), e, ao concluírem as duas fases da educação básica, não conseguem atingir a formação mínima proposta, ou seja, a média dos alunos em todas as esferas de ensino (privada e pública) que tiveram bom desempenho, alcançando a média mínima. Isso significa que:

- no ensino fundamental, entre os alunos concluintes do 9º ano, considerando as redes pública e privada, apenas 14,7% alcançaram a média mínima ou superior em Matemática, percentual que chega a 26,2% em Língua Portuguesa; considerando apenas a rede pública, o percentual cai para 10,4% em Matemática e para 22% em Língua Portuguesa;
- no ensino médio, na avaliação do Enem 2014, entre alunos concluintes da 3ª série, analisando-os apenas nos desempenhos em Matemática e considerando os ensinos público e privado, somente 11% aprenderam o mínimo; analisando-se somente os resultados de alunos de escolas públicas, esse percentual cai, lamentavelmente, para 5,8%.

Na Tabela 1, demonstra-se o quantitativo de escolas por esfera, bem como o quantitativo de alunos matriculados na 3ª série do ensino médio versus o quantitativo de alunos que participaram do Enem:

Tabela 1 – Matrícula e participação dos alunos no Enem 2014 por esfera de ensino

Esfera	Estadual	Privada	Federal	Municipal	Total Geral
Número de escolas	8.990 (57,5%)	6.215 (39,7%)	326 (2,1%)	109 (0,7%)	15.640 (100%)
Alunos matriculados na 3ª série do Ensino Médio em 2014	1.024.255 (74,7%)	304.927 (22,3%)	31.533 (2,3%)	9.805 (0,7%)	1.370.520 (100%)
Alunos matriculados na 3ª série em 2014 e que participaram do Enem/2014	685.173 (69,6%)	263.889 (26,8%)	27.296 (2,8%)	7.412 (0,8%)	983.770 (100%)

Fonte: adaptada dos dados da Planilha do Enem 2014 de Brasil (2015a).

Segundo dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), no Enem 2014, entre as 8.990 escolas estaduais, as quais foram analisadas na pesquisa em que este artigo se apoia, somente 34 (0,38%) alcançaram ou ultrapassaram a média mínima básica de 600 pontos, considerada pelo Pisa o desempenho mínimo para que um aluno tenha apreendido de forma significativa os conhecimentos (INEP, 2015a).

No último Ideb (BRASIL, 2015c), os dados não tiveram alterações e mostraram pouca melhoria e crescimento muito tímido, com índices de aprendizagem abaixo dos cinco pontos, o que indica que a média geral dos alunos ao concluírem as etapas de ensino foi:

a) no ensino fundamental:

- privado: 6,2 em 2011; 6,5 em 2013; 6,8 em 2015;
- público: 3,7 em 2011; 4,1 em 2013; 4,5 em 2015.

b) no ensino médio:

- privado: 5,8 em 2011; 6,0 em 2013; 6,3 em 2015;
- público: 3,4 em 2011; 3,6 em 2013; 4,0 em 2015.

Quanto ao Enem, a média geral também não foi muito diferente. Contudo, o MEC divulgou, por meio do Portal do Brasil, que os resultados do exame sofreram avanço na média das escolas de forma geral no “comparativo entre 2013 e 2014: a nota da prova de Linguagem e seus códigos passou de 508 para 528; da Ciências da Natureza de 492 para 507; e das Humanas de 537 para 565. Porém, houve uma queda na nota da prova de Matemática, passando de 544 para 511” (PORTAL BRASIL, 2015).

Desse modo, percebe-se que o quadro não evoluiu muito com o passar dos anos, o que pode ser confirmado nos dados disponibilizados pelo Inep em 2016 e amplamente veiculados em jornais e revistas de grande circulação no país. Exemplos interessantes dessa mediação são algumas reportagens da Revista Veja, do colunista Castro (2016), que registra que, “em matemática, os alunos só aprendem cerca de 10% do esperado”, comentário a partir do qual se questiona a formação docente e a adoção do modelo curricular único para todos os alunos do ensino médio, contrariando a tendência dos países desenvolvidos, que adotam currículos flexíveis¹¹. Outro ponto-chave a ser visto são as práticas de ensino docentes, que se refletem diretamente na aprendizagem do aluno, e, por isso, configuram um dos maiores desafios da educação: desenvolver práticas de ensino que possam acolher.

Nesse sentido, o campo educacional brasileiro possui uma legislação cujos objetivos estão voltados para o desenvolvimento de competências dos alunos, embora os desempenhos frente aos processos avaliativos, tais como o Ideb, o Pisa e o Enem, demonstrem que esses objetivos não estão sendo alcançados.

2 Ensino e o desempenho nas avaliações de massa

¹¹ Com *currículos flexíveis* pretende-se referir a situação de países como Alemanha e França, nos quais o sistema de ensino oferece, no mínimo, quatro opções de matriz curricular, bem como a de países que não oferecem diferentes modelos – como no caso dos Estados Unidos, que contam com matriz curricular única –, mas ofertam um número enorme de disciplinas, de modo que o aluno possa escolher aquelas que quer ou não cursar.

Até meados de 2017, a proposta de formação para os jovens da educação básica brasileira consistia em políticas que apregoam que seus agentes sociais sejam preparados para a cidadania e para o trabalho, a partir do desenvolvimento de recursos construtores dos capitais, recursos estes que foram denominadas *competências*, as quais são apontadas, conceituadas e classificadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), mais pontualmente na Introdução (BRASIL, 1997, p.47). As capacidades humanas a serem desenvolvidas são de ordem cognitiva, física, afetiva, da relação interpessoal e da inserção social, ética e estética, e podem ser analisadas no Quadro 1:

Quadro 1 – Capacidades humanas e os conhecimentos desenvolvidos pelos agentes sociais

Capacidade	Influência	Desenvolvimento de conhecimento
Cognitiva	Formas de representação e de comunicação envolvendo a resolução de problemas	Códigos de representação; interferem na aprendizagem da língua, da Matemática, da representação espacial, temporal e gráfica, e na leitura de imagens
Física	Autoconhecimento e uso do corpo na expressão de emoções	Superação de estereótipos de movimentos, nos jogos, no deslocamento com segurança
Afetiva	Motivação e autoestima, sensibilidade e adequação de atitudes no convívio social	Compreender a si mesmo e aos outros
Interpessoal	Compreender, conviver e produzir com os outros, percebendo distinções entre as pessoas, contrastes de temperamento, de intenções e de estados de ânimo	Permitir se colocar do ponto de vista do outro e refletir sobre seus próprios pensamentos. Práticas de cooperação que incorporam formas participativas, possibilitando a tomada de posição em conjunto com os outros
Inserção social	Perceber-se como parte de uma comunidade, de uma classe, de um ou vários grupos sociais e comprometer-se pessoalmente com questões que considere relevantes para a vida coletiva	Essa capacidade é nuclear ao exercício da cidadania, pois seu desenvolvimento é necessário para que se possa superar o individualismo e atuar (no cotidiano ou na vida política) levando em conta a dimensão coletiva. O aprendizado de diferentes formas e possibilidades de participação social é essencial para o desenvolvimento dessa capacidade
Estética	Produzir arte e apreciar as diferentes produções artísticas	Permite produzir e reproduzir em diferentes culturas e momentos históricos
Ética	Possibilidade de reger as próprias ações e tomadas de decisão a partir de um sistema de princípios segundo o qual se analisam, nas diferentes situações da vida, os valores e as opções que envolvem.	O desenvolvimento dessa capacidade permite considerar e buscar compreender razões, nuances, condicionantes, consequências e intenções, isto é, permite a superação da rigidez moral, no julgamento e na atuação pessoal, na relação interpessoal e na compreensão das relações sociais

Fonte: adaptado de Brasil (1997).

Desse modo, pensou-se num sistema educacional complexo, enredado com o desenvolvimento das capacidades e habilidades dos alunos, interlaçando saberes informais e formais no redimensionamento dos conhecimentos necessários para a cidadania e o mundo do trabalho. Assim, na última metade da década de 1990, a educação básica brasileira assume o desafio de implantar e desenvolver políticas educacionais pautadas no desenvolvimento, na aquisição e na apreensão de competências.

De acordo com os principais organismos internacionais e com a Unesco, os PCN e a

Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) são condizentes com a aquisição e o desenvolvimento dos recursos e valores necessários para se deter capitais culturais, inerentes e anunciados nas práticas de competências, compreendendo, inclusive, os ensinos técnico e superior.

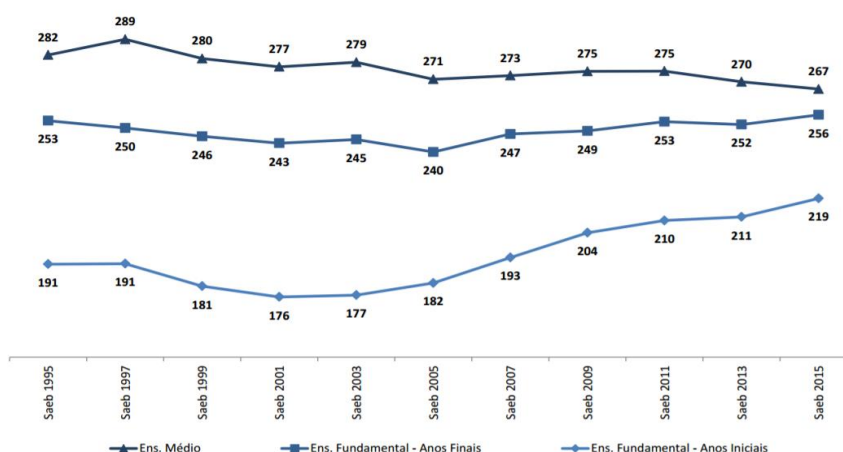
2.1 Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb)

De acordo com o Censo da Educação Básica do ano anterior (BRASIL, 2015b), participaram do Saeb todas as escolas públicas brasileiras com, pelo menos, 20 estudantes matriculados no 5º ou no 9º ano do ensino fundamental e na 3ª série do ensino médio. Segundo a Portaria Ministerial n. 931, de 21 de março de 2005 (BRASIL, 2005), o sistema é constituído de dois processos de avaliação:

1. a Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb), de caráter universal, a qual, quando divulgada, recebe o nome de Saeb (INEP, 2015c). É feita por amostragem, de larga escala, externa aos sistemas de ensino público e particular e de periodicidade bianual (BRASIL, 2005);
2. a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), mais extensa e detalhada que a Aneb e com foco em cada unidade escolar. É conhecida como *Prova Brasil* (INEP, 2015c) e avalia escolas públicas do ensino básico (BRASIL, 2005).

Infelizmente, os índices não são animadores. É o que pode ser observado no Gráfico 1, que apresenta dados referentes à disciplina de Matemática disponibilizados pelo Inep (2016a):

Gráfico 1 – Evolução dos resultados do Brasil no Saeb (1995 a 2015) – proficiência média em Matemática



Fonte: Inep (2016a).

Observa-se que o índice de aprendizagem das crianças e dos jovens brasileiros é extremamente baixo. Schwartzman e Castro (2013, p.579) apontam que menos de 10% dos

alunos das escolas públicas alcançam uma formação mínima adequada, o que significa que, ao concluírem as fases da educação básica, não conseguem atingir a formação mínima proposta. Outro instrumento que também mensura a educação básica no Brasil é o Ideb, que tampouco aparenta dados muito diferentes.

2.2 Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb)

O Ideb foi criado pelo Inep em 2007 e representa a iniciativa de reunir, em um só indicador, dois conceitos: o fluxo escolar e as médias de desempenho nas avaliações. Os dados do Ideb são coletados e calculados em duas dimensões:

1. a partir dos dados sobre aprovação escolar obtidos no Censo Escolar, ou seja, a média de aprovação informada anualmente pelas escolas;
2. a partir das médias de desempenho dos estudantes nas avaliações do Saeb e da Prova Brasil em Língua Portuguesa e Matemática – estudantes matriculados no 5º ou no 9º ano do ensino fundamental e na 3ª série do ensino médio.

Esses instrumentos também apresentam baixos índices de aprendizagem, bem como representam os índices disponibilizados pelo Inep (2016b) com os resultados do Ideb do ensino médio. A média por estado do campo educacional brasileiro pode ser analisada na Tabela 2:

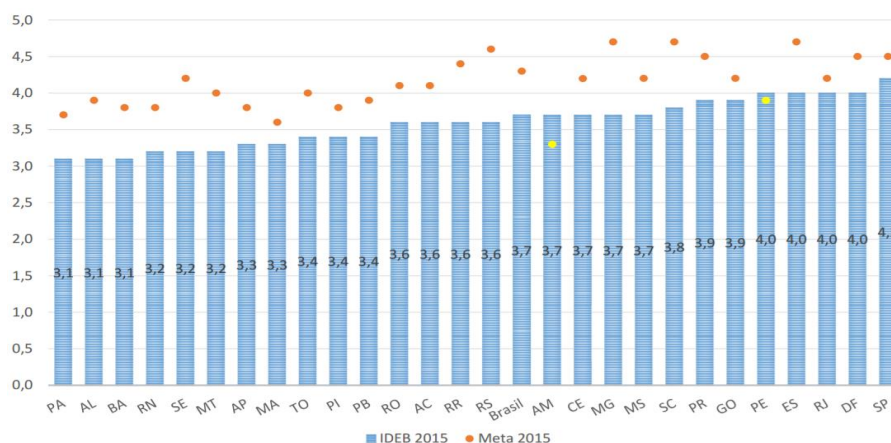
Tabela 2 – Ideb: resultados e metas do ensino médio

	IDEB Observado						Metas					
	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2007	2009	2011	2013	2015	2021
Total	3.4	3.5	3.6	3.7	3.7	3.7	3.4	3.5	3.7	3.9	4.3	5.2
Dependência Administrativa												
Estadual	3.0	3.2	3.4	3.4	3.4	3.5	3.1	3.2	3.3	3.6	3.9	4.9
Privada	5.6	5.6	5.6	5.7	5.4	5.3	5.6	5.7	5.8	6.0	6.3	7.0
Pública	3.1	3.2	3.4	3.4	3.4	3.5	3.1	3.2	3.4	3.6	4.0	4.9

Fonte: Inep (2016b).

É nítida a presença de um gargalo que se reflete nos índices brasileiros com ponderações e pareceres dos mais diversos. Entretanto, essa situação é mais grave em alguns estados, como pode ser observado no Gráfico 2:

Gráfico 2 – Ensino médio – Ideb e metas por unidade da federação (total 2015)



Fonte: Brasil (2016c).

Analisando os dados de maneira mais detalhada, é possível observar a presença de menores índices nas regiões Norte e Nordeste do Brasil, bem como de índices maiores nas regiões Sul e Sudeste. Segundo Gadotti (2014 p.12), a contínua reprodução dessa dinâmica somada à desarticulação de uma educação nacional são as grandes fomentadoras dos resultados negativos e da desigualdade nas oportunidades educacionais.

As estruturas sociais também devem ser analisadas sob esse prisma, uma vez que se refletem dentro das escolas e, na maioria das vezes, estas últimas são passivas, até mesmo porque fogem de suas atribuições – o que não deixa de contribuir para a continuidade das desigualdades sociais e de tolher as oportunidades do alunado. Contudo, o processo de ensino-aprendizagem não pode ser visto apenas como produto final, mas também como um caminho pelo qual o sujeito ativo e proativo recebe um produto, o internaliza e promove *feedback* com seu entorno, o que significa que o produto final precisa da educação e é caracterizado como a soma do todo (MACHADO; ALAVARSE, 2014).

Com isso, as avaliações são conhecimentos absolutamente necessários, configurando-se como a expressão concreta e sistematizada da realidade por meio dos resultados obtidos. Em outras palavras, as avaliações, de modo geral, não são apenas um instrumento de gestão: elas devem ser um instrumento que aprimore a democracia e qualifique as políticas públicas.

Ao relacionar o resultado da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE, 2013) e o desenvolvimento econômico dos países, os melhores exemplos estão entre as nações que até meados do século XX eram muito dependentes de outras, mas que desenvolveram qualitativamente seus campos educacionais, investindo pesadamente, criando e consolidando sistemas. Esses países tiveram trajetória surpreendente, tornando-se grandes potências econômicas – tais como os asiáticos (Japão, Coreia do Sul e China), países nos quais os jovens, ao serem avaliados no Pisa 2012, lideraram o *ranking* da Matemática.

Na classificação do Pisa (OCDE, 2013), são baixos os índices de desempenho na área de conhecimento matemático no Brasil. Os jovens da educação básica dos países desenvolvidos e com tecnologias avançadas apresentam índices bastante superiores aos dos países em desenvolvimento (como o caso brasileiro) ou com baixo desenvolvimento.

2.3 Programme for International Student Assessment (Pisa)

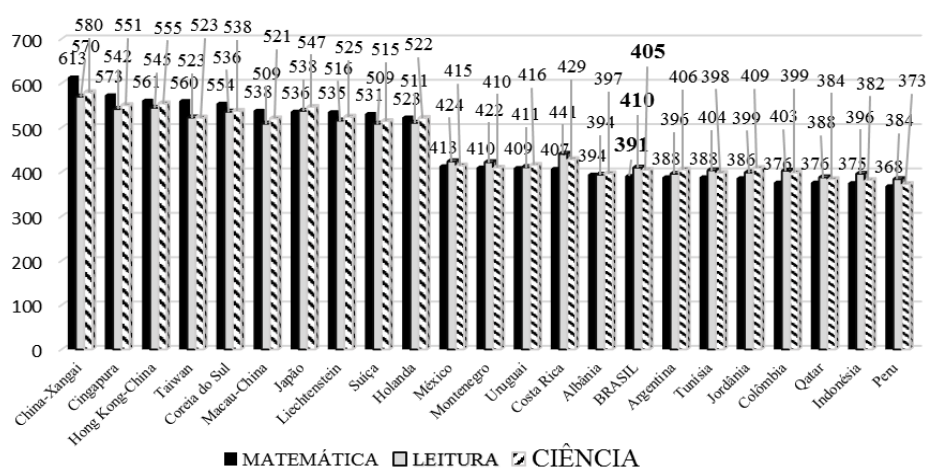
O Pisa foi criado em 2000 pela OCDE, desenvolvendo uma avaliação mundial periodicamente e obtendo o *ranking* dos desempenhos da educação. No Brasil, é coordenado pelo próprio Inep, existindo uma coordenação nacional nos países participantes (INEP, 2015c). A cada três anos, o Pisa avalia o desempenho em Leitura, Matemática e Ciências de estudantes com idade entre 15 e 16 anos matriculados no ensino regular (público ou particular) de aproximadamente 65 países, com foco variado.

Em 2012, a ênfase da prova foi na disciplina de Matemática, que representou o 2º ciclo do Programa. Em 2000, o foco foi a Leitura, em 2003, a Matemática, e, em 2006, as Ciências, de modo que, em 2009, iniciou-se um novo ciclo do programa, com foco novamente no domínio de Leitura. Em 2015, as Ciências foram de novo o foco da avaliação (INEP, 2015b).

As desvantagens socioeconômicas de alguns estudantes podem induzi-los a vincular, de uma geração para outra, o ciclo de poucas conquistas acadêmicas a fracas perspectivas de emprego. Entretanto, esse quadro pode ser retrocedido com o ingresso em escolas que lhes ofereceram aulas regulares, com qualidade no aprendizado, situação raramente evidenciada nas escolas públicas (OCDE, 2011).

Segundo a publicação Pisa em Foco n. 5 (OCDE, 2011, p.1), no Pisa 2009 “aproximadamente um terço dos estudantes dos países da OCDE foi identificado como resiliente. De fato, a maioria dos estudantes de meios desfavoráveis na Coreia e nas economias parceiras China-Hong Kong, China-Macau e China-Xangai foram considerados resilientes”.

No Ranking da Educação 2015, as primeiras posições ficaram com os países asiáticos, como Cingapura, Hong Kong, Coreia do Sul, Japão e Taiwan, seguidos pelos países europeus, como Finlândia, Estônia, Suíça e Holanda. No outro extremo, estão os países africanos, como Gana (última posição) e África do Sul (penúltima posição) (OCDE, 2015). Entre 76 países, o Brasil é o 60º colocado, não muito distante dos dados anteriores, em 2012, quando ocupou a 55ª posição, entre os 65 países participantes, como mostra o Gráfico 3:

Gráfico 3 – Ranking da Educação 2012 no Pisa, com alguns países

Fonte: OCDE (2013).

Com base nisso, são notórias as dificuldades ou a improvável eliminação do ciclo de desvantagens na efetivação dos currículos e no campo educacional. Porém, escolas com práticas educativas concisas e eficientes podem induzir e/ou aprimorar a capacidade dos alunos de lidar com problemas, superar obstáculos ou resistir à pressão de situações, garantindo, assim, a elevação de suas aprendizagens.

A Tabela 3 apresenta um comparativo dos resultados em Matemática das edições de 2003 a 2012 do programa:

Tabela 3 – Comparativo dos resultados em Matemática do Pisa das edições de 2003 a 2012

	PISA 2003		PISA 2006		PISA 2009		PISA 2012		Diferença entre 2003 e 2012	
	Média	EP	Média	EP	Média	EP	Média	EP	Média	EP
Brasil	356,0	4,8	369,5	2,9	385,8	2,4	391,5	2,1	35,4	5,4
México	385,2	3,6	405,7	2,9	418,5	1,8	413,3	1,4	28,1	4,1
Portugal	466,0	3,4	466,2	3,1	486,9	2,9	487,1	3,8	21,0	5,3
Coreia do Sul	542,2	3,2	547,5	3,8	546,2	4,0	553,8	4,6	11,5	5,8
Espanha	485,1	2,4	480,0	2,3	483,5	2,1	484,3	1,9	-0,8	3,4
EUA	482,9	2,9	474,4	4,0	487,4	3,6	481,4	3,6	-1,5	4,9
Uruguai	422,2	3,3	426,8	2,6	426,7	2,6	409,3	2,8	-12,9	4,5
Finlândia	544,3	1,9	548,4	2,3	540,5	2,2	518,8	1,9	-25,5	3,0
Argentina	-	-	381,3	6,2	388,1	4,1	388,4	3,5	-	-
Peru	-	-	-	-	365,1	4,0	368,1	3,7	-	-
Colômbia	-	-	370,0	3,8	380,8	3,2	376,5	2,9	-	-
Chile	-	-	411,4	4,6	421,1	3,1	422,6	3,1	-	-

Fonte: Inep (2012).

Em 2 de dezembro de 2016, o Jornal Valor Econômico divulgou que o Brasil, em uma lista de 64 países de todo o mundo, tem o segundo maior número de estudantes com baixa performance em Matemática básica, Ciências e Leitura (GUIMARÃES; MARCHESINI,

2016). No dado geral, que considera a média do desempenho nessas áreas, somente 2,2% dos alunos brasileiros estão entre as notas mais altas do Pisa, nos níveis 5 ou 6, enquanto no Japão são 25,8% e na Finlândia, 21.4%. No Brasil, especificamente em Matemática, a média em 2015 foi de 377 pontos, contra os 490 pontos da OCDE, o que indica que 70% dos brasileiros ficaram abaixo do nível 2.

O desenvolvimento industrial e econômico de países orientais, como o Japão, a China e a Coreia do Sul, segundo pesquisas, está intimamente ligado a seus contextos culturais e ideológicos, existindo uma interferência do Estado, embora o governo e a indústria estejam em sintonia quanto à contínua busca de modelos de desenvolvimento. O Brasil é um dos países com menor índice de alunos sem conhecimentos básicos de Matemática, sendo um dos últimos colocados em um *ranking* de competências, de acordo com o que aponta o estudo da OCDE (2015). Os resultados do Pisa de 2015 indicam que 67,1% dos alunos brasileiros com 15 e 16 anos estão abaixo do nível 2 em Matemática (FERNANDES, 2016).

Além disso, observa-se que os aparatos da Matemática permitem ao intelecto humano extrair dados que possam ser transformados em informações e construir teorias, desenvolvendo tecnologias cada vez mais precisas, refinadas e eficientes. Mais uma vez, o desempenho do alunado brasileiro, mesmo após a conclusão da educação básica demonstrada nos dados mensurados (inclusive no instrumento que avalia somente a etapa final – o ensino médio –, como no caso do Enem), ainda é muito baixo.

2.4 Exame Nacional do Ensino Médio (Enem)

O Enem foi criado em 1998 com o objetivo de avaliar o desempenho de estudantes ao final do ciclo da educação básica, isto é, no ensino médio. A priori, o Exame visou contribuir apenas para a melhoria da qualidade desse nível de escolaridade, e, a partir de 2009, passou a ser utilizado também como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior (principalmente em universidades federais). As notas do Enem podem ser a única fase de seleção da universidade, que pode também combiná-las com seus próprios processos seletivos (INEP, 2015c). Participam do exame alunos concluintes ou que já concluíram o ensino médio.

Segundo o MEC, cerca de 500 universidades já usam o resultado do exame como critério de seleção para o ingresso no ensino superior, seja complementando ou substituindo o vestibular próprio (BRASIL, 2016b). O Enem também é utilizado como critério de seleção para os estudantes que pretendem concorrer a uma bolsa no Programa Universidade para

Todos (ProUni) e para a obtenção do certificado de conclusão do ensino médio (BRASIL, 2016b).

Para o Inep (2014a), o Exame busca avaliar as competências e habilidades desenvolvidas pelos estudantes ao término da escolaridade básica. Tal processo avaliativo é feito por meio de uma redação e de provas objetivas que avaliam as quatro áreas do conhecimento supracitadas. As escolas devem utilizar os resultados desse instrumento para auxiliar estudantes e professores, bem como gestores e familiares, a refletir quanto ao aprendizado dos estudantes e à sua resposta às expectativas de todos, uma vez que se subentende que são cobrados conhecimentos que passaram mais de 10 anos apreendendo.

Quanto aos resultados das avaliações dos estudantes brasileiros no Enem, convergentes com os instrumentos de avaliações anteriores, estes evidenciam o grave déficit e uma grande disparidade entre as médias mínimas e máximas, conforme se pode observar na Tabela 4, que mostra os quatro últimos resultados das avaliações dos alunos brasileiros no exame:

Tabela 4 – Comparativos dos resultados do Brasil no Enem de 2011 a 2015

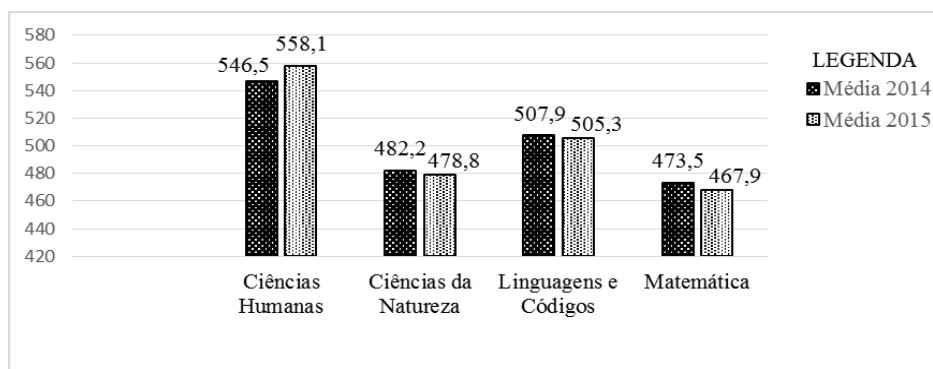
Área	2011		2012		2013		2014		2015	
	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo
Ciências Humanas	793,1	252,6	874,9	295,6	793,1	252,6	862,1	324,8	850,6	314,3
Ciências da Natureza	867,2	265	864,9	303,1	867,2	265	876,4	330,6	875,2	334,3
Linguagens	795,5	301,2	817,9	295,2	795,5	301,2	814,2	306,2	825,8	302,6
Matemática	953	321,6	955,2	277,2	953	321,6	973,6	318,5	1.008,3	280,2

Fonte: adaptada de Inep(2011; 2012; 2013; 2014a; 2015c), G1 Educação (2011; 2012a, b, c; 2013; 2014) e UOL educação (2011; 2012; 2013; 2014).

Contudo, ao analisar as médias do Enem de 2014 e 2015 disponibilizadas pelo Inep, é notório o alto índice de médias muito baixas. As médias iguais ou acima de 600 pontos foram alcançadas por poucas escolas de ensino médio, e as que alcançaram as médias são, em grande maioria, da iniciativa privada, algumas federais e raríssimas estaduais, sendo as estaduais aquelas cujas avaliações atingiram a média de 600 ou mais pontos, e que são de aplicação de uma universidade ou têm parcerias com as forças armadas.

No Gráfico 4, é possível observar a média geral do Enem em 2014 e em 2015:

Gráfico 4 – Médias do Enem 2014 e 2015



Fonte: adaptado dos dados do INEP (2014, 2015c)

3 Metodologia empregada

O trabalho exposto neste artigo seguiu uma abordagem qualitativa de investigação, uma vez que esta se vale de premissas que visam analisar e interpretar aspectos enraizados, procurando descrever a complexidade do comportamento humano (MARCONI; LAKATOS, 2010), com análise de levantamento de dados secundários.

O levantamento “é um processo de mensuração usado no coletar informações durante entrevista altamente estruturada” (COOPER; SCHINDLER, 2016, p.221), sendo que dados secundários referem as informações já coletadas, sistematizadas, tabuladas e ordenadas, podendo ou não conter analistas para atender aos propósitos da pesquisa, as quais estão disponíveis para uma empresa ou até mesmo em domínio público (RICHARDSON, 2010; COOPER. SCHINDLER, 2016).

Alguns dados terciários também foram utilizados, os quais têm relação com as fontes terciárias, que, embora sejam de difícil definição, podem ser entendidas como aquelas contidas em bibliografias, dicionários, almanaques etc. (COOPER; SCHINDLER, 2016).

A referida pesquisa seguiu algumas etapas: num primeiro momento, buscou-se conhecer, por meio da análise, as bases de dados do Inep (2015a, b, c) e da OCDE (2011; 2013); a partir dos elementos obtidos, fez-se uma sistematização das informações.

4 Considerações finais

Com base nessas estatísticas e nas situações culturais da Educação em países asiáticos, é possível considerar a relação do domínio na área da Matemática com o desenvolvimento econômico e a tecnologia de uma nação, uma vez que a base do desenvolvimento de uma organização consiste, principalmente, no desempenho de seus profissionais, e tal desempenho se dá pela competência que os profissionais apresentam.

É importante ressaltar que se trata também do grau de importância dessa ciência para a produção de conhecimentos e desenvolvimento de competências. Num contexto geral, todas as áreas do conhecimento se envolvem, ininterruptamente. Todavia, diante de dados concretos, é compreensivo entender o motivo de a Matemática, no campo educacional, vir ganhando destaque nos últimos anos.

Mediante o exposto, é possível abordar a Matemática ou suas áreas correlatas como o conhecimento que transcende praticamente todas as outras áreas. O grande sustentáculo das tecnologias também é algo prudente, principalmente por esta ser a área do conhecimento pautada em informações lógicas, precisas, rigorosas e formais, e que melhor possibilitam alcançar uma capacidade de discernimento da essência pesquisada.

Vale destacar ainda que os dados discutidos aqui permitem enfatizar a importância da pesquisa para a mudança da realidade do ensino de Matemática no contexto brasileiro: se os fatores que levam a um baixo desempenho nas grandes avaliações de massa forem melhor compreendidos, novas práticas e ferramentas de ensino-aprendizagem poderão ser viabilizadas.

Referências

BRASIL. Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação – PNE e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, 25 jun. 2014. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/l13005.htm>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. Altera as Leis nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e nº 11.494, de 20 de junho 2007, que regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação, a Consolidação das Leis do Trabalho – CLT, aprovada pelo Decreto-Lei nº 5.452, de 1º de maio de 1943, e o Decreto-Lei nº 236, de 28 de fevereiro de 1967; revoga a Lei nº 11.161, de 5 de agosto de 2005, e institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral. **Diário Oficial da União**, Brasília, 16 fev. 2017. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/L13415.htm>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. Medida Provisória nº 746, de 22 de setembro de 2016. Institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral, altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e a Lei nº 11.494, de 20 de junho 2007, que regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação, e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, 23 set. 2016a. Disponível em: <<https://goo.gl/PJ1egT>>. Acesso em: 26 abr. 2017.

_____. Ministério da Educação. **Avaliação internacional**. Inep participa da elaboração de itens para o Pisa de 2018. Brasília, 30 nov. 2015a. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/busca-geral/211-noticias/218175739/32421-inep-participa-da-elaboracao-de-itens-para-o-pisa-de-2018>>. Acesso em: 3 maio 2016.

_____. Ministério da Educação. **Enem – Apresentação**. Brasília: MEC, 2015b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/enem-sp-2094708791>>. Acesso em: 03 maio 2016.

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

_____. Ministério da Educação. **Ideb –Apresentação**. Brasília: MEC, 2015c. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/secretaria-de-educacao-basica/programas-e-acoas?id=180>>. Acesso em: 3 maio 2016.

_____. Ministério da Educação. Portaria Ministerial nº 931, de 21 de março de 2005. O MINISTRO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, no exercício das atribuições estabelecidas pelo Art. 87 § único, inciso II da Constituição Federal e atendendo... **Diário Oficial da União**, Brasília, 22 mar. 2005. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/legislacao/Portaria931_NovoSaeb.pdf>. Acesso em: 26 abr. 2017.

_____. Ministério da Educação. Portaria Normativa Interministerial nº 17, de 24 de abril de 2007. Institui o Programa Mais Educação, que visa fomentar a educação integral de crianças, adolescentes e jovens, por meio do apoio a atividades sócio-educativas no contraturno escolar. **Diário Oficial da União**, Brasília, 26 abr. 2007.

_____. Ministério da Educação. **Resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB 2015**. Brasília, 2016b. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/portaal_ideb/documentos/2016/apresentacao_ideb_08092016.pdf>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias** (vol. 2). Brasília: MEC/SEB, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 26 abr. 2017.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais/Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CASTRO, C. de M. Ensino Médio: Aleluia! **Revista Veja**, São Paulo, ed. 2.500, 19 out. 2016. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=49911-materia-veja-ensino-medio-19102016-pdf&category_slug=outubro-2016-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 27 abr. 2017.

COOPER, D. R.; SCHINDLER, P. S. **Métodos de Pesquisa em Administração**. 12. ed. São Paulo: Editora McGraw-Hill, 2016.

FERNANDES, D. Brasil avança em conhecimento básico de matemática, mas continua atrás em ranking. **BBC Brasil**, 10 fev. 2016. Disponível em: <http://www.bbc.com/portuguese/noticias/2016/02/160209_ocde_alunos_baixa_performance_pai_df>. Acesso em: 27 abr. 2017.

FRIGOTTO, G.; CIAVATTA, M. PERSPECTIVAS SOCIAIS E POLÍTICAS DA FORMAÇÃO DE NÍVEL MÉDIO: AVANÇOS E ENTRAVES NAS SUAS MODALIDADES. [EDUCAÇÃO & SOCIEDADE, CAMPINAS](#), v. 32, N. 116, p. 619-638, JU./SET. 2011.

G1 Educação. Apenas 10% dos alunos aprendem o ideal em matemática no ensino médio. **G1**, São Paulo, 6 mar. 2013a. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2013/03/apenas-10-dos-alunos-aprendem-o-ideal-em-matematica-no-ensino-medio.html>>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. Brasil evolui, mas segue nas últimas posições em ranking de educação. **G1**, São Paulo, 3 dez. 2013b. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2013/12/brasil-evolui-mas-segue-nas-ultimas-posicoes-em-ranking-de-educacao.html>>. Acesso em: 20 dez. 2014.

_____. Enem 2014. **G1**, São Paulo, 5 ago. 2015a. Disponível em: <<http://especiais.g1.globo.com/educacao/enem/2014/enem-2014-medias-por-escola/>>. Acesso em: 2 dez. 2015.

_____. Lista do Enem 2015: Notas das escolas. **G1**, São Paulo, 5 out. 2016. Disponível em: <<http://especiais.g1.globo.com/educacao/enem/2015/enem-2015-medias-por-escola/>>. Acesso em: 8 dez. 2016.

_____. MEC divulga a nota do Enem 2012. **G1**, São Paulo, 28 dez. 2012a. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2012/12/mec-divulga-nota-do-enem-2012.html>>. Acesso em: 2 dez. 2015.

_____. MEC divulga a nota do Enem 2012. **G1**, São Paulo, 28 dez. 2012b. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2012/12/mec-divulga-nota-do-enem-2012.html>>. Acesso em: 2 dez. 2015.

_____. Os resultados do pisa 2012. **G1**, São Paulo, 2012c. Disponível em: <<http://infograficos.oglobo.globo.com/educacao/os-resultados-do-pisa-2012.html>>. Acesso em: 14 ago. 2014.

_____. Os resultados do Pisa 2012. **G1**, São Paulo, 2012d. Disponível em: <<http://infograficos.oglobo.globo.com/educacao/os-resultados-do-pisa-2012.html>>. Acesso em: 14 ago. 2014.

ANAIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

_____. Resultado do Enem 2014 por escola é divulgado pelo Inep. **G1**, São Paulo, 5 ago. 2015b. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2015/08/resultado-do-enem-2014-por-escola-e-divulgado-pelo-inep-veja-lista.html>>. Acesso em: 2 dez. 2015.

_____. Saem notas do Enem 2011 por escola. **G1**, São Paulo, 22 nov. 2012e. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2012/11/mec-divulga-notas-do-enem-2011-por-escola.html>>. Acesso em: 20 nov. 2013.

GADOTTI, M. Gestão democrática com participação popular no planejamento e na organização da educação nacional. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2., 2014, Brasília. **Anais...** Brasília: Conae, 2014. p. 1-25. Disponível em: <http://conae2014.mec.gov.br/images/pdf/artigogadotti_final.pdf> Acesso em: 9 ago. 2014.

GUIMARÃES, L.; MARCHESINI, L. No país, 70% dos alunos não sabem o mínimo aceitável em matemática. **Jornal Valor Econômico**, 2 dez. 2016. Disponível em: <<http://www.valor.com.br/brasil/4796957/no-pais-70-dos-alunos-nao-sabem-o-minimo-aceitavel-em-matematica>>. Acesso em: 17 abr. 2017.

IAQUINTO, K. Múltipla escolha. **Revista Conjuntura Econômica**, Rio de Janeiro, v. 68, n. 7, jul. 2014.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA – INEP. **Enem por escola**. Brasília: MEC, 2015a. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/enem/enem-por-escola>>. Acesso em: 3 maio 2016. mimeo.

_____. Educação Básica. **Ideb**. Brasília, 20 out. 2015b. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/ideb>>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. **Sistema de Avaliação da Educação Básica**. Edição 2015. Resultados. Brasília: MEC/Inep, 2016a. Disponível em: <<http://www.agenciabrasilia.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2016/09/analise-proficiencia-ensino-brasileiro-ideb-2015.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2017.

_____. **IDEB – Resultados e Metas**. Brasília, 5 set. 2016b. Disponível em: <<http://ideb.inep.gov.br/resultado/>>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. **Educação Básica**. **Ideb**. Brasília, 20 out. 2015c. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/ideb>>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. **Relatório Nacional PISA 2012 – Resultados brasileiros**. São Paulo: Fundação Santillana, 2012.

_____. **Exame Nacional do Ensino Médio – Enem**. Brasília: 2014. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/enem/sobre-o-enem>>. Acesso em: 12 ago. 2014a. mimeo.

MACHADO, C.; ALAVARSE, O. M. Qualidade das escolas: tensões e potencialidades das avaliações externas. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 39, n. 2, p. 413-436, abr./jun. 2014.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**: técnicas de pesquisa. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

OLIVEIRA, T. B.; CALDEIRA, A. M. de A. Interdisciplinaridade escolar no ensino médio: domínios epistêmicos como possibilidade para elaboração e avaliação de um trabalho coletivo. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 38, n. 2, p. 193-204, abr./jun. 2016.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA – UNESCO. **Educação**: um tesouro a descobrir. Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI. Tradução de Guilherme Teixeira. Brasília: Unesco, 2010.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO – OCDE. Como alguns estudantes superam as dificuldades do ambiente socioeconômico? **Em Foco**, n. 5, fev. 2011. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/pisa_em_foco/2011/pisa_em_foco_n5.pdf>. Acesso em: 11 nov. 2015.

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

_____. **Resultados PISA 2009: o que os estudantes sabem e podem fazer – Desempenho dos estudantes em Leitura.** OCDE, 2013. Disponível em: <<https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisainfocus/PISA%20EM%20FOCO%20N%C2%B025.pdf>>. Acesso em: 15 ago. 2014. mimeo.

_____. **Ranking da Educação 2015.** OCDE: 2015.

PORTAL DO BRASIL. **Média das escolas pelo Enem 2014 melhorou em três áreas do conhecimento.** ago. 2015. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/educacao/2015/08/media-das-escolas-pelo-enem-2014-melhorou-em-tres-areas-do-conhecimento>>. Acesso em: 28 out. 2015.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa social: métodos e técnicas.** 3. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

SCHWARTZMAN, S.; CASTRO, C. M. Ensino, formação profissional e a questão da mão de obra. **Ensaio: Avaliação de Políticas Públicas em Educação**, Rio de Janeiro, v. 21, n. 80, p. 563-624, jul./set. 2013.

SOUZA, F. M. **Campo, *habitus*, competências e práticas de ensino dos professores de Matemática de escolas brasileiras do ensino médio estadual com bons resultados no Enem.** 2017. 308 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2017.

UOL educação. Inep divulga cadernos de prova do Enem 2011. **UOL**, São Paulo, 24 out. 2011. Disponível em: <<https://educacao.uol.com.br/noticias/2011/10/24/inep-divulga-cadernos-de-prova-do-enem-2011.htm>>. Acesso em: 2 jun. 2015.

_____. Inep divulga notas médias dos candidatos no Enem 2014. **UOL**, Brasília, 13 jan. 2015. Disponível em: <<https://educacao.uol.com.br/noticias/2015/01/13/inep-divulga-notas-medias-dos-candidatos-no-enem-2014.htm>>. Acesso em: 2 jun. 2015.

_____. Inep divulga provas do Enem 2012; exame foi realizado em novembro. **UOL**, São Paulo, 13 jun. 2013. Disponível em: <<https://educacao.uol.com.br/noticias/2013/06/13/inep-divulga-provas-do-enem-2012-exame-foi-realizado-em-novembro.htm>>. Acesso em: 8 out. 2015.



ESTAGIO SUPERVISIONADO DE MATEMATICA: SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Douglas Gabriel Oliveira dos Reis¹

Universidade do Estado do Pará; São Miguel do Guamá

douglas.gabriel00@gmail.com

Fabiano Batista Soares²

Universidade do Estado do Pará; São Miguel do Guamá

shevchenko.puga@hotmail.com

Odorico Cordeiro Mendes Junior³

Universidade do Estado do Pará; São Miguel do Guamá

ocmj22@gmail.com

Resumo

Relato de experiência de graduandos de Licenciatura Plena em Matemática, da Universidade do Estado do Pará, na disciplina “Prática de Ensino de Matemática I”. O presente trabalho objetivou relatar a discussão sobre métodos e técnicas em prol do ensino-aprendizagem, a partir da vivência no curso e na disciplina supracitada. Utilizamos de diálogos reflexivos sobre o conteúdo, com o intuito de analisar os métodos de ensino da matemática no âmbito escolar, baseados nas duas etapas iniciais da Engenharia Didática relacionada com a Teoria da Situação Didática, as “análises preliminares” e a “concepção e análise a priori das situações didáticas”, priorizando relatos em função dos resultados de experiência em sala de aula que obtivemos. Conclui-se que a experiência contribuiu para a construção de um novo conhecimento para cada indivíduo que participou no processo de construção deste trabalho. Esperamos que o breve relato contribua para a formação e compreensão do ensino a favor dos professores, pois essas contribuições colocam-se como essencial na formação de futuros professores.

Palavras Chaves: Situação Didática. Engenharia Didática. Ensino da Matemática .

Abstract

Report of experience of undergraduate students of Full Degree in Mathematics, University of Pará, in the discipline "Practice of Teaching Mathematics I". The present work aimed to report the discussion about methods and techniques for teaching and learning, based on the experience in the course and in the aforementioned discipline. We used reflexive dialogues on content to analyze the teaching methods of mathematics in the school context, based on the initial two stages of Didactic Engineering related to Didactic Situation Theory, "preliminary analyzes" and "conception and analysis a priori of the didactic situations", prioritizing reports in function of the results of experience in the classroom that we obtained. It is concluded that the experience contributed to the construction of a new knowledge for each individual that participated in the process of construction of this work. We hope that the brief report contributes to the formation and understanding of teaching in favor of teachers, since these contributions are essential for the formation of future teachers.

Keywords: Didactics. Didactic Engineering. Teaching and learning.

Introdução

Ao longo dos tempos o ensino sofreu mudanças no seu processo de formação, alterando seus métodos e técnicas tradicionais decorrentes dos avanços técnico-científico-informacional, os métodos antigos acabavam se tornando obsoletos, pois os professores transmitiam os conteúdos de forma mecânica, ocasionando em seus alunos uma sobrecarga mental por conta da aglomeração de informações. Com esses avanços foram desenvolvidos novos métodos e técnicas, com o intuito de auxiliar o professor a oferecer uma melhora no desenvolvimento educacional de seus alunos.

Como precursores desse avanço na área do ensino da Matemática temos como destaque alguns autores dentre os quais: Brousseau, Artigue, Chevallard e Ausubel, que defendem formas alternativas de ensino, de modo que o processo de construção do conhecimento ocorra de forma clara e de fácil assimilação para o desenvolvimento cognitivo do indivíduo, partindo desde conceitos de Engenharia Didática até situações que possam ser contextualizadas com seu cotidiano, gerando assim uma formação de sentido para o aluno.

Desta forma discutiremos elementos teóricos de ordem epistemológica e metodológica que envolve a relação estágio supervisionado e futuros professores, contudo vamos direcionar a discussão sobre o nosso ponto de vista durante o período de estágio supervisionado.

Pretende-se por meio deste trabalho descrever uma visão sobre o ensino com experiência adquirida no estágio e vivência dos futuros professores, que cursam Licenciatura Plena em Matemática na Universidade do Estado do Pará, Campus XI – São Miguel do Guamá.

Pesquisa e Ação utilizando a Engenharia Didática

Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa e teoria educacional que surgiu na Didática da Matemática (enfoque da didática francesa) no início da década de 1980 desenvolvido por Artigue.

Segundo Artigue (1988):

“É uma forma de trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apóia em conhecimentos científicos de seu domínio, aceita se submeter a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo, é obrigado a trabalhar objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência.”

Neste sentido, a engenharia didática trata-se de um método onde o professor se submete ao aprendizado de novas práticas metodológicas para “construir” o conhecimento, a construção desse novo aprendizado é desenvolvido através da noção de engenharia, de modo que conforme o trabalho dos engenheiros que constroem grandes edifícios “tijolos a tijolos”, assim o professor também deverá desenvolver processos metodológicos gradativos que incentivem os alunos a buscar construir um novo conhecimento.

A engenharia didática desenvolvida por Artigue, indica que tanto o processo de aprendizagem, de ensino e de ensino-aprendizagem matemáticos podem ser trabalhados através de quatro fases essenciais que ajudarão no desenvolvimento das atividades propostas em sala de aula, as referidas fases são: (1) Análises preliminares, (2) Concepção e análise a priori das situações didáticas, (3) Experimentação e (4) Análise a posteriori e validação, onde os graduandos só utilizaram a primeira e segunda fase, por conta de que as outras duas só podem ser aplicadas no período de regências, pois nela se faz necessário a aplicação e posteriormente análise de resultados, porém objetiva-se realizar-se estas fases inaplicadas até então.

Análises Preliminares: Esta fase caracteriza-se como uma etapa observatório, apenas verificando as dificuldades dos alunos, para assim delinear mentalmente uma possível solução para o problema de cunho matemático.

Concepção e análise a priori: Esta por sua vez complementa a primeira. São determinados os métodos que serão aplicados, sempre buscando recursos didáticos-pedagógicos que mais se assemelhem as dificuldades analisadas (porém ainda não será aplicada).

Experimentação: Essa fase é o momento de pôr em prática todo o processo metodológico desenvolvido, reformulando-o se houver alguma falha. Como esta funciona em caráter experimental permite-se uma reformulação do processo com base nas fases anteriores.

Análise a posteriori e validação: o objetivo desta é validar resultados a partir de “testes” que definirão se os métodos aplicados tiveram efeitos positivos ou negativos, de modo que se o resultado for positivo o mediador de conhecimento deverá prosseguir com os métodos, caso contrário deverá refletir que fase ou método não surtiu o efeito necessário e reformula-los a fim de validá-los.

Após a aplicação das quatro fases se os métodos aplicados não obtiverem êxito, devem ser reiniciados a partir da primeira fase.

Em nosso processo de estágio supervisionado utilizamos apenas as duas primeiras fases do método de pesquisa supracitada, almejando como principal objetivo a verificação/análise de metodologia de ensino, buscando reconhecer as dificuldades do ensino da matemática. A verificação foi feita de modo que não interferisse no decorrer das aulas do docente por ética profissional e pelo fato do acordo que já haviam feito através do contrato didático com os professores da instituição.

Neste contexto, a Engenharia Didática possui uma dualidade funcional, podendo-se utilizar a mesma como metodologia qualitativa de pesquisa, e também é extremamente útil na elaboração de situações didáticas que proporcionem um quadro de aprendizagem significativa em sala de aula.

Teoria das Situações Didáticas.

A situação didática são relações pedagógicas estabelecidas entre professor, estudantes e o saber, tendo como finalidade desenvolver atividades voltadas para o ensino e aprendizagem de um conteúdo específico elaborado pelo professor. Os três elementos citados formam o “Triângulo Didático” que representa a relação e interação entre os elementos humanos – estudantes e professor, mediado pelo elemento não-humano que é o saber.

Segundo Brousseau (1996a), o contrato didáticoregula as intenções do aluno e do professor frente à situação didática. A mobilização do aluno em enfrentar o problema e a conscientização de que o professor não deverá intervir na transmissão explícita de conhecimentos para o aluno revelam pleno aceite do contrato didático.

É importante diferenciar o Contrato Didático do Contrato Pedagógico, visto que o contrato pedagógico é gerido de relações sociais, atitudes, regras e convenções, porém não estabelece o saber. O saber é específico do contrato didático que é influenciado pelos contextos de ensino e aprendizagem.

Esse contrato é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas sobretudo implicitamente, do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro. (BROUSSEAU, 1986).

De acordo com Brousseau (1996a), uma situação didática ocorre quando há a intenção (implícita ou explícita) de aprendizagem. Já uma situação adidática (ou não declaradamente didática), é uma situação didática em que o aluno deve perceber as características e padrões que o ajudarão a compreender um novo saber. Durante as situações adidáticas, o professor deve agir como simples mediador/observador, apenas efetuando a [devolução do problema](#).

Para Brousseau (1986) o mais importante não é tentar explicitar a totalidade das regras que constituem o contrato didático e, sim, delinear alguns de seus possíveis pontos de ruptura. Explicitar todas as suas regras é uma tarefa impossível, pois a natureza do contrato envolve, além das condições explicitadas pelas normas, interpretações subjetivas que não são totalmente previsíveis.

Freitas descreve a visão de Brousseau:

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição. (FREITAS, 2002, p. 67)

A utilização de novas técnicas e método de ensino causou um grande impacto no modelo de ensino das escolas tradicionais, criando um ensino mais eficaz quanto ao anterior, sendo assim os conteúdos trabalhados com essas novas técnicas e métodos, em prol de facilitar a assimilação dos conteúdos para os alunos, conseguem sanar algumas dificuldades que atrapalhavam o decorrer dos conteúdos repassados pelos professores em suas aulas.

O desenvolvimento de novas técnicas e métodos de ensino tem o intuito de facilitar e beneficiar professor e aluno no processo de ensino-aprendizagem, podendo-se utilizar materiais didáticos para dinamizar suas aulas, como a utilização de jogos e recursos audiovisuais ou até mesmo utilizando o ensino matemático com base no cotidiano do indivíduo, fazendo com que os alunos tenham uma nova visão sobre o ensino da matemática. Acreditamos que isso possa trazer grandes benefícios tanto ao professor quanto ao aluno ao utilizar meios que viabilizem o ensino da matemática.

Com isso surge a proposta de utilização de novos meios para promover a construção de “novos” caminhos, auxiliando os professores a buscarem um novo modelo de ensino da matemática de maneira mais eficiente, sendo assim, promover uma compreensão significativa

dos conceitos matemáticos para os alunos, tornando possível a aplicação de problemas matemáticos relacionados ao cotidiano do seu aluno.

Segundo Libâneo:

Orientar as tarefas de ensino para objetivo educativo de formação da personalidade, isto é, ajudar os alunos a escolherem um caminho na vida, a terem atitudes e convicções que norteiem suas opções diante dos problemas e situações da vida real (LIBÂNEO, 1994, Pág. 71).

Desta forma o professor desenvolve nos alunos uma autonomia intelectual ligada às novas técnicas propostas pelo professor, fazendo com que os mesmos transformem sua capacidade cognitiva, sendo assim, os alunos podem ter uma fácil compreensão do que aprendeu com seu professor de maneira consciente através de uma interação com a realidade do seu cotidiano. “... É uma fonte de convicções, princípios e ações que irão relacionar as práticas educativas dos alunos, propondo situações reais que faça com que os indivíduos reflitam e analisem de acordo com sua realidade” (TAVARES, 2011). Tal interação se dá através da ideia de que cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação entendida como uma ação realizada por indivíduos que, para solucionar esta ação, necessitam pôr em prática um conhecimento correspondente.

Para Brousseau, o aluno:

Só terá verdadeiramente adquirido conhecimento quando for capaz de aplicá-lo por si próprio às situações com que depara fora do contexto do ensino, e na ausência de qualquer indicação intencional. Tal situação é chamada situação adidática. (BROUSSEAU, 1996).

Assim como na Engenharia Didática, a Teoria da Situação Didática (TSD) de Brousseau analisa o senso comum do sujeito aplicando uma situação para que o mesmo desenvolva, a partir do conhecimento prévio implícito sobre determinado assunto na situação, uma estratégia que seja capaz de explicitar o conhecimento que se mostrará válido no momento em que o caso seja solucionado. Esta validação, por sua vez, implicará numa das características principais da TSD que é a percepção, por parte do aluno, de que este conhecimento explicitado é o meio mais eficaz para encaminhar e resolver a situação.

Uma situação de ensino apropriada é aquela onde a resposta inicial que o aluno pensa frente à pergunta formulada não [deve ser] a que desejamos ensinar-lhe: se fosse necessário possuir o conhecimento a ser ensinado para poder responder, não se trataria de uma situação de aprendizagem (BROUSSEAU, 1996b, p. 49).

As situações a-didáticas também fazem parte do planejamento de uma situação didática, uma vez necessário que o aluno se encontre sozinho diante do problema a ser

resolvido e sinta-se desafiado a resolvê-lo, contando apenas com seu conhecimento e não dependendo de modelos prontos fornecidos pelo professor.

A utilização do erro torna-se um obstáculo essencial no processo de construção do conhecimento quando é empregado para revelar a inadequação e ou falsidade de um conhecimento anteriormente adquirido.

Em nossa apresentação na sala de aula, durante a disciplina de prática de ensino da Matemática I, defendemos os conteúdos: Práticas educativas e sociedade, formação profissional do professor, Processos didáticos básicos (ensino e aprendizagem) – e estes conteúdos quando assimilados proporcionam uma visão mais crítica sobre a situação da educação nos mais diversos meios/ambientes sociais. Em busca de refletir com nossos companheiros de curso uma noção sobre o verdadeiro sentido de se tornar um profissional da educação, contextualizamos os conteúdos com o meio em que foi observado no período de estágio, onde a apresentação teve como principal objetivo ressaltar a importância da relação professor, aluno e sociedade na construção de novos caminhos e estratégias para a resolução de situações-problemas cotidianas relacionadas à matemática.

Após a apresentação de todos os grupos notou-se que para um processo de ensino e aprendizagem ocorrer são necessários vários fatores causadores, entre eles a didática, formação profissional, ambiente escolar, ambiente familiar, ambiente social, financeiro, psicológico e planejamento pedagógico.

Formação Profissional Docente

Segundo Nóvoa, “a formação de professores pode desempenhar um papel importante na configuração de uma nova personalidade docente” (NÓVOA, 1995, p. 24), estimulando a emergência de uma cultura profissional no seio do professorado e de uma cultura organizacional no seio das escolas. Nóvoa afirma que:

Estar em formação implica um investimento pessoal, um trabalho livre e criativo sobre os percursos e os projetos, com vista à construção de uma identidade, que é também uma identidade profissional (...). A formação não se constrói por acumulação (de cursos, de conhecimentos ou de técnicas), mas sim através de um trabalho de refletividade crítica sobre as críticas e da construção permanente de uma identidade pessoal. Por isso é tão importante investir a pessoa e dar um estatuto ao saber da experiência (NÓVOA, 1995, p. 25).

O professor apesar dos métodos e técnicas que já foram como ferramenta de auxílio, também deve buscar uma formação adequada para assim exercer um trabalho profissional.

Sua formação deve ser lapidada com muito cuidado para que o mesmo possa conseguir uma formação que lhe capacite para garantir uma aprendizagem significativa para seu aluno, enriquecendo ambos no processo de ensino. Pois de nada adiantará ser um profissional sem capacidade, não conseguira colocar em prática seu principal objetivo que é desenvolver seu trabalho na construção de conhecimento de um indivíduo ou grupo. Buscar uma formação qualificada é de grande benefício para ambas as partes, isto lhe possibilita trabalhar o processo de ensino e aprendizagem de um modo mais eficaz, sendo assim devemos entender que a aprendizagem é um processo contínuo e de suma importância na formação de qualquer profissional.

Segundo Libâneo (2001), em seu livro a “Arte de formar-se”, afirmar que:

Formar-se é tomar em suas mãos seu próprio desenvolvimento e destino num duplo movimento de ampliação de suas qualidades humanas, profissionais, religiosas e de compromisso com a transformação da sociedade em que se vive [...] é participar do processo construtivo da sociedade [...] na obra conjunta, coletiva, de construir um convívio humano e saudável (LIBÂNEO, 2001, pp. 13-14).

Os profissionais do ensino devem trabalhar na construção e do desenvolvimento de uma ação educativa consciente, promovendo ao aluno uma aprendizagem geradora de ideia e discussões, levar suas potencialidades e capacidades de criar situações e resolvê-las, criar um raciocínio crítico, instituindo uma consciência cidadã no indivíduo. Isso só será possível se o profissional for reflexivo e estimulador da formação do mesmo, mediando à construção do conhecimento de seu aluno com seu cotidiano.

Pimenta afirma que:

Quando os alunos chegam ao curso de formação inicial, já tem saberes sobre o que é ser professor. Os saberes de sua experiência de alunos que foram de diferentes professores em toda sua vida escolar. Experiência que lhes possibilita dizer quais foram os bons professores, quais eram bons em conteúdo, mas não em didática, isto é, não sabiam ensinar. Quais professores foram significativos em suas vidas, isto é, contribuíram para sua formação humana. Também sabem sobre o ser professor por meio da experiência socialmente acumulada, as mudanças históricas da profissão, o exercício profissional em diferentes escolas, a não valorização social e financeira dos professores, as dificuldades de estar diante de turmas de crianças e jovens turbulentos, em escolas precárias; sabem um pouco sobre as representações e os estereótipos que a sociedade tem dos professores, através dos meios de comunicação (PIMENTA, 1999, p. 20).

Apenas a formação inicial não será de grande ajuda para o professor a continuação dessa formação será necessária para que o mesmo possa atribuir novos conhecimentos para agregar métodos e técnicas a sua didática. A formação continuada acontece para que o

profissional tenha uma atualização constante para uma reflexão sobre suas práticas pedagógicas. Neste sentido, a formação contínua é uma condição indispensável para o desenvolvimento/aprimoramento das habilidades e saberes adquiridos durante sua formação inicial, mas também uma construção e reconstrução de novos métodos para suas práticas pedagógicas através de novos conhecimentos adquiridos, implicando na alteração da didática, nos conteúdos, nas estratégias, recursos, refletindo positivamente nas relações sociais estabelecidas entre todo o corpo escolar (equipes pedagógicas, docentes e alunos).

Uma grande ferramenta que o professor enquanto educador, pode utilizar é a epistemologia, que trata das condições que se utilizam para desenvolver conhecimentos científicos e os modos empregados para achá-los, ponderando a coerência lógica.

O educador matemático implicitamente utiliza desta ciência do conhecimento ao avaliar seus limites, saberes empíricos, e todo o processo que agregou em sua formação profissional. O intuito desse processo é o docente se autodescobrir como profissional para assim ajudar o estudante a desenvolver o próprio conhecimento.

Segundo Becker:

O conhecimento deve ser pensado sempre em duas direções complementares, como conteúdo e como estrutura, capacidade ou competência. [...] isto é, o ensino cabe ao professor e a aprendizagem cabe ao aluno. Significa que o professor não aprende e o aluno nada tem a ensinar. A partir dessa visão, a aprendizagem perde sua dialeticidade em função da concepção epistemológica docente. (BECKER, 2012)

O autor da citação acima defende suas concepções em analogia a crítica às escolas tradicionais onde “o professor finge que ensina e o aluno finge que aprende”, na sua visão deve ser mudada a concepção epistemológica vigente.

É notável a presença epistemológica dentro do estágio supervisionado e essa noção deve ser trabalhada dentro desta fase pois é nela que será desenvolvido métodos e “reconhecimento do campo de trabalho”, é o momento que futuro professor de fato terá o contato com a carreira que pretende seguir, contudo o mesmo deverá ter conhecimento prévio de que se trata esta fase.

A prática não é uma cópia da teoria e nem esta é um reflexo daquela. A prática é o próprio modo como as coisas vão sendo feitas cujo conteúdo é atravessado por uma teoria. Assim a realidade é um movimento constituído pela prática e pela teoria como momentos de um dever mais amplo, consistindo a prática no momento pelo qual se busca fazer algo, produzir alguma coisa e que a teoria procura conceituar, significar e com isto administrar o campo e o sentido desta atuação. (CNE/CP 28/2001, p. 9).

O estágio é uma das principais fases da formação de futuros professores, o Conselho Nacional de Educação (CNE) defende que deve ser a fase propícia ao uso de teorias, com intuito de modelá-las e aplicá-las da maneira mais coerente dentro da sala, constituindo e dirigindo métodos nestes sentidos.

Principais Pilares para um Professor Qualificado

Para ser um bom profissional qualificado precisa-se de três pilares principais, que são: Formação Profissional, Didática, Relações Afetivas.

- A sua formação é de suma importância, pois é onde o professor se capacita para desenvolver um bom trabalho, e onde ele se prepara tecnicamente e teoricamente, onde o mesmo busca conhecer, se adequar e ter noção se é isso mesmo o que ele procura para seu futuro profissional.
- A didática e os métodos e técnicas como já foi supracitada o meio que irá utilizar para ministrar suas aulas adequando os conteúdos com a necessidade de aprendizagem de seus alunos.
- As relações afetivas são uns dos principais pontos desta formação de um indivíduo qualificado, e onde o profissional deve estar focado, pois não adianta se tornar um profissional sem ter um vínculo com seu aluno, este vínculo deve ser profissional, onde apresentará respeito, amor, carinho e afeto, isso tem uma grande importância no processo de ensino do aluno, e ali que o profissional irá se destacar em ter uma proximidade com seu aluno e buscar se tornar mais que um professor, irá se tornar um educador.

Feracine descreve a visão de Ruben Alves quanto à distinção professor e educador: “Professor é profissão, não é algo que se define por dentro, por amor. Educador, ao contrário, não é profissão; é vocação. E toda uma vocação nasce de um grande amor, de uma grande esperança” (FERACINE 1998, p. 50).

O objetivo desta pesquisa foi mostrar a importância da utilização do senso comum do aluno a seu favor para dar mais dinâmica nas suas aulas e fazer com que o aluno tenha um sentido maior para aprender tal conteúdo, através disto estimular o aluno a buscar um novo pensar crítico, deixando o ensino tradicional para trás e a partir da utilização de novos métodos e técnicas para estimular o desenvolvimento cognitivo do mesmo. E também destacar a importância da formação profissional do professor para um ensino mais adequado e eficaz no processo de ensino e aprendizagem de seu aluno.

Considerações Finais

É diante das necessidades de novos métodos e técnicas que a Engenharia Didática foi desenvolvida para a construção de um novo processo de ensino-aprendizagem, quando

empregada pelo professor em sala de aula se comporta como agente facilitador do processo de aprendizagem.

A partir das análises feitas no estágio e a apresentação no período da disciplina prática de ensino da Matemática I, verificamos a real situação em que a educação se encontra na instituição de estágio onde, observando as apresentações dos seminários em sala de aula, percebemos sugestões para melhoria da educação no ambiente escolar.

Ressaltamos que a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau associada a Engenharia Didática de Artigue, concebida como suporte teórico, e como metodologia, podem contribuir significativamente para a construção de conhecimentos em sala de aula. A utilização de uma sequência didática na aprendizagem, onde a participação do aluno é essencial para confrontar as situações propostas, possibilitando uma evolução de estratégias e potencializando a cognição dos alunos.

Esperamos que o presente trabalho seja de suma importância no âmbito do ensino para uma melhor Educação Matemática e que consiga contribuir para pesquisadores, professores e alunos um pensar sobre novos métodos e técnicas no processo do ensino e aprendizagem, possibilitando que lhes enriqueça o seu pensamento cognitivo, pois essa é sua ferramenta de trabalho mais importante.

Referências

ARTIGUE, M. (1988). **Engenharia Didática**. In: Brun, J. (org.). *Didáticas das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, Cap. 4, p. 193-217.

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

AUSUBEL, D. P. **Teorias da Aprendizagem**. Cap. 10, p. 151-165. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, EPU, 1999.

BROUSSEAU, G. **A Teoria das Situações Didáticas e a Formação do Professor**. Palestra. São Paulo: PUC, 2006. _____. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996a. Cap. 1. p. 35-113.

BROUSSEAU, Guy. **O não dito é essencial**. Revista Nova Escola. Edição 264, 2013.

BROUSSEAU, Guy **Didática da Matemática – DVDs**- Guy Brousseau e **Jogos para Ampliar o repertório de cálculos conhecidos**, Atta Mídia e Educação, 2009.

BROUSSEAU, G. **Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática**. In: BRUN, J. *Didáctica das Matemáticas*. Delachaux ET Niestlé, S. A., 1996.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas**: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

LIBÂNEO, José C. **A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender**: a teoria histórico-cultural da atividade e a contribuição de Vasili Davydov. In: Revista Brasileira de Educação, Rio de Janeiro, n. 27, 2004.

LIBÂNEO, José C. **Didática e epistemologia**: para além do embate entre a didática e as didáticas específicas. In: VEIGA, Ilma P. A. e d'Ávila, Cristina (orgs.). Profissão docente: novos sentidos, novas perspectivas. Campinas: Papirus Editora, 2008).

MOREIRA, A. M. **Teorias de Aprendizagem**. EPU: São Paulo, 1999. 151-165p.

NÓVOA, A. **Para o estudo sócio-histórico da gênese e desenvolvimento da profissão docente**. Teoria & Educação. 1991 n. 4, p.109-139.

POMMER, W. M. **A Engenharia Didática em sala de aula**: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares, 2013.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

Conselho Nacional de Educação. **Dá nova redação ao Parecer CNE/CP21/2001**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/apresentacao>. Acesso em 20 de outubro 2017

BECKER, Fernando; PATARO, R. F. **Discussões sobre a epistemologia do trabalho docente** – Fernando Becker. Revista Educação e Linguagens, v. 01, p. 09-22, 2012.



ESTRATÉGIAS PARA SUPERAÇÕES DE ALUNOS EM RESOLUÇÕES DE EXERCÍCIOS COM NÚMEROS INTEIROS

Jéssica dos Santos Gama
Acadêmica de Graduação Licenciatura Plena em Matemática
jessicacagamas@gmail.com
(UFPA/CUNCAST)

Deise Ramos do Nascimento
Acadêmica de Graduação Licenciatura Plena em Matemática
dramosdonascimento@yahoo.com.br
(UFPA/CUNCAST)

Maria Eliana Soares
MSc. em Docência em Ciências e Matemáticas – IEMCI/UFPA
Professora de magistério superior no Curso de Matemática da UFPA – Campus Castanhal. Coordenadora do Projeto de extensão “Ensino – aprendizagem: rompendo velhos paradigmas em busca de novos saberes”
marianaile2011@hotmail.com
(UFPA/CUNCAST)

RESUMO

Neste trabalho foi realizado um relato de experiência das voluntárias do projeto de Extensão: “Ensino – Aprendizagem Matemática: rompendo velhos paradigmas em busca de novos saberes”, que visa melhorar a aprendizagem da aritmética, da álgebra e da geometria, a partir das tendências da educação matemática, em parceria com a proposta pedagógica da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Maria Pia dos Santos Amaral, localizada na cidade de Castanhal-PA, que desenvolve o projeto “Ócio produtivo”. Por intermédio de diagnósticos realizados nas turmas do sétimo ano, conseguimos identificar limitações em relação as operações de adição e subtração dos números inteiros, tendo em vista, que o entendimento desses conceitos são de suma importância para resolver questões que envolvem conteúdos que ainda serão estudados, nos próximos anos do ensino fundamental, visto que a aprendizagem desse assunto se dava de forma mecânica, logo buscamos contextualizar o conteúdo ao cotidiano dos alunos, além disso, fizemos uso do material manipulativo para nos auxiliar no processo de aprendizagem, proporcionando um aprendizado significativo, tornando as aulas mais atrativas e prazerosas e assim contribuindo de forma eficaz.

Palavras-Chave: Sétimo Ano. Limitações. Números Inteiros.

Introdução

Pesquisas como a de Neto (2010); Salgado (2011); Souza et. al (2014), desenvolvidas em programa de pós-graduação em diferentes regiões brasileiras têm deixado visíveis as dificuldades apresentadas por estudantes do segundo seguimento do ensino fundamental nas aulas de matemática com relação a números inteiros, podendo ocorrer devido a vários fatores, dentre estes a metodologia utilizada pelos professores.

Diante disso, a Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Maria Pia dos Santos Amaral, a partir de uma parceria com Universidades e Faculdades públicas e privadas de Castanhal/PA organizou um projeto intitulado “Ócio Produtivo”, que visa amenizar as dificuldades detectadas nos alunos durante as disciplinas curriculares, cujo objetivo principal é preencher os horários vagos, com aulas prazerosas, dinâmicas e atividades contextualizadas com o cotidiano, buscando assim atrair o interesse dos alunos.

Para tanto, por meio de uma parceria, o projeto de Extensão “Ensino – aprendizagem: rompendo velhos paradigmas em busca de novos saberes”, da Universidade Federal do Pará, da Faculdade de Matemática, do Campus Universitario de Castanhal, que tem como finalidade aproximar teoria e prática por meio de atividades de intervenção a partir das tendências matemáticas, delinea suas ações na perspectiva de contribuir para a melhoria do ensino-aprendizagem matemática na referida escola.

Como estudantes de Licenciatura em Matemática, voluntárias e multiplicadoras do referido projeto de extensão, a partir do diagnóstico inicial, surpresas com várias percepções no que tange a aprendizagem dos estudantes, despertamos uma curiosidade: o que fazer para amenizar as dificuldades de aprendizagem de estudantes do sétimo ano com números inteiros?

Assim, partindo de pesquisas, estudos bibliográficos e planejamento, desenvolvemos a proposta “Alternativas didáticas: estratégias para superações de alunos em resoluções de exercícios com números inteiros”, objetivando amenizar as dificuldades de alunos do sétimo ano, com operações envolvendo os números inteiros, sendo uma no turno matutino e outra no vespertino.

A expectativa com a proposta é contribuir para a aprendizagem dos referidos alunos, e ao mesmo tempo relacionar teoria e prática na nossa formação.

Material e Métodos

Delineamos os passos desta proposta educativa caracterizando-a uma pesquisa-ação, que conforme Thiollent (1985) apud Severino (2002), consiste num tipo de pesquisa que tem base empírica e estreita uma ação coletiva para a resolução de um problema, na qual tanto pesquisadores quanto participantes envolvem-se cooperativamente (SEVERINO, 2002, p. 55), considerando o contato com a professora das duas turmas do sétimo ano matutino e vespertino, que comentou sobre as dificuldades dos alunos e ao mesmo tempo a experiência vivida com eles.

Seguindo a característica investigativa e as quatro etapas da pesquisa-ação (BALDISSERA, 2001), elaboramos um referencial teórico, selecionamos a turma, interagimos com os estudantes e aplicamos questionário investigativo, e recolhemos informações a partir da aplicação de atividades alternativas sobre números inteiros.

Ao aplicarmos o questionário para conhecer o perfil dos alunos e diagnosticar as possíveis dificuldades enfrentadas por eles nas aulas de matemática visamos obter respostas que constituíssem dados científicos para o projeto de extensão.

Partindo do olhar inicial, ao começarmos a desenvolver as atividades em sala de aula, conseguimos perceber várias dificuldades, mas uma delas nos chamou bastante atenção, os alunos não conseguiam operar com os números inteiros.

Essa problemática, nos serviu de motivação para a realização deste trabalho, para o qual buscamos melhorar o entendimento dos alunos sobre o tema proposto.

Conforme Neto (2010) apud Teixeira (1992) existem seis obstáculos para a compreensão dos números inteiros, sequencialmente, a inaptidão para quantidades isoladas; as dificuldades em dar sentido para quantidades negativas; as dificuldades em unificar na reta numérica quantidades positivas e negativas; a ambiguidade do zero absoluto e de origem; a dificuldade de absorver "conceito" numérico; e a atribuição de um modelo aditivo para o campo multiplicativo (NETO, 2010, p. 17).

Seguindo esses passos percebemos que a maioria não conseguiam utilizar os jogos de sinais de forma correta, enfatizando a adição e a subtração dos números inteiros. Ressaltamos que o método tradicional, utilizado por muitos professores, de repetição de exercícios e tentativas de fazer que os alunos decorem as regras que são usadas nessas operações ainda é muito comum e não ajuda na aprendizagem. Isso porque, “A aprendizagem entendida como construção de conhecimento pressupõe entender tanto sua dimensão como produto quanto sua dimensão como processo, isto é, o caminho pelo qual os alunos elaboram pessoalmente os

conhecimentos” (NETO, 2010, p, 25), daí a necessidade que professores e alunos descubram juntos o conhecimento.

Com a uma prática docente repetitiva e sem criatividade, os alunos acabam se confundido, gerando assim até certo desinteresse nos mesmos, ficando desmotivados por não conseguirem resolver os exercícios, eis a necessidade do professor criar estratégias que auxiliem os estudantes a superar os obstáculos epistemológicos na busca dos conhecimentos matemáticos (SOUZA ET AL, 2014).

Desse modo, sabendo da importância que os números inteiros têm para a compreensão de assuntos futuros, e reconhecendo que é imprescindível revisar assuntos básicos da matemática, devido as lacunas que os alunos vão adquirindo no decorrer da vida escolar, não consideramos perca de tempo atrasando o plano de aula que já teria sido preparado, o importante é a compreensão de conceitos mais avançados da matemática.

Iniciamos com o estudo do surgimento dos números inteiros, utilizando esse conceito, relacionando com vivências, experiências cotidianas dos alunos, a fim de que o assunto em questão esteja presente no contexto dos estudantes.

Primeira alternativa: *Discutindo crédito e débito*

Partindo do princípio de que os números naturais surgiram com a ideia de comércio, utilizamos a metodologia considerando a explicação de lucros com o valores positivos e prejuízos com o sentido de dívidas para os os valores negativos.

A utilização desse método, acontece da seguinte maneira, percebendo que ao tentar explicar a eles, as técnicas para as resoluções das questões, só os confundiam, pois ao expressarmos que “Sinais diferentes subtrai e conserva o sinal do número maior”, como dizem os livros didáticos, torna-se complexa. Passamos então a utilizar situações do cotidiano para melhor assimilação desse conteúdo, fazendo com que a aprendizagem que se dava de forma mecânica, viesse a acontecer de forma significativa para os alunos.

Começamos a pensar no sinal mais “+” como lucro, e menos “-” como uma dívida, a partir dessa definição, ao explicar operações simples como: $-17-10$, trocando a metodologia tradicional, por uma explicação que envolva a realidade dos alunos, fazendo a situação ser algo comum a eles, de modo a facilitar a aprendizagem.

Exemplo:

- *Se você vai ao mercado próximo de sua casa, onde a sua mãe costuma comprar a prazo, e compra hoje R\$ 17, 00 de alimentos, no outro dia você volta lá e compra*

mais R\$ 10, 00 de outras coisas, quando sua mãe for pagar, de quanto será essa dívida?

A priori a ideia é somativa, mas, pensando nos 17 reais como dívida, dar-se a notação (-17), e como os outros 10 também são uma dívida, ficará (-10), no final quando você for pagar o dono do mercado, vai somar os valores para obter o valor final, nesse caso 27 reais e como ainda será uma dívida, o resultado será (-27).

Esses exemplos simples, já desenvolvidos em outras realidades contribuíram significativamente para aprendizagem daqueles alunos, que com o tempo começaram a compreender e com esse pensamento, conseguiram resolver os exercícios propostos, mesmo que não fossem contextualizados como os exemplos acima.

Segunda alternativa: *Círculo dos Inteiros*

Associando a essa nova visão para resolver as questões de adição e subtração dos números inteiros, é de suma importância atividades lúdicas para contribuir com a aprendizagem dos alunos, tomando como instrumento metodológico o material manipulativo, que na visão de Caldeira (2009, p.233) define:

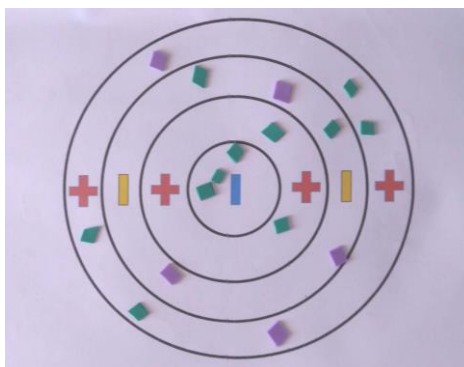
O material manipulativo, através de diferentes atividades, constitui um instrumento para o desenvolvimento da matemática, que permite ao indivíduo realizar aprendizagens diversas. “O princípio básico” referente ao uso de materiais, consiste em manipular objetos e “extrair” conceitos matemáticos. Os materiais manipulativos devem apresentar explicitamente e concretamente ideias matemáticas que são abstratas.

Assim percebe-se a importância deste aparato dentro das aulas de matemática, pois quando os alunos interagem com os jogos, eles aprendem regras, a linguagem presente e o mais importante, não joga apenas com um objetivo de competir, mas partindo do prazer da diversão, adquire conhecimento e desenvolve habilidades. Dessa forma, planejamos a utilização do material, para proporcionar aos alunos satisfação em compreender o conteúdo de números inteiros.

Adotamos como instrumento de ensino intitulado *Círculo dos Inteiros*, constituído de um círculo grande dividido em quatro partes menores identificados com sinais positivo e negativo, conforme mostra figura 1, que a partir da manipulação dos círculos utilizando sementes, tampinhas, ou fragmentos de EVA, os alunos identificam e calculam valores positivos e negativos de acordo com o movimento.

O referido material manipulativo tem como objetivo auxiliar o aluno na resolução de expressões algébricas que necessitem do uso das propriedades dos números inteiros, com ênfase a adição e a subtração, uma vez que a sua praticidade é essencial na compreensão do cotidiano em estudo.

Figura 1: Jogo Círculo dos Inteiros



Fonte: Material produzido pelas pesquisadoras voluntárias.

Uma das grandes vantagens de se utilizar o círculo algébrico é devido a sua simplicidade e facilidade do manuseio. A utilização desta ferramenta visa contribuir na fixação de tal conteúdo matemático.

De início entregamos aos alunos uma lista de questões para avaliar o grau de conhecimento das turmas, e em seguida aplicamos o jogo. Observamos que não conseguiram criar e resolver operações com o uso deste aparato, mas após várias realizações da atividade a turma demonstrou um avanço considerável tratando-se de operações como $-10-5$; $-16+8$. Logo, o instrumento de ensino foi eficaz para amenizar tais dificuldades apresentadas no início da experiência.

Considerações finais

Compreendemos que o principal objetivo deste trabalho que foi compartilhar as superações que os alunos tiveram com relação as operações com números inteiros, por intermédio das propostas de intervenção realizadas foi alcançado, visto que, as limitações que eles possuíam afetariam o seu desempenho na sala de aula no decorrer do ano letivo. Até o momento, algumas metas já foram alcançadas, como ampliar a visão dos alunos em relação as

aulas de matemática, motivar os alunos utilizando novas metodologias a partir de aulas mais dinâmicas.

Os resultados apontam que já conseguimos amenizar algumas das dificuldades que encontramos no decorrer da nossa experiência, no entanto, temos em vista, que ainda são grandes os desafios a serem enfrentados nesta jornada no ensino da matemática, sempre buscando romper os paradigmas, adotando metodologias que despertem cada vez mais o interesse e motivem os alunos.

Essa caminhada de inovação trouxe resultados significativos em relação a aprendizagem dos mesmos, os objetivos foram alcançados e os métodos utilizados durante as aulas facilitaram o aprendizado. Essas experiências contribuem imensamente para nossa formação, ampliando nosso olhar sobre a docência.

O contato com alunos durante a graduação nos permite conviver com as dificuldades que enfrentaremos na vida profissional e faz-nos pensar em alternativas satisfatórias para contribuir com o aprendizado dos alunos. Essas iniciativas inovadoras são importantes para o processo de ensino-aprendizagem, e nos incentivam a prosseguir na busca de novos saberes. A finalidade é progredir como futuros docentes, contribuindo para um ensino de qualidade e significativo.

Referências

BALDISSERA, A. Pesquisa-ação: uma metodologia do “conhecer” e do “agir” coletivo. **Sociedade em debate**, Pelotas, 7(2):5-25, agosto/2001. Disponível em <http://revistas.ucpel.edu.br/index.php/rsd/article/viewFile/570/510> Acesso em 23 de setembro de 2017.

CALDEIRA, Mariana Filamina, Thomas Henrique. **A importância dos materiais para uma aprendizagem significativa na matemática** 826f. Tese de Doutorado. Universidade de Málaga, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. - São Paulo: Atlas, 2002.

NETO, F.T.R. **Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado Profissional no Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará). Fortaleza, 2010. Disponível em http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/1440/1/2010_dis_ftrneto.pdf Acesso em 22/09/2017.

SALGADO, R. C. S. **O ensino de números inteiros por meio de atividades com calculadora e jogos**. Belém, 2011. Dissertação (Mestrado em Educação no Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Estado do Pará). Disponível em

<file:///C:/Users/Usuario/Downloads/ROSANGELA%20CRUZ%20DA%20S.%20SALGADO.pdf>. Acesso em 22 de setembro de 2017.

SOUZA, J.T.S.S.; ALVARENGA, A.M.A.; SILVEIRA, D.S.S. **Obstáculos Epistemológicos com Números Inteiros Negativos de Estudantes de 7º Ano do Ensino Fundamental**. Universidade Federal do Pampa/ Campus Caçapava do Sul, 2014. Disponível em <http://cursos.unipampa.edu.br/cursos/cienciasexatas/files/2014/06/Joana-Tatsch1.pdf> Acesso em 22 de setembro de 2017.



ESTUDOS DIAGNÓSTICOS SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA DEFICIENTES VISUAIS PUBLICADOS NO ENEM

Sandy da Conceição Dias

Universidade do Estado do Pará

sandydias_13@yahoo.com.br

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-graduação em Educação (PPGED) da Universidade do Estado do Pará (UEPA), que teve por objetivo analisar os artigos que buscaram diagnosticar o ensino de matemática para alunos com deficiência visual que foram publicados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) no período de 1987 a 2016. Diante disso, encontramos um total de oito trabalhos publicados nessa vertente. Os resultados destes estudos revelam que: muitos professores não estão qualificados para trabalharem com alunos deficientes visuais; estes alunos não estão participando ativamente do processo de ensino e aprendizagem; não existem muitos materiais e recursos adaptados para este tipo de ensino, além do fato de que ainda são poucos os trabalhos desenvolvidos nesta vertente, já que no período analisado, de 29 anos, somente oito estudos foram encontrados, com isso, destacamos a importância da elaboração de mais pesquisas que contemplem esta temática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Matemática. Deficientes Visuais.

Introdução

Nos últimos anos, no que se refere ao processo de inclusão de pessoas com necessidades educacionais especiais, a sociedade, assim como as leis passaram por modificações, principalmente no que diz respeito à inclusão em turmas regulares de ensino, pois de acordo Fávero (2013, p.25) os alunos com deficiência têm o direito de estar na mesma escola e sala de aula que todos frequentam, de tal maneira que nenhuma pessoa fique a margem do desenvolvimento de sua geração.

Nesse novo modelo educacional, de acordo com Teixeira e Nunes (2014) a educação inclusiva deve atender todos os alunos, e o currículo ser aberto às diferenças, de tal maneira

que garanta aos alunos à construção de conhecimentos e valores. Para garantir tal modelo educacional, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional assegura aos alunos deficientes a oferta da Educação Escolar e que esta deve ser feita preferencialmente nas escolas regulares de ensino e devem ser assegurados a esses educandos técnicas e recursos específicos para atender as suas necessidades. No que diz respeito à inclusão Mantoan (2005 *apud* CEOLIN *et al*, 2009, p.1) que nos diz que:

É a nossa capacidade de entender e reconhecer o outro e, assim, ter o privilégio de conviver e compartilhar com pessoas diferentes de nós. A educação inclusiva acolhe todas as pessoas, sem exceção. É para o estudante com deficiência física, para os que têm comprometimento mental, para os superdotados, para todas as minorias e para a criança que é discriminada por qualquer outro motivo.

Deste modo, a inserção de alunos com deficiência nas escolas regulares se faz importante para construirmos uma sociedade sem preconceitos, já que a escola é um reflexo da mesma, portanto, como afirma Flesch (2003) quanto maior for à diversidade, maior será a nossa capacidade de crescer enquanto seres humanos e de criarmos novas formas de ver o mundo, apoiando uns aos outros. O interesse pelo tema surgiu ainda na graduação em Licenciatura em Matemática, a qual não proporcionava muitas oportunidades de aprender sobre as questões ligadas a inclusão de alunos com necessidades especiais, entre eles os deficientes visuais, e as disciplinas que abordavam tal assunto eram trabalhados superficialmente, sem abordar muito sobre questões relacionadas a metodologias, recursos e tecnologias voltadas para o ensino de matemática para esses alunos.

A carência dessas discussões sobre o assunto nos levou optar pelo ensino de matemática voltado para alunos com deficiência visual, pois o ensino de matemática para deficientes visuais têm sido alvo crescente de discussões, já que cada vez mais existe a necessidade de professores capacitados para trabalhar com pessoas com necessidades especiais. Diante do exposto, buscamos fazer um levantamento de trabalhos publicados nos Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática no período de 1987 a 2016 que buscaram diagnosticar o ensino de matemática para alunos com deficiência visual.

Metodologia

A pesquisa utilizou-se da “revisão de estudos” que faz parte da abordagem qualitativa. Pesquisas desta natureza são importantíssimas para o meio acadêmico, pois de acordo com Thomas (2007, *apud* VOSGERAU eROMANOWSKI, 2014) devido à contínua expansão de

pesquisas, suscitam-se da realização de estudos que permitam realizar um levantamento, balanços, mapeamentos, análises críticas, entre outros, sobre os temas e assuntos focalizados, para que então possam ser replicados caso tragam contribuições importantes ou evitados, mostrando as lacunas que existem e que podem estimular a produção de novas pesquisas.

A metodologia adotada na pesquisa constou das seguintes etapas:

- 1- Levantamento: Ocorreu em Outubro de 2016, no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) dos trabalhos publicados de 1987 a 2016 que buscaram diagnosticar o ensino de matemática para alunos com deficiência visual, neste momento, não utilizamos a opção de busca automática, pois não gostaríamos que nenhum artigo passasse despercebido, portanto, analisamos página por página dos anais;
- 2- Seleção: Neste momento, para selecionarmos os trabalhos utilizamos como critério o fato de que deveriam apresentar de forma bem definida e visível: o seu objetivo/ questão de pesquisa; metodologia adotada; técnicas de produção de informações; teorias usadas para fundamentar, caso tivessem e os seus resultados e conclusões, selecionando assim nove trabalhos;
- 3- Estudo: Neste momento, realizamos a leitura detalhada dos mesmos;
- 4- Elaboração dos resumos: Após o estudo dos trabalhos, elaboramos os resumos de cada um deles, destacando os pontos principais da pesquisa.

Com base nessas etapas realizadas, apresentamos a seguir os resumos elaborados de cada trabalho selecionado.

Estudos Diagnósticos publicados no ENEM de 1987 a 2016

Os Estudos Diagnósticos são aqueles que apresentam resultados de estudos que buscaram diagnosticar o ensino de matemática para alunos com deficiência visual. Nesta categoria encontram-se oito artigos, distribuídos abaixo de acordo com a produção por regiões:

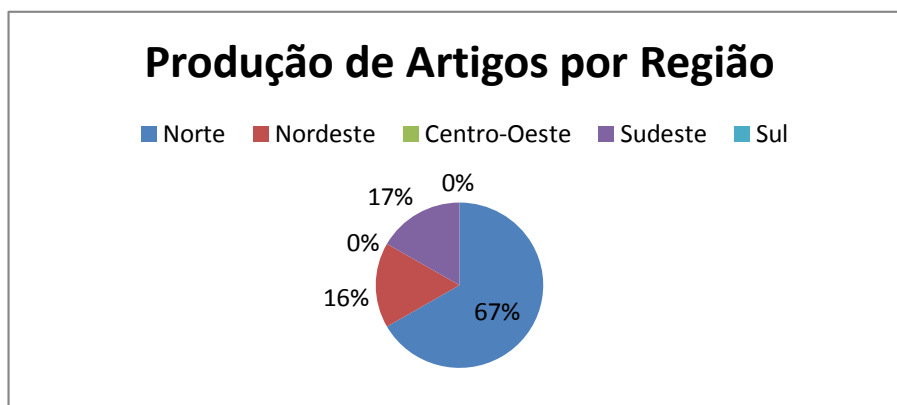


Gráfico 1: Produção de artigos diagnósticos por região
Fonte: Site da Sbem

Com base no gráfico 1, podemos verificar que a região Norte é a que mais produziu dados diagnósticos relacionados ao ensino de matemática para deficientes visuais, o que nos leva a acreditar que a nossa região vem se interessando mais sobre o assunto, buscando saber como tal ensino vem sendo realizado, quais as suas dificuldades, entre outros fatores, enquanto as regiões Centro-Oeste e Sul não possuem nenhum estudo diagnóstico, o que nos causa preocupação, pois tal indício nos leva a acreditar que esta temática talvez não esteja sendo tão debatida quanto deveria. A partir disso, apresentamos a seguir os resumos dos artigos encontrados:

Calore (2007) o estudo foi de caráter etnográfico, o qual ela observou o convívio de alunos cegos em dois ambientes diferentes, com intuito de revelar um caminho para a inclusão cultural dos deficientes visuais com o auxílio da etnomatemática. A pesquisa foi através de observações e registros sobre o Instituto Riopretense dos Cegos Trabalhadores (IRCT), que contava em média com 130 alunos com deficiência visual, e da Escola Estadual Cardeal Leme, que funcionou como um campo complementar, onde uma professora de matemática desenvolvia atividades com três alunos deficientes visuais pertencentes a 8ª série de uma sala regular, ambos localizados no município de São José do Rio Preto.

Durante as observações, a autora verificou na escola algumas possibilidades pedagógicas que não utilizavam apenas o sentido da visão e da escrita convencional, mas que trabalhava a questão do tato e outros recursos disponíveis para a exploração da oralidade e da audição. Observou também que como recursos para registrar o conteúdo que era exposto em na sala regular os alunos cegos utilizavam de folhas sulfites e das suas máquinas de Braille. Com as observações, segundo a autora foi possível analisar as interações sociais que acontecem entre os indivíduos que enxergam e aqueles que não podem ver.

Calore (2007) em seu estudo retrata a importância desse tipo de pesquisa como uma maneira de ajudar na superação de preconceitos contra as pessoas cegas e que um dos caminhos de se combater essa situação é através da etnomatemática. Enfim, ao término de seu estudo, ela alerta para a necessidade de se incluir a cultura não visual em todos os ambientes sociais, para que ela possa ter a mesma visibilidade de tantas outras culturas, pois, conforme ela é preciso uma inclusão cultural incondicional.

No estudo de Costa *et al* (2010) o objetivo foi realizar um levantamento de quais conteúdos de matemática da 5ª série do ensino fundamental são considerados mais difíceis de serem aprendidos por alunos cegos. Para isso, realizaram uma consulta por meio da aplicação de um formulário, o qual foi aplicado a 100 professores de matemática, com e sem experiência no ensino de matemática para cegos, de 20 escolas do ensino fundamental e médio de Belém do Pará. A metodologia utilizada buscou seguir uma abordagem quantitativa somada a aspectos qualitativos.

Após a aplicação do formulário, os autores observaram que de acordo com os professores com experiência os conteúdos mais difíceis dos alunos cegos aprenderem foram: adição e subtração de frações com denominadores diferentes; problemas em que se conhece uma parte e se deseja conhecer outra parte ou deseja conhecer o todo; multiplicação e divisão de números decimais; expressões numéricas; fatoração em números primos; figuras geométricas, entre outros. Os conteúdos listados pelos professores sem experiência com alunos cegos foram quase que idênticos aos listados acima.

Com o término do estudo, Costa *et al* (2010) constataram que havia um consenso entre os professores com ou sem experiência em relação a alguns assuntos de matemática da 5ª série como sendo os mais difíceis para os alunos cegos aprenderem e a partir deste dado, os autores destacam que um novo estudo poderia ser realizado em cima dessas informações afim de que se elaborem metodologias e materiais para o ensino de matemática nesta série para alunos cegos e assim auxiliar os professores em sala de aula.

Oliveira (2010) teve como objetivo identificar a metodologia adotada para o ensino e a aprendizagem da matemática com alunos com necessidades educacionais visuais. Para tal buscou responder as seguintes questões: “Como é trabalhada a matemática com alunos com necessidades educacionais visuais? E qual o nível de desempenho da aprendizagem destes sujeitos?”. A metodologia adotada foi qualitativa tendo como foco o estudo de caso do tipo etnográfico, no que se refere às técnicas, a autora se utilizou da observação participante, de

entrevistas e da análise de documentos, mais especificamente, o projeto- político- pedagógico da escola.

Os sujeitos participantes da pesquisa foram cinco, sendo dois deles alunos com deficiência visual, duas professoras itinerantes e uma professora de matemática do ensino regular. O estudo aconteceu em uma escola estadual da cidade de Caruaru no município do Agreste de Pernambuco. A partir das observações a autora verificou que os alunos com necessidades educativas visuais têm as aulas de matemática no ensino regular apenas como ouvintes, não usam material especializado, as aulas são curtas, o que gera alguns imprevistos já que eles precisam de um tempo maior para fazer as suas atividades e do uso de materiais específicos.

Outro fator observado foi que nas aulas regulares não havia um acompanhamento especializado, o que faz com que a tentativa de inclusão se torne uma prática de integração. Em relação ao nível de desempenho desses alunos a autora notou que isso depende diretamente das oportunidades de aprendizagem que são criadas. Já no núcleo, em um horário diferente das aulas, os alunos com necessidades educativas visuais tiveram acesso a alguns materiais como: o soroban, os sólidos geométricos, a calculadora sonora e programas computacionais voltados para eles. Por fim, ao concluir seu estudo Oliveira (2010) concluiu que materiais didáticos especializados, o corpo docente com a devida formação e um ambiente adaptado são fundamentais para a ampliação do conhecimento desses sujeitos, tendo um contato direto com o conteúdo que em outro momento foi trabalhado na sala de aula do ensino regular.

No estudo de Uliana (2013) o objetivo foi analisar o movimento da educação inclusiva nas escolas rondonienses e diagnosticar como estava acontecendo o processo de ensino e aprendizagem de matemática para os estudantes cegos do Estado. Como metodologia a autora utilizou a pesquisa qualitativa com depoimentos orais temáticos, no caso, uma modalidade da História Oral. Os sujeitos participantes da pesquisa foram 3 estudantes cegas de escolas públicas de Rondônia, no qual, uma cursava o ensino fundamental, uma estava no primeiro ano do ensino médio e a outra finalizando o ensino fundamental na Educação de Jovens e Adultos, além delas, participaram também 2 professores de matemática que ministravam aulas para duas delas.

De início a autora realizou um estudo bibliográfico e depois entrevistas semiestruturadas com questões abertas, que foram gravadas em áudio e posteriormente transcritas com os sujeitos citados. Após as análises, Uliana (2013) observou que as alunas

estão inseridas no ensino regular, mas não são dadas as devidas condições para a sua aprendizagem, condições estas que perpassam pelos materiais pedagógicos adaptados, a estrutura da escola, ao currículo que respeite o seu nível e tempo de aprendizagem e professores com a devida preparação para atender as suas peculiaridades, o que os deixa desconfortáveis com a situação de ensinar matemática para esses alunos.

Por fim, Uliana (2013) concluiu que as alunas cegas estavam sendo prejudicadas no processo de aprendizagem de matemática, pois os professores não estavam preparados para atender as suas necessidades educacionais, os livros didáticos não estavam em Braille e assim o acesso delas aos gráficos e figuras matemáticas ficava comprometido pela falta também de materiais pedagógicos adaptados.

Beirigo e Cintra (2016) teve como objetivo apresentar o estado da arte das pesquisas que envolvem a deficiência visual publicadas em todos os anais do Encontro Nacional de Educação Matemática. Como metodologia os autores adotaram a pesquisa qualitativa na modalidade “estado da arte”. O campo de pesquisa constituiu-se do levantamento dos artigos que abordavam a deficiência visual, publicados nas 11 edições do ENEM, encontrando ao todo 38 trabalhos.

Durante o estudo os autores observaram que apenas a partir de 2007 é que surgiram no evento os primeiros trabalhos voltados para essa vertente, sendo a maioria deles para o desenvolvimento de metodologias para o ensino da matemática para alunos com deficiência visual. Conforme, Beirigo e Cintra (2016) o Sudeste e o Nordeste são as regiões brasileiras que mais produziram artigos nessa temática da deficiência visual. Por fim, os autores concluíram que apesar da deficiência visual ter ficado quase 20 anos sem ser abordada num dos mais importantes eventos da área de Educação Matemática, ela vem ganhando repercussão nos eventos acadêmicos, os quais acreditam serem por causa dos avanços da legislação brasileira.

Moraes, Vieira e Santos (2016) o objetivo foi verificar através da utilização do Código Braille se um aluno com deficiência visual iria apropriar-se de estruturas da matemática em matemática comercial a partir de utilização de elementos de sua própria vivência e com isso elevar a sua autoestima. Os autores fizeram um comparativo entre o EJA e uma escola especializada de Belém do Pará, no bairro de Batista Campos em sala de recursos e com atendimento de professor especializado, por meio da descrição da vivência de um aluno com deficiência visual. A abordagem utilizada por eles foi de caráter qualitativo e os procedimentos técnicos baseados na pesquisa-ação.

Ao término do estudo os autores observaram que a escola do EJA não teve estruturas físicas adequadas, não teve equipamentos para a preparação de materiais adequados, a interação era com alunos sem a deficiência visual, o professor não era especializado, os textos em escritos “negro”, ou seja, sem ser em Braille e não tiveram recursos pedagógicos. Já na escola especializada, teve estrutura física compatível com a necessidade do aluno, possuía os equipamentos especializados, os textos eram em Braille, os recursos eram táteis, acessíveis, o professor especializado e o aluno teve interação com outros alunos com deficiência visual.

Portanto, Moraes, Vieira e Santos (2016) concluíram que na escola especializada o aluno em questão melhorou: a autoestima, a confiança no aprendizado, a relação professor-aluno e desenvolveu a escrita Braille. Segundo os autores os recursos pedagógicos auxiliaram na melhora das condições para o aprendizado assim como o bom acolhimento por parte do professor, sendo assim, relataram que não basta apenas o professor estar preparado para trabalhar com alunos com deficiência visual, a escola também precisa estar, seja ela especializada ou regular.

Anjos (2016) teve como objetivo apresentar e analisar o Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa (CMU), a apresentação se tratou da sua definição e história, já a análise tratou de uma notação geométrica (segmento de reta) em relação ao fenômeno da não congruência semântica em Raymond Durval. Como metodologia a autora utilizou a pesquisa qualitativa.

Durante o estudo a autora observou diferenças semióticas na conversão da tinta ao Braille na escrita de expressões algébricas e na notação geométrica. Analisando a escrita em língua natural (tinta) e a escrita em Braille a autora observou o fenômeno da não congruência devido ao descumprimento de dois dos três critérios de congruência, que segundo ela pode interferir na leitura dessas notações, assim como no tempo de resolução de problemas em matemática quando o aluno precisa escrever em Braille devido essa diferença semiótica apresentada na conversão da notação, deixando a leitura mais lenta e cansativa por causa da grande quantidade de símbolos utilizados.

Ao término do estudo Anjos (2016) constatou o fenômeno da não congruência semântica na conversão da tinta ao Braille na escrita da notação geométrica, evidenciando um aumento no número de caracteres durante a conversão, o que acaba influenciando de forma negativa o aprendizado do aluno cego em matemática, pois a leitura e escrita em Braille se tornam mais lentas e cansativas, devido esse aumento nos caracteres. Portanto, a autora diz que cabe ao professor de matemática entender essas dificuldades do aluno cego e oferecer um

tempo maior para a realização das atividades, assim como também alerta para a necessidade de se revisar o Código quanto ao que foi exposto, como quanto a equívocos na simbologia matemática e na forma de apresentação do documento.

O estudo de Uliana e Mól (2016) teve como objetivo investigar como está acontecendo os processos de ensino e de aprendizagem da matemática para estudantes cegos do Ensino Médio no Estado de Rondônia. Para tal, buscaram responder a seguinte questão: “Como tem agido pedagogicamente os professores de estudantes cegos do Ensino Médio matriculados em escolas rondonienses?”. Como metodologia, optaram pela abordagem qualitativa que teve como participantes três estudantes cegos. Os instrumentos para a coleta de dados foram: uma entrevista semiestrutura gravada em áudio, que posteriormente foi transcrito e analisado por meio da técnica de análise de conteúdo.

Uliana e Mól (2016) constataram que os estudantes cegos não estão tendo oportunidades de participarem ativamente do processo de aprendizagem da matemática; os professores não estão preparados para o trabalho pedagógico com esses estudantes e por fim, concluíram que os estudantes cegos estão frequentando as escolas regulares, mas não estão inclusos, ou seja, por mais que se tenha defendido e divulgado as políticas e processos educacionais de inclusão de estudantes com deficiência, ainda existem muitas barreiras a serem vencidas na prática.

Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo realizar uma revisão de estudos dos artigos que buscaram diagnosticar o ensino de matemática para alunos com deficiência visual que foram publicados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) no período de 1987 a 2016, com intuito de observar como esse processo de ensino e aprendizagem vem sendo configurado no Brasil, verificando que encaminhamentos são propostos pelos autores e em que direção às novas pesquisas devem focar para tentar melhorar o atual cenário da educação inclusiva, de maneira especial, em relação à educação de matemática.

Com base nesse levantamento, verificamos que de uma maneira em geral os estudos diagnósticos convergem em alguns pontos, como: o fato de que muitos professores não estão qualificados para trabalharem com alunos com deficiência visual; estes alunos estão ficando à margem do processo de aprendizagem, pois não participam efetivamente das aulas, estão presentes apenas como ouvintes; não existem muitos materiais e recursos pedagógicos

adaptados para o ensino de matemática para deficientes visuais e o tempo disponível para a realização das atividades normalmente são curtos, quando na verdade deveriam ser mais longos por causa do tempo gasto na leitura e escrita em Braille.

Sendo assim, acreditamos que se fazem necessárias ainda muitas mudanças para alcançarmos uma educação de qualidade que seja voltada para todos independente de suas necessidades, logo, entre estas mudanças, estão: melhorar os cursos de formação inicial para que então os futuros professores estejam mais qualificados para trabalhar e incluir estes alunos, no caso os deficientes visuais, nas salas regulares de ensino; elaborar mais recursos e materiais que auxiliam durante o processo de ensino e aprendizagem; usar as tecnologias a favor da educação inclusiva; entre outros. Por fim, em termos gerais defendemos que mais pesquisas sejam realizadas sobre esta temática, pois com este levantamento, foi possível observar que em 29 anos de ENEM somente oito trabalhos atenderam a esta categoria de estudos diagnósticos.

Referências

ANJOS, D. Z. dos. Código matemático unificado: da definição às diferenças semióticas na conversão da tinta ao Braille. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, 2016. **Anais...v. 12**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

BEIRIGO, J. A. C.; CINTRA, V.de P. Estado da arte sobre a deficiência visual nos trabalhos apresentados no Encontro Nacional de Educação Matemática. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, 2016. **Anais...v. 12**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em educação: uma introdução á teoria e aos métodos**. Tradutores: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto - Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL, Ministério da Educação. Lei 9394/96. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial da União**, 23 de dezembro de 1996.

CEOLIN, T. ; MACHADO, A.R. ; NEHRING, C.M. Ensinando Matemática para deficientes visuais: uma possibilidade de inclusão. In: X ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Ijuí: UNIJUI, 2009. **Anais...v.10**. Disponível em: <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/>. Acesso: 24 de Fevereiro de 2017.

CALORE, A. C. de O. A Etnomatemática e a deficiência visual: um caminho para a inclusão cultural. In: IX ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Belo

Horizonte:Universidade de Belo Horizonte, 2007. **Anais...v.9** Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

COSTA, M. I. S. da; SÁ, P. F. de; MELO, M. de L. S.; ARAUJO, S. P. F. Dificuldades do ensino de matemática para cegos segundo a opinião de docentes.In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Ilhéus, BA: Via Litterarum, 2010.**Anais...v.10**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

FLESCHE, S. **A inclusão do portador de deficiência visual no sistema de ensino regular: desafios e perspectivas**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2003. 82 f. (Série Conhecimento. Teses e Dissertações; 21).

FÁVERO, E. A. G. Alunos com deficiência e seu direito à educação: Trata-se de uma educação especial?. In: MANTOAN, M. T. E. (Org.). **O desafio das diferenças nas escolas**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

MORAES, M. E. L. de; VIEIRA, S. de C. A.; SANTOS, F. M. dos. A leitura em Braille: apropriação de matemática para aluno adulto com cegueira adquirida como elevador de autoestima. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, 2016. **Anais...v. 12**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

OLIVEIRA, M. L. de. Os desafios assumidos na educação inclusiva: um estudo de caso sobre o ensino e a aprendizagem na área de matemática.In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Ilhéus, BA: Via Litterarum, 2010. **Anais...v.10**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

TEIXEIRA, J., NUNES, L. **Avaliação inclusiva: a diversidade reconhecida e valorizada**. 2 ed. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2014.

ULIANA, M. R.; MÓL, G. de S. Os processos de ensinar e aprender matemática e o estudante cego: uma análise no estado de Rondônia.In:XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, 2016,a. **Anais...v. 12**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

ULIANA, M. R. A inclusão de alunos cegos nas aulas de matemática das escolas públicas estaduais de Rondônia. In:XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Guarapuava/PR: Sociedade Brasileira de Educação Matemática/Regional Paraná, 2013. **Anais...v. 11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

VOSGERAU, D. S. A. R.; ROMANOWSKI, J. P. Estudos de revisão: implicações conceituais e metodológicas. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v.14, n. 41, p. 165-189, jan./abr. 2014.



ESTUDOS REFERENTES AO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU

Bárbara Hamú Rodrigues

Universidade do Estado do Pará

barbarahamu@hotmail.com

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará

rosejuca@gmail.com

Resumo

Este trabalho faz parte do meu trabalho de conclusão de curso e apresenta um levantamento bibliográfico sobre o ensino de Álgebra, em particular as equações do 1º grau, com objetivo de analisar o que já foi feito sobre o ensino de equações. O mesmo justifica-se pelo baixo desempenho dos alunos do 8º e 9º ano apresentados pelo SISPAE (Sistema Paraense de Avaliação Educacional) em 2015. As análises dos estudos apontaram a importância da álgebra para os alunos e que são diversas as dificuldades encontradas pelos discentes na aprendizagem da álgebra, de modo particular nas equações do 1º grau. Dentre elas, destacamos: os erros na aprendizagem da aritmética, que afetam diretamente a aprendizagem da álgebra, a introdução de letras na matemática, a dificuldade na transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica, a identificação dos símbolos e as dificuldades na interpretação dos problemas algébricos. Além disso, percebemos a importância do professor utilizar diferentes estratégias de ensino já que além de ser um conteúdo abstrato, é um dos primeiros contatos do aluno com a álgebra.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Álgebra. Equação do 1º grau.

1. Introdução

A Matemática é vista pela maior parte dos alunos, como uma disciplina difícil (Schneider, 2013) e por isso, muitos acabam criando uma aversão a ela desde os anos iniciais, acarretando dificuldades no processo de ensino-aprendizagem. Por outro lado, é evidente que a matemática é indispensável e de extrema importância na formação e no cotidiano dos estudantes. Essas dificuldades são observadas em diversos conteúdos matemáticos, entre eles, destacamos a Álgebra, com ênfase a equação do 1º grau.

Diversos estudos no campo da Educação Matemática apontam as dificuldades no ensino-aprendizagem de Álgebra. Tais quais: Lima (2010), Fernandes (2011), Barbeiro (2012), Schneider (2013), Silva (2013), Souza e Canedo (2013), entre outros. Schneider (2013), defende que para existir o conhecimento algébrico, somente as estratégias que competem ao campo da aritmética, tornam-se insuficientes e para que conceitos algébricos posteriores sejam aprendidos, é indispensável que os conceitos algébricos iniciais sejam trabalhados de forma eficiente, pois caso contrário, o déficit no ensino da álgebra pode prolongar-se. Além disso, ressalta que ao lecionar geometria e aritmética, os alunos não apresentavam tanta dificuldade com os conteúdos trabalhados. Entretanto, os mesmos ao se depararem com as letras do estudo da álgebra, apresentaram dificuldade em compreender o conteúdo estudado.

A partir dos estudos desenvolvidos por Souza e Canedo (2013), as autoras puderam concluir que o bloqueio de muitos alunos em álgebra, decorrem das dificuldades que esses discentes possuem em aritmética e que acabam refletindo no ensino da álgebra. Além disso, muitos estudantes não conseguem associar as letras como um número desconhecido cujo objetivo é encontra-lo, ou seja, possuem dificuldades em usar a “incógnita” e a “variável”. Além do mais, apresentam dificuldades em associar a letra como representação de um ou vários números e passar da linguagem natural para a linguagem algébrica.

De acordo com a Base Comum Curricular – BNCC (2016), a álgebra tem a finalidade de desenvolver o pensamento algébrico e assim, os alunos terão suporte para a utilização de modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas, além de ser importante nas estruturas matemáticas que utilizam símbolos e letras. Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (1998), indicam que a álgebra é de grande importância para os alunos, pois através dela os mesmos terão a possibilidade de desenvolver sua capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar que os discentes aumentem sua capacidade de resolver problemas.

Para Silva (2013), a álgebra é uma aritmética simbólica na qual as letras representam resultados numérico, pois nesse processo as incógnitas são sobrepostas aos números. Sendo assim, são trabalhados os conceitos algébricos para que a relação entre letras e números aconteçam. O autor ainda ressalta que os estudantes acreditam que a aprendizagem da álgebra é desnecessária já que está ligada a letras. Nesse sentido, este trabalho apresenta um

levantamento bibliográfico sobre o ensino de Álgebra, em particular as equações do 1º grau, com objetivo de analisar o que já foi realizado sobre o ensino de equações.

2. METODOLOGIA DE PESQUISA

A pesquisa desenvolvida é do tipo bibliográfica, pois segundo Gil (2002) a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, principalmente livros e artigos científicos, permitindo ao pesquisador uma série maior de fenômenos a serem analisados. Para isso, foi realizado um levantamento bibliográfico de seis estudos no campo da Educação Matemática envolvendo o ensino da Álgebra, com o objetivo de identificar quais são as maiores dificuldades dos alunos do ensino fundamental quanto a Álgebra, em particular com as equações do 1º grau.

3. OS ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU

Apresentamos alguns estudos referentes ao ensino de equação do 1º grau, tais quais Lima (2010), Fernandes (2011), Barbeiro (2012), Sperafico e Golbert (2012), Santos, Passos e Mendes (2013) e Damasceno, Costa e Freitas (2016). O quadro 1 apresenta os estudos revisados.

QUADRO 1
Estudos Revisados

TÍTULO	AUTOR	ANO	OBJETIVO DO TRABALHO
Erros no processo de resolução de equações do 1º grau	Lima	2010	Levantar, identificar, categorizar e analisar os procedimentos e erros que os alunos de um curso pós-médio de uma instituição federal de ensino, cometiam ao resolver equações do primeiro grau.
Estratégias e erros na resolução e simplificação de	Fernandes	2011	Perceber como o ensino das equações ajuda no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos

equações do 1º grau.			de uma turma de 7º ano do ensino fundamental, particularmente no que concerne a simplificação de equações de primeiro grau, nas estratégias que usam e nos erros e dificuldades que apresentam.
A aprendizagem das equações do 1º grau a uma incógnita: Uma análise dos erros e das dificuldades de alunos do 7º ano de escolaridade.	Barbeiro	2012	Analisar os erros e dificuldades dos alunos do 7º ano na resolução de equações do 1º grau a uma incógnita, com ênfase na resolução de problemas que envolvem equação.
Análise de erros na resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau	Sperafico e Golbert	2012	Verificar as dificuldades que esses alunos possuem ao resolverem problemas de equações do 1º grau e quais as possíveis causas que os levam ao erro.
Análise de erros no ensino da equação do primeiro grau com uma variável para o sétimo ano do ensino fundamental.	Santos, Passos e Mendes	2013	Apontar uma nova forma de tratar os erros dos alunos para auxiliar na busca de recursos didáticos, estratégias e metodologias de ensino que estejam voltadas para o modo de pensar e fazer dos estudantes, trabalhando assim com a análise de erros e tendo como foco as Equações do 1º grau.

Equação do 1º grau: uma revisão teórica acerca de seus significados	Damasceno, Costa e Freitas.	2016	Expor a visão de alguns autores sobre a definição de equação e a função da mesma no ensino da Álgebra, bem como as estratégias utilizadas para o seu ensino

O estudo de Lima (2010), teve como objetivo levantar, identificar, categorizar e analisar os procedimentos e erros que os alunos de um curso pós-médio de uma instituição federal de ensino, cometiam na resolução de equações do 1º grau. O autor utilizou para a coleta de dados instrumentos, como questionários, atividades nas quais os alunos tinham que resolver-las, e a observação em sala de aula. Quanto a aplicação dos instrumentos de pesquisa, no primeiro dia foi aplicado um questionário aos discentes para fazer a análise do perfil dos mesmos e no segundo dia, foram entregues sete equações do 1º grau para que os estudantes resolvessem e dessa forma, o pesquisador pudesse analisar os erros cometidos.

Lima (2010), ao aplicar as equações aos alunos, verificou a existência de erros, classificando-os como: erros quanto aos resultados da soma algébrica, erros quanto a aplicação dos princípios aditivos e multiplicativos, erros quanto a resultados indeterminados ou impossíveis de uma equação, erros quanto ao desenvolvimento de soluções de equações que apresentam coeficientes fracionários, erros quanto à ordem das operações a serem efetuadas, erros quanto à aplicação da propriedade distributiva e erros quanto à transcrição de dados da questão. Dessa forma, observou que as maiores dificuldades dos alunos estavam relacionadas aos resultados indeterminados ou impossíveis de uma equação e as equações com coeficientes fracionários.

O estudo de Fernandes (2011), teve como objetivo perceber como o ensino das equações ajuda no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos de uma turma de 7º ano do ensino fundamental, particularmente no que concerne a simplificação de equações do 1º grau, nas estratégias que usam e nos erros e dificuldades que apresentam. Para isso, o autor trabalhou com tarefas de cunho exploratório e com problemas sobre equação do 1º grau. Além disso, para a análise dos dados, aplicou um questionário para os alunos, observou as aulas

registrando-as por áudio e acompanhada por um diário de bordo, entrevistou os alunos e analisou suas produções escritas.

Fernandes (2011), desenvolveu cinco tarefas com os alunos participantes de sua pesquisa. A primeira tarefa trabalhou o cálculo mental e introduziu os princípios de equivalência, a segunda tarefa complementou a primeira através de alguns exercícios com a finalidade de descobrir valores desconhecidos. Já a terceira tarefa, tinha como objetivo formalizar a escrita da equação, enquanto a quarta e quinta tarefas apresentou problemas e equações.

Os resultados apontados por Fernandes (2011), mostraram que todos os discentes que participaram da pesquisa, utilizaram durante a resolução das equações do 1º grau, o método de transposição de um membro para o outro, invertendo o sinal. Quanto aos erros cometidos, a maior parte deles foram observados nas estratégias utilizadas na resolução dos problemas propostos. No que concerne a resolução de problemas, o autor destacou que nos problemas mais elaborados, os alunos tendem a recorrer aos raciocínios aritméticos tendo ainda dificuldade com a álgebra.

Barbeiro (2012), realizou um trabalho com a proposta de analisar os erros e dificuldades dos alunos do 7º ano na resolução de equações do 1º grau a uma incógnita, com ênfase na resolução de problemas que envolvem equação. Para isso, a autora elaborou diferentes atividades sobre equação do 1º grau para trabalhar com os discentes da referida turma, distribuindo cinco fichas de trabalho e um mini teste. Nesse sentido, para a coleta de dados Barbeiro (2012), utilizou como instrumentos, a observação sobre as atividades dos alunos no momento de resolução, a recolha documental das fichas de trabalho e dos mini testes e a entrevista com os alunos para compreender de forma mais detalhada quais as estratégias utilizadas pelos mesmos e as dificuldades encontradas.

A partir do trabalho realizado, Barbeiro (2012) percebeu que os alunos possuem muitas dificuldades ao resolverem equações e simplificarem expressões algébricas. Os erros mais comuns cometidos pelos discentes, foram observados ao terem que adicionar termos não semelhantes, na aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, na transposição de termos de um membro para o outro e ao calcularem operações aritmética e algébrica.

Além disso, a autora pôde perceber que as dificuldades dos alunos estão presentes também na resolução de problemas que envolvem equações do 1º grau. Este fato, de acordo com Barbeiro (2012), acontece pela dificuldade na interpretação do enunciado, principalmente pela falta de compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos, que são necessários para a tradução da linguagem natural para a linguagem algébrica, o que dificulta que os alunos escrevam a equação que traduz simbolicamente o problema proposto. A autora destacou também, que os discentes utilizaram representações pictóricas como estratégias, para sanar as dificuldades apresentadas.

Sperafico e Golbert (2012), desenvolveram uma pesquisa com alunos do 7º ano do ensino fundamental de uma escola municipal na região metropolitana de Porto Alegre, com o objetivo de verificar as dificuldades que esses alunos possuem ao resolverem problemas de equações do 1º grau e quais as possíveis causas que os levam ao erro. Para a identificação desses erros, foi proposta uma atividade contendo quatro problemas envolvendo equação do 1º grau.

A partir do trabalho desenvolvido, Sperafico e Golbert (2012) concluíram que a maior parte das dificuldades apresentadas pelos discentes estão presentes na passagem da linguagem escrita para a linguagem algébrica. Outros erros, relacionam-se com a transposição da incógnita e dos termos independentes, nos quais os discentes mostraram dificuldade em compreender o método de resolução no qual em um momento aplicavam a operação inversa e em outro conservava a operação original.

Além disso, segundo Sperafico e Golbert (2012), outras dificuldades estavam relacionadas com as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), trabalhadas durante o ensino da aritmética nos anos anteriores. As autoras, destacaram também, os erros cometidos com o sinal de igualdade, pois os alunos mostraram não o compreender como uma equivalência, preocupando as autoras, que defendem a compreensão de equivalência como um fator muito importante para entender as equações.

Santos, Passos e Mendes (2013), produziram um trabalho em uma escola pública de Uberlândia, com discentes do 7º ano do ensino fundamental, tendo como finalidade apontar uma nova forma de tratar os erros dos alunos para auxiliar na busca de recursos didáticos, estratégias e metodologias de ensino que estejam voltadas para o modo de pensar e fazer dos estudantes, trabalhando assim com a análise de erros e tendo como foco as Equações do 1º grau.

Para a realização do trabalho, Santos, Passos e Mendes (2013) iniciaram com um questionário para os alunos, no qual os mesmos puderam demonstrar a sua visão quanto ao erro e como agiam frente a eles. Em seguida, os autores mostraram o conteúdo de álgebra e o conceito de equações e seus elementos. Foram também, entregues aos alunos, fichas de exercícios contendo o conceito de equação, o reconhecimento de diferentes tipos de equações, a diferença entre uma equação e uma igualdade numérica, a determinação dos termos de uma sentença algébrica e os elementos de uma equação.

A partir do trabalho realizado por Santos, Passos e Mendes (2013), os autores puderam concluir que os discentes apresentaram diversas vezes uma visão negativa quanto ao erro. Com relação as atividades efetuadas pelos discentes, os autores perceberam que a maior parte dos alunos, tiveram êxito ao conceituar uma equação, relacionando-a com uma sentença algébrica, porém, não conseguiram reconhecer uma equação de duas variáveis. Além disso, observaram que todos os estudantes sabiam diferenciar uma igualdade numérica de uma algébrica e determinar os termos ou diferenciar os membros de uma equação. Entretanto, apresentaram dificuldades em indicar os coeficientes lineares e na resolução de problemas.

Damasceno, Costa e Freitas (2016), realizaram um estudo que teve como objetivo expor a visão de alguns autores sobre a definição de equação e a função da mesma no ensino da álgebra, bem como as estratégias utilizadas para o seu ensino. Para isso, as autoras realizaram um levantamento bibliográfico relacionado aos diferentes significados que as equações do 1º grau possuem.

De acordo com as autoras, a álgebra começa a ser trabalhada no 7º ano, com as equações do 1º grau. Diante disso, os alunos mostram bastante dificuldades pois, desde os anos iniciais trabalham apenas com a aritmética, tendo a visão apenas de número dentro da matemática. Logo, a Álgebra se torna um conteúdo difícil pois é o primeiro contato dos alunos com letras e números na disciplina e com isso, os mesmos não conseguem relacionar a incógnita a um número.

Quanto ao ensino de equações, Damasceno, Costa e Freitas (2016) defendem que ao trabalharem com as equações, os alunos utilizam o raciocínio dedutivo e indutivo para encontrar formas de resolver questões propostas deste conteúdo. E por isso, o docente deve saber como trabalhar o pensamento do aluno, já que o mesmo está iniciando o seu contato com a álgebra. Além disso, para as autoras, muitas das dificuldades enfrentadas pelos discentes, são ocasionadas pela forma como o educador trabalha o conteúdo. Logo, o

professor deve utilizar diferentes forma de resolver uma equação, para que assim, os alunos não achem que existe uma única maneira de resolver uma equação.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresenta um levantamento bibliográfico sobre o ensino de álgebra, em particular as equações do 1º grau, com objetivo de analisar o que já foi realizado sobre o ensino de equações.

Percebemos pelas análises dos estudos que a maior parte dos discentes apresentam uma grande dificuldade no que concerne a álgebra, principalmente em relação as equações do 1º grau. Isso decorre também pois, segundo Damasceno e Costa et al (2016), este é um dos primeiros contatos dos alunos com a álgebra. Além disso, os estudos apontam que a maior parte dos discentes ainda não compreendem como transcrever a linguagem natural para a linguagem algébrica e isso, somado as dificuldades de interpretação, acabam ocasionando erros quanto aos problemas envolvendo equações.

Quanto ao erro, percebemos pelas análises dos estudos, que muitos alunos ainda não compreendem o erro como algo positivo durante a sua aprendizagem. Além disso, observamos que muitos alunos ainda estão presos a aritmética ensinada nos anos anteriores, não conseguindo desenvolver seu pensamento algébrico de forma eficaz e, analisamos também que os erros mais frequentes quanto as equações do 1º grau são em relação a equações com frações, com a propriedade distributiva, em indicar os coeficientes lineares e na interpretação do que lhes estava sendo proposto.

Nos estudos analisados, percebemos que as metodologias utilizadas foram tarefas, questionários e mini testes envolvendo equações do 1º grau simples e resolução de problemas, observação do pesquisar em sala de aula através de áudios e diário de bordo, entrevista com os docentes e levantamento bibliográfico sobre estudos envolvendo o ensino de equações do 1º grau.

Os trabalhos analisados foram importantes pois nos mostram onde os alunos mais possuem dificuldades, possibilitando assim que os professores possam trabalhar em cima dessas dificuldades para assim tentar superá-las. Além disso, possibilitaram aos discentes demonstrarem a sua visão sobre a álgebra, a sua maneira de resolução e os pensamentos

utilizados para que chegassem em suas respostas. Entretanto, é válido ressaltar que os pesquisadores poderiam trabalhar com metodologias diferenciadas, como softwares, materiais concretos, jogos, entre outros.

Dessa forma, concluímos que a álgebra é muito importante para o desenvolvimento dos alunos, pois possibilita que os mesmos aumentem sua capacidade de abstração, bem como sua capacidade de desenvolver problemas. Além disso, percebemos que as equações do 1º grau causam muitas dificuldades aos alunos, que demoram a compreender a utilização de letras dentro da matemática e assim, muitos demoram a desenvolver o pensamento algébrico. Portanto, é válido que o professor estimule o pensamento algébrico do aluno além de trabalhar de formas diferenciadas, utilizando diferentes estratégias que possibilitem aos alunos aprenderem as equações de diversas maneiras.

4. Referências

- BARBEIRO, E. **A aprendizagem das equações do 1º grau a uma incógnita: Uma análise dos erros e das dificuldades de alunos do 7º ano de escolaridade.** Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e Secundário. Universidade de Lisboa – Lisboa, 2012.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular-BNCC.** Brasília. MEC, 2016.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental.** Brasília: MEC /SEF, 1998.
- DAMASCENO, V; COSTA, A; FREITAS, T. **Equação do 1º grau: uma revisão teórica acerca de seus significados.** In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.
- FERNANDES, C. **Equações de 1.º grau: estratégias e erros na resolução e simplificação de equações de 1º grau.** Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade de Lisboa. Lisboa, 2011.
- GONÇALVES, J. **Dificuldade dos alunos que iniciam no estudo da álgebra.** Monografia (trabalho de conclusão de curso) – Faculdade de Pará de Minas, Pará de Minas, 2013.
- LIMA, D. **Erros no processo de resolução de equações do 1º grau.** Dissertação (Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática) – Universidade Católica de Minas Gerais. Minas Gerais: Belo Horizonte, 2010.
- SANTOS, A; PASSOS, E; MENDES, M. **Análise de erros no ensino da equação do primeiro grau com uma variável para o sétimo ano do ensino fundamental.** In: VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Ulbra – Rio Grande do Sul, 2013.

SPERAFICO, Y; GOLBERT, C. **Análise de erros na resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau.** In: IX ANPED SUL – Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. Rio Grande do Sul, 2012.

SCHNEIDER, A. **A aprendizagem da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental.** Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal de Santa Catarina. Santa Catarina, 2013.

SILVA, J. **O ensino da álgebra no ensino fundamental: dificuldades e desafios.** Monografia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Campus Medianeira. Medianeira, 2013.

SILVA, Juciane Teixeira; PEREIRA, Djalma Gonçalves; RESENDE, Marilene Ribeiro. **As Necessidades de Estudos sobre o Ensino-Aprendizagem da Álgebra no Ensino Fundamental: Desafios e Perspectivas.** Revista Encontro de Pesquisa em Educação, v. 1, n.1, p. 32-44. Universidade de Uberaba, 2013.

SOUZA, J.D. & CANEDO, S. M. P. **A álgebra e as dificuldades dos alunos.** Trabalho de Conclusão de Curso - Faculdades Integradas do Vale do Ivaí. Ivaiporã: Paraná, 2013.



ETNOMATEMÁTICA E O PROFESSOR REFLEXIVO: A UNIÃO QUE DÁ CERTO

Ethnomathematics and the Reflective Teacher: the Union that Makes Right

JESUS, LUANA MOURA

luanamoura983@gmail.com

TRAVASSOS, PATRICIA VIEIRA

patriciatravassos69@gmail.com

NEVES, SANDRA DO SOCORRO DE MIRANDA

sandrasrneves@yahoo.com.br

RESUMO

Este artigo apresenta a educação matemática e uma de suas vertentes a Etnomatemática tendo como objetivo uma formação mais eficiente e um professor mais preparado para enfrentar as dificuldades encontradas durante o exercício de sua profissão, por isso pensamos na Etnomatemática e o professor reflexivo a união que dá certo. Vários trabalhos e debates já foram realizados sobre a importância do professor reflexivo de matemática e sobre esta tendência citada acima, porém neste artigo apresentaremos a importância de ter os dois como ponto de partida para uma eficiente atuação docente. Não é basicamente um debate de ideias e ideais, mas sim uma reflexão sobre a formação dos futuros professores de matemática e o que poderá ser feito para ajuda-los durante o exercício de sua profissão perante as diversidades de culturas que ele encontrará no ambiente escolar.

PALAVRAS-CHAVES: Etnomatemática. Professor reflexivo. Formação docente.

ABSTRACT

This article presents the mathematical education and one of its aspects to the Ethnomathematics aiming at a more efficient formation and a teacher more prepared to face the difficulties encountered during the exercise of his profession, so we think in the Ethnomathematics and the reflexive teacher the union that gives right. Several papers and debates have already been made on the importance of the reflective mathematics teacher and on this tendency mentioned above but in this article we will present the importance of having both as a starting point for an efficient teaching performance. It is not basically a discussion of ideas and ideals, but rather a reflection on the training of future mathematics teachers and what can be done to help them during the exercise of their profession in the face of the diversities of cultures they will find in the school environment.

KEY-WORDS: Ethnomathematics. Reflective teacher. Teacher training.¹²

1. INTRODUÇÃO

Pretendemos, neste artigo, realizar algumas reflexões sobre a união da Etnomatemática e o professor reflexivo de matemática. O professor precisa ter consciência que ele não auxilia no desenvolvimento do conhecimento e muito menos ministra, no entanto produz conhecimento em parceria com os alunos; “o caso” citado por Shulman (1986), este associa em suas teorias as culturas dos povos e as técnicas utilizadas para ensinar as valorizando, tornando assim mais compreensível para os alunos o assunto ministrado em sala. O aluno quando busca em seu cotidiano as resoluções de seus problemas matemáticos acabam entendendo com mais facilidade a questão proposta pelo professor, pois é algo que ele conhece e vive diariamente, é o seu costume.

Destacaremos a importância da educação para os seres humanos, quais seus objetivos e como as pessoas e a educação estão em verdadeira simbiose em meio a importância do ensino e aprendizagem, trataremos ainda da Educação Matemática uma ferramenta indispensável para tal ato ressaltando a importância do desenvolvimento intelectual, no entanto sem desvalorizar o conhecimento social e cultural de um indivíduo ou do coletivo.

Demonstraremos, a importância da Etnomatemática na formação docente, sendo uma ferramenta necessária na formação do professor de matemática. A tendência citada anteriormente é um programa abrangente que tem como objetivo valorizar a cultura de cada indivíduo, desenvolvendo técnicas e estratégias para ensinar matemática.

A formação dos professores é, ainda, uma formação de “racionalidade técnica” segundo schön (1987) referindo-se a uma formação que tem como um modelo de ensino um sistema três mais um, que tem como objetivo na formação docente, os primeiros anos a parte teórica e no último ano a prática, isso faz com que o professor em formação não tenha uma prática efetiva. Não havendo uma prática efetiva à docência se torna um desafio.

É um desafio pedagógico que deveria ser sancionado pelo professor na sua formação acadêmica; as licenciaturas deveriam ser um desenvolvimento gradativo para formar um professor reflexivo sendo necessário em alguns casos a reeducação. O professor reflexivo analisa, pois, seu conhecimento e suas práticas de ensino dentro da sala de aula.

Refletiremos sobre a formação dos professores, reflexões que tem como base o Schön (1987) e Shulman (1986), inserido no livro: estágio curricular supervisionado: horas de

parceria escola universidade; da autora Oliveira. Refletir sobre uma temática pouco praticada é um desafio para muitos professores formadores de opiniões e de educandos. Portanto iremos demonstrar a importância da Etnomatemática e do professor reflexivo de matemática.

A organização desse artigo está da seguinte maneira: no primeiro momento discutiremos brevemente sobre a Educação e sua importância; em seguida sobre a Educação Matemática e sua relevância para o surgimento de novas vertentes matemáticas; posteriormente discutiremos sobre a tendência Etnomatemática e por fim, mas não menos importante sobre o professor reflexivo em união com a Etnomatemática.

1. ETNOMATEMÁTICA E PROFESSOR REFLEXIVO: A UNIÃO QUE DÁ CERTO

A educação faz parte do ser humano e tem como objetivo ajudar na sua construção, a educação só existe devido ao fato de as pessoas serem inacabadas. No sentido de sabermos que estamos em processo de mudança e que não somos seres perfeitos, mas sim seres humanos cheios de indagações e imperfeições, sendo conscientes desse fato estamos sempre procurando evoluir e de respostas para sua existência.

Ninguém esquiva-se da educação pois ela está presente no ambiente familiar, na escola e na interação com outras pessoas é evidente que ela é inerente à vida e ao desenvolvimento individual de cada indivíduo.

A educação não acontece em um único ambiente nem tem a mesma configuração ou padrão, por isso é claro que a educação não acontece somente no ambiente escolar e o professor não é o praticante exclusivo desta ação, as pessoas estão em constante processo de interação em que inevitavelmente independente do ambiente ou grupo social estão envolvidos no desenvolvimento do ensino e aprendizagem. “A educação como atividade especificamente humana faz parte inerente da vida sócio-cultural e à sociedade existente, mas simultaneamente a educação possibilita a intervenção do homem no processo de mudança social.” (MELLO, 2003, P.29).

A educação torna-se uma ferramenta de liberdade e de desenvolvimento do indivíduo quando não utilizada como um instrumento para opressão do pensamento crítico e de alienação. A Educação Matemática é uma nova estratégia de produzir conhecimento e

esclarecer os que antecipadamente já foram construídos criando estratégias para o desenvolvimento do ensino e aprendizagem seja individualmente ou coletivamente, para que isto ocorra de maneira coerente é crucial perceber e respeitar as limitações das pessoas que participam desse conhecimento. Ela tem como objetivo através de suas tendências equilibrar o ensino de matemática dependendo da realidade de cada grupo, comunidade ou tribo.

Portanto a Educação Matemática através de estratégias e técnicas sintetiza o conhecimento intelectual sem desvalorizar o conhecimento construído socialmente, ressalta a importância da cultura dos indivíduos para produção do conhecimento.

Uma vez que hoje é possível na prática utilizar os conhecimentos históricos para melhorar o aprendizado em sala de aula. Pesquisas específicas sobre o desenvolvimento do conhecimento tem sido realizadas com o objetivo de estudar mais profundamente os conhecimentos matemáticos de diversas tribos ou grupos específicos. Esse tipo de pesquisa tem sido muitas vezes identificado pelo nome de Etnomatemática. (SANTANA, 2009, P.35-36).

Os conhecimentos empíricos das pessoas, por meio da experiência tem um importante desenvolvimento pessoal autônomo e crítico, a flexibilidade do ser é admirável pois o que foi ontem nunca será amanhã as experiências nos fazem ser mais críticos. Esse saber não deve ser esquecido dentro de sala de aula, na realidade deve ser visto como base, como fonte de aprendizagem para aquele indivíduo daquela determinada comunidade.

Todo indivíduo vivo desenvolve conhecimento e tem um comportamento que reflete esse conhecimento, que por sua vez vai-se modificando em função dos resultados do comportamento. Para cada indivíduo, seu comportamento e seu conhecimento estão em permanente transformação, e se relacionam numa relação que poderíamos dizer de verdadeira simbiose, em total interdependência (UBIRATAN, 2001, P. 18)

Devemos descobrir como nos comunicar com diversas comunidades matematicamente, por isso discorremos sobre a formação docente de matemática, o professor reflexivo de matemática utilizando como ferramenta para o ensino a Etnomatemática, o pai da Etnomatemática diz que esta tendência “é procurar entender o saber/ fazer matemática ao longo da história da humanidade, contextualizando em diferentes grupos de interesses, comunidades, povos e nações. (UBIRATAN, 2001, P. 17) ”.

Cada comunidade, povo, nação tem uma forma de apresentar a matemática é por essas formas de apresentação matemática que buscamos como futuros professores para que assim desenvolvamos um excelente trabalho. Se cada grupo cultural tem a sua forma de

apresentar a matemática cabe-nos estudar, avaliar e refletir sobre essa nova perspectivas de ensino e aprendizagem para uma formação de qualidade.

A Etnomatemática vem como uma ferramenta tanto dentro da formação do professor como na atuação do mesmo. Na formação do professor vem dá uma base para a avaliação e reflexão das suas práticas educativas. Já na sua atuação é uma ferramenta de suporte na interação dos alunos. Não adianta o professor ser ótimo em seu conteúdo e não souber em união com seus alunos produzir e desenvolver conhecimento.

O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comprando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, interferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos matérias e intelectuais que são próprios à sua cultura. (UBIRATAN, 2001, P. 22)

A todo instante as pessoas utilizam da matemática para a sua sobrevivência, e até mesmo para expressar uma opinião sobre qualquer assunto ou ideia, então seria imprudente dentro de sala de aula os alunos não ficarem tão próximos assim dessa disciplina do dia a dia, e o julgamento do professor entre o que é fácil ou difícil interfere na aprendizagem dos alunos bem como na sua compreensão.

O professor reflexivo é aquele que reflete sobre suas práticas e modifica-o se for necessário, segundo seu julgamento, procurando modificar sua metodologia que está envolvida na comunidade escolar, o professor reflexivo não atua solitariamente, pois para que haja uma eficiente reflexão é imprescindível que tenha a interação com os alunos, com os indivíduos que compõem a comunidade escolar e os professores. É importante que o professor atue tendo como principal objetivo minimizar as dificuldades de seus alunos para isso utilizando em sua metodologia fatores da realidade do estudante não somente as teorias de difícil assimilação por parte dos alunos, fazendo com que eles nada assimilem com sua realidade social e cultural.

O professor tem que ser o indivíduo atuante de seu próprio desenvolvimento, segundo a teoria de Schön (1987) o profissional reflexivo divide-se em três ideias fundamentais: a reflexão na ação, a reflexão sobre a ação e a reflexão sobre a reflexão na ação.

O professor que reflete na ação é aquele que relaciona a ação presente, é o profissional que avalia suas práticas fazendo uma reflexão consciente, que pode assim

ocasionar em mudanças positivas tanto para o profissional em questão como para com as pessoas que se relacionam com o meio e com o profissional, ocasionando em estratégias e métodos para solucionar problemas e dificuldades existentes de aprendizagem.

A reflexão sobre a ação nada mais é do que uma reflexão sobre um acontecimento ocorrido, uma análise dos imprevistos e dificuldades enfrentadas durante uma prática para assim desenvolver ações, para proceder distintamente modificando o que for necessário em sua metodologia.

Para Schön (1987) a reflexão sobre a reflexão na ação nada mais é do que a reflexão na ação da reflexão passada, que posteriormente ocasiona em mudanças na forma do profissional raciocinar, ele reflete sobre suas ações procura compreender e analisar métodos para modificar os erros, despreparos e estratégias mal elaboradas; para assim realizar estratégias mais eficientes e estimulando uma maior interação entre discentes e o meio

Tais noções de reflexão apresentadas têm lugar na prática docente, no mundo real, que permite fazer experiências, cometer erros, conscientizar-se dos mesmos e tentar novamente, de outro modo. Nesse sentido, a prática em sala de aula surge como um espaço privilegiado que permite a integração de competências, o que só é possível se o professor refletir sobre sua atuação. A reflexão e a experimentação, portanto, são elementos fundamentais na atuação docente, capazes de proporcionar uma conquista progressiva de autonomia e descoberta de potencialidades. (FONTANA E FÁVERO, 2013, P.4).

Entende-se que o professor não é o detentor do conhecimento muito pelo contrário ele tem que ser visto como o mediador do conhecimento, sendo que o conhecimento nunca está acabado, devido está em processo de desenvolvimento e de autoconstrução, portanto o professor reflexivo é aquele que se auto avalia visando seu desenvolvimento, do aluno e a comunidade escolar.

É necessário e primordial o professor reflexivo, que reflete sobre suas práticas procurando incentivar seus alunos e visando também seu desenvolvimento profissional como cita Oliveira em seu livro. A busca pela melhor maneira de ensinar e aprender é um desafio dentro da formação acadêmica oferecida a muitos futuros professores dentro das licenciaturas, e ainda dentro do próprio consentimento sobre o que seja a formação desses professores.

Os professores em processos em colaboração com outros professores, sendo da própria escola onde atuam ou da universidade, devem fazer pesquisas sobre suas práticas e utiliza-las, tanto para refinar essas práticas melhora-las em termos de

contextos em que ocorrem, bem como para desenvolverem-se profissionalmente. (OLIVEIRA, 2011, P. 83).

O professor reflexivo, reflete sobre suas práticas e utiliza o resultado para o seu desenvolvimento profissional, mas com o objetivo central o desenvolvimento do aluno para que possa ter mais facilidade na assimilação dos conteúdos ministrados. O professor pesquisador tem como uns dos principais objetivos uma pesquisa-ação colaborativa, por isso uma investigação-ação é a pesquisa e reflexão em um contexto social, nesse âmbito o indivíduo é muito importante.

O entendimento da situação ocorrida é sempre atrelado aos significados objetivos do participante. Dessa forma, entrevistas e observação do participante são fundamentais em um contexto de investigação-ação educativa; descreve pela linguagem dos participantes, de forma natural, os sentimentos e o agir do dia-a-dia. (OLIVEIRA, 2011, P.83)

Mas, no entanto, as falsas reflexões referem-se aos resultados aparentes que dessas reflexões são depreendidos e suas consequências consideradas trágicas tanto para o professor quanto para o aluno.

A tendência citada anteriormente vem como união com o professor reflexivo de matemática. Para criar pontes entre o aluno e o conhecimento, o professor necessita criar estratégias para esse fato acontecer. Ao pararmos para refletir sobre Etnomatemática e o professor encontramos inúmeras barreiras e entre elas estão as criações de pontes. As pontes neste contexto são as estratégias que o professor cria dentro da sala de aula para facilitar a aprendizagem dos alunos, e para criar essas pontes o professor necessita ser experiente e conhecer os seus alunos muito bem.

O professor reflexivo necessita buscar na prática as suas experiências de sala. O conhecimento do professor em formação, segundo Shulman (1986) são três.

O primeiro conhecimento é o específico do conteúdo; refere-se ao conhecimento específico da formação do professor e o pleno domínio do conteúdo que irá ministrar. A principal diferença entre um matemático e um professor de matemática é a atuação de ambos. O professor de matemática tem que criar possibilidades de aprendizagem para os seus alunos; necessita ensinar a sua disciplina e o matemático não.

O segundo tipo de conhecimento é o pedagógico do conteúdo; e é onde realmente necessitamos refletir. É o conhecimento de como o professor vai possibilitar a construção do conhecimento, como esse professor poderia criar estratégias de conhecimentos. É aí que

vamos refletir sobre esse assunto. Segundo Ubiratan para uma melhor aprendizagem sobre o conteúdo o professor necessita conhecer as culturas, crenças e costumes de seus alunos e sabendo dessa informação ele ainda necessita refletir, segundo Schön (1987), sobre a sua formação. Após a reflexão dos assuntos o professor consegue criar essas possibilidades através de testes, trabalhos, tarefas, contra teste e exercício para casa.

O último tipo de conhecimento, segundo Shulman (1986) é o conhecimento curricular diz respeito aos assuntos aplicados em cada ano. Esse conhecimento é de suma importância para o professor e no processo de ensino/aprendizagem dos alunos, pois em cada ano os professores aplicam os assuntos referente a cada referido ano escolar.

Não adianta apenas o docente ter esses conhecimentos se não souber como apresentar aos seus alunos, mas antes iremos refletir sobre quando éramos alunos de ensino fundamental. O professor ao chegar na sala de aula apenas dava bom dia e passava o conteúdo da forma que ele achava prudente e passava atividades para resolver em sala e em casa, então nós aprendíamos pelo método da repetição, de tanto repetir aquele exercício que nós aprendíamos, porém, essa metodologia de apresentação de conhecimento será que é adequado?

Vem nos explicar Shulman (1986) que existem formas de como o docente pode estar fazendo esse conhecimento de maneira mais eficaz para o aluno aprender. A primeira dela é a proposicional, essa forma de criar possibilidades de ensino é bastante eficaz quando o professor tem um assunto bem difícil que exige muito técnica e máximas para a resolução de seus problemas matemáticos, é quando o professor cria possibilidade propositais para o aluno entender o assunto. Essa forma de apresentação do conhecimento não faz qualquer relação com a experiência dos alunos e não velam em consideração nada do que o aluno tenha vivenciado.

Então como exigimos que os professores ensinem de maneira mais compreensível se eles também aprenderam assim. Se a formação do futuro professor fosse uma formação mais ativa na sua prática, com certeza eles ensinariam também de uma forma diferenciada.

A segunda forma de apresentação do conhecimento é o caso “ Apresentando o conteúdo na forma de casos, o professor favorece a articulação entre a teoria e a prática” (GONÇALVES, 1998, P. 112). Ou seja, o aluno consegue enxergar na prática os assuntos ministrados em sala de aula, fazendo uma relação com a sua experiência de vida. O professor ao apresentar o conhecimento na forma de caso ele busca no dia a dia dos alunos uma maneira

de explicar o conteúdo e ele irá fazer essa busca com a Etnomatemática por isso que essa ferramenta é tão importante para a formação dos professores e na atuação profissional.

O professor quando na sua formação busca apenas o seu conhecimento específico ele acaba por ser um professor “conteudista” ou “aquele que sabe só para si” porque ele não saberá como fazer as pontes entre os seus conhecimentos e os alunos, é um emaranhado de técnicas, formas e máximas para o professor assimilar na sua formação e se isso não acontecer acaba por ser o que já citamos, um professor que sabe para si.

A terceira e última forma de apresentação do conhecimento, é o estratégico, ele se manifesta na prática de sala de aula. Segundo Gonçalves “Nós diríamos que esse conhecimento “não é ensinado”, mas é aprendido na prática profissional.” (GONÇALVES, 1998, P. 113)

Então se o professor não tem uma prática mais efetiva como ele irá aprender essa forma de apresentação do conhecimento? Não apenas uma maneira que deve ser seguido mais também uma forma de tornar para si uma melhor preparação para a docência. O programa Etnomatemática é uma ferramenta de grande relevância para o ensino e aprendizagem da matemática tem como uns dos principais objetivos valorizar a cultura dos indivíduos que estão envolvidos com o ambiente escolar e a comunidade escolar; o professor nesse contexto tem que saber estratégias, modos e métodos de ensinar matemática que ajudem o aluno no seu desenvolvimento escolar, as dificuldades são inúmeras enfrentadas pelo professor no processo de ensinar matemática e incentivar a assimilação dos conteúdos acadêmicos com suas realidades culturais e modelagens.

Paramos em uma pequena dúvida como um professor pode incentivar a assimilação da matemática ensinada em sala de aula com o ambiente cultural dos alunos sem conhecer a Etnomatemática? Para tal indagação há uma pequena resposta, mas com grande significado e complexidade: é necessário utilizar a Etnomatemática como uma ferramenta para a formação do professor reflexivo.

Na academia durante o curso de licenciatura plena em matemática pouco é citado sobre a vertente Etnomatemática, pois é necessário conhece-la para assim poder exercer seu papel profissional da melhor maneira possível perante as dificuldades e diversidades culturais que encontrará durante a sua vida profissional.

É importante ressaltar que durante o exercício da profissão de professor ele encontrará e enfrentará vários dificuldades e desafios, um deles é diferenciar a informação de

conhecimento, o aluno em sala de aula não somente obtém a informação, mas deverá compreender, assimilar e interpretar as informações obtidas. Segundo:

Refiro-me à necessidade de os professores, na sua reflexão, atenderem a os degraus que vão dos dados à sabedoria. As informações são, sem dúvida, muito importantes. Mas só o conhecimento que resulta da sua compreensão e interpretação permitirá a visão e a sabedoria necessárias para mudar a qualidade de ensino e da educação. (ALARCÃO, 2011, P.63).

O professor tem que ter consciência que sempre está em auto formação e assimilação profissional, e que é necessário um professor reflexivo numa comunidade reflexiva. Atualmente a dificuldade dos professores não é ter domínio da sala de aula e conseguir a atenção dos alunos, mas é, eliminar a dependência que alunos tem do professor e ajuda-los a desenvolver um trabalho mais autônomo e colaborativo ajuda-los a terem consciência que são livres para criticar, dialogar e perguntar, mas tendo conhecimento que a liberdade tem limites revelando um espírito crítico. Então nos perguntamos, afinal qual é o objetivo do professor qual é o seu papel na sociedade de aprendizagem?

Colocando-se a ênfase no sujeito que aprende, pergunta-se então qual o papel dos professores. Criar, estruturar e dinamizar situações de aprendizagem e estimular a aprendizagem e a autoconfiança nas capacidades individuais para aprender são competências que o professor de hoje tem de desenvolver. (ALARCÃO, 2011. P.32).

Logo, mais que detentores e ministradores do conhecimento os professores ajudam na formação de cidadãos mais humanos, que não se limitem a somente ver seu pequeno mundo.

2. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Portanto é relevante ressaltar a importância da Educação Matemática, pois foi a partir dela que surgiu várias vertentes admiráveis para o ensino e aprendizagem de matemática e uma dessas tendências é a Etnomatemática.

Por meio deste artigo foi possível compreender como a Etnomatemática é essencial na formação do professor reflexivo de matemática. Vale ressaltar que esta tendência não se

trata de uma etnografia é algo mais relevante do que somente um estudo descritivo das diversas etnias existentes no nosso país multicultural. Em um profissional da educação é essencial que haja respeito e valorização das culturas que envolvem o ambiente escolar, para o professor reflexivo de matemática é importante ter pleno conhecimento da Etnomatemática para assim auxiliá-lo durante as aulas.

O professor que reflete sobre suas ações procurando valorizar a cultural do meio onde os alunos estão envolvidos, buscando por meio da reflexão e da ação alterar sua metodologia em seu benefício e principalmente do aluno, este professor provavelmente teve em sua formação docente o conhecimento da Etnomatemática e de sua importância, o professor sentirá mais facilidade em lidar e valorizar a cultura de seus alunos percebendo o quanto a cultura influencia no ensino-aprendizagem dos mesmos.

O objetivo do professor reflexivo é ajudar o aluno a ser mais crítico e autônomo assimilando o que aprende na escola com seu cotidiano e o meio cultural, para que os estudantes se sintam mais à vontade para desenvolver seu próprio conhecimento para que assim não sejam alienados.

A Etnomatemática é necessária na formação docente demonstrando a relevância da cultura no ambiente escolar, por isso a Etnomatemática e o professor reflexivo é a união que dá certo, pois o professor que tem pleno domínio dos métodos e estratégias de ensinar matemática valorizando a cultura dos alunos, este desenvolverá sua profissão mais eficientemente com atuação e reflexão de seus atos, se beneficiando e beneficiando principalmente seus alunos no desenvolvimento escolar e em sua reflexão crítica e autônoma.

Provoca e provocará mudanças relevantes na metodologia do professor, não será mero ministrante de aulas, mas sim um professor atuante que cria estratégias e que produz conhecimento junto com os alunos, eliminando esta dependência que o aluno tem de o professor fazer e eles repetirem, tendo o professor como o detentor do conhecimento inibindo assim seu poder de criação, criatividade, autonomia e de ser um cidadão mais crítico.

Esta união é exatamente a ferramenta necessária para o desenvolvimento do professor e do aluno, para que assim os professores deixem de ser acumuladores de conhecimento e os alunos meros receptores, para que a sala de aula seja um local onde busca e produz conhecimento e isso só é possível valorizando o ambiente escolar, a sala de aula e principalmente os alunos e suas devidas culturas, para isto precisamos de um professor reflexivo envolvido em uma escola reflexiva. A Etnomatemática em verdadeira simbiose com

professor reflexivo incentiva e cria estratégias para o desenvolvimento escolar e principalmente estimula o aluno a ser mais crítico e autônomo que cria suas próprias estratégias para seu desenvolvimento na escola e na sociedade como um cidadão independente e criativo.

Portanto a Etnomatemática e o professor reflexivo são a união que dá certo, uma cria estratégias e técnicas para ensinar matemática valorizando a cultura dos alunos e onde eles convivem, já a outra reflete sobre suas ações para criar mudanças em sua metodologia para o próprio desenvolvimento e do aluno, por isso apreciamos esta união, onde há um desenvolvimento mútuo tanto do aluno quanto do professor.

3. REFERÊNCIAS

- ALARCÃO, Isabel. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. 8 d. São Paulo: Cortez, 2011.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e modernidade**. 2d. belo Horizonte: autentica, 2001.
- FONTANA, J.M; FÁVERO, A.A. **professor reflexivo: uma integração entre teoria e prática**. Vol. 8. Janeiro: REI 2013
- GONÇALVES, Tadeu Oliveira; GONÇALVES, Terezinha Valim Oliveira. **Cartografias do trabalho docente professor (a) -pesquisador (a)**. Campinas-SP editora: mercado de letra, 1998.
- MELLO, Lourdes. **Curso de especialização em Educação Matemática**. UEPA. Belém-PA.2003.
- OLIVEIRA, Raquel Gomes. **Estágio Curricular Supervisionado: horas de parceria escola-universidade**. Jundiaí. Paco editora:2011.
- SANTANA, Jucimara. **Etnomatemática: um estudo de medidas não padronizadas na produção de farinha no município de Terra Alta**. Paragominas. 2009.
- SCHÖN, Donald. **A formar professores como profissionais reflexivos**. In: NÓVOA.
- SHULMAM, L. S. (1986). **Aqueles que entendem: o crescimento do conhecimento no ensino**. Pesquisador educacional. 1986.



EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA LINGUAGEM ALGÉBRICA

Glauber da Silva Aracaty

UEPA

prof.aracaty@gmail.com

Mauricio dos Santos Macedo

UEPA

mauriciodosmacedo@hotmail.com

Resumo: Este trabalho teve como objetivo apresentar, por meio da História da Matemática, a evolução da linguagem algébrica em um determinado período do tempo, associada a alguns personagens que contribuíram para o seu desenvolvimento, sendo eles: Fibonacci, Recorde, Harriot, Descartes e Viète. Este último foi eleito como personagem principal, dado seu papel de destaque quanto a inovação na notação algébrica. O estudo foi elaborado a partir de um diagrama modelo adaptado ao tema e personagem principal escolhidos. Observa-se, pelo apresentado, que é possível construir um texto voltado a História da Matemática com base o diagrama orientador, bem como pode-se utilizá-lo em sala de aula quando forem abordados conteúdos relacionados ao tema tratado, sendo mais uma forma para se utilizar a História da Matemática como recurso pedagógico no processo de ensino da Matemática.

Palavras-chave: Educação. História da Matemática. Linguagem algébrica.

1. INTRODUÇÃO

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) - Ensino Fundamental, é consensual o entendimento de que, para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática, não há uma via que seja reconhecida como a única e melhor. Todavia, torna-se demasiado importante que o professor conheça as inúmeras alternativas de trabalho em sala de aula, pois isto colabora para construção de sua prática. Dentre os caminhos existentes, destaca-se o recurso a História da Matemática, que pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem desta área do conhecimento, uma vez que este recurso didático possibilita desenvolver diversos conceitos matemáticos.

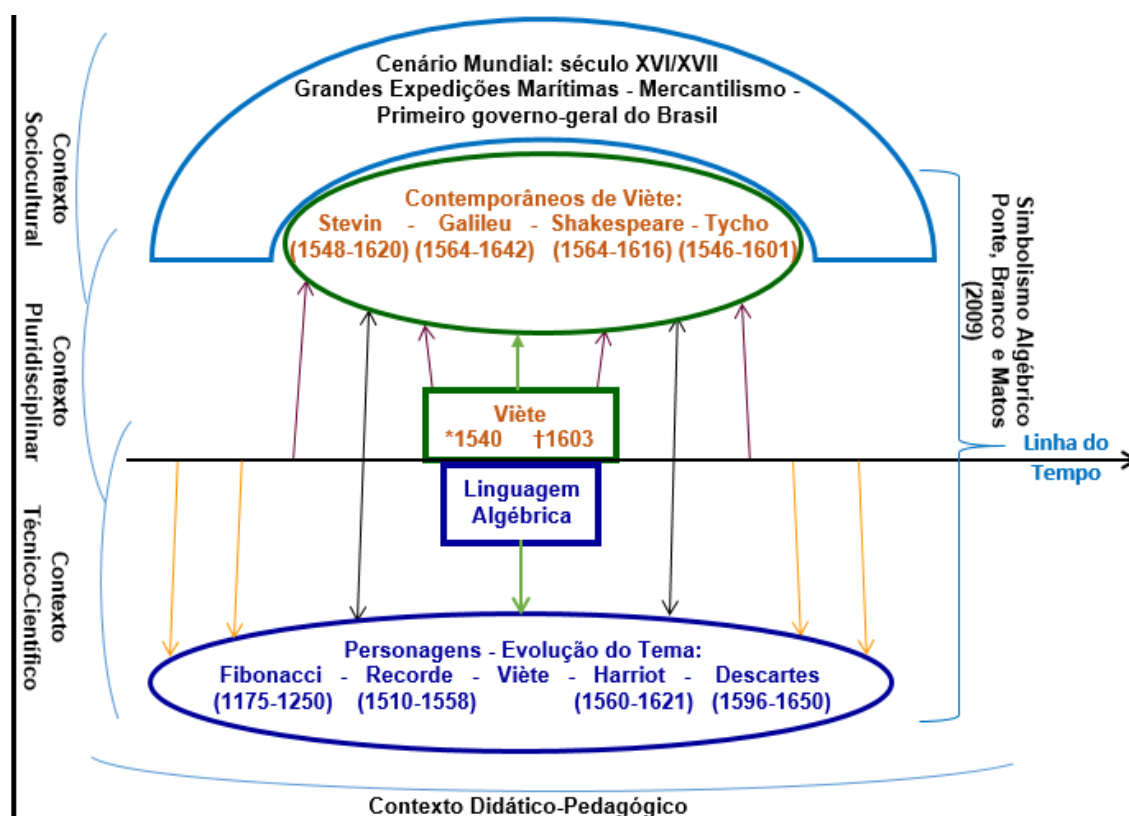
No presente trabalho, realizou-se um estudo acerca da evolução da linguagem algébrica, com recorte histórico que vai de 1175 a 1650, em que se utilizou a História da Matemática como recurso para construção do conhecimento matemático, levando-se em

consideração as orientações contidas nos PCN. Nesta perspectiva, observado o período citado, destacamos alguns estudiosos e suas contribuições para o tema em questão, com um tratamento especial para François Viète, dado seu papel de destaque para o desenvolvimento da simbologia algébrica moderna.

Além disso, como forma de localizar o personagem principal no tempo e espaço, realizou-se uma pesquisa bibliográfica sobre alguns autores contemporâneos a Viète, bem como evidenciou-se alguns eventos importantes, do ponto de vista histórico, que estavam ocorrendo no período retromencionado.

Para um melhor entendimento deste trabalho, buscamos elaborar um diagrama (Figura 1), que se apoia nos estudos de Mendes e Chaquiam (2016) e Chaquiam (2017), no qual são apresentados de forma sintética os diversos pontos que serão abordados no decorrer do presente texto, bem como a representação de uma possível correlação entre eles.

Figura 1: Diagrama Metodológico - Linguagem Algébrica.



Fonte: Adaptado de Chaquiam (2017).

Os tópicos dispostos no esquema acima serão tratados, logo em seguida, na seguinte ordem: contexto histórico do período em que Viète viveu; personagens contemporâneos de Viète; traços biográficos de Viète; personagens que contribuíram para evolução da linguagem algébrica; e, ainda, uma outra perspectiva sobre o simbolismo algébrico, a partir do ponto de

vista de autores contemporâneos. Isso posto, inicialmente, salientamos alguns eventos relevantes do cenário mundial entre os séculos XVI e XVII.

2. CONTEXTO HISTÓRICO

Pode-se dizer que o período correspondente a meados do século XVI e início do século XVII, do ponto de vista da temporalidade histórica, corresponde à metade do que se costuma caracterizar geralmente como “Idade Moderna” ou “Tempos Modernos” (século XV a XVIII), para fazer uma certa diferenciação com o período também caracterizado como “Idade Média” ou “Medievo” (século V a XV). Contudo, vale ressaltar, que mesmo nessa tão chamada “Modernidade”, o contexto político, econômico, social e cultural, principalmente levando em conta a realidade da Europa, em muito se assemelhava a chamada Medievalidade. São os caminhos das rupturas e continuidades históricas, tão comuns em toda e qualquer história de uma sociedade, seja ela qual for.

Nesse sentido, ainda embalado por todo um conjunto de transformações que vinham ocorrendo com uma maior intensidade a partir da chamada “Baixa Idade Média” (século X a XV), as décadas finais do século XVI e o início do século VII, do ponto de vista da conjuntura mundial, ainda é muito marcado pelo processo das Grandes Expedições Marítimas, responsáveis pela conquista da América pelas maiores potências marítimas e comerciais europeias, tais como: Portugal, Espanha, França, Inglaterra e Holanda. Processo este responsável por uma grande circularidade cultural entre os chamados “Velho” (Europa) e “Novo” Mundo (América). Um exemplo dessa circularidade pode ser facilmente encontrado, por exemplo, na própria carta de Pero Vaz de Caminha, quando, ao se referir ao que posteriormente viria ser o Brasil, este escreve: “Nesta terra, até agora, não pudemos saber se existe ouro, nem prata, nem coisa alguma de metal ou ferro. Porém, a terra em si é de bons ares, assim frios e temperados. As águas são muitas e infinitas” (TORRES, 1991, p.21).

Como podemos observar através das palavras acima, ainda na virada do quinhentos para o seiscentos, a política econômica mundial era bastante caracterizada pelo mercantilismo, através do qual, os principais Estados absolutistas europeus, a exemplo da Inglaterra, procuraram explorar os recursos das áreas coloniais americanas em proveito próprio, tanto que, em grande medida fruto dessa política exploratória, que setores da burguesia inglesa conseguiram acumular elevados recursos que, principalmente a partir de meados do século XVIII, passaram a ser investidos naquilo que veio caracterizar a chamada “Revolução Industrial”. Sobre esse processo de exploração colonial e suas consequências, o historiador

Leandro Karnal, ao nos falar sobre a dominação dos astecas pelos espanhóis, nos brinda com as esclarecedoras palavras: “Devemos levar em conta como os espanhóis viam a guerra. Para um europeu do século XVI, a guerra era muito prática e dever-se-ia usar qualquer recurso para matar o inimigo” (KARNAL, 1996, p.30).

No século XVI a economia colonial esteve intimamente ligada a indústria açucareira tendo como alicerce a mão de obra escrava indígena, e posteriormente a negra. Aliás, o sistema escravista vigorou no Brasil por mais de três séculos, e a sua abolição não representou uma ruptura radical. Somado a isso, não podemos ocultar a engenharia religiosa no processo de conversão do gentio (índio), pois o projeto missionário teve a atuação de diversas ordens religiosas, com destaque para os inicianos (jesuítas), que ainda no século XVI construíram as bases de uma grande empresa religiosa com a construção dos primeiros colégios jesuítas e das primeiras missões no Brasil.

Fazendo um apanhado do Brasil é importante mencionar que está em formação nesse período. É criado o primeiro governo-geral do Brasil com Tomé de Sousa como governador. Salvador é fundada e nomeada capital, sem nunca ter sido vila. Os anos que se seguem são de importância histórica para o Brasil, como exemplo podemos citar a fundação da primeira diocese e a primeira catedral em Salvador.

A seguir, para melhor situar dentro dos acontecimentos que ocorriam no mundo, destacamos alguns contemporâneos de Viète.

3. CONTEMPORÂNEOS DE FRANÇOIS VIÈTE

Neste trabalho, foi escolhido como personagem principal François Viète, visto ter contribuído de forma significativa para o desenvolvimento da Álgebra, em particular, para o progresso da notação, como se verá na seção que trata dos seus traços biográficos, bem como naquela em que se discorre sobre os personagens que colaboraram para evolução da linguagem algébrica. E, com o intuito de possibilitar uma melhor localização de Viète no tempo e no espaço, destacamos alguns de seus contemporâneos, que serão retratados a seguir, e algumas de suas contribuições nos mais diversos campos, sendo eles: Simon Stevin, Galileu Galilei, William Shakespeare e Tycho Brahe.

3.1 SIMON STEVIN (1548-1620)

Simon Stevin nasceu em Bruges, no ano de 1548. Ingressou na Universidade de Leyden aos 35 anos, onde estudou matemática, engenharia e grego. Mais tarde, na armada

holandesa, foi responsável pela construção de navios e armamentos. Ao final de sua vida, estava no posto de general do exército holandês e também era consultor do governo para assuntos administrativos (ANDRADE, 2011).

O engenheiro flamengo Simon Stevin foi o mais destacado e influente matemático dos Países Baixos no século XVI. É conhecido por ter dado uma das exposições mais antigas da teoria das frações decimais, por suas contribuições à ciência da estática e à teoria da hidrostática e, também, para os sábios da época em que viveu, por seus trabalhos em fortificações e engenharia militar (EVES, 2011).

Stevin também deixou algumas obras sobre óptica, continuou os estudos sobre alavancas iniciados por Arquimedes e também estabeleceu o teorema do comportamento dos corpos em um plano inclinado, sendo que para demonstrá-lo utilizava o seu modelo do colar de esferas (ANDRADE, 2011).

De ampla influência na prática comercial, na engenharia e na notação matemática, destaca-se *La Disme*, livro de Stevin publicado em 1585. Nessa obra, eram explicadas, dentre outras coisas, as frações decimais, a notação para as representações decimais, etc. Stevin faleceu no ano de 1620, portanto, aos 72 anos.

3.2 GALILEU GALILEI (1564-1642)

Galileu Galilei nasceu em Pisa, no ano de 1564. Quando tinha 17 anos matriculou-se na Escola de Artes de sua cidade para estudar medicina. Entretanto, quatro anos depois, abandona-a para dedicar-se à matemática, sendo indicado professor dessa disciplina na Universidade de Pisa, no ano de 1589. Neste período, iniciou suas primeiras investigações no campo da física, em que tentava descrever os fenômenos em linguagem matemática, orientação metodológica que ia de encontro ao que era defendido pelos representantes da ciência oficial da época. Essa nova abordagem, aplicação da matemática a física, seria a maior contribuição de Galileu à história das ideias. Seus trabalhos versam sobre os mais variados campos, tais como: Astronomia, Física, Matemática, etc. (BARROCO, DEOLA & LOBO, 1983).

Dentre as contribuições de Galileu para as ciências, em específico para o campo da Física, citamos: mostrou que o período de um pêndulo em movimento independe do peso de sua massa oscilante, mas apenas do comprimento de sua haste; estabeleceu a lei segundo a qual a distância percorrida por um corpo em queda livre é proporcional ao quadrado do tempo de queda; fundou a mecânica dos corpos em queda livre; lançou os fundamentos da dinâmica em geral; percebeu a natureza parabólica da trajetória de um projétil no vácuo; inventou o

primeiro microscópio moderno e o compasso de setores; captou a ideia de equipotência de conjuntos infinitos (EVES, 2011).

Algumas das obras publicadas por Galileu foram: Discurso sobre as Coisas que Estão sobre a Água (1612); História e Demonstração sobre as Manchas Solares (1613); O Ensaaiador (1623), Diálogo sobre os Dois Maiores Sistemas (1632) e Discurso a Respeito de Duas Novas Ciências (1638). Neste último livro encontram-se os resultados de suas primeiras experiências e algumas considerações sobre os princípios da mecânica. Galileu morreu em 18 de janeiro de 1642 (BARROCO, DEOLA & LOBO, 1983).

3.3 WILLIAM SHAKESPEARE (1564-1616)

William Shakespeare, nasceu na cidade inglesa de Stratford-upon-Avon, em 1564. É considerado um dos maiores dramaturgos de todos os tempos. Foi também poeta e escreveu mais de 150 sonetos, que foram publicados em 1609. A obra de Shakespeare abrange aproximadamente 40 peças, normalmente divididas entre tragédias, comédias e dramas históricos.

A cronologia de suas peças é incerta, mas uma possível aproximação de alguma delas seria a seguinte: Os dois cavalheiros de Verona, A megera domada (1590-91); Henrique VI, Titus Andronicus (1591-92); Ricardo III (1592-93); A Comédia dos erros (1594); Trabalhos de amor perdidos (1594-95); Ricardo II, Romeu e Julieta, Sonho de uma noite de verão (1595-96); O mercador de Veneza; Henrique IV, As alegres comadres de Windsor (1596-98); Muito barulho por nada, Henrique V (1598-99); Julio Cesar, Como quizerem (1599-1600); Hamlet (1600-01); Troilus e Créssida (1601-02); Medida por medida (1603-04); Bem é o que acaba bem (1604-05); Otelo (1603-1604); Rei Lear, Macbeth (1605-06); Antônio e Cleópatra (1606-07); Péricles, Coriolano (1607-08); Cimbeline, o rei da Britânia (1610); Conto de inverno (1610-11); A tempestade (1611); Henrique VIII (1611) (FRANCO & FARNAM, 2009). Shakespeare faleceu em sua cidade natal, no ano de 1616.

3.4 TYCHO BRAHE (1546-1601)

Tycho Brahe, nasceu em Knudstrup, Dinamarca, no ano de 1546. Foi um importante astrônomo e astrólogo, além de alquimista, sendo considerado o fundador de métodos de observação modernos em astronomia. Em 1559 entrou na Universidade de Copenhague para estudar filosofia e retórica em preparação para uma carreira como estadista. No entanto, em 1560, quando testemunhou um eclipse do sol, seu interesse pela astronomia foi despertado, dedicando-se ao seu estudo até o fim da vida (PLANT, 1995).

As contribuições de Tycho para astronomia foram enormes. Além de ter mudado profundamente a prática observacional, revolucionou a instrumentação astronômica, pois, além de projetar e construir seus instrumentos de observação, ele também os calibrava e conferia sua precisão periodicamente (HELDEN, s.d.).

As principais obras de Tycho incluem: Sobre a Nova e Previamente Nunca Vista Estrela (1573), Sobre o Novo Fenômeno no Mundo Etéreo (1588), Instrumentos para Astronomia Restaurada (1598) e Exercícios Introdutórios para uma Astronomia Restaurada (1602). Suas observações não foram publicadas durante a vida. Tycho morreu no final de outubro de 1601, em Praga (HELDEN, s.d.).

Verifica-se, a partir desta breve apresentação de alguns notáveis contemporâneos de Viète, que a produção de conhecimento se desenvolvia em muitos casos de forma multifacetada, sendo abrangidas as mais diversas áreas, como por exemplo: Literatura, Astronomia, Física, Matemática, etc. Em seguida, serão apresentados alguns dados biográficos de Viète e enumeradas suas obras mais relevantes.

4. TRAÇOS BIOGRÁFICOS DE FRANÇOIS VIÈTE

François Viète ou, em latim, Franciscus Vieta, nasceu em Fontenay, no ano de 1540, e faleceu em Paris, no ano de 1603. Foi o maior matemático francês do século XVI, período de transição da Renascença para o mundo moderno, apesar de não ser matemático por vocação. Na mocidade estudou e praticou direito, tornando-se membro do parlamento provincial da Bretanha, mas dedicava a maior parte de seu tempo de lazer à Matemática (BOYER, 1974; EVES, 2011).

Conforme Gil (2001, p. 9-10), em 1564, Viète ocupou-se dos assuntos legais da família Soubise, onde se tornou o secretário particular de Antoinette d'Aubeterre, sendo ainda responsável pela educação de sua filha, Catherine de Parthenay. Dado que esta tinha interesse por astrologia, François, empenhado em dar-lhe um fundamento científico, estudou astronomia de forma exaustiva, o que terá vindo a desempenhar um papel relevante no seu interesse pela Matemática. Inclusive, em sua obra intitulada Introdução à Arte Analítica, edição de 1591, ele faz uma dedicatória a Catherine, agradecendo o fato de sua pupila, dentre outras coisas, ter feito nascer nele o gosto pelas matemáticas.

Foi integrante do conselho do rei da França, Henrique III e, após perder o cargo junto a este, de novo voltou à corte, agora como conselheiro de Henrique IV. Quando servia a este último, Henrique de Navarra, um dos feitos mais notáveis de Viète consistiu em ter

conseguido quebrar um código usado pela Espanha, formado de aproximadamente 600 caracteres, possibilitando uma vantagem para a França, durante dois anos, na guerra travada por ambos os países. Seu enorme sucesso em decifrar as mensagens em cifras do inimigo levaram os espanhóis a acusá-lo de ter pacto com o demônio e o rei espanhol Filipe II, que achava o código indecifrável, queixou-se com o papa de que a França estava usando magia contra seu País (EVES, 2011).

François, em 1594, com atitude que não se revestiu de caráter científico, se envolveu em uma polêmica veemente com o astrônomo Clavius acerca da reforma do calendário gregoriano, o que lhe rendeu certa fama negativa (EVES, 2011).

As principais obras de Viète foram: *Canon mathematicus seu ad triangula* (1579), *In artem analyticam isagoge* (1591), *Supplementum geometriae* (1593), *De numerosa potestatum resolutione* (1600) e *De aequationum recognitione et emendatione*, que foi publicado em 1615, postumamente. Seus trabalhos compreendem Trigonometria, Álgebra e Geometria (EVES, 2011).

Verifica-se, portanto, que Viète contribuiu para o desenvolvimento de variadas áreas do campo matemático. A seguir, serão apresentados alguns personagens que colaboraram para o progresso da linguagem algébrica.

5. HISTÓRIA DO DESENVOLVIMENTO DA LINGUAGEM ALGÉBRICA

Com o objetivo de proporcionar uma visão geral acerca da evolução da simbologia algébrica no decorrer dos tempos, serão apresentados, de forma sucinta, alguns matemáticos e suas contribuições quanto ao objeto de estudo em questão, sendo eles: Leonardo Fibonacci, Robert Recorde, François Viète, Thomas Harriot e René Descartes. Para o desenvolvimento desta seção, adotaremos como suportes teóricos principais as obras *História da Matemática*, de Boyer (1974), e *Introdução à História da Matemática*, de Eves (2011).

5.1 LEONARDO FIBONACCI

Também conhecido como Leonardo de Pisa ou Leonardo Pisano (cerca de 1175-1250), nasceu em Pisa, centro comercial importante, onde seu pai era ligado aos negócios mercantis. Foi o matemático mais talentoso da Idade Média.

Em virtude do trabalho e atividades do pai, comerciante, Leonardo recebeu parte de sua educação em Bejaia, norte da África, onde aquele tinha negócios, e realizou extensas viagens ao Egito, à Sicília, à Grécia e Síria. Com essas excursões, era natural que Fibonacci pudesse entrar em contato direto com os procedimentos matemáticos orientais e árabes,

conhecesse a fundo os métodos algébricos destes últimos, inclusive os numerais indo-arábicos e a forma retórica de expressão.

Fibonacci, em 1202, logo depois de retornar a sua terra natal, publicou sua obra famosa intitulada *Liber abaci* (ou livro do ábaco) que, apesar do nome, não é sobre o ábaco, mas sim um tratado completo sobre métodos e problemas algébricos, com forte recomendação para a utilização de numerais indo-arábicos, pois estava plenamente convencido da superioridade prática dos métodos indo-arábicos de cálculo. Sobre este livro, Garbi (2009, p. 30) destaca que: “As palavras iniciais do Liber Abaci são históricas: Estes são os nove símbolos dos hindus: 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. Com eles, mais o símbolo 0, que em árabe é chamado de ZÉFIRO, qualquer número pode ser escrito”.

Outras obras de Fibonacci foram: *Practica geometriae*, publicada no ano de 1220, que era uma coleção de material sobre geometria e trigonometria; *Liberquadratorum*, escrita no ano de 1225, que era um trabalho sobre análise indeterminada; E, também no ano 1225, publicou a obra *Fios* (“floração” ou “flor”), em que há problemas determinados e indeterminados.

Em termos de contribuições para a simbologia algébrica, Fibonacci introduziu as palavras “radix” (raiz) e “res” (“coisa”, em Latim) para representar a incógnita, o termo “census” representava seu quadrado e “cubus” seu cubo. Para representar a igualdade, na falta de um símbolo, utilizava a palavras *aequalis*. Além disso, para indicar a raiz quadrada, empregou a letra R maiúscula e, ainda, foi um dos primeiros matemáticos a usar o traço horizontal para escrever as frações ordinárias (GARBI, 2009, p. 30).

5.2 ROBERT RECORDE

Robert Recorde (1510-1558), nasceu no País de Gales, estudou e ensinou Matemática tanto em Oxford, quanto em Cambridge. Durante o séc. XVI, foi praticamente o único matemático de importância na Inglaterra, sendo o fundador, na prática, da escola inglesa de Matemática. Após graduar-se em medicina em Cambridge no ano 1545, serviu como médico de Edward VI e da Rainha Mary. Suas obras foram: *The Grounde of Artes* (1541), que se tratava de uma popular aritmética; *Castle of Knowledge* (1551), que era um texto de astronomia; *The Pathewaie to Knowledge* (1551), que foi primeira geometria a aparecer em inglês e contém um condensação dos *Elementos* de Euclides; *The Whetstone of Witte* (1557), seu livro mais frequentemente citado, que trata da Álgebra.

O sinal de igualdade, com notação ($=$), foi introduzido por Recorde em seu *The Whetstone of Witte*. Ele usava o símbolo por entender que não havia coisas tão iguais quanto

duas retas paralelas. Desta forma, historicamente, tal obra tem interesse particular, pois foi nela que se fez uso pela primeira vez do moderno símbolo de igualdade.

A seguir, no quadro 1, é feita uma comparação, em termos de notações, entre a equação que denotamos hoje e como a mesma era expressa por Recorde:

Quadro 1: Comparação de notações.

Notação atual	Notação de Recorde
$14x + 15 = 71$	14. $\mathcal{H}$ + .15.● = 71.●

Fonte: Baumgart (1992, apud Cedro, 2004)

Demoraria um século ou mais, após a publicação de seu Whetstone, para que a notação do sinal de igualdade adotada por Recorde triunfasse sobre as notações rivais.

5.3 FRANÇOIS VIÈTE

Segundo Garbi (2009, p. 57), Viète fez uma importante inovação no simbolismo algébrico, sendo esta nova forma de notação uma das mais importantes contribuições para a Álgebra apresentada no livro intitulado *In Artem Analyticam Isagoge* (Introdução à Arte Analítica), impresso em 1591, em que as equações algébricas são tratadas sob uma nova perspectiva, pois, François utilizou sistematicamente as letras para representar, além das quantidades desconhecidas (incógnitas), os coeficientes das equações. Ele adotava as consoantes para as quantidades conhecidas e as vogais para as quantidades desconhecidas, sendo as letras sempre maiúsculas. Até o surgimento de Viète, não eram empregados coeficientes literais para representar classes genéricas de equações, nem se costumava fazer manipulações algébricas de símbolos.

Segundo Gil (2001, p. 30), sobre a representação de quantidades por letras, tem-se que “este novo sistema de notação (simbolismo literal) tornou possível divorciar a Álgebra de um estilo de exposição enraizado em exemplos e algoritmos verbais, permitindo assim tratar um dado problema de uma forma geral”.

A seguir, no quadro 2, mostra-se a diferença entre a notação atual e aquela usada por Viète:

Quadro 2: Comparação de notações.

Notação atual	Notação de Viète
X	A
x^2	<i>A quadratum</i>

x^3	<i>A cubum</i>

Fonte: Eves (2011)

Para representar as várias potências de uma quantidade, François usava a mesma letra, adequadamente qualificada. Antes dele, comumente se utilizavam letras ou símbolos diferentes para tal representação.

Viète usava os símbolos atuais + e -, que são de origem germânica, mas não tinha nenhum símbolo para a igualdade, que era representada pela palavra *aequatur*. Utilizava o signo = entre duas quantidades não para indicar igualdade, mas sim diferença entre elas. A multiplicação era denotada pela palavra latina *in* e a divisão pela barra de fração.

Apesar de ter havido um progresso da simbologia, ainda estava longe da que usamos atualmente, visto a sua Álgebra ser fundamentalmente sincopada e não simbólica, pois utilizava palavras e abreviações. A seguir, no quadro 3, é feita uma comparação, em termos de notações, entre a equação que denotamos hoje e como a mesma era expressa por Viète:

Quadro 3: Comparação de notações.

Notação atual	Notação de Viète
$5BA^2 - 2CA + A^3 = D$	<i>B5 in A quad – C plano 2 in A + A cub aequatur D solido</i>

Fonte: Eves (2011)

De acordo com Gil (2001), acerca das contribuições de François Viète no campo algébrico, observa-se que:

A técnica algébrica deixada por Viète permitiu à geração seguinte dispor de um mecanismo que pôde ser aperfeiçoado e estendido a outras áreas da matemática. Os trabalhos de Viète desempenharam, assim, um papel preparatório e impulsionador no desenvolvimento de ideias algébricas, nomeadamente em Fermât e em Descartes, podendo, portanto, Viète ser considerado o precursor do despontar da álgebra simbólica (GIL, 2001, p. 208).

Dessa forma, no século XVI, com François Viète, dá-se uma transformação fundamental, entrando-se numa nova etapa, a da Álgebra simbólica.

5.4 THOMAS HARRIOT

Thomas Harriot (1560-1621), foi um matemático e astrônomo eminente que viveu a maior parte de sua vida no século XVI, todavia, suas publicações mais importantes apareceram somente no século XVII. Considera-se habitualmente Harriot como o principiante da escola de algebristas ingleses. Em decorrência de correntes políticas discordantes durante os derradeiros anos do reinado de Elizabeth I, a publicação de suas obras foi prejudicada. No ano de 1585, foi enviado como mensurador em uma expedição ao Novo Mundo, tornando-se

assim o primeiro matemático relevante a chegar a América do Norte. Thomas morreu em 1621 de uma úlcera cancerosa, que foi decorrente da inalação de fumo de tabaco, uma prática que lhe foi ensinada pelos índios da América em 1586.

No âmbito algébrico, seu notável trabalho é a *Artis analyticaepráxis*, que trata em grande parte da teoria das equações e contribuiu bastante no sentido de estabelecer os padrões atuais de um texto sobre o assunto. Nele são abordados e tratados: as relações entre raízes e coeficientes de uma equação; equações de primeiro, segundo, terceiro e quarto graus; as transformações familiares de uma equação noutra cujas raízes guardam com a equação original alguma relação específica.

Em termos de notações, Harriot fez progressos no uso do simbolismo, sendo responsável pela introdução dos sinais $>$ e $<$ para “maior que” e “menor que”, respectivamente. Assim como de Viète, utilizava vogais para indicar incógnitas e consoantes para indicar constantes, mas, diferente daquele; ele usava letras minúsculas em vez de maiúsculas. Ele melhorou a notação de Viète para potências, representando a^2 por aa , a^3 por aaa e assim por diante. Esses símbolos não foram aceitos imediatamente por outros autores.

A seguir, no quadro 4, é feita uma comparação, em termos de notações, entre a equação que denotamos hoje e como a mesma era expressa por Harriot:

Quadro 4: Comparação de notações.

Notação atual	Notação de Harriot
$x^3 - 3b^2x = 2c^3$	$aaa - 3bba \text{ — } +2 \cdot ccc$

Fonte: Baumgart (1992, apud Gil, 2008)

Foi em parte por ter Harriot ter usado o sinal de igual de Recorde que tal notação finalmente foi adotada.

5.5 RENÉ DESCARTES

René Descartes nasceu em 31 de março de 1596, em La Haye (hoje Descartes), Touraine, na França e faleceu a 11 de fevereiro de 1650, em Estocolmo, Suécia. Foi filósofo, biólogo, matemático e físico. Tinha formação também em direito pela universidade de Poitiers. Durante o segundo terço do século XVII, a França destacou-se por ser o centro da Matemática, sendo Descartes uma das principais figuras deste período.

La Géométrie, um dos três apêndices do Discours de la Méthode (Discurso do método), trata-se da única publicação matemática de Descartes, sendo este trabalho recorrentemente descrito como aplicação da álgebra a geometria, mas também poderia ser

caracterizado como sendo a tradução de operações algébricas em linguagem geométrica. Com esta obra Descartes levou a geometria analítica ao conhecimento de seus contemporâneos.

A Álgebra formal vinha progredindo constantemente desde a Renascença e encontrou seu auge em *La Géométrie*. A notação adotada por Descartes nesta obra se assemelha a nossa, visto que as últimas letras do alfabeto eram utilizadas como incógnitas e as primeiras empregadas como constantes/parâmetros, sendo a notação exponencial adaptada a essa, e também havia o uso dos símbolos germânicos + e -. O signo ($\propto$), utilizado para representar a igualdade ao invés de =, era praticamente o único símbolo arcaico encontrado. Esse é o texto matemático mais antigo que um estudante de hoje possa seguir sem encontrar dificuldades com a notação. Havia, porém, uma diferença importante na maneira de ver as coisas, pois ao passo que pensamos em parâmetros e incógnitas como números, Descartes pensava neles como segmentos. A seguir, no quadro 5, mostra-se como uma determinada equação era expressa por Descartes:

Quadro 5: Representação de equação.

Notação de Descartes
$x^3 - 6xx + 13x - 10 \propto 0$

Fonte: Baumgart (1992, apud Gil, 2008)

Observa-se, pelo exposto, que vários personagens contribuíram, no decorrer da história, para a evolução da notação algébrica, sendo a Álgebra simbólica, fase evolutiva da linguagem em que as ideias algébricas passam a ser expressas somente por meio de símbolos, inaugurada por Viète e consolidada por Descartes. A seguir, será abordada a relação entre os símbolos e a Álgebra, a partir do ponto de vista de autores contemporâneos.

6. A SIMBOLOGIA ALGÉBRICA

Sobre as diferentes perspectivas acerca dos objetivos fundamentais da Álgebra, a visão adotada por alguns autores é de que os símbolos seriam o objeto central deste campo da matemática. Sobre este ponto de vista, Ponte, Branco e Matos (2009, p.8) destacam que, não obstante a importância e potencialidade dos símbolos algébricos, sua utilização de modo abstrato, não associada a referentes concretos, transforma a Matemática num jogo de manipulação desprovido de significado, o que pode tornar a manipulação simbólica incompreensível para os alunos.

Uma outra visão da Álgebra emergiu principalmente a partir da década de 80 do século XX, com discussões que procuravam delimitar o que se ensinar na escola básica e

secundária, surgindo também a partir desses debates um interesse pela caracterização do pensamento algébrico, que diz respeito, dentre outras coisas, ao estudo das estruturas abstratas, à simbolização, à modelação matemática e ao estudo da variação em diversos contextos. Nesta outra ótica, compreende-se que “o grande objetivo do estudo da Álgebra nos ensinos básico e secundário é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Este pensamento inclui a capacidade de manipulação de símbolos mas vai muito além disso” (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009, p. 9).

A partir desta concepção mais diversificada acerca da Álgebra, Ponte Branco e Matos (2009, p. 10) defendem que aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, não se resumindo, portanto, a atividade algébrica à manipulação de símbolos, visto ser a componente simbólica uma das faces a ser explorada neste campo matemático, dentre várias possibilidades. A seguir, teceremos nossas considerações finais acerca deste trabalho de pesquisa.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, verificamos que a ideia de substituir números (conhecidos ou desconhecidos) por um símbolo, em particular a utilização de letras, bem como o emprego regular dos sinais matemáticos que se utiliza atualmente, a exemplo do igual ($=$), levando-se em consideração que se realizou apenas um recorte histórico acerca do desenvolvimento da linguagem algébrica, foi um processo que se deu gradativamente.

Este estudo, nos revela a potencialidade que a utilização da História da Matemática, como recurso didático, tem para que o ensino de Álgebra se torne mais significativo, visto que poderá possibilitar aos alunos a compreensão de que um determinado tópico abordado, a exemplo de equações do 1º grau, conceitos ligados a este, bem como sua representação simbólica, é fruto de um longo processo histórico, com variados personagens contribuindo no tempo e espaço diferenciados para o seu desenvolvimento.

Pelo apresentado, constata-se que a utilização do diagrama metodológico, com modelo e sugestões didáticas colhidos a partir das obras de Mendes e Chaquiam (2016) e Chaquiam (2017), seja uma alternativa de recurso para construção do conhecimento matemático. Neste sentido, por exemplo, no presente texto foi concebido um diagrama com o intuito de representar como se deu a evolução da linguagem algébrica, em um determinado período da História, e nele conseguimos representar vários componentes (contexto histórico, personagens contemporâneos, etc.), tendo como referencial o personagem principal, que foi François Viète, eminente matemático francês do século XVI.

Por último, temos convicção de que este trabalho pode contribuir para o ensino de Matemática, particularmente de Álgebra, e que seja despertado o interesse, seja dos professores, para que realizem abordagens semelhantes em outros tópicos de Matemática, seja dos alunos de graduação, colaborando para uma melhor compreensão dos conteúdos que estão sendo abordados em sala de aula.

8. REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 1ª ed. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo-SP: Edgar Blücher, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclo do Ensino Fundamental. Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CEDRO, W. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: o Clube de Matemática**. 2004. 171f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

CHAQUIAM, M. **História da Matemática nas aulas de Matemática: uma proposta para professores**. Anais do XII Seminário Nacional de História da Matemática. Itajubá (MG): SBHMat, 2017.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática** / Howard Eves; tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FRANCO, G. H. B.; FARNAM, H. W. **Shakespeare e a Economia**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2009.

GARBI, G. G. **O Romance das Equações Algébricas**. 3ª Edição. São Paulo. Makron Books, 2009.

GIL, P. D. B. **François Viète: o despontar da álgebra simbólica**. 2001. 204f. Dissertação de Mestrado em Matemática – Fundamentos e Aplicações – Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Porto, 2001. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10216/9979>>. Acesso em: 29 mar. 2017.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra**. 2008. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Fac. de Física, PUCRS. Porto Alegre, 2008.

ANDRADE, C. H. V. de. **História ilustrada da medicina - a história da medicina antiga no seu contexto sociocultural**. São Paulo: Baraúna, 2011.

KARNAL, L. **A conquista do México**. São Paulo: FTD, 1996.

MENDES, I. A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Belém: SBHMat, 2016.

HELDA, B.; DEOLA, N.; LÔBO, A. **Os pensadores**: Sobre o infinito, o universo e os mundos / Giordano Bruno. O ensaiador / Galileu Galilei. A cidade do sol / Tommaso Campanella; traduções de Helda Barraco, Nestor Deola e Aristides Lôbo. — 3. ed. — São Paulo: Abril Cultural, 1983.

HELDEN, A. V. The Galileo Project. Disponível em: <<http://galileo.rice.edu/sci/brahe.html>>. Acesso em: 20 out. 2017.

PONTE, J. P. da; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. 2009. Lisboa: DGIDC. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10451/7105>>. Acesso em: 01 abr. 2017

PLANT, D. **Tycho Brahe**: A King amongst Astronomers. The Traditional Astrologer Magazine 8 (1995). Disponível em: <<http://www.skyscript.co.uk/brahe.html>>. Acesso em: 20 out. 2017.

TORRES, A.; PETEIRA, A. **A carta de Pero Vaz de Caminha**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1991.



FUNÇÃO EXPONENCIAL: Ensino por Atividade e História

Natally Guedes Farias

Universidade Federal do Pará (UFPA)

tally_guedes@hotmail.com

Luiz Carlos Soares da Silva

Universidade do Estado do Pará

luiz.carlosss08@gmail.com

Adan Rodrigo Pacheco

Universidade do Estado do Pará

profadanrodrigo@gmail.com

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta de atividade que está baseada no ensino pela descoberta visando o aprendizado de forma significativa onde pode ser ensinado o conteúdo de função exponencial, seus elementos e para isso utilizamos a história da matemática para auxiliar na compreensão do conteúdo e sua importância e aplicação no cotidiano e usando ferramentas tecnológicas para levar aos alunos, atividades que os façam descobrir cada elemento da função exponencial para melhor desenvolvimento de aprendizado.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Função Exponencial. História da Matemática.

1. INTRODUÇÃO

A função exponencial introduzida no 1º ano do ensino médio traz desafios no desenvolvimento em sala de aula, deve-se buscar alguns conhecimentos prévios vistos ainda no ensino fundamental, como as propriedades de potência, com certas dificuldades na retomada a ser facilitada com o uso da tecnologia e da história da matemática. Aos professores cabe o desafio de ensinar os conteúdos de maneira que os alunos possam compreender e assimilar os conceitos ora apresentados. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

apontam ainda no ensino fundamental para um tratamento que possa levar o estudante a conhecer as propriedades de potenciação e usá-las para resolver questões. Este trabalho objetiva principalmente propor uma sequência didática envolvendo conceitos e definições da função exponencial utilizando o método da redescoberta e da descoberta, sendo algo subjetivo a cada aluno, pretendendo-se tornar a aula dinâmica na construção do conhecimento trazendo o aluno como partícipe, autor e sujeito do processo, associando a utilização de ferramentas tecnológicas e auxiliando com a história da matemática para dar consistência, embasamento e significação ao aprendizado do aluno. Habilidades a serem desenvolvidas como planejar, analisar, pesquisar avaliar entre outras, sempre com objetivo que o aluno possa encontrar regularidades e tirar as próprias conclusões.

2. METODOLOGIA e APRESENTAÇÃO DOS MATERIAIS

Iniciando as atividades, apresentaremos aos alunos, conhecimentos iniciais sobre a função exponencial, sua forma e os elementos que compõem esta função, bem como sua utilização no contexto em que se vive. Será solicitado o uso dos computadores, que é uma ferramenta muito utilizada nos laboratórios de informática, e a turma será dividida em equipes de 05 alunos cada para fazer as devidas análises.

Iniciaremos com a abordagem histórica do conteúdo de função exponencial apresentando uma situação muito conhecida pela história da função exponencial, que constará em material impresso onde os alunos terão a oportunidade de conhecer a necessidade do surgimento da função e sua importância hoje. Na ficha, os alunos poderão fazer os registros de suas impressões e compreensões, sobre o desenvolvimento histórico de função exponencial, além das conclusões às quais chegaram.

Enquanto os alunos acompanham o desenvolvimento histórico da função exponencial, os alunos podem observar no Geogebra.

Neste momento, após o registro das conclusões das equipes, caso estas não estejam próximas do que se esperava em termos de conhecimento e compreensão pelos alunos, o professor fará intervenção a fim de formalizar os conceitos que a atividade propôs e assim sanar as possíveis dificuldades que as equipes possam ter apresentado.

Por fim, para a fixação do que foi estudado, será proposta uma lista de atividades para que os alunos possam individualmente demonstrar o que de fato foi aprendido e se cumpriu-se com êxito a atividade.

3. ROTEIRO DETALHADO DA PROPOSTA

O primeiro momento se dará através de apresentação à turma sobre o surgimento da função exponencial, sua forma de função cuja variável está no expoente, os elementos presentes na função e as questões antigas e atuais que culminaram no desenvolvimento dessa função, bem como a figura de Bernoulli nesse estudo.

O segundo momento terá como atividade os alunos farão uma análise através do preenchimento de dados em uma tabela contendo informações a respeito do coeficiente a das funções exponenciais contidas na ficha de atividades. A partir desse momento haverá a organização das equipes para realizarem as demais atividades.

Os alunos deverão com o auxílio do computador, abrir o arquivo disponibilizado pelo professor no Geogebra, observar cada função contida no lado esquerdo da tela. A partir dessas funções, clicando em cada função, as equipes farão suas anotações preenchendo a tabela com o que se pede.

Os alunos poderão perceber que o coeficiente a define o crescimento do gráfico da função exponencial, se $a > 0$, teremos função crescente, se $0 < a < 1$, a função será decrescente.

No terceiro momento, as equipes analisarão o coeficiente b , observando as funções na ficha de atividades e no arquivo disponibilizado pelo professor no Geogebra, para compreender o comportamento do gráfico da função através do coeficiente b .

Os alunos poderão perceber que o coeficiente b é responsável por transladar (movimentar) o gráfico para cima ou para baixo bem como os sinais correspondentes a cada movimento.

No quarto momento, as equipes analisarão o sinal do coeficiente a , destacando na observação o comportamento da lei e também do gráfico de acordo com o sinal do coeficiente.

Os alunos deverão perceber que quando a função possui o mesmo coeficiente a , mas com sinais opostos, o gráfico da função sofre reflexo em torno do eixo y .

Após a realização da tarefa, será possível instigar a participação e interação com mostrando mais exemplos de função e solicitando que reconheçam quais são exponenciais e indicar o motivo pelo qual as demais não o são, incentivando a reflexão da turma sobre as características da função. Ressalto que em todas as tarefas buscarão instigar a participação ativa do aluno para a avaliação em processo contínuo.

A seguir apresentamos a ficha técnica das atividades.

4. FICHA TÉCNICA DAS ATIVIDADES

Apresentamos as atividades e o cronograma das atividades

Cronograma de Atividades

Aula	Atividade	Tempo
1ª Aula	Atividade 1: Coeficiente a da função exponencial.	1 (um) tempo de 40 minutos.
2ª Aula	Atividade 2: Coeficiente b na função exponencial	1 (um) tempo de 40 minutos.
3ª Aula	Atividade 3: Sinal do coeficiente a	1 (um) tempo de 40 minutos.

4.1 Atividade 1.

Título: coeficiente a da função exponencial.

Objetivo: Identificar a relação coeficiente a com o gráfico da função.

Contexto histórico e aplicações: O estudo de função exponencial iniciou-se por Johann Bernoulli (1667-1748), uma função cuja variável encontrava-se no expoente, isto é, a base é um valor constante na função, mas influencia diretamente no seu comportamento. Desde então tivemos algumas situações que podem ser resolvidas através do uso da função exponencial.

A função exponencial possui como característica uma relação onde a variável está presente no expoente, cuja definição é toda função do tipo $f(x) = a^x$, com a base "a" positiva e diferente de 1, para todo número real x, chamamos de função exponencial.

Meia-vida de uma substância, é o tempo que ela leva para se reduzir à metade de sua quantidade inicial. A importância desse cálculo para a medicina e química estão no conhecimento utilizado para tratamento de saúde pela administração de medicamentos cada período de tempo. Além disso, é possível conhecer o tempo que um elemento radioativo leva para desintegrar-se. Todos esses cálculos podem ser realizados pela função exponencial, por exemplo, Suponha que, t minutos após injetar-se a primeira dose de uma medicação na veia de um paciente, a quantidade dessa medicação existente na corrente sanguínea seja dada, em ml, pela função $Q(t) = 50 \cdot 2^{(-t/180)}$ e que o paciente deva receber outra dose quando a medicação existente em sua corrente sanguínea for igual a $\frac{1}{4}$ da quantidade que lhe foi injetada.

Crescimento populacional de seres vivos microscópios, como bactérias, e de populações que requerem estudos de controle de doenças, administração de medicamentos e outros, requerem cálculos de função exponencial como por exemplo a questão: o número de bactérias B de uma cultura, em função do tempo t , medido em horas, é dado por $B(t) = 2^{(t/12)}$.

Materiais necessários: Ficha com o quadro de funções exponenciais, papel, caneta ou lápis, arquivo GeoGebra.

Procedimento: Dado as funções exponenciais.

- Em todas as funções exponenciais contidas na ficha.
- a) Determine o valor do coeficiente a de cada função.
 - b) Determine se o gráfico é crescente ou decrescente.
 - c) Preencha a tabela com as informações encontradas.

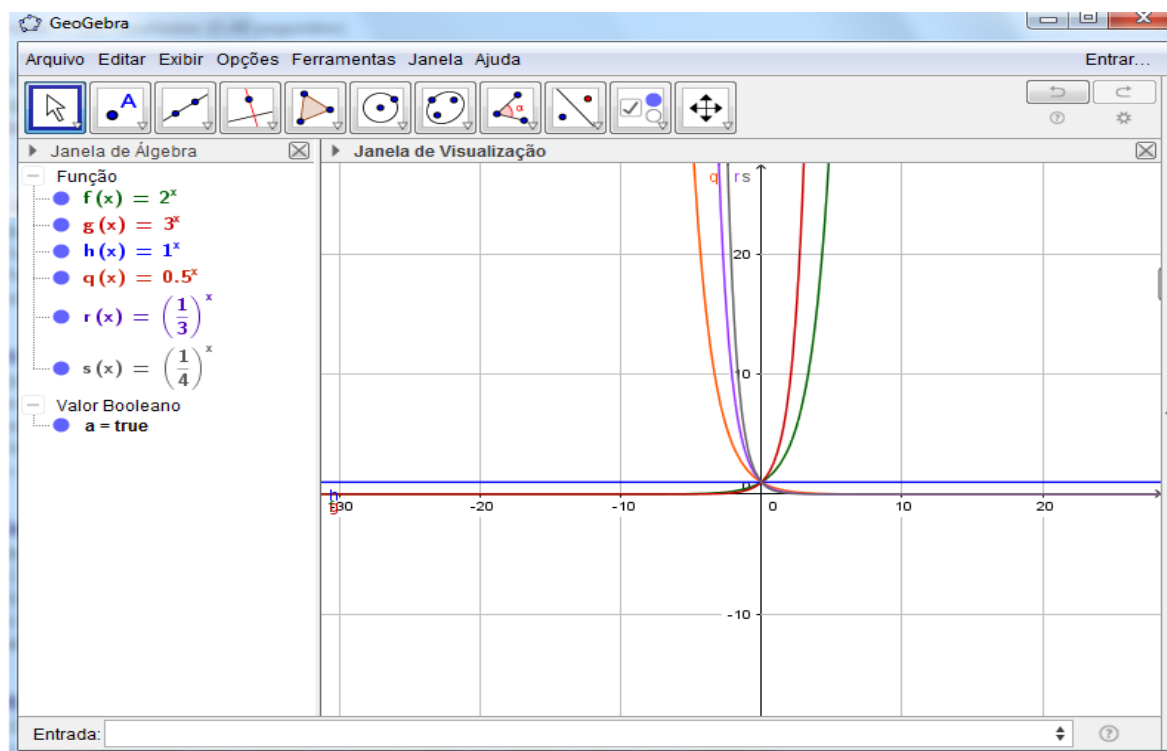
Função	Coeficiente a	Gráfico da função crescente	Gráfico da função decrescente
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

Quais as conclusões dos alunos? _____

Formalização: Coeficiente maior que 1, gráfico crescente, coeficiente a entre 0 e 1, gráfico decrescente.

Lista de Questões: Ficha contendo questões que envolvam a relação do coeficiente com o gráfico das funções exponenciais.

Figura 1: arquivo GeoGebra da atividade 1



4.2 Atividade 2

Título: Coeficiente b na função exponencial.

Objetivo: Descobrir qual a relação do coeficiente b de uma função exponencial com o gráfico da função.

Contexto histórico e aplicações: As funções exponenciais têm sua utilização em diversas situações do nosso contexto, entre elas estão a taxa de rendimento de um determinado valor pelo cálculo mais conhecido como juros, também temos a taxa desaparecimento de uma quantidade de uma determinada substância no nosso corpo que chamamos de meia-vida, decaimento radioativo entre outros.

Taxa de rendimento de um de um valor aplicado por um determinado tempo é a base do sistema monetário atual, juros compostos como costumamos chamar, onde temos uma função exponencial cuja relação se dá entre o valor a ser recebido Montante e o expoente que é o tempo. Em Berlin, no museu do Louvre, há tábuas com problemas de juros compostos, por exemplo, questionava-se qual seria o tempo necessário para um determinado valor dobrar se render 20% ao ano em juros compostos que mostram que desde antes de 1700 a. C. estes problemas já existiam e já instigavam suas soluções. Hoje contamos com uma função exponencial para solucionar essas questões $M = C \cdot (1+i)^n$.

Materiais necessários: Ficha com o quadro de funções exponenciais, papel, caneta ou lápis, arquivo GeoGebra.

Procedimento: Dado as funções exponenciais.

- Em todas as funções exponenciais contidas na ficha.
 - a) Determine o valor do coeficiente b de cada função.
 - b) Determine se o gráfico subiu ou desceu no eixo y .
 - c) Preencha a tabela com as informações encontradas
 - d) Determine quantas casas o gráfico subiu ou desceu

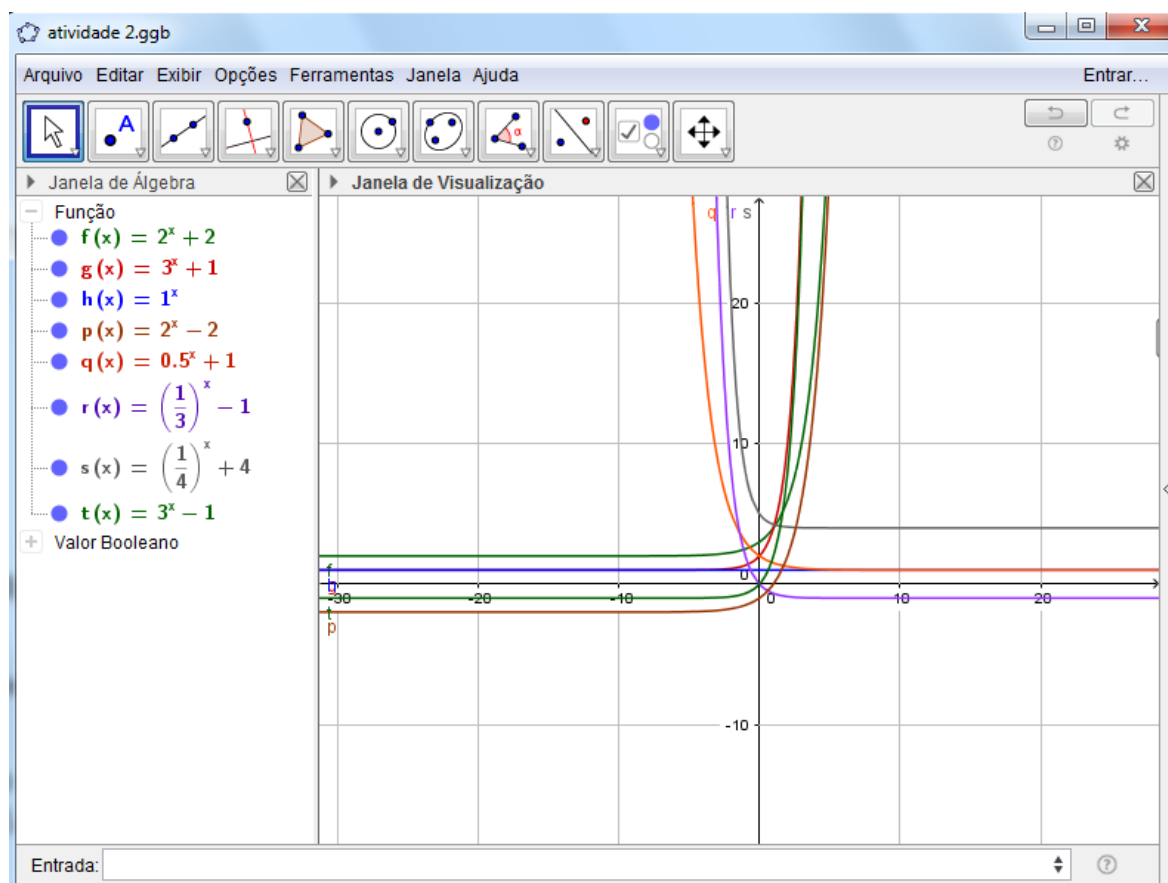
Função	Coeficiente b	Gráfico da função subiu	Gráfico da função desceu	Número de casas
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

Quais as conclusões dos alunos? _____

Formalização: Coeficiente b determina a transladação para cima ou para baixo na função exponencial.

Lista de Questões: Ficha contendo questões que envolvam coeficiente b para verificação do gráfico da função exponencial.

Figura 2: arquivo GeoGebra da atividade 2



4.3 Atividade 3

Título: Coeficiente a negativo e o gráfico

Objetivo: Descobrir qual a mudança que o coeficiente a negativo causa no gráfico.

Materiais necessários: Ficha com o quadro de funções exponenciais, papel, caneta ou lápis, arquivo GeoGebra.

Procedimento:

- Determine o valor do coeficiente a de cada função com mesma lei de formação.
- Determine a relação dos gráficos das mesmas funções com a oposto.
- Preencha a tabela com as informações encontradas

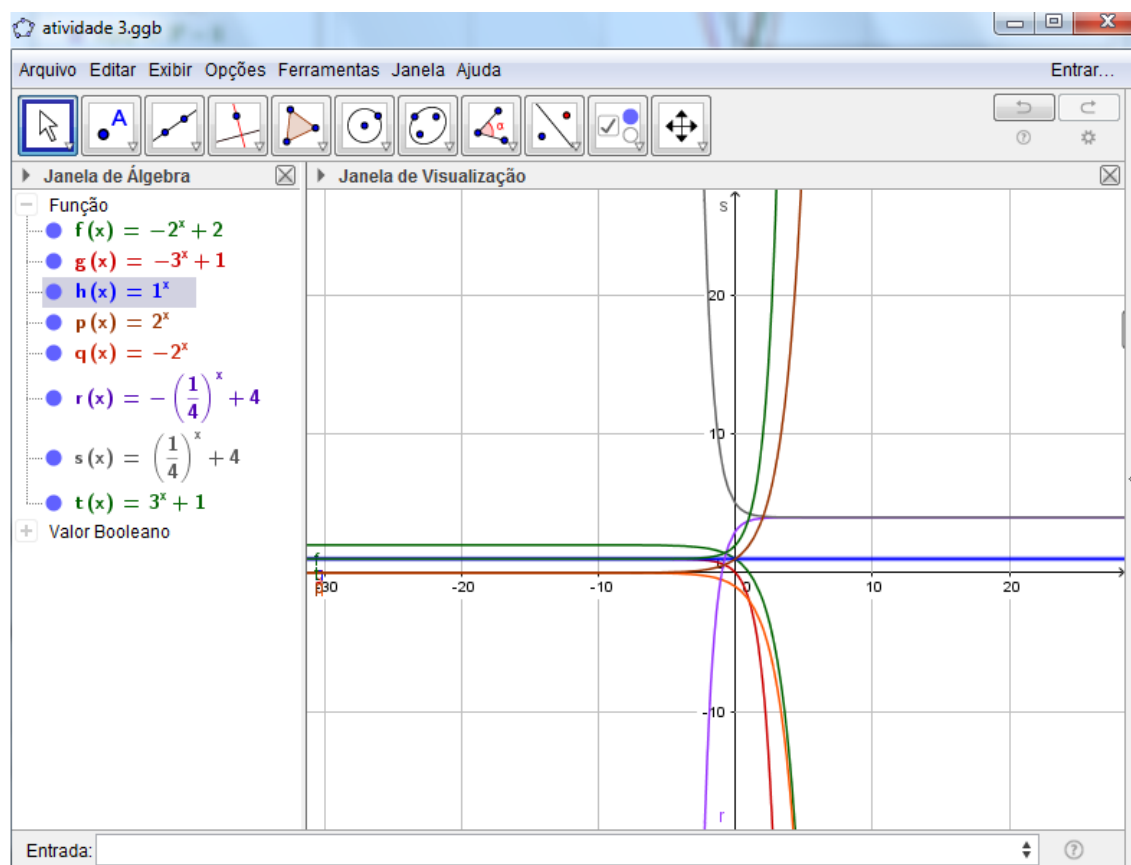
Função	Coeficiente a	Função 1	Função 1 com a oposto	Relação dos gráficos
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

Quais as conclusões dos alunos? _____

Formalização: Coeficiente a de funções iguais com a oposto mostra gráficos com reflexo em relação a y .

Lista de Questões: Ficha contendo questões que envolvam coeficiente a para verificação do gráfico da função exponencial

Figura 3: arquivo GeoGebra da atividade 3



4.4 Lista de questões de fixação

Título: Exercícios envolvendo função exponencial.

Objetivo: Fixar o conhecimento adquirido através de lista de questões.

Material Necessário: Folha de exercícios.

Procedimento: Disponibilizar a cada aluno uma cópia da folha de exercício, e orientar para que resolva as questões.

Questões:

1. Dadas as funções abaixo, estude o comportamento do gráfico a partir do coeficiente a.

- a) $f(x) = 2^x$
- b) $f(x) = (1/3)^x$
- c) $f(x) = 3^x$
- d) $f(x) = 5^x$
- e) $f(x) = (2/3)^x$

2ª) Nas funções a seguir, indique o coeficiente responsável pelo movimento na direção vertical dos seus gráficos.

a) $f(x) = 5^x - 3$

b) $f(x) = 1 - 2^x$

b) $f(x) = 2 + 4^x$

c) $f(x) = 5 - 1^x$

d) $f(x) = 6^x - 2.5$

e) $f(x) = 7 + 3^x$

3ª) Analise o comportamento dos gráficos das funções abaixo e indique se são crescentes ou decrescentes.

a) $f(x) = 5^x - 3$

b) $f(x) = 2 + 4^x$

c) $f(x) = (1/3)^x$

d) $f(x) = (2/3)^x$

e) $f(x) = 1 - (1/2)^x$

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso trabalho busca apresentar uma proposta de atividades que associe o ensino da função exponencial com o uso da história de forma a possibilitar a aprendizagem significativa por meio da descoberta dos elementos da função exponencial e proporcionar aos alunos um aprendizado mais dinâmico através da exploração do computador e com intuito de validar nossas atividades, ao final é indicada a aplicação de questões que envolvam os conteúdos das atividades.

Este trabalho serve para aplicação em sala de aula quando os professores optarem por aplicar um novo modelo para o ensino de função trigonométrica que valorize o aluno como ator atuante na aquisição do próprio conhecimento. Utilizando a história e possibilitando ao aluno o contato com software educativo.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática** – Volume Único – 1ª Ed. São Paulo, Ática: 2005.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo:Campinas, Unicamp, 1995.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PÉREZ, Luis Eduardo Reyes; RODRIGUES, Chang Kuo. **FUNÇÃO EXPONENCIAL E AS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PRODUTO EDUCACIONAL**. (2015). Disponível em: <<http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/09/produto-educacional-Luis-Eduardo-Reyes-Perez.pdf>>. Acesso em: 05 abr. 2017.

REVISTA DO SISTEMA PARAENSE DE AVALIAÇÃO EDUCACIONAL: REFERÊNCIAS E RESULTADOS: Sistema Paraense de Avaliação Educacional SisPAE 2015. Belém: Fundação Vunesp, 2015. Anual. Disponível em: https://sispae.vunesp.com.br/Arquivos/Revistas2015/ReferenciaseResultados_2015.pdf. Acesso em: 07 jul. 2017.

SÁ, Pedro Franco de. **Ensinando Matemática através da Redescoberta**. Disponível em: <http://www.ebah.com.br/content/ABAAfLakAF/ensinandomatematicaatravesredescoberta> . Acesso em 08 jul. 2016.

SÁ, Pedro Franco de; JUCÁ, Rosineide de Sousa; NASCIMENTO, Antonio Paulo Martins do. **Matemática por atividades: experiências bem sucedidas**. Petrópolis, RJ : Vozes , 2014.



FUNÇÃO LOGARÍTMICA: UMA ANÁLISE EM LIVROS DIDÁTICOS

Felipe Andrade Fernandes

Universidade do Estado do Pará

uepafelipe@gmail.com

Rodrigo dos Reis Bittencourt

Universidade do Estado do Pará

ro.rb353@yahoo.com

RESUMO

Esse trabalho tem por objetivo a realização de uma análise minuciosa em três livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro do Ensino Médio (PNLEM) dos anos 2009 até o ano 2017, sobre o assunto Função Logarítmica. Tal análise está apoiada na Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard (1999), no que diz respeito das noções de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Além de elucidar quais são as dificuldades que os alunos apresentam no conceito de Função Logarítmica, embasado nas pesquisas correlatas. Em nossas análises percebemos que os livros didáticos 1 e 3 apresentam uma organização matemática coerente às maiores dificuldades apontadas pelos autores Jesus (2010) e Fernandes e Bittencourt (2016).

Palavras-chaves: Teoria Antropológica do Didático. Análise de Livros Didáticos. Função Logarítmica.

1. Introdução

Justifica-se esse trabalho pela importância do livro didático para o ensino e aprendizagem em Matemática. Seguindo a linha de raciocínio de Martins e Santos (2011) o livro didático é um dos elementos que mais caracterizam a educação e no seu processo em sala de aula entre alunos e professores.

Ainda na perspectiva de Martins e Santos (2011) o livro didático está enraizado em toda sociedade escolar, pela sua importância na determinação de conteúdos e condicionamento de estratégias de ensino. Evidenciando de forma decisiva o que se ensina, como se ensina e porque se ensina.

A importância que o livro didático é atribuído ao aluno, conforme indica Romanatto (2004), como fonte de ideias, resolução e formulação de problemas matemáticos, e oferecer ponto de partida para investigações. O professor também pode se apossar dessas utilidades como um norte de sua prática, mas o aluno deve perceber essa importância gradativamente.

O objeto matemático de nossa pesquisa é Função Logarítmica. Buscamos verificar a maneira como esse objeto é apresentado nos livros didáticos; e se tal organização proporciona ao aluno superar as dificuldades que as últimas pesquisas acerca desse assunto têm revelado. Pesquisas como a de Jesus (2010) e Fernandes e Bittencourt (2016) apontam que as maiores dificuldades apresentadas pelos alunos sobre esse assunto são de ordem conceitual, elementar, interpretação de questões e passagem do registro algébrico para o gráfico.

Nosso objetivo é realizar análise de livros didáticos sobre a luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), para contribuir no debate sobre a qualidade do material e de que maneira assunto de Função Logarítmica é apresentado pelos autores de livros didáticos. Para subsidiar nossas análises, usaremos como referência os trabalhos de Jesus (2010), Fernandes e Bittencourt (2016), Varella (2010) e Machado *et al* (2015).

2. Noções Teóricas

2.1. Pesquisas correlatas

Inicialmente iremos apresentar dois trabalhos que se utilizaram do objeto matemático Função Logarítmica para investigar quais são as dificuldades no aprendizado. Posteriormente iremos elucidar a teoria usada para análise dos livros, que se chama TAD.

No trabalho realizado pela autora Jesus (2010), teve como procedimento metodológico a aplicação de um teste diagnóstico contendo 6 questões de Logaritmos e Função Logarítmica para três turmas do 1º ano do Ensino Médio. A realização da pesquisa foi em uma escola da cidade de Ananindeua – PA, no intuito de investigar as dificuldades que os alunos possuem a respeito de função Logarítmica.

As principais dificuldades encontradas pela autora Jesus (2010) foram à falta de interpretação do comando das questões; realização de cálculos errados, e esses cálculos podem pertencer aos conhecimentos anteriores ou ao próprio Logaritmo; problemas na notação de potência; dificuldades conceituais em função Logarítmica, pois muitos alunos não

conseguem distinguir a representação gráfica da sua inversa, além de que muitos não conseguem nem representar graficamente a função Logarítmica.

O trabalho realizado pelos autores Fernandes e Bittencourt (2016), teve como procedimento metodológico a aplicação de um teste diagnóstico contendo 6 questões de Função Logarítmica, sendo 3 conceituais e 3 processuais, para uma turma do 1º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Pará (UEPA).

Os autores Fernandes e Bittencourt (2016) realizaram análises de erros dos alunos nas questões propostas. O objetivo foi investigar as dificuldades que os alunos possuem a respeito de função Logarítmica. Os autores identificaram nos erros mais comuns dos alunos estão relacionadas na passagem do registro algébrico para o registro gráfico.

2.2. A Teoria Antropológica do Didático (TAD)

A TAD desenvolvida por Yves Chevallard, tem como foco o “saber”, a respeito de como esse saber se organiza nas instituições no qual está inserido, e as formas de organizações do conhecimento. Essa teoria, segundo Varella (2010), visa o estudo da organização do saber matemático para obter êxito em uma transposição didática.

Varella (2010) explicita as ideias de Chevallard (1999) sobre a noção de transposição didática, que é um grupo de mecanismos gerais para fazer a passagem de um “saber” científico para um “saber” a ser ensinado. Bem como a diferença entre os saberes: da matemática, do professor e do aluno envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Para Varella (2010), a teoria tem como estudo a Matemática dentro de um conjunto de atividades humanas e de instituições sociais, em específico o professor, o aluno e suas ações. Tal teoria não se atenta aos processos cognitivo do aluno para conhecer algum objeto, e sim pela relação entre sujeito-instituição-saber, e como esse saber se torna conhecimento para o aluno.

Machado *et al* (2015) explica que essa teoria é importante para que haja a escolha das organizações do saber a ser utilizadas pelo professor e seus alunos, para que a relação “sujeito-instituição-saber” obtenha êxito. Essa organização deve modelar as práticas sociais em geral, em específico, as da Matemática a partir das noções de tarefas e tipos de tarefas, técnicas, tecnologia e teoria, que Chevallard (1999) institucionalizou pelos símbolos: t , T , τ , θ , Θ , respectivamente. Essas noções são explicadas na citação:

(...) as noções de praxeologia a letra (t) representa tarefa e (T) tipos de tarefa, esta sempre segue de um verbo para indicar a ação da tarefa. A técnica é representada por (τ), ela é a maneira como a tarefa será realizada, o modo de fazer a tarefa dada, a tecnologia representada por (θ) serve para justificar a técnica usada dando suporte na sua utilização. E a teoria representada por (Θ) serve de apoio para a tecnologia. (MACHADO *et al*, 2015, p. 2)

Essas noções (t, T, τ , θ , Θ) pertencentes à TAD servirão de “ferramentas” para realização das análises de três livros do ensino médio que contém o assunto: Função Logarítmica. São ferramentas uteis para identificar quais são as tarefas que possuem os exercícios propostos e resolvidos pelos autores, quais técnicas são possíveis de serem realizadas, e quais são as tecnologias e teorias que sustentam as técnicas empregadas.

3. Procedimentos Metodológicos

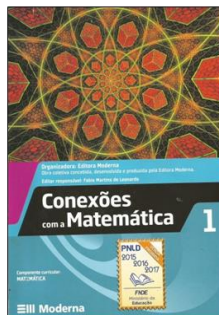
Essa pesquisa é do tipo bibliográfica, na qual buscamos analisar livros didáticos de ensino médio que são o *Livro Didático 1: Conexões com a Matemática*, obra produzida pela Editora Moderna (2010); *Livro Didático 2: Matemática, contexto e aplicações*, do autor Dante (2010) e o *Livro Didático 3: Matemática*, dos autores Youssef, Soares e Fernandez (2005). Os três livros foram listados no catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM) - 2009. Utilizamos como auxílio a TAD para subsidiar as análises.

Esses Livros catalogados pelo PNLEM do 1º ano do Ensino Médio contém nosso objeto de estudo que é Função Logarítmica, no qual utilizaremos de um exemplar para realizar análises em duas partes: a primeira é com um grupo de questões resolvidas pelo autor, e a segunda análise é com um grupo de questões propostas para os alunos resolverem. As análises estão apoiadas nas ideias de t, T, τ , θ , Θ da TAD.

4. Análise praxelógica

Livro Didático 1.

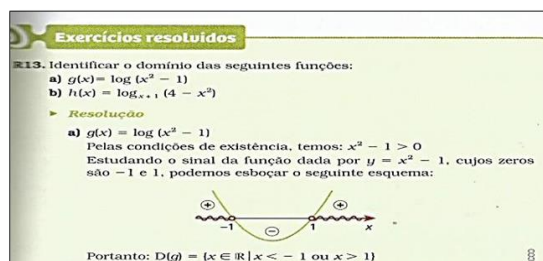
Figura 1 – Capa do Livro.



Fonte: Editora Moderna (2013).

Primeira parte das análises: Exercícios Resolvidos pelo autor.

Figura 2 – Exercícios Resolvidos pelo autor R13.



Fonte: Editora Moderna (2013).

Tarefa: Determinar o domínio da função $g(x) = \log(x^2 - 1)$.

Técnica: Aplicação da definição de logaritmo, no que diz respeito à condição de existência do logaritmando, que deve ser maior que zero. Em seguida determinar os zeros função caracterizada pelo Polinômio do segundo grau, para então poder realizar o estudo do sinal, consequentemente respondendo a questão.

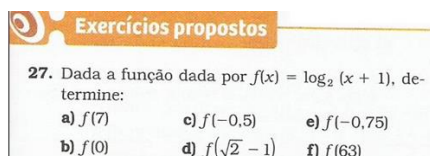
Tecnologia: Definição de logaritmo: “Se $a, b \in \mathbb{R}$, tal que $0 < a \neq 1$ e $b > 0$, então $\log_a b = x \Leftrightarrow ax = b$ ”. Conhecimento de função quadrática. Noções de conjunto.

Teoria: Logaritmo, Funções Quadrática e Conjuntos.

Nessa questão inicial analisada, o autor do livro *Conexões com a Matemática* usa outras habilidades além de conhecimentos em logaritmos, tais como função quadrática e equação do segundo grau. Acreditamos que por ser um exercício introdutório sobre função logarítmica, o autor poderia começar explorando apenas uma habilidade por vez, e aumentando o nível de dificuldade com o decorrer do capítulo.

Nos exercícios resolvidos, podemos verificar que o autor prioriza a resolução no qual haja a utilização da definição e as condições de existência para a função logarítmica. Para nós, tal estratégia tomada pelo autor, frente as últimas pesquisas acerca das dificuldades dos alunos sobre esse objeto, proporcionará ao aluno superar os erros conceituais que Jesus (2010) tanto apontam. A seguir analisaremos as questões propostas.

Imagem 3 – Exercício Proposto 27.



Fonte: Editora Moderna (2013).

Tarefa: Determinar a função $f(x) = \log_2(x + 1)$ em um dado ponto do domínio de cada item.

Técnica: Dado a equação que representa uma função logarítmica, deve haver a substituição do ponto no modelo algébrico. Em seguida realizar a operação aritmética dentro do parêntese: $(7 + 1)$ encontrando o logaritmando, tendo a equação: “ $f(7) = \log_2 8$ ”. Com isso, é feita a aplicação da definição de logaritmo, resultando na igualdade: “ $2 f(7) = 8$ ”, utilizando propriedade de equação exponencial, temos que $f(7) = 3$.

Tecnologia: Aplicação da definição de Função Logarítmica. Propriedades de equação exponencial.

Teoria: Função, Logaritmo e equação exponencial.

O Livro *Conexões com a Matemática* é repleto de exercícios propostos pelo autor, o que dá subsídio ao professor na hora de expor o assunto na sala de aula, como sugere Romanatto (2004). É importante que o professor também deve ser mediador no processo de resolução desses exercícios, pois estes requerem muitas habilidades que abrangem outros tópicos matemáticos além de função logarítmica, que é um ponto positivo, porém pode causar muitas dúvidas aos alunos, e o objetivo é que ele aprenda e tenha domínio do conteúdo.

Livro Didático 2.

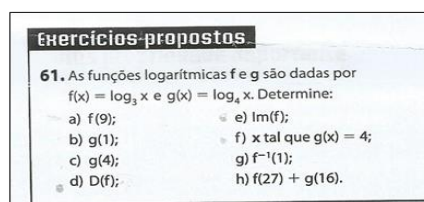
Imagem 4 – Capa do Livro.



Fonte: Dante (2010).

Neste livro o objeto matemático função logarítmica, encontra-se como um sub tópico na seção logaritmo. O autor destinou apenas cinco páginas para a função logarítmica sem disponibilizar exercícios resolvidos e indicando apenas os exercícios propostos. Apesar de tais fatos, verificamos que o autor busca por uma abordagem, em função logarítmica, a partir de conhecimentos prévios, retomando a função exponencial.

Imagem 5 – Exercício proposto 61



Fonte: Dante (2010).

Análise do item (a) $f(9)$.

Tarefa: determinar a função em pontos específicos

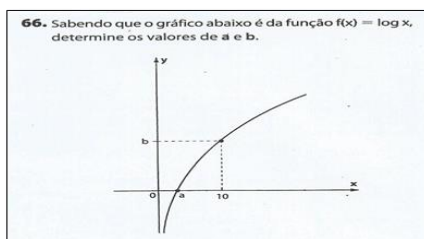
Técnica: Utilizar o modelo algébrico da Função Logarítmica, substituindo o ponto específico no modelo, em seguida aplicar a definição de logaritmo e por fim equacionar realizando manipulações algébricas até encontrar o resultado.

Tecnologia: Noções de Função. Definição de Função Logarítmica. Propriedades de Equação Exponencial.

Teoria: Função; Logaritmo; Exponencial.

Compreendemos que o autor apresentou a definição e em seguida destacou os exercícios propostos, o que se pressupõe utilizar tal definição, conforme a organização do conteúdo apresentada pelo autor.

Imagem 6 - Exercício proposto 66



Fonte: Dante (2010).

Tarefa: Dado o gráfico, encontrar o valor numérico para dois pontos.

Técnica: A partir do modelo algébrico, substituir o ponto conhecido do gráfico; em seguida aplicar propriedade de potenciação no valor a e b .

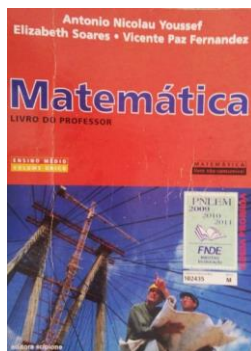
Tecnologia: Definição de função logarítmica.

Teoria: Função Logarítmica.

O livro *Matemática* de Dante (2010), apesar de não possuir exercícios resolvidos pelo autor, é um recurso viável para o professor e para os alunos, pois possui uma grande variedade de exercícios propostos, de questões diretas (do tipo resolva, calcule e efetue) e contextualizadas (seja na área da matemática ou em outras ciências). Sendo assim, nos parece que este livro possui um grande potencial para que o professor auxilie, dentro da sala, ao aluno superar desde “falta de interpretação do comando das questões; realização de cálculos errados” que Jesus (2010); até a “conversão do registro algébrico para o registro gráfico” que Fernandes e Bittencourt (2016). Além de servir como ponto de partida para investigações, possibilidades, desenvolvimento de habilidades, que não se restringe apenas à matemática, e assim a outras disciplinas, conforme Romanatto (2004) defende.

Livro Didático 3.

Imagem 7 – Capa do Livro.

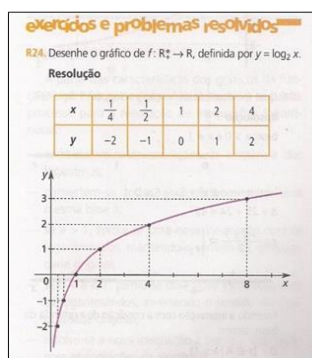


Fonte: Youssef, Soares e Fernandez (2005).

O Livro Didático *Matemática* do primeiro ano do Ensino Médio contém nosso objeto de estudo que é Função Logarítmica, no qual utilizaremos de um exemplar para realizar análises em duas partes: a primeira é com um grupo de questões resolvidas pelo autor, e a segunda análise é com um grupo de questões propostas para os alunos resolverem. As análises estão apoiadas nas ideias de Tarefas, Técnicas, Tecnologia e Teoria da Teoria Antropológica do Didático.

Primeira parte das análises: Exercícios Resolvidos pelo autor.

Imagem 8 – Exercícios Resolvidos pelo autor R24.



Fonte: Youssef, Soares e Fernandez (2005).

Tarefa: Desenhe o gráfico de $f: \mathbb{R}^{*+} \rightarrow \mathbb{R}$, definida pelo modelo algébrico $y = \log_2 x$.

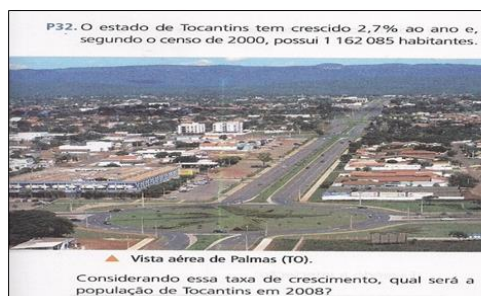
Técnica: Supor valores numéricos inteiros e fáceis para y para então encontrar o valor de x (logaritmando), e organizar em uma tabela para melhorar a visualização. Ao encontrar os valores de x em função de y, formam-se pares ordenados para marcar em um plano cartesiano. Após os pontos marcados nas relações biunívocas, traça-se o desenho do gráfico.

Tecnologia: É usada a definição de logaritmo: “Se $a, b \in \mathbb{R}$, tal que $0 < a \neq 1$ e $b > 0$, então $\log_a b = x \iff ax = b$ ”. Definição de Plano Cartesiano.

Teoria: Funções; Álgebra.

Faremos a seguir a análise praxeológica dos exercícios propostos pelo autor. A questão P29 do grupo “exercícios propostos pelo autor” possui uma configuração semelhante à questão R24 do grupo “exercícios resolvidos pelo autor”, e a questão P30 (pertencente ao grupo de exercícios propostos pelo autor) segue o mesmo raciocínio da questão R26 (pertencente ao grupo de exercícios resolvidos pelo autor). Por essas questões terem a mesma linha de raciocínio, possuem as mesmas técnicas, tecnologias e teorias já analisadas.

Imagem 23 – Exercícios Propostos pelo autor P32.



Fonte: Youssef, Soares e Fernandez (2005).

Tarefa: Determinar a quantidade populacional de Tocantins em 2008, levando em consideração os dados da situação-problema.

Técnica: Interpretar o comando da questão e fazer testes de crescimento populacional para os anos seguintes de 2000, primeiro para 2001, 2002. Até chegar à conclusão que o crescimento do número de habitantes segue um modelo, que pode ser expresso por: $P(t) = P_0 \cdot (1+0,27)^t$. Após a dedução da fórmula, substituir os dados $t = 8$ (que é a diferença do tempo inicial 2000 e o final 2008) e $P_0 = 1.162.085$ (quantidade de habitantes no tempo inicial, ou seja, em 2000). Realizar os procedimentos aritméticos como potenciação, multiplicação e adição, encontrando o resultado.

Tecnologia: Operações elementares (potenciação e multiplicação); Noções de equação; Noções de Função exponencial;

Teoria: Aritmética; Função Exponencial; Equações.

5. Considerações finais

Em nossas análises percebemos que os livros didáticos 1 e 3 apresentam uma organização matemática coerente às maiores dificuldades apontadas pelos autores Jesus (2010) e Fernandes e Bittencourt (2016), porém deixam a desejar nos problemas contextualizados propostos, pois muitos desses problemas eram mais relacionados à potenciação do que da função Logarítmica em si. O livro 2 também apresenta uma boa ordem de assuntos, porém não possui exercícios propostos, o que é um ponto negativo.

Esse trabalho também serve como um incentivo para nós, futuros professores de matemática, a realizar uma análise mais minuciosa do livro didático, para escolher qual se enquadra melhor nas organizações didáticas em sala de aula. Além disso, devemos ter em mente que podemos procurar outros instrumentos para o ensino, além do livro. Ou até mesmo buscar fonte em outras coleções. Para que não haja um monopólio na sala de aula de apenas um livro didático. Essa busca por algo novo deve estar sempre nos motivando a melhorar os métodos de ensino-aprendizagem.

6. Referências bibliográficas

- BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Nacionais Curriculares (PCNs), 3º e 4º ciclos do ensino fundamental, 1998.
- DANTE, L. R. Matemática: contexto e aplicações. 1ª impressão da 1ª Edição; obra em três volumes. Editora Ática: São Paulo, 2010.
- FERNANDES, F. A.; BITTENCOURT, R. R. Análise de Erros em Questões de Função Logarítmica. Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, SP. 2016.
- JESUS, A. C. N. de. Função Logarítmica: analisando as dificuldades de estudantes de ensino médio. 2010. 97f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2010.
- MACHADO, B. B. L.; et al. Uma Análise Praxiológica em Questões de Logaritmo. Seminário de Cognição e Educação Matemática. Belém – PA. 2015
- MARTINS, L.; SANTOS, V. A. dos. A Importância do Livro Didático. Candombá – Revista Virtual, Salvador – BA, 2011.
- OBRA COLETIVA. Conexões com Matemática. Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; Ed. Responsável: Fábio Martins de Leonardo. - 2ª Ed. - Moderna: São Paulo, 2013
- VARELLA, Marcia. Prova e demonstração na Geometria Analítica: Uma análise das organizações didáticas e matemáticas em materiais didáticos. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC - SP, São Paulo, 2010.
- YOUSSEF, A. N.; SOARES, E.; FERNANDEZ, V. P. Matemática: ensino médio, volume único. Editora Scipione: São Paulo, 2005.



GEOMETRIA PLANA: ENSINO POR ATIVIDADES NO ENSINO MÉDIO

Daniela Oliveira da Silva

Universidade do Estado do Pará

danioliveira1304@gmail.com

Filipe Almeida Macêdo

Universidade do Estado do Pará

filipeamacedo7@gmail.com

Resumo

A geometria é um dos assuntos mais instigantes e gráficos da matemática, e que desde muito tempo vem sendo estudado. Porém é um dos assuntos mais difíceis para os alunos, principalmente por dois motivos, o curto tempo em que o assunto é passado e a preocupação do professor em passar conceitos prontos para o aluno, deste modo, reavaliar o método atual de ensino da geometria, mostrou-se imprescindível, visto que as conjecturas conceituais são importantes para a formalização dos conceitos geométricos. Este trabalho tem como objetivo mostrar uma nova proposta de ensino da geometria plana, baseados em uma sequência didática com a utilização de material concreto, fazendo com que o aluno obtenha conhecimento por empiria.

Palavras Chaves: Geometria, ensino-aprendizagem, sequência didática.

Introdução

A geometria é parte gráfica da matemática e seu estudo contempla o reconhecimento do espaço. Desde muito tempo ela faz parte dos conteúdos abordados em sala de aula, e ao ver dos alunos, é um dos tópicos em que eles encontram grande dificuldade por ser trabalho somente no final do ano pelo professor. Hoje em dia a geometria tem se articulado em várias áreas da matemática, desenvolvendo de diversas formas o conhecimento matemático.

Esta investigação se deu pela análise de pesquisas, como os estudos de Oliveira e Salazar (2013) que mostram que os alunos possuem aversão ao ensino de geometria, no caso da pesquisa citada, foi realizada com alunos do ensino fundamental, ou seja, se no ensino

fundamental existem problemas no ensino de geometria, conseqüentemente isso poderá ser refletido durante o ensino médio, pois os alunos não obterão conhecimentos prévios.

Buscou-se então a partir dessas análises, elaborar uma sequência didática voltada para o ensino de geometria no ensino médio, a fim de minimizar as dificuldades trazidas desde o ensino fundamental, com o objetivo em analisar as contribuições que uma sequência didática pode desenvolver com os alunos. Por meio disso foi realizado um estudo sobre metodologias de ensino e aprendizagem, com o caráter construtivista que é fortemente ligada ao uso de materiais concretos para o processo de ensino e aprendizagem do aluno.

De acordo com Vergnaud [02] (1990, apud Baldissera S/D p. 2) “um dos maiores problemas na educação decorre do fato que muitos professores consideram os conceitos matemáticos como objetos prontos, não percebendo que estes conceitos devem ser construídos pelos alunos... de alguma maneira os alunos devem vivenciar as mesmas dificuldades conceituais e superar os mesmos obstáculos epistemológicos encontrados pelos matemáticos... solucionando problemas, discutindo conjecturas e métodos, tornando-se conscientes de suas concepções e dificuldades, os alunos sofrem importantes mudanças em suas ideias”. A proposta didática com critérios no ensino por atividades, trabalha diretamente com a construção do conhecimento passo a passo do aluno, aumentando seus desafios gradativamente, para que ele consiga desenvolver com autonomia, contribuindo para o seu processo de aprendizagem.

Para a realização de uma sequência didática no ensino médio, os procedimentos que serão realizados para a produção desta pesquisa, será a elaboração da sequência didática que já está sendo construída com critérios de ensino por atividades; a aplicação da sequência para os estudantes; a observação da resolução das atividades e a participação dos alunos; análise dos dados coletados após a realização das atividades e a verificação da eficiência que uma sequência didática pode garantir para os alunos do ensino médio no ensino de geometria plana.

Este projeto justifica-se com a finalidade em buscar uma nova metodologia de ensino para geometria plana, pois através de um levantamento bibliográfico realizado para a elaboração desta pesquisa foi ressaltado que este conteúdo tem sido de grande dificuldade para os alunos, por este ser trabalhado somente no final do ano letivo de maneira básica. No entanto isso nos despertou em buscar métodos para que este problema seja solucionado, contudo iremos fazer uso de uma proposta didática com critérios de ensino por atividades,

para que os conhecimentos sejam construídos gradativamente com os níveis de dificuldades aumentados passo a passo.

Desenvolvimento

Sequência Didática: Um Ensino Por Atividades

A sequência didática é um conjunto de atividades interligadas entre si de maneira coerente, para ensinar um conteúdo por meio de exercícios avaliativos com várias etapas e em cada uma existe um novo desafio proposto, a fim de atingir um objetivo estipulado pelo professor para a aprendizagem e podem ter um longo prazo de duração. Para afirmar isso, segundo AMARAL (201-3) “Sequência Didática é um conjunto de atividades planejadas, para ensinar um conteúdo etapa por etapa. Organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem, e que envolvem atividades de aprendizagem e de avaliação”.

CABRAL (2017) propôs um modelo que sirva de referência para a elaboração de sequências didáticas com o objetivo de ensinar os conteúdos matemáticos nos níveis de ensino médio e fundamental, que são chamadas de UARC's – “Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual”, onde ele propõe uma série de intervenções que devem ser cumpridas em cada etapa de uma sequência didática, dentre essas intervenções, existe a Intervenção Inicial que é onde o professor estimula o aluno de maneira empírico-intuitiva as regularidades funcionais de um conceito quando inserido e explorado, e nela é trabalhada a modalidade Conexão Pontual, onde ele afirma que “será adotado pelo professor um conjunto finito de comandos procedimentais pontuais com os elos interligados de uma corrente. Cada procedimento operacional solicitado ao aluno deve estar irremediavelmente ligado ao procedimento anterior”. Para isso o processo de realização da sequência didática é necessário apresentá-la de forma lúdica, com utilização de materiais concretos, ou seja, com metodologias de ensino diferentes do que é ensinado em sala de aula, com desafios que cresçam progressivamente, para gerar o interesse no aluno em buscar o conhecimento.

Para o início de uma sequência didática é necessário um levantamento prévio dos conhecimentos dos alunos, para que o professor possa realizar atividades diferenciadas que foquem nos principais erros cometidos em determinado assunto que façam com que o aluno reflita e corrija seus erros. Aos poucos se faz necessário que aumente a complexidade das atividades, para que desperte o interesse do aluno em se aprofundar no conteúdo proposto, com as orientações do professor.

Zabala (1998, apud PERETTI, Lisiane; COSTA, Gisele, 2013. p. 6) defende que ao pensar na configuração das sequências didáticas, esta é um dos caminhos mais acertados para melhorar a prática educativa. Sendo assim os conteúdos trabalhados devem contribuir para a formação de cidadãos conscientes, informados e agentes de transformação da sociedade em que vivem.

Geralmente, em sala de aula os conteúdos ministrados são trabalhados com interesse em ser refletido no dia a dia. Assim nem sempre será garantido bons resultados, pois utilizando sempre os conhecimentos dos alunos, poderá ficar somente na superficialidade, não trazendo sempre bons resultados. Com isso é necessário também propor aos alunos investigações sobre o assunto, buscar maneiras práticas de resolver determinadas questões, para uma melhor compreensão durante a realização de uma sequência didática.

O Ensino de Geometria Plana e a busca por Metodologias de Ensino

O ensino de geometria plana nas escolas por muito tempo tem sido um dos problemas enfrentados pelos alunos, pois devido ele sempre ser abordado no final do ano letivo, o índice de erros e dificuldades no conteúdo tornaram-se elevados no decorrer do tempo, porém o seu ensino em sala de aula é de extrema importância.

Sobre esta concepção, devemos considerar que:

“Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) enfatizam que a geometria é um importante conteúdo no currículo de matemática porque “[...] os conceitos geométricos [...] desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive”. (OLIVEIRA: SALAZAR, 2013, p. 4).

Contudo, com ausência de metodologias com abordagens didático-pedagógicas, há um desestímulo por parte dos alunos, pois as aulas tornam-se mecânicas, , com métodos tradicionais, onde somente o professor explica e o aluno absorve o conteúdo sem questionamentos, muitas vezes isto ocorre devido à má formação dos professores, que não abordaram durante a universidade práticas de ensino pedagógicas a fim de melhorar o ensino básico nas escolas e também pelo ensino de geometria ser pouco trabalhado durante a formação, Crescenti (2008, apud OLIVEIRA; SALAZAR, 2013, p. 4) aponta a formação dos professores como um dos fatores que contribui para agravar essa situação, pois se percebe “a precariedade do conhecimento geométrico que [os professores] detinham” (p.91).

Não é de hoje que a busca por alternativas metodológicas a fim de minimizar os problemas causados em sala de aula é a pauta em questionamento do meio da educação, desde

muito tempo existe essa procura por metodologias que desperte o interesse do aluno em ir à procura do conhecimento. Dentre as principais tendências trabalhadas em sala de aula, umas das que mais se destacam é concepção de Vygotsky sobre o ensino e a aprendizagem. Segundo a teoria vygotskiana, toda relação do indivíduo com o mundo é feita por meio de instrumentos técnicos, além de que, todo o processo de aprendizagem é imprescindivelmente mediado. Segundo MARTINS (2008) “Nesta tendência o erro cometido pelo aluno é motivo de investigação por parte do professor, ele deve descobrir os motivos que levaram o aluno a cometer o erro e não a simples correção da resposta. ”

De acordo com a tendência vygotskiana, a sequência didática é que mais se encaixa, pois ela é realizada passo a passo, construindo aos poucos o conhecimento cognitivo do aluno, por meio de etapas, dá atenção no desenvolvimento das atividades para no final obter uma resposta sobre o instrumento utilizado e faz uso de materiais concretos para a realização das questões. A partir disso, podemos afirmar que:

“Na sequência didática existem atividades: a) que permitem determinar os conhecimentos prévios de cada aluno; b) os conteúdos propostos são significativos e funcionais; c) que permitem criar zonas de desenvolvimento proximal; d) que provoquem um conflito cognitivo e promovam a atividade mental; e) que sejam motivadoras em relação à aprendizagem dos novos conteúdos; f) estimulem a autoestima e o auto-conceito; g) ajudem o aluno a adquirir habilidades relacionadas com o aprender a aprender, sendo cada vez mais autônomo em suas aprendizagens.” (OLIVEIRA; SALAZAR. 2013, p. 5).

O principal objetivo que uma sequência tem é o de despertar o interesse do aluno e despertar o entusiasmo em aprender e querer buscar mais sobre o que está sendo estudando, ou seja a cada passo da sequência em que ele consegue desenvolver corretamente, ele se entusiasma em querer responder as outras atividades. Para afirmar esta questão, em seu projeto:

“A realização desta sequência didática repercutiu positivamente no desempenho dos alunos nos exercícios avaliativos sobre formas geométricas, não apenas na aprendizagem de conteúdos, mas também nas atitudes individuais no que se refere a autoestima, o sentimento de pertença e criação de vínculos com a turma e com a professora. ” (OLIVEIRA; SALAZAR, 2013, p. 8).

Isto afirma que uma sequência didática elaborada de forma coerente, pode trazer benefícios no âmbito escolar e que pode ser uma alternativa para o ensino de diversos conteúdos, como no ensino de geometria plana, para que sirva como quebra de paradigmas, que o seu ensino não venha ser mais comparado como um dos que desmotivam o aluno, mas que possa despertar o interesse no mesmo.

Baseado nestes autores e nas dificuldades encontradas no ensino de geometria, é que foi feita a sequência didática para geometria plana, porém as análises e a potencialidade desta sequência ainda não constam neste artigo, pois este é um trabalho em andamento.

Sequência didática

Antes de começar a atividade o aluno deve ter conhecimento prévio de reta e ponto e saber manusear régua, compasso e transferidor. Cada sequência tem um tema e cada tema um objetivo específico a cumprir, tal objetivo é definido por um verbo no infinitivo que define uma ação do aluno, os temas podem trazer algumas sequências menores abordando ideias mais simples, a junção destas sequências menores forma a sequência do tema, após o objetivo concretizado, outra sequência é iniciada. A sequência termina com a formalização do que as atividades propostas fizeram o aluno raciocinar, como mostrará a análise de algumas partes relevantes da sequência de geometria plana abaixo.

Sequência 1

Segmento de reta e semirreta

1) Com auxílio de uma régua construa uma reta r , depois construa dois pontos A e B distintos, que pertençam a essa mesma reta.

a) Em que, a parte da reta existente antes do ponto A tem em comum com a parte de reta existente depois de B?

b) Em que, o comprimento delimitado de A até B se difere das partes da reta existentes antes do ponto A e depois do ponto B?

Formalização: Essas partes de uma reta que possuem um começo mais não possuem um fim, ou que possuem um fim, mas não um começo, são chamadas de semirretas, e a parte da reta delimitada por dois pontos específicos é chamado de segmento de reta.

Análise da sequência 1

O objetivo desta sequência é saber construir o conceito de seguimento de reta e semirreta, além de conhecer algumas propriedades das retas. Como podemos observar, a sequência começa com o tema o qual será abordado, este tema pode valer para outras

sequências consecutivas com objetivos distintos. Logo seguinte os comandos de curta duração com as atividades propostas, farão com que o aluno chegue ao raciocínio desejado e logo após é finalizada com a formalização do mesmo, assim concluindo o objetivo da sequência.

Sequência 2

2) Construa um ponto C, pertencente à reta r , o qual não esteja na mesma posição dos pontos A e B. Que relação os pontos A, B e C tem em comum?

Formalização: Quando 3 pontos distintos pertencem a mesma reta, são chamados de colineares

Análise da sequência 2

Como é possível observar, o tema da sequência 2 não aparece, pois, assim como a sequência 1, seu tema ainda se situa em retas e semirretas, logo possuem também o mesmo objetivo. E nesta sequência é possível perceber que a colinearidade dos pontos, está ligada a reta, e que a mesma pode ser formada por inúmeros pontos.

Metodologia

A proposta de aplicação de uma sequência didática construída a partir de uma concepção de ensino por atividades sobre os conceitos básicos de geometria plana será realizada com alunos do Ensino Médio, através de uma pesquisa de campo, com análise dos resultados, para identificar as possíveis contribuições de uma sequência didática, para minimizar as dificuldades encontradas no ensino de geometria.

Primeiramente será elaborada uma sequência didática que seja construída por etapas e que elas estejam interligadas coerentemente, para que o aluno não encontre dificuldades em resolvê-la, baseado no conteúdo de geometria plana, especificamente em seus conceitos básicos.

Em seguida será aplicada a sequência didática aos alunos para que eles possam construir os conceitos de geometria plana, utilizando o material concreto, como uso de régua, compasso e lápis para que eles tenham condições em resolver as atividades propostas. Não obtendo ainda o período de tempo de realização das atividades.

Após a realização das atividades, será feita uma coleta de dados com finalidade em mensurar as dificuldades e avanços que uma sequência didática pode trazer no ensino de geometria plana, quais os principais erros e acertos cometidos pelos alunos, para que seja analisada a contribuição da sequência no processo de ensino e aprendizagem.

Nesta etapa será analisado se a sequência didática conseguiu alcançar os objetivos proposto nesta pesquisa, através dos dados que serão coletados após a aplicação da sequência, para que seja proposta uma nova metodologia de ensino nas escolas, a fim de minimizar as dificuldades cometidas em geometria plana.

Considerações Finais

Por anos a busca por metodologias de ensino que fossem capazes de minimizar as falhas causadas pela precariedade do ensino regular, tem sido de extrema importância, pois o professor não tem que ser somente aquele que só mostra como se faz, mas ir além disso, fazendo a diferença na vida do aluno, para que o ato de estudar não venha ser considerada uma situação de desprezo, mas que ele possa proporcionar ao aluno novas experiências onde eles possam desenvolver as habilidades que permitam resolver problemas, tomar decisões e opinar sobre temas ministrados.

Quando um conteúdo é compreendido, os alunos passam a se sentir mais seguros, o que os tornam mais propensos a quererem buscar o conhecimento, e a proposta de uma sequência didática, proporciona o aluno a buscar novos desafios a cada etapa concluída, tornando-os mais estimulados em relação ao conhecimento. Com isso ao trabalharem essa metodologia no conteúdo de Matemática, ele se torna menos assustador, pois até hoje esse paradigma existe, além disso essa metodologia proporciona a facilidade do ensino de cálculos, tornando os alunos mais propensos a pesquisa do raciocínio.

Referencias

AMARAL, Heloísa. **Sequência Didática e ensino de gêneros textuais**. Disponível em: <https://escrevendoofuturo.org.br/conteudo/biblioteca/nossas-publicacoes/revista/artigos/artigo/1539/sequencia-didatica-e-ensino-de-generos-textuais>>. Acesso em: 24 mar. 2017.

BALDISSERA, Altair. **A Geometria Trabalhada a Partir da Construção de Figuras e Sólidos Geométricos**. Disponível em: http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf. Acesso em 14 abr. 2017.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas: Estrutura e elaboração**/ Natanael Freitas Cabral. Belém: SBEM/ SBEM-PA, 2017.

COSTA, Gisele Maria; PERETTI, Lisiane. **Sequência Didática na Matemática**. Disponível em http://www.ideau.com.br/getulio/restrito/upload/revistasartigos/31_1.pdf. Acesso em 14 abr. 2017

DANGIÓ, Meire Cristina; GLADENUCCI, Paula Fabiane; MEDEIROS, Andrea Rodrigues. **Curso – O uso dos diferentes gêneros discursivos na sala de aula.** Disponível em: <http://ead.bauru.sp.gov.br/efront/www/content/lessons/46/Slide%20%20Aula%202%20Teoria%20sobre%20Bakthin.pdf>. Acesso em: 04 abr. 2017.

FERRARI, Márcio. **Vygostysky, o teórico do ensino como processo social.** Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/382/lev-vygotsky-o-teorico-do-ensino-como-processo-social>. Acesso em 19 out. 2017.

MARTINS, Leocadia Figueiredo. **Motivando o Ensino de Geometria.** Disponível em: <http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/00003C/00003C9F.pdf>. Acesso em 24 mar. 2017.

OLIVEIRA, Raísa Feitosa de; SALAZAR, Deuzilene Marques. **Geometria no Ensino Fundamental: Uma Sequência Didática para a Vida.** Disponível em: http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2013/8655_6181.pdf. Acesso em 05 abr. 2017.



GRANDEZAS E MEDIDAS EM AVALIAÇÕES DE LARGA ESCALA

Jonathan da Silva Cardozo

Universidade do Estado do Pará

joncardozo.uepa@gmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de um estudo que tem por objetivo discutir o eixo de Grandezas e Medidas do 6º ano do Ensino Fundamental em avaliações de larga escala. A motivação para tal pesquisa se deu a partir de indagações sobre quais as relações do eixo de Grandezas e Medidas do 6º ano do Ensino Fundamental existentes em avaliações de larga escala. Para tanto, a metodologia de pesquisa tem base nos pressupostos da revisão bibliográfica e análise de documentos. No que se refere à fundamentação teórica, os elementos históricos estão apoiados principalmente nas ideias de Vomero (2003), Moraes (2008) e Castanho, Medeiros e Farjado (2014) e as avaliações de larga escala discutidas são o SAEB e o SISPAE. A partir dos estudos bibliográficos e documental, analisa-se e discute-se as Matrizes de Referência e as sugestões contidas nesses sistemas de avaliação da Educação Básica. Constata-se ao discutir sobre o eixo de Grandezas e Medidas uma diminuta quantidade de itens trabalhadas por descritores nas Matrizes das avaliações de larga escala.

Palavras-chave: Avaliação de larga escala. Grandezas e medidas. Matriz de referência.

1 INTRODUÇÃO

As Grandezas e Medidas estão presente na história das civilizações, e nos últimos decênios elas têm mostrado sua importância em diversas áreas do conhecimento. Essa relevância pode ser percebida quando observamos e analisamos a utilização por parte do Estado, das organizações profissionais, nível científico e pelo cidadão comum. Na educação básica as habilidades matemáticas que envolvem o eixo temático de Grandezas e Medidas podem ser desenvolvidas de várias formas distintas, no entanto, no Brasil ganhou espaço formal no sistema escolar a partir de um dos meios que apresentam aspectos sobre o eixo em questão, no ano de 1997, quando ocorreu a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN.

O objetivo da pesquisa é discutir o eixo de Grandezas e Medidas do 6º ano do Ensino Fundamental em avaliações de larga escala. Para tanto, metodologicamente, foram realizadas revisão bibliográfica e análise documental e, são abordadas concepções históricas e estruturais a partir dos estudos bibliográficos e documental. Discute-se como as Grandezas e Medidas são apresentadas nesses documentos e as sugestões pedagógicas para o ensino do eixo, uma vez que os professores têm a tarefa de ensinar os conteúdos contidos no eixo, respeitando competências e habilidades que devem ser desenvolvidas e trabalhadas com os alunos, acredita-se que os documentos estabelecem correlações nesse aspecto, assim os discentes têm oportunidade de bons desempenhos nas avaliações dos sistemas.

Em se tratando do ensino de Grandezas e Medidas na educação básica e a existência de Matrizes de referência de avaliações de larga escala, com o intuito de validar uma discussão a partir das análises e constatações obtidas durante o desenvolvimento da pesquisa, este estudo busca responder: “Quais as relações do eixo de Grandezas e Medidas do 6º ano do Ensino Fundamental existentes em avaliações de larga escala?”.

Os estudos de Vomero (2003), Moraes (2008) e Castanho, Medeiros e Farjado (2014) apresentam os elementos históricos sobre o desenvolvimento de Grandezas e Medidas, além disso, elucidam também a importância de tal conhecimento e informam aqueles que possuem interesse. Neste estudo focaremos nas unidades de medidas de comprimento. Oliveira e Rocha (2007) apresentam uma breve análise histórica sobre o atual modelo de avaliação em larga escala na educação básica, assim como discutem o papel e significado de tal movimento na composição de avaliações dessa natureza. Os documentos utilizados para análise apresentam dois dos sistemas de avaliação brasileira de larga escala, sendo eles o Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB e o Sistema Paraense de Avaliação Educacional – SISPAE. A partir da leitura e análise das obras, é possível perceber a relevância desta pesquisa para a comunidade acadêmica, uma vez que é importante obter uma ideia atual sobre a temática tratada, as lacunas existentes e como os estudos e documentos utilizados colaboram para o desenvolvimento do conhecimento.

Para tanto, discutir-se-á acerca das Matrizes de Referência e as sugestões pedagógicas contidas nos documentos, visto que, em se tratando de referências para avaliações em larga escala, os sistemas precisam estabelecer relações entre os itens propostos em suas respectivas provas trabalhadas por descritores a partir das Matrizes à medida que existe parâmetros nacionais que englobam e pontuam competências e habilidades que devem ser desenvolvidas e trabalhadas com os alunos.

O texto a seguir apresenta uma estrutura composta por três seções. Na primeira, tem-se a apresentação da revisão da literatura que compõe a base desta pesquisa, apresentar-se-á elementos históricos que marcam o desenvolvimento de Grandezas e Medidas, assim como autores e suas considerações sobre o eixo. Na segunda seção, mostrar-se-á as discussões considerando os objetivos, as justificativas, as Matrizes de Referência, os pontos de convergência e divergência presentes nos documentos em questão e, por fim, na última seção tem-se as considerações finais que retomará o objetivo desse artigo e informará o que foi concretizado no estudo.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Grandezas e Medidas têm seu desenvolvimento histórico apresentado por autores Vomero (2003), Moraes (2008) e Castanho, Medeiros e Farjado (2014), assim como são utilizadas nas Matrizes de Referência do SAEB e do SISPAE, ampliando a discussão do eixo para as avaliações de larga escala.

A ação de medir pode ser realizada de várias formas, no entanto estes processos conhecidos, nem sempre foram assim, eles passaram por transformações e/ou adaptações no decorrer do tempo, até chegarem no que temos proposto atualmente. Dentre os autores que realizaram pesquisas e estudos, assim como produziram fascículos sobre as primeiras unidades de medida, destacamos Boyer (1996), Eves (1997) e Ifrah (1997) e todos eles afirmam que as unidades utilizadas inicialmente pelas civilizações tinham como base medidas antropométricas, ou seja, tinham unidades de medidas pensadas e criadas a partir do corpo humano.

Na pré-história, o ato de medir apareceu a partir da necessidade que o homem primitivo teve para realizar a confecção de instrumentos de caça e defesa, estes construídos a partir de ossos de animais e pedras lascadas; nesse momento da história percebemos que o homem começava a adquirir a ideia de dimensões, por meio de análises feitas para avaliar as medidas de tais instrumentos (VOMERO, 2003).

Acreditamos também que o homem pré-histórico sentiu necessidade de medir distâncias à medida que era posto diante de situações comumente vivenciadas por ele, a exemplo disso temos, a distância que se encontrava a caça, a pesca, entre outras. Essas informações, quando conhecidas, eram repassadas para outros do convívio “social” do homem primitivo, pertencentes a esse período da história das civilizações.

Na Antiguidade, os povos: egípcios, assírios, chineses, persas e os gregos, tinham padrões distintos de unidades de medida de comprimento. Segundo os autores Castanho, Medeiros e Farjado (2014, p.1), comentam que nas civilizações antigas os homens “começaram a construir suas habitações e a desenvolver a agricultura as medidas usuais eram medidas de seu próprio corpo como: palmo, polegada, pé, braço, dentre outras”, ou seja, para efetuar medidas, os processos eram simples, porém práticos.

Dentre as medidas corpóreas usadas como unidades de comprimento pelos egípcios, ganhava destaque o *côvado*¹³ (aproximadamente 45,72 cm) ou também chamado *cúbico* (originário no Egito), esta unidade de medida de comprimento era encontrada tendo como base o antebraço, o que corresponde a distância do cotovelo até a ponta do dedo médio do faraó, o *côvado* também podia ser “padrão”, daí o termo utilizado “*côvado-padrão*”, esta medida era padronizada em um bloco de granito negro de 52,4 cm. Os egípcios também utilizavam o “padrão real”, medida esta que equivale a 7 palmos e 28 dedos humanos. Outra forma de unidade para o povo egípcio era o grão de trigo, este uma unidade de medida padrão de massa.

Os povos babilônios utilizavam como unidades de medida de comprimento o dedo (aproximadamente 16 mm) e utilizavam também o *cúbico* que quantificava o equivalente a 30 dedos (aproximadamente 480 mm), evidentemente que essas medidas podiam sofrer variação, haja vista as pessoas tinham tamanhos diferentes, as medidas que dependiam do corpo não eram tão precisas, a região e/ou o país em questão (CASTANHO, MEDEIROS e FARJADO, 2014).

A Idade Média é um momento da história marcado pela criação de duas unidades que até hoje ainda são utilizadas, nesse período surgiu o galão (aproximadamente 3,78 l) e a jarda (aproximadamente 0,91 m) encontrada a partir da medição da distância do nariz até a ponta do dedo polegar humano com o braço esticado, pensadas objetivando atender uma exigência de medida mais precisa. Um fato a ser ressaltado é que várias versões são contadas sobre a criação da jarda, no entanto os indícios de sua criação recaem nesse momento histórico, desconhecendo sua real história de origem.

¹³ A unidade de medida *côvado* é considerada por vários historiadores como a mais antiga e a mais utilizada desde a Antiguidade até o aparecimento do Sistema Métrico. Em alguns casos, ela foi adotada como sendo a distância entre o cotovelo e o dedo médio da mão estendida, e, em outros, a distância entre o cotovelo e o extremo do punho fechado. Esta última é considerada como a de maior uso prático, já que permitia usar uma corda para medição e, posteriormente, enrolá-la entre o cotovelo e o polegar para saber seu comprimento em *côvados*. É provável que a primeira citação do *côvado* como unidade de medida tenha sido por Heródoto, em seus livros sobre a História da Pérsia (SILVA, 2004, p.40).

Em um determinado momento da história a necessidade de tornar padrão os valores dessas medidas, válidas em todo o mundo, ocasionou a organização do que podemos considerar como uma grande conquista para a ciência e para as relações sociais, o chamado Sistema Métrico Decimal.

O Sistema Métrico Decimal foi criado em 1799, na França, a partir de um pedido feito em 1789 pelo Governo Republicano Francês à Academia de Ciências da França. Inicialmente constituído por três unidades básicas: o metro, o litro e o quilograma, cada unidade media uma grandeza específica: o comprimento, o volume e a massa, respectivamente. O Brasil adotou o sistema em 1862. Apesar das qualidades do Sistema Métrico Decimal, não foi possível universalizá-lo.

Mediante a apresentação de alguns elementos históricos pertencentes ao trabalho de Grandezas e Medidas, expostos anteriormente, percebemos que esse conhecimento matemático, dentre outros, permitiu ao homem a “produção” de sua existência, independentemente da época vivida, assim como oportunizou o desenvolvimento das ferramentas e técnicas de produção de trabalho. Nesse contexto a autora Moraes (2008) enfatiza que:

[...] a história das medidas acompanha a história da humanidade, e que as modificações nos processos de medida, na escolha dos padrões e instrumentos de medida acontecem devido às mudanças do modo de vida dos homens, de suas necessidades, de suas relações com o Estado, do seu desenvolvimento político-social e das suas lutas pela conquista de novos valores (p.48).

Considerando que a sociedade está em desenvolvimento, a formalização das Grandezas e Medidas também aconteceu no cenário educacional brasileiro, sendo a publicação dos PCN um divisor de águas. Em linhas gerais, os PCN são documentos que “constituem um referencial de qualidade para a educação no Ensino Fundamental em todo o País” (Brasil, 1997, p.13). E apresentam como função:

Orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contato com a produção pedagógica atual (p.13).

O estudo do eixo temático de Grandezas e Medidas é justificado no currículo educacional de Matemática, quando entendemos a relevância da proposta para o aluno levando em consideração o desenvolvimento de uma autonomia intelectual voltada para a vida em sociedade, nesse sentido, o documento em questão (BRASIL, 1997) evidencia que:

Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano (p.39-38).

Em se tratando de relacionar Grandezas e Medidas, a Avaliação em Larga Escala como política pública, teve seu início no Brasil, na década de 1980, quando os estudos sobre a Avaliação Educacional foram desenvolvidos pelo Ministério de Educação, foram propostos pressupostos para o que mais tarde tornou-se o Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB. É evidente que devido a Constituição Federal de 1988, as constantes Medidas Provisórias, a Lei de Diretrizes e Bases – LDB de 1996, o Plano Nacional de Educação e os Decretos, ocorreu um avanço no aperfeiçoamento quantitativo e qualitativo no desenvolvimento e na implementação de Políticas de Avaliação em Larga Escala (OLIVEIRA e ROCHA, 2007).

No Brasil o SAEB é um dos sistemas de avaliação mais utilizados e está sob a responsabilidade do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP, tem duas avaliações complementares que o compõem (ANEB e ANRESC – Prova Brasil) e sua estrutura metodológica compreende uma avaliação realizada a cada dois anos, objetivando analisar quais fatores estão diretamente ligados positiva e negativamente no desenvolvimento dos estudantes (CARDOZO, 2013), ou seja, as competências e habilidades que foram construídas e/ou desenvolvidas no alunado.

A Prova Brasil tal qual o SAEB é uma das avaliações diagnósticas da Educação Básica usada no Brasil. A prova entre outros fatores, mede o desenvolvimento do conhecimento dos alunos tendo seus resultados utilizados para o cálculo do Ideb, tendo em vista o objetivo da prova que é avaliar a qualidade do ensino. A avaliação foi desenvolvida no ano de 2005 objetivando complementar o SAEB, entretanto a primeira aplicação da prova aconteceu em 2007. Desde então, o Ministério da Educação – MEC, realiza a cada dois anos uma edição da prova.

O Sistema Paraense de Avaliação Educacional – SISPAE é um programa anual de avaliação da Educação Básica paraense, que objetiva orientar o planejamento das ações da Secretária de Estado de Educação – SEDUC, Municípios e Parceiros do Pacto pela Educação do Pará¹⁴; além de apresentar informações sobre o desenvolvimento da aprendizagem dos

¹⁴O Pacto pela Educação do Pará é um esforço integrado de diferentes setores e níveis de governo, da sociedade civil (fundações, ONGs e demais organizações sociais), da iniciativa privada e de organismos

estudantes, a partir dos diagnósticos obtidos nas análises dos resultados da avaliação aplicada nas escolas, e assim fortalecer o processo de ensino e aprendizagem desses alunos. O SISPAE teve sua primeira edição em 2013 e conta com critérios igualmente propostos pelos sistemas nacionais de avaliação da educação brasileira e é realizado pela SEDUC em parceria com os Municípios do estado do Pará.

3 DISCUSSÕES

A proposta para o trabalho da Matemática apresentado no documento que apresenta o SAEB estrutura quatro Temas, cada um deles se ocupa de uma área de conhecimento e esclarece dos Descritores que devem ser desenvolvidos com os alunos. No Tema 1 – Espaço e Forma, totalizam-se onze descritores; no Tema II – Grandezas e Medidas, pontuam-se quatro descritores; Tema III – Números e Operações/Álgebra e Funções, elencam-se 20 descritores e o Tema IV – Tratamento da Informação, apresentam-se 2 descritores.

No Tema II correspondente a Grandezas e Medidas, segue a seguinte introdução para o eixo “Neste tema, são avaliadas habilidades relacionadas à resolução de problemas envolvendo cálculo de perímetro e de área de figuras planas, noções de volume e o uso de relações entre diferentes unidades de medida. São assuntos vividos no cotidiano dos alunos em suas diferentes aplicações” (BRASIL, 2008, p.168).

No tocante ao eixo temático de Grandezas e Medidas os Descritores que o estruturam segundo o documento (BRASIL, 2008) focaremos nas orientações para o 9º ano do Ensino Fundamental e o eixo temático de Grandezas e Medidas, haja vista o público alvo e a proposta de estratégia didática deste estudo, assim os Descritores dispostos são:

- Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas, D12.
- Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, D13.
- Resolver problema envolvendo noções de volume, D14.
- Resolver problema envolvendo relações entre diferentes unidades de medida, D15 (p.152).

internacionais (Banco Interamericano de Desenvolvimento - BID), de caráter suprapartidário, intersetorial, federativo e participativo, e liderado pelo governo do Estado do Pará, em torno do objetivo de promover a melhoria da qualidade da educação pública no Estado do Pará (Em: <<http://www.pactoeducacaopara.org/pacto>>. Acesso em: out. 2017).

O documento em análise, explica qual habilidade se pretende avaliar em cada um dos descritores. No Descritor 12, o que se pretende avaliar é a “habilidade de calcular o perímetro de uma figura plana cujo contorno é uma única linha poligonal fechada”. Essa habilidade é importante, pois, é fundamental na competência de medir, uma vez que no cotidiano, por vezes aparecem situações que carecem dessa competência. Como sugestão para melhorar o desenvolvimento dessa habilidade, recomenda-se que o professor utilize as vivências do dia a dia do aluno.

No Descritor 13, o que se pretende avaliar é a “habilidade de resolver problemas envolvendo cálculo da área de figuras planas”. Para aprimorar o desenvolvimento dessa habilidade, sugere-se a utilização de “exemplos concretos”, inclusive o próprio ambiente de aula. Com o Descritor 14, pretende-se avaliar a “habilidade de calcular o volume ou a capacidade de sólidos geométricos simples”. Recomenda-se utilizar os sólidos como recurso didático para melhor desenvolver essa habilidade, haja vista que a partir desse contato, espera-se que o estudante consiga, inclusive, “deduzir as fórmulas das áreas”.

E por fim, no Descritor 15, o que se pretende avaliar é a “habilidade de resolver problemas com transformações de unidades de comprimento, área, volume e capacidade”. E como sugestão, temos a utilização de manipulação de fichas que contenham as unidades básicas de medidas.

A matriz de Matemática do SISPAE, no geral, apresenta em sua estrutura as habilidades (Descritores) associadas aos quatro temas de conteúdos abordados em Matemática na Educação Básica: Números, Aritmética e Álgebra, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação (SISPAE, 2014). Essa organização é apresentada a partir da Matriz de Referência, o programa utilizou como base a Matriz de Referência do SAEB e os PCN.

Considerando o público alvo e a proposta didática que esta pesquisa se ocupa, focaremos as análises a seguir nas Matrizes de Referência de Matemática – SISPAE do Ensino Fundamental e no Tema de Grandezas e Medidas, encontrados nas Revistas Pedagógicas de 2013 e 2014. A matriz em questão é apresentada em uma tabela e está estruturada por: tema, descritores e item. Na matriz proposta na revista pedagógica de 2013 (que são propostas para o 8º ano do Ensino Fundamental), encontramos os seguintes descritores para o Tema II. Grandezas e Medidas:

- D17 Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida: km/m/cm/mm, t/kg/g/mg, L/mL.

- D19 Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas, com ou sem malhas.
- D20 Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, com ou sem malhas.
- D21 Resolver problema envolvendo noções de volume (p.23).

A ausência do descritor “D18” é explicada por um fator que acontece em todos os quatro temas trabalhados na matriz, os descritores são distribuídos para as matrizes dos 4º e 8º anos, ou seja, os descritores estão divididos para os anos do fundamental que se espera que os alunos sejam capazes de desenvolver o que está sendo proposto.

Encontramos a tabela das Matrizes de Avaliação de Matemática que está estruturada em três campos: tema (CA), hab (MPA) e descrição. A partir dessa divisão, os quatro temas são divididos e identificados de acordo com as “hab” e “descrição” que correspondem, e está direcionada para os 4º, 5º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª, 2ª e 3ª séries do Ensino Médio. Essas matrizes começam a contar as “hab” desde a proposta para o 4º ano, por isso ao analisar as que correspondem as Grandezas e Medidas nos 8º e 9º anos encontramos ela iniciando em 47. As matrizes de avaliação estão nos anexos da revista e para o tema e ano em questão, apresentam as descrições:

- MPA 47 Calcular área de polígonos de diferentes tipos, com destaque para os polígonos regulares.
- MPA 48 Calcular o volume de prismas em diferentes contextos.
- MPA 49 Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade entre duas grandezas.
- MPA 50 Aplicar o Teorema de Tales como uma forma de ocorrência da ideia de proporcionalidade, em diferentes contextos.
- MPA 51 Resolver problemas em diferentes contextos, que envolvam as relações métricas dos triângulos retângulos. (Teorema de Pitágoras).
- MPA 52 Resolver problemas que envolvam o cálculo de perímetro de figuras planas.
- MPA 53 Resolver problemas que envolvam o cálculo de área de figuras planas.
- MPA 54 Utilizar a razão pi no cálculo do perímetro e da área de figuras planas.
- MPA 55 Resolver problemas em diferentes contextos, a partir da aplicação das razões trigonométricas dos ângulos agudos.
- MPA 56 Resolver problemas que envolvam noções de volume.
- MPA 57 Resolver problemas utilizando relações entre diferentes unidades de medida (p.73).

Essas descrições de avaliação aparecem de forma conjunta para os 8º e 9º anos, mas algumas são propostas para os dois anos (MPA 47, MPA 48, MPA 49, MPA 50, MPA 51, MPA 52 e MPA 53) e outras são propostas especificamente para o 9º ano (MPA 54, MPA 55, MPA 56 e MPA 57).

Uma das descrições (MPA 47) também aparece como indicação para o 5º ano. Entendemos que além da proposta da resolução de problema, as descrições também enfatizam as ações de calcular, aplicar e utilizar, oportunizando assim o desenvolvimento/obtenção de conhecimento matemático não somente voltado para práticas que contextualizam, como é o caso da resolução de problemas, mas também trabalham a formalidade e o rigor exigidos pela Matemática.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, cujo foco centrou-se em Grandezas e Medidas, discutimos o eixo de Grandezas e Medidas do 6º ano do Ensino Fundamental em avaliações de larga escala. Após discorrer acerca do eixo considerando sua existência em avaliações de larga escala, percebe-se relação entre os sistemas de avaliação analisados.

O bloco de Grandezas e Medidas do SAEB se caracteriza de forma geral pela relevância social que apresenta em sua estruturação, além da perspectiva utilitária, uma vez que o conhecimento matemático sobre Grandezas e Medidas é relevante e está presente atividades na sociedade moderna.

Outra consideração a ser feita é a utilização da história da matemática, pois, este bloco oportuniza essa abordagem e pode revelar momentos históricos que marcaram épocas e os estudos no que diz respeito a Metrologia.

Após as análises realizadas no documento em questão, percebemos que a utilização da resolução de problemas também pode ser um mediador para o trabalho nesse eixo, haja vista a abordagem que ela oportuniza no processo de resolução de situações-problemas, estes que vão desde a organização de informações até a verificação do resultado obtido, mediante o problema apresentado.

Uma observação a ser mencionada é o diminuto número de questões no eixo de Grandezas e Medidas, o que mostra uma fragilidade nesse aspecto. Pensamos que os eixos devam equivaler de certa forma, ou seja, devam estar de modo igualitário no que diz respeito a proposta de questões.

Apesar dessa observação, a potencialidade do documento é tautológica, haja vista as competências e habilidades que o aluno tem que desenvolver durante toda sua vida escolar, os preparando tanto para uma vida social, quanto para as provas que avaliam o desempenho desses estudantes, estas que estão acontecendo de forma regular.

No que diz respeito ao SISPAE, um fator interessante é a clareza ao explicar como domínios, competências e descritores estabelecem relação ao compor a escala de proficiência do sistema, no caso do domínio de Grandezas e Medidas, são elencadas quatro competências. A competência “utilizar sistemas de medidas, corresponde ao descritor D17; a competência “medir grandezas”, corresponde aos descritores D19, D20 e D21 e a competência “estimar e comparar grandezas”, não está relacionada a nenhum descritor (SISPAE, 2013).

Essa organização acontece pensando na escala de proficiência que o SISPAE se ocupa em avaliar, no entanto ao não realizar relação entre uma competência e um descritor, fica a ideia de que o trabalho do conjunto de descritores propostos para Grandezas e Medidas garante suporte para o desenvolvimento da competência de estimar e comparar grandezas, ou ao menos, é o que se espera.

O programa de forma geral, tem objetivos e finalidades de formas clara e objetiva. No entanto, ao analisarmos as propostas das matrizes de Matemática tanto de referência (descritores), quanto de avaliação (habilidades), percebemos que falta um diálogo entre elas, as “séries e anos” do Ensino Fundamental não conversam, o que precisa ser coeso, haja vista que a partir destes será possível que o professor prepare seus alunos para os desafios das avaliações futuras.

O SISPAE quanto programa de avaliação apresenta uma proposta coesa e coerente, no que se propõe a fazer, pois, consegue relacionar habilidades e competências às práticas do cotidiano do aluno, dessa forma é possível trabalhar conceitos, definições e atividades a partir das vivências dos estudantes. Tal prática oportuniza que o aluno consiga significar o conhecimento matemático, haja vista suas experiências fora do ambiente escolar, e não somente isso, desenvolver as habilidades exigidas pelas avaliações a níveis estadual e nacional.

Pensamos que a existência de uma matriz curricular que se preocupa com esse desenvolvimento de cunhos social e cognitivo, assim como com a qualidade da educação brasileira, se faz imprescindível.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução: Elza, F. G. São Paulo: Edgard Blucher, 1996. 496 p.

CASTANHO, S. B.; MEDEIROS, S.; FARJADO, R. Trabalho com grandezas e medidas. In: ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2014, Santa Maria. **Anais eletrônicos...** Santa Maria: UFSM, 2014. Disponível em: <

http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/CC/CC_Castanho_Simone.pdf>. Acesso em: out. 2017.

EVES, H. W. **Introdução à história da matemática**. 2ª ed. São Paulo: Unicamp, 1997.

IFRAH, G. **História universal dos algarismos**: Tomo 1 e 2. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, v. 2, 1997.

MORAES, M. S. S. Grandezas e Medidas. In: BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Pró-Letramento: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries do Ensino Fundamental: Matemática**. Brasília: MEC/SEB, 2008.

OLIVEIRA, M. A. M.; ROCHA, G. **Avaliação em larga escala no Brasil nos primeiros anos do ensino fundamental**. 2007. Disponível em: <http://www.anpae.org.br/congressos_antigos/simposio2007/274.pdf>. Acesso em: out. 2017.

SILVA, I. **História dos pesos e medidas**. São Carlos: EdUFSCar, 2004. 190 p.

VOMERO, M. F. Medidas Extremas. **Revista Superinteressante**, 186ª ed. Ed. Abril, p. 43-46, mar. 2003.



LEVANTAMENTO DE ALGUMAS PESQUISAS RELACIONADAS ÀS DIFICULDADES DE ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO

Valdenira de Santana Barbosa Rodrigues
Universidade do Estado do Pará- UEPA
valdenira.sbrodrigues@gmail.com

Rosineide de Souza Jucá
Universidade do Estado do Pará- UEPA
rosejuca@gmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta resultados de um levantamento bibliográfico sobre as dificuldades de alunos da educação básica em problemas do campo multiplicativo, objetivando identificar temáticas já pesquisadas, os resultados obtidos almejando possibilidades de investigações futuras. O levantamento analisou 3 dissertações de mestrado, 2 trabalho de conclusão de curso e 2 artigos. A análise procurou identificar os objetivos, amostra, método, resultados, conclusões e sugestões dos autores. em sua maior parte, podem ser atribuídos à não compreensão do algoritmo, interpretação, identificação das operações.

Palavras-chave: Educação Matemática. Campo conceitual multiplicativo. Estratégias. Obstáculos.

1. Introdução

É notório o constante uso das operações matemáticas elementares (adição, subtração, multiplicação e divisão) para resolvermos problemas práticos do dia a dia. Essas operações também acarretam uma grande importância no avanço das atividades matemáticas da vida escolar, uma vez que outros conteúdos matemáticos necessitam de tais operações.

Vergnaud (1990, p. 9, APUD JUCÁ) divide o estudo das operações aritméticas em dois grupos, o Campo Conceitual de Estrutura Aditiva, que envolve as operações de adição e subtração e o Campo Conceitual de Estrutura Multiplicativa, que consiste nas operações de

multiplicação e divisão. Segundo o autor o Campo Multiplicativo consiste de todas as situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações: proporção simples e múltipla, função linear e não linear razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões combinação linear e aplicação linear, fração, razão, número racional, múltiplos e divisores.

Embora as operações de multiplicação e divisão sejam comuns no dia a dia, muitos alunos têm dificuldades em resolver problemas que envolvam essas operações. Por este motivo, este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados de algumas pesquisas brasileiras relacionadas às dificuldades e estratégias apresentadas por alunos da educação básica na resolução de problemas do campo multiplicativo, que visou identificar temáticas já pesquisadas, os resultados obtidos.

2. Revisão de estudos

Apresentaremos aqui a revisão de 7 estudos já realizados na área da Educação Matemática e que tratam sobre dificuldades e estratégias de alunos do ensino fundamental na resolução de problemas do campo multiplicativo. Na tabela abaixo apresentamos estes trabalhos:

Tabela 1: Trabalhos revisados

Autor	Categoria	Título do Trabalho	Objetivo
Ferraz (2016)	Dissertação de mestrado	Investigando a aprendizagem de noções associadas ao campo multiplicativo: um estudo com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)	Investigar o potencial e as limitações de algumas tarefas construídas a partir da Teoria dos Campos Conceituais para a aprendizagem de conceitos relacionados à multiplicação e divisão de números naturais
Zaran (2013)	Dissertação de mestrado	Uma análise dos procedimentos de resolução de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental em relação a problemas de estruturas multiplicativas	Analisar os procedimentos de alunos do 5º ano na resolução de problemas do campo multiplicativo
Lima (2012)	Dissertação de mestrado	Campo multiplicativo: estratégias de resolução de problemas de divisão de alunos	Identificar as diferentes estratégias de resolução de problemas de divisão

		do 4º ano do Ensino Fundamental em escolas públicas de Maceió	com ideias de partição e quotição.
Cruciol(2012)	Trabalho de Conclusão de curso	Obstáculos apresentados por alunos do 6º ano do ensino fundamental na resolução de problemas do campo multiplicativo.	Avaliar o nível de aprendizagem dos alunos do 6º ano do ensino fundamental, em relação à resolução de problemas do campo conceitual multiplicativo
Martins (2014)	Trabalho de Conclusão de curso	Análise de erros nas quatro operações fundamentais.	Investigar quais as dificuldades apresentadas por alunos do ensino fundamental, no que se refere as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão)
Azerêdo e Arruda(2014)	Artigo	O campo multiplicativo: discutindo desafios e possibilidades para o ensino e aprendizagem. IN: Anais do Congresso Nacional de Educação. Setembro de 2014.	Favorecer uma discussão sobre os desafios que envolvem o ensino e a aprendizagem do campo multiplicativo nos anos iniciais
Zatti, Agranionih, Enricone (2010)	Artigo	Aprendizagem matemática: Desvendando dificuldades de cálculo dos alunos.	Investigar aspectos da aprendizagem do cálculo matemático das quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão)

Fonte: autora

Ferraz(2016) realizou uma pesquisa que tinha como objetivo investigar o potencial e as limitações de algumas tarefas construídas a partir da Teoria dos Campos Conceituais para a aprendizagem de conceitos relacionados à multiplicação e divisão de números naturais. A pesquisa foi realizada em uma escola pública de Ouro Preto (MG) no período de março a dezembro de 2015, em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental que, inicialmente, contava com 38 alunos. Para dar início a pesquisa, a autora realizou uma sondagem que teve como função definir uma referência do estágio inicial de conhecimentos dos alunos da turma

a respeito das operações fundamentais e servir de base para a construção das tarefas iniciais. Após a sondagem, ao todo foram produzidas e realizadas 10 atividades, entre elas aplicação das tarefas relacionadas à multiplicação e divisão, entrevistas com os alunos e avaliação bimestral dos mesmos. Para uma análise minuciosa de dados a autora optou por selecionar quatro alunos, Mariana; Elaine, Leandro e Denise, pois, estes pareceram representar melhor as distintas trajetórias vivenciadas pela turma.

Nas classes de proporções simples de relações, “um a muitos”, divisão por cota e por partição a autora apresenta em quadros as principais dificuldades, estratégias e teoremas em ação utilizados pela turma em cada uma dessas relações. As dificuldades evidenciadas foram quanto a identificação da operação envolvida, validação e compreensão dos resultados, relacionar os cálculos efetuados com contexto da questão e compreensão da situação proposta. As estratégias utilizadas foram procedimentos próprios e a utilização do algoritmo de multiplicação, algoritmo de divisão, algoritmo de divisão acompanhado de multiplicação e tentativa e erro.

Na classe de produtos de medida envolvendo o pensamento combinatória, a autora destacou que os alunos apresentaram dificuldades em compreensão da situação proposta, perceber tais problemas como pertencentes ao campo multiplicativo e perceber que se pode combinar um elemento mais de uma vez. As estratégias utilizadas foram: Combinações aleatórias, árvore de possibilidades, algoritmo multiplicação e Contagem.

Na classe de produtos de medida envolvendo organização retangular, a autora destacou que os três alunos apresentaram dificuldades em ,perceber tais problemas como pertencentes ao campo multiplicativo e em compreender o conceito de área. As estratégias utilizadas foram: algoritmo da multiplicação (Leandro, Mariana e Elaine), adição das medidas de lado -ideia de perímetro, implicando em respostas incorretas- (Leandro, Mariana), e multiplicar cada uma das dimensões por 2 (pois são dois comprimentos e duas larguras) - (Leandro e Mariana).

A autora, afirma que ao final da experiência de trabalhar com os alunos tarefas construídas a partir da Teoria dos campos conceituais, obteve resultados positivos, uma vez que os alunos puderam se familiarizar com os diversos problemas do campo multiplicativo. De modo geral, a autora ressalta a importância de explorar situações práticas e propor aos alunos que eles formulem problemas, pois isso poderia ser um caminho interessante para a mobilização de conhecimentos, além disso, daria pistas do sentido que eles estão atribuindo aos diferentes contextos envolvidos.

Zaran (2013) realizou uma pesquisa com o objetivo analisar os procedimentos de alunos do 5º ano na resolução de problemas do campo multiplicativo. Ao todo, participaram 53 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de São Paulo. A coleta de dados ocorreu com a utilização de quatro instrumentos de investigação. O primeiro instrumento apresentava três problemas que contemplavam a ideia “um a muitos”, pertencentes à classe de problemas isomorfismo de medidas. O segundo instrumento, apresentava quatro problemas, contemplando a ideia “muitos a muitos”, também pertencentes à classe de problemas isomorfismo de medidas. Nesse instrumento em todos os problemas o aluno necessitaria realizar pelo menos um cálculo divisão. O terceiro instrumento agregava três problemas, envolvendo a ideia de “configuração retangular”, pertencentes à classe de problemas produto de medidas. O quarto e último instrumento envolve dois problemas que contemplam a ideia de combinatória, também pertencentes à classe de problemas produto de medidas.

Nos dados obtidos com o primeiro instrumento, foi identificado que os alunos tiveram maiores êxitos na resolução do problema 1, que envolvia a operação de multiplicação, e menores êxitos na resolução dos problemas 2 e 3, que envolviam a operação de divisão. Na análise do segundo instrumento, ainda pertencente ao grupo de problemas Isomorfismo de Medidas a maior parte dos alunos não compreendeu a ideia envolvida, não identificando a operação correta a ser utilizada. No terceiro instrumento, a maior parte dos alunos demonstrou compreender a ideia de configuração retangular envolvida no problema chegando ao resultado esperado. Entretanto os alunos demonstraram mais insucessos no problema 1 que envolvia a na qual o aluno necessitaria realizar o cálculo de divisão para chegar ao resultado esperado. O quarto e último instrumento, mostrou que grande parte dos alunos conseguiu chegar ao resultado esperado.

E finalizaram apontando que um possível facilitador para o ensino destas operações fosse um trabalho articulado entre elas, para que fossem estabelecidas as devidas relações entre ambas, o que também poderia contribuir com a diminuição das dificuldades nos procedimentos da divisão, uma vez que, ao perceberem sua relação com a multiplicação, esses processos poderiam ser compreendidos mais claramente.

Lima (2012) desenvolveu uma pesquisa com alunos do 4º ano do ensino fundamental na qual, participaram 105 alunos com idade entre 8 e 14 anos de três escolas públicas de Maceió. A pesquisa era de abordagem qualitativa, na qual foram investigadas diferentes estratégias de resolução de problemas de divisão com ideias de partição e quotição, em que os

alunos resolveram quatro situações-problema, sendo três problemas de divisão por quota e um problema de partição.

Foi solicitado aos alunos que, além de resolverem o problema, explicassem o raciocínio adotado para sua resolução. Contudo, a autora observou que os alunos possuíam muitas dificuldades na utilização da linguagem matemática para explicação dos seus pensamentos matemáticos. Foi evidenciado, também, que a maior parte dos alunos que apresentaram algum tipo de explicação não conseguiam justificar suas respostas considerando os conceitos do campo multiplicativo. A pesquisadora observou que, os alunos ainda estão atrelados ao pensamento aditivo e que apesar da mobilização dos conhecimentos para chegar a solução, essas indicam que não compreendem o fazer matemático e, ainda, que se apoiam no desenho para entender o enunciado.

Em suas considerações a autora reforça a urgência na mudança nas propostas de ensino nessa área de conhecimento, pois entre outros fatores, o erro nos algoritmos se dá mediante um procedimento sem sentido e significado que se apoia na tabuada de multiplicação.

Cruciol (2012) desenvolveu uma pesquisa que teve como objetivo avaliar o nível de aprendizagem dos alunos do 6º ano do ensino fundamental, em relação à resolução de problemas do campo conceitual multiplicativo. Participaram da pesquisa 12 alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública, localizada em região administrativa do Distrito Federal. Os dados foram coletados por meio da aplicação de um teste contendo dezesseis problemas do campo multiplicativo, sendo quatro de cada um dos significados propostos pelo PCN, sendo eles: ideia de comparação multiplicativa, ideia de proporcionalidade, ideia de configuração retangular e ideia de combinação. A pesquisadora buscou evidenciar e interpretar as estratégias utilizadas pelos alunos, apontando as dificuldades e os obstáculos durante a resolução dos problemas.

No problema de ideia de comparação, Cruciol (2012) obteve em sua pesquisa um indicie de acertos satisfatório, uma vez que, 10 alunos responderam corretamente. Segundo os autores, apenas dois erraram, pois não compreenderam o que seria um quádruplo de um número. No problema de proporcionalidade, 10 alunos erraram integralmente e apenas dois optaram pela estratégia correta, entretanto, erraram no cálculo. Sendo assim, nenhum dos alunos acertaram. Para Cruciol (2012), a interpretação do enunciado deste problema representou o maior obstáculo para a resolução. Em relação ao problema de configuração

retangular, seis alunos acertaram, dois escolheram estratégia adequada, mas erraram no cálculo e quatro erraram integralmente. Por fim, no problema de combinatória apenas três conseguiram chegar ao resultado e nove alunos erraram integralmente, segundo os autores, os alunos relataram que nunca haviam estudado este tipo de problema.

Os resultados encontrados por Cruciol (2012) apontaram que esses alunos estão concluindo o 6º ano com muitas dificuldades em interpretar um problema, executar uma estratégia que leve à resolução e também de validar ou de avaliar a estratégia e a solução obtida.

Martins (2014) realizou uma pesquisa com o intuito de investigar quais as dificuldades apresentadas por alunos do ensino fundamental, no que se refere as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão). Para tanto, o autor aplicou um teste que continha 4 problemas, para 20 alunos da 6ª série ou 7º ano do ensino fundamental de uma escola particular do município de Belém do Pará.

O autor utilizou a análise de erros e verificou que 50% dos alunos não conseguiram efetuar de forma correta o problema proposto de divisão, quanto ao problema de multiplicação, apenas 10% não conseguiram resolver corretamente. Com isso, Martins (2014) concluiu que ainda há um longo caminho a ser percorrido para que os alunos tenham um conhecimento satisfatório sobre o tema do estudo.

Azêredo e Arruda (2014) desenvolveram um estudo com objetivo favorecer uma discussão sobre os desafios que envolvem o ensino e a aprendizagem do campo multiplicativo nos anos iniciais. Para isso, investigaram 6 turmas de uma escola municipal da cidade de João Pessoa, sendo duas do terceiro ano, duas do quarto ano e duas do quinto ano. Ao todo participaram de 147 alunos. O instrumento utilizado foi um diagnóstico composto com sete questões, associadas às ideias de multiplicação comparativa, proporcionalidade, configuração retangular e de combinatória. O processo de coleta foi condicionado pela disponibilidade das turmas, agendadas previamente por suas respectivas educadoras. Para as análises dos dados, as autoras analisaram somente três questões do teste.

Segundo Azêredo e Arruda (2014) o primeiro problema envolvia a ideia de relação proporcional, houveram 83 acertos e 52 erros. As pesquisadoras destacam que não encontrou-se uma gradação no desenvolvimento do alunado, visto que o 5º ano A, errou mais que turmas do 3º e 4º ano. O terceiro problema analisado possuía o significado de multiplicação

comparativa, que segundo as autoras, eram bastante utilizados pelos professores, entretanto 75 alunos não conseguiram resolvê-lo corretamente. A turma que mais obteve êxito foi a do 5º ano A, entretanto o 5º ano B que apresentou acerto apenas de um quarto dos alunos. O problema sete retoma a ideia associada à comparação entre razões, abrangendo a ideia de proporcionalidade e é composto por quatro itens, no primeiro as turmas com mais erros foram o 3º B e 4º A, tendo o 3º A e os 5º anos, com os melhores resultados. Na segunda alternativa, por exigir a divisão, provocou mais erros nas crianças. Na terceira alternativa, o 3º ano B não apresenta nenhum acerto, embora a situação exija o cálculo para 6×3 . Na última alternativa, os números de erros das turmas de 3º ano foram maiores que as demais, embora.

Para Azêredo e Arruda (2014) a maior dificuldade dos alunos está relacionada com os fatos básicos das operações envolvidas. Para finalizar, as pesquisadoras apontam como possibilidades o olhar investigativo sobre o que sabem os alunos, por meio da resolução de problemas com os diferentes significados, a valorização de estratégias pessoais de cálculo e a utilização de tabelas enquanto representação adequada para o trabalho com multiplicação e divisão, afim de uma melhor preparação para os alunos nesta etapa do ensino.

A pesquisa de Zatti, Agranionih, Enricone (2010) sendo esta do tipo qualitativa que objetivou investigar aspectos da aprendizagem do cálculo matemático das quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão). Participaram 34 alunos da 5ª série do Ensino Fundamental de 17 escolas públicas da cidade de Erechim, RS. Para coleta de dados, foi aplicado o subteste de aritmética do TDE (Teste de Desempenho Escolar), de Lílian Milnitsky Stein. Em suas análises, os autores buscaram observar os padrões de erros cometidos pelos alunos. Apesar do trabalho referir-se as quatro operações, nos deteremos apenas aos resultados da divisão e da multiplicação apontados pelas pesquisadoras.

Nas questões de divisão, segundo Zatti, Agranionih, Enricone (2010), emergiram nove categorias na análise dos erros: reprodução errada da operação proposta (24,8%); não domínio do algoritmo (21%); erros de tabuada (6,9%); erros estranhos (6,9%); desistência (1%); cálculo mental (2%); reprodução errada da resposta (1%); e erro de subtração durante o cálculo (1%). Houve ausência de respostas em 34,6% dos cálculos propostos.

Sobre as questões de multiplicação, Zatti, Agranionih, Enricone (2010) relatam o aparecimento das categorias: erros de tabuada (36,8%); não domínio do algoritmo (23,7%); esquecimento do “vai um” (15,7%); cálculo mental (2,6%); e erros estranhos (2,6%). Em 18,6% dos cálculos propostos, houve ausência de respostas.

Em suma, a partir dos resultados da pesquisa dos autores supracitados, observou-se que os erros cometidos pelos alunos, em sua maior parte, podem ser atribuídos à não compreensão do algoritmo, interpretação, identificação das operações.

3. Considerações

O objetivo desse trabalho era apresentar os resultados de algumas pesquisas brasileiras relacionadas às dificuldades e estratégias apresentadas por alunos da educação básica na resolução de problemas do campo multiplicativo.

Neste levantamento, percebemos que tanto os alunos dos anos dos anos iniciais quantos alunos do 6º ano do ensino fundamental II possuem diversas dificuldades em resolver problemas do campo multiplicativo, seja por questões relacionadas à leitura e à interpretação de problemas matemáticos ou desenvolvimento do algoritmo. Nesse sentido, acreditamos na necessidade de um repensar pedagógico que favoreça o desenvolvimento de trabalhos em sala de aula voltados para a construção de conceitos relacionados às estruturas multiplicativas e a exploração situações práticas vinculadas ao cotidiano do aluno.

4. Referências

- AZERÊDO, M. A ; ARRUDA, T. C. **O campo multiplicativo: discutindo desafios e possibilidades para o ensino e aprendizagem.** IN: Anais do Congresso Nacional de Educação. Setembro de 2014.
- CRUCIOL, F. D. **Obstáculos apresentados por alunos do 6º ano do ensino fundamental na resolução de problemas do campo multiplicativo.** Trabalho de Conclusão de curso (Licenciatura em matemática) Brasília: Universidade Católica de Brasília, 2012.
- LIMA R. R. **CAMPO MULTIPLICATIVO: estratégias de resolução de problemas de divisão de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental em escolas públicas de Maceió.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) Universidade Federal de Alagoas – Maceió/AL 2012
- MARTINS, S. H. M. **Análise de erros nas quatro operações fundamentais.** Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade do Estado do Para - Belém, 2014.
- ZARAN, M. L.. **Procedimentos revelados por alunos de 5º ano do ensino fundamental para a resolução de problemas de estruturas multiplicativas.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2013.
- ZATTI, F. AGRANIONIH, N. T. ENRICONE, J. R. B. **Aprendizagem matemática: Desvendando dificuldades de cálculo dos alunos.** PERSPECTIVA, Erechim. v.34, n.128, p. 115-132, dezembro/2010.

FERRAZ, S. R. **Investigando a aprendizagem de noções associadas ao campo multiplicativo**: um estudo com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG). Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Minas Gerais: Universidade Federal de Ouro Preto. 2016.



MATEMÁTICA FINANCEIRA: CONHECENDO A REALIDADE DOS ESTUDANTES E SUAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

André Alves Sobreira

Universidade do Estado do Pará

andreuepa@yahoo.com.br

Ana Kely Martins da Silva

Universidade do Estado do Pará

anakely2@yahoo.com.br

Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará

2011malu.melo@gmail.com

RESUMO

Este artigo teve como finalidade realizar uma investigação sobre a aprendizagem de Matemática Financeira na opinião dos alunos do 2º e 3º anos do ensino médio da EEEFM Profº Hildeberto Reis, que localiza-se no interior do estado do Pará. O instrumento elaborado para a produção das informações junto aos discentes foi um questionário, no qual continham itens que faziam indagações de aspectos sociais, como os mesmos viam a Matemática, como as aulas eram ministradas e sobre as dificuldades presentes nas aulas, em relação à Matemática Financeira. A pesquisa nos revelou que, em geral, as aulas eram ministradas dentro do método tradicional e avaliação da aprendizagem continua, predominantemente, na antiga prova e que muitas aulas estão sem a devida relação com os fatos vivenciados pelos alunos. As discussões se fundamentaram em estudos de Mendes e Sá (2006), Freire (2007), Luckesi (2003), entre outros, que, em comum, em seus estudos, apresentam-se preocupados com a educação para a cidadania. Metodologicamente, o estudo teve uma abordagem qualiquantitativa. Este trabalho nos mostrou a importância da Matemática Financeira na formação do aluno, bem como a necessidade de que a escola possa trabalhar, com novas metodologias, de modo a proporcionar melhor ensino aprendizagem desse e de outros temas das diversas disciplinas.

Palavras-chave: Educação. Cidadania. Currículo. Aprendizagem de Matemática Financeira.

1 INTRODUÇÃO

O homem estuda as diversas ciências com o objetivo de entender diversas situações ao seu redor e, conseqüentemente, através de ferramentas, que a mesma possibilita (re) criar, solucionar alguns problemas e realizar novos estudos.

A Matemática, enquanto ciência encontra-se bastante presente na vida do ser humano, auxiliando-o nos estudos em outras ciências e também para que, de forma mais simplificada, o mesmo possa lançar mão de ferramentas para resolver problemas. Na verdade, pode afirmar que um dos primeiros avanços tecnológicos foram as descobertas matemáticas, por exemplo:

Na Tchecoslováquia foi achado um osso de lobo com profundas incisões, em número de cinquenta e cinco; estavam dispostos em duas séries, com vinte e cinco numa e trinta na outra, com os riscos em cada série, dispostos em grupos de cinco. Tais descobertas arqueológicas fornecem provas de que a ideia de número é muito mais antiga do que progressos tecnológicos como o uso de metais ou de veículo com rodas (BOYER, 2001, p. 3).

Como professores de matemática ou em cursos de correlacionados com a tal disciplina, sempre buscamos destacar para os discentes o papel da mesma no desenvolvimento do raciocínio e na formação para a cidadania, onde cada um, por ter deveres, tem direitos e, não favores, garantidos. Por acreditar nesse potencial da disciplina e por saber que por uma razão didática a mesma é dividida em diversas partes, compreendo a Matemática Financeira como o ramo da Matemática que tem esse papel preponderante, mas deixando de lados os demais ramos, na formação da cidadania, que tanto almejamos para um país mais justo e solidário.

A situação atual, em que encontram-se as pessoas em nosso país, nos mostra muitos com dívidas e problemas financeiros enormes, essa problemática pode ser resolvida com uma educação voltada para a cidadania, com a formação de um ser que possa refletir sobre seus atos. É nesse sentido que a Matemática Financeira é uma importante ferramenta.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), aulas de Matemática devem auxiliar na formação da cidadania, pois

[...] a matemática no ensino médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas (BRASIL, 1999, p. 251).

Os PCN destacam, nessas condições a necessidade que as aulas de Matemática possam ir além das discussões de fórmulas, que são necessárias, mas que o discente possa ter a capacidade de, através do uso dessa ciência, refletir sobre problemas reais e bem comuns em seu cotidiano. Na realidade, esse documento destaca que a escola deve reforçar os conceitos de cidadania e, Severino (1998), ao explicitar sobre a temática, realça que

[...] quando falamos de cidadania estamos nos referindo a uma qualificação da condição de existência dos homens. [...] ele é cidadão se pode efetivamente usufruir dos bens materiais necessários para a sustentação de sua existência física, dos bens simbólicos necessários para a sustentação de sua existência subjetiva, e dos bens políticos necessários para a sustentação de sua existência social (p. 98).

Indubitavelmente, para conceituar cidadania, temos que considerar diretamente as atividades que o indivíduo participa, bem como a sociedade ao seu redor. Por exemplo, o dinheiro, quer queiramos ou não, alguns mais outros menos, mas é um forte influenciador social, por isso acreditamos que conhecer e fazer o uso “mais correto” do mesmo é importante para todos nós, tanto individualmente como no coletivo. Vamos verificar a situação proposta a seguir:

Uma conceituada loja, numa promoção, oferece as seguintes opções de compra:
 - À vista, com 30% de desconto sobre o preço de tabela.
 - Com um acréscimo de 20% sobre o preço de tabela, em dois pagamentos “iguais” (entrada mais outro para 30 dias).
 Qual a taxa de juros, sobre o saldo devedor, que a loja está cobrando na segunda opção oferecida?
 Será que você estudante, professor, educador em geral, teve em sua formação escolar elementos para responder à questão acima, para descobrir que no “inocente” anúncio está inserida uma taxa de 500% em apenas um mês? (SÁ, 2011, p. 21).

Fatos como esses, descritos por Sá (2011), são bem pertinentes Brasil a fora e por isso a Matemática Financeira e suas múltiplas aplicações são indispensáveis ao exercício pleno da cidadania, isto é, quando a escola aborda esses temas, o aluno percebe o meio social, a realidade, em que se encontra inserido.

Além disso, estudos de Stephani (2005), Ferreira (2008), Theodoro (2008), Reis (2013) e Lopes, Paiva e Sá (2013) são incisivos na conclusão da importância da Matemática Financeira com aulas mais próximas das realidades vivenciadas pelos discentes.

Tendo em vista os fatos supramencionados e considerando a realidade educacional brasileira, este artigo busca relatar alguns dados coletados em uma pesquisa, que teve duas fases: a de campo; coletadas através de um questionário, realizada com 100 alunos das duas séries finais do ensino médio de uma escola pública do interior do estado do Pará e a bibliográfica, que percorreu acerca das fontes oficiais da educação brasileira, mais especificamente da Matemática e Currículo e avaliação.

2 Metodologia

Esta pesquisa, que teve como metas indagar fatos sociais sobre os discentes, aspectos didático-pedagógicos dos docentes, na concepção dos estudantes e as dificuldades dos mesmos para aprender conceitos de Matemática Financeira, foi realizada com discentes do 2º e 3º anos do ensino médio de uma escola pública do município de Aurora do Pará-PA, onde na oportunidade aplicamos um questionário, no qual constavam várias indagações sobre diversos temas relacionados à vida estudantil dos alunos, tais como: dificuldades de aprendizagem, participação da família nas atividades escolares, gosto pela Matemática, entre outros temas.

Antes da aplicação dos questionários, realizou-se um contato prévio com a direção da escola e professores, destacando a importância do trabalho para a Educação Matemática, fato que fora repetido com os discentes em cada uma das salas onde o aplicou-se questionário.

O método usado nessa pesquisa foi, como supramencionado anteriormente, uma pesquisa de campo combinado com uma análise quali-quantitativa. A abordagem quantitativa, pois a mesma permite tem como centro a objetividade.

Diferentemente da pesquisa qualitativa, os resultados da pesquisa quantitativa podem ser quantificados. Como as amostras geralmente são grandes e consideradas representativas da população, os resultados são tomados como se constituíssem um retrato real de toda a população alvo da pesquisa. A pesquisa quantitativa se centra na objetividade. Influenciada pelo positivismo, considera que a realidade só pode ser compreendida com base na análise de dados brutos, recolhidos com o auxílio de instrumentos padronizados e neutros. A pesquisa quantitativa recorre à linguagem matemática para descrever as causas de um fenômeno, as relações entre variáveis, etc. (FONSECA, 2002, p.20).

Quando a abordagem é quantitativa, de certo modo, o pesquisador tem mais facilidade sintetizar os dados e fazer a organização para divulgação, na verdade, segundo Contandriopoulos (1994), os dados coletados por pesquisas dessa natureza são os mais publicados.

Pelos fatos expostos foi que optamos pelo uso do questionário na pesquisa realizada, que fora construído de modo que fosse possível conseguir informações pertinentes ao processo de ensino de Matemática, onde de modo especial, o instrumento em questão apresentara uma parte que indagava a percepção dos discentes sobre as dificuldades apresentadas no processo de aquisição de conceitos relacionados à Matemática Financeira.

3 Resultados e análises

A aplicação da pesquisa nos possibilitou a verificação de diversos dados, que devem ser levados em consideração dentro do processo educacional. A seguir, alguns fatos serão explicitados.

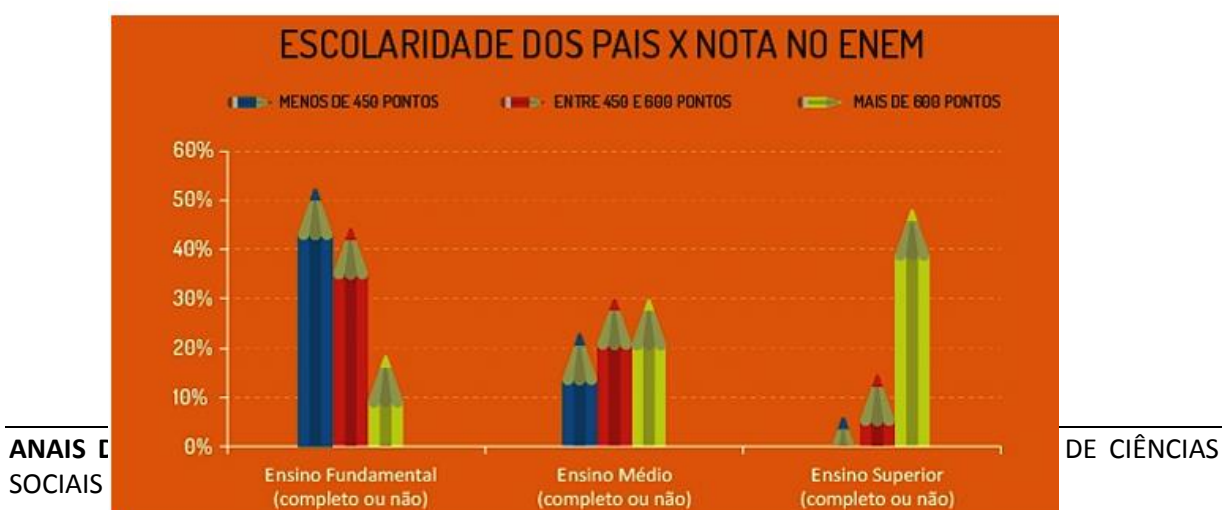
Quanto à faixa etária da idade, os alunos pesquisados encontraram-se de 15 a 23 anos, sendo que destes, 43% tinham 19 anos ou mais, o que se encontra em desacordo com a legislação, pois a LDB, após ter seu artigo 32 modificado pela Lei nº 11.274/2006, destaca que “o ensino fundamental obrigatório, com duração de 9 (nove) anos, gratuito na escola pública, iniciando-se aos 6 (seis) anos de idade”, ou seja, muitos alunos estão no ensino médio e já deveriam ter concluído esta etapa da educação básica, no entanto, esse fato pode ser atrelado a que muitos são de áreas rurais e a grande maioria trabalha para ajudar no sustento familiar.

Além do mais:

Fatores escolares, sociais e culturais devem ser levados em consideração, porque a desigualdade social é refletida para dentro das escolas nas condições de acesso, ingresso e permanência principalmente para as populações de baixa renda, onde se observam problemas de toda ordem que se potencializam pela falta de oportunidades de se educarem (REIS, 2005, p. 6).

Quanto à série em que estavam estudando, 41% do 2º ano e 51% do 3º ano. A grande maioria dos pesquisados, 59%, são do gênero feminino e todos são estudantes da rede pública estadual. Em relação ao nível de escolaridade dos responsáveis, a maior parte deles, na verdade um número bem expressivo, 79% dos responsáveis masculinos e 64%, dos femininos, não chegaram a concluir o ensino fundamental, sendo que, respectivamente, 12% e 10%, não estudaram nenhuma série. Esse dado é bastante relevante e, ao mesmo tempo, preocupante, pois, por exemplo, uma pesquisa da Tribuna da Bahia, publicada em 2016, demonstra que a escolaridade dos pais afeta o desempenho dos filhos no ENEM. O gráfico 1, a seguir, detalha a pesquisa publicada.

Gráfico 1: Relação entre escolaridade dos pais e a nota do ENEM dos filhos



Fonte: Tribuna da Bahia.

No que diz respeito à profissão dos responsáveis, a maior parte, confirmando a questão da baixa escolaridade, indicou que os mesmos são agricultores, no caso dos homens e donas de casa, no caso das mulheres. Dessa forma, a primeira parte do questionário foi discutida.

Quando indagamos sobre a questão das dependências de estudos na disciplina Matemática, a grande maioria, 77% da amostra pesquisada, dissera nunca ter ficado devendo a disciplina de um ano para outro.

Quando indagamos sobre a frequência com que costumam estudar matemática fora da escola, os números da amostra em questão mostraram que 42% só estudam na época que vão fazer provas, 18% disseram não ter costume de estudar fora da escola, 9%, mais de três vezes por semana, 30% costumam estudar três vezes ou menos por semana e apenas 1%, todos os dias.

Quando foram perguntados se gostavam de Matemática, apenas 14% da amostra em questão, afirmara que não gostavam e os demais dividiram-se entre 47% gostar um pouco, 26% gostar e 13% gostar bastante. Essa amostra explicita o fato que poucos gostam bastante da Matemática, que é uma disciplina tão útil, assim como as demais, no entanto, estudos de Tatto e Escapin (2003), destacam que, mesmo antes da chegada à escola, muitos alunos, pelo fato de ouvirem dos pais sobre as dificuldades que tiveram, já chegam com certa rejeição ao estudo em questão.

Como foi supramencionado, a escolaridade dos pais, é baixa para a amostra em questão, talvez ajude, de certo modo a justificar a resposta da sobre a pergunta: Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática? Onde os resultados da pesquisa mostram que obtivemos um resultado revelador que mostra 64% dos mesmos costuma estudar sozinhos e que 7% contam com ajuda dos amigos. Esses dados são bem parecidos com um estudo realizado por Moreira (2016), em escolas da capital, onde mostra que 52,3% faziam as atividades sem ajuda nenhuma de familiares e/ou de outras pessoas, ou seja, a realidade de uma grande cidade e de uma do interior, não é muito diferente.

Estudos realizados por destacam que:

O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) realizado em 2003 também revela que estudantes cuja família participa de forma mais direta no cotidiano escolar, apresenta um desempenho superior em relação àquela onde os pais estão ausentes do seu processo educacional (*ibidem*, p. 6).

A participação familiar é muito importante no processo educacional dos filhos e, muitas vezes, os responsáveis até participam, mas não deveriam, pois como foi explicitado pelos dados dessa pesquisa, a escolarização dos mesmos impede uma ação mais ampla no sentido de ajudar nas tarefas extraclasse.

Esse fator é mais preocupante pelo fato de que apenas 23% dos alunos dessa amostra afirmaram entender sempre as explicações dadas pelo docente nas aulas de Matemática e sem a ajuda dos responsáveis, consequentemente o rendimento e aprendizado saírem aquém do esperado. Uma explicação para o fato de que poucos entendem o que o professor fala em sala, segundo minha vivência docente, é o fato das vivências anteriores que muitos discentes tiveram, estudaram em locais heterogêneos, falta de estudar um conteúdo, por exemplo, entre outros. Na verdade, existem estudos que coadunam com esse posicionamento, pois

Um aluno pode, por exemplo, saber praticamente tudo sobre a Proclamação da República Brasileira e ignorar completamente as capitânias hereditárias. Mas não será capaz de estudar Trigonometria se não conhecer os fundamentos da Álgebra, nem entenderá essa última se não souber as operações aritméticas (LIMA, 1995 apud REIS, 2006, p. 7).

Com relação a questão das avaliações em sala de aula, os alunos, em sua maioria, 56% da amostra, destacaram que o professor avalia unicamente através da prova escrita. Estudos mostram que esse valor até aumenta em outros locais, pois as nossas escolas estão centradas no modelo de avaliação que teve início no século XVI, no entanto, as perspectivas modernas de avaliação mostram que “a sala de aula é o lugar onde, em termos de avaliação, deveria predominar o diagnóstico como recurso de acompanhamento e reorientação da aprendizagem, em vez de predominarem os exames como recursos classificatórios” (LUCKESI, 2003, p. 47).

Ainda sobre a questão de avaliação, quando indagamos sobre os sentimentos diante da realização de um exame, as respostas foram diversas, das quais: 28% tranquilos, 5% entusiasmados e tranquilos e os demais, 19% com preocupação, 17% com medo e preocupado, entre outros termos. Na verdade, pela amostra percebemos que 67% dos discentes não apresentam uma relação tranquila para com os momentos de avaliação da aprendizagem, além disso, esses dados não se diferem dos estudos de Moreira (2016), que constatara que, como supramencionado, na capital, 70,8% dos alunos têm relação semelhante para com a avaliação.

Na verdade, a avaliação é via de mão dupla, onde o aluno e o professor aprendem durante o processo, ambos são avaliados, o aluno para saber onde encontra-se no processo de

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

aprendizagem de uma dado conteúdo e o professora para saber se suas técnicas e objetivos foram eficientes nas aulas.

Quanto ao processo didático que o professor utilizava para ministrar as aulas de Matemática Financeira, indagamos: como o professor, nas aulas de Matemática Financeira, ministrava as aulas? As respostas foram: 71%, começando pela definição seguida de exemplos e exercícios, que é comumente usada na maioria das aulas, onde estudos revelam números semelhantes em outras localidades; 21%, começando com uma situação problema para depois introduzir o assunto; 6% criando um modelo para situação e em seguida analisando o modelo; 1%, utilizando ferramentas tecnológicas para resolver problemas e 1%, outra metodologia.

Quando a técnica usada pelo professor para fixar os conteúdos de Matemática Financeira, as respostas, para essa amostragem foram: 63% apresentava uma lista de exercícios para serem resolvidos, fato que, pela experiência docente posso constatar que acontece na maioria das aulas; 3%, apresentava jogos envolvendo o assunto; 29%, mandava resolver os exercícios do livro didático; 4%, mandava que você procurasse questões sobre o assunto para resolver e 1%, não propunha questões de fixação.

Quando a metodologia a ser adota nas aulas, uma boa sugestão, por envolver o aluno e fazê-lo ator do seu processo educacional, é o ensino por atividade, pois assim os discentes passam assumir posturas ativas no processo, que permite entre outras coisas melhorar o conhecimento e depois a percepção em relação aos exames e também o entendimento nas aulas de Matemática, pois

É importante, portanto, que comecemos a repensar a maneira de como ensinar a Matemática, concretamente, visando quebrar os esquemas tradicionais e oferecer aos estudantes, informações que possam suprir suas necessidades, que envolvam suas habilidades psicomotoras, onde eles possam manusear materiais e posteriormente passar ao domínio cognitivo (MENDES e SÁ, 2006, p. 10).

Além dessa tendência do ensino de Matemática existem outras, as quais foram supramencionadas anteriormente e que merecem destaque durante as aulas, dependendo do tema e contexto que o professor vai abordar. Além do mais os dados coletados mostram que os discentes têm, na sua maioria, acesso a tecnologias como internet, apenas 15% não têm acessam a rede mundial e 71% têm celular, fato que possibilita uso dessas ferramentas nas aulas como um aliado forte no processo de ensino aprendizagem e na construção de conceitos por redescobertas, pois, de acordo com os PCN

É preciso ainda uma rápida reflexão sobre a relação entre Matemática e tecnologia. Embora seja comum, quando nos referimos às tecnologias ligadas à Matemática, tomarmos por base a informática e o uso de calculadoras, estes instrumentos, não obstante sua importância, de maneira alguma constituem o centro da questão (BRASIL, 2000, p. 41).

Fica evidenciado, como já descrito anteriormente que o uso da calculadora e outros instrumentos tecnológicos devem ser usados pelos alunos do ensino médio, não como o centro da aprendizagem, mas como um auxiliar ao processo.

Um destaque especial será realizado com relação ao grau de dificuldades que os alunos os 100 alunos afirmaram, ao se deparar com cada um dos itens e/ou conceitos pertinentes a Matemática Financeira. A tabela 1, a seguir mostra os detalhes:

Tabela 1: Assuntos e grau de dificuldade para aprender temas da Matemática Financeira

(continua)

Nº	Assunto/habilidade	Grau de dificuldade para aprender				
		Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
01	Definição de Juros Simples	16%	26%	37%	14%	7%
02	Definição de Capital	9%	22%	45%	16%	8%
03	Definição de Taxa	9%	26%	41%	19%	5%
04	Definição de Montante	3%	13%	39%	35%	10%
05	Capitalização Simples	6%	20%	48%	19%	7%
06	Capitalização Composta	3%	8%	40%	34%	15%
07	Definição de taxas proporcionais	1%	21%	38%	28%	11%
08	Definição de Juros Compostos	6%	16%	41%	22%	15%
09	Definição de taxas equivalentes	3%	17%	39%	25%	16%
10	Relacionar Juros Simples e modelo da Função Afim	5%	17%	37%	27%	14%

Tabela 1: Assuntos e grau de dificuldade para aprender temas da Matemática Financeira

(conclusão)

Nº	Assunto/habilidade	Grau de dificuldade para aprender				
		Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
11	Relacionar Juros Simples e Progressão Aritmética	3%	9%	34%	35%	19%
12	Relacionar Juros Compostos e modelo da Função Exponencial	5%	11%	31%	37%	16%
13	Relacionar Juros Compostos e Progressão Geométrica	8%	11%	39%	29%	13%
14	Definição de Descontos Simples	10%	23%	42%	20%	5%
15	Definição de Descontos Compostos	5%	19%	43%	22%	11%

16	Definição de aumentos/descontos	13%	20%	38%	20%	9%
17	Definição de lucro/prejuízo	15%	19%	38%	22%	6%
18	Aplicar temas da Matemática Financeira em situações problemas	10%	9%	39%	24%	18%

Fonte: Pesquisa de campo (2016).

Como foi destacado anteriormente, alguns temas da Matemática Financeira precisam de outros conhecimentos prévios, de outros temas matemáticos que venham a dar sustentáculo para a compreensão e sistematização de novos conceitos, fato este que pode ser percebido à medida que as questões do quadro 1 tendem a relacionar dois temas conjuntamente, a exemplo disso temos o item 11, onde 54% dos estudantes da amostra afirmaram que a situação era de grau difícil ou muito difícil.

Na realidade, pelos dados apresentados, temos duas situações a serem consideradas: ou os temas não foram abordados em sala de aula ou então o foram de maneira fragmentada. Se considerarmos a segunda possibilidade, o que de fato parece ser mais provável, pois todos os alunos afirmaram ter estudados os temas pertinentes no questionário, a solução não é tão simples, mas felizmente possível, pois cremos que se, no processo de formalização do conhecimento, no âmbito do planejamento docente, o mesmo levar em consideração os pressupostos das teorias de aprendizagem e conhecimento, em especial aquela estudada por Ausubel (1982), muitas situações serão fortemente minimizadas.

Pois bem, a teoria em questão, de modo sucinto, destaca que para o professor, para ter êxito no processo de ensino aprendizagem, deve “estudar seu aluno”, ou seja, descobrir o que o aluno já sabe e assim, através de esquemas e organizadores prévios, poderá ensiná-lo de modo significativo, pois a chave para que de fato haja aprendizagem, de acordo com esta teoria, encontra-se no conhecimento prévio do aluno. Nessas condições, a aprendizagem significativa de Ausubel “é concebida como processo de compreensão, reflexão e atribuição de significado do sujeito, em interação com o meio social, ao constituir a cultura e por ela ser constituído” (MASINI, 2011, p.16).

Freire (2007), ao concordar com a teoria em questão, indaga:

Por que não discutir com os alunos a realidade concreta que se deva associar à disciplina cujo conteúdo se ensina? [...] Por que não estabelecer uma intimidade entre os saberes curriculares fundamentais aos alunos e a experiência social que eles têm como indivíduos? (p. 30).

Na verdade Freire (2007) reforça a teoria de Ausubel, pois quando se considera a experiência social do educando, faz-se uma ponte, cria-se subsunçores, que são tão defendidos pela teoria da aprendizagem significativa, que tem como alicerce o processo relacional, a relação em suas várias vertente:

- 1) Relação do homem com o mundo que o cerca;
- 2) Relação de quem ensina com aquele que aprende;
- 3) Relação do compreender de quem ensina com o compreender de quem aprende;
- 4) Relação do conteúdo a ser ensinado com o que aquele que aprende já conhece;
- 5) Relação do que se propõe ensinar com as condições de quem vai aprender – seus interesses, nível de elaboração, representações e conceitos disponíveis nessa programação de ensino (MASINI, 2011, p.17).

Sem dúvidas, de acordo com o que foi mencionado, face aos dados pertinentes no quadro 1, o professor, como facilitador do processo de ensino-aprendizagem, partindo do viés da aprendizagem significativa, por exemplo, antes de iniciar o estudo o tema Juros Simples, deve indagar os conhecimentos prévios dos alunos sobre função do primeiro grau e Progressões Aritméticas; caso semelhantes nos estudos de Juros Compostos com a Progressões Geométricas e as Funções Exponenciais, entre outros temas pertinentes.

4 Considerações finais

Ao concluirmos a pesquisa, que possuía como finalidade realizar uma investigação sobre a aprendizagem de Matemática Financeira na opinião dos alunos do 2º e 3º anos do ensino médio da EEEFM Profº Hildeberto Reis, que localiza-se no interior do estado do Pará, os permitiram inferir que o nível de aprendizagem dos mesmos encontra-se aquém do esperado.

Os dados coletados nos mostraram que, uma das possíveis explicações sobre os baixos níveis aprendizagem encontra-se nessa situação, pode estar relacionada à abordagem metodológica das aulas de Matemática Financeira, onde, como os dados evidenciaram, há predomínio do método tradicional de ensino.

Finalmente, diante do que foi exposto, acreditamos que aplicações de pesquisas e novas metodologias, considerando os conhecimentos prévios do aluno, usando procedimentos de redescobertas matemáticas, Matemática crítica, Modelagem, entre outras tendências de ensino da Matemática.

Sempre há necessidade de novos estudos sobre as diversas temáticas educacionais, uma discussão a ser feita, por exemplo, é a relação entre os diversos temas matemáticos e a aprendizagem de novos conteúdos, o uso das tecnologias na Matemática Financeira e como os temas da Matemática Financeira afetam o conhecimento dos direitos, em face de tantos deveres, que cada um tem e que é uma obrigação do estado.

5 Referências

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.

BOYER, C. B. **História da matemática**. 2ªed. São Paulo: Edgard Blucher, 2001. 488 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei 9.394 de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes da Educação Nacional. Diário Oficial da União, Brasília, n. 248, p. 27.833 – 27.841, 23 de dez. de 1996.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Ministério da Educação. Brasília, 2000.

CONTANDRIOPOULOS, A.-P. et all. **Saber preparar uma pesquisa**. São Paulo – Rio de Janeiro: Hucitec, 1994.

FERREIRA, A. B. **Educação financeira - Desenvolvendo a cidadania**, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1582-8.pdf>>. Acesso em: 20 out. 2016.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 35. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2007.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem na escola: reelaborando conceitos e recriando a prática**. Salvador: Malabares Comunicação e Eventos, 2003.

LOPES, S. C.; PAIVA, A. M. S. de; SÁ, I. P. de. **Matemática financeira e contextualização: Importante parceria na construção da cidadania crítica**. 2012. 140 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Severino Sombra, Vassouras.

MASINI, E. F. S. Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. **Aprendizagem Significativa em Revista /Meaningful Learning Review**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 16-24, jul. 2011.

MENDES, I. A., Sá, P.F. **Matemática por atividades: sugestões para a sala de aula**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

MOREIRA, D. M. da S. **A aprendizagem de geometria espacial, cálculo de volume segundo os alunos do 2º ano do ensino médio.**In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XII, 2016, São Paulo. *Anais...* São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-13.

REIS, L. R. dos. **Rejeição a Matemática:** causas e formas de intervenção, 2005. Disponível em: <<https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12005/LeonardoRodriguesdosReis.pdf>> Acesso em: 29 out. 2016.

REIS, T. S. dos. **Investimentos financeiros:** contextualizando a matemática vista em sala de aula, 2013. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/684_125_ID.pdf>. Acesso em: 29 out. 2016.

SÁ, I.P. de. **Matemática financeira para educadores críticos.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2011.

SEVERINO, A.J. **Filosofia da educação:** construindo a cidadania. São Paulo: FTD, 1998.

STEPHANI, M. **Educação Financeira:** Uma perspectiva interdisciplinar na construção da autonomia do aluno. 2005. 79 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia universidade Católica do Rio grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

TATTO, F; SCAPIN, I.J. **Rejeição à matemática:** causas e alternativas de intervenção. Universidade regional Integrada do Alto Uruguai e da Missões-URI. Porto Alegre, 2003.

THEODORO, F. R. F. **O uso da matemática para a educação financeira a partir do ensino fundamental,** 2008. Disponível em: <<http://www.academiafinanceira.com.br/educacaofinanceira/matematica.pdf>>. Acesso em: 15 out. 2016.

Tribuna da Bahia. Disponível em <<http://www.tribunadabahia.com.br/2016/08/10/escolaridade-dos-pais-afeta-sempenho-dos-filhos-no-enem>>. Acesso em: 27 out. 2016.



MATEMÁTICA FINANCEIRA: CONHECENDO A REALIDADE DOS ESTUDANTES, BEM COMO AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

André Alves Sobreira

Universidade do Estado do Pará

andreuepa@yahoo.com.br

Ana Kely Martins da Silva

Universidade do Estado do Pará

anakely2@yahoo.com.br

Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará

2011malu.melo@gmail.com

RESUMO

Este artigo teve como objetivo fazer uma investigação sobre como estava acontecendo a aprendizagem dos conceitos de Matemática Financeira, segundo a opinião dos alunos do 2º e 3º anos do ensino médio de uma escola pública do interior do Pará. O instrumento elaborado para a produção das informações junto aos discentes foi um questionário, no qual continham itens que faziam indagações de aspectos sociais, como os mesmos viam a Matemática, como as aulas eram ministradas e sobre as dificuldades presentes nas aulas, em relação à Matemática Financeira. A pesquisa nos revelou que, em geral, as aulas eram ministradas dentro do método tradicional e avaliação da aprendizagem continua, predominantemente, na antiga prova e que muitas aulas estão sem a devida relação com os fatos vivenciados pelos alunos. As discussões se fundamentaram em estudos de Mendes e Sá (2006), Freire (2007), Luckesi (2003), entre outros, que, em comum, em seus estudos, apresentam-se preocupados com a educação para a cidadania. Metodologicamente, o estudo teve uma abordagem qualiquantitativa. Este trabalho nos mostrou a importância da Matemática Financeira na formação do aluno, bem como a necessidade de que a escola possa trabalhar, com novas metodologias, de modo a proporcionar melhor ensino aprendizagem desse e de outros temas das diversas disciplinas.

Palavras-chave: Educação. Cidadania. Currículo. Aprendizagem de Matemática Financeira.

1 INTRODUÇÃO

O homem estuda as diversas ciências com o objetivo de entender diversas situações ao seu redor e, conseqüentemente, através de ferramentas, que a mesma possibilita (re) criar, solucionar alguns problemas e realizar novos estudos.

A Matemática, enquanto ciência encontra-se bastante presente na vida do ser humano, auxiliando-o nos estudos em outras ciências e também para que, de forma mais simplificada, o mesmo possa lançar mão de ferramentas para resolver problemas. Na verdade, pode afirmar que um dos primeiros avanços tecnológicos foram as descobertas matemáticas, por exemplo:

Na Tchecoslováquia foi achado um osso de lobo com profundas incisões, em número de cinquenta e cinco; estavam dispostos em duas séries, com vinte e cinco numa e trinta na outra, com os riscos em cada série, dispostos em grupos de cinco. Tais descobertas arqueológicas fornecem provas de que a ideia de número é muito mais antiga do que progressos tecnológicos como o uso de metais ou de veículo com rodas (BOYER, 2001, p. 3).

Como professor de matemática sempre busco destacar para os discentes o papel da mesma no desenvolvimento do raciocínio e na formação para a cidadania, onde cada um, por ter deveres, tem direitos e, não favores, garantidos. Por acreditar nesse potencial da disciplina e por saber que por uma razão didática a mesma é dividida em diversas partes, compreendo a Matemática Financeira como o ramo da Matemática que tem esse papel preponderante, mas deixando de lado os demais ramos, na formação da cidadania, que tanto almejamos para um país mais justo e solidário.

A situação atual, em que encontram-se as pessoas em nosso país, nos mostra muitos com dívidas e problemas financeiros enormes, essa problemática pode ser resolvida com uma educação voltada para a cidadania, com a formação de um ser que possa refletir sobre seus atos. É nesse sentido que a Matemática Financeira é uma importante ferramenta.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), aulas de Matemática devem auxiliar na formação da cidadania, pois

a matemática no ensino médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas (BRASIL, 1999, p. 251).

Os PCNs destacam, nessas condições a necessidade que as aulas de Matemática possam ir além das discussões de fórmulas, que são necessárias, mas que o discente possa ter a capacidade de, através do uso dessa ciência, refletir sobre problemas reais e bem comuns em seu cotidiano. Na realidade, esse documento destaca que a escola deve reforçar os conceitos de cidadania e, Severino (1998), ao explicitar sobre a temática, realça que

[...] quando falamos de cidadania estamos nos referindo a uma qualificação da condição de existência dos homens. [...] ele é cidadão se pode efetivamente usufruir dos bens materiais necessários para a sustentação de sua existência física, dos bens simbólicos necessários para a sustentação de sua existência subjetiva, e dos bens políticos necessários para a sustentação de sua existência social (p. 98).

Indubitavelmente, para conceituar cidadania, temos que considerar diretamente as atividades que o indivíduo participa, bem como a sociedade ao seu redor. Por exemplo, o dinheiro, quer queiramos ou não, alguns mais outros menos, mas é um forte influenciador social, por isso acreditamos que conhecer e fazer o uso “mais correto” do mesmo é importante para todos nós, tanto individualmente como no coletivo. Vamos verificar a situação proposta a seguir:

Uma conceituada loja, numa promoção, oferece as seguintes opções de compra:
 - À vista, com 30% de desconto sobre o preço de tabela.
 - Com um acréscimo de 20% sobre o preço de tabela, em dois pagamentos “iguais” (entrada mais outro para 30 dias).
 Qual a taxa de juros, sobre o saldo devedor, que a loja está cobrando na segunda opção oferecida?
 Será que você estudante, professor, educador em geral, teve em sua formação escolar elementos para responder à questão acima, para descobrir que no “inocente” anúncio está inserida uma taxa de 500% em apenas um mês? (SÁ, 2011, p. 21).

Fatos como esses, descritos por Sá (2011), são bem pertinentes Brasil a fora e por isso a Matemática Financeira e suas múltiplas aplicações são indispensáveis ao exercício pleno da cidadania, isto é, quando a escola aborda esses temas, o aluno percebe o meio social, a realidade, em que se encontra inserido.

Além disso, estudos de Stephani (2005), Ferreira (2008), Theodoro (2008), Reis (2013) e Lopes, Paiva e Sá (2013) são incisivos na conclusão da importância da Matemática Financeira com aulas mais próximas das realidades vivenciadas pelos discentes.

Tendo em vista os fatos supramencionados e considerando a realidade educacional brasileira, este artigo busca relatar alguns dados coletados em uma pesquisa, que teve duas fases: a de campo; coletadas através de um questionário, realizada com 100 alunos das duas séries finais do ensino médio de uma escola pública do interior do estado do Pará e a bibliográfica, que percorreu acerca das fontes oficiais da educação brasileira, mais especificamente da Matemática e Currículo e avaliação.

2 Metodologia

Esta pesquisa, que teve como metas indagar fatos sociais sobre os discentes, aspectos didático-pedagógicos dos docentes, na concepção dos estudantes e as dificuldades dos mesmos para aprender conceitos de Matemática Financeira, foi realizada com discentes do 2º e 3º anos do ensino médio de uma escola pública do município de Aurora do Pará-PA, onde na oportunidade aplicamos um questionário, no qual constavam várias indagações sobre diversos temas relacionados à vida estudantil dos alunos, tais como: dificuldades de aprendizagem, participação da família nas atividades escolares, gosto pela Matemática, entre outros temas.

Antes da aplicação dos questionários, realizou-se um contato prévio com a direção da escola e professores, destacando a importância do trabalho para a Educação Matemática, fato que fora repetido com os discentes em cada uma das salas onde o aplicou-se questionário.

O método usado nessa pesquisa foi, como supramencionado anteriormente, uma pesquisa de campo combinado com uma abordagem quantitativa, pois a mesma permite tem como cento a objetividade.

Diferentemente da pesquisa qualitativa, os resultados da pesquisa quantitativa podem ser quantificados. Como as amostras geralmente são grandes e consideradas representativas da população, os resultados são tomados como se constituíssem um retrato real de toda a população alvo da pesquisa. A pesquisa quantitativa se centra na objetividade. Influenciada pelo positivismo, considera que a realidade só pode ser compreendida com base na análise de dados brutos, recolhidos com o auxílio de instrumentos padronizados e neutros. A pesquisa quantitativa recorre à linguagem matemática para descrever as causas de um fenômeno, as relações entre variáveis, etc. (FONSECA, 2002, p.20).

Quando a abordagem é quantitativa, de certo modo, o pesquisador tem mais facilidade sintetizar os dados e fazer a organização para divulgação, na verdade, segundo

Contandriopoulos (1994), os dados coletados por pesquisas dessa natureza são os mais publicados.

Pelos fatos expostos foi que optamos pelo uso do questionário na pesquisa realizada, que fora construído de modo que fosse possível conseguir informações pertinentes ao processo de ensino de Matemática, onde de modo especial, o instrumento em questão apresentara uma parte que indagava a percepção dos discentes sobre as dificuldades apresentadas no processo de aquisição de conceitos relacionados à Matemática Financeira.

3 Resultados e análises

A aplicação da pesquisa nos possibilitou a verificação de diversos dados, que devem ser levados em consideração dentro do processo educacional. A seguir, alguns fatos serão explicitados.

Quanto à faixa etária da idade, os alunos pesquisados encontraram-se de 15 a 23 anos, sendo que destes, 43% tinham 19 anos ou mais, o que se encontra em desacordo com a legislação, pois a LDB, após ter seu artigo 32 modificado pela Lei nº 11.274/2006, destaca que “o ensino fundamental obrigatório, com duração de 9 (nove) anos, gratuito na escola pública, iniciando-se aos 6 (seis) anos de idade”, ou seja, muitos alunos estão no ensino médio e já deveriam ter concluído esta etapa da educação básica, no entanto, esse fato pode ser atrelado a que muitos são de áreas rurais e a grande maioria trabalha para ajudar no sustento familiar.

Além do mais:

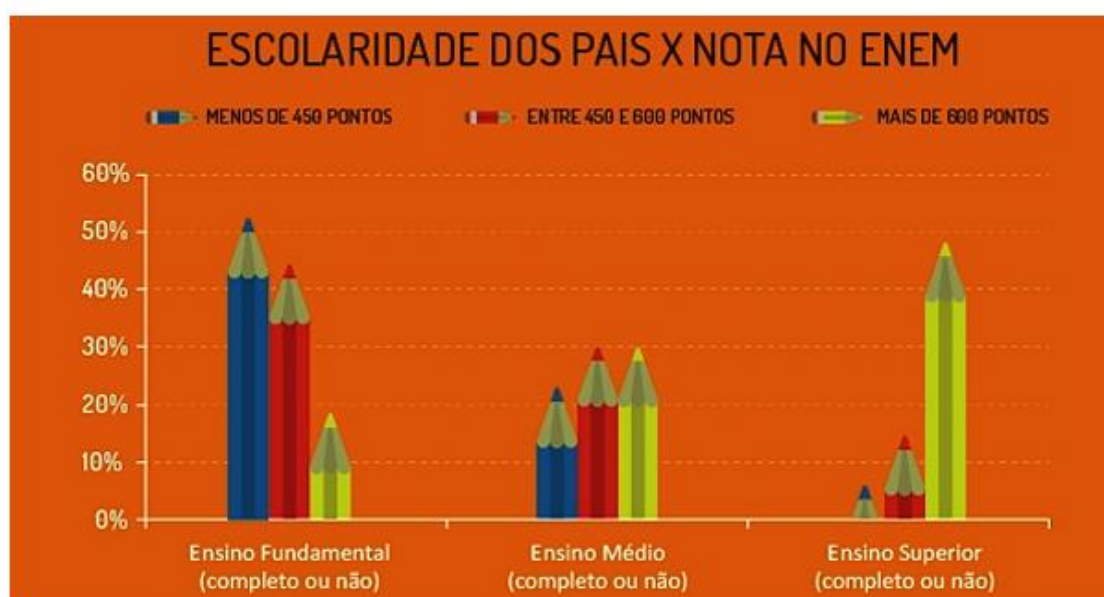
Fatores escolares, sociais e culturais devem ser levados em consideração, porque a desigualdade social é refletida para dentro das escolas nas condições de acesso, ingresso e permanência principalmente para as populações de baixa renda, onde se observam problemas de toda ordem que se potencializam pela falta de oportunidades de se educarem (REIS, 2005, p. 6).

Quanto à série em que estavam estudando, 41% do 2º ano e 51% do 3º ano. A grande maioria dos pesquisados, 59%, são do gênero feminino e todos são estudantes da rede pública estadual. Em relação ao nível de escolaridade dos responsáveis, a maior parte deles, na verdade um número bem expressivo, 79% dos responsáveis masculinos e 64%, dos femininos, não chegaram a concluir o ensino fundamental, sendo que, respectivamente, 12% e 10%, não estudaram nenhuma série. Esse dado é bastante relevante e, ao mesmo tempo, preocupante, pois, por exemplo, uma pesquisa da Tribuna da Bahia, publicada em 2016, demonstra que a

ANAIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

escolaridade dos pais afeta o desempenho dos filhos no ENEM. O gráfico 1, a seguir, detalha a pesquisa publicada.

Gráfico 1: Relação entre escolaridade dos pais e a nota do ENEM dos filhos



Fonte: Tribuna da Bahia.

Fonte: Tribuna da Bahia

No que diz respeito à profissão dos responsáveis, a maior parte, confirmando a questão da baixa escolaridade, indicou que os mesmos são agricultores, no caso dos homens e donas de casa, no caso das mulheres. Dessa forma, a primeira parte do questionário foi discutida.

Quando indagamos sobre a questão das dependências de estudos na disciplina Matemática, a grande maioria, 77% da amostra pesquisada, dissera nunca ter ficado devendo a disciplina de um ano para outro.

Quando indagamos sobre a frequência com que costumam estudar matemática fora da escola, os números da amostra em questão mostraram que 42% só estudam na época que vão fazer provas, 18% disseram não ter costume de estudar fora da escola, 9%, mais de três vezes por semana, 30% costumam estudar três vezes ou menos por semana e apenas 1%, todos os dias.

Quando foram perguntados se gostavam de Matemática, apenas 14% da amostra em questão, afirmara que não gostavam e os demais dividiram-se entre 47% gostar um pouco, 26% gostar e 13% gostar bastante. Essa amostra explicita o fato que poucos gostam bastante da Matemática, que é uma disciplina tão útil, assim como as demais, no entanto, estudos de Tatto e Escapin (2003), destacam que, mesmo antes da chegada à escola, muitos alunos, pelo fato de ouvirem dos pais sobre as dificuldades que tiveram, já chegam com certa rejeição ao estudo em questão.

Como foi supramencionado, a escolaridade dos pais, é baixa para a amostra em questão, talvez ajude, de certo modo a justificar a resposta da sobre a pergunta: Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática? Onde os resultados da pesquisa mostram que Obtivemos um resultado revelador que mostra 64% dos mesmos costuma estudar sozinhos e que 7% contam com ajuda dos amigos. Esses dados são bem parecidos com um estudo realizado por Moreira (2016), em escolas da capital, onde mostra que 52,3% faziam as atividades sem ajuda nenhuma de familiares e/ou de outras pessoas, ou seja, a realidade de uma grande cidade e de uma do interior, não é muito diferente.

Estudos realizados por destacam que:

O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) realizado em 2003 também revela que estudantes cuja família participa de forma mais direta no cotidiano escolar, apresenta um desempenho superior em relação àquela onde os pais estão ausentes do seu processo educacional (*ibidem*, p. 6).

A participação familiar é muito importante no processo educacional dos filhos e, muitas vezes, os responsáveis até participam, mas não deveriam, pois como foi explicitado pelos dados dessa pesquisa, a escolarização dos mesmos impedem uma ação mais ampla no sentido de ajudar nas tarefas extraclasse.

Esse fator é mais preocupante pelo fato de que apenas 23% dos alunos dessa amostra afirmaram entender sempre as explicações dadas pelo docente nas aulas de Matemática e sem a ajuda dos responsáveis, consequentemente o rendimento e aprendizado saírem aquém do esperado. Uma explicação para o fato de que poucos entendem o que o professor fala em sala, segundo minha vivência docente, é o fato das vivências anteriores que muitos discentes tiveram, estudaram em locais heterogêneos, falta de estudar um conteúdo, por exemplo, entre outros. Na verdade existem estudos que coadunam com esse posicionamento, pois

um aluno pode, por exemplo, saber praticamente tudo sobre a Proclamação da República Brasileira e ignorar completamente as capitânias hereditárias. Mas não

será capaz de estudar Trigonometria se não conhecer os fundamentos da Álgebra, nem entenderá essa última se não souber as operações aritméticas (LIMA, 1995 apud REIS, 2006, p. 7).

Com relação a questão das avaliações em sala de aula, os alunos, em sua maioria, 56% da amostra, destacaram que o professor avalia unicamente através da prova escrita. Estudos mostram que esse valor até aumenta em outros locais, pois as nossas escolas estão centradas no modelo de avaliação que teve início no século XVI, no entanto, as perspectivas modernas de avaliação mostram que “a sala de aula é o lugar onde, em termos de avaliação, deveria predominar o diagnóstico como recurso de acompanhamento e reorientação da aprendizagem, em vez de predominarem os exames como recursos classificatórios” (LUCKESI, 2003, p. 47).

Ainda sobre a questão de avaliação, quando indagamos sobre os sentimentos diante da realização de um exame, as respostas foram diversas, das quais: 28% tranquilos, 5% entusiasmados e tranquilos e os demais, 19% com preocupação, 17% com medo e preocupado, entre outros termos. Na verdade, pela amostra percebemos que 67% dos discentes não apresentam uma relação tranquila para com os momentos de avaliação da aprendizagem, além disso, esses dados não se diferem dos estudos de Moreira (2016), que constataria que, como supramencionado, na capital, 70,8% dos alunos têm relação semelhante para com a avaliação.

Na verdade a avaliação é via de mão dupla, onde o aluno e o professor aprendem durante o processo, ambos são avaliados, o aluno para saber onde encontra-se no processo de aprendizagem de um dado conteúdo e o professora para saber se suas técnicas e objetivos foram eficientes nas aulas.

Quanto ao processo didático que o professor utilizava para ministrar as aulas de Matemática Financeira, indagamos: como o professor, nas aulas de Matemática Financeira, ministrava as aulas? As respostas foram: 71%, começando pela definição seguida de exemplos e exercícios, que é comumente usada na maioria das aulas, onde estudos revelam números semelhantes em outras localidades; 21%, começando com uma situação problema para depois introduzir o assunto; 6% criando um modelo para situação e em seguida analisando o modelo; 1%, utilizando ferramentas tecnológicas para resolver problemas e 1%, outra metodologia.

Quando a técnica usada pelo professor para fixar os conteúdos de Matemática Financeira, as respostas, para essa amostragem foram: 63% apresentava uma lista de exercícios para serem resolvidos, fato que, pela experiência docente posso constatar que acontece na maioria das aulas; 3%, apresentava jogos envolvendo o assunto; 29%, mandava

resolver os exercícios do livro didático; 4%, mandava que você procurasse questões sobre o assunto para resolver e 1%, não propunha questões de fixação.

Quando a metodologia a ser adota nas aulas, uma boa sugestão, por envolver o aluno e fazê-lo ator do seu processo educacional, é o ensino por atividade, pois assim os discentes passam assumir posturas ativas no processo, que permite entre outras coisas melhorar o conhecimento e depois a percepção em relação aos exames e também o entendimento nas aulas de Matemática, pois

é importante, portanto, que comecemos a repensar a maneira de como ensinar a Matemática, concretamente, visando quebrar os esquemas tradicionais e oferecer aos estudantes, informações que possam suprir suas necessidades, que envolvam suas habilidades psicomotoras, onde eles possam manusear materiais e posteriormente passar ao domínio cognitivo (MENDES e SÁ, 2006, p. 10).

Além dessa tendência do ensino de Matemática existem outras, as quais foram supramencionadas anteriormente e que merecem destaque durante as aulas, dependendo do tema e contexto que o professor vai abordar. Além do mais os dados coletados mostram que os discentes têm, na sua maioria, acesso a tecnologias como internet, apenas 15% não têm acessam a rede mundial e 71% têm celular, fato que possibilita uso dessas ferramentas nas aulas como um aliado forte no processo de ensino aprendizagem e na construção de conceitos por redescobertas, pois, de acordo com os PCNs

é preciso ainda uma rápida reflexão sobre a relação entre Matemática e tecnologia. Embora seja comum, quando nos referimos às tecnologias ligadas à Matemática, tomarmos por base a informática e o uso de calculadoras, estes instrumentos, não obstante sua importância, de maneira alguma constituem o centro da questão (BRASIL, 2000, p. 41).

Fica evidenciado, como já descrito anteriormente que o uso da calculadora e outros instrumentos tecnológicos devem ser usados pelos alunos do ensino médio, não como o centro da aprendizagem, mas como um auxiliar ao processo.

Um destaque especial será realizado com relação ao grau de dificuldades que os alunos os 100 alunos afirmaram, ao se deparar com cada um dos itens e/ou conceitos pertinentes a Matemática Financeira. O quadro 1, a seguir mostra os detalhes:

Quadro 1: Assuntos e grau de dificuldade para aprender temas da matemática Financeira

(continua)

Nº	Assunto/habilidade	Grau de dificuldade para aprender				
		Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
01	Definição de Juros Simples	16%	26%	37%	14%	7%
02	Definição de Capital	9%	22%	45%	16%	8%
03	Definição de Taxa	9%	26%	41%	19%	5%
04	Definição de Montante	3%	13%	39%	35%	10%
05	Capitalização Simples	6%	20%	48%	19%	7%
06	Capitalização Composta	3%	8%	40%	34%	15%
07	Definição de taxas proporcionais	1%	21%	38%	28%	11%
08	Definição de Juros Compostos	6%	16%	41%	22%	15%
09	Definição de taxas equivalentes	3%	17%	39%	25%	16%

Quadro 1: Assuntos e grau de dificuldade para aprender temas da matemática Financeira

(conclusão)

10	Relacionar Juros Simples e modelo da Função Afim	5%	17%	37%	27%	14%
11	Relacionar Juros Simples e Progressão Aritmética	3%	9%	34%	35%	19%
12	Relacionar Juros Compostos e modelo da Função Exponencial	5%	11%	31%	37%	16%
13	Relacionar Juros Compostos e Progressão Geométrica	8%	11%	39%	29%	13%
14	Definição de Descontos Simples	10%	23%	42%	20%	5%
15	Definição de Descontos Compostos	5%	19%	43%	22%	11%
16	Definição de aumentos/descontos	13%	20%	38%	20%	9%
17	Definição de lucro/prejuízo	15%	19%	38%	22%	6%
18	Aplicar temas da Matemática Financeira em situações problemas	10%	9%	39%	24%	18%

Fonte: Pesquisa de campo, realizada em 2016.

Como foi destacado anteriormente, alguns temas da Matemática Financeira precisam de outros conhecimentos prévios, de outros temas matemáticos que venham a dar sustentáculo para a compreensão e sistematização de novos conceitos, fato este que pode ser percebido à medida que as questões do quadro 1 tendem a relacionar dois temas conjuntamente, a exemplo disso temos o item 11, onde 54% dos estudantes da amostra afirmaram que a situação era de grau difícil ou muito difícil.

Na realidade, pelos dados apresentados, temos duas situações a serem consideradas: ou os temas não foram abordados em sala de aula ou então o foram de maneira fragmentada. Se considerarmos a segunda possibilidade, o que de fato parece ser mais provável, pois todos

os alunos afirmaram ter estudados os temas pertinentes no questionário, a solução não é tão simples, mas felizmente possível, pois cremos que se, no processo de formalização do conhecimento, no âmbito do planejamento docente, o mesmo levar em consideração os pressupostos das teorias de aprendizagem e conhecimento, em especial aquela estudada por Ausubel (1982), muitas situações serão fortemente minimizadas.

Pois bem, a teoria em questão, de modo sucinto, destaca que para o professor, para ter êxito no processo de ensino aprendizagem, deve “estudar seu aluno”, ou seja, descobrir o que o aluno já sabe e assim, através de esquemas e organizadores prévios, poderá ensiná-lo de modo significativo, pois a chave para que de fato haja aprendizagem, de acordo com esta teoria, encontra-se no conhecimento prévio do aluno. Nessas condições, a aprendizagem significativa de Ausubel “é concebida como processo de compreensão, reflexão e atribuição de significado do sujeito, em interação com o meio social, ao constituir a cultura e por ela ser constituído” (MASINI, 2011, p.16).

Freire (2007), ao concordar com a teoria em questão, indaga:

Por que não discutir com os alunos a realidade concreta que se deva associar à disciplina cujo conteúdo se ensina? [...] Por que não estabelecer uma intimidade entre os saberes curriculares fundamentais aos alunos e a experiência social que eles têm como indivíduos? (p. 30).

Na verdade Freire (2007) reforça a teoria de Ausubel, pois quando se considera a experiência social do educando, faz-se uma ponte, cria-se subsunsores, que são tão defendidos pela teoria da aprendizagem significativa. A teoria da aprendizagem significativa tem como alicerce o processo relacional, a relação em suas várias vertente:

- 1) Relação do homem com o mundo que o cerca;
- 2) Relação de quem ensina com aquele que aprende;
- 3) Relação do compreender de quem ensina com o compreender de quem aprende;
- 4) Relação do conteúdo a ser ensinado com o que aquele que aprende já conhece;
- 5) Relação do que se propõe ensinar com as condições de quem vai aprender – seus interesses, nível de elaboração, representações e conceitos disponíveis nessa programação de ensino (MASINI, 2011, p.17).

Sem dúvidas, de acordo com o que foi mencionado, face aos dados pertinentes no quadro 1, o professor, como facilitador do processo de ensino-aprendizagem, partindo do viés da aprendizagem significativa, por exemplo, antes de iniciar o estudo o tema Juros Simples, deve indagar os conhecimentos prévios dos alunos sobre função do primeiro grau e

Progressões Aritméticas; caso semelhantes nos estudos de Juros Compostos com a Progressões Geométricas e as Funções Exponenciais, entre outros temas pertinentes.

4 Considerações finais

Ao concluirmos a pesquisa, que possuía como finalidade realizar uma diagnose sobre a aprendizagem de Matemática Financeira na opinião dos alunos do 2º e 3º anos do ensino médio, os permitiram inferir que o nível de aprendizagem dos mesmos encontra-se aquém do esperado.

Os dados coletados nos mostraram que, uma das possíveis explicações sobre os baixos níveis aprendizagem encontra-se nessa situação, pode estar relacionada a abordagem metodológica das aulas de Matemática Financeira, onde o método tradicional de aulas avaliação, por exemplo, ainda predominam.

Finalmente, diante do que foi exposto, acreditamos que aplicações de pesquisas e novas metodologias, considerando os conhecimentos prévios do aluno, usando procedimentos de redescobertas matemáticas, Matemática crítica, Modelagem, entre outras tendências de ensino da Matemática.

Sempre há necessidade de novos estudos sobre as diversas temática educacionais, uma discussão a ser feita, por exemplo, é a relação entre os diversos temas matemáticos e a aprendizagem de novos conteúdos, o uso das tecnologias na Matemática Financeira e como os temas da Matemática Financeira afetam o conhecimento dos direitos, em face de tantos deveres, que cada um tem e que é uma obrigação do estado.

5 Referências

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

BOYER, C. B. **História da matemática**. 2ªed. São Paulo: Edgard Blucher, 2001. 488 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei 9.394 de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes da Educação Nacional. Diário Oficial da União, Brasília, n. 248, p. 27.833 – 27.841, 23 de dez. de 1996.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ministério da Educação. Brasília, 2000.

CONTANDRIOPOULOS, A.-P. et all. **Saber preparar uma pesquisa**. São Paulo – Rio de Janeiro: Hucitec, 1994.

FERREIRA, A. B. **Educação financeira - Desenvolvendo a cidadania**, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1582-8.pdf>>. Acesso em: 20 out. 2016.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 35. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2007.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem na escola: reelaborando conceitos e recriando a prática**. Salvador: Malabares Comunicação e Eventos, 2003.

LOPES, S. C.; PAIVA, A. M. S. de; SÁ, I. P. de. **Matemática financeira e contextualização: Importante parceria na construção da cidadania crítica**. 2012. 140 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Severino Sombra, Vassouras.

MASINI, E. F. S. Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. **Aprendizagem Significativa em Revista /Meaningful Learning Review**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 16-24, jul. 2011.

MENDES, I. A., Sá, P.F. **Matemática por atividades: sugestões para a sala de aula**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

MOREIRA, D. M. da S. **A aprendizagem de geometria espacial, cálculo de volume segundo os alunos do 2º ano do ensino médio**. In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XII, 2016, São Paulo. *Anais...* São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-13.

REIS, L. R. dos. **Rejeição a Matemática: causas e formas de intervenção**, 2005. Disponível em: <<https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12005/LeonardoRodriguesdosReis.pdf>> Acesso em: 29 out. 2016.

REIS, T. S. dos. **Investimentos financeiros: contextualizando a matemática vista em sala de aula**, 2013. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/684_125_ID.pdf>. Acesso em: 29 out. 2016.

SÁ, I.P. de. **Matemática financeira para educadores críticos**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2011.

SEVERINO, A.J. **Filosofia da educação: construindo a cidadania**. São Paulo: FTD, 1998.

STEPHANI, M. **Educação Financeira: Uma perspectiva interdisciplinar na construção da autonomia do aluno**. 2005. 79 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia universidade Católica do Rio grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

TATTO, F; SCAPIN, I.J. **Rejeição à matemática:** causas e alternativas de intervenção. Universidade regional Integrada do Alto Uruguai e da Missões-URI. Porto Alegre, 2003.

THEODORO, F. R. F. **O uso da matemática para a educação financeira a partir do ensino fundamental,** 2008. Disponível em: <<http://www.academiafinanceira.com.br/educacaoofinanceira/matematica.pdf>>. Acesso em: 15 out. 2016.

Tribuna da Bahia. Disponível em <<http://www.tribunadabahia.com.br/2016/08/10/escolaridade-dos-pais-afeta-sempenho-dos-filhos-no-enem>>. Acesso em: 27 out. 2016.



MÉTODOS AVALIATIVOS: TRADICIONAL E INTERDISCIPLINAR

Thays Stefhany Silva Cleto¹

Universidade do Estado do Pará

thayscleto@hotmail.com

Maria Marcela de Andrade Lima²

Universidade do Estado do Pará

marcelaandrade317@gmail.com

Sandra do Socorro de Miranda Neves³

sandramneves@yahoo.com.br

Resumo

É notório que a avaliação é de suma importância para qualquer instituição de ensino dentro das salas de aula, pois é a partir da mesma que é possível identificar as dificuldades sobre determinado assunto e assim a revisão do mesmo, porém não podemos associá-la às expressões como: fazer prova, atribuir nota, ser aprovado ou reprovado. Atualmente a avaliação vem tomando um espaço cada vez mais amplo nos processos de ensino, a mesma requer preparo técnico e capacidade de observação dos profissionais envolvidos no processo de ensino/aprendizagem. Na mesma o docente não deve permitir que os resultados das provas periódicas, geralmente de caráter classificatório, se contraponham às observações realizadas durante as aulas. Além disso, o presente trabalho vem com intuito de mostrar os métodos avaliativos atual e interdisciplinar, e com isso mostrar algumas experiências vivenciadas em sala de aula durante a explanação a partir de pesquisas voltadas para a avaliação escolar e ainda sobre o estágio de observação nas aulas de matemática em uma escola de rede pública. Dentro dessa proposta destaca-se a importância do aluno em construir seus conhecimentos de forma coletiva a partir de saberes intrínsecos vivenciando o respeito à cooperação e a responsabilidade como valores essenciais tanto para si, como para o grupo a que pertence. Contudo, a experiência vivenciada durante as pesquisas relacionadas à avaliação e a observação realizada na prática em sala de aula, mostra o quão importante vêm se tornando as pesquisas voltadas para esse assunto, tendo em vista que, as práticas avaliativas tem tornado-se cada vez mais abrangente, ou seja, tais práticas visam não somente a aplicação de provas e atribuição de notas, mas sim, uma observação mais ampla buscando outros fatores avaliativos.

Introdução

O curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade do Estado do Pará - Campus XI possui na sua grade curricular, a disciplina *Prática I*, com os alunos devidamente matriculados na mesma. Como formas de avaliação, a disciplina apresenta o método de

“Práticas de Docência”, atividade essa que relata a experiência da docência aplicada em sala de aula, como estágio curricular obrigatório.

A atividade visa o ensino/aprendizado da docência, tanto na prática em sala de aula, com conhecimentos teórico-científicos, em escolas públicas, como na pesquisa de diversos assuntos acerca da prática da docência em si. No decorrer dessa disciplina os alunos, participaram tanto na prática em sala de aula como nas pesquisas, para o enriquecimento do conhecimento proveniente da docência aplicada no ambiente escolar.

Este relato é o produto das experiências vividas no curso de Licenciatura Plena em Matemática. Desenvolvemos as práticas de docência em uma escola de ensino público. Nossa participação se deu no desenvolvimento de aulas do 6º ao 9º ano, observando as práticas de docência aplicadas em sala de aula, o que enriqueceu o acervo de conhecimentos adquiridos, que foram complementados com pesquisas anteriormente realizadas.

O caminho percorrido nas observações

As aulas, observadas, ocorreram em uma escola de rede pública. Foram utilizadas fichas com quesitos específicos para observação da docência na sala de aula, tais quais, estrutura da sala de aula, a metodologia para ministração das aulas e a capacidade de participação e interação dos alunos.

Passamos ainda pela experiência da pesquisa e apresentação de um seminário referente às práticas de ensino em sala de aula. Tal prática visou o conhecimento acerca das diversas formas de avaliação, com isso, foi feita uma alusão diante da forma de avaliação realizada de forma tradicional e interdisciplinar.

Na pesquisa teórica foram utilizados os livros referentes às temáticas o “Curso de Didática Geral” e “Didática”, que tem como autores consultados, Regina Célia C. Haydt (2009) e José Carlos Libâneo (2002), que agregaram qualitativamente tanto o conhecimento das alunas que estavam explanando as ideias acerca de tal assunto como alunos que estavam presentes durante a apresentação e puderam participar através de uma troca de opiniões e vivências.

Cada professor utiliza-se da forma avaliativa que mais convêm, tendo em vista seu plano de aula, onde grande maioria está presente a explanação do conteúdo e a aplicação de atividades/provas. O método avaliativo dentro da sala de aula, vai depender da formação docente de cada professor e ainda da forma que o mesmo busca compreender se seus alunos conseguiram absorver algo durante as aulas, isso varia de professor para professor. Com isso,

muitos métodos tradicionais vêm sendo contestados, já que o fato de serem utilizados por muitos no decorrer dos anos, não os torna unanimidade no instante avaliativo.

“Avaliação vem do latim, e significa valor ou mérito ao objeto de pesquisa, junção do ato de avaliar ao de medir os conhecimentos adquiridos pelo indivíduo”.
(Aparecida, 2008, p. 185)

A avaliação em sala de aula está ligada a uma concepção pedagógica, mas ampla, logo depende da postura filosófica adotada. Além disso, a mesma é um instrumento importante e necessário no sistema escolar, já que é onde se descreve as aptidões, e conhecimento que os discentes possuem, mas a mesma é ampla e abrangente e não pode ser associada apenas ao ato de fazer provas, através dela os resultados que vão sendo obtidos no decorrer do trabalho em conjunto do docente e discentes são comparados com os objetivos propostos, para que se possa constatar progresso, dificuldades, e fazer as correções necessárias.

“A avaliação, assim, cumpre funções pedagógico-didáticas, de diagnóstico e controle em relação às quais se recorrem a instrumentos de verificação do rendimento escolar.”(Libâneo, 1994, p. 195)

Através dessa citação de Libâneo, podemos então perceber o quão importante uma avaliação bem elaborada e executada torna-se importante, a mesma acontece de forma diagnóstica, onde a observação deve ser utilizada de forma primordial colocando os alunos presente na sala de aula em um patamar em que os próprios não buscariam tentar mostrar algo que não são e/ou sabem, assim como acontece na aplicação de provas.

Nessa perspectiva, a avaliação ajuda o aluno a progredir na aprendizagem, e o professor a aperfeiçoar sua prática pedagógica. Em termos gerais, avaliar é um processo contínuo de coletas e análises de dados, verificando se os objetivos propostos foram atingidos ou não. Segundo Luckesi (2002, p. 175), “[...] a avaliação da aprendizagem escolar auxilia o educador e o educando na sua viagem comum de crescimento [...]”. Assim, a avaliação deve ser um processo contínuo e sistemático, a mesma não tem fim, é sempre um meio, um recurso que deve ser usado e planejada ocorrendo diariamente.

O termo avaliar está ligado com os resultados, tendo em vista que ao avaliar algo ou alguém, temos diante disso a busca de determinados resultados perante a avaliação realizada. Não muito distante dessa realidade, temos a docência sendo realizada em sala de aula em

conjunto com os alunos, onde o professor formula sua prática de ensino perante a observação realizada no início das aulas, sendo assim, buscando o conhecimento acerca dos alunos e da sala como um todo, Regina Célia C. Haydt, em seu livro comenta a respeito disso.

“A avaliação formativa pode contribuir para o aperfeiçoamento da ação docente, fornecendo ao professor dados para adequar seus procedimentos de ensino as necessidades da classe”. (Haydt, 2009, p. 220)

Assim como afirma Haydt, a avaliação está presente na área formativa, ou seja, deve-se existir a formação de novas ideias e conceitos acerca da metodologia que deverá ser aplicada durante as aulas, o método formativo seria inicialmente a observação, onde o professor adequaria suas aulas de acordo com as necessidades, preferencialmente, de cada aluno em sala de aula.

Tendo em vista tal concepção, a observação por nós feita em sala de aula, aconteceu de modo a buscar essas referências antes estudadas com o intuito de conhecer a atual realidade de escolas públicas. Sendo então observado que, professores da rede pública de ensino ainda utilizam-se da forma avaliativa tradicional, não buscando conhecer a fundo a realidade presente na vida e cotidiano de cada aluno.

O ensino do século XX, vem sendo modificado com o passar do tempo, já que os estudos a cerca desse tema vem sendo desenvolvidos, buscando assim o aperfeiçoamento do mesmo, José Carlos Libâneo fala a respeito disso em seu livro chamado, “Didática”, ele afirma,

“O professor reduz a avaliação à cobrança daquilo que o aluno memorizou e usa a nota somente como instrumento de controle. Ainda hoje há professores que vangloriam por deter o poder de aprovar ou reprovar” (Libâneo, 2002, p. 198).

Durante nossa observação em sala de aula de uma escola de ensino público, foi perceptível a presença da avaliação tradicional adota pelos professores, onde não existe a relação entre aluno e professor com a busca do conhecimento diante da necessidade de cada um, tanto aluno como professor. Tal método deve ser visto com melhores intenções, já que assim como afirma Libâneo, que a maioria dos professores está contido na explanação do conteúdo e ainda se o aluno irá conseguir memorizar o assunto apresentado.

Tal acontecimento causa o chamado “decoreba” onde o aluno está presente na aula, mas no momento do ensino/aprendizagem, o mesmo não está inteirado, de forma que durante

a aplicação das provas, o estudante apresenta no exame meramente o que foi passado em sala, assuntos que o professor possivelmente já os classificou como “assuntos de prova”.

Essa definição é comumente utilizada, sendo presenciada por nós no instante do nosso ensino fundamental e médio, podendo ainda ser percebida atualmente em massa nas escolas.

A exposição da análise e discussão da experiência observacional em sala de aula foi disseminada na forma de seminário, no âmbito da avaliação da disciplina Prática I.

A experiência foi positiva, pois, de forma geral, foi organizada com a orientação da mediadora da disciplina; foram feitas indagações sobre a avaliação em sala de aula e seus contextos, o que possibilitou discursões entre alunos e professor, o que é importante para a construção de uma epistemologia participativa, que represente a docência em sala de aula local, relacionando os conhecimentos com o cotidiano.

O seminário foi importante, pois, pode-se observar que ainda existem muitas lacunas a serem preenchidas. É notório que a maioria dos docentes ainda associam a avaliação a um único termo: fazer provas, avaliar o conhecimento através de notas, esta associação tão frequente nas escolas, é resultante de uma concepção arcaica, mais tradicionalmente dominante, onde a educação é concebida como mera transmissão e memorização de informações prontas, com isso, as discentes explanaram que não se deve usar as provas como o único instrumento da avaliação.

“Medir é um termo mais amplo que testar, pois os testes com constituem uma das formas de medida. Avaliar é mais abrangente que os outros dois, pois inclui a utilização tanto de instrumentos quantitativos quanto de dados qualitativos”.(Haydt, 2009, p. 219)

Com isso, torna-se perceptível a diferenciação entre avaliar, medir e testar, onde cada termo possui seu significado individual, mas sendo utilizados de forma conjunta. É importante a diferenciação desses termos, fazendo com o que a avaliação fuja do contexto tradicional e passe a ser vista de forma real, onde um conjunto de itens a compõe, obtendo assim resultados mais precisos diante do conteúdo ministrado.

Nesse sentido, é preciso seguir a concepção pedagógica moderna, baseada na psicologia genética, onde a educação é concebida também como vivência de experiências múltiplas, tendo em vista o desenvolvimento motor, cognitivo, afetivo e social do educando.

Dessa forma, as autoras assumiram a postura de versatilidade para modificar a metodologia arcaica utilizada por docentes, para melhoria da prática docente em sala de aula.

Foram feitas pesquisas com alguns alunos sobre sua concepção em relação à avaliação somente com provas, e os mesmos não concordam com esse método antigo de avaliar seus conhecimentos.

Durante a exposição do seminário as autoras deixaram bem claro que deve haver a reciprocidade entre professor e aluno na busca do saber, pois muitos docentes se comportam como seres intocáveis sem direitos a intervenção dos alunos, que eram vistos como seres passivos e receptivos. Regina Célia C. Haydt comenta em seu livro “Curso de didática geral” a respeito do progresso que a avaliação traz consigo, ela fala,

“A avaliação da aprendizagem do aluno está diretamente ligada à avaliação do próprio trabalho docente. Ao avaliar o que o aluno conseguiu aprender, o professor está avaliando o que ele próprio conseguiu ensinar”. (Haydt, 2009, p. 219)

É notório então que a avaliação torna-se uma via de mão dupla, onde existe uma relação entre aluno e professor no instante em que ocorre o ensino/aprendizado. Existem diversas formas de ser transmitido o conhecimento, onde o professor busca a melhor maneira de fazê-lo. Tendo em vista a ministração de aulas em sala, a avaliação entra nesse meio de forma natural, onde a presença da mesma surge de forma a agregar gradativamente o ensino/aprendizado, segundo, Regina Célia C. Haydt, em seu livro:

“A avaliação é um processo contínuo e sistemático (...). É sempre um meio, um recurso, e como tal deve ser usada (...)”. (HAYDT, 2009, p. 219)

Nesse contexto as autoras evidenciaram, naquele momento de exposição algumas situações vividas em sala de aulas, onde o mestre muitas vezes, tem que fazer seu papel de educador e da família, pois a família está deixando seu papel para a escola.

Em outro momento as autoras estimulam os alunos a seguinte indagação: “o que é avaliar”, - nesse momento a maioria ficou em silêncio, logo depois vieram várias ideias entre elas e se ressaltou que “avaliar é um processo contínuo e sistemático, não pode ser esporádica ou improvisada, deve ser constante ocorrendo diariamente”, outros disseram que “a avaliação é funcional, pois se realiza em funções dos objetivos previstos”, para o professor, “avaliar o aproveitamento do aluno consiste em verificar se ele está alcançando os objetivos estabelecidos”, e assim foram surgindo várias concepções em relação a avaliação, mas nenhuma associada somente em fazer provas.

É importante ressaltar, que nas observações em sala de aula, os objetivos estabelecidos foram pontuados.

Considerações Finais

A prática do ensino em sala de aula no Brasil é realizada, na maioria dos casos, por métodos tradicionais, que não contemplam a realidade local, num contexto multidisciplinar. Entende-se que a avaliação discente, vai muito além do conceito de notas e sim, se estende a real eficiência do ensino, que contemple a aprendizagem, e ainda, que o conhecimento seja disseminado para todos, fora do meio escolar.

Nesse sentido, acompanhar e observar a docência na prática é importante para se analisar se o que está sendo repassado representa a realidade científica e social, pois, atualmente, é necessário um ensino multidisciplinar, que contemple a aprendizagem, com coerência social, local e cultural.

A indagação da epistemologia é fundamental para se verificar se o ensino repassado é significativo e a prática da observação é fundamental para isso. Nesse sentido, este trabalho possui importância quanto à averiguação do ensino repassado em sala de aula na Escola Ensino Fundamental São José Operário e aponta pontos de melhoria, através das considerações feitas por seminário, que podem vir a contribuir com a melhoria da docência na escola e formação da educação e opinião dos discentes.

Referências

Haydt, Regina Célia; **Curso de Didática Geral**, 2009. 248 p. Editora Ótica.

Libâneo, José Carlos; **Didática**, 2002. 258 p. Cortez Editora.

Rocha, Maria Cristina Pauli da Rocha; Rossato, Lisabelle Mariano; Misko, Maira Deguer; Bousso, Regina Szylit; Damião, Elaine Buchhorn Cintra. **Relato de experiência, Preparando o aluno de pós graduação para o exercício da docência em enfermagem no cuidado da criança e da família na experiência de doença**, 2010. Rev. Bras. Enferm. Ped.



O CONCEITO DE PROBABILIDADE CLÁSSICA E O INTERVALO DE VARIAÇÃO POR MEIO DE ATIVIDADES

Marcel Brito Soares

SEDUC – PA

marcelbrito3@gmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que objetivou avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino de Probabilidade no Ensino Médio. As informações foram produzidas por meio dos registros nas atividades dos discentes aplicados a 20 alunos da rede pública federal de ensino no município de Abaetetuba-PA, no mês de abril de 2017, que ainda não haviam estudado o assunto. A sistematização das informações produzidas ocorreu pela análise do preenchimento das observações e conclusões dos alunos. A análise dos resultados obtidos indica que as atividades estruturadas conduziram o estudante à percepção e ao aprendizado dos conceitos contidos em cada atividade.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Probabilidade. Ensino por Atividades.

Introdução

O ensino de Probabilidade, embora seja um tema presente no currículo da educação básica de nosso país, tem sido mostrado por pesquisadores não ser um assunto simples de ser ensinado e apreendido pelos estudantes. Neste sentido, concordamos com Medeiros (2013, p.

1) quando relata as dificuldades oriundas de um ensino descontextualizado e desinteressante, devendo-se pensar em novas metodologias para o ensino deste conteúdo.

A probabilidade trata dos acontecimentos de natureza aleatória. Foi desenvolvida a partir dos jogos de azar, de acordo com Mlodinow (2009, p. 50) “O livro dos jogos de azar, foi o primeiro na história a tratar da teoria da aleatoriedade”, tornando-se no decorrer dos anos uma teoria sistematizada utilizada nas várias áreas do conhecimento como ferramenta de compreensão e análise de resultados em diversas áreas de conhecimento.

A importância da probabilidade se dá com base no fato de auxiliar na capacidade de raciocínio, abstração e prevenção contribuindo para a formação de cidadãos atuantes de forma expressiva em sua comunidade/sociedade, implicando numa formação em que o indivíduo possa entender melhor o seu cotidiano e a natureza dos acontecimentos sociais, participando de forma efetiva em sua sociedade, “Ou seja, para exercer a cidadania, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente, etc.” (BRASIL, 2001, p.30).

A prática da docência revela que o não aprendizado deste conteúdo de forma significativa tem contribuído para uma visão determinista de mundo, interferindo sobre a formação crítica e reflexiva de nossos estudantes. Visão salientada por Santana (2011); Ribeiro (2012); Biajot (2013); Silva (2013) dentre outros, enfatizam a importância da reflexão e da pesquisa sobre o ensino e aprendizagem dos conceitos probabilísticos, tendo em vista que esses conceitos norteiam variados conhecimentos científicos.

Desta feita, apresentamos a seguinte questão norteadora: **É possível introduzir o conceito de probabilidade sem a apresentação do conceito como ponto de partida?**

Nessa perspectiva, uma sequência didática utilizando como metodologia o ensino por atividades, com a finalidade de conduzir o discente à descoberta dos conceitos contidos em cada uma das atividades, de maneira gradual e constante, envolvendo a percepção e o raciocínio. Esse trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que objetivou avaliar o ensino do conceito de probabilidade e de seu intervalo de variação sem a apresentação dos conceitos como ponto de partida.

Metodologia de pesquisa

A pesquisa, de cunho experimental, foi desenvolvida em uma escola pública federal de Abaetetuba/PA, a qual atende desde o curso técnico integrado ao ensino médio até o nível

superior com o curso de licenciatura em biologia. A turma selecionada pertencia ao turno da manhã e possuía vinte e 28 alunos regularmente matriculados no segundo ano do Ensino Médio, dos quais apenas 20 participaram do experimento. A opção por essa escola justifica-se por ser uma das escolas do município onde atuamos como professor substituto, logo, tem-se facilidade de acesso. Ainda, é uma instituição cuja equipe pedagógica busca constantemente por novas metodologias para o ensino de Matemática.

Nessa instituição, cada professor assume uma turma no início do ano e nela permanece durante todo o ano letivo. Se a turma for de Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio, a disciplina específica será ministrada com o intuito de formação do currículo da referida série. Procuramos o professor de matemática do turno da manhã que disponibilizou suas três aulas de Matemática para realização da pesquisa. Cada hora-aula para as disciplinas têm duração de 50 minutos.

A pesquisa ocorreu por meio das seguintes etapas: **revisão de estudos, elaboração da sequência didática, diagnóstico inicial, aplicação da sequência, diagnóstico final, sistematização e análise.**

A etapa da revisão de estudos ocorreu a partir de janeiro de 2016, quando tivemos acesso e analisamos os trabalhos de Oliveira (2015), Neves (2015), Caberlim (2015), dentre outros. Após a revisão, percebemos que poderia ser viável uma sequência didática que trabalhasse os conceitos de probabilidade e o seu intervalo de variação.

Desta feita, elaboramos uma sequência didática baseada no ensino por atividades com o intuito de conduzir os estudantes do ensino médio para um aprendizado mais efetivo dos conceitos probabilísticos, por meio da percepção dos conceitos matemáticos presentes em cada atividade proposta. Assim, o ensino por atividade viabiliza um roteiro dinâmico de interação, participação e descobertas de conhecimentos de forma cognitiva.

A fim da composição do perfil socioeconômico dos alunos e diagnósticos de suas impressões acerca da resolução de questões envolvendo probabilidade, aplicamos um questionário à turma em seus 20 (vinte) alunos presentes. O instrumento estava dividido em duas partes. A primeira continha questões referentes a seu perfil social, econômico, familiar e estudantil. A segunda pretendia analisar a relação do aluno com a matemática e o assunto abordado.

A aplicação da sequência didática ocorreu no dia 24 de abril de 2017 com a duração de duas horas e 52 minutos. De 8h00min às 9h 37min aconteceu a atividade intitulada Probabilidade Clássica, a qual teve como objetivo conceituar a probabilidade de um evento.

Fizemos uma síntese sobre os conceitos de espaço amostral e eventos estudados em atividades anteriores que seriam utilizados na atividade, a fim de calcular a probabilidade de um evento. Em seguida entregamos a folha de atividade para os alunos e pedimos para que os mesmos lessem com atenção e respondessem as perguntas.

A atividade era composta por 10 questões envolvendo variadas situações como: lançamento de um dado uma única vez; a retirada de bolas de uma urna com bolas brancas, pretas e amarelas; o lançamento de uma moeda e um dado e, por fim, o lançamento de um dado duas vezes. As questões trabalhavam com o total de possibilidades e com as possibilidades de acontecimentos de um determinado evento ocorrer. Em seguida, perguntava qual a razão entre o número de possibilidades de o evento ocorrer pelo número total de possibilidades do evento.

De 10h05min às 11h20min realizamos a atividade intitulada variação de probabilidade, a qual se tratava do intervalo de variação da probabilidade. Pedimos que fizessem a leitura do título, do objetivo da atividade e preenchessem o quadro que continham 06 questões em que os valores das probabilidades variavam de zero(0) até um(1).

Nas análises do experimento, buscamos verificar de que forma o ensino por atividade pode contribuir para o melhor aprendizado sobre probabilidade. Neste sentido, analisamos a participação e os registros dos discentes no desenvolvimento das atividades. A seguir apresentamos as duas atividades supracitadas neste trabalho:

Atividade 1

Título: Conceito clássico de probabilidade

Objetivo: Conceituar probabilidade de um evento.

Material: Caneta ou lápis e roteiro da atividade impressa

Procedimento: Responda as questões abaixo:

01) Ao lançarmos um dado normal de seis faces, uma única vez, e observarmos a face que ficará voltada para cima: Quantas possibilidades de resultado par existem? Qual é o total de possibilidades de resultados? Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair par e o total de possibilidades?
02) Ao lançarmos um dado normal de seis faces, uma única vez: Quantas possibilidades de resultado ímpar existem? Qual é o total de possibilidades de resultados?

Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair ímpar e o número total de possibilidades?
03) Ao lançarmos um dado normal de seis faces, uma única vez e observarmos a face que ficará voltada para cima: Quantas possibilidades de resultado sair o número 3 existem? Qual é o número total de possibilidades de resultados? Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair o número 3 e o número total de possibilidades?
04) Ao lançarmos um dado normal de seis faces, uma única vez e observarmos a face que ficará voltada para cima: Quantas possibilidades de sair um número maior que 4 existem? Qual é o número total de possibilidades de resultados? Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair um número maior que 4 e o número total de possibilidades?
05) Ao lançarmos um dado normal de seis faces, uma única vez e observarmos a face que ficará voltada para cima: Quantas possibilidades de sair um número menor que 3 existem? Qual é o número total de possibilidades de resultados? Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair um número menor que 3 e o número total de possibilidades?
06) Em uma urna com 10 bolas brancas, 6 pretas e 4 amarelas, todas do mesmo tamanho e feitas do mesmo material, ao retirarmos uma bola ao acaso: Quantas possibilidades de retirarmos uma bola da cor branca existem? Qual é o número total de possibilidades de resultados? Qual é a razão entre o número de possibilidades da bola retirada ser da cor branca e o número total de possibilidades?
07) Em uma urna com 10 bolas brancas, 6 pretas e 4 amarelas, todas de mesmo tamanho e feitas do mesmo material, ao retirarmos uma bola ao acaso: Quantas possibilidades de retirarmos uma bola da cor amarela existem? Qual é o número total de possibilidades de resultados?

Qual é a razão entre o número de possibilidades da bola retirada ser da cor amarela e o número total de possibilidades?

08) Em uma urna com 10 bolas brancas, 6 pretas e 4 amarelas, todas do mesmo tamanho e feitas do mesmo material, ao retirarmos uma bola ao acaso:

Quantas possibilidades de retirarmos uma bola da cor preta existem?

Qual é o número total de possibilidades de resultados?

Qual é a razão entre o número de possibilidades da bola retirada ser da cor preta e o número total de possibilidades?

09) Ao lançar uma moeda normal e anotar o resultado, lançando em seguida um dado normal e anotar o resultado como um par (moeda, dado).

Quantas possibilidades de sair cara na moeda existem?

Qual é o número total de possibilidades de resultados?

Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair cara na moeda e o número total de possibilidades?

10) Ao Lançarmos um dado normal duas vezes e observamos a face que ficará voltada para cima.

Quantas possibilidades de obter soma 5 nas faces voltadas para cima?

Qual é o número total de possibilidades de resultados?

Qual é a razão entre o número de possibilidades de obter soma 5 e o número total de possibilidades?

Após os discentes responderem as 10 questões, apresentamos o conceito de probabilidade da seguinte forma:

A razão entre o número de possibilidades desejadas em um evento e o número total de possibilidades do evento é denominada de **probabilidade** do evento desejado, ou seja:

$$\text{Probabilidade de um evento ocorrer} = \frac{\text{Número de possibilidades desejadas do evento}}{\text{Número total de possibilidades do evento}}$$

E pode ser representado por:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Em seguida, pedimos para que os educandos resolvessem as seguintes questões:

01) Um dado é lançado e observa-se o número da face voltada para cima. Qual a probabilidade de esse número ser:

a) menor que 3?

b) maior ou igual a 3?

02) Escreva o espaço amostral do lançamento sucessivo de duas moedas preenchendo a tabela de dupla entrada abaixo:

Lançamento de duas moedas	Cara (C)	Coroa (K)
Cara (C)		
Coroa (K)		

a) Qual a probabilidade de sair duas caras?

b) Qual a probabilidade de sair duas coroas?

c) Qual a probabilidade de sair pelo menos uma cara?

03) Uma moeda é lançada três vezes, sucessivamente.

Qual a probabilidade de observarmos:

a) Exatamente uma cara?

b) No máximo duas caras?

04) André, Beatriz e João resolveram usar duas moedas comuns, não viciadas, para decidir quem irá lavar a louça do jantar, lançando as moedas simultaneamente, uma única vez. Se aparecem duas coroas, André lavará a louça; se aparecem duas caras, Beatriz lavará a louça; e se aparecem uma cara e uma coroa, João lavará a louça. A probabilidade de que João venha a ser sorteado para lavar a louça é de:

a) 25%

b) 27,5%

c) 30%

d) 33,3%

e) 50%

05) Ao lançar dois dados clássicos, A e B, a probabilidade de que o número que aparece na face superior do dado A seja divisor do número que aparece na face superior do dado B é de:

a) 1/6

b) 7/9

c) 7/12

d) 7/17

e) 1/3

06) A delegação esportiva de um certo país participou de uma festa e, involuntariamente, quatro jogadores do time de basquetebol, cinco do time de voleibol e nove do time de futebol ingeriram uma substância proibida pelo comitê antidoping. Um jogador de cada time será sorteado para passar por um exame desse comitê. Considerando-se que o time de basquetebol tem 10 jogadores, o de voleibol 12, e o de futebol 22, e ordenando-se os times pela ordem

A) Lançar uma moeda uma única vez e observar a face voltada para cima		Sair Cara e Coroa.	Sair Cara	Sair Coroa.	Sair Cara ou Coroa								
B) Lançar um dado uma única vez e o observar a face voltada para cima		Sair o número zero.	Sair o número 2.	Sair número par.	Sair número entre zero(0) e sete(7).								
C) Colocamos uma bola verde e uma Azul num saco, extraímos uma aleatoriamente e observamos sua cor.		Sair bola Branca .	Sair bola Verde.	Sair bola Azul.	Sair bola verde ou azul.								
D) Lançar um dado uma única vez e o observar a face voltada para cima		Obter número 0.	Obter número par.	Obter número ímpar.	Obter número entre 0 e 7.								
E) Em uma urna há 5 bolas brancas, 3 bolas pretas e 7 bolas vermelhas. Retirando uma bola ao acaso;		Sair bola vermelha e branca;	Sair bola branca;	Sair bola preta;	Sair bola branca ou preta ou vermelha								
F) Em uma urna há 5 bolas brancas, 3 bolas pretas e 7 bolas vermelhas. Retirando uma bola ao acaso;		Sair bola vermelha e preta	Sair bola branca ou preta	Sair bola branca ou vermelha	Sair bola branca ou preta ou vermelha								

Observação: _____

Conclusão: _____

No final da atividade, os discentes deveriam registrar suas observações e conclusões a respeito da variação da probabilidade.

Desta forma, apresentamos nas imagens a seguir algumas observações e conclusões dos alunos, desenvolvidas na atividade sobre “Variação de probabilidade”. A finalidade desta atividade foi levar os alunos à percepção do intervalo de variação da probabilidade.

Quadro 01: Respostas apresentadas pelos alunos sobre o intervalo de variação da probabilidade.

ALUNOS	OBSERVAÇÕES E CONCLUSÕES	ANÁLISE

A2 e A3, A10 e A14	Observação: <u>-1 VARIANDO</u> Conclusão: <u>É QUE A PROBABILIDADE DE UM EVENTO SEMPRE VARIA ENTRE</u> <u>VALOR DE 0 A 1</u>	Observação e conclusão válidas sobre a variação da probabilidade
A5 e A11	Observação: <u>Os valores da probabilidade variam de 0 à 1</u> Conclusão: <u>A probabilidade tende a aumentar em cada caso (de 0 a 1)</u>	Observação e conclusão válidas sobre a variação da probabilidade
A6 e A8	Observação: <u>A probabilidade varia.</u> Conclusão: <u>A probabilidade varia de 0 a 1.</u>	Observação e conclusão válidas sobre a variação da probabilidade
A1 e A7	Observação: <u>Alguns que a probabilidade varia variando 0 e 1. Não</u> <u>quantificando número negativo.</u> Conclusão: <u>Conclui que a probabilidade não fica menor que 0</u> <u>e maior que 1.</u>	Observação e conclusão válidas sobre a variação da probabilidade
A13, A15 e A16	Observação: _____ Conclusão: <u>A probabilidade de um evento sempre varia no intervalo de</u> <u>0 a 1</u>	Conclusão válida sobre a variação da probabilidade
A17	Observação: <u>OS RESULTADOS ESTÃO VARIANDO</u> Conclusão: _____	Observação válida sobre a variação da probabilidade.

A4, A12, A18, A19 e A20	Observação: <u>O resultado não vai ser menor que 0 e nem maior que 1</u> Conclusão: <u>A probabilidade varia de 0 a 1</u>	Observação e conclusão válida sobre a variação da probabilidade.

FONTE: Pesquisa de campo (2017)

Como podemos observar, nas anotações dos alunos durante a Atividade 2, os mesmos conseguiram calcular os valores das probabilidades do evento impossível e do evento certo, o que possibilitou construírem conclusões corretas do intervalo de variação da probabilidade. De forma geral, podemos afirmar que a atividade surtiu efeitos positivos na aprendizagem que, neste caso, objetivou definir o intervalo de variação da probabilidade, pois dos alunos participantes da pesquisa, apenas um aluno esteve ausente nesta atividade e somente o aluno A17 não construiu uma conclusão para o intervalo de variação da probabilidade.

As questões do pré-teste e pós-teste que contemplavam os conceitos das atividades eram as seguintes:

01) Numa caixa existem 20 bolas numeradas de 1 a 20. Determine a probabilidade de, ao se retirar uma bola ao acaso, sair um número:

a) menor do que 21? b) maior do 20?

02) Um determinado procedimento cirúrgico tem ao longo dos anos mostrado uma eficiência de 99%. Ciente disto, um paciente pergunta ao médico quantas operações já havia realizado. O médico responde que realizou 99 cirurgias, todas com sucesso. Após a resposta do médico o paciente decidiu que não queria ser operado, pois segundo seus cálculos, sua operação não teria sucesso. Você concorda ou discorda da decisão do paciente? Justifique sua resposta.

05) Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso. Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

Resultados e análises

A seguir, apresentamos o desempenho dos participantes em relação as três questões contidas nos dois testes, considerando o percentual de erro, acerto e em branco, com as seguintes características para cada uma dessas categorias:

Acerto: quando o aluno apresentou uma resolução e o resultado estava correto.

Erro: quando o aluno apresentou uma resolução e o resultado não estava correto.

Branco: quando o aluno não apresentou nenhuma resolução.

Quadro 02: Análise comparativa do pré-teste e pós-teste.

Questões	ACERTO(%)		ERRO (%)		BRANCO (%)	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
Q1	30	100	40	0	30	0
Q2	50	75	20	25	30	0
Q3	30	95	40	5	30	0

FONTE: Pesquisa de campo (2017)

Observando os dados da tabela 1 podemos concluir que:

- Na análise comparativa do pré-teste e pós-teste as questões Q1 e Q3, obtiveram um aumento significativo em seus índices de acertos, pois a primeira obteve 100% de acertos no pós-teste, enquanto a segunda 95% de acertos, ou seja, os índices de erros diminuíram consideravelmente e os discentes não deixaram mais questões em branco.
- No pós-teste nenhum aluno errou a questão Q1, no entanto, na questão 2 o índice de erros no pós teste subiu de 20% para 25%, porém nenhum aluno deixou esta questão em branco e o índice de acerto subiu de 50% para 75%. Esta questão tratava da probabilidade em um contexto social exigia um pouco mais de atenção na identificação da probabilidade, para que os discentes pudessem concordar ou discordar da questão e justificassem suas respostas, ou seja, os erros estavam relacionados a interpretação incompleta do enunciado da questão.

Considerações Finais

A finalidade deste trabalho era apresentar os resultados de uma pesquisa que objetivou avaliar o ensino do conceito de probabilidade e seu intervalo de variação, extinguindo a apresentação dos conceitos como ponto de partida por meio de uma sequência didática. A aplicação das atividades mostrou a influência positiva da metodologia de ensino utilizada no aprendizado dos discentes, posto que os mesmos mostrassem em suas observações e conclusões conhecimentos adquiridos no desenvolvimento e preenchimento das atividades, bem como na resolução de questões sobre probabilidade, dentre os quais se destacam: o conceito de probabilidade dado pela razão entre o número de elementos do evento desejado e o número total de possibilidade do evento, bem como o intervalo de variação da probabilidade $[0,1]$ contido na atividade dois. Além disso, mostrou, também, o

método de ensino por atividades como um recurso didático que pode ser usado para superar as dificuldades relacionadas à aprendizagem deste conteúdo. O processo de ensino-aprendizagem de probabilidade apresenta dificuldades que precisam ser reconhecidas e trabalhadas pelos docentes, de forma a construir uma educação de melhor qualidade.

Referências

BIAJOT, Emerson Donizet. **Experimentos Probabilísticos**: noções probabilidade no ensino fundamental II.2013.107f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Matemática, São Carlos,2013.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretária da Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares nacionais: matemática. Volume 3, Brasília, 2001.

BRITO, Bosco Silveira. **Ensino de probabilidade**: proposta de ensino através de experimentação. 2015.112 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e naturais, Belém,2015.

CABERLIM, Cristiane Candido Luz. **Letramento probabilístico no ensino médio**: um estudo de invariantes operatórios mobilizados por alunos.2015.141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2002.
MEDEIROS, Deborah Monte. **Construção do raciocínio probabilístico com material concreto**. XI ENEM – Encontro Nacional do Ensino Médio: Retrospectiva e Perspectivas. Curitiba, 2013.

FERNANDES, José Antônio et al. **Comparação de probabilidade de acontecimentos formulados de forma explícita e implícita**. REVEMAT. Florianópolis (SC), v.10, n.2, p.42-60,2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2015v10n2p42>. Acesso em: 20 janeiro de 2016.

HAZZAM, Samuel. **Fundamentos deMatemática Elementar,5**: combinatória e probabilidade:volume único-7.ed.São Paulo: Atual, 2011.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática: volume único**. São Paulo: Atual, 2011.

MORGADO, Augusto César et al. **Análise Combinatória e Probabilidade**. -9.ed.–Rio de Janeiro: SBM, 1991.

MLODINOW, Leonard. **O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas**. Tradução Diego Alfaro; consultoria Samuel Jurkiewicz. — Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2009.

NEVES, Fábio Costa de Oliveira. **Ensino de probabilidade: Tipos de Eventos.**2015.96f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e naturais, Belém,2015.

OLIVEIRA, Marcos Oliveira de. **Análise do Ensino de probabilidade.**2015.98 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e naturais, Belém,2015.

RIBEIRO, Rossano Evaldt Steinmetz. **Uma proposta de ensino de probabilidade no ensino médio.**2012.116 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de matemática no ensino fundamental.** Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de matemática no ensino fundamental.** Belém: EDUEPA, 2009.

SANTANA, Michaelle Renata Moares de. **O Acaso, o Provável, o Determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental.**2011.94f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CE, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Recife,2011.

SILVA, Fabrício Menezes Netto da. **Jogos no Processo de Ensino - Aprendizagem de Probabilidade.**2013. 71f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.



O DESEMPENHO DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM QUESTÕES DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Leonardo da Silva Rosas

Universidade do Estado do Pará – UEPA
professorleorosas19@hotmail.com

Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará – UEPA
2011malu.melo@gmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará – UEPA
pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo diagnosticar o desempenho de estudantes na resolução de questões envolvendo o assunto Análise Combinatória e verificar o grau de dificuldade que eles tiveram ao estudar esse conteúdo numa escola pública de Belém localizada no bairro do Telégrafo, com alunos do 2º ano do ensino médio. A produção das informações ocorreu nos meses de janeiro e fevereiro de 2016, com base nos resultados de uma consulta a 90 alunos por meio de questionário contendo questões acerca dos dados pessoais, do processo de como se realizou o ensino de Análise Combinatória e um teste com dez questões acerca do referido assunto. Após a sistematização dos resultados, a análise indica que o desempenho dos estudantes consultados na resolução de questões envolvendo conceitos relacionados à Análise Combinatória está muito aquém do desejável, que os alunos estão com dificuldades nos tópicos relacionados a esse assunto e que segundo eles, o ensino de análise combinatória, se deu partindo da definição seguida de exemplos e exercícios o que hoje em dia tem sido bastante criticado por estudiosos do assunto, mais que, de um modo geral, o panorama de ensino continua ainda o mesmo obtido em outros estudos.

Palavras-chave: Educação. Educação Matemática. Metodologia do Ensino de Análise Combinatória. Análise Combinatória.

1. Introdução

A avaliação é um instrumento fundamental para fornecer informações sobre como está se realizando o processo de ensino-aprendizagem como um todo, tanto no sentido de que o professor e a equipe escolar se conheçam e analisem os resultados de seu trabalho como para que cada aluno verifique seu desempenho. Assim, a avaliação não deve simplesmente focar o

aluno, seu desempenho cognitivo e o acúmulo de conteúdo para classificá-lo. Além disso, ela deve ser essencialmente formativa, na medida em que cabe à avaliação subsidiar o trabalho pedagógico, redirecionando o processo de ensino-aprendizagem para sanar dificuldades, aperfeiçoando-o constantemente. Segundo Luckesi (2011, p.296), “para realizarmos uma prática avaliativa, necessitamos de dados da realidade e, para obtê-los, necessitamos de instrumentos que ampliem nossa capacidade de observação da realidade”.

Com o repertório de erros cometidos mais frequentemente pelos alunos à disposição, servindo para interpretar os fatos, o professor, ao trabalhar determinados assuntos, saberá chamar a atenção para os pontos mais críticos e, com isso, diminuir a possibilidades de erros. Por isso vale a pena termos um diagnóstico de como o processo de ensino-aprendizado tem se realizado, assim como quais são as principais dificuldades vivenciadas pelos educandos e metodologias que estão sendo empregadas nos dias atuais. Pela sua própria história, a matemática mostra que foi construída em resposta a perguntas motivadas por problemas, sejam de ordem prática, sejam vinculados às outras ciências, ou ainda ligados à própria matemática. Dessa forma, entender o problema é da própria essência matemática, funcionando como um grande organizador do processo de aprendizagem, muitas vezes como o seu incentivador, articulador e construtor. Almeida revela que:

Atualmente o tema dificuldade no aprendizado em Matemática tem sido objeto de pesquisas, palestras, encontros, com o objetivo de descobrir as origens de tantos problemas no ensino. Algumas questões são recorrentes nestes debates e pesquisas, tais como: A deficiência está no próprio sistema de ensino? Os professores não estão conseguindo lidar com o processo? Os alunos não estariam desmotivados? O que leva o aluno a não conseguir aprender Matemática e/ou outras disciplinas? Além dessas, muitas outras questões vêm sendo levantadas a fim de buscar uma resposta e possíveis soluções para os problemas enfrentados atualmente na educação (ALMEIDA, 2006, p.2).

Os problemas de contagem são considerados por professores e alunos como difíceis, no ensino médio. Os tópicos associados ao ensino de Análise Combinatória, no ensino médio, estão recomendados nos documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), sendo este assunto uma importante ferramenta para o desenvolvimento do pensamento cognitivo do aluno e, por este motivo, em nossa opinião entende-se que é um assunto que deve ser bem trabalhado desde as séries iniciais, com técnicas que buscassem as quatro operações, introduzindo problemas que possam ser resolvidos com raciocínios simples sem o uso de fórmulas. Hoje em dia, a Análise Combinatória é estudada no 2º ano do ensino médio e, às vezes, no ensino fundamental. Assim,

[...] a escola tem um papel insubstituível quando se trata da formação das novas gerações para o enfrentamento das exigências postas pela sociedade contemporânea; o compromisso de reduzir a distância cada vez maior entre o formalismo da sala de aula e a cultura de base produzida no cotidiano deve ajudar os alunos a tornarem-se sujeitos pensantes, capazes de construir os elementos categoriais de compreensão e apropriação crítica da realidade (PINHEIRO, 2008, p. 12).

Outros estudos realizados, acerca de Análise Combinatória, vêm destacando a questão do ensino-aprendizagem, novas metodologias e procedimentos usuais ou desejados deste conteúdo. Entre eles temos Almeida (2010), Esteves (2000), Gonçalves (2014), Lopes (2000), Pinheiro (2008). Neste último, encontramos os resultados de um estudo sobre o Ensino de Análise Combinatória a partir de situações-problema, com o objetivo de investigar se uma metodologia de ensino que teve como ponto de partida resoluções de problema facilitaria a introdução de conceitos básicos. O autor mostrou que a sequência didática empregada favoreceu ao desenvolvimento e a aprendizagem das técnicas básicas de contagem. Silva (2013), que desenvolveu uma pesquisa pedagógica referente ao ensino de Análise Combinatória por intermédio de resoluções de problemas; o autor procurou entender o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória por meio de observações durante sua prática em sala de aula. Para o autor, a resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem possibilita, no mínimo, uma formação crítica e questionadora, provocando a autonomia do aluno nesse processo. Contudo considera que estudos mais relevantes devem ser feitos na área que se dedica a ensinar tendo como ponto de partida situações-problema. A maioria dos autores destaca que o ensino de Análise Combinatória não deve se dar começando pela definição, seguido de exemplos e exercícios, visto que já não está atendendo às necessidades de alunos e professores. Mas o que veremos na pesquisa é que esse processo ainda é bastante utilizado segundo os discentes. Sturm comenta que:

[...] o ensino de Análise Combinatória deve se dar através de situações-problema. As fórmulas devem aparecer em decorrência das experiências dos alunos na resolução de problemas, devem ser construídas e não ser o elemento de partida para o ensino de cada tema: Arranjo, Permutação e Combinação (STURM, 1999, p.3).

Assim, fica evidente que o processo educativo remete um esforço sistemático e contínuo para mudar as condições de aprendizagem, com a finalidade única de alcançar as metas educativas de forma mais eficaz.

Dentre os conteúdos matemáticos lecionados na educação, a Análise Combinatória, assunto requisitado no Ensino Médio e em alguns colégios no ensino fundamental, é uma das

vertentes que mais apresenta dificuldades de ensino-aprendizagem. Durante nossa experiência profissional em sala de aula, pudemos perceber que o educando não consegue compreender o processo de contagem em sua total plenitude. E

[...] um dos fatores responsáveis pela má qualidade de ensino é, sem dúvida alguma, a formação do professor. É possível dizer que a maioria dos profissionais que se formaram, ou estão se formando, não tem claro o papel da escola, os objetivos da aprendizagem, a razão dos conteúdos a serem trabalhados, enfim, não tem claro o seu próprio papel de educador. Como em muitas situações da vida, não tendo consciência do lugar onde se encontra e do que se deve fazer, segue-se o caminho que lhe é apresentado. No caso do professor, na maioria das vezes, este caminho é o livro didático (LOPES, 2000, p.12).

2. Metodologia

A pesquisa foi realizada por meio das seguintes etapas: elaboração do instrumento de consulta, avaliação do instrumento, produção das informações, sistematização dos resultados e análise dos resultados.

2.1. Elaboração do instrumento de consulta.

Num primeiro momento, foi elaborado um formulário, no mês de janeiro de 2016, contendo questões acerca dos dados pessoais dos alunos, sobre a metodologia utilizada em sala de aula e questões envolvendo o assunto Análise Combinatória, onde procuramos selecionar os exercícios de modo que abrangessem a maior parte possível do conteúdo.

2.2. As questões propostas aos alunos foram:

1ª. No restaurante do colégio, são servidos 3 pratos principais e 4 sobremesas. Um cliente pode fazer uma refeição escolhendo um prato principal e uma sobremesa. Quantas refeições, formadas por um prato principal e uma sobremesa, o cliente pode formar?

2ª. Alguns celulares dispõem de uma senha de acesso aos dados do aparelho. Cada senha é uma sequência formada por 4 algarismos, escolhidos entre os 10 algarismos de 0 a 9. Com essas informações, qual é o maior número possível de senhas distintas que se pode criar em um desses aparelhos?

3ª. As permutações das letras da palavra **REMO** foram listadas em ordem alfabética, como se fossem palavras de quatro letras em um dicionário. Que palavra nessa lista é 6ª?

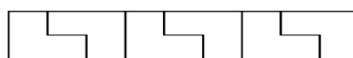
4ª. Para aumentar as chances de ganhar no sorteio da mega-sena da virada, um grupo de dez amigos se juntou e fez todos os jogos possíveis de seis “dezenas” diferentes, escolhidas dentre quinze “dezenas” distintas previamente escolhidas. Qual o total de jogos que foram realizados por este grupo de amigos?

5ª. Uma adolescente possui 5 cores diferentes de esmalte (verde, amarelo, azul, branco e vermelho) e quer escolher duas cores diferentes para pintar as unhas de suas mãos. Sabendo que essa adolescente não usa as cores vermelho e azul juntas, de quantas maneiras distintas ela pode escolher as duas cores?

6ª. Quantos anagramas podem ser formados com as letras da palavra **PAPAO**?

7ª. Segundo a Revista VEJA (11/01/2012), cinco habilidades fundamentais compõem a nova teoria da inteligência social: Comunicação; Empatia; Assertividade; Feedback e Auto apresentação. Dentre as habilidades que compõem a nova teoria da inteligência social, qual o número de possibilidades distintas em que o setor de Recursos Humanos de uma empresa pode eleger três dessas habilidades?

8ª. A figura seguinte, composta pela justaposição de 6 hexágonos não convexos, deve ser colorida com as cores **azul, vermelha, verde e amarela**.



- Qual é o número de maneiras distintas de executar essa pintura, de modo que dois hexágonos consecutivos não sejam coloridos com a mesma cor?

9ª. A escrita Braille para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caráter é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais. Por exemplo, a letra A é representada por



- O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braille é

10ª. No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.



- O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é...

2.3. Avaliação do instrumento

A avaliação do instrumento foi realizada por meio de uma análise do próprio instrumento, no mês de janeiro de 2016, por uma turma de estudantes do curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade do Estado do Pará, juntamente com a professora orientadora, que sugeriram modificações para aperfeiçoamento do questionário.

2.4. Produção das informações

A produção das informações ocorreu no mês de janeiro de 2016 e contou com a colaboração de 90 alunos do 2º ano do ensino médio, com uma turma do turno matutino e três turmas do turno vespertino, de uma escola estadual do município de Belém, localizada no bairro do Telegrafo. Por meio de um colega de profissão, entrou-se em contato com a direção da escola pedindo autorização para realizar a pesquisa e, no mesmo dia, aplicaram-se os questionários nas três turmas do período da tarde em que o colega ministrava aula. Como não se conseguiu um número significativo de alunos, precisou-se entrar em contato com o professor que ministrava aula no período da manhã, que nos cedeu uma turma para a pesquisa dois dias depois da nossa primeira visita à escola. Na aplicação dos questionários, houve a colaboração dos professores das turmas na organização e disciplina em classe, e a maioria dos alunos do período da tarde se mostraram interessados em participar da atividade investigativa; já os alunos do período da manhã fizeram uma prova nos primeiros horários no dia da aplicação dos questionários e se demonstraram um pouco sem paciência em respondê-los.

2.5. Resultados e Análise de dados

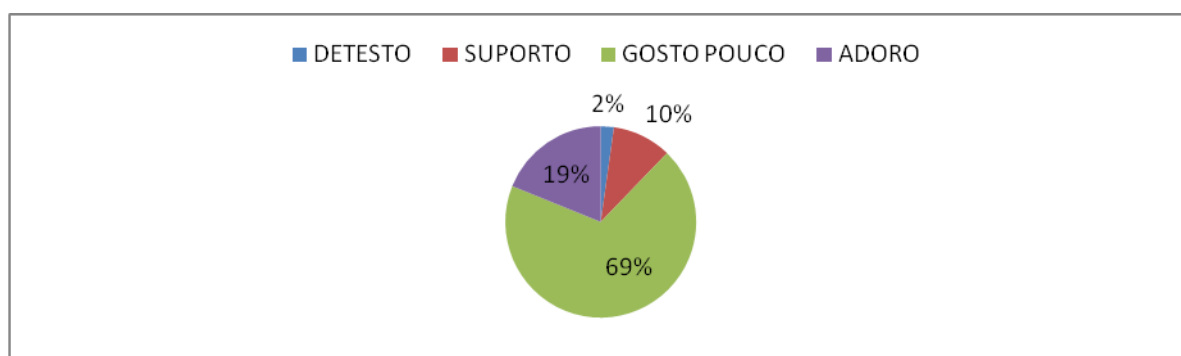
A sistematização dos resultados foi realizada por meio do tratamento das informações fornecidas pelos discentes consultados, que geraram quadros e gráficos, apresentados a seguir.

A análise dos resultados mostrou que, dos 90 alunos pesquisados, a maioria é do gênero masculino (72%), com idade de 14 a 27 anos e que um considerável grupo (37%) faz dependência em alguma disciplina.

Uma grande quantidade (69%) deles “gosta um pouco de estudar”, sendo que menos da metade dos 90 alunos recebem algum tipo de ajuda nos estudos. Quanto à frequência nos estudos, 1% afirmou que nunca estuda, enquanto 6% estuda todos os dias e a maioria (43%) estuda só no período de prova. Um dado interessante foi que um considerado número de estudantes sempre entende as explicações dadas pelos professores (28%), 58% quase sempre entendem, 14% entendem às vezes e nenhum aluno disse que fica sem entender em todos os momentos. Apesar dos alunos afirmarem ter um bom entendimento durante as aulas e de a maioria gostar de matemática, verificamos que eles encontraram dificuldades em resolver as atividades de Análise Combinatória. Hoje em dia, o conteúdo é pré-requisito para outros ramos da matemática como probabilidade, teoria dos números, topologia e etc., mas é defendida por discentes como uma matéria difícil de ser trabalhada frente aos docentes. Mas,

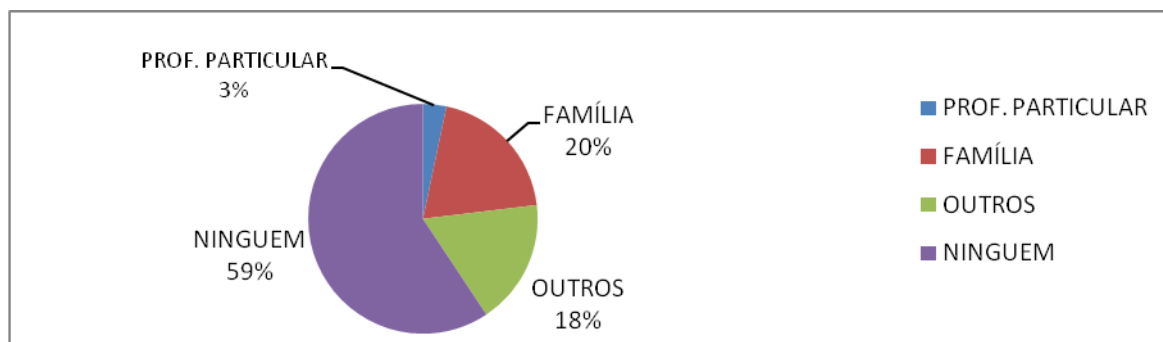
Falar de dificuldade em Matemática é simples quando dizem que se trata de uma disciplina complexa e que muitos não se identificam com ela. Mas essas dificuldades podem ocorrer não pelo nível de complexidade ou pelo fato de não gostar, mas por fatores mentais, psicológicos e pedagógicos que envolvem uma série de conceitos e trabalhos que precisam ser desenvolvidos ao se tratar de dificuldades em qualquer âmbito, como também em Matemática. (ALMEIDA, 2006, p.1)

Gráfico 1 – Gosto pela matemática



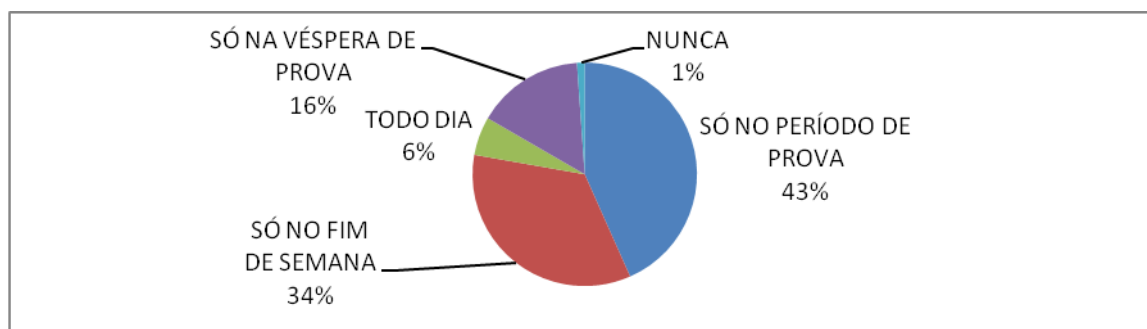
Fonte: Pesquisa de campo 2016.

Gráfico 2 – Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?



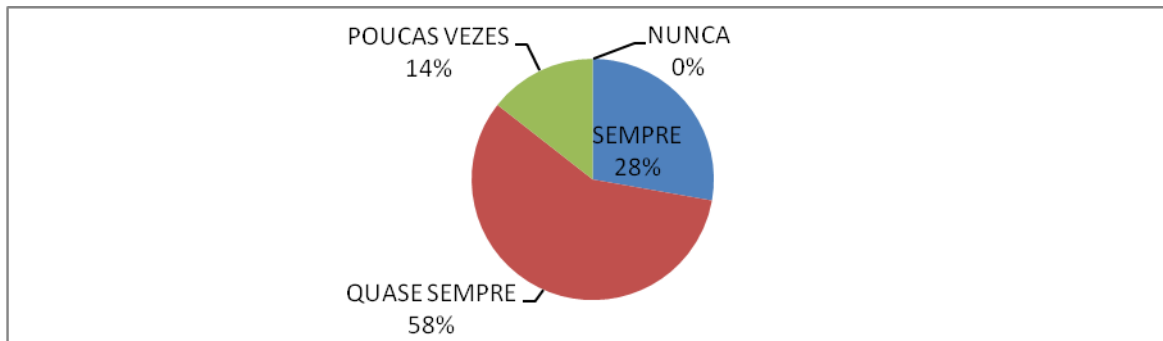
Fonte: Pesquisa de campo 2016.

Gráfico 3 - Com que frequência você costuma estudar matemática fora da escola?



Fonte: Pesquisa de campo 2016.

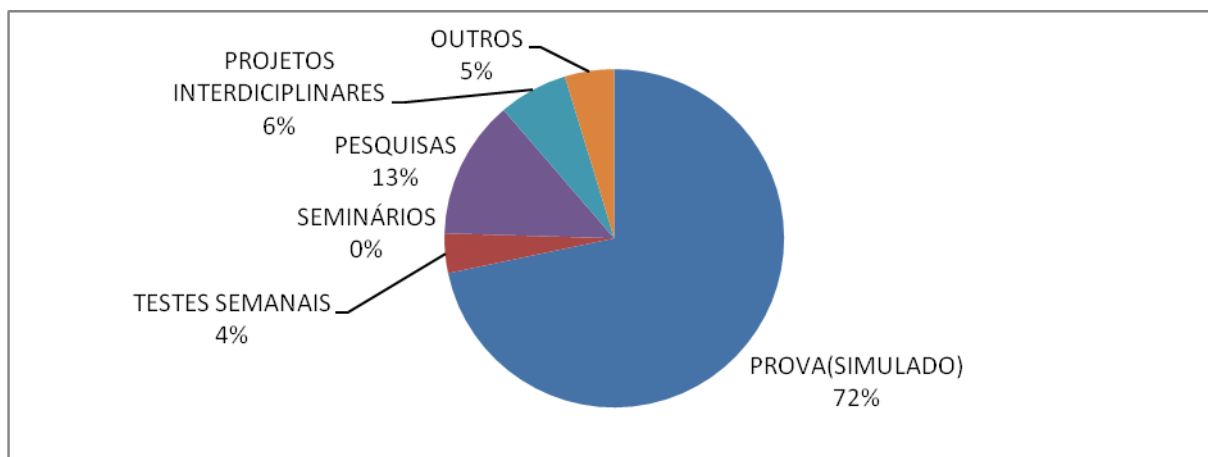
Gráfico 4 – Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática?



Fonte: Pesquisa de campo 2016.

Sobre a pergunta que tratava de que maneira eles são avaliados em matemática, houve alunos que marcaram mais de uma alternativa e entendemos que algumas avaliações, por exemplo, são organizadas com provas e testes semanais. Por este motivo, os percentuais foram feitos em relação à quantidade de respostas dadas e revelou que a maioria (72%) são avaliados por provas, enquanto que seminários não faz parte do seu processo avaliativo.

Gráfico 5 - De que maneira você costuma ser avaliado em matemática? Através de

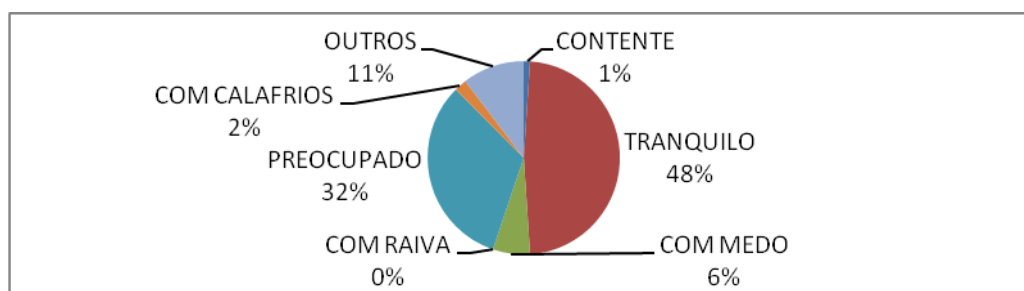


Fonte: Pesquisa de campo 2016.

Quanto ao sentimento que eles têm diante de uma prova de matemática, aproximadamente a metade disse que se sente tranquilo, 1% se sente contente; já os outros sentimentos que mostram insegurança (calafrios, preocupação, raiva e medo), totalizaram 48% dos alunos, e 11% disseram que apresentam outros sentimentos. Os dados também revelaram que bem mais da metade dos estudantes tem a oportunidade de esclarecer as dúvidas (69%) e o restante disse que quase nunca ou pouco tem a mesma oportunidade. 90% dos discentes confirmaram que o assunto Análise Combinatória foi visto no ensino médio e a grande maioria (82%) revelou que a metodologia de ensino mais empregada é começando pela definição seguida de exemplos e exercícios e apenas 8% disseram que o professor começa com situações problemas para depois introduzir os assuntos, sendo esta última a metodologia mais indicada pelos últimos estudos nessa área. Segundo Esteves,

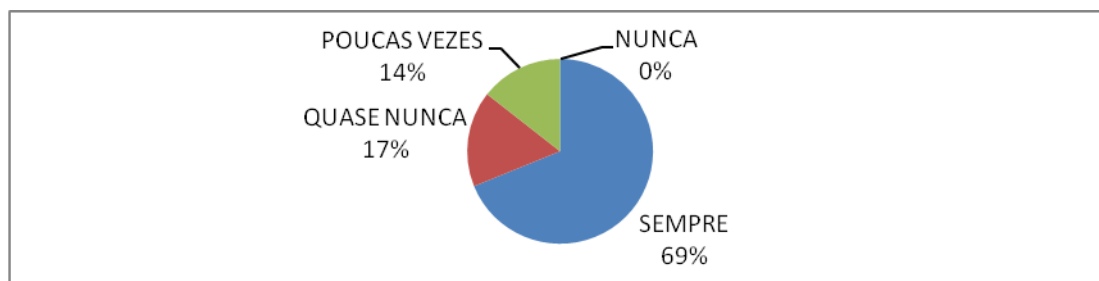
[...] queremos mostrar que a fórmula em si não é negativa nem contraproducente; ao contrário, ela representa uma compressão algorítmica que assegura uma economia cognitiva importante, desde que colocada no tempo certo. Para o conteúdo Análise Combinatória, quando não reforçamos a fórmula, acreditamos que estamos valorizando o uso da árvore de possibilidade, do método de tentativa e erro, do desenho e do princípio fundamental da contagem para um melhor desenvolvimento do raciocínio combinatório. Assim, a fórmula no papel deixa de ser apenas uma ferramenta para desenvolver os problemas de maneira mais econômica (ESTEVES, 2001, p.3).

Gráfico 6 - Como você se sente quando está diante de uma avaliação de matemática?



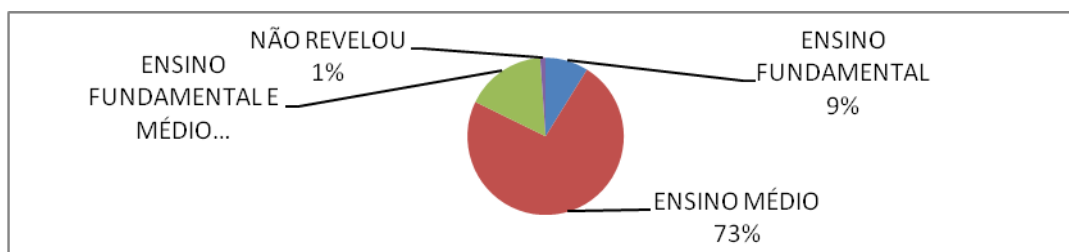
Fonte: Pesquisa de campo 2016.

Gráfico 7 - Em geral, nas aulas, os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas, verificando se aprenderam o conteúdo previsto na disciplina?



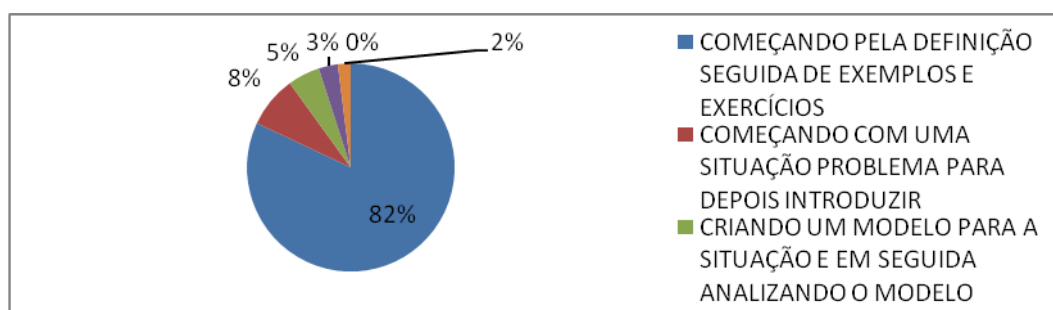
Fonte: Pesquisa de campo 2016.

Gráfico 8 - Nível que você estudou Análise Combinatória



Fonte: Pesquisa de campo 2016.

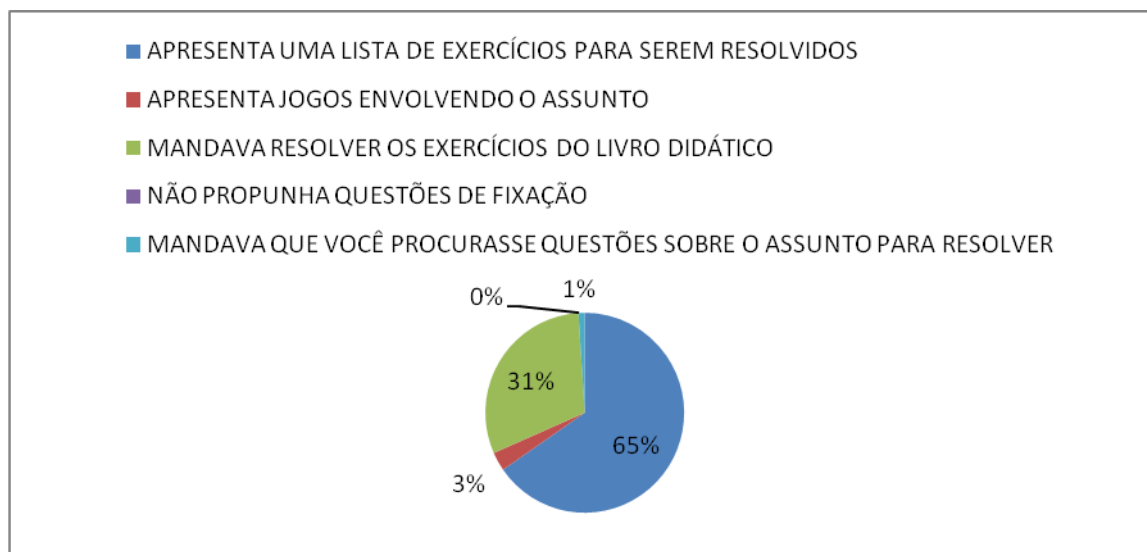
Gráfico 9 - Quando você estudou o assunto Análise Combinatória a maioria das aulas foram



Fonte: Pesquisa de campo 2016.

Para fixar os conteúdos, geralmente se usa listas de exercícios e o segundo procedimento mais utilizado e o de resolver exercícios dos livros didáticos.

Gráfico 10 - Para fixar o conteúdo Análise Combinatória, o seu professor



Fonte: Pesquisa de campo 2016.

O quadro a seguir revela o desempenho dos estudantes na resolução dos exercícios propostos na pesquisa. Que foram corrigidas levando em consideração a seguinte categorização:

Acertou totalmente: quando houve uma resolução totalmente correta;

Acertou parcialmente: quando o aluno respondeu alguma coisa relacionada a resolução correta;

Errou: quando houve uma resolução totalmente incorreto;

Em branco: quando a questão não foi resolvida.

As categorias foram elaboradas pelos alunos da turma de estudantes do curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade do Estado do Pará, juntamente com a professora orientadora. O quadro seguinte mostra que, com exceção da 1ª questão, em todas as outras houveram grandes dificuldades em se conseguir êxito nas resoluções ou pelo menos buscar um raciocínio combinatório. Visamos também observar estratégias de resolução usadas pelos alunos e identificar os erros cometidos, verificando as correções, podemos perceber que as questões que apresentavam resoluções erradas ou parcialmente certas, aconteceram dessa forma devido: interpretação errada quanto a que técnica utilizar, não fizeram diferença quando os elementos eram para ser distintos ou não em suas escolhas, alguns tentaram fazer uso de fórmulas e se perderam entre elas, nas questões que poderiam ser revolvidas pelo Princípio Fundamental da Contagem (P.F.C.), sentiram dificuldades em escolher o número de elementos em cada etapa, não fizeram diferença quando os elementos eram repetidos, entre outras. Fazer uma análise quanto aos erros dos estudantes, nos possibilita entender que lacunas devem estar sendo preenchidas ao ensinarmos

o assunto Análise Combinatória, podendo assim identificar as possíveis causas dos erros e verificar se de fato os que acertaram foi por que tiveram entendimento do assunto.

Quadro 1 - Desempenho dos alunos nas questões propostas no teste.

	Totalmente certa	Parcialmente certa	Errada	Em branco
QUESTÃO 1	60%	0%	22%	18%
QUESTÃO 2	6%	0%	67%	27%
QUESTÃO 3	10%	5%	34%	51%
QUESTÃO 4	6%	1%	30%	63%
QUESTÃO 5	0%	10%	44%	46%
QUESTÃO 6	2%	2%	48%	48%
QUESTÃO 7	2%	1%	47%	50%
QUESTÃO 8	3%	1%	44%	53%
QUESTÃO 9	0%	0%	47%	53%
QUESTÃO 10	3%	0%	36%	61%

FONTE: Pesquisa de campo 2016.

Atividades que estimulam o raciocínio devem acontecer desde as séries iniciais, com problemas atrativos que favoreçam a criatividade e elaboração de estratégias. Deste modo,

Para que sejam amenizadas as dificuldades dos alunos e professores em relação ao processo de ensino aprendizagem é necessária que seja trabalhado com os alunos situação problema que fazem parte da sua realidade, além de projetos que envolvam o desenvolvimento de hábitos de estudos, e o uso da criatividade, fazendo com que os indivíduos se tornem cidadãos participativos e atuantes na sociedade e na resolução de problemas do cotidiano. (ALMEIDA, 2006, p.10)

Assim,

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL, 1998, p.40)

O quadro abaixo revela que tópicos os alunos lembravam-se de ter estudado do conteúdo Análise combinatória e qual foi o grau de dificuldade em cada tópico. Vale ressaltar que 6% dos alunos investigados deixaram a tabela toda em branco e houve alguns que se lembraram de ter estudados alguns tópicos mais não opinaram sobre o grau de dificuldade.

Quadro 2 - Tópico Estudado e Nível de Dificuldade em Análise Combinatória

	Que conteúdos você lembra ter estudado?		Muito Fácil	Fácil	Moderado	Difícil	Muito difícil	Não opinaram sobre a dificuldade	Deixaram a tabela em branco
	SIM	NÃO							
Princípio Aditivo	54%	40%	8%	11%	30%	2%	1%	2%	6%
P.F.C.	68%	22%	7%	26%	33%	1%	1%	4%	6%

Definição de Fatorial	68%	24%	3%	21%	35%	6%	2%	3%	6%
Propriedade fundamental dos fatoriais	60%	34%	3%	12%	37%	6%	1%	1%	6%
Definição de Permutação Simples	70%	24%	7%	23%	33%	5%	1%	1%	6%
Cálculo de permutação simples	66%	28%	5%	18%	32%	7%	1%	3%	6%
Definição de Permutação com repetição	54%	40%	3%	14%	23%	10%	0%	4%	6%
Cálculo de permutação com repetição	52%	42%	1%	8%	27%	14%	0%	2%	6%
Definição de Permutação Circular	35%	59%	0%	7%	19%	4%	3%	2%	6%
Cálculo de permutação Circular	36%	58%	0%	9%	18%	4%	3%	2%	6%
Definição de Arranjo Simples	76%	18%	12%	23%	31%	6%	2%	2%	6%
Cálculo de Arranjo simples	75%	19%	9%	27%	30%	5%	1%	3%	6%
Definição de Combinação Simples	70%	24%	11%	20%	23%	6%	4%	6%	6%
Cálculo de combinação simples	72%	22%	7%	21%	33%	7%	2%	2%	6%
Distinção entre arranjo e combinação	67%	27%	11%	20%	23%	6%	4%	3%	6%
Situações-problemas sobre o Princípio Aditivo	47%	47%	1%	9%	22%	10%	5%	6%	6%
Situações-problemas sobre o P.F.C.	64%	30%	3%	17%	27%	8%	3%	6%	6%
Situações-problemas sobre Permutação Simples	58%	36%	2%	13%	30%	5%	4%	4%	6%
Situações-problemas sobre Permutação com repetição	45%	49%	2%	9%	20%	4%	7%	3%	6%
Situações-problemas sobre Permutação Circular	41%	53%	2%	5%	17%	8%	6%	3%	6%
Situações-problemas sobre Arranjo Simples	64%	30%	2%	17%	32%	8%	2%	3%	6%
Situações-problemas sobre Combinação Simples	69%	25%	5%	16%	34%	8%	3%	3%	6%

FONTE: Pesquisa de campo 2016.

O tópico que os estudantes menos se lembram de ter estudado foi permutação circular (35%), já os outros tópicos, a maioria lembra-se de ter estudado. O nível de dificuldade que mais se destaca e o moderado, onde em todos os tópicos sempre esteve com maior relevância, na maioria das vezes com aproximadamente 30% dos educandos considerando esse nível de dificuldade. O que chama atenção é que pouco alunos consideram, de modo geral, os estudos

em Análise Combinatória com difícil ou muito difícil. Por exemplo, no Cálculo de permutação simples, apenas 2% acham muito difícil; no Cálculo de Arranjo simples, apenas 3% acham muito difícil e no Cálculo de combinação simples apenas 2% acham muito difícil. O que poderia indicar que eles teriam um melhor aproveitamento nas resoluções das 10 questões propostas o que não aconteceu. Os docentes indicaram que os problemas de combinação simples (69%), Arranjo simples (64%) e P.F.C. (64%) são os que eles mais se lembram de ter estudado. Quanto às situações-problemas, de modo geral, entre 10% e 15% consideram as atividades como difícil ou muito difícil. O que não se refletiu no teste diagnóstico mostrado no QUADRO 1.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi realizar um estudo diagnóstico do desempenho de estudantes na resolução de questões envolvendo Análise Combinatória e verificar o grau de dificuldade que eles tiveram ao estudar esse conteúdo. Com a finalização do estudo, dos resultados é possível apresentar respostas às seguintes questões cruciais, que eram: Como está o desempenho de estudantes da 2ª série do ensino médio na resolução de questões envolvendo conceitos de Análise Combinatória? Como está o grau de dificuldade dos estudantes da 2ª série do ensino médio nos tópicos estudados Análise Combinatória?

A resposta à primeira questão é que o desempenho na resolução de questões envolvendo o conteúdo Análise Combinatória dos estudantes consultados está muito aquém do desejado. Isso pode ser verificado no QUADRO 1, onde se verifica muitos erros e questões deixadas em branco (sem resolução), por exemplo a questão 9 que poderia ser resolvida pelo P.F.C., foi totalmente “zerada” por todos os candidatos. Para maiores conclusões, deveremos continuar a pesquisar e analisar um número mais significativo de estudantes.

Para a segunda questão, a resposta é que pouco alunos sinalizaram que os estudos em Análise Combinatória foram difícil ou muito difícil. Mas a análise dos dados revelou que eles estão com dificuldade no conteúdo. A maioria só teve facilidade no primeiro exercício, que pode ser resolvida pelo método da árvore de possibilidades (onde 60% dos estudantes conseguiram acertá-la, a maioria utilizando-se desse método), nas demais questões o número de acertos não passou de 15% e, em alguns casos, ninguém conseguiu acertar nada, como na 9ª questão (0% de acertos). Entretanto, a dificuldade dos alunos consultados não pode ser atribuída exclusivamente à metodologia adotada pelos docentes, pois, como vimos, 60% dos

alunos estudam só quando as provas se aproximam, o que é um fator complicador no estudo de qualquer disciplina, principalmente em matemática.

Portanto, são necessários estudos que apontem, com maior profundidade e com uma amostra mais significativa, quais os fatores que estão ao alcance da estrutura escolar, para que o ensino de Análise Combinatória se torne mais eficiente e eficaz. Também fazer uma pesquisa junto aos professores da escola pública é relevante, para verificar suas ideias acerca do assunto, tanto na questão do ensino, avaliação dos conteúdos, como nas dificuldades que os alunos apresentam na visão do educador sobre os exercícios propostos, se o livro didático favorece o estudo no assunto, através de seus exercícios e explicações.

Segundo os professores, os alunos não estão conseguindo raciocinar de maneira coerente em relação a problemas do cotidiano e sentem dificuldades quanto a leitura e escrita de símbolos matemáticos, chegando a uma dificuldade maior nas operações mentais e na compreensão e interpretação de conceitos e problemas do cotidiano. A falta de organização e métodos de trabalho faz com que as habilidades e competências que deveriam ser adquiridas pelos alunos não aconteçam de acordo com os objetivos. Isso se deve também ao fato de que os primeiros anos de escolarização não foram bem trabalhados e que não haja a contextualização dos conteúdos para que o aluno consiga adquirir habilidades para o raciocínio lógico e resolução de problemas do cotidiano (ALMEIDA, 2006, p. 9).

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, A. L. de. **Ensinando e aprendendo Análise Combinatória com ênfase na comunicação matemática: um estudo de caso com o 2º ano do ensino médio**. 2010. 166p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.
- ALMEIDA, Cinthia Soares. **Dificuldades de aprendizagem em Matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área**. Trabalho de conclusão de curso de Matemática da Universidade Católica de Brasília – UCB, Brasília. p.13. 1º semestre de 2006.
- ANTUNES, L. R; DO Vale, M. B.; **Análise Combinatória na Escola Pública**. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - Centro de Ciências Sociais e Educação. Belém, UEPA, 2005. p.89.
- BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnologia. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/ SEF, 1998.
- ESTEVES, I. **Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do ensino fundamental**. São Paulo, 2000, 203f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Centro das Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2000.

GONÇALVES, R. R. S. **Uma abordagem alternativa para o ensino de Análise Combinatória no ensino médio**. 2014. 111p. Dissertação (Mestrado profissional Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

LOPES, J. de A. **Livro didático de matemática: Concepção seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em educação matemática**. São Paulo, 2000, 264f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2000.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da Aprendizagem componente do ato pedagógico**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Cortez, 2011.

PINHEIRO, C. A. M. **O Ensino de Análise Combinatória a partir de situações - problema**. 2008. 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2008.

SILVA, A. P. da. **Ensino-aprendizagem de Análise Combinatória através da resolução de problemas: um olhar para a sala de aula**. 2013. 92p. Dissertação de mestrado (Ensino de Ciências e Educação Matemática.) –Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2013.

STURM, W. **As possibilidades de um ensino de Análise Combinatória sob uma abordagem alternativa**. Campinas 1999, 94f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1999.



O DESEMPENHO DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM QUESTÕES DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Leonardo da Silva Rosas

Universidade do Estado do Pará – UEPA

professorleorosas19@hotmail.com

Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará – UEPA

2011malu.melo@gmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará – UEPA

pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo: Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo diagnosticar o desempenho de estudantes na resolução de questões envolvendo o assunto Análise Combinatória e verificar o grau de dificuldade que eles tiveram ao estudar esse conteúdo numa escola pública de Belém localizada no bairro do Telégrafo, com alunos do 2º ano do ensino médio. A produção das informações ocorreu nos meses de Janeiro e Fevereiro de 2016, com base nos resultados de uma consulta a 90 alunos por meio de questionário contendo questões acerca dos dados pessoais, do processo de como se realizou o ensino de Análise Combinatória e um teste com dez questões acerca do referido assunto. Após a sistematização dos resultados, a análise indica que o desempenho dos estudantes consultados na resolução de questões envolvendo conceitos relacionados à Análise Combinatória está muito aquém do desejável, que os alunos estão com dificuldades nos tópicos relacionados a esse assunto e que segundo eles, o ensino de análise combinatória, se deu partindo da definição seguida de exemplos e exercícios o que hoje em dia tem sido bastante criticado por estudiosos do assunto, mais que, de um modo geral, o panorama de ensino continua ainda o mesmo obtido em outros estudos.

Palavras-chave: Educação. Educação Matemática. Metodologia do Ensino de Análise Combinatória. Análise Combinatória.

1. Introdução

A avaliação é um instrumento fundamental para fornecer informações sobre como está se realizando o processo de ensino-aprendizagem como um todo, tanto no sentido de que o professor e a equipe escolar se conheçam e analisem os resultados de seu trabalho como para que cada aluno verifique seu desempenho. Assim, a avaliação não deve simplesmente focar o aluno, seu desempenho cognitivo e o acúmulo de conteúdo para classificá-lo. Além disso, ela deve ser essencialmente formativa, na medida em que cabe à avaliação subsidiar o trabalho pedagógico, redirecionando o processo de ensino-aprendizagem para sanar dificuldades, aperfeiçoando-o constantemente. Segundo Luckesi (2011, p. 296), “para realizarmos uma prática avaliativa, necessitamos de dados da realidade e, para obtê-los, necessitamos de instrumentos que ampliem nossa capacidade de observação da realidade”.

Com o repertório de erros cometidos mais frequentemente pelos alunos à disposição, servindo para interpretar os fatos, o professor, ao trabalhar determinados assuntos, saberá chamar a atenção para os pontos mais críticos e, com isso, diminuir a possibilidades de erros. Por isso vale a pena termos um diagnóstico de como o processo de ensino-aprendizado tem se realizado, assim como quais são as principais dificuldades vivenciadas pelos educandos e metodologias que estão sendo empregadas nos dias atuais. Pela sua própria história, a matemática mostra que foi construída em resposta a perguntas motivadas por problemas, sejam de ordem prática, sejam vinculados às outras ciências, ou ainda ligados à própria matemática. Dessa forma, entender o problema é da própria essência matemática, funcionando como um grande organizador do processo de aprendizagem, muitas vezes como o seu incentivador, articulador e construtor. Almeida revela que:

Atualmente o tema dificuldade no aprendizado em Matemática tem sido objeto de pesquisas, palestras, encontros, com o objetivo de descobrir as origens de tantos problemas no ensino. Algumas questões são recorrentes nestes debates e pesquisas, tais como: A deficiência está no próprio sistema de ensino? Os professores não estão conseguindo lidar com o processo? Os alunos não estariam desmotivados? O que leva o aluno a não conseguir aprender Matemática e/ou outras disciplinas? Além dessas, muitas outras questões vêm sendo levantadas a fim de buscar uma resposta e possíveis soluções para os problemas enfrentados atualmente na educação. (ALMEIDA, 2006, p.2)

Ser um professor hoje é muito mais do que ministrar aulas. É munir os alunos com o acesso ao saber historicamente produzido, levá-los a descobrir esse saber. É inseri-los no jogo das informações e ao mesmo tempo fornecer-lhes meios para que possam selecionar essas informações e realizar sua significação. É mostrar-lhes o mundo das ideias e também,

metaforicamente, quais bússolas devem usar para que a navegação deles seja proveitosa, repleta de descobertas e principalmente de realizações.

Os problemas de contagem são considerados por professores e alunos como difíceis, no ensino médio. Os tópicos associados ao ensino de Análise Combinatória, no ensino médio, estão recomendados nos documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), sendo este assunto uma importante ferramenta para o desenvolvimento do pensamento cognitivo do aluno e, por este motivo, em nossa opinião entende-se que é um assunto que deve ser bem trabalhado desde as séries iniciais, com técnicas que buscassem as quatro operações, introduzindo problemas que possam ser resolvidos com raciocínios simples sem o uso de fórmulas. Hoje em dia, a Análise Combinatória é estudada no 2º ano do ensino médio e, às vezes, no ensino fundamental. Assim,

[...] a escola tem um papel insubstituível quando se trata da formação das novas gerações para o enfrentamento das exigências postas pela sociedade contemporânea; o compromisso de reduzir a distância cada vez maior entre o formalismo da sala de aula e a cultura de base produzida no cotidiano deve ajudar os alunos a tornarem-se sujeitos pensantes, capazes de construir os elementos categoriais de compreensão e apropriação crítica da realidade (PINHEIRO, 2008, p. 12).

Outros estudos realizados, acerca de Análise Combinatória, vêm destacando a questão do ensino-aprendizagem, novas metodologias e procedimentos usuais ou desejados deste conteúdo. Entre eles temos Almeida (2010), Esteves (2000), Gonçalves (2014), Lopes (2000), Pinheiro (2008), onde encontramos os resultados de um estudo sobre o Ensino de Análise Combinatória a partir de situações-problema, com o objetivo de investigar se uma metodologia de ensino que teve como ponto de partida resoluções de problema facilitaria a introdução de conceitos básicos. O autor mostrou que a sequência didática empregada favoreceu ao desenvolvimento e a aprendizagem das técnicas básicas de contagem. Silva (2013), que desenvolveu uma pesquisa pedagógica referente ao ensino de Análise Combinatória por intermédio de resoluções de problemas; o autor procurou entender o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória por meio de observações durante sua prática em sala de aula. Para o autor, a resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem possibilita, no mínimo, uma formação crítica e questionadora, provocando a autonomia do aluno nesse processo. Contudo considera que estudos mais relevantes devem ser feitos na área que se dedica a ensinar tendo como ponto de partida situações-problema. A maioria dos autores destaca que o ensino de Análise Combinatória não deve se dar pelo método tradicional (começando pela definição, seguido de exemplos e exercícios), que é um problema

cultural de ensino, visto que já não está atendendo às necessidades de alunos e professores. Mas o que veremos na pesquisa é que esse processo ainda é bastante utilizado segundo os discentes. Sturm comenta que:

[...] o ensino de Análise Combinatória deve se dar através de situações-problema. As fórmulas devem aparecer em decorrência das experiências dos alunos na resolução de problemas, devem ser construídas e não ser o elemento de partida para o ensino de cada tema: Arranjo, Permutação e Combinação (STURM, 1999, p.3).

Assim, fica evidente que o processo educativo remete um esforço sistemático e contínuo para mudar as condições de aprendizagem, com a finalidade única de alcançar as metas educativas de forma mais eficaz.

Dentre os conteúdos matemáticos lecionados na educação, a Análise Combinatória, assunto requisitado no Ensino Médio e em alguns colégios no ensino fundamental, é uma das vertentes que mais apresenta dificuldades de ensino-aprendizagem. Durante nossa experiência profissional em sala de aula, pudemos perceber que o educando não assimila os processos que dizem respeito à percepção, não mostra interesse por questões que não fazem parte do seu dia a dia e, com isso, não consegue compreender o processo de contagem em sua total plenitude, ou seja, não constrói um conhecimento significativo. E

[...] um dos fatores responsáveis pela má qualidade de ensino é, sem dúvida alguma, a formação do professor. É possível dizer que a maioria dos profissionais que se formaram, ou estão se formando, não tem claro o papel da escola, os objetivos da aprendizagem, a razão dos conteúdos a serem trabalhados, enfim, não tem claro o seu próprio papel de educador. Como em muitas situações da vida, não tendo consciência do lugar onde se encontra e do que se deve fazer, segue-se o caminho que lhe é apresentado. No caso do professor, na maioria das vezes, este caminho é o livro didático (LOPES, 2000, p.12).

2. Metodologia

A pesquisa foi realizada por meio das seguintes etapas: elaboração do instrumento de consulta, avaliação do instrumento, produção das informações, sistematização dos resultados e análise dos resultados.

2.1. Elaboração do instrumento de consulta

Num primeiro momento, foi elaborado um formulário, no mês de janeiro de 2016, contendo questões acerca dos dados pessoais dos alunos, sobre a metodologia utilizada em sala de aula e questões envolvendo o assunto Análise Combinatória, onde procuramos selecionar os exercícios de modo que abrangessem a maior parte possível do conteúdo.

2.2. As questões propostas aos alunos foram:

1ª. No restaurante do colégio, são servidos 3 pratos principais e 4 sobremesas. Um cliente pode fazer uma refeição escolhendo um prato principal e uma sobremesa. Quantas refeições, formadas por um prato principal e uma sobremesa, o cliente pode formar?

2ª. Alguns celulares dispõem de uma senha de acesso aos dados do aparelho. Cada senha é uma sequência formada por 4 algarismos, escolhidos entre os 10 algarismos de 0 a 9. Com essas informações, qual é o maior número possível de senhas distintas que se pode criar em um desses aparelhos?

3ª. As permutações das letras da palavra **REMO** foram listadas em ordem alfabética, como se fossem palavras de quatro letras em um dicionário. Que palavra nessa lista é 6ª?

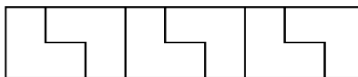
4ª. Para aumentar as chances de ganhar no sorteio da mega-sena da virada, um grupo de dez amigos se juntou e fez todos os jogos possíveis de seis “dezenas” diferentes, escolhidas dentre quinze “dezenas” distintas previamente escolhidas. Qual o total de jogos que foram realizados por este grupo de amigos?

5ª. Uma adolescente possui 5 cores diferentes de esmalte (verde, amarelo, azul, branco e vermelho) e quer escolher duas cores diferentes para pintar as unhas de suas mãos. Sabendo que essa adolescente não usa as cores vermelho e azul juntas, de quantas maneiras distintas ela pode escolher as duas cores?

6ª. Quantos anagramas podem ser formados com as letras da palavra **PAPAO**?

7ª. Segundo a Revista VEJA (11/01/2012), cinco habilidades fundamentais compõem a nova teoria da inteligência social: Comunicação; Empatia; Assertividade; Feedback e Auto apresentação. Dentre as habilidades que compõem a nova teoria da inteligência social, qual o número de possibilidades distintas em que o setor de Recursos Humanos de uma empresa pode eleger três dessas habilidades?

8ª. A figura seguinte, composta pela justaposição de 6 hexágonos não convexos, deve ser colorida com as cores **azul, vermelha, verde e amarela**.



- Qual é o número de maneiras distintas de executar essa pintura, de modo que dois hexágonos consecutivos não sejam coloridos com a mesma cor?

9ª. A escrita Braile para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caráter é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais. Por exemplo, a letra A é representada por



- O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braille é

10^a. No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.



- O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é...

2.3. Avaliação do instrumento

A avaliação do instrumento foi realizada por meio de uma análise do próprio instrumento, no mês de janeiro de 2016, por uma turma de estudantes do curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade do Estado do Pará, juntamente com a professora orientadora, que sugeriram modificações para aperfeiçoamento do questionário.

2.4. Produção das informações

A produção das informações ocorreu no mês de janeiro de 2016 e contou com a colaboração de 90 alunos do 2º ano do ensino médio, com uma turma do turno matutino e três turmas do turno vespertino, de uma escola estadual do município de Belém, localizada no bairro do Telegrafo. Por meio de um colega de profissão, entrou-se em contato com a direção da escola pedindo autorização para realizar a pesquisa e, no mesmo dia, aplicaram-se os questionários nas três turmas do período da tarde em que o colega ministrava aula. Como não se conseguiu um número significativo de alunos, precisou-se entrar em contato com o professor que ministrava aula no período da manhã, que nos cedeu uma turma para a pesquisa dois dias depois da nossa primeira visita à escola. Na aplicação dos questionários, houve a colaboração dos professores das turmas na organização e disciplina em classe, e a maioria dos alunos do período da tarde se mostraram interessados em participar da atividade investigativa;

já os alunos do período da manhã fizeram uma prova nos primeiros horários no dia da aplicação dos questionários e se demonstraram um pouco sem paciência em respondê-los.

2.5. Resultados e Análise de dados

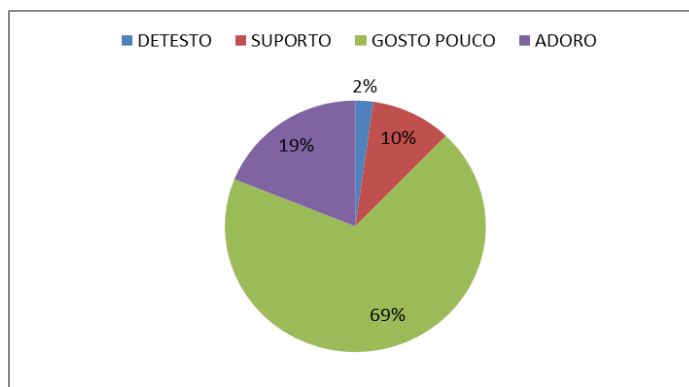
A sistematização dos resultados foi realizada por meio do tratamento das informações fornecidas pelos discentes consultados, que geraram quadros e gráficos, apresentados a seguir.

A análise dos resultados mostrou que, dos 90 alunos pesquisados, a maioria é do gênero masculino (72%), com idade de 14 a 27 anos e que um considerável grupo (37%) faz dependência em alguma disciplina.

Uma grande quantidade (69%) deles “gosta um pouco de estudar”, sendo que menos da metade dos 90 alunos recebem algum tipo de ajuda nos estudos. Quanto à frequência nos estudos, 1% afirmou que nunca estuda, enquanto 6% estuda todos os dias e a maioria (43%) estuda só no período de prova. Um dado interessante foi que um considerado número de estudantes sempre entende as explicações dadas pelos professores (28%), 58% quase sempre entendem, 14% entendem às vezes e nenhum aluno disse que fica sem entender em todos os momentos. Apesar dos alunos afirmarem ter um bom entendimento durante as aulas e de a maioria gostar de matemática, verificamos que eles encontraram dificuldades em resolver as atividades de Análise Combinatória. Hoje em dia, o conteúdo é pré-requisito para outros ramos da matemática como probabilidade, teoria dos números, topologia e etc., mas é defendida por discentes como uma matéria difícil de ser trabalhada frente aos docentes. Mas,

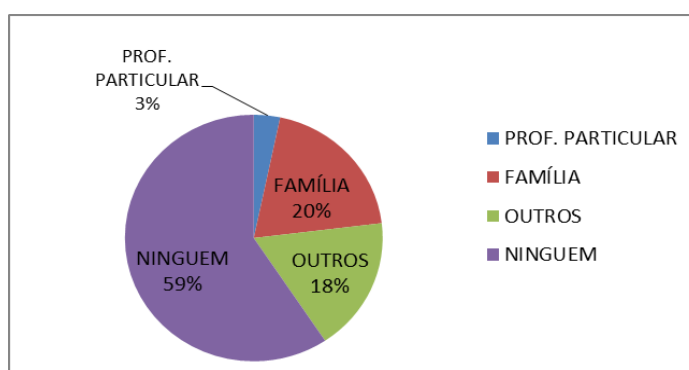
Falar de dificuldade em Matemática é simples quando dizem que se trata de uma disciplina complexa e que muitos não se identificam com ela. Mas essas dificuldades podem ocorrer não pelo nível de complexidade ou pelo fato de não gostar, mas por fatores mentais, psicológicos e pedagógicos que envolvem uma série de conceitos e trabalhos que precisam ser desenvolvidos ao se tratar de dificuldades em qualquer âmbito, como também em Matemática. (ALMEIDA, 2006, p.1)

Gráfico 1 – Gosto pela matemática



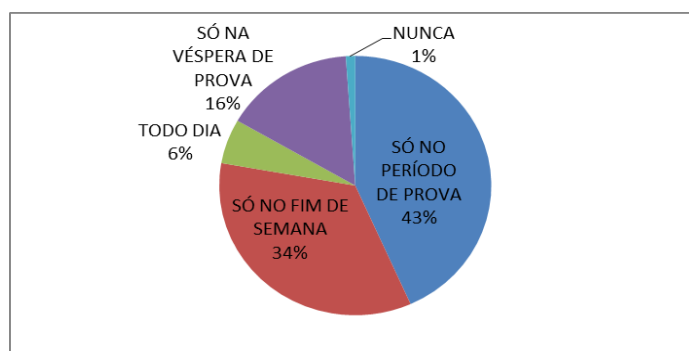
Fonte: Pesquisa de campo 2016

Gráfico 2 – Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?



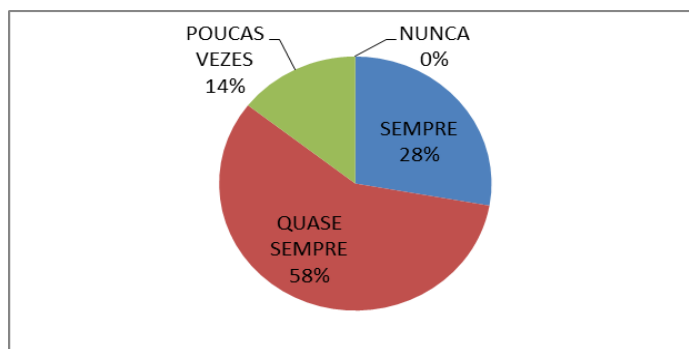
Fonte: Pesquisa de campo 2016.

Gráfico 3 - Com que frequência você costuma estudar matemática fora da escola?



Fonte: Pesquisa de campo 2016

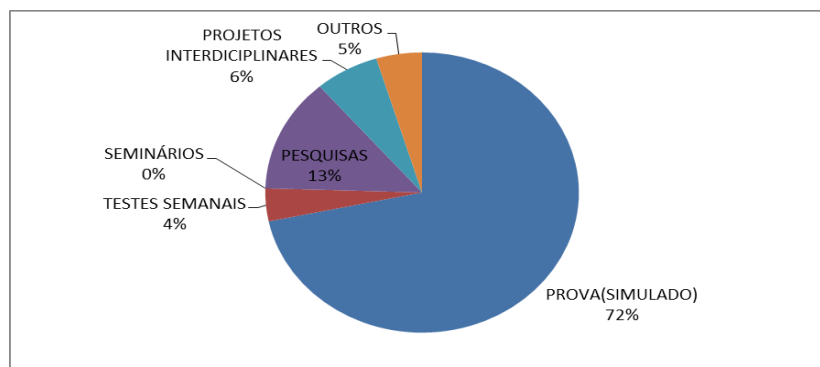
Gráfico 4 – Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática?



Fonte: Pesquisa de campo 2016

Sobre a pergunta que tratava de que maneira eles são avaliados em matemática, houve alunos que marcaram mais de uma alternativa e entendemos que algumas avaliações, por exemplo, são organizadas com provas e testes semanais. Por este motivo, os percentuais foram feitos em relação à quantidade de respostas dadas e revelou que a maioria (72%) são avaliados por provas, enquanto que seminários não faz parte do seu processo avaliativo.

Gráfico 5 - De que maneira você costuma ser avaliado em matemática? Através de



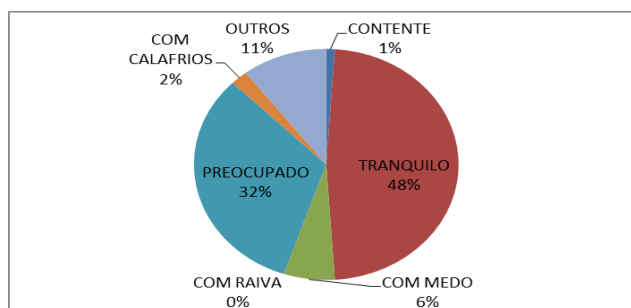
Fonte: Pesquisa de campo 2016

Quanto ao sentimento que eles têm diante de uma prova de matemática, aproximadamente a metade disse que se sente tranquilo, 1% se sente contente; já os outros sentimentos que mostram insegurança (calafrios, preocupação, raiva e medo), totalizaram 48% dos alunos, e 11% disseram que apresentam outros sentimentos. Os dados também revelaram que bem mais da metade dos estudantes tem a oportunidade de esclarecer as dúvidas (69%) e o restante disse que quase nunca ou pouco tem a mesma oportunidade. 90% dos discentes, confirmaram que o assunto Análise Combinatória foi visto no ensino médio e a grande maioria (82%) revelou que a metodologia de ensino mais empregada é a Tradicional

(começando pela definição seguida de exemplos e exercícios) e apenas 8% disseram que o professor começa com situações problemas para depois introduzir os assuntos, sendo esta última a metodologia mais indicada pelos últimos estudos nessa área. Segundo Esteves,

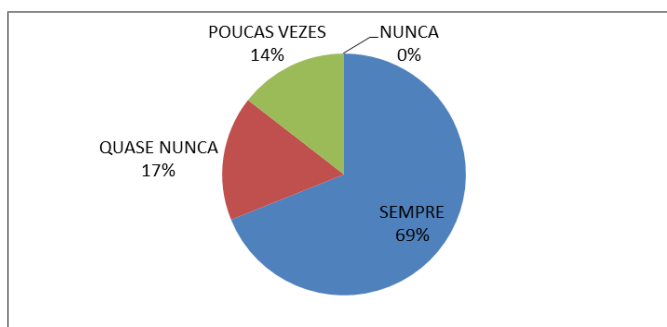
[...] queremos mostrar que a fórmula em si não é negativa nem contraproducente; ao contrário, ela representa uma compressão algorítmica que assegura uma economia cognitiva importante, desde que colocada no tempo certo. Para o conteúdo Análise Combinatória, quando não reforçamos a fórmula, acreditamos que estamos valorizando o uso da árvore de possibilidade, do método de tentativa e erro, do desenho e do princípio fundamental da contagem para um melhor desenvolvimento do raciocínio combinatório. Assim, a fórmula no papel deixa de ser apenas uma ferramenta para desenvolver os problemas de maneira mais econômica (ESTEVES, 2001, p.3).

Gráfico 6 - Como você se sente quando está diante de uma avaliação de matemática?



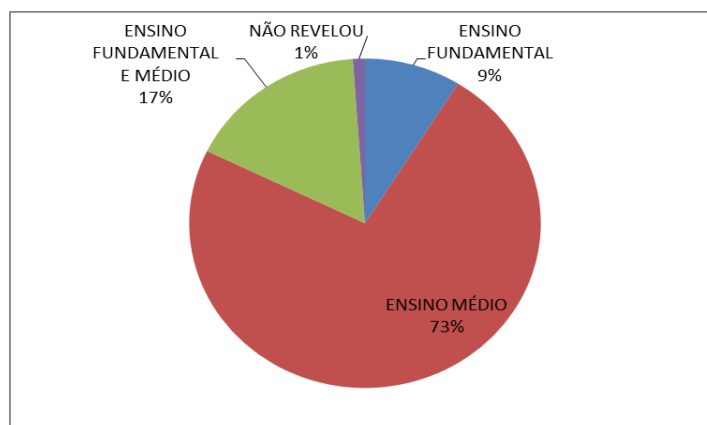
Fonte: Pesquisa de campo 2016.

Gráfico 7 - Em geral, nas aulas, os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas, verificando se aprenderam o conteúdo previsto na disciplina?



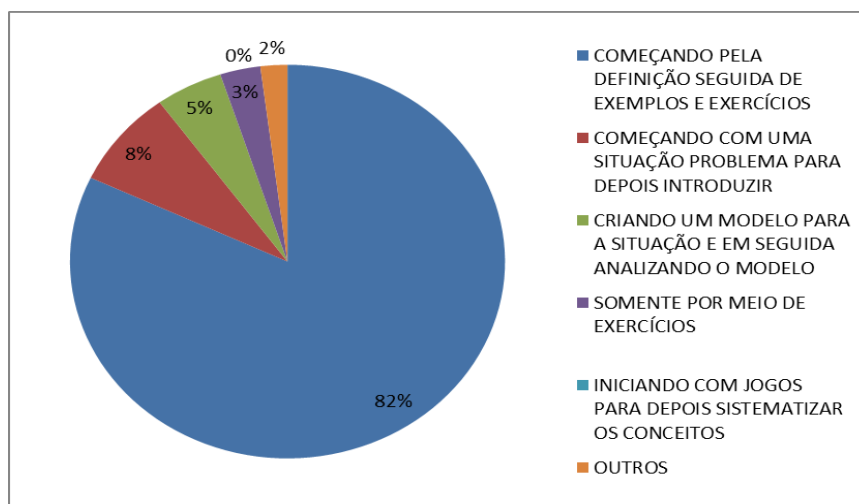
Fonte: Pesquisa de campo 2016.

Gráfico 8 - Nível que você estudou Análise Combinatória



Fonte: Pesquisa de campo 2016.

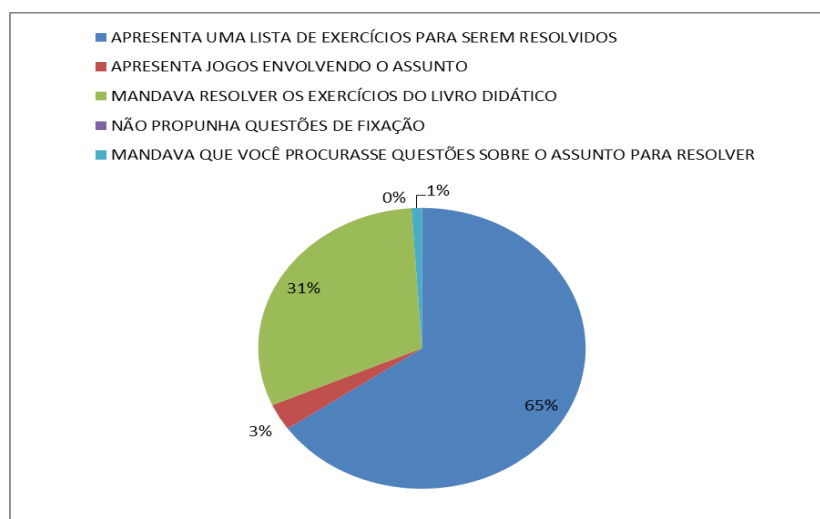
Gráfico 9 -Quando você estudou o assunto Análise Combinatória a maioria das aulas foram



Fonte: Pesquisa de campo 2016

Para fixar os conteúdos, geralmente se usa listas de exercícios e o segundo procedimento mais utilizado e o de resolver exercícios dos livros didáticos.

Gráfico 10 - Para fixar o conteúdo Análise Combinatória, o seu professor



Fonte: Pesquisa de campo 2016.

O quadro a seguir revela o desempenho dos estudantes na resolução dos exercícios propostos na pesquisa. Que foram corrigidas levando em consideração a seguinte categorização:

Acertou totalmente: quando houve uma resolução totalmente correta;

Acertou parcialmente: quando o aluno respondeu alguma coisa relacionada a resolução correta;

Errou: quando houve uma resolução totalmente incorreto;

Em branco: quando a questão não foi resolvida.

As categorias foram elaboradas pelos alunos da turma de estudantes do curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade do Estado do Pará, juntamente com a professora orientadora.

O quadro seguinte mostra que, com exceção da 1ª questão (na maioria dos casos foi resolvida pela árvore de possibilidades ou listagem organizada), em todas as outras houveram grandes dificuldades em se conseguir êxito nas resoluções ou pelo menos buscar um raciocínio combinatório (questões em branco). Visamos também observar estratégias de resolução usadas pelos alunos e identificar os erros cometidos, verificando as correções, podemos perceber que as questões que apresentavam resoluções erradas ou parcialmente certas, aconteceram dessa forma devido: interpretação errada quanto a que técnica utilizar (por exemplo: utilizaram arranjo simples, enquanto era combinação simples), não fizeram diferença quando os elementos eram para ser distintos ou não em suas escolhas, alguns tentaram fazer uso de fórmulas e se perderam entre elas, nas questões que poderiam ser resolvidas pelo Princípio Fundamental da Contagem (P.F.C.), sentiram dificuldades em

escolher o número de elementos em cada etapa, não fizeram diferença quando os elementos eram repetidos, entre outras. Fazer uma análise quanto aos erros dos estudantes, nos possibilita entender que lacunas devem estar sendo preenchidas ao ensinarmos o assunto Análise Combinatória, podendo assim identificar as possíveis causas dos erros e verificar se de fato os que acertaram foi por que tiveram entendimento do assunto.

Quadro 1 - Desempenho dos alunos nas questões propostas no teste.

	Totalmente certa	Parcialmente certa	Errada	Em branco
QUESTÃO 1	60%	0%	22%	18%
QUESTÃO 2	6%	0%	67%	27%
QUESTÃO 3	10%	5%	34%	51%
QUESTÃO 4	6%	1%	30%	63%
QUESTÃO 5	0%	10%	44%	46%
QUESTÃO 6	2%	2%	48%	48%
QUESTÃO 7	2%	1%	47%	50%
QUESTÃO 8	3%	1%	44%	53%
QUESTÃO 9	0%	0%	47%	53%
QUESTÃO 10	3%	0%	36%	61%

Fonte: Pesquisa de campo 2016

Atividades que estimulam o raciocínio e proporcione um aprendizado significativo, devem acontecer desde as séries iniciais, com problemas atrativos que favoreçam a criatividade e elaboração de estratégias. Deste modo,

Para que sejam amenizadas as dificuldades dos alunos e professores em relação ao processo de ensino aprendizagem é necessária que seja trabalhado com os alunos situações-problema que fazem parte da sua realidade, além de projetos que envolvam o desenvolvimento de hábitos de estudos, e o uso da criatividade, fazendo com que os indivíduos se tornem cidadãos participativos e atuantes na sociedade e na resolução de problemas do cotidiano. (ALMEIDA, 2006, p.10)

Assim,

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (PCN's, Matemática, 1998, p.40)

O quadro abaixo revela que tópicos os alunos lembravam-se de ter estudado do conteúdo Análise combinatória e qual foi o grau de dificuldade em cada tópico. Vale ressaltar que 6% dos alunos investigados deixaram a tabela toda em branco e houve alguns que se lembraram de ter estudados alguns tópicos mais não marcaram o grau de dificuldade (não opinaram sobre a dificuldade).

Quadro 2 - Tópico Estudado e Nível de Dificuldade em Análise Combinatória

	Que conteúdos você lembra ter estudado?		Muito Fácil	Fácil	Modera- do	Difícil	Muito difícil	Não opinaram sobre a dificuldade	Deixa- ram a tabela em branco
	SIM	NÃO							
Princípio Aditivo	54%	40%	8%	11%	30%	2%	1%	2%	6%
Princípio Fundamental da Contagem	68%	22%	7%	26%	33%	1%	1%	4%	6%
Definição de Fatorial	68%	24%	3%	21%	35%	6%	2%	3%	6%
Propriedade fundamental dos fatoriais	60%	34%	3%	12%	37%	6%	1%	1%	6%
Definição de Permutação Simples	70%	24%	7%	23%	33%	5%	1%	1%	6%
Cálculo de permutação simples	66%	28%	5%	18%	32%	7%	1%	3%	6%
Definição de Permutação com repetição	54%	40%	3%	14%	23%	10%	0%	4%	6%
Cálculo de permutação com repetição	52%	42%	1%	8%	27%	14%	0%	2%	6%
Definição de Permutação Circular	35%	59%	0%	7%	19%	4%	3%	2%	6%
Cálculo de permutação Circular	36%	58%	0%	9%	18%	4%	3%	2%	6%
Definição de Arranjo Simples	76%	18%	12%	23%	31%	6%	2%	2%	6%
Cálculo de Arranjo simples	75%	19%	9%	27%	30%	5%	1%	3%	6%
Definição de Combinação Simples	70%	24%	11%	20%	23%	6%	4%	6%	6%
Cálculo de combinação simples	72%	22%	7%	21%	33%	7%	2%	2%	6%
Distinção entre arranjo e combinação	67%	27%	11%	20%	23%	6%	4%	3%	6%
Situações-problemas sobre o Princípio Aditivo	47%	47%	1%	9%	22%	10%	5%	6%	6%
Situações-problemas sobre o Princípio Fundamental da Contagem	64%	30%	3%	17%	27%	8%	3%	6%	6%
Situações-problemas sobre Permutação Simples	58%	36%	2%	13%	30%	5%	4%	4%	6%
Situações-problemas sobre Permutação com repetição	45%	49%	2%	9%	20%	4%	7%	3%	6%
Situações-problemas sobre Permutação Circular	41%	53%	2%	5%	17%	8%	6%	3%	6%
Situações-problemas sobre Arranjo Simples	64%	30%	2%	17%	32%	8%	2%	3%	6%
Situações-problemas sobre Combinação Simples	69%	25%	5%	16%	34%	8%	3%	3%	6%

Fonte: Pesquisa de campo 2016.

O tópico que os estudantes menos se lembram de ter estudado foi permutação circular (35%), já os outros tópicos a maioria lembra-se de ter estudado. O nível de dificuldade que mais se destaca é o moderado, onde em todos os tópicos sempre esteve com maior relevância, na maioria das vezes com aproximadamente 30% dos educandos considerando esse nível de dificuldade. O que chama atenção é que pouco alunos consideram, de modo geral, os estudos em Análise Combinatória com difícil ou muito difícil. Por exemplo, no Cálculo de permutação simples, apenas 2% acham muito difícil; no Cálculo de Arranjo simples, apenas 3% acham muito difícil e no Cálculo de combinação simples apenas 2% acham muito difícil. O que poderia indicar que eles teriam um melhor aproveitamento nas resoluções das 10 questões propostas o que não aconteceu. Os docentes indicaram que os problemas de combinação simples (69%), Arranjo simples (64%) e princípio Fundamental da contagem (64%) são os que eles mais se lembram de ter estudado. Quanto às situações-problemas, de modo geral, entre 10% e 15% consideram as atividades como difícil ou muito difícil. O que não se refletiu no teste diagnóstico mostrado no QUADRO 1.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi realizar um estudo diagnóstico do desempenho de estudantes na resolução de questões envolvendo Análise Combinatória e verificar o grau de dificuldade que eles tiveram ao estudar esse conteúdo. Com a finalização do estudo, dos resultados é possível apresentar respostas às seguintes questões cruciais, que eram: Como está o desempenho de estudantes da 2ª série do ensino médio na resolução de questões envolvendo conceitos de Análise Combinatória? Como está o grau de dificuldade dos estudantes da 2ª série do ensino médio nos tópicos estudados Análise Combinatória?

A resposta à primeira questão é que o desempenho na resolução de questões envolvendo o conteúdo Análise Combinatória dos estudantes consultados está muito aquém do desejado. Isso pode ser verificado no QUADRO 1, onde se verifica muitos erros e questões deixadas em branco (sem resolução), por exemplo a questão 9 que poderia ser resolvida pelo P.F.C., foi totalmente “zerada” por todos os candidatos. Para maiores conclusões, deveremos continuar a pesquisar e analisar um número mais significativo de estudantes.

Para a segunda questão, a resposta é que pouco alunos sinalizaram que os estudos em Análise Combinatória foram difícil ou muito difícil. Mas a análise dos dados revelou que eles estão com dificuldade no conteúdo. A maioria só teve facilidade no primeiro exercício, que pode ser resolvida pelo método da árvore de possibilidades (onde 60% dos estudantes

conseguiram acertá-la, a maioria utilizando-se desse método), nas demais questões o número de acertos não passou de 15% e, em alguns casos, ninguém conseguiu acertar nada, como na 9ª questão (0% de acertos). Entretanto, a dificuldade dos alunos consultados não pode ser atribuída exclusivamente à metodologia adotada pelos docentes, pois, como vimos, 60% dos alunos estudam só quando as provas se aproximam, o que é um fator complicador no estudo de qualquer disciplina, principalmente em matemática.

Portanto, são necessários estudos que apontem, com maior profundidade e com uma amostra mais significativa, quais os fatores que estão ao alcance da estrutura escolar, para que o ensino de Análise Combinatória se torne mais eficiente e eficaz. Também fazer uma pesquisa junto aos professores da escola pública é relevante, para verificar suas ideias acerca do assunto, tanto na questão do ensino, avaliação dos conteúdos, como nas dificuldades que os alunos apresentam na visão do educador sobre os exercícios propostos, se o livro didático favorece o estudo no assunto, através de seus exercícios e explicações.

Segundo os professores, os alunos não estão conseguindo raciocinar de maneira coerente em relação a problemas do cotidiano e sentem dificuldades quanto a leitura e escrita de símbolos matemáticos, chegando a uma dificuldade maior nas operações mentais e na compreensão e interpretação de conceitos e problemas do cotidiano. A falta de organização e métodos de trabalho faz com que as habilidades e competências que deveriam ser adquiridas pelos alunos não aconteçam de acordo com os objetivos. Isso se deve também ao fato de que os primeiros anos de escolarização não foram bem trabalhados e que não haja a contextualização dos conteúdos para que o aluno consiga adquirir habilidades para o raciocínio lógico e resolução de problemas do cotidiano. (ALMEIDA, 2006, p. 9)

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. L. de. **Ensinando e aprendendo Análise Combinatória com ênfase na comunicação matemática: um estudo de caso com o 2º ano do ensino médio**. 2010. 166p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

ALMEIDA, Cinthia Soares. **Dificuldades de aprendizagem em Matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área**. Trabalho de conclusão de curso de Matemática da Universidade Católica de Brasília – UCB, Brasília. p.13. 1º semestre de 2006.

ANTUNES, L. R; DO Vale, M. B.; **Análise Combinatória na Escola Pública**. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - Centro de Ciências Sociais e Educação. Belém, UEPa, 2005. p. 89.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnologia. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/ SEF, 1998.

ESTEVES, I. **Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do ensino fundamental**. São Paulo, 2000, 203f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Centro das Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2000.

GONÇALVES, R. R. S. **Uma abordagem alternativa para o ensino de Análise Combinatória no ensino médio**. 2014. 111p. Dissertação (Mestrado profissional Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

LOPES, J. de A. **Livro didático de matemática: Concepção seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em educação matemática**. São Paulo, 2000, 264f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2000.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da Aprendizagem componente do ato pedagógico**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Cortez, 2011.

PINHEIRO, C. A. M. **O Ensino de Análise Combinatória a partir de situações - problema**. 2008. 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2008.

SILVA, A. P. da. **Ensino-aprendizagem de Análise Combinatória através da resolução de problemas: um olhar para a sala de aula**. 2013. 92p. Dissertação de mestrado (Ensino de Ciências e Educação Matemática.) –Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2013.

STURM, W. **As possibilidades de um ensino de Análise Combinatória sob uma abordagem alternativa**. Campinas 1999, 94f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1999.



O ENSINO DA DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS POR MEIO DE ATIVIDADES

Elise Cristina Pinheiro da Silva Pires

Secretaria de Educação do Pará

elisecpsp@hotmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO

O referido artigo trata da apresentação dos resultados de uma pesquisa que tem como finalidade elaborar, experimentar e analisar uma sequência didática, constituída de quatro atividades sobre a determinação da distância entre dois pontos conforme o ensino de matemática por atividades. Nessa pesquisa tivemos como procedimentos metodológicos a elaboração, execução e análise das atividades propostas. A experimentação ocorreu em uma escola pública no município de Belém, com alunos do terceiro ano do nível médio. Nesse processo, observamos que os alunos apresentaram alguns obstáculos de aprendizagem relacionados a conhecimentos prévios de matemática, no entanto conseguiram obter resultados satisfatórios, apontando a uma sequência didática relevante ao ensino e aprendizagem de matemática, uma vez que houve uma melhora de aproximadamente 70% em relação aos acertos, comparando Pré- e Pós-teste realizados durante a experimentação.

Palavras-chave: Distância entre dois pontos. Geometria Analítica. Matemática por atividades

1. Introdução

A geometria analítica plana é uma área do conhecimento matemático muito relevante aos estudantes, uma vez que, a noção analítica da geometria fornece subsídios para análise de situação cotidiana como por exemplo, localização de objetos no plano bidimensional, assim como, pode ser entendida como o instrumento de leitura da tecnologia que usufruímos. Logo,

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ- 1007 p. - ISBN 2558-7660

precisamos em relação ao ensino dessa geometria, proporcionar alternativas diferenciadas de propostas pedagógicas de atuação que possa facilitar o entendimento dos conceitos referentes a ela. Fossa (2012) sugeriu alternativas de ensino que proporcionou a construção do conhecimento pelo próprio estudante, apontando para situações-problema como a possibilidade de facilitar o processo de ensino e aprendizagem. Sá e Juca (2014) também assinalou para a necessidade de oferecer meios diferentes de ensino, ao mediar experiências didáticas baseadas no ensino de matemática por atividades, na intenção de proporcionar a construção do conhecimento pelo próprio aluno.

Pires e Sá (2015) apontaram em seu artigo, que tratou de uma revisão de estudos do ensino da geometria analítica plana, algumas alternativas diferenciadas que valorizam a interação reportada por Sá e Jucá (2014), dentre os quais destacamos, os trabalhos de Silva e Silva (2008), Pereira (2013) e Segura (2013). Silva e Silva (2008) sugeriu atividades de construção de conceitos geométricos, com o auxílio do software educacional (Kig/Linux), onde ofereceu tal alternativa na expectativa de formar um elo entre a educação e a tecnologia. Pereira (2013) experimentou atividades, por meio de uma maquete de um campo de futebol, simulando uma partida, onde trabalhou vários conceitos, incluindo a distância entre dois pontos de mesmas abscissas, de mesmas ordenadas e de coordenadas quaisquer e afirmou que estimulou o raciocínio lógico no momento de discutir a maneira de determinar a referida distância, embora tenha ocorrido dificuldades inicialmente, segundo a pesquisadora. Segura (2013), com auxílio do Geogebra, também sugeriu a possibilidade de relacionar, com sucesso, os conceitos geométricos, a tecnologia e a arte, por meio da reprodução de uma obra de arte abstracionista utilizando os recursos da geometria analítica e do software. Ao concordar com esses pesquisadores acerca do processo de construção do conhecimento do tema em questão, escolhemos como objeto dessa pesquisa, a noção de distância entre dois pontos, por considera-lo um dos conceitos essenciais da geometria analítica, principalmente quando estudamos as coordenadas do ponto médio, do baricentro de um triângulo e da equação da circunferência, a exemplo.

A partir dos estudos em destaque, optamos em elaborar, experimentar e analisar uma sequência didática baseada no ensino de matemática por atividades defendida por Sá (2009), no qual propõe atividades primando pela interação entre os alunos e o professor, valorizando o levantamento, testagem e socialização de hipóteses emergidas durante a execução da atividade. Assim, esse artigo apresentará os resultados da experimentação da sequência didática construída, destacando a elaboração, execução e análise das atividades propostas,

sendo um recorte da dissertação de Pires (2017) que tratou de uma experimentação de sequência didática relacionada a geometria analítica.

2. Procedimentos metodológicos da pesquisa

Essa pesquisa de natureza experimental ocorreu no mês de outubro de 2016, com 29 alunos do ensino médio em uma escola pública do município de Belém/Pa, onde 44% são do sexo feminino e 56%, masculino. Os procedimentos metodológicos dessa pesquisa englobam elaboração, experimentação e análise de uma sequência didática constituídas de atividades referentes a distância entre dois pontos, apoiadas nos estudos de Sá (2009) e Sá e Jucá (2014).

2.1 Elaboração das atividades

As atividades foram estruturadas a partir de procedimentos que conduz o aluno a observar dados, testar e levantar hipóteses, socializar e sistematizar informações, que geralmente é alguma propriedade matemática a ser trabalhada. Dessa forma, as referidas atividades contêm os seguintes elementos: título, objetivo, materiais necessários, procedimentos de execução da atividade, quadro do roteiro (um quadro composto por colunas para colocar informações que ajudarão o aluno a testar e levantar hipóteses), o espaço para as observações que os alunos construirão acerca das informações do quadro e o espaço às conclusões que os alunos desenvolverão, conforme suas observações. Como o lócus da pesquisa é uma escola que não possui laboratório de informática ativo, adaptamos algumas atividades da pesquisa de Silva e Silva (2008) utilizando recursos materiais de baixo custo e acessíveis aos alunos e professores que queiram utilizá-las em suas aulas. Logo, construímos três atividades de abordagem do conteúdo de distância entre dois pontos, assim como, dois testes (Pré-teste e Pós-teste) e uma lista de fixação do assunto abordado. A seguir as atividades elaboradas:

2.1.1 Atividade 1

Título: Distância entre dois pontos com as mesmas abscissas

Objetivo: Descobrir uma maneira de determinar a distância entre dois pontos que possuem as mesmas abscissas.

Material: roteiro da atividade, régua, papel A4, régua, caneta ou lápis.

Hora de Início da atividade: _____

Procedimentos:

Para cada par de pontos a seguir:

- Marque cada de par de pontos no plano cartesiano;
- Determine, em cm, a distância entre cada par de pontos;

Com os dados obtidos, preenche o quadro a seguir:

PARES DE PONTOS	ABSCISSA		ORDENADA		VARIAÇÃO DAS ABSCISSAS (ΔX)	VARIAÇÃO DAS ORDENADAS (ΔY)	DISTÂNCIA ENTRE OS PONTOS (D)
	1º ponto	2º ponto	1º ponto	2º ponto			
(1,1)							
(1,7)							
(2,3)							
(2,5)							
(5,6)							
(5,7)							
(-3,4)							
(-3,8)							
(-5,8)							
(-5,5)							
(-6,-8)							
(-6,-1)							
(-1,-2)							
(-1,-5)							
(2,-8)							
(2,-8)							
(5,-6)							
(5,-2)							
(1,-7)							
(1,-4)							

Observação:

Conclusão:

Fonte: Atividade elaborada por Pires e Sá (2016), adaptada de Silva e Silva (2008)

Para essa atividade esperávamos que os alunos verificassem que a distância entre os pontos de mesmas abscissas é igual a variação das ordenadas dos mesmos pontos.

2.1.2 Atividade 2

Título: Distância entre dois pontos com as mesmas ordenadas

Objetivo: Descobrir uma maneira de determinar analiticamente a distância entre dois pontos que possuem as mesmas ordenadas.

Material: Roteiro da atividade, régua, papel A4, régua, caneta ou lápis.

Procedimentos:

Para cada par de pontos a seguir:

- Marque cada de par de pontos no plano cartesiano;
- Determine, em cm, a distância entre cada par de pontos;

Com os dados obtidos, preenche o quadro a seguir:

PARES DE PONTOS	ABSCISSA		ORDENADA		VARIAÇÃO DAS ABSCISSAS (ΔX)	VARIAÇÃO DAS ORDENADAS (ΔY)	DISTÂNCIA ENTRE OS PONTOS (D)
	1º ponto	2º ponto	1º ponto	2º ponto			
(1,1)							
(7,1)							
(5,3)							
(8,3)							
(3,5)							
(4,5)							
(-2,1)							
(-4,1)							
(-4,3)							
(-8,3)							
(-5,-2)							
(-1,-2)							

(-6,-1)							
(-7,-1)							
(5,-3)							
(8,-3)							
(4,-1)							
(10,-1)							
(7,-8)							
(2,-8)							

Observação:

Conclusão:

Fonte: Atividade elaborada por Pires e Sá (2016), adaptada de Silva e Silva (2008)

Para essa atividade, esperávamos que os alunos percebessem que a distância entre pontos com as mesmas ordenadas é igual a variação das abscissas do mesmo ponto.

i. Atividade 3

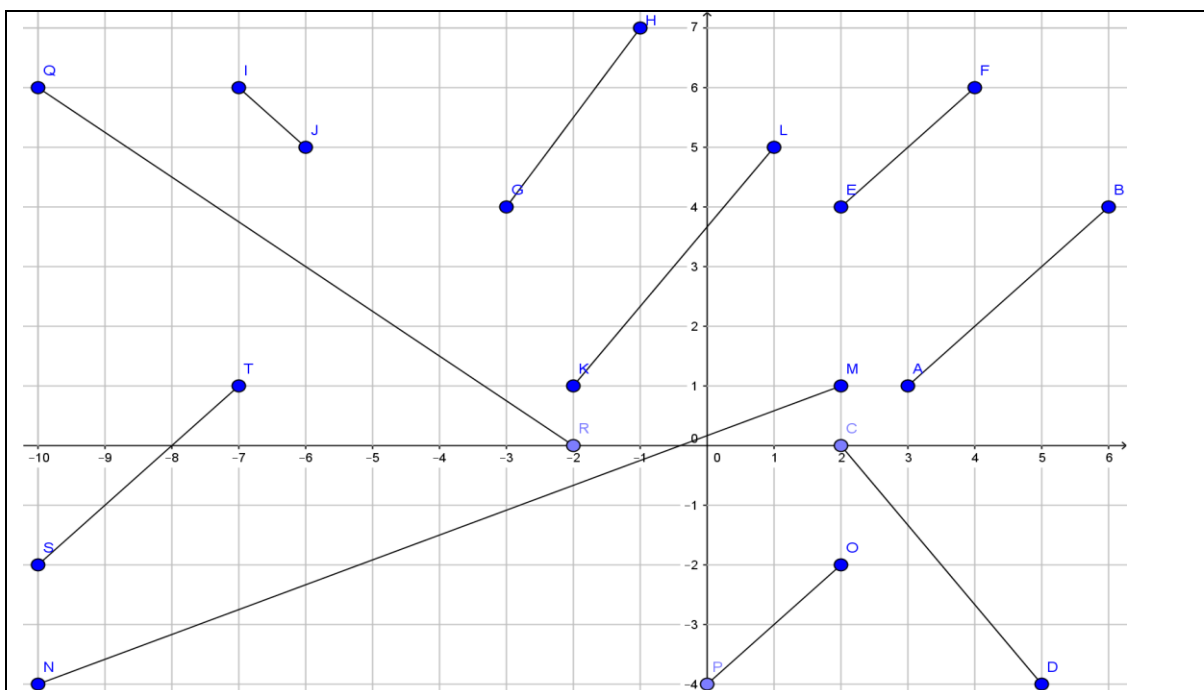
Título: Distância entre dois pontos quaisquer

Objetivo: Descobrir uma maneira de determinar a distância entre dois pontos quaisquer.

Material: Roteiro da atividade, caneta ou lápis, régua, calculadora (opcional).

Procedimentos:

Para cada par de pontos a seguir, que forma um segmento de reta em destaque:



- Determine a variação de X (ΔX);
 - Determine a variação de Y (ΔY);
 - Encontre a distância entre eles esses pontos (**d**), com o auxílio da régua, em cm;
 - Calcule o quadrado de (ΔX), (ΔY) e (**d**);
- ✓ Após os dados obtidos, preencha o quadro a seguir:

Coordenadas do Ponto		Coordenadas do Ponto		Variação de X (ΔX)	Variação de Y (ΔY)	Distância entre os pontos e (d)	$(\Delta X)^2$	$(\Delta Y)^2$	$(d)^2$
A		B							
C		D							
E		F							
G		H							
I		J							
K		L							
M		N							
O		P							
Q		R							
S		T							

Observação:
Conclusão:

Fonte: Atividade elaborada por Pires e Sá (2016), adaptada de Silva e Silva (2008)

Para essa atividade, esperávamos que os alunos observassem que a distância ao quadrado é aproximadamente a soma dos quadrados das variações de x e y . A partir disso, concluíssem que a distância entre dois pontos quaisquer é igual a raiz quadrada da soma dos quadrados das variações de x e y .

A atividade de fixação consistiu em uma lista de 9 questões, entre problemas diretamente numéricos e contextualizados, sobre o assunto abordado, na tentativa fornecer material de auxílio de estudo. As questões foram elaboradas e resolvidas em bloco de três questões com raciocínios similares, no qual uma, resolveríamos com os alunos para compartilhar algumas alternativas de estratégias de resolução, retomando as informações descoberta por eles nas atividades; a outra questão, o aluno resolveria em sala de aula com a nossa orientação para aperfeiçoar o que foi aprendido e deixamos aos alunos, a terceira questão de raciocínio parecido para ser resolvido em casa no intuito de fazer com que os alunos revisem o que foi apreendido de conhecimento nesse processo. Em relação a atividade de fixação, esperávamos que os alunos conseguissem resolver as questões, com o auxílio das atividades desenvolvidas nos encontros previstos.

2.2 Experimentação e Análise das atividades

A experimentação da sequência elaborada aconteceu em quatro encontros: a aplicação do questionário e o do pré-teste (1 aula); execução da atividade 1 e 2 (1 aula); execução da atividade 3 e a atividade de fixação (3 aulas); a realização do pós-teste (1 aula).

No primeiro encontro, aplicamos um questionário socioeconômico de caráter pessoal com a finalidade de ter um breve perfil da turma. Dentre as informações fornecidas pelos alunos, verificamos que as idades deles variam de 16 a 19 anos. Os alunos declararam gostar pouco de matemática, com 72%, enquanto 18% afirmaram gostar muito e 10%, não gostar de matemática. Em relação a frequência de estudo em matemática, 41% dos alunos declararam estudar matemática fora da escola alguns dias da semana, 7% estudam nos finais de semana, 20,5% estudam apenas no período ou véspera de prova, enquanto que 28% estudam somente em sala de aula e o restante não quis responder. Ao comparar com as pesquisas de Gomes (2013), Silva (2014) e Silva (2015), que fizeram consultas aos discentes do ensino médio do estado do Pará em relação a frequência de estudo, observamos que os índices de estudo em alguns dias na semana aumentaram, contudo somente nessa pesquisa foi detectada estudo

apenas em sala de aula e nenhuma ocorrência de alunos que estudam todos os dias. Em relação ao auxílio nas tarefas de casa, os participantes declararam que não tem ajuda (79%), enquanto que 21% dos alunos afirmaram que tem auxílio da família, amigos ou professor particular.

Além do questionário, aplicamos também um teste, que denominamos de pré-teste, para verificar se eles já possuíam algum conhecimento acerca do assunto tratado nessa pesquisa. Nesse pré-teste duas questões referente a distância entre dois pontos foram tratadas. A primeira solicitava a distância entre dois pontos dados no primeiro quadrante, no qual 7% dos alunos acertaram e 93% deixaram em branco. A segunda questão, retirada de uma prova de seleção a universidade de Campinas/SP (Unicamp, 2010), trouxe um problema de distância entre dois locais de uma determinada cidade, a partir da localização deles no plano cartesiano, exigindo prévio conhecimento de leitura de escala, onde 100% dos alunos a deixaram em branco.

No segundo encontro, desenvolvemos a atividade 1 cujo objetivo era descobrir uma maneira de determinar a distância entre dois pontos de mesmas abscissas. Os alunos, divididos em dupla, deveriam, a partir dos pares de pontos dados, identificar as abscissas e ordenadas de cada ponto, assim como, construir um plano cartesiano, que poderia ser feito no caderno ou na folha A4, utilizando como unidade o centímetro, e marcar os pontos dados. Após a construção do plano e marcação dos pontos, as duplas mediriam a distância entre tais pontos para preencher o quadro do roteiro da atividade. As duplas não demonstraram dificuldades em manipular a régua, no entanto, no momento de construir o plano cartesiano, confundiram abscissas com ordenadas, o que dificultou inicialmente o desenvolvimento da atividade, porém após uma breve revisão sobre os eixos cartesianos conseguimos sanar tais dificuldades. No quadro do roteiro dessa atividade, foram solicitadas as variações das abscissas e ordenadas, sendo que os alunos, inicialmente, não recordavam da nomenclatura “variação” e perguntaram sobre o significado de tal termo. Nesse momento, explicamos o sentido da variação entre dois valores de mesma grandeza. Ressaltamos que utilizamos os valores absolutos para representar as variações. Após o preenchimento do quadro do roteiro dessa atividade, as duplas fizeram suas observações e socializaram com a turma. Essas observações foram semelhantes a essa “a distância entre os pontos sempre igual a variação das ordenadas, quando $x_1=x_2$ ” (Aluno D15). Com isso, a maioria das duplas (67%) conseguiram alcançar a conclusão desejada, como a exemplo da dupla D15: “Dados dois

pontos: A (x_1, y_1) e B (x_2, y_2), onde $x_1 = x_2$. A distância entre os pontos será igual ao $|y_2 - y_1|$ ", e por isso consideramos que a atividade teve um bom rendimento.

Ainda nesse encontro realizamos a atividade 2 cuja finalidade era descobrir uma maneira de determinar analiticamente a distância entre dois pontos que possuam mesmas ordenadas. O procedimento de realização dela foi similar ao da atividade 1, o que proporcionou às duplas mais agilidade no processo de construção do plano cartesiano. Os alunos marcaram os pontos e preencheram o quadro do roteiro da atividade. Rapidamente, os alunos colocaram as informações nos seus respectivos quadros, observando que “Quando dois pontos possuem as mesmas ordenadas, a distância entre os pontos é igual a variação das abscissas e a variação das ordenadas é igual a zero” (Dupla D6). Uma dupla expressou a variação das abscissas como distância, sem explicar em que condições esse cálculo é válido, afirmando apenas que “A variação das abscissas é a distância entre os pontos AB” (dupla D5). Como a maioria das duplas (67%) alcançou suas conclusões adequadamente, de acordo com essa, “Dados dois pontos: A (x_1, y_1) e B(x_2, y_2), onde $y_1 = y_2$. A distância entre os pontos será igual ao $|x_2 - x_1|$ ” (Dupla D15), a consideramos com bom rendimento.

No terceiro encontro, desenvolvemos a atividade intitulada de “distância entre dois pontos quaisquer” com a finalidade de descobrir uma maneira de determinar a distância entre dois pontos quaisquer. Os alunos, divididos em duplas, tinham que encontrar a distância, com a ajuda da régua, entre pontos que formavam segmentos de retas colocados em um mesmo plano cartesiano dado na folha roteiro da atividade, encontrar a variação das abscissas e ordenadas, assim como, calcular o quadrado das variações de x, y e da distância encontrada. Ao apresentar a atividade, enfatizando seu objetivo, fizemos a primeira linha do quadro do roteiro da atividade, como exemplo para realização da atividade, e proporcionar mais agilidade no desenvolvimento dela, indicando uma linha para cada dupla preencher.

Os alunos utilizaram a régua para medir os segmentos entre os pontos do plano cartesiano e preencheram o quadro-roteiro dessa atividade. Durante o preenchimento do quadro, percebemos que aproximadamente 60% das duplas apresentavam dificuldades em identificar os pontos no plano cartesiano, logo orientamos dupla por dupla na tentativa de sanar essa dificuldade. As duplas que entenderam os procedimentos aritméticos da atividade auxiliaram seus colegas, reforçando onde localizava as abscissas e ordenadas, ajudaram com a manipulação da régua e no cálculo dos quadrados, o que permitiu uma interatividade maior entre eles. Em alguns casos, as distâncias baseadas na medição com a régua, resultaram valores não-inteiros, o que causou um pequeno obstáculo para observação, mas um aluno

participante sugeriu que houvesse um arredondamento dos valores ao quadrado para facilitar os cálculos e a visualização da relação que pretendíamos encontrar e os alunos assim fizeram. As duplas registraram observações como, a exemplo, “A soma de $(\Delta x)^2$ e $(\Delta y)^2$ é a mesma de d^2 ” (dupla D4) e “A distância entre dois pontos é obtida utilizando Pitágoras, onde os catetos são variações (Δx e Δy) e a hipotenusa é a distância” (Dupla D15), associando a distância ao teorema de Pitágoras, exceto uma dupla que embora tenha se expressado de forma adequada, não representou em sua escrita o que verbalizou, uma vez que a dupla escreve que “a distância ao quadrado é resultado das variações ao quadrado” (dupla D13). Após a socialização de suas observações com a turma, no momento da construção das conclusões, as duplas fizeram dois tipos de conclusões diferentes, uma expressando a distância na forma $d^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$ e a outra por meio da raiz quadrada das somas dos quadrados das variações. Todas as duplas conseguiram alcançar o objetivo almejado, o que foi um fator positivo a essa pesquisa. Em seguida, resolvemos a lista de questões, juntamente com os alunos. Durante o desenvolvimento das questões percebemos que os alunos não compreendiam a ideia de escala no plano cartesiano e tinham dificuldades em manipular as operações com números inteiros negativos, contudo a medida que entendiam os problemas e eram auxiliados na tentativa de sanar essas dificuldades, conseguiam superar esse obstáculo de aprendizagem e chegar em uma solução ao problema proposto.

O quarto encontro constituiu na realização do pós-teste, este semelhante ao pré-teste (realizado no primeiro encontro), para comparar seus resultados. O pós-teste aponta ao avanço de, aproximadamente 70% em relação aos acertos do pré-teste, como mostra o quadro 1, onde A representa os índices de acertos, E representa os índices de erros e B indica os índices de questão deixada em branco.

QUADRO 1: COMPARAÇÃO DO PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

DESCRIÇÃO DAS QUESTÕES DE DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS	A PRÉ-	A PÓS-	E PRÉ-	E PÓS-	B PRÉ-	B PÓS-
1. Os pontos estão no primeiro quadrante, informando suas coordenadas de modo direto.	7%	79%	0%	3%	93%	17%
2. Os pontos estão no primeiro quadrante, sendo representados por dois lugares colocados em um mapa (dada numa escala específica), informados de maneira contextualizada.	0%	69%	0%	7%	100%	24%

Fonte: pesquisa de campo (2016)

De acordo com o quadro 1, os índices de erros aumentaram, enquanto que os índices relacionados com as questões em branco diminuíram, indicando um fator positivo haja vista

que os alunos demonstraram mais segurança ao responder as questões propostas, e consequentemente, alguns erraram e outros acertaram, porém, os acertos foram superiores aos erros.

Ao comparar com as pesquisas de Segura (2013), Pereira (2013), verificamos que os resultados foram semelhantes, pois os alunos, de modo geral, conseguiram deduzir por meio da experimentação o que representa a distância entre dois pontos, assim como, os procedimentos aritméticos que os levaram a resolver problemas relacionados aos assuntos abordados.

3. Considerações Finais

A sequência didática relacionada a distância entre dois pontos nos proporcionou a possibilidade de experimentar maneiras diferenciadas de abordar os conteúdos matemáticos, fazendo com que o aluno construa seus conhecimentos, mesmo que de forma embrionária. Nessa pesquisa, percebemos que a maioria de nossos participantes não tem hábito de estudo diário, o que consideramos um fator preocupante uma vez que geralmente, conforme nossa experiência docente, os alunos que não estudam fora de sala de aula têm desempenho aquém do esperado, o que pode ter influenciado nos índices do pós-teste. Mas ainda assim, tivemos bons resultados visto que os índices de acertos foram superiores aos de erros e questões deixadas em branco.

Ao analisar as pesquisas referenciadas nesse artigo, observamos que os resultados foram similares, o que assumimos como um fator positivo, pois ao contrário dessas pesquisas, não tivemos o suporte tecnológico, como os softwares educacionais destacados, e mesmo nessa situação obtivemos resultados satisfatórios. Contudo, tivemos obstáculos que valem a pena ser mencionados, como a falta de conhecimento prévio de alguns conceitos, como o domínio das operações com os números inteiros negativos e a noção de escala no mapa. Tais ausências prejudicaram o desempenho de alguns alunos, mas que nos proporcionaram momentos de reflexão e se mostraram indicadores que apontaram a necessidade de elaboração de atividades que explorem de forma mais efetiva esses conteúdos para que os alunos possam alcançar melhores resultados.

De modo geral, ao observar os resultados das atividades realizadas, percebemos que a sequência proposta foi válida, pois possibilitou aos alunos uma melhora na habilidade de determinar a distância entre dois pontos, e aos professores, uma possibilidade de explorar de maneira alternativa, com baixo custo, um conteúdo muito útil no estudo da geometria analítica, assim como proporcionar um ponto de partida para elaboração de outras atividades

que possam fazer com que os alunos aprimorem sua rede de conhecimentos, como agente participante do processo de ensino e aprendizagem.

4. Referências

FOSSA, John. **Ensaio sobre a educação matemática**. 2ª edição. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

GOMES, Rosana P. **O ensino das relações trigonométricas no triângulo por atividades**. Dissertação do programa de pós-graduação em educação da Universidade do Estado do Pará. Belém/Pa, 2013.

PEREIRA, Ana Paula L. **Futebol: a geometria analítica no campo**. Dissertação do programa de pós-graduação profissional (PROFMAT) da Universidade Federal de São Carlos. São Carlos/SP: 2013

PIRES, Elise C. P. S. **O ensino da Geometria Analítica por meio de atividades**. Dissertação do programa de pós-graduação em educação da Universidade do Estado do Pará. Belém/Pa, 2017.

PIRES, Elise C.P.S; SÁ, Pedro F. Estudos sobre o ensino da geometria analítica. In: **X Encontro paraense de educação matemática**. PA: Belém, 2015.

SÁ, Pedro F. **Atividades para o ensino de matemática no nível fundamental**. Belém/Pa: Eduepa, 2009.

SÁ, Pedro F.; JUCÁ, Rosineide de S. **Matemática por atividades: experiências didáticas bem-sucedidas**. Petrópolis/RJ: Vozes, 2014.

SEGURA, Claudia S. C. **Releitura de obras de arte pelo viés da geometria analítica: uma proposta interdisciplinar para o ensino da matemática**. Dissertação do programa de mestrado profissional da Universidade Estadual de Londrina. Londrina/PR, 2013.

SILVA, Michelli P.; SILVA, Marcos B. **As novas tecnologias e o ensino da geometria analítica**. Trabalho de Conclusão de Curso de licenciatura em Matemática da Universidade da Amazônia. Belém/Pa, 2008.

SILVA, Silvio T.T. **O ensino das funções exponencial e logarítmica por atividades**. Dissertação de mestrado do programa de pós-graduação em educação da Universidade do Estado do Pará. Belém/Pa, 2014.

SILVA, Hugo C.M. da. **O ensino de matrizes a partir da resolução de problemas**. Dissertação de mestrado do programa de pós-graduação em educação da Universidade do Estado do Pará. Belém/Pa, 2015.



O ENSINO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA SEGUNDO ESTUDANTES

José Augusto Freitas de Menezes

Universidade do Estado do Pará

jfreitasmenezes@yahoo.com.br

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

Pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo

Este trabalho tem por objetivo apresentar um diagnóstico a respeito da prática docente para o ensino de funções exponencial e logarítmica e a opinião expressa pelos alunos em relação às dificuldades que os professores apresentam ao trabalhar esse assunto em sala de aula e suas metodologias de ensino. Trata-se de uma pesquisa de campo realizada com 100 alunos de uma escola da rede pública estadual de ensino localizada na periferia do município de Belém do Pará. A sistematização e a análise das informações nos permitem afirmar que os alunos apresentaram um grau de dificuldade elevado na matemática básica, sobretudo, nos estudos de potenciação, que é o conhecimento básico para aprender função exponencial e logarítmica. Desta forma esperamos contribuir para o processo de ensino aprendizagem e para a melhoria de nossa educação.

Palavras-chave: Função exponencial e logarítmica. Potenciação. Processo ensino-aprendizagem

1. INTRODUÇÃO

Muitas discussões e debates entre os trabalhadores da educação se faz presente, não somente no âmbito docente, mas também no meio discente sobre o ensino-aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas e suas aplicações, portanto têm sido motivo de inquietações de diferentes pesquisadores desse assunto.

Constantemente os professores de Matemática sobre tudo no assunto de funções exponenciais e logarítmicas são questionados sobre o processo de ensino-aprendizagem, ou seja, como os conceitos que são ensinados na escola. Questiona-se como se aprende

potenciação que é a base para se compreender funções exponenciais, como também se questiona de como se aprende a definição de logaritmos, sua origem, como surgiu e qual a sua contribuição para a ciência e que relação tem com a nossa vida cotidiana.

Diante do avanço científico e tecnológico da sociedade atual, procura-se resposta então de como a função exponencial e logarítmica está presente nos mais diversos ramos das ciências atuais. O estudo de logarítmicos, por exemplo, contribuem para determinar a idade aproximada de um fóssil encontrado na natureza, os abalos ocasionados por uma perturbação no solo de um determinado lugar ocasionando os chamados “terremotos”, portanto para se ter uma ideia de qual foi o grau de abalo de tremores de terra em um lugar, usa-se uma escala chamada “Escala Richter” cujos cálculos envolve o estudo de logarítmicos.

A escala Richter foi desenvolvida em 1935 por Charles Richer e Beno Gutenberg, no Califórnia Institute of Technology. Ela serve para avaliar a magnitude de um terremoto, de acordo com a energia liberada sob forma de ondas, medida por aparelhos chamados sismógrafos. (Iezzi, 2010, p.172)

O pH é uma escala usada em química para expressar o grau de acidez ou basicidade de uma solução aquosa. Os valores do pH variam de 0 a 14. Para o cálculo do pH usa-se expressão $pH = -\log[H^+]$ sendo $[H^+]$ a concentração de íons hidrogênio em mol/L. Percebe-se, portanto, que o aprendizado de exponencial e logarítmico é de suma importância para a compreensão dos fatos científicos que nos rodeiam dentro da nossa vida cotidiana.

2. OS CAMINHOS DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada por meio das seguintes etapas: **elaboração do instrumento de pesquisa, validação do instrumento, contato com a direção da escola, aplicação do instrumento, sistematização das informações e análise dos resultados.**

O instrumento de pesquisa foi um questionário construído com questões sobre dados pessoais, sobre o ensino de função exponencial e questões sobre o assunto. A validação do instrumento ocorreu por meio da avaliação do mesmo por 20 (vinte) professores de Matemática. O instrumento foi aplicado a uma turma do turno da manhã do 2º ano do ensino médio de uma escola da rede pública estadual do município de Belém do Pará, após a autorização inicial da direção da escola e autorização individual, por meio do termo de livre consentimento esclarecido, dos 100 alunos consultados do 2º ano.

A aplicação do questionário se deu no dia 16 de junho de 2016 na escola supracitada. Os alunos inicialmente ficaram tensos por pensarem que seriam submetidos a um teste avaliativo, mas após o esclarecimento de que a atividade não tinha caráter avaliativo e que a identidade dos participantes estava preservada a turma ficou tranquila e preencheu o questionário. A aplicação durou cerca de 50 minutos.

A presente investigação foi desenvolvida junto a 100 alunos, sendo 51 do sexo masculino, e o restante 49, do sexo feminino, com faixa etária entre 14 e 17 anos, no 2º ano do ensino médio de uma escola pública do município de Belém do Pará.

A sistematização das informações se deu por meio da tabulação das informações produzidas em uma planilha eletrônica devido a facilidade que as planilhas oferecem para o trabalho de análise das informações. Esta planilha foi dividida em 3 partes: a primeira parte tratava de informações pessoais, tais como idade, sexo, escolaridade dos responsáveis, hábitos de estudos e afinidade com Matemática. A segunda parte do questionário abordou a opinião dos informantes acerca do grau de dificuldade em aprender alguns tópicos de função exponencial e a terceira parte foi composta por 8 questões sobre equações e funções exponenciais, nos quais os discentes tiveram que resolver de maneira que considerasse conveniente.

Por meio desse instrumento, obtivemos as seguintes informações:

3. RESULTADOS E ANÁLISE:

A sistematização das informações obtidas com as questões sobre dados pessoais permitiu concluir que segundo os consultados 52% tinham idade de 15 a 16 anos, 43% tinham idade acima de 16 anos e 5% não informaram as suas idades, conforme o quadro 1 abaixo, vale ressaltar que eram alunos que cursavam o 2º ano do ensino médio de uma escola pública do município de Belém do Pará, e que, portanto, essas idades revelam que os pesquisados estão na faixa-etária adequada a série que estudam, já que atualmente os alunos iniciam os seus estudos no ensino básico com 6 anos, e chegam ao 2º ano nessa faixa de 15 a 17 anos.

Quadro 1 – Faixa etária dos discentes pesquisados

De 15 a 16 anos	52
De 17 em diante	43

Não informaram	5

Fonte: Pesquisa de campo (Junho, 2016)

As questões sobre os dados pessoais permitiu ainda concluir que segundo os consultados 86% têm seus pais como responsáveis, 5% são os seus avós, e o restante 10%, são os seus responsáveis. Estes resultados são bastante semelhantes com as pesquisas realizadas por Silva (2012), onde ele afirma em sua pesquisa que 52% dos entrevistados estavam na faixa etária de 14 a 16 anos.

3. RESPONSÁVEL PELO DISCENTE:

Quadro 2 - Responsável pelos Discentes

	Frequência absoluta	Frequência relativa
Pai	41	41%
Mãe	45	45%
Avô		
Avó	5	5%
Tio		
Tia	3	3%
Irmão		
Irmã	3	3%
Outros	1	1%
Não tem responsável	2	2%
Total	100	100%

Fonte: Pesquisa de campo (Junho 2016)

No que concerne ao questionamento sobre escolaridade dos responsáveis pelo grupo investigado identificou-se que a maioria 60% dos responsáveis de sexo masculino não concluiu o ensino médio, enquanto que 54% dos responsáveis de sexo feminino não concluiu o ensino fundamental.

Quadro 3 - Escolaridade dos responsáveis dos discentes consultados

Escolaridade	Frequência absoluta	Frequência relativa
Fundamental Incompleto	18	18%

Fundamental Completo	27	27%
Médio Incompleto	41	41%
Médio Completo	6	6%
Ensino Superior	2	2%
Não respondeu	6	6%

Fonte: Pesquisa de campo (Junho 2016)

Quando questionado sobre em qual tipo de escola os alunos entrevistados estudaram o ensino fundamental concluímos que 60% estudou em rede estadual de ensino, 30% na rede municipal, e o restante 10%, na rede particular. Ao se questionar sobre a ocupação dos alunos, foi possível constatar que do total de alunos investigados 90% não tem ocupação remunerada, ou seja, não trabalham. Quando questionados sobre ocupações em alguns cursos fora do seu ambiente escolar, percebemos pelos investigados que 40% deles fazem algum tipo de curso paralelo ao escolar em outros horários, enquanto que o restante 60%, não fazem qualquer de curso.

Quando comparamos com o resultado de Silva (2012) sobre que tipo de escola os entrevistados tinham estudado, o resultado da sua pesquisa revelou que 90% estudavam em escola pública, estadual ou municipal, e o restante 10%, em escola privada.

No que diz respeito ao gosto pela disciplina Matemática, 30% dos investigados indicaram gostar muito pouco desta disciplina, 40% disseram gostar pouco, 10% disseram gostar de matemática outros 20% disseram gostar muito da disciplina.

Quando perguntamos sobre quantos dos investigados estava repetindo a série (2º ano), apenas 10% disseram sim, os restantes 90%, disseram, não. Ao serem questionados sobre as dificuldades que eles apresentam no que diz respeito ao aprendizado na disciplina Matemática, os resultados foram os seguintes, 60% disseram ter muita dificuldades para aprender Matemática, 30% disseram ter dificuldades, e os outros 10% disseram ter facilidade para absorver bem a disciplina. No tocante a distração nas aulas de Matemática, 30% disseram prestar muita atenção nas aulas de Matemática, 40% disseram prestar pouca atenção, e os outros 30% disseram dar toda atenção às aulas de Matemática.

Quando se perguntou se o aluno tem costume de estudar Matemática fora do ambiente escolar, os resultados indicaram que 30% disseram que só estudam em período de prova, 60% estudam somente na véspera da prova, 5% revelaram estudar só nos finais de

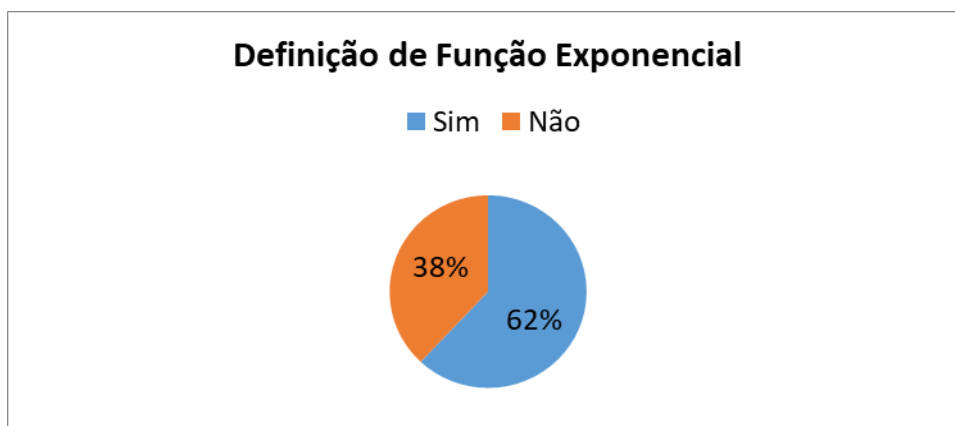
semana, e os outros 5% disseram estudar alguns dias da semana. No que concerne ao questionamento sobre quem prestava algum tipo de ajuda nas tarefas extraclasse de matemática, 10% disseram ter ajuda de professor particular, 10% disseram ter ajuda de pai ou mãe, 5% revelaram ter ajuda de amigos, outros 75% indicaram que não tem ajuda de ninguém nas tarefas de matemática extraclasse.

No Trabalho de Silva (2012) quanto à dificuldade e o período de estudo da disciplina fora da escola:

[...] a maioria dos alunos, 61%, declaram ter “muita” dificuldade em aprender matemática, destes, 52% estudam “alguns dias da semana”, sem ajuda de ninguém, 31% estudam apenas em período de provas, 9% só na “véspera da prova”. Enquanto que 50% dos alunos tem “um pouco” de dificuldade em aprender matemática, desses 44% estudam apenas “no período de provas” com ajuda de parentes ou amigos. Apenas 9% afirmam “não” ter essa dificuldade. (SILVA 2012, p.76)

Quando perguntamos aos investigados quanto à definição de função exponencial, quantos se lembravam da definição, o quadro abaixo revela o resultado obtido na pesquisa.

Gráfico 4 – Definição de função exponencial



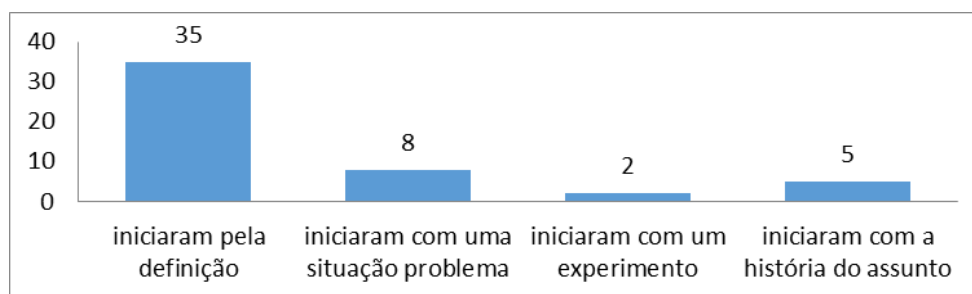
Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Quando perguntamos sobre o início das aulas de função exponencial, a maioria das aulas:

- I. Iniciaram pela definição
- II. Iniciaram com uma situação problema
- III. Iniciaram com um experimento
- IV. Iniciaram com a história do assunto

O resultado da pesquisa está disposto no quadro abaixo:

Gráfico 5 – Como os docentes iniciam a definição de função exponencial e logarítmica segundo os discentes



Fonte: Pesquisa de campo (Junho 2016)

O quadro revela que 70% dos entrevistados tiveram o início das suas aulas com a definição do assunto, 16% iniciaram suas aulas com uma situação problema, apenas 4% iniciaram com um experimento, enquanto que os outros 10% iniciaram com a história do assunto. Estes resultados mostraram uma distância com os consultados de Silva (2012). A maioria 53% dos alunos, afirmam que os professores “iniciam pela definição seguida de exemplos e exercícios” (SILVA, 2012 p.79)

Ao perguntarmos que tipo de metodologia o professor utilizava para fixar o conteúdo de função exponencial, além do aprendizado dos exercícios, o quadro abaixo revela os resultados da pesquisa:

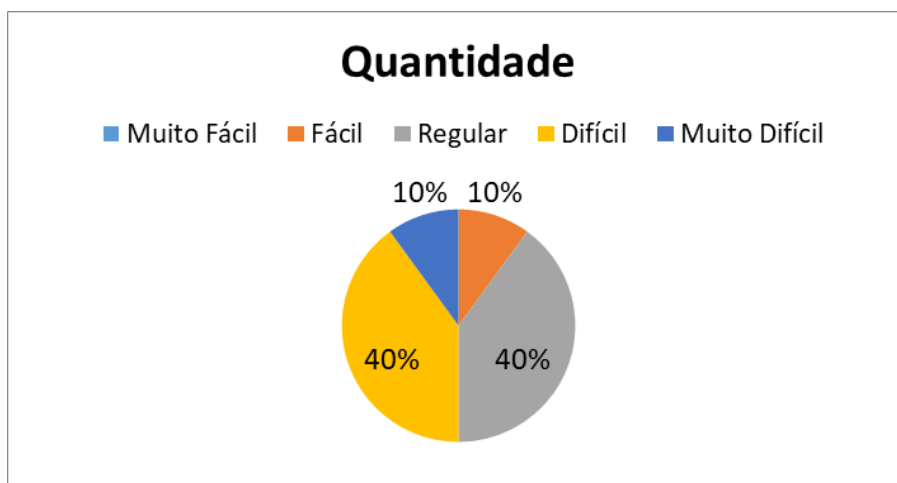
3.1. PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA

Quando questionados sobre lembrarem-se da definição de função exponencial e logarítmica os resultados foram o seguinte: 32% responderam lembrar dos assuntos citados, enquanto que os outros 68% disseram não lembrar desses assuntos. Concernente ao conteúdo e propriedades de exponencial e logarítmico 20% responderam que lembravam, e os outros 80% disseram não lembrar dos conteúdos e propriedades. Quanto ao estudo dos gráficos das funções exponenciais e logarítmicas, 18% disseram lembrar do assunto e os outros 82% afirmaram não lembrar.

Perguntou-se aos alunos sobre analisar o gráfico das funções exponenciais e logarítmicas obteve-se o seguinte resultado, 15% disseram saber interpretar o gráfico e o restante não lembrava do gráfico das funções exponenciais e logarítmicas.

Foram obtidas informações por meio dos depoimentos dos alunos relativos à avaliação que eles tinham sobre o ensino de função exponencial e logarítmica quanto a sua facilidade ou dificuldade declarando com poucas palavras seus sentimentos: Muito fácil, Fácil, Regular, Difícil ou Muito difícil, obtemos o gráfico abaixo:

Gráfico 8 – Resultado dos alunos sobre facilidade ou dificuldade em função exponencial e logarítmica:



Fonte: pesquisa de campo (Junho 2016)

Vemos, portanto, que 10% afirmam que o ensino aprendido de funções exponenciais e logarítmicas é muito difícil, 10% afirmam que é fácil 40% dizem ser difícil, e os outros 40% afirmam ser regular, quanto ao muito fácil não houve manifestação. Na pesquisa realizada por Silva (2012) 61% dos alunos disseram que compreender função exponencial e logarítmica é muito difícil, 30% achavam tais conteúdos um pouco difícil.

Quadro 4 – Estudo sistemático da função exponencial conforme os discentes

	LEMBRA DE TER ESTUDADO			
	SIM	%	NÃO	%
1.1-Definição da função exponencial	70	70%	30	30%
1.2-Gráfico da Função Exponencial	70	70%	30	30%
1.3-Dominínio e Imagem da Função Exponencial	45	45%	55	55%
1.4-Equação do tipo $2^x = 64$	65	65%	35	35%
1.5-Equação do tipo $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x-3} = 128$	57	57%	43	43%
1.6-Equação do tipo $4^{2x} + 5.4^x + 6 = 0$	58	58%	42	42%

1.7-Situações-problemas em que é fornecida a função, e lhe é pedido o registro gráfico	28	28%	72	72%
1.8-Situações-problemas em que é fornecido o gráfico, e lhe é pedido o registro algébrico	58	58%	42	42%
1.9-Situação-problema em que são fornecidos variáveis para que seja construído os registros algébricos e gráficos	40	40%	60	60%

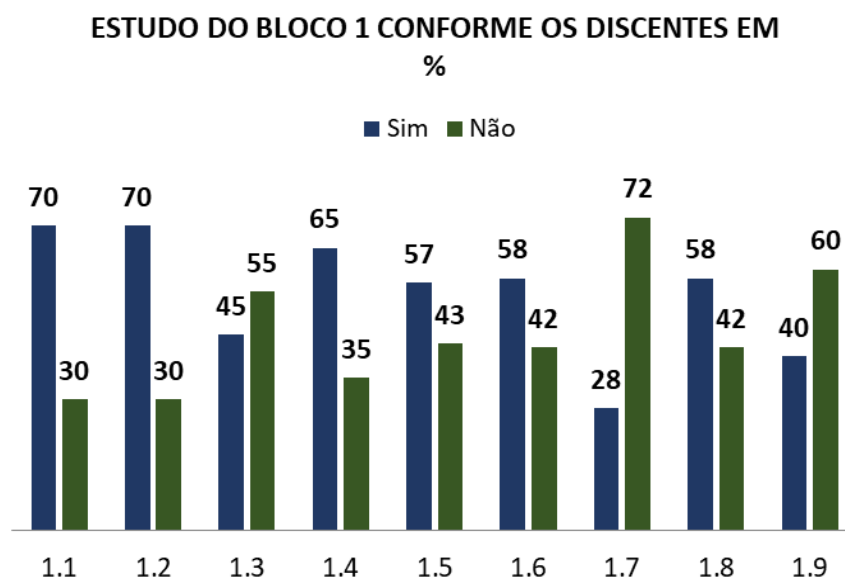
Fonte: Pesquisa de campo (2016)

A pesquisa revela que embora 70% dos alunos revelam ter lembrado a definição de função exponencial tal como o gráfico da função, chama atenção dos mesmos não se lembrarem de como se constitui o domínio e a imagem, pois pelo gráfico fica mais evidente e claro o comportamento da função no tocante a parte de domínio e imagem. Vemos também que quando se trata da equação exponencial, o percentual cai, pois 65% declararam lembrar-se desse estilo de equação o que é preocupante, pois trabalhar potenciação, que é a base das equações exponenciais, é visto ainda no 9º ano do Ensino Fundamental II, o que facilita a visão do aluno sobre um comportamento exponencial.

À medida que buscamos conhecer um pouco mais sobre o conhecimento na parte que envolve os problemas relacionados a um comportamento exponencial, esse número cai mais ainda, pois somente 28% revelaram lembrar desse tipo de assunto, não podemos, de algum modo, concluir se o docente trabalhou os problemas com comportamento exponencial, pois no gráfico 5, temos a informação dos discentes que apenas 8% dos docentes iniciam o estudo da Função Exponencial por uma situação problema, ou pode ser que o docente veja essa situação no decorrer das aulas.

O gráfico 9 - mostra as porcentagens referentes aos itens do Quadro 4, no qual aponta que um pouco mais da metade declararam lembrar de ter estudado equação exponencial.

Gráfico 9 – Grau de dificuldades para aprender função exponencial segundo discentes



Fonte: Pesquisa de campo (Junho 2016)

Consideraremos que as iniciais MF (Muito Fácil), F (Fácil), R (Regular), D (Difícil) e MD (Muito Difícil) serão utilizados para todos os quadros dessa natureza conforme o quadro 5.

Quadro 5 – Grau de dificuldade para aprender conforme os discentes

	MF	F	R	D	MD	NR	TOTAL
1.1- Definição da Função Exponencial	16	4	45	12	13	10	100
1.2- Gráfico da Função Exponencial	5	16	34	17	25	3	100
1.3- Domínio e Imagem	4	9	35	20	30	2	100
1.4- Equação do tipo $2^x = 64$	8	20	30	25	16	1	100
1.5- Equação do tipo $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x-3} = 128$	5	10	30	20	30	5	100
1.6- Equação do tipo $4^{2x} + 5 \cdot 4^x + 6 = 0$	2	15	30	20	31	2	100
1.7- Situações-problema em que é fornecida a função e é pedido o gráfico	1	5	30	35	28	1	100
1.8- Situações-problemas em que é fornecido o gráfico e pede o registro algébrico	3	5	25	20	45	2	100
1.9 – Situações problemas em que são fornecidos as variáveis para construir o gráfico e os registros algébricos	1	2	40	35	21	1	100

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

De acordo com o quadro 5 e o gráfico 10, embora 16% revelaram ser muito fácil a definição de Função Exponencial, tivemos 25% dos declarantes que acharam a definição difícil ou muito difícil, o que nos permiti concluir que se a definição é difícil ou muito difícil, então o processo de ensino aprendizagem fica comprometida uma vez que a definição do assunto não ficou bem compreendido, observamos que no decorrer do processo do assunto a medida que vai aprofundando o percentual vai caindo, observamos que a medida que as equações ficam um pouco mais exigente de habilidades matemáticas o percentual fica menor, como mostra o gráfico 10 referente ao quadro 5, apenas 5% acham a equação do tipo $2^x = 64$ muito fácil, e quanto avaliamos a equação do tipo $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x-3} = 128$ esse percentual fica em torno de 2% apenas.

A sistematização dos resultados referentes a resolução das questões propostas está expresso no quadro abaixo:

Resultado do pré-teste

Quadro 6 – As questões propostas para os discentes

Questões	Erraram	Parcialmente correto	Correto	Em branco
	Porcentagem	Porcentagem	Porcentagem	Porcentagem
1ª	60	24	6	10
2ª	58	18	5	19
3ª	70	6	5	19
4ª	70	12	8	10
5ª	84	8	4	4

Fonte: Análise do pré-teste

O baixo rendimento dos alunos na resolução das questões propostas no pré-teste pode ser atribuído ao fato dos mesmos não se lembrarem do conteúdo do assunto analisado nessa pesquisa. Também podemos citar outro fator que pode contribuir para o baixo rendimento é a falta de uma sistematização do conteúdo trabalhado obedecendo um cronograma bem elaborado. Em (LUCKESY 2011) diz, que quando os conteúdos constituintes de um instrumento são fragmentados e apresentados em vários locais do mesmo,

não ajudam o educando a formular uma sistematização para si mesmo dos conteúdos estudados.

A distribuição aleatória e embaralhada das questões e situações-problema, tal como por vezes é sugerida em orientações sobre construção de instrumentos, serve somente para confundir o educando. Esse embaralhamento tem sido utilizado em nossos exames escolares, porém não é proveitoso do ponto de vista da aprendizagem. (LUCKESI, 2011, p. 364-365)

3.2. Aplicação do pré-teste

Após a aplicação do questionário, os alunos foram submetidos a um teste envolvendo o assunto do questionário, as questões eram subjetivas, e também apresentavam alternativas onde o aluno poderia marcar a alternativa correspondente ao seu resultado.

Quadro 7 – Resultado do pré-teste aplicado aos alunos

	Frequência absoluta	Frequência relativa
Erraram	68	68%
Acertaram	10	10%
Não responderam	22	22%

Fonte: Pesquisa de campo (2016)

Conforme os resultados obtidos do questionário quando afirmaram que 68% não lembravam do assunto acompanhado dos 40% terem afirmado que o assunto funções exponenciais e logarítmicas são difíceis, então é natural que 68% erraram o problema, outros 22% deixaram o problema em branco, e apenas 10% acertaram o problema.

Ainda observamos que o problema expõe um gráfico onde os alunos teriam que fazer uma leitura exigindo de cada um deles habilidade em fazer uma relação entre duas variáveis, coordenadas y (espessura da obsidiana) em relação às coordenadas x (o tempo que se levou para ganhar a espessura). O uso da ideia de função partiu da concepção de funcionalidade, sempre presentes nas tabelas e gráficos formuladas por astrônomos babilônios ou também em formas geométricas.

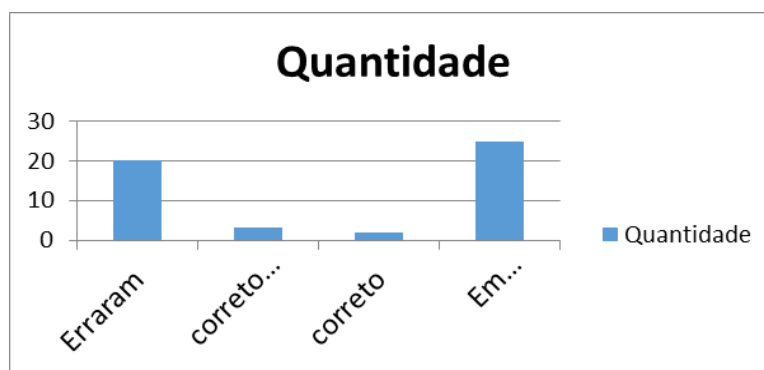
Para (REGO, 2000), O conceito de função tornou-se independente da ideia de expressão algébrica enquanto se estuda a necessidade de serem estabelecidas diferentes classes de funções.

Para Kleiner(1837) Y é uma função de uma variável x, definida no intervalo $a < x < b$, se para cada valor da variável x, nesse intervalo, corresponde um valor definido

da variável y , sendo irrelevante o modo como esta correspondência é estabelecida. (KLEINER, 1989 *apud* REGO, 2000).

A tabela abaixo mostra como foi o desempenho dos alunos para solucionar um problema envolvendo propriedades e conhecimento de função exponencial

Gráfico 10 – Desempenho dos alunos para solucionar problemas envolvendo função exponencial



Fonte: Pesquisa de campo (Junho 2016)

Vemos que 30% dos alunos deixaram o problema em branco, 20% erraram o problema, 10% acertaram parcialmente e apenas 5% chegaram a solucionar de maneira correta o problema. Percebemos durante a correção que muitos alunos tinham dificuldade para trabalhar com a matemática básica do tipo, adição subtração, e, portanto não souberam desenvolver a potenciação que é a base da função exponencial.

Em D'AMBRÓSIO (1989) vemos que a típica aula de Matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julgar importante.

O aluno, por sua vez cópia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor, mas não apresenta outro mecanismo ou metodologia para desenvolver ou despertar no educando o auto aprendizado da Matemática iniciais.

Percebemos que os resultados na atividade 3 somente 4% dos alunos que foram submetidos ao teste apresentaram a solução de modo correto. Em MACHADO (2002) levanta e propõe que a metodologia do docente tem relação direta com o trabalho docente realizado em sala de aula.

A atividade 4 apenas aborda as primeiras ideias de função exponencial, e observamos que 20% apenas tem o conhecimento básico de função exponencial, enquanto que a maioria 80% , não tem o conhecimento básico do assunto.

Quadro 4 – Resultado sobre as primeiras ideias sobre função exponencial

Quadro 4	
Erraram	53
Acertaram	13
Não responderam	34

Fonte: Pesquisa de Campo (Junho 2016)

4. Considerações finais

O objetivo desta experiência foi procurar compreender as dificuldades enfrentadas pelos educandos no ensino aprendizagem em funções exponenciais e logarítmicas e suas aplicações.

Os resultados obtidos indicam que o ensino de função exponencial e logarítmica ainda está distante de uma verdadeira compreensão sobre o seu conteúdo quando analisamos os aspectos da definição, o seu histórico, e do que se trata o assunto e sua importância nas aplicações em outras áreas da ciência para contribuir com um melhor aprendizado.

O ensino-aprendizagem de potenciação está sendo trabalhado em sala de aula de forma muito superficial, e ainda, sem a devida importância que ela representa, uma vez, o ensino de potenciação tem uma relação direta com função exponencial, pois os alunos apresentaram dificuldades extremas para fazer cálculos que envolviam potenciação.

5. REFERÊNCIAS

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989.

IEZZI, Gelson. **Matemática ciências e aplicações**. São Paulo. 2010

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem componente do ato pedagógico**. 1.ed.-São Paulo: Cortez, 2011

MACHADO, Sílvia Dias. **Educação Matemática: uma introdução**. 2.ed. São Paulo, 2002

REGO. R. G. **Um estudo sobre a construção do conceito de função.**(Tese de Doutorado em Educação Matemática). UFRN. Rio Grande do Norte. 2000

SILVA. Sílvia Tadeu, **O ensino de Funções Exponenciais e Logarítmicas por Atividades.** 212f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade do Estado do Pará. PARÁ. 2012



O ENSINO DE CONJUNTOS DO PONTO DE VISTA DE PROFESSORES DO MARAJÓ

Adriano Aparecido Soares da Rocha

Universidade Federal do Pará

adrianoasr@ufpa.br

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como finalidade realizar um exame do ensino de conjuntos por meio da opinião de professores. A produção das informações ocorreu por meio da aplicação de um questionário a 51 professores de matemática do Ensino Básico da rede Estadual e Municipal de Breves, contendo questões sobre dados pessoais, formação, condições de trabalho e sobre as dificuldades encontradas no processo de ensino aprendizagem Conjuntos. O exame das informações sistematizadas mostrou que muitos professores utilizam prova escrita como forma de avaliação e o ensino do assunto ainda é realizado por meio do método tradicional.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino de Matemática; Ensino de Conjuntos.

1. Introdução

Por volta dos anos 1870 a 1930 temos a crise dos fundamentos, pois ao se desenvolver a teoria dos conjuntos houve um encontro da matemática com a filosofia surgindo paradoxos e conjecturas como a hipótese do contínuo que até hoje aguça o pensamento humano sobre sua veracidade ou não, Cantor teve seu nome destacado no desenvolvimento da teoria dos conjuntos, mas outros matemáticos como Dedekind contribuíram muito para o desenvolvimento de tal teoria. A crise se deu justamente pelo fato de que os matemáticos já

estavam convencidos do poder unificador da teoria para quase toda a matemática, ao surgir os paradoxos houve muitos questionamentos sobre a teoria (DIEUDONNÉ, 1990).

O primeiro matemático a sugerir uma teoria axiomática que sanasse os problemas iniciais que se apresentaram na teoria de Cantor e que fosse aceita pela comunidade científica foi Ernst Zermelo (1871-1953), tal feito teve início em um artigo datado de 1908, com título *Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre* (SILVA; JESUS, 2007), o artigo pode ser traduzido como Fundamentos da Teoria dos Conjuntos, e por enquanto esta teoria dos conjuntos e variações dela é a mais usada na atualidade pelos matemáticos.

Com a implantação do movimento da matemática moderna (MMM) no Brasil no início da década de 60 (FIORENTINI, 1995), implantou-se o ensino de conjuntos desde o ensino básico, já que isto era um dos objetivos do MMM, Souza (2014) afirma que antes do MMM o ensino de conjuntos era trabalhado apenas no nível superior. A forma como o movimento da matemática moderna foi implantado se deu muita ênfase ao ensino de conjuntos, ao ponto de ser confundido com o ensino de conjuntos, para Soares (2001, p.2) isto é um dos motivos do fracasso do MMM.

Kline (1976) destaca que as dificuldades que desafiaram matemáticos para compreender e esclarecer alguns assuntos, por séculos, provavelmente são as dificuldades que os estudantes da escola Básica enfrentavam. Entretanto, no MMM, os estudantes tinham a obrigação de compreender tais conteúdos com poucas aulas. O conceito de infinito é um desses que os alunos possuem dificuldades em entender *“há uma série de conflitos cognitivos na aprendizagem de conceitos matemáticos mais complexos como o infinito. Não existe um conceito único de infinito. Aliás há várias noções de infinito dependendo da teoria em que nos apoiamos”* (DA SILVA, 2009). Outra dificuldade enfrentada era a questão da linguagem dos conjuntos como podemos ver em Arruda e Flores (2010)

A exigência de um vocabulário específico, o rigor simbólico e a abstração dos conceitos por meio do emprego de sinais e de propriedades, até então não compartilhados pelas crianças e professoras, faziam com que adaptações fossem necessárias ao ensino para a apreensão dessa nova matemática no primário (p.406).

Com o passar dos anos esses conteúdos de conjuntos deixaram de ser trabalhados no ensino fundamental e passaram a ser estudados no ensino médio (SOUZA, 2014). O objetivo deste trabalho é diagnosticar como o ensino de conjuntos está sendo ministrado pelos professores de matemática na atualidade, para tal produzimos informações por meio de um questionário aplicado a professores que já ministraram conteúdos de conjuntos.

2. Metodologia

O estudo foi realizado por meio das seguintes etapas: **escolha do local da pesquisa, escolha dos participantes, elaboração de um questionário, validação do questionário, reformulação do questionário, autorizações, aplicação do questionário, sistematização das informações e análises dos resultados.**

A **Escolha do local** se deu devido ao acesso dos pesquisadores ao município de Breves-PA, pois um dos autores deste trabalho reside na cidade, outro quesito para a escolha do município foi o baixo IDEB (índice de desenvolvimento da educação básica) de apenas de 3,5 no ano 2013, ficando na posição 3684º na classificação nacional, mostrando que algo precisa ser feito para melhoria deste índice (BRASIL, 2017).

A **escolha dos participantes** se deu pelos critérios: a) ser professor que já tenha ministrado os conteúdos de conjuntos b) aceitarem assinar o termo de livre consentimento e esclarecido.

Decidimos por **Elaborar um questionário**, por ser o instrumento mais adequado para produzir as informações para a pesquisa, já que possibilita um numero maior de informantes em um intervalo de tempo menor, além de permitir identificar situações que podem ser investigadas com mais aprofundamento por meio de técnicas complementares. Desse modo o questionário elaborado conteve 22 questões para obter informações sobre: dados pessoais, gosto pela matemática, hábito de estudo, dificuldade de compreensão dos conteúdos, auxílio nas tarefas escolares, procedimentos de ensino de matemática mais praticados, estratégias de aprofundamento dos conteúdos, técnicas de avaliação de aprendizagem, estudo de assuntos relativos aos conjuntos, dificuldades relativas à aprendizagem dos conteúdos de conjuntos e do desempenho da resolução de questões sobre o assunto.

A **validação do questionário** se deu através da avaliação do mesmo por 5 professores de matemática e 10 estudantes do segundo ano do ensino médio do município pesquisado que foram excluídos da amostra. Como consequência da validação tivemos alterações no que se refere a nomenclaturas usadas no questionário que não ficaram claras aos professores consultados.

Às considerações expostas pelos professores e estudantes que avaliaram questionário, possibilitou a **reformulação do questionário** para satisfazer as considerações feitas.

A **obtenção das autorizações** se deu da seguinte forma, primeiro apresentávamos a proposta de pesquisa a direção das instituições, a direção nos apresentava aos professores de

matemática, os professores que aceitavam participar, assinavam o termo de livre consentimento e esclarecido, sendo que uma via ficava com ele e outra com os pesquisadores.

A **aplicação do questionário** ocorreu no período de abril a junho de 2017 e contou com a boa vontade da maior parte dos professores, da administração da escola em viabilizar a realização da pesquisa.

Durante a **sistematização das informações** de cada questão do questionário foram tabuladas isoladamente e registrado os percentuais de frequência de cada resposta.

3. Resultados e análise

A sistematização das informações geraram os seguintes resultados.

3.1 Perfil dos consultados

Com a finalidade de adquirir o perfil dos docentes foram formuladas questões a respeito: do sexo, da faixa etária, tempo de serviço, tipo de escola em que trabalha, número de escolas em que trabalha, séries que já trabalhou, series que trabalha atualmente, outras atividades remuneradas pelo professor,

Dos 51 professores pesquisados, 82,35% são do sexo masculino e, 17,65% são do sexo feminino, no estudo feito por Silva (2016) 75% dos professores são do sexo masculino e apenas 25% do sexo feminino, Corrêa (2016) verificou em sua pesquisa que 63% dos professores são do sexo masculino e 37% são do sexo feminino, portanto estas pesquisas revelam que pelo menos nas cidades de Breves e Belém, a indícios que a profissão de professor de matemática é formada em sua maioria por profissionais do gênero masculino. Para Silva et al (2015) isso pode estar relacionado historicamente como se dava os estudos de matemática no passado, sendo permitido somente ao homem o estudo mais aprofundado da disciplina de matemática.

Em relação a **faixa etária** a categoria de 36 a 40 anos corresponde 35,29 % dos professores, tendo o maior percentual, logo em seguida 25,49% possui idade entre 31 e 35 anos, 13,73 % tem idade entre 25 e 30 anos, o mesmo percentual tem idades entre 41 e 45 anos, 7,84% dos docentes estão na faixa etária dos 51 a 55 anos, 1,96% possuem idade entre 46 e 50 anos, outros 1,96% têm idade de 61 a 65 anos. Em relação a faixa etária o estudo de Corrêa (2016) revelou que os professores 31 a 35 anos correspondem o maior percentual com 34%, no estudo de Silva (2016) a mesma faixa etária teve o maior percentual de

professores com 20%. No entanto esta pesquisa se diferencia, das duas, pois a maioria dos professores se concentra na faixa etária dos 36 aos 40 anos de idade.

Sobre o **grau de escolaridade dos professores**, a sistematização das informações revelou que 47,06% são licenciados, quase a metade dos professores são especialistas, totalizando 49,01% dos professores, somente 3,93% dos professores são mestres e não houve nenhum professor doutor que participasse da pesquisa.

No que se refere a escolaridade dos docentes a pesquisa de Silva (2016) mostra que 24 % dos professores são mestres e 3% são doutores, em Corrêa (2016) 13% dos docentes são mestres e 7% são doutores, o número maior de mestres e doutores nestas duas pesquisas pode ser devido às pós-graduações em nível de mestrado e doutorado se concentrarem na capital Belém, outros fatores que podem contribuir para o baixo número de professores com pós graduação *Stricto Sensu* são os fatores elencados por Silva et al (2015), o pouco incentivo e valorização por parte dos governos ao prosseguimento dos estudos, a gratificação oferecida no ensino básico não ser proporcional ao esforço de estudos e conhecimentos adquiridos, os autores citam ainda o fato de a gratificação nas instituições de ensino superior ser melhor que nas de ensino Básico.

Com relação ao **tempo de experiênciadados professores** em sala de aula temos que: 7,84% dos professores exercem a profissão menos de um ano; 25,49% dos docentes trabalham de 1 a 5 anos; 17,65% dos profissionais trabalham de 6 a 10 anos; 23,53% exercem a profissão de 11 a 15 anos; os que estão ministrando aulas entre 16 a 20 anos correspondem a 17,65%; as categorias com faixa 21 a 25 anos e de 26 a 30 anos de magistério, correspondem 3,92% dos professores em cada uma; não houve nenhum professor que possuísse mais de 30 anos de profissão entre os pesquisados.

Neste estudo os professores que tem experiência docente de 11 a 15 anos corresponde ao maior percentual com 23,53%, no estudo de Silva (2013) o maior percentual ficou na mesma categoria com 22% dos docentes, já no estudo de Corrêa (2016) o maior percentual com 47% dos professores se concentrou no intervalo de 6 a 10 anos de experiência.

Sobre os **tipos de escolas** que os docentes trabalham, temos que 29,41% dos professores trabalham em escola pública estadual, 78,43% trabalham em escola pública municipal, 1,96% dos docentes trabalham em instituição federal, 3,92% dos professores trabalham em escolas particulares. Se somarmos os percentuais das quatro categorias dará um

total maior que 100%, isso se deve ao fato de um mesmo professor trabalhar em instituições diferentes.

Neste estudo, a maioria dos professores trabalha em escolas do tipo pública municipal com 78,43%, já em Corrêa (2016) a maior parte dos professores trabalha em escola pública estadual com 59% dos docentes e os que trabalham em escola pública municipal corresponde a apenas 19%, já no estudo de Silva (2013) 61% trabalham em escolas estaduais e 10% trabalham em escolas municipais.

No que se refere ao **número de escolas que os professores trabalham** temos que 39,22% trabalham em duas instituições de ensino; 37,25% trabalham em uma escola; os profissionais que ministram a disciplina de matemática correspondem a 17,85% do total de pesquisados; os que trabalham em exatamente 3 escolas representa 7,84% dos pesquisados.

No tocante as **séries que os professores já trabalharam** verificamos que 3,9% dos professores já ministraram aulas na 3ª etapa do EJA (Escola de Jovens e Adultos), 3,9 % na quarta etapa do EJA, 11,8% já trabalhou a disciplina de matemática no quinto ano do ensino fundamental, 62,7% dos professores com turmas do sexto ano, 64,7% dos docentes em turmas de sétimo, oitavo e nono ano do ensino fundamental. Relativo ao ensino médio constatamos que 37,3% dos professores já trabalharam em turmas de 1º, 2º e 3º anos do ensino médio

Quanto as **series e ministram aulas no presente**, as informações manifestaram que 3,9% dos professores trabalham com estudantes do quinto ano; 37,3% dos docentes ministram aulas no sexto ano do ensino fundamental; 47,1% trabalham com turmas de sétimo ano, este mesmo percentual de docentes trabalham com turmas de 9º ano; e 56,9% trabalham com turmas de oitavo ano. Em relação ao ensino médio temos que 27,5% dos professores ministram aulas para alunos do 1º ano, 25,5% leciona em turmas do 2º ano e, 23,5% dos docentes trabalham atualmente com turmas de 3º ano.

3.2 Aspectos pedagógicos

No que se refere aos aspectos pedagógicos foram formuladas questões sobre: as metodologias de ensino, as formas de fixação, e o tipo(s) de avaliação (ões) empregada (s) pelos docentes no ensino de conjuntos.

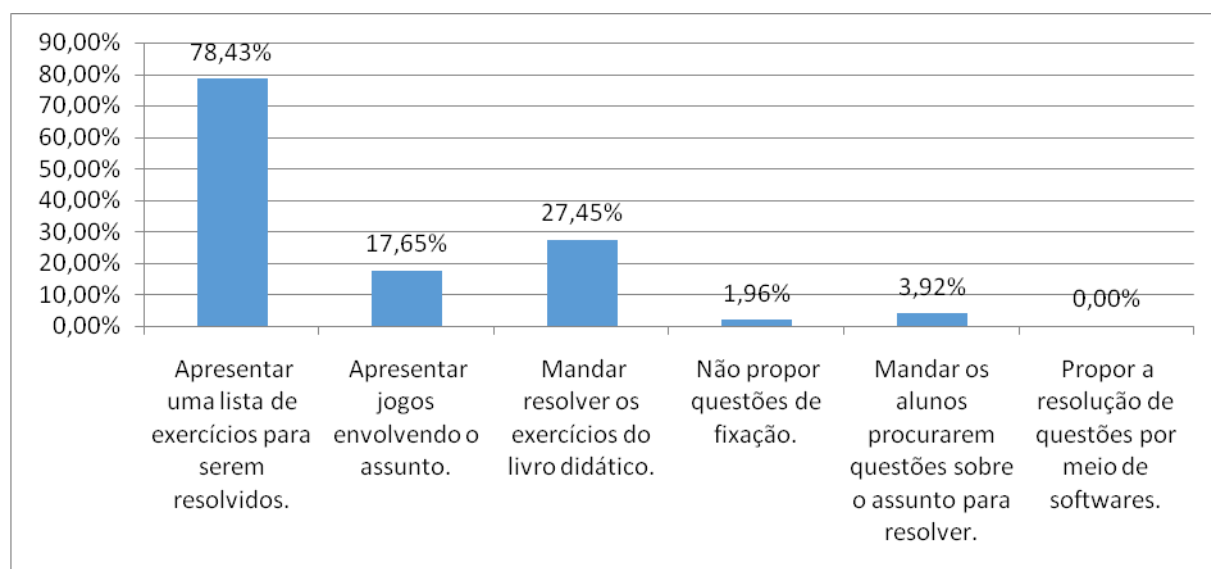
Em relação às **metodologias adotadas** nas aulas de conjuntos as informações produzidas revelaram que: 52,9% dos professores afirmam começar suas aulas sobre conjuntos, pela definição seguida de exemplos e exercícios; 45,1% dizem usar uma situação

problema para depois introduzir o assunto; 7,8% dos docentes relataram começar com a criação de um modelo pra situação e em seguida analisando o modelo; 5,9% dos mentores relataram começar suas aulas sobre conjuntos com jogos para depois sistematizar os conceitos; nenhum dos docentes pesquisados relatou iniciar as aulas com ferramentas tecnológicas para resolver problemas; 1,96% dos professores disseram usar representação de gráficos com os diagramas para iniciar suas aulas sobre conjuntos, o mesmo percentual de 1,96% inicia as aulas de conjuntos contando um pouco da história dos números e apresentando a necessidade dos diversos conjuntos numéricos.

O exame mais detalhado mostra que, para os professores consultados, a abordagem didática que predomina no ensino de conjuntos é a tradicional onde o professor é o detentor do conhecimento e o aluno é um mero receptor, uma vez que 52,9% dos professores começam as aulas pela definição seguida de exemplos e exercícios, mas isso não é uma condição que atinge apenas os conteúdos de conjuntos, pois no estudo Silva (2013) 45% dos professores começa o ensino de função exponencial pela definição seguida de exemplos e exercícios, já o ensino de função logarítmica 74% dos professores começam as aulas da mesma maneira, no estudo de Corrêa (2016) 66% dos professores iniciavam as aulas de funções trigonométricas pela definição seguido de exemplos e exercícios.

Em relação a estratégia utilizada pelo docente para ajudar o estudante na **fixação do conteúdo**, as informações sistematizadas revelaram que a maior parte dos professores usam uma lista de exercícios para que os alunos fixem os conteúdos correspondendo 78,43%; 27,45% mandam os alunos resolverem exercícios dos livros para fixar os conteúdos.

Gráfico 1- Atividades usadas para fixar os conteúdos estudados

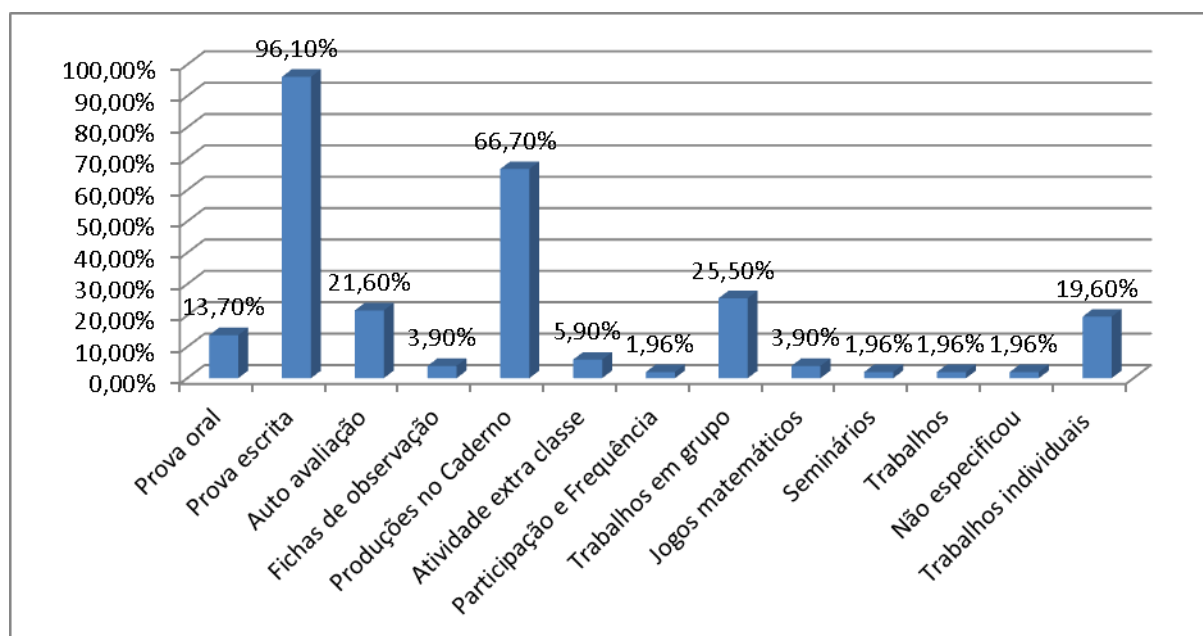


Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

No estudo de Silva (2013) em relação a forma de fixação dos conteúdos adotadas pelos docentes verificou-se que 51% dos professores usam lista de exercícios como forma de fixar os conteúdos de função exponencial, já para os conteúdos de função logarítmica esta estratégia é utilizada por 80% dos professores, o estudo de Corrêa (2016) revela que 83% dos professores usam lista de exercícios como forma de fixar os conteúdos de função trigonométrica, portanto esses dois trabalhos estão de acordo neste item com o presente estudo o que sugere ser o uso de lista de exercícios uma prática muito frequente pelos professores de matemática.

Sobre as **formas de avaliação**, os professores podiam marcar mais de uma opção uma vez que no processo avaliativo em geral é usado mais de um tipo de avaliação, a prova escrita é a forma mais utilizada com 96,1% dos professores; 66,7% usam produções do caderno para avaliar, 25,5% utilizam trabalhos em grupo para avaliarem seus estudantes, como pode-se observar no Gráfico 2.

Gráfico 2- Tipos de avaliações usadas pelos docentes



Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

O estudo de Pacheco et al (2017) citando Luckesi (2011) afirma que “(...) mesmo tendo a disposição tantas inovações pedagógicas advindas de variadas versões progressivas e emancipatórias, muitos professores não conseguem, ainda, modificar sua conduta no

referente à prática pedagógica da avaliação escolar.” Na pesquisa de Pacheco et al (2017) 65% dos professores usam prova escrita como principal meio de avaliação, neste 96,1% usam este tipo de avaliação como principal meio o que reforça o fato de muitos professores não mudarem a prática da avaliação escolar.

3.3 Dificuldade no aprendizado de medida de comprimento

Quanto aos tópicos trabalhados pelo professor de matemática no ensino de conjuntos, foi proposto um quadro de dificuldades respondido pelos informantes.

Quadro 01- Dificuldade no aprendizado de medida de comprimento

Ordem do conteúdo	Conteúdo	Você lembra de ter ministrado ? (%)		Grau de dificuldade dos alunos para aprender, segundo a perspectiva docente.					
		Sim	Não	Muito Fácil	Fácil	Regular	Muito Difícil	Difícil	Em branco
1	Noção de Conjuntos	98,0	2,0	13,7	41,2	35,3	2,0	2,0	0,0
2	Noção de elemento	92,2	7,8	15,7	43,1	27,5	2,0	0,0	0,0
3	Relação de pertinência	98,0	2,0	13,7	37,3	41,2	2,0	0,0	0,0
4	Conjunto Vazio	96,1	3,9	15,7	45,1	29,4	0,0	0,0	0,0
5	Conjunto Unitário	96,1	3,9	15,7	49,0	21,6	2,0	0,0	0,0
6	Subconjuntos	90,2	5,9	2,0	25,5	47,1	11,8	0,0	3,9
7	Relação de Inclusão	78,4	13,7	3,9	15,7	41,2	11,8	2,0	7,8
8	União de Conjuntos	92,2	5,9	9,8	23,5	52,9	3,9	0,0	2,0
9	Propriedades da União	70,6	21,6	3,9	3,9	43,1	21,6	0,0	7,8
10	Intersecção de Conjuntos	92,2	5,9	5,9	15,7	45,1	21,6	0,0	2,0
11	Propriedades da Intersecção	64,7	27,5	3,9	5,9	25,5	31,4	0,0	7,8
12	Diferença de Conjuntos	78,4	15,7	3,9	11,8	33,3	19,6	2,0	5,9

13	Propriedades da diferença	56,9	31,4	5,9	3,9	21,6	27,5	2,0	11,8
14	Complementar de um Conjunto	64,7	23,5	2,0	2,0	31,4	23,5	5,9	11,8
15	Propriedades do Complementar	45,1	37,3	2,0	0,0	21,6	25,5	3,9	17,6
16	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos da União de dois conjuntos.	72,5	17,6	2,0	9,8	23,5	33,3	5,9	9,8
17	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos da intersecção de dois conjuntos.	66,7	21,6	2,0	3,9	25,5	29,4	5,9	11,8
18	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos que estão em somente um dos dois conjuntos.	66,7	23,5	2,0	9,8	25,5	23,5	9,8	9,8
19	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos do complementar da união de dois conjuntos.	54,9	33,3	2,0	3,9	19,6	23,5	9,8	11,8
20	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos da União de três conjuntos.	66,7	21,6	0,0	9,8%	23,5	25,5	7,8	11,8
21	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos da intersecção de três conjuntos.	70,6	19,6	0,0	5,9	27,5	23,5	9,8	9,8
22	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos que estão em somente um dos três conjuntos.	62,7	25,5	0,0	7,8%	17,6	23,5	11,8	11,8
23	Problemas contextualizados que calcule o número de elementos do complementar da união de três conjuntos.	49,0	37,3	0,0	5,9	13,7	23,5	9,8	13,7

Fonte: Pesquisa de Campo, de 2017

Em 10 dos 23 conteúdos no Quadro1, os maiores percentuais relativos ao grau de dificuldade, para aprender os conteúdos de conjuntos se concentram na categoria **regular** com percentuais variando de 25,5% a 52,9%, os conteúdos são os que estão na ordem 3, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 18 e 21 do Quadro 1. Em 4 dos 23 conteúdos de conjuntos, o maior percentual relativo se estabeleceu na categoria **Fácil**, com percentuais variando de 41,2% a 49%, os conteúdos são os que estão na ordem 1, 2, 4 e 5. Em 9 conteúdos o maior percentual relativo figurou na categoria **difícil**, com percentuais variando de 23,5% a 33,3%, os conteúdos são os que estão na ordem 11, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 22 e 23.

Na categoria **regular** o maior percentual foi referente ao conteúdo “união de conjuntos”, em que 52,9% dos professores consideraram regulares, o seu nível de dificuldade. Entre os conteúdos que contaram na categoria **Fácil**, o com maior percentual relativo, foi o de conjunto unitário com 49%. O conteúdo que teve o maior percentual na categoria **difícil** com

33,3% foi o de problemas contextualizados que calcule o número de elementos da união de dois conjuntos.

Dos 23 conteúdos que constam no Quadro 1, a maioria dos professores respondeu trabalhar os conteúdos em sala de aula, com destaques para os conteúdos de **noção de conjuntos** e **relação de pertinência** no qual 98% responderam terem ministrado estes conteúdos, seguidos dos conteúdos de conjuntos **unitário** e **vazio** em que 96,1% afirmam terem ministrado tais assuntos.

Com relação aos problemas contextualizados, temos que em cinco tipos mais de 17,5 % dos professores não ministram esses problemas, são eles: problema contextualizado que calcule o número de elementos do complementar da união de dois conjuntos; Problemas contextualizados que calcule o número de elementos da União de três conjuntos; problema contextualizado que calcule o número de elementos da intersecção de três conjuntos; problema contextualizado que calcule o número de elementos que estão em somente um dos três conjuntos e; problemas contextualizados que calcule o número de elementos do complementar da união de três conjuntos , sendo que este último tem o maior percentual relativo de todos os conteúdos que não foram ensinados pelos docentes, 37,5%.

As propriedades da união, intersecção, diferença e complementar de um conjunto não foram ministradas respectivamente por: 21,6%, 27,5%, 31,4% e 37,3% dos professores, ou pelo menos não há lembrança de terem ministrado estes conteúdos.

Um questionamento que surgiu com estes últimos dados é o por quê? De Alguns professores não trabalharem com conteúdos contextualizados envolvendo o ensino de conjuntos e as propriedades das operações como união, intersecção, diferença e complementar de um conjunto, seria falta de tempo? Prioridade dada a outros conteúdos? Pré-julgamento negativo sobre a capacidade dos alunos em resolverem questões contextualizadas por parte dos professores.

4. Considerações finais

O presente artigo nos possibilitou analisar por meio das informações sistematizadas que os professores enfrentam algumas dificuldades para o ensino de matemática, muitos professores tem que trabalhar em mais de uma escola e, isso faz com que o professor perca muito tempo no deslocamento entre as escolas, tempo este que poderia ser aproveitado em preparação de suas aulas.

Mais de 52% dos professores afirmam começar suas aulas sobre conjuntos, pela definição seguida de exemplos e exercícios, esse tipo de aula é muito questionado por pesquisadores da educação matemática, pois o aluno se vê como um mero receptor de informações, este é moldado a ser um mero reproduzidor de informações, com o tempo o individuo deixará de questionar, aceitando que existe uma única verdade a do professor, quando ficar adulto acreditara no que a grande mídia divulgar assim como o que o governo propor sem questionar, professores que sustentam sua prática por meio desta metodologia o fazem por conveniência ou são vítimas desse processo, reproduzido apenas o que aprenderam em sua vida escolar e acadêmica.

Vimos que um número muito grande de professores usa a lista de exercícios como forma do aluno fixar os conteúdos, sendo que quase 30% manda resolver questões do livro, não há uma preocupação em elaborar uma lista, talvez parte disso se deva ao pouco tempo que os professores em geral têm para preparar suas aulas, em relação às avaliações concluiu-se que a maioria usa prova escrita como a principal forma de avaliação, será que este é o instrumento mais adequado? Podemos abrir mão dele? Lembrando que o principal objetivo da avaliação é a de diagnosticar o que o estudante tem dificuldade para depois tentar amenizar estas dificuldades e, não como forma de punição, quantas vezes ouvimos em sala de professores frases do tipo na semana de avaliação por parte de alguns professores *Agora eles me pagam!*

Ficou evidente que um percentual considerável de professores não trabalha com questões contextualizadas sobre conjuntos em sala de aula, assim como com propriedades das operações com conjuntos, será falta de tempo para preparar questões desse tipo? Ou apenas acham que os alunos são incapazes de desempenhar com êxito esses tipos de tarefa?

Propomos como próximos trabalhos a aplicação de questionários com questões envolvendo os conteúdos de conjuntos e questões contextualizadas sobre conjuntos para termos informações sobre o motivo de muitos professores não trabalharem com esse tipo de questão, poderia ser feito um trabalho analisando os livros didáticos sobre o ensino de conjuntos para verificar se os livros textos trazem esses tipos de questões.

Referências

ARRUDA, J. P. de. FLORES, C. R. A linguagem dos conjuntos no ensino de matemática: um estudo de caso em uma escola primária. **Bolema**. Rio Claro (SP), v. 23, nº 35B, p. 405 - 423, abr. 2010.

BARROS, A. M. dos S. **Educação matemática no ensino de ciências: contribuições da teoria dos conjuntos na educação de jovens e adultos-uma proposta metodológica**. 170f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências). Universidade do Estado do Amazonas, Manaus, 2011.

BRASIL. Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Índice de Desenvolvimento da Educação Básica . Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/pa/breves/pesquisa/40/30277?tipo=ranking> Acesso em: out. 2017.

CORREIA, R. P. **O Ensino de Funções Trigonométricas por Atividades**. 390 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2016.

DA SILVA, P.A. Infinito: uma realidade à parte dos alunos do Ensino Secundário. **Bolema**, Rio Claro, v. 22, n. 32, p. 123 - 146, 2009

DIEUDONNÉ, J. **A Formação da matemática contemporânea**. Trad. J. H. Von Hafe Perez. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1990.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**. Ano 3, n.4. São Paulo: UNICAMP, 1995, p. 1-37.

KLINE, M. O fracasso da Matemática Moderna. Trad. Leonidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: Ibrasa, 1976.

PACHECO, A. R. V.; [MELO, M. L. S.](#) ; SILVA, A. K. M. . O ENSINO DE MEDIDAS DE COMPRIMENTO A PARTIR DA OPINIÃO DE ESTUDANTES. In Encontro Paraense de Matemática. Belém. setembro 2017. .

SOARES, F. dos S. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Avanço ou retrocesso ?** Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: PUC/RJ, Maio de 2001.

SOUZA, A. da S. **A Inserção da Teoria dos Conjuntos em livros didáticos de Matemática do Brasil**. 116 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhangüera de São Paulo, São Paulo, 2014.

SILVA, S, G.; JESUS, J. P. C. Cem anos do Axioma da Escolha: boa ordenação, Lema de Zorn e o Teorema de Tychonoff, **Matemática Universitária**, nº. 42, p. 16 - 34, jun. 2007.

SILVA, S. T. T. Da. 2013. 219f. **O Ensino das Funções Exponencial e Logarítmica por atividade**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2013.

SILVA, H.C. M; SÁ, P.F. SILVA, M.P.S.C. Atendimento educacional: a opinião de professores sobre o ensino de matemática para alunos surdos. **Revista Cocar** (UEPA), v. Especial, p.147-174, 2015.

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ- 1007 p. - ISBN 2558-7660

SILVA, H. C. M. da. **O ensino de matrizes a partir da resolução de problemas.** 243f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2016.



O ENSINO DE COORDENADAS CARTESIANAS COM UM JOGO DE ESTRATEGIA

Mauricio Pedro de Oliveira Junior

Cpf:880488292-15

UNAMA

Linkmauricio.apostilas@gmail.com

Fábio José da Costa Alves

UEPA

fjca@uepa.br

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo investigar a potencialidade do jogo de xadrez em sala de aula, jogo esse que se consagra campeão aquele jogador que primeiro capturar o rei inimigo. A fundamentação teórica do trabalho está baseada principalmente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que aborda a tendência jogos matemáticos, e nos trabalhos de Vigotski que envolve muito a criança e o jogo no processo do desenvolvimento cognitivo. Esse jogo teve como finalidade ensinar a disciplina coordenadas cartesianas por meio de uma sequência didática envolvendo o tabuleiro de xadrez e cada peça do jogo: o peão, a torre, o cavalo, o bispo, a rainha e o rei. O trabalho foi desenvolvido no laboratório de educação matemática (LEMA) com quatro alunos do curso de licenciatura em matemática do sétimo semestre, alunos que se sentiram bastante motivados e desafiados em fazer a atividade. Onde a coleta das conclusões de cada atividade e também do áudio de cada aluno se deu pela análise microgenética. Concluiu que a atividade atingiu seu objetivo, que era de motivar o aluno a estudar a disciplina coordenada cartesiana e envolver o aluno por meio do jogo de xadrez.

Palavra Chaves: Jogo de Xadrez. Coordenadas Cartesianas. Parâmetros Curriculares Nacionais. Análise Microgenética.

1. Introdução

Minha história com o jogo de xadrez começou no meu ensino médio, pois eu estudava em uma escola preparatória para forças armadas, escolas que ensinam matemática, física e química em um nível muito acima do normal em relação escolas regulares e apesar de eu ter um contato muito grande com matemática avançada não me saia muito bem nas avaliações escolares, nesse ambiente fui apresentado ao jogo de xadrez que imediatamente se transformou no meu principal meio de diversão. Aproveitava cada momento de distração para jogar xadrez na escola e me aperfeiçoava nas técnicas e jogadas clássicas para me tornar cada

vez mais um bom jogador, participava de torneios escolares e oficiais para me aperfeiçoar e me destacar entre meus colegas de turma.

O ensino de coordenadas no ensino fundamental onde muitos alunos apresentam certa dificuldade, pois o plano cartesiano vem introduzir o aluno em vários assuntos, como leituras de gráficos, funções e modelagem. A principal dificuldade do aluno é em reconhecer pares ordenados (x, y) o jogo vem com a iniciativa de diminuir a abstração do conteúdo e relacionar com o cotidiano do estudante.

Assim com essa proposta de usar a tendência jogos matemáticos, para ensinar determinado assunto, então com base no jogo de xadrez decidi ensinar coordenadas cartesianas utilizando uma série de atividades, onde estudo o tabuleiro e as peças do xadrez uma a uma. O principal material utilizado foi um jogo de xadrez oficial e folhas de papel A4 para apresentar as atividades, Foi preciso a ajuda de 4 alunos do curso de graduação em matemática, no qual servirão como foco da experiência didática, foram treinados para aprender o assunto e entrevistados logo após a atividade, para melhor desenvolvimento do trabalho de conclusão de curso.

Meu objetivo geral neste trabalho foi o seguinte contribuir para o ensino de Plano Cartesiano para alunos do 6º ano/9 a partir do uso do jogo de xadrez, afinal é nesta etapa da vida estudantil que o aluno começa a ter cada professor pra cada disciplina e assim começa a ver uma matemática um pouco mais difícil, começando a ter contato com os chamados “nós” de aprendizagem, por exemplo, números inteiros, números fracionários e coordenadas cartesianas.

Meus objetivos específicos nesse trabalho foram os seguintes, analisar o conhecimento prévio dos alunos sobre plano cartesiano, pois antes do trabalho por um todo temos que avaliar o conhecimento de cada aluno que vai participar da atividade, para podermos contribuir e também aproveitar o conhecimento que ele já possui. Elaborar um plano de aula com o uso do jogo para o ensino de Plano Cartesiano, pois cada aula que o professor vai aplicar uma atividade desse nível é preciso preparo e planejamento. Analisar os conhecimentos adquiridos com o uso do jogo, pois o trabalho precisa ter uma metodologia que vá coletar os dados do trabalho acadêmico.

Ainda hoje com tantos avanços tecnológicos, a maioria dos professores utiliza o ensino tradicional (definição, exemplo e exercícios), e na minha graduação onde fui apresentado a tendências da educação matemática, a que mais me motivou foi a tendência dos

jogos matemáticos, nas qual cheguei a minha questão de pesquisa que é a seguinte: **Um sequencia didática envolvendo o xadrez pode melhorar o processo de ensino e aprendizagem de coordenadas cartesianas no 6º ano?**

A sequência didática foi produzida em nove atividades, a primeira envolve a localização de peças no tabuleiro oficial de xadrez, onde o aluno tem que localizar as peças e dar as coordenadas de acordo com a notação enxadrista. A segunda atividade envolve a localização de peças em um tabuleiro já com as coordenadas (x, y) envolvendo números, da terceira a oitava atividade e descobrindo o movimento das peças, onde o aluno vai brincar com as peças de xadrez no plano cartesiano aprendendo tanto a jogar xadrez quanto a localização no plano cartesiano. E a última atividade é o xadrez modificado onde o centro do plano cartesiano está localizado no centro do xadrez e o aluno tem contato com os quatro quadrantes do plano cartesiano.

2. Matemática e jogo.

Segundo Cabral (2004) a grande rapidez que a evolução tecnológica interfere na sociedade através de surpreendentes inovações, gera um verdadeiro bombardeio de informações responsável pela geração de “analfabetos intelectuais” que se atropelam pelos corredores da vida. O domínio dessas informações gera um poder intelectual sobre a grande massa medíocre que não detém esses conhecimentos.

Hoje uma das principais preocupações da educação matemática é trazer o conhecimento da sala de aula para a realidade do aluno. Por meio de atividades que explorem aquele conhecimento adormecido no aluno, onde ele possa reestruturar seus conceitos sobre determinados conhecimentos matemáticos, por exemplo, quando se vai trabalhar plano cartesiano com a utilização do xadrez transforma um conhecimento muito abstrato que é a noção de plano cartesiano para algo mais palpável que é o jogo.

A principal proposta é combater o ensino tradicional, que tendo em sala de aula um aluno com dificuldade em determinado tema tende a excluí-lo do processo ensino aprendizagem, já as teorias do conhecimento aplicadas corretamente em sala de aula tende a resgatar esse aluno para que ele possa ter uma aprendizagem mais significativa, pois segundo a bíblia “como é feliz o homem que acha a sabedoria, o homem que obtém entendimento” (Provérbios 3:13)

De acordo com Cabral (2004) o jogo em determinado contexto, é um importante elemento motivador para a educação de crianças nas situações cotidianas. Torna-se um relevante aliado no ensino formal da matemática, apontando algumas vantagens do seu uso a partir das concepções sócio interacionistas.

Como o jogo trabalha elementos muitos importantes no processo de desenvolvimento da criança não pode deixar de ser utilizado pelo professor em sala de aula, trabalha elementos como a linguagem, onde no sócio interacionismo funciona como impulsionador do desenvolvimento infantil.

O papel do professor nessa teoria serve como um mediador, vai ter uma posição de equilíbrio em sala de aula não sendo nem um desafiador dos alunos e sim tendo uma atitude neutra em sala de aula para favorecer a aprendizagem em sala de aula.

Assim Cabral (2004) as tendências matemáticas acreditam na eficiência do jogo para a aquisição de conhecimento, ao considerar a história de vida do sujeito, ao entrar em contato com o jogo, fazem-no por meio de conhecimentos adquiridos socialmente, que lhes permitem compreender a bagagem cultural que a pessoa carrega.

Kishimoto (1994) crer que a criança aprende e desenvolve suas faculdades mentais ao jogar o jogo de regra e isto se corrobora pela razão de estar cercado de possibilidades de aprendizagem. Os sujeitos ao jogarem, começam a lidar com regras que permitem a compreensão de conhecimentos instaurados da sociedade, oferecendo-lhes novos elementos para aprender conceitos futuros.

Afinal segundo Platão “Não eduqueis as crianças nas várias disciplinas recorrendo à força, mas como se fosse um jogo para que também possam observar melhor qual a disposição natural de cada um”.

3. Proposta de atividade

Nesta sessão trazemos um exemplo de como será a atividade proposta, trazemos apenas o exemplo da atividade 1, que introduziu o conteúdo da disciplina.

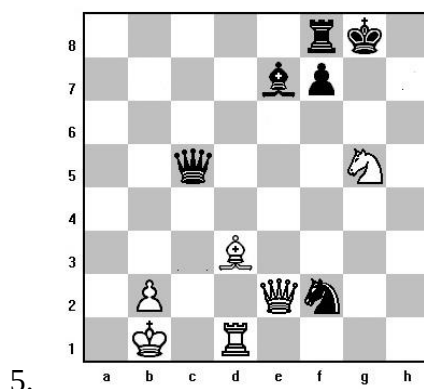
A partir da pesquisa levantada e com base no método da redescoberta desenvolvemos uma atividade para o ensino e aprendizagem do sistema de coordenadas.

Análise a priori: Com essa atividade espero que os alunos consigam identificar as coordenadas cartesianas, referentes ao primeiro quadrante, discriminando que o tabuleiro está

na sua notação oficial de letras para as abscissas e números para ordenadas, onde os alunos podem apresentar certa dificuldade em relacionar letra e número, com o par ordenado (x, y).

1ª Atividade: Descobrindo o tabuleiro

Objetivo: Desenvolver habilidade de localização em um tabuleiro de xadrez.



Fonte: <http://photos1.blogger.com/blogger/628/3957/1600/posicao1.png>

Qual a localização da peça?

Peça	Coordenadas		
	Letra	Numero	Par ordenado
Rei branco			(,)
Rainha branca			(,)
Bispo branco			(,)
Torre branca			(,)
Cavalo branco			(,)
Peão branco			(,)
Rei preto			(,)
Rainha preta			(,)
Bispo preto			(,)
Torre preta			(,)
Cavalo preto			(,)
Peão preto			(,)

4. Qual a sua conclusão?

Atitude do professor: A atividade vai ser aplicada numa folha de papel A4, onde o professor vai pedir para que o aluno identifique a posição da peça de xadrez nas coordenadas de letras e números, e depois associar a mesma coordenada com o par ordenado (x, y) .

5. Resultados e análises

O aluno A na atividade 1 desenvolveu a mesma parcialmente correta, conseguiu descrever as letras e números corretamente das coordenadas cartesianas, mas o par ordenado acabou confundindo e repetiu as mesmas coordenadas da letra e o número oficial do xadrez.

Em sua conclusão salientou que o experimento explica muito bem os pares ordenados, só achava meio confuso a notação do xadrez que é letra e número e no sistema cartesiano é da abscissa para a ordenada.

Qual a sua conclusão?
O EXPERIMENTO DEMONSTRA BEM COMO FICA A MONTAGEM DOS PARES ORDENADOS, APESAR QUE COMO A ORDEM DE LEITURA NUM XADREZ É DO NÚMERO PARA LETRA, NO SISTEMA CARTESIANO, A LEITURA É DA ABSCISSA PARA ORDENADA. O QUE DA LETRA PARA O NÚMERO, GERANDO UM POUCO DE CONFUSÃO, E TAMBÉM A FORMA DE IDENTIFICAÇÃO DAS PEÇAS.

O aluno B desenvolveu a atividade bem, apenas cometeu o mesmo erro do aluno A. Que foi o seguinte nas coordenadas letra e número colocaram os dados corretamente, já o par ordenado repetiram as mesmas informações.

Em sua conclusão salientou que achou a atividade bastante dinâmica e lúdica.

Qual a sua conclusão?
Atividade ~~bem~~ dinâmica que promove o ensino de plano cartesiano de forma lúdica.

O aluno C desenvolveu a atividade bem e sem nenhuma dificuldade, porém cometeu os mesmos erros que o participante A e B.

Em sua conclusão salientou que a atividade apresenta o plano cartesiano antes do assunto, de certa forma facilitou a aprendizagem. E logo depois discriminou que é necessário explicar cada peça de xadrez antes do exercício.

Qual a sua conclusão?

1- A atividade apresenta o plano antes da explicação do assunto, dessa forma foi possível conhecer antes da matéria.

2- Explicar cada peça do xadrez antes do exercício.

O aluno D desenvolveu a atividade 1 corretamente e foi o único a responder as questões corretamente. Nas coordenadas colocou as letras, números e pares ordenados de forma correta.

Em sua conclusão achou o trabalho interessante e gostou da interação do jogo com o assunto.

Qual a sua conclusão?

É um trabalho muito interessante por que trabalha o jogo e a interação com o assunto matemático.

Conclui que nessa primeira atividade, é preciso um maior cuidado em explorar as coordenadas cartesianas e o tabuleiro de xadrez, pois a uma grande confusão em colocar a letra, número e par ordenado. Já nos aspectos demais obtive sucesso pois os alunos A, B, C e D gostaram muito da atividade e se sentiram motivados com a mesma.

Na atividade 9 foi aplicado na folha de papel A4 e não necessitou do jogo de xadrez. Na referida atividade foi apresentada uma foto de um tabuleiro com peças distribuídas aleatoriamente, onde foi trabalhado os quatro quadrantes do eixo cartesiano onde o que foi avaliado a notação do par ordenado (x, y)

O aluno A se sentiu motivado e desafiado pela competitividade do jogo de xadrez, em sua conclusão salientou que o exercício se tornou desafiador. Por traçar com valores negativos e quatro quadrantes. E ainda poderia avançar e trabalhar números fracionários.

Qual a sua conclusão?
 O EXERCÍCIO SE TORNOU DESAFIADOR, POR TRABALHAR COM VALORES NEGATIVOS E 4 QUADANTES, E AINDA PODEMOS AVANÇAR E TRABALHAR COM NÚMEROS FRAÇÃOAIS

O aluno B gostou muito de trabalhar o plano cartesiano por inteiro. E em sua conclusão relatou a mesma opinião das atividades anteriores.

Qual a sua conclusão?
 A mesma das atividades anteriores.

O aluno C gostou muito da atividade se sentido motivado e desafiado pelo fato de trabalhar os quatro quadrantes do plano cartesiano. E em sua conclusão salientou que gostou muito.

Qual a sua conclusão?
 M - Muito.

O aluno D se senti muito motivado e desafiado pelo fato de trabalhar com o plano cartesiano por completo. E em sua conclusão relatou que os alunos aprende as ordenadas e abscissas e os quadrantes no plano cartesiano.

Qual a sua conclusão?
 nessa atividade os alunos aprende as ordenadas e abscissas e os quadrante no plano cartesiano.

Concluo que nessa última atividade o aluno se sentiu muito motivado em aprender as coordenadas cartesianas e noção de plano cartesiano por meio do jogo de xadrez e que pode se estender a atividade para alunos aprenderem noções de frações.

Logo após o experimento foi feita a coleta do áudio dos quatro alunos onde houve indícios de aprendizagem e de motivação vindo dos próprios.

Professor: Aluno A o que você achou da atividade?

Aluno A: Bom, o experimento demonstra bem como fica a montagem dos pares ordenados através da utilização do xadrez, que é um jogo, que também com suas definições e suas regras você acaba aprendendo tanto os movimentos do xadrez como também bem a definição de pares ordenados, as suas posições onde fica abscissa e a ordenada e montar os pares ordenados e a posição de cada peça no plano cartesiano.

Com essa simples pergunta posso concluir que o aluno A conseguiu aprender a identificar o par ordenado dentro do plano cartesiano e também aprendeu as regras do jogo de xadrez. Assim atingindo o objetivo da sequência didática.

Professor: Aluno B o que você achou da atividade?

Aluno B: A atividade se mostrou eficaz tanto no ensino do xadrez, quanto no ensino de matemática.

Com a pergunta anterior conseguimos obter o indicio que a atividade é eficaz, tanto na utilização de um jogo como ferramenta pedagógica, quanto no ensino de conteúdo matemática e que a combinação de jogo e matemática pode se tornar uma ferramenta muito eficaz em uma sala de aula.

Professor: Aluno C o que você achou da atividade?

Aluno C: A respeito da atividade achei bastante interessante, por que além de haver toda interação com os participantes aqui envolvidos a gente pode aplicar diretamente o plano cartesiano e ver que não é apenas uma ideia abstrata, ou seja, viu que ela pode ser útil em alguma situação como agora aqui no xadrez, um jogo a gente se divertiu e aprendeu ao mesmo tempo, como jogar o jogo e a matemática.

Com a pergunta do aluno C nós podemos perceber que a aplicação do jogo fez com que a abstração da matemática não fosse tão forte como ao ensino tradicional, e sim que é uma ferramenta mental palpável e possível de aplicação em um jogo que todos podem ter acesso e também é uma ferramenta que pode propiciar um grande divertimento ao aluno, pois o jogo é uma ferramenta muito motivadora e divertida.

Professor: Aluno D o que você achou da atividade?

Aluno D: Bom a atividade foi muito interessante em fazer, mas principalmente ser trabalhada em sala de aula com os alunos creio que vai chamar muito a atenção deles e vai servir muito para a aprendizagem dos alunos porque além do jogo envolver toda a turma, também envolve uma atividade muito interessante que no caso é os quadrantes do xadrez.

Nessa pergunta percebemos que o aluno D achou a atividade bastante interessante e que a motivação dos alunos seria potencializada com a aplicação de um jogo em sala de aula.

6. Considerações Finais

O conteúdo de coordenadas cartesianas veio a ser ensinado com o jogo de xadrez, pois no seu tabuleiro possui coordenadas oficiais do jogo que bem aplicado pelo fato de ser parecido com o plano cartesiano, o xadrez que segundo os teóricos aplicados nesse trabalho é um jogo que aguça o pensamento abstrato do aluno e também o pensamento logico-critico, pois o aluno quando vai jogar o jogo tem que pensar varias jogadas adiante e formular estratégias que o faça vencer a partida.

Nesse trabalho tentei responder a seguinte pergunta, uma sequência didática envolvendo o xadrez pode melhorar o processo de ensino e aprendizagem de coordenadas cartesianas no 6º ano? Pois acredito que sim, pelo fato de na análise de resultados efetuado pela metodologia análise microgenética, temos o indicio que o jogo é uma ferramenta bastante interessante e motivadora, pois o aluno se sente instigado e desafiado a aprender o assunto de coordenadas cartesianas e a aprender o movimento das peças do jogo de xadrez.

7. Referências

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília. MEC/SEF, 2000.

CABRAL, N. F. **O papel das interações professor-aluno na construção da solução lógico-aritmética otimizada de um jogo com regras**. Belém 2004

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e educação**. São Paulo: Cortez, 1996.

OLIVEIRA JUNIOR, M. P. **O ensino de coordenadas cartesianas com um jogo de estratégia (do grego strategia)**. Belém 2017.



O ENSINO DE FRAÇÕES E SEUS SIGNIFICADOS SOB O PONTO DE VISTA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS

Geovane Cunha da Silva

Universidade do Estado do Pará

geovanne.09@hotmail.com

Kallel Leite Chagas

Universidade do Estado do Pará

Kallel_leite@yahoo.com.br

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará

rosejuca@gmail.com

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo investigar, analisar e apresentar alguns obstáculos de ensino e aprendizagem da matemática, encontrados por professores e alunos durante as atividades em sala de aula, tendo como foco de pesquisa o ensino e aprendizagem de frações e seus significados, nas séries de anos iniciais e ensino fundamental. Para isso, analisamos alguns estudos feitos por Canova (2006), Campos (2009), Merlini (2005) e Smole & Muniz (2013) que abordam algumas discussões sobre o conteúdo de frações e seus significados.

Palavras-chave: Educação Matemática. Frações. Ensino de Frações. Frações e seus significados.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho é fruto de uma pesquisa desenvolvida no Grupo de Pesquisa em Educação Matemática – GPMAT que tem por objetivo investigar, analisar e apresentar quais as principais dificuldades encontradas pelos professores e alunos durante o estudo do conteúdo de Frações e se estes reconhecem as frações em seus mais diferentes significados. Para tal, utilizamos como aporte para a nossa pesquisa os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, o capítulo referente a frações do Livro “A Matemática em sala de aula: reflexões e propostas para os anos iniciais

do ensino fundamental” de Smole & Muniz (2013), os estudos feitos por Canova (2006), Campos (2009) e Merlini (2005) sobre Frações e seus Significados.

De acordo com os PCN's, o professor para desempenhar seu papel de mediador entre a matemática e o aluno, deve possuir um conhecimento sólido dos conceitos e procedimentos da matemática, e para que o saber matemático torne-se saber escolar, este conhecimento necessita ser transformado, para tal, o professor deve utilizar procedimentos que se possa relacionar a matemática com a vivência dos alunos, pois se espera que no ensino fundamental o conhecimento aprendido possa ser relacionado a outros contextos. Desta forma, com relação ao conteúdo de frações, a forma mais eficaz de se ensinar as frações e seus significados podem ser relacionando seu conceito com a realidade do aluno, contextualizando a teoria com a sociedade, o que propõe Vergnaud (1990) em sua teoria dos campos conceituais.

Segundo estudos feitos por pesquisadores como Canova (2006), os alunos egressos da Educação Básica têm pouco ou nenhum domínio das noções fundamentais com relação as frações, desta forma, conjecturam-se que na educação básica o ensino de frações tem sido tratado de forma não prioritária, fato que pode ser corroborado por avaliações realizadas no Brasil pelo SAEB, como por exemplo, a Prova Brasil.

No estudo realizado por Campos (2009), podemos perceber que existe pouco avanço no processo de aprendizagem dos números racionais nas suas representações fracionárias, o que reflete diretamente em um mau desempenho nas avaliações de aprendizagens, como as realizadas pelo SAEB. Mas se existe pouco avanço na aprendizagem de conteúdos referentes à fração, não se pode justificar tal realidade nos professores responsáveis no ensino destes alunos, mas sim em uma má priorização da matemática básica durante a formação desse professor, haja vista que historicamente falando, a matemática é renegada e/ou pouco priorizada durante a formação destes professores para séries iniciais, não levando a este professor um questionamento de como relacionar a matemática além da representação numérica.

2. DISCUSSÃO SOBRE O ESTUDO DE FRAÇÕES E SEUS SIGNIFICADOS

Partindo para o estudo de frações, da mesma forma que os números naturais, as frações não precisam necessariamente referir-se a quantidades, existindo para ela duas formas de representação fracionária, a ordinária e a decimal, e seu ensino pode ser contemplado por meio da teoria dos campos conceituais de Vergnaud (apud Merlini, 2005), utilizando-se *Situações, Invariantes e Representações*. As Situações caracterizam-se nas classificações teóricas de frações, contemplando os seus significados: número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo. As Invariantes são relações com as propriedades do conceito (neste caso, equivalência e ordem) com os objetos e relações que podem ser utilizadas pelo sujeito para analisar e dominar as situações. Já as Representações,

segundo Vergnaud (1990), permitem a representação das situações, após a análise por meio das invariantes, utilizando-se signos e símbolos matemáticos.

Quando se trabalha com a representação fracionária, tratando-se de significado de número, segundo Merlini (2005), o sujeito deverá reconhecer uma fração como um número e não como um superposto de dois números naturais, devendo reconhecer também, que todo número tem um ponto correspondente na reta numérica e que sua localização depende de uma ordem (estabelecida pela própria reta numérica, à esquerda números menores que zero e à direita números maiores que zero). Ao se trabalhar com significado parte-todo, deve-se trabalhar a ideia de partição de um todo em n partes iguais, mas para tal, o sujeito necessita desenvolver previamente competências, por exemplo: a identificação de uma unidade, realizar divisões, manipular a ideia de conservação de área. Ainda segundo Merlini (2005), ao se trabalhar frações com o significado de medida, devemos considerar que algumas situações são expressas em quantidades intensivas e extensivas, em que estas quantidades são medidas pela relação entre duas variáveis, como por exemplo, a probabilidade de um evento acontecer é medida pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis. Já as frações com o significado quociente podem ser trabalhadas quando houver situações em que a divisão for uma saída para a resolução de um determinado problema envolvendo fração, entretanto, deve-se abordar dois sentidos de significado quociente, o que remete a quantidades contínuas e a quantidades discretas, segundo a autora, nas quantidades contínuas o numerador não será uma quantidade divisível pelo denominador, portanto, sua divisão não será exata, já nas quantidades discretas, o problema exige que o numerador seja divisível pelo denominador. Tratando-se de frações como Significado Operador Multiplicativo, as frações devem ser encaradas como um valor escalar, geralmente aplicado a uma quantidade ou número e transformando o valor desta quantidade nesse processo.

Logo, como sugere Vergnaud (apud Merlini, 2005), para a construção do conceito de frações, conjectura-se que uma das saídas é explorar seu conceito em inúmeras situações, pois de tal forma favorecerá o entendimento de seu conceito de maneira consistente, pois remetendo a sua Teoria dos Campos Conceituais, ao se utilizar de problemas (*Situações*) para que o sujeito busque estratégias (*Invariantes*) para a resolução dos mesmos para então utilizar símbolos matemáticos para representar tal situação (*Representações*).

3. LEVANTAMENTO E ANÁLISE DE DADOS DA PESQUISA

Para a obtenção de dados que ajudassem na realização da pesquisa, foi utilizado um questionário com algumas perguntas básicas para a caracterização do sujeito e com questões referentes ao conteúdo de frações, no qual ao responderem estas questões o professor precisaria classificá-las como fácil, regular ou difícil.

Partindo para a análise dos dados, da parte referente a caracterização do sujeito, foram feitas algumas perguntas, como: Tempo de docência, série e ano em que leciona, se estudou alguma disciplina que

discutisse frações durante a formação, se os alunos sentem dificuldades em aprender frações e se os professores sentem dificuldades ao ensinar frações, nas tabelas abaixo podemos ver algumas das respostas obtidas nos questionários.

Quadro 1: Tempo que leciona?

TEMPO	QUANTIDADE
1 a 5 anos	30,7% (4 professores)
6 a 15 anos	15,3% (2 professores)
16 a 19 anos	23,07% (3 professores)
A mais de 20 anos	30,7% (4 professores)

Fonte: Instrumento da Pesquisa

Os professores na qual foi submetido o questionário tem em sua maioria muitos anos em sala de aula, observa-se que entre os investigados existem professores que estão a 20 anos ou mais exercendo o magistério.

Quadro 2: Ano ou Série que leciona?

Ano ou Série	Quantidade
Creche e/ou Educação Especial	7,6% (1 professor)
1º ano	7,6% (1 professor)
2º ano	23,07% (3 professores)
3º ano	15,3% (2 professores)
4º ano	84,6% (11 professores)
5º ano	38,4% (5 professores)

Fonte: Instrumento da Pesquisa

É importante observar que cada um dos professores ministra aula em mais de uma série.

Quadro 3: Estudou durante o curso de graduação na Universidade alguma disciplina que discutisse o significado de fração?

SIM	30,7% (4 professores)
NÃO	69,2% (9 professores)

Fonte: Instrumento da Pesquisa

Observa-se que aproximadamente 70% dos professores investigados, durante a graduação não tiveram uma disciplina que discutisse a fração nos seus mais diferentes significados, o que gera um reflexo no desempenho do ensino de frações durante a docência, utilizando-se os dados do quadro 1, pode-se concluir que os professores exercem a docência a anos e não tiveram uma disciplina que os preparassem para ministrar o conteúdo de frações de forma consistente.

Quadro 4: Participou de alguma formação continuada que discutisse o significado de fração?

SIM	15,3% (2 professores)
NÃO	84,6% (11 professores)

Fonte: Instrumento da Pesquisa

Analisando os dados do quadro 4, percebe-se que mesmo que muitos professores durante a graduação não tiveram uma disciplina que discutisse frações, quase 85% dos professores entrevistados não participaram de nenhuma formação continuada sobre frações, o que remete que muitos deles ainda estão, após anos de magistério, ministrando o conteúdo de frações sem ter um conhecimento concreto do conteúdo.

Quadro 5: Trabalha frações com seus alunos?

SIM	84,6% (11 professores)
NÃO	15,3% (2 professores)

Fonte: Instrumento da Pesquisa

Analisando os dados do quadro 5, temos que cerca de 84% dos professores trabalham o conteúdo de frações com seus alunos mesmo que, segundo dados do quadro 3, quase 70% destes professores não tenham discutido sobre frações durante a sua graduação.

Quadro 6: Seus alunos têm dificuldades em trabalhar com fração?

SIM	69,2% (9 professores)
NÃO	15,3% (2 professores)
NÃO RESPONDERAM	15,3% (2 professores)

Fonte: Instrumento da Pesquisa

Ao serem perguntados se seus alunos possuem dificuldades em trabalhar com frações, mais de 50% dos professores entrevistados responderam que “SIM”.

Quadro 7: Qual a maior dificuldade dos seus alunos com as frações?

P1	“Adição e Subtração”
P2	“Comparação de frações”
P3	“Contextualização de frações”
P4	“Compreender a fração maior e a fração menor”
P5	“Resolução das frações”
P6	“Interpretação de problemas envolvendo frações”
P7	“Comparação e operações com frações de denominadores diferentes”

Fonte: Instrumento da Pesquisa

Nota-se que dentre as dificuldades dos alunos com relação a frações, os professores de modo geral, apontam que os alunos possuem dificuldades de compreender a fração em seus diferentes significados, a exemplo P1 e P7 descreveram que os alunos sentem dificuldade em realizar operações com frações, já P3, P5 e P6 revelam que seus alunos sentem dificuldades em interpretar, identificar e resolver situações problemas que utilizam de pensamentos e conhecimentos fracionários.

Quadro 8: Você tem dificuldade em ensinar frações para seus alunos?

SIM	38,4% (5 professores)
NÃO	53,8% (7 professores)
NÃO RESPONDERAM	7,6% (1 professor)

Fonte: Instrumento da Pesquisa

Analisando os dados do quadro 8, e tomando por referência os dados do quadro 6, embora cerca de 53,8% dos professores investigados não tenham dificuldades em ensinar frações, cerca de 70% dos alunos destes professores sentem dificuldades em aprender frações.

Quadro 9: Quais dificuldades possuem ao ensinar frações?

P1	“Os tipos de frações”
P2	“Tenho dificuldades em fazer com que os alunos explorem e compreendam as diversas formas de representação das frações”
P3	“Não consigo deixar bem claro o conceito de fração para os alunos”
P4	“Questões contextualizadas”
P5	“Graças a Deus que com o auxílio de alguns recursos utilizados em aula, o entendimento sobre o assunto tem sido contemplado para a maioria dos alunos”.

Fonte: Instrumento da Pesquisa

Dentre as maiores dificuldades enfrentadas pelos professores ao ministrar o conteúdo de frações destacam-se uma ausência de um estudo prévio sobre o conteúdo, a exemplo P1 descreve que sente dificuldade em fazer os alunos identificarem os diferentes tipos de frações, P3 aponta que como maior dificuldade com relação ao conteúdo é o fato de não conseguir transmitir com clareza o conceito de frações, já P4 sente dificuldade em ensinar frações de forma contextualizada, relacionando o conteúdo com o dia-dia do aluno.

Quadro 10: Você conhece os diferentes significados das frações:

SIM	30,7% (4 professores)
NÃO	69,2% (9 professores)

Fonte: Instrumento da Pesquisa

Analisando os dados do quadro 10 e tomando por referência os dados do quadro 5, percebe-se que os professores estão trabalhando o conteúdo de frações desconhecendo os seus significados, corroborando o fato dos alunos possuírem dificuldades com o conteúdo de frações.

Partindo para a análise das questões referentes ao conteúdo de frações, o questionário possuía questões que após os professores responderam, deveriam classificá-las como fácil, regular ou difícil e classificar de acordo com o significado das frações, se os problemas envolviam o significado de número, parte-todo, quociente, medida, razão ou operador multiplicativo.

Quadro 11: Classificação das questões quanto a fácil, regular e difícil.

	Fácil	Regular	Difícil	Deixou em Branco
Questão 1		15,3% (2 professores)	53,8% (7 professores)	38,4% (5 professores)
Questão 2	53,8% (7 professores)	15,3% (2 professores)		30,7% (4 professores)
Questão 3	15,3% (2 professores)	38,4% (5 professores)	15,3% (2 professores)	30,7% (4 professores)
Questão 4	30,7% (4 professores)	23,07% (3 professores)	15,3% (2 professores)	30,7% (4 professores)
Questão 5		15,3% (2 professores)	38,4% (5 professores)	43,1% (6 professores)
Questão 6	43,1% (6 professores)	23,07% (3 professores)		30,7% (4 professores)

Fonte: Instrumento da Pesquisa

Quadro 12: Classificação das questões quanto ao significado de frações:

	Número	Parte-Todo	Quociente	Medida	Razão	Operador Multiplicativo	Deixou em Branco
Questão 1	15,3% (2 professores)	7,6% (1 professor)		7,6% (1 professor)			69,2% (9 professores)
Questão 2	7,6% (1 professor)	53,8% (7 professores)					38,4% (5 professores)
Questão 3		7,6% (1 professor)	7,6% (1 professor)	43,1% (6 professores)			38,4% (5 professores)
Questão 4		23,07% (3 professores)	15,3% (2 professores)		15,3% (2 professores)		43,1% (6 professores)
Questão 5	7,6% (1 professor)	23,07% (3 professores)	7,6% (1 professor)	7,6% (1 professor)	7,6% (1 professor)	7,6% (1 professor)	38,4% (5 professores)
Questão 6		7,6% (1 professor)	15,3% (2 professores)		23,07% (3 professores)		53,8% (7 professores)

Fonte: Instrumento da Pesquisa

Analisando os dados do quadro 12, e tomando por referência os dados do quadro 10, embora quase 70% dos professores investigados desconheçam os significados das frações, muitos arriscaram classificar as questões quanto aos seus significados.

Se tratando da questão 1, nove professores não souberam classificá-la dentro de nenhuma alternativa, entretanto, os dois professores que classificaram como “Significado de Número” acertaram. Tratando-se da questão 2, sete professores classificaram certo, ao afirmar que se trata de uma questão que envolve “Significado Parte-Todo”.

Na questão 3, seis professores acertaram ao classificá-la com “Significado de Medida”. A questão 4, que se trata de uma questão de “Significado Quociente”, dois professores acertaram ao classificá-la corretamente. Já na questão 5, apenas um professor acertou ao classificá-la como “Significado Operador Multiplicativo”.

A questão 6, foi classificada de forma correta por 3 professores, que a classificaram como “Significado Razão”.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho era investigar, analisar e apresentar obstáculos de ensino e aprendizagem da matemática, encontrados por professores e alunos durante as atividades em sala de aula, tendo como foco de pesquisa o conteúdo de frações em seus mais diferentes significados.

Após análise dos resultados obtidos na pesquisa, constatou-se que mais da metade dos professores não tiveram uma disciplina durante a formação que estudasse frações e seus diferentes significados, e que mesmo depois de formados, mais de 80% dos professores não participaram de nenhuma formação continuada que debatesse sobre frações, o que reflete diretamente em seu desempenho dentro de sala de aula.

Ainda que muitos desses professores não reconheçam as frações em seus mais diferentes significados, muitos trabalham este conteúdo da forma que é possível, mesmo que durante a sua formação não tenha sido trabalhado tal conteúdo ou trabalhado com a devida atenção. Infere-se que os resultados ruins obtidos em exames de avaliações como a Prova Brasil, são reflexos de uma formação ineficaz, não por culpa dos professores, ou dos alunos por terem dificuldades com o conteúdo, mas sim porque durante a formação desses professores, muitos não tiveram preparação para trabalharem determinados conteúdos.

5. REFERÊNCIAS

- Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.
- Campos, T. M. M. (2009). **Considerações a respeito do ensino e aprendizagem de representações fracionárias dos números racionais**. In G. Guimarães, & R. Borba (Eds.), Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais da escolarização. (pp. 131-139). Recife: SBEM.
- Canova, R. F. (2006). **Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do ensino fundamental com relação à fração (Dissertação de Tesis de maestría)**. Pontifícia Universidade Católica (São Paulo).
- SMOLE, K. S.; MUNIZ, C. A. - A matemática em sala de aula: **Reflexões e Propostas Para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Editora Penso, 2013.



O ENSINO DE PORCENTAGEM APLICADA A QUESTÕES DO ENEM

Francilena Oliveira Caudas¹

Universidade do Estado do Pará

cfrancilena@gmail.com

Pedro Franco de Sá²

Universidade do Estado do Para

pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO: O presente trabalho apresenta resultados de uma pesquisa que teve como objetivo avaliar os efeitos de uma sequência didática tendo como ponto de partida a resolução de problema para facilitar o desenvolvimento de habilidade de resolver questões de porcentagem tipo ENEM. A pesquisa se deu com 33 alunos, 18 alunos do 1º ano e 15 alunos do 2º ano do ensino médio em uma escola da rede pública localizada no município de Abaetetuba, no estado do Pará. A pesquisa foi dividida em quatro etapas, na primeira etapa aconteceu o levantamento dos dados tendo início com a aplicação do questionário socioeconômico, a segunda etapa foi aplicado um pré-teste, com a finalidade de diagnosticar o nível de aprendizagem desses alunos em relação ao objeto de estudo, a terceira etapa foi realizada a experimentação, para esta etapa foram utilizadas oito atividades e oito questões de porcentagem tratadas retiradas do Enem, e por fim foi aplicado o pós-teste com o intuito de verificar qual o desempenho dos alunos na resolução das questões de porcentagem, depois da realização da sequência didática. Após o desenvolvimento da pesquisa constatamos que a utilização de uma sequência didática tendo como ponto de partida a resolução de problema facilita o desenvolvimento de habilidade em resolver questões tipo Enem.

Palavras-chave: Educação. Ensino de Porcentagem. Ensino por Atividade. Questão do ENEM.

Introdução

A orientação para as políticas públicas para educação tem como subsídios o sistema de avaliação da educação básica (SAEB), da prova Brasil e do exame nacional do ensino médio (ENEM) além dos PCNs. Esses programas de avaliação que determinam como está a educação e a oferta de curso no país, essas avaliações são periódicas, feitas por órgão externo a escola e engloba os resultados da avaliação institucional, que sinalizam para a sociedade se a escola apresenta qualidade suficiente para continuar funcionando.

As exigências da educação básica faz-se necessário que as escolas se reinventem e priorize processos capazes de gerar sujeitos investigativos, participativos, cooperativos, preparados para as diversidade e capazes de intervir e problematizar as formas de produções.

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

Diante disso temos como pergunta norteadora de pesquisa: **A realização de resoluções de problema tipo ENEM de porcentagem facilita o desenvolvimento de habilidade de resolver este tipo de questão?**

A escolha do conteúdo porcentagem surgiu pela observação no número de questões de matemática presentes no Enem que solicita de forma direta o cálculo de porcentagem, ou como fonte de informação pra resolver outros conteúdos como exemplo, a geometria, probabilidade, cálculos estatísticos, juros, etc.

O levantamento de dados ocorreu nas provas do Enem de 2009 a 2015, questões relacionadas à Matemática e suas Tecnologias. Sintetizado na tabela a seguir:

Tabela 01: Questões de Porcentagem

Matemática e suas Tecnologias (Questões de 136 á 180)			
Ano	Questões de Porcentagem	Nº Questões	Percentual %
2009	(137°,140°,141°,143°,146°,164°,168°,170°,177°)	9	20%
2010	(136°,140°,141°,145°,153°,154°,156°,170°,172°)	9	20%
2011	(150°,153°,157°,162°,165°,166°,172°,176°,178°)	9	20%
2012	(150°,162°,164°,171°,176°)	5	11%
2013	(139°,146°,150°,151°,174°,177°)	6	13%
2014	(141°,142°,143°,146°,147°,148°,156°,159°,162°,169°,175°,180°)	12	27%
2015	(145°,149°,150°,152°,155°,158°,159°,164°,178°,179°)	10	22%
Total	nº de anos X nº de questões = 7 X 45 = 315 Questões	60	19%

Fonte: (ENEM, 2009 a 2015).

Como podemos observar o número de questões que envolvem o cálculo de porcentagem nas provas do Enem é muito significativo, de acordo com a tabela podemos verificar que entre os anos analisados em 2014 teve uma frequência de 12 questões que exigia dos alunos a aplicação de porcentagem, com um percentual de 27% de um total de 45 questões de matemática.

Neste trabalho foi realizar uma pesquisa com alunos do 1º e 2º ano do ensino médio, sobre os conhecimentos e uso das aplicações de porcentagem, e teve como objetivo principal avaliar os efeitos de uma sequência didática tendo como ponto de partida a resolução de problema para facilitar o desenvolvimento de habilidade de resolver questões de porcentagem tipo ENEM.

Metodologia

A pesquisa, de cunho experimental, foi desenvolvida em uma Escola Pública Estadual de Ensino Fundamental e Médio no turno da tarde, localizada no Município de Abaetetuba no Estado do Pará e contou com a participação de 33 alunos divididos em 18 alunos do 1º ano do ensino médio e 15 alunos do 2º ano do ensino médio.

Nossa proposta de pesquisa tem como instrumento uma sequência didática envolvendo o conceito e as aplicações de porcentagem. Para o desenvolvimento do experimento seguimos as seguintes etapas: **Diagnóstico (Questionário e pré-teste), desenvolvimento das atividades e questões tratadas retiradas do ENEM, aplicação de pós-testes e análise dos resultados.**

O diagnóstico das turmas foi realizado por meio de um questionário com o objetivo de obter informações pessoais dos alunos e dados sobre algumas questões relacionadas aos conhecimentos matemáticos em especial a Porcentagem, seguido da aplicação de um pré-teste, contendo dez questões retiradas do exame nacional do ensino médio ENEM dos anos (2009-2015), foi aplicado um pós-teste com as mesmas questões desenvolvidas no pré-teste, para verificarmos o desempenho dos alunos.

A experimentação consiste na aplicação de uma sequência didática tendo como ponto de partida a resolução de problema para facilitar o desenvolvimento de habilidades de resolver problemas de porcentagem tipo ENEM, após o desenvolvimento da sequência didática, trabalharemos com a aplicação de 8 (oito) questões tratadas retiradas do exame nacional de ensino médio ENEM.

Nas análises do desenvolvimento do experimento buscaremos enfatizar o ensino por meio de uma sequência didática como facilitador do ensino da porcentagem e suas aplicações. Nesse sentido, a análise dos resultados obtidos se dará através da comparação do pré-teste com o pós-teste e nas observações encontradas durante a aplicação da sequência das atividades.

Referencial Teórico

Como já afirmamos anteriormente temos como objeto de estudo a porcentagem e como pressuposto didático o uso de uma sequência de atividade que utiliza a resolução de problema como ponto de partida. Os PCNs indicam a resolução de problema como ponto de partida da atividade matemática podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica

da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.

Como metodologia de ensino, a resolução de problema, tem como objetivo de elaborar conjecturas, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático. O aluno torna-se independente e confiante em seu processo de resolução e o professor assume o papel de mediador desse processo. George Polya (1995) ao abordar sobre resolução de problema ressalta que:

O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável de trabalho. (POLYA, 1995, p, grifo do autor).

De acordo com a visão de Polya (1995) a utilização da resolução de problema como metodologia segue as orientações que os PCNs enfatizam em seus documentos em relação ao desenvolvimento cognitivos dos alunos, conhecimento esse que lhe dará oportunidade de argumentar condições de utilizá-los e ampliá-los e desenvolver de modo mais amplo, capacidades tão importantes quanto às de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problema de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade.

Análise dos Dados

O desenvolvimento do experimento se deu em quatro etapas, a análise dos dados descreverá os experimentos desenvolvidos nas turmas do 1º ano e 2º ano do ensino médio.

Na 1ª etapa verificamos que 90% que corresponde a 30 alunos não gostam nenhum pouco de matemática. Isso pode ser um indicador para as dificuldades em aprender matemática, ao perguntar sobre o ensino de porcentagem, 25 alunos responderam que na maioria das vezes as aulas eram desenvolvidas começando pela definição seguida de exemplos e exercícios. Esses dados nos revelam que o ensino tradicional ainda é bastante utilizado para iniciar os assuntos escolares.

Na 2ª etapa houve a aplicação do pré-teste contendo dez questões de porcentagem retirada do Enem. Para melhor identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos construiremos uma tabela na qual foi construída a partir dos erros cometidos pelos alunos, que está sintetizado na tabela a seguir:

Tabela 02: Erros do pré-teste dos alunos 1º ano

ERRO DOS ALUNOS DO PRÉ-TESTE DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO											
Questão	ERROS									Nº de Alunos	%
	Enunciado	Estratégia				Aritmético					
		RTS	ESM	ESA	EF	AD	SB	ML	DV		
1ª	9	3	0	0	0	0	0	1	5	18	100%
2ª	6	0	0	0	2	2	0	0	8	16	89%
3ª	3	0	0	0	0	0	0	0	8	11	61%
4ª	11	0	0	0	0	0	0	0	0	11	61%
5ª	5	4	1	0	1	0	0	0	2	13	72%
6ª	2	5	3	0	1	0	0	0	2	13	72%
7ª	0	4	1	0	0	0	0	2	6	13	72%
8ª	0	6	2	0	0	0	0	3	5	16	89%
9ª	3	0	0	0	0	0	10	0	0	13	72%
10ª	0	0	3	0	0	0	0	0	11	14	78%

Fonte: Pesquisa de campo (Dezembro/2016)

Como podemos observar na tabela a cima alguns alunos do 1º ano do ensino médio cometeram muitos erros relacionados à compreensão do enunciado das questões e a aplicação das quatro operações aritmética em especial a divisão. Esses resultados podem ser indicativos de que não basta trabalhar com os alunos apenas a estratégia de resolução, é necessário que os alunos compreendam o enunciado da questão problema para então atribuir uma estratégia condizente, que seja capaz de resolver a questão proposta.

A tabela a seguir apresenta os erros cometidos por alunos do 2º ano do ensino médio, como podemos verificar nas análises referentes às questões do pré-teste os erros cometidos foram iguais aos erros feitos por alguns alunos do 1º ano do ensino médio. Diante disso, a tabela seguirá a mesma estrutura da tabela de erros dos alunos do 1º ano do ensino médio.

Tabela 03: Erros do pré-teste dos alunos 2º ano

ERRO DOS ALUNOS DO PRÉ-TESTE DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO											
Questão	ERROS									Número de Alunos	%
	Enunciado	Estratégia				Aritmético					
		RTS	ESM	ESA	EF	AD	SB	ML	DV		
1ª	6	7	0	0	1	0	0	0	1	15	100%

2 ^a	5	0	0	0	2	0	0	0	5	12	80%
3 ^a	4	0	0	0	0	0	0	0	5	9	60%
4 ^a	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	67%
5 ^a	3	5	1	0	1	0	0	0	5	15	100%
6 ^a	1	7	0	0	0	0	0	0	4	12	80%
7 ^a	2	4	0	0	0	0	0	2	6	14	93%
8 ^a	1	4	0	0	0	0	0	0	9	14	93%
9 ^a	3	0	0	0	0	0	7	0	0	10	67%
10 ^a	2	0	1	0	0	0	0	0	8	11	73%

Fonte: Pesquisa de campo (Dezembro/2016)

Como podemos verificar na tabela a cima alguns alunos do 2º ano do ensino médio cometeram muitos erros relacionados à compreensão do enunciado das questões e a aplicação das quatro operações aritmética em especial a divisão.

Na 3º etapa desenvolveu a sequência de atividade que foi composta por oito atividades e em seguida a aplicação de questões tratadas de porcentagem retiradas do Enem. Nesta análise demonstraremos apenas a análise da oitava atividade.

Atividade 08: diferentes aplicações da porcentagem (adaptado de vizolli, 2001)

Objetivo: Ensinar o aluno a encontrar as diferentes incógnitas nas questões solicitadas.

Pré-Requisitos: Essa atividade exige que os alunos saibam aplicar as estratégias de resolução para solucionar as atividades que apresentam a taxa percentual e a quantidade de referencia.

Possíveis Dificuldades: Talvez os alunos apresentem dificuldades em resolver o item “c” que solicita o número total de pessoas que votaram.

Roteiro de aulas sugeridas: 1 aula de 45 mim.

Descrição dos Procedimentos: Para iniciarmos a atividade retornaremos na explicação do que foi desenvolvido até o momento. Apresentaremos a atividade e seus respectivos objetivos, entregaremos para os alunos a atividade e com eles executaremos a leitura do comando das questões e responderemos as possíveis interrogações. Ressaltando a importância das anotações e conclusões e/ou respostas de cada questão.

a) Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um candidato obteve 60% dos votos. Qual é o número de votos que esse candidato obteve?

Cálculo _____

Explique como você chegou a esse resultado.

b) Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um certo candidato obteve 1000 votos. Qual a taxa percentual de votos desse candidato?

Cálculo _____

Explique como você chegou a esse resultado.

c) Numa eleição onde um certo número de pessoas votaram, um candidato obteve 15% do total de votos, isso corresponde a 4500 votos. Qual foi o total de votos nessa eleição?

Cálculo _____

Explique como você chegou a esse resultado.

2ª) Calcule o Percentual Solicitado

a) 12 em 100, significa quantos por cento? _____

b) $\frac{25}{100}$, significa quantos por cento? _____

c) 1,5 significa quantos por cento? _____

d) 30% de 200 _____

e) 10% de 50 _____

f) 15% de 150 _____

g) 20% de 100 _____

h) 25% de 80 _____

i) 35% de 70 _____

j) 40% 160 _____

l) 45% de 135 _____

m) 50% de 300 _____

n) 100% de 500 _____

Essa atividade exige que os alunos saibam aplicar as estratégias de resolução para solucionar as atividades que apresentam a taxa percentual e a quantidade de referencia.

Tabela 04: Resultado atividade 08

Pergunta	Estratégia	Erro	Q. de Aluno
a) Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um candidato obteve 60% dos votos. Qual é o número de votos que esse candidato obteve?	Regra de três Simples	Multiplicação e divisão	5
b) Numa eleição onde 3500 pessoas votaram, um certo candidato obteve 1000 votos. Qual a taxa percentual de votos desse candidato?	Regra de três Simples	Multiplicação e divisão	10
c) Numa eleição onde um certo número de pessoas votaram, um candidato obteve 15% do total de votos, isso corresponde a 4500 votos. Qual é o número total de votos nessa eleição?	Regra de três Simples	Multiplicação e divisão	29

Fonte: Pesquisa de campo (Janeiro/2017)

Como podemos observar para a resolução do item “c” tínhamos como hipótese que talvez os alunos apresentassem dificuldades em resolver esse item que solicita o número total de pessoas que votaram, a qual foi comprovada dos 33 alunos, apenas 4 conseguiram resolver sem interferência do aplicador.

Tabela 05: Erros atividade 08

Pergunta	Estratégia	Erro	Q. de Aluno
a) 12 em 100, significa quantos por cento?	Fração	Não houve erro	33
b) $\frac{25}{100}$, significa quantos por cento?	Porcentagem	Não houve erro	33
c) 1,5 significa quantos por cento?	Fração com denominador 10	Representação em forma de números decimais 1,5%	23
d) 30% de 200	Regra de três Simples	Multiplicação e divisão	12
e) 10% de 50	Regra de três Simples	Multiplicação e divisão	6
f) 15% de 150	Regra de três Simples	Multiplicação e divisão	9
g) 20% de 100	Divisão de fração	Multiplicação e divisão	5
h) 25% de 80	Divisão de fração	Multiplicação e divisão	8
i) 35% de 70	Regra de três Simples	Multiplicação e divisão	15
j) 40% 160	Regra de três Simples	Multiplicação e divisão	17
l) 45% de 135	Regra de três Simples	Multiplicação e divisão	18
m) 50% de 300	Divisão	Não houve erro	33
n) 100% de 500	Porcentagem	Não houve erro	33

Fonte: Pesquisa de campo (Janeiro/2017)

Como podemos observa alguns alunos conseguem aplicar a estratégia da regra de três simples, mas ainda cometem erros nas operações aritméticas principalmente na multiplicação e divisão, depois do desenvolvimento da atividade iniciou-se a formalização. Após a formalização foi aplicada oito questões tratadas de porcentagem retirada do Enem. Com o objetivo de verificarmos o desempenho dos alunos nas resoluções e na compreensão dos enunciados das questões propostas.

1-(ENEM 2014/questão147/prova Amarela) Uma organização não governamental divulgou um levantamento de dados realizado em algumas cidades brasileiras sobre saneamento básico. Os resultados indicam que somente 36% do esgoto gerado nessas cidades é tratado, o que mostra que 8 bilhões de litros de esgoto sem nenhum tratamento são lançados todos os dias nas águas. Uma campanha para melhorar o saneamento básico nessas cidades tem como meta a redução da quantidade de esgoto lançado nas águas diariamente, sem tratamento, para 4 bilhões de litros nos próximos meses. Se o volume de esgoto gerado

permanecer o mesmo e a meta dessa campanha se concretizar, o percentual de esgoto tratado passará a ser:

Responda:

- a) Qual o percentual de esgoto de algumas cidades brasileiras que é tratado? _____ de um total de? _____
- b) Qual o percentual de esgotos que não recebem tratamento? _____
- c) 8 bilhões de litros de esgoto sem nenhum tratamento equivale a quantos por cento? d) 4 bilhões de litros de esgoto sem nenhum tratamento equivale a quantos por cento?
- e) Após a campanha. Quanto é a soma dos percentuais dos esgotos tratados? _____
- f) Após a campanha. Quanto é o percentual de esgoto que não recebem tratamento? _____
- g) Você sente-se seguro na sua resposta do item “e”? _____
- h) Qual o procedimento você utilizou para obter as respostas das questões anteriores?

Marque qual a sua resposta da situação problema acima.

- a) 72% b) 68% c) 64% d) 54% e) 18%

No desenvolvimento da primeira questão alguns alunos tiveram dificuldades em compreender o item “c” que solicita o percentual de 8 bilhões de litros de esgoto sem nenhum tratamento, na qual cometiam erros em afirmar que 8 bilhões de litros era equivalente a 100%, que na verdade era de 64%.

Tabela 06: Questão Tratada 01

RESULTADOS DA 1ª QUESTÃO TRATADA ENEM

ITEM	N ^o de Acerto	N ^o de Erro	Observações
A	33	0	Os alunos não compreenderam o enunciado da questão, no item “c” que solicita o percentual de esgoto que não recebe nenhum tratamento, os alunos afirmaram que 8 bilhões é igual a 100%, o que na verdade é 64%, esse erro desencadeou os erros cometido nos itens seguinte. Na pergunta do item “g”: você sente-se seguro na sua resposta? 23 alunos responderam sim e 10 alunos responderam que não, a estratégia utilizada por todos os alunos para calcular a porcentagem foi à regra de três simples.
B	29	4	
C	2	31	
D	0	31	
E	2	31	
F	2	31	
G	23	10	
H	Regra de três simples		

Fonte: Pesquisa de campo (Janeiro/2017)

Como podemos observar na tabela a cima, alguns alunos não compreenderam o enunciado da questão problema, o número de erros é superior ao número de acertos dos itens em questão.

Na 4ª etapa foi realizada a aplicação do pós-teste com as mesmas questões do pré-teste. Os dados apresentados nos indicarão se a sequência didática foi eficaz para o desenvolvimento do conteúdo porcentagem uma vez que a mesma buscará ensinar as aplicações da porcentagem e a compreensão dos enunciados das questões aplicadas pelo ENEM.

Para melhor identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos construiremos uma tabela na qual foi construída a partir dos erros cometidos pelos alunos, que está estruturada da seguinte forma:

Tabela 07: Erros pós-teste dos alunos 1º ano

ERRO DO PÓS-TESTE DOS ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO											
Questão	ERROS									Número de Alunos	%
	Enunciado	Estratégia				Aritmético					
		RTS	ESM	ESA	EF	AD	SB	ML	DV		
1ª	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	22%
2ª	1	1	0	0	0	0	0	0	3	5	28%
3ª	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	6%
4ª	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	11%
5ª	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	11%
6ª	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	11%
7ª	0	1	0	0	0	0	0	0	2	3	17%
8ª	0	0	1	0	0	0	0	1	3	5	28%
9ª	1	0	0	0	0	0	2	0	0	3	17%
10ª	0	0	2	0	0	0	0	0	6	8	44%

Fonte: Pesquisa de campo (Janeiro/2017)

Como podemos verificar na tabela a cima, alguns alunos do 1º ano do ensino médio compreenderam o enunciado das questões, aplicaram a estratégia de resolução corretamente, mas no momento de marcar a resposta correta confundiram-se, marcando a alternativa errada da questão proposta.

A tabela a seguir apresenta os erros cometidos por alguns alunos do 2º ano do ensino médio, como podemos verificar nas análises referentes às questões do pré-teste os erros

cometidos foram iguais aos erros cometidos por alunos do 1º ano do ensino médio. Assim, a tabela seguirá a mesma estrutura da tabela de erros dos alunos do 1º ano do ensino médio.

Tabela 08: Erros pós-teste dos alunos do 2º ano

ERRO DO PÓS-TESTE DOS ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO											
Questão	ERROS									Número de Alunos	%
	Enunciado	Estratégia				Aritmético					
		RTS	ESM	ESA	EF	AD	SB	ML	DV		
1ª	1	1	0	0	1	0	0	0	1	4	27%
2ª	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	13%
3ª	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	7%
4ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
5ª	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2	13%
6ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
7ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0%
8ª	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	13%
9ª	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	7%
10ª	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	7%

Fonte: Pesquisa de campo (Janeiro/2017)

Os resultados nos revelam que alguns alunos do 2º ano do ensino médio conseguiram compreender o enunciado das questões para então atribuir uma estratégia de resolução eficaz para solucionar a questão proposta. Assim como os alunos do 1º ano, os alunos 2º ano do ensino médio também utilizaram como estratégia de resolução a regra de três simples, por acreditarem que é o método mais fácil para encontrar os valores solicitados nas questões problemas que envolvem porcentagem.

Nossa interpretação em relação ao pós-teste é que tanto os alunos do 1º ano como do 2º ano do ensino médio conseguiram compreender os enunciados das questões aplicadas pelo ENEM em relação à porcentagem. Essa compreensão dá-se porque os alunos entenderam o enunciado das questões para então atribuir uma estratégia de resolução.

Como podemos verificar na tabela abaixo, que mostra o percentual de acerto e erros de 33 alunos do ensino médio, divididos em 18 alunos do 1º ano e 15 alunos do 2º ano do ensino médio.

Tabela 09: Pré-teste e Pós-teste do 1º e 2º ano

Pré-teste e Pós-teste do 1º e 2º ano do Ensino Médio				
Questões	Descrição	Acerto %	Erro %	Não resolveram %

		Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
1 ^a	Solicita o valor em reais da taxa percentual dado.	0%	76%	100%	24%	0%	0%
2 ^a	Solicita o reconhecimento da taxa percentual dos valores dado e o percentual médio desses valores.	15%	79%	85%	21%	0%	0%
3 ^a	Solicita a representação da taxa percentual.	39%	94%	61%	6%	0%	0%
4 ^a	Solicita o reconhecimento da taxa percentual dos valores dado.	36%	94%	64%	6%	0%	0%
5 ^a	Solicita a taxa percentual dada e a quantidade final.	15%	88%	85%	12%	0%	0%
6 ^a	Solicita a taxa percentual dada no gráfico de coluna.	24%	94%	76%	6%	0%	0%
7 ^a	Solicita o valor da taxa percentual, aplicado com a probabilidade.	18%	91%	82%	9%	0%	0%
8 ^a	Solicita o valor da taxa percentual.	9%	79%	91%	21%	0%	0%
9 ^a	Solicita a diferença da taxa percentual no gráfico de coluna.	30%	88%	70%	12%	0%	0%
10 ^a	Solicita o valor da taxa percentual por meio do gráfico de coluna.	24%	73%	76%	27%	0%	0%

Fonte: Pesquisa de campo (Janeiro/2017)

Observando os dados na tabela percebemos o elevado índice de acertos encontrado no pós-teste. Isso indica que a maioria dos alunos compreenderam os enunciados das questões e atribuíram uma estratégia de resolução de forma eficaz. Ao analisar a estratégia matemática utilizada, evidencia-se a aplicação da propriedade fundamental da proporção, seguido da estratégia da regra de três simples. A atribuição de uma estratégia só é possível a partir da compreensão do significado da taxa percentual num dado universo, podemos dizer que a compreensão do enunciado permite responder corretamente a questão proposta, mas o resultado da questão é obtido a partir do tratamento da estratégia de resolução utilizada.

Considerações Finais

Desta forma, comprovamos neste trabalho que a utilização de uma sequência didática tendo como ponto de partida a resolução de problema para facilitar o desenvolvimento de habilidades de resolver questões de porcentagem tipo Enem é adequada e permiti ao aluno construir sua estratégia de resolução, tanto das questões problemas teóricas como das questões problemas do seu cotidiano.

Podemos comprovar a eficácia da sequência didática a partir da comparação do pré-teste com o pós-teste. Apesar das dificuldades de alguns alunos e do pouco interesse na disciplina matemática conseguimos desenvolver a sequência didática e obter resultados relevantes, que fazem pensarmos que a forma como é ensinado qualquer conteúdo matemático

deve ser de maneira interativa na qual o aluno participe da construção do conhecimento aprendido, o desenvolvimento de uma sequência didática é uma alternativa para o professor utilizar em sala de aula, para que os alunos sintam-se integrados ao conteúdo e ao conhecimento.

Portanto, pelos fatos apresentados, podemos concluir que nosso objetivo foi alcançado. Esperamos que essa pesquisa possa contribuir para novos métodos de ensino e que sirva de referência para futuras pesquisas e investigações referente o ensino por meio de uma sequência didática bem como o ensino de porcentagem.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação**. Brasília: MEC, 1996. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>>. Acesso em: 10 jun. 2014.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000. Parte I. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>.

_____. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2006. v.2. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 12 jun. 2014.

_____. **Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2012. Disponível em: <http://pactoensinomedio.mec.gov.br/images/pdf/pceb005_11.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2014

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Dante**: Volume Único. São Paulo: Ática, 2008.

DIAS, Rozangela Vieira. **Uso de porcentagem no cotidiano dos alunos**. 2008. 120f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, PUCRS, Porto Alegre, 2008.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática**: Ciência e aplicações, 2º série: ensino médio, matemática. 2 ed. São Paulo: Atual, 2004.

LOPES, Keller Tadeu. **Uma investigação sobre o ensino de porcentagem no 6º ano do ensino fundamental**. 2013. 164f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SÁ, Pedro Franco de. **A resolução de problemas como ponto de partida nas aulas de matemática**. Revista Trilhas (UNAMA), v. 11, 7-24, 2009a.

TAVARES, Mileni de Quadros. **Matemática financeira: Uma nova abordagem para porcentagem e juros**. 2011. 34f. Monografia (Especialização Matemática, Mídias Digitais e Didáticas: Tripé para a formação do professor de matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

VIZOLLI, Idemar. **Registro de representação semiótica no estudo de porcentagem**. 2001. 229f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.



O ENSINO DE PROBABILIDADE APLICANDO SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Marceonílio Costa da Silva

Universidade do Estado do Pará - UEPA

marceonilio@yahoo.com.br

Francilena Oliveira Caudas

Universidade do Estado do Pará - UEPA

francycaudas@hotmail.com

RESUMO: O presente trabalho tem como objetivo aplicar uma sequência didática tendo como ponto de partida a resolução de problema para facilitar o desenvolvimento de habilidade de resolver problemas de probabilidade tipo ENEM. O estudo será desenvolvido por meio da aplicação de uma sequência didática dando ênfase na resolução de problema, a pesquisa se dará com alunos do 3º ano do ensino médio. Para iniciarmos a pesquisa será aplicado um questionário socioeconômico e um pré-teste composto por questões de probabilidade retiradas do Enem, os instrumentos que nos darão suporte para a coleta e análise dos dados. A pesquisa será dividida em quatro etapas, na primeira acontecerá o levantamento dos dados tendo início com a aplicação do questionário socioeconômico, contendo além de perguntas a serem respondidas pelos alunos algumas questões referentes ao ensino de probabilidade, a segunda etapa será aplicado um pré-teste, com a finalidade de diagnosticar o nível de aprendizado desses alunos em relação ao objeto em estudo, em seguida realizará a experimentação através de uma sequência de atividades utilizando como recurso a resolução de problema, para esta etapa pretendemos utilizar atividades que facilitem o ensino e aprendizagem de probabilidade e por fim será aplicado o pós-teste com o intuito de verificar qual o desempenho dos alunos na resolução das questões de probabilidade após a realização das atividades. Para verificarmos a eficácia da sequência de atividade compararemos os resultados encontrados no pré-teste e no pós-teste na qual será composto com as mesmas questões. Após o desenvolvimento deste estudo poderemos comprovar a eficácia ou não da aplicação de uma sequência didática tendo como ponto de partida a resolução de problema, a qual nos levará ao alcance ou não de nosso objetivo de pesquisa.

Palavras-chave: Ensino por atividades. Ensino de probabilidade. Resolução de Problema. Questões do Enem.

Objetivo

Esta pesquisa tem como objetivo geral: Aplicar uma sequência didática tendo como ponto de partida a resolução de problema para facilitar o desenvolvimento de habilidade de resolver problemas de probabilidade tipo ENEM.

Introdução

A orientação para as políticas públicas para educação tem como subsídios o sistema de avaliação da educação básica (SAEB), da prova Brasil e do exame nacional do ensino médio (ENEM) além dos PCNs. Esses programas de avaliação que determinam como está a

educação e a oferta de curso no país, essas avaliações são periódica, feita por órgão externo a escola e engloba os resultados da avaliação institucional, que sinalizam para a sociedade se a escola apresenta qualidade suficiente para continuar funcionando.

As exigências da educação básica faz-se necessário que as escolas se reinventem e priorize processos capazes de gerar sujeitos investigativos, participativos, cooperativos, preparados para as diversidade e capazes de intervir e problematizar as formas de produções para solucionar diferentes formas de resolver os problemas. As escolas devem deixar de se prender as características de metodologias tradicionais e passar a investigar a conhecer seus alunos para então desenvolver métodos que ajudaram tanto no ensino como na aprendizagem. Para os PCN:

À medida que vamos aos integrando ao que se denomina uma sociedade da informação crescentemente globalizada, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente. (BRASIL, 2000, p.40)

Isto mostrou como será importante uma cuidadosa abordagem do conteúdo de probabilidade. As Orientações Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2006) ressaltam também que o conteúdo de Probabilidade é recomendado para todos os níveis de educação, em especial para o Ensino Médio, pelo fato de as ideias de incerteza e de probabilidade estarem associadas aos fenômenos aleatórios presentes no mundo natural e no mundo social. Diante disso temos como problema de pesquisa: Os alunos do 3º ano do ensino médio apresentam habilidades de resolver questões de probabilidade tipo ENEM?

A escolha do conteúdo probabilidade surgiu pela observação no número de questões de matemática presentes no Enem que solicita o cálculo de probabilidade e também porque este assunto vem sendo estudado e discutido por alguns pesquisadores, como por exemplo, no XX EREMAT- Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul. Da Fundação Universidade Federal de Pampa (UNIPAMPA) Bagé/RS, Brasil. 13-16 nov. 2014. Teve um trabalho apresentado intitulado: Dificuldades encontradas pelos alunos em resolver questões de probabilidade, este trabalho aponta o problema, com um percentual considerável de erros cometidos pelos alunos, estes se dão, principalmente em conteúdos de séries anteriores e não especificamente nos conceitos da probabilidade.

No artigo de Leonidis Margaret Buss, que tem como tema: Dificuldades na leitura e Interpretação de problemas relativos ao cálculo de probabilidade e estatística. A autora fez um estudo de caso realizado com aluno do ensino médio e professores da rede publica estadual do Paraná. Cujo objetivo foram analisar, sob ambos os pontos de vista, os motivos das dificuldades encontradas no ensino/aprendizagem dos conteúdos de análise combinatória,

probabilidade e estatística. A análise de dados apontou 9% à falta de conhecimento, 43% Interpretação e 48% concentração. Falta de atenção na visão do aluno, e a falta de hábitos de leitura e da escrita na visão dos professores.

Erros e acertos em Matemática estão claramente expressos nas avaliações realizadas pelo Ministério da Educação (MEC), como por exemplo, o exame nacional de ensino médio (ENEM), e pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). De acordo com esses indicadores, o aproveitamento nos conteúdos de Matemática é muito baixo.

Todos os autores ressaltam a importância do ensino de probabilidade de maneira coerente e concisa, proporcionando ao aluno interagir com o conteúdo e não se limitar ao que é apresentado nos livros didáticos. É evidente por tanto, a necessidade de mais pesquisas voltadas para o ensino e aprendizagem dos conceitos e aplicações de probabilidade.

Acreditamos que a aplicação de uma sequência didática para facilitar o ensino e aprendizagem é uma metodologia na qual vem sendo bastante utilizadas e com bons resultados, como por exemplo, o trabalho de Costa (2017) intitulado: O ensino dos números inteiros com o uso da calculadora, a autora concluir que uma sequência didática com uso da calculadora é um recurso facilitador no ensino de números inteiros aos alunos do 7º ano do ensino fundamental. E Corrêa (2016) em seu estudo sobre: “O ensino de funções trigonométricas por atividades”. Este trabalho apresenta um estudo com o objetivo de avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática no desempenho dos alunos em resolução de questões envolvendo funções trigonométricas. Ao final a autora, afirma que a sequência didática aplicada proporciona resultados favoráveis à aprendizagem dos alunos, pois após as atividades aplicadas, obtiveram maior desempenho na resolução de questões sobre conteúdos de funções trigonométricas.

Neste trabalho pretendemos realizar uma pesquisa com alunos do 3º ano do ensino médio, sobre os conhecimentos e uso das aplicações de probabilidade, utilizaremos como objeto de pesquisa nas análises a priori e a posteriori questão de probabilidade cobrada no ENEM, e na etapa de experimentação, terá uma sequência didática como ponto de partida à resolução de problemas seguindo os nossos pressupostos teóricos.

Referencia Teórico

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2000), a matemática no ensino médio tem um valor formativo e um papel instrumental, seus conhecimentos são indispensáveis para a formação profissional do indivíduo, mas o que se percebe é que a matemática não está sendo relacionada com a vida dos alunos e com os

conhecimentos que esse aluno possui, dificultando a aprendizagem da mesma. Um dos fatos que afeta essa aprendizagem é o erro cometidos pelos alunos e a não retomada desse erro, tanto por parte do aluno, como por parte do professor, essa não retomada faz com que o aluno não apreenda determinando assunto gerando dificuldades futuras.

A dedicação e tempo também é essencial, para que o aluno façam as revisões de conceitos já estudados em series anteriores. O professor, por outro lado, consciente de que não consegue alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos, deve buscar outros métodos de ensino, que colaborem com o ensino e aprendizagem de matemática bem como para o assunto probabilidade. Pois a Matemática é uma área do conhecimento que surgiu e tem-se desenvolvido a partir dos problemas encontrados pelo homem. Dessa forma, a essência da Matemática é a resolução de problemas. Sobre o papel formativo da matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) expõem que:

(...) a matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, 2000, p.40)

Os PCN indicam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas. Como metodologia de ensino, a resolução de problemas, tem como objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático. O aluno torna-se independente e confiante em seu processo de resolução e o professor assume o papel de mediador desse processo.

George Polya(1995) acredita que um bom problema pode tornar as aulas de matemática mais interessante e desafiadoras, portanto é valido todo o esforço para apresentar os conteúdos de matemática de forma mais concreta, em que o aluno possa perceber a presença dos componentes curriculares no seu cotidiano. Ainda Polya (1995) propõe uma organização deste processo:

Primeiro, temos de *compreender* o problema, temos que perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos *um plano*. Terceiro, *executarmos* o nosso plano. Quarto, fazemos um *retrospecto* da resolução completa, revendo-a e discutindo-a. (POLYA, 1995, p. 3, grifo do autor).

As quatro etapas de Polya (1995) podem ser aplicadas a todos os conteúdos, seja em atividades que envolvam probabilidade, análise combinatória, tabelas, gráficos, funções, etc. Sá (2009b) explica que há pelo menos três formas de trabalho com a resolução de problema em sala de aula: como objetivo, como processo e como ponto de partida. Como objetivo, é necessário apenas que se ensine matemática para resolver problemas tão somente; como processo, significa analisar as estratégias de resolução dos alunos; já como ponto de partida, os problemas são usados como recurso pedagógico para iniciar o processo de construção de um dado conhecimento específico.

Acreditamos que trabalhar com a resolução de problema como ponto de partida favorece o processo de ensino e aprendizagem desencadeando no aluno um comportamento de pesquisa, estimula a curiosidade e prepara o aluno para lidar com situações novas sendo motivado a pensar, conhecer e solucionar problemas matemáticos dentro e fora da escola. Portanto, a sequência de atividade ao qual propomos seguirá as orientações prescritas dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio e as sugestões teórico-metodológicas de George Polya (1995) e Pedro Sá (2009b).

Metodologia

A pesquisa será de cunho experimental e tem como objetivo principal aplicar uma sequência didática tendo como ponto de partida a resolução de problema para facilitar o desenvolvimento de habilidade de resolver problemas de probabilidade tipo ENEM. Uma sequência didática (SD) pode ser definida como uma sucessão planejada de atividades progressivas e articuladas entre si, guiadas por um tema, um objetivo geral ou uma produção.

A sequência didática tem um papel central na prática docente. O planejamento, desenvolvimento, avaliação e aplicação, faz parte de sua própria aprendizagem com vistas a desenvolver os processos de organização, aplicação e avaliação da sequência de aulas. Nesse trabalho pretendemos realizar uma pesquisa com alunos do 3º ano do ensino médio, sobre os conhecimentos e uso das aplicações de probabilidade, utilizaremos como objeto de pesquisa nas análises a priori e a posteriori questões de probabilidade cobradas no ENEM.

Nossa proposta de pesquisas tem como instrumento uma sequência didática envolvendo o conceito e as aplicações de probabilidade. Para o desenvolvimento do experimento seguiremos as seguintes etapas: Diagnóstico (Questionário e pré-teste), elaboração das atividades, aplicação das atividades e aplicação de pós-testes e análise dos resultados.

O diagnóstico da turma será realizado por meio de um questionário com o objetivo de obter informações pessoais dos alunos e dados sobre algumas questões relacionadas aos conhecimentos matemáticos em especial a Probabilidade, seguido da aplicação de um pré-teste, contendo dez questões retiradas do exame nacional do ensino médio ENEM, será aplicado um pós-teste com as mesmas questões desenvolvidas no pré-teste, para verificarmos o desempenho dos alunos.

A experimentação consistirá na aplicação de uma sequência didática tendo como ponto de partida a resolução de problemas para facilitar o desenvolvimento de habilidades de resolver problemas de probabilidade tipo ENEM, após o desenvolvimento da sequência didática, trabalharemos com a aplicação de exercícios para fixar o conteúdo estudado. A elaboração da sequência didática recomenda ao professor a preparação de um conjunto de atividades articuladas e planejadas com a intenção de alcançar determinado objetivo. Conforme aponta Sá (apud SALGADO 2011, p.91), que a sequência didática adotado “possibilita ao aluno, principalmente, o desenvolvimento das habilidades de observação, levantamento de dados, análise e conclusão, entre outros”.

Nas análises do desenvolvimento do experimento buscaremos enfatizar o ensino por meio de uma sequência didática como facilitador do ensino da probabilidade e suas aplicações. Nesse sentido, a análise dos resultados obtidos se dará através da comparação do pré-teste com o pós-teste e nas observações encontradas durante a aplicação da sequência das atividades.

Referências

Brasil. [Resolução CNE/CEB nº 2, de 30 de janeiro de 2012. Define Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=9864&Itemid=) Disponível em http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=9864&Itemid= Acessado em 11 de novembro de 2014.

_____. LDB - **Lei de Diretrizes e Bases da Educação. Ministério da Educação.** Brasília: MEC/SEF, 1996. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>>. Acesso em 02 de Setembro de 2016.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria do Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>> Acessado em 21 de Novembro de 2014.

_____. PCN + - **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas**
ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS
SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

tecnologias.Matemática. Brasília: MEC/SEB, 2002. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em 10 de Janeiro de 2015.

AMÂNCIO, Juliana Ramos. **Planejamento e Aplicação de uma Sequência Didática para o Ensino de Probabilidade no âmbito do PIBID**. 2012. 227f. Dissertação (Pós-Graduação em de Ensino de Matemática), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

BORTOLI, Marcelo de Freitas. **Análise de Erros em Matemática: Um Estudo com alunos de Ensino Superior**. 2011. 96 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática), Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, RS, 2011.

BUSS, Leonidis Margaret. **Dificuldade na Leitura e Interpretação de Problemas Relativos ao Cálculo de Probabilidades e Estatística**. Disponível em: http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_leonidis_margaret_buss.pdf. Acesso em 25 de novembro de 2015.

CARMO, Anselmo Gonçalves do. **Teoria e Aplicação da Probabilidade no Ensino Médio**, Universidade Católica de Brasília. Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/AnselmoGoncalvesdoCarmo.pdf>. Acesso em 25 de novembro de 2015.

COSTA, Tatiane Xavier da. **O ensino dos Números Inteiros com o Uso da Calculadora**, 112 f. 2017. Monografia (Especialização em Educação)-Universidade do Estado do Pará, Belém.

CORRÊA, Rosana dos Passos. **O Ensino de Funções Trigonométricas por Atividades**, 390 f. 2016. Dissertação (Pós-Graduação em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém.

LIMA, Felipe Mascagna Bittencourt. **O Ensino de Probabilidade Com o Uso de Problema do Jogo dos Discos**. 2013. 121 f. Dissertação (Pós-Graduação em de Ensino de ciências exatas), Universidade Federal de Carlos, São Carlos, 2013.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SÁ, Pedro Franco de. **A resolução de problemas como ponto de partida nas aulas de matemática**. Revista Trilhas (UNAMA), v. 11, 7-24, 2009a.

SALGADO, RC da S. **O ensino de números inteiros por meio de atividades com calculadora e jogos**. 2011. 272 f. 2011. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Estado do Pará, Belém.



O ENSINO DE RAZÃO E PROPORÇÃO: A OPINIÃO DE ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Jakelline de Aquino Batista

Universidade do Estado do Pará - UEPA

Jackbatist@hotmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

Pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO:

O presente artigo apresenta resultados de uma pesquisa realizada com alunos da rede pública de ensino de Belém e teve como objetivo realizar um diagnóstico do ensino de razão e proporção a partir da opinião dos alunos. A pesquisa foi realizada por meio de questionários no período do mês de setembro de 2017, aplicados a 100 alunos do 8º ano do Ensino fundamental, contendo questões referentes ao perfil pessoal e do conteúdo matemático em questão. O resultado da análise aponta que de acordo com os alunos consultados, uma parte considerável não teve contato com o assunto de razão e proporção, e quanto aos métodos de ensino e fixação do conteúdo, seguem os métodos mais tradicionais como definição, exemplo e exercício, e apresentam lista de exercício ou pede para resolver exercícios do livro didático o que acreditamos essa forma de ensino não favorecer bons rendimentos na aprendizagem dos alunos.

Palavras Chaves: Educação Matemática, Razão e Proporção, Ensino.

1. Introdução

O estudo de razão e proporção é um dos conteúdos matemáticos mais antigos e de grande importância para os dias atuais, em que seus conceitos são utilizados em diversos aspectos do nosso cotidiano, que vemos desde simples situações ligadas a preços, receitas, análise de mapas a semelhança de triângulos, função entre outros.

Dessa forma, este conteúdo é constituído como integrador dos tópicos matemáticos que abrange a regra de três, teorema de Tales, semelhança, geometria bem como relaciona com outras áreas do conhecimento como a física, química, geografia, biologia. Com isso, podemos

observar sua ampla aplicação e importância para compreender outros importantes conceitos, sendo seu ensino de grande relevância para o currículo e formação escolar.

Entretanto, dados obtidos em 2013, por meio do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) indicam que os alunos apresentam grande dificuldade na compreensão desses conceitos. Em minha experiência em sala, nos estágios, também pude vivenciar essa deficiência dos alunos neste assunto, percebendo uma grande dificuldade dos alunos quanto estudavam outro assunto que precisava do conceito de razão e proporção já vista por eles na série anterior.

Neste trabalho apresentamos os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um diagnóstico do ensino de razões e proporções a partir da opinião dos alunos do 8º ano do ensino fundamental da rede pública de ensino de Belém. A pesquisa foi realizada por meio das seguintes etapas: revisão de estudos, elaboração e aplicação do instrumento de pesquisa, sistematização e análise dos dados.

Na busca pelos estudos já realizados nessa temática encontramos Freitas e Gonçalves (2010); Lara e Oliveira (2013); Oliveira e Garcia (2013) que buscaram diagnosticar em suas pesquisas o ensino e aprendizagem de razão e proporção pelos alunos do ensino fundamental e médio. Nos estudos de Menezes et al (2013); Dezílio et al (2013); Agnol et al (2013) e Carvalho et al (2013) buscaram verificar as diferentes técnicas para o ensino e aprendizagem de razão e proporção pelos alunos do ensino fundamental.

De forma geral nesses estudos o que vem nos mostrando desde os estudos teóricos como também nos estudos diagnósticos quanto ao ensino e aprendizagem de razão e proporção é a sua relação com a forma de ensino tradicional, e a essas falhas desse método de ensino já debatidas há tempos, em não propiciar ao aluno a possibilidade de ser um agente ativo da sua aprendizagem e como isso irá lhe prejudicar para outros entendimentos e tópicos da matemática e outras disciplinas bem como para simples aplicações do dia-a-dia.

Portanto, nesse estudo apresentaremos a seguir os resultados dos questionários aplicados aos alunos que foram sistematizados e organizados em tabelas para facilitar a análise.

2. Consulta aos discentes no processo de ensino de razão e proporção

Neste tópico apresentaremos resultados de uma consulta a 100 alunos do 8º ano do ensino fundamental de quatro turmas diferentes de uma mesma escola, ou seja, alunos egressos do 7º ano série em que é vista o conteúdo de acordo com o currículo escolar, a pesquisa foi realizada por meio de questionários no período do mês de setembro de 2017.

Inicialmente, faremos a sistematização e análise das informações referentes ao perfil dos discentes e posteriormente faremos as análises relacionadas aos dados do questionário socioeducativo.

Em relação a distribuição por gênero dos alunos segundo a idade obtivemos um equilíbrio quanto ao gênero sendo de 50% para masculino e 50% feminino. Quanto às idades, estas variaram entre 12 e 18 anos sendo que a concentração maior foi 43% para os alunos com a idade de 13 anos seguido de 36% para os alunos com 14 anos. Verificamos que pela idade apontada pelos alunos, estes constituem a média estabelecida para idade/série do ensino fundamental que tem duração de 9 anos e a faixa etária 6 – 14 anos de acordo com a estrutura do sistema educacional brasileiro – Lei 9394/96.

Os resultados em relação aos responsáveis dos alunos que obteve um maior percentual (38%) foram para pai e mãe como seus responsáveis. Seguidos deste, com a segunda maior porcentagem (14%) padrasto e mãe. Dados como este também constatou no estudo de Lopes (2015) que aplicou questionários com alunos egressos do 9º ano para verificar o ensino e aprendizagem de radicais na opinião dos alunos. No geral verificamos também que 73% dos alunos possuem como seu responsável feminino a mãe, e 43% como responsável masculino o pai, isto revela que temos a mãe como principal e mais atuante na educação desses alunos.

Quanto ao nível de escolaridade dos responsáveis dos alunos o resultado apontou que a maioria dos responsáveis dos alunos possui Ensino Médio completo sendo 43% para o responsável masculino e 40% o responsável feminino. De acordo com dados podemos inferir também que uma parcela considerável de alunos (40%) e (42%) desconhecem a escolaridade dos seus responsáveis masculino e feminino, respectivamente. Com o alto número de alunos que não informaram a escolaridade dos seus responsáveis podemos refletir quanto uma possível falta de diálogo referente a assuntos escolares entre os responsáveis e estes alunos, já que não conhecem a trajetória escolar dos mesmos.

Quando questionados em relação ao exercício de atividade remunerada dos seus responsáveis constatamos que 75% dos responsáveis masculinos e 64% dos responsáveis femininos exercem atividade remunerada. Também encontramos que 16% dos alunos exercem algum tipo de atividade remunerada. Consideramos positivo o resultado dos responsáveis dos alunos tanto masculino como feminino possuírem em sua maioria atividade remunerada, pois de alguma forma acreditamos que isso impede de que o aluno tenha que trabalhar e estudar para ajudar nas despesas de casa e isso fazer com que prejudique em seu rendimento escolar.

A tabela a seguir apresenta o resultado quanto ao gosto e dificuldade de aprendizagem em matemática.

Tabela 01 – Gosto dos alunos egressos pela matemática e dificuldade de aprendizagem

Gosto pela matemática	Dificuldade para aprender matemática no 7º ano				Total
	<i>Não tinha</i>	<i>Um pouco</i>	<i>Muita</i>	<i>Não informado</i>	
Nenhum pouco	3%	8%	10%	1%	22%
Um pouco	19%	34%	7%	-	60%
Muito	12%	4%	2%	-	18%
Total	34%	46%	19%	1%	100%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

De acordo com a tabela apresentada a maioria das respostas dos alunos classificaram como gostar um pouco de matemática (60%) e que possuem também um pouco de dificuldade (46%) sendo 36 % os que dizem gostar um pouco e sentir um pouco de dificuldade de aprendê-la. Quanto ao item gostar muito e sentir muita dificuldade foram apontados 18% e 19%, respectivamente, o que consideramos o percentual baixo para os que têm gosto pela matemática. Observamos também que 12% dizem gostar muito e não sentir dificuldade em matemática. No estudo de Lopes (2015) encontramos uma situação semelhante em que 36% dos alunos responderam que gostam pouco da disciplina assim como tem pouca dificuldade, bem como ser pequeno o percentual (14%) dos alunos que gostam muito de matemática. Diante desses dados concluímos que a maioria dos alunos possui um pouco de gosto pela matemática e não apresenta total aversão como considerada em muitas situações a disciplina mais rejeitada e difícil pelos alunos.

Tabela 02 – Hábito de estudo da matemática fora da escola e auxílio nas tarefas escolares

Hábito de estudo da matemática fora da escola	Auxílio recebido para realizar tarefas escolares				Total
	<i>Sem auxílio</i>	<i>Auxílio não especializado</i>	<i>Auxílio especializado</i>	<i>Não informado</i>	
Só no período de prova	16%	10%	15%	1%	42%
Só na véspera de prova	8%	6%	13%	-	27%
De segunda a sexta-feira	1%	7%	-	1%	9%
Só nos finais de semana	1%	9%	1%	-	11%

Todo dia	4%	4%	1%	2%	11%
Total	30%	36%	30%	4%	100%

Pesquisa de Campo (2017)

A tabela 20 nos apresenta que no geral 42% dos alunos possuem o hábito de estudar matemática só no período de prova e que 30% não recebem auxílio para realizar as tarefas escolares, e desses alunos, 16% estudam somente no período de prova e sem auxílio. Podemos observar que houve um equilíbrio quanto ao auxílio recebido para realizar as tarefas escolares, ainda que 4% não informaram, ficaram com 30%, 36% e 30, respectivamente, para os itens “sem auxílio”, “auxílio não especializado” e “auxílio especializado”. Consideramos importante que o aluno receba o acompanhamento e auxílio de pessoas além do professor nas tarefas escolares, bem como o fator quanto ao tipo de formação dos seus responsáveis que implicam na forma de aprendizagem desses alunos possibilitando melhores rendimentos escolares e afinidade com os conteúdos.

Tabela 03 – Entendimento do conteúdo de radicais da forma como o professor ensinava o método de introdução do conteúdo aos alunos egressos

Experiência dos alunos quanto aos métodos de introdução de razão	Entende razão da forma como o professor ensina				Total
	<i>Sim</i>	<i>Às vezes</i>	<i>Não</i>	<i>Não informado</i>	
Definição seguida de exemplos e exercícios	11%	44%	14%	-	69%
Começando uma situação problema para depois introduzir o assunto	3%	6%	2%	-	11%
Começando com um experimento para chegar ao conceito	1%	1%	-	-	2%
Iniciando com jogos para depois sistematizar os conceitos	2%	1%	1%	-	4%
Nunca estudei o assunto	1%	2%	9%	2%	14%
Total	18%	54%	26%	2%	100%

Fonte: Pesquisa de Campo (2017)

De acordo com a tabela verificamos que 69% dos alunos responderam que o método de introdução para o conteúdo de razão seguia o método tradicional “definição seguida de exemplos e exercícios” e ainda 54% responderam entender -às vezes- a forma como o professor ensinava, destes 44% seguia o método tradicional. Resultados semelhantes a esse também foram encontrados no estudo de Lopes (2015) e Silva (2016) que encontraram 85% e 93% respectivamente na resposta dos alunos das aulas de matemática iniciar por este método. Com isso podemos inferir que ainda prevalece no ensino de matemática o método mais tradicional de ensino, não que seja visto como negativo, mas acreditamos que existam assuntos que podemos trabalhar uma abordagem diferenciada para obter

melhores resultados no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, visto que o ensino tradicional já venha sendo debatido de não alcançar bons rendimentos de acordo com as avaliações da escola e também nas avaliações nacionais. Dentre as abordagens de ensino, a educação matemática nos mostra possibilidades de ensinar matemática de maneira mais dinâmica e com significado para o aluno seja por meio da história do próprio conteúdo a ser ensinado, jogos, resolução de problemas, modelagem, entre outros.

Tabela 04 - Experiências dos alunos egressos quanto aos recursos didáticos para fixação dos assuntos matemáticos

Métodos utilizados pelos professores para fixação de razão na opinião dos alunos	Total
Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos	68%
Apresentar jogos envolvendo o assunto	5%
Solicitar que você resolvesse os exercícios do Livro didático	10%
Solicitar que você procurasse questões sobre o assunto	4%
Não propor questões de fixação	13%
Total	100%

Pesquisa de Campo (2017)

A tabela acima nos apresenta o resultado encontrado quanto ao método para a fixação do conteúdo de razão, o que nos aponta como o mais utilizado na opinião dos alunos pelos professores com 68%, apresentar uma lista de exercício para serem resolvidos. Ainda que a preocupação com o ensino de matemática já venha sido discutido nos cursos e programas de formação de professores, sabemos que não há uma receita para o ensino, mas observamos nas pesquisas desenvolvidas na área da educação matemática apontar caminhos que visam melhorar o rendimento escolar dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos. A utilização de jogos para fixação obteve um percentual baixo de 5%, de acordo com Souza (2006) os jogos podem ser utilizados para introduzir, fixar ou concluir um conteúdo, ou seja, preparar o aluno para aprofundar os itens já trabalhados. Assim como os jogos, outros métodos como elaboração de sequências didáticas pelo próprio professor pode ser uma alternativa que possibilite uma interação e motivação de diminuir bloqueios apresentados por muitos alunos que temem a matemática e se sentem incapazes de aprendê-la.

Tabela 05 – Entendimento do conteúdo de proporção da forma como o professor introduzia o conteúdo aos alunos egressos

Experiência dos alunos quanto aos métodos de introdução de Proporção	Entende Proporção da forma como o professor ensina				Total
	<i>Sim</i>	<i>Às vezes</i>	<i>Não</i>	<i>Não informado</i>	
Definição seguida de exemplos e exercícios	15%	48%	7%	-	70%
Começando uma situação problema para depois introduzir o assunto	6%	3%	-	-	9%
Começando com um experimento para chegar ao conceito	3%	4%	1%	-	8%
Iniciando com jogos para depois sistematizar os conceitos	1%	3%	1%	-	5%
Nunca estudei o assunto	-	1%	6%	1%	8%
Total	25%	59%	15%	1%	100%

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Assim como para o estudo de razão os métodos de introdução do conteúdo de proporção não se distanciaram encontramos que 70% dos professores seguem o modelo –definição seguida de exemplos e exercícios- na opinião dos alunos. Sendo de 59% dos alunos que assinalaram que entendem “Às vezes” a forma como o professor ensina, e destes 48% seguem o método tradicional. Shliemann e Carraher (1993, p.16, *APUD* Pontes, 2009) entendem que “[...] o ponto de partida para a compreensão de razões e proporções são os diversos contextos ou situações da vida em que várias quantidades físicas estão em proporção direta com outras quantidades” e ainda destaca como grande relevância o contexto da transação comercial, exatamente porque é nele que a criança aprende que o valor a pagar depende da quantidade de mercadoria comprada. Dessa forma, acreditamos que fazer uso da definição como geralmente se diz ao aluno sendo $a/b = c/d$, se lê “a está para b, assim como c está para d” não fica explicado às relações envolvidas, o que salienta Spinillo (1993, p.42) “o pensamento proporcional refere-se basicamente à habilidade de estabelecer relações”.

Tabela 06 – Métodos utilizados pelos professores para fixação de proporção

Métodos utilizados pelos professores para fixação de proporção na opinião dos alunos	Total
Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos	64%
Apresentar jogos envolvendo o assunto	3%
Solicitar que você resolvesse os exercícios do Livro didático	14%
Solicitar que você procurasse questões sobre o assunto	5%
Não propor questões de fixação	13%
Outro	1%
Total	100%

Pesquisa de Campo (2017)

Para os resultados quanto ao método de fixação do conteúdo de proporção a maioria dos alunos também respondeu que os professores utilizam a lista de exercício para serem resolvidos (64%) seguidos de solicitar os exercícios do livro didático (14%). Quanto à metodologia utilizada pelo professor de matemática em Paula (2011) e Lopes (2015), 55% e 75% dos alunos, respectivamente, afirmaram que para fixar os conteúdos matemáticos o professor apresenta uma lista de exercícios para ser resolvidos. Com esses dados observamos que tanto na forma de apresentar o conteúdo quanto na forma utilizada para fixar os conteúdos matemáticos, destaca-se os métodos de ensino tradicionalista sendo pouca utilização de ensino diferenciada, como nos dados acima, apresentar jogos envolvendo o assunto obtivemos 3% na opinião dos alunos.

Tabela 07 – Capacidade dos alunos egressos na resolução de questões sobre razão

Resolve questões que envolvem razão facilmente	Relaciona razão com situações do dia-a-dia				Total
	<i>Sim</i>	<i>Às vezes</i>	<i>Não</i>	<i>Não informado</i>	
Sim	6%	7%	6%	-	19%
Às vezes	4%	26%	15%	-	45%
Não	1%	12%	21%	-	34%
Não informado	-	-	-	2	2%
Total	11%	45%	42%	2%	100%

Pesquisa de Campo (2017)

A tabela 25 apresenta que 26% dos alunos responderam que “às vezes” resolvem questões sobre o conteúdo de razão e relaciona com situações do dia-a-dia. Em seguida 21% dos alunos responderam que “não” não resolvem questões que envolvem razão facilmente e não relacionada com situações do dia-a-dia. Considerando que o total foram 45% que deram como resposta “Às vezes” resolver questões que envolvem razão com facilidade e também 45% que “às vezes” relaciona esse conteúdo com situações do dia-a-dia. Neste sentido, podemos inferir que pelas respostas desses alunos pouco foi considerado os vários contextos da nossa vida que está inserido a aplicação desse conteúdo quando lhe foi apresentado, pois, como visto apenas 11% conseguem relacionar o assunto com alguma situação do dia-a-dia. De acordo com Menegat (2010) falta ao aluno construir e aprimorar certos conceitos que facilmente poderiam ser relacionados com situações do cotidiano e não de forma isolada, prática e mecânica, sendo um dos problemas considerado está nas séries iniciais, quando a abordagem do conteúdo não recebe a importância devida. Dessa forma, acreditamos que para aqueles conteúdos que tem muita aplicabilidade no cotidiano e está presente na vida do aluno deve ser considerada essa abordagem relacionando a matemática da vida com a matemática

escolar, formalizando os conteúdos que muitas das vezes os próprios alunos já têm noção e já trazem um significado com eles mesmo.

Tabela 08 – Capacidade dos alunos egressos na resolução de questões sobre proporção

Resolve questões que envolvem proporção facilmente	Relaciona proporção com situações do dia-a-dia				Total
	<i>Sim</i>	<i>Às vezes</i>	<i>Não</i>	<i>Não informado</i>	
Sim	5%	6%	5%	-	16%
Às vezes	5%	33%	13%	-	51%
Não	3%	7%	21%	-	31%
Não informado	-	-	-	2%	2%
Total	13%	46%	39%	2%	100%

Pesquisa de Campo (2017)

Na tabela acima podemos observar que os resultados encontrados para proporção não se distanciaram dos encontrados para razão em relação se há facilidade de resolver as questões e se os alunos conseguem relacionar com alguma situação do dia-a-dia. Verificamos que 33% responderam “Às vezes” resolver com facilidade e relacionar com situações do dia-a-dia o conteúdo de proporção. No total foram 39% que responderam não relacionar com situações do dia-a-dia e 31% não conseguem resolver as questões com facilidade. Com esses dados, verificamos que poucos alunos (13%) responderam relacionar o conteúdo de proporção com alguma situação do dia-a-dia, o que consideramos como um resultado negativo visto que concordamos com Vergnaud (1983, *apud* Menegat, 2010) em que nos diz que a multiplicação e a proporcionalidade ocupam posição privilegiada, sendo consideradas como conceito pivô no ensino de Matemática e na construção das estruturas cognitivas do pensamento. Além disso, temos uma aplicabilidade em várias áreas e até mesmo dentro da própria matemática relacionando com outros conteúdos, sendo também chamado de um conteúdo integrador das disciplinas escolares. Dessa forma, se o aluno não desenvolve o pensamento proporcional desde cedo consequentemente terá dificuldades para aprender os outros conteúdos que tem a proporcionalidade como base ou pré-requisito para compreendê-los.

Tabela 09 – Grau de dificuldades de aprendizagem de razão e proporção na opinião dos alunos

Assunto	Estudou este assunto?			Grau de dificuldade para aprender					
	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	<i>Não informou</i>	<i>Muito fácil</i>	<i>Fácil</i>	<i>Regular</i>	<i>Difícil</i>	<i>Muito difícil</i>	<i>Não informou</i>
Ideias associadas a razão	25%	69%	6%	2%	1%	15%	-	5%	77%

Definição de razão	60%	33%	7%	5%	8%	45%	1%	1%	40%
Os termos de uma razão	44%	49%	7%	-	19%	20%	2%	-	56%
Razão de grandezas de mesma espécie	31%	61%	8%	-	9%	19%	2%	1%	69%
Razões inversas	43%	48%	9%	8%	2%	18%	15%	2%	55%
Razões especiais	52%	45%	3%	3%	10%	30%	4%	3%	50%
Razões escritas na forma percentual	52%	45%	3%	-	11%	29%	6%	6%	48%
Aplicações do conceito de razão	45%	49%	6%	4%	6%	25%	5%	5%	55%
Comparação por meio de uma razão	26%	68%	6%	2%	4%	13%	7%	-	74%
Porcentagem	63%	31%	6%	5%	10%	23%	17%	8%	37%
Problemas envolvendo porcentagem	55%	40%	5%	4%	7%	19%	17%	8%	48%
Ideia de proporção	58%	36%	6%	4%	8%	20%	18%	8%	45%
Definição de proporção	59%	36%	5%	3%	9%	19%	18%	10%	41%
Propriedade fundamental das proporções	48%	45%	7%	4%	6%	15%	16%	7%	52%
Grandezas diretamente proporcionais	52%	44%	4%	3%	8%	16%	18%	8%	49%
Grandezas inversamente proporcionais	42%	52%	6%	2%	8%	14%	15%	3%	58%
Proporções contínuas	40%	53%	7%	4%	6%	15%	10%	5%	60%
Proporcionalidade direta	37%	56%	7%	3%	4%	12%	11%	7%	75%
A propriedade se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $a.d = b.c$	56%	36%	8%	5%	10%	18%	17%	6%	45%
A propriedade se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$	48%	43%	9%	2%	5%	16%	17%	8%	52%
A propriedade se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$	37%	54%	9%	1%	3%	16%	15%	2%	63%
A propriedade se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$	33%	58%	9%	2%	2%	15%	8%	4%	69%
A propriedade se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$	33%	58%	9%	2%	3%	13%	10%	3%	69%
A propriedade se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	34%	57%	9%	2%	2%	15%	12%	2%	67%
A propriedade se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $\frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	28%	63%	9%	2%	2%	15%	9%	-	72%
A propriedade se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $\frac{a.c}{b.d} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$	32%	59%	9%	1%	2%	14%	12%	2%	69%
Situações-problema envolvendo as propriedades das proporções	36%	55%	9%	3%	2%	15%	10%	5%	65%
Distribuição em partes diretamente proporcionais	43%	48%	9%	2%	5%	23%	10%	2%	58%
Distribuição em partes	25%	65%	10%	1%	2%	8%	9%	7%	73%

inversamente proporcionais									
Regras de sociedade	23%	66%	11%	-	-	6%	8%	8%	76%

Pesquisa de Campo (2017)

Quanto a tabela 09 que trata dos tópicos relacionados aos conteúdos de razão e proporção e ao grau de dificuldade para cada tópico de acordo com as respostas dos alunos, tivemos os seguintes resultados.

De acordo com as respostas 69% dos alunos responderam que não estudaram o tópico relacionado às ideias associadas a razão, e 25% dos que responderam ter estudado consideram regular o grau de dificuldade para aprender esse conteúdo. Acreditamos que iniciar com as noções ou ideias associadas a razão prepara melhor o aluno para a construção da definição do assunto a ser estudado, pois estaria fazendo relação com algo já conhecido por eles e assim associariam com mais facilidade a alguma situação do seu dia-a-dia. Com esse pensamento, acrescenta Cerullo, Sato & Chacur (2004) quando nos diz que o aluno deve construir o conteúdo a ser aprendido por meio de aproximações sucessivas, integrando as novas informações àquelas que já possuem em sua estrutura cognitiva.

Para o tópico *definição de razão*, a maioria dos alunos (60%) respondeu que já estudou este conteúdo, o que julgamos como um resultado positivo, embora pela resposta ao item anterior, podemos inferir que as aulas da maioria desses alunos foram iniciadas com a definição formal do conteúdo de razão e 45% dos alunos julgaram como sendo regular o grau de dificuldade para aprender a definição. Quanto à *razão de grandezas de mesma espécie* a maioria dos alunos (61%) respondeu que não estudou este conteúdo, com isso temos que se não é trabalhado este conteúdo o aluno desconhece a relação da razão de grandezas numa mesma unidade, que é um dos conceitos trabalhados para o ensino de razão, e principalmente esses exemplos são úteis na geometria, ao falar de figuras semelhantes.

Os tópicos referentes ao estudo de razão que receberam a confirmação de terem estudado pela maioria dos alunos, foram também, *razões especiais* (52%), razões escritas na forma percentual (52%), porcentagem (63%) e *problemas envolvendo porcentagem* (55%). Sendo assim, os alunos revelam que quanto ao grau de dificuldade de aprender está nos problemas envolvendo porcentagem considerado o mais difícil (45%) dos tópicos do estudo de razão seguido de razões especiais (39%).

Quanto aos tópicos referentes ao estudo de proporção podemos perceber que a maioria dos alunos confirmou ter estudado a ideia de proporção (58%), o que consideramos de grande relevância para iniciar o estudo, visto que há inúmeras aplicabilidades de proporcionalidade

no cotidiano do aluno a ser relacionada e ainda por que a criança desenvolve as noções de proporcionalidade desde cedo por meio das experiências de vida e que muita das vezes precisa apenas formalizar aquele conhecimento.

Para o tópico *definição de proporção* a maioria dos alunos (59%) afirmou ter estudado o conteúdo e quanto ao grau de dificuldade para esse tópico o resultado concentrou entre regular (19%) e difícil (18%). Considerando que a maioria dos alunos estudou este tópico avaliamos como um resultado positivo, pois estes alunos poderão nos apontar sobre as dificuldades e quanto ao desenvolvimento do conteúdo relacionado aos tópicos seguintes de proporcionalidade, visto que quando ensinamos “presos” apenas da forma apresentada nos livros didáticos, como geralmente acontece, nem sempre estes livros abordam os assuntos de forma simples e de acordo com a realidade do aluno, ou até mesmo deixam de apresentar tópicos fundamentais na aprendizagem do conteúdo.

Diante aos tópicos de *grandezas diretamente proporcionais* e *grandezas inversamente proporcionais* encontramos, respectivamente, 52% e 42% da aprovação dos alunos quanto ao estudo do assunto. Pelas respostas podemos perceber que o ensino de grandezas diretamente proporcionais obtiveram um maior resultado em relação as grandezas inversamente proporcionais, e na hora da resolução das situações problemas geralmente os alunos erram mais questões que envolvem grandezas inversamente proporcionais, pois não interpretam que tipo de grandeza está envolvida e usam a técnica da regra de três de maneira incorreta o que foi verificado no estudo de Floriani (2004).

Das propriedades listadas para os alunos apenas a propriedade fundamental das proporções, em que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos obteve mais da metade das aprovações (56%) dos alunos em ter estudado o conteúdo, e os tópicos que obtiveram menores porcentagens para a confirmação de ter sido estudado pelos alunos foram os de *distribuição em partes inversamente proporcionais* (25%) e *regras de sociedade* (23%).

3. Considerações finais

Temos visto a importância que o estudo de razão e proporção desempenha na formação do aluno, seja em nível da educação básica quanto ao ensino superior, bem como no exercício de diversas profissões, no entanto percebemos que este conteúdo vem obtendo baixos rendimentos pelos alunos assim como os resultados demonstraram que a forma em que

se apresenta o conteúdo não favorece a construção do conhecimento de maneira a deixar o aluno como o agente ativo e participativo de sua aprendizagem, visto que seguem os métodos mais tradicionais de ensino.

Dessa forma, em nosso trabalho que tinha como objetivo realizar um diagnóstico do ensino de razões e proporções a partir da opinião dos alunos do 8º ano do ensino fundamental da rede pública de ensino de Belém constatou-se que uma parte considerável dos alunos da amostra pesquisada revelou não ter estudado os assuntos de “razão e proporção”.

Além disso, verificamos também que de acordo com os resultados muitos não compreendem o conteúdo pela forma que o professor ensina e que as aulas, em sua maioria, se baseiam no método tradicional de apresentar os conteúdos, e para fixar são aplicadas lista de exercícios e questões do livro didático. Acreditamos que este método de ensino não propicia a construção dos conceitos pelos alunos e não está sendo trabalhado de maneira inovadora de em que possa despertar mais interesse e motivação na aprendizagem pelos alunos. Com isso, esperamos que este trabalho possa contribuir e trazer a reflexões a cerca do ensino de razão e proporção.

4. Referências

- AGNOL, R.D.; FIOREZE, L.A.; LEAL, L.K.G. O conceito de razão em uma perspectiva crítica: recorte de um trabalho realizado com alunos do ensino médio. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013. **Anais...v.11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
- CARVALHO, E.R. et al. Modelagem matemática como uma alternativa pedagógica ao ensino dos tópicos “razão e proporção”: uma experiência no ensino fundamental. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Salvador – Bahia, 7 a 9 de julho de 2010. **Anais...v.10**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
- CERULLO, M.I.C; SATO, M.T.S; CHACUR, R.M. Trocando ideias: Matemática – Ensino fundamental. 1ª Série – São Paulo: Scipione, 2004. – (Coleção trocando ideias).
- DEZILIO, K. et al. Resolução de problemas em uma turma de 8º ano: o problema da proporção. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013. **Anais...v.11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
- FREITAS, J.L.M. ; GONÇALVES, M.J.S.V. O raciocínio proporcional em alunos do sétimo ano do ensino fundamental. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Salvador – Bahia, 7 a 9 de julho de 2010. **Anais...v.10**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

FLORIANI, E.F. Resolução de Problemas de proporcionalidade: um estudo com alunos do ensino fundamental e médio. 2004. 105f. Dissertação (mestrado em educação) – Universidade do Vale do Itajaí, Itajaí, 2004.

LARA, C.P.B. ; OLIVEIRA, L.L. O raciocínio proporcional em alunos do ensino médio. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013. **Anais...v.11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

LOPES, A. C. M. **O ensino de radicais por Atividades**. 2015. 263 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2015.

MENEGAT, M.F. **Uma nova forma de ensinar razão e proporcionalidade**. 2010. 54p. Monografia (Especialização em Matemática, Mídias digitais e didática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

MENEZES, D,C, de. et al. Um significado para a razão em matemática na vida dos estudantes que almejam o curso superior. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013. **Anais...v.11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

OLIVEIRA, L.M.C.P.; GARCIA, T.M.R.; Negociações de significados a respeito do subconstruto Razão na resolução e discussão de um problema. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013. **Anais...v.11**. Referência obtida via base de dados da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

PONTES, M.G.de. O. **Medida e proporcionalidade na escola e no mundo do trabalho**. João Pessoa: Ideia, 2009. 182p.



O ENSINO DE RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS SEGUNDO A OPINIÃO DE ESTUDANTES

Luiz Carlos Soares da Silva

Universidade do Estado do Pará

luiz.carloss08@gmail.com

Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do estado do Pará

2011malu.melo@gmail.com

Ana Kely Martins da Silva

Universidade do Estado do Pará

anakely2@yahoo.com.br

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo realizar um diagnóstico do Ensino de Relações Trigonométricas a partir da opinião de estudantes da Escola Pública. A produção das informações ocorreu por meio de aplicação de um formulário a 100 estudantes do 1º Ano do Ensino Médio da rede pública de Belém. Contendo questões sobre dados pessoais, questões sobre processos de ensino e sobre as dificuldades de aprendizagem referentes ao assunto em questão. A análise dos resultados indica que a maioria das aulas começa pela definição seguida de exemplos e exercícios, o instrumento de avaliação mais usado é a prova escrita, a maioria dos alunos não tem ninguém pra ajudar fora da sala de aula, e o seno é que eles possuem mais dificuldades.

Palavras-chave: Educação Matemática. Relações Trigonométricas. Ensino das Relações Trigonométricas. Opinião de Estudantes.

1. Introdução

O ensino de matemática no Brasil passou por transformações significativas na década de 60 quando houve a implantação das mudanças no currículo da escola advindas do movimento matemática moderna, onde podemos destacar segundo Pinto (2006) como aspecto negativo a superficialidade da simbologia no ensino de matemática e como aspecto positivo o processo de fazer matemática partindo de situações contextualizadas.

O ensino de relações trigonométricas, objeto de estudos de diversos pesquisadores revela algumas características como revela Cunha (2010, p.3) onde os alunos sabem “identificar os triângulos, mas não sabem identificar quanto aos ângulos; questionam em que usariam as razões na vida prática”, quanto aos aspectos metodológicos Fortes (2012, p. 64. Grifo nosso) aponta respostas de professores sobre o ensino de relações trigonométricas, são elas “Utilização do computador e utilização de exemplos próximos da realidade dos alunos. Em minha opinião o que mais falta em todos os colégios são aulas práticas”.

Os estudos sobre relações trigonométricas podem ser classificados com diagnósticos a exemplo dos de Cunha (2010), Fortes (2012), Gomes (2013), outra classificação é estudos sobre análise de livros didáticos como os de Pinheiro (2008) e Siqueira (2013) e uma outra classificação denominada estudos sobre trabalhos experimentais como os de Melo (2013), Oliveira (2013), Gomes (2013), Marques (2014) e Souza (2016).

Devidos a maioria dos estudos sobre o tema terem ocorrido em outras regiões fomos motivados a realizar um diagnóstico em nossa região. Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um diagnóstico do Ensino de Relações Trigonométricas a partir da opinião de estudantes da Escola Pública do município de Belém.

2. Metodologia

A pesquisa foi desenvolvida por meio das seguintes etapas: elaboração do instrumento, validação, revisão, obtenção de autorização, aplicação do instrumento, sistematização e análise dos resultados.

A elaboração do instrumento se deu a partir dos estudos já realizados buscando contemplar as dificuldades apontadas nesses estudos e explorá-los na região onde iríamos aplicar o instrumento, as etapas de validação e revisão se deu por meio de consulta a professores de matemática da rede pública de ensino os quais contribuíram para melhorar o questionário.

A obtenção de autorização aconteceu no momento de ida as escolas onde conversamos com os gestores e lhes explicamos a importância de tal ação, a aplicação do instrumento aconteceu em duas escolas da rede pública da cidade de Belém entre os meses agosto e setembro de 2016, com um universo 34 alunos na primeira escola e 66 alunos na segunda escola, todos alunos do 1º ano do ensino médio, a dificuldade encontrada nesse momento foi o fato de apenas 34 alunos terem estudado o conteúdo no ensino fundamental.

A sistematização e análise dos resultados se deu pela observação durante a aplicação do questionário, assim como pela tabulação em programas computacionais, para tal utilizamos o Excel e guardamos as informações na plataforma do Drive.

3. Resultados e análise

A sistematização das informações permitiu consolidar sobre processo ensino aprendizagem, foi possível identificar a faixa etária dos alunos, obtemos os seguintes dados, 2% dos alunos estão com 18 anos, 15% dos alunos estão com 17 anos, 25% dos alunos estão com 16 anos, 51% dos alunos estão com 15 anos e 7% dos alunos estão 14 anos, levando em consideração os apontamentos do MEC para as idades ideais do ensino médio, em que o ideal é que os alunos do 1º ano do ensino médio devem estar com 15 anos de idade, temos aí uma distorção 42% dos alunos na idade série, um dos indicadores divulgados nos resultados do censo escolar de 2015 Mec-Inep (2016), é a taxa de distorção idade/série, e revelam que 31,4% dos alunos estão fora da série ideal relacionada a idade.

Tabela 1: Idade dos alunos.

Idade dos alunos	
14 ANOS	7%
15 ANOS	51%
16 ANOS	25%
17 ANOS	15%
18 ANOS	2%
Total	100%

FONTE: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Quanto ao sexo dos alunos observamos que existe uma pequena predominância do sexo feminino entre os alunos entrevistados, isso é equivalente a 56%, ficando o sexo masculino com 44% do total de entrevistados, assim podemos concluir que há uma pequena maioria de meninas nas escolas públicas da cidade de Belém.

Tabela 2: Alunos por sexo.

Sexo	
Masculino	44%

Feminino	56%
Total	100%

FONTE: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Em relação a frequência de estudos da disciplina de matemática realizada fora da escola, 7% dos alunos realizam o estudo fora da escola todos os dias da semana, 14% estudam mais de 3 vezes por semana, 22% costumam concentrar os estudos fora da escola em três vezes por semana, e a grande maioria o que equivale aqui a 49% dos alunos da pesquisa estudam fora da escola apenas no período de prova e 8% dos alunos não tem o hábito de estudar assuntos da disciplina de matemática fora da escola.

Tabela 3: Frequência de estudo de matemática fora da escola.

Frequência de estudo de matemática fora da escola	
Todos os dias.	7%
Mais de 3 vezes por semana	14%
Costumo estudar 3 vezes ou menos por semana	22%
Só no período de prova	49%
Não costumo estudar fora da escola	8%
Total	100%

FONTE: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Os alunos compreendem o que o professor de matemática passa na sala de aula? Foi a pergunta utilizada em nossa investigação para saber se eles têm acesso a uma compreensão satisfatória segundo o olhar do próprio aluno, muitas pesquisas já foram realizadas acerca das dificuldades de aprendizagem em matemática, essas dificuldades apontam mensurações que nos levem a tomadas de decisões, e como nos ressalta Almeida (2006), que o professor tem papel importante nessas tomadas de decisão para melhora das práxis.

“As dificuldades de aprendizagem em matemática podem ser diversas e que não existe uma forma única de solucioná-las em função de suas peculiaridades. Todavia,

conhecer essas dificuldades possibilitará aos profissionais da educação, especialmente aos professores de matemática, condições de melhor analisar o desempenho de seus alunos a fim de propor alternativas para melhor conduzir o trabalho pedagógico com eles.” (ALMEIDA. 2006. p. 5)

Assim temos que 20% dos alunos sempre compreendem o que é ensinado pelo professor de matemática, 56% dos alunos compreendem quase sempre, 19% dos alunos entrevistados compreendem poucas vezes o que é ensinado pelo professor e 5% dos alunos merecem uma atenção especial, pois eles nunca compreendem o que é visto nas aulas de matemática na escola.

Tabela 4: Compreensão das aulas de matemática

Compreensão das aulas de matemática	
Sempre	20%
Quase sempre	56%
Poucas vezes	19%
Nunca compreendo	5%
Total	100%

FONTE: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Ao perguntarmos aos alunos como se deu as aulas sobre o assunto de relações trigonométricas, então perguntamos como o professor iniciava as aulas, metodologia empregada, 73% dos alunos respondeu que o professor ao iniciar as aulas sobre relações trigonométricas, começava as aulas pela definição do conteúdo estudado e em seguida mostrava exemplos e passava exercícios.

Para Cordeiro e Oliveira (2015), a metodologia predominante em sala de aula durante as aulas de matemática do ensino fundamental segue um padrão que predomina a transmissão verbal do professor para os discentes, e aponta que essa metodologia atravessa a cópia feita pelos alunos e se concretiza no treino e repetição.

Continuando nas respostas dadas pelos alunos temos, 15% dos alunos responderam que o professor ao iniciar as aulas sobre relações trigonométricas, começava com uma situação problema para aí iniciar o assunto, 9% dos alunos responderam que o professor ao iniciar as aulas referente a relações trigonométricas, criava modelo para a situação e em

seguida analisava o modelo criado, 2% dos alunos afirmaram que o professor iniciava a aula sobre trigonometria com jogos para depois sistematizar os conceitos, 1% dos alunos apontaram que o professor de matemática ao iniciar as aulas referentes ao assunto de relações trigonométricas, a fazia utilizando ferramentas tecnológicas para a resolução de problemas.

Tabela 5: Metodologia utilizada nas aulas de relações trigonométricas.

Metodologia utilizada nas aulas de matemática	
Começando pela definição seguida de exemplos e exercícios.	73%
Começando com uma situação problema para depois introduzir o assunto.	15%
Criando um modelo para situação e em seguida analisando o modelo.	9%
Iniciando com jogos para depois sistematizar os conceitos.	2%
Utilizando ferramentas tecnológicas para resolver problemas.	1%
Total	100%

FONTE: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Ao falarmos de avaliação, sempre sobrevém o pensamento da prova escrita, mas a prova escrita não é o único instrumento de que pode fazer o uso o professor em sala de aula, a avaliação do que se aprende como a ponta Sinder (2012) de revelar a evolução tanto de professores como a de alunos.

“A avaliação da aprendizagem escolar auxilia o educador e o educando no seu percurso comum de crescimento e a escola no cumprimento da sua responsabilidade social. Educador e educando, aliados, constroem a aprendizagem, testemunhando-a à escola e esta à sociedade. Eis a importância da avaliação.” (SINDER, 2012, p. 6).

A configuração sobre o que fora apurado neste estudo aponta que 5% dos alunos afirmam que os professores de matemática utilizam a prova oral como principal instrumento de avaliação, 71% dos alunos afirmam que os professores de matemática utilizam a prova

escrita como principal instrumento de avaliação, para 2% dos alunos, os professores de matemática utilizam como principal instrumento de avaliação a auto avaliação, e 1% dos entrevistados apontam que o principal instrumentos de avaliação utilizado na disciplina de matemática é atividades no quadro branco e para 21% dos alunos, o principal instrumento o qual o professor lança mão nas aulas de matemática é a produção no caderno.

Ao falarmos das funções das funções da avaliação, temos que ressaltar o papel de auxiliador para tomada de decisões, vejamos o que nos mostra Almeida; Peron e Desidério (s.d. p. 20).

Assim, rever a concepção de avaliação e os aspectos a ela subjacentes é rever certamente as concepções de ensino e aprendizagem, de educação e de escola, apoiadas em princípios e valores comprometidos com a instituição do aluno cidadão. Quando isso for colocado em prática, a avaliação será vista como função diagnóstica, dialógica e transformadora da realidade escolar.

Tabela 6: Principais instrumentos de avaliação em matemática

Principais instrumentos de Avaliação em matemática	
Prova oral	5%
Prova escrita	71%
Auto avaliação	2%
Quadro branco	1%
Produção no caderno	21%
Total	100%

FONTE: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Quando perguntado aos alunos, quem ajudava nas tarefas de matemática fora do ambiente escolar, chegamos no seguinte, 11% dos alunos responderam que quem mais ajuda nas tarefas de matemática é o professor particular, para 4% dos alunos entrevistados quem mais ajuda com os deveres de matemática é o pai ou responsável masculino, 10% dos alunos afirmaram que quem mais ajuda nos deveres de matemática é a mãe ou responsável feminina, 8% dos alunos disseram que o irmão é quem mais ajuda nos deveres de matemática, 57% dos alunos afirmaram que costumam estudar sozinhos os assuntos referentes a matemática o que podemos interpretar que a maioria dos alunos não tem ninguém para ajudar fora da sala de aula, 4% dos alunos apontaram o site do *YouTube* como quem mais ajuda nas tarefas de matemática.

O uso de vídeo aulas para compreender assuntos de certa forma traz uma autonomia para o aluno, que não está tão refém das abordagens apenas em sala de aula, é uma crescente utilizar vídeo aulas na internet como recurso de aprendizagem.

“Destacamos, porém, que o que pode fazer do YouTube uma ferramenta pedagógica educacional não é o site em si, mas uma prática pedagógica educacional, preocupada com a criação/melhoria dos ecossistemas comunicativos em nossas escolas. Aproveitar essa potencialidade que o YouTube oferece é o desafio” (KAMERS, 2013, p. 160).

Continuando os dados colhidos na pesquisa temos, 1% dos alunos apontou o tio a pessoa que mais ajuda nas lições de matemática, 4% dos alunos disseram que a ajuda nas tarefas de matemática vem dos amigos e 1% dos alunos atribuiu essa ajuda ao noivo.

Tabela 7: Pessoas que mais ajudam nas tarefas de matemática

Quem mais ajuda nas tarefas de matemática	
Professor particular	11%
Pai ou responsável masculino	4%
Mãe ou responsável feminino	10%
Irmão	8%
Estudam sozinhos	57%
YouTube	4%
Tio	1%
Amigos	4%
Noivo	1%
Total	100%

FONTE: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Quando comparamos com o trabalho de Gomes (2013) que possui como maior percentual para quem mais ajuda nas tarefas de matemática os amigos com 40% e para o professor particular com 22%, já a mãe possui apenas 2% de resposta dadas pelos alunos, e o pai não figura com qualquer porcentagem, é notório a ausência das figuras do pai e da mãe nos deveres com a matemática fora da sala de aula.

Outra pergunta feita aos alunos sobre o ensino e aprendizagem de relações trigonométricas se refere ao grau de dificuldades com que eles vêm os assuntos, assim obtivemos o seguinte quadro.

Quadro 1: Grau de dificuldade no aprendizado de relações trigonométricas.

	Muito fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Definição de triângulo retângulo	13%	26%	46%	11%	4%
Identificar o cateto oposto a um ângulo	5%	37%	32%	24%	2%
Identificar o cateto adjacente a um ângulo	4%	31%	37%	26%	2%
Identificar a hipotenusa de um triângulo retângulo	7%	34%	38%	19%	2%
Definição de razão entre números	4%	28%	46%	18%	4%
Determinação do seno de um ângulo conhecendo o cateto oposto e a hipotenusa	8%	23%	38%	27%	4%
Determinação do cosseno de um ângulo conhecendo o cateto adjacente e a hipotenusa	4%	23%	38%	32%	3%
Determinação da tangente de um ângulo conhecendo o cateto oposto e o cateto adjacente.	2%	13%	50%	31%	4%
Determinação do seno de um ângulo conhecendo o cateto oposto e o cateto adjacente.	4%	18%	43%	30%	5%
Determinação do cosseno de um ângulo conhecendo o cateto oposto e o cateto adjacente	3%	15%	42%	32%	8%
Determinação da tangente de um ângulo conhecendo um cateto e a hipotenusa.	5%	21%	42%	28%	4%
Resolver problemas envolvendo seno com a figura apresentada.	11%	25%	48%	12%	4%
Resolver problemas envolvendo seno sem a figura apresentada.	3%	26%	43%	24%	4%
Resolver problemas envolvendo cosseno com a figura apresentada.	6%	25%	52%	13%	4%
Resolver problemas envolvendo cosseno sem a figura apresentada.	5%	19%	53%	18%	5%
Resolver problemas envolvendo tangente com a figura apresentada.	5%	26%	48%	17%	4%
Resolver problemas envolvendo tangente sem a figura apresentada.	4%	19%	58%	14%	5%
Resolver problemas envolvendo a lei dos senos com a figura apresentada.	7%	22%	50%	17%	4%
Resolver problemas envolvendo a lei dos senos sem a figura apresentada.	5%	14%	56%	20%	5%
Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos com a figura apresentada.	4%	28%	45%	18%	5%
Resolver problemas envolvendo a lei dos cossenos sem a figura apresentada.	6%	17%	50%	23%	4%

FONTE: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Para os alunos os que apresentam maior grau de dificuldade, fazendo a união entre os que consideram “difícil” ou “muito difícil” temos em primeiro lugar com 40% apontado pelos alunos a *determinação do cosseno de um ângulo conhecendo o cateto oposto e o cateto adjacente*, seguido de *determinação do cosseno de um ângulo conhecendo o cateto adjacente e a hipotenusa* com 35% dos alunos considerando difícil ou muito difícil, também temos *determinação da tangente de um ângulo conhecendo o cateto oposto e o cateto adjacente* considerado por 35% como difícil ou muito difícil e a *determinação do seno de um ângulo conhecendo o cateto oposto e o cateto adjacente* também apontada por 35% dos alunos como difícil ou muito difícil.

Quando comparado a Gomes (2013) vemos algumas diferenças pois segundo o estudo dela 64% dos alunos tinham maior grau de dificuldade com lei dos cossenos, seguido de lei dos senos com 52% dos alunos apontando como maior grau de dificuldade.

4. Considerações finais

Durante o período das motivações iniciais desse estudo, tínhamos como intuito descobrir quais as dificuldades de aprendizagem durante as aulas de relações trigonométricas, por ser um conteúdo da disciplina da matemática de pouca assimilação, tomando por base o nível de conhecimento dos alunos que chegam ao 2º ano e 3º ano do ensino médio com dificuldades de retomar certas definições já ensinadas.

A preocupação com falta de exposição dos conteúdos de trigonometria no ensino fundamental que continuarão durante o ensino médio, como foi verificado em nossa pesquisa na primeira escola visitada os alunos em sua maioria não viram as relações trigonométricas durante o 9º ano do fundamental.

Outro fator preocupante é a presença de ajuda com os conteúdos de matemática fora da sala de aula, a pesquisa revelou que 57% dos alunos não possuem ninguém para essa ajuda, e revelou mais, que os pais não estão presentes na complementação do aprendizado fora da escola.

Com a pesquisa é possível traçar um perfil dos alunos e identificar as dificuldades destes frente a disciplina de matemática, levar a sala de aula novas metodologia de ensino, utilizar jogos ou programas de computadores e dinamizar o processo avaliativo são considerações que fazemos.

5. Referências

ALMEIDA, Cínthia Soares de. **Dificuldades de aprendizagem em Matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área.** (2006) Disponível em:

<<https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12006/CinthiaSoaresdeAlmeida.pdf>> Acesso em: 08 out. 2016.

ALMEIDA, Marlisa Bernardi de; PERON, Luciana Del Castanhel; DESIDÉRIO, Ricardo. **Concepções de avaliação de professores e alunos da rede pública do Estado do Paraná. (s.d.)** Disponível em:

<<http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1530/1530.pdf>> Acesso em: 22 out. 2016.

CORDEIRO, Euzane Maria; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de. **As Metodologias de Ensino Predominantes nas Salas de Aula. (2015)** Disponível em:

<<http://www.uniube.br/eventos/epeduc/2015/completos/23.pdf>> Acesso em: 10 out. 2016.

CUNHA, Márcia Loureiro da. **Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo: Uma Experiência Diferente. (2010)** Disponível em:

<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dezembro2013/matematica_artigos/artigo_ml_cunha.pdf> Acesso em: 28 nov. 2016.

FORTES, Adriana Wachtmann Borges. **Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo: Uma Análise de Erros no Ensino Médio** / Adriana Wachtmann Borges Fortes. – Santa Maria: UNIFRA, 2012. Dissertação (Mestrado profissional) – Centro Universitário Franciscano, 2012.

GOMES, Rosana Pereira. **O Ensino das relações trigonométricas no triângulo por atividades** / Rosana Pereira Gomes; Orientador: Pedro Franco de Sá. Belém, 2013. 218 f.; 30 cm Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, 2013.

KAMERS, Nelito José. **O YouTube como Ferramenta Pedagógica no Ensino de Física. (2013)** Disponível em:

<http://www.faed.udesc.br/arquivos/id_submenu/151/nelito_jose_kamers.pdf> Acesso em: 30 out. 2016.

PINTO, Neuza Berton. Práticas Escolares do Movimento da Matemática Moderna. Anais do **VI Congresso Luso Brasileiro de História da Educação** (COLUBHE). Disponível em: <<http://ntem.lanteuff.org/mod/folder/view.php?id=10597>>. Acesso em 05 jul. 2017.

SINDER, Marilene. **INTRODUÇÃO À AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM E À AVALIAÇÃO INSTITUCIONAL. (2012).** Disponível em:

<<http://pigead.lanteuff.org/mod/folder/view.php?id=40929>>. Acesso em: 15 abr. 2016.



O ENSINO DE VOLUME SEGUNDO ESTUDANTES

Ideny Espírito Santo Queiros Moraes

Graduado em Matemática e Especialista em Estatística Educacional- UFPA

Maria de Lourdes Silva Santos

PMPEM-UEPA

Pedro Franco de Sá

PMPEM e PPGED-UEPA

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um diagnóstico do ensino de volume a partir da opinião de estudantes. A produção das informações ocorreu por meio da aplicação de um formulário a 80 estudantes do 3º ano do ensino médio de três escolas públicas do Município de Castanhal no Estado do Pará, contendo questões sobre dados pessoais, processo de ensino e aprendizagem do assunto e questões sobre o cálculo de volume. A sistematização das informações ocorreu com a tabulação das respostas por questão em percentual. A análise dos resultados indicou que a forma de ensino do assunto predominante se dá partindo da definição seguida de exemplos e exercícios, que os alunos não desenvolveram satisfatoriamente o hábito de estudar matemática fora do horário de aula limitando-se ao estudo somente às vésperas da prova, além do que a maioria não costuma estudar sob a orientação de pessoas habilitadas. A análise do desempenho dos consultados indicou que a maioria tem dificuldades na resolução de questões envolvendo a determinação do volume de figuras geométricas.

Palavras-Chave: Educação. Diagnóstico. Conhecimento. Medida de volume.

ABSTRAT:

This paper presents the results of a survey that aimed to carry out a diagnosis of the volume of education from the view of students. The production of information took place through the application of a form 80 students of the 3rd year of high school three public schools in Castanhal Municipality in the State of Pará, containing questions about personal data, teaching and learning process of the subject and issues on the volume of calculation. The

systematization of information occurred with the tabulation of responses per question in percentage. The results indicated that the form of the predominant subject teaching takes place starting from the definition followed by examples and exercises, students not satisfactorily developed the habit of studying math outside of class time limited to the study only to test the eve beyond what most usually do not study under the guidance of qualified people. The performance analysis of respondents indicated that most have difficulties in resolving issues involving the determination of the volume of geometric figures.

Keywords: Education. Diagnosis. Knowledge. volume measurement.

1-INTRODUÇÃO

Ao analisarmos a presença da Geometria no segmento do Ensino Médio contidas nas propostas curriculares e nos diversificados materiais concebidos para a sua abordagem, além das experiências em sala de aula, acreditamos ser necessário mais trabalhos que discutam e embasem a exploração desse tema no Ensino Médio. Trata-se de olhar a geometria para além de sua dimensão como conteúdo escolar, pois o ensino da matemática nos níveis fundamental e médio tem sido marcado por constantes problemas como excesso de reprovação, falta de pré-requisitos dos alunos quando se deparam com novos conceitos e, também, problemas decorrentes das diferenças entre os vários modelos de escola, fatos estes que podemos constatar na nossa prática docente de 8 anos, o que se torna objeto de apreciação das licenciaturas em Matemática e as diversas situações que o professor se depara quando atua nas escolas nestes níveis.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM, o conteúdo de Geometria Métrica, que contempla o ensino de Volume de sólidos geométricos, está previsto para se desenvolver no segundo ano do Ensino Médio, no entanto, “essa distribuição dos temas pode variar em função do número de aulas e do projeto da escola para aprofundamento de temas ou inclusão de outros” (BRASIL, 2000, 125). Normalmente as escolas se favorecem do texto oficial e dilatam o prazo de desenvolvimento desse conteúdo, que passa a ser contemplado somente no final do 3º ano, o que nos faz crer que por muitas vezes esse conteúdo deixa de ser visto ou é dado de forma superficial.

Conforme (MAIA (b), 2000, p. 25) a busca da funcionalidade da Matemática é então uma das características da representação do professor, ou seja, dar uma função para o

conteúdo que está sendo ensinado. Já Hershkowitz citado por Fainguelernt (1999, p. 51), dizia:

Sendo a Geometria um ponto de encontro entre a Matemática como teoria e a Matemática como um recurso, ela é um caminho para desenvolver o pensamento e a compreensão para alcançar o nível mais alto de uma teoria formal. Somente quando essa perspectiva é atingida, a noção de estrutura matemática faz sentido.

A Matemática só consegue alcançar o seu significado, o seu objetivo, quando conseguimos pegar sua teoria e transformá-la em um recurso, numa ferramenta para desenvolvimento social e pessoal, ou seja, a Geometria é um instrumento, um facilitador para que possamos entender alguns acontecimentos cotidianos. Para tornar o ensino mais aplicado, mais acessível para o aluno, de forma que ele consiga usar a Matemática como uma ferramenta que irá ajudá-lo na sua caminhada e a linguagem desempenha um papel importante na constituição deste conhecimento.

É nessa perspectiva que nosso trabalho pretende contribuir para a reflexão sobre o ensino matemático de cálculo de volume e o papel de destaque que este conhecimento tem, não apenas no contexto matemático mas também nas práticas sociais, desde as civilizações antigas, pois o cálculo de volume de sólidos, assim como diversos conteúdos matemáticos, surgiu da necessidade de resolver problemas do cotidiano. ,como aponta o PCN da Matemática.

O ensino de Matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina como por parte de quem aprende: de um lado, a constatação de que se trata de uma área de conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação à sua aprendizagem. A constatação da sua importância apoia-se no fato de que a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Do mesmo modo, interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno.

A pouca variedade de situações no ensino de volume, sobretudo, nos livros didáticos tem acarretado no insucesso dos alunos na resolução de problemas que requerem a mobilização de novos conhecimentos para serem resolvidos. O trabalho de Lindegger (2000) proporcionou um esclarecimento quanto aos caminhos que devemos tomar durante o processo

de construção da sequência didática; e assim propor aos alunos envolvidos, meios para apreender esse conhecimento tão útil para a nossa sobrevivência quanto indivíduo. Ele salienta ainda que um número excessivo de exercícios trabalhados em sala de aula não garante a apreensão do conhecimento por parte do aluno, e sim as situações que promovam raciocínio e participação ativa.

Segundo Pais (2006, p. 111) a Geometria Métrica, especialmente no cálculo de volume de sólidos geométricos é considerada de difícil entendimento porque necessita de visualização e, geralmente no ensino tradicional, o professor utiliza-se apenas de configurações geométricas, ou seja, desenhos geométricos para apresentar aos alunos e propiciar melhor entendimento do assunto, limitando esse entendimento, resultando num trabalho mecânico, limitado e que não estimula a reflexão. Portanto, uma primeira tarefa junto às crianças, pode ser a de aprender a reconhecer os atributos que podem ser medidos. Muitos destes, se não todos, são estudados nas séries iniciais do fundamental: área, capacidade, comprimento, densidade, distância, massa, temperatura, volume, entre outros.

Já Faingulernt (2004), diz que a Educação Matemática que queremos é aquela que se estenda muito além dos muros da escola do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e do Ensino Superior. Como podemos perceber ambos dizem que só conseguiremos alcançar o nosso objetivo de tornar a Matemática uma ciência gostosa e interessante quando torná-la aplicada, mostrando suas aplicações principalmente fora da escola, na vida real do aluno.

No caso específico da Geometria plana, por exemplo, esta enfrenta vários problemas que atrapalha o aprendizado do aluno. Segundo Manrique (2004), alguns livros didáticos deixam a desejar pois os problemas geométricos propostos por estes, privilegiam resoluções algébricas, e poucos exigem raciocínio dedutivo ou demonstração. E ainda, quase não existe a passagem da Geometria empírica (Geometria de experiências, observações), para a Geometria dedutiva, além de poucos trabalhos focarem a leitura e a interpretação de textos matemáticos. Pavanello citado por Nascimento (2004) vai além, dizendo que outro fator importante é o tempo, ou seja, em algumas escolas o conteúdo geométrico é tratado apenas no final do livro didático e muitas vezes não dá tempo para ver o conteúdo, e quando sobra tempo, o mesmo não é visto completo e tem ficado relegado a um plano secundário.

Como vimos existem vários fatores que atrapalham o aprendizado do aluno e contribuem para que ele se afaste cada vez mais da Geometria. Mas existe meios para

revertemos esse quadro, principalmente mostrando a importância da Geometria e isso é possível com criatividade.

E neste contexto se insere as questões norteadoras desta pesquisa: avaliar o nível e a qualidade do conhecimento matemático relacionado a volume de sólidos geométricos nas turmas de 3º ano do Ensino Médio e as possíveis dificuldades encontradas por parte do aluno em aprender cálculo de volume de sólidos, para então fornecer elementos que favoreçam o ensino do tema e a construção do saber significativo, através de novas pesquisas e aplicação de metodologias mais significativas.

2 – METODOLOGIAS

A pesquisa foi desenvolvida por meio das seguintes etapas: elaboração do instrumento, validação, aplicação, sistematização e análise.

Elaboração do instrumento

Na realização da pesquisa foi escolhida uma amostra de 80 alunos do 3º ano do Ensino Médio, dos turnos noturno e vespertino de três escolas estaduais, localizadas na área urbana do município de Castanhal, obedecendo as seguintes etapas: Revisão de literatura, elaboração do instrumento de consulta, avaliação do instrumento, coleta de informações, sistematização dos resultados e análise dos resultados.

Devido ao objetivo da pesquisa optamos por um questionário contendo 18 questões, entre estas constavam questões sobre dados pessoais, questões sobre a relação do aluno com a disciplina matemática e questões envolvendo o campo conceitual. Analisando as ideias principais coletadas nos questionários, organizaram-se as respostas dos sujeitos para cada categoria, contendo as manifestações positivas, negativas e intermediárias expressas nas respostas dos alunos, possibilitando a apreensão do pensamento coletivo deles quanto ao sentimento em relação à disciplina Matemática e aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Aplicação

No primeiro momento foi elaborado um formulário contendo questões acerca dos dados pessoais dos alunos, sobre sua relação com a matemática e suas possíveis limitações. E no segundo momento foi feita a avaliação do instrumento por meio de uma análise realizada pelo professor orientador. O terceiro passo referente à produção de informações que ocorreu no mês de janeiro do corrente ano em que os alunos participantes responderam aos questionários e realizaram o pré-teste proposto, de maneira participativa sem qualquer

rejeição, mostrando-se dispostos a contribuir com a pesquisa o que ocorreu também com os professores das respectivas turmas que foram bastante receptivos à pesquisa e muito contribuíram para o andamento do trabalho.

Em última instância ocorreu à sistematização dos dados por meio da ponderação das informações fornecidas na pesquisa que geraram quadros e gráficos que ilustram os resultados.

Instrumento de avaliação diagnóstica

Para a coleta de dados foram aplicados dois instrumentos: um questionário informativo (fechado, com questões de múltipla escolha, apresentando questões sobre a identificação dos alunos). Uma prova de percepção, desenvolvida á partir do instrumento de Van Hiele (1980, *apud* Santos (2012)).

Neste tópico descrevemos os instrumentos diagnósticos que serviram de parâmetro para a avaliação de nossa sequencia. Eles nos auxiliaram no entendimento de como se dá a formação dos conceitos de volume de sólidos para esse grupo de alunos.

O pré-teste teve por finalidade avaliar os conhecimentos anteriores do aluno a respeito do ensino de volume e no sentido de servir de termômetro, para avaliar se o mesmo dominavam os conteúdos matemáticos considerados como pré-requisitos para o trabalho que desejamos realizar. Essa avaliação tem, portanto, a função principal de diagnósticos, para posterior desenvolvimento de uma sequencia didática.

Resultados e análise

Perfil dos alunos entrevistados

A sistematização dos resultados obtidos gerou o seguinte perfil de aluno: Dos 80 alunos consultados, 31% eram do sexo masculino e 69% do sexo feminino, evidenciando a predominância do sexo feminino nessa modalidade de ensino. Em relação a idade, a maior parte 87% se encontra na faixa etária entre 17 e 24 anos e 13% e tinha mais que 24 anos o que revelou que os alunos neste nível se encontram dentro de um padrão considerado normal quanto a faixa etária.

Tais dados ressaltam que a porcentagem de jovens que concluem o ensino médio na idade certa- até os 17 anos – aumentou em 10 anos, passando de 5%, em 2004, para 19% , em 2014. Os dados estão em um estudo do Instituto Unibanco, feito com base nos últimos dados

do IBGE. Há, no entanto, 1,3 milhão de jovens entre 15 e 17 anos que deixaram a escola sem concluir os estudos, dos quais 52% não concluíram sequer o ensino fundamental.

“Este é o subgrupo mais vulnerável, pois são brasileiros que, caso não voltem a estudar, terão altíssima probabilidade de inserção precária no mercado de trabalho, além de não terem tido seu direito à educação básica assegurada”, Agência Brasil (2016).

Outro dado levantado foi sobre a dependência de disciplinas e o que se constatou foi que, dos alunos consultados, 90% não estão em dependência escolar, 6% encontram-se em dependência em Matemática e 4% em outras disciplinas o que podemos considerar ser um índice considerável de reprovação na disciplina de matemática. A análise das respostas revela que há uma manifestação predominante positiva em relação ao gosto pela disciplina de Matemática, opondo a ideia de que os alunos não gostam, ou têm aversão, medo ou temor da disciplina, como demonstram os percentuais: 65% gostam da disciplina, 10% gostam muito, 20% acham uma disciplina suportável mesmo não sendo a disciplina preferida destes alunos e somente 5% dizem não gostar de Matemática. Nas respostas foi possível também diagnosticar que a metodologia utilizada pelos professores é fator determinante no ato de ensinar e aprender. A apuração das respostas revela isso.

Quando questionados se recebiam o auxílio de pessoas na realização de suas tarefas escolares, 80% disseram não receber qualquer tipo de ajuda, 12% declarou receber de familiares, 5% de outros e somente 3% recebem de professores particulares. Este é um fator a se considerar se avaliamos o grau de dificuldade que esses alunos apresentam na aprendizagem dos conteúdos matemáticos, pois não são temas que somente através de leituras você consegue superar as dificuldades, geralmente se faz necessárias explicações direcionadas para a superação de qualquer dificuldade encontrada.

Quanto ao período de estudo fora da escola, 50% declarou só estudar no período de provas, 25% estudam às vésperas das provas, 16% só nos fins de semana, 6% não estudam Matemática, além das aulas e somente 3% estudam diariamente. Isso acaba comprometendo a efetivação do conhecimento matemático, se consideramos que somente assistir às aulas não é suficiente para a construção sistematizada do conhecimento, já que em nossa realidade nos deparamos com diversos fatores entre eles o tempo mínimo de carga horária semanal entre outros fatores, que acabam tornando necessário um esforço maior por parte do aluno na construção do hábito de estudar também fora da escola.

Quando questionados sobre como se sentem no momento da prova de matemática, 3% disseram sentirem-se contentes, 11% sente medo ao serem avaliados, 35% conseguem manter a tranquilidade e 51% ficam preocupados com a avaliação. No concernente aos instrumentos de avaliação utilizados pelos professores, os entrevistados disseram que 90% avaliam através de provas e somente 10% usam outros instrumentos avaliativos. Aqui fica claro que mesmo diante da necessidade de uma compreensão teórica que oriente a prática pedagógica e que seja subsidiária da ação pedagógica dinâmica e construtiva, nos deparamos com professores que ainda utilizam somente a prova como instrumento de avaliação.

Sobre as dificuldades em aprender os conteúdos de matemática, 9% disseram não ter nenhuma dificuldade, 75% admitiram encontrar certa dificuldade e 16% admitiram ter muita dificuldade. O que pode ser visualizados nas respostas quanto ao entendimento das explicações dadas pelos professores de matemática, onde 56% dos alunos entrevistados disseram que quase sempre entendem o que os professores explicam 23% entendem parcialmente as explicações, 20% sempre entendem e 1% não entendem. Diante desse resultado podemos considerar que um número expressivo compreende o exposto pelos professores, o que nos faz acreditar que os professores buscam ser entendidos pelos alunos com a finalidade de tornar compreensivo o conhecimento ensinado.

Quanto à abordagem dos conteúdos, 91% dos entrevistados declararam que os professores costumam abordar o assunto pela definição, 5% apresentam situações-problemas, 3% iniciam com experimentos para chegar a um conceito e 1% usam jogos para depois sistematizar os conceitos. E para a fixação desses conteúdos 64% passam listas de exercícios, 30% usam atividades do livro didático, 5% o fazem através de jogos e 1% através de questões diversas contextualizadas.

Em relação ao uso de recursos tecnológicos nas aulas de matemático 98% dos professores não utilizam nenhum recursos em suas aulas e somente 2% utilizam esse recurso muito importantes na facilitação da aquisição do conhecimento matemático nos dias atuais.

O uso da informática tem adquirido importância significativa nos meios educacionais, por exemplo, de outros setores, uma presença tão constante que nós educadores não podemos ignorar, pois a utilização das chamadas tecnologias de informação e comunicação-TIC tem sido tema discutido em diversos debates da atualidade, considerando suas potencialidades e limitações no contexto atual de nossas escolas.

Segundo Reis (2009) o conceito de tecnologia educacional pode ser considerado como o conjunto de procedimentos (técnicas) que usam “facilitar” os processos de ensino aprendizagem com as utilizações de meios (instrumentais, símbolos ou organizadores) e suas consequentes transformações culturais.

No quadro em que os alunos entrevistados deveriam marcar os conteúdos que lembravam ter estudado e o grau de dificuldade encontrada em cada um dos temas abordados, estes distribuídos em: fácil, muito fácil, regular e difícil; interessante foi observar que ao compararmos o resultado das questões propostas no pré-teste (segundo instrumento de avaliação aplicada), percebe-se que conteúdos declarados pelo aluno como fácil de aprender quando confrontado a resolver situações que exigiam para a solução da situação problema foram deixadas em branco em algumas situações e em outras o mesmo aluno não conseguiu chegar numa resposta. Talvez pela falta de clareza na formação dos conceitos, dificuldade de leitura e interpretação dos assuntos e dos comandos entre outra, possibilidades.

Quanto aos padrões de respostas entre as três turmas, não se diferenciaram muito em relação às mesmas questões, uma análise das atividades realizadas sintetizados num quadro com percentuais atribuídos colabora com essa hipótese. Neste quadro analisaremos as respostas dadas pelos alunos a respeito de suas percepções sobre o nível de dificuldades sentidas por eles quanto à aprendizagem de cálculo de volume, de acordo com suas experiências vivenciadas na escola e em seguida traçamos uns comparativos com os resultados do pré-teste.

Quadro 1- Nível de dificuldade das questões segundo os alunos

Assunto	Grau de dificuldade para aprender				
	Muito fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito difícil
Ideia de volume	5%	18%	66%	11%	0%
O metro cúbico seus múltiplos e submúltiplos	4%	16%	66%	14%	0%
Cálculo de Volume do cubo	2%	25%	60%	13%	0%
Cálculo de Volume do paralelepípedo reto	5%	18%	51%	26%	0%
Cálculo de Volume do paralelepípedo obliquo	0%	10%	73%	17%	0%

Cálculo de Volume do prisma reto	0%	4%	73%	23%	0%
Cálculo de Volume do prisma oblíquo	9%	14%	59%	18%	0%
Cálculo de Volume do cone reto	13%	22%	52%	13%	0%
Cálculo de Volume do cone oblíquo	8%	24%	57%	11%	0%
Cálculo de Volume do cilindro reto	7%	25%	56%	12%	0%
Cálculo de Volume do cilindro oblíquo	6%	16%	62%	16%	0%
Cálculo de Volume da esfera	5%	10%	70%	15%	0%
Problemas sobre volume de sólidos geométricos que envolvam uma figura simples e apresentam imagens para ilustrar a situação	5%	14%	55%	17%	9%
Problemas sobre volume de sólidos geométricos que envolvam uma figura e apresentam imagens para ilustrar a situação	12%	12%	52%	9%	15%
Problemas sobre volume de sólidos geométricos que envolvam uma figura simples e não apresentam imagens para ilustrar a situação	9%	16%	50%	12%	13%
Problemas sobre volume de sólidos geométricos que envolvam uma figura composta e não apresentam imagens para ilustrar a situação	4%	24%	36%	16%	20%
Problemas sobre volume de Tronco de Pirâmide	3%	18%	50%	18%	11%

Fonte: Pesquisa de Campo (2016)

Sobre os descritores

Segundo os descritores aplicados nos principais vestibulares do país referente a ensino de volume, o aluno tem habilidade e competência, baseado no grau de instrução. Para esse trabalho as habilidades e competência referem-se a aluno do 2º ano do ensino médio.

A forma de apresentação das questões foi enfatizada para analisar a habilidade para conceitos espaciais. As questões privilegiadas, em alguns momentos exigiam representação e

manipulação mental em outros exigiam habilidade verbal. As figuras selecionadas foram os poliedros (cubo, paralelepípedo, cilindro, pirâmide).

Segundo Moraco & Pirola (2007) uma maneira de verificar o nível de formação de conceitos de um indivíduo seria partindo da análise da linguagem utilizada para descrever suas propriedades, demonstrando assim, que como os procedimentos e as atitudes, os conceitos são de fundamental importância na aprendizagem da Geometria.

RESULTADOS DOS TESTES DE CÁLCULO DE VOLUME

Em nossa análises havia perspectivas de que os alunos concluintes do ensino médio apresentassem domínio sobre alguns assuntos em geometria que, teoricamente, tivesse um domínio de alguns assuntos dessa área, já que tais conteúdos constam no currículo das séries anteriores do ensino fundamental e médio. Em relação à análise da habilidade percentual, a percepção de figuras geométricas o aluno requer um nível bem menor de formação de conceitos, limitando-se ao conhecimento de suas propriedades.

Segundo Regi (2001) os alunos em um nível superior de pensamento em geometria, ou seja, aqueles que conhecem as propriedades das figuras e que sabem relacioná-las, geralmente possuem habilidades mais desenvolvidas.

Quanto aos alunos menos habilidosos, revelou a pesquisa que estes desenvolveram estratégias variadas de contagem dos outros sem, no entanto, conseguirem sistematizar essa contagem e, portanto, errando o resultado final.

Análise dos índices de erros

- De posse das medidas, os alunos não tinham convicção das operações a serem efetuadas.
- As dificuldades se relacionam com a nomeação dos sólidos, havendo confusão entre elementos da geometria plana e a geométrica espacial.
- Falta de interpretação das situações problemas.
- O não conhecimento das fórmulas ou não utilização delas.
- Falta de falta de conhecimento prévio de conteúdos como cálculo de área.

Análise dos erros cometidos na resolução de problemas

Esses desempenhos insatisfatórios ocorridos neste trabalho, com ensino de volume, são problemas já conhecidos, entre eles, no insucesso com a disciplina no ensino fundamental, curso que os alunos adquirem conhecimentos de área e noções de espaço nos primeiros anos de estudo. Também a utilização de metodologias de ensino tradicionais que não consideram os avanços das teorias de aprendizagem.

As primeiras questões que exigia análise e percepção de espaço, houve grande números percentuais de erros ou em branco. Nota-se que a forma como o aluno analisa o enunciado pode causar dificuldade na compreensão, por ele não ter o conhecimento do assunto tratado ou não ser direcionado nos anos anteriores por uma metodologia significativa, na qual prime pela busca do conhecimento. Segundo Onuchic (1999) relata que resolver problemas é uma abordagem mais significativa e que está fundamentada nas recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, que informam que os conceitos e habilidades matemáticas são passíveis de serem aprendidos no contexto da resolução de problemas.

Grande parte das respostas dadas nas questões do questionário, demonstra que os alunos não possuem base teórica pra resolver as questões, isso é notável nas questões 6 a 10, no qual faz-se necessário a utilização de fórmulas.

Nesse trabalho, a exemplo de outros consultados como referência (Santos 2012), é frequente a não utilização da fórmula para o cálculo do volume por parte dos alunos, talvez por não se lembrarem delas. Outra dificuldade detectada, foi a não interpretação de situações-problema, principalmente nas questões 1,3,5 e 8; fato que pode comprometer o resultado final das referidas questões.

Numa análise mais profunda dos quadros de resultados, concluímos que boa parte dos alunos que participaram do trabalho não tinham noções básicas de conhecimento de cálculo de volume, o que nos leva a crer que não tiveram contato com o esse conteúdo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS:

Os resultados do trabalho a que nos propomos realizar e os resultados da coleta de dados analisados apresentaram elementos significativos, que revelam potencialidades, mas também a deficiência e obstáculos do ensino de matemática em nossas escolas públicas e ao mesmo tempo nos leva a indagarmos sobre os possíveis fatores que estão influenciando neste resultado. Eles serão ainda objeto de pesquisa e análise mais aprofundada, porém os resultados já apontam para uma necessidade de reflexão e intervenção na melhoria da qualidade de ensino da geometria.

Diante dos resultados dessa pesquisa encontramos respostas para às questões iniciais deste trabalho: Quais as possíveis dificuldades encontradas por parte do aluno em aprender cálculo de volume de sólidos? E qual o nível de qualidade do conhecimento matemático relacionado a volume de sólidos geométricos nas turmas de 3º ano do Ensino Médio?

A primeira pergunta foi respondida à medida que entendemos que o ensino da matemática ainda se dar na maioria das escolas, por meio de uma abordagem direta, geralmente sem a utilização de recursos tecnológicos, de uma sequências didáticas e encaminhamentos teóricos, que pudesse oferecer aos professores possibilidade de trabalhar de modo adequado o eixo Grandezas e Medidas, considerando os diferentes contextos. O que confirma a predominância de uma metodologia tradicional conteudista, que não tem contribuído com a formação de indivíduos críticos, atuantes e construtores do próprio conhecimento que se ponham mobilizadas em práticas efetivas de medições. Os alunos por sua vez não desenvolveram o hábito de estudar com frequência sempre que surgem dúvidas e necessidades, a maioria limita-se em estudar somente às vésperas de prova.

A resposta à segunda questão é que o nível de desempenho na resolução de situações que exigem o conhecimento de medida de volume está abaixo do esperado a essa modalidade do ensino.

Os resultados do trabalho a que nos propomos realizar e os resultados da coleta de dados analisados apresentaram elementos significativos, que revelam potencialidades, mas também a deficiência e obstáculos do ensino de matemática em nossas escolas públicas e ao mesmo tempo nos leva a indagarmos sobre os diversos fatores que estão influenciando nestes resultados. Eles serão ainda objeto de pesquisa e análise mais aprofundada, a partir de uma amostra mais significativa, porém estes resultados já apontam para uma necessidade de reflexão e intervenção na melhoria da qualidade de ensino da matemática, em especial do ensino da Geometria Espacial em nossas escolas.

Referências

ABRANTES, P. Leal, L. & Ponte (org). **Investigar para Aprender Matemática: “Matemática para todos”** & Associação de professores de Matemática, 1996.

ARAUJO, J.C.C. **Tempo, desafio conceitual e didático: um estudo exploratório dos documentos curriculares e atividades de livros didáticos para alfabetização matemática.** 144f.

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

Dissertação (Mestrado em Educação e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997. 142p

LINDEGGER, Luiz Roberto de Moura. **Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo**: uma proposta a partir da manipulação de modelos – São Paulo. S.n,2000. 204p,il.

ONUCHIC, L. R.. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, JP&P. Abrantes(Orgs). **Ensino da Geometria no Virar do Milênio**, Lisboa: DEFCUL, 1999.

SANTOS, Waldiza Lima, Salgado dos. **O ensino de volume de sólidos por atividades**. Dissertação/Mestrado _ Universidade do Estado do Pará, Mestrado em Educação, Belém, 2012.



O ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS COM O USO DA CALCULADORA

Tatiane Xavier da Costa

Grupo de Cognição e Educação Matemática -GCEM- Universidade do Estado do Pará
tatita.xavier@gmail.com

Pedro Franco de Sá

Grupo de Cognição e Educação Matemática-GCEM, Programa de mestrado em Educação-PPGED, Programa de mestrado em ensino da Matemática-PMPEM- Universidade Estadual do Pará-UEPA, rede Amazônica de Educação em Ciências e matemática-REAMEC
pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO: Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que objetivou avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino de números inteiros mediada pelo uso de calculadora sobre o desempenho da resolução de questões envolvendo o assunto. A parte experimental da pesquisa ocorreu com 23 alunos do 7º ano de uma escola da rede pública localizada no município de Abaetetuba, no estado do Pará. O estudo foi desenvolvido por meio das seguintes etapas: diagnóstico inicial, aplicação da sequência, diagnóstico final, sistematização das informações e análise dos resultados. A análise dos resultados mostrou que o desempenho no pós-teste teve um crescimento na ordem 80% em relação ao pré-teste. Além disso, os estudantes descobriram as regras operatórias por meio das atividades propostas e que a participação dos mesmos durante o processo foi intensa.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino por atividades. Uso Didático da Calculadora. Ensino das Operações com Números inteiros.

Introdução

A Matemática está presente na vida cotidiana em diferentes situações, como em compras e vendas, envolvendo lucros e prejuízos, medidas de temperatura, entre outros. Essas necessidades diárias fazem com que os indivíduos desenvolvam habilidades práticas para lidar com os cálculos. Essa relação do ser humano com a Matemática torna-se extremamente necessária e relevante para a nossa vida. Apesar de sua importância e a capacidade de desenvolver no indivíduo um raciocínio matemático, percebemos uma grande dificuldade dos

alunos em relacioná-la com o dia-a-dia. Segundo Sá (2009), esse efeito negativo do ensino da Matemática tem sua essência nos seguintes aspectos:

O ensino é desvinculado da realidade de quem aprende;
Os conteúdos e assuntos são apresentados de forma pronta e acabada;
A maior ênfase é dada aos cálculos, fórmulas e teoremas em detrimento das ideias e conceitos;
Há pouca ou nenhuma ligação com as demais disciplinas;
Prioriza a memorização mecanizada em detrimento da compreensão dos conceitos.
(SÁ, 2009, p. 22).

Esse obstáculo acaba rotulando essa ciência como uma disciplina “difícil” e de “eliminação”. Baseado nessas dificuldades e buscando estratégias que pudessem contribuir para o ensino aprendizagem dos objetos matemáticos constatamos que os números inteiros e suas operações apresentam-se como um desafio a ser superado entre professores e alunos.

Uma das dificuldades encontradas na compreensão dos números inteiros é na forma como esse objeto matemático é ensinado, o que se observa muitas vezes, é que a Matemática ensinada nas escolas, segue uma sequência técnica e tradicional, através da exposição oral seguida de exemplos e exercícios fazendo com que o educando seja direcionado a memorização de regras e resolver cálculos, levando um aprendizado sem uma investigação ou reflexão desassociando o ensino dos números inteiros com a realidade do aluno.

Nessa perspectiva surgiu o trabalho com a sequência de atividades, no qual utilizamos como recurso tecnológico a calculadora, nossa finalidade foi permitir ao aluno a desenvolver mecanismos, e buscar meios para solucioná-lo, de maneira a envolver a sua realidade e raciocínio.

Pesquisas apontam que a utilização da calculadora no desempenho dos alunos na realização de operações com números inteiros, quando trabalhado didaticamente, por meio de atividades é superior ao desempenho quando ensinado formalmente aos alunos.

A utilização da calculadora como recurso pedagógico em sala de aula é uma das tendências que vem ganhando força entre os pesquisadores por considerarem que ela é uma ferramenta potencial para o desenvolvimento do processo ensino e aprendizagem, podendo oferecer diferentes possibilidades para a construção do conhecimento. (SALGADO, 2011, p. 62).

A escola, através do uso desse recurso tecnológico, possibilita o desenvolvimento de habilidades básicas como realizar operações simples, além de ser também empregada como instrumento de aprendizagem. Baseados nesses questionamentos elaboramos a seguinte questão problema:

Será que o desenvolvimento de uma sequência didática com o auxílio da calculadora facilita a compreensão dos números inteiros?

Nesse sentido, nosso objetivo foi avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino de números inteiro mediada pelo uso de calculadora sobre o desempenho da resolução de questões envolvendo o assunto.

Referencial Teórico

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) orientam que cabe ao educador a tarefa de iniciar o aluno na utilização de novas tecnologias e a calculadora está incluída nelas.

Salgado (2011) trabalhou o ensino dos números inteiros por meio de atividades como jogos e calculadora. Para a autora se as regras operacionais usadas no cálculo das operações com números inteiros fossem construídas pelos próprios alunos num processo de investigação favorecida pelo uso de um meio tecnológico, os alunos teriam maior possibilidade de assimilá-las, implicando em uma aprendizagem mais significativa para eles.

Rocha Neto (2010) apresentou um estudo sobre “Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental”, essa pesquisa teve como objetivos diagnosticar as causas e dificuldades pelas quais passam os alunos do 7º ano do ensino fundamental e mapear os erros e acertos mais frequentes cometidos por esses alunos.

Souza (2015) em “Os números inteiros e suas operações: uma proposta de estudo para os alunos do 6º ano com o auxílio de tecnologia” investigou quais os conhecimentos prévios que os alunos trazem em relação aos números inteiros analisando como os mesmos poderiam desenvolver o conteúdo de forma autônoma, verificando as possíveis dificuldades apresentada em relação a compreensão e registro.

Metodologia

Lócus da Pesquisa

A pesquisa, de cunho experimental, foi desenvolvida em uma Escola Pública Estadual de Ensino Fundamental e Médio no turno da tarde, localizada na periferia do Município de Abaetetuba no Estado do Pará e contou com a participação de 23 alunos de uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental. Essa escola possuía 09 turmas de ensino fundamental, das quais 03 eram turmas de Educação de Jovens e adultos (EJA) e 05 turmas de ensino médio. Dentre as turmas do fundamental apenas 02 (duas) eram do 7º ano. Faziam parte do quadro docente 12 professores, sendo somente 02 da disciplina matemática. A escolha do local da pesquisa se deu ao fato de fazermos parte do corpo docente da referida instituição de ensino facilitando o acesso a mesma além de, ter o conhecimento dos anseios e as dificuldades apresentados pelos alunos e professores no processo de ensino aprendizagem. O ensino nesta escola era

distribuído em três turnos, sua infraestrutura era precária, porém tinha seu quadro de professores completos com docente responsáveis e compromissados com a educação.

A pesquisa foi desenvolvida por meio das seguintes etapas: revisão de estudos, diagnóstico inicial, construção da sequência didática, aplicação da sequência, diagnóstico final, sistematização das informações e análise dos resultados.

A etapa da **revisão de estudos** ocorreu no período de julho a agosto de 2016 quando tivemos acesso e analisamos os seguintes trabalhos: **Boyer (1996), Brasil (1998), Guinther (2008), Jucá (2008), Lorene (2015), Galdino Neto e Victor (2013), Hillesheim (2013), Rocha Neto (2010), Sá (2011), Salgado (2011), Selva (2010) e Souza(2015).**

Após a revisão percebemos que poderia ser viável realizar uma sequência didática que ampliasse a sequência elaborada e validada por Salgado (2011).

1- Diagnóstico inicial

O diagnóstico inicial da turma foi realizado por meio de um questionário com o objetivo de obter informações pessoais dos alunos e dados sobre algumas questões relacionadas aos conhecimentos matemáticos, incluindo a temática proposta, seguido da aplicação de um pré-teste, contendo três questões e ao final das atividades, foi aplicado um teste igual ao primeiro para verificar o desempenho dos alunos.

2- Construção da sequência didática

Segundo Sá (2009), o ensino da Matemática por meio de atividades implica na possibilidade de conduzir o aprendiz a uma construção constante das noções matemáticas presentes nos objetivos das atividades. O autor ainda afirma que isso é evidenciado a partir da construção da mesma, até a sua realização e experimentação. Nesse sentido, buscamos elaborar cuidadosamente essas atividades atentamos para as orientações dadas aos estudantes, pois assim como Sá (2009), isso poderá ser decisivo no processo de aprendizagem desse aluno.

Partindo deste pressuposto elaboramos as atividades que foram aplicadas durante o experimento. Deste modo, elaboramos 14 atividades: primeiramente traçamos atividades envolvendo a introdução de números inteiros fazendo com que o aluno construísse o conceito desse objeto em estudo, abordamos também através dessa metodologia de ensino atividades envolvendo números simétricos e módulo, assim como a comparação e a adição entre esses números. Posteriormente, baseados no trabalho de Salgado (2011) utilizamos nas atividades

propostas o uso da calculadora para que os alunos descobrissem as regras para calcular a multiplicação e divisão com números inteiros.

3-Aplicação da sequência

No momento da aplicação da sequência os alunos trabalhavam em grupos de no máximo 04 (quatro) estudantes em aulas duplas ou triplas de 45 minutos, dependendo das atividades desenvolvidas. Eles mesmos formavam as equipes não apresentaram nenhuma dificuldade para formá-los, podendo modificá-los a cada aula.

Para as atividades que envolviam introdução com números inteiros, números simétricos e módulo, comparação e adição com números inteiros foram entregue a cada aluno uma folha contendo as atividades propostas aos mesmos sobre o tema abordado e pedíamos que aos alunos fizessem a leitura e interpretação das questões em seguida, respondessem as interrogações propostas destacando a importância das anotações e conclusões ou respostas de cada questão.

Nas questões em que envolvia multiplicação e divisão com números inteiros utilizamos as mesmas atividades retiradas do trabalho de Salgado (2011). Nessa etapa além de fornecer as atividades impressas utilizamos como recurso tecnológico a calculadora. Onde pedimos para os alunos fizessem a leitura com os objetivos de cada questão após pedimos que resolvessem as questões na calculadora e anotavam os resultados na folha, em seguida eram orientados a conversar sobre os resultados encontrados a fim de responder ao questionamento proposto. Além disso, solicitamos que os membros dos grupos comparassem suas respostas uns com os outros, a fim de verificar se todos haviam realizado as operações corretamente. Em todas as etapas das atividades, após os alunos terem escrito suas conclusões ou respostas pedimos que um ou dois alunos de cada equipe fossem até o quadro e escrevesse a regra elaborada pelos grupos, em seguida fizemos a leitura dos registros de cada grupo de forma a provocar um discurso sobre seus registros e posteriormente fizemos a sistematização das regras encontradas por eles.

4-Sistematização das informações

Na pesquisa foi aplicado um questionário socioeducativo contendo informações dos alunos e sua relação com a matemática, com base nas respostas deste questionário foi possível identificar alguns traços marcantes no perfil dos alunos o que ajudou num melhor entendimento deste estudo. Através dessas análises constatamos que 10 alunos eram do sexo masculino e 13 alunos do sexo feminino, dos 23 alunos 78% tinham como responsáveis pai e mãe e 22% moravam com tios, avós, madrasta, padrasto e outros. Destes responsáveis apenas

13% possuíam o ensino médio completo e 86% não concluíram o ensino fundamental. A faixa etária desses docentes estava entre 12 e 17 anos e apenas 17% destes encontravam na faixa etária recomendada pelo Ministério da Educação (MEC). Ao perguntarmos pelo gosto pela matemática verificamos que 52% gostam “um pouco” da referida disciplina e que somente 13% disseram não ter dificuldade no aprendizado dessa matéria. Destes alunos, 78% disseram só estudar Matemática no período de prova, sendo que nenhum entrevistado estuda essa ciência todos os dias o que pudemos constatar o despreço pela disciplina colaborando para que a dificuldade no aprendizado de matemática se acelere. O estudo revelou que 100% dos alunos responderam que quando estudaram números inteiros as aulas eram desenvolvidas pela definição seguida de exemplos e exercícios. A pesquisa revelou que 74% dos entrevistados descreveram que para fixar o conteúdo estudado o seu professor na maioria das aulas apresentavam uma lista de exercícios a serem resolvidos mostrando que o ensino tradicional ainda está muito presente na maioria das metodologias utilizadas pelos professores de Matemática.

5- Análise dos resultados

O procedimento descrito a seguir proporcionou a verificação sobre o desempenho dos alunos nas resoluções das questões de adição, multiplicação e divisão de números inteiros antes e após a realização das atividades. Esclarecemos que a análise a posteriori do pós-teste foi realizada juntamente com a análise a priori do pré-teste, por serem o mesmo teste.

Os testes foram compostos de três questões, sendo que a segunda questão era composta de 23 itens. Na análise das questões destacamos o percentual de acertos, erros e em branco nos dois testes.

Tabela 01-Análise comparativa dos pré- e pós-teste aditivo.

Itens	Sentença	Acertos (%)		Erros (%)		Branco (%)	
		Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
A	4 + 9	84,61	100	15,39	0,00	0,00	0,00
B	15 – 7	73,07	73,07	26,93	26,93	0,00	0,00
C	- 4 – 8	3,85	76,92	92,30	23,08	3,85	0,00
D	- 6 + 3	23,08	84,61	73,07	15,39	3,85	0,00
E	- 4 + 12	11,54	61,54	88,46	38,46	0,00	0,00
F	+ 5 – 7	15,39	81,61	80,76	15,39	3,85	0,00
G	- 13 + 14	23,08	46,16	73,07	53,85	3,85	0,00
H	- 26 + 26	11,54	100	80,76	0,00	7,70	0,00

I	+ 5 – 5	38,46	96,15	61,54	3,85	0,00	0,00

Fonte: Pesquisa de Campo (2016).

Como podemos observar na tabela acima, o percentual de erros no pós-teste foi reduzido, podemos verificar, por exemplo, o item “**H**” que teve 80,76% de erros no pré-teste, o qual reduziu a 0% de erros no pós-teste.

Na operação de adição com sinais positivos, descritas pelo item “**A**”(4+9) os alunos conseguiram calcular corretamente essa sentença antes e depois do desenvolvimento da sequência de atividades, o que ocorreu também nos resultados do estudo de Salgado (2011) em que a autora descreve que é fácil para os alunos aprenderem a adição com sinais iguais já que a questão apresentava a mesma estrutura observada na resolução de adição com números naturais. Contudo, na soma de parcelas com números negativos o índice de erros no pré-teste foi bastante elevado, pois os alunos não utilizavam a regra de adição com sinais diferentes, apenas efetuavam o cálculo da soma das parcelas. Como podemos verificar na tabela esses erros se reduziram na análise do pós-teste, isso se deve ao fato de que a atividade desenvolvida para o ensino da adição com sinais diferentes foi significativa para o ensino desses alunos.

Tabela 02-Análise comparativa do pré e pós-teste multiplicativo.

Itens	Sentença	Acertos (%)		Erros (%)		Branco (%)	
		Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
J	(+4).(+5)	46,15	80,77	46,15	19,23	7,70	0,00
K	(+5).(-3)	15,39	53,84	75,07	46,15	11,54	0,00
L	(-4).(+6)	3,85	65,38	84,61	34,61	11,54	0,00
M	(-2).(-7)	19,23	65,38	76,92	34,61	3,85	0,00
N	6.(-1)	19,23	80,76	73,07	19,23	7,70	0,00
O	(-10).(-3)	38,46	80,76	50	19,23	11,54	0,00
P	0.(+6)	11,54	84,61	73,07	15,38	15,39	0,00
Q	(-9).0	23,08	88,46	69,23	11,54	7,70	0,00
R	(-1).(-1)	30,57	84,61	61,53	15,38	7,70	0,00

Fonte: Pesquisa de Campo (2016).

Podemos verificar na tabela acima que nas sentenças multiplicativas alguns alunos apresentaram dificuldade para efetuar cálculos multiplicativos com números inteiros, como podemos observar no item “**J**” (46,15%) no pré-teste que correspondendo que aproximadamente a 10 alunos erraram esse item. Ao compararmos a nossa pesquisa com a de Salgado (2011) percebemos que o item que obteve o maior índice de erros no pré-teste foi item

“K” (53,13%), enquanto que em nossa pesquisa esse índice se deu ao item “L” (84,61%), em ambas as pesquisas nenhum aluno obteve 0% de erros no pós-teste.

Observe que no pré-teste a maioria dos erros ocorreu na escolha da operação, na qual os alunos confundiam a operação de multiplicação com a de adição, mostrando que eles não dominavam muito bem a tabuada de multiplicação, o que gerou as dificuldades ocasionadas pela multiplicação de números inteiros.

Tabela 03- Análise comparativa do pré e pós-teste na divisão de números inteiros.

Itens	Sentença	Acertos (%)		Erros (%)		Brancos (%)	
		Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
S	$(+8):(+4)$	38,46	61,54	50	38,46	11,54	0,00
T	$(+9):(-3)$	30,76	53,84	57,69	46,15	1,54	0,00
U	$(-16):(+2)$	30,76	84,61	61,54	15,39	7,70	0,00
V	$(-10):(-2)$	38,46	80,76	53,84	19,23	7,70	0,00
W	$(-12):(-1)$	34,61	84,61	53,84	15,39	11,54	0,00
X	$(-16):(-4)$	34,61	84,61	57,69	15,39	7,70	0,00
Y	$(-14):7$	23,08	84,61	69,23	15,39	7,70	0,00
Z	$(-1):(+1)$	26,93	88,46	65,28	11,54	7,70	0,00

Fonte: Pesquisa de Campo (2016).

De acordo com a tabela acima, podemos observar que nas sentenças da divisão com números inteiros alguns alunos apresentaram dificuldade ao efetuar os cálculos da divisão como, por exemplo, no item “V” e “S” com 38,46% correspondendo a aproximadamente 9 (nove) alunos. Conforme a análises das resoluções do pré-teste esses erros se deram ao fato dos alunos não aplicarem a regra de divisão de números inteiros com sinais iguais. Ao compararmos a nossa análise com a de Salgado (2011) percebemos que houve uma redução bastante expressiva nas duas pesquisas, no que diz respeito ao percentual de erros no pré e pós-teste, contudo no pós-teste em ambos os trabalhos nenhum aluno obteve 0% de diminuição de erros.

E importante destacar que o maior índice de erros no pré-teste no trabalho de Salgado (2011) se deu no item “T” com 46,87%, contudo em nosso trabalho observamos um indicador

mais elevado no item “Y” com 69,23% que corresponde a aproximadamente 16 (dezesesseis) alunos. Segundo nossa análise, esses erros foram gerados por falta de observação por parte de alguns alunos, pois os mesmos não conseguiam compreender que quando não aparece o sinal na frente do número é porque o sinal é positivo.

Tabela 04- Análise comparativa do pré e pós teste geral.

Aluno	Total de Acerto (%)		Total de Erro (%)		Total de Em branco (%)	
	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
A1	35,72	92,86	64,28	7,14	0,00	0,00
A2	46,43	71,57	53,57	21,43	0,00	0,00
A3	35,72	96,43	64,28	3,57	0,00	0,00
A4	39,28	89,28	60,72	10,72	0,00	0,00
A5	46,43	92,86	53,57	7,14	0,00	0,00
A6	50	92,86	50	7,14	0,00	0,00
A7	3,57	89,28	96,43	10,72	0,00	0,00
A8	46,43	89,28	53,57	10,72	0,00	0,00
A9	10,72	85,72	89,28	14,28	0,00	0,00
A10	7,14	78,57	92,26	21,43	0,00	0,00
A11	14,28	89,28	85,72	10,72	0,00	0,00
A12	10,72	96,43	89,28	3,57	0,00	0,00
A13	32,14	78,57	67,86	21,43	0,00	0,00
A14	50	64,28	50	35,72	0,00	0,00
A15	7,14	75,00	92,86	25	0,00	0,00
A16	35,72	89,28	64,28	10,72	0,00	0,00
A17	35,72	92,86	64,28	7,14	0,00	0,00
A18	60,72	75	39,28	25	0,00	0,00
A19	53,57	96,43	46,43	3,57	0,00	0,00
A20	14,28	82,14	14,28	17,86	71,43	0,00
A21	7,14	100	32,14	0,00	60,72	0,00
A22	17,86	89,28	42,86	10,72	39,28	0,00
A23	57,14	100	35,72	0,00	7,14	0,00

Fonte: Pesquisa de Campo 2016.

Na análise da tabela acima nos fornece os resultados da comparação do pré-teste com o pós-teste dos 23 alunos que participaram de todas as etapas da pesquisa, procuraremos pontuar os resultados da seguinte maneira:

A maioria dos alunos consultados apresentaram uma melhora no desempenho, pois o índice de acerto total no pós-teste geral foi maior em relação ao pré-teste geral. Dos alunos analisados apenas 3 pesquisados acertaram mais da metade do pré-teste (correspondente a 13,04%), destacamos nessa análise os alunos **A₁₈**, **A₁₉** e **A₂₃**. Contrapondo aos resultados do pós-teste onde 100% dos estudantes acertaram mais da metade dos itens verificados, acreditamos que esses resultados foram satisfatórios e que podemos considerar a metodologia utilizada eficiente.

Os alunos **A₂₀**, **A₂₁**, **A₂₂** e **A₂₃** mantiveram as questões em branco no pré-teste, contudo no pós-testes nenhum aluno deixou de resolver nenhuma questão.

O menor índice de erros no pós-teste se atribuiu ao aluno **A₂₃** com 0,00% de erros.

Analisando a diferença do menor percentual de acertos entre o pré-teste e pós-teste pudemos constatar uma variação de 60,71%, no que se refere a diferença entre o maior percentual de erros no pré e pós-testes esta variação foi de 92,86%.

De maneira geral a maioria dos alunos tiveram um grande aproveitamento, que de acordo com os resultados dos pós-teste o índice de erros se reduziu mostrando que a aplicação de uma sequência didática que tem como utilização o uso da calculadora para o ensino de números inteiro é eficaz já que os alunos conseguiram desenvolver e aplicar os conhecimentos adquiridos nas atividades para a resolução do pós-teste.

Os resultados encontrados como podemos observar em relação aos cálculos da tabuada foram bastante empolgantes que de acordo com as considerações do pré e pós-teste do trabalho de Salgado (2011) onde conclui que a utilização da calculadora em alguns jogos e a cooperação observada entre os alunos contribuíram significativamente para que pudessem desenvolver um maior domínio sobre a tabuada. Tal fato contraria aqueles que se colocam contrários ao uso desse recurso em sala de aula, supondo que ele impediria os alunos de adquirir conhecimento sobre esta tabela aritmética.

Com base nessas informações podemos dizer que as dificuldades dos alunos com o aprendizado dos números inteiros foram reduzidas.

Considerações Finais

Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino de números inteiro mediada pelo uso de calculadora sobre o desempenho da resolução de questões envolvendo o assunto. Para isso, buscamos subsídios teóricos que pudessem contribuir tanto na intervenção de ensino quanto na sua análise

com isso, percebemos através desses estudos que o ensino por meio da exposição oral, seguida de exemplos e exercícios não favorecia um desempenho suficiente aos alunos no aprendizado do objeto em estudo, o que no decorrer de nossa pesquisa fomos comprovando a veracidade dessas investigações.

Para esse estudo deduzimos que o uso de uma sequência de atividades bem elaborada, assim como a utilização da calculadora no ensino das operações com números inteiros permitiria ao aluno a introduzir os conceitos desses números, bem como descobrir e enunciar suas regras operacionais, de forma que esse entendimento permitiria que o aluno fosse o agente construtor do conhecimento de maneira que essa tendência facilitasse o ensino aprendizagem dos números inteiros.

Na sequência de atividades foram explorados recursos visuais, situações contextualizadas e questões práticas utilizando a calculadora. Durante a realização das atividades, pudemos constatar que os alunos se sentiam responsáveis pelo processo de aprendizagem, de forma que os mesmos estavam sendo capazes de produzir seus próprios conhecimentos sobre o conceito e regras, referente ao objeto em estudo, a partir de suas observações, da interação que estabeleciam com os colegas, com a professora-pesquisadora e com o meio, num processo de investigação que os levava a refletir, discutir e formular a sistematização desse estudo.

No que se refere a sequência de atividades percebemos que os alunos demonstraram muito interesse e empolgação por esse método de ensino, por ser aberto e desenvolver muitas habilidades aos docentes como analisar, planejar, testar, concluir e generalizar

No que diz respeito ao uso da calculadora no processo de ensino da multiplicação e divisão dos números inteiros, constatamos que a utilização desta ferramenta foi favorável ao aprendizado, pois possibilitou que os docentes pudessem construir conceitos, desenvolver habilidades, descobrir e enunciar regras de números inteiros, opondo-se a metodologia tradicional, onde os alunos aprendiam com conceitos seguido de definição, exemplos e exercícios. Desta forma, confirmamos neste estudo que a calculadora pode tornar-se um recurso didático que permite estimular a aprendizagem.

Após o desenvolvimento deste estudo podemos concluir que uma sequência didática com uso da calculadora é um recurso facilitador do ensino de números inteiros aos alunos do 7º ano do ensino fundamental, o que nos levou a concluir que nosso objetivo de pesquisa foi alcançado. Desta forma, podemos afirmar que esta metodologia pode auxiliar o professor

permitindo o trabalho em diversos conteúdos de matemática de forma mais dinâmica, atrativa, interativa e prazerosa, contribuindo assim para um melhor ensino aprendizagem dos alunos.

Esperamos que este estudo possa contribuir para que novas práticas pedagógicas surjam com a utilização da calculadora como metodologia de ensino e que sirva de referência para outras atividades de investigação para o ensino destes e de outros conteúdos matemáticos.

Referências

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. São Paulo: Blücher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

GUINTEHER, Ariovaldo. **O uso das calculadoras nas aulas de Matemática: concepções de professores, alunos e mães de alunos**. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2008, Rio Claro. 1904-1909, 2008.

JUCÁ, Rosineide de Sousa, **Uma sequência didática para o ensino das operações com os números decimais**. 2008. 192f..Dissertação (Mestrado em Educação). -Universidade do Estado do Pará, Belém.

LORENTE, Francisco MP. **Utilizando a calculadora nas aulas de matemática**. 2016. 26f. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/371-4.pdf>. Acesso em: 02 de ago. 2016.

NETO, Elias Galdino; VICTER, Eline das Flores. Os números negativos no universo escolar, In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 6, 2013. Canoas-Rio Grande do Sul.

HILLESHEIM, Selma Felisbino. **Os números inteiros relativos em sala de aula: perspectivas de ensino para a regra de sinais**. 2013.1v. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade federal de Santa Catarina, Florianópolis SC.

ROCHA NETO, Francisco Tavares da. **Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental**. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional no Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

SÁ, P. F.; ANJOS, L. J. S. **Números negativos: Uma trajetória histórica**. In: Seminário Nacional de História da Matemática, 9., 2011, Aracaju. *Anais...* Aracaju: Sociedade Brasileira da História da Matemática.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009. 100p.

SALGADO, RC da S. **O ensino de números inteiros por meio de atividades com calculadora e jogos**. 2011. 272 f.. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém.

SELVA, Ana Coelho Vieira; BORBA, Rute Elizabete S. Rosa. **O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.128p.

SOUZA, Flávio Cabral de. **Números inteiros e suas operações**: uma proposta de estudo para alunos do 6º ano com o auxílio de tecnologia. 2015.125f.. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológica, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.



O ENSINO E APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS: CONTRIBUIÇÕES DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Antônio Gutemberg Resende

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, *campus* João Pessoa

antonio.lins@ifpb.edu.br

RESUMO

Neste trabalho propõe-se uma alternativa para o ensino de Trigonometria tomando como aporte teórico as concepções referentes à aprendizagem significativa desenvolvida por David Ausubel. Na intenção de contribuir com a melhoria do ensino e da aprendizagem desse conteúdo matemático, foi sugerido atividades onde, após evidenciar o que o aprendiz já sabe, novos conceitos foram apresentados a fim de serem ancorados nesse conhecimento prévio que foi evidenciado junto com o estudante. Desta forma partindo de uma prática aplicação de conceitos trigonométricos à resolução de problemas, provocou-se uma aprendizagem com significado. Em relação à Trigonometria, percebemos que as dificuldades básicas apresentadas pelo aluno do Ensino Médio foram diminuídas e/ou até mesmo sanadas quando se constrói um aprendizado com significado.

Palavras-chave: Ensino de Trigonometria, Aprendizagem Significativa, Ensino Médio.

ABSTRACT

In this paper it is proposed an alternative to Trigonometry teaching taking as the theoretical conceptions references of the meaningful learning developed by David Ausubel. In order to contribute to the improvement of teaching and learning that mathematical content, it was suggested activities where, after show what the learner already knows, new concepts were presented in order to be anchored this prior knowledge that was evident along with the student. Thus, starting from a practical application of trigonometric concepts to problem solving, it led to a learning with meaning. Regarding Trigonometry, we realized that the basic difficulties presented by high school students were decreased and/or even repaired when it builds a meaningful learning.

Keywords: Trigonometry Teaching, Meaningful Learning, High School.

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho surgiu, a partir da constatação de deficiências no ensino e aprendizagem em Trigonometria, na disciplina de Matemática, do Instituto Federal de

Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba-IFPB, *campus* João Pessoa. O ensino de Trigonometria no Ensino Médio tem como principal objetivo fornecer ferramentas para a compreensão de fenômenos que apresentam padrões periódicos e, portanto, espera que o aluno desenvolva neste nível, a capacidade de resolver problemas a eles associados. Entretanto, a maioria das atividades propostas em sala de aula, por diversos docentes, visa apenas à aprendizagem do uso de regras e de fórmulas para responder exercícios padrões.

Diante do exposto, torna-se pertinente um conjunto de ações metodológicas em Trigonometria tendo como referência a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), a qual:

[...] consiste no facto de que novas ideias expressas de forma simbólica (a tarefa de aprendizagem) se relacionam àquilo que o aprendiz já sabe (a estrutura cognitiva deste numa determinada área de matérias), de forma não arbitrária e não literal, e que o produto desta interacção activa e integradora é o surgimento de um novo significado, que reflecte a natureza substantiva e denotativa deste produto interactivo. (p. 71).

Ainda sobre a aprendizagem significativa:

[...] exige que os aprendizes manifestem um mecanismo de aprendizagem significativa (ou seja, uma disposição para relacionarem o novo material a ser apreendido, de forma não arbitrária e não literal, à própria estrutura de conhecimentos) e que o material que apreendem seja potencialmente significativo para os mesmos, nomeadamente relacional com as estruturas de conhecimentos particulares, numa base não arbitrária e não literal. (AUSUBEL, 2003, p. 72).

2. METODOLOGIA

Foi elaborada uma série de atividades em trigonometria para serem propostas aos alunos baseadas no estudo feito por Maria Brighenti Lourenção (1999), de tal modo que cobrissem todo o programa de Trigonometria estudado e direcionado ao Ensino Médio. Todas seguiram uma estrutura padrão, ou seja, todas elas constatarem de número, objetivo, metodologia, material necessário e instrução para os alunos.

Descrevemos como elaboramos e utilizamos o Módulo de Ensino, como realizamos a intervenção didática alternativa, quais as atividades selecionadas e como estas foram trabalhadas em sala de aula.

No referido Módulo colocamos os fatos e conceitos a serem construídos, os procedimentos e as habilidades a serem desenvolvidas e quais as atitudes foram incentivadas.

Essa proposta de ensino contém: **1. Elaboração do Módulo de Ensino; 2. Descrição da Intervenção Alternativa; 3. A Construção dos Gráficos das Funções Circulares.**

1. Elaboração do Módulo de Ensino

Foi elaborado o Módulo de Ensino e das listas de Atividades fazendo também algumas modificações para adequar as propostas estabelecidas pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei 9.394/96) a qual qualifica o ensino médio como etapa final da educação básica, complementando o aprendizado iniciado no Ensino Fundamental (Brasil, 1996) e a Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Técnica de Nível Médio.

As unidades que compõem o Módulo de Ensino são as seguintes:

Capítulo 1

Unidade Didática 1.1- Trigonometria no Triângulo Retângulo

Unidade Didática 1.2- Conceito de Arco

Capítulo 2-Trigonometria na circunferência

Unidade Didática 2.1- Ciclo Trigonométrico

Unidade Didática 2.2- Gráfico da função seno

Unidade Didática 2.3- Gráfico da função cosseno

Unidade Didática 2.4- Gráfico da função tangente

2. Descrição da Intervenção Alternativa

O curso experimental é baseado na realização de atividades por pequenos grupos de alunos, sendo dividido em unidades didáticas a serem trabalhadas de maneira sequencial. Cada unidade didática será formada por um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização educacional, segundo Ausubel.

Deste modo, cada unidade didática será constituída de objetivos atingidos, o material para a leitura com o conteúdo a ser trabalhado, uma lista de atividades a serem executadas, seguindo uma metodologia explicitada.

Para facilitar a leitura, foi atribuída uma abreviatura às habilidades (H) e as atitudes (A) cujos desenvolvimentos foram incentivados a realização da intervenção alternativa. São elas: Habilidades para: (H1) resolver problemas; (H2) trabalhar com os eixos coordenados; (H3) trabalhar as diferentes representações matemáticas; (H4) usar a linguagem matemática ao cálculo; (H5) ler e interpretar os gráficos; (H6) receber e transmitir informações; (H7)

fazer o uso do raciocínio lógico, (H8) trabalhar com aproximações; (H9) conhecer e utilizar técnicas matemáticas.

Atitudes para: (A1) ver a matemática como associada ao mundo; (A2) estudar de maneira metódica e autônoma; (A3) enfrentar problemas novos; (A4) ver a matemática como uma ciência em construção; (A5) gostar de estudar em grupo; (A6) ter confiança na sua capacidade de aprender matemática; (A7) vencer o medo de efetuar demonstrações matemáticas elementares; (A8) conhecer a Matemática como uma construção social.

Na descrição da intervenção foi sugerida uma sequência temporária (aulas) e, dentro dela, uma sequência didática (Unidades didáticas). Quando nos referimos apenas as unidades, estamos tratando das unidades do Módulo de Ensino, Construção dos Gráficos das Funções Circulares.

O Capítulo 1 do Módulo de Ensino

Direcionamos o Capítulo 1 para a construção de uma noção básica do que seja seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo para que o mesmo tenha domínio no ciclo trigonométrico, que o mesmo tenha domínio da linguagem que o capacite a compreender a simbologia e os raciocínios passo a passo mais elementares e dominar o conceito de funções, bem como associar os pontos do domínio aos da imagem e as suas representações analítica e gráfica.

Visa ainda os alunos a desenvolver habilidades e aptidões, centrado principalmente na crença da Matemática como uma ferramenta para estudar o mundo e na melhoria da sua autoconfiança. Desse modo, procuramos construir a ideia de motivação, esforço e crença na sua capacidade de aprendizagem.

Outra questão abordada neste capítulo foi a construção gradual da linguagem matemática necessária para trabalhar os conceitos de seno, cosseno e tangente de ângulos da 1ª volta a ângulos maiores.

Unidade Didática 1.1- Trigonometria no Triângulo Retângulo

Objetivos: Suprir deficiência detectadas nos conhecimentos prévios dos alunos, tornando significativos os conceitos de seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo.

Conteúdos de fatos e conceitos. A revisão no triângulo retângulo apresentou as demandas culturais que motivaram a criação dos conceitos de seno, cosseno e tangente; no conceito de arco; conversão de unidades.

Conteúdos de habilidades. Os trabalhos a serem executados visam aprimorar as seguintes habilidades: (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7).

Conteúdos de atitudes: Foram incentivados (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6) (A7).

Desenvolvimento dos trabalhos em sala de aula: As atividades foram iniciadas discutindo a Unidade 1.1 distribuída na aula anterior. Dividimos a turma em grupos de três e quatro alunos e entregamos a lista de questões, denominadas atividades constando de exercícios 1e 2.

Entregamos par de esquadros, transferidores, réguas a todos os grupos e apresentaremos os exercícios básicos para a construção das razões trigonométricas.

Unidade Didática 1.2- Conceito de Arco

Objetivo: Saber que para medir arco trigonométrico existem três medidas: grau, radiano e grado, este não é muito utilizado nos cálculos.

Conteúdos de fatos e conceitos: grau a medida correspondente $1/360$ de circunferência. Radiano a medida correspondente a um arco cujo comprimento é igual ao raio da circunferência. Grado a medida correspondente $1/400$ de circunferência.

Conteúdos de Habilidades: Os trabalhos serão executados visando o desenvolvimento das habilidades (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7); (H8); (H9).

Conteúdos de atitudes: Foram incentivadas as atitudes (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6); (A7); (A8); (A9).

O Capítulo 2 do Módulo de Ensino

Unidade Didática 2.1- Ciclo Trigonométrico

Objetivos: Estender o conceito de seno e cosseno e tangente no ciclo trigonométrico, isto é, calcular o valor do seno, cosseno e tangente de arcos maiores que 90° .

Conteúdos de fato e conceitos: Ciclo trigonométrico é uma circunferência orientada que possui as seguintes características.

1-O raio é unitário ($r = 1$).

2- A origem dos arcos é no ponto A (1,0)

3-O sentido positivo é o anti-horário

4-O sentido negativo é o horário

Vale ressaltar que todas essas características são obtidas através de trabalhos práticos.

Conteúdos de habilidades: Os trabalhos executados visaram o desenvolvimento das habilidades: (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7); (H8); (H9).

Conteúdos de atitudes: Foram incentivadas as atitudes (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6); (A7);(A8); (A9).

3. A Construção dos Gráficos das Funções Circulares

Unidade Didática 2.2- Gráfico da Função Seno

Objetivo: Construção do gráfico do seno (senóide) no círculo trigonométrico trabalhando com os ângulos de 30°, 40° e 60° (arcos notáveis) e seus múltiplos. Esse trabalho foi feito no papel milimetrado.

Conteúdos de fatos e conceitos: A função seno é $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \text{sen}(x).$$

Conteúdos de habilidades: Os trabalhos executados visaram o desenvolvimento das habilidades: (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7); (H8); (H9).

Conteúdos de atitudes: Foram incentivadas as atitudes (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6); (A7);(A8); (A9).

Unidade Didática 2.3- Gráfico da Função cosseno

Objetivo: Construção do gráfico da tangente cosseno (cossenóide) no ciclo trigonométrico trabalhando com os ângulos de 30°, 40° e 60° (arcos notáveis) e seus múltiplos. Esse trabalho será feito no papel milimetrado.

Conteúdos de fatos e conceitos: A função cosseno é $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \cos (x).$$

Conteúdos de habilidades: Os trabalhos executados visaram o desenvolvimento das habilidades: (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7); (H8); (H9).

Conteúdos de atitudes: Foram incentivadas as atitudes (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6); (A7); (A8); (A9).

Construíram dois gráficos:

a) $f(x) = 1 + \cos(x)$ e calcular:

- Valor máximo
- Valor mínimo
- Período

b) $f(x) = 2\cos(2x - \pi) + 1$. Serão feitas as seguintes perguntas:

- Qual dos eixos se desloca o gráfico?
- Valor máximo
- Valor mínimo
- Período

Unidade Didática 2.4- Gráfico da função tangente

Conteúdos de fatos e conceitos: A função tangente $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \operatorname{tg}(x), \text{ onde } D = \{x \neq \pi/2 + k\pi\}$$

Conteúdos de habilidades: Os trabalhos executados visarão o desenvolvimento das habilidades: (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7); (H8); (H9).

Conteúdos de atitudes: Foram incentivadas as atitudes (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6); (A7); (A8); (A9).

Construir o gráfico da $\text{tg}(x)$ na 1ª aula.

Na 2ª aula construir o gráfico da $\text{tg}(2x)$ e determinar:

- Domínio
- Período
-

REFERENCIAS

[1] AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.** Lisboa: Plátano, 2003.

[2] BRIGHENTI, M. J. L.. **Representações gráficas: atividades para o ensino e a aprendizagem de conceitos trigonométricos.** Bauru, SP: EDUSC, 2003.

[3] BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9.394/96.* Brasília, 20 dez.1996.



O ESTÁGIO SUPERVISIONADO COMO EXPERIÊNCIA E PREPARAÇÃO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

The Supervised Stage as Experience and Preparation in the Fraining of Math Teachers

Francisco Gean da Silva Ricardo

geanricardo.2012@gmail.com

José Mauricio Lima Araújo

mauricioaraujofla@gmail.com

Sandra do Socorro Miranda Neves

sandrasmneves@yahoo.com.br

RESUMO

De encontro ao processo de transformação e desenvolvimento que vem ocorrendo no ensino da matemática, tendo como características mudanças conceituais e metodológicas, a formação docente nas universidades é de grande importância. Nesse contexto, o presente artigo apresenta a importância do estágio supervisionado em matemática na formação do professor, baseando-se em alguns teóricos e na experiência vivenciada durante nosso estágio supervisionado em matemática. O relato de experiência aborda sobre a preparação de professores em matemática à docência e relata as experiências dos universitários frente as atividades da disciplina Prática do Ensino da Matemática I.

Palavras chave: Formação docente, experiência, estágio supervisionado.

ABSTRACT

In the context of the process of transformation and development that has been taking place in mathematics teaching, having as its characteristics conceptual and methodological changes, teacher training in universities is of great importance. In this context, the present article presents the importance of supervised internship in mathematics in teacher training, based on some theorists and the experience experienced during our supervised stage in mathematics. The experience report deals with the preparation of teachers in mathematics to teaching and reports the experiences of university students in the activities of the discipline of Mathematics Teaching I.

Keywords: Teacher training, experience, supervised internship.

Introdução

O estágio supervisionado, é indispensável para as licenciaturas é um processo de aprendizagem essencial para o professor que realmente deseja estar preparado para enfrentar

as dificuldades de sua carreira, no qual são incentivados a conhecerem vários espaços escolares que venha de encontro a realidade da sociedade e da instituição. Como preparação para realização da prática em sala de aula, o estágio supervisionado em matemática configura-se em fazer uma possível relação entre a teoria e a prática, pois o contato com essas experiências de estágios que lhe são oportunas, leva o acadêmico a relacionar o que estudou com o cotidiano do seu trabalho.

O estágio supervisionado em matemática realizado em escola municipal de rede pública, trouxe uma grande experiência para nós, professores em formação, porém o objetivo maior é entender como funciona o ambiente escolar e deparar-se com as dificuldades dos alunos.

O presente artigo foi elaborado por meio de pesquisas bibliográficas e nossa experiência no estágio supervisionado em matemática e os resultados mostram que um bom estágio deve proporcionar ao futuro professor capacidade de enfrentar e superar os desafios da profissão. Foi uma etapa de grande importância para o nosso crescimento, pois um bom estágio, comprometido é garantia de sucesso em sala de aula, porém é apenas o início, a busca pela melhoria deve ser constante.

A Importância do Estágio Supervisionado para Formação Docente

O estágio supervisionado compreende-se por um processo de experiência prática, aproximando o acadêmico a sua área de formação e ajuda a compreender diversas teorias relacionadas ao exercício de sua profissão. É um componente curricular de extrema importância para formação docente, sendo também, um recurso de proximidade entre a universidade e o meio social, permitindo uma integração entre ambos os meios e criando uma verificação na prática com toda teoria adquirida no âmbito universitário.

Essa interação do professor em formação no ambiente que faz parte do seu cotidiano profissional, esse momento leva o profissional afincado na sua vida de orientador educacional lhe mostrando que a realidade prática na docência é complicada, pois nesse momento enfrenta-se diversas situações que nos levar a refletir se isso é realmente o que queremos para nossas vidas, pois as dificuldades são muitas e o reconhecimento não se tem e essa realidade já é bem conhecida por todos.

Com efeito, enquanto antecipação ideal de um resultado real que se pretende alcançar, o objetivo é também expressão de uma necessidade humana que só se satisfaz atingindo-se o resultado que aquele prefigura ou antecipa. Por isso, não se trata apenas de antecipação ideal do que está por vir, mas sim de algo que, além disso, queremos que venha (VASQUEZ, 1968: 191).

Os estágios supervisionados são importantes, pois efetiva a aprendizagem como processo pedagógico da construção de conhecimento, desenvolvimento de habilidades diante o olhar do professor atuante, acarretando diretamente um contato entre a teoria e prática no cotidiano. Pois tratar-se da união entre teoria e prática é um desafio real com qual o estudante de licenciatura precisa lidar. No caso se esse problema não for resolvido ou aliviado durante a vida acadêmica, o mesmo se refletirá no seu trabalho como professor.

De acordo com Fávero (1992), “não é apenas frequentando um curso de graduação que uma pessoa se torna profissional. É, principalmente, envolvendo-se intensamente como construtor de umas práxis que o profissional se forma”.

Assim, o estágio supervisionado proporciona aos graduandos o domínio de vários instrumentos para execução de suas funções. Por meio disso busca beneficiar a experiência e promover o desenvolvimento profissional dos conhecimentos teóricos e práticos adquiridos durante todo percurso na instituição de ensino, ampliando o mundo cultural dos futuros professores.

Segundo Scalabrin e Molinar (2013) citando Tardif (2002).

O estágio supervisionado constitui uma das etapas mais importantes na vida acadêmica dos alunos de licenciatura e, cumprindo as exigências da Lei de Diretrizes e Bases e da Educação Nacional (LDBEN), a partir do ano de 2006 se constitui numa proposta de estágio supervisionado com o objetivo de oportunizar ao aluno a observação, a pesquisa, o planejamento, a execução e a avaliação de diferentes atividades pedagógicas; uma aproximação da teoria acadêmica com a prática em sala de aula.

O estágio supervisionado exigido nos cursos de licenciaturas é muito importante, pois após esse momento o futuro professor compreende que professores e alunos precisam estar em mundos iguais, falar a mesma linguagem, utilizar o meio inseridos por alunos, assim consegue fazer um diagnóstico, pois já conhece sua realidade e partir disso aprofundar seus conhecimentos.

“O estágio supervisionado torna-se imprescindível no processo de formação docente [...] a partir desta experiência os acadêmicos começarão a se compreenderem nesse mundo [...] com linguagens e saberes diferentes do seu meio, mais acessível à criança” (PIMENTA, 1997).

De acordo com Carvalho et al (2003), os estágios supervisionados devem ser vistos como momento ímpar de formação para o exercício de um futuro professor, pois é no estágio que tem um momento único para ampliar a compreensão da realidade educacional tendo uma relação direta com os alunos e o ambiente escolar.

Desta forma, o estágio supervisionado torna-se imprescindível na vida acadêmica, pois proporcionam melhores condições aos futuros educadores, principalmente aos estudantes da graduação. É um instrumento que pode fazer diferença para quem estar entrando no mercado de trabalho na área da educação e que tem capacidade de transformar a precária realidade da educação no nosso país que está longe de ser satisfatória.

Pimenta e Lima (2008) explicam que o aprendizado de qualquer profissão é prático, que esse conhecimento ocorre a partir de observação, reprodução, onde o futuro educador irá repetir aquilo que ele avalia como bom, é um processo de escolhas, de adequação, de acrescentar ou retirar, dependendo do contexto no qual se encontra e, é nesse caso que as experiências e conhecimentos adquiridos facilitam as decisões.

De modo geral, pode-se garantir que o estágio supervisionado beneficia a formação docente do estudante, promovendo novas linhas de raciocínio e aperfeiçoando o campo de pesquisa do aluno em formação.

E assim, sem dúvida, apesar das dificuldades do estágio supervisionado, é uma experiência única e um momento significativo na formação docente e no sucesso de seu trabalho.

A Formação de Professores: um campo reflexivo e investigativo

A reflexão facilita ao professor o reconhecimento de um problema em sala de aula, que necessita de explicação, sem tomada de decisão única, de que o professor somente ensina e o aluno somente aprende.

Schön acredita que a autoridade nas escolas impede-se no papel de um professor reflexivo, diz a respeito de uma prática reflexiva, “aprender a ouvir os alunos e aprender a fazer da escola um lugar onde seja possível ouvir os alunos” (SCHÖN, 1987, p. 87) devem ter um olhar inseparável.

As turmas superlotadas e a exaustiva carga horária do professor, especificamente de matemática, prejudica o professor, diminuindo seu tempo para estudo. E também, o aluno perde por parte do professor, a oportunidade de ser reconhecido como um indivíduo com capacidade intelectual, capaz de ser movido interiormente e desenvolver sua aprendizagem. Essa é a realidade que o professor saindo da universidade vai encontrar em sua jornada profissional. Assim, lecionar não é uma tarefa fácil, todo aquele conteúdo teórico educacional que trata o aluno como ser inferior, torna-se o ambiente escolar violento e mal estruturado.

“Conhecer algo permite-nos ensiná-lo; e conhecer um conteúdo em profundidade significa estar mentalmente organizado e bem preparado para o ensinar de um modo geral” (BUCHMANN, 1984 apud GARCÍA, 1999, p. 87).

De acordo com Wilson, Shulman e Richert (1987) para tornar-se um competente professor é necessário que este desenvolva a capacidade de introduzir variações no esquema de representações alternativas sobre o conteúdo que domina.

O professor precisa conhecer os alunos, a parte interna e externa da escola são fatores que contribuem para melhorar o trabalho do educador, pois quando o professor conhece a realidade dos alunos exerce melhor sua prática em sala de aula e tem mais sucesso no seu trabalho. A cada dia a prática precisa ser refletida, para que o aluno docente possa evoluir, ser um cidadão atuante e passe a melhor perceber o que irá enfrentar em sua carreira, tendo mais segurança e assumindo seu papel como professor.

A educação é a grande responsável pelo desenvolvimento social, por isso é de grande importância que o futuro professor tenha plena consciência que seu papel, não é somente ensinar, e sim doar-se de corpo e alma. Neste caso, o professor necessita da sede de ensinar e será bem sucedido se o aluno comprometer-se com sua prática.

Conforme Cury (2003, p.55) “educar é acreditar na vida, mesmo que derramemos lágrimas. Educar é ter esperança no futuro, mesmo que os jovens nos decepcionem no presente. Educar é semear com sabedoria e colher com paciência. Educar é ser um garimpeiro que procura os tesouros do coração”. Por isso é imprescindível a prática do estágio, pois só assim o futuro professor terá clareza no que enfrentará em sua jornada, buscando sempre fazer o melhor, pois é disso que a sociedade precisa, é isso que os pais querem para seus filhos, é isso que o futuro espera de nós educadores.

A Importância do Estágio Supervisionado no Curso de Licenciatura em Matemática

A primeira fase do estágio supervisionado em matemática tem como objetivo uma análise reflexiva da prática, por meio de observação em salas de aula de matemática do ensino fundamental. Nesse período, de início, a prática deve ser realizada em turmas do ensino fundamental, incluindo as metodologias de ensino dos professores, os conteúdos matemáticos das turmas e o modo como os professores usam essas ferramentas com o intuito de levantar conhecimento prévios dos alunos. Também, analisar estratégias que atenda diferenças individuais e coletivas da aprendizagem e incorporar vários aspectos como jogos, resolução de problemas, História da Matemática, recursos tecnológicos, etc.

No segundo momento, o estágio supervisionado em matemática deve ser dado mais ênfase na análise reflexiva da prática, por meio de observação em salas de aulas no ensino médio, incluindo atividades em que os estagiários busquem analisar as formas didáticas adotadas pelos professores, em seus diferentes tipos de organização de conteúdos matemáticos, a interdisciplinaridade, as formas de como o professor identifica os conhecimentos prévios dos alunos, relacionado a vários campos da educação matemática.

Outro momento, no estágio supervisionado em matemática deve ser feita a mesma análise, por meio de observação em turmas de matemática, em salas de aulas de Jovens e Adultos (EJA), incluindo atividades que os estagiários analisem critérios de aprendizagem, nesse caso específico, buscando o conhecimento prévio dos alunos, especialmente por se tratar de alunos com experiências de vida.

Depois disso, o Estágio Supervisionado em matemática deve voltar-se para ações de regência, em salas de aula de Matemática no ensino fundamental regular e no EJA. Para isso, é importante, que o estagiário elabore um projeto de trabalho referente a um certo conteúdo matemático, partindo de pesquisas prévias para aprofundamento desse conteúdo, procurando analisar interesses da sua formação com os da instituição escolar. Quanto ao desenvolvimento em sala de aula, o estagiário deverá ter especial apoio do professor orientador, dos professores da escola e de todo corpo pedagógico da escola.

O estagiário deve ser orientado na elaboração de seu relatório, registrando suas vivências, destacando problemas enfrentados no decorrer do estágio, os resultados positivos e a avaliação de outros aspectos importantes que possam produzir uma síntese que expresse suas reflexões sobre diferentes aspectos do desenvolvimento de um projeto pedagógico com o qual interagiu.

O estágio Supervisionado no curso de Licenciatura em Matemática constituirá, um espaço de aprofundamento teórico de diferentes aspectos da educação matemática que se completa com a realização do estágio. Neste processo da formação do professor conhecimentos teóricos e práticos se complementam. É necessário que essa disciplina não se configure isoladamente em que o estágio fique reduzido e fechado em si mesmo e desarticulado do restante do curso. Isso porque não é possível deixar ao futuro professor a tarefa de integrar e transpor o conhecimento sobre ensino e aprendizagem para o conhecimento na situação de ensino e aprendizagem, sem ter oportunidade de participar de uma reflexão coletiva e sistemática sobre esse processo.

Em cada fase do estágio supervisionado deve priorizar-se a análise dos relatórios e diagnósticos realizados durante o estágio, baseando-se em referenciais teóricos afim de encontrar sugestões para os problemas surgidos na formação do professor. Outra atividade importante consiste na elaboração de projetos individuais de formação profissional, levando ao futuro professor a possível autoconstrução de conhecimento em sua formação, identificando suas falhas, seus propósitos e aprendendo a buscar informações necessárias.

No estágio supervisionado em matemática é importante que os alunos discutam como fazer registros sobre o que aprendem, os sucessos que obtêm e suas preocupações. Registro das observações em sala de aula, análise de livros didáticos e outros recursos adotados pelo professor, análise de protocolos de alunos, devem incluir um atendimento especial na prática de ensino.

Uma das atividades centrais do estágio supervisionado é a elaboração de projetos e/ou de sequências didáticas referentes a um dado conteúdo matemático, partindo de uma pesquisa prévia para aprofundamento desse conteúdo, dos pontos de vista matemático e da didática.

Experiências vivenciadas no Estágio Supervisionado

Dando início ao estágio supervisionado em uma determinada escola de rede pública do município de São Miguel do Guamá, em salas de aula de matemática de nível Fundamental maior (6º ao 9º ano).

Fazendo uma breve avaliação da escola nota-se que em estrutura física não deixa a desejar, pois possui salas amplas, arejadas, com um clima bem agradável para estudar, no caso pela manhã. Já a iluminação fica muito dependente da luz natural, Pois a falta de lâmpadas nas salas é evidente por motivos de furtos.

Mesmo as salas da escola sendo grandes, torna-se pequena para algumas turmas. Pois a quantidade de alunos por turmas é elevada. É o que acontece na maioria das escolas de rede pública. Isso complica o aprendizado dos alunos e também o desenvolvimento do conteúdo aplicado pelo professor em sala de aula.

Alunos bastantes imperativos, muitas conversas paralelas não voltadas ao conteúdo da aula que, a falta de interesse, comprometimento, dedicação. Esse fato é bastante repetitivo em todas as turmas, pois quando o professor passa uma atividade em sala para resolverem em casa, o que acontece é que muitos dos alunos não resolvem. Não se sabe se isso ocorre pelo fato de não entenderem o conteúdo repassado pelo professor ou simplesmente descaso dos

alunos e consequentemente dos pais, uma vez que deveriam acompanhar o desempenho de seus filhos nas escolas.

Com o decorrer das aulas os professores centraram-se a auxiliar os seus alunos com as resoluções de atividades repassadas para resolver em suas casas, pois a maioria não conseguiram fazer. A falta de entendimento dos alunos com os assuntos trabalhados em séries anteriores, atrasa os conteúdos da referida série que estão. Com isso, muitas das vezes o professor precisa voltar com assuntos passados para tentar fazer com o que os alunos venham a entender o conteúdo trabalhado em sala de aula.

Percebeu-se que mesmo com dificuldades da maioria com os assuntos, poucos pedem ajuda da professora. As turmas inicialmente aparentavam-se atenciosas e comportadas, porém um comportamento momentâneo, pelo fato da presença de estagiários. Com o passar do tempo os alunos perderam a timidez, no entanto causou-se muitos efeitos, pois as conversas continuaram até o término das aulas.

Falando um pouco mais do que percebi no ambiente da escola, a falta de mesas e cadeiras é um problema visível, pois as turmas por serem bem grandes, muitos alunos ficam sem mesas para colocarem seus materiais, chegando a apoiar seus cadernos e livros sobre suas pernas ou dividindo mesas com os demais colegas. Esse problema muito das vezes é causado pelos próprios alunos, pois quebram mesas e cadeiras com atos de vandalismo.

Há falta de lâmpadas por conta de furtos, tendo na maioria das salas somente duas lâmpadas quando deveria ter no mínimo quatro, isso agrava a situação da iluminação chegando a ser imprópria para a prática de ensino. A sala é ampla, no entanto o número de alunos excedem, o ideal é na média de 25 a 30 alunos por sala, enquanto há de 35 a 40 alunos.

Algumas turmas demonstram-se mais interessadas do que outras, por prestar atenção na explicação do professor. Com maior interação na turma com o professor e até mesmo com a disciplina, esse fato ajuda os alunos a desenvolver-se o seu conhecimento a cada dia que se passa.

As metodologias usadas pelos professores, avaliam-se como boas, pois explicam os conteúdos com bastante clareza e avaliam o aprendizado dos seus alunos com bastante exercícios e busca incentivá-los para que absorvam o conteúdo de maneira suave e clara. Cada

um com suas metodologias próprias de ensino, ambas voltadas para que o aluno compreenda o conteúdo e tire uma boa nota na prova e consequentemente aprenda e passe de ano.

Contudo, pode-se afirmar que há o interesse dos professores com o aprendizado de seus alunos. Porém alguns quesitos dificultam a aula do professor como foi citado ao longo do relato, principalmente a falta de interesse dos alunos e também o acompanhamento de seus familiares durante o ano letivo. Isso tudo é de fundamental importância para o desenvolvimento do aluno, seja em ambiente escolar ou social.

Considerações Finais

Concluindo, podemos dizer que diante todo contexto das redes de ensino, da precariedade da estrutura física nas escolas, ambientes disponíveis, recursos tecnológicos, falta de apoio familiar, entre outros fatores faz com que nós professores em formação nos sintamos incapazes de enfrentar as dificuldades existentes na atividade docente.

Por isso, o estágio supervisionado é de grande importância na formação do professor em matemática, pois é a base de como atuar na profissão, a partir do estágio supervisionado em matemática que nos sentimos preparados para atuarmos em sala de aula.

“Ver o docente como um profissional implica dominar uma série de capacidades e habilidades especializadas que o fazem ser competente em determinado trabalho, e que além disso o ligam a um grupo profissional organizado e sujeito a controle”. (IMBERNÓN, 2006:27)

Portanto, ser professor em matemática é um desafio que deve ser encarado com boa vontade e disposição, pois não é fácil, há diversidade de problemas e situações a serem resolvidas em sala de aula. Além do mais, é uma disciplina que é vista com “mal olhares”, por trabalhar com cálculo e raciocínio lógico.

Referências Bibliográficas

PIMENTA, Selma Garrido. **O estágio na formação de professores: unidade teórica e prática?** Cap. II; Práxis – ou indissociabilidade entre teoria e prática e a atividade docente. São Paulo- SP: Cortez Editora, 2011.

OLIVEIRA, Raquel Gomes. **Estágio Curricular Supervisionado – horas de parceria escola-universidade.** Cap. I; A prática de ensino na formação de professores: primeiras

identificações. Cap. II; A prática de ensino e a formação de professores; um campo de pesquisa. Jundiaí- SP: Paco editora, 2011.

FÁVERO, Leonor Lopes. **A Dissertação**. São Paulo- SP: USP/VITAE, 1992. P 104.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

SCALABRIN, Isabel Cristina e MOLINARI, Adriana Maria Corder. **A importância da prática do estágio supervisionado nas licenciatura**. Disponível em: <http://revistaunar.com.br/cientifica/documentos/vol7_n1_2013/3_a_importancia_da_pratica_estagio.pdf> Acesso em 13 de outubro de 2017.

SILVA, Juliete Guedes da. **PIBID: a experiência da sala de aula na formação inicial de professores**. Disponível em: <www.cchla.ufrn.br/humanidades2009/Anais/GT03/3.1.pdf> Acesso em 14 de outubro de 2017.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza**. 6ª ed. São Paulo- SP. Cortez Edirtora, 2006 (Col. Questões da Nossa época, v.77)

O estágio supervisionado na licenciatura em matemática. Disponível em: <http://www.mat.ufpr.br/graduacao/matematica/projeto/principios_lic/princ_lic06.html> Acesso em 18 de outubro de 2017.

O estágio supervisionado em matemática como espaço de desenvolvimento da epistemologia da prática docente. Disponível em: <<file:///C:/Users/Microsoft/Downloads/22-1407-1-PB.pdf>> acesso em 18 de outubro de 2017.



O ESTUDO DOS ERROS DOS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE O TEOREMA DE PITÁGORAS

Carlos Alan Vieira do Nascimento

Universidade do Estado do Pará - UEPA

carlosalan1414@gmail.com

Bruno Santos da Silva

Universidade do Estado do Pará - UEPA

[brunosantos111 @live.com](mailto:brunosantos111@live.com)

Rosineide Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará - UEPA

rosejuca@gmail.com

Resumo

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma análise de erros de alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública em Belém do Pará, sobre o Teorema de Pitágoras. Assim, foram revisados alguns estudos sobre análise de erros como, Buriasco (2008); Teixeira (1987) e Lima (2010), e estudos sobre o teorema de Pitágoras como, Dalcin e Guariente (2015), Leite (2013) e Silva e Filho (2013). Para desenvolver a pesquisa foi aplicado um teste diagnóstico com 6 questões que envolvem o teorema de Pitágoras, com intuito de verificar os erros e dificuldades dos alunos em problemas que envolvem o teorema de Pitágoras. As análises dos resultados apontaram que os alunos apresentam grandes dificuldades na identificação dos elementos do triângulo retângulo e principalmente na aplicação do teorema.

Palavras Chaves: Educação Matemática; Avaliação da Aprendizagem; Análise de Erros; Teorema de Pitágoras.

1. Introdução

A importância da análise de erros para o processo de ensino e aprendizagem é apontada nos estudos de Buriasco e Santos (2008) e Lima (2010). Pois o erro desempenha um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem, em que os próprios professores podem a partir dele fazer interpretações e olhar de maneira diferente para o que o aluno “errou”, assim de acordo com Buriasco e Santos (2008) esse olhar passa a ser uma ferramenta essencial para verificar as dificuldades de aprendizagem dos alunos, todavia, o erro nada mais é do que uma resolução diferente da correta, a qual se precisa analisar os caminhos utilizados pelo aluno.

Segundo Lima (2010), os erros são verdadeiras fontes de estudos, os quais mostram as concepções e crenças que os alunos foram adquirindo ao longo de toda sua vida escolar, no entanto esses erros podem ser classificados em algumas categorias como por exemplo, os erros devidos a dificuldades de linguagem; erros devido a dificuldades na obtenção de informações espaciais; erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios; e erros devido a associações incorretas ou rigidez de pensamento.

De acordo com Buriasco e Santos (2008) o professor deve associar o “erro” a um processo de construção de conhecimento, que mostra como os alunos estão interpretando e organizando esses conhecimentos, visto que o erro não é absolutamente certeza da ausência de conhecimento, em que deve-se encara-lo como um dos possíveis pontos de partida de uma melhor compreensão do processo de ensino e aprendizagem tendo o professor como mediador desse processo.

Neste sentido, surgiu o interesse em investigar os erros dos alunos relacionados ao conteúdo do teorema de Pitágoras, pois segundo Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998, p.89), aponta a importância desse conteúdo na educação básica, que se trata do reconhecimento de grandezas como comprimento, massa, capacidade, superfície e áreas, em que o ensino deste teorema tenha como abordagens as “verificações experimentais, aplicações e demonstração do Teorema de Pitágoras”, que podem contribuir para uma aprendizagem significativa deste conteúdo.

Apesar da importância desse conteúdo, os alunos tem apresentado dificuldades relacionadas a este conteúdo que são apontadas nos estudos de Dalcin e Guariente (2015), Leite (2013) e Silva e Filho (2013), como na identificação dos elementos do triângulo retângulo, no aprendizado de fórmulas, que no caso do teorema de Pitágoras os alunos têm

dificuldades em identificar os elementos da fórmula e consequentemente a má aplicação desse teorema.

Neste sentido, objetivo deste trabalho é analisar os erros de alunos do 9º ano do ensino fundamental sobre o teorema de Pitágoras.

2. REVISÃO DOS ESTUDOS

Os estudos de Buriasco e Santos (2008) e Lima (2010), sobre análise de erros e os estudos de Dalcin e Guariente (2015), Leite (2013) e Silva e Filho (2013) sobre as dificuldades relacionadas ao teorema de Pitágoras servirão como base teórica para este estudo.

Para Buriasco e Santos (2008), o erro tem grande importância no processo de aprendizagem dos alunos, em que a verificação do processo em que ocasionou o erro, se faz necessário ao auxílio e orientação dessa aprendizagem do aluno. Assim entre corrigir o erro e ensinar a pensar sobre ele, existe muita diferença. Corrigir resulta apenas em uma correção sem reflexão, por ensinar a pensar é desenvolver a consciência crítica, o que consequentemente promoverá momento de aprendizagem se utilizando do erro.

O estudo de Lima (2010) considera o erro como conhecimento e fontes de estudos que são gerados pelos alunos em seu processo de aprendizagem, assim o autor cita Radatz (1979), o qual faz uma classificação acerca dos erros, dividindo em cinco categorias, sendo elas: 1ª categoria: Erros devidos a dificuldades de linguagem, em que os alunos apresentam dificuldades em compreender a leitura da linguagem matemática, ocasionando erros ao interpretar um problema matemático. 2ª categoria: Erros devido a dificuldades na obtenção de informações espaciais, causados pela dificuldade dos alunos em pensar ou interpretar informações que envolvam a representação de imagens espaciais. 3ª categoria: Erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios, causado quando o aluno apresenta alguma deficiência acerca de conteúdos e procedimentos para a realização de uma atividade, por exemplo. 4ª categoria: Erros devido a associações incorretas ou rigidez de pensamento, o qual ocorre devido à associação equivocada de um conhecimento ou um procedimento anterior aplicados a um problema similar. 5ª categoria: Erros devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes ocorre devido a aplicação de procedimentos inadequados a determinada resolução de problema.

Em síntese, podemos perceber que a análise de erros e sua categorização é importante para o processo de ensino e aprendizagem, pois por meio delas o professor pode identificar as dificuldades dos alunos promovendo assim uma metodologia para que esses erros sejam superados.

Neste contexto, apresentamos os estudos que discutem sobre as dificuldades relacionadas ao teorema de Pitágoras. O estudo de Dalcin e Guariente (2015), que realizaram um estudo com uma turma de 20 alunos do 9º ano de rede pública do Rio Grande do Sul na cidade de Leopoldo, com o objetivo de que seja possível compreender o significado do Teorema de Pitágoras, promovendo um ensino de matemática que seja significativo ao estudante, em que o estudo foi realizado mediante a utilização de um software, o Geogebra, cujos alunos tinham que resolver questões sobre o teorema de Pitágoras.

Assim, observa os erros acerca da compreensão do enunciado e principalmente erros acerca dos lados em identificar os catetos e a hipotenusa no triângulo, e no posicionamento do triângulo retângulo visto que, na ferramenta utilizada, o Geogebra, quando o triângulo era mudado de posição os alunos tinham dificuldades em dizer se poderiam ou não aplicar o teorema de Pitágoras e acabavam errando a classificação dos lados. (DALCIN e GUARIENTE, 2015)

Leite (2013) realizou um estudo com 182 alunos que tinham acabado de entrar no ensino 1º do ensino médio para verificar o aprendizado de seu 9º, na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “João Crisóstomo Belesa” na região metropolitana da Grande Vitória, aplicando um teste com questões envolvendo o teorema de Pitágoras, além da utilização do Geogebra. Tinha como objetivo de investigar os conhecimentos sobre o teorema de Pitágoras trazidos por estes alunos, de várias escolas distintas, possibilitando a percepção de como o ensino do teorema de Pitágoras acontece e quais frutos este estudo está gerando em relação ao conhecimento escolar dos estudantes.

Assim o autor identificou os erros dos alunos referentes a utilização da fórmula que no caso do teorema de Pitágoras, em que não substituíam os valores corretos ou esqueciam de algum elemento da fórmula. (LEITE, 2013)

Silva e Filho (2010) fez um estudo realizado com uma turma de 34 alunos do 9º ano em uma escola estadual de Ilha Solteira, os sujeitos da pesquisa são jovens de 15 a 17 anos, com o objetivo de relacionar os conteúdos algébricos e geométricos para o desenvolvimento

do Teorema de Pitágoras e, com isso, discutir as contribuições dessas atividades para a compreensão dos alunos. Para isso, foram aplicados dois questionários com o objetivo de elaborar um diagnóstico sociocultural dos alunos, compreender as atitudes dos alunos em relação à Matemática e avaliar as dificuldades da turma para resolver problemas que envolvem o teorema de Pitágoras.

Todavia, os alunos cometeram erros ao resolver as questões que tratavam de razões entre lados de retângulos, mas tiveram também dificuldades nas questões que envolviam áreas de figuras geométricas. (SILVA e FILHO, 2010)

Contudo, o erro no processo de aprendizagem tem papel fundamental, em ajudar os próprios alunos a adquirir mais conhecimento, todavia esses erros podem ser classificados em categorias como apresentamos. Assim, com base nas dificuldades apontadas desenvolvemos as categorias de análise que utilizaremos nas respostas dos alunos e que serão apresentadas nas análises dos resultados.

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

A pesquisa será do tipo diagnóstica, na qual buscamos descrever os resultados obtidos com base na aplicação de um teste diagnóstico. Para Rudio (2007) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir, observar, registrar e analisar os fenômenos ou sistemas técnicos, tentando descrever, classifica reinterpretá-los sem interferir nos fatos observados.

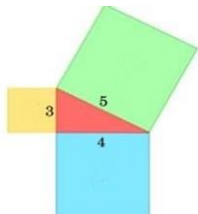
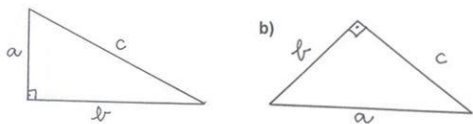
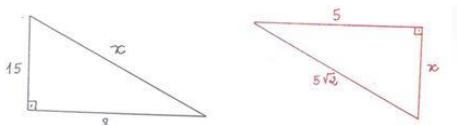
Para o desenvolvimento da pesquisa realizamos uma Revisão de estudos sobre o tema e a Elaboração e aplicação do instrumento de pesquisa, um teste contendo 6 questões sobre teorema de Pitágoras, que será aplicado a uma turma de 14 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Belém do Pará.

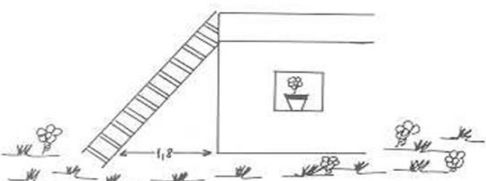
4. ANALISE DOS RESULTADOS

Apresentamos no quadro 1 os resultados do teste aplicados aos alunos

QAUDRO 1 RESULTADO DO TESTE

Questões	Acertos	Erros	Em branco

1. Um professor estava trabalhando a questão de cálculo de áreas com seus alunos e foram disponibilizados três quadrados impressos com tamanhos dos lados distintos, sendo o menor medindo 3cm o intermediário 4cm e o maior 5cm, no entanto um aluno juntou os vértices dos quadrados como mostra a figura abaixo, assim verifique se a situação satisfaz o teorema de Pitágoras. 	50%	28%	21%
2. Nos lados dos triângulos abaixo, identifique quais são: os catetos e a hipotenusa. 	64%	35%	0%
3. Calcule o valor de x em cada triângulo abaixo: 	35%	50%	14%
4. Para executar um serviço, o trabalhador apoiou na laje de sua casa a escada de 4,3 m de comprimento como mostra o esquema a seguir:	50%	21%	28%

 A base da escada, apoiada sobre um piso horizontal está afastada 1,8 m da parede. Qual é a altura aproximada da construção?			
5. Um especialista de voos, em um aeroporto observou com seus equipamentos que um avião percorreu a distância de 5 000 metros na posição inclinada, e em relação ao solo, percorreu 3 000 metros. Qual seria a altura do avião?	42,5%	42,5%	14%
6. Uma árvore foi quebrada em uma tempestade e a parte do tronco que restou em pé forma um ângulo reto com o solo. Se a altura do tronco da árvore que restou em pé é de 12 m, e a ponta da parte quebrada está a 9 m da base da árvore, qual é a medida da outra parte quebrada da árvore?	64%	21%	14%

Fonte: Teste diagnostico

Nas questões 2, 3 e 5, constatamos que houve a maior porcentagem de erro, em que 35% foram erros relativos à identificação dos lados do triângulo retângulo. 50% dos erros ocorreram devido à utilização do teorema de Pitágoras, no qual os alunos utilizaram o teorema de forma incompleta. 42,5% dos erros esta relacionado tanto a aplicação do teorema de Pitágoras quanto à identificação dos lados do triângulo retângulo em uma situação problema. Escolhemos as questões 2, 3 e 5 para fazer uma análise detalhada. A escolha dessas questões se justifica devidos aos erros significativos em relação ao teorema de Pitágoras.

Questão 2

2. Nos lados dos triângulos abaixo, identifique quais são: os catetos e a hipotenusa.

A questão tinha como objetivo Verificar as dificuldades dos alunos em identificar os lados de um triângulo retângulo.

- Resolução correta

Figura 1



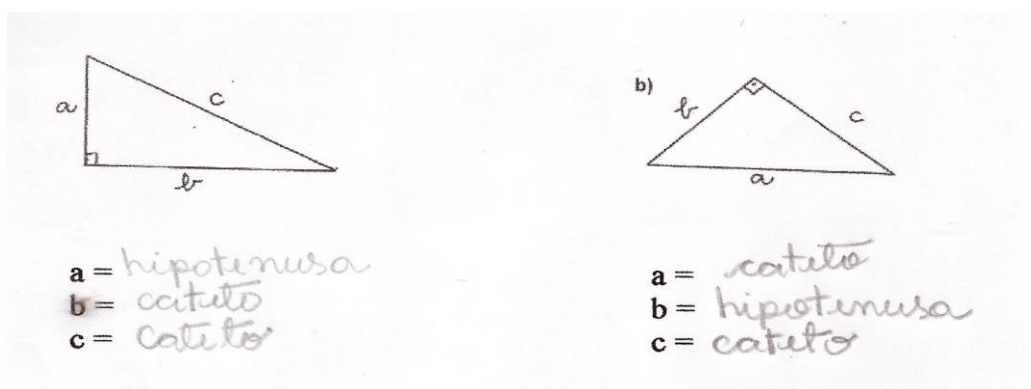
Fonte: Teste Diagnostico

a = Cateto
b = Cateto
c = Hipotenusa

a = Hipotenusa
b = Cateto
c = Cateto

- Resolução do aluno

Figura 2



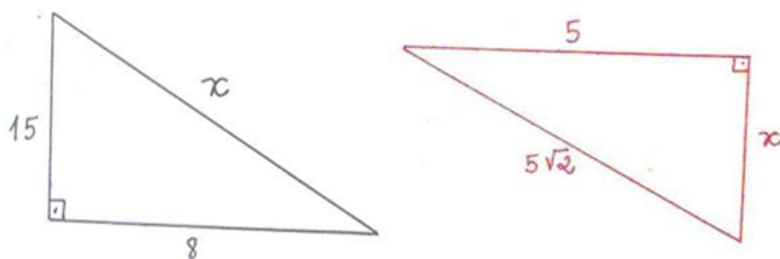
Fonte: teste diagnostico

Deste modo, um dos erros identificado, segundo Radt (1979, apud LIMA 2010) corre devido a dificuldades de linguagem e de associação, em que os alunos não conseguem identificar e associar os elementos do triângulo retângulo, com a figura, assim causando o erro por falta de conhecimento referente ao teorema de Pitágoras, como podemos perceber na figura 2.

Questão 3

3. Calcule o valor de x em cada triângulo abaixo:

O objetivo dessa questão era identificar os erros relacionados ao uso do teorema de Pitágoras.



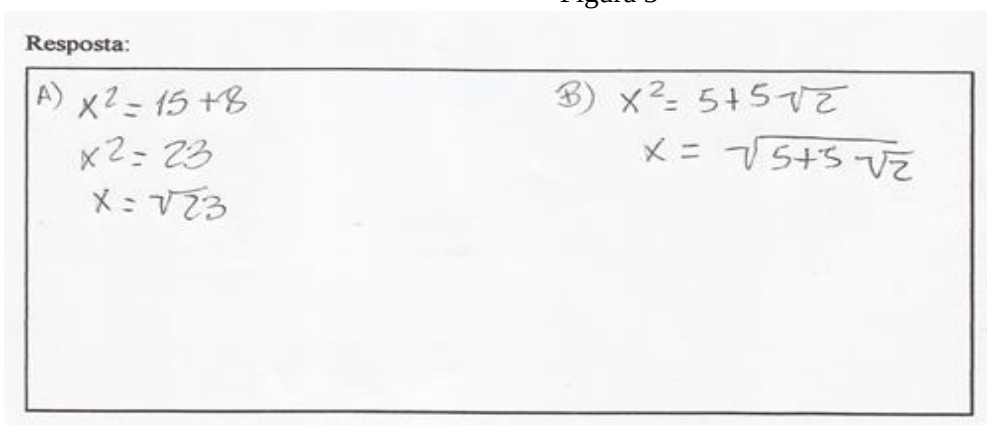
- Resolução Correta

$$\begin{aligned} X^2 &= 15^2 + 8^2 \\ X^2 &= 225 + 64 \\ X &= \sqrt{289} \\ X &= 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5\sqrt{2})^2 &= 5^2 + x^2 \\ 25 \cdot 2 &= 25 + x^2 \\ 50 &= 25 + x^2 \\ 50 - 25 &= x^2 \\ \sqrt{25} &= x \\ X &= 5 \end{aligned}$$

- Resolução do aluno

Figura 3



Fonte: Teste diagnóstico

Assim, um tipo de erro identificado Segundo Radatz (1979, apud LIMA 2010), se da devido uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios, em que os alunos não conseguem lembrar-se do teorema de Pitágoras fazendo assim uma utilização incorreta. Todavia, outro tipo de erro identificado, de acordo com Engler (2004, apud LIMA, 2010), o corre devido não verificação das condições de aplicabilidade dos teoremas, pois como vimos os alunos não sabem quando aplicar o teorema e nem identificar os dados corretos ao teorema.

Questão 5

5. Um especialista de voos, em um aeroporto observou com seus equipamentos que um avião percorreu a distância de 5 000 metros na posição inclinada, e em relação ao solo, percorreu 3 000 metros. Qual seria a altura do avião?

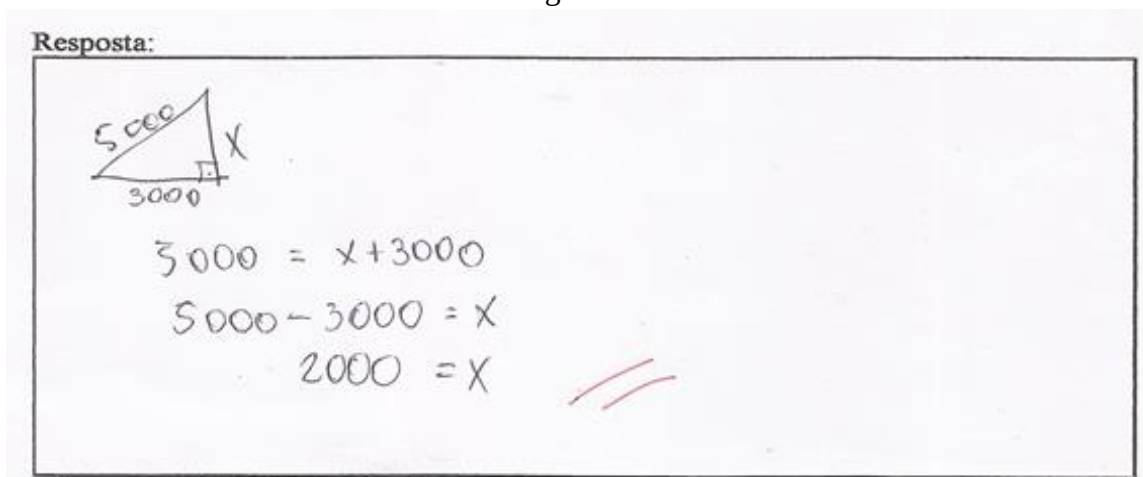
A questão tinha como objetivo verificar os erros relacionados ao teorema de Pitágoras em uma situação problema.

- Resolução correta

$$\begin{aligned} 5000^2 &= x^2 + 3000^2 \\ 25000000 &= x^2 + 9000000 \\ 25000000 - 9000000 &= x^2 \\ \sqrt{16000000} &= x \\ 4000 &= x \end{aligned}$$

- Resolução do aluno

Figura 4



Fonte: Teste diagnostico

Desta maneira, de acordo com Radatz (1979, apud LIMA 2010), podemos identificar dois erros, um referente a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos e outra devido a dificuldades de linguagem e de associação. Pois, como podemos perceber na figura 4 os alunos não conseguem lembrar-se da formula do teorema de Pitágoras, e acabam errando, em que os alunos não elevam os valores da hipotenusa e catetos, efetuando assim a aplicabilidade do teorema de maneira incompleta.

Entretanto, as análises dessas questões com maior porcentagem de erro mostram a grande dificuldade dos alunos em reconhecer os lados do triângulo retângulo e consequentemente na aplicação do teorema de Pitágoras.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho é analisar os erros de alunos do 9º ano do ensino fundamental sobre o teorema de Pitágoras.

Assim, pelas análises percebemos que grande maioria dos erros, está relacionado diretamente a identificação dos elementos do triângulo retângulo e principalmente na aplicação do teorema, visto que os alunos não lembram a sua utilização e nem a própria estrutura, como é identificado na categorização de Radatz (1979, apud LIMA 2010) o qual aponta erros de aprendizagem deficiente, de fatos, habilidades e conceitos prévios. E também na categorização de Engler (20004, apud LIMA 2010) que identifica erros como a verificação das condições de aplicabilidade dos teoremas. Todavia, ao analisarmos os erros apresentados no teste diagnóstico do teorema de Pitágoras, procuramos como futuros professores abordar um ensino mais significativo e contextualizado com aquisição de habilidades e competências por meio desses erros, pois segundo Lima (2010), os erros se constituem como conhecimento e principalmente como fonte de estudo.

6. Referências

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1988.

BURIASCO, Regina; SANTOS, João. **Da ideia de ‘erro’ para as maneiras de lidar**: caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta. SBEM, Recife, 2008.

DALCIN, Andreia; GUARIENTE, Márcia. **Teorema de Pitágoras: aplicações**. Trabalho de Conclusão do Curso à Especialização: Matemática, Mídias Digitais e didática. São Leopoldo, 2015.

LEITE, Rondineli. **O ensino de parte da geometria do ensino fundamental: análise de dificuldades e sugestão de sequência didática**. Dissertação de Mestrado profissional em matemática da Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2016

LIMA, D. T; **Erros no processo de resolução de equações do 1º grau**. Dissertação de Mestrado apresentada em Ensino de Ciências e Matemática. Belo Horizonte, 2010.

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

RUDIO, Franz Victor. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. Petrópolis: Vozes, 2007.

SILVA, L. E; FILHO, I. F. **Demonstração do teorema de Pitágoras como possibilidade para o estudo conjunto da geometria e da álgebra**. Actas del VII CIBEM. Montevideo, 2013.

TEXEIRA, Leny, R. M. **A análise de erros: uma perspectiva cognitiva para compreender o processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos**. Nuances - Vol. III - Setembro de 1997.



O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA NAS DÉCADAS DE 60 E 70

Lucas Sousa Santos

Universidade do Estado do Pará

lcs23snts@gmail.com

Jeyverson Ribeiro Sarges

Universidade do Estado do Pará

jerverson27@gmail.com

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará

rosejuca@gmail.com

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo apresentar o Movimento da Matemática Moderna, que ocorreu no Brasil nas décadas de 1960 e 1970. Para tal, revisamos os estudos de Borges (2005), Búrigo (1989), Ferreira (2008), Marques (2005) e Miorim (1998). O Movimento teve seu início na década de 1960 e seu auge no início da década de 1970, quando foi amplamente divulgado por meio dos livros didáticos da época, principalmente os de Osvaldo Sangiorgi. O declínio ocorreu na década de 1970, e se deu devido às críticas direcionadas à Matemática Moderna, principalmente por sua ênfase exagerada na linguagem e pela falta de capacitação para os educadores da época.

Palavras-chave: Educação Matemática. História da Educação Matemática. Movimento da Matemática Moderna.

1 INTRODUÇÃO

Segundo Ferreira (2008), o Movimento da Matemática Moderna (MMM) teve como objetivo diminuir a distância entre o ensino secundário e o desenvolvimento científico, além de aproximar esse nível de ensino com o ensino superior. Esse Movimento ocorreu, no Brasil, nas décadas de 1960 e 1970, apesar disso, diversos fatores anteriores a essas décadas contribuíram para que ele ocorresse.

As influências internacionais de Felix Klein e do grupo Nicolas Bourbaki foram de suma importância para o Movimento (MIORIM, 1998). Além disso, no Brasil, ocorreram diversos eventos que foram determinantes para que a Matemática Moderna pudesse ser divulgada e disseminada no ensino secundário.

A realização de cinco Congressos Nacionais de Ensino de Matemática em 1950 e 1960, o contexto histórico e social do Brasil nessas décadas e a participação de influentes professores de Matemática na divulgação da Matemática Moderna foram fatores importantes para o MMM (SOARES, 2005).

O objetivo desse trabalho é apresentar o Movimento da Matemática Moderna e como ele se deu no Brasil. Para tal, utilizamos como referencial teórico as obras de Borges (2005), Búrigo (1989), Ferreira (2008), Marques (2005) e Miorim (1998).

2 ANTECEDENTES DO MOVIMENTO

A ideia de modernizar o ensino de Matemática, ou seja, trazer para o ensino secundário uma Matemática que se aproximasse do que estava sendo pesquisado na época, surgiu na Europa, no final do século XIX. Entre os fatores que contribuíram para isso estão as mudanças ocorridas no campo da economia, proveniente dos avanços tecnológicos da época e a expansão da indústria (MIORIM, 1998).

Nessa época, discutia-se mudanças para o currículo do ensino secundário, onde o propósito era fazer com que a Matemática ensinada em sala de aula tivesse uma aplicação mais prática. A partir daí, segundo Miorim (1998), educadores matemáticos se reuniram em eventos internacionais, onde ficaram evidentes os problemas relacionados ao ensino da Matemática, enfrentados por diversos países. Assim, discutiu-se formas de solucionar tais problemas.

Já no século XX, um grande divulgador das ideias modernistas foi Felix Klein (1849-1925), um alemão físico e matemático. Em 1908, ele criou a comissão Internacional de Instrução Matemática, onde trabalhou de 1908 até 1920 em uma pesquisa cujo objeto era a evolução da Educação Matemática em diversos países.

Felix Klein propôs que a matemática estivesse presente no ensino universitário independentemente do curso. Com relação ao ensino secundário, ele defendia a atualização da Matemática de tal modo que ficasse mais próximo do desenvolvimento moderno e tecnológica, além disso, propôs a introdução do cálculo infinitesimal no ensino secundário e superior (MIORIM, 1998).

Com a divulgação das ideias de Felix Klein e seus esforços, mudanças no ensino de Matemática ocorreriam em diversos países. As ideias modernistas seriam introduzidas no Brasil, primeiramente, por meio de Euclides Roxo, que foi influenciado pelas ideias de Felix Klein (MARQUES, 2005).

2.1 Euclides Roxo

Euclides Roxo foi um renomado professor de Matemática que, em 1926, foi nomeado Diretor do Externato do Colégio Pedro II (MARQUES, 2005). Influenciado por Felix Klein, ele propôs no ano de 1927 uma mudança significativa no ensino de Matemática do Colégio Pedro II, onde buscava a “uma integração de conteúdos de aritmética, álgebra e geometria” (Marques, 2005, p. 21). Era instituída, no Colégio Pedro II a disciplina Matemática.

Segundo Marques (2005), em 1931, na Reforma Francisco Campos, Euclides Roxo organizou os programas e instruções metodológicas de matemática, fazendo com que os programas que eram experimentados no Colégio Pedro II fossem programas oficiais dessa reforma, tomando abrangência em todo o país.

Nesse momento, as ideias modernistas estavam sendo introduzidas no Brasil. Entretanto, apenas algumas décadas depois, essas ideias seriam discutidas nos Congressos Nacionais de Ensino de Matemática que ocorreriam em alguns estados do país.

2.2 Congressos Nacionais de Ensino de Matemática

Na década de 1950, o número de pessoas ingressando no ensino secundário aumentou grandemente, fazendo com que os programas não fossem cumpridos em grande parte do país.

Esse foi um dos motivos para a simplificação dos programas de Matemática, que ocorreu no início da década de 1950 (MARQUES, 2005).

Durante o Governo de Getúlio Vargas, foi aprovada pelo Ministro da Educação e Saúde, Simões Filho, a Portaria Ministerial nº 966, de 2 de outubro de 1951 (MARQUES, 2005). Essa Portaria foi uma simplificação dos programas da Reforma Gustavo Capanema (MARQUES, 2005).

Ainda na década de 1950, alguns professores se reuniram para discutir questões relacionadas ao ensino de Matemática. Essas reuniões ocorreram em Congressos Nacionais de Ensino de Matemática (SOARES, 2005). O 1º Congresso foi uma iniciativa da Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia, e ocorreu em Salvador (BA), em 1955.

O objetivo do Congresso era reorganizar o ensino secundário, garantindo uma melhor eficácia de ensino (SILVA, 2006); nele, foi decidido que a carga horária de Matemática deveria ser aumentada nesse nível de ensino (SOARES, 2005).

Em 1957, ocorreu o 2º Congresso, na cidade de Porto Alegre (RS). O ensino secundário já não foi o único enfoque dessa reunião, o ensino primário também foi discutido, em palestras, além da formação de professores. Segundo Soares (2005), nesse Congresso, o enfoque foi a aprendizagem da Matemática nos diferentes níveis de ensino. Além disso, seria estudada a influência da Matemática nas outras disciplinas. Com isso, ficou evidente a preocupação quanto à adequação do ensino de Matemática aos avanços científicos, o que era uma preocupação da Matemática Moderna (PEREIRA, 2008).

O 3º Congresso ocorreu no Rio de Janeiro (RJ), em 1959. O objetivo desse Congresso foi “estudar os problemas relativos ao ensino secundário, primário, comercial, industrial e normal, além de problemas de ordem geral relativos ao ensino de Matemática.” (Soares, 2005, p. 5). Nessa reunião, recomendou-se a que as ideias da Matemática Moderna fossem introduzidas nas Faculdades de Filosofia (SILVA, 2006). O Congresso aprovou uma proposta que sugeria que fossem solicitados cursos de preparação para o ensino da MM aos Departamentos de Matemática das Faculdades de Filosofia de todo o país, para os professores em exercício (SOARES, 2005).

O 4º Congresso, que ocorreu em 1962, em Belém (PA), foi o mais significativo para o MMM; nele, a Matemática Moderna foi tratada de forma mais objetiva, quanto à sua introdução no ensino. Um dos motivos para este fato foi a participação de professores vinculados ao GEEM (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática), fundado no ano anterior. Houve aulas demonstrativas sobre como tratar de forma moderna alguns tópicos da

Matemática, além disso, também foram realizadas apresentações e palestras sobre o desenvolvimento de assuntos e a introdução da Matemática Moderna na escola secundária (SOARES, 2005).

O GEEM propôs, ainda, um currículo mínimo para que o novo programa de Matemática no ensino secundário pudesse se desenvolver. Esse programa foi o primeiro a alocar a Matemática Moderna no currículo. No secundário, “a sugestão foi que os tópicos se aproximassem da teoria dos conjuntos e das estruturas algébricas. Maior ênfase foi dada ao estudo das propriedades das operações, o estudo de diferentes sistemas numéricos foi recomendado, assim como o estudo das funções” (Silva, 2005, p. 56).

O 5º Congresso ocorreu em São José dos Campos (SP), em 1966. O GEEM foi o organizador do evento. O tema da reunião foi “Matemática Moderna na Escola Secundária: articulações com o ensino primário e com o ensino secundário” (SILVA, 2006, p. 57).

Os Congressos Nacionais de Ensino de Matemática foram um meio de divulgação de ideias do MMM no Brasil. Representaram um rico espaço de discussão a respeito do ensino de Matemática; além disso, os Congressos influenciaram fases posteriores da história do ensino de Matemática (SOARES, 2005). Um grande divulgador das ideias modernistas no Brasil foi Osvaldo Sangiorgi, um renomado professor de Matemática e respeitado escritor de livros didáticos. Ele é considerado um dos protagonistas do Movimento, onde teve importante participação (FERREIRA, 2008).

2.3 Osvaldo Sangiorgi

Osvaldo Sangiorgi nasceu em 09 de maio de 1921, em São Paulo. Licenciou-se em Ciências Matemática em 1941, Pela Universidade de São Paulo e foi um renomado autor de livros didáticos, antes mesmo do MMM (FERREIRA, 2008).

Já interessado pelo ensino de Matemática, ele participou do curso de Verão da Universidade do Kansas, em 1960. Além disso, Sangiorgi esteve presente em todos os Congressos Nacionais de Ensino de Matemática. Após a realização de um curso de aperfeiçoamento, em São Paulo, Sangiorgi fundou o grupo GEEM, em 31 de outubro de 1961. Em seguida, o GEEM promoveu diversos cursos de aperfeiçoamento de professores, onde o objetivo era capacitá-los para ensinar Matemática Moderna (BÚRIGO, 1989).

No 4º Congresso Nacional de Ensino da Matemática, o GEEM apresentou resultados de experiências com o ensino da Matemática Moderna no Secundário, além de promover

aulas sobre como ensinar Matemática de forma moderna (SOARES, 2005). O Grupo apresentou, ainda nesse Congresso, uma proposta de conteúdos mínimos para que a Matemática tivesse um programa moderno, no Ginásio. A partir daí, o GEEM teve grande divulgação em São Paulo, além de influenciar a criação de novos grupos de pesquisa no país. As ideias modernistas passariam, então, a ser disseminadas no Brasil (BÚRIGO, 1989).

Em 1963 começam a surgir os primeiros livros didáticos de Matemática Moderna no Brasil. Osvaldo Sangiorgi foi um destaque entre os autores de livros didáticos de Matemática Moderna, porém outros autores possuíam livros comerciais, como Mario de oliveira, Scipione Di Pirro Netto; ou de divulgação, como Omar Catunda e Martha Dantas (MORALES ET AL, 2003).

A partir daí, o MMM passa a ganhar força e espaço nos diferentes níveis de ensino do país, principalmente por meio dos livros didáticos, que, por influência de Sangiorgi, adaptaram-se à Matemática Moderna (MORALES ET AL, 2003).

3 O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

O Movimento da Matemática Moderna tomou força a partir da segunda metade da década de 1960, principalmente por meio dos livros didáticos (BORGES, 2005). Foi por meio dos livros que os conteúdos modernistas foram introduzidos em diversos estados.

Segundo Miorim (1998), os conteúdos trabalhados na Matemática Moderna baseavam-se na teoria dos conjuntos, nas estruturas matemáticas e na lógica matemática. Enfatizava-se, ainda, em uma linguagem matemática precisa e com justificações rigorosas.

Os conteúdos trabalhados durante o Movimento foram propostos pelo GEEM no 4º Congresso e introduzidos por meio dos livros didáticos na primeira metade da década de 1960. Apesar disso, não houve decreto que modificasse o currículo, o que não impediu que a Matemática Moderna fosse amplamente divulgada no Brasil (MIORIM, 1998).

3.1 Os Livros de Matemática Moderna

Entre os principais autores desse período, estão Osvaldo Sangiorgi, Ary Quintella, Scipione Di Pierro Netto e A. Bósculo e B. Castrucci (MORALES ET AL, 2003). Em regiões que tiveram a presença do Movimento, tais livros eram amplamente utilizados, como é o caso da região Centro-Oeste (RABELO, 2010) e a região Norte (JUCÁ, COUTO e SÁ, 2015).

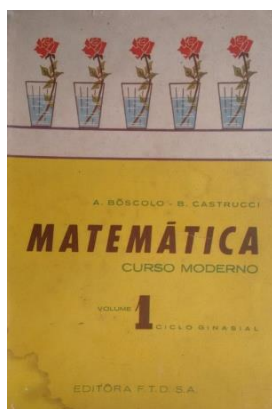


Figura 1: Bósculo e Castrucci
Fonte: Bósculo e Castrucci, 1966

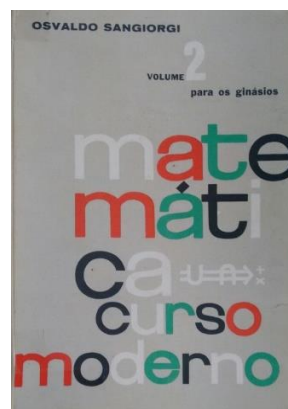


Figura 2: Sangiorgi
Fonte: Sangiorgi, 1968

Os livros apresentam capas coloridas e atrativas, o que é uma característica da Matemática Moderna (SOARES, 2005). Além disso, traziam os conteúdos modernos que eram recomendados pelo Movimento, como teoria dos conjuntos e funções, além de darem ênfase à linguagem e às estruturas matemáticas (MIORIM, 1998).

Utilizamos o livro de Scipione (1972) como referência para analisar o conteúdo da primeira série do Ginásial, no período moderno. O conteúdo trabalhado pelo autor era:

Conjuntos, Conjuntos dos Números Naturais, Operações com Números Naturais, Problemas com Números Naturais
Múltiplos e Divisores, Números Racionais, Números Decimais
Elementos de Geometria, Sistema métrico decimal, Números Complexos (unidades de tempo e ângulo)

Quadro 1: Primeira Série Ginásial
Fonte: Scipione, 1972.

A teoria dos conjuntos era introduzida antes que as operações com números naturais fossem ensinadas. Segundo Miorim (1998), a teoria dos conjuntos era um dos conteúdos da Matemática Moderna.

Outro exemplo, do livro de Bósculo e Castrucci (1966), mostra o conceito de número:

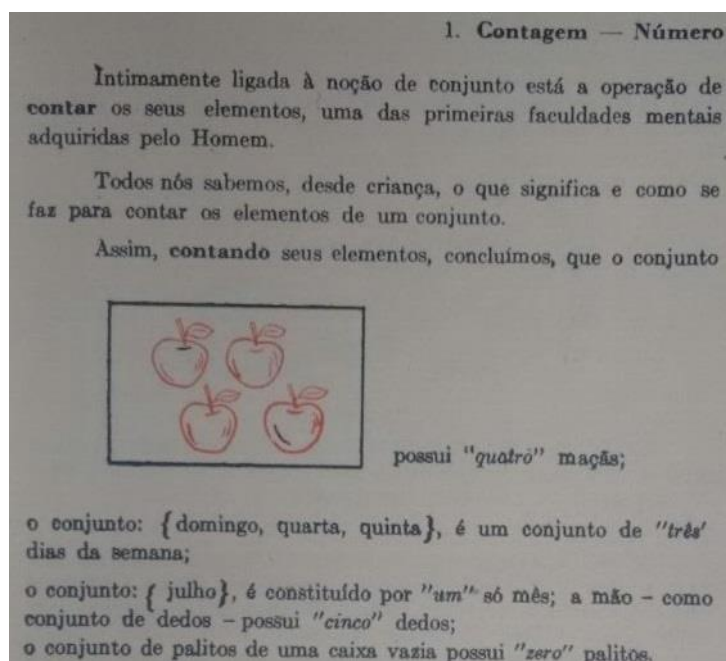


Figura 3: Conceito de Número
Fonte: Bósculo e Castrucci, 1966

Na Figura 5, Bósculo e Castrucci (1966) ensinam o conceito de número relacionando com a noção de conjunto, o que mostra que sua abordagem está de acordo com a Matemática Moderna. Em tais livros, a teoria dos conjuntos estava bastante presente.

O conteúdo de Matemática durante o Período Moderno não teve grandes alterações, porém a forma com que ele era trabalhado sofreu alterações. A grande ênfase na linguagem e o foco nas propriedades matemáticas era característica da Matemática Moderna (MIORIM, 1998).

3.2 O Movimento nas Regiões do País

O GEEM teve grande atuação no Sudeste do país, fazendo experimentos em escolas do estado e promovendo cursos de capacitação para professores, como podemos ver em Búrigo (1989). Ele estimulou a criação de novos grupos, que estiveram distribuídos em alguns estados do Brasil.

Na região Sul, o Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino de Matemática (NEDEM), no Paraná, foi o marco pioneiro de disseminação do Movimento entre os professores paranaenses (PINTO e FERREIRA, 2006). Osvaldo Sangiorgi influenciou nas iniciativas do grupo paranaense, que produziu materiais de Matemática Moderna para alunos do Colégio Estadual

do Paraná. Além disso, os integrantes do NEDEM realizavam cursos, palestras e aulas-demonstrativas de como trabalhar os conteúdos modernos (PINTO e FERREIRA, 2006).

As regiões Sul e Sudeste receberam cursos de preparação para o ensino de Matemática Moderna, experimentos em sala de aula e apoio dos grupos existentes principalmente em São Paulo e no Paraná (BÚRIGO, 1989). Entretanto, não foi em todo o país que o Movimento ocorreu dessa forma. Algumas regiões foram esquecidas pelos protagonistas do Movimento, fazendo com que a Matemática Moderna fosse introduzida apenas pelos livros didáticos.

No Centro-Oeste, segundo Rabelo (2010), a introdução da matemática moderna se deu por meio dos livros didáticos de Osvaldo Sangiorgi. Os professores não receberam nenhuma capacitação para ensinar essa nova Matemática, e alguns só souberam de sua existência quando tiveram contato com os livros didáticos.

A ausência de capacitação também ocorreu no Norte do país. Os professores dessa região não receberam treinamento, ou cursos para lecionarem a Matemática Moderna. Os professores só souberam do Movimento por meio dos livros didáticos, precisando se adequar aos novos conteúdos que deveriam ser ensinado, sem receber uma capacitação prévia (JUCÁ, DIAS e SÁ, 2015).

No Nordeste do país alguns grupos atuaram na divulgação da Matemática Moderna, o que é o caso do CECIBA (Centro de Estudos de Ciências da Bahia), coordenado por Omar Catunda. Catunda e Martha Dantas elaboraram o projeto “Desenvolvimento de um currículo para o ensino atualizado da matemática”. Além disso, a equipe do CECIBA promoveu cursos de aperfeiçoamento de Matemática Moderna (WIELEWSKI, 2008).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho era apresentar o Movimento da Matemática Moderna e como ele se deu no Brasil. Para isso, analisamos as obras de Borges (2005), Búrigo (1989), Ferreira (2008), Marques (2005) e Miorim (1998).

Segundo Miorim (1998), o objetivo do Movimento da Matemática Moderna era aproximar a Matemática ministrada no ensino secundário com a Matemática do ensino superior e a Matemática que estava sendo desenvolvida nos últimos séculos. Para isso, introduziu-se no ensino secundário a teoria dos conjuntos, funções, álgebra linear e lógica matemática. Além disso, passou-se a valorizar a linguagem e dar ênfase nas propriedades matemáticas.

O GEEM (Grupo de Estudos do Ensino de Matemática), fundado por Osvaldo Sangiorgi, foi um grande divulgador das ideias modernistas no Brasil. O grupo promoveu cursos de capacitação de professores e realizou experimentos em escolas do estado de São Paulo, além disso, influenciou na criação de novos grupos de pesquisa (BÚRIGO, 1989).

Entretanto, o Movimento não ocorreu da mesma forma em todo o Brasil, principalmente devido à falta de capacitação de professores. As regiões Centro-Oeste (RABELO, 2010) e Norte (JUCÁ, DIAS e SÁ) tiveram contato com o Movimento apenas por meio dos livros didáticos.

Segundo Rabelo (2010), a falta de capacitação de professores fazia com que o conteúdo de Matemática que deveria ser ensinado não fosse transmitido da melhor forma. Os professores que não sabiam Matemática Moderna, ou seguiam à risca o livro didático, tornando o ensino uma cópia do livro e repleto de repetições, ou simplesmente não ensinavam o que não dominavam.

A ênfase exagerada da linguagem e o uso abusivo da teoria dos conjuntos foi motivo para críticas ao Movimento, fazendo com que seu declínio ocorresse na década de 1970 (MIORIM, 1998). Apesar disso, o Movimento havia alcançado grandes proporções na prática da Educação Matemática, fazendo com que o seu fim fosse lento, no Brasil (MIORIM, 1998).

O Movimento da Matemática Moderna foi, portanto, importante para o ensino de Matemática, no Brasil, pois foi um divisor de águas para a Educação Matemática. Apesar de sua falha, foi marcado por discussões que giraram em torno de como se deveria ensinar Matemática. A partir daí, novas discussões a esse respeito seriam geradas e um novo momento na História da Educação Matemática seria iniciado, no Brasil.

REFERÊNCIAS

BORGES, Rosimeire Aparecida Soares. **A matemática moderna no Brasil: as primeiras experiências e propostas de seu ensino**. 2005. 230 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

BURIGO, Elisabete Zardo. **Movimento da matemática moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos dos anos 60**. 1989. 293f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.

FAUSTO, Boris. **História do Brasil**. Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

FERREIRA, Rogério Carlos. **Orientações curriculares para o ensino de geometria: do período da Matemática Moderna ao momento atual.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica/SP, 2008.

JUCÁ, R. S.; COUTO, A.P.N.P.; SÁ, P. F. O Movimento da Matemática Moderna em Belém: os Discursos Orientadores Presentes nos Livros Didáticos. In: **Anais do III Congresso Ibero-Americano de História da Educação Matemática.** Belém/PA, 2015.

JUCÁ, R. S.; DIAS, S. da C.; SÁ, P. F. O Movimento da Matemática Moderna em Belém do Pará: a visão de alguns professores. In: **Anais do XI Seminário Nacional de História de Matemática.** Natal/RN, 2015.

MARQUES, Alex Sandro. **Tempos Pré-Modernos: a Matemática escolar do anos 1950.** 2005. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à História da Educação Matemática.** São Paulo, 1998;

MORALES, Cíntia; AMBRÓSIO, M.B.; CAMARGO, O.L.; MAGALHÃES, Sales de; PEDRASSOLI, Reginaldo. **Uma História da Educação Matemática no Brasil Através dos Livros Didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental.** Monografia – Faculdade de Educação São Luís, Jaboticabal, SP, 2003.

RABELO, Rafaela Silva. **“Quando fui professor de matemática no Lyceu de Goiânia”: um estudo sobre a prática docente imersa nas permanência e mudanças da cultura escolar na década de 1960.** 2011. 313 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2011.

SILVA, M.C.L. da. Movimento da Matemática Moderna – Possíveis Leituras de Uma Cronologia. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, V.6, N. 18, P. 49-63, MAIO/AGO. 2006.

SOARES, Flávia S. Os Congressos de Ensino da Matemática no Brasil nas Décadas de 1950 e 1960 e as Discussões Sobre a Matemática Moderna. **Seminário Paulista de História e Educação Matemática**, 1, 2005, São Paulo.

PINTO, N.B.; FERREIRA, A.C.C. O Movimento Paranaense de Matemática Moderna: o Papel do NEDEM. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n.18, p.113-122, maio./ago. 2006.

WIELEWSKI, Gladys Denise. O movimento da matemática moderna e a formação de grupos de professores de matemática no Brasil. In: **ProfMat2008 Actas.** Lisboa, Portugal: Associação de Professores de Matemática, 2008. p.1-10. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/Co_Wielewski_4867d3f1d955d.pdf> Acesso em: 19/11/2016.

ZANATTA, Luana Angélica Alberti. **O Movimento da Matemática Moderna.** Erechim, 2010.



O USO DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

Rodrigo dos Reis

Bittencourt

Universidade do Estado do Pará (UEPA)
ro.rb353@yahoo.com

Felipe Fernandes Andrade

Universidade do Estado do Pará (UEPA)
uepafelipe@gmail.com

RESUMO

Esse trabalho tem como objetivo propor atividades para o ensino de Função Exponencial no Ensino Médio, por meio da metodologia Modelagem Matemática, com o uso do Software GeoGebra. Procuramos suscitar debates sobre o uso da tecnologia na sala de aula para tratamento de dados reais. A matemática utilizada pelo GeoGebra, que está por trás da manipulação dos dados, é o Ajuste Linear, um artifício de estudo do Cálculo Numérico, que serve para aproximar pontos em um gráfico a uma função semelhante ao comportamento desses pontos (dados). Pretendemos, com a aplicação dessas atividades, proporcionar uma aula diferente da tradicional, despertando interesse do aluno em relação à aprendizagem do nosso objeto matemático.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Tecnologia na aprendizagem. Função Exponencial.

1. Introdução

A nossa comunicação científica tem como finalidade criar uma discussão sobre o uso de modelagem matemática para o ensino de Função Exponencial, bem como a proposta de atividades com o auxílio do Software GeoGebra para ajudar no processo de obtenção do modelo matemático.

Essas atividades foram elaboradas para subsidiar o professor na sala de aula, no intuito de buscar outras metodologias que visam suprir as dificuldades que os alunos possuem quando lhe são apresentados o conteúdo de função exponencial. Contudo, vale a pena fazer uma revisão de estudos dos autores Santos (2011) e Pereira (2010), para discutir quais são as principais dificuldades que os alunos do ensino médio apresentam em nosso objeto matemático.

No trabalho de Santos (2011) houve a identificação de dificuldades dos alunos em registrar uma função na língua materna. Além dessas dificuldades, os alunos participantes da pesquisa possuem dificuldades em mudança de base e interpretar corretamente o comando de um problema proposto. Além de obstáculos conceituais de números racionais e irracionais nos expoentes.

Segundo Pereira (2010) os alunos envolvidos em sua pesquisa possuem dificuldades na interpretação do comando das questões; realização de cálculos errados; problemas na notação de potência; dificuldades conceituais em função Exponencial, e não conseguem distinguir a representação gráfica da sua inversa. Além de que muitos alunos não conseguem nem representar graficamente a função Exponencial.

Diante dessas dificuldades que os alunos possuem sobre nossa função em estudo, pretendemos estabelecer um elo entre a matemática escolar e os problemas do dia-a-dia, para tratar com problemas e dados reais, e como a função Exponencial pode nos ajudar a construir esse elo.

Para Oliveira (2014) a importância da função Exponencial para o ensino de jovens e adultos do Ensino Médio consiste em um facilitador da leitura de mundo. A autora cita vários exemplos que podemos interpretá-los como funções de uma variável a outra (as), tais como a meia-vida de uma substância química, o crescimento populacional para análise demográfica, medir a pressão atmosférica, a partir dos conhecimentos químico-físicos, entre outras.

Pelas ideias de Bassanezi (2013), explicitadas no texto de Oliveira (2014), é essencial que o aluno do Ensino Médio tenha domínio dos assuntos Funções Exponenciais, pois assim conseguirá “ler” com objetividade, clareza, e economia de palavras o mundo que o cerca, com praticidade que a Matemática proporciona.

Para os PCN + (2002) o uso de aplicações da matemática é pertinente para o ensino e aprendizagem dessas funções, segundo as orientações curriculares. A matemática financeira, com estudos de capitais, juros e correção monetária, é uma boa aplicação para a função exponencial e, quando é preciso de manipulação algébrica.

O termo Modelagem Matemática é entendido para o autor Soares (2014) como descrições, formulações, modelações e resoluções de situações problemas em alguma área de conhecimento, fortemente usado na matemática aplicada. E quando é utilizado na Educação matemática se torna uma metodologia de ensino. Dessa maneira nossa questão de pesquisa é: Como o uso de modelagem matemática por meio de atividades pode ajudar no ensino de função Exponencial para uma aprendizagem motivadora aos alunos?

2. O uso de tecnologia no ensino de Matemática.

É importante que se faça uma reflexão sobre a tecnologia e a matemática, para perceber relação entre uma e a outra, e como esse relacionamento pode enriquecer o ensino, pelas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (2000). Nesse viés não adianta apenas a instrução de conhecimento utilizando a calculadora ou o computador, e a construção de saberes por meio dessas tecnologias, para que o aluno entenda a matemática envolvida no processo.

Contudo, para os PCN (2000), o uso da tecnologia no ensino de matemática contribui para o desenvolvimento de habilidades no aluno na seleção de informações, análise dessas informações obtidas, a partir disso tomar decisões, que exigirão domínio de linguagem, procedimentos e pensamento matemático. Portanto, os objetivos da matemática atrelada à tecnologia para o ensino no Ensino Médio devem ser mais do que a simples memorização de processos.

O posicionamento de Pereira (2010) em relação ao ensino da Função Exponencial é mais provável que o aluno compreenda os conceitos e a importância dessas funções na prática, utilizando a tecnologia a seu favor para construir seus próprios conhecimentos a respeito, do que somente no discurso que o professor apresenta na sala de aula. E, portanto, a utilização de meios didáticos e tecnológicos para que a aprendizagem em funções seja mais significativa para os alunos, contribuirá no desenvolvimento de habilidades práticas no desempenho escolar, e consequentemente para a vida.

Frente a essas discursões, para as autoras Ribeiro e Paz (2012) tanto o professor quanto os alunos estão inseridos em um cenário tecnológico, onde a cada dia a sociedade cobra que se tenha domínio das tecnologias a nossa volta. Além de causar fascínio, pois quando a tecnologia entra na sala de aula proporciona aos alunos uma obtenção de conhecimento mais rápida, acessível e dinâmica, vantagens cuja aula tradicional não é, em grande parte, capaz de oferecer.

Ainda para as autoras Ribeiro e Paz (2012) a importância da tecnologia no ensino de matemática se dá na construção de verdadeiros conhecimentos, e na obtenção de novos saberes. Dessa maneira, a relação entre a matemática e a tecnologia contribui para a formação futura de indivíduos na vida social e profissional, preparados para dominar o mercado de trabalho cada vez mais tecnológico.

3. Modelagem Matemática

O termo Modelagem Matemática já foi explicado anteriormente, e condiz com a explicação das Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006), que é uma ferramenta cuja habilidade principal é transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, para resolvê-los e interpretá-los as soluções na linguagem do mundo real. Para Soares (2014) os trabalhos da *School Mathematics Study Group* (MSG) nos EUA passaram a usar esse termo (Modelagem Matemática) nos anos de 1958 a 1965.

Segundo Biembengut (2009), o uso da Modelagem Matemática no ensino teve seu início na década de 60 em âmbito internacional, com a eclosão do movimento “utilitarista”. O movimento buscava maneira de ensinar matemática com aplicações práticas na sociedade, e isso influenciou a formação de grupos de pesquisadores na Europa, que debatiam sobre como ensinar matemática de maneira útil.

Esses movimentos internacionais, como pondera Soares (2014), teve influência nos grupos de pesquisadores brasileiros nas décadas de 70 e 80, no sentido de criação de eventos para propagar os ideais da Modelagem Matemática no Ensino. Os pesquisadores em destaque que lideraram o movimento no Brasil foram Aristides C. Barreto, Ubiratan D’ Ambrósio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani.

Para Viecili (2006) o uso da Modelagem Matemática no ensino é usado como uma alternativa para as aulas tradicionais. Geralmente são propostos vários temas aos alunos, e eles escolham os temas que acham mais interessantes. E cada tema deve ser formulado alguns problemas, que servirão de ponto de partida para a construção de um modelo matemático. Sendo assim, proporcionando ao aluno a capacidade de analisar um determinado problema e todos os aspectos envolvidos, tanto para a busca de soluções para a situação proposta, como a motivação de estudar outras áreas da Matemática.

As orientações expressas pelas OCEM (2006) para o uso da modelagem na educação são as articulações das ideias da Modelagem com a criação de projetos escolares, para apresentar em uma feira de ciências, cultura, ou outros eventos relacionados ao conhecimento. Um projeto favorece a formulação de estratégias que ajudam a integrar os diversos conhecimentos disciplinares, possibilitando uma experiência interdisciplinar aos alunos envolvidos.

4. Proposta de Sequência de Atividades.

Atividades 1. Segundo dados do último Censo de 2010, realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia Estatística (IBGE), o estado do Pará possuía cerca de 7 milhões de

habitantes. Com esses dados, podemos fazer estimativas de crescimento populacional do estado, conforme os dados abaixo.

Ano	População
2010	7638340
2011	7751993
2012	7862333
2013	7969654
2014	8073924
2015	8175113
2016	8272724
2017	8366628
2018	8457229
2019	8544639
2020	8628901

Com esses dados, plote na planilha do Software GeoGebra, e encontre a equação e gráfico que representa o crescimento populacional. Você apenas precisa selecionar todos os valores da tabela com o mouse, e clicar na opção “Análise Bivariada”. Registre o que você pode observar com o modelo algébrico e gráfico.

Objetivo: Induzir o aluno a encontrar o gráfico e o modelo algébrico da função com dados reais de crescimento populacional, por meio do Software GeoGebra.

Análise Preliminar: Esperamos com a aplicação dessa atividade que o aluno conheça mais as ferramentas do GeoGebra que encontra o gráfico e o modelo algébrico da função. Dessa maneira o aluno poderá ter uma visualização a mais sobre a situação problema em questão.

Atividade 2. Na tabela abaixo estão dados de uma evolução de um capital em uma caderneta de poupança mês a mês, até completar um ano.

Mês (x)	Capital
0	1000,00
1	1009,70
2	1021,80
3	1032,20
4	1045,30
5	1056,90
6	1065,80
7	1077,10
8	1089,70
9	1110,10
10	1112,00
11	1132,20

Com esses dados, plote na planilha do Software GeoGebra, e encontre a equação e gráfico que representa o crescimento populacional. Você apenas precisa selecionar todos os valores da tabela com o mouse, e clicar na opção “Análise Bivariada”. Registre o que você pode observar com o modelo algébrico e gráfico.

Objetivo: Fazer com que o aluno encontre o modelo gráfico e algébrico da função exponencial com dados reais de um investimento financeiro, por meio do Software GeoGebra.

Análise Preliminar: Esperamos com a aplicação dessa atividade que o aluno conheça mais as ferramentas do GeoGebra que encontra o gráfico e o modelo algébrico da função. Dessa maneira o aluno poderá ter uma visualização a mais sobre a situação problema em questão.

O GeoGebra possui uma matemática sofisticada e complexa para resolver esses problemas de maneira gráfica e algébrica. O conhecimento que há por trás do funcionamento da “Análise Bivariada” é o de “Ajuste Linear” também conhecido como “Mínimos Quadrados” ou “Ajuste de Curvas”, objeto de estudo do Cálculo Numérico. A seguir mostraremos matematicamente o cálculo realizado pelo GeoGebra.

5. Ajuste Linear

O objetivo desse estudo, com base na leitura da obra de Quadros e Bortoli (2009), consiste em resolver o seguinte problema de aproximar uma função $y = f(x)$ (real e de variável real) por uma função $F(x)$ que seja combinação linear de funções conhecidas, isto é:

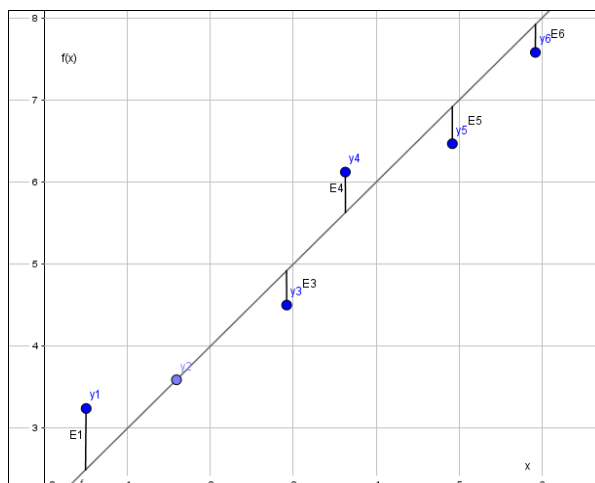
$$f(x) \cong a_0 g_0(x) + a_1 g_1(x) + \dots + a_m g_m(x) = F(x)$$

A substituição de $f(x)$ por uma função $F(x)$ é indicada quando o uso da função dada oferece alguns inconvenientes, tais como:

- a) $f(x)$ é definida através de processos não finitos como integrais, soma de séries, etc;
- b) $f(x)$ é conhecida através de pares de pontos, obtidos em experimentos, e desejamos substituí-la por uma função cujo gráfico se ajuste aos pontos observados;

Que podem ser afastados através de uma escolha apropriada da função $F(x)$. Vamos tratar aqui da aproximação de uma função $y = f(x)$ por um polinômio de grau um, ou seja, $f(x) = ax + b$. No gráfico abaixo podemos ver uma representação do Ajuste Linear, os pontos y_1 até y_6 , e as respectivas distâncias desses pontos com a função $f(x)$, representadas por ε_1 até ε_6 .

Figura 1 – Representação gráfica do Ajuste Linear



Fonte: GeoGebra.

Dessa maneira, podemos realizar a soma (S) de todas as distâncias $\mathcal{E}$, segue que $S = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4 + \dots + \mathcal{E}_n$. Ou seja, a soma das distâncias 1 até n pode ser rescrita como $S = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i^2$, é preciso elevar ao quadrado para eliminar as distâncias negativas. Portanto, se $\mathcal{E}_i = f(x_i) - y_i$, podemos substituir no somatório $S = \sum_{i=1}^n [f(x) - y]^2$. Mas para $S(a,b)$, temos:

$$S(a,b) = \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)^2$$

As derivadas parciais são iguais, pois $\frac{\partial S}{\partial a} = 0$ e $\frac{\partial S}{\partial b} = 0$, caracterizando uma Equação

Diferencial Exata. Dessa maneira, podemos ter as relações:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i) \cdot x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i) \cdot x_i = \frac{0}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n (ax_i^2 + b \cdot x_i - y_i \cdot x_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (ax_i^2) + \sum_{i=1}^n (b \cdot x_i) - \sum_{i=1}^n (y_i \cdot x_i) = 0$$

$$a. \sum_{i=1}^n (x_i^2) + b. \sum_{i=1}^n (x_i) = \sum_{i=1}^n (y_i \cdot x_i)$$

De maneira análoga para a derivada parcial $\frac{\partial S}{\partial b} = 0$, obtemos a igualdade:

$$a. \sum_{i=1}^n (x_i) + b. n = \sum_{i=1}^n (y_i)$$

Com esses resultados podemos estabelecer o sistema linear:

$$\begin{cases} b. n + a. \sum_{i=1}^n (x_i) = \sum_{i=1}^n (y_i) \\ b. \sum_{i=1}^n (x_i) + a. \sum_{i=1}^n (x_i^2) = \sum_{i=1}^n (y_i \cdot x_i) \end{cases}$$

Por conseguinte, podemos obter a matriz ampliada com os coeficientes:

$$\left| \begin{array}{cc|c} n & \sum_{i=1}^n (x_i) & \sum_{i=1}^n (y_i) \\ \sum_{i=1}^n (x_i) & \sum_{i=1}^n (x_i^2) & \sum_{i=1}^n (y_i \cdot x_i) \end{array} \right|$$

Ao escalonar essa matriz, o resultado final da ampliada é igual aos coeficientes a e b da função genérica $f(x) = a \cdot x + b$, de maneira que $\sum_{i=1}^n (y_i)$ após o escalonamento se torna o coeficiente b e $\sum_{i=1}^n (y_i \cdot x_i)$ se torna o coeficiente a . Intuitivamente podemos estender para $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, prosseguindo com a lógica contida na matriz ampliada.

$$\left| \begin{array}{ccc|c} n & \sum_{i=1}^n (x_i) & \sum_{i=1}^n (x_i^2) & \sum_{i=1}^n (y_i) \\ \sum_{i=1}^n (x_i) & \sum_{i=1}^n (x_i^2) & \sum_{i=1}^n (x_i^3) & \sum_{i=1}^n (y_i \cdot x_i) \\ \sum_{i=1}^n (x_i^2) & \sum_{i=1}^n (x_i^3) & \sum_{i=1}^n (x_i^4) & \sum_{i=1}^n (y_i \cdot x_i^2) \end{array} \right|$$

Analogamente vamos realizar o Ajuste Linear para aproximar $f(x)$ por uma função do tipo exponencial, isto é:

$$f(x) \cong a \cdot b^x$$

Pode ser reduzido por uma transformação logarítmica ao de aproximar:

$$\ln f(x) \cong \ln a \cdot b^x \Rightarrow \ln f(x) \cong \ln a + x \cdot \ln b$$

Fazendo $F(x) = \ln f(x)$; $a_0 = \ln a$; $a_1 = \ln b$; $g_0(x) = 1$ e $g_1(x) = x$, reduzimos o problema original ao de aproximar $F(x)$ por $a_0 g_0(x) + a_1 g_1(x)$. Assim a_0 e a_1 serão obtidos resolvendo o sistema linear, por meio da matriz ampliada:

$$\begin{vmatrix} (g_0(x), g_0(x)) & (g_1(x), g_0(x)) \\ (g_0(x), g_1(x)) & (g_1(x), g_1(x)) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} (F(x), g_0(x)) \\ (F(x), g_1(x)) \end{vmatrix}$$

Obtidos os valores de a_0 e a_1 , a aplicação da função exponencial em $a_0 = \ln a$ e a $1 = \ln b$ retorna os valores originais requeridos, isto é: $a = e^{a_0}$ e $b = e^{a_1}$.

Observe que em todos os casos desse estudo, o método do ajuste linear será então aplicado ao problema linearizado, seguido de um retorno aos parâmetros originais. Portanto os parâmetros assim obtidos não serão, em geral, ótimos no sentido do método de ajuste linear, pois este não terá sido aplicado ao problema original.

6. Considerações Finais

Esse trabalho teve o objetivo de propor atividades para o ensino de Função Exponencial no Ensino Médio, por meio da metodologia Modelagem Matemática, com o uso do Software GeoGebra. Com o intuito de oferecer uma aula que trate de dados e situações reais, para despertar no aluno um interesse maior em aprender matemática.

O nosso trabalho também discutiu sobre a importância da tecnologia para o ensino, pois o aluno deve ser capaz de dominar os recursos tecnológicos a favor de seus próprios conhecimentos. Além de a nossa comunicação científica debater sobre o conhecimento matemático por trás da ferramenta oferecida pelo GeoGebra, chamado Ajuste Linear.

Além dessas atividades, consideramos interessante que sejam sugeridas pelo professor outras atividades com outros temas (que podem ser modeladas pela Função Exponencial), e assim pedir para que os alunos escolham os temas de maior interesse coletivo. Com os dados reais, o professor deve fazer com que os alunos analise graficamente esses dados com o auxílio do GeoGebra.

7. Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio): Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2000.

_____. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB). Departamento de Políticas de Ensino Médio. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEB, 2006.

_____. Ministério da Educação. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das Propostas primeiras às propostas atuais**. Alexandria - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, p. 7-32, 2009.

JESUS, Ana Carolina N. de. **Função logarítmica: analisando as dificuldades de estudantes de ensino médio**. 2010. 97f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2010.

OLIVEIRA, Michelle Noberta Araújo de. **Análise da contextualização da Função Exponencial e da função Logarítmica nos livros didáticos do ensino médio**. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática. Universidade Federal de Campina Grande, 2014.

PEREIRA, José Geraldo de Araújo. **Abordagem das funções exponencial e logarítmica numa perspectiva conceitual e gráfica no ensino médio**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MG), 2010.

QUADROS, Régis S. de. BORTOLI, Álvaro L. de. **Fundamentos de Cálculo Numérico para Engenheiros**. Livro do acervo virtual da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Porto Alegre, 2009.

RIBEIRO, Flávia Martins; PAZ, Maria Goretti. **O ensino da matemática por meio de novas tecnologias**. Artigo publicado na Revista Modelos – FACOS/CNEC Osório. Ano 2 – Vol. 2 – Nº 2. ISSN2237-7077. Osório, RN. 2012.

SANTOS, Adriana Tiago Castro dos. **O ensino de função logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do software GeoGebra**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), 2011.

SOARES, Carlos Alberto. **Modelagem por Meio de Funções Elementares**. Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática-PROFMAT, da Universidade Federal de Goiás. Catalão, GO. 2014.

VIECILI, Cláudia Regina Confortin. **Modelagem Matemática: Uma Proposta para o Ensino da Matemática**. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2006.



O USO DO GEOGEBRA 5 COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO DE CILINDROS: LIVRO DIGITAL ENVOLVENDO O ENSINO DE VOLUME DO CILINDRO RETO A PARTIR DE UMA ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO.

Daniel de Deus Negrão Maués
Universidade Estadual do Pará
ddnmaues@gmail.com

João Nazareno Pantoja Corrêa
Universidade Estadual do Pará
joaonpcorrea@hotmail.com

José Fábio Alves da Costa
Universidade Estadual do Pará
fjca@uepa.com

Resumo: Considerando as dificuldades em aprendizagem do conteúdo cilindros na etapa final do ensino médio 2ª e 3ª séries, o presente artigo procurou analisar três livros didáticos com edições em anos distintos descrevendo o ensino deste conteúdo, destacando principalmente a contextualização na abordagem desse conteúdo e na proposta de resolução de exercícios, ainda foi proposto nesse artigo a implementação de uma ferramenta computacional Geogebra 5 para criar um livro digital (Geogebra Book) com o intuito de melhorar o ensino aprendizagem de conteúdo cilindros mais especificamente no cálculo do volume desse sólido.

Palavras Chaves: Cilindros, Livro Didático, Geogebra 5, Livro Digital.

Introdução

O presente artigo apresenta uma breve abordagem sobre a geometria espacial enfatizando o assunto cilindros e algumas dificuldades no ensino deste conteúdo nas etapas finais do ensino médio 2ª e 3ª séries, destacando de que forma o ensino de cilindros pode ser trabalhado a partir das ferramentas disponíveis ao professor com a intenção de deixar mais acessível o conhecimento ao estudante, a análise e comparação de três livros didáticos de matemática aleatórios com edições em anos sequenciais de 2005, 2010 e 2013 mostrando a evolução do ensino desse conteúdo quando este é abordado de forma contextualizada, o objetivo deste artigo é considerar válida a evolução das abordagens referentes aos livros didáticos mais contextualizados criando como material de apoio e

ferramenta complementar o livro digital através do *software* Geogebra 5 e a utilização da plataforma on-line do Geogebra *tube* com a intenção de melhorar a interação do estudante com o conhecimento do conteúdo cilindros, considerando a introdução de elementos tecnológicos como fator motivacional e atrativo para os estudantes.

O ensino da geometria

O ensino de geometria está relacionado intrinsecamente com as formas geométricas, o desenho em si é a representação mais forte que pode ser usada para construir os conceitos geométricos, triângulo, círculo e quadrado, talvez sejam os três primeiros desenhos geométricos apresentados no início do ensino básico os quais darão o conceito intuitivo à criança sobre representação geométrica, ao se avançar nas séries e ciclos do ensino básico, outros conceitos e figuras são introduzidos ao estudante, conceitos esses que começam a se relacionar com comprimentos, áreas e outras medidas, tornando os desenhos geométricos parte da matemática algébrica e aritmética, observe o trecho referente à geometria afirmado por Binoti (2016, p.22) “...pois a ausência do ensino desta e a ênfase na álgebra limitava a formação dos alunos que não estavam desenvolvendo integralmente todos os processos do pensamento os quais seriam necessários para a resolução de problemas...” o estudante percorre o caminho geométrico em matemática utilizando dos seus conceitos mais simples de formas sólidas muitas vezes desvinculadas do algum significado no mundo, chegando ao fim da etapa do ensino básico (2ª e 3ª series do Ensino Médio) sem conseguir fazer a relação entre a geometria e o mundo que o cerca. Quando o assunto abordado pertence à geometria espacial, na qual o estudante deve ter bases bem definidas da geometria plana para que ele possa se apropriar do conhecimento que deve ser construído nessa etapa do ensino, as dificuldades se mantêm, observe em Machado (2010, p.14 e 15) “Um aspecto que lhe chamava a atenção refere-se ao fato de vários alunos conseguirem terminar o ensino fundamental sem uma compreensão clara de cálculo de área ou ainda tendo dificuldades para resolver problemas do cotidiano...”.

Como opção para buscar sanar as dificuldades enfrentadas nessa etapa do ensino, defende-se que o conteúdo cilindros, tópico volume seja abordado contextualizando esse assunto específico da geometria através de um material mais tecnológico presente no cotidiano do estudante envolvendo, formas e medidas de geometria espacial com os objetos normalmente encontrados no cotidiano do estudante, pois o ambiente tecnológico é facilmente dominado pelos jovens estudantes do século XXI e os estimula a perceber uma nova visão da matemática diferente da tradicional relacionada com a disciplina, que muitas vezes é considerada chata e de difícil compreensão.

O Ensino do cilindro

O ensino de geometria está na grade escolar do ensino fundamental inicial até o ensino médio regular da educação básica, porém mesmo presente em várias séries ou ciclos são encontradas dificuldades no ensino desse conteúdo nas séries finais do ensino médio 2ª e 3ª séries, observe o trecho a respeito da geometria espacial de Binotti (2016, p.100) “Com isso quando nos deparamos com estes alunos no Ensino Médio verificamos que apresentam muitas dificuldades e dizem que não se lembram de temas importantes deste conteúdo”.

Assim são necessárias aplicações de estratégias metodologias e a verificação de ferramenta disponível para que os estudantes das 2ª e 3ª séries consigam compreender a geometria nessa etapa final do ensino básico mesmo não possuindo as bases necessárias para tal compreensão. Dando ênfase no ensino de cilindros dentro da geometria espacial, pensa-se em novas formas de ensinar seguindo uma metodologia apoiada em problemas matemáticos relacionados com o contexto do estudante ou algum contexto real do mundo que o cerca, usando ferramentas computacionais que instiguem a curiosidade do mesmo e que ajude na compreensão dos conceitos relacionados ao assunto específico a ser ensinado, como afirma Machado (2010, p.11) “Há inúmeras demandas no mundo contemporâneo. Não se pode reduzir o papel da escola ao ensino dos conteúdos específicos de cada matéria, embora estes sejam essenciais”. Uma das principais demandas ou tendências do mundo contemporâneo é a tecnologia global que cerca os estudantes e esses são grandes adeptos a ela, ao tentar inserir qualquer ferramenta tecnológica no processo de ensino deve-se antes verificar as ferramentas utilizadas destacando os benefícios e possíveis melhoramentos das mesmas, neste artigo destacou-se o uso do livro didático.

A Análise dos Livros Didáticos

O ensino do cilindro ocorre atualmente com apoio principal do livro didático, apostilas e aulas expositivas nas escolas públicas, realizando uma análise com relação a cilindros em matemática de três livros didáticos aleatórios em sequências dos anos de 2005, 2010 e 2013, percebe-se a evolução das formas de abordar o assunto cilindros.

Na análise do primeiro livro “**Matemática: ensino médio, volume único**” de Youssef, Soares e Fernandez, 2005, tem-se a seguinte descrição de como o conteúdo cilindro foi abordado:

O assunto foi abordado primeiramente pela definição geral de cilindros, levando em consideração que sempre será tratado como definição inicial o conceito de cilindro limitado de base circular, logo após foi feita uma breve explicação sobre a classificação usando imagens dos cilindros, em reto e oblíquo, destacando o conceito de sólido de rotação para o cilindro reto em seguida dar-se conceito de secção meridiana e conceito breve de cilindro equilátero, após a introdução desses tópicos foi apresentado ao estudante conceitos, fórmulas e cálculos de áreas e

volume do cilindro reto com auxílio de planificação do sólido, citando brevemente o princípio de Cavalieri para calcular o volume de um cilindro reto.

Terminada a explanação inicial sobre o assunto cilindros, foram apresentados dois exercícios resolvidos, em seguida nove problemas que englobam as definições apresentadas anteriormente. Neste contexto, evidencia-se o problema P53 encontrado em Youssef, Soares e Fernandez (2005, p.292), o qual apresenta a imagem de dois cilindros com raios e suas geratrizes no enunciado “Encontre a relação entre os volumes destes dois cilindros: ”, os outros problemas não apresentam imagens de cilindros e apenas são enunciados.

No segundo livro analisado “**Novo olhar matemática, v.3**” de Souza, 2010, o conteúdo cilindro foi abordado conforme descreve-se a seguir:

O assunto cilindros foi abordado dando exemplos de objetos do dia a dia em formas cilíndricas, logo em seguida foi realizada a definição específica de cilindro limitado por planos, círculos, segmentos de reta e pontos, logo são destacados seus elementos básicos principais dando a definição dos mesmos, são esses: bases, geratrizes, eixo, altura e superfície lateral, sempre relacionando com a imagem do cilindro, ainda se diferencia cilindro reto de oblíquo, explicando que o cilindro reto pode ser obtido através de uma rotação de uma região retangular criando o cilindro de revolução e em seguida foi denominada a secção meridiana dos cilindros retos e oblíquos, conceituando cilindro equilátero pela secção meridiana.

Dando continuidade ao conteúdo se define a área de um cilindro reto planificando o mesmo e indicando seus elementos, em seguida foram apresentadas as fórmulas para o cálculo da área da base, área lateral e área total da superfície de um cilindro reto.

Na sequência do livro analisado foram propostas duas atividades resolvidas a primeira R1 mais contextualizada com a figura de uma lata cilíndrica e a segunda atividade R2 trabalhando com o conceito de sólido de rotação com a imagem de um cilindro reto. Em seguida são apresentadas dez questões sendo, que seis das dez questões apresentaram a imagem do sólido estudado e também em seis dessas questões o enunciado apresentou algum contexto ou relação com o mundo.

Após o assunto de áreas com suas respectivas atividades foi introduzido o assunto volume do cilindro contextualizando o conteúdo com reservatório de água em formato do sólido em questão, logo em seguida foram comparados prisma e cilindro, explicando e definindo o volume do cilindro pelo Princípio de Cavalieri com a imagem referente ao princípio e se estabelece a fórmula para calcular o volume do cilindro na sequência foram apresentadas duas atividades resolvidas, com imagens do sólido e com enunciados contextualizados. Para concluir o assunto volume são

apresentadas doze questões, sendo dez questões contextualizadas envolvendo algum elemento do real do cotidiano e duas questões de resoluções diretas do volume do cilindro reto.

No terceiro e último livro analisado “**Matemática: Contextos & Aplicações, v.2**” de Dante, 2013, o conteúdo cilindro é abordado segundo descrito a seguir:

O conteúdo cilindro foi introduzido a partir do conceito de corpos redondos, inicialmente foram destacados os três corpos redondos: Cilindro, cone e esfera, logo após foram expostas imagens de um globo, uma lata de refrigerante, uma taça, um rolo de papel higiênico, uma casquinha de sorvete e uma bola, pede-se para que o estudante junto com um colega avalie que tipos de corpos redondos cada imagem representam, após essa breve introdução foi apresentado um copo com formato do tronco de um cone e pede-se para o estudante relacionar a um dos corpos redondos indicando a partir de qual corpo e obtido o novo sólido apresentado. Na sequência introduziu-se o conceito matemático de cilindro usando, planos, segmentos de retas, círculos e pontos. Planificando o cilindro reto foram destacados os principais elementos de área do cilindro como as bases circulares e a superfície lateral em seguida foram apresentados cilindros reto e oblíquo juntamente com conceito de eixos e geratrizes relacionando esses elementos as imagens dos tipos de cilindro em questão, destacou-se também que o cilindro reto ou cilindro de revolução pode ser obtido através da rotação de um retângulo em torno de uma reta. Como reflexão pediu-se que o estudante responda em Dante, (2013, p.217) “Em que caso a altura e a geratriz do cilindro têm a mesma medida?”

Após a introdução de conceitos iniciais a respeito do sólido estudado foram definidas as secções, transversal e meridiana do cilindro, através de breves explicações e figuras representativas, ainda se observou como pode ser caracterizado um cilindro equilátero identificando que sua secção meridiana tem forma quadrada.

O cálculo da área de um cilindro reto foi introduzido inicialmente através da imagem do cilindro planificado destacando os dois círculos e o retângulo formado pela planificação da área lateral destacando todos os elementos necessários ao cálculo da área lateral, total e das bases, em seguida foram apresentadas as fórmulas das respectivas áreas já citadas e foram expostos dois exercícios resolvidos com questões contextualizadas que utilizam o cálculo de áreas logo após foram propostas cinco questões como forma de exercícios.

O volume do cilindro foi introduzido usando o princípio de Cavalieri comparando o cilindro com um paralelepípedo retângulo através de ilustração foi deduzida a fórmula para o cálculo do volume do cilindro, em seguida são apresentados três exercícios resolvidos, o primeiro foi contextualizado com uma lata de molho de tomate que logo em seguida foi modelada para a figura

cilíndrica matemática para então ser resolvido o exercício; O segundo exercício mais simples usa conceitos de cilindro inscrito em um cubo, observando que esse cilindro será equilátero; O terceiro exercício, uma questão do Enem (Exame Nacional do Ensino Médio) e a resolução da mesma foi realizada passo a passo em sequência os passos são: 1. Lendo e compreendendo, 2. Planejando a Solução, 3. Executando o que foi planejado, 4. Emitindo a resposta, 5. Ampliando o problema. Logo em seguida são propostos nove exercícios onde sete deles são de questões contextualizadas sendo uma dessas questões do Enem.

Comparação dos Livros Didáticos Analisados

Os três livros analisados têm processos semelhantes de definir matematicamente o sólido cilindro, porém, algumas diferenciações e aprofundamentos devem ser destacados nos conteúdos apresentados e exercícios, no primeiro livro com edição do ano de 2005 o conteúdo foi abordado de forma a selecionar melhor a parte específica da matemática e suas definições assim como destacar a forma cilíndrica apenas matematicamente o assunto foi abordado de forma coerente com boas questões matemáticas a serem resolvidas, porém existe a falta de contextualização nas questões e na abordagem do conteúdo; Já no segundo livro com edição do ano de 2010 o assunto também foi abordado através da definição matemática de cilindro, porém antes de introduzir a parte específica do conteúdo foram apresentados alguns objetos do cotidiano em forma cilíndrica, nesse segundo livro analisado também foi possível notar um grau maior de questões e abordagens contextualizadas, verifica-se que o autor teve a preocupação de mostrar onde o cilindro está presente no dia a dia; Com relação ao terceiro livro com edição do ano de 2013 o assunto foi abordado inicialmente com as formas geométricas dos corpos redondos e logo em seguida foi proposto ao estudante a identificação das formas em objetos cotidianos, levando o estudante a intuitivamente fazer uma relação entre a matemática e o mundo que o cerca, após essa introdução inicial o conteúdo cilindro foi definido matematicamente, assim como ocorreu nos outros dois livros analisados, a definição matemática do cilindro com todos os elementos matemáticos necessários é importante, porém é relevante a contextualização do sólido com o cotidiano em que o estudante está inserido, no terceiro livro pode-se notar um maior aprofundamento matemático no assunto em si tanto nos elementos básicos do sólido em questão, quanto nas explicações e deduções das fórmulas do cálculo de áreas e volume, ainda destaca-se nesse livro os exercícios resolvidos nos quais uma das questões foi resolvida passo a passo desde a abordagem do problema até a obtenção da resposta, mostrando ao estudante um modelo de pensamento e uma sequência para a resolução de problemas envolvendo cilindros, em seguida as questões em sua maioria foram de problemas contextualizados

e são utilizadas questões do Enem para nos exercícios, fator importante para preparar o estudante para processos seletivos de entrada no nível superior.

A intenção desse artigo não é estabelecer qual o melhor livro, mas sim relacionar a evolução do livro didático com a passar dos anos, os três livros analisados já foram utilizados em escolas para a prática de ensino da matemática em seus períodos determinados, ou seja, eles foram considerados adequados por professores, diretores, escolas e Ministério da Educação, a intenção deste artigo é salientar a evolução do livro didático que tem o papel de importante ferramenta para o ensino da matemática, da geometria e conseqüentemente do conteúdo cilindro, as diferentes abordagens analisadas dos livros didáticos devem seguir apenas um objetivo, levar o conhecimento ao estudante e que este possa compreender o mundo a sua volta relacionando-o com a matemática de forma mais clara e dinâmica, observe:

“Compreender a Matemática como ciência autônoma, que investiga relações, formas e eventos e desenvolve maneiras próprias de descrever e interpretar o mundo. A forma lógica dedutiva que a Geometria utiliza para interpretar as formas geométricas e deduzir propriedades dessas formas é um exemplo de como a Matemática lê e interpreta o mundo à nossa volta”. (PCN+, p.114)

O livro didático deve ser a ferramenta de apoio em constante processo evolutivo com o objetivo de melhor construção do conhecimento para o estudante.

O software Geogebra 5.

O Geogebra 5 é um programa matemático com quantidades expressivas de ferramentas pode-se desenhar como já citado anteriormente retas, segmentos de retas, retas paralelas, pontos, elipses, circunferências, polígonos regulares, ângulos, entre muitos outros objetos disponíveis, além das duas janelas principais a gráfica e algébrica do Geogebra 5 tem-se disponível na interface do programa a barra de ferramentas e o campo de entradas que são utilizados para inserir os dados necessários para funções, figuras, entre outros, porém será utilizado a janela 3D do Geogebra 5 nesse artigo, para aplicação de sequências de conhecimentos sobre cilindro enfatizando o volume do cilindro, observe o trecho:

“O Geogebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. O Geogebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países. O Geogebra se tornou um líder na área de softwares de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática.” (Geogebra About)

Livro Digital

O programa Geogebra 5 é um programa com vários recursos, a interatividade do usuário com o programa depende tão somente do conhecimento do usuário em relação a todos os recursos

do programa, é possível criar através de uma conta de E-mail, no site do Geogebra, livros digitais (Geogebra Book) com a programação do *software*, inicialmente o produto desse artigo foi a criação de algumas páginas de um livro digital com base na programação do *software* Geogebra 5, o foco principal da criação desse livro está relacionado com a facilidade e a motivação que os estudantes tem no manuseio das tecnologias atuais, as páginas criadas são extremamente interativas e informativas, pois enquanto o estudante ler o conteúdo ele pode interagir com o programa de maneira a construir por exemplo o cilindro através das definições matemáticas, essa interação é possível utilizando a janela 3D do *software* Geogebra 5.

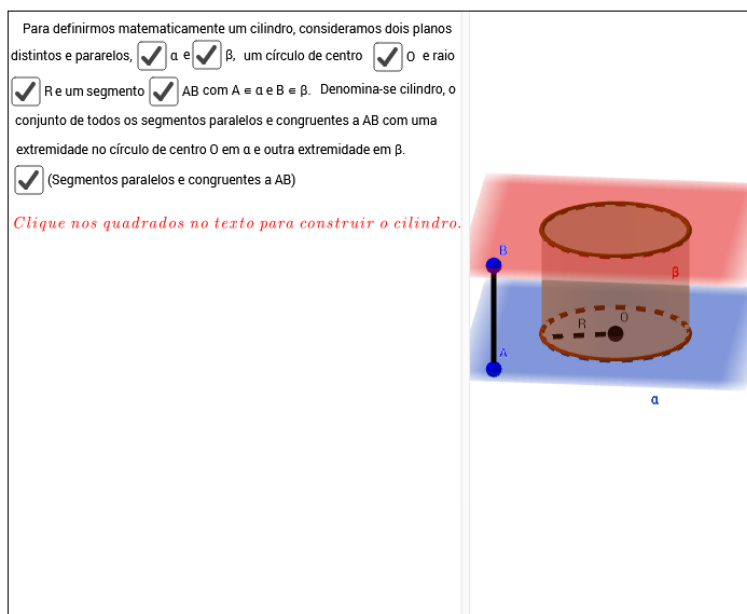


Imagem 1: Página do Geogebra 5, construção do cilindro.

Fonte: Autoria Própria

Outra página destacada tem relação ao volume do cilindro em relação ao raio, nessa página o estudante pode interagir fazendo variar o raio do cilindro de 1 a 5 e como consequência o valor do volume varia de acordo com a fórmula apresentada, assim como a figura na janela 3D do Geogebra 5 se expande ou se contrai, a intenção é que o estudante perceba essas relações. Todas as páginas criadas podem ser acessadas no link livre do site do programa Geogebra: <<https://www.geogebra.org/m/fPwMxVQB>>.

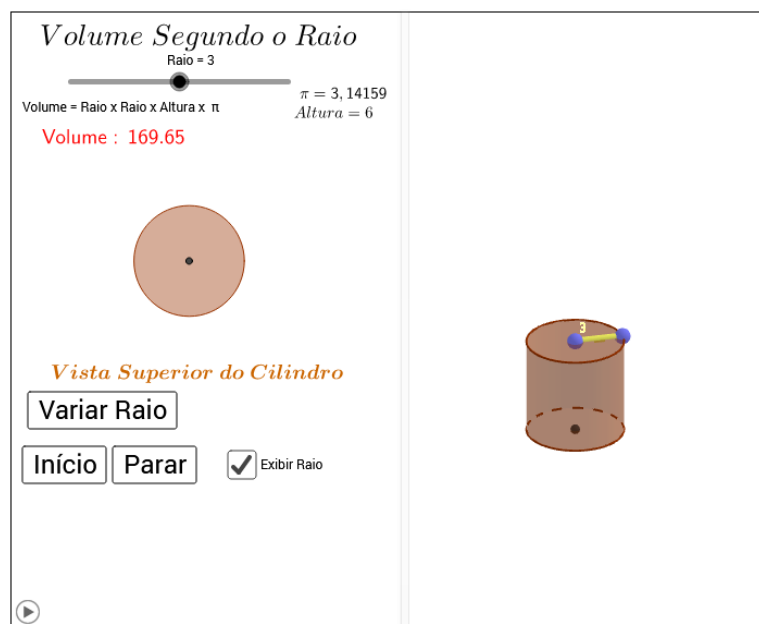


Imagem 2: Página do Geogebra 5, volume do cilindro segundo o raio.

Fonte: Autoria Própria

Considerações Finais

Com relação aos materiais didáticos usados para o ensino da matemática enfatizando nesse artigo o ensino de cilindros, nota-se que a ferramenta computacional pode servir de aliada para o ensino aprendizagem do estudante, a análise dos livros didáticos é feita com intenção de mostrar a evolução das abordagens no ensino de cilindro contextualizado, o objetivo principal desse trabalho é defender e motivar a evolução do material utilizado no processo de ensino e como proposta, utilizar o programa Geogebra 5 para elaborar livros digitais nos quais o estudante poderá aprender interagindo com os conceitos inerentes à matemática, juntamente com as tecnologias existentes atualmente.

A criação do livro digital como ferramenta para ensinar cilindro está na fase inicial, o livro no formato do Geogebra referente nesse artigo possui apenas seis páginas que são exemplos perfeitos de como será elaborado o restante do material. As seis páginas podem ser consideradas como produto de estudos parciais para elaboração do livro digital, inicialmente dar-se ênfase apenas no cálculo do volume do cilindro, porém o objetivo é criar o livro digital completo com todo o assunto de cilindros e levar o produto final para ser aplicado e testado em sala de aula nas séries finais do ensino médio obtendo um *feedback* para posteriormente melhorar essa ferramenta tecnológica.

Referências

BINOTTI, Andréa Magalhães. **Ensino Contextualizado de Área e Volume de Cilindro**. Dissertação (mestrado). São Carlos: UFSCar, 2016.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**. v.2. 2.ed. São Paulo: Ática, 2013.

GEOGEBRA, About. **O que é o Geogebra?**. S.I. Disponível em:
<<https://www.geogebra.org/about>> Acesso em 17 de outubro de 2017 às 00:57.

MACHADO, Ronaldo Azevedo. **O ensino de geometria espacial em ambientes educacionais informatizados: Um projeto de ensino de prismas e cilindros para o 2º ano do ensino médio**. Dissertação (mestrado), Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto, 2010.

MEC. **PCN+**: Ciências Natureza. Disponível em:
<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>> Acesso em: 21 de maio de 2017 às 23:14

SOUZA, Joamir Roberto. **Novo olhar matemática**. v.3. 1.ed. São Paulo: FTD, 2010.

YOUSSEF, Antonio Nicolau. SOARES, Elizabeth. FERNANDEZ, Vicente Paz. **Matemática; ensino médio, volume único**. São Paulo: Scipione, 2005.



OPERAÇÕES COM NUMEROS NATURAIS: O BRINCAR E O APRENDER NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM.

Bruno Sebastião Rodrigues da Costa
Universidade do Estado do Pará (UEPA)
Email: matbrunocosta@gmail.com

Larisse Lorrane Monteiro Moraes
Universidade do Estado do Pará (UEPA)
Email: larissemoraes.12@gmail.com

Resumo: O presente trabalho contém resultados sobre o projeto de intervenção realizado na disciplina Prática de Ensino da Matemática I, onde aplicou-se uma didática lúdica com 40 alunos da turma do 6º ano da Escola Lauro Sodré do município de Moju/PA, objetivando contribuir para o desenvolvimento de cálculos envolvendo as operações adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais. Através dos resultados obtidos, concluímos que a proposta foi satisfatória, uma vez que, mais de 50% dos alunos conseguiram desenvolver corretamente as suas operações matemáticas, com isso, esta didática pode ser uma alternativa no processo de Ensino e Aprendizagem das operações com números naturais.

Palavras Chaves: Didática lúdica. Ensino da matemática. Números naturais.

INTRODUÇÃO

“A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior [...], como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil [...]” (BRASIL, 1996. p.26), portando, tendo em vista a necessidade de uma experiência prática ainda na graduação de licenciatura em matemática, foi aplicado um projeto de intervenção durante a disciplina Prática de Ensino da Matemática I, na qual, foi ministrada pelos professores Bruno Sebastião Rodrigues da Costa e Mauro Sérgio Santos de Oliveira.

Durante a disciplina, conseguimos identificar por meio de relatos dos professores e observações, que as dificuldades dos alunos da turma do 6º ano da E. M. E. F. Lauro Sodré, ainda se encontram nas operações básicas, por este motivo, desenvolvemos o projeto com o tema “Operações com números naturais: o brincar e o aprender no processo de ensino e aprendizagem”, no qual tem como objetivo geral, utilizar o lúdico como recurso didático facilitador no ensino das operações com números naturais e como objetivo específico

desenvolver de forma facilitadora o processo de ensino e aprendizagem para que o educando aprenda de forma lúdica; reconhecer as operações com números naturais e mostrar na forma visual lúdica, as operações com números naturais já vistos em sala de aula;

“Os conhecimentos matemáticos em relação às quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) são importantes tanto na vida escolar quanto na vida cotidiana” (SANTOS, 2010. p. 10/11), contudo, é notório que nossas crianças estão concluindo as series iniciais sem o conhecimento matemático necessário para suprir a exigências tanto do dia-a-dia, como as escolares, dessa forma, Silva e Correia (2015) expõe que

Pode-se compreender que há muita necessidade de uma constatação reflexiva acerca dos conceitos e das práticas matemáticas em sala de aula, pois uma pesquisa da revista Veja, baseada nos testes do ABC em 2011, relata sobre a defasagem do ensino na matemática no Brasil no momento de as crianças resolverem problemas simples e realizar operações básicas, revelando o maior nível de problemas de aprendizagem no Norte, sendo 71,7 % [...] (SILVA; CORREIA, 2015. p. 02).

É considerável reaver, na citação acima, a dimensão da deficiência matemática que a pesquisa traz para nosso ensino fundamental, destacando que a região com mais carência é a região norte, ou seja, são dados da realidade de nossas escolas e de nossos alunos. Este estudo, é uma alerta para modificarmos nossa forma de ensinar, uma vez que, o que está sendo feito dentro e fora de sala para nossos discentes, não é suficiente para os mesmos adquirirem os conhecimentos indispensáveis para o ensino de matemática.

Assim, encontra-se descrito neste trabalho os motivos nos quais foi aplicado o projeto de intervenção; a análise dos resultados encontrados por meio de apostilas que foram submetidas aos alunos, e algumas recomendações metodológicas que podem ser realizadas para a melhoria do ensino de números naturais.

REFERENCIAL TEÓRICO

Os referenciais utilizados são Silva (2014), que relata sobre a educação matemática, Lins e Gimenez (1997), sobre as Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI, Aguiar (2008), no qual, expõe a respeito das novas tecnologias e o ensino-aprendizagem, e os PCN'S – Parâmetros curriculares Nacionais - do ensino fundamental (1998) e o PCN do ensino fundamental: matemática (1997), onde são uma das obras que regem a educação brasileira.

A educação matemática no ensino fundamental tem um papel indiscutível na evolução do conhecimento das crianças que estão nesta fase, sua colaboração precisa ser cada vez mais efetiva por meio da elaboração de projetos, da busca de novos métodos para resolver problemas e ir além, e não ficar tão somente incumbidos no conhecimento matemático, porém é preciso levar adiante e promover desde cedo a interdisciplinaridade [...] (SILVA, 2014. p. 20)

Portanto, durante a disciplina Prática de Ensino da Matemática I, conseguimos perceber por meio de análises dentro de sala, o grande desafio de se ensinar e aprender as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com os números naturais no 6º ano do ensino fundamental na escola municipal Lauro Sodré, notando a necessidade de um projeto que viabilizasse o ensino por meio de metodologias facilitadoras, já que a dinâmica de ensinar está voltada à forma automática, na qual, os alunos são conduzidos a repetir o que lhes é passado como algo pronto, o que os leva a não refletir sobre o conteúdo. Segundo Lins e Gimenez (1997), os professores não devem trocar os métodos já utilizados, mas sim acrescentar novos recursos que venham aprimorar a metodologia de ensino.

Em conformidade com o PCN do ensino fundamental

Com relação aos números naturais, muitas vezes se considera que o trabalho com eles se encerra no final do segundo ciclo; no entanto, é fundamental que o aluno continue a explorá-los em situações de contagem, de ordenação, de codificação em que tenha oportunidade de realizar a leitura e escrita de números “grandes” e desenvolver uma compreensão mais consistente das regras que caracterizam o sistema de numeração que utiliza (BRASIL, 1998. p. 66)

Dessa forma, os PCN’S dizem ainda que o aluno que transita do ensino fundamental menor para o maior tem dificuldade na absorção dos conceitos de adição e subtração, já que é necessário que haja tempo para que esse aluno assemelhe o conteúdo por conta própria. Mais adiante, o mesmo afirma que o estudo de multiplicação e divisão deve estar atrelado ao ensino da soma, já que estas podem ser associadas facilmente, facilitando assim, seu entendimento (PCN, 1998, pag. 107 a 109).

O PCN de Matemática do ensino fundamental (1997), constata que

Por meio dos jogos as crianças não apenas vivenciam situações que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (jogos simbólicos): os significados das coisas passam a ser imaginados por elas. Ao criarem essas analogias, tornam-se produtoras de linguagens, criadoras de convenções, capacitando-se para se submeterem a regras e dar explicações. (BRASIL, 1997. p.35)

A partir disso, buscou-se uma proposta de aprendizagem recreativa que promova ao aluno a experiência de construir e participar da construção do conhecimento das Operações com números naturais, pois a alternativa buscada pelo professor da educação básica, segundo os PCN’S, tem sido a repetição mecânica de exercícios de fixação, a qual se mostrou ineficiente para promover um momento de aprendizagem proveitoso.

Para isso, pensou-se que o discente deve deixar de ser um simples receptor de conteúdo, passando a interagir e participar do próprio método de construção do conhecimento, segundo Aguiar (2008), “o aprender não deve está centrado no professor, mas sim no

processo ensino-aprendizagem do aluno quando, então sua participação ativa determina a construção do conhecimento e o desenvolvimento de habilidades cognitivas”(AGUIAR, 2008. p. 1/2). Porquanto, o mesmo passará a ter acesso direto ao conteúdo, de forma mais visual e palpável, podendo assim ter a oportunidade de descobrir conceitos através da manipulação e da visualização.

METODOS E RESULTADOS

A aplicação desta pesquisa está dividida em quatro momentos:

No primeiro, foi realizada a observação da turma junto com os seus docentes.

No segundo, foi realizada a aplicação de atividades, onde teve como objetivo verificar quais eram as dificuldades dos alunos sobre as operações, a mesma foi elaborada com 4 questões, sendo elas de, adição, subtração, multiplicação e divisão, como mostra o quadro e as imagens abaixo.

Quadro 01: Questões da apostila entregue aos alunos

Adição	Subtração	Multiplicação	Divisão
Considere os seguintes números: 1576, 8916, 7435, 2050, 794. Determine a adição dos dois maiores números	Resolva as seguintes subtrações: a) 189-86 b) 856-799	Resolva as seguintes divisões: a) 45:5 b) 480:12 c) 50:10	Resolva as seguintes multiplicações: a) 7x8 b) 46x10 c) 50x6

Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)

Imagem 01: aplicação das atividades.

Imagem 02: aplicação das atividades.



Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)



Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)

Após a resolução da atividade mostrada nas imagens 01 e 02, prosseguimos para o terceiro momento, no qual, foi realizada a elaboração e execução do projeto de intervenção, onde consistia na caracterização de alguns alunos da equipe com roupas coloridas, apresentando em sua frente o sinal de adição, subtração e igualdade, como mostra as imagens abaixo.

Imagem 03: aplicação do projeto



Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)

Imagem 04: aplicação do projeto



Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)

A execução foi realizada da seguinte forma, existiam duas filas indianas, o primeiro aluno pegava um dado que a ele foi fornecido e jogava para cima, em seguida escolhia um dos sinais e o aluno da segunda fileira lançava o segundo dado, formando assim uma operação de

adição ou subtração, após o lançamento do segundo dado os dois alunos iriam para o quadro tentar chegar à resolução do pequeno cálculo.

Dando continuidade ao terceiro momento, trabalhou – se a divisão e multiplicação, onde foi utilizada uma caixa com qualquer valor numérico à frente, sendo trocado a cada resolução concluída, na prática, acontecida da seguinte maneira: em frente a caixa estivesse o número 100, as bolinhas poderiam adquirir valor de 5, 10, 2 etc..., após darmos valor a bolinha a pergunta era: quantas bolinhas caberá dentro da caixa para totalizar os 100, e os alunos iriam até a caixa depositavam a bolinha um de cada vez e iriam contando, esse processo para a divisão e para multiplicação era realizado o oposto.

Já no quarto momento, foi proposto aos alunos a mesma atividade aplicada antes do projeto de intervenção, para assim, compararmos os resultados.

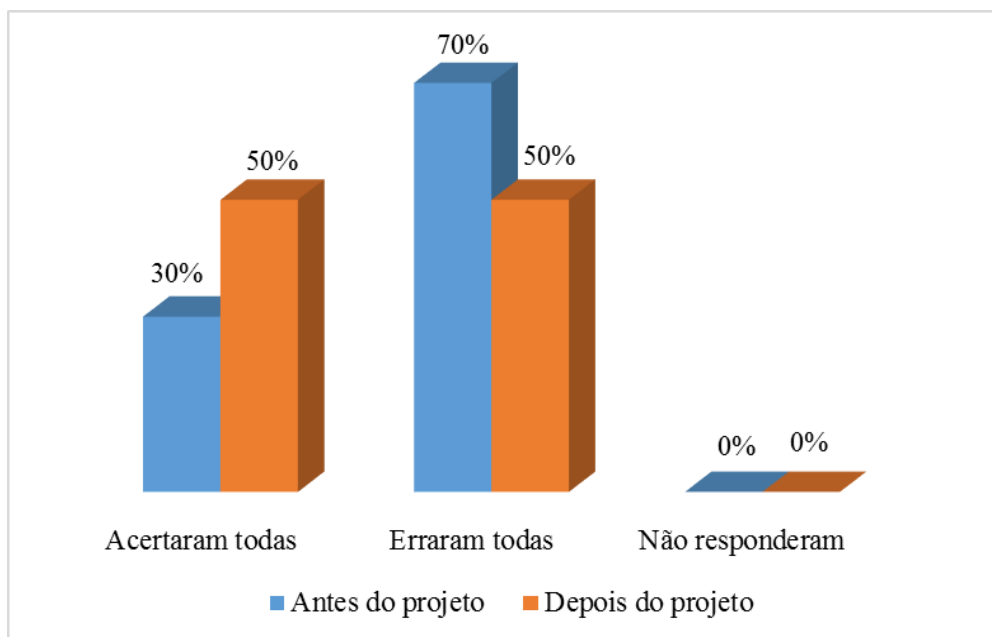
As atividades foram os instrumentos de coletas de dados deste trabalho, as mesmas, foram submetidas aos 40 alunos do 6º ano da escola municipal Lauro Sodré, nas quais foram base para enxergarmos se a proposta obteve resultados satisfatório ou não, as informações referentes as atividades desenvolvidas antes do projeto, com conhecimentos que os alunos já possuíam e depois da aplicação do projeto, se encontram nos quadros abaixo.

Quadro 02: Questões envolvendo a operações de adição, antes e depois da proposta de intervenção.

Quantidade de alunos	Atividade de Adição			
	Antes do projeto	%	Depois do projeto	%
Acertaram todas	12	30	20	50
Erraram todas	28	70	20	50
Não responderam	0	0	0	0
Total	40	100	20	100

Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)

Gráfico 01: porcentagem dos erros e acertos das resoluções da operação adição.



Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)

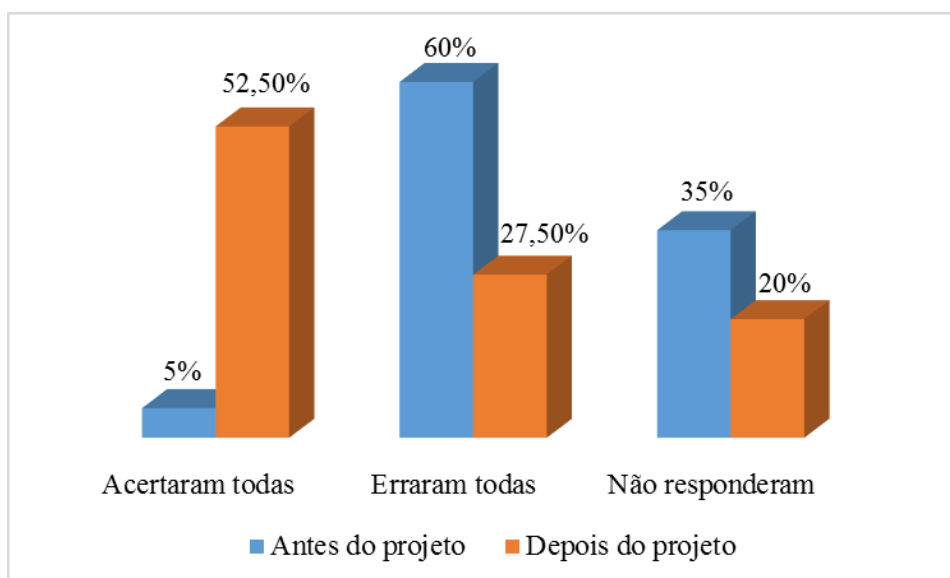
Observa-se, que o número de erros antes da aplicação da proposta de intervenção, totaliza 28 (vinte e oito) alunos com a porcentagem de 70%, porém, o número de acertos chega a 12 (doze) discentes, atingindo uma porcentagem de 30%, e os alunos que não responderam está em 0%, assim descritos no quadro e gráfico 01, contudo, após a efetivação do projeto a porcentagem de erros e acertos é de 50% em ambos os casos, como visto no gráfico, diminuindo em 8 a quantidade de alunos que resolveram de maneira errada.

Quadro 03: Questões envolvendo a operações de subtração, antes e depois da proposta de intervenção.

Quantidade de alunos	Atividade de Subtração			
	Antes do projeto	%	Depois do projeto	%
Acertaram todas	2	5	21	52,5
Erraram todas	24	60	11	27,5
Não responderam	14	35	8	20
Total	40	100	20	100

Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)

Gráfico 02: porcentagem dos erros e acertos das resoluções da operação subtração.



Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)

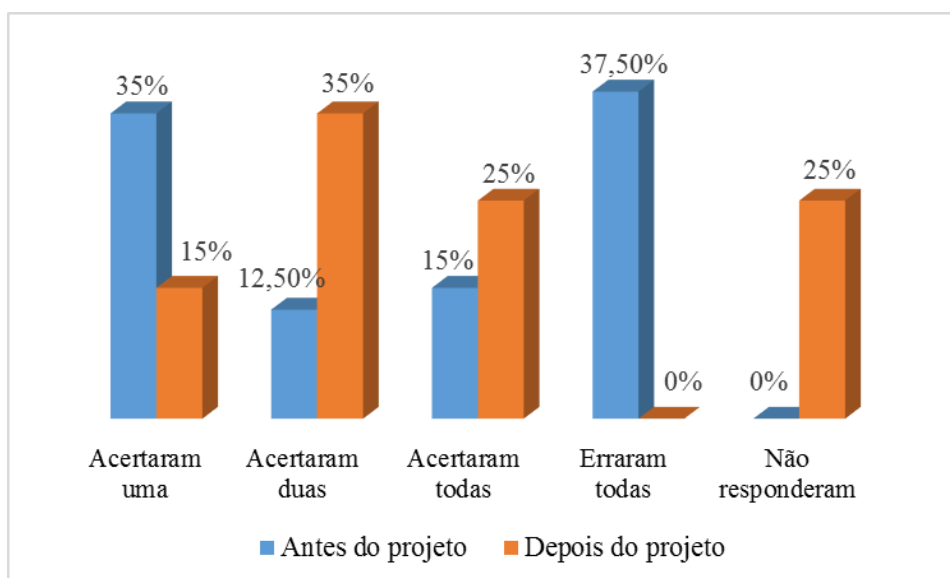
No terceiro quadro, constata-se que o grau de dificuldade dos alunos é mais elevado, quando comparado com os dados vistos na operação de adição, observando, que a quantidade de discentes que acertaram a questão antes do projeto é de apenas 02 (dois), totalizando a porcentagem alarmante de 5%, e aqueles que erraram todas chega em 24 (vinte e quatro) alunos, com a porcentagem de 60%, como mostra o gráfico 02, todavia, o quadro, mostra os resultados depois de nossa intervenção, na qual, evidencia que a quantidade de acertos subiu em 19 (dezenove) alunos, com aumento em 47,5% e a de erros diminuiu em 32,5%.

Quadro 04: Questões envolvendo a operações de multiplicação, antes e depois da proposta de intervenção.

Quantidade de alunos	Atividade de Multiplicação			
	Antes do projeto	%	Depois do projeto	%
Acertaram uma	14	35	6	15
Acertaram duas	5	12,5	14	35
Acertaram todas	6	15	10	25
Erraram todas	15	37,5	0	0
Não responderam	0	0	10	25
Total	40	100	40	100

Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)

Gráfico 03: porcentagem dos erros e acertos das resoluções da operação multiplicação.



Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)

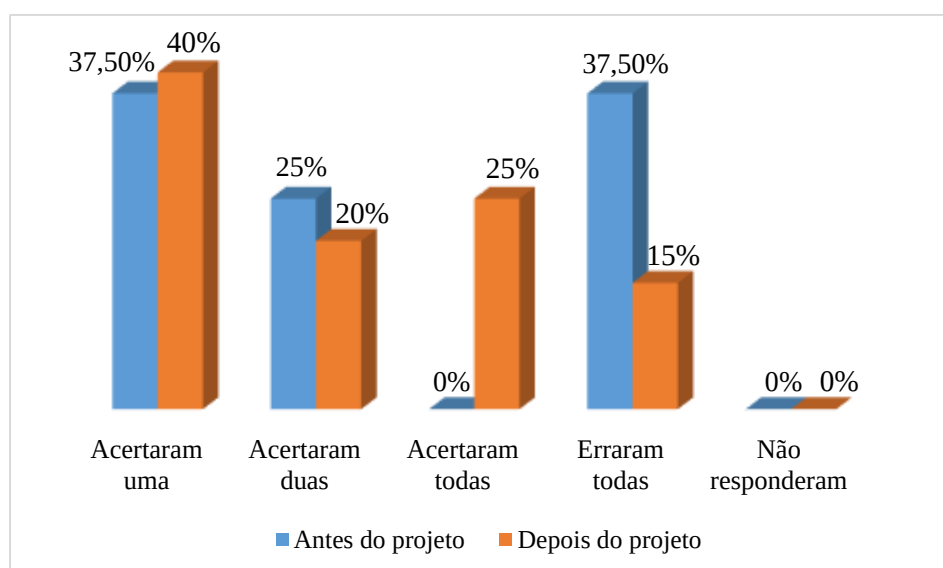
Ao analisar o quadro 04, verifica-se que o número de alunos que erraram todas as questões antes da aplicação do projeto é a maior quantia encontrada, chegando a 15 (quinze) discentes, com a porcentagem de 37,5%, mostrada no gráfico 03, seguindo em ordem decrescente, o próximo valor mais alto é o de alunos que acertaram apenas uma questão, no qual atinge a marca de 14 (quatorze) discentes, com uma porcentagem de 35%, em seguida, vem aqueles que acertaram todas as alternativas da atividade de multiplicação, que somam 6 (seis) alunos, tendo como porcentagem o valor de 15%, conquanto, apesar das informações serem preocupantes, os resultados depois da aplicação do projeto é animador, e mostra que de fato a metodologia lúdica funciona dentro de sala de aula, pois a porcentagem dos alunos que erraram todas as alternativas, que acertaram apenas uma e daqueles que acertaram todas são 0%, 15% e 25%, consecutivamente.

Quadro 05: Questões envolvendo a operações de divisão, antes e depois da proposta de intervenção.

Quantidade de alunos	Atividade de Divisão			
	Antes do projeto	%	Depois do projeto	%
Acertaram uma	15	37,5	16	40
Acertaram duas	10	25	8	20
Acertaram todas	0	0	10	25
Erraram todas	15	37,5	6	15
Não responderam	0	0	0	0
Total	40	100	40	100

Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)

Gráfico 04: porcentagem dos erros e acertos das resoluções da operação divisão.



Fonte: Pesquisa de campo (maio/2017)

O quinto quadro, traz a análise da questão de divisão, ele mostra que o número de alunos que acertaram apenas uma questão e que erraram todas coincide em 15 (quinze) discentes, apresentando a porcentagem de 37,5% como consta no gráfico 04, no entanto, depois do projeto, o número de alunos que acertaram todas as alternativas, que era 0 (zero) antes do projeto, encontrado na segunda coluna, aumentou para 10 discentes, com a porcentagem de 25%, e aqueles que acertam uma alternativa e erraram todas as alternativas resultaram com a porcentagem de 40% e 15%, assim descritos.

Os pontos positivos sem dúvidas são as experiências obtidas ao longo da aplicação, nas quais, podem ser vistas na formação do docente; vivenciar o cotidiano de um ambiente escolar e sentir a satisfação no olhar no aluno quando consegue resolver um simples cálculo, porquanto, existem os pontos negativos, e eles, são encontradas na grande deficiência dos alunos com as quatro operações básicas, seja ela a mais simples ou mais complexa, como não saber operar uma divisão. Todavia, muito ainda pode ser feito, e esse projeto é uma prova que por meio de metodologia diferenciada, podemos contribuir para o conhecimento do discente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao confrontamos os resultados antes e depois da aplicação da proposta de intervenção, notamos que o aprendizado dos alunos foi satisfatório, como mostra os mesmos, visto que o objetivo principal foi alcançado, pois com o auxílio da didática lúdica os alunos conseguiram

obter um avanço nos cálculos de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais.

Esses dados são os embasamentos, para que possamos trabalhar com esse tipo de proposta no ensino básico, ou de algum projeto que possa fornecer ao professor uma formação continuada, visto que, esses cursos de renovação do conhecimento para o docente, é uma possibilidade do mesmo está sempre apreendendo novas técnicas para o exercício de ensinar, compreendendo dessa maneira, a escola do século XXI e as necessidades ocasionadas dentro de sala.

Com isso, acreditamos na importância da aplicação desse tipo projeto de intervenção para formação profissional, uma vez que, por meio desta atividade, possibilita os discentes de graduação uma pequena preparação para futuro como docente.

Desta forma, teremos educadores mais preparados, fazendo-o com que ele leve instrumento que possa auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, visto que a grande parcela dos discentes se mostram mais interessados nos assuntos, quando se deparam com algo inovador.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, Eliane Vignerom Barreto. **Art. As novas tecnologias e o ensino-aprendizagem**. Rio de Janeiro: jan./dez. 2008. Disponível em: <www.eucpucrs.br>em 08/05/2017.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação nacional: Lei nº 9.394/96** – 20 de dez. 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura, **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF/1998.

BRASIL. Ministério Da Educação. Secretaria De Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. 88 p.

CORREIA, P; SILVA, F. de Oliveira; **Unidade Didática: Operações com números naturais: multiplicação/divisão**. São Paulo, 2015. p. 17.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquin. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas/São Paulo: Papirus 1997. 7ª Ed, 2006.

RODRIGUES, M. C. C.; AMARAL, E. H. **A Formação Continuada Do Professor-Coordenador Das Escolas Públicas Municipais De Cuiabá: Uma Experiência Em Construção**. In: IX congresso estadual paulista sobre formação de educadores, 2007, São Paulo. 51 p.

SANTOS, César Augusto dos. **Algoritmo da Divisão de Números Naturais na 6ª Série do Ensino Fundamental**. 2010. p. 56. Trabalho de conclusão de curso (especialização) – universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

SILVA, Robson Wesslen de Sousa. **O Ensino Aprendizagem Da Quatro Operações Com Números Naturais No Quinto Ano Do Ensino Fundamental: Um Estudo Na EEMEF “Arnoud Dantas Do Nascimento”**. 2014. p. 48. Trabalho de conclusão de curso (especialização) – Universidade Estadual da Paraíba, Guarabira – PB, 2014.

WEFORT, Madalena Freire. **Educando o olhar da observação**. IN: Observação, registro, reflexão. Instrumentos Metodológicos I. São Paulo: Espaço Pedagógico, 1996. 10 – 14 p.



OS EFEITOS DA PRÁTICA SISTEMÁTICA DA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES TIPO PROVA BRASIL

Alessandra dos Santos da Silva¹
GCEM, PPGED

Universidade do Estado do Pará
math.alessandra@gmail.com

Pedro Franco de Sá²
GCEM, PPGED, PMPEM-UEPA E REAMEC
pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo analisar os efeitos da resolução de sistemática de questões do tipo Prova Brasil sobre o desempenho de estudantes do 5º de uma escola pública estadual de grande Belém, sem qualquer alteração no desenvolvimento didático dos conteúdos. Esta pesquisa é de caráter exploratório, cuja intenção é fazer uma abordagem do fenômeno pelo levantamento de informações que poderão levar o pesquisador a conhecer mais a seu respeito ocorreu por meio das seguintes etapas: diagnóstico inicial, elaboração de listas de questões, sessões de resolução de questões, diagnóstico final, sistematização e análise. Ao final da realização do pré-teste, do pós-teste, das sessões de estudos percebeu-se a mudança de comportamento dos alunos no que se refere ao esforço na realização dos exercícios e demonstraram sem receio as dúvidas para serem esclarecidas pela pesquisadora.

Palavras-chave: Educação Matemática. Prova Brasil. Resolução sistemática de questões.

INTRODUÇÃO

A avaliação denominada Avaliação Nacional do Rendimento Escolar – Anresc (Prova Brasil), realizada a cada dois anos, avalia as habilidades em Língua Portuguesa (foco na leitura) e em Matemática (foco na resolução de problemas). É aplicada somente a alunos de 4ª série/5º ano e 8ª série/9º ano da rede pública de ensino em área urbana e tem como prioridade evidenciar os resultados de cada unidade escolar da rede pública de ensino, com os objetivos de: a) contribuir para a melhoria da qualidade do ensino, redução de desigualdades e democratização da gestão do ensino público; buscar o desenvolvimento de uma cultura

avaliativa que estimule o controle social sobre os processos e resultados do ensino. Por ser universal, a Prova Brasil expande o alcance dos resultados oferecidos pelo Saeb. Fornece médias de desempenho para o Brasil, regiões e unidades da Federação, para cada um dos municípios e para as escolas participantes (BRASIL, 2008, p.15-16).

O aspecto motivador desta pesquisa, refere-se ao interesse sobre letramento em matemática, e a implicação das avaliações em larga escala, no desempenho dos alunos. Espera-se com a interpretação das informações obtidas contribuir para que os profissionais da Educação nos desafios de ensinar matemática, bem como, a tomada de decisões viáveis para dar contribuições na formação dos alunos em relação a aprendizagem de matemática. Diante disso, por meio desta pesquisa pretende-se descobrir quais as erros mais cometidos no desenvolvimento das atividades? Quais os descritores encontrados na Prova Brasil, os quais os alunos encontram mais dificuldades? Quais os efeitos da prática de exercícios do tipo Prova Brasil no desempenho dos alunos na avaliação externa?

O trabalho apresenta resultados de uma pesquisa exploratória, cuja intenção é fazer uma abordagem do fenômeno pelo levantamento de informações que poderão levar o pesquisador a conhecer mais a seu respeito (GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p.66).

Considerando que os efeitos das avaliações tradicionais da matemática, segundo Mendes (2006, p.63), são alvo de pesquisadores em Educação Matemática, pois questões como a mudança do currículo e a formação escolar dos jovens entram em conflito com as avaliações que são praticadas em sala de aula. Lopes (2010) destaca as conseqüências de um instrumento mal elaborado, algumas distorções no processo avaliativo deixando professor e aluno confusos, já que toda ação avaliativa acaba por expressar um julgamento. Diante disso, o texto fala que a avaliação deve explicitar clareza sobre o que se pretende avaliar devendo focalizar as habilidades de leitura, escrita e raciocínio.

Segundo Mendes (2006, p.167) a pedagogia por objetivos privilegia competências específicas, uma estratégia de estímulo-resposta, cujo objetivo é fazer o aluno ser capaz de produzir respostas certas na realização de testes e exames, independente da consistência da sua aprendizagem, do significado que atribui aos seus conhecimentos. Este tipo de avaliação assemelha-se a uma simulação de uma prova somativa, ou seja, a ideia é perceber e corrigir o máximo de erros que o aluno poderá a vir a cometer na realização de algum tipo de teste.

Ao contrário disso, Perrenoud (2000) aponta que para gerir a aprendizagem do aluno não se pode deixar de fazer balanços periódicos, pois isso é determinante na tomada de decisões sobre aprovação ou orientação futuras e estratégias de ensino e aprendizagem em

dados momentos.

Na visão de Lopes (2010) os instrumentos de avaliação devem revelar o que os estudantes aprenderam, ou não, daquilo que está determinado pelo plano de curso e pelo enfoque do professor nas aulas, não podendo o professor limitar-se em apenas um tipo de instrumento, por que se devem considerar as diversas formas de aprendizagem. Logo, pressupõe-se que o professor também deva mobilizar estratégias de ensino, que de acordo com a visão de Perrenoud a competência, do professor nesse sentido, se dá entre outros aspectos, ele aponta os três principais:

- 1 - os tipos de situações que se dá certo domínio;
- 2 – os recursos que mobiliza, os conhecimentos teóricos ou metodológicos, as atitudes, o saber-fazer e as competências mais específicas, os esquemas motores, os esquemas de percepção, de avaliação, de antecipação e de decisão;
- 3 – a natureza de esquema de pensamento que permite a solicitação, a orquestração dos recursos pertinentes em situação complexa e em tempo real.

Destaca-se o aspecto três, que aponta a avaliação como um esquema de percepção, e apoiando-se nas palavras de Zacarias, acredita-se que para compreender as manifestações da prática avaliativa é ao mesmo tempo compreender aquilo que nela está oculto. Ele chama atenção ao fato da exclusão no interior da escola não se dá apenas pela avaliação e sim pelo currículo como um todo (objetivos, conteúdos, metodologias, formas de relacionamento, etc.). No entanto, além do seu papel específico na exclusão, a avaliação classificatória acaba por influenciar todas as outras práticas escolares (ZACARIAS, 2008, p.02).

Para reconhecer como é ação docente, Lopes utilizam palavras de Snmartí (2009, p. 17) “diga-me o que e como você avalia e lhe direi o que e como ensina (e o que e como seus alunos aprendem)”, onde avaliação não pode ser compreendida como uma ação isolada da concepção de educação ou de uma estratégia pedagógica ou ainda como uma ferramenta que avalia apenas o outro. Ou seja, o professor deve ser coerente com os princípios de ensino e aprendizagem que norteiam o trabalho em sala de aula, embora, a avaliação de modo geral, sirva para classificar, castigar, definir o destino dos alunos de acordo com as normas escolares. Ela afirma que a avaliação tem assumido, e já há muito tempo, uma função seletiva, uma função de exclusão daqueles que costumam ser rotulados “menos capazes, com problemas familiares, com problemas de aprendizagem, sem vontade de estudar, sem assistência familiar” e muitos outros termos parecidos (ZACARIAS, 2008, p.02).

Por outro lado, Lopes (2010) aponta a necessidade dos educadores e mediadores na

produção do conhecimento, em reverem constantemente algumas supostas certezas. Ela afirma que quando aprendemos sobre determinados conceitos estamos construindo o conhecimento, no entanto, para auxiliar uma pessoa a ter clareza sobre sua aprendizagem, faz-se necessário elaborar um processo de avaliação para se obter informações, tanto para o avaliado (aluno), quanto para o mediador (professor) e depois, a instituição escolar e a família.

Diante disso, Lopes destaca-se o papel do professor e principalmente do aluno no que, como e por que apropriar-se de tais conhecimentos, de maneira que ele compreenda as contribuições que os saberes trazem a nossa formação. A autora se referir à avaliação, como uma etapa fundamental de um processo pedagógico, no qual, não deve ser traduzida como aplicação de uma ou mais provas a partir de critérios confusos até mesmo para o elaborador da questão, pelo contrário, a avaliação exige objetivos que estejam claros para os envolvidos no processo (professor-aluno).

Outros aspectos favoráveis, apontados por Lopes (2010) no processo de avaliação, é explicitar os objetivos propostos para o ensino e aprendizagem; as capacidades que se deseja desenvolver durante o processo pedagógico; e quais conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais serão considerados. De modo que, as informações obtidas orientem o professor em sua ação com objetivo de melhorar a aprendizagem, e para o aluno rever suas ações durante os estudos.

LÓCUS DA PESQUISA

A pesquisa, de cunho experimental, foi desenvolvida em uma Escola Pública Estadual de Ensino Fundamental no turno da manhã, localizada na periferia do Município de Belém no Estado do Pará e contou com a participação de 26 alunos de uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental. A escolha do local da pesquisa se deu ao fato de fazermos parte do corpo docente da referida instituição de ensino facilitando o acesso a mesma além de, ter o conhecimento dos anseios e as dificuldades apresentadas pelos alunos e professores no processo de ensino aprendizagem.

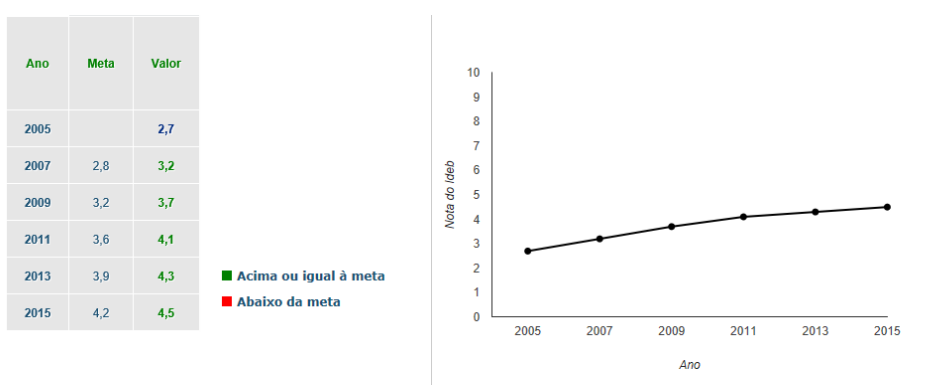
As Turmas do 5º ano da Escola já participa da Prova Brasil desde 2005, os dados apresentados na tabela mostram o desempenho da Instituição até 2015. As informações contidas nas tabelas abaixo apresentam o IDEB da escola e a regularidade no decorrer dos anos.

Índice de desenvolvimento da Educação Básica

Ano	Taxa de Aprovação						Prova Brasil				
	1º	2º	3º	4º	5º	P i	Matemática		Língua Portuguesa		N i
							Proficiência Média	Proficiência Padronizada	Proficiência Média	Proficiência Padronizada	
2005	--	53,9	64,9	50,0	87,7	0,61	175,9	4,4	167,6	4,3	4,37
2007	--	64,3	78,2	59,8	78,7	0,69	186,4	4,8	172,1	4,5	4,65
2009	73,2	64,2	78,8	93,2	75,8	0,76	196,5	5,2	177,3	4,7	4,94
2011	88,9	86,4	87,5	86,6	95,7	0,89	183,6	4,7	170,4	4,4	4,57
2013	100,0	98,1	80,3	100,0	88,9	0,93	182,6	4,7	178,1	4,7	4,69
2015	93,6	92,6	80,5	100,0	97,8	0,92	192,1	5,0	179,1	4,7	4,89

Fonte: Portal do Inep, 2017.

Representação Gráfica das notas do Ideb



* Número de participantes na Prova Brasil insuficiente para que os resultados sejam divulgados.

** Solicitação de não divulgação conforme Portaria Inep nº 410 de 3 de novembro de 2011 ou nº 304 de 24 de junho de 2013.

*** Sem média na Prova Brasil (não participou ou não atendeu os requisitos necessários para ter o desempenho calculado).

**** Não divulgado por solicitação da Secretaria/Escola devido a situações adversas no momento da aplicação.

***** Calculado a partir da proficiência média dos alunos nas avaliações estaduais, em decorrência do extravio de provas e impossibilidade do cálculo da proficiência para a Prova Brasil.

Fonte: Portal do Inep, 2017.

A pesquisa foi realizada por meio das seguintes etapas: **revisão de estudos, elaboração do instrumento diagnóstico, diagnóstico inicial, realização das sessões, diagnóstico final, sistematização dos resultados e análise.**

Na etapa da **revisão de estudos** produziu informações sobre estudos relativos ao conceito de avaliação em diferentes perspectivas, levantamento de dissertações que abordassem a prova de matemática na Prova Brasil e estudos sobre o comportamento dos alunos no momento da realização de exercícios desse tipo.

O momento da **elaboração do instrumento diagnóstico** foi criado um banco de questões referentes aos descritores explicitados nos blocos de conteúdos de matemática da Prova Brasil. Depois disso, as questões foram organizadas em listas de exercícios com questões de múltipla escolha abordando os quatros (04) temas centrais apontados nos documentos oficiais.

O **diagnóstico inicial**, foi realizado por meio da aplicação de um simulado disponível no portal do MEC, contendo 22 questões divididas em dois blocos de matemática. As questões de Língua Portuguesa foram não foram respondidas.

Na etapa da **realização das sessões**, os alunos resolveram listas de exercícios contendo 10 questões, para posteriormente serem discutidas.

Para **diagnóstico final**, foi elaborado um simulado no padrão da Prova Brasil contendo capa, instruções, número questões igual ao primeiro e com o modelo de preenchimento do cartão- resposta.

Para sistematização dos resultados e análise, depois dos testes, as provas foram corrigidas, os dados foram organizados em tabelas e interpretados de acordo com as informações obtidas.

Sistematização dos resultados e análises

Na aplicação do Pós-teste alguns alunos faltaram por motivo de saúde e dois alunos foram suspensos por mal comportamento.

Tabela 1- Análise comparativa dos pré- e pós-teste (BLOCO 1)

Questões	Descritores	Acertos		Erros		Branco	
		Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-
1	D15	9/26	8/20	17/26	12/20	0	0
2	D09	9/26	9/20	17/26	11/20	0	0
3	D28	9/26	12/20	17/26	12/20	0	1
4	D22	5/26	10/20	21/26	10/20	0	0
5	D01	21/26	6/20	14/26	14/20	0	0
6	D15	14/26	7/20	12/26	12/20	0	1
7	D16	07/26	7/20	19/26	13/20	0	0
8	D02	01/26	15/20	24/26	5/20	0	0
9	D07	13/26	5/20	13/26	23/20	0	0
10	D18	5/26	5/20	23/26	15/20	0	0
11	D04	0/26	15/20	25/26	5/20	1	1

Fonte: Pesquisa de Campo 2017.

Tabela 2- Análise comparativa dos pré- e pós-teste (BLOCO 2)

Questões	Descritores	Acertos		Erros		Branco	
		Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-
1	D15	8/26	12/20	12/26	14/20	0	0
2	D09	9/26	16/20	11/26	10/20	0	0
3	D28	12/26	6/20	8/26	14/20	0	1
4	D22	10/26	17/20	10/26	9/20	0	0
5	D01	6/26	15/20	14/26	11/20	0	0
6	D15	7/26	14/20	12/26	12/20	0	1
7	D16	7/26	8/20	13/26	18/20	0	0

8	D02	15/26	9/20	5/26	17/20	0	0
9	D07	5/26	14/20	23/26	11/20	0	0
10	D18	5/26	0/20	15/26	25/20	0	0
11	D04	15/26	8/20	526	17/20	1	1

Fonte: Pesquisa de Campo 2017.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa foi desenvolvida com o objetivo foi analisar os efeitos da resolução de sistemática de questões do tipo Prova Brasil sobre o desempenho de estudantes do 5º de uma escola pública estadual de Belém. Por meio da leitura dos Autores, compreende-se que é desejável que o professor de matemática conhecer os objetivos dos processos avaliativos e a implicação deles nas situações de aprendizagem.

Os estudantes resolveram diferentes problemas envolvendo os descritores explicitados em cada Bloco de conteúdos matemáticos para a realização prova o que facilitou a aprendizagem de diferentes conteúdos com a turma de 5º ano do Ensino Fundamental. Após o desenvolvimento deste estudo podemos concluir que a resolução de problemas como facilitador para aprendizagem de objetos matemáticos, aos alunos do 5º ano do ensino fundamental, o que nos levou a concluir que nosso objetivo de pesquisa foi alcançado. Nas semanas seguintes, após o pré-teste, outras listas de exercícios foram elaboradas contendo 10 questões. No desenvolvimento dos exercícios, algumas vezes os alunos trabalharam em grupos de 04 (quatro) no máximo 05 (cinco) estudantes, para resolverem de forma coletiva, discutir a resolução dos problemas propostos e encontrar as respostas mais adequadas. Em seguida, o grupo apontou a resposta correta definida em consenso pelo grupo, e um dos participantes do grupo foi selecionado para fazer a “defesa” da resposta apresentando a sua forma de resolução.

Logo após o término dos exercícios a professora discutiu com eles sobre dúvidas e as diferentes resoluções. Ao final das 07 (sete) sessões de resolução de problemas, foi aplicado um teste com os descritores iguais ao primeiro para verificou-se a mudança do comportamento dos alunos.

Com isso, afinal da realização do pré-teste, do pós-teste, das sessões de estudos percebeu-se a mudança de comportamento dos alunos no que se refere ao esforço na realização dos exercícios e demonstraram sem receio as dúvidas para serem esclarecidas pela pesquisadora.

REFERENCIAS

BRASIL, **Ministério da Educação. Plano de Desenvolvimento da Educação**: Prova Brasil : ensino fundamental : matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008.

LOPES, Celi. E. Discutindo ações avaliativas para as aulas de Matemática. In: LOPES, Celi. E.; MUNIZ, Maria Inês S. (Org.). **O processo de avaliação nas aulas de Matemática**. Campinas/SP: Mercado de Letras, 2010.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação na sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

GERHARDT, Tatiana E.; SILVEIRA, Denise. **Métodos de pesquisa**. Tatiana Engel e Denise Tolfo Silveira ; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Trad. Patrícia C. R. Porto Alegre – Artmed, 2000.

Zacharias. Vera L. C. **Avaliação para que?** 2008. <www.portal.educacao.salvador.ba.gov.br>. Acesso: 20 de Agos. 2017.



PERSECTIVAS DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA ATUALIDADE

Francisca Missilene Muniz Magalhães

Universidade do Estado do Pará - UEPA

missileneetemb@gmail.com

Profº Drº Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará - UEPA

pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo

Este trabalho objetiva discutir as perspectivas da educação matemática na atualidade, considerando as orientações da legislação educacional vigente, como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, entre outros. Repensar o ensino da matemática exige a necessidade de uma prática reflexiva dos diversos agentes que planejam e executam o currículo escolar, sejam institucionais ou profissionais. Nesse sentido, este trabalho visa contribuir para o campo da educação com um maior entendimento sobre o ensino da matemática e suas reflexões no âmbito da escola. As perspectivas da educação matemática na atualidade apontam para uma matemática significativa, que considera o sujeito da aprendizagem um indivíduo dotado de facetas do conhecimento, e valoriza não somente o intelecto, mas o desenvolvimento cognitivo, emocional e social. Nesse sentido, aponta-se para a necessidade de rompimento com a educação tradicional, baseada apenas na simples transmissão de conteúdos prontos e sem conexão com a realidade, em que o conhecimento é estanque e fora do contexto da vida cotidiana. Além da necessidade constante de formação para os professores estarem atualizados em uma matemática que seja significativa e prazerosa de aprender.

Palavras-chave: Perspectiva de ensino; Ensino de Matemática; Dificuldades em Matemática.

1 - INTRODUÇÃO

O presente trabalho surgiu a partir da necessidade de discussão sobre as emblemáticas da matemática no atual cenário educacional e seus reflexos sobre o processo de ensino aprendido na escola pública no estado do Pará. Enquanto servidora da Secretaria Executiva

de Educação – SEDUC/PA pude observar as mais variadas situações problemas, que nos levam a refletir sobre o fazer educação nos dias de hoje, e em especial a educação matemática.

A construção histórica da matemática a define como uma ciência perfeita, não questionável e complexa. Desde os primórdios até os dias de hoje tendemos a encarar a matemática como uma disciplina difícil. Contudo, não podemos enfrentar a matemática como um “bicho de sete cabeças”, mas como um conhecimento necessário e fundamental para as relações entre os sujeitos e o mundo.

Se vislumbrarmos um ensino focado somente na linguagem matemática, que visa exclusivamente o repasse de formulas e informações, sem considerar o desenvolvimento cognitivo e intelectual dos sujeitos da aprendizagem, o ensino torna-se meramente mecanicista e sem significado para o educando.

Repensar o ensino da matemática exige a necessidade de uma prática reflexiva dos diversos agentes que planejam e executam o currículo escolar, sejam institucionais ou profissionais. Nesse sentido, este trabalho visa contribuir para o campo da educação com um maior entendimento sobre o ensino da matemática na atualidade e suas reflexões no âmbito da escola.

2 - A PERSPECTIVA DO ENSINO DA MATEMÁTICA

As dificuldades encontradas no ensino da matemática perpassam por toda uma construção histórica de como a matemática foi concebida no âmbito escolar. Geralmente a matemática é entendida como uma disciplina difícil. E por ser “difícil” carrega um legado pesado, dotado de dificuldades para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem.

Esta “fama” que deu voz a professores e alunos demonstra a forma naturalizada e inquestionável que o saber matemático está constituído na escola: a matemática é tradicionalmente a disciplina que apresenta maior dificuldade. Assim, podemos perceber o discurso que fala da dificuldade da matemática, como um discurso pré-construído. (Silveira, 2002)

A matemática aplicada na escola acarreta inúmeros problemas de aprendizagem, muitas vezes gerando no aluno pavor diante da disciplina, medo e aversão à escola, dentre outros. Em larga medida, o problema advém da metodologia amplamente adotada nas escolas para o ensino em geral e especificamente para o da matemática. (VALENTE, 1998).

O ensino da matemática está relacionado geralmente ao uso do cálculo e do raciocínio, em grande parte envolvendo conceitos abstratos. D'Ambrósio (2001) ressalta que a matemática tem sido concebida e tratada como conhecimento congelado, criando barreiras entre o educando e o objeto de estudo por não possuir a dinâmica do mundo na qual o mesmo está inserido.

De acordo com Luchesi (2006), o método de ensinar matemática, hoje tem vários recursos que podem levar os alunos a ter mais interesse por essa disciplina, a matemática deve ser usada na sala de aula de modo que faça parte do cotidiano da criança. O autor também enfatiza que a matemática é uma área do conhecimento “pronta, acabada e perfeita”, mas que na sala de aula é necessário interagir com o conhecimento do senso comum e o professor tem como obrigação mediar o acesso dos alunos ao conhecimento.

A Matemática como uma disciplina, pertence aos componentes curriculares da educação básica, e como tal tem a função de contribuir significativamente para a formação dos alunos. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB de 20 de dezembro de 1996 ressalta que “a Matemática contempla um valor formativo que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém desempenha um papel instrumental na formação dos cidadãos, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas nas atividades humanas”.

Schastai (2017) aponta que na perspectiva dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN o objetivo é que os alunos aprendam mais e melhor em todas as áreas do currículo escolar e, na área da matemática é desejável que,

O aluno desenvolva o raciocínio lógico; tenha autonomia, saiba argumentar, construir e apropriar-se do conhecimento para que possa compreender e transformar a sociedade em que vive; aprenda o significado dos objetos ou de acontecimentos para relacioná-los a outros objetos ou acontecimentos favorecendo as conexões; construa saberes matemáticos de relevância social; tenha como material didático recurso de informática e materiais comuns ao cotidiano de sua vida; enfim, que o aluno aprenda conceitos e tenha domínio de procedimentos e desenvolvimento de atitudes. (pg. 16)

Os PCN primam não por uma matemática pura, mas por uma matemática significativa, que seja capaz de desenvolver o raciocínio lógico com autonomia, que o educando seja capaz de relacionar os conhecimentos matemáticos com os saberes da vida cotidiana, e mais usar o conhecimento matemático para transformar a realidade em que vive, ou seja, não é uma matemática pragmática, do puro cálculo, mas uma matemática que faz sentido para a vida do educando, pois ele pode recorrer aos conhecimentos adquiridos para exercer a sua cidadania.

Um dos destaques dos PCN em relação ao ensino se dá em conceber o ensino da matemática como um conhecimento representativo para o aluno.

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados. (BRASIL, 1997, pg. 19).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática também estabelecem princípios norteadores do ensino, e destacam que:

- A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos.
- A seleção e organização de conteúdos não deve ter como critério único a lógica interna da Matemática. Deve-se levar em conta sua relevância social e a contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno. Trata-se de um processo permanente de construção.
- O conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo. (BRASIL, 1997, pg. 19)

Na perspectiva dos PCN, a matemática toma uma dimensão de não neutralidade do conhecimento. Para o que aluno alcance a sua cidadania, a matemática é imprescindível para o seu desenvolvimento cognitivo e social, na medida em que estabelece conexões entre o conhecimento e a vida prática. Os PNC ainda ressaltam o lugar que a matemática tem no mundo no seu viés filosófico, científico e social, não estanque.

Ao aproximarmos da realidade mais local do fazer educação, trazemos a discussão da temática do ensino da matemática no âmbito da Secretaria Executiva de Educação do Estado do Pará-SEDUC/PA. A SEDUC/PA, através do artigo 14 da instrução normativa 009/2010, define que:

Art. 14 – A escola deverá construir o seu Projeto Político Pedagógico definindo metodologias e formas de atendimento ao (a) aluno (a) do Ensino

Fundamental, considerando as características e especificidades do desenvolvimento cognitivo, físico-motor, afetivo-emotivo e social do (a) aluno (a) desde os seis anos de idade.

No processo de expansão do ensino fundamental de nove anos, a Seduc redefiniu e traçou as características específicas de atendimento pedagógico aos alunos, em que o ensino não se fundamenta somente no conteudismo, mas em uma formação que prima para o desenvolvimento mais completo do educando. Aponta fatores além do cognitivo como o afetivo-emotivo e social. Esses elementos que apontam avanços no pensar uma educação mais integral, que valoriza o sujeito, evidenciando uma quebra no paradigma da educação tradicional.

Na instrução normativa 009/2010 da SEDUC/PA, também está contido os objetivos do ensino da matemática, como um importante ponto de análise, que estarão descritos a seguir:

- Incentivar as crianças a construir conhecimentos específicos dessa área e levá-las a desenvolverem o raciocínio lógico-matemático;
- Oportunizar que as crianças coloquem todos os tipos de objetos, eventos e relações em todas as espécies de relações;
- Encorajar as crianças a identificar semelhanças e diferenças entre diferentes elementos, classificando, ordenando e seriando; a fazer correspondências e agrupamentos; a comparar conjuntos; a pensar sobre números e quantidades de objetos quando esses forem significativos para elas, operando com quantidades e registrando as situações-problema (inicialmente de forma espontânea e, posteriormente, usando a linguagem matemática);
- Apresentar jogos e situações-problema que promovam a troca de ideias entre as crianças;
- Fazer perguntas às crianças para poder intervir e questionar a partir da lógica delas.

No ensino fundamental, o sujeito da aprendizagem ainda é a criança, que está em processo de desenvolvimento cognitivo, físico-motor, biológico, entre outros. A motivação para a aprendizagem da criança passa pelo lúdico e pela interação, no qual o processo de abstração ainda está em construção.

É necessário nessa fase, respeitar as etapas de desenvolvimento do educando para que a aprendizagem ocorra de forma significativa. “A criança progride na construção do conhecimento lógico-matemático pela coordenação das relações simples que anteriormente ela criou entre os objetos.” (KAMII, 2011, p. 18).

Sanchez (2004, p. 174) destaca que as dificuldades de aprendizagem em Matemática podem se manifestar nos seguintes aspectos:

- Dificuldades em relação ao desenvolvimento cognitivo e à construção da experiência matemática; do tipo da conquista de noções básicas e princípios numéricos, da conquista da numeração, quanto à prática das operações básicas, quanto à mecânica ou quanto à compreensão do significado das operações.
- Dificuldades na resolução de problemas, o que implica a compreensão do problema, compreensão e habilidade para analisar o problema e raciocinar matematicamente.
- Dificuldades quanto às crenças, às atitudes, às expectativas e aos fatores emocionais acerca da matemática. Questões de grande interesse e que com o tempo podem dar lugar ao fenômeno da ansiedade para com a matemática e que sintetiza o acúmulo de problemas que os alunos maiores experimentam diante do contato com a matemática.
- Dificuldades relativas à própria complexidade da matemática, como seu alto nível de abstração e generalização, a complexidade dos conceitos e algoritmos. A hierarquização dos conceitos matemáticos, o que implica ir assentando todos os passos antes de continuar, o que nem sempre é possível para muitos alunos; a natureza lógica e exata de seus processos, algo que fascinava os pitagóricos, dada sua harmonia e sua “necessidade”, mas que se torna muito difícil pra certos alunos; a linguagem e a terminologia utilizadas, que são precisas, que exigem uma captação (nem sempre alcançada por certos alunos), não só do significado, como da ordem e da estrutura em que se desenvolve.
- Podem ocorrer dificuldades mais intrínsecas, como bases neurológicas, alteradas. Atrasos cognitivos generalizados ou específicos. Problemas linguísticos que se manifestam na matemática; dificuldades atencionais e motivacionais; dificuldades na memória, etc.
- Dificuldades originadas no ensino inadequado ou insuficiente, seja porque à organização do mesmo não está bem sequenciado, ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes; seja porque os conteúdos não se ajustam às necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, ou não estão adequados ao nível de abstração, ou não se treinam as habilidades prévias; seja porque a metodologia é muito pouco motivadora e muito pouco eficaz.

Nas dificuldades citadas, surgem muitos pontos de análise no que se refere ao aprendizado do aluno. Dentre as questões peculiares ao próprio aluno as dificuldades podem ser de ordem de atrasos cognitivos, relações emocionais, motivacionais, habilidade com o raciocínio matemático. Esses fatores podem interferir diretamente na aprendizagem do educando uma vez que se caracterizam como obstáculos de aprendizagem, que precisam ser trabalhados e enfrentados pelo educando para que haja a superação dessas dificuldades.

Mas, Sanches nos aponta pontos específicos de dificuldades na aprendizagem matemática que interessa mais diretamente a este trabalho. Que são especificamente: o desenvolvimento cognitivo e à construção da experiência matemática; às crenças, às atitudes, às expectativas e aos fatores emocionais acerca da matemática; às crenças, às atitudes, às expectativas e aos fatores emocionais acerca da matemática; originadas no ensino inadequado ou insuficiente.

Quando tratamos de desenvolvimento cognitivo e a construção da experiência matemática, relacionamos ao trabalho de despertar ao conhecimento e as vivências práticas e contextuais do ensino da matemática que perpassa por um processo construtivista. Segundo Becker (1994) o construtivismo significa a ideia de que nada, a rigor, está pronto, acabado, e de que, especificamente, o conhecimento não é dado, em nenhuma instância, como algo terminado. Nessa perspectiva, o ensino da matemática não tem como continuar estanque, há a necessidade de repensar e reorganizar as bases de ensino nas escolas. Segundo Vignoto (2012, p.37):

[...] compreender a matemática como linguagem, implica repensar a organização de seu ensino para as crianças dos primeiros anos de escolarização, de modo a proporcionar atividades em que elas possam observar, comparar, classificar e analisar as diferentes quantidades, formas e grandezas em diversas situações-problema de seu cotidiano por intermédio dos conceitos matemáticos.

De acordo com Schastai (2017) “o ensino dos conceitos matemáticos ainda é um desafio enfrentado pelos professores dos anos iniciais, uma vez que esses conceitos nem sempre são tratados na formação inicial”. A autora ressalta ainda, que o enfoque da formação inicial dos professores dos primeiros anos está nos métodos de ensino e na metodologia do ensino.

Em outro ponto específico das dificuldades do ensino da matemática, é possível citar que o processo de formação dos professores reflete a forma de ensinar matemática, até mesmo sofre as influências de suas experiências enquanto aluno da disciplina. O domínio do conteúdo, das metodologias de ensino, a necessidade de formação continuada são aspectos essenciais para a práxis docente.

Pela história da Matemática é possível perceber que além dos avanços e retrocessos os professores dos anos iniciais são Licenciados ou Licenciandos em Pedagogia que tiveram dificuldade na matemática por toda a sua vida escolar e acadêmica e que precisam mostrar a matemática no concreto, na vida cotidiana dos alunos, pois para tudo é necessário o uso da matemática (LUCESI, 2006).

As relações entre professor de matemática, aluno e conteúdos matemáticos devem ser dinâmicas nas perspectivas da educação matemática apresentada na legislação educacional, seja a nível nacional como define a LDB 9394/96 e os PCN, seja a nível local, no caso do Estado do Pará. Assim, há necessidade de professor que possa corresponder à necessidade de formação integral do aluno. Mas para isso, o professor também necessita de formação para poder desempenhar seu papel na atualidade.

O professor para desempenhar o seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno ele precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. (D'AMBRÓSIO, 2001, p. 36).

A perspectiva para o ensino da matemática na atualidade reorienta para uma matemática significativa, próxima a realidade concreta da vida cotidiana do educando. E para tanto, a formação dos professores torna-se um referencial de reflexão sobre o ensino que se aplica no interior das escolas.

3 - CONSIDERAÇÕES

As perspectivas da educação matemática na atualidade apontam para uma matemática significativa, que considera o sujeito da aprendizagem um indivíduo dotado de facetas do conhecimento, que valoriza não somente o intelecto, mas o desenvolvimento cognitivo, emocional e social.

Nesse sentido, aponta-se para a necessidade de rompimento com a educação tradicional, baseada apenas na simples transmissão de conteúdos prontos e sem conexão com a realidade, em que o conhecimento é estanque e fora do contexto da vida cotidiana.

Assim, o ensino da matemática não tem como continuar na perspectiva produtivista de educação. Introduzir um olhar diferenciado para a matemática, visando não mais a simples transmissão de fórmulas e resultados exatos, abre possibilidades para transformar o ensino em algo prazeroso e produtivo no âmbito escolar.

4 - REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BECKER, Fernando. **O que é Construtivismo?** Série Idéias, n. 20. São Paulo: FDE, 1994. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_20_p087-093_c.pdf. Acesso: em 18/10/2017.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação para uma sociedade em transição**. 2. ed. Campinas, São Paulo: Papirus, 2001.
- LUCCHESI, Dione de Carvalho. **Metodologia do ensino de matemática**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2006.
- KAMII, Constance. **A criança e o número: Implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação com escolares de 4 a 6 anos**. 11. ed. Campinas, SP: Papirus, 2011.
- SCHASTAI, Marta Burda, FARIAS, Elizabeth Regina Streisky, SILVA, Sani de Carvalho Rutz da. **Formação de professores e o ensino de frações nos anos iniciais**. 1ª Ed. – Curitiba: Appris, 2017.
- SANCHEZ, Jesús Nicasio Garcia. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.
- SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu. **“Matemática é difícil”: Um sentido pré-constituído evidenciado na fala dos alunos**, 2002. Disponível em: http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_25/matematica.pdf. Acesso em 12/10/2017.
- VALENTE, José Armando. **Diferentes usos do Computador na Educação**. Disponível em <http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/1876/1847>. Acesso em: 10/09/2016.



REFLETINDO SOBRE AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE ESTATÍSTICA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES JUNTO AOS ALUNOS DO MUNICÍPIO DE ANANINDEUA

Gilson Ferreira Meireles
Universidade Federal do Pará
gilsonfm@hotmail.com

José Maria dos Santos Lobato Júnior
Universidade Federal do Pará
junioredumat@gmail.com.br

Maria de Lourdes Silva Santo
Universidade do Estado do Pará
2011malu.melo@gmail.com

Resumo: Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que objetivou analisar as dificuldades de aprendizagem sobre o ensino de estatística apresentadas por alunos do 3º ano do ensino médio. A coleta de dados foi feita a partir da aplicação de um questionário sócio educacional e de um teste contendo sete questões sobre conhecimentos de estatística para uma amostra de oitenta alunos matriculados em escolas públicas da rede estadual de ensino do município de Ananindeua- PA. A sistematização das informações produzidas ocorreu por meio da construção de quadros estatísticos relativos a cada uma das questões propostas na opinião desses alunos. A análise dos resultados informou que o ensino ocorreu na maioria das vezes por meio da sequência definição, exemplos e questões resolvidas e que o processo de avaliação de aprendizagem é realizado por meio de testes individuais. Diante disso, percebemos que o baixo desempenho dos alunos nas resoluções das questões propostas pode ser reflexo das metodologias utilizadas nesse conteúdo estruturado no currículo de matemática. Consequentemente, no nosso entendimento, o discente não estará apto a tomar decisões no que diz respeito a situações cotidianas se depender apenas do conhecimento adquirido em sala de aula. Uma sugestão para que a problemática quanto à aprendizagem da Matemática é a reflexão do educador sobre sua prática metodológica, bem como, com a associação do que está sendo ensinado com sua origem histórica e a sua aplicabilidade.

Palavras-Chave: Educação. Ensino. Ensino de Matemática. Ensino de Estatística.

1 INTRODUÇÃO

O conhecimento de estatística no ensino médio tem sido uma importante ferramenta para possíveis avaliações e tomadas de decisões em situações de incertezas no cotidiano do ser humano como na análise da qualidade dos serviços públicos e tributação através da pesquisa do CNI-IPOBE (2011), que é praticamente consenso que, a qualidade do serviço

público deveria ser melhor e a arrecadação é suficiente para o setor público prover serviço de qualidade ou até mesmo na elaboração e implementação de indicadores sociais junto a sociedade em que estatística públicas passaram a ser coletadas e desenvolvidas para servir de parâmetro para a construção de indicadores sociais na interpretação experimental da realidade.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), em nossa sociedade, o conhecimento matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento. No ensino médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional.

Nessa etapa da escolaridade, portanto, a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador importante junto às demais Ciências da Natureza. Enquanto ciência, sua dimensão histórica e sua estreita relação com a sociedade e a cultura em diferentes épocas ampliam e aprofundam o espaço de conhecimentos não só nesta disciplina, mas nas suas inter-relações com outras áreas do saber.

Ainda segundo os PCN's a Estatística como ramo da Matemática deve ser vista, então, como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas, a quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente. Cabe à Estatística, por exemplo, analisar a intenção de voto em uma eleição ou o possível êxito do lançamento de um produto no mercado, antes da eleição em si e da fabricação do produto. Isso é feito através da pesquisa estatística, que envolve amostras, levantamento de dados e análise das informações obtidas.

O ensino da Matemática passou por diversas mudanças significativas com o passar dos anos e hoje vemos várias tendências no ensino de matemática que vai da Matemática Pura à Educação Matemática, contudo não foram suficientes para suprir as dificuldades do ensino aprendizagem enfrentadas pelos estudantes dessa disciplina. Observamos vários fatores que dificultam a sua aprendizagem seja no contexto escolar como de sua casa, no qual podemos destacar a capacitação inadequada dos professores, a metodologia tradicional e a busca

inadequada a novos recursos pedagógicos. Enquanto professor do ensino médio preocupado com essa problemática quanto à aprendizagem da Matemática e associado a uma constante reflexão e questionamentos sobre a prática pedagógica em sala de aula durante 11 anos lecionados em Escola Pública, levou-me a necessidade de realizar um diagnóstico junto aos alunos do 3º ano do Ensino Médio em relação a aprendizagem sobre o Ensino de Estatística através de um questionário e um teste.

2 METODOLOGIA

Para sabermos das dificuldades de aprendizagem dos alunos do Ensino Médio sobre a Estatística, consultamos os PCNs, os descritores do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), juntamente com as referências bibliográficas do Processo Seletivo da Universidade do Estado do Pará (UEPA) para dar base no conteúdo a ser verificado e elaboramos um instrumento para coleta de dados, ou seja, um questionário com 17 perguntas fechadas para abranger uma determinada amostra docente. Juntamente com o questionário foi elaborado um teste com 7 questões com o objetivo de percebermos o nível de aprendizagem do aluno.

A definição de questionário, segundo Gil (1999), é a técnica de investigação composta de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado etc. Logo servirá para coletar informações cruciais no âmbito educacional no que concerne tanto a sua vida pessoal como do seu gosto pelo estudo da Matemática proporcionando resultados críticos para a pesquisa.

Os dados que serão apresentados a seguir foram observados da análise de um questionário respondido por 80 alunos do 3º ano do Ensino Médio, dos turnos diurno e vespertino de duas Escolas Estaduais do Município de Ananindeua- PA.

Antes da aplicação do questionário, houve o contato com a direção da escola, a equipe pedagógica e os respectivos professores de Matemática para a autorização da investigação que será feita. Ressaltamos que realizamos um pré-teste do questionário com 19 alunos em uma turma de 3º ano de uma das referidas escolas, que previu alguns problemas iniciais que foram sanados antes formulação final.

A aplicação do questionário foi realizada nos dias 27 e 28/01/2016, nos horários das 10:30h até as 12:00h no período da manhã e das 14:00h as 15:30h no período da tarde. Nas escolas, havia acabado de ser realizado o período da 3ª avaliação o que proporcionou um grande número de alunos por turma.

Os resultados da pesquisa serão apresentados em forma de gráficos/tabelas, usando como ferramenta tecnológica, o Excel, editor de gráficos, planilhas da Microsoft, para o esclarecimento dos resultados. Os alunos em algumas perguntas do questionário marcaram mais de uma alternativa, ou ainda, não quiseram responder à pergunta por motivo a não saber. Devido a isto, poderá haver uma pequena margem de erro em alguns gráficos apresentados. Os dados serão agrupados, e apresentados por questões.

3 ANÁLISE E RESULTADOS

As informações contidas no questionário, sobre a idade dos alunos, mostram que 6,2% tinham 16 anos, 20% tinham 17 anos, 40% tinham 18 anos, 18,7% tinham 19 anos, 15,1% tinham 20 anos ou mais de 20 anos.

Em relação ao gênero, temos que 50% eram do gênero feminino e 50% do gênero masculino e que todos são de escola do Estado do Pará.

Quando perguntados se o discente já havia ficado em dependência em alguma disciplina, 53,2% responderam que não e 46,8% responderam que sim.

3.1 Gosto pela Matemática

O gosto pela Matemática segundo as informações do questionário é possível dependendo das relações de afetividade entre professor e aluno, em que observamos que mais de 61% dos alunos são estimulados a estudar e aprender, da ajuda familiar não somente com as tarefas escolares, mas como seu acompanhamento acadêmico e do interesse do aluno em estudar periodicamente.

Para Almeida e Mahoney (2007), tanto alunos como professores expressam o desejo de relações interpessoais satisfatórias: que satisfazem suas necessidades.

Ainda que tenham focalizado a situação de sala de aula, as pesquisas revelam que professores e alunos não estão protegidos dos sentimentos provocados por situações externas à sala de aula e à escola, pois em síntese, a identificação de sentimentos e de suas situações indutoras pode ser uma boa base para a discussão com professores, fornecendo-lhes indicadores úteis para que iniciem a reflexão sobre sua prática, levando em consideração a dimensão efetiva, lembrando sempre que as situações indutoras desvelam necessidades de professores e alunos a ser satisfeita.

Observamos ainda que ao se perguntar ao aluno se gosta de Matemática, temos que 18,7% detestam, 15% suporta, 60% gosta um pouco e 6,3% adora Matemática. Assim como quando perguntado, quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática, os alunos responderam que 12,8% professor particular, 6,4% a Família, 71,8% ninguém e 9% outros. Enquanto a

frequência de estudo de Matemática fora da escola, temos que 6,8% estuda todo dia, 45,5% estuda no período de prova, 10,2% somente nos finais de semana e 37,5% só na véspera da prova.

O perfil didático do professor interfere diretamente nas explicações dadas e em sua forma de avaliação para com o docente. Na pesquisa realizada constatou que mais de 77% dos alunos informaram que são avaliados através de Provas/Simulados.

Contudo, segundo Luckesi (2011), para trabalhar com a avaliação na prática pedagógica escolar, necessitamos de uma pedagogia cujo fundamento seja a compreensão de que o ser humano é um ser em processo de formação, em movimento, sempre com a possibilidade de atingir um resultado mais satisfatório no caminho a vida. Isso quer dizer quer dizer que, se ele aprende, conseqüentemente se desenvolve; se não aprendeu ainda, pode aprender, se houver investimento para que aprenda.

Dessa forma observamos então uma avaliação voltada à pedagogia tradicional aplicado a esses alunos que difere de uma prática educativa satisfatória e foge de sua finalidade como um dos componentes do ato pedagógico escolar.

Vejamos que quando indagado ao aluno se ele consegue entender as explicações dadas nas aulas de Matemática, temos que 17,5% sempre entendem, 18,8% quase sempre, 36,3% as vezes entende, 23,6% poucas vezes e 3,8% nunca entendem. Enquanto que quando se perguntou, como você se sente quando está diante de uma avaliação em Matemática, temos que 1,3% dos alunos se sentem contente, 22,8% sentem-se tranquilo, 17,6% ficam com medo, 49,4% ficam preocupados e 8,9% ficavam com calafrios.

Quando indagado ao aluno sobre suas notas em Matemática no Ensino Fundamental, 20% responderam que foram “Excelentes”, 53,8% responderam que eram “Boas” e 26,2% eram “Regulares”.

Entendemos que há alguns pré-requisitos no conteúdo de Matemática que seja indispensável ao entendimento e apreensão de outra (s) disciplina (s). Isso significa que, para a disciplina de Estatística, o aluno deverá ter prévio conhecimentos de alguns elementos vistos no Ensino Fundamental ou revisado pelo professor. Logo, perguntou ao aluno que, antes de ministrar o assunto de Estatística, o que ele revisou: 65% responderam que o professor revisou o assunto de Porcentagem, 30% afirmaram que o professor revisou razão e números racionais e 5% afirmaram que o professor não revisou nenhum conteúdo.

Ainda segundo os alunos, pelas informações do questionário, mais de 91% afirmaram que quando o professor começou o assunto de Estatística ele começou pela definição seguida

de exemplos e exercícios, e que 86% afirmaram o professor apresenta uma lista de exercícios para serem resolvidos para fixar o conteúdo estudado de Estatística.

Em relação ao desempenho do aluno quando estudou Estatística, verificou-se que 1,3% teve um desempenho Excelente, 1,3% Muito Bom, 15,2% Bom, 54,4% Regular, 17,7% Ruim e 10,1% teve um Péssimo desempenho.

3.2 Grau de dificuldade na aprendizagem dos seguintes tópicos sobre Estatística

Neste tópico apresentaremos as respostas dadas pelos alunos a respeito de suas percepções sobre o nível de dificuldade apresentadas quando estudaram Estatística.

Quatro 01 – Grau de dificuldades apresentadas pelos alunos

Conteúdos		Grau de dificuldade (em %)				
		Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
1	A importância da Estatística	12,4	13,75	53,75	16	4,1
2	População ou Universo	4,8	12,9	64,6	14,5	3,2
3	Amostra	6,3	12,5	59,4	14,8	7,0
4	Variáveis Estatísticas: Qualitativa e Quantitativa	5,6	9,9	56,3	25,4	2,8
5	Dados Estatísticos	4,1	9,5	59,5	21,6	5,3
6	Amplitude de uma amostra	2,5	6,25	60	22,5	8,75
7	Distribuição de Frequência	4,5	4,5	56,7	29,8	4,5
8	Frequência Absoluta	2,8	5,6	56,3	29,6	5,7
9	Distribuição de frequências com dados não agrupados	1,5	4,5	56,7	31,3	6
10	Frequência Relativa	4,5	6	53,7	28,4	7,4
11	Frequência Relativa Acumulada	3,2	8,8	52,5	28,7	6,8
12	Distribuição de frequências com dados agrupados	3,1	4,6	49,2	35,4	7,7
13	Histograma	4,8	6,3	55,6	25,4	7,9
14	Polígono de frequência	0	4,9	59	26,2	9,9
15	Gráfico de setores ou pizza	7,7	9,2	50,8	26,2	6,1
16	Gráfico de colunas e gráfico de barras	3	12	47,7	31,3	6
17	Gráfico pictórico ou pictograma	1,6	6,3	51,6	32,8	7,7
18	Média Aritmética Simples	2,6	17,1	48,7	26,3	5,3
19	Média Aritmética Ponderada	2,6	11,7	54,5	26	5,2
20	Cálculo da média aritmética para valores agrupados em classe	1,4	9,6	57,5	26	5,5
21	Mediana	6,6	22,3	47,3	21,2	2,6
22	Moda	8,1	21,6	45,9	21,6	2,8

23	Variância	2,7	20	46,7	28	2,6
24	Desvio Padrão	1,4	7,6	55,1	28,4	7,5

Fonte: Dados da pesquisa de campo (2016)

A leitura do quadro mostra inicialmente a desatenção do aluno ou a falta de conhecimento pelo fato de que os tópicos “A importância da Estatística, População ou Universo e Amostra”, não são necessariamente fórmulas para cálculos estatísticos e sim uma prévia informação e conceitos iniciais de como a Estatística é aplicada na sociedade. Logo, tratasse de um tópico Muito Fácil.

Analizando os dados do quadro acima ainda podemos perceber que em relação aos tópicos “Variáveis Estatísticas, Dados Estatísticos e Amplitude de uma amostra”, em média de 27% dos alunos afirmaram de esses tópicos serem Difícil ou Muito Difícil. Os itens em questão têm em comum o fato de não apresentarem dificuldades em sua aprendizagem por se tratarem de elementos puramente conceituais ou de cálculos rápidos sem a exigência de fórmulas. De fato, que em sua maioria com 73% destacou esses tópicos como Muito Fácil ou Fácil ou Regular.

No caso referente aos itens 09 até 17, temos justamente a parte em que requer do aluno mais atenção e possivelmente a implementação de estratégias de aprendizagem para que o aluno possa dominar as habilidades usadas nos processos de investigação estatística (Garfield e Gal (1999)).

Observando a parte final do quadro a respeito dos Tópicos de 18 a 24, ou seja, das medidas de tendência central e desvio padrão, temos que 50% dos alunos entrevistados afirmaram que tiveram um nível REGULAR de dificuldade, o que retrata o fato real dessa parte da Estatística comparada com os outros conceitos iniciais.

Em síntese, a maioria dos tópicos listados no quadro apresenta-se como Regular ou Difícil, em que revelaram um grau de dificuldade na aprendizagem do aluno relacionado ao conhecimento de Estatística.

Para melhor analisar as dificuldades na aprendizagem dos alunos, aplicamos um teste com sete questões envolvendo Estatística.

4 RESULTADO DO TESTE

Considerando que “ACERTOU T” significa ACERTOU TOTALMENTE e “ACERTOU P” significa ACERTOU PARCIALMENTE. A seguir, apresentamos as questões contempladas no teste e o respectivo desempenho dos alunos.

Questão 01: População ou universo é:

- a) um conjunto de pessoas;
- b) um conjunto de elementos quaisquer
- c) um conjunto de pessoas com uma característica comum;
- d) um conjunto de elementos com pelo menos uma característica em comum;
- e) um conjunto de indivíduo de um mesmo município, estado ou país.

Observamos que se trata de uma questão puramente conceitual em que somente havia a necessidade do aluno marcar a alternativa correta. Logo, a resposta correta é a letra D. Vejamos que se trata de uma questão, no nosso entendimento, Muito Fácil em que o professor em sua prática pedagógica poderia argumentar, dar exemplos e demonstrar ao aluno esse conceito simples.

O desempenho dos alunos está representado no gráfico abaixo.

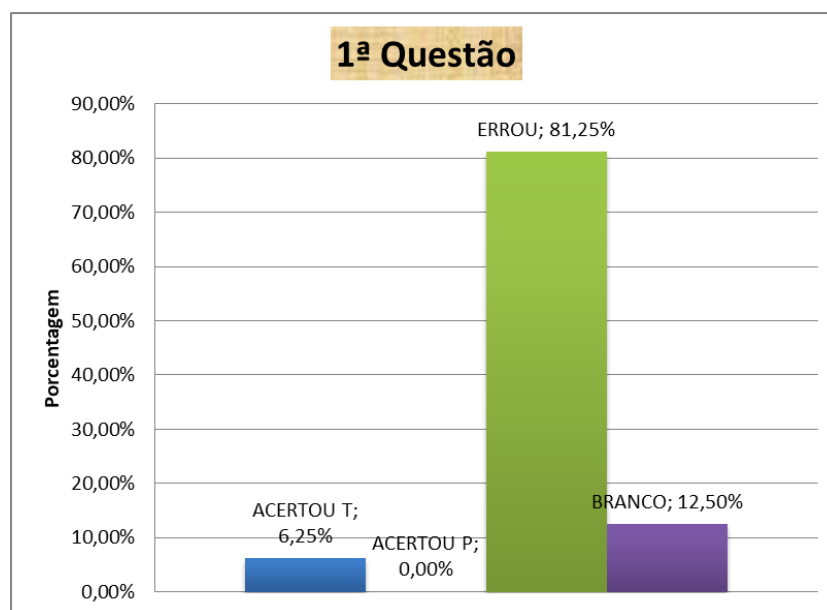


Gráfico 1 – Desempenho dos alunos na 1ª questão

O gráfico nos mostra que a maioria dos alunos erraram essa questão.

Questão 2: As idades dos jogadores de um time de basquetebol são 18, 23, 19, 20 e 21 anos. Qual é a média de idade desses jogadores?

Para resolver essa questão o aluno deveria somar todas as idades e dividir por 5. Logo, a média seria 20,2. Fazendo uma análise desta questão, podemos considerá-la Fácil, pois o aluno iria fazer apenas as operações de adição e divisão para encontrar o resultado.

O gráfico abaixo mostra como foi o desempenho dos alunos.

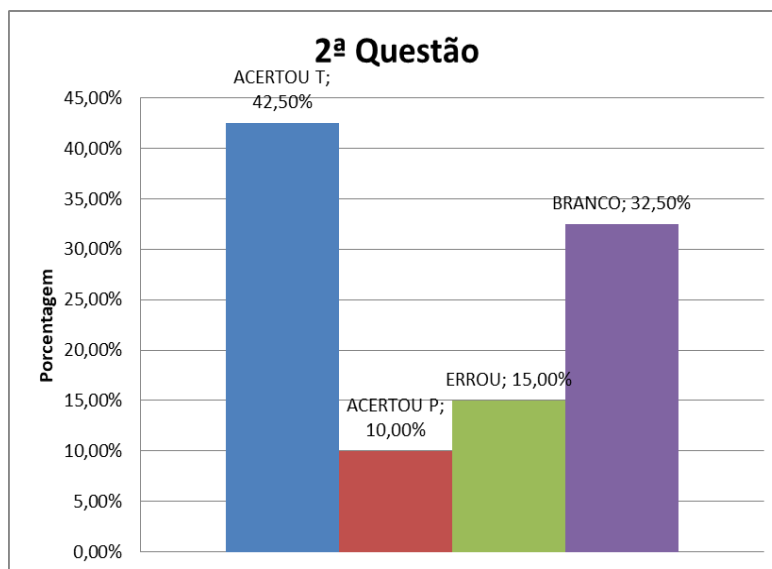


Gráfico 2 – Desempenho dos alunos na 2ª questão

Pelo gráfico, percebemos 52,5% (42,5% + 10%) dos alunos tentaram fazer a questão, no entanto, quase 40% não se preocuparam em fazer ou não tiveram atenção para resolvê-la.

Questão 3: As notas de um candidato em suas provas de um concurso foram: 8,4; 9,1; 7,2; 6,8; 8,7 e 7,2. Calcule a nota média, a nota mediana e a nota modal desse aluno.

Em relação a essa questão, que envolve os conceitos de Medidas de Tendência Central, o aluno deveria colocar os dados em rol (ordem), ou seja, 6,8; 7,2; 7,2; 8,4; 8,7 e 9,1. Organizado os dados propostos pelo problema, pode-se calcular que:

A moda é 7,2, a mediana é 7,8, calculada pela média aritmética entre 7,2 e 8,4 e a média aritmética é 7,9.

O desempenho dos alunos está representado no gráfico abaixo.

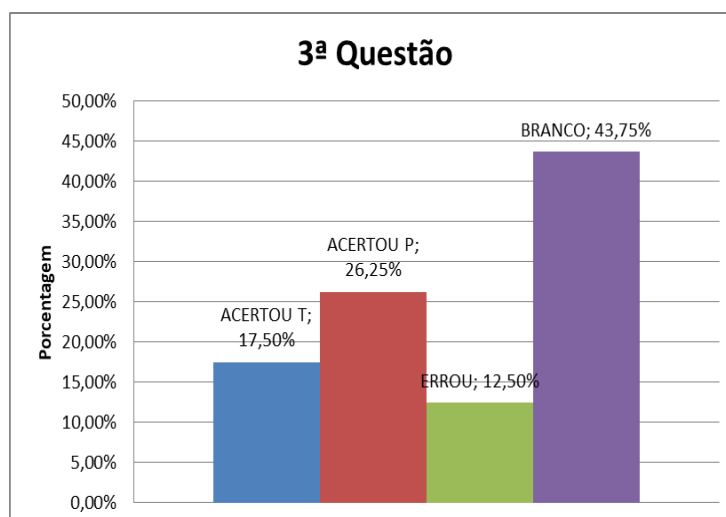


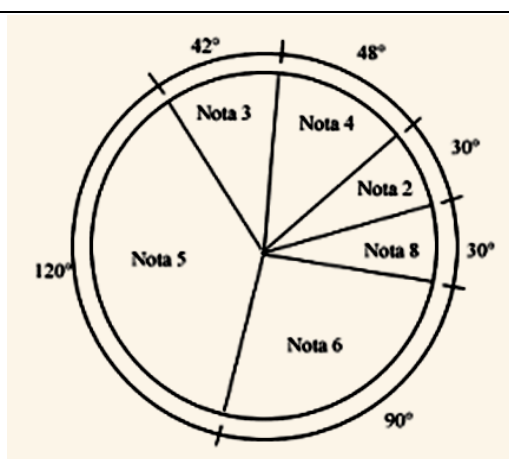
Gráfico 3 – Desempenho dos alunos na 3ª questão

No gráfico percebemos que poucos alunos acertaram totalmente a questão, 26,25% acertaram parcialmente, 12,5% erraram totalmente e a maioria deixou-a em branco.

Dos alunos que acertaram as questões (17,5%), reafirma a porcentagem dos alunos que acharam o tópico Muito Fácil ou Fácil, pois a referida questão é a forma mais simples que a estatística aparece na aprendizagem do aluno, contudo o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) irá associá-la a situações reais, como na análise de dados econômicos, sociais, anúncios em gráficos ou tabelas.

Na última competência de matemática cobrada pelo ENEM, o aluno precisará dominar as ferramentas de estatística. Observamos ainda no gráfico 3, que 56,25% não se enquadra nessa competência.

Questão 4: O gráfico de setores representado abaixo mostra a distribuição de uma amostra de alunos e suas respectivas notas na prova de português. Sabendo que amostra é composta de sessenta alunos, responda:



- a) quantos alunos tiveram nota 3?
- b) quantos alunos tiveram nota 5?
- c) qual a frequência relativa da classe “nota 6”?

Esta questão atribui conhecimentos de Gráficos de Setores, Medidas de ângulos e Proporção, sendo que o educando teve mais dificuldades na resolução desse problema.

Para resolver o item (a), que perguntava “Quantos alunos tiveram nota 3? ”, o educando deveria perceber que há uma proporção entre a quantidade de aluno e ângulo, ou seja:

$$\frac{60 \text{ alunos}}{360^{\circ}} = \frac{x \text{ alunos}}{42^{\circ}}$$

Observamos que x alunos corresponde a 42° o qual corresponde a quantidade de alunos que tiraram nota 3. Resolvendo a equação temos $x = 7$ alunos.

Logo, 7 alunos tiraram nota 3.

Para resolver o item (b), que perguntava “Quantos alunos tiveram nota 5?”, é de forma análogo ao item (a), ou seja:

$$\frac{60 \text{ alunos}}{360^{\circ}} = \frac{y \text{ alunos}}{120^{\circ}}$$

Observamos que y alunos corresponde a 120° o qual corresponde a quantidade de alunos que tiraram nota 5. Resolvendo a equação temos $y = 20$ alunos.

Logo, 20 alunos tiraram nota 5.

Para resolver o item (c), que perguntava “Qual a frequência relativa da classe “nota 6?”, que corresponde a porcentagem dos alunos que tiraram nota 6, em Português. Nesse caso é suficiente que o educando fizesse a razão entre o ângulo referente a nota e o ângulo total de 360°, multiplicado por 100%, ou seja:

$$\text{Porcentagem} = \frac{90^{\circ}}{360^{\circ}} \times 100\% = 25\%$$

Logo, 25% dos alunos tiraram nota 6.

O desempenho dos alunos está representado no gráfico abaixo.

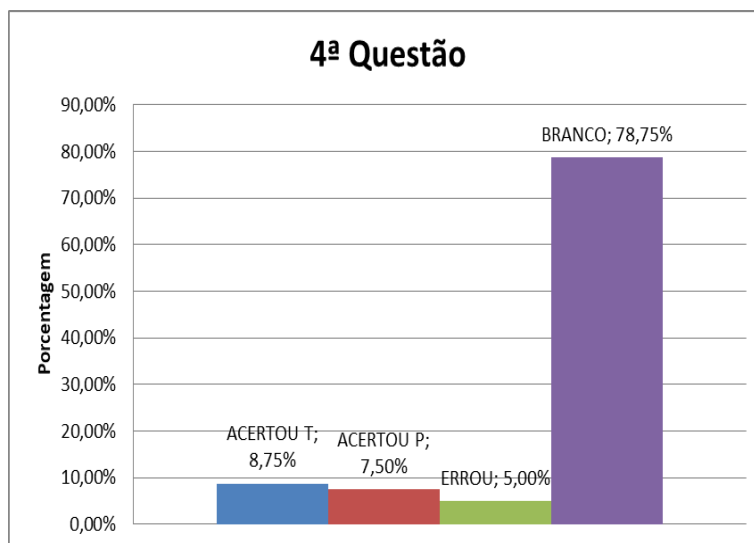


Gráfico 4 – Desempenho dos alunos na 4ª questão

Observando o gráfico temos que poucos alunos acertaram totalmente a questão, 7,5% acertou parcialmente, 5% erraram e quase 80% a deixaram em branco.

Questão 5: Em um concurso, as notas finais dos candidatos encontram-se na tabela abaixo. Com base na tabela apresentada, calcule a variância das notas finais dos candidatos.

Número de Candidatos	Nota Final
7	8,0
2	7,0
1	9,0

Esta questão apresenta **medidas de dispersão** que permitem a análise **da dispersão dos dados**. Inicialmente a **variância**, *uma medida de dispersão que mostra quão distantes os valores estão da média*. Nesse caso, como estamos analisando todos os valores das notas finais de cada candidato, e não apenas uma “amostra”, trata-se do cálculo da **variância (var)**.

O cálculo da variância é obtido através da soma dos quadrados da diferença entre cada valor e a média aritmética, dividida pela quantidade de elementos observados. A seguir está o cálculo simplificado para esse exemplo:

$$\text{var} = \frac{\sum f_i \cdot (x_i - x_n)^2}{n}$$

Sendo que f_i representa o número de candidatos, x_i as notas, x_n a nota média e n o total de candidatos.

O educando deveria proceder calculando primeiro a média, ou seja:

$$x_n = \frac{(7 \times 8,0 + 2 \times 7,0 + 1 \times 9,0)}{10} = 7,9$$

Logo, para o aluno calcular a variância usando a fórmula acima, teríamos:

$$\text{var} = \frac{7 \times (8,0 - 7,9)^2 + 2 \times (7,0 - 7,9)^2 + 1 \times (9,0 - 7,9)^2}{10} = 0,29$$

Observe o desempenho dos alunos representado no gráfico abaixo.

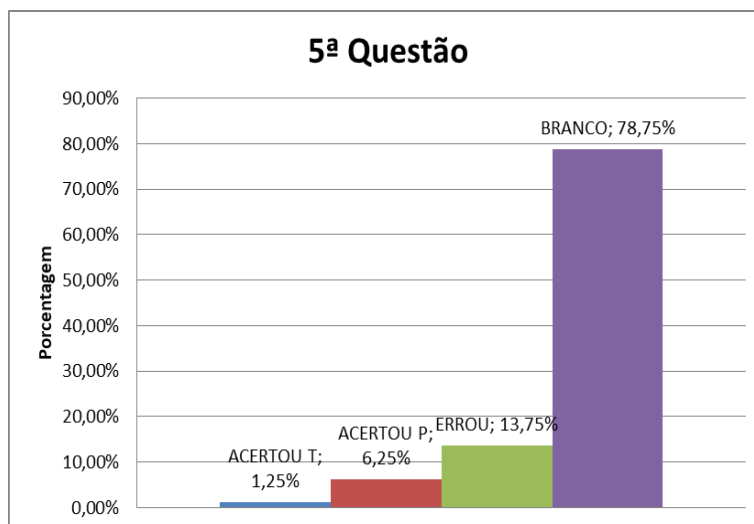


Gráfico 5 – Desempenho dos alunos na 5ª questão

Com uma análise do gráfico 5, podemos observar que mais de 92% dos alunos não conseguiram resolver a referida questão pela sua complexidade do uso específico do conhecimento e da alfabetização Estatística inerente a resolução da mesma.

Questão 6: Os tempos de duração, em dias, de vinte lâmpadas foram:

150	210	309	270	180
246	285	195	210	248
199	250	290	284	301
221	300	190	210	259

Construa uma tabela de distribuição de frequência dessa amostra com cinco classes de mesma amplitude e o respectivo histograma.

Em relação a questão 6, observamos que é importante analisar os dados tratados por meio de gráficos e tabelas que tenham relação com as perguntas levantadas, e informar o que se pode interpretar a partir deles.

Procedendo a resolução da questão, o aluno em primeira instância deveria calcular a amplitude (A) e o intervalo de cada classe (I). Assim:

$$A = 309 - 150 = 159$$

$$I = A / 5 = 159 / 5 = 31,8 \cong 32.$$

Logo, a tabela de distribuição:

Tempo (dias)		Quant.
150	— 182	2
182	— 214	6
214	— 246	2

246	— 278	5
278	— 310	5

O gráfico abaixo mostra como foi o desempenho dos alunos.

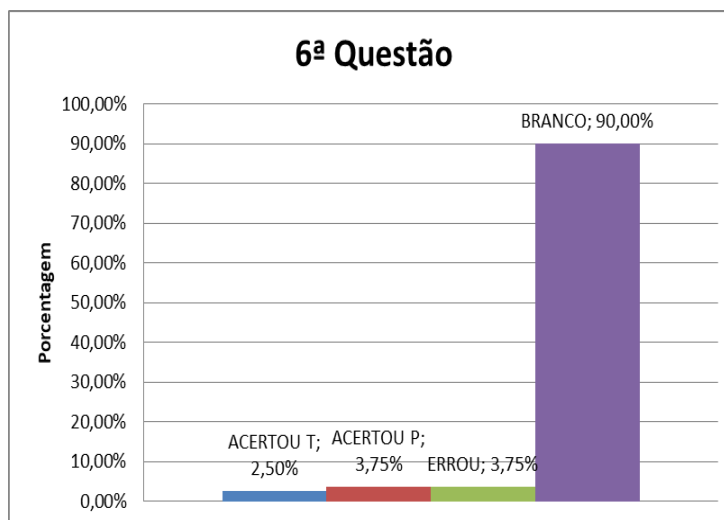


Gráfico 6 – Desempenho dos alunos na 7ª questão

Com relação a 6ª questão e fazendo uma análise do gráfico, podemos observar que mais de 93% dos alunos não conseguiram resolver a referida questão.

Questão 7: O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols. Se X, Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então:

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

- a) $X = Y < Z$. b) $Z < X = Y$. c) $Y < Z < X$. d) $Z < X < Y$. e) $Z < Y < X$.

Esse problema foi tirado do Enem 2010. Veja a resolução:

Sendo a média (X) igual a:

$$X = \frac{0 \times 5 + 1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 3 + 4 \times 2 + 5 \times 2 + 7 \times 1}{20} = \frac{45}{20} = 2,25$$

No rol dos gols marcados por partida, a mediana Y é a média entre os gols marcados nas 10ª e 11ª partidas. Assim:

$$Y = \frac{2+2}{2} = 2$$

A moda (Z) igual a 0, pois 0 foi o valor de maior frequência. Temos $Z < Y < X$.

O desempenho dos alunos está representado no gráfico abaixo.

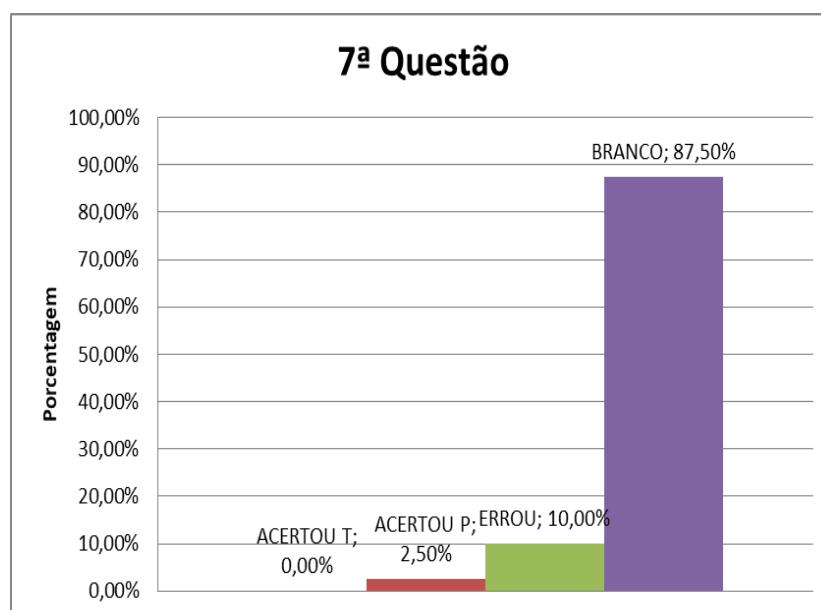


Gráfico 7 – Desempenho dos alunos na 7ª questão

Na 7ª questão, temos que mais de 97% dos alunos não resolveram a referida questão.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Atualmente muitas pessoas se deparam ou usam a estatística para uma tomada de decisão seja ela na compra e parcelamento de uma simples TV, na avaliação do desempenho de um candidato a um cargo público ou ainda através dos meios de comunicação repassadas através de gráficos, tabelas, porcentagens, ou seja, informações do dia a dia.

Desta maneira, os alunos devem ter habilidades para saber interpretar e analisar essas informações sendo imprescindível o uso do saber estatístico para direcionar as práticas estatísticas.

Considerando as informações acima, levou-nos a necessidade de realizar um diagnóstico junto aos alunos do 3º ano do Ensino Médio em relação a aprendizagem sobre o Ensino de Estatística através de um questionário e um teste. E após a análise da amostragem da produção das informações, somos capazes de afirmar que mais de 70% dos alunos não tem ajuda nas tarefas de Matemática, que 50% dos alunos sentem-se preocupados diante de uma avaliação de Matemática e que a interação professor-aluno estimula o ensino-aprendizagem do educando.

Foi interessante perceber um diagnóstico realizado por meio de um questionário de perguntas fechadas contendo questões referentes a informações sobre profissionais, prática

docente no ensino de estatística e grau de dificuldades percebidas pelo educando, quanto à forma metodológica do professor que mais de 90% dos informantes alegaram que o docente começa o referido assunto pela definição seguida de exemplos e exercícios, logo o que pode ter gerado um baixíssimo rendimento no teste.

As dificuldades encontradas pelos estudantes na aprendizagem de Estatística segundo os questionários mostraram que precisamos trabalhar a compreensão das Medidas de Tendência Central, os Gráficos e as medidas de dispersão, pois observamos nos Testes uma defasagem de erros e questões deixadas em branco de mais de 80%.

Em geral, esta pesquisa nos proporcionou que a maneira como os docentes trabalham os conteúdos em sala refletem diretamente na aprendizagem do educando, entretanto, salientamos que as relações afetivas e mudanças em sua metodologia de ensino pode mudar esse panorama vivido pelo aluno.

6 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L.R., MAHONEY, A.A. (2007). A dimensão afetiva e o processo ensino-aprendizagem: o que atestam pesquisas. **IX Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciência da Educação**. Funchal, Portugal, sd.

ALMEIDA, Laurinda Ramalho de; MAHONEY, Abigail Alvarenga (Orgs.). **Afetividade e aprendizagem**: contribuições de Henri Wallon. São Paulo: Edições Loyola, 2007.

LUCKESI, CIPRIANO CARLOS. **Avaliação da aprendizagem componente do ato pedagógico**. 1. Ed. – São Paulo: Cortez, 2011.

Pesquisa CNI – **IBOPE**: retratos da sociedade brasileira: qualidade no serviço público e tributação. – (mar. 2011) – Brasília: CNI, 2011. 36 p.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5.ed. São Paulo: Atlas, 1999.

DANTE, Luiz Roberto. **Livro Didático de Matemática**: Uso ou Abuso? In: Em aberto. Brasília, v.26, n.69, p.52-58, jan/mar. 1996.

GARLIELD, Joan B. e GAL, Iddo. **Teaching and Assessing Statistical Reasoning**. IN: Stiff, L. and Curcio. F. Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12.USA:The National Council of Teachers of Mathematics,1999.



REFLEXÕES NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: contribuições para a formação Docente

Antonio Borges Sampaio
UEPA – Campus XI, Núcleo de São Miguel
E-mail: toninhosampaio@outlook.com

Antonio Clebson da Silva Mota
UEPA – Campus XI, Núcleo de São Miguel
E-mail: antclebson@outlook.com

Sandra do Socorro Miranda Neve
E-mail: sandrasmneves.@yahoo.com.br

RESUMO

O presente trabalho propõe fazer uma reflexão sobre a prática de ensino no estágio de licenciatura em matemática, além de proporcionar uma visão reflexiva para à formação do futuro professor pesquisador, contribuindo para formação acadêmica, preparando o futuro docente para encarar os desafios dos primeiros anos de exercícios de sua profissão nas instituições de ensino de nível fundamental e médio. Procurou-se descrever a importância do estágio supervisionado na formação do professor indispensável nos cursos, discutindo o papel das instituições e as interferências que estas podem sofrer, por outro lado, percebe-se que os discentes precisam elaborar sua própria prática de ensino, não sendo influenciado a permanecer acomodado, mas adequar e criar novas ideias e metodologias de ensino, que forme cidadãos críticos, reflexivos e autônomos. No relato de experiência colocamos nossas experiências vividas durante o estágio supervisionado I, para análise e reflexão foi coletado por meio de observações e seminários, além de debates em sala de aula e registros escritos, além das pesquisas bibliográficas e levantamento teórico, promover contribuições para uma reflexão crítica que leve aos discentes assumir posturas diferenciadas assumindo uma prática de autonomia própria. Desta forma pretende-se mostrar que a formação de professores pesquisadores com prática de ensino diferenciada da tradicional, é o modelo de ensino que pode mudar a percepção de ensino na educação.

Palavras-chaves: Prática de Ensino. Formação de Professor. Professor Reflexivo.

1 Introdução

O estágio supervisionado como eixo articulador da teoria e prática, tem sua função fundamentada na formação do profissional, partindo deste contexto buscamos fazer reflexão no estágio supervisionado de matemática. O futuro professor passa por varias experiências durante sua formação, e umas desta é o estágio. Fase que o professor estagiário passa a

vivenciar no ambiente escolar, ou seja, passa a conhecer mais sobre as atividades do professor.

Nessa perspectiva fizemos uma reflexão sobre a formação de professores reflexivos e pesquisadores, a importância de serem professores que refletem suas ações e decisões que influenciam na maneira como ensina e em sua metodologia.

O curso de bacharelado em matemática está voltado principalmente para a área da pesquisa, além da atuação no mercado de trabalho, por outro lado, a licenciatura em matemática tem suas características voltadas para a formação de professores, que tem como um dos objetivos atuar no ensino fundamental e médio. Assim, é possível perceber que existe uma diferença entre a licenciatura e o bacharelado em matemática.

O curso de licenciatura em matemática da UEPA contempla uma grade curricular voltada para a formação de professores, ou seja, muitas das disciplinas no curso da UEPA são voltadas para a atuação do futuro professor em sala de aula, disponibilizando de ferramentas, que possibilitam ao licenciado uma melhor formação e visão em relação aos seus alunos, além disso, é possível desenvolver ainda metodologia e uma prática de ensino diferenciada em suas aulas.

No que se refere à formação do futuro professor que por sua vez tem no estágio de rever algumas de suas práticas de ensino e metodologias que possa ajudá-lo a melhorar a maneira como ministrar suas aulas. Por outro lado, o professor estagiário conhece mais a instituição de ensino, ou seja, seu local de atuação que é a escola.

O professor deve ser o mediador do conhecimento, visto como o elo de interação entre aluno e o conhecimento. É necessário que a prática de ensino por ele ministrada desenvolva junto com o aluno, o despertar do conhecimento significativo com o conhecimento cognitivo do aluno, com o intuito de aflorar o senso crítico.

A prática de ensino, que proporciona ao professor refletir sobre suas ações e de seus alunos, vem caracterizando o que está denominada por muitos como professor do futuro ou professor reflexivo. Que se baseia na consciência da capacidade de pensamento e reflexão que caracteriza como ser criativo (Alarcão, 2011), ou seja, que prepara o aluno para resolver seus problemas de maneira autônoma, buscando mais capacidade e habilidades, adquirindo um conhecimento contínuo.

O futuro professor leva para dentro de sala novas experiências e ideias a serem executadas e introduzidas em sua prática de ensino, com o intuito de melhorar ainda mais o aprendizado do aluno.

Entretanto, as instituições levam influências externas para dentro das salas, que nem sempre beneficiam os alunos. Muitas reformas são criadas por pessoas que não fazem parte do sistema educativo e nem possui uma formação ligada a essa área. Além disso, a maioria das interferências são feitas por grupos políticos que visam não melhorar a prática de ensino, mas os rendimentos voltados aos seus próprios interesses.

Nesse sentido, é preciso dar prioridade às normas e regras, que regem as práticas de ensino e desenvolver reformas que levem em consideração opiniões de profissionais que se encontram em sala de aula. Desta forma, é preciso garantir ao docente autonomia total para desenvolver novos métodos e ferramentas que visem melhorar o ensino-aprendizagem no sistema educativo.

Assim, pretende-se por meio deste trabalho descrever um relato de experiência, vividos por dois alunos matriculados no curso de licenciatura plena em matemática na UEPA, Campus XI, no período do estágio realizado em uma escola pública. Além de evidenciar o aprendizado e as reflexões vividas durante o seminário de prática de ensino em sala de aula.

2 Formação de professor reflexivo e pesquisador

Uma das ações da academia, além da pesquisa é promover a capacitação dos alunos para atuarem no mercado de trabalho. São muitas as profissões existentes que estas instituições formam, como, por exemplo: engenheiros, veterinários, médicos, advogados, etc., mas, a um ditado popular que afirma que o professor é o profissional mais importante de todos os outros, visto que, as outras profissões dependem diretamente de um professor para conseguir sua formação.

Além disso, tem a responsabilidade de desenvolver o senso crítico e a criatividade dos alunos, segundo Pimenta & Ghedin (2012, p. 250).

O trabalho docente deve ser o do ensino da leitura crítica inter-relacionada a uma escritura crítica. A leitura e a escritura devem ser pilares para a formação do cidadão enquanto habilidades que desenvolvam a criatividade.

Nesse contexto, percebe-se que o professor ao desenvolver suas aulas voltadas para a leitura interpretativa e o incentivo pela escrita, sem dúvida, vai ser possível conseguir formar alunos mais criativos e desenvolvidos, preparados para enfrentar e resolver situações das mais variadas possíveis que estão presentes em toda a sociedade.

O professor formador é o grande mediador e o responsável pela formação e construção de conhecimento. Mas enquanto a formação do futuro professor de matemática? Como está sendo a sua preparação acadêmica? As instituições de ensino proporcionam ao acadêmico o

incentivo de rever ou buscar novas práticas de ensino, ou seja, prepara o futuro professor para atuar dentro da sala de aula? Estas são temáticas que nos proporciona a fazer uma reflexão, sobre o processo de formação do professor.

Nesta perspectiva, busca-se fazer uma reflexão sobre a formação de professores, que passam por um curso de capacitação, preparação, de duração mínima de 4 anos e máxima 7 anos. De certo modo, o estudo ofertado nas instituições tem como objetivo preparar o licenciado para a atuação em sala de aula.

No entanto, a formação do professor tem se dado de maneira mecânica e repetitiva, ou seja, estão sendo formados profissionais que deixam a desejar quando se fala em novos conhecimentos e novas habilidades, dessa forma o que se vê são instituições de ensinos que não priorizam a leitura e a pesquisa, que são os principais pilares para que haja um aprendizado contínuo.

Segundo Cortella (2013) ressalta que:

Uma pessoa se forma, não apenas na conclusão de um curso, mas no trajeto de ir acrescentando habilidades, conhecimentos e capacidades – aquilo que chamamos de formação continuada. Isso se dá na escola, na leitura, nas conversas, tendo acesso às mídias e àquilo que não se sabe. (2013, p.21)

A continuação do aprendizado é uma das grandes responsáveis pelo melhoramento na prática de ensino, visto que, o futuro professor precisa ser maior do que seu orientador, ou seja, precisa supera-lo para conseguir mostrar algo novo.

Tendo em vista outros fatores que influência na formação do professor, a de se considerar às instituições de ensino superior, que durante a formação do futuro professor deve proporcionar o incentivo para a escrita acadêmica e a pesquisa, que é pouca exigida pelos professores formadores, além de, estimular o futuro professor de rever e buscar novas práticas de ensino, para a atuação em sala de aula.

Segundo Cyrino (2008), descreve que durante a formação inicial do professor de matemática, os primeiros conteúdos a serem trabalhados são os ensinados pelo professor em atuação, ou seja, são os conteúdos científico-culturais, passando depois para os conteúdos psicopedagógicos: princípios, leis e teorias, e suas aplicações que serão articuladas no estágio supervisionado.

De acordo com Gatti (2013, p. 59), o ensino superior ainda se encontra com um esquema antigo do século XX, que a “formação de professores tendentes mais a um bacharelado do que a uma licenciatura”. Neste contexto, destaca-se o modelo “3 +1”, este modelo de ensino ainda é vigente em algumas universidades do Brasil, nos três primeiro anos

é dada uma formação de teoria e no último ano a prática, de certa maneira, esses sistemas educativos ainda não passaram por uma reformulação nas instituições de ensino, a autora afirma ainda que deve haver uma “integração entre a formação disciplinar com a formação educacional e o estágio desde o início da formação acadêmica” (GATTI, 2013, p. 57).

A formação dos professores, sem dúvida, está vigente neste modelo e que as instituições de ensino precisam proporcionar uma formação em que a prática e teoria sejam vigentes desde o início do curso.

Schön (1992) citado por Pimenta e Ghedin (2013), descreve sobre suas atividades e estudos, relacionados com reformas curriculares nos cursos de formação de profissionais, sobre isso ele propõe que:

A formação dos profissionais não mais se dê nos moldes de um currículo normativo que primeiro apresenta a ciência, depois sua aplicação e por último um estágio que supõe a aplicação pelos alunos dos conhecimentos técnico-profissionais. O profissional assim formado, conforme a análise de Schön, não consegue dar resposta às situações que emergem no dia a dia profissional, porque estas ultrapassam os conhecimentos elaborados pela ciência e as respostas técnicas que esta poderia oferecer ainda não estão formuladas. (PIMENTA; GHEDIN, 2013, p.23)

Nesse sentido, percebe-se que as instituições responsáveis pelas formações tanto no ensino fundamental, como no ensino médio, além do ensino superior precisam se relacionar entre si, buscando uma interação tanto na teoria como na prática, nos três primeiros níveis de ensino.

Essas instituições não desenvolvem ações que facilite a interação de setores e/ou departamentos responsáveis, promovendo uma troca de conhecimentos e projetos que possa contribuir na melhoria do ensino, desde as séries iniciais. Isso acarretaria mudanças no processo de formação dos professores e nas estruturas escolares, além de proporcionar ao professor mudar sua maneira de trabalhar em sala de aula.

De acordo com Alonso (1999), descreve que o professor:

[...] necessita de muito mais do que a instituição para proceder à reflexão sobre a sua prática: ele precisa estar preocupado com o aluno, mais do que com o conhecimento a ser transmitido, com as suas reações frente a esse conhecimento, com os seus propósitos em termos de ensino e aprendizagem e estar consciente de suas responsabilidades nesse processo. [...] (ALONSO, 1999, p.15)

A partir dessa concepção, passa da posição de observador a posição de pesquisador que busca analisar, compreender e principalmente refletir os fatos ocorridos, dando soluções acessíveis e respostas que satisfaça sua necessidade profissional e social.

3 Professor reflexivo: prática da reflexão

É natural que todo ser humano reflita em alguma situação de sua vida, é indispensável meditar ou pensar excessivamente sobre decisões a serem executadas. A maioria das reflexões são em grande parte no começo e no fim do dia. No princípio do dia o ser humano, precisa fazer reflexões das decisões a serem tomadas e depois são feitas reflexões das ações que já foram executadas.

Dessa forma, é possível relacionar experiências como estas que são normais no dia a dia de qualquer pessoa como, por exemplo, refletir no momento da escolha de um curso. Devido ao grande número de informações e conhecimentos que entram nas ultimas décadas no sistema educativo, como por exemplo, a informática, internet, quadro magnético, além de outras ferramentas tecnológicas que vem tornando mais dinâmica a educação, foi possível haver uma melhor democratização do ensino, tendo em vista que muitas pessoas que não tinham acesso a faculdades, por exemplo, passaram a conseguir através da educação a distância.

Isso proporcionou a muitos profissionais voltados para essa área tecnológica, começaram a desenvolver novos métodos através de reflexões feitas em determinadas momentos do aprendizado. Com isso, esses profissionais passaram a exercer a prática da reflexão com mais intensidade no seu dia a dia de trabalho.

O professor tem uma grande responsabilidade, visto que, sua profissão não é um emprego, como por exemplo: uma fabrica, onde sua função é produzir os mesmos produtos todos os dias. Logo é possível perceber que o profissional com esse tipo de emprego não é levado a ter uma reflexão diária, pois trabalha como se fosse uma maquina programada para desenvolver os mesmos produtos.

Diante disso, o professor se diferencia de todas as outras profissões, justamente por isso, por não ser algo repetitivo, pois agora, não se trata de desenvolver produtos, mas, formar cidadãos. O professor desenvolve seu trabalho principalmente em sala de aula, com práticas de ensino voltadas para alunos diferenciados, de certo modo, o professor precisa ser dinâmico e desenvolver ações que lhe permitam lidar e conhecer individualmente seus alunos.

Essas ações são na verdade reflexões que devem ser feitas, antes, durante e após seu trabalho. Sobre esta concepção Perrenoud (2002) fala que:

Não há ação complexa sem reflexão durante o processo; a *prática reflexiva* pode ser entendida, no sentido mais comum da palavra, como a reflexão acerca da situação, dos objetivos, dos meios, do lugar, das operações envolvidas, dos resultados provisórios, da evolução previsível do sistema de ação. [...] Refletir durante a ação consiste em se perguntar o que esta acontecendo ou o que vai acontecer, o que podemos fazer, o que devemos

fazer, qual é a melhor tática, que desvios e precauções temos de tomar, que riscos corremos, etc. (PERRENOUD, 2002, p.30-31, grifo do autor).

Todas essas abordagens que leva-nos a uma nova concepção sobre a prática de ensino se relacionam com a formação do professor reflexivo. Desta forma, esse novo profissional tem metas ambiciosas de conseguir formar cidadãos que pensem por si mesmo, que consigam desenvolver sua própria autonomia.

Sobre este assunto Cortlella (2013, p.84) em seu livro cita Paulo Freire que utilizava muito a palavra “autonomia”, no contexto educacional, a palavra autonomia refere-se ao que faz ganhar sua liberdade, ou seja, deve ter o seu modo de pensar por si próprio, agir com consciência, aquele que age de modo educado, não aprisionado, treinado e nem domesticado, mas sim aquele que agi de maneira deliberada conforme suas decisões e seus pensamentos.

Nesse sentido para se conseguir formar cidadãos autônomos precisa-se de professores com autonomia e instituições que lhe permitam desenvolver seu próprio modo de pensar, interagindo com liberdade em todos os níveis da educação.

4 Reflexão no estágio supervisionado em matemática

O estágio supervisionado como já abordado por outros pesquisadores e estudiosos, descreve que durante a disciplina prática de ensino I, no curso de licenciatura plena em matemática, o futuro professor tem uma nova experiência ao sair do campus universitário para as escolas.

Com isso, o discente se depara com uma nova realidade de ensino, e percebe-se uma grande diversidade entre os alunos das escolas, com costumes, comportamentos e valores diferentes.

Diante deste contexto de diversidade, o professor estagiário precisa desenvolver um olhar crítico, para conseguir perceber o novo caminho e a realidade que vai fazer parte da sua profissão. Além disso, é preciso desenvolver mecanismos e ideias que visa uma melhora nessa nova concepção de ensino.

No estágio supervisionado Piconez (2002, p. 17) descreve que:

O conhecimento da realidade escolar através dos estágios não tem favorecido reflexões sobre uma pratica criativa e transformadora nem possibilitado a reconstrução ou redefinição de teorias que sustentem o trabalho do professor.

Certamente o estágio supervisionado é o momento em que os discentes, enquanto futuros professores tem a oportunidade de fazer acontecer os seus projetos, ideias,

proporcionar uma nova perspectiva sobre educação. O estágio supervisionado passa por uma nova concepção:

[...] Passa a ser um novo espaço em que o aluno possa refletir sobre situações que lhe possibilitem: conhecer a realidade complexa da Escola Pública e da sala de aula de modo geral; entender e participar das relações e tensões existentes no espaço escolar; analisar os anseios dos diversos segmentos envolvidos no processo educacional; entender qual o papel social, político, cultural e educacional que a escola desempenha na sociedade em que vivemos [...]. (NACARATO;PAIVA, 2008, p.98)

O licenciando só terá um êxito, se este passar por essas experiências, que com vivência constrói saberes necessário que ajudará em sua formação como um agente de mudanças, com uma nova concepção epistemológica, e novos conhecimentos construídos, permitidos durante do estágio supervisionado.

Nesta perspectiva, fizemos uma reflexão sobre o estágio de licenciatura em matemática, que nos permitira fazer uma análise da nossa formação acadêmica. O professor estagiário de matemática tem a função e dever de aprender a proporcionar aos seus futuros alunos o interesse de questionar e pesquisar, além de mostrar o porquê à matemática é importante para a função social.

Desenvolver um ensino que leve o despertar da curiosidade é um dos desafios impostos para os professores, conseguir introduzir a pesquisa como uma das principais ligações do aluno com o conhecimento vai possibilitar a formação de profissionais mais preparados para lidar com a docência.

Em uma palestra sobre formação de professores ministrada na 24ª Assembleia Geral, onde estavam reunidos professores, pesquisadores e doutores de vários países, que foi realizada em São Paulo (2012), o professor Mario Sergio Corlella (1954), citou que:

O verdadeiro líder não forma seguidores, formam outros líderes, quando forma outros seguidores, ficamos onde já estamos, mas quando formamos alguém que nos ultrapasse, consegue elevar aquilo que a gente precisa. (Informação verbal)

Nesse sentido o professor deve formar outros líderes, ao contrario, tudo continuará da mesma forma, assim, precisa-se buscar e criar novos métodos de ensino, possibilitando desenvolver a capacidade cognitiva do aluno, ou seja, desenvolver atividades diferenciadas para estudante que proporcionem um desenvolvimento intelectual de acordo com as condições de cada um.

Certamente, o professor estagiário durante o período do estágio em matemática conhece mais sobre seu espaço de atuação, através das experiências, das observações, das regências e das aulas prática. As experiências acabam proporcionando reflexões de como será

suas aulas, como será sua metodologia de trabalho, sua prática de ensino. Além de, se alto avaliar e rever outras indagações: o domínio de conteúdo; exposição, oralidade, noção tempo das aulas, o material de trabalho, as avaliações dos alunos, os diagnósticos a serem feitos sobre as dificuldades da turma, entre outras.

O professor como mediador, instiga os alunos com atividades que possibilita desenvolver uma aprendizagem significativa, levando os alunos a viverem experiência que desperte a curiosidade na matemática, ou seja, cativar nos aluno o desejo de explorar, comparar e analisar de forma autônoma. Deste modo, pretende-se conseguir um avanço no processo de ensino-aprendizagem, que dizer, haverá uma interação do conhecimento cognitivo. Com isso buscar fazer a diferença, comprometido com sua função, ser crítico, reflexivo, criativo e principalmente pesquisador.

5 Relato de experiência no estágio de matemática

Nesta primeira etapa do estágio supervisionado I, participamos de debates com a professora, que foram abordados diferentes temas entre eles alguns que diziam respeito: a importância da prática de ensino da matemática I para a formação do professor; o estágio nas escolas; a nossa formatura; além da defesa de TCC (Trabalho de conclusão de curso) e os possíveis temas de conclusão de curso.

Essa primeira experiência ainda em sala de aula, causou certo impacto, visto que, o final do curso é temido por muitos alunos, tendo em vista que, a finalização de uma graduação nos tira do conforto da sala e nos leva para o campo da pesquisa. Desta forma, é perceptível que a área da pesquisa é um campo pouco conhecido, não é colocada em destaque de maneira integral durante todo o curso.

Nesse primeiro momento percebemos a devida importância que a pesquisa tem não só para a conclusão de um curso, mas para toda a carreira do docente. Além disso, podemos observar que o discente pesquisador tem mais facilidade para desenvolver seu senso crítico, e sua metodologia de ensino, ferramentas que são indispensáveis para o trabalho como docente em sala de aula. Diante disso, foi possível verificar que além da falta de estrutura e a falta de investimento por parte de governos, não ocorre o devido incentivo voltado para o ramo da pesquisa.

O segundo momento, nos possibilitou lembrar os primeiros dias de aula do ensino fundamental, nos trouxe lembranças da correria, das brincadeiras, hora do recreio, da fila formada durante a merenda, dentre outras lembranças. Além disso, vimos que todos os

estudantes sobre pressão acabam tendo seus comportamentos afetados, foi o que se pode observar na hora das escolhas das escolas destinadas ao estágio de matemática.

Por um momento, alguns discentes perderam o espírito de trabalho em equipe, passaram a dar prioridade a seu próprio interesse, no intuito de conseguir realizar o estágio de maneira mais bem acessível e perto de sua residência.

Durante o estágio, começamos a compreender a tarefa árdua e difícil que teremos pela frente, estamos vivendo em uma nova geração mais tecnologia aonde as coisas acontecem rapidamente e estão em constante mudança. Não se pode negar, que a tecnologia veio para somar e trazer melhorias para o sistema educacional, no entanto, todos esses avanços tecnológicos, acabam por interferir no andamento normal de uma aula.

Esses fatos acontecem principalmente devido ao grande acesso a celulares, e a expansão da internet. Com isso, o professor precisa refletir qual o método pode utilizar para conseguir usar toda essa mudança em seu favor e no desenvolvimento de sua prática de ensino.

Durante a observação do estágio, constatamos a falta de interesse de alguns alunos pela explicação do professor ou pelo assunto em questão, verificamos também que muitos alunos estavam assistindo as aulas contra a sua vontade, permaneciam em sala de aula por outro motivo, que não era adquirir conhecimento. Mas, por outro lado, percebemos que alguns alunos tinham interesse e queriam aprender, mas, tinham serias dificuldades na compreensão dos assuntos.

Diante de tal fato, fomos informados que as dificuldades de aprendizagem dos alunos já vêm de outras séries, ou seja, alunos que já tinham ficados retidos, e transferidos de outras escolas, por repetir de série varias vezes. Além dos desestímulos de alguns professores que algumas vezes acabam por sofrer interferência extraclasse na sua prática de ensino, ou seja, alguns professores não desenvolvem uma prática de ensino para dar resultado ao ensino e aprendizagem do aluno, mas sim, em números de aprovações que venham satisfazer os grupos políticos responsáveis pelas instituições de ensino.

Ao finalizar nosso estágio, passamos por uma última experiência que foi desenvolver um seminário em grupo, em que foi possível aborda as varias linhas de pensamento relacionado à prática de ensino, a função social do ensino e as concepções sobre o processo de aprendizagem e seus instrumentos de análise.

O seminário em questão foi rico em debate que proporcionou atribuir mais a nossa formação, além disso, conseguimos entender que para exercer a profissão de professor não é preciso ter apenas o conhecimento, mas exige ter uma postura que transmita respeito e autoridade para todos os seus alunos.

Dessa forma, conseguimos observar que é preciso de uma grande força de vontade de querer mudar a concepção do aluno, para que ele não se torne alienado pelo sistema, mas desenvolver sua própria autonomia e pense por si mesmo, querendo assim o melhor no meio em que vive.

6 Considerações finais

O estágio supervisionado em matemática nos proporcionou vivenciar uma nova experiência que serviu para a construção do conhecimento e aprimoramento do saber. Durante esse período foi possível perceber que os estímulos de muitos professores em relação à educação, que visa buscar melhoras no processo de ensino, neste caso, parte de uma perspectiva a reflexão que ocorre na ação.

Quando supomos que nossas ações nos faz refletir, como futuros professores e professores de permanecer e continuar em uma mesmice, ou seja, por não haver uma esperança acaba ficando como se encontra, despreocupado, apenas fazendo o seu papel. Nessa percepção o futuro professor de matemática tem grandes obstáculos a ser percorrida em sua docência, a preocupação com uma prática reflexiva no ensino. Promovendo em si a busca pelo novo, a pesquisa, que faz abranger uma percepção aguçada da realidade de seus alunos, no contexto cultural e social.

Certamente essa mudança tem como principal objetivo a formação de futuros professores e alunos mais críticos e criativos, capazes de fazer uma alta avaliação e refletir sobre as suas decisões. Nesse sentido é preciso que o sistema educativo se interligue e proporcione uma interatividade mais completa em relação aos seus conhecimentos. Além disso, as instituições de ensino precisam priorizar os profissionais formados no meio educacional, como principais articuladores para solucionar e desenvolver projetos que visem à melhoria não só da prática de ensino, mas de todo o sistema educacional.

Referências

- ALARCÃO, Isabel – **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. 8. Ed. – São Paulo: Cortez, 2011.
- ARAMAN, Eliane M. de Oliveira – **Ensino da matemática na educação infantil: pedagogia**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.
- GATTI, Bernadete A. – **Educação, escola e formação de professores: políticas e impasses**. Educar em revista, n. 50, p. 51-67, Curitiba: editora UFPR, 2013.
- PICONEZ, Stela C. B./ FAZENDO, Ivani C. A. et al. – **A prática de ensino e estágio supervisionado**. Campinas, SP: Papirus, 1991.
- QUELUZ, Ana G./ ALONSO, Myrtes – **O trabalho docente: teoria & prática**. São Paulo: Pioneira, 1999.
- ZABALA, Antoni – **A prática educativa: como ensinar**. Tradução Ernani F. da F. Rosa – Porto Alegre: Artmed, 1998.
- NACARATO, Adair Mendes/ PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela – **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas**. – 1 ed. 1 reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- PIMENTA, Selma Garrido/ GHEDIN, Evandro – **Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito** – 7 ed. – São Paulo: Cortez, 2012.
- PERRENOUD, Philippe – **A prática reflexiva no ofício de professor: profissionalização e razão pedagógica**. Tradução Cláudia Schilling. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.
- CORTELLA, Mario Sergio – **Pensar bem nos faz bem!:** 1. Filosofia, religião, ciência e educação. – Petrópolis, RJ: Vozes; São Paulo, SP: Ferraz & Cortella, 2013.
- CORTELLA, Mario Sergio – **Pensar bem nos faz bem!:** 2. Família, carreira, convivência e ética. – Petrópolis, RJ: Vozes; São Paulo, SP: Ferraz & Cortella, 2013.



REFLEXÕES SOBRE A DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM DE POLINÔMIOS NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Thiago Jacob Maciel Modesto¹⁵

UEPA

tjmmtecno@yahoo.com.br

Maria de Lourdes Silva Santos¹⁶

UEPA

2011malu.melo@gmail.com

Ana Kely Martins da Silva¹⁷

UEPA

anakely2@yahoo.com.br

Resumo: Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um levantamento envolvendo o processo de aprendizagem de polinômios a partir da opinião de alunos de uma escola pública do Estado do Pará. Nosso problema científico: quais as dificuldades de aprendizagem de polinômios que os alunos do ensino fundamental apresentam? As informações foram produzidas no mês de junho de 2017 mediante a consulta de 100 alunos do 9º ano do ensino fundamental através da aplicação de um questionário e um teste. A sistematização das informações produzidas ocorreu por meio da construção de tabelas e gráficos estatísticos relativos a algumas questões do instrumento. Segundo a amostra de alunos, os resultados indicam que o ensino de polinômios ocorre, na maioria das vezes, pelo método tradicional. Os instrumentos para fixação dos conteúdos mais utilizados pelos docentes ainda são as listas de exercícios. E a avaliação da aprendizagem ainda ocorre, em sua maioria, por meio de provas e simulados. Concluímos que a maioria dos tópicos relacionados a polinômios, quando trabalhados em sala de aula, apresenta um alto grau de dificuldade para a aprendizagem pelo

¹⁵Estudante do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará.

¹⁶ Licenciada em Pedagogia pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Mestre em Educação pela Universidade Metodista de Piracicaba (UNIMEP). Doutora em Educação pela PUC/RJ. Professora adjunto III da Universidade do Estado do Pará (UEPA), atuando nos cursos de graduação e no Mestrado Profissional de Educação Matemática. E-mail: 2011malu.melo@gmail.com.

¹⁷ Licenciada em Pedagogia pela Universidade do Estado do Pará (UFPA). Especialista em Metodologia da Educação Superior pela PUC/MG. Mestre em Ciências da Educação Docência Universitária - IPLAC/ UEPA. Doutora em Educação pela PUC/RJ. Professora adjunto III da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Professora da FACI/DEVRY. E-mail: anakely2@yahoo.com.br.

modo que vem sendo ensinado, posto que apenas alguns tópicos foram considerados de fácil entendimento e puderam ser resolvidos diretamente no teste aplicado.

Palavras-chave: Currículo. Avaliação. Aprendizagem. Polinômios.

Introdução

Baseado em nove anos de atuação como professor da rede pública do Estado do Pará, concomitantes com 4 anos como professor nas escolas municipais de Belém, verificamos o fato de que professores de matemática encontram certa dificuldade ao introduzir um conteúdo algébrico nas séries finais do ensino fundamental. Este trabalho contribuirá como uma análise para um possível diagnóstico de sugestão com a tentativa de identificar possíveis causas que nos levará a refletir sobre tais dificuldades em relação ao estudo de polinômios no 8º ano do ensino fundamental, por razões didáticas ou epistemológicas acerca do mesmo.

É conveniente ressaltarmos que o domínio básico do conteúdo polinômios auxiliará o estudante para o estudo de conteúdos posteriores na educação básica, e, possivelmente, no ensino superior, fazendo parte do currículo de alguns cursos acadêmicos. Em concordância com Eisenberg e Dreyfus apud MORAIS, (2008, p. 61):

Os tipos de modelos de raciocínio desenvolvidos ao se trabalhar com equações polinomiais podem ser generalizados para outras situações. Através dos polinômios, podem-se introduzir noções de nível superior sobre funções. A solução de problemas que, à primeira vista, parecem não ter ligação com polinômios acaba dependendo muito deles. Os polinômios são onipresentes em matemática, e é importante que os alunos os dominem com segurança.

Mediante o que foi citado anteriormente por Eisenberg e Dreyfus apud Morais (2008), em nossa experiência em sala de aula e nas diversas dificuldades de aprendizagem que encontramos com a nossa prática, levantamos o seguinte questionamento: o que pode estar relacionado à dificuldade de aprendizagem de polinômios no 8º ano do ensino fundamental?

Tomamos como lócus uma escola pública do estado do Pará, localizada em um bairro da periferia de Belém, com uma amostra de 100 alunos matriculados regularmente no 9º ano do ensino fundamental. Essa escola funciona nos turnos da manhã, tarde e noite, atendendo aos alunos do 6º ano ao 9º ano do ensino fundamental, assim como do 1º ano ao 3º ano do ensino médio, onde os alunos, em sua maioria, circunvizinham a referida escola. O ensino

fundamental funciona nos turnos da manhã, tarde e noite, sendo que no turno da noite a escola atende a estudantes da modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA). O ensino médio está inserido nos turnos da tarde e noite, porém a escola não oferta a modalidade de EJA para alunos do ensino médio.

Quanto à autorização com a direção da escola, assim como dos pais ou responsáveis dos alunos, elaboramos um termo de Consentimento Livre e Esclarecido, onde, no mesmo, explicitamos todas as nossas intenções para com os alunos, a direção da escola e as famílias. De natureza exploratória, empírico e social, desenvolvemos uma pesquisa bibliográfica e de campo com abordagem quanto-qualitativa, onde foi aplicado aos alunos um questionário sobre as dificuldades do ensino de polinômios, e uma atividade contendo 10 questões sobre o objeto de estudo para a coleta de dados, tendo em vista que os questionários constituem um recurso essencial para compreender detalhadamente a prática que está sendo usada, visando a proposição da intervenção em trabalhos posteriores.

O currículo escolar e suas relações com o ensino e aprendizagem de polinômios

Vários fatores podem ser as causas das dificuldades de aprendizagem do aluno na aprendizagem de qualquer conteúdo escolar. Entre muitos, podemos citar o método de avaliação utilizado, a formação profissional do docente, a metodologia de ensino utilizada, questões de natureza sócio-afetiva, questões organizacionais do trabalho pedagógico, a própria apreensão por parte do aluno, entre outros (DIAS, 2003; SILVA, 2003). Porém, tais dificuldades podem também ter início em um simples documento de planejamento, que, dependendo de várias situações, pode não estar adequado a realidade vivida pelo aluno, pelo professor, ou até mesmo pela escola: o currículo escolar.

Para Mello (2014), currículo é tudo aquilo que uma sociedade considera necessário que os alunos aprendam ao longo de sua escolaridade. Para a autora, o currículo pode ser centrado no conhecimento ou no aluno. Em suas palavras:

A concepção do currículo escolar centrado no conhecimento privilegia a apropriação do patrimônio científico cultural acumulado em lugar do avanço em direção a novas descobertas e fronteiras científicas. Sua didática é frontal, expositiva e fácil de observar e de aprender, motivo pelo qual ainda predomina em muitas salas de aula. Ao longo da história, o currículo centrado no conhecimento garantiu que o legado das várias gerações fosse assimilado, preservado e transferido para uma nova geração. A vertente centrada no aluno entende que o currículo escolar deve ser constituído do conhecimento reconstruído pelo aluno a partir de suas próprias referências culturais e individuais. As muitas variantes dessa vertente têm em

comum a concepção do conhecimento como emancipação, mas diferem significativamente no que diz respeito ao papel do professor e da escola. (p. 01).

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (2016), em fase de aprovação, o currículo, quando centrado na aprendizagem, deve indicar e destacar conhecimentos e competências que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade, mesmo havendo muitas diferenças específicas de uma região para outra, ou seja, a busca é uma equidade na educação, podendo, os currículos, serem diferenciados e adequados a cada sistema, rede e instituição escolar.

A BNCC cita também no artigo 210 a abertura para regionalização, ou seja, serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais (BRASIL, 1988).

O currículo valoriza a participação do aluno ao levar em conta as necessidades, possibilidades, interesses, identidades linguísticas, etnias, culturas e gênero do estudante. A valorização do professor como facilitador ocorre quando é criado e disponibilizado materiais de orientação para o mesmo, direcionando também os professores em processos permanentes de desenvolvimento docente, que possibilitam contínuo aperfeiçoamento da gestão do ensino e aprendizagem. Processos contínuos de aprendizagem sobre gestão pedagógica e curricular são direcionados para os demais educadores, no âmbito das escolas e sistemas de ensino.

Assim entendemos que as dificuldades de aprendizagem podem ser originadas de propostas curriculares desatualizadas e fora dos contextos dos alunos.

Etapas da pesquisa e sistematização de resultados

Apresentaremos os resultados do questionário e da sequência de dez perguntas. Foi investigado no questionário uma classificação de grau de dificuldade encontrado pelos alunos em relação a alguns tópicos do conteúdo polinômios. As dez questões específicas do assunto foram abordadas posteriormente e/ou concomitantemente com o preenchimento do grau de dificuldades, conforme cada situação individualizada apresentada pelo aluno.

Vale ressaltar que houve certa dificuldade na concentração dos alunos no momento de responder ao questionário, pois, devido, possivelmente, a dificuldades em interpretação e

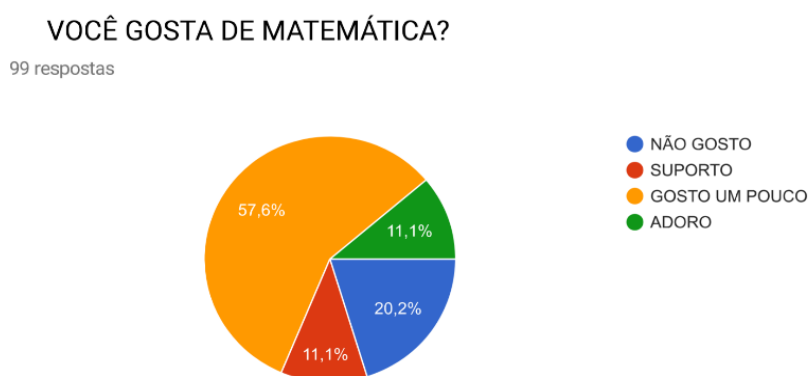
ANAIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

análise de textos simples, inúmeras dúvidas foram ouvidas e, em seguida, solucionadas de imediato no momento da execução das respostas.

Dividimos a análise em três partes. A primeira parte trata de possíveis elementos responsáveis por dificuldades de aprendizagens em qualquer conteúdo de matemática. Já a segunda parte diz respeito à opinião dos alunos sobre alguns itens do conteúdo polinômios. Finalmente, a terceira parte exibe o resultado de acertos acerca das questões apresentadas.

1ª parte – Possíveis elementos responsáveis por dificuldades de aprendizagens em qualquer conteúdo de matemática.

Gráfico 1 representando o percentual de uma amostra de 100 alunos, onde 99 responderam a alguma das quatro respostas ilustradas.

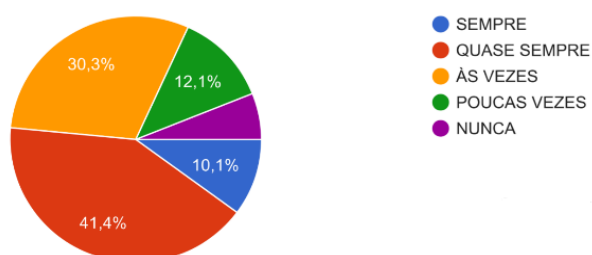


Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017.

Gráfico 2 representando o percentual de cada uma das quatro respostas de uma amostra de 100 alunos, onde 99 responderam a alguma das cinco respostas ilustradas.

VOCÊ CONSEGUE ENTENDER AS EXPLICAÇÕES DADAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA?

99 respostas

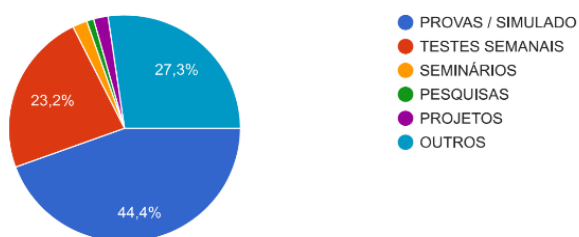


Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017.

Gráfico 3 representando o percentual de cada uma das seis respostas de uma amostra de 100 alunos, onde 99 responderam a alguma das seis respostas ilustradas.

QUAIS FORMAS DE ATIVIDADES E/OU TRABALHO O SEU PROFESSOR(A) DE MATEMÁTICA MAIS UTILIZA PARA A AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM?

99 respostas

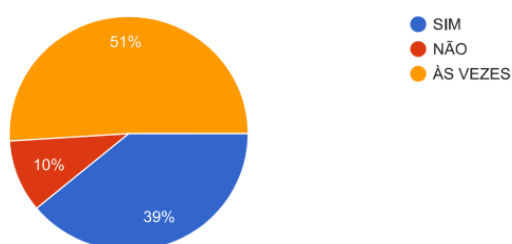


Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017.

Gráfico 4 representando o percentual de cada uma das três respostas de uma amostra de 100 alunos.

AS AULAS DE MATEMÁTICA DESPERTAM SUA ATENÇÃO EM APRENDER OS CONTEÚDOS MINISTRADOS?

100 respostas



Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017.

Gráfico 5 representando o percentual de cada uma das duas respostas de uma amostra de 100 alunos.

SEU PROFESSOR DE MATEMÁTICA DEMONSTRA DOMÍNIO DO CONTEÚDO?

100 respostas

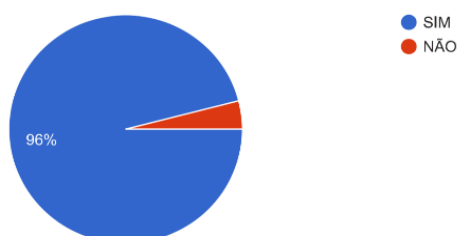
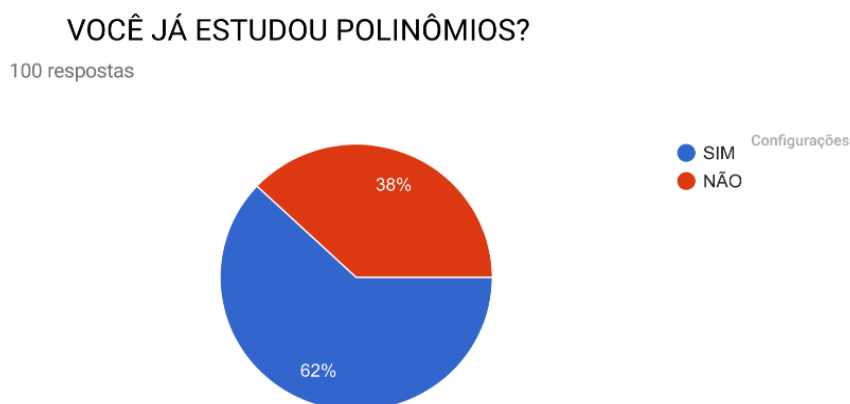


Gráfico 6 representando o percentual de cada uma das duas respostas de uma amostra de 100 alunos.



Fonte – Pesquisa de Campo, realizada em junho de 2017.

2ª parte – Opinião dos alunos sobre alguns itens do conteúdo polinômios.

A tabela seguinte mostra a opinião ou a classificação do nível de dificuldade de cada um dos 100 alunos que responderam o questionário, em relação a cada subtópico do conteúdo polinômios. As colunas que indicam o conceito indicado para cada tópico pelo aluno estão indicadas através de siglas, sendo MF indicando *muito fácil*, F indicando *fácil*, R indicando *regular*, D indicando *difícil*, e MD indicando *muito difícil*.

Conteúdo	Nunca estudou tal subtópico	MF	F	R	D	MD
Calcular o valor numérico de expressões algébricas	38%	3%	11%	25%	8%	15%
Definir polinômio	38%	5%	5%	28%	6%	18%
Efetuar a adição de polinômios	38%	4%	8%	20%	10%	20%
Efetuar a subtração de polinômios	38%	4%	9%	20%	9%	20%
Efetuar a multiplicação de monômio por monômio	38%	5%	2%	21%	10%	24%

Efetuar a multiplicação de monômio por polinômio	38%	3%	4%	20%	12%	23%
Efetuar a multiplicação de polinômio por polinômio	38%	3%	4%	17%	14%	24%
Efetuar a divisão de monômio por monômio	38%	5%	5%	18%	8%	26%
Efetuar a divisão de polinômio por monômio	38%	4%	4%	20%	7%	27%
Efetuar a divisão de polinômio por polinômio	38%	2%	3%	22%	10%	25%
Efetuar a potenciação de monômios	38%	2%	7%	18%	8%	27%
Efetuar a raiz quadrada de monômios	38%	3%	4%	17%	11%	27%

3ª parte – Resultados de acertos acerca das questões apresentadas.

A tabela seguinte mostra o percentual em relação à avaliação de acerto ou de erro de cada uma das questões que contam no teste aplicado. As classificações de avaliação são *acertou*, *acertou mais que errou*, *errou mais que acertou* e *não acertou ou não fez a questão*.

Questões	Acertou	Acertou mais que errou	Errou mais que acertou	Não acertou ou não fez a questão
Seja $A = 3x^2 + 5$. Se $x = 2$, qual o valor de A?	12%	0%	11%	77%
Seja $B = 2x - 10$. Se $x = 5$, qual o valor de B?	22%	0%	0%	78%
Sejam $A = 3x + 7$ e $B = 2x + 5$. Calcule o valor de $A + B$.	2%	4%	4%	90%
Sejam $A = 5y + 4$ e $B = 3y + 1$. Calcule o valor de $A - B$.	0%	2%	3%	95%
Determine o valor de $5x^2y \cdot 4xy^2$.	3%	1%	2%	94%
Determine o valor de $5x \cdot (2x^2 + 3x - 4)$.	1%	1%	4%	94%

Determine o valor de $(2x - 3)(3x^2y + 4x - 5)$.	0%	0%	1%	99%
Qual o valor do resultado de $(-3x^5y)^3$?	0%	0%	0%	100%
Determine o valor de $(10x^2 - 23x + 12) : (5x - 4)$	0%	0%	0%	100%
Calcule o resultado de $\sqrt{64a^2b^4c^8}$	0%	0%	0%	100%

Análise dos resultados

Segundo Vygotsky (apud MORAIS, 2008), a criança possui o conceito, mas não tem consciência do seu ato de pensamento, ou seja, teria o conceito sem consciência. Durante todo o processo de aplicação do questionário e do teste, alunos apresentaram várias dificuldades na interpretação de conceitos. Tais conceitos dependem fortemente da capacidade de utilizar vários registros de representação semiótica dos mesmos (D'AMORE, 2005, p.62).

Uma grande porcentagem de alunos que nunca estudaram polinômios, ou seja, 38% dos 100 que responderam, nos conduz ao seguinte questionamento: seria uma problemática relacionada a uma inadequação do currículo escolar? Necessitamos então de uma reorganização curricular? Estariam as políticas educacionais direcionadas para uma reorganização curricular? Infelizmente essa reorganização curricular nunca foi efetivada pelas políticas educacionais (MELLO, 2014).

Mello (2014) afirma que até hoje temos no ensino fundamental duas culturas escolares e curriculares justapostas, sendo que uma favorece os vínculos entre professor, aluno e escola; a outra estabelece padrões e os exige de todos os alunos, desconsiderando sua história escolar anterior.

Para Rodrigues (apud SILVA, 2003; TRINDADE, 2003),

Em função do fenômeno referido como influência social, alunos tendem a copiar as atitudes dos pais e dos professores em razão de os terem como modelos, ou ainda, por serem permanentemente convencidos por eles, no curso do processo de integração social, pela tentativa dos outros mudar-lhes o comportamento através da recompensa, da referência, do conhecimento, da legitimidade, da informação e da coerção. (p. 171)

Na opinião de 96% dos 100 alunos, o professor demonstra domínio do conteúdo, mas 44,4% de 99 alunos responderam que provas ou simulados ainda são os instrumentos de avaliação que o professor mais utiliza para a avaliação da aprendizagem. 51,5% de 99 alunos conseguem entender sempre ou quase sempre as explicações dadas nas aulas de matemática. São números significativos perante grandes problemáticas encontradas no dia a dia da escola pública, entre elas o fato de o que professor especialista de disciplinas tenha que trabalhar em duas, três escolas, para completar sua carga de trabalho, sem tempo para contato com os alunos (MELLO, 2014).

Para 39% desse mesmo universo de 100 alunos as aulas de matemática despertam a atenção em aprender os conteúdos ministrados, enquanto que 51% afirmaram que isso ocorre “às vezes” somente, e 10% responderam que as aulas não despertam a atenção para aprender os conteúdos ministrados na sala de aula. Vários fatores podem ser a causa do não despertar essa atenção, porém, para Santos (2008), cabe ao professor desenvolver um bom nível de motivação no aluno, condição necessária para que aconteça aprendizagem, e criar condições favoráveis à aprendizagem de cada aluno.

Nas palavras de Machado (2001, p. 57):

É muito fácil compreender a ausência de um maior interesse pela Matemática em numerosos indivíduos intelectualmente bem dotados, notáveis mesmo em suas áreas de atuação, que parecem ter poucos pontos de contato com esse assunto. Apesar de essa ser uma postura insólita entre filósofos e de ser muito difícil indicar um só setor das atividades humanas que prescindam completamente de Matemática, não é de se estranhar que a crescente fragmentação do saber em segmentos cada vez mais específicos conduza com tanta frequência tantos indivíduos a um afastamento consciente de certos assuntos. Parece razoável, no entanto, interpretar tal ocorrência como uma questão de opção entre diversas alternativas e não como um impedimento em função de uma incompetência congênita.

Eisenberg e Dreyfus (apud MORAIS, 2008, p. 59) no artigo “Os polinômios no currículo da escola média”, publicado no livro “as ideias da álgebra”, em 1988, apresentam uma preocupação com o ensino de polinômios no ensino fundamental. Esses autores apontam que, nos últimos 20 anos antes de 1988, parece ter havido uma nítida redução nos tópicos relacionados com polinômios na etapa que corresponde ao nosso ensino fundamental.

Azevedo (apud MORAIS, 2008, p. 59) afirma que as equações algébricas ou polinomiais são praticamente ignoradas nas escolas públicas. Essa falta de ajuste poderia ser incumbindo à escola, porquanto cada escola apresenta uma realidade social diferente. Isso pode ser concluído nas palavras de Gody e Santos (2012, p. 275):

Se a escola não o faz, então não vemos saída para a Babel que se tornou o desenvolvimento do conhecimento matemático nas escolas brasileiras, de um modo geral. Babel, pois os documentos curriculares oficiais propõem caminhos para se desenvolver a Matemática escolar que, muitas vezes, são dissonantes dos pretendidos pela comunidade de professores e pesquisadores do ensino da Matemática. Neste sentido, quando as portas das salas de aula se fecham, cada professor de Matemática entende ser o melhor para ele e para os seus alunos, contudo, se o professor faz ao fechar a porta da sua sala é bom ou ruim, não sabemos.

Considerações finais

No desenvolvimento desse trabalho procuramos verificar se a dificuldade de aprendizagem em relação ao conteúdo de polinômios por parte do aluno no 8º ano do ensino fundamental está ligado diretamente ao currículo escolar da referida série. Foram feitas, de forma prática e intuitiva, algumas análises com o objetivo de sugerir uma possível readequação desse currículo, de acordo com cada realidade local escolar.

No momento em que nos propusemos a realizar a pesquisa de campo nas turmas do 9º ano do ensino fundamental, tivemos uma grande preocupação quanto ao entendimento e compreensão do texto por parte do aluno, bem como quanto ao esclarecimento de possíveis dúvidas em relação a alguma linguagem matemática desconhecida dentro do conteúdo que, conforme foi verificado, muitos não haviam estudado em uma série anterior ao 9º ano do ensino fundamental.

Após a aplicação dos procedimentos iniciais de comunicação à escola e aos pais ou responsáveis dos alunos, observamos que os estudantes, em um número considerável, apresentaram dificuldades na interpretação textual de questões do questionário aplicado, bem como obstáculos didáticos para a resolução das questões relacionadas ao estudo de polinômios, onde tais dificuldades, conforme foram explanadas, podem estar relacionadas a uma distorção ou inadequação do currículo escolar em relação a cada realidade vivenciada pelo aluno ou pelo ensino de matemática no ensino fundamental. Nessas condições, simples intervenções por parte do professor pesquisador foram realizadas a título de esclarecimento, sem direcionar a qualquer tipo de tendenciosidade ou manipulação para a coleta dos dados

dessa pesquisa. Salientamos que todos os alunos se envolveram de forma satisfatória para contribuir com os resultados dessa pesquisa, embora muitos destes não relutaram em deixar de responder uma ou mais questões por motivos pessoais ou particulares em relação ao questionário e às questões propostas.

Esse trabalho nos ajuda a concluir que a nossa proposta de análise e adequação curricular a um conteúdo matemático, em especial *os polinômios*, deve a todo instante ser flexível, porquanto as realidades social, cultural e escolar de cada indivíduo e ambiente são bastante variadas, bem como complexas para que siga um único patamar definido como padrão a seguir na maioria dos ambientes de educação. Nesse sentido, acreditamos que tenhamos um ensino bem mais proveitoso e um educando bem mais envolvido e habilitado ao aprender polinômios de modo adequado ao currículo escolar condizente com uma realidade apresentada, prosseguindo assim seus estudos em séries posteriores que necessitarão tal aprendizado como requisito básico ou prévio para conteúdos programáticos consequentes.

Finalizamos com a premissa de que sempre se repense e se adeque o currículo e a avaliação à aprendizagem e ao aluno, para que todos os objetivos sejam minimamente alcançados de forma eficaz por todos os sujeitos envolvidos dentro de cada ação a se desenvolver.

Referências

BORGES, Antônio José. **Polinômios no ensino médio**: uma investigação em livros didáticos. 2007. 108 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

BRASIL. Ministério da educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Proposta preliminar. Segunda versão revista. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em:

D'AMORE, Bruno. **Epistemologia e didática da matemática**. 1ª Ed. São Paulo: Escrituras, 2005. 160 p.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris**: matemática. 8º ano. São Paulo: Ática, 2012. 312 p.

DIAS, Josete Leal; SILVA, Francisco Hermes Santos da. Obstáculos didáticos: identificação e caracterização em avaliação longitudinal. In: ARAGÃO, Rosália Maria Ribeiro de; GONÇALVES, Tadeu Oliver; GONÇALVES, Terezinha Valim Oliver (orgs.). **Formação e inovação curricular no ensino de ciências e matemática**: pesquisando ideias, saberes e processos. Belém: CEJUP ED, 2007. Cap. 6, p. 127-146.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. **O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática**. Disponível em:

<<http://periodicos.uesb.br/index.php/praxis/article/viewFile/1590/1462>>. Acesso em: 01 de julho de 2017.

HAIDT, Regina Célia Cazaux. **Curso de didática geral**. 2ª Ed. São Paulo: Ática, 1995. 328 p.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**. vol.6. 6ª Ed. São Paulo: Atual, 2001. 242 p.

JANOS, Michel. **Matemática e natureza**. 1ª Ed. São Paulo: Livraria da Física, 2010 460 p.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna**: análise de uma impregnação mútua. 5ª Ed. São Paulo: Cortez, 2001. 169 p.

MELLO, Guiomar Namó de. **Currículo da educação básica no Brasil**. Disponível em: <http://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guiomar_pesquisa.pdf>. Acesso em: 01 de julho de 2017.

MORAIS, Rosilda dos Santos. **A aprendizagem de polinômios através da resolução de problemas por meio de um ensino contextualizado**. 2008. 248 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2008.

NÉRICI, Imídeo G. **Introdução à didática geral**: dinâmica da escola. vol.1. 13ª Ed. Rio de Janeiro: Científica, 1990. 400 p.

SÁ, Pedro Franco de et al. Calculadora, atividades de redescoberta e jogos no ensino de números relativos. In: SÁ, Pedro Franco de & JUCÁ, Rosineide de Sousa (orgs.). **Matemática por atividades**: experiências didáticas bem-sucedidas. Petrópolis: Vozes, 2014. cap. 5, p. 85-95.

SANTOS, Leonor. Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In: MENEZES, Luís et al (orgs.). **Avaliação em matemática**: problemas e desafios. 1ª ed. Viseu: [s.n.], 2008. cap. 2, p. 11-35.

SILVA, Francisco Hermes Santos da; TRINDADE, Patrícia de Campos Corrêa. As atitudes dos professores das séries iniciais em relação à matemática. In: ARAGÃO, Rosália Maria Ribeiro de; GONÇALVES, Tadeu Oliver; GONÇALVES, Terezinha Valim Oliver (orgs.). **Formação e inovação curricular no ensino de ciências e matemática**: pesquisando ideias, saberes e processos. Belém: CEJUP ED, 2007. Cap. 8, p. 167-182.

VILLELA, Maria Lúcia Torres & HEFEZ, Abramo. **Polinômios e equações algébricas**. 1ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012. 269 p.



RELAÇÃO PROFESSOR – ALUNO: DIAGNOSTICO APRIORE NUMA EXPERIÊNCIA DE EXTENSÃO

Anderson Luís Rocha Torres
Universidade Federal do Pará
andersonluisrt@gmail.com

Janayna Katheleem Vilhena Ferreira
Universidade Federal do Pará
janaynakathellen@hotmail.com

Maria Eliana Soares
Universidade Federal do Pará
marianaile2011@hotmail.com

Resumo

Este trabalho tem como objetivo relatar algumas experiências como monitores voluntários do Projeto de Extensão “Ensino – Aprendizagem: rompendo velhos paradigmas em busca de novos saberes”, no que tange a nossas percepções sobre questões afetivas que interferem positiva ou negativamente para o ensino-aprendizagem de Matemática. Tais experiências desenvolvem-se no período de março de 2017 e se estenderão até março de 2018, na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professora Maria Pia Santos Amaral, numa parceria com um Projeto da escola “Tempo ocioso por tempo de aprendizagem”, considerando as relações afetivas entre professor e aluno como elemento preponderante no processo de construção do conhecimento matemático. Trata-se de um estudo de abordagem qualitativa por voltar-se para a subjetividade das relações sociais no espaço escolar. Utilizamos como instrumento de pesquisa a aplicação de questionários padronizados e observações cotidianas, pelos quais concluímos que a falta de relações afetivas e a metodologia defasada utilizada pelo professor, são alguns dos fatores determinantes do processo de aprendizagem matemática.

Palavras-chaves: Afetividade. Ensino – Aprendizagem. Matemática.

Introdução

Embora a Matemática exista há séculos no currículo escolar, ainda persiste sobre esta um mito, a ponto das pessoas a considerarem uma disciplina difícil, o que fica evidente nos altos índices de reprovação dos alunos em todos os níveis de ensino, cujo pensamento negativo se torna ainda mais presente quando as avaliações externas por meio do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas (INEP) do Ministério da Educação e Cultura (MEC), que abrange

estudantes tanto das redes públicas quanto privadas do país, das áreas rural e urbana, do 5º ao 9º ano do ensino fundamental e do 3º ano do ensino médio, mostram o IDEB baixo de muitas escolas, cujas dificuldades dos estudantes concentram-se nos cálculos matemáticos.

Dentre vários fatores que maximizam esse quadro a maneira como muitos professores se propõem a ensinar matemática, pode ser um agravante nas reprovações, causando desprazer pelo estudo da disciplina, uma vez que, a metodologia defasada contribui para que os alunos percam o interesse pelo estudo dos conteúdos matemáticos.

Arelada à forma como os professores abordam a matemática em sala de aula, a austeridade em suas posturas pode ser outro fator decisivo para o bloqueio da aprendizagem, provocando medo ou receio dos estudantes, por isso se mantêm na espreita, na defensiva, ou mesmo na indiferença.

Nesse sentido, se torna imprescindível que o professor repense suas práticas metodológicas e, principalmente, as relações afetivas, pois “Se o aluno não se sentir à vontade para aprender com o professor, é possível que tenha dificuldades em aprender qualquer coisa que emane dele” (HONDA e MARTIN, 2008, p.3). Então é necessário que o professor adote uma postura diferenciada diante dos seus alunos, de forma que desperte neles o estímulo para aprender.

“Entende-se que a escola é a continuação do lar, sendo que esta não pode se limitar a fornecer somente conhecimentos conceituais, mas contribuir para o desenvolvimento da personalidade de seus alunos em sua totalidade” (SILVEIRA 2014). Por isso é importante que haja uma relação de troca com o professor, e principalmente que essa relação seja baseada na confiança, ressaltando que questões emocionais e afetivas influenciam na aprendizagem, principalmente se tratando de matemática, que é uma disciplina que exige mais atenção dos alunos.

Partindo desse contexto, comungamos do pensar de Skovsmose (2001) que ao discutir sobre Educação matemática, sugere uma visão crítica sobre a cultura e a diversidade, considerando as condições sociais que refletem nas relações interpessoais e consequentemente influenciam no ensino da matemática. Daí o autor sugerir um ensino de Matemática numa lógica dos interesses sociais, de modo que os estudantes não só participem, mas discutam e reflitam a influência desta ciência no seu cotidiano, para tanto, um ensino descontextualizado e sem diálogo não terá sentido.

Assim, partindo de nossas percepções iniciais na E.E.E. F.M. Maria Pia dos Santos Amaral, por meio do projeto de Extensão “Ensino – aprendizagem: rompendo velhos paradigmas em busca de novos saberes”, da Universidade Federal do Pará, da Faculdade de Matemática, do Campus Universitário de Castanhal, que tem como finalidade aproximar teoria e prática por meio de atividades de intervenção a partir das tendências matemáticas. Tais percepções nos impulsionaram a indagação: que elementos são evidentes na relação afetiva-emocional entre os professores de matemática e estudantes do 8º ano?

Ao depararmos com a realidade de estudantes que não gostam das aulas de matemática sentimo-nos ameaçados e foi com esse sentimento que partimos para além dos objetivos propostos, nos debruçamos a uma busca mais delicada: a de coletar informações que contemplassem nossas curiosidades, nos propusemos a analisar elementos das relações interpessoais de professores e estudantes do 8º ano vespertino, no intuito de uma discussão teórica da realidade afetiva-emocional dessas relações.

A relevância desta experiência está na possibilidade que temos enquanto licenciandos extensionistas de aproximarmos a teoria adquirida durante a graduação da prática de sala de aula da escola básica, num processo que se constitui de pesquisa, descobertas, ensino e aprendizagens, para amadurecermos academicamente e construir nossa identidade docente.

Material e Métodos

A intervenção pedagógica ocorre com aulas ministradas semanalmente nos horários ociosos por meio de uma parceria com o projeto da escola “Ócio produtivo” visando substituir tempo ocioso por tempo de aprendizagem como estratégia para preencher o tempo livre dos estudantes.

Projetos como este, surgem com o intuito de aproximar o graduando de Matemática à realidade da educação básica e sua relação com a teoria da educação matemática, de forma que a docência vai se incorporando na formação do graduando dando consistência na sua formação para o ensino de matemática.

Para traçar estratégias que nos levassem a alcançar os objetivos do projeto, primeiro nos reunimos com o corpo docente da escola buscando entender quais as dificuldades que os alunos possuíam, após essa etapa, consultamos os alunos através de um questionário que envolvia várias questões dentre elas, dificuldades na aprendizagem dos conteúdos

matemáticos, a metodologia dos professores, os recursos utilizados, condições de ensino, e o que pensam sobre o que pode ser feito para minimizar suas dificuldades.

Delimitamos esse diagnóstico para uma turma de 8º ano composta por 45 alunos, cujo estudo deu-se com auxílio da análise do discurso que de conforme Orlandi (2009, p. 15) esse é um tipo de análise que “[...] concebe a linguagem como mediação necessária entre o homem e a realidade natural e social”. Desse modo, após a análise das respostas contidas no questionário, foi possível elaborar uma metodologia que atendesse o anseio dos alunos com relação às aulas de matemática.

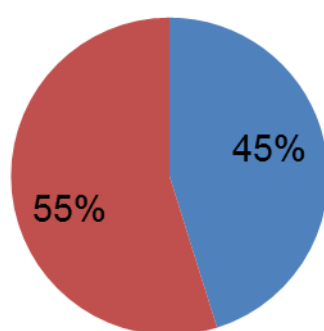
Resultados e discussão:

Começamos nossa experiência em sala de aula, aplicando um questionário de diagnóstico. Dos 45 alunos matriculados na turma, apenas 31 responderam o questionário. Após isso se iniciou a análise de dados que teve como objetivo identificar o perfil dos entrevistados. A faixa de idade variou entre 12 e 18 anos, logo após foram abordadas questões sobre repetência, sobre a aptidão para as aulas, e sobre a didática utilizada pelo professor.

Com relação ao sexo, a distribuição ocorreu da seguinte maneira:

GRÁFICO 1

■ MENINOS ■ MENINAS

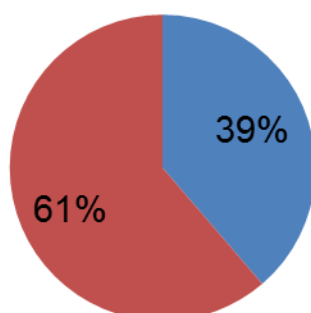


Fonte: Autores

Com relação a pergunta ”Você já repetiu de ano?”, o gráfico das respostas foi:

GRÁFICO 2

■ SIM ■ NÃO

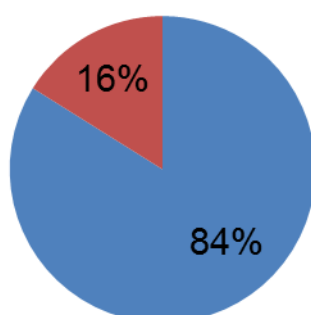


Fonte: Autores

Quando perguntados se tinham dificuldades nas aulas de matemática:

GRÁFICO 3

■ SIM ■ NÃO

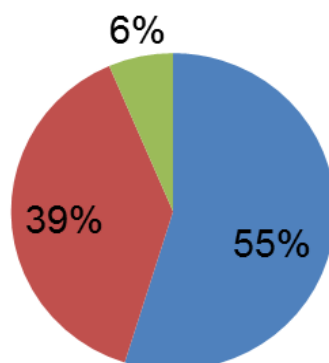


Fonte: Autores

Quando questionados sobre como eram as aulas, a metodologia utilizada pelo professor. O gráfico das respostas foi:

GRÁFICO 4

■ RUIM ■ BOA ■ EXCELENTE

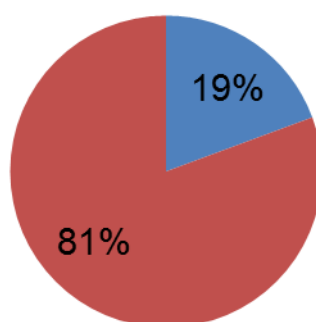


Fonte: Autores

Com relação a compreensão de conteúdos expostos em aula. Obtivemos o seguinte gráfico:

GRÁFICO 5

■ COMPREENDE ■ NÃO COMPREENDE



Fonte: Autores

Relato da experiência:

Os primeiros encontros com a turma, já foram suficientes para percebermos que os alunos eram agitados, sendo visível o quanto ficaram desconfortáveis, pois alguns até saiam da sala, principalmente porque as aulas não eram avaliativas e sim de reforço.

No decorrer das aulas, e após análise detalhada das respostas dos questionários, e até mesmo através da vivencia com alunos, ouvimos muitos relatos da forma como os professores

ministravam suas aulas, alguns relatos bons e enquanto outros nem tanto. A partir daí foi possível perceber o quão importante é a questão da afetividade na relação aluno – professor – aprendizagem.

Efeitos da má relação afetiva na aprendizagem matemática: nossas percepções

Elucidamos nossas percepções sobre nosso objeto de estudo, partindo de registros coletados nos questionários, dentre eles destacamos:

“Bom minhas aulas de matemática são boas, mas eu tenho um pouco de aprender. Pois minha professora é muito ignorante e brava. Se agente for perguntar mais de 2 vezes ela não responde.” (Registro de um aluno)

“Eu gostaria que minhas aulas de matemática fossem mais um pouco animada que a professora fizesse algumas brincadeiras”. (Registro de um aluno)

Como expressa o primeiro relato “ignorante”, “brava”, “chata”, foram alguns dos termos utilizados pelos alunos para descrever sua professora, pelos quais foi possível perceber o quanto estão insatisfeitos e desestimulados, que também definem de falta de paciência demonstrada pela docente em não explicar novamente os conteúdos quando ainda restam dúvidas.

Como elucida Freire (1996, p. 41) “Ensinar exige querer bem aos educandos”, e nesse *querer bem* estão implícitos muitos sentimentos e ações na relação afetiva, dentre elas o respeito, o cuidado e comprometimento.

Outro ponto levantado pelos alunos é a falta de animação do professor nas aulas, chegam a evidenciar a carência da ludicidade no ambiente escolar, desconsiderando a ludicidade no ambiente escolar contribui para o desenvolvimento psicológico, desenvolve os aspectos cognitivos e também contribui para o afetivo, favorecendo uma aproximação entre aluno e professor (ALVES, 2001). Tais situações relatadas apontam para a ausência da afetividade na sala de aula, o que distancia um ambiente propício para a aprendizagem.

Dantas (1992, p.65) ressalta que a afetividade influencia na construção do conhecimento, pois o tempo, no qual a aprendizagem de conteúdos se processa, depende do clima afetivo na sala de aula. O professor deve se relacionar afetivamente com seus alunos para que não se sintam desmotivados, dificultando assim a aprendizagem do mesmo.

Teóricos como Vigotsky, Wallon e Piaget produziram conteúdos de grande relevância para se entender a afetividade no processo de constituição do sujeito. Galvão (1995) afirma que o teórico Henri Wallon trouxe uma respeitosa contribuição não só para os estudos de aprendizagem, mas também para o entendimento da dinâmica vivencial do ser humano no processo de constituição da sua personalidade.

Para Maldonado (1994, p.42), o professor pode reconhecer quando um processo de construção do conhecimento está sendo efetivo, quando o mesmo se permite sentir o processo. Por isso:

“Quando o professor consegue identificar a causa do erro, ele planeja a intervenção adequada para auxiliar o aluno a avaliar o caminho percorrido. Se, por outro lado, todos os erros forem tratados da mesma maneira, assinalando-se os erros e explicando-se novamente, poderá ser útil para alguns alunos, se a explicação for suficiente para esclarecer algum tipo particular de dúvida, mas é bem provável que outros continuarão sem compreender e sem condições de reverter a situação.” (PCN, 1997, p.41).

O professor exerce uma postura que vai muito além do que tão somente repassar conhecimento, consiste em despertar no aluno por meio das relações afetivas valores e sentimentos que ajudarão na construção do conhecimento e na formação de sua personalidade.

É preciso, portanto, estar atento às reações esboçadas por seus alunos, pois elas demonstram como ele está se sentindo na sala de aula. Geralmente atitudes inadequadas e ríspidas, podem revelar problemas que vão além das fronteiras da escola.

Considerações finais

Na busca por entendermos a importância da afetividade na relação entre aluno e professor, verificamos que as relações afetivas já foram alvo de inúmeros estudos, sendo considerada como um dos fatores que mais reflete nas relações interpessoais de professores e alunos.

Desse modo, consideramos que os resultados desta experiência em curso partindo do que já existe prima por sua continuidade, na perspectiva de aprofundarmos conhecimentos na área da docência, com ênfase nas questões metodológicas e na complexidade da relação professor e aluno.

Referências

- ALVES, E. M. S. **A Ludicidade e o ensino de matemática**: uma prática possível. Campinas. São Paulo: Papirus, 2001.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/ SEF, 1997. 142p.
- DANTAS, Heloysa. **Afetividade e a construção do sujeito na psicogenética de Wallon**. In: DE LA TAILLE, Piaget, Vygotsky e Wallon: teorias psicogenéticas em discussão. São Paulo: Summus, 1992.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e terra, 1996.
- GALVÃO, Isabel. **Henri Wallon: uma concepção dialética do desenvolvimento infantil**. Petrópolis, RJ; Ed. Vozes, 1995. 134p.
- HONDA, Adriana M. C. MARTIN, George F. S. (2008) **A importância dos laços afetivos na relação ensino e aprendizagem dos conteúdos de matemática**. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/22408.pdf>>. Acesso em: 06 de jun. de 2017.
- MALDONADO, Maria Tereza. **Aprendizagem e afetividade**. Revista de Educação AEC, v.23, n.91, p.37-44, 1994.
- ORLANDI, E. P. **Análise de Discurso**: Princípios e procedimentos. Pontes, 2009.
- SILVEIRA, Elisete Ávila da. (2014) **A importância da afetividade na aprendizagem escolar: O afeto na relação aluno-professor**. Disponível em: <<https://psicologado.com/atuacao/psicologia-escolar/a-importancia-da-afetividade-na-aprendizagem-escolar-o-afeto-na-relacao-aluno-professor>>. Acesso em: 07 de jun. de 2017.
- SKOVSMOSE, Olé. **Educação Matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001. 160p.



RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO ADITIVO: RELATO DE MA EXPERIENCIA COM OS DISCENTES DO CURSO DE PEDAGOGIA

Letícia Rocha Sales

Universidade do Estado do Pará

leticiasaless@gmail.com

Thays de Almeida Miranda

Universidade do Estado do Pará

thaysssmiranda@gmail.com

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará

rosejuca@gmail.com

RESUMO

O objetivo deste trabalho é relatar o desenvolvimento de uma oficina de resolução de problemas do campo aditivo junto a 3 professores em formação inicial do curso de pedagogia da Universidade do Estado do Pará. A oficina foi oferecida pelo grupo de pesquisa em Educação matemática – GPEMAT da Universidade do Estado do Pará e teve como objetivo discutir sobre resolução de problemas do campo aditivo com os professores em formação inicial do curso de pedagogia. Para a realização da oficina realizamos um levantamento sobre os objetivos de aprendizagem, o conceito de problema e resolução de problema, discussão sobre campo conceitual abordada por Vergnaud (1990) e campo aditivo, e em um segundo momento, elaboramos atividades para compor a oficina. Durante a realização da oficina observamos que os participantes mostraram um grande avanço, pois perceberam que é necessária, a priori, a posse conceitual sobre a resolução de problemas do campo aditivo para assim partir para as metodologias de ensino, situação está que antes da oficina estava invertida, com isso, os participantes aprenderam a explorar os diferentes tipos de situações que envolvem o campo aditivo.

Palavras-chave: Formação de Professores. Professores dos anos iniciais. Ensino de matemática. Resolução de problemas. Campos aditivos.

1. Introdução

A resolução de problemas é uma metodologia de ensino de Matemática muito eficaz, pois envolve uma mobilização à busca de saberes. Nessa busca, o aluno aprende a montar estratégias, raciocinar logicamente e verificar se sua estratégia é válida, o que colabora para um amadurecimento do seu pensamento matemático, além disso, há muitos anos a resolução de problemas é vista como uma metodologia para dinamizar o ensino da Matemática.

Os estudos que envolvem resolução de problemas aditivos nos anos iniciais apontam uma série de dificuldades. No entanto a atenção dos professores dos anos iniciais precisa estar voltada para a análise dos problemas, mas também, para a resolução dos alunos. Segundo Aquino et Al. (2014), as crianças se utilizam de desenhos para representar as suas resoluções, destacam ainda que mesmo pequenas, as crianças conseguem interpretar os problemas ainda que de maneira intuitiva. Sendo assim, desde muito novas podem ser submetidas à resolução de problemas, cabe aos professores auxiliar nas interpretações e dar a liberdade do aluno de resolver da melhor maneira que lhe for possível, seja com desenhos ou com os algoritmos.

A discussão sobre a resolução de problemas aditivos nos anos iniciais aparece indicada nos PCN, Brasil (1998) e também no documento da Base Nacional Comum Curricular – BNCC que está em fase de aprovação. Na qual esta discussão aparece desde o 1º ano ao 5º dos anos iniciais, e tem como objetivo geral levar os alunos a resolver e elaborar problemas de adição e subtração. Desta maneira, os professores polivalentes precisam desenvolver de forma eficaz o trabalho com resolução de problemas para melhor compreensão dos alunos, pois o que se tem percebido é uma dificuldade dos alunos dos anos iniciais quando se trata de resolver problemas, e isso é apontado nos estudos de Vergnaud (1990), Sá (2004), Aquino et Al (2014), Nunes et Al (2005) e Etcheverria (2010).

Neste contexto, desenvolvemos uma oficina com os professores em formação inicial do curso de pedagogia com o objetivo de oferecer discussões sobre a resolução de problemas aditivos de forma a contribuir com as lacunas deixadas na formação desse professor, pois nos cursos de formação de professores dos anos iniciais, talvez devido ao pouco tempo dado a formação, os professores não tenham como desenvolver um estudo mais efetivo de como ensinar de forma eficaz os alunos dos anos iniciais a resolver problemas, pois como afirma Nacarato (2013), as professoras que são formadas nos cursos de pedagogia tem uma formação inicial generalista, com algumas disciplinas voltadas aos conteúdos específicos, mas com uma carga didática reduzida, o que não lhes possibilita uma sólida formação conceitual. Assim, o

objetivo deste trabalho é relatar o desenvolvimento de uma oficina de Resolução de Problemas do Campo Aditivo, desenvolvida em março de 2017, junto aos professores em formação inicial do curso de pedagogia da Universidade do Estado do Pará.

2. Referencial Teórico

Os estudos de Vergnaud (1990), Sá (2008), Aquino et Al (2014), Nunes et Al (2005) e Etcheverria (2010), abordam as dificuldades em resolução de problemas que são apresentadas pelos alunos dos anos iniciais, dificuldades estas relacionadas muitas vezes a estrutura semântica dos problemas.

O estudo de Vergnaud (1990) sobre os campos conceituais aborda a importância de se perceber os diversos conceitos que constroem um campo conceitual que está envolvido nas atividades matemáticas. Assim para Vergnaud (IBID), campo conceitual é um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados. Vergnaud (IBID), apresenta dois grandes campos conceituais, o da estrutura aditiva e da estrutura multiplicativa. Vergnaud (1990) define como campo conceitual das estruturas aditivas o conjunto das situações cujo tratamento implica em uma ou várias adições, ou subtrações, e o conjunto de conceitos e teoremas que permite analisar essas situações como tarefas matemáticas. Tais conhecimentos são essenciais para se compreender a estrutura semântica dos problemas. Assim sendo, o conhecimento está constituído de campos conceituais cujo domínio por parte do sujeito ocorre ao longo do período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem. (VERGNAUD, 1990, P. 38).

Os conceitos de adição e subtração envolvem e são envolvidos por situações, estruturas, operações de pensamento e representação que se relacionam entre si. Adição e subtração fazem parte de um mesmo campo conceitual denominado *campo aditivo*.

Os problemas do campo aditivo são aqueles que envolvem o raciocínio aditivo, ou seja, envolve a ideia adição e subtração e seus diferentes significados, tais como: composição (juntar e separar), comparação (comparar e completar) e transformação (acrescentar e tirar).

Nunes et Al (2005) destacam que o raciocínio aditivo se baseia na coordenação de três esquemas de ação: juntar, separar e colocar em correspondência um a um. Dessa forma, o raciocínio aditivo refere-se a situações que podem ser analisadas a partir de um axioma

básico: o todo é igual à soma das partes. Sendo assim, se queremos saber o valor do todo, somamos as partes; se queremos saber o valor de uma parte, subtraímos a outra parte do todo; se queremos comparar duas quantidades, analisamos que parte da maior quantidade sobra se retiramos dela certa quantidade determinada. Por essa razão, diz-se que o invariante conceitual do raciocínio aditivo é a relação parte-todo.

O estudo de Sá (2004) discute os tipos de pensamentos para os problemas aritméticos. Problemas que envolvem o pensamento aritmético e o pensamento algébrico. No qual o pensamento aritmético são aqueles problemas que, em sua resolução operacional, não são usadas de maneira implícita ou explícita as propriedades aditivas da igualdade. Sendo assim, temos uma operação do tipo $4 + 5 = ?$, onde a operação feita será de adição. E o pensamento algébrico que são aqueles problemas em que, na sua resolução operacional, são usadas de maneira explícita ou implícita as propriedades aditivas da igualdade. Desta forma, temos uma operação do tipo $3 + ? = 2$. Neste caso, teremos a utilização da operação de subtração. (SÁ, 2004)

Em relação a resolução de problemas e dificuldades dos alunos, o estudos de Etcheverria (2010), os alunos devem estar preparados para além de resolver operações numéricas, conseguir resolver situações problemas que envolvam vários níveis de dificuldades.

Também Aquino et Al (2014), destacam que as crianças se utilizam do desenho como forma de representar suas soluções. Assim, segundo as autoras, as crianças, mesmo pequenas, são capazes de buscar estratégias pessoais para resolver os problemas, lançando mão, de modo criativo, de diferentes representações para os objetos envolvidos na questão.

Em suma percebemos que a compreensão da estrutura semântica dos problemas aritméticos da estrutura aditiva é importante para o professor, pois essa compreensão possibilita uma melhor habilidade para construir juntamente com seus alunos uma resolução de problemas do campo aditivo.

3. **Desenvolvimento da Oficina de Resolução de Problemas de Campo Aditivo**

A oficina denominada *Resolução de problemas aditivos nos anos iniciais*, ofertada pelo Grupo de Pesquisa em Educação matemática – GPEMAT da Universidade do Estado do Pará teve por objetivo promover uma discussão sobre o conceito de resolução de problemas, mais precisamente sobre campos aditivos e quais metodologias utilizar nos anos iniciais. A

justificativa para o desenvolvimento da oficina é que acreditamos que o melhor entendimento do professor em formação terá um reflexo positivo ao exercer a profissão.

A oficina ocorreu no laboratório de educação matemática na Universidade do Estado do Pará, no dia 02 de março de 2017, com duração de três horas, na qual participaram três alunos de pedagogia em formação inicial. A oficina constou de quatro momentos, no primeiro momento nos detemos aos objetivos de aprendizagem de cada ano dos anos iniciais, em segundo se promoveu uma discussão sobre resolução de problemas, em terceiro foi explicado o conceito de campos aditivos segundo Vergnaud (1990) e fizemos a diferenciação entre problema aritmético e algébrico segundo Sá (2004), em um quarto momento, houve a socialização, após serem mostradas as resoluções por crianças, de que maneira as professoras em formação poderiam resolver as situações problemas pensando como a criança pensaria.

No primeiro momento, houve as apresentações e fizemos um questionamento aos participantes “O curso de pedagogia aborda estudos sobre resolução de problemas do campo aditivo?” As respostas dos sujeitos participantes nos revelaram que o estudo da disciplina números e operações tem um foco maior na discussão das operações e que mesmo este estudo se deu em um tempo relativamente curto, e que a parte que envolvia adição e subtração não foi estudada com afinco. *“Acredito que como já sabemos somar e subtrair, não foi visto de maneira detalhada. Mas é importante saber com mais clareza, pois vamos ensinar.”* – (relatou uma aluna que participou da oficina)

Foi possível perceber um grande interesse dos participantes em formação inicial que estavam na oficina, foram muito participativos e aceitaram o desafio de aprender a matemática de um jeito diferente: desta vez com o conteúdo detalhado e relacionando com metodologias para serem usadas no ensino. Visto que muitas vezes só é estudado as metodologias e o ensino do conteúdo fica deficiente.

Após isto, nos detemos a explicar os objetivos de aprendizagem que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), apresenta para que os formandos pudessem perceber o que deveriam trabalhar em cada ano e ter clareza do que está ensinando. No caso da resolução de problemas do campo aditivo, na BNCC assim como nos PCN, Brasil (1998), se encontra desde o 1º ano dos anos iniciais, desta forma, o aluno tem contato com a resolução de problemas do campo aditivo desde o início da escolarização.

Em um segundo momento, iniciamos as discussões teóricas sobre a estrutura semântica da resolução de problemas, na qual tomamos como base os estudos de Vergnaud (1990) e Sá (2004). Ao final, percebemos que os participantes ficaram surpresos e relataram

que não tinham conhecimento dos conceitos discutidos. Como mostra o relato de um participante.

Não sabíamos que havia essa diferenciação, simplesmente pensamos que tudo é pensamento aritmético. (RELATO DE UM PARTICIPANTE)

No terceiro momento, foram dadas algumas situações problemas para que os participantes pudessem analisar os tipos de problemas discutidos.

Os tipos de problemas do campo aditivo são os problemas de composição, e transformação e de comparação. Os problemas de composição podem envolver situações em que o todo e uma das partes são conhecidos, sendo necessário determinar a outra parte. As situações de transformação envolvem um estado inicial, uma transformação por ganho ou perda, acréscimo ou decréscimo e um estado final. E nas situações de comparação não há transformação, uma vez que nada é tirado ou acrescentado ao todo ou às partes, mas uma relação de comparação entre as quantidades envolvidas.

Propomos que eles se reunissem e analisassem situações problemasque envolviam os diferentes tipos de problemas do campo aditivos segundo Vergnaud, e também situações problemas que envolviam o pensamento aritmético e algébrico, e assim diferenciasssem os tipos de pensamento envolvido em cada situação problema. Então solicitamos que apresentassem a semelhança referente ao problema, a operação envolvida (adição ou subtração). Ao final, cada participante escolheu duas questões e foram resolver no quadro para que pudessem discutir sua resolução.

Nas resoluções apresentadas, foi possível perceber que eles conseguiram entender o que foi discutido e fazer a diferenciação dos diferentes problemas apresentados.

Problema 1: Em um vaso há 8 rosas, 3 são vermelhas e as outras são amarelas. Quantas rosas amarelas há no vaso?

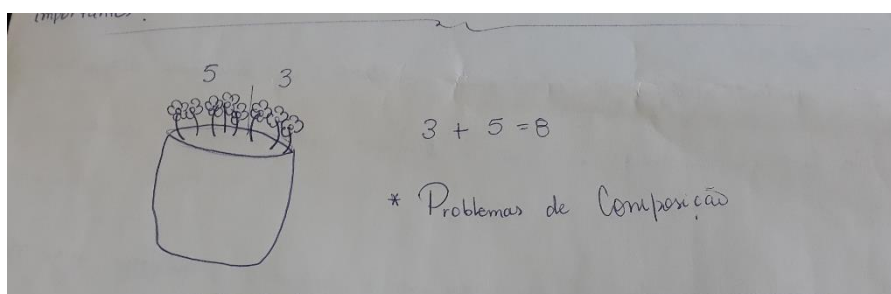


Figura 1 resposta do participante

fonte: protocolo dos participantes

Problema 2: Maria tinha uma certa quantidade de bombons, em um jogo ganhou 6 bombons de seu irmão e perdeu 3 bombons para seu primo. Qual a situação de Maria ao final do jogo?

A handwritten solution on a piece of paper. It shows the equation $? + 6 - 3 = 3$ and to the right, the text "* Problemas de Transformação".

Figura 2 resposta do participante

fonte: protocolo dos participantes

Problema 3: Aninha tem 3 pacotes de figurinhas. Ganhou 4 pacotes da sua avó. Quantos pacotes tem agora?

A handwritten solution on a piece of paper. It shows three groups of three small squares (representing figurines) followed by a plus sign, then four more small squares, followed by an equals sign and seven small squares. Below the first group is the number '3' and the word 'Figurinhas'. Below the second group is the number '4' and the word 'Figurinhas'. Below the third group is the number '7' and the word 'Figurinhas'. To the right of the equation, it says "* Transformação Simples".

Figura 3 resposta do participante

fonte: protocolo dos participantes

Os participantes fizeram as classificações que foram apresentadas segundo o estudo de Vergnaud, apresentando as resoluções dos diferentes tipos de problemas e suas classificações quanto ao seu tipo, sendo de comparação, transformação ou composição. Também foi proposto que os participantes apresentassem suas resoluções acerca dos dois tipos de problemas, sendo eles aritméticos ou algébricos, além de apresentar a sentença e o procedimento de como esse tipo de problema poderia ser apresentado ao aluno.

Problema 4: João tem 7 carrinhos e José tem 4 carrinhos. Quantos carrinhos João tem a mais do que José?

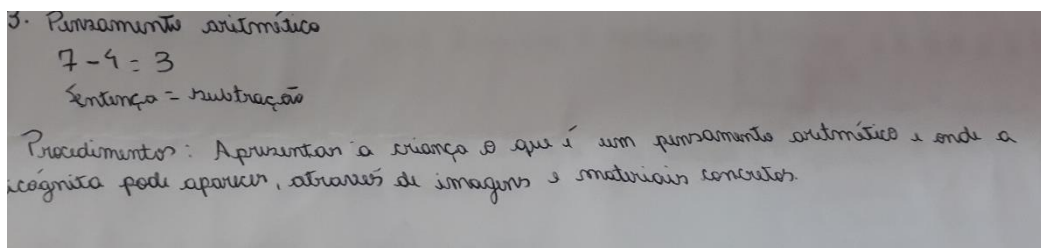


Figura 4 resposta do participante

fonte: protocolo dos participantes

Problema 5: Aninha tinha 5 bombons. GANHOU mais alguns bombons de Júlia. Agora Aninha tem 8 bombons. Quantos bombons Aninha ganhou?

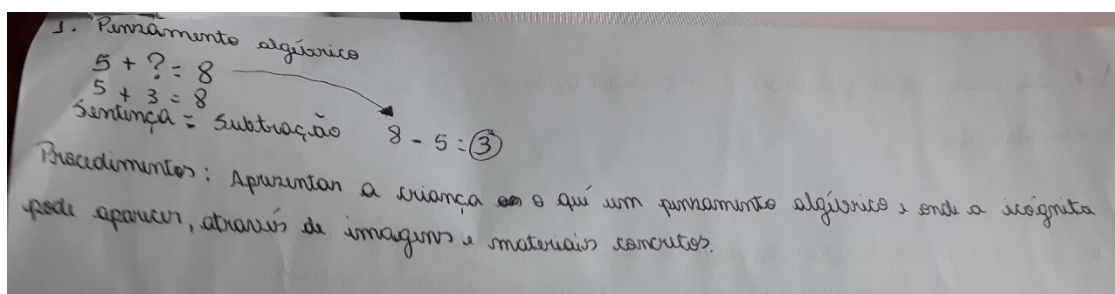


Figura 5 resposta do participante

fonte: protocolo dos participantes

No último momento, houve a socialização. Na qual colocamos outra lista de problemas como proposta para os participantes responderem pensando como as crianças pensariam, e obtivemos respostas com desenhos, palitinhos para contagem, e todas as repostas muito criativas. Após isto, cada um expôs aos outros para que cada um pudesse observar a resolução do outro.

Ao final da oficina, perguntamos de que maneira a oficina estaria colaborando para os participantes, e então uma obtivemos alguns relatos, dos quais temos este como exemplo:

“Nunca tive contato dessa maneira com o conteúdo em questão, após a oficina acredito que será possível abordar com mais facilidade as resoluções de problemas com os alunos, e também, conseguiremos interpretar o pensamento do aluno em cada resolução”.

Para finalizar, fizemos uma breve revisão sobre o que havíamos visto, perguntando aos participantes sobre campo conceitual aditivo E resolução de problema.

Por fim, agradecemos a participação de todos, explicitando nossa satisfação em recebê-los e parabenizando pela busca pelo aprimoramento profissional. Visto que muitos professores não se preocupam em procurar conhecimentos fora da Universidade, acreditam que ali na sala de aula já irão aprender tudo o que é necessário para ensinar. No entanto,

sabemos que ensinar é uma tarefa árdua, vamos lidar com pessoas de diferentes jeitos e que cada um irá ter um caminho para aprender melhor determinado assim. Caso só saibamos ensinar de uma maneira, iremos atingir apenas uma parte de nossa turma, enquanto o objetivo é que todos os alunos consigam entender de maneira eficaz. Mas também ouvimos os relatos de agradecimento pela oportunidade em participar de nossa oficina, o que nos deixou muito feliz, pois é muito bom perceber que a oficina foi importante e que conseguimos atingir o nosso objetivo: trabalhar resolução de problemas do campo aditivo com professores em formação inicial.

4. Considerações Finais

O objetivo desse trabalho era relatar o desenvolvimento de uma oficina de Resolução de problemas do campo aditivo, desenvolvida junto aos professores em formação inicial do curso de pedagogia da Universidade do Estado do Pará.

No decorrer da oficina, ouvimos os relatos dos participantes que em relação aos conhecimentos sobre resolução de problemas aditivos nos anos iniciais, no modo em que foi visto durante a oficina, não foi visto por eles. Não sabiam os conceitos e como abordar isto com as crianças, tampouco como as crianças iriam responder aos problemas que lhes foram expostos, mas que ficou bem esclarecido ao final.

Em relação à atividade de socialização, foi possível perceber o grande interesse em compartilhar com os outros a forma de resolução, além disso, o interesse em pensar como a criança pensaria, sendo as resoluções não apenas em cálculos, mas também por meio de desenhos.

Ressaltamos ainda que, pelos relatos dos participantes, podemos inferir que antes da oficina eles não tinham conhecimentos sobre no que de fato consiste a ideia de problemas do campo aditivo e o que significa resolver problemas. Demonstraram não ter familiaridade com os conceitos abordados, deixando clara a necessidade de buscar conhecimento não apenas na Universidade.

Por fim, percebemos que a oficina surtiu efeitos positivos, pois os participantes conseguiram observar a importância de resolução de problemas aditivos para os anos iniciais, visto que é um assunto abordado desde o 1º ano, e dessa forma poderiam trabalhar de forma dinâmica em sala de aula com os alunos e desenvolver a habilidade de ler e interpretar os problemas expostos buscando metodologias e procedimentos para apresentar os diferentes tipos de problemas em sala de aula. Os participantes agradeceram pela oportunidade de

aprender, visto que esses conceitos não foram apresentados a eles em sala de aula. Para nós que seremos futuros professores, pudemos perceber o quanto podemos contribuir de forma positiva para a melhoria do ensino de matemática nos anos iniciais.

5. Referências

BRASIL, Ministério da Educação. **BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR**. 2ª versão revista (proposta preliminar). Distrito federal – Brasília, 2016.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: MATEMÁTICA** (1º, 2º, 3º, 4º e 5º Ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1997.

ETCHEVERRIA, T. C. **Investigando o Campo Aditivo em problemas elaborados por professoras dos anos iniciais**. ENEM, 2010.

NACARATO, A. M. O grupo como espaço para aprendizagem docente e compartilhamento de práticas de ensino de matemática. In: NACARATO, A. M. (ORG). **Práticas docentes em Educação Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. Curitiba, PR: Appris, 2013.

NUNES, T. et al. **Educação Matemática: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

SÁ, P. **Uma distinção entre problemas aritméticos e algébricos**. Revista Educação em Questão, Natal, v. 33, n. 19, p. 253-278, set/dez. 2008.

VERGNAUD, G. **A teoria dos campos conceituais**. Investigação em Didáctica Matemática, 10 (23): p. 133-170, 1990.



SABERES DOCENTES: A FORMAÇÃO DA IDENTIDADE PROFISSIONAL DO FUTURO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Teaching Knowledge: the Formation of the Professional Identity of the Future Teacher of Mathematics

Ariana Dos Santos Paes¹
Universidade do Estado do Pará
arianapaes1@gmail.com

Eliana Lopes Cunha²
Universidade do Estado do Pará
e.eliana2016@gmail.com

Sandra do Socorro de Miranda Neves³
Universidade do Estado do Pará
sandrasmneves@yahoo.com.br

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo refletir sobre os saberes docentes como proposta para a melhoria de ensino e a influência desse saber para a construção de identidade profissional do professor de matemática na perspectiva de reconhecer na disciplina de Estágio Supervisionado a importância da observação no ambiente escolar como ensino pedagógico para o futuro professor de matemática. A proposta do presente artigo destaca a importância da construção de identidade do futuro professor de matemática durante a formação docente inicial e/ou continuada e na sua trajetória de vida pessoal e profissional, abordando o saber docente em práticas pedagógicas do professor e buscando subsídios para atuar como docente.

PALAVRAS-CHAVES: Saberes Docentes. Identidade Profissional. Estágio Supervisionado. Formação Docente.

ABSTRACT

This work aims to reflect on the teaching knowledge as a proposal for the improvement of teaching and the influence of this knowledge to the construction of professional identity of the mathematics teacher with the perspective of recognizing in the subject of supervised internship the importance of observation in the school environment as teaching pedagogy for the future teacher of mathematics. The proposal of the presente article emphasizes the importance of the construction of the identity of the future teacher of mathematics during the initial and/or continuing teacher formation and in his personal and professional life trajectory, approaching the teaching knowledge in pedagogical practices of the teacher and seeking subsidies to act as a teacher.

KEYWORDS: Teacher Knowledge. Professional Identity. Supervised Internship. Teacher Training.

INTRODUÇÃO

Este trabalho é uma pesquisa teórica e de campo, com intuito de refletir o fazer docente, acerca dos saberes docentes, como perspectiva de ensino no exercício da função do professor de matemática no ensino fundamental e reconhecer a importância da disciplina de estágio supervisionado durante sua formação inicial.

Compreendendo que o ensino tem como uma das principais características, o preparativo de novas gerações para áreas profissionais que exigem agilidades, competências e habilidades, os docentes são levados a refletir sobre suas percepções e práticas pedagógicas.

Segundo Francisco Imbernón (2006), a função do professor precisa passar por uma redefinição, o docente deve possuir novas competências profissionais no campo do conhecimento pedagógico, científico e cultural. Assim, abrindo espaço para o ajuste de diferentes estratégias de formação e novas concepções da função do docente nesse argumento. Dessa maneira, será oferecido espaços de participação pelo professor, reflexão e formação para os educandos, promovendo relações sociais entre professor e aluno.

Atualmente, observa-se que cada vez mais o trabalho dos profissionais de educação tem exigido que os professores contenham um “conhecimento próprio” do seu fazer docente. Segundo Tardif (2014), esse conhecimento deve ser adquirido no exercício de sua profissão como professor, mas antes é preciso compreender que nas turmas que lecionar existe uma heterogeneidade de alunos, pessoas de famílias diferentes, com religiões diferentes, isso significa valores diferentes e comportamentos diferentes. Dessa forma, cabe ao professor adequar o conhecimento que esses alunos trazem para dentro da sala de aula com o conhecimento que é oferecido de acordo com suas necessidades.

A Educação Matemática deve sempre está voltada para investigações no campo de estudo com pesquisas referentes aos afazeres e saberes dos professores que atuam no âmbito escolar. A partir desse pressuposto, decidimos realizar uma observação de campo sobre os saberes e à formação dos professores que ensinam Matemática nas series do Ensino Fundamental e a importância do estágio supervisionado na licenciatura em Matemática. Além de analisar a prática pedagógica existente no campo de atuação do docente, temos o alvo para melhor reflexão das cavidades existentes nessa área de pesquisa.

Com tal finalidade, escolhemos a obra publicada pelo filósofo e sociólogo canadense Maurice Tardif, da Universidade de Montreal, que tenta responder em seu livro as questões relacionadas à formação docente, nomeada *Saberes Docentes e Formação Profissional*.

A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA DURANTE O ESTAGIO SUPERVISIONADO

A experiência de estágio é de suma importância para a formação inicial do futuro professor de matemática, sabendo que cada vez mais são exigidos profissionais com competências, habilidades e bem qualificados. Nas instituições, seja pública ou privada, o discente de licenciatura se depara com o conhecimento pedagógico, sendo muitas vezes, difícil de relacionar a parte teórica com a prática se o aluno não compartilhar momentos dentro da realidade em sala de aula.

Essas experiências têm como objetivo investigar e refletir as atividades desenvolvidas na disciplina de matemática na qual é importante conhecer no período de graduação, pois é neste momento que os futuros docentes vão ter contato com situações concretas de ensino e após a observação buscar contribuições para atuar enquanto professores de matemática.

[...] ao transitar da universidade para a escola e desta para a universidade, os estagiários podem tecer uma rede de relações, conhecimentos e aprendizagens, não com o objetivo de copiar, de criticar apenas os modelos, mas no sentido de compreender a realidade para ultrapassá-la. Aprender com os professores de profissão como é o ensino, como é ensinar, é o desafio a ser aprendido/ensinado no decorrer dos cursos de formação e no estágio. (LIMA & LIMA, 2013, p.308)

Para Tardif (2002), o estágio supervisionado constitui uma das etapas mais importantes na vida acadêmica dos alunos de licenciatura e, cumprindo as exigências da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), a partir do ano de 2006 se constitui numa proposta de estágio supervisionado com o objetivo de oportunizar ao aluno a observação, a pesquisa, o planejamento, a execução e a avaliação de diferentes atividades pedagógicas; uma aproximação da teoria acadêmica com a prática em sala de aula. (SCALABRIN & MOLINARI, p. 3)

Por intermédio disso, o estágio é um momento que pode levar o discente a identificar novas e diferentes estratégias para resolver problemas que muitas vezes ele pode encontrar no exercício de sua profissão.

Nesse sentido, este trabalho promove a importância das experiências durante a disciplina de estágio supervisionado nas universidades ou em outras instituições dos desafios e as contribuições compartilhadas durante a realização do estágio nas licenciaturas. Sendo a disciplina como o primeiro contato no âmbito escolar, considerando o estágio supervisionado uma etapa significativa no processo de formação docente e um momento para novos conhecimentos e aprendizagens.

Os estudos que estão sendo feitos e que vem sendo discutidos apontam o estágio supervisionado como a base para a formação de professores, é durante a observação que se pode reunir um conjunto de elementos para serem discutidos e analisados. Repensando sempre e buscando novas maneiras que venham enriquecer futuramente a carreira quanto docente.

Ação do educador pode ser associada a atividade do artesão, isto é, a atividade de alguém, que: 1) possui uma ideia, uma representação geral do objetivo que quer atingir; 2) possui um conhecimento adquirido e concreto sobre o material com qual trabalha; 3) age baseando-se na tradição e receitas de efeito comprovado específicas a sua arte; 4) age fiando-se também em sua habilidade pessoal, e, finalmente, 5) age guiando-se pela sua experiência, fonte de bons hábitos, isto é, de “maneiras-de-fazer”, “truques”, de “maneiras-de-proceder” comprovadas pelo tempo e pelos êxitos sucessivos. (LIMA, 2013, p.308).

Desta forma a teoria e a prática se relacionam, pois, sem o conhecimento teórico não se pode exercer a prática, o professor precisa ter a sala de aula como um espaço de aprendizagem contínua onde ele possa tecer os saberes ensinando e aprendendo. As experiências adquiridas durante este processo são indispensáveis para a formação inicial do professor, a partir disso o docente passa a ter uma visão ampla da escola do seu contexto social, administração da sala de aula e a utilização de métodos eficazes que venham contribuir para o desempenho de sua função.

A PESQUISA

Desse modo ao realizarmos nosso estágio tivemos uma visão geral do dia a dia em sala de aula e o que antes não parecia ser de grande importância, compreendemos como é importante o estágio supervisionado no trabalho docente. Observamos a metodologia de dois professores de matemática, um ao transpor seu conhecimento se portou de forma segura e com boa comunicação, relacionando a sua explicação com o que os alunos convivem no cotidiano e essa interação com os alunos mostrou resultados, pois até mesmo os que estavam dispersos começaram a participar resolvendo suas atividades. O professor sempre fazendo perguntas buscando envolvê-los para que cada um compartilhasse suas dificuldades.

O outro professor observado ao expor o conteúdo ministrou sua aula com clareza, porém teve muita dificuldade em manter a organização da sala, chamava atenção da turma a todo instante demonstrando preocupação com o aprendizado dos mesmos, teve alunos que estavam dispersos sentados em cima das mesas e que não mostravam interesse algum pelas atividades, o professor se dirigia de forma respeitosa aos alunos, mas não tinha a reciprocidade.

Diante do exposto vale ressaltar que o professor trabalha com alunos de diferentes personalidades, poucos com vontade de aprender e muitos que não mostravam interesse algum. Não se pode esquecer que ainda existe as velhas práticas de ensino tradicionais que deixam o ensino da matemática exaustivo. E ainda percebemos que para haver um bom relacionamento do professor com os alunos a matemática deve ser ensinada de forma descontraída que venha suavizar o seu ensino, mas não deixando sua seriedade.

A FORMAÇÃO DOCENTE E A IDENTIDADE PROFISSIONAL DO PROFESSOR

A formação profissional inicial e continuada de professores são de suma importância para o desenvolvimento durante a carreira como profissionais da educação. A educação matemática tem sido marcada por intensas discussões de estudiosos e investigadores visando pesquisar a formação e o desempenho profissional do professor que ensina matemática. Busca-se, diante casulos que são encontrados no panorama da educação de matemática, construir uma identidade própria que endosse as atividades dos professores levando em conta a prática pedagógica diferenciada em sala de aula que surgirão no exercício docente.

Segundo Deus (2010), o exercício da profissão como professor serão identificadas as identidades individual, coletiva e profissional necessárias ao desenvolvimento do papel docente. E ao se tratar sobre identidade diz

[...] como sendo um conjunto de caracteres próprios e exclusivos de uma determinada pessoa. Este conceito, entretanto, está ligado às atividades da pessoa, à sua história de vida, ao futuro, sonhos, fantasias, características de personalidade e outras características relativas ao indivíduo. A identidade permite que o indivíduo se perceba como sujeito único, tomando posse da sua realidade individual e, portanto, consciência de si mesmo. Este conceito sempre tem preocupado o homem, desde os gregos antigos. A identidade não é só o que a pessoa aparenta, ela agrupa várias ideias como a noção de permanência, de pontos que não mudam com o tempo. (NUNES, 2011, p. 14)

Para Deus (2010) o nome da “pessoa, parentescos, nacionalidade, impressão digital e outras coisas que permitem a distinção de uma unidade” são propriedades de identidade que são impossíveis de alterar (DEUS, 2010, p.1). Essas características que constituem a identidade são construídas do “ser próprio”, formando ao longo do tempo características próprias, definindo a si mesmo.

De acordo com Pimenta (2012, p. 19) a identidade

[...] não é um dado imutável. Nem externo, que possa ser adquirido. Mas é um processo de construção do sujeito historicamente situado. A profissão de professor, como as demais, emerge em dado contexto e momento históricos, como resposta a necessidades que estão postas pela sociedade, adquirindo estatuto de legalidade. Assim, algumas profissões deixaram de existir e outras surgiram nos tempos atuais. Outras adquirem tal poder legal que se cristalizam a ponto de permanecerem com práticas altamente formalizadas e significado burocrático[...]. Essas considerações apontam para o caráter dinâmico da profissão docente como prática social. É na leitura crítica da profissão diante das realidades sociais que se buscam os referenciais para modificá-la.

Podemos dizer então, que a identidade do professor é construída através de experiências familiares, sociais, religiosas, culturais, a própria carreira docente incluindo até mesmo suas dificuldades encontradas em sala de aula. Não somente sendo considerado os conhecimentos adquiridos na sua formação inicial como discente, mas envolve toda uma história de vida dele.

De acordo com Pimenta (2012), a identidade profissional do professor no exercício de sua profissão como ser socialmente e profissionalmente contextualizado, pode inovar em estratégias de uma nova prática pedagógica e com a mobilização dos saberes experienciais que “se propõe a mediar o processo de construção de identidade dos futuros professores” (PIMENTA, 2012, p. 20). Ainda afirma que com as exigências sistematizadas pelas redes de ensino, o professor necessita aperfeiçoar sua prática de ensinar para as necessidades formativas que colaborem para o processo de aprendizagem.

A partir dessas exigências, Pimenta (2012) afirma que

“[...] identidade profissional se constrói, pois, a partir da significação social da profissão; da revisão constante dos significados sociais da profissão; da revisão das tradições. [...] de práticas consagradas culturalmente e que permanecem significativas. Práticas que resistem a inovações porque preches de saberes válidos às necessidades da realidade. Do confronto entre as teorias e as práticas, da análise sistemática das práticas à luz das teorias existentes, da construção de novas teorias. Constrói-se, também, pelo significado que cada professor, enquanto ator e autor, confere à atividade docente no seu cotidiano a partir de seus valores, de seu modo de situar-se no mundo, de sua história de vida, de suas representações, de seus

saberes, de suas angústias e anseios, do sentido que tem em sua vida o professor. ”
(PIMENTA, 2012, p. 20)

As identidades profissionais do professor não são características que se possui e nem pode ser resumida no que estuda na graduação, mas é algo que se desenvolve e que este profissional carrega ao longo da vida. As suas experiências de vida vão sendo produzidas de acordo com sua trajetória, tanto profissionais quanto pessoais, e cada conhecimento adquirido é um aprendizado que pode ser positivo ou negativo, mas não deixa de contribuir para a sua identidade, os erros levam o indivíduo a refletir e melhorar suas atitudes.

Paganini (2002) afirma que o processo de construção da identidade profissional do professor é composto por muitas dificuldades. Ressalta que

“ A afirmação de uma identidade profissional é algo relativamente novo entre os próprios docentes, talvez porque historicamente estereotipou-se a ideia de que o professor, em especial o das séries iniciais, assim como a escola é uma extensão da família e, portanto, o (a) professor (a) uma “segunda mãe” que deve dedicar-se com afinco a cuidar do seu filho e zelar pelo bem do mesmo. ” (NUNES, 2011, p. 16)

Além disso, existe uma grande barreira entre professor e aluno no espaço escolar. Ao se tratar de matemática, consideramos a dificuldade de grande parte dos alunos no aprendizado, podendo perceber que as relações são bem difíceis pois os alunos associam o professor com a disciplina. A disciplina de matemática é vista por muitos discentes como uma disciplina de difícil compreensão e assimilação e, muitas vezes por ser transmitida de forma mecânica acaba se tornando exaustiva e enfadonha para o aluno. O professor deve ter o conhecimento de alunos diferentes com dificuldades diferentes dentro de sala de aula, cabendo ao mesmo relacionar o que já sabe com aquilo que é vivido.

Para Tardif (2014), a formação inicial e/ou continuada dos professores para o desenvolvimento dos saberes docentes para um ensino necessário devem ser adquiridos através que estes relacionem a sua experiência de vida e profissional.

“ Saber ligado às funções dos professores[...]é um saber prático[...]é um saber interativo, mobilizado e modelado[...]é um saber sincrético e plural[...]é heterogêneo[...]é um saber complexo, não analítico, é um saber aberto, poroso, permeável[...]é personalizado[...]é um saber existencial[...]é pouco formalizado[...]é temporal evolutivo e dinâmico[...]por fim é um saber social. ” (VIEIRA & BRASILEIRO, p.109)

Nesse sentido, Tardif (2014) afirma que existe diversos saberes relacionados ao fazer do docente, mas é nos saberes experienciais que os professores constroem e reconstróem ao longo de sua trajetória praticas pedagógicas de qualidade, pois é no exercício de sua função que os professores decidem a melhor estratégia diante as necessidades apresentadas em sala.

SABERES DOCENTES NA FORMAÇÃO PROFISSIONAL DO PROFESSOR

Pesquisadores em Educação Matemática apontam para uma investigação de novas metodologias, compreensão da pratica pedagógica do professor sobre a formação docente, ideias e práticas reflexivas sobre a ação docente, destacando a importância dos saberes profissionais. Levando isto em consideração, o professor, em sua carreira profissional, constrói e reconstrói seus conhecimentos conforme a necessidade na e sobre a prática, constituindo a partir de uma reflexão sobre suas experiências profissionais com o intuito de, suprir as necessidades da sociedade e promover um ensino de qualidade.

Para Tardif (2014), “ a relação dos docentes com os saberes não se reduz a uma função de transmissão dos conhecimentos já constituídos. Sua prática integra diferentes saberes, com os quais o corpo docente mantém diferentes relações. ” (TARDIF, 2014, p. 36). Assim, o professor deve relacionar os saberes constituídos durante sua formação inicial e/ou continuada e experiencias de vida, tanto profissionais quanto pessoais, com seu trabalho docente.

Segundo Tardif (2014), o saber docente “é um saber plural, formado pelo amálgama, mais ou menos coerentes de saberes oriundos da formação profissional e de saberes curriculares, disciplinares e experienciais” (TARDIF, 2014, p.36). Isso é, não se abrevia o saber a processos da atividade cognitiva do indivíduo, mas é ainda um saber social, que aparece nas relações entre docentes e discentes. Afirma que

“ Os professores, em suas atividades profissionais, se apoiam em diversas formas de saberes: o saber curricular, proveniente dos programas e dos manuais escolares; o saber disciplinar, que constitui o conteúdo das matérias ensinadas na escola; o saber da formação profissional, adquirido por ocasião da formação inicial ou contínua; o saber experiencial, oriundo da prática da profissão, e, enfim o saber cultural herdado de sua trajetória de vida e de sua pertença a uma cultura particular, que eles partilham em maior ou menor grau com os alunos.” (OLIVEIRA, p. 58).

Para Tardif (2014), os professores constituem relações com esses saberes. O saber para formação profissional é “ o conjunto de saberes transmitidos pelas instituições de formação de professores. O professor e o ensino constituem objetos de saber para ciências humanas e para ciências da educação” (TARDIF, 2014, p. 36). Nesse saber que o professor, na sua formação inicial, compreende a importância de sua licenciatura para a aprendizagem, com estudos teóricos a respeito de sua didática, identidade profissional e formação docente enquanto discente.

O saber disciplinar “ correspondem aos diversos campos do conhecimento, aos saberes de que dispõe a nossa sociedade, tais como se encontram hoje nas universidades, sob disciplinas, no interior de faculdades e de cursos distintos” (TARDIF, 2014, p. 38). Esse saber, nas instituições públicas ou privadas do ensino superior, é o conhecimento transmitido nas graduações que são divididos em etapas com disciplinas específicas que contém na grade curricular de cada curso, seja ela regular ou modular, diferenciando o conteúdo programático pela área do conhecimento.

O terceiro saber para Tardif (2014), o saber curricular, são os que “ correspondem aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos a partir dos quais a instituição escolar categoriza e apresenta os saberes sociais por ela definidos e selecionados como modelos da cultura erudita e de formação para a cultura erudita” (TARDIF, 2014, p. 38). Para este saber, cada instituição constitui planejamentos particulares que os professores concretamente devem aprender e aplicar com essa sistematização que a escola impõe.

De acordo com Tardif (2014), existem vários saberes, mas destaca os “saberes experienciais” que “os próprios professores, no exercício de suas funções e na prática de sua profissão, desenvolvem saberes específicos, baseados em seu trabalho cotidiano e no conhecimento de seu meio” (TARDIF, 2014, p. 38-39). É nesse saber que o professor convive momentos sólidos, conhecendo o ambiente da sua área, a partir disso, relacionando com o que planeja dentro da sala com o que se vive fora.

O pensamento pedagógico de Tardif (2014), procura entender a formação do professor acerca de uma visão dos saberes constituídos desde antes sua formação como profissional ou durante o curso na graduação relacionando-os com a experiência de prática pedagógica no desenvolvimento do ensino aprendizagem. Assim, o saber docente é um “ conjunto de saberes atualizados, adquiridos e necessários no âmbito da prática da profissão docente e não provêm das instituições de formação nem dos currículos” (TARDIF, 2002, p. 48-49).

Ao longo dos anos, a profissão aperfeiçoa tanto a identidade do professor quanto a sua forma de trabalho. As aprendizagens profissionais são temporais, o professor aprende a trabalhar dentro de sala de aula desenvolvendo saberes experienciais que são construídos durante a vida e a trajetória da carreira como profissional, valorizando o instrumento pedagógico para tais relações estabelecidas no cotidiano.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Assim, compreende-se que o período de estágio deixa muitas indagações do ofício de ensinar e conviver com a realidade que os circunda, sendo um momento de reflexão que permite o educando refletir a cerca de determinados assuntos não só dentro da sala de aula como em todo o ambiente escolar, ver o que pode melhorar nas suas práticas pedagógicas e buscar novas estratégias que contribua para sua carreira quanto docente.

Ao que se refere a identidade profissional do professor é possível que o mesmo construa e reconstrua a sua própria identidade considerando que cada um age de acordo com suas necessidades e com as mudanças do meio em que vive, assim, desenvolvendo sua carreira profissional e possibilitando uma boa atuação no exercício de sua função.

O saber docente por sua vez vai além de uma formação acadêmica pois é no exercício da docência que o professor adquire diversos tipos de saberes sendo que a partir da construção do saber experiencial é possível retraduzir os outros saberes, cada saber tem seu papel, mas os que são mais valorizados pelos professores são os adquiridos na prática.

Neste sentido, é necessário formar professores que tenham a missão de refletir e analisar criticamente sobre a prática educativa que estejam dispostos a assumir posturas diferentes em relação ao ensino de matemática, visando a sala de aula como um espaço que nutre diferentes tipos de relações e aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. Ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.
- PIMENTA, S. G. **Saberes pedagógicos e atividade docente**. (org). – 8. Ed. – São Paulo: Cortez, 2012.
- PEDROSA, E. M. P.; LEITE, L. S.; ARAGÃO, R. M. R. **Formação Profissional Do Professor De Matemática: saberes essenciais que emergem de relatos docentes**. Revista de Educação em Ciências e Matemáticas V.8 – nº 16 - jan. 2012 / jun. 2012, p.159 -173.
- SILVA, E. L. **Formação de Professores de Matemática e Modelagem Matemática: Mudanças na Prática Pedagógica e no Desenvolvimento Profissional**. FMU, Brasil.
- NUNES, C. M. F. **Saberes Docentes e Formação de Professores: Um Breve Panorama da Pesquisa Brasileira**. Educação & Sociedade, ano XXII, nº 74, abril/2001
- CRESCENTI, E. P. **A Formação Inicial do Professor de Matemática: Aprendizagem Da Geometria e Atuação Docente**. Práxis Educativa, Ponta Grossa, PR, v. 3 , n. 1 , p. 81 - 94, jan.-jun. 2008.
- NUNES, I. C. **A Formação da Identidade Profissional do Professor de Matemática**. UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA. 2011
- BERNARDY, K. PAZ, D. M. T. **Importância do Estágio Supervisionado para a Formação de Professores**. UNICRUZ. 2012
- SCALABRIN, I. C. MOLINARI, A. M. C. **A Importância da Prática do Estágio Supervisionado nas Licenciaturas**. UNAR
- LYRA, P. V. MARUCHI, V. H. **A Importância do Estágio Supervisionado para o Ensino de Biologia: um Relato de Experiência**. UEM
- SOUZA, C. S. **Estágio Supervisionado: Desafios e Contribuições no Processo de Formação Docente**. Universidade Federal do Maranhão – UFMA
- OLIARI, F. A. S. TENROLLER, R. M. ROQUETTE, R. F. NEZ, E. **Refletindo sobre a Identidade e a Formação do Professor da Educação Superior**. Faculdade de Sinop – FASIPE, em Sinop/MT.
- PIMENTA, S. G. **Formação de Professores - Saberes da Docência e Identidade do Professor**. Nuances - Vol. III - setembro de 1997



TECNOLOGIA: SOFTWARE BÁSICO PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO.

Marcelo Freire de Almeida

UEPA

Marcelo2705freire@hotmail.com

Matheus Costa da Conceição

UEPA

Matheuscosta12.mc@gmail.com

RESUMO

A grande expansão tecnológica exige cada vez conhecimentos específicos na área da computação, assim sendo necessário o desenvolvimento de caminhos que leve o homem a se adaptar e usar de maneira correta os diversos recursos tecnológicos. As escolas procuram cada vez mais introduzir conhecimentos específicos a área computacional, para que seus alunos sejam preparados para a sociedade moderna. Porém, nem todos os caminhos são competentes no seu objetivo, pois é necessário estudo aprofundado antes de tornar teorias de ensino uma prática em sala de aula. A lógica empregada no desenvolvimento de programas em geral é uma fonte rica de ensino, onde o raciocínio lógico do aluno pode ser explorado e lapidado. Levar o aluno a desenvolver programas básicos, como é possível dentro do Software Excel, desperta nele um raciocínio mais puro e exato. Procurando usar esse recurso que está presente no Excel, foi desenvolvido o Mat-XC. Este software é desenvolvido a partir de códigos básicos e simples, que podem ser ensinados aos alunos. O Mat-XC é um game de perguntas e respostas relacionados a Matemática, desenvolvido dentro do Excel, onde haverá questões puras e contextualizadas, procurando aproximar o aluno do universo matemático. Cada pergunta exige que o aluno calcule mentalmente o resultado, sem o auxílio de elementos exteriores. Cada resposta certa valerá dez pontos, e cada resposta errada valerá menos cinco pontos. A pontuação será somada automaticamente pelo sistema. No final do jogo será exibido uma frase para o participante, e esta frase será gerada de acordo com o total de pontos alcançados. Para que o software seja aplicado é necessário um computador por aluno. Esse game tem o objetivo de aguçar o raciocínio do aluno, além de aproxima-lo do mundo tecnológico.

Palavras-chaves: Matemática; Software; Raciocínio lógico; Tecnologia.



UM DIAGNÓSTICO DE DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DE POLIEDROS SEGUNDO DISCENTES

João Nazareno Pantoja Corrêa

Universidade do Estado do Pará

joaonpcorrea@hotmail.com

Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará

2011malu.melo@gmail.com

Ana Kely Martins da Silva

Universidade do Estado do Pará

anakely2@yahoo.com.br

Resumo: No artigo são apresentados resultados de um estudo diagnóstico que teve como objetivo analisar dificuldades de aprendizagem manifestadas por aluno do Ensino Médio, mediante o estudo de Poliedros. Os procedimentos metodológicos perpassaram pela elaboração de um questionário socioeconômico que dentre outras informações procurou saber como estava ocorrendo o aprendizado de Geometria Espacial, especialmente aos problemas dos estudantes em aprender poliedro, tendo em vista os resultados em matemáticas e suas tecnologias destacados pelo ENEM no ano de 2016. Em junho de 2017, realizamos um trabalho de campo onde foi aplicado um questionário para uma amostra de 100 alunos do 3º ano do Ensino Médio da rede pública estadual do município de Igarapé-Miri/Pará. Os resultados indicaram que as dificuldades podem ser reflexo do pouco tempo dos alunos dedicado aos estudos referentes a Matemática. Concluímos que são muitas as dificuldades dos alunos da amostra quando se trata da aprendizagem de geometria, com destaque para o assunto Poliedro. Inferimos que metodologias de ensino e de avaliações tradicionais adotadas por muitos professores de matemática, somadas a falta de interesse particular de muitos alunos em estudar continuamente, podem ter influenciando nas dificuldades apresentadas pelos discentes.

Palavras-chaves: Educação. Ensino. Aprendizagem. Matemática. Estudo de Poliedros. Avaliação.

1. Introdução

O processo de ensino-aprendizagem de matemática tem sido discutido ao longo do tempo, bem como as habilidades que devem ser essenciais para formação educacional discente de maneira efetiva, e consequentemente as metodologias que devem ser utilizadas neste processo pelos parâmetros destacados no currículo, tendo em vista as dificuldades que estes demonstram no desenvolvimento de alguns conteúdos da disciplina em questão, como mostram os resultados processo avaliativos nacionais, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Neste contexto, o uso de novas metodologias e formas de avaliação em sala de aula fazem-se necessárias utilizando novos recursos que busquem minimizar as dificuldades de aprendizagem de determinados assuntos pelos educandos.

O processo de aprendizagem de geometria, de modo geral, ou seja, nos vários níveis educacionais são notórias as dificuldades no entendimento de conceitos estudados e suas respectivas aplicabilidades no dia a dia do educando, demonstrando a carência talvez de metodologias que proporcionem a minimização deste problema, uma vez que a aprendizagem que valoriza a mecanização de exercícios e conjunto de regras que devem ser obrigatórias, ainda é muito utilizada nas metodologias, somado a uma desvalorização do ensino de geometria em comparação a outros conteúdos por docentes de matemática na atualidade.

Porém, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, citam a geometria como uma parte fundamental do currículo, na obtenção do pensamento espacial da sociedade em que vive, propondo que a geometria proporcione problemas do cotidiano, pois esta é uma excelente ferramenta para materializar conceitos matemáticos (BRASIL, 2006).

Desse modo, tendo em vista as dificuldades de aprendizagem dos discentes diante dos conteúdos de geometria, buscamos verificar quais as principais dificuldades existentes relacionadas aos Poliedros, um conteúdo de geometria espacial do ensino médio, com objetivo de realizar um possível diagnóstico da aprendizagem durante o processo segundo os discentes.

Para tanto, realizamos uma pesquisa com um total de 100 alunos que cursam o 3º ano, e duas escolas do ensino médio da rede pública estadual do município de Igarapé-Miri/Pará, no mês de junho de 2017, onde aplicamos um questionário e um teste, os quais obtemos dados que foram devidamente tabulados, transformados em gráficos e quadros, e que demonstraram a comprovação das dificuldades de aprendizagem no processo de ensino de geometria a partir do ensino de Poliedros na visão dos discentes.

Nas seções que seguem, buscaremos realizar algumas discussões sobre as dificuldades no ensino de poliedros, a partir de tópicos que tratam do ensino de Geometria Espacial, como

se apresenta currículo e a geometria de modo geral, a avaliação em matemática, a metodologia realizada nesta pesquisa, a análise dos resultados obtidos e as considerações finais da pesquisa.

2. O Ensino de Geometria Espacial

A definição de ensino, segundo as ideias de Ponte (2002, p.02), vai muito além de uma simples aplicação de metodologias pré-definidas numa forma unilateral, "trata-se de uma atividade intelectual, política e de gestão de pessoas e recursos". E são essas as necessárias constantes nas avaliações e reformulações durante suas práticas docentes, oportunizando os discentes a obtenção de resultados almejados, mas para sua efetivação, existe a necessidade de compreender as dificuldades bem como propor uma maior proximidade com seus educandos.

A geometria é uma excelente ferramenta para materializar conceitos matemáticos, pois considera o espaço em volta do educando, podendo desse modo formalizar matematicamente a realidade contribuindo com a construção de capacidades e habilidades intelectuais, como destacam Costa, Bermejo e Moraes:

O estudo da Geometria Espacial é de suma importância para o desenvolvimento da capacidade de abstração, resolução de problemas práticos do cotidiano, estimar e comparar resultados, reconhecer propriedades das formas geométricas (COSTA, BERMEJO E MORAES, 2009, p.1).

As dificuldades existentes na construção de novos conceitos em Matemática por alunos principalmente quando estes necessitam de conceitos elementares da Geometria Espacial tem sido objeto de estudos de diversas pesquisas (BRANCO, 2011; VILADETI, 2009; VIANA, 2005), e assim entendemos que o ensino deve ser seguido de metodologias que busquem minimizar essas dificuldades.

Desse modo, a Geometria Espacial é de grande relevância para o desenvolvimento cognitivo efetivo humano, uma vez que permite a abstração imprescindível para construção lógica e espacial de propriedades que levam a solução de situações-problemas do cotidiano do discente, e o grande desafio do ensino segundo Fonseca (2005), é a transição de uma representação concreta para a mental, para uma ampliação e sistematização do conhecimento do educando para a identificação das características da geometria que o cerca. Porém, para que essa abstração e conseqüentemente transição explicitada tenha condições de ocorrer é

necessário um Currículo de matemática que possibilite esse processo, como veremos a seguir isso nem sempre ocorreu trazendo consequências negativas para o ensino.

3. O Currículo e a Geometria

Ao buscar ensinar a geometria, na atualidade, nós enquanto docentes deveríamos ser levados a analisar e repensar o currículo e os fins do ensino da matemática, uma vez que este é de extrema relevância, por se tratar de uma ciência que influenciou e influencia significativamente toda a sociedade em que vivemos. Para Rico (1997), as finalidades da educação matemática são cruciais para o desenvolvimento do currículo desta disciplina no sistema educacional. Percebemos isso, ao definirmos currículo como o que uma determinada sociedade avalia primordial para ser aprendido por alunos no decorrer de sua escolaridade. A relevância da geometria foi reconhecida e destacada nos parâmetros curriculares nacionais, como segue:

A geometria constitui a parte mais importante do currículo matemático do aluno, pois através do estudo, o aluno desenvolve um pensamento espacial, que possibilitará a compreensão do mundo onde vivemos. São estas ideias as principais norteadoras da presente abordagem. (BRASIL, p. 57, 1998)

A intenção do currículo é trazer propostas no que diz respeito a maneira de entender o conhecimento, interpretar a aprendizagem, colocar em prática o ensino e valorizar a utilidade do domínio dos aprendizados realizados, essas propostas levam ao estabelecimento de dimensões culturais, formativas ou cognitivas, políticas e sociais, as quais são primordiais em se tratando de currículo e sua reflexão de organização, mesmo essas não apontando seu conteúdo de forma explícita, a partir delas chegamos a uma possível estruturação dos fins da educação matemática (Rico, 1997).

As metodologias indicadas pelos PCNs para o ensino-aprendizagem de geometria, bem como aos outros conteúdos, estão ligadas ao aprendizado ativo e interativo, onde mencionam a inserção de atividades lúdicas, onde os discentes sintam-se instigados pelo jogo do conhecimento e não somente pelos outros participantes, propondo que o discente tenha um aprendizado ativo, onde seja protagonista do processo educacional e não paciente deste.

Os PCNs, afirmam ainda, que devem ser utilizados também situações problemas do cotidiano nos quais os alunos sejam confrontados como estratégia de ensino, uma vez que estes já possuam condições educacionais necessárias para chegarem a suas respectivas soluções, dando a oportunidade do discente da realização da experimentação que conduza a

descoberta. Sobre importância da conexão da geometria com o cotidiano do discente Fonseca afirma que:

É possível e desejável, todavia, que o argumento da utilização da Geometria na vida cotidiana, profissional ou escolar permita e desencadeie o reconhecimento de que sua importância ultrapasse esse seu uso imediato para ligar-se a aspectos mais formativos. (FONSECA, 2005, p. 93).

Em um trabalho envolvendo a geometria idealizado por docentes da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), segundo Fonseca et al. (2002, p. 91), foi verificado que muitos professores em exercício, não relacionam questões práticas durante estar lecionando o referido conteúdo, a respeito disso as autoras comentam que:

A preocupação em resgatar o ensino da geometria como uma das áreas fundamentais da Matemática tem levado muitos professores e pesquisadores a se dedicarem à reflexão e à elaboração, implementação e avaliação de alternativas, que busquem superar as dificuldades não raro encontradas na abordagem desse tema, na escola básica ou em níveis superiores de ensino.

Desse modo, podemos perceber que apesar de todas essas orientações curriculares, muitos educadores durante o ensino de geometria não se preocupam em trabalhar esses conteúdos seguindo tais orientações, o que pode levar o discente a dificuldades na aprendizagem de conceitos, tendo em vista que estes não podem ser vistos apenas como um conjunto de regras que os discentes deverão apenas memorizar, levando a aplicação sem a compreensão significativa do processo de ensino-aprendizagem ocasionando os baixos rendimentos educacionais comprovados em processos avaliativos nacionais, como veremos a seguir nos resultados do Exame Nacional do Ensino Médio de 2016.

4. A Avaliação em Matemática

A importância da avaliação em matemática e sua influência no processo de ensino-aprendizagem é extremamente relevante, uma vez que possui dois objetivos, o primeiro de ser um instrumento de diagnóstico da aprendizagem matemática dos educandos e, ao mesmo tempo, o segundo de ser uma espécie de indicador dos caminhos que devem ser traçados e percorridos durante o já referido processo, lembrando que “o processo avaliativo está presente em toda a prática pedagógica do professor mesmo sem clareza de se constituir avaliação” (GITIRAN APUD SILVA, HOFFMANN E ESTEBAN, 2003, p.1).

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que avalia os conhecimentos dos discentes ao término do ensino médio, servindo hoje como processo seletivo que possibilita o ingresso em Instituições de Ensino Superior (IES) públicas e privadas, demonstrou através do

relatório do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP, que se referiu a aplicação do exame no ano de 2016 (ENEM, 2016), que exatamente 5.734 candidatos obtiveram a nota zero em Matemática e suas tecnologias, evidenciando as dificuldades de educandos em vários conteúdos matemáticos como a Geometria Espacial.

Com base nesses resultados do ENEM 2016, verifica-se um rendimento baixíssimo do que era esperado, o que demonstra que o ensino de geometria, bem como todo o processo de educacional, deve ser profundamente analisado e investigado na busca de um possível diagnóstico de dificuldades, para que desse modo possa ocorrer uma tomada de decisão eficaz e significativa na reversão desse quadro atual educacional, uma vez que:

As formas de avaliação dominantes influenciam fortemente o estilo de ensino e de aprendizagem podendo, em última análise, perverter um processo de renovação ao nível dos objetivos e dos métodos. Este tema é de grande atualidade num momento, como aquele que vivemos, de reforma global do nosso sistema de ensino. Considera-se pois, aqui e agora, que a avaliação escolar em Matemática constitui um problema... que é preciso enfrentar. (ABRANTES, 1988, p. 29)

Esse cenário de fraco desempenho em Matemática, e consequentemente de Geometria pelos alunos, é resultado, em muitos casos, do uso de práticas que não atendem as expectativas destes, evidenciando o distanciamento na percepção da matemática de professores e alunos do ensino médio, pois o educador idealiza que seus educandos concebem o mesmo prazer e afinidade com a disciplina em questão, porém isso nem sempre ocorre, a esse respeito Vianna afirma que:

O professor tem imenso prazer com a matemática, delicia-se imaginando seus alunos a brincar com a matemática que ele adora. Entretanto, postos lado a lado com a matemática, qual é a atitude dos alunos? Nada! Não entendem, não perguntam. (VIANNA, 2001, p. 130)

Numa perspectiva tradicional a avaliação segue modelos que atualmente não satisfazem educadores e educandos, porém a substituição por outros meios avaliativos é um processo gradativo o qual vem se adequando ao longo da história do processo de avaliação, uma vez que não pode ser dissociada abruptamente desses modelos, porém pode trabalhar juntamente com outros instrumentos avaliativos que se mostrem mais eficazes no momento.

“não é acabando com a prova escrita ou oral que se melhorará o processo de avaliação da aprendizagem, mas ressignificando o instrumento e elaborando-o dentro de uma nova perspectiva pedagógica.” (MORETTO, 2002, p.9)

Não podemos esquecer que a avaliação da aprendizagem traz a possibilidade de tomada de decisões educacionais, no que tange a melhoria da qualidade de ensino, mostrando

as ações que deverão ser colocadas em prática e a necessidade de adequações constantes, tornando-se dessa forma a avaliação como uma das partes mais importantes do ensino-aprendizagem, como afirma Bevenutti (2002) tratando desta como mecanismo que permite mediar do processo de ensino-aprendizagem, oferecer recuperação imediata, promove cada ser humano, e vibra juntamente com cada aluno em seus pequenos e grandes progressos.

5. Métodos

Com o objetivo de realizar um diagnóstico das dificuldades de aprendizagem no ensino de matemática, realizamos uma pesquisa buscando identificar como esse processo ocorre no ensino de geometria espacial, mais especificamente as dificuldades de aprendizagem no ensino de Poliedros segundo discentes.

A pesquisa em questão foi realizada no mês de junho de 2017, e teve a participação de 100 alunos do 3º terceiro ano do Ensino Médio, em duas escolas da rede pública estadual localizadas no município de Igarapé-Miri, no estado do Pará.

Durante a realização da pesquisa fomos apresentados pelos professores aos participantes da pesquisa, e logo em seguida nos dirigimos a estes, comunicando que o questionário que lhe seria proposto objetivava a análise dos processos avaliativos utilizados no processo de ensino-aprendizagem de Poliedros, conteúdo de Geometria Espacial visto detalhadamente segundo o currículo de matemática de matemática desse nível no 2º ano do ensino médio, logo todos os alunos do 3º ano, supostamente já teriam tido contato com o conteúdo em questão.

Dando continuidade ao processo, apresentamos aos discentes o termo de autorização para que assinassem, de modo que os maiores de idade poderiam fazê-lo, porém os menores, tiveram que levar os respectivos termos para assinatura de um de seus responsáveis autorizando a participação na pesquisa, e entregando posteriormente no outro dia.

Em seguida aplicamos o questionário fechado com 22 (vinte e duas) questões objetivas, que versavam sobre as condições sociais e educacionais dos alunos, bem como continham questões sobre concepções dos alunos condizentes com suas dificuldades de aprendizagem durante o estudo de matemática em geral, e especificamente de Poliedros. Vale ressaltar que a construção de um questionário segundo Aaker, Kumer e Day (2001, p.19) é uma espécie de “arte imperfeita”, pelo fato da inexistência da garantia de atingir o que pretende medir.

Em síntese, a metodologia aplicada obedeceu quatro etapas: levantamento bibliográfico de publicações sobre avaliação e o ensino de matemática (geometria espacial: Poliedros), elaboração e aplicação de questionários, tabulação de dados, e posterior construção de gráficos com o auxílio do Formulários Google e por fim análise dos resultados obtidos.

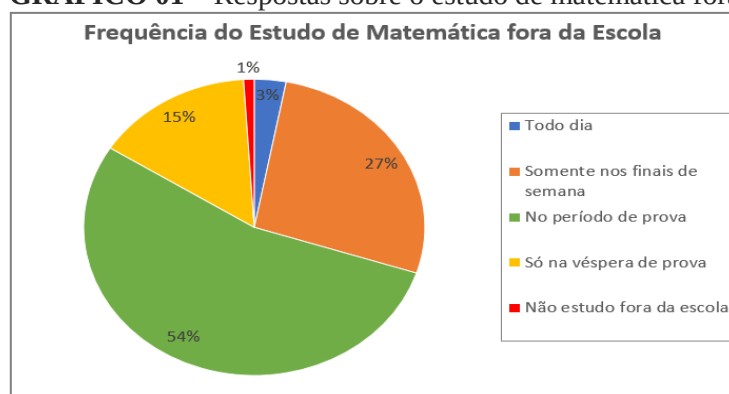
A seguir veremos as análises recorrentes da representação gráfica e construção de um quadro de dificuldades construídos a partir das respostas obtidas nos questionários de acordo com a tabulação realizada, onde as informações foram agrupadas de modo a buscar facilitar um diagnóstico das dificuldades de aprendizagem de Poliedros,

6. Análise dos Resultados

No que se refere a análise dos resultados obtidos na pesquisa, que como já foi mencionado, contou com a participação direta de 100 alunos, vale destacar que deste quantitativo, 37% eram do sexo masculino e que 63% era do sexo feminino, demonstrando que a quantidade de mulheres que estão em fase de término do ensino médio no município de Igarapé-Miri(Pa) é quase o dobro do número de homens na mesma situação onde foram aplicados questionários e que nos proporcionou a análise das respostas.

Ao analisarmos as respostas obtidas, quando, perguntados sobre o estudo da matemática fora do ambiente escolar, com finalidade de saber se os alunos estudavam matemática fora da escola e com que frequência isso ocorria, com cinco possíveis alternativas a serem escolhidas, obtivemos como resultado que 3% estudam todo dia, 27% somente nos finais de semana, 54% no período de prova, 15% na véspera da prova e 1% responderam que não estudam fora da escola, informações que podemos observar melhor no Gráfico 01, construído a partir dessas respostas:

GRÁFICO 01 – Respostas sobre o estudo de matemática fora do ambiente escolar

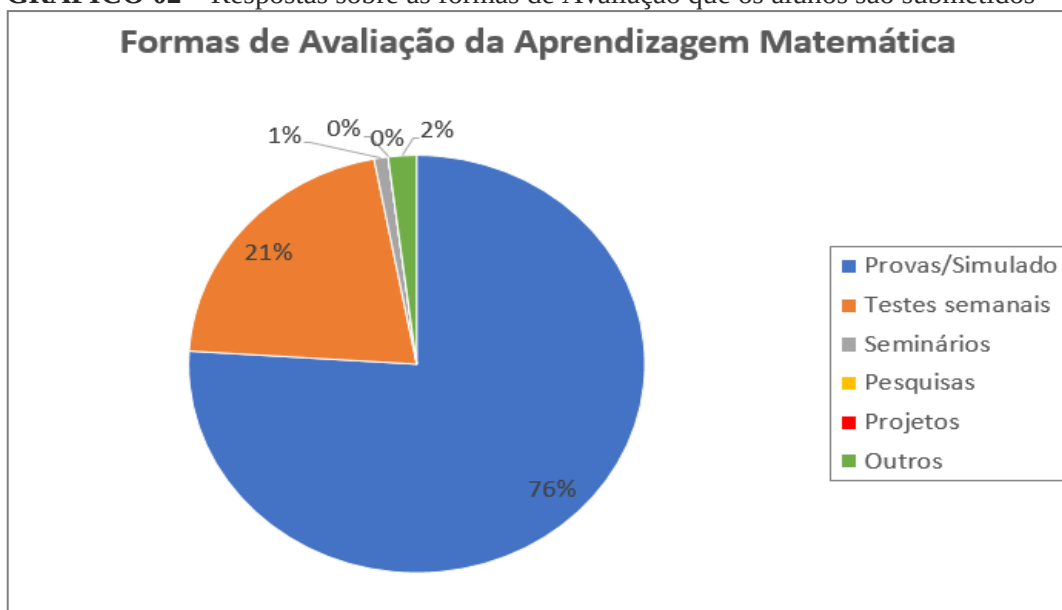


Fonte: Dados da Pesquisa - Autoria Própria 2017

Analisando o Gráfico 01, percebemos que a maior parte dos alunos não estuda Matemática em um período que não seja o da prova, o que pode estar diretamente ligado a metodologia avaliativa tradicional ao qual são submetidos, uma vez que se esta não levar e nem instigar ao estudo em momentos extraclasse, possivelmente não teremos resultados positivos na maioria destas, um outro fator que pode estar associado a essa problemática, é o discente ter a concepção equivocada que a matemática não faz parte de sua vida, servindo apenas para os dias de prova.

As respostas obtidas quando perguntados sobre as formas de avaliação as quais são submetidos, tendo seis opções como possíveis alternativas a serem marcadas no questionário, obtemos como respostas que 76% dos educandos são avaliados através de provas ou simulados, 21% testes semanais, 1% seminários, enquanto que as outras formas avaliativas como seminários, pesquisas e projetos não obtiveram nenhuma resposta, ou seja, os alunos em nenhum momento são avaliados por estes instrumentos durante o estudo da disciplina Matemática, dessas respostas construímos o Gráfico 03 abaixo:

GRÁFICO 02 – Respostas sobre as formas de Avaliação que os alunos são submetidos



Fonte: Dados da Pesquisa - Autoria Própria 2017

Com a análise do Gráfico 02, percebemos o reforço da ideia de que os educandos são objetos de uma avaliação tradicional, como já citamos nesta análise, a qual não leva em consideração outras formas avaliativas, reiteramos aqui que a forma como se avalia, segundo Luckesi (2002), é crucial para a concretização do projeto educacional, pois é ela que sinaliza aos alunos o que o professor e a escola valorizam no processo de ensino-aprendizagem, e

desse modo é imprescindível o uso de outras formas avaliativas buscando adquirir e processar evidências necessárias para melhorar esse processo.

Dando continuidade as análises dos dados obtidos na pesquisa, apresentamos a seguir o Quadro 01, que se refere ao grau de dificuldades com base nas experiências dos discentes quando estudaram os Poliedros, onde “MF” significa Muito Fácil, “F” significa Fácil, “R” significa Regular, “D” significa Difícil e “MD” significa Muito difícil.

QUADRO 01 - Respostas sobre as aulas de Poliedros

CONTEÚDO	Você lembra de ter estudado?		Qual grau de dificuldade que você teve para aprender?				
	Sim	Não	MF	F	R	D	MD
A superfície poliédrica fechada	45%	55%	2%	7%	17%	10%	9%
As faces de um poliedro	78%	22%	3%	14%	40%	13%	8%
As arestas de um poliedro	77%	23%	3%	18%	38%	9%	9%
Os vértices de um poliedro	75%	25%	2%	16%	34%	14%	9%
A nomenclatura de um poliedro	41%	59%	1%	6%	17%	9%	8%
Poliedro convexo	59%	41%	2%	4%	29%	18%	6%
Poliedro não convexo	56%	44%	2%	2%	25%	18%	9%
A Relação de Euler	57%	43%	1%	7%	22%	16%	11%
Prisma	82%	18%	2%	14%	43%	15%	8%
Pirâmide	85%	15%	1%	13%	43%	19%	9%
Tetraedro	55%	45%	2%	9%	20%	18%	6%
Pentaedro	45%	55%	2%	7%	17%	17%	5%
Hexaedro	51%	49%	2%	7%	13%	18%	10%
Heptaedro	44%	56%	2%	5%	12%	16%	8%
Octaedro	40%	60%	1%	4%	10%	16%	8%
Decaedro	35%	65%	1%	4%	10%	15%	5%
Dodecaedro	32%	68%	3%	4%	5%	13%	7%
Icosaedro	31%	69%	1%	5%	9%	9%	7%
Os Poliedros de Platão	37%	63%	0%	7%	9%	12%	9%
Planificação da superfície de um poliedro	50%	50%	1%	10%	17%	14%	8%
Cálculo da área base de um poliedro	81%	19%	1%	17%	32%	17%	14%
Cálculo da área lateral de um poliedro	82%	18%	2%	16%	31%	18%	15%
Cálculo da área total de um poliedro	79%	21%	1%	18%	24%	23%	13%
Cálculo do volume de um poliedro	73%	27%	1%	16%	26%	13%	17%
Secção dos poliedros	42%	58%	3%	5%	6%	16%	12%

Fonte: Dados da Pesquisa - Autoria Própria 2017

Analisando o Quadro 01, com os percentuais de respostas dos alunos sobre o estudo de Poliedros, podemos chegar a algumas conclusões como que os Poliedros mais conhecidos e lembrados de serem estudados são o Prisma (82%) e a Pirâmide (85%), e ao contrário desses os que receberam respostas negativas quanto a mesma pergunta com maior percentual foram o Dodecaedro (68%) e o Icosaedro (69%), demonstrando que esses são menos conhecidos e possivelmente não estudados.

Esse fato pode ter ocorrido por conta do docente da disciplina Matemática desses alunos ter priorizado partes do conteúdo em detrimento dos outros quando ministrou aula de Poliedros, lembramos que o estudo da geometria deve ser amplamente realizado e que a geometria constitui a parte mais importante do currículo matemático do aluno (Brasil, 1998).

Podemos notar, também que uma parte significativa dos discentes responderam não lembrar da nomenclatura de Poliedros (59%), e que a metade desconhece a planificação (50%), outros itens muito importantes do conteúdo do referido assunto.

Outra observação importante, é que os cinco Poliedros de Platão (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro) também não são lembrados de serem estudados, por mais da metade dos alunos (63%), fato confirmado pelos percentuais apresentados por esses Poliedros destacados na tabela individualmente e suas respectivas respostas.

Percebemos também, que uma quantidade significativa dos alunos conhece as partes que formam um Poliedro (faces, arestas e vértices), uma vez que os percentuais dos que responderam lembrar de ter estudado são superiores a 70% das respostas, e que os discentes lembram de ter estudado os cálculos das áreas e volume dos Poliedros com percentuais parecidos com o do conhecimento das partes (chegando a mais de 80% em alguns casos), evidenciando possivelmente a ênfase a esses conteúdos específicos que envolvem cálculos.

No que se refere aos graus de dificuldades das partes do conteúdo de Poliedros, analisando as respostas dos educandos, percebemos que dentre outros, os conteúdos considerados como difíceis com maiores percentuais nesse quesito, estão dentro daqueles que foram indicados como mais conhecidos, citados anteriormente, que são relacionados ao cálculo da área lateral (18%) e ao cálculo da área total (23%), e onde o cálculo do volume chama a atenção como classificado de muito difícil, sendo ele o que recebeu maior percentual nesse quesito segundo as respostas.

Todo esse cenário relacionado ao alto grau de dificuldade respectivamente nesses itens, chama a atenção para as metodologias que podem estar sendo usadas, e se essas seguem realmente as indicações dos PCNs, na busca de um processo de ensino de Poliedros, uma vez

que parecem dar ênfase aos símbolos e terminologias matemáticas e ao rigor dos cálculos possivelmente mecânicos, sem dar importância para o desenvolvimento da capacidade de abstração e resolução de problemas práticos do cotidiano, e ao favorecimento de uma aprendizagem significativa.

7. Considerações Finais

Através da realização desta pesquisa verificamos a existência de dificuldades no que tange ao conhecimento dos alunos em relação a geometria espacial, mas especificamente no enfoque da pesquisa que é Poliedros, de modo que certamente isso é reflexo de um ensino do conteúdo em questão sem o devido embasamento que os PCNs, indicam nas metodologias, bem como nas formas de avaliar o aprendizado ao qual estão inseridos.

Não podemos deixar de salientar que provavelmente o pouco tempo dos alunos dedicado aos estudos referentes a Matemática, pode estar diretamente ligado aos resultados negativos obtidos no ENEM 2016, os quais apresentamos neste trabalho, e que metodologias que incentivem a mudança desse quadro apresentado, devem ser estudadas e encorajadas, como a utilização de materiais manipuláveis e tecnologias educacionais no processo de ensino-aprendizagem. Buscando desse modo, levar os alunos a uma possível reflexão sobre o caminho a ser tomado para solução durante a realização de atividades dada as possibilidades recorrentes do uso dessas metodologias.

Não podemos esquecer também, como chama atenção Veloso (1998) que somente atividades manipuláveis e tecnologias não garantem o aprendizado, e o que deve ser realmente encorajado é o prazer do aluno pela descoberta, bem como a construção do conhecimento de maneira significativa, de modo a obtenção do entendimento que a matemática é um campo passível de interação a partir da formação de um pensamento geométrico.

Devemos entender, enquanto docentes, que a intenção do currículo é trazer possíveis propostas no que diz respeito a maneira a qual entendemos o conhecimento, interpretando a aprendizagem, colocando em prática o ensino e valorizando de forma efetiva a utilidade do domínio dos aprendizados realizados, não só na matemática como também nas demais áreas do conhecimento.

E a avaliação da aprendizagem, é uma das partes mais importantes do processo educacional, não de caráter punitivo ou excludente, e sim como mecanismo que proporciona a possibilidade de mudança, dado ao fato de poder ser utilizada como uma espécie de medidor,

que a partir dos dados obtidos levará a uma tomada de decisões educacionais por parte do docente, buscando melhorar a qualidade do ensino, demonstrando que tipos de ações deverão ser tomadas por este para uma recuperação de um quadro de dificuldades de aprendizagem, como a relatada nesta pesquisa, a qual esperamos continuar no futuro nas mesmas escolas pesquisadas e com seus respectivos alunos participantes da pesquisa com atividades embasadas nas propostas da Engenharia Didática.

8. Referências

- AAKER, D. A.; KUMAR, V.; DAY, G. S. **Pesquisa de marketing**. São Paulo: Atlas, 2001.
- ABRANTES, Paulo. **Avaliação e educação matemática**. Rio de Janeiro: MEM/USU-GEPEM, 1995;
- BRANCO, M. G. P. **Tarefas de exploração e investigação no ensino e na aprendizagem da Geometria**: Uma experiência com alunos do 10.º ano de escolaridade. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação) – Universidade do Minho, Braga, 2009.
- BRASIL. Ministério da educação e cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino médio**. Brasília: MEC, 1999.
- _____. Ministério da educação e cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino médio**. Volume 2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006.
- COSTA, A.C.; BERMEJO; A.P.B.; MORAES, M.S.F. **Análise do Ensino de Geometria Espacial**. In: X ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2009, Ijuí-RS:[s.n]. p. 1-10.
- ENEM, **Exame Nacional do Ensino Médio**, Resultados Obtidos, 2016. Disponível em: <<https://abrilguiadoestudante.files.wordpress.com/2017/01/resultados-notas-enem-2016.pdf>>. Acesso em: 10 abr. 2017.
- FONSECA, A. C. F. R.; LOPES, M. P.; BARBOSA, M. G. G.; GOMES, M. L. M. DAYRELL, M. M. S. S. **O Ensino de Geometria na Escola Fundamental**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- FONSECA, Maria da Conceição F.R. et al. **O Ensino de Geometria na Escola Fundamental**: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- GITIRANA, V.. **Planejamento e Avaliação em Matemática** (9a Edição). In: Janssen Felipe da Silva; Jussara Hoffmann; Maria Teresa Esteban. (Org.). Práticas avaliativas e aprendizagens significativas - em diferentes áreas do conhecimento. 9ed.Porto Alegre: Editora Mediação, 2012, v. 1, p. 59-68.
- LUCKESI, C. **Avaliação da aprendizagem escolar**. 9 ed. São Paulo: Cortez, 1999.

MORETTO, Vasco Pedro. **Prova: Um Momento Privilegiado de Estudo, não um acerto de contas**. 8.ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2002



UM DIAGNÓSTICO DO ENSINO DE MEDIDAS DE COMPRIMENTO NA PERSPECTIVA DAS HABILIDADES DO SAEB E SISPAE

Adan Rodrigo Vale Pacheco

Universidade do Estado do Pará

profadanrodrigo@gmail.com

Maria de Lourdes Silva Santos

Universidade do Estado do Pará

2011malu.melo@gmail.com

Pedro Franco de Sá

GCEM, PPGED, PMPEM-UEPA e REAMEC

pedro.franco.sa@gmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um diagnóstico do ensino de medidas de comprimento a partir das habilidades do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SISPAE). Qual o rendimento dos alunos consultados diante das questões que envolvem as habilidades e competências desejáveis para o ano escolar em que se encontram? A produção das informações ocorreu por meio da aplicação de um questionário e um teste a 96 estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental da rede Estadual da grande Belém. O questionário continha questões sobre dados pessoais, hábitos de estudo e relação com a matemática; e o teste, 13 questões baseadas nas matrizes de referência do SAEB e SISPAE. A análise dos resultados mostrou que a maioria dos alunos consultados obteve baixo rendimento e demonstrou domínio insuficiente dos conteúdos, habilidades e competências desejáveis sobre medidas de comprimento para o 7º ano do ensino fundamental.

Palavras Chaves: Ensino. Ensino de Matemática. Ensino de Medidas de Comprimento.

1. Introdução

Apesar da reconhecida importância da Matemática na formação de indivíduos, avaliações nacionais e até internacionais sobre esse componente curricular têm evidenciado um quadro negativo sobre o ensino dessa disciplina em boa parte do contexto brasileiro, como

revela, segundo Veja (2016), a Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE) em um estudo realizado a partir de dados escolares de alunos de 15 anos oriundos de 64 países. A pesquisa revelou que Brasil está entre um dos países que lideram as notas escolares mais baixas.

No Estado do Pará, a situação não é diferente, como pode ser verificado no documento oficial do governo – Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SISPAE) – que aponta o nível de proficiência em Matemática do 4º ano do ensino fundamental a 3ª série do ensino médio, onde mais de 50% dos alunos estão com rendimento abaixo do básico, ou seja, demonstram domínio insuficiente dos conhecimentos, habilidades e competências desejáveis para o ano escolar no qual se encontram.

No que se refere ao ensino da Geometria a situação não é diferente. Apesar do destacado lugar nos PCN que ressalta sua importância em situações vivenciadas pelos alunos e, mesmo tendo relevância no cotidiano do cidadão, percebemos que no âmbito escolar o assunto medidas de comprimento não é trabalhado com a profundidade que deveria.

Porém são muitos os pesquisadores que se ocupam de investigar o ensino de medidas de comprimento. Dentre eles encontramos Baldini (2004), Santos (2006), que realizaram trabalhos de natureza diagnóstica. Já Baldini (2004), Bellemain (2002) e Silva (2011) ocuparam-se em pesquisar livros didáticos. Por fim encontramos em Backendorf (2010), Santos (2006), Silva (2017), Cavalcante et al (2016), Ribeiro e Rolkowski (2010), Martinez et al (2000) investigações experimentais. No Pará não encontramos registros de estudos diagnósticos sobre o tema, fato que nos motivou a realizar uma pesquisa com esta finalidade.

Assim este artigo apresenta resultados de um estudo que teve como objetivo realizar um diagnóstico do ensino de medidas de comprimento a partir das habilidades do SAEB e SISPAE. Qual o rendimento desses alunos diante das questões que envolvem as habilidades e competências desejáveis para o ano escolar em que se encontram? A produção das informações ocorreu por meio da aplicação de um questionário e um teste a 96 estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental da rede Estadual da Grande Belém. O questionário continha questões sobre dados pessoais, hábitos de estudo e relação com a matemática; e o teste, 13 questões baseadas nas matrizes de referência do SAEB e SISPAE.

2. Metodologia

A pesquisa foi desenvolvida por meio das seguintes etapas: elaboração do instrumento de pesquisa, reformulação, validação, aplicação, sistematização e análise.

O instrumento de pesquisa elaborado continha um questionário com 16 perguntas fechadas que possibilitasse delinear o perfil dos discentes, seguido de um teste sobre medidas de comprimento, com 13 questões objetivas e discursivas, pautado nas matrizes de referência do SAEB e SISPAE. Matriz de referência de Matemática é uma composição de temas da disciplina Matemática, focada na resolução de problemas, avaliada segundo habilidades e competências definidas em unidades chamadas descritores. Os itens sugeridos pelo SISPAE sobre o ensino de medidas de comprimento estão no quadro 1 a seguir.

Quadro 1: Habilidades e Competências sobre Medidas de Comprimento no Sistema Paraense de Avaliação Educacional

Tema	Habilidade	Conteúdo	Descrição	Ano (s) Previstos
Grandezas e Medidas	MPA41	Unidades de medida de Comprimento	Reconhecer unidades de medida usuais de comprimento	4º, 5º e 8º
	MPA43	Estimativa e Medidas	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não	4º, 5º, 8º e 9º
	MPA44	Situações Problema que envolvam transformação de unidades ou não	Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas	4º, 5º, 8º e 9º
	MPA45	Perímetro de figuras planas	Resolver problemas que envolvam o cálculo do perímetro de figuras planas em malhas quadriculadas	4º, 5º, 8º e 9º
	MPA52	Perímetro de	Resolver problemas que envolvam o cálculo do perímetro de	8º e 9º

		figuras planas	figuras planas	
	MPA54	Perímetro da Circunferência	Utilizar a razão π no cálculo do perímetro da circunferência	9º
	MPA57	Transformação de Unidades de Medida de Comprimento	Resolver problemas utilizando relações entre diferentes unidades de medida	9º

Fonte: SisPAE 2015

Já os conteúdos associados a competências e habilidades desejáveis sobre medidas de comprimento do SAEB estão descritos no quadro 2.

Quadro 2: Medidas de Comprimento no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

Tema	Habilidade	Conteúdo	Descrição	Ano Previsto
Grandezas e Medidas	D6	Estimativa e Medidas	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medidas convencionais ou não	5º
	D7	Situações Problema com unidades de medida de comprimento	Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas	5º
	D11	Perímetro de figuras planas	Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas	5º

	D12	Perímetro de figuras planas	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas	9º
	D15	Situações Problema com transformação de unidades de medida de comprimento	Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida	9º

Fonte: Matriz de Referência – SAEB (2008)

As duas matrizes apresentam itens comuns. Segundo o SISPAE (2016), eles servem como mecanismo para assegurar a comparabilidade tanto entre os resultados do SISPAE quanto com os resultados da avaliação nacional. São chamados itens de ligação. Vale ressaltar também que as matrizes não englobam todo o currículo escolar, há outros conteúdos sobre medidas de comprimento que podem ser trabalhados com os alunos.

A etapa seguinte da pesquisa, reformulação, se deu a partir de uma reconstrução do teste diagnóstico para que pudesse adequar-se aos documentos oficiais.

A validação correspondeu à comprovação do teste segundo as habilidades e competências do SAEB e SISPAE de forma a legitimar as informações produzidas.

A etapa da aplicação correspondeu ao momento de execução do teste. Neste momento, os alunos tentaram/resolveram as questões propostas sem conversas paralelas ou atenção para assuntos alheios a atividade.

Na sistematização e análise, as informações produzidas serão apresentadas, discutidas sob nosso ponto de vista e articuladas com uma revisão de literatura sobre medidas de comprimento.

Antes da aplicação do questionário, houve o contato com as direções das escolas, equipes pedagógicas e os respectivos professores para a autorização da atividade. O questionário foi respondido por 96 alunos do 7º ano das mesmas turmas de duas Escolas do Ensino Fundamental do Estado do Pará, município de Belém, nos turnos matutino e vespertino no ano de 2016.

3. Resultados e Análise

A sistematização das informações geraram os seguintes resultados.

3.1 Perfil dos consultados

Para obtenção do perfil discente foram formuladas questões a respeito: da experiência de dependência em matemática, gosto pela matemática e auxílio nas tarefas de matemática.

Os resultados com relação à experiência de dependência em Matemática foram: Nunca ficou, 95%; Está, 1%; Esteve antes, 4%.

A análise das informações indicou que apenas 5% dos consultados já passou por esta experiência o que indica ser maioria nessa amostra o número de estudantes que tinha êxito nos seus estudos da disciplina matemática.

Quanto ao gosto pela matemática os resultados estão descritos a seguir. Gosto, 25%; Gosto um pouco, 44%; Gosto muito, 27%; Não gosto, 4%.

A análise indicou que da amostra de consultados apenas 4% responderam não gostar de matemática. O percentual deixa claro que dos consultados 96% gostavam de matemática em níveis diferentes, mas gostando. Resultado este que merece um aprofundamento via uma consulta mais ampla sobre o tema, já que a disciplina matemática costuma ter uma rejeição elevada dentre os demais componentes curriculares. Em Lopes (2015) encontramos um percentual de 26% dos alunos que gostam de matemática corroborando com o senso comum e bastante diferente dos nossos resultados.

Os resultados sobre o auxílio nas tarefas de matemática foram: Professor particular, 10%; Responsável masculino, 12%; Responsável feminino, 25%; Irmão, 10%; Ninguém, 37%; Outro, 5%; Não informou, 1%.

A análise permite concluir que um percentual significativo, 37%, dos consultados não contava com alguém para auxiliar nas tarefas de matemática. Já Lopes (2015) identificou que 54% dos alunos não possuíam auxílio nas tarefas escolares. Além disso, os resultados indicaram que somente 10% dos consultados tinham um professor particular para auxiliar nas tarefas de matemática e que a maior parte dos que tinham auxílio de alguém nas referidas tarefas recebiam ajuda de sua responsável feminina convergindo para os resultados de Lopes (2015) que concluiu que a mãe (14%) é o indivíduo mais presente durante a realização das tarefas escolares. O fato de tantos alunos não contarem com a participação mais ativa da família no acompanhamento dos estudos, certamente impacta na garantia de bons resultados

escolares e no próprio futuro profissional do aluno, demonstrando que muitas famílias delegam única e exclusivamente para a escola a educação de seus filhos, contrariando o Art. 2º da LDB 9394/96 que reza *“A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho”*.

3.2 Aspectos pedagógicos

Sobre aos aspectos pedagógicos foram formuladas questões sobre: as metodologias de ensino, o processo de avaliação e as formas de aprofundamento.

Quanto às metodologias adotadas nas aulas de medida de comprimento obtivemos s seguintes resultados: Começando pela definição seguida de exemplos e exercícios, 67%; Começando com uma situação problema para depois introduzir o assunto, 11%; Criando um modelo para situação e em seguida analisando o modelo, 9%; Iniciando com jogos para depois sistematizar os conceitos, 7%; Não informou, 6%.

A análise indica que, entre os consultados, a abordagem didática predominante referente ao ensino de medida de comprimento foi a tradicional onde o foco central é o professor. Em Lopes (2015) identificamos a mesma abordagem, 85% das aulas começaram pela definição seguida de exemplos e exercícios. O estudante não participa ativamente da construção do conhecimento, adotando uma postura passiva de receptor. O professor adota um comportamento tradicional, apresentando conceitos, definições, exemplos e culminando com exercício. Portanto, o aprendiz não é instigado, desafiado, provocado, não sente o prazeroso sabor de aprender por descoberta.

Os resultados referentes ao entendimento dos conteúdos de matemática trabalhados em sala de aula estão descritos a seguir. Nunca compreende, 3%; Compreende poucas vezes, 26%; Compreende quase sempre, 40%; Compreende sempre, 31%.

As análises permitem deduzir que dos consultados somente 3% nunca compreendem os assuntos de matemática trabalhados em sala de aula. Além disso, aproximadamente a metade dos informantes afirmou que quase sempre compreendem os referidos assuntos e um terço sempre compreendem. Entretanto, em Lopes (2015), apenas 33% dos alunos disseram entender o conteúdo matemático.

Este resultado chama mais a atenção quando comparado com as informações referentes a questão que indagou sobre o gosto pela matemática, já que 48% dos estudantes ouvidos afirmaram não gostarem ou gostarem pouco de matemática. Contraditoriamente, se comparado ao quadro 01, abaixo, 71% da amostra afirmou que sempre ou quase sempre conseguiam compreender as explicações dadas nas aulas. O achado vai em direção oposta ao senso comum sobre o processo de ensino da referida disciplina e merece aprofundamento investigativo.

As informações produzidas sobre as formas de atividades avaliativas foram: Prova oral, 21%; Prova escrita, 65%; Autoavaliação, 6%; Ficha de observação, 3%; Produções no caderno, 21%.

Os resultados vão ao encontro das ideias de Luckesi (2011), quando afirma que mesmo tendo a disposição tantas inovações pedagógicas advindas de variadas versões progressivas e emancipatórias, muitos professores não conseguem, ainda, modificar sua conduta no referente à prática pedagógica da avaliação escolar. Continuamos mais examinando por meio de prova oral (21) e escrita (65) que utilizando outras formas de avaliação processual.

3.3 *Teste Diagnóstico*

O teste diagnóstico era composto de sete questões discursivas e seis objetivas. Nas questões discursivas, 02; 05; 06; 07; 09; 10 e 11, foram identificados os principais erros cometidos pelos respondentes. A sistematização das informações geraram os seguintes resultados.

Número da questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
01a	Unidade de medida de comprimento mais adequada	MPA41	_____
Enunciado	No sistema métrico decimal, qual a unidade de medida (Km, Hm, Dam, m, dm, cm, mm) mais adequada para expressar a medida do comprimento do Rio Amazonas?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	48%	23%	29%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Número da questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
01b	Unidade de medida de comprimento mais adequada	MPA41	_____
Enunciado	No sistema métrico decimal, qual a unidade de medida (Km, Hm, Dam, m, dm, cm, mm) mais adequada para expressar a medida da largura de uma sala?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	28%	42%	30%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Número da questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
01c	Unidade de medida de comprimento mais adequada	MPA41	_____
Enunciado	No sistema métrico decimal, qual a unidade de medida (Km, Hm, Dam, m, dm, cm, mm) mais adequada para expressar a medida da altura de uma moeda?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	16%	54%	30%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Número da questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
01d	Unidade de medida de comprimento mais adequada	MPA41	_____
Enunciado	No sistema métrico decimal, qual a unidade de medida (Km, Hm, Dam, m, dm, cm, mm) mais adequada para expressar a medida da largura de uma porta?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	17%	52%	31%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Nessa questão verificamos se os alunos sabiam escolher a unidade de medida de comprimento mais adequada a uma determinada situação. O percentual de erro e respostas em branco nessa questão foi superior a 70% da letra b a d, o que indica um conhecimento não

consolidado sobre este tópico do conteúdo. A revisão de literatura aponta em Santos (2006) uma proposta de ensino em que o aluno deve escolher a unidade de medida de comprimento mais adequada a uma situação a partir da seleção de um instrumento de medida. A autora concluiu que os alunos possuíam conhecimentos incompletos, superficiais e primários sobre unidades de medidas de comprimento, além de confundirem medidas com unidades de medida.

Número da questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
02	Situações Problema com transformação de unidades de medida de comprimento	MPA44, MPA57	D7, D15
Enunciado	Se você percorrer 10 Km mais 150 m, você percorrerá quantos metros?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	10%	75%	15%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Esta questão que recomenda a transformação de unidades de medidas de comprimento e uma adição apresentou 90% de respostas erradas ou em branco, sinalizando um domínio insuficiente da habilidade trabalhada. Quanto às respostas erradas, encontramos 42% de respostas sem cálculo, 55% de operações com unidades diferentes e 3% com escolha errada da operação matemática, sinalizando que a maioria dos consultados não percebeu a necessidade de trabalhar com a mesma unidade de medida de comprimento. Estudos anteriores como o de Cavalcante et al (2016) e Silva (2017), que abordaram os múltiplos e submúltiplos do metro, revelaram resultados satisfatórios dos alunos e destacaram a importância da inserção da história da matemática sobre pesos e medidas como fio condutor das atividades. Já Ribeiro e Rolkouski (2010) concluíram da sua pesquisa sobre medidas de comprimento que a maior dificuldade dos alunos está na resolução de problemas, pois os respondentes não tinham noção de qual operação usar para resolver determinado problema.

Número da questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
03	Situações Problema com transformação de unidades de medida de	MPA44, MPA57	D7, D15

	comprimento		
Enunciado	Uma sala possui 5400 mm de comprimento. Marque a alternativa que contém a transformação para metro correta e também a indicação da unidade de medida mais conveniente para a medir a sala.		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	45%	55%	0%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Esta questão que relaciona transformação de unidades de medidas de comprimento e unidade de medida mais adequada obteve um rendimento melhor que as anteriores, mas com 55% de erro, ainda inspira preocupação com o assunto abordado. Talvez o percentual de acertos tenha aumentado devido à questão ter sido objetiva. Quanto às pesquisas concluídas, destaco os mesmos autores das questões 1 e 2.

Número da Questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
04	Situações Problema sem transformação de unidades de medida de comprimento	MPA44	D7
Enunciado	Emanuel instalou 2 armários de 1,60 m de comprimento cada um, em uma parede que mede 5 m de comprimento. No espaço livre, pensa em colocar uma estante de 1 m de comprimento. Ele conseguirá?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	24%	75%	1%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Esta questão que obteve 76% de respostas erradas ou em branco demonstra que a maioria dos alunos desta amostra não sabem resolver situações problema sem transformação de unidades de medida de comprimento. É possível que a dificuldade tenha aumentado por haver na questão número decimal e mais de uma operação matemática.

Número da Questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
05	Situações Problema com transformação de unidades de medida de comprimento	MPA44, MPA57	D7, D15

Enunciado	Um atleta foi participar de uma corrida de 12,5 Km. Após percorrer 7900 m, teve câimbra e precisou parar. Quantos quilômetros faltavam para ele terminar a prova?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	1%	83%	16%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

O percentual de 99% de respostas erradas ou em branco dessa questão indica que quase totalidade dos respondentes não sabem resolver situações problema que envolvem transformação de unidades de medidas de comprimento. Esta questão difere da questão 2 no que diz respeito a operação matemática necessária para sua resolução. Talvez essa amostra tenha mais dificuldade na compreensão da ideia associada à operação subtração influenciando no baixo rendimento dos participantes. No que diz respeito às respostas erradas, identificamos 77% de respostas sem cálculo, 14% contendo operação com unidades diferentes, 4% com erro na transformação de unidades de medidas de comprimento e 5% com escolha errada da operação matemática. Como o maior percentual (77%) necessita de investigação mais ampla, podendo abranger dúvidas na escolha da operação adequada, na interpretação da situação, na transformação de unidades, etc, destacamos o desconhecimento dos alunos na relação com unidades diferentes. Quanto às pesquisas realizadas, destaco as já citadas anteriormente.

Número da Questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
06	Situações Problema com transformação de unidades de medida de comprimento	MPA44, MPA57	D7, D15
Enunciado	Ao usar uma régua de 20 cm para medir uma mesa, Henrique observou que ela cabia 27 vezes no comprimento da mesa. Ele multiplicou esses valores e encontrou 540 cm. Qual é o comprimento da mesa em metros?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	7%	66%	27%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Esta questão que apresenta 93% das respostas dos alunos erradas ou em branco revela que a maioria dessa amostra não possui o conhecimento básico sobre transformação de unidades de medida de comprimento. Os erros encontrados foram: 82% de respostas sem

cálculo, 16% com escolha errada da operação matemática e 2% com erro na transformação de unidades de medida de comprimento. Observamos que o percentual de respostas erradas ou em branco é alto independente da operação necessária para a resolução, sobretudo porque aqui não houve a necessidade de efetuar operações, o que revela a dificuldade dos consultados quanto à compreensão da situação problema, acarretando na escolha errada da operação matemática quando necessária, e também à transformação das unidades de medida de comprimento.

Número da Questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
07	Situações Problema com transformação de unidades de medida de comprimento	MPA44, MPA57	D7, D15
Enunciado	Exatamente no centro de uma mesa redonda com 1m de raio, foi colocado um prato de 30cm de diâmetro, com doces e salgados para uma festa de final de ano. Qual a distância em centímetros entre a borda desse prato e a pessoa que se serve dos doces e salgados?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	2%	65%	33%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Esta questão reforça nossa convicção sobre os respondentes no que diz respeito às situações problema com transformação de unidades de medida de comprimento e transformação de unidades. Os erros encontrados foram: 91% de respostas erradas sem cálculo e 9% de escolha da operação errada. Destacamos que o percentual de respostas erradas sem cálculo pode incluir dificuldades diversas, como: compreensão do problema, escolha da operação e transformação de unidades. Aconselhamos que ocorra primeiro a consolidação das transformações de unidades de medida de comprimento para depois propor situações problema. Dessa forma, o aluno terá um problema a menos para enfrentar, o que lhe trará mais tranquilidade para resolver e acertar a questão proposta. Este conteúdo articula-se com as pesquisas citadas na questão 2.

Número da Questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
08	Perímetro de figuras planas em malhas quadriculadas	MPA45	D11

Enunciado	Observe a figura na malha. Considere o lado de cada quadradinho como uma unidade de medida de comprimento. Para que o perímetro do retângulo seja reduzido à metade, qual deveria ser a medida de cada lado?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	28%	67%	5%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

O percentual de 28% de acerto nesta questão indica que a maioria dessa amostra não domina o conceito de perímetro. A revisão de literatura apresenta alguns trabalhos sobre o cálculo do perímetro que tentam minimizar as dificuldades encontradas, dentre elas, o conceito de perímetro, comparação do valor do perímetro com a área da figura dada e resolução de problemas envolvendo perímetro. Dessa forma destacamos Baldini (2004) que concluiu que os alunos conseguiram calcular perímetro de um polígono qualquer. Segundo a autora as dificuldades presentes na sua atividade foram relacionadas à forma dos polígonos. Já Backendorf (2010) concluiu que a partir da prática e da utilização de conceitos já construídos pelos alunos foi possível promover a compreensão do conceito de perímetro dando importância à construção da unidade e representação numérica, privilegiando o raciocínio dos alunos para desenvolver habilidades e secundarizando abordagens de mecanização ou mera aplicação de algoritmos.

Número da Questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
09	Perímetro de figuras planas	MPA52	D12
Enunciado	Rodrigo reservou em sua chácara um terreno de forma retangular para o plantio de flores. Observe a figura. Para cercá-lo ele utilizou tela e um portão de 2m de madeira. Rodrigo gastara quantos metros de tela?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	1%	68%	31%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

O resultado apresentado nessa questão ratifica nossa crença de que a maioria dos respondentes não possuem clareza sobre o conceito de perímetro. Esta questão se diferencia da anterior por não conter malha quadriculada e, sobretudo por ser discursiva, o que talvez tenha influenciado em um menor desempenho dos alunos quando comparado a questão 8. Os erros encontrados foram: 86% de

respostas erradas sem cálculo e 14% de escolha errada da operação matemática. Quanto à articulação com pesquisas desenvolvidas, destacamos os resultados de Baldini (2004) e Backendorf (2010).

Número da Questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
10	Perímetro da Circunferência	MPA54	_____
Enunciado	Na chácara do Sr. José, será cercado um canteiro circular de raio 2 metros para proteger dos animais domésticos. Considere $\pi = 3,14$. Qual a quantidade de metros de tela gastos aproximadamente para cercá-lo?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	0%	66%	34%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

O percentual de acerto (0%) desta questão revela que essa amostra não sabe resolver situações problema que envolvem perímetro da circunferência. Esta questão obteve 88% de respostas erradas sem cálculo e 12% com escolhas erradas da operação matemática. Este resultado sinaliza a possibilidade dessa amostra não ter estudado este conteúdo, não conhecer o número pi e portanto, desconhecer o cálculo do perímetro aproximado de uma circunferência qualquer.

Número da Questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
11	Perímetro de figuras planas	MPA52	D12
Enunciado	Uma folha de papel de seda tem 40 cm de perímetro. Ela tem a forma de um retângulo e um de seus lados tem 4 cm de comprimento. Quanto mede em centímetros os outros lados?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	3%	66%	31%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Esta questão confirma o que dissemos na questão 09. Os erros encontrados foram: 84% de respostas erradas sem cálculo e 16% de escolha errada da operação matemática. Os alunos consultados não possuem o conhecimento sobre conceito de perímetro. A dificuldade aumenta quando o relacionamos com uma situação problema. Vale destacar novamente Ribeiro e Rolkouski (2010).

Número da Questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
12	Estimativa e Medidas	MPA43	D6
Enunciado	Uma casa tem 4,5 metros de altura. Um engenheiro foi contratado para projetar um segundo andar e foi informado que a prefeitura só permite construir casas de dois andares com altura igual a 7,60 metros. Qual objeto que possui a altura aproximada do segundo andar?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	63%	26%	11%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

Número da Questão	Conteúdo	Habilidade SISPAE	Habilidade SAEB
13	Estimativa e Medidas	MPA43	D6
Enunciado	Observe as figuras. Gabriela é mais alta que Júnior. Ela tem 142 cm. Quantos centímetros aproximadamente Júnior deve ter?		
Resultado	Acerto(%)	Erro (%)	Em Branco(%)
	75%	20%	5%

Fonte: Pesquisa de Campo (agosto a setembro de 2016)

As duas últimas questões que trataram de estimativa de medidas de comprimento obtiveram o maior índice de acerto, 63% e 75%, indicando que os respondentes possuem flexibilidade de raciocínio. De acordo com Martinez et al (2000, p.58), as razões fundamentais para se incluir a Estimativa na escola são: sua utilidade prática e complementação da formação escolar dos estudantes.

4. Considerações Finais

Ao finalizar o diagnóstico proposto a partir das habilidades do SAEB E SISPAE é possível afirmar que a maioria dos consultados obteve baixo rendimento diante das questões que envolvem as habilidades e competências desejáveis para o 7º ano. Os respondentes mostraram um domínio insuficiente do conteúdo medidas de comprimento no que diz respeito aos descritores desses documentos oficiais. Apenas as questões 12 e 13 que trataram de estimativa de medida obtiveram um índice de acerto maior que 50%. Já as questões que envolveram perímetro da circunferência, situação problema envolvendo perímetro de figuras

planas e situação problema com transformação de unidades de medida de comprimento obtiveram acertos de 0%, 1% e 2% respectivamente. Quanto às respostas erradas, encontramos: respostas erradas sem cálculo, operação com unidades diferentes, erro na transformação de unidades de medida de comprimento e escolha errada da operação matemática. O maior percentual (significativo) de respostas erradas foi do tipo respostas erradas sem cálculo, impossibilitando uma análise mais precisa dos erros. Em resumo as habilidades superficiais encontradas foram: adequação da medida de comprimento mais conveniente a uma dada situação; situações problema envolvendo unidades diferentes ou não de medidas de comprimento e cálculo do perímetro. Por fim, percebemos a necessidade de realizar novos estudos sobre o tema, bem como propor um treinamento com os alunos com a mesma metodologia de aplicação das provas para que melhore o rendimento dos alunos nessas avaliações oficiais.

Referências

BACKENDORF, Viviane Raquel. **Uma sequência didática de medidas de comprimento e superfície no 5º ano do ensino fundamental: um estudo de caso**. 2010. 187f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010.

ALDINI, Loreni Aparecida Ferreira. **Construção do conceito de área e perímetro: uma sequência didática com auxílio de software de geometria dinâmica**. 2004. 179f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Educação) – Universidade Estadual de Londrina, 2004.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um Estudo da Noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental**. V. 8. Natal: SBHMat, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática, v.3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____.LDB.Lei9394/96-**Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em <www.planalto.com.br>. Acesso em 18 de agosto de 2017.

Brasil é um dos dez piores em rendimento escolar aponta ranking internacional. Disponível em <http://veja.abril.com.br/educacao/brasil-e-umdos-dez-piores-em-rendimento-escolar-aponta-ranking-internacional/>. Acesso em 18 de ago. 2016.

CAVALCANTE, Fernando José Siqueira; NETO, Audálio Lúcio Wanderlei; NETO, João Ferreira Silva; NETO, Lauro Lopes Pereira; MIRANDA, Katiane Cavalcante de. Unidade de Medida de Comprimento: Metodologia no Processo Ensino-Aprendizagem. In: **Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades**. São Paulo: Julho, 2016.

LOPES, Adrielle Cristine Mendello. **O ensino de radicais por Atividades**. 2015. 304f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2015.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem componente do ato pedagógico**. 1. ed. São Paulo, Cortez, 2011.

MARTINEZ, Encarnación Castro et al. **Estimación em cálculo y medida**. 2. ed. Madrid: Síntesis, 2000

PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação; SAEB: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; INEP, 2008.

REVISTA DO SISTEMA PARAENSE DE AVALIAÇÃO EDUCACIONAL: Sistema Paraense de Avaliação Educacional – SisPAE 2015. Belém: Fundação Vunesp, 2015. Anual. Disponível em [https://sispae.vunesp.com.br/Arquivos/Revistas2015/RevistaSisPAE/MAT EF 2015.pdf](https://sispae.vunesp.com.br/Arquivos/Revistas2015/RevistaSisPAE/MAT%20EF%202015.pdf). Acesso em 18 de dez. 2016 às 15h54m.

RIBEIRO, Valmir; ROLKOUSKI, Emerson. **Medidas e Transformações: possibilidades para a sala de aula**. O Professor PDE e os Desafios da Escola Pública Paranaense, Paraná, v.1, p. 28, 2010.

RODRIGUES, Marian dos Santos. **O ensino de medidas e grandezas através de uma abordagem investigatória**. 2006. 149f. Dissertação (Mestrado Ciências Exatas e da Terra) – Universidade Federal do Rio Grande Norte, 2006.

SILVA, Nazaré dos Santos Menezes da. **Medida de Comprimento: Uma Sequência Didática na Perspectiva da Teoria das Situações Didáticas**. 2017, 123 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Pará. Belém, 2017.

SILVA, José Valério Gomes da; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Comprimento, perímetro e área em livros didáticos brasileiros de 6º ano. In: **XIII Comitê Interamericano de Educação Matemática**. Recife: Junho, 2011.



UM PANORAMA DA PESQUISA EM TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

João do Espírito Santo Lima Malcher Júnior

Universidade do Estado do Pará

professor.malcher@hotmail.com

Roseneide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará

rosejuca@gmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta resultados de um levantamento bibliográfico sobre a pesquisa em Transformações Geométricas, objetivando identificar temáticas já pesquisadas, os resultados obtidos e possibilidades de investigações futuras. O levantamento analisou 3 dissertações e 1 artigo de revista científica. A análise procurou identificar os objetivos, amostra, método, resultados, conclusões e sugestões dos autores. Os resultados apontam que existe significativo volume de resultados oriundos dos estudos sobre propostas de ensino das transformações, em especial no ensino superior. Os resultados também apontam para elementos de influência histórica referentes ao tema.

Palavras Chaves: Educação. Transformações Geométricas. Revisão Bibliográfica.

Introdução

O estudo e ensino de geometria têm grande importância para o desenvolvimento da matemática escolar, segundo Refatti (2012) a Geometria é “parte fundamental do ensino de matemática”. Ainda segundo Refatti (idem) os homens (antigos) tinham noção de espaço e forma pela simples observação do que existia a sua volta. Os estudos de Neto (1982 *apud* REFATTI, 2012) nos indicam que os povos babilônicos e egípcios foram os principais responsáveis pelo desenvolvimento da geometria, através do atendimento a questões práticas do seu dia-a-dia como a demarcação de terras ou a construção de pirâmides.

Um tema particular da Geometria são as Transformações Geométricas, também designadas como Geometria das Transformações que, como relata Refatti (2012) “A geometria das transformações estuda as reflexões, translações, rotações e reflexão com

deslizamento. Esses movimentos são caracterizados pela propriedade de que a distância entre dois pontos quaisquer da figura original e da figura imagem permanece inalterada”.

Medeiros (2012) relata que as Transformações Geométricas são estudadas de forma superficial na educação básica – quando ao menos são estudadas – e, em muitos casos, sequer são estudadas no ensino superior, o que é considerado um cenário de evidente gravidade pela autora.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) destacam:

Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes. (BRASIL, 1998)

Evidencia-se mais uma vez a importância das transformações geométricas, através dos documentos oficiais. Diante do exposto surgiu o interesse de pesquisar as transformações geométricas no ensino da educação básica brasileira, para tanto o objetivo deste trabalho é verificar, através de levantamento bibliográfico, a produção acadêmica existente atualmente no Brasil sobre as transformações geométricas. Foram analisados 4 (quatro) trabalhos, sendo 3 dissertações de mestrado e 1 artigo de revista, os trabalhos analisados estão categorizados em: Estudos sobre Ensino das Transformações Geométricas e Estudos sobre História das Transformações Geométricas.

Revisão de Estudos sobre Transformações Geométricas

Para apresentar os estudos revisados de forma concisa e clara inserimos o quadro 1 com os trabalhos analisados, devidamente caracterizados.

Autor	Ano	Título do Trabalho	Objetivo Geral	Tipo de Estudo	Tipo de Transformação
LILIANE ROSE REFATTI	2012	UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS	Explorar as diferentes transformações geométricas ocorridas na reta, no plano e no espaço utilizando os ambientes de Geometria Dinâmica, por meio da Engenharia Didática com o auxílio dos softwares GeoGebra e Cabri 3D	Proposta de Ensino	Transformações Isométricas
LÍCIA GIESTA FERREIRA DE MEDEIROS	2012	DANDO MOVIMENTO À FORMA: AS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO PLANO NA FORMAÇÃO CONTINUADA A DISTÂNCIA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	analisar a validade da inserção do estudo das Transformações Geométricas no Plano nos cursos de formação continuada a distância de professores de Matemática	Proposta de Ensino	Transformações Isométricas
JOSÉ VAGNER CHIRÉIA	2013	TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS E A SIMETRIA: Uma proposta para o Ensino Médio	objetivo principal deste trabalho é apresentar os casos de simetria de uma forma diferente das apresentadas no Ensino Fundamental, geralmente resumidos a definição de eixos ou reprodução de figuras simétricas em malhas quadriculadas	Proposta de Ensino	Transformações Isométricas
Júlio César Deckert da Silva Ruy César Pietropaulo	2014	Um Estudo sobre as Contribuições de Felix Klein para a Introdução das Transformações Geométricas nos Currículos Prescritos de Matemática do Ensino Fundamental	descrever e analisar os resultados das pesquisas realizadas por Felix Klein durante o século XIX referentes ao estudo das Transformações Geométricas e sua aplicação ao ensino de Geometria, bem como as propostas de Klein para a inserção das transformações nos currículos prescritos de matemática do ensino secundário	História das Transformações Geométricas	

Estudos sobre ensino de Transformações Geométricas

Refatti (2012) realizou um estudo buscando responder as questões: **Como o ambiente de Geometria Dinâmica propiciado pelo uso dos softwares GeoGebra e Cabri 3D, promovem o desenvolvimento das competências geométricas dos alunos de um curso de Licenciatura em Matemática? Como a interação propiciada pelos softwares GeoGebra e Cabri 3D auxilia no processo de construção do conhecimento relativo às transformações geométricas? De que maneira os alunos se apropriam das ferramentas e/ou recursos do GeoGebra e do Cabri 3D na aprendizagem de transformações geométricas na reta, no plano e no espaço?** Para alcançar este objetivo a autora propôs uma Sequência Didática fundamentada na teoria da Engenharia Didática de Artigue. A autora aplicou a Sequência com uma turma de Licenciatura em Matemática, na disciplina Geometria I.

A autora realizou a aplicação de um teste diagnóstico contendo 8 atividades, a fim de detectar dificuldades dos alunos em responder as atividades com base nos conceitos de Transformações Geométricas. A análise *a posteriori* das atividades aplicadas no teste revelou à autora as dificuldades dos alunos em relação aos conceitos de Simetria Central, Simetria Axial e Isometrias. Alguns alunos relacionaram as transformações geométricas com as transformações lineares, estudadas em álgebra linear. Outra dificuldade detectada se refere à composição de transformações.

Com a aplicação da sequência didática a autora buscou dividir a mesma em três unidades: Reta, Plano e Espaço. Nas duas primeiras unidades foi usado o GeoGebra e na última o Cabri 3D. Da coleta de dados e orientação da sequência proposta obteve-se os resultados que permitiram concluir que os Softwares permitiram mais que a simples visualização de entes matemáticos, permitiram a manipulação virtual de entes geométricos e a percepção de propriedades dos mesmos, bem como a representação visual dinâmica das transformações geométricas, atendendo o problema da pesquisa e respondendo às questões de pesquisa, contribuindo assim para o ensino das transformações a partir de novas perspectivas.

A partir da atuação nos cursos de formação de professores de matemática, em nível de especialização, Medeiros (2012) estudou junto com esses professores, fossem eles alunos da especialização ou tutores das disciplinas suas concepções, nas questões: **O que ele conhece das transformações geométricas no plano? Como eles as veem desenvolvidas na educação básica? E, se na disciplina tópicos de geometria, conseguiu-se construir esses**

conceitos com eles? Com o objetivo de apresentar uma aplicação para a “Geometria das Transformações” na educação básica.

Para alcançar o objetivo a autora pesquisou um grupo de 180 cursistas do programa de pós-graduação *Latu Senso* em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática (NTEM) oferecido pela UAB/UFF. Foi aplicado um teste diagnóstico onde se buscou conhecer as experiências anteriores e os conhecimentos prévios em geometria. Deste teste a autora constatou a necessidade de que existam cursos com enfoque em novas metodologias para a geometria, haja vista que a maior parte dos alunos/professores consultados não relaciona o estudo de geometria com outras áreas, os poucos que relacionam o fazem de forma interna na matemática com álgebra, trigonometria e outros.

O estudo contou ainda com uma consulta aos tutores do NTEM através do fórum da disciplina. Após essa consulta a autora relata que grande parte dos tutores não se lembra de ter estudado as Transformações geométricas na educação básica e, que no ensino superior estudaram, em geral, de forma superficial. Ressalta-se que a titulação mínima desses tutores é a de especialista. Foi ainda é perguntado aos tutores sobre os resultados da aplicação das atividades, onde estes responderam que as atividades contribuíram para a motivação dos alunos. Dos resultados dos testes aplicados a autora concluiu a importância de metodologias para o ensino de transformações.

No estudo de Chiréia (2013) o objetivo foi **apresentar os casos de simetria de uma forma diferente das apresentadas no Ensino Fundamental**. Com a finalidade de alcançar esse objetivo o autor destaca três transformações geométricas isométricas: Simetria de Reflexão, Simetria de Rotação e Simetria de Translação. Ao final de cada tópico o autor propõe algumas atividades referentes a transformação mostrada, ora para a construção virtual, ora para a construção manual.

A proposta de ensino do autor se refere ao ensino de funções inversas através das transformações de simetria. O autor aborda as funções inversas, funções de primeiro grau, funções de segundo grau, funções exponenciais e logarítmicas, função seno, função cosseno e função tangente. E após cada apresentação de tópico o autor propõe novas atividades para a fixação do conteúdo que foi repassado. Ao final o autor apresenta “jogos matemáticos” que partem do princípio de simetria para garantir um vencedor.

O autor reitera que a pesquisa em questão irá contribuir significativamente para a aprendizagem desses conceitos. Destacam que é importante discutir novas metodologias, haja vista que, em geral, as transformações geométricas são suprimidas no conteúdo programático.

Estudos sobre história das Transformações Geométricas

Silva e Pietropaolo (2014) realizaram um estudo sobre as contribuições de Félix Klein para o estudo de transformações geométricas e sua inclusão nos currículos escolares do Ensino fundamental, com o objetivo de **descrever e analisar os resultados das pesquisas realizadas por Felix Klein durante o século XIX referentes ao estudo das Transformações Geométricas e sua aplicação ao ensino de Geometria, bem como as propostas de Klein para a inserção das transformações nos currículos prescritos de matemática do ensino secundário.**

Para alcançar o objetivo proposto os autores realizaram a revisão dos textos de Félix Klein com suas indicações para o ensino de Transformações Geométricas na educação básica, foram analisados o Programa de Erlanger (1872) e o livro de Geometria intitulado *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte Aus. Teil II: Geometrie*, sendo este último considerado imprescindível, pelos autores, por ser uma manual didático usado para a formação de professores. Foram analisados ainda os pressupostos da Reforma Francisco Campos (1931) e as influências do ideário de Klein, buscando evidenciar os seguintes aspectos: Procedimentos didáticos para o ensino deste conteúdo, em sua exposição e abordagem; Abordagens conceituais; Sugestões de ensino e Objetivos curriculares associados à aprendizagem dos estudantes no ensino das Transformações Geométricas.

Os autores destacam ainda uma secção sobre a formalização do programa de Erlanger através da atuação de Félix Klein sobre a teoria do professor Sophus Lee. Após é realizada uma análise das indicações para o ensino de transformações geométricas feitas no livro de Klein - *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte Aus. Teil II: Geometrie*. Neste livro, como destacam os autores, Klein faz uma exposição aprofundada dos entes geométricos e suas propriedades e após descreve as transformações geométricas, encerrando com as indicações para o ensino. Os autores destacam ainda os processos envolvidos na discussão para a inserção das Transformações Geométricas na educação básica através, principalmente, da relação com as funções e com o plano de coordenadas cartesianas.

Os autores analisam o ensino de transformações na Reforma Francisco Campos, onde destacam que os conteúdos eram introduzidos no 3º do primeiro ciclo (atual 8º ano do ensino fundamental), onde as Simetrias, Rotação e Translação, eram apresentadas a partir de coordenadas do plano ortogonal por meio do uso de funções. Como conclusão os autores

apontam as diversas contribuições de Félix Klein para o ensino de transformações geométricas, bem como para a reflexão dos educadores sobre o ensino de geometria.

Considerações Finais

A análise realizada permite inferir que existem estudos, diversos, sobre as transformações geométricas. Todavia os estudos que aqui constam nos apresentam um cenário, dos quatro estudos analisados, dois apresentam considerações sobre o ensino superior/pós-graduação; um apresenta uma proposta para o ensino médio e o ultimo apresenta considerações históricas sobre o ensino fundamental.

Assim evidencia-se a necessidade de multiplicação dos estudos propositivos em relação às transformações geométricas e metodologias de ensino diferenciadas. Outro ponto observável é a predominância da proposição de um estudo geral das transformações, sendo pouco exploradas propostas que tenham um foco mais específico em tipos de transformações, que poderia ser eficaz para um ensino mais específico e articulado.

Em suma, o campo de pesquisa mostra-se amplo a novas proposições e carente de novas metodologias de ensino das transformações geométricas, onde se viu a possibilidade, juntamente com o afloramento de interesse para realização de trabalho de conclusão de curso.

Referências Bibliográficas

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 5ª a 8ª séries. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998

CHIRÉIA, José Vagner. **Transformações Geométricas e a Simetria**: uma proposta para o ensino médio. Londrina, 2013.

MEDEIROS, Lícia Giesta Ferreira. **Dando movimento à forma: as transformações geométricas no plano na formação continuada a distância de professores de matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Severino Sombra: Vassouras, 2012.

REFATTI, Liliane Rose. **Uma sequência didática para o estudo de Transformações Geométricas**. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática). UNIFRA: Santa Maria – RS, 2012.

SILVA, Júlio César Deckert. PIETROPAOLO, Ruy César. Um estudo sobre as contribuições de Felix Klein para a Introdução das Transformações Geométricas nos Currículos Prescritos

de Matemática no Ensino Fundamental. In: **Perspectivas em Educação Matemática**: revista do programa de pós-graduação em Educação Matemática da UFMS. V7, N. 14, 2014.



UMA ANÁLISE DIDÁTICA PARA O ENSINO DE ARITMÉTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Nayana Alves da Silva Brandão

Faculdade Estácio Castanhal

n.alves.estacio@gmail.com

Maria de Nazaré Lucena Viana

Faculdade Estácio Castanhal

mnazarelucena.estacio@gmail.com

Hugo Carlos Machado da Silva

Faculdade Estácio Castanhal

huggo_silva@outlook.com

Resumo: Este trabalho possui objetivo de apresentar uma discussão didática a respeito do ensino de aritmética na educação infantil, fornecendo assim subsídios metodológicos para a prática em sala de aula. A pesquisa contou com o levantamento e análise de documentos oficiais e de livros didáticos da educação infantil assim como exemplares que deram base para uma proposta de atividades a serem realizadas em sala, para o referencial teórico que embasa a discussão trazemos os expostos de Lorenzato (2008) que fala sobre a educação infantil e a percepção matemática das crianças. Pôde-se verificar que as atividades contidas nos livros, em sua maioria, contemplam a ideia de ensino com significado para o aluno, fazendo relações com o cotidiano entre outras sugestões estabelecidas por Lorenzato (2008) e pelos referenciais curriculares para a educação infantil.

Palavras Chaves: Ensino de aritmética. Matemática. Análise didática.

Introdução

A matemática ainda é vista como uma matéria difícil, que só pode ser aprendida por “gênios”. Isso faz com que algumas pessoas vejam as dificuldades apresentadas pelos alunos como normais. Essa ideia vai sendo repassada aos alunos, e torna-se um dificultador da aprendizagem e acaba, portanto, gerando outras dificuldades.

Existem problemas que estão para além das alas de aula e os educadores precisam estar atentos a estas situações, assim como os professores não podem se apoiar neste fato e colocar a culpe em diversos outros motivos, é necessário que se faça uma análise de modo a se entender o processo de ensino e aprendizagem de modo que hajam subsídios que favoreçam a prática em sala de aula.

Este trabalho surgiu a partir de discussões tidas na disciplina de “Linguagens infantis e conceitos matemáticos” do curso de graduação em licenciatura em pedagogia da faculdade Estácio Castanhal, onde diversas reflexões sobre o ensino de matemática foram realizadas.

Desta forma, este trabalho possui o intuito de apresentar uma discussão didática a respeito do ensino de aritmética na educação infantil, fornecendo assim subsídios metodológicos para a pratica em sala de aula.

Para o alcance deste objetivo, foram realizadas pesquisas em documentos oficiais, literatura da área e em livros didáticos, para assim fazer as relações e discussões necessárias que serão apresentadas a seguir.

Contextualizando a aritmética

A aritmética é uma parte da matemática que se dedica ao estudo dos números e das operações que podem ser desenvolvidas com eles. É um dos ramos mais antigos e rudimentares da matemática, pois é possível utiliza-la na maior parte do mundo para facilitar as tarefas diárias mais básicas, como a contagem, em cálculos científicos ou de negócios. Estes são apenas alguns exemplos onde é possível usar a aritmética.

Este ramo da matemática alcança resultados impressionantes e possui aplicações que se pouco imagina sobre os números e suas operações, alguns matemáticos usam o termo “aritmética superior” quando se referem a resultados mais avançados relacionados a teoria dos numerais. Mas isso não pode ser confundido com a aritmética elementar, campo que este trabalho se propõe delimitar, que em poucas palavras é o estudo da contagem e das quatro operações matemáticas fundamentais, ou seja, adição, subtração, multiplicação e divisão.

Ela abrange o estudo de algoritmos manuais para a realização de operações com os números naturais, inteiros, racionais (na forma de frações) e reais. Tais operações, no entanto, podem ser realizadas com o uso de ferramentas como a calculadora, computadores ou ábaco, o que não tira o caráter aritmético.

O conceito de aritmética também pode ser visualizado como longo e complexo que se estende além de meras representações sobre “contagem”, podemos dizer que em sua extensão funciona com a constituição de inúmeras variáveis que se classificam como possíveis particularidades dos números e seriam elas: Correspondência um a um; Cardinalidade de um conjunto; Ordinalidade na contagem; Contagem seriada um a um; Contagem por agrupamentos; Quantidade (composição e decomposição); Símbolos numéricos (reconhecer); Símbolos operacionais (reconhecer); Representação numérica; Operacionalização numérica; Percepção de semelhanças; Percepção de diferenças; Percepção de inclusão; Percepção de Invariância. Dessa forma compreende-se que o processo de formação de conceito do número é um processo longo e complexo, ao contrario do que se pensava anteriormente, onde o ensino de números se restringia ao reconhecimento de numerais.

Os números como percepção matemática inicia no aluno um desenvolvimento matemático que deve ser qualitativo e significativo, dessa forma não podemos esquecer-nos de instigar a curiosidade e o desejo de aprender utilizando recursos materiais concretos para que a visualização abstrata se torne racional, lógica e crítica.

A criação dos números traz em seu processo algumas curiosidades peculiares, que os tornam únicos, sendo cada um com a sua respectiva características. Por exemplo, a invenção do numero 0: para os filósofos gregos era um absurdo pensar em dar simbologia ao vácuo, e consideravam o conceito antiestético, diziam que não fazia sentido vazio em um mundo organizado e lógico, Aristóteles chegou a dizer que a natureza tinha horror ao vácuo.

Não se pode falar em números racionais sem antes fazer menção aos números naturais. Isso se dá pelo fato de uma necessidade bem primitiva do homem, a contagem. Desde os primórdios, o homem era obrigado a resolver problemas cotidianos por meio da contagem foi o que originou os números naturais.

Com o desenvolvimento, novos problemas foram surgindo e as necessidades do homem não era apenas a de contar, a sociedade passou a ter necessidade de medir comprimentos e áreas, por exemplo, tarefas que os números inteiros não são suficientes para o ato de medir. Ele também coloca que a necessidade fez surgir o conjunto de números racionais formado pelos números inteiros mais os números fracionários. (CARAÇA, 1951).

A palavra cálculo origina-se de “Calculus” em Latim que significa pedra. Antigos pastores, para controlar seus rebanhos de ovelhas, os associavam (correspondência um a um) às pedras que guardavam em sacolas. Cada ovelha correspondia a uma pedrinha. No início e final do dia faziam as correspondências, se sobrassem pedras faltavam ovelhas.

Assim, a construção do conceito de número, começa nas relações do cotidiano dos alunos mesmo antes do ingresso delas na escola. No dia-a-dia as crianças, convivem com situações que envolvem ordenação, seriação, classificação, iniciando assim, uma representação conceitual sobre os números.

Aspectos sobre o ensino de aritmética

Dado o contexto exposto na seção anterior, é visualizar e discutir alguns aspectos que influenciam o ensino de aritmética na educação infantil, esta é a proposta do presente tópico. Dessa forma será num primeiro momento discutido a situação de ensino de matemática de forma mais geral caminhando em direção de características do ensino de aritmética.

A ideia da matemática como uma matéria difícil, que só pode ser aprendida por alunos inteligentes, como uma matéria exata, pronta e acabada, que precisa apenas ser transmitida, cabendo ao educando apenas recebe-la e reproduzi-la. Isso faz com que algumas pessoas vejam as dificuldades apresentadas pelos alunos como normais. Essa ideia vai sendo repassada aos alunos, e torna-se um dificultador da aprendizagem e acaba, portanto, gerando outras dificuldades.

As dificuldades apresentadas pelos alunos não podem ser atribuídas a um único fator. É possível que muitos obstáculos geradores dos erros em matemática nem mesmo estejam localizados no campo matemático. A análise de pesquisas que tratam dessa problemática e a prática pedagógica em sala de aula, nos permite analisar que existem diferentes fatores que podem contribuir para a dificuldade dos alunos. (BERTINI, 2010).

O papel do professor é o de facilitar o processo de ensino/aprendizagem do educando, sobre isso Lorenzato (2008) afirma que:

Cabe ao professor oferecer oportunidades para que as crianças realizem experiências e descobertas, com sua observação e, muitas vezes, orientação, pois, assim, elas poderão desenvolver as suas habilidades em resolver problemas, serão motivadas a fazer conjecturas e a apresentar suas justificativas verbais ou escritas. (LORENZATO, 2008, p.01).

Porém algumas vezes o próprio professor pode ser um gerador de dificuldades. Professores que não estão preparados possuem uma má formação no que diz respeito aos conteúdos matemáticos ou a formação didática pedagógico podem causar prejuízo, na medida em que, podem apresentar os conteúdos de maneira confusa.

A criança, quando entra na escola, traz consigo noções e conhecimentos adquiridos no seu dia-a-dia através de conversas, brincadeiras, situações, da vida cotidiana. No entanto, na escola se depara com um conhecimento sistematizado, repleto de símbolos e isso pode causar um conflito, gerando dificuldades na adaptação desses conhecimentos.

Antes de ingressarem nas escolas, as crianças já possuem contato com a ideia de numeração. Em seu cotidiano tem contato com situações que envolvem ordenação, seriação, classificação, e iniciam assim um conceito sobre a ideia de números. Dessa forma é possível construir um conhecimento significativo a partir das experiências dos alunos e suas relações com as situações em aritmética.

Análise didática de livros didáticos e documentos sobre o ensino de aritmética

Neste tópico será realizada uma discussão em torno de análises feitas pelos autores deste texto, análises em livros didáticos, em documentos oficiais e em obras de pesquisadores do assunto, todos abordando ARITMÉTICA no ensino fundamental, e a partir de então são feitas relações e argumentações necessárias.

Segundo o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil:

A abordagem da Matemática tem a finalidade de proporcionar oportunidades para o aluno afim de que possa se comunicar matematicamente, ou seja, descrever, representar, e apresentar resultados argumentando a respeito de suas conjecturas, utilizando, para isso, a linguagem oral e a representação por meio de desenhos e da linguagem matemática. (BRASIL, 1998)

Neste mesmo sentido, Smole et al, expõe que:

Ouvir, falar, ler, escrever, desenhar são competências básicas para que os alunos aprendam conceitos em qualquer tempo e serve tanto para leva-los a interagir uns com os outros quanto para que desenvolvam uma melhor compreensão das noções envolvidas em uma atividade, pois qualquer meio que sirva para registrar ou transmitir informação incentiva a capacidade de compreensão e de análise sobre o que se está realizando” (Smole et al, 2001, .p. 25).

Para Lorenzato (2008, p,36) “ É importante chamar a atenção das crianças para o fato de que a palavra ‘zero’ nunca é pronunciada quando o algarismo zero aparece em um número”. Nesse sentido a função do zero é na realidade é a representação de guardar lugar para outros números. Na perspectiva de Lorenzato, 2008 uma das maneiras de se apresentar o numero zero é como número quem tem como função guardar lugar para outros números .

A criança, desde o seu nascimento já está inserida em um universo do qual os conhecimentos matemáticos são partes integrantes. A educação infantil representa uma etapa muito importante no processo de ensino aprendizagem e na vida do educando.

A partir da percepção do autor e suas orientações e de acordo com o que foi compreendido por nós no decorrer da disciplina “linguagens infantis e conceitos matemáticos”, fizemos uma análise no livro didático do (2º ano coleção agora é hora Matemática).

Identificou-se no livro didático que os assuntos abordados são: Numeração até o número 10, identificação do número 10; números 1,2e3; números 4,5 e 6; 7,8 e 9; número zero; e o numeral 10.

Para Almeida e Martins (2001), diante do atual contexto escolar brasileiro, os educadores necessitam de alternativas pedagógicas que auxiliem o processo de ensino/aprendizagem de forma mais eficiente e significativa.

Uma análise sobre as questões corresponde a uma busca por um ensino de Matemática que não só desenvolva nos cidadãos a capacidade de interpretar como a Matemática pode influenciar nossa visão de mundo, mas também que possibilite aos alunos compreender a Matemática que se encontra a sua volta, a forma como ela foi organizada, suas origens e sua importância atualmente.

Diante da problemática apresentada sobre a aprendizagem dos estudantes em matemática e tomando como referencial a importância cada vez mais crescente de uma aprendizagem mais eficiente e significativa.

Decidimos realizar este trabalho de pesquisa e análise do livro didático, para que o professor possa toma-lo não como uma receita estabelecida que não possa ser modificada. Mas como uma orientação que ele pode verificar e adaptar de acordo com a realidade de seus alunos.

O assunto de numeração até 10 é abordado no livro didático de maneira significativa e eficiente. Pois trabalha o conteúdo de forma contextualizada e dinâmica, proporcionando no aluno um melhor entendimento.

O surgimento de novas concepções sobre como se dá o conhecimento, tem possibilitado outras formas de considerar o papel do jogo no ensino. O jogo, na educação matemática, passa a ter o caráter de material de ensino quando considerado “provocador” de aprendizagem. O aluno, colocado diante de situações lúdicas, apreende a estrutura lógica da

brincadeira e, sendo assim, apreende também a estrutura matemática presente. (MOURA,1991).

A aprendizagem hoje não é vista mais como a simples transmissão e recepção de informações, mas sim como um processo de construção de conhecimentos, que é favorecido mediante a estimulação da investigação e participação dos alunos.

Quando se discute o papel da matemática no processo de ensino-aprendizagem, é pertinente analisar a forma como ele se apresenta em nossas escolas. É fundamental ter sempre presente que o aluno aprende mais quando lhe é permitido fazer relações, experiências e ter contato com material concreto.

(...) a matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios. (BRASIL, 1998).

O livro didático analisado, busca trabalhar situações presentes no dia a dia do aluno através de imagens, pinturas, charges, contagens de histórias.

A dificuldade em aprender matemática pode ser quebrada a partir do momento em que o professor começar pelo concreto, muitas vezes as palavras podem não alcançar o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento, elas auxiliam, mas não são suficientes para ensinar, o fazer é bem melhor do que o ver ou ouvir. O concreto é necessário para aprendizagem inicial, embora não seja suficiente para que aconteça a abstração matemática, porém para se alcançar a abstração é preciso começar pelo concreto.

O assunto é introduzido para o aluno de forma dinâmica, trazendo para ele a possibilidade de compreender o conteúdo de forma significativa. Ministrando aulas com o uso de recursos como imagens, músicas, jogos e brincadeiras, situações que estejam relacionadas ao cotidiano do educando. Fazendo assim com que a criança comece a compreender e identificar o uso de números como em casos de numeração de roupas, calçados, brinquedos e outros.

De acordo com (LORENZATO, 2008), pais e educadores já são conhecedores do sucesso de se trazer para sala de aula as situações-problemas do cotidiano do aluno, é mais fácil para o educando compreender o assunto quando a questão está relacionada com o seu contexto.

Exemplo: o professor anuncia as crianças: “ É hora de brincarmos de bola, darei uma bola para cada duas crianças. Mas de quantas bolas eu irei precisar? Vocês podem me ajudar a descobrir? Como faremos para descobrir de quantas bolas precisaremos? ”

É provável que as crianças surjam com algumas opiniões, e sejam elas quais forem é de fundamental importância que o professor as experimente dentro de sala de aula, oportunizando o educando a descobrir se está “certo ou errado”, após a verificação das propostas o professor poderá solicitar aos alunos que explique o que foi feito e o que aconteceu, sendo importante que o professor faça o registro dos acontecimentos.

O ensino da matemática é importante e essencial pois, está presente em praticamente todas as situações do nosso dia a dia. Portanto o ensino da matemática de forma prazerosa e significativa é fundamental para que o aluno consiga desenvolver os seus conhecimentos e habilidades.

A aprendizagem no ambiente escolar deve permitir que o aluno compreenda o assunto por meio de exemplos ligados ao seu cotidiano para que, posteriormente, ele seja capaz de resolver problemas mais complexos. A aprendizagem que atribui significado ao conceito permite que os alunos tomem decisões com mais segurança e autonomia em diversas situações.

Dessa maneira o livro didático sugere que o professor utilize materiais pedagógicos diversificados e que possam serem usados para proporcionar uma aula mais dinâmica e significativa. Materiais como cartazes, imagens para colorir, corte e recorte, brinquedos, etc.

Cabe ao educador perceber a necessidade de enriquecer sua metodologia, utilizando os materiais concretos para que a aula possa ser mais dinâmica, além de conciliar teoria e prática para instiga os alunos a participarem da aula, expor suas opiniões e interagir nos grupos. O trabalho através da manipulação de objetos possibilita o desenvolvimento da criança em habilidades como discriminação e memória visual.

De acordo com o Referencial Curricular (BRASIL,1998), primeiramente deve ser trabalhado os conteúdos de forma concreta, para depois seguir para o abstrato, o concreto e o abstrato se caracterizam como duas realidades dissociadas, em que o concreto é identificado como palpável e o abstrato como algo impalpável e com as representações formais.

A fixação é de grande importância para que o professor consiga avaliar o processo de desenvolvimento da criança, devendo, portanto, ser realizada de maneira adequada.

Essa fixação é feita através de uma atividade que relaciona a criança, com perguntas que chamam a sua atenção: Exemplo: Qual é a sua idade?; Qual é o número do seu sapato?

Também através de pinturas, de treino da escrita dos números, de ligar os números as suas respectivas quantidades, de jogos, de observações de semelhanças e diferenças.

A livre manipulação de peças lúdicas e regras, por si só não garantem a aprendizagem. O jogo torna-se uma estratégia didática quando as situações são planeadas e orientadas pelo adulto visando a uma finalidade de aprendizagem.

De acordo com o Referencial Curricular (BRASIL, 1998), a seleção e a organização dos conteúdos matemáticos representam um passo importante no planeamento da aprendizagem e devem considerar os conhecimentos prévios e as possibilidades cognitivas das crianças para ampliá-los.

Para que o aluno consiga assimilar o conteúdo de forma eficaz o professor pode optar pelo uso de metodologias que facilitem a sua compreensão.

Aprender matemática é um processo contínuo de assimilação no qual as crianças atribuem significados e estabelecem relações com base nas observações, experiências e ações que fazem desde cedo, sobre elementos do seu ambiente físico e sócio cultural. A compreensão de conceitos matemáticos pela criança ocorre simultaneamente ao desenvolvimento de inúmeras outras naturezas diferentes e igualmente importantes, tais como comunicar-se oralmente, desenhar, ler escrever, movimentar-se, cantar e etc.

Mas é importante lembrar para que esses objetivos sejam desenvolvidos, é necessário que o professor esteja atento para que tanto a ação física quanto a ação mental, sejam desenvolvidas com os alunos, ou seja o trabalho com o concreto e com o abstrato não devem acontecerem de forma separada, até mesmo porque toda a ação física requer uma ação mental.

O processo para uma aprendizagem eficaz depende de inúmeros fatores, dentre os quais, os mais característicos são: o talento do professor, o tipo intelectual do aluno, as oportunidades oferecidas pelo ambiente imediato da escola, perspectivas futuras de vida do aluno.

A escola não pode mais ser considerada como uma simples máquina de alfabetização. Sua função não se restringe mais, como antigamente, à modesta tarefa de ensinar, sua tarefa é mais ampla e profunda, ou seja, deve levar o nosso aluno a ser mais crítico, mais comprometido e mais otimista em relação à aprendizagem.

Suas responsabilidades atuais são bem maiores. Além de instrumento de formação física, intelectual e moral, cabe-lhe a missão de promover a integração harmoniosa do educando no seio da comunidade, fornecendo-lhe todos os elementos para que se possa tornar um fator de progresso individual e social.

Assim, a aprendizagem é um processo de assimilação de determinados conhecimentos e modos de ação física e mental, organizados e orientados no processo ensino aprendizagem.

A escola não deve perder de vista que a aprendizagem de um novo conceito envolve a interação com o que já foi aprendido. Portanto, as experiências e vivências que o aluno traz consigo favorecem e possibilitam novas aprendizagens.

Bruner chama a atenção para o fato de que as matérias ou disciplinas tais como estão organizadas nos currículos, constituem-se muitas vezes divisões descontextualizadas do saber. Por isso, várias disciplinas possuem princípios comuns sem que os alunos, e algumas vezes os próprios professores consigam analisar e se atentar para este fato, tornando o ensino uma repetição sem sentido, e sem significado em que apenas respondem a comandos autoritários, Bruner propõe o ensino pela descoberta.

O método da descoberta não só ensina a criança a resolver problemas da vida prática, como também garante a ela uma compreensão da estrutura fundamental do conhecimento, possibilitando assim economia no uso da memória, e a transferência da aprendizagem no sentido mais amplo e total.

Ao analisarmos o livro didático e de acordo com as orientações de Lorenzato (2008), e dos documentos oficiais faremos uma exposição de cinco atividades, que não devem ser vistas como uma “receita pronta” da aula que o professor dará. Mas sim como uma sugestão para que o professor possa se inspirar e a recriar outras atividades para serem trabalhadas com seus alunos.

Cabendo ao professor identificar as características de cada aluno e cada série, para que as atividades trabalhadas sejam o mais voltado para a realidade do aluno possível.

O professor deve elaborar atividades que sejam bem construídas. E para isso deve buscar aprofundar ao máximo o seu conhecimento, procurando leituras específicas, que possam auxiliá-lo.

Aprender matemática é um processo contínuo de assimilação no qual as crianças atribuem significados e estabelecem relações com base nas observações, experiências e ações que fazem desde cedo, sobre elementos do seu ambiente físico e sócio cultural. A compreensão de conceitos matemáticos pela criança ocorre simultaneamente ao desenvolvimento de inúmeras outras naturezas diferentes e igualmente importantes, tais como comunicar-se oralmente, desenhar, ler, escrever, movimentar-se, cantar, etc. Mas deve-se lembrar para que esses objetivos sejam desenvolvidos, é necessário que o professor esteja atento para que tanto a ação física e a ação mental, sejam desenvolvidas com os alunos, ou

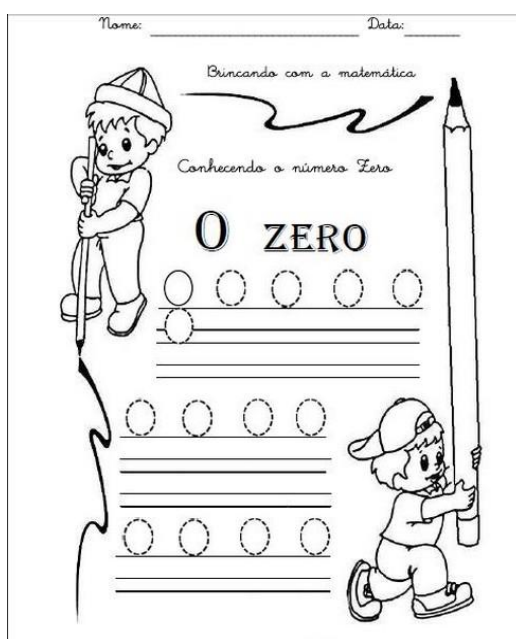
seja o trabalho com o concreto e com o abstrato não devem ocorrer de forma separada, uma que toda ação física requer ,ao mesmo tempo uma ação mental.

Propostas de atividades

Na perspectiva do que avaliamos no livro didático e de acordo com as orientações de Lorenzato (2008), e dos documentos oficiais iremos demonstrar quatro atividades que não devem ser vistas como uma forma de receita pronta de aula, porém como sugestão para que o professor possa se inspirar. É importante que o professor tenha em mente que a sua aula deve ser significativa para o aluno, dessa forma a atividade deve ser bem elaborada, sendo assim é fundamental que o professor busque leituras específicas para aprofundar seu conhecimento de como elaborar atividades de matemática.

Atividade proposta 1

Descrição da atividade



Objetivos: Ensinar o numeral zero para o aluno, e estimulá-lo para que desenvolva sua coordenação motora cobrindo o tracejado.

Descrição: O aluno após conhecer o número zero, terá que cobrir o tracejado para desenvolver a sua coordenação motora fina.

Recursos: Impressão da atividade.

Atividade proposta 2

Descrição da atividade



Fonte: <http://www.cantinhodosaber.com.br>

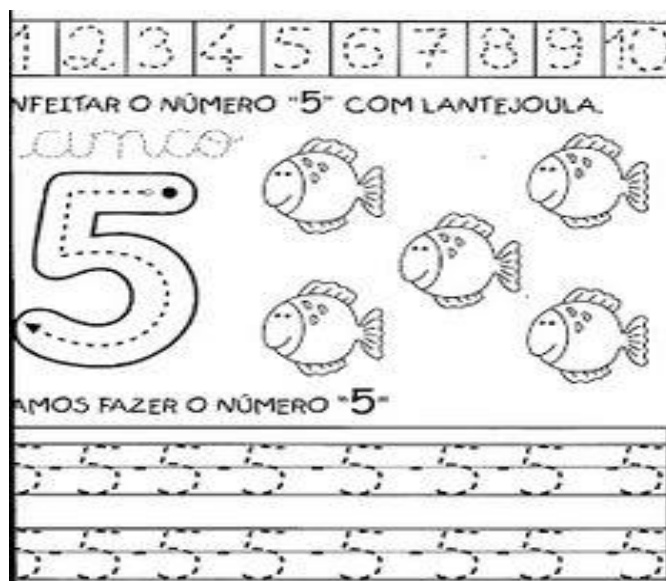
Objetivos: Identificar no aluno se ele já consegue contar a quantidade de estrelas presentes na imagem. E se ele também reconhece esse número circulando e escrevendo.

Descrição: Nesse exercício o aluno terá que escrever a quantidade de estrelas presente na imagem e também circular o número que represente essa quantidade.

Recursos: impressão da atividade.

Atividade proposta 3

Descrição da atividade



Fonte: <http://cantinhodosaber.com.br>

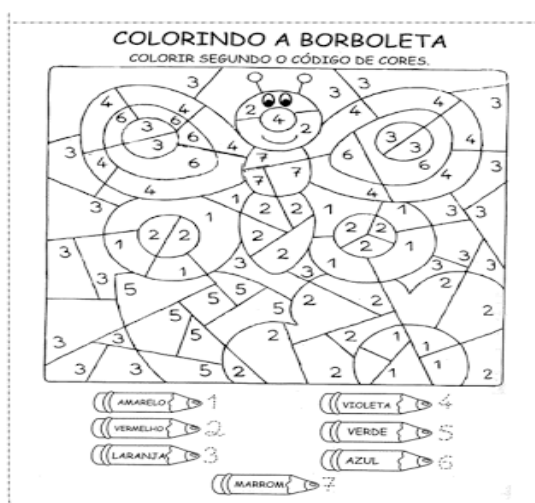
Objetivos: Ensinar o numeral 5 para o aluno, e estimular para que consiga desenvolver a sua coordenação motora fina, cobrindo o tracejado com lantejoulas.

Descrição: O aluno deverá após conhecer o numero cinco, cobrir o tracejado com lantejoulas.

Recursos: impressão da atividade.

Atividade proposta 4

Descrição da atividade



Fonte: <http://www.cantinhodosaber.com.br>

Objetivos: Colorir a borboleta de acordo com o código de cores da tabela, identificar que cada código corresponde a uma cor diferente.

Descrição: Nessa atividade o aluno compreenderá noções de sequência numérica e identificar as cores.

Recursos: Impressão das atividades.

Conclusão

Este trabalho objetivou de apresentar uma discussão didática a respeito do ensino de aritmética na educação infantil, e de fornecer assim subsídios metodológicos para a prática em sala de aula, dessa forma apresentou de forma sucinta algumas análises e relações entre o que dizem os documentos oficiais, os teóricos e o que está escrito em páginas de livros didáticos como assunto mostrado aos alunos da educação infantil.

Após esta análise ficou perceptível que os livros contemplam as orientações didáticas, falhando em alguns itens apenas, assim foi possível também mostrar algumas atividades como proposta de ensino a partir das reflexões tidas ao longo do texto.

Por fim, ressaltamos as limitações que este trabalho pode possuir e de já sugerimos a outros pesquisadores que aprofundem o estudo no sentido de mais avanços sobre a prática de professores e professoras que ensinam matemática na educação infantil.

Referências:

VOMERO, Maria F. **A importância do número 0**. Revista Super interessante [on-line]. 2001. Disponível em: <<http://super.abril.com.br/ciencia/a-importancia-do-numero-zero/>> acesso em: 31 de Maio. 2017.

SOSSO, Juliana. **Coleção Agora é Hora Matemática**

BRASIL. Ministério da Educação e do desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Referencial Curricular nacional para educação infantil\ Ministério da Educação e Desporto, secretaria de educação Fundamental. 1998.

LORENZATO, Sérgio. **Educação infantil e percepção matemática**. Campina-SP, Autores Associados Ltda, 2010.

www.cantinhodosaber.com.br

SMOLE; STOCCO; DINIZ; IGNEZ . **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.p. 25



UMA ANÁLISE SOBRE A ABORDAGEM DE FUNÇÕES EM LIVROS DIDÁTICOS

Adrean Brasil Fortes

Universidade do Estado do Pará

adreanbf@gmail.com

Izabelle Calvalcante de Oliveira

Universidade do Estado do Pará

Izabelleoliveira29@gmail.com

Renan Marcelo da Costa Dias

Universidade do Estado do Pará

Renanmarcelo1998@gmail.com

Resumo: Este trabalho tem por objetivo analisar como se dá abordagem de funções em livros didáticos. Para tal buscamos trabalhos que dissertam sobre o tema, além de pesquisar em documentos oficiais que orientam sobre abordagem de funções no ensino básico e posteriormente analisamos três livros didáticos aprovados pelos PNLD, sendo um do 9º ano do ensino fundamental e dois do 1º ano do ensino médio. A partir das análises foi possível perceber que, de um modo geral, todos os livros analisados se adequam as orientações dos documentos oficiais, no entanto, ainda se preocupam com uma abordagem formal através da relação entre conjuntos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Análise de livros didáticos. Funções

1. Considerações iniciais

Não é difícil encontrar alunos que tinham a matemática como a fonte de divertimento no ensino fundamental, mas no ensino médio à tem como causa das reprovações escolares. Essa mudança de concepção está ligada a diversos fatores que perpassam pelo ensino e aprendizagem, e que podem surgir através de experiências negativas relacionadas as dificuldades de aprendizagem em determinados assuntos.

ANAIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ- 1007 p. - ISBN 2558-7660

Sobre essas dificuldades, Silva (2007), diante das análises das avaliações de larga escala a nível nacional, aponta o estudo de funções como um dos temas com mais obstáculos de aprendizagem. Mesmo diante das inúmeras situações presentes no dia a dia do aluno sobre esse tema e sua devida importância de estudo para o desenvolvimento do pensamento matemático, as dificuldades são significativas.

Dentre os tópicos não compreendidos pelos alunos em funções, o conceito de função é o que mais se destaca, devido à redução desse conceito à conjuntos numéricos como pré-requisito. Além disso, também se encontra a construção do gráfico, definição de domínio e definição de imagem (SILVA, 2007).

De acordo com os documentos oficiais como os PCNEM (BRASIL, 1999) e PCN+ (BRASIL, 2002), a abordagem de função através de situações problemas são da grande valia, pois dão significado de aprendizagem ao aluno, que por sua vez perceberá a aplicação da matemática no seu dia a dia, além disso, essa aproximação à realidade do aluno, valoriza o conhecimento de mundo trazido por eles.

Nesse sentido, diante das discussões acerca do tema e as orientações nos documentos oficiais, surgiu o interesse em pesquisar como se dá a abordagem de funções e seus tópicos domínio, imagem e gráfico, em livros didáticos e as medidas que eles se adequam as orientações dos documentos oficiais.

Acreditamos ser essa reflexão uma grande sinalização de como os professores trabalham com funções em sala de aula, visto que muitos professores utilizam o livro didático como direção completa de seu trabalho em sala de aula.

2. Referencial teórico

A seguir apresentaremos as orientações dos documentos oficiais como PCNEM (BRASIL, 1999) e PCN+ (BRASIL, 2002) sobre a abordagem de funções na aprendizagem de matemática e estudos como Silva (2007) e Atayde (2010) que tratam sobre a apresentação de funções em livros didáticos.

Os documentos oficiais orientam sobre o processo de ensino de diversos conteúdos matemáticos na educação básica, abordando sobre metodologias alternativas e objetivos de aprendizagem. Embora o estudo de funções seja aprofundado no 1º ano do ensino médio

(função afim, quadrática, exponencial, logarítmica e modular), é necessário saber que a noção intuitiva de função é trabalhada desde do 9º ano do ensino fundamental.

De acordo com os PCN+ (BRASIL, 2002), o estudo das funções, trabalhadas no 1º ano do ensino médio, é importante, pois “possibilita ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessárias para expressar a relação entre grandezas e modela situações-problemas” (BRASIL, 2002. pag. 118).

A matemática, desempenha papel fundamental na sociedade, devido aos seus valores formativo e instrumental. O primeiro porque ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo do aluno, o segundo por ser uma ferramenta útil para diversas tarefas diárias na vida dos alunos, sendo assim dando significado a aprendizagem de conteúdos matemáticos, como as funções (BRASIL, 1999).

Nesse sentido, tem-se o conceito de função como de significativa importância para a modelagem dessas situações problemas. Em se tratando de conceito de função, é sabido que tradicionalmente o estudo dos números reais, conjuntos e suas propriedades, são pré-requisito para o estudo de função, no entanto, orienta-se a começar esse estudo a partir da própria noção de função, a partir de situações de dependência entre duas grandezas, e dentro disso ressaltar os conjuntos e suas propriedades (BRASIL, 2002).

Em relação a noção de função, os PCN+ (BRASIL, 2002) indicam, não somente em funções, a resolução de problemas, que muitas vezes é deixada para o final na verificação da aprendizagem, como ponto inicial na abordagem desse conteúdo, pois permite ao aluno pensar por si só, analisando, associado, buscando em seus conhecimentos métodos que permitam que ele solucione aquela situação, assim, dando autonomia para que ele construa seu próprio conhecimento (BRASIL, 2002. pag. 113).

Silva (2007), em seu trabalho de análise da abordagem de função nos livros didáticos, afirma que, diante dos resultados das provas do SAEB (INEP, 2004), foi perceptível as dificuldades, conceituais e procedimentais, dos alunos em função. Além disso, após um levantamento bibliográfico acerca do tema, Silva (2007) percebeu que para muitos alunos o conceito de função estava diretamente ligado ao gráfico, e que as expressões algébricas e tabelas, eram apenas ferramentas para a construção dos gráficos, confundindo objeto com sua representação.

Além disso, Silva (2007) afirma que muitos alunos confundem função com equação e isso dificuldade a assimilação do conceito de função; e ainda, que a compreensão do conceito de função está ligada à capacidade de lidar com diversas formas de representação, por isso o conceito de função deve ser associado a ideias de variação e de mudança, ressaltando a passagem do discreto ao contínuo, na construção dos gráficos.

Sobre os gráficos, Silva (2007) comenta que a construção é tratada apenas como junção de pontos no plano cartesiano, através da substituição de valores em expressões algébricas, e que isso implica diretamente na passagem do discreto e contínuo, na qual o aluno pode pensar que nunca é possível o gráfico ser traçados por pontos isolados.

Ainda de acordo com Silva (2007), o Movimento da Matemática Moderna nas décadas de 60 e 70, devido a sua proposta de redução da matemática a teoria dos conjuntos, influenciou diretamente na linguagem conceitual de função tornando-a extremamente abstrata e formal.

Sobre a análise dos livros didáticos, Silva (2007) realizou tal procedimento sobre seis questionamentos, sejam eles:

- O desenvolvimento da noção de função se dar a partir de exploração da relação de dependência entre grandezas, ou via conjuntos, como base no conceito de par ordenado e relação?
- São propostas situações que envolvem a generalização de regularidades e sequencia numéricas, ou em padrões geométricos?
- As articulações entre campos matemáticos e/ou conexões da matemática com outras áreas do saber são exploradas?
- Na construção de gráficos utiliza-se o procedimento global das propriedades da figura-forma, ou somente os procedimentos por pontos e por extensão do traçado efetuado?
- Na construção de gráficos, a relação discreta/contínuo é explicitada satisfatoriamente?
- Quando se trata da articulação entre os registros de representação gráfico e algébrico, são propostas atividades constituídas por tarefas que tratam dos dois sentidos de conversão? (Silva, 2007. pag. 39).

A seguir destacaremos as análises realizadas por Silva (2007).

Em relação ao 1º critério, Silva (2007), percebeu que a maior parte dos livros abordou esse conceito a partir de situações problemas, no entanto, ainda houve livros que se preocupavam com o conceito formal das relações entre conjuntos numéricos. Sobre o 2º critério o autor afirmou que a maioria dos livros dos apresentaram tarefas envolvendo

regularidades e padrões geométricos em funções, como extração da lei de formação de Progressões.

No que se refere ao 3º critério, a maior parte dos livros aprofundou essas situações de modo a mostrar ao aluno a ligação de função com outras áreas da matemática e do conhecimento, mas ainda sim houveram livros que exploraram superficialmente essas situações, apenas para introduzir o conceito de função ou a aplicação em algum exercício. No 4º critério, Silva (2007) percebeu que a maior parte dos livros analisadas não contemplou a relação discreto contínuo satisfatoriamente, pois partiram para a construção dos gráficos a partir do traçado de pontos através de tabelas de valores da substituição de expressões algébricas

Sobre o 5º Critério, dos 5 livros analisados, 1 livro adotou a relação contínua, 2 adotaram a relação discreta, e 2 mesclaram essas suas relações, envolvendo situações reais. No critério 6, em todos os livros, a maior parte dos exercícios seguiu o padrão de transcrição de expressões algébricas para gráficos, em poucos casos encontrou-se a relação inversa dessa transcrição.

Diante disso, Silva (2007), concluiu que embora a maioria dos livros didáticos tenha abordado a noção de função a partir de situações problemas, a maior parte deles preocupou-se com a abordagem formal de relação entre conjuntos, além disso, o autor concluiu que de um modo geral os livros analisados estavam de acordo com as orientações dos documentos oficiais.

O trabalho de Atayde (2010) também teve por objetivo fazer uma análise sobre a abordagem de função do 1º grau em livros didáticos. Para tal realizou um levantamento bibliográfico sobre os modos de abordagem de funções no 1º ano do ensino médio em três livros didáticos aprovados pelo PNLEM, que foram classificados como Livros A, B e C. A seguir apresentaremos uma síntese das análises realizadas pelo autor.

Segundo Atayde (2010), o livro A mostrou a relação das funções com outras áreas da matemática e do conhecimento como um todo, e isso foi perceptível a partir das relações de dependência entre grandezas para a construção do conceito de função. além disso, em relação a construção dos gráficos, ela foi realizada a partir da substituição de valores em uma expressão algébrica, cujo os pontos foram marcados no plano cartesiano. Tudo isso em uma linguagem clara e próxima à linguagem dos alunos.

Ainda dentro das análises, em relação ao livro B, o autor comentou que inicialmente o conceito de função foi explicitado através das relações entre conjuntos e notação, porém, mais adiante o autor exemplificou as funções expressas por formulas matemática, utilizando outras áreas como geometria, matemática financeira. Sobre a construção dos gráficos, elas também partiram da substituição de valores numa expressão algébrica, mas de modo que o aluno percebesse que uma modificação em uma modificaria a outra também. No final o autor sintetiza o conteúdo nas relações entre grandezas.

No livro C, Atayde (2010) afirmou que a noção de função foi introduzida através da história da matemática com a apresentação do matemático Leibniz, após isso referiu-se à introdução de funções em modelos matemáticos sobre variação de uma grandeza associada a variação de outra grandeza, por fim formalizou-se o conceito de função através do diagrama de flechas. Para Atayde (2010) os exemplos propostos não estimulavam o aluno a participar das atividades propostas. Em relação a construção dos gráficos, a construção dos mesmos aconteceu a partir da substituição de valores na equação algébrica e os pontos foram demarcados no plano cartesiano.

De um modo geral, Atayde (2010), concluiu que o livro A estava corretamente estruturado, possuiu uma linguagem adequada ao aprendizado, apresentou diagramações e ilustrações de boa qualidade, contextualizou as funções com outras áreas, desse modo, estava de acordo com as orientações dos documentos oficiais. O livro B também apresentou uma linguagem clara e adequada para a aprendizagem, o conceito de função foi abordado através dos conjuntos, e foi perceptível a relação do conteúdo com a história de matemática. O livro C, embora a linguagem tenha sido clara e adequada, abordou o conceito de função por diagramas, afastando assim os alunos, pois não houve abordagens contextualizadas.

Nesse sentido, os estudos supracitados serviram como base para as análises em livros didáticos realizadas nesse trabalho, a seguir apresentaremos os resultados das análises.

3. Metodologia de pesquisa

A metodologia utilizada é do tipo bibliográfica, na qual buscamos, em um primeiro momento, em documentos oficiais como PCNEM (BRASIL,1999) e PCN+ (BRASIL,2002) as orientações sobre a abordagem de função no ensino médio e trabalhos que tratam da análise de livros didáticos como Silva (2007) e Atayde (2010).

No segundo momento, realizamos uma análise qualitativa em três livros didáticos aprovados pelo PNLD, sejam eles:

- DANTE, Luiz Roberto. Matemática, 1ª edição, 9º ano. São Paulo: Editora Ática, 2013. (2014, 2015 e 2016).
- IEZZI, Gelson. Matemática: Ciência a Aplicação, 6ª edição. 1º ano do ensino médio. São Paulo: Editora Saraiva, 2010. (2012, 2013 e 2014).
- SMOLE, Kátia Stocco & DINIZ, Maria Ignez. Matemática ensino Médio, 5ª edição, 1º ano do ensino médio. São Paulo: Editora Saraiva, 2005 (2009, 2010 e 2011).

Nos quais buscamos entender como se dá abordagem de função e de que forma elas se adequam as orientações dos documentos oficiais. A escolha dos livros se deu por dois critérios: Aprovação do PNLD e anos diferentes de validade de uso.

4. Análise dos livros didáticos

Neste capítulo faremos as análises dos livros citados anteriormente, que denominaremos como livro LDA, LDB e LDC respectivamente, nos quais observaremos a abordagem do conceito de função e seus tópicos como domínio, imagem e gráfico.

4.1. Análise do Livro LDA

O livro LDA iniciou o capítulo denominado ‘explorando a ideia de função’, com um breve texto sobre uma filha que foi comprar sucos com sua mãe e percebeu que à proporção que a quantidade de sucos aumentava o total a pagar também aumentava, e percebeu que a sua aula de função estava presente ali.

Posteriormente o autor apresentou uma tabela para efeito de visualização dessa situação explorando a ideia de lei de formação, e ainda apresentou um gráfico que também pôde representar tal situação. Desta forma formalizou que nesse capítulo seria tratado a ideia de função.

Em um segundo tópico, denominado ‘A ideia intuitiva de função’, o autor formalizou os conceitos de lei de formação e variáveis tratadas no tópico anterior, através da análise da relação do lado do quadrado com o seu perímetro, em seguida propôs exercícios que objetivavam encontrar a lei de formação, variável dependente e independente.

Em relação aos gráficos de funções, o livro LDA introduziu tal conhecimento a partir da ideia de grandezas dependentes em gráficos de colunas e linhas, em sequência foi apresentado uma atividade para a construção de gráficos a partir equações algébricas. Ainda dentro das construções dos gráficos foi ressaltado os tipos de gráfico de determinadas funções, zeros de funções e reconhecimento de um gráfico de função.

No último tópico denominado ‘Resolução de problemas que envolvem o conceito de função’, foram propostos exercícios que podiam ser resolvidos pelo conceito de função e seus tópicos apresentados. Além de ter proposto uma oficina matemática em grupo com palitos de fósforos para a construção de triângulo, no qual os alunos seriam levados a descobrir o padrão dessas construções e sua relação com novas construções em relação aos palitos.

É importante ressaltar que dentro das apresentações dos tópicos citados no livro LDA a linguagem de tal livro foi clara e adequada para o aluno do 9º ano do ensino fundamental.

4.2. Análise do livro LDB

O livro B, no tópico denominado ‘Introdução: noção intuitiva de função’, iniciou a abordagem do conceito de função de uma forma intuitiva aplicando, através de inúmeros exemplos do cotidiano do aluno, relações entre grandezas como, distância e tempo, mercadoria e preço, passageiros e preço da passagem, tempo e temperatura. Após essas ideias, aplicou-se um exercício com questões referentes a noção de função

Posteriormente a esta introdução o autor do livro B, no tópico ‘A noção de função com relação entre conjuntos’, formalizou por meio da relação entre conjuntos, o conceito de função. Juntamente a isso foi estabelecido o $y=f(x)$, sendo, portanto y imagem de x . Contudo o conceito de domínio ainda não é definido neste momento.

Assim o autor expôs a ideia de calcular o valor de y , neste caso a imagem da função a partir do valor de x , através de alguns exemplos que foram fornecidos para orientar o processo juntamente com a relação estabelecida entre conjuntos. Em seguida o conceito de domínio e contradomínio foi apresentado através dos exemplos para demonstrar que na relação dos conjuntos A e B o conjunto de partida é o domínio e o de chegada o contradomínio. A imagem foi estabelecida posteriormente.

Vale ressaltar que depois de cada tópico e definição o livro apresentou algum exercício de fixação indo das questões mais simples as mais complexas e que o autor se

imbuiu da utilização da história do desenvolvimento de conceito de função a partir da ideia de alguns matemáticos como Leibnz (1646-1716) e Euler (1707-1783).

Já com os conceitos matemáticos formados o autor buscou integrá-los a gráficos, assim estabeleceu uma leitura informal onde foram apenas observados os comportamentos e as relações entre as grandezas para assim pudesse entrar nas noções básicas de plano cartesiano evidenciando as noções de par ordenado, eixo das ordenadas e abscissas e a divisão do plano em quadrantes.

Por fim, o livro B, no tópico ‘construção de gráficos’, descreveu como se procede a construção gráfica a partir de um conjunto domínio finito onde são estabelecidos os valores de x e a lei que norteará a imagem (y), posteriormente esses dados foram organizados num par ordenado (x, y) formando uma sequência de pontos sendo estes alinhados, parabólicos ou hiperbólicos. Posteriormente as ideias de gráficos crescentes e decrescentes, sinal da função, máximos e mínimos, e simetrias foram estabelecidas de forma simples e clara. Sempre exercitando após cada conceito estabelecido.

4.3. Análise do livro LDC

O livro C iniciou, no tópico intitulado ‘Como se localizar’, introduzindo a ideia de coordenadas geográficas a partir de uma situação problema, a qual o aluno deveria encontrar certo endereço em um mapa. em seguida no tópico ‘Sistemas de Coordenadas Cartesianas, o autor explicou o que seriam os sistemas cartesianos ortogonais, e posteriormente comentou sobre simetria em planos cartesianos, usando como ferramenta a malha quadriculada.

Em relação ao conceito de função, o autor no tópico ‘funções’, tratou sobre o conceito de função, contextualizando um gráfico com assuntos do dia a dia, posteriormente alguns exemplos de gráficos de funções foram apresentados, sendo o último ‘o tapete de Sierpinski’.

Nos conceitos de domínio, contradomínio e imagem, o livro C abordou tais conceitos de maneira formal e direta utilizando-se das simbologias $F: A \rightarrow B$ e $X \mapsto y = f(x)$, posteriormente explicou o que essas simbologias significavam, utilizando como exemplos os gráficos apresentados anteriormente.

No que se refere a construção dos gráficos, o Livro C no tópico ‘Estudos de funções através de gráficos cartesianos’, foi apresentado uma maneira de construção a partir da substituição de valores na equação algébrica e a marcação de pontos no plano cartesiano.

Em síntese, diante das análises realizadas, percebemos que, em se tratando do conceito de função, os três livros analisados, exploraram a ideia de função a partir de situações problemas contextualizadas de relação entre grandezas e posteriormente formalizou-se tal conceito. Dessa forma estando de acordo com os PCNEM (BRASIL, 1999) que indicam essa ferramenta metodológica como grande auxiliadora na construção do conhecimento pelo próprio aluno.

Em relação aos conceitos de domínio e imagem, o livro A não abordou sobre eles, mas deixa claro a ideia intuitiva de variável dependente e independente, por outro lado os livros B e C tratam de tais conceitos de modo muito formal através das relações de conjunto com ideia de conjunto de entrada e saída. De acordo com os PCNEM (BRASIL, 1999) tais conceitos muito formais podem ser abordados ainda dentro das situações problemas, caso contrário gerarão um afastamento no aluno.

Em relação a construção de gráficos, o LDA é o único que antes de orientar a construção de gráficos, abordou uma noção intuitiva de gráficos com variáveis dependentes, no entanto, todos os três livros didáticos orientaram diretamente a construção de gráficos a partir de substituição de valores em equações algébricas e marcação de pontos no plano cartesiano. Nesse contexto, as ideias de construção de gráficos, não precisam estar ligadas diretamente a esse modelo, mas podem ser trabalhadas a partir das percepções dos alunos de situações do cotidiano e de outras áreas como física, geografia ou economia. (PCNEM, BRASIL 1999 pag. 255) apud (ATAYDE, 2010. pag. 68).

5. Considerações finais

O objetivo desse trabalho era analisar como se dá abordagem de funções em livros didáticos. Para tal revisamos três livros didáticos aprovados pelo PNLD, sendo 1 do 9º ano e 2 do 1º ano do ensino médio. Diante dos estudos analisados, observamos que os documentos oficiais como PCNEM (BRASIL, 1999) E PCN+ (BRASIL, 2002) orientam que a abordagem de funções pode ser trabalhada a partir de situações problemas que deem significado de aprendizado ao aluno.

Em relação as análises dos livros didáticos, de um modo geral, percebemos que todos os livros analisados se adequam as orientações dos documentos oficiais e estão de acordo com alguns trabalhos que tratam sobre a abordagem de função no ensino básico, principalmente se

tratando de situações-problemas como ponto de partida de conceitos, no entanto percebemos também a preocupação com a abordagem de função em uma linguagem muito formal, através das relações entre conjuntos.

Por fim, as análises dos livros didáticos nos possibilitaram uma visão mais ampla sobre a abordagem de funções, a partir disso acreditamos que os professores devem ter cuidado ao utilizar o livro didático como norteador de atividades em sala de aula, percebendo se eles se adequam as orientações dos documentos oficiais e se estão próximos a realidade dos alunos, para que assim haja uma aprendizagem de função com qualidade.

6. Referencias

ATAYDE, Alan Florência. **A abordagem de função nos livros didáticos: Possibilidades de investigação, exploração, problema e exercícios**. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP), São Paulo, 2010.

BRASIL, **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**, 2002.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio(PCNEM)**, 1999

DANTE, Luiz Roberto. Matemática, 1ª edição, 9º ano. São Paulo: Editora Ática, 2013. (2014, 2015 e 2016).

IEZZI, Gelson. Matemática: Ciência a Aplicação, 6ª edição. 1º ano do ensino médio. São Paulo: Editora Saraiva, 2010. (2012, 2013 e 2014).

SILVA, Umberto Almeida. **Análise da abordagem de função adotada em livros didáticos de matemática da educação básica**. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP), São Paulo, 2007.

SMOL, Kátia Stocco & DINIZ, Maria Ignez. Matemática ensino Médio, 5ª edição, 1º ano do ensino médio. São Paulo: Editora Saraiva, 2005 (2009, 2010 e 2011).



UMA INVESTIGAÇÃO DOS ERROS DOS ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM FRAÇÕES

Renan Marcelo da Costa Dias

Universidade do Estado do Pará

renanmarcelo@gmail.com

Luiz Henrique Saraiva Miranda

Universidade do Estado do Pará

luizhenriquesaraivam@gmail.com

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará

rosejuca@gmail.com

RESUMO: Este trabalho tem por objetivo fazer um estudo dos erros dos alunos do 6º ano do ensino fundamental em frações. Para tal revisamos alguns estudos que dissertam sobre as dificuldades na aprendizagem de fração e posteriormente aplicamos um teste diagnóstico com 8 questões em uma escola pública da cidade de Belém/PA. Através das análises realizadas percebemos que os erros dos alunos estão ligados as operações com frações devido ao desconhecimento desses algoritmos e o não habilidade em trabalhar com frações equivalente, aplicando assim algoritmos próprios. Desse modo a análise desse erros nos possibilitou a compreensão das dificuldades dos alunos dentro do processo de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Educação matemática. Avaliação da aprendizagem. Análises de erro. frações

1. Considerações iniciais

Ao longo da história do ensino o ‘erro’ sempre foi visto como um fator negativo na aprendizagem em matemática, que apenas demonstra o fracasso do aluno diante do conteúdo apresentado, pois ele representa a ausência do conhecimento, desse modo devendo ser evitado ao máximo. (TEIXEIRA, 1997. Pag. 49). Assim, o erro no ensino de matemática além de ser um fator negativo deve ser punido para que não aconteça novamente.

Santos & Buriasco (2008), em seu trabalho sobre uma nova visão do erro, afirmam que, hoje as avaliações em larga escala são incapazes de fornecer informações pertinentes relacionadas ao conhecimento dos alunos, pois eles são vistos na perspectiva do acerto e os alunos são caracterizados pela falta de conhecimento e não pelo conhecimento construído.

No entanto, estudos como Teixeira (1997), Santos & Buriasco (2008) e Lima (2010), apontam o erro como parte integrante do conhecimento. Inhelder et al (1987) e Moreno & Sastre (1983) apud Teixeira (1997), afirmam que os erros são indicadores dos níveis de construção do sujeito, pois eles podem não somente dar um diagnóstico sobre a aprendizagem do aluno, mas também revelam a ‘teoria’ do aluno por detrás. Também Lima (2010), defende que o erro é um grande fator de contribuição para aprendizagem, pois fornece informações capazes de compreender o pensamento sistematizado do aluno por detrás, além de indicar ao professor a possibilidade de auto avaliação em relação à sua didática.

Nessa Perspectiva, surgiu o interesse em desenvolver um estudo sobre as dificuldades dos alunos em frações pois, de acordo com os PCN (BRASIL, 1997), estudo de frações é de grande importância para a compreensão dos conjuntos dos números racionais e também por estar presente em assuntos posteriores como álgebra e funções. Tudo isso vinculado a relação diária do aluno com a fração nos seus meios, terços e quartos. Apesar da importância desse conteúdo na educação básica, muitas são as dificuldades dos alunos em fração, como apontadas nos estudos de Lima & Sá (2012) e Pereira e & Zuñiga (s/d).

Nesse sentido, o objetivo desse trabalho é fazer um estudo sobre os erros dos alunos do 6º ano do ensino fundamental em frações.

2. Revisão de estudos

Os estudos de Santos & Buriasco (2008), Teixeira (1997) e Lima (2010) serão os norteadores desse trabalho, pois tratam do papel dos erros no processo de aprendizagem.

Santos & Buriasco (2008), propõem a substituição de ‘erros’ para se referir a uma resolução de aluno pelas ‘maneiras de lidar’, pois ao denominar ‘erros’ para uma resolução diferente da correta estamos olhando na perspectiva do acerto, sendo que essa resolução, mesmo que pareça apenas misturas de ideia, possui uma sistematização ou teoria por detrás, caso contrário, teremos uma visão limitada das inferências e interpretações que o aluno obteve em seu pensamento.

Teixeira (1997), em seu trabalho, mostra que os erros não estão ligados apenas a falta de interesse dos alunos, mas que ele está ligado a um processo mental realizado por eles, pois as estratégias apresentadas são resultadas de aferições feitas com relação aos conhecimentos obtidos, desse modo enfatizando a ideia de que o erro é um grande auxílio para o diagnóstico da aprendizagem, porque com ele pode-se ter uma noção de como está a aprendizagem do aluno. Desse modo, Teixeira (1997) além de partilhar da ideia de que o aluno, mesmo com um baixo nível de aprendizado, possui algum conhecimento conceitual, e que os erros são fortes indicadores das estratégias e pensamentos do aluno sobre determinado conteúdo, também afirma que os erros são resultados de processos psicológicos e por isso devem ser analisados com atenção, a fim de que o professor possa obter mais uma ajuda para a aprendizagem de seus alunos.

O estudo Lima (2010) apresenta uma discussão sobre a categorização dos tipos de erros. Essa categorização é justificada pela importância em conhecer os erros dos alunos, para que assim os professores possam conhecer a natureza desses erros e ajudá-los.

No entanto, para Lima (2010), embora a facilidade de analisar os erros a partir dessas categorizações seja grande, é um trabalho árduo formular estas categorizações, visto que ao longo do tempo se modifica através de novas concepções e novos focos de interesse. Nesse sentido, Radatz (1979, APUD, Lima, 2010) aponta uma classificação com cinco categorias de erros: Erros devido a dificuldade de linguagem; Erros devido às dificuldades na obtenção de informações espaciais; Erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios; Erros devido à associação incorreta ou rigidez de pensamento; Erros devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes.

Dando continuidade à discussão sobre as dificuldades dos alunos e a importância da análise de erros, apresentaremos a seguir trabalhos que abordam sobre as dificuldades dos alunos referente à aprendizagem de fração.

Lima & Sá (2012), realizaram uma pesquisa com 222 alunos do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Macapá/AP, a qual tinha por objetivo realizar um diagnóstico do ensino de frações a partir da opinião dos discentes. Para tal objetivo, foi aplicado um questionário visando conhecer os perfis dos alunos, seus contextos sociais, perfis dos responsáveis e suas relações com a tecnologia, além de um teste diagnóstico contendo 10 questões de frações, sobre as quatro operações fundamentais de

denominadores iguais e diferentes, e ainda 6 questões-problemas de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Sobre os resultados da pesquisa os autores afirmaram que, em relação as 10 questões algorítmicas de frações, o menor índice de erros foi 76%, seis questões tiveram índice de erros acima de 98%, duas questões tiveram índice de acertos 20% e três questões tiveram índice de erro de 100%. Em relação as questões-problemas, os autores disseram que a maior dificuldade dos alunos foi nas frações em forma de equação, além disso, essas questões tiveram índice de erros acima de 90%. A questão que mais houve acertos foi a soma com denominadores iguais, e ainda, segundo os autores, foi perceptível a dificuldade na leitura e interpretação dos enunciados. Por fim, como os resultados mostraram que a maior parte dos alunos entrevistados tinham acesso as tecnologias e mediante as suas dificuldades, Lima & Sá (2012) concluíram que era interessante uma abordagem de frações através desses meios tecnológicos, afim de que essa metodologia se torne atraente para o aluno e auxilie o professor no seu fazer docente.

Pereira e Zuñiga (s/d), realizaram um estudo com 30 alunos do 1º ano do ensino médio de uma escola pública da cidade de Belo Horizonte/MG, a qual tinha por objetivo de analisar os principais erros e dificuldades que os alunos encontram em problemas envolvendo frações, aplicando um teste diagnóstico com 6 questões abertas, da qual foram escolhidas 3 questões para a análise.

De acordo com Pereira e Zuñiga (s/d), a maior índice de erros foi em relação as frações equivalentes, visto que as questões referentes a esse assunto eram ligadas ao conceito de equivalência entre frações, além disso, foi percebido pelas autoras que os alunos não conseguiam transformar frações mistas em frações impróprias, e ainda realizar qualquer tipo de operação com fração.

Desse modo, os autores concluíram que é importante trabalhar com os erros dos alunos de forma a identificar suas falhas pois, assim seremos capazes de amenizar essas falhas. Além disso, afirmaram que o professor deve trabalhar esse conteúdo de formas diferentes, afim de que o aluno possa identificar as frações em diferentes contextos, através da resolução de problemas por exemplo. E por fim, que as dificuldades percebidas podem estar ligadas diretamente ao fato de a escola começar a trabalhar as frações de caráter algébrico sem que o aluno tenha construído o conceito suficientemente para isso.

Na análise dos estudos de Lima e Sá (2012) e Pereira e Zuñiga (s/d) observamos as seguintes conclusões em relação as dificuldades e os erros cometidos pelos alunos em frações:

- Dificuldades na representação frações
- Não conseguem trabalhar com frações equivalentes
- Barreiras para efetuar as operações com frações de mesmo denominador
- Obstáculos para realizar operações com frações de denominadores diferentes
- Dificuldades em resolver situações problemas envolvendo frações

Com base nessas dificuldades apontadas desenvolvemos as categorias de análises que utilizaremos nas respostas dos alunos e que serão apresentadas nas análises dos resultados.

3. Metodologia de pesquisa

A pesquisa será do tipo diagnóstica, na qual objetivamos apresentar os resultados obtidos com base em uma aplicação de um teste diagnóstico contendo 8 questões abertas relacionadas as frações. Para Rudio (2007) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados.

Para tal, em um primeiro momento revisamos a literatura acerca do tema e posteriormente elaboramos e aplicamos um teste diagnóstico contendo 8 questões abertas envolvendo frações em uma turma de 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade Belém.

4. Análise dos resultados

Apresentamos no quadro 1 os resultados quantitativos do teste aplicado aos alunos.

QUADRO 1 RESULTADOS QUANTITATIVOS

QUESTÃO	ACERTO (%)	ERRO (%)	BRACO (%)
1) Maria fez um bolo e cortou em 12 pedaços. Após isso comeu 2 pedaços, qual a fração que representa os pedaços que Maria comeu?	63%	29%	8%
2) Duas casas serão construídas em certo terreno, a primeira ocupará $\frac{1}{4}$ do terreno e a segunda $\frac{2}{4}$. Qual a fração que representa a parte do terreno ocupada pelas duas casas?	40%	46%	14%
3) Arthur e Felipe pediram uma pizza para cada um. Ao recebê-las, perceberam que a pizza de Arthur estava dividida em 8 partes e que a de Felipe estava dividida em 6 partes. Arthur conseguiu comer 5 pedaços,	15%	72%	13%

enquanto Felipe conseguiu comer 4. Sabendo que as pizzas são do mesmo tamanho, qual dos dois amigos comeu mais? <i>Fonte: Mundo educação</i>			
4) Efetue as operações: a) $1/4 + 3/4$ b) $4/5 - 1/5$	38%	46%	16%
5) Efetue a operação: a) $1/5 + 2/3$	15%	72%	13%
6) João e Paulo ganharam de herança $2/5$ do terreno de seu tio e devem dividir igualmente. Qual a fração que representa a parte de cada um?	15%	26%	59%
7) Efetue a operação: a) $1/8 \times 3/8$ b) $3/4 \div 1/4$	9%	60%	31%
8) Efetue a operação: a) $5/6 \times 1/5$ b) $2/5 \div 1/7$	9%	58%	33%

Fonte: teste diagnóstico

Diante dos resultados apresentados no quadro 1, percebemos que as questões para o cálculo de adição e subtração de frações com denominadores diferentes apresentaram um percentual de erros superior às questões com frações de denominadores iguais, no entanto nas operações de multiplicação e divisão essa relação se inverte, as questões com frações de denominadores iguais tiveram mais erros.

Acreditamos que esses erros podem estar relacionados ao fato de que o algoritmo da soma/subtração de frações com denominadores iguais é mais fácil de memorizar, pois conserva-se os denominadores e opera-se com os numeradores, isso implica nas questões de divisão/multiplicação, pois na maioria das respostas os alunos conservaram os denominadores e operaram com os numeradores.

No que se refere as situações problemas, a questão 6 teve a maior porcentagem de respostas em branco, o que pode estar ligado a dificuldade da passagem da língua materna para a linguagem matemática, ou seja, de reescrever matematicamente o problema proposto no enunciado da questão, visto que nas questões algorítmicas de divisão de frações o percentual de questões em branco foi consideravelmente menor.

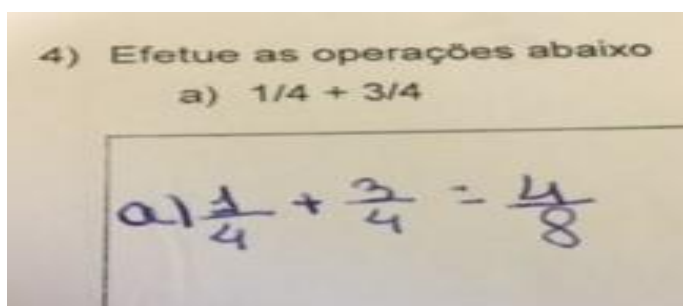
As questões 3 e 5 tiveram o maior percentual de erros, acreditamos que a fragilidade em fração equivalente tenha contribuído para esse resultado, pois nas duas questões o aluno deveria recorrer a esse conhecimento para resolver tanto a situação problema quanto o cálculo algoritmo.

4.1. Análise qualitativa dos erros

Escolhemos as questões 04, 05 e 07 para fazer uma análise qualitativa das mesmas, pois foram as que apresentaram erros relevantes para a análise.

A questão 04 solicitava que o aluno efetuasse as operações de adição de frações com denominadores iguais e tinha por objetivo avaliar as dificuldades dos alunos nas operações fundamentais com frações de mesmo denominador.

Essa questão teve 38% de acertos, 46% de erros e 16% de respostas em branco. Os erros cometidos dizem respeito ao desconhecimento do algoritmo adição de fração, aplicando procedimentos próprios. Apresentamos a resposta dada por dois alunos a esta questão e faremos as análises.



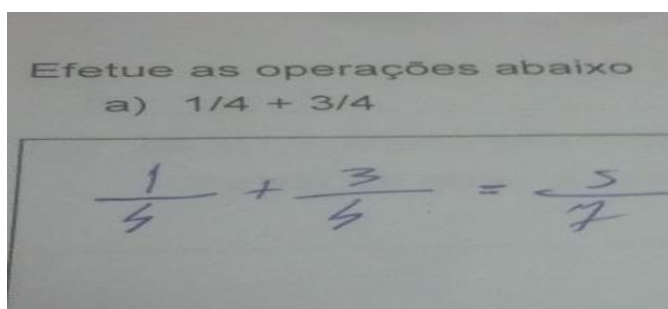
4) Efetue as operações abaixo
a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{8}$

Figura 1: resposta aluno A1

Fonte: Teste diagnóstico

O aluno A1 demonstra não conhecer o algoritmo da adição de frações com denominadores iguais, pois somou os numeradores e denominadores independente de ser fração. Tal erro pode ser classificado, de acordo com Radatz (1979) apud Lima (2010), como ‘Erros de rigidez de pensamento – erros de associação’, pois mesmo diante dos números fracionários o aluno resolve como se fossem números naturais.



Efetue as operações abaixo
a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$

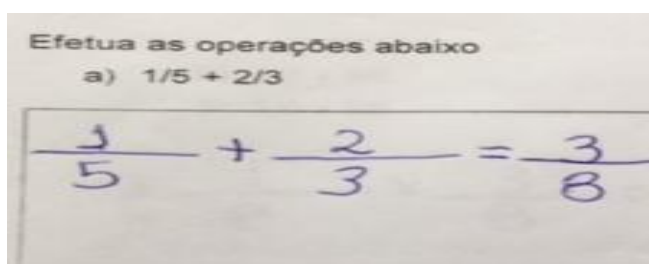
Figura 2: resposta aluno A2

Fonte: Teste diagnóstico

O aluno A2 também demonstra não conhecer o algoritmo da adição de frações com mesmo denominador, pois somou o numerador da 1ª fração com o denominador da 2ª e vice-versa. Esse erro pode ser classificado, também segundo Radatz (1979) apud Lima (2010), como ‘Erros devidos a aplicações de regras ou estratégias irrelevantes’, pois o aluno aplica um procedimento pessoal na resolução da questão.

A questão 05 solicitava que os alunos realizassem uma adição de fração com denominadores diferentes e tinha por objetivo conhecer as dificuldades dos alunos nas operações fundamentais com frações de denominadores diferentes.

Essa questão teve 15% de acerto, 72% de erros e 13% de respostas em branco. Os erros cometidos estão relacionados a realização de operações adotando as frações como números inteiros ou ao uso de procedimentos próprios. Apresentamos a seguir os erros cometidos por dois alunos e faremos análise.



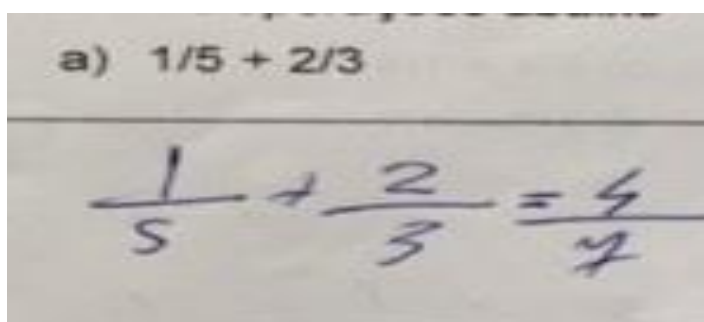
Efetua as operações abaixo
a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3}{8}$$

Figura 3: resposta aluno A3

Fonte: Teste diagnóstico

O aluno A3 mostra que desconhece o algoritmo da adição de fração, pois soma os numeradores e denominadores como se fossem dois números naturais em cima e dois em baixo. esse erro pode ser classificado, de acordo com Radatz (1979) apud Lima (2010), como ‘Erros de rigidez de pensamento – erros de associação’, pois mesmo diante dos números fracionários o aluno resolve como se fossem números naturais.



a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{4}{7}$$

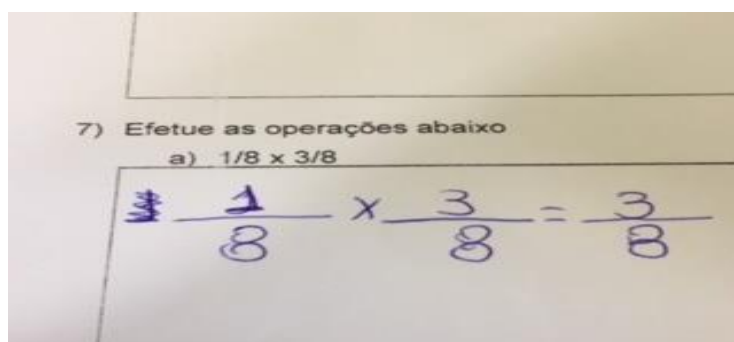
Figura 4: resposta aluno A4

Fonte: teste diagnóstico

O aluno A4 por sua vez demonstra que também desconhece esse algoritmo, aplicando um algoritmo próprio, no qual soma o numerador da 1ª parcela com o denominador da 2ª e vice-versa, e posteriormente as organiza em forma de fração. Tal erro também se encaixa na categoria de Radatz (1979) apud Lima (2010) como ‘Erros devidos a aplicações de regras ou estratégias irrelevantes’, pois o aluno aplica um procedimento próprio na tentativa de acertar a questão.

A letra a da questão 07 pedia que o aluno efetuasse uma multiplicação de frações com denominadores iguais e tinha por objetivo avaliar as dificuldades dos alunos nas operações fundamentais com frações de mesmo denominador.

Essa questão teve 9% de acertos, 60% de erros e 31% de respostas em branco. Os erros cometidos se referem ao desconhecimento do algoritmo do produto de frações com mesmo denominador, aplicando procedimentos próprios. A seguir apresentamos a resolução de um aluno e faremos análise.



The image shows a student's handwritten solution to a math problem. At the top, it says '7) Efetue as operações abaixo' and 'a) $\frac{1}{8} \times \frac{3}{8}$ '. Below this, the student has written the multiplication: $\frac{1}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$. The student has correctly multiplied the numerators (1 x 3 = 3) but has incorrectly kept the denominator as 8 instead of multiplying the denominators (8 x 8 = 64).

Figura 5: resposta aluno A5

Fonte: Teste diagnóstico

O aluno A5 mostra não conhecer o algoritmo do produto entre frações de mesmo denominador, pois multiplica os numeradores e conserva os denominadores. Tal erro pode ser classificado, de acordo com Radatz (1979) apud Lima (2010), como ‘Erros devidos a aplicações de regras ou estratégias irrelevantes’, pois o aluno aplica um procedimento pessoal na resposta da questão.

Além disso, acreditamos que tal erro também pode estar relacionado com as operações de adição e subtração de denominadores iguais, na qual conserva-se os denominadores e opera-se com os numeradores, que parece semelhante nessa questão, mas não se aplica.

Sintetizando, em relação aos erros cometidos pelos alunos, diante das análises realizadas, percebemos que eles desconhecem os algoritmos das operações com fração, pois aplicam algoritmos próprios na tentativa de resolver as questões, além de percebermos que algumas dificuldades podem estar relacionadas a misturas de algoritmos pelos alunos.

Ainda relacionado aos erros, nas operações de adição e subtração com frações, acreditamos que o desconhecimento das frações equivalentes são a causa dessas fragilidades, pois é o método adequado para essas situações, concordando com os PCN's (BRASIL, 1997): 'O conceito de equivalência, assim como a construção de procedimentos para a obtenção de frações equivalentes são fundamentais para resolver problemas que envolvem a comparação de números racionais expressos sob a forma fracionária e efetuar cálculos com esses números'. (BRASIL, 1997) apud (PEREIRA E ZUÑIGA, s/d)

Nesse sentido, os erros são parte integrante da construção do conhecimento e possibilitam uma visão mais aprofundando sobre as estratégias utilizadas pelos alunos, por isso devem ser analisadas pelos professores com extrema atenção, de forma a auxiliar seus alunos na superação das dificuldades encontradas no processo de aprendizagem. (LIMA, 2010).

Desse modo, percebemos que, embora a busca por metodologias na aprendizagem de frações seja constante, as dificuldades nessa aprendizagem ainda são significativas e estão relacionadas a não compreensão de conceitos e algoritmos.

5. Considerações finais

O objetivo desse trabalho era de fazer um estudo dos erros dos alunos do 6º ano do ensino fundamental em frações.

Diante da discussão realizada, percebemos que os erros são de grande importância para o processo de ensino e aprendizagem, pois a partir deles os alunos podem avaliar seus procedimentos e corrigir-se quando necessário, além de disso, os professores também podem rever metodologias e auxiliar seu aluno através dos erros encontrados, sempre levando em conta o conhecimento que o aluno construiu até determinado momento.

Em relação as análises das questões de fração, as dificuldades dos alunos encontradas estão ligadas as operações com frações devido ao desconhecimento dos algoritmos e das frações equivalentes, por isso aplicam algoritmos pessoais na tentativa de resolver a questão proposta.

Desse modo, acreditamos que a análise dos erros em frações nos possibilitou uma compreensão mais ampla do processo de ensino-aprendizagem desse conteúdo, por isso, os erros são fortes auxílios pedagógicos para o professor. Logo são necessárias mais pesquisa nesse campo devido as grandes dificuldades ainda encontradas na aprendizagem de fração.

6. Referências

LIMA, D. T. de. **Erros no processo de resolução de equações do 1º Grau**. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica - Belo Horizonte/MG, 2012.

LIMA, R. P. & SÁ, P. F. **O ensino de frações sob o olhar dos discentes**. Estação Científica (UNIFAP). Macapá, v. 2, n. 2, p. 79-93, jul/dez, 2012.

PEREIRA, T. da. S. & Zuñiga, N. O. C. **Uma investigação sobre as dificuldades dos alunos das séries iniciais do ensino médio envolvendo frações**. (s/d).

SANTOS, J. R. V. & BURIASCO, R. L. C. de. **Da ideia de ‘erro’ para as maneiras de lidar: caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta**. Avaliação e educação matemática, 2008.

TEXEIRA, L. R. M. **A análise de erros: Uma perspectiva cognitiva para compreender o processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos**. Nuances – Vol. III – setembro de 1997.



UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA A OBTENÇÃO DA FÓRMULA DE BHÁSKARA USANDO O MÉTODO DE COMPLETAR QUADRADO

Genivaldo dos Passos Corrêa

Universidade Federal do Pará

genivaldo@ufpa.br

Nayara dos Santos Rodrigues

Universidade Federal do Pará

nayararodrigues18.nr@gmail.com

Resumo:

Este trabalho é parte de um projeto de monitoria proposto para alunos do curso de Licenciatura em Matemática, com o objetivo de desenvolver uma atividade para a obtenção da fórmula de Bháskara, usando o método de completar quadrado. O lócus do projeto foi a Universidade Federal do Pará (Campus de Abaetetuba). Os sujeitos foram 20 alunos das turmas de matemática 2016 e 2017. Os dados foram obtidos a partir da aplicação e análise da atividade desenvolvida. Afirmamos que a proposta de trabalho desenvolvida produziu resultados favoráveis ao desempenho dos alunos no que tange a capacidade de desenvolver o raciocínio lógico e dedutivo para realizarem uma prova matemática, em particular, a demonstração da fórmula de Bháskara.

Palavras Chaves: Atividade. Fórmula de Bháskara. Método de completar quadrado.

Introdução

Sabe-se que ao longo dos anos o ensino de Matemática tem recebido críticas no se refere às metodologias adotadas em sala de aula pela maioria dos professores, e muito se tem discutido sobre qual a melhor forma de abordar um determinado conteúdo matemático? É fato que nesse contexto alguns professores vêm adotando uma postura diferente em sala de aula, em relação ao método tradicional de ensino, buscando ser muito mais um mediador do que simplesmente um mero transmissor de conhecimento.

No que se refere ao ensino de matemática na educação básica é notório que durante as ultimas décadas os professores tem deixado de lado o hábito de provar resultados importantes para o bom entendimento do que se pretende ensinar. Isso faz que o aluno não esteja habituado a desenvolver seu raciocínio lógico e dedutivo e nem expressar suas ideias. Segundo Nasser; Tinoco (p.01, 2003):

Embora o desenvolvimento do raciocínio lógico seja um dos objetivos incluídos nos planejamentos de quase todos os professores de matemática, percebe-se que a maioria dos alunos está passando pela escola sem serem expostos a quase nenhuma atividade que desenvolva o raciocínio lógico ou que os prepare para o domínio do processo dedutivo. Se pensarmos um pouco na natureza das aulas de matemática na maioria das escolas brasileiras, chegamos a uma constatação: ***Os jovens não estão habituados a pensar e comunicar suas ideias.*** E certamente o que predomina é resolução de exercícios através de fórmulas prontas, e em sua maioria os exercícios não tem significado algum para ele. E não vendo significado algum, apenas repete os modelos dados pelo professor ou aplica fórmulas, e em nenhum momento é questionado ou levado a pensar por que a resposta é aquela, ou mesmo se a resposta é coerente, plausível com a pergunta do problema (NASSER; TINOCO, 2003).

Tudo isso, tem trazido resultados negativos, em disciplinas que exigem tais conhecimentos, para aqueles alunos que optam por fazer curso de Licenciatura em Matemática em nosso Campus, fazendo com que seu desempenho não seja satisfatório, causando-lhe retenção nas disciplinas e até mesmo a evasão do aluno do curso.

Neste sentido, no mês de julho de 2017 nos propomos a executar um projeto de Monitoria que proporcionasse aos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da UFPA-Campus de Abaetetuba, uma iniciação ao processo lógico e dedutivo de conteúdos de matemática da educação básica, de forma a favorecer a identificação do aluno com o curso a que se encontra inserido e dessa forma contribuir para a diminuição da resistência por parte do aluno em aprender determinados conteúdos matemáticos.

Iniciamos a primeira atividade do projeto no mês de setembro de 2017, a qual será explicitada a seguir.

Proposta de atividade para a obtenção da fórmula de Bháskara

No dia 21 de setembro, propomos uma atividade afim se obter a fórmula de resolução da equação do segundo grau, utilizando o método de completar quadrados. A proposta se diferencia das demais por não visar fazer uma demonstração direta da fórmula, mas sim

construir juntos com os alunos participantes um caminho que os levem a chegar por si sós ao objetivo desejado, nesse sentido, o professor monitor se tornará um agente facilitador do conhecimento.

O início da atividade seu deu apresentado aos alunos um problema que motivasse o estudo em questão. Para isso, escolhemos por apresentar o seguinte problema:

PROBLEMA MOTIVADOR: Meu vizinho, com 20 m de cerca, construiu um cercado retangular de 32 metros quadrados de área, utilizando seu muro como um dos lados. Quanto mede os lados desse cercado retangular?

Pedimos para os alunos transcreverem o problema a linguagem matemática e para ajudá-los nessa tarefa usamos um desenho como modelo, e em seguida, perguntamos quanto mede cada dimensão do cercado? Com a resposta negativa dos alunos, orientamo-los a representar por x e y as dimensões e depois montar as seguintes expressões para o perímetro e a área do terreno e com as informações dadas de que se dispõe 20 metros de cerca e um lado será o muro, e que a área deverá ser 32 metros quadrados foi possível escrever as seguintes equações:

$$2x + y = 20 \Rightarrow y = 20 - 2x$$

$$xy = 32$$

De posse do sistema de equações incentivamo-los montar uma única equação somente na incógnita x e isso foi conseguido por eles, substituindo a expressão de y na equação da área, dessa forma chegou-se ao seguinte resultado:

$$x \cdot (20 - 2x) = 32$$

Em seguida eles obtiveram a seguinte equação:

$$x^2 - 10x + 16 = 0.$$

A pergunta natural que fizemos aqui foi. Que tipo de equação é essa? Vocês sabem como resolver?

Os alunos sabiam o tipo de equação e todos disseram que sabiam resolver. Então perguntamos: Como se resolve? A maioria respondeu pela fórmula de Bháskara, outros responderam: por soma e produto. Então perguntamos: Alguém conhece outro método? A resposta foi não. Uma pergunta que fizemos foi se algum dos alunos sabia como se fazia para se obter a fórmula de Bháskara? Para a nossa surpresa todos disseram que não sabiam. E como vocês conheceram a fórmula? A resposta foi: O professor só colocou a fórmula e ensinou como usar ela para resolver as equações. Essas respostas dadas pelos alunos só

reforçou nossa tese de que se faz necessário, de alguma forma, inseri esses alunos nesse universo das demonstrações matemáticas.

Feito isso, dissemos aos alunos que resolveríamos a equação do problema motivador, mas a frente, e que a partir daquele momento começaríamos a preparar o terreno para a resolução da mesma.

Os procedimentos adotados para se chegar ao nosso objetivo transcorreram da seguinte maneira, primeiramente propusemos para os alunos que provassem as seguintes igualdades:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2$$

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Nessa atividade, os alunos usaram, simplesmente, a definição de potência de mesma base para se chegar ao resultado desejado. Percebeu-se durante a atividade que não houve dificuldades para eles obterem a regra do quadrado da soma, do quadrado da diferença e do produto da soma pela diferença de dois números reais a e b quaisquer. As imagens abaixo mostram o desenvolvimento da atividade de um aluno do projeto.

Foto 1- Registro do desenvolvimento do quadrado da soma por um aluno do projeto.

Atividade 1: Provar que $(X+Y)^2 = X^2 + 2 \cdot X \cdot Y + Y^2$

Demonstração:

$$\begin{aligned} (X+Y)^2 &= (X+Y) \cdot (X+Y) \\ &= X^2 + XY + YX + Y^2 \\ &= X^2 + XY + XY + Y^2 \\ &= X^2 + 2XY + Y^2 \end{aligned}$$

Fonte: Autores, 2017.

Foto2- Registro do desenvolvimento do quadrado da diferença por aluno do Projeto.

Atividade 2: Provar que $(X-Y)^2 = X^2 - 2 \cdot X \cdot Y + Y^2$

Demonstração:

$$\begin{aligned}
 (X-Y)^2 &= (X-Y) \cdot (X-Y) \\
 &= X^2 - XY - YX + Y^2 \\
 &= X^2 - XY - XY + Y^2 \\
 &= X^2 - 2XY + Y^2
 \end{aligned}$$

Fonte: Autores, 2017.

Foto 3- Registro do desenvolvimento do produto da soma pela diferença de dois termos realizada por aluno do projeto.

Atividade 3: Provar que $(X+Y) \cdot (X-Y) = X^2 - Y^2$

Demonstração:

$$\begin{aligned}
 (X+Y) \cdot (X-Y) &= X^2 - XY + YX - Y^2 \\
 &= X^2 - \cancel{XY} + \cancel{YX} - Y^2 \\
 &= X^2 - Y^2
 \end{aligned}$$

Fonte: Autores, 2017.

Cabe ressaltar aqui, que os alunos não tiveram dificuldades em desenvolver o quadrado da soma ou da diferença, no entanto, ainda sentiram dificuldades em escrever o trinômio $x^2 \pm 2 \cdot x \cdot y + y^2$ como o quadrado de uma soma ou como quadrado da diferença, isso mostra que muitos ainda têm dificuldades em ver uma igualdade matemática no sentido inverso, por exemplo, foi pedido para os alunos desenvolverem os seguintes quadrados: $(2x + 3)^2$; $(y + 3x)^2$ e isso foi feito de maneira natural usando a regra que foi estabelecida por eles anteriormente, no entanto, quando foi pedido para eles escreverem: $x^2 + 12x + 36$ e $9y^2 + 6yx + x^2$ com o quadrado de uma soma a maioria não fez de imediato, foi preciso haver a intervenção dos monitores, para eles conseguirem realizar a atividade. Aqui já pensando no objetivo da atividade propusemos para eles escreverem como quadrado de uma

soma e/ou diferença alguns trinômios do segundo grau que não eram possíveis de se escrever como quadrados da soma ou diferença, trinômio tais como: $x^2 + 4x + 8$, no entanto mostramos que podemos escrever assim:

$$\begin{aligned}x^2 + 4x + 8 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 + 4 \\&= (x + 2)^2 + 4\end{aligned}$$

Outros exemplos relacionados a trinômio que não são o que chamamos de trinômios quadrados perfeitos foram bastante explorados nesse sentido. Essa foi a ideia usada para se resolver as equações do segundo grau propostas.

Antes de começarmos a resolver as equações do segundo grau, achamos convenientes relembra as seguintes propriedades relacionadas a uma igualdade.

Propriedade 1- Quando adicionamos ou subtraímos nos dois membros de uma igualdade um mesmo número real a igualdade prevalece. Isto significa que:

$$\text{Se } x = y, \text{ então } x + a = y + a, \text{ qualquer seja o número real } a$$

Propriedade 2 - Quando multiplicamos ou dividimos os dois membros de uma igualdade por número real a igualdade prevalece. Isto significa que:

$$\text{Se } x = y, \text{ então } ax = ay \text{ ou } \frac{x}{a} = \frac{y}{a}, \text{ qualquer seja o número real } a$$

Observamos que na divisão o número a não pode ser zero, devido a não existir divisão por zero.

Propriedade 3 - Extraído, quando possível, a raiz quadrada de ambos os membros de uma igualdade, a igualdade prevalece, ou seja:

$$\text{Se } x = y, \text{ então } \sqrt{x} = \sqrt{y}$$

Propriedade 4 - A raiz quadrada de um número real ao quadrado é igual ao módulo desse número. Expressando matematicamente essa propriedade para um real a , tem-se:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Propriedade 5 - Se a é um número real positivo e y é um número real diferente de zero, tem-se que:

$$\text{Se } |y| = a, \text{ então: } y = a \text{ ou } y = -a$$

Depois de listadas essas propriedades, demos início à resolução das equações do 2º grau pelo método de completar quadrado e a atividade foi iniciada propondo a solução da equação do segundo grau obtida a partir do problema motivador, dessa maneira nossa atenção ficou concentrada em se obter as raízes reais da equação do segundo grau

$$x^2 - 10x + 16 = 0.$$

O procedimento se deu da seguinte forma:

Como os alunos ainda não tinham conhecimento do método que iríamos adotar, assumimos o papel de mediar à solução da primeira equação.

Usando a **propriedade 1** pedimos a eles que subtraísse 16 em ambos os membros da igualdade como se mostra abaixo

$$x^2 - 10x + 16 - 16 = 0 - 16$$

$$x^2 - 10x = -16$$

Questionamentos do tipo:

- Por que subtraímos 16 em ambos membros da equação?
- Não poderia ser outro número?
- Como vou saber o número que devo subtrair?
- Não poderia somar?
- Mas Professor por que eu não uso logo a fórmula de Bháskara para resolver?

Contivemos-nos, em responder as perguntas, visto que nosso desejo era que eles chegassem as suas próprias conclusões, pois esse é papel do professor mediador, dissemos apenas que eles mesmos iriam saber mais adiante.

E assim passamos para o segundo passo, que seria completar o quadrado da diferença no primeiro membro. Para isso, fez-se a seguinte pergunta:

Como é feita a leitura do segundo membro do quadrado da diferença de dois termos? Feita a pergunta colocamos no quadro a expressão do quadrado da diferença e pedimos que fizessem a leitura. O que veio de maneira natural:

“O quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o primeiro termo vezes o segundo termo, mais o quadrado do segundo termo”.

Depois pedimos para eles comparar o primeiro membro de nossa equação com o primeiro membro do quadrado da diferença e confrontarem as expressões, assim como se mostra abaixo:

$$x^2 - 10x = -16$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2 = (x - y)^2$$

Essa comparação teve como finalidade levá-los a perceberem como se obtém o primeiro termo e o segundo termo do quadrado da diferença. De fato, logo após algumas indagações, feitas por nós, eles perceberam que o número 10 deveria ser escrito como o

produto de 2 por outro número e chegaram facilmente a conclusão que o segundo número, no caso y, deveria ser o 5 e, assim escreveram as igualdades como abaixo

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 = -16$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2 = (x - y)^2$$

Aí perguntamos quanto devemos somar para completar o quadrado perfeito, no primeiro membro da primeira igualdade? A resposta também veio naturalmente, $5^2 = 25$ professor. Novamente, fizemos a seguinte indagação: Mas devo somar 25 apenas no primeiro membro ou em ambos os membros da igualdade? Nesse momento tendo como base a propriedade 1, os alunos concluíram que deveria ser em ambos os membros, para que a igualdade prevalecesse. Dessa forma, eles chegaram à conclusão de que a nossa equação assumiria a forma:

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = +5^2 - 16$$

Então, eles escreveram o primeiro membro como o quadrado da diferença e realizando as operações no segundo membro obtiveram:

$$(x - 5)^2 = 9$$

De posse dessa igualdade e tendo como objetivo encontrar o valor da incógnita x , perguntamos a eles qual das propriedades, citadas anteriormente, nos permitiria eliminar a potência do primeiro membro da equação? Em outras palavras, qual a operação inversa da potenciação? A resposta imediata foi à radiciação professor. Então, o que devemos fazer no primeiro membro da equação? Devemos extrair a raiz quadrada professor. Indagamos novamente: Só no primeiro membro ou em ambos os membros? E por quê? E a resposta foi: Em ambos os membros, para que a igualdade prevaleça. Então, fizemos isso, e a equação ficou assim:

$$\sqrt{(x - 5)^2} = \sqrt{9}$$

Perguntamos outra vez: Qual o resultado do primeiro membro da igualdade? E do segundo membro? A resposta da maioria foi: No primeiro membro dá $x - 5$ e no segundo membro dá 3 professor. Questionei: Vocês têm certeza? Olhem para a propriedade 4 e me digam a resposta. Então, eles repensaram e responderam: Módulo de x menos o 5, no primeiro membro e 3 no segundo membro. Então, como vai ficar a nossa equação? Responderam: Módulo de x menos o 5 igual a 3. Então, escrevam isso, em linguagem matemática, daí usando a notação de módulo escreveram:

$$|x - 5| = 3$$

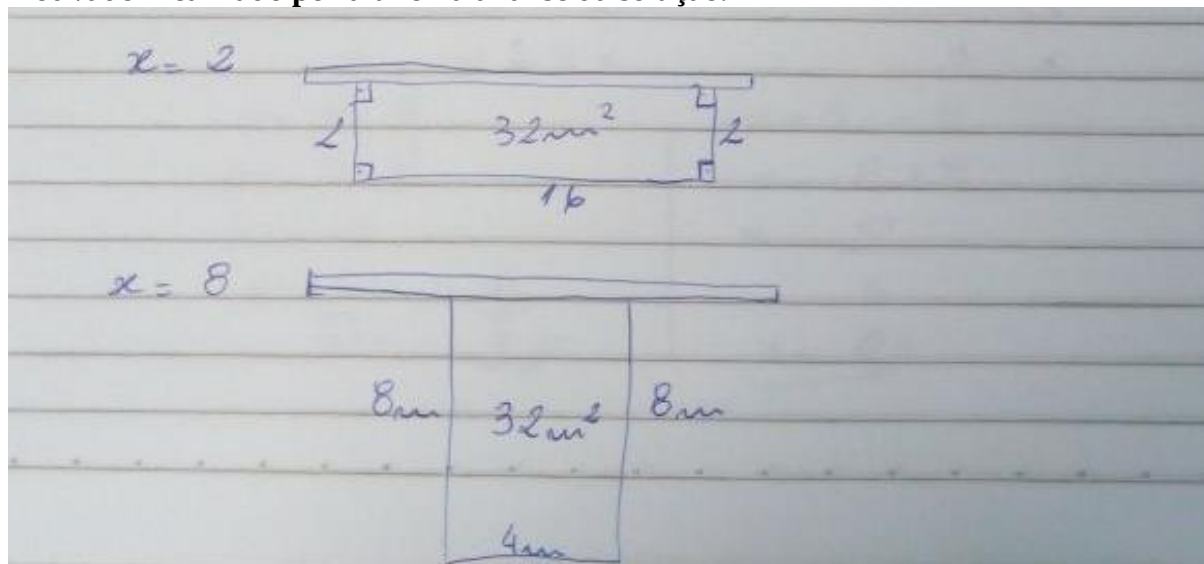
Em seguida eliminaram o módulo usando a propriedade 5 e então, concluíram que:

$$x - 5 = 3 \text{ ou } x - 5 = -3.$$

Assim, as equações do primeiro grau foram facilmente resolvidas, por eles, para se obter $x = 8$ ou $x = 2$, como as raízes da equação do segundo grau: $x^2 - 10x + 16 = 0$.

Finalizamos essa primeira parte da atividade analisando a solução da equação com a solução do **Problema motivador**, uma vez que a equação forneceu dois possíveis valores para a medida x do cercado, perguntamos a eles se isso era possível? Nesse momento, o silêncio da turma nos levou a concluir que os alunos ainda não têm o hábito de verificar se toda solução de uma equação associada a um problema será a solução do problema em questão. Então, voltamos ao início de nossa solução para que eles verificassem que a outra medida do cercado era $y = 20 - 2x$ e assim concluírem que se medida de x fosse 8 metros, então a medida de y seria 4 metros e assim, teríamos um cercado de medidas 8 metros por 4 metros, se a medida de x fosse de 2 metros, então a medida de y deveria ser 16 metros e portanto teríamos um cercado de medidas 2 metros por 16 metros. Nesse momento nos valemos de um desenho (Foto4) para concluir que o cercado poderia ser construído de duas formas, nas condições desejadas e, portanto as duas soluções da equação, também são soluções do problema.

Foto 4- Registro do desenho do formato do cercado do enunciado do problema motivador realizado por aluno na análise da solução.



Fonte: Autores, 2017.

Em um segundo momento de nossa atividade, propomos para os participantes aplicar o mesmo método para resolver outras equações do segundo grau na forma completa e incompleta, as figuras abaixo mostram as atividades realizadas por eles

Foto 5- Registro da resolução de uma equação do segundo grau incompleta utilizando o método de completar quadrados, realizada por um aluno do projeto.

Ex: Resolver a equação $3x^2 - 8x = 0$, em $\mathbb{R}$.
 Solução: $a = 3 \Rightarrow 4a \Rightarrow 4 \cdot 3 = 12$

$$3x^2 - 8x = 0 \quad \times 12$$

$$36x^2 - 96x = 0$$

$$(6x)^2 - 2(6x) \cdot 8 = 0$$

$$(6x)^2 - 2(6x) \cdot 8 + 8^2 = 8^2$$

$$(6x - 8)^2 = 64$$

$$\sqrt{(6x - 8)^2} = \sqrt{64}$$

$$|6x - 8| = 8$$

$6x - 8 = 8$ $6x = 8 + 8$ $6x = 16$ $x = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$	$6x - 8 = -8$ $6x = -8 + 8$ $x = \frac{0}{6}$ $x = 0$

Fonte: autores, 2017.

Foto 6- Registro da resolução de uma equação do segundo grau completa utilizando o método de completar quadrados, realizada por um aluno do projeto.

Resolver a equação do segundo grau.
 $x^2 + 7x + 5 = 0$ em $\mathbb{R}$.

Solução: $a = 1 \Rightarrow 4a = 4 \cdot 1 \Rightarrow 4a = 4$.
 Então, multiplicamos a equação por 4.

$$x^2 + 7x + 5 = 0 \quad \times 4$$

$$4x^2 + 28x + 20 = 0$$

$$(2x)^2 + 2(2x) \cdot 7 = -20$$

$$(2x)^2 + 2(2x) \cdot 7 + 7^2 = 7^2 - 20$$

$$(2x + 7)^2 = 49 - 20$$

$$(2x + 7)^2 = 29$$

$$\sqrt{(2x + 7)^2} = \sqrt{29}$$

$$|2x + 7| = \sqrt{29}$$

$2x + 7 = \sqrt{29}$ $2x = -7 + \sqrt{29}$ $x = \frac{-7 + \sqrt{29}}{2}$	$2x + 7 = -\sqrt{29}$ $2x = -7 - \sqrt{29}$ $x = \frac{-7 - \sqrt{29}}{2}$

Conjunto solução = $\left\{ \frac{-7 - \sqrt{29}}{2}, \frac{-7 + \sqrt{29}}{2} \right\}$

Fonte: Autores, 2017.

Num terceiro momento, depois que observamos que eles já estavam bastante seguros do método para resolver as equações do segundo grau. Aplicamos a atividade principal de nossa atividade a qual enunciamos na forma de um Teorema Matemático:

Teorema: Mostrar que as raízes reais da equação do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = 0$$

com x, a, b e c números reais, $a \neq 0$ e x é a incógnita são:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A prova desse resultado se deu com os alunos seguindo os mesmos procedimentos utilizados com as equações resolvidas por eles nas atividades anteriores, nesses exemplos conforme pode ser constatado na figuras eles foram aconselhados a começar o processo multiplicando a equação sempre pelo fator $4a$, como foi nos exemplos anteriores, fazendo isso eles obtiveram a seguinte equação:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

Em seguida, eles escreveram:

$$(2ax)^2 + 2 \cdot (2ax) \cdot b = -4ac$$

Naturalmente, eles já sabiam que para completar o quadrado no primeiro membro da equação precisariam somar em ambos os lados da equação o quadrado do número b , fazendo isso eles chegaram à equação:

$$(2ax)^2 + 2 \cdot (2ax) \cdot b + b^2 = b^2 - 4ac$$

E assim escrevendo o quadrado da soma no e primeiro membro concluíram que:

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

Extraindo a raiz quadrada em ambos os membros da igualdade acima escreveram:

$$|2ax + b| = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Depois, eles aplicaram a propriedade de módulo para escrever:

$$2ax + b = \sqrt{b^2 - 4ac} \text{ ou } 2ax + b = -\sqrt{b^2 - 4ac}$$

Resolvendo para a incógnita x chegaram ao resultado desejado, isto é:

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ ou } x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A figura a seguir mostra a resolução de um aluno.

Foto 7- Registro da resolução de uma equação do segundo grau completa utilizando o método de completar quadrados, realizada por um aluno do projeto.

Mostrar que as raízes da equação do 2º grau $ax^2+bx+c=0$ são

$$x' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

DEM:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \times 4a$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

$$(2ax)^2 + 2 \cdot (2ax) \cdot b = -4ac$$

$$(2ax)^2 + 2 \cdot (2ax) \cdot b + b^2 = b^2 - 4ac$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

$$\sqrt{(2ax + b)^2} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$|2ax + b| = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$2ax + b = \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \text{ou} \quad 2ax + b = -\sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$2ax = -b + \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \left| \quad 2ax = -b - \sqrt{b^2 - 4ac} \right.$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \left| \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right.$$

Fonte: Autores, 2017.

Considerações finais

Percebemos durante o desenvolvimento da atividade que o procedimento realizado conduziu os alunos a obterem o resultado esperado de uma forma muito mais satisfatória do que se tivéssemos feito da forma tradicional que é: Chegar, colocar o teorema que se deseja demonstrar e começar a fazer a demonstração do mesmo.

Nossa experiência ao longo do tempo na licenciatura tem nos mostrando que a forma tradicional, na maioria das vezes, não conduz o aluno a obter o entendimento de uma demonstração matemática, e o máximo que se consegue, nesse sentido, é que o aluno consiga fazer a demonstração, mas sem compreender os porquês dos passos, e dos argumentos que foram adotados durante o desenvolvimento dela.

Sabemos que, normalmente, quando se ensina as equações do segundo grau, o que se faz é: apresenta-se a fórmula geral dessa equação, faz-se a demonstração, ou simplesmente, escreve-se a mesma no quadro, apresenta-se os exemplos e começa-se a resolver uma lista de equações.

Nessa atividade prezou-se por fazer o processo inverso do habitual que foi, a partir de resoluções de casos particulares de equação do segundo grau, utilizando o método de completar quadrado, conduzir o aluno a obter a fórmula geral de sua resolução.

Ao final da atividade, constatamos que o procedimento adotado contribui muito na formação da capacidade de abstração e argumentação do aluno, pois o retira da situação de

sujeito paciente e o coloca na situação de agente do conhecimento. Espera-se que a metodologia adotada venha a ser utilizada por outros professores da educação básica e que sirva de incentivo para os mesmos adotarem em suas aulas as demonstrações matemática, como uma forma de contribuir para uma formação mais sólida do raciocínio lógico-dedutivo e do pensamento matemático de seus alunos.

Referências

LIMA ET AL. **A Matemática do Ensino Médio**. 280 p. – 9 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

_____. **Temas e problemas elementares**. 335 p. – 5 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

NASSER, Lilian; TINOCO, Lúcia A de A. **Argumentação e provas no ensino de matemática**. 109 p. – 2 ed. Rio de Janeiro: UFRJ/ Projeto Fundação, 2003



UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O AUXÍLIO DO ENSINO FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Andrey Wesley Silva de Freitas

Universidade do Estado do Pará

andreywfreitas@hotmail.com

Rafael Moraes Cassundé

Universidade do Estado do Pará

rafaelmoraesds@gmail.com

Resumo: Este trabalho foi elaborado com o objetivo produzir uma sequência didática utilizando o método da bisseção no ambiente do geogebra por meio dos recursos disponibilizados no mesmo para auxiliar o ensino de função quadrática. No desenvolvimento, trazemos uma abordagem acerca do método da bisseção, o principal conceito, a fim de utilizá-lo como um conteúdo que irá facilitar a construção e o desenvolvimento de conceitos matemáticos sobre o tema abordado. E utilizando como ferramenta didática no ensino e aprendizagem do conteúdo em questão, o software geogebra e suas funcionalidades. Apresentamos também nossa proposta de atividade com o auxílio do software geogebra para facilitar os cálculos e a compreensão do conteúdo.

Palavras Chaves: Bisseção. Geogebra. Sequência Didática.

1. INTRODUÇÃO

As dificuldades dos alunos acerca de assuntos matemáticos já são conhecidas por todos nós, infelizmente essa ciência chega a causar medo em grande parte dos alunos, principalmente pelo fato da mesma ser cumulativa, o que resulta em dificuldades e conflitos conceituais que vão sendo acumulados com o passar dos anos da vida escolar dos estudantes.

Um assunto muito importante da disciplina é função quadrática, e como na própria matemática, muitos alunos sentem dificuldade em compreendê-lo, segundo BOOTH et al (1995) muitos alunos têm dificuldades na compreensão do conceito de variável, em lidar com expressões algébricas e ainda mais, em expressar relações generalizadas, pois comumente não sentem a necessidade de generalização.

MARKOVITS et al (1995) diz que os alunos também sentem dificuldade de interpretação gráfica, eles não conseguem transpor da linguagem formal para o gráfico. O que se evidencia ao lembrarmos o conceito de função, que nos diz que uma função consiste de um conjunto x (domínio), onde cada elemento x remete a um único elemento de um outro conjunto y (contradomínio).

Como já foi dito e reforçado pelos autores acima, os alunos sentem grande dificuldade na aprendizagem de função quadrática o que evidencia a necessidade de buscarmos outras formas e meios de ensinar tal assunto a fim de reduzir as dificuldades dos alunos, Souza (1996) diz que uma maior ênfase nos aspectos gráfico e visual pode auxiliar o estudante a construir um quadro mais completo e amplo sobre funções quadráticas.

Nesse contexto de busca de meios para o ensino mais eficiente de função quadrática se justifica este trabalho, pois o mesmo propõe uma sequência didática para auxiliar o ensino de função quadrática, buscando amenizar as dificuldades dos alunos e ajudar na construção de um entendimento mais amplo e claro do assunto.

Em nossa proposta de sequência didática usaremos o método da bisseção, com intuito de ampliar a visão do aluno sobre função, pois o método explora a ideia do estudo do sinal de forma bem clara, e ainda proporciona ao aluno outra forma de obter as raízes, além de trazer uma grande contribuição para o entendimento da parte gráfica de função.

Portanto essa pesquisa tem por objetivo propor uma sequência didática, usando o método da bisseção no ambiente do geogebra, para auxiliar o ensino de função quadrática.

2. MÉTODO DA BISSEÇÃO:

Utilizaremos o Método da Bisseção com sendo um pilar para a nossa proposta de sequência didática, pois a partir dele é possível visualizar de maneira clara o estudo do sinal da função e ainda encontrar as raízes das funções dado os intervalos como será descrito a seguir.

Seja uma $f(x)$ contínua em um intervalo $[a, b]$ e seja ε uma raiz desta função, sendo que $\varepsilon \in [a, b]$, tal que $f(\varepsilon) = 0$.

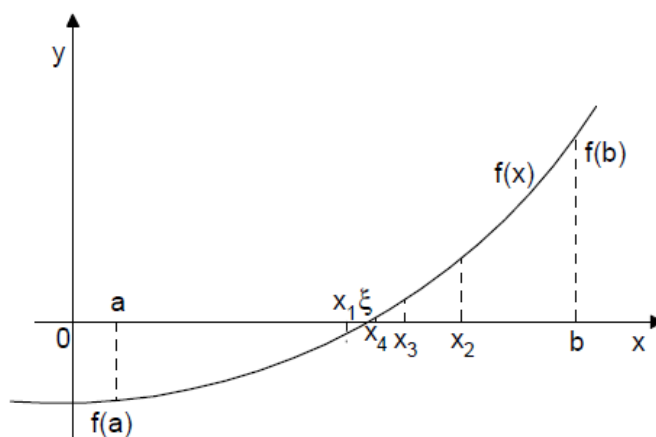


Imagem1: Interpretação geométrica.

Fonte: (Lobão, s/d, p. 20).

Dividindo o intervalo $[a, b]$ ao meio, obtém-se x_1 , havendo, pois, dois subintervalos, $[a, x_1]$ e $[x_1, b]$, a ser considerados. Se $f(x_1) = 0$, então $x = x_1$; caso contrário, a raiz estará no subintervalo onde a função tem sinais opostos nos pontos extremos, ou seja, se $f(a) \cdot f(x_1) < 0$ então $\varepsilon \in [a, x_1]$, senão $f(a) \cdot f(x_1) > 0$ e $\varepsilon \in [x_1, b]$.

O processo se repete até que se obtenha uma aproximação para a raiz exata de ε , ou seja, que o critério de parada seja satisfeito. Então por indução, temos:

Algoritmo:

$$x_n = \frac{a+b}{2}, \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots$$

Se $f(a) \cdot f(x_n) < 0$, então teremos $b = x_n$, senão $a = x_n$.

Critério de parada:

$$|f(x_n)| \leq \text{erro}$$

ou

$$|b - a| \leq \text{erro}$$

Observação: É necessário conhecer um intervalo que contenha a raiz.

3. GEOGEBRA:

Segundo DALLAZEN e SCHEFFER (SD) a tecnologia tem tornado-se uma importante ferramenta de apoio ao trabalho do professor, trazendo algumas vantagens como estimular os estudantes a buscar informações, integrar e construir novos conceitos sobre os conteúdos estudados e propiciar novas formas de produção de conhecimento.

Segundo NASCIMENTO (2012) o GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos níveis de ensino do básico ao universitário criado por Markus Hohenwarter. O Geogebra busca auxiliar a tecnologia já habitualmente utilizada (quadro Negro e papel) como sendo uma nova metodologia, um novo ambiente de trabalho que possibilita que o docente inteire e tenha outra forma de ensino.

No Geogebra é possível realizar construções utilizando pontos, vetores, segmentos, retas, bem como funções e modificá-los dinamicamente após finalizar a construção, explorando a parte geométrica do software. É possível incluir equações e coordenadas diretamente, lidar com variáveis para números, pontos e vetores, derivar e integrar funções além de ter comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função como mostrado por PETLA (2009).

Tendo em vista o que foi mostrado escolhemos trabalhar com o software Geogebra com o objetivo de utilizá-lo como uma ferramenta de auxílio para a proposta de sequência didática, pois por meio dele é possível dinamizar e acelerar as atividades propostas com o intuito de fazer os alunos descobrirem e construírem novos conceitos acerca do estudo do sinal da função.

4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Esta sequência didática ocorrerá em três fases, à primeira fase será composta por uma atividade introdutória no ambiente do geogebra, a segunda será constituída por uma atividade usando o método da bisseção também no ambiente do geogebra, e a terceira fase será a formalização oral por parte do professor de tudo que foi exposto nas duas primeiras atividades.

4.1. PRIMEIRA FASE

Esta fase será importante para o aluno fazer uma leitura inicial do gráfico que está sendo representado, de maneira que o aluno seja capaz de extrair do gráfico todas as informações necessárias para a execução da atividade proposta, principalmente devido às várias situações referentes ao coeficiente “a” da função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$, com $a \neq 0$ e $b=c=0$. Objetivando a construção, leitura e interpretação do gráfico de função quadrática por parte do aluno.

A atividade consiste em utilizar o Geogebra para analisar a sua concavidade de acordo com os diferentes valores do coeficiente “a” da função quadrática, com o objetivo de gerar uma visualização dinâmica do efeito deste coeficiente sobre o gráfico. Quando a concavidade da parábola é voltada para cima, o valor do coeficiente “a” da função $f(x)=ax^2$ é positivo e diferente de zero. Vejamos verificar, conforme a figura abaixo, o que acontece com a parábola ao atribuirmos o valor 1 ao coeficiente “a” da função quadrática:

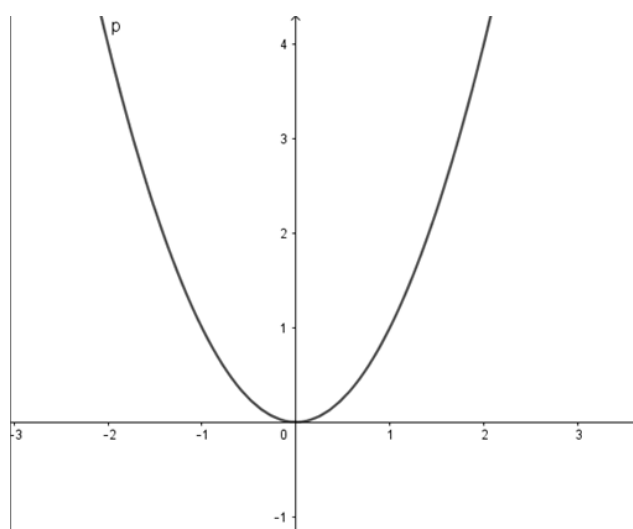


Imagem2: Parábola com $a = 1$.

Fonte: elaborado pelos autores.

No campo de entrada, o aluno digita a função desejada e aperta “enter” de forma que o Geogebra automaticamente exibe o gráfico da função quadrática.

Vamos analisar agora a modificação quando aumentamos o valor do coeficiente “a” da função quadrática.

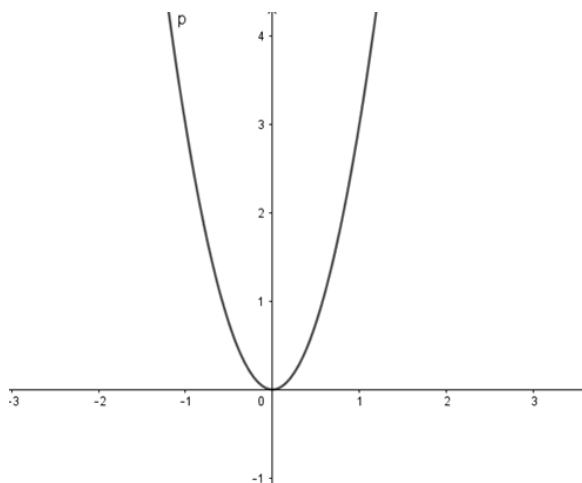


Imagem3: Parábola com $a = 3$.

Fonte: elaborado pelos autores.

O aluno perceberá com clareza que ao aumentarmos o coeficiente “a” da função quadrática, a parábola ficará mais “fechada” conforme a acima “Parábola com $a = 3$ ” comparada com a “Parábola com $a = 1$ ”. A interferência do coeficiente “a” causa uma modificação parábola no sentido de ser aberta ou fechada comparada aos dois valores distintos de “a”. Isso quer dizer que quanto maior o valor de “a”, menor será a abertura da parábola.

Outra possibilidade que o aluno tem para modificar qualquer coeficiente da função quadrática é utilizar a ferramenta “seletor”. Para isso, o aluno clicará na penúltima ferramenta. Ao explorar essa ferramenta, ela ficará em dependência da função quadrática. Vejamos nas figuras abaixo o que acontece quando os coeficientes “a” das funções são números negativos, usando seletores.

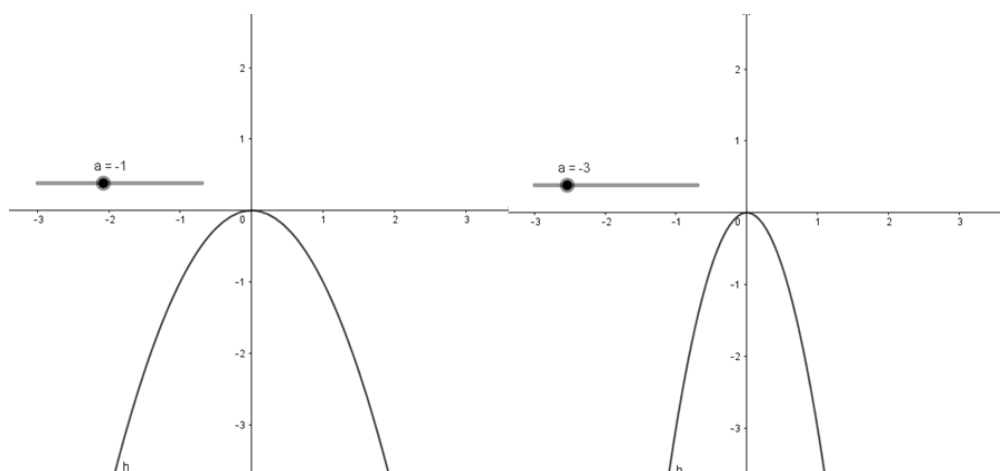


Imagem4 e Imagem5: coeficientes “a” com valores negativos das funções usando seletores.

Fonte: elaborado pelos autores.

Cada alteração (dois clicks) na ferramenta “seletor” mudará o formato da parábola. Também observamos, pelas figuras acima, que quanto maior for o coeficiente “a”, mais aberta será a parábola.

Adotamos valores fixos positivos e negativos, porém as orientações serão válidas para quaisquer que sejam os valores do coeficiente “a”.

Após está apresentação do software para o aluno e introdução da primeira fase, será realizada uma atividade individual, que pode ser vista no quadro abaixo.

- 1ª) Observando o gráfico, por que se percebe que é um gráfico de função quadrática?
- 2ª) Na função $f(x)=ax^2+bx+c$, o que ocorre quando com o gráfico quando o $a=0$?
- 3ª) O que acontece quando o coeficiente $a < 0$ e $a > 0$?
- 4ª) Qual das funções a seguir a parábola é mais aberta? $f(x)=2x^2$ ou $f(x) = - 2x^2$?
- 5ª) Existem zeros da função quadrática? Em caso afirmativo, quais os seus valores?
- 6ª) Qual é o ponto de vértice das funções do item anterior?

Fonte: elaborado pelos autores.

4.2. SEGUNDA FASE

Nesta fase o professor deve primeiro explicar o método da bisseção, para depois poder iniciar as atividades, também no ambiente do geogebra. Será disponibilizado para o aluno um arquivo “ggb.” (arquivo geogebra), que já terá as configurações para a atividade com método da bisseção, arquivo este que irá fazer os cálculos cansativos do método (como mostra a imagem abaixo), para que o aluno possa observar o funcionamento e entender melhor a parte conceitual do método, pois a mesma irá evidenciar para o aluno a parte de estudo do sinal de uma função quadrática e também uma forma alternativa de encontrar as raízes, uma a uma.

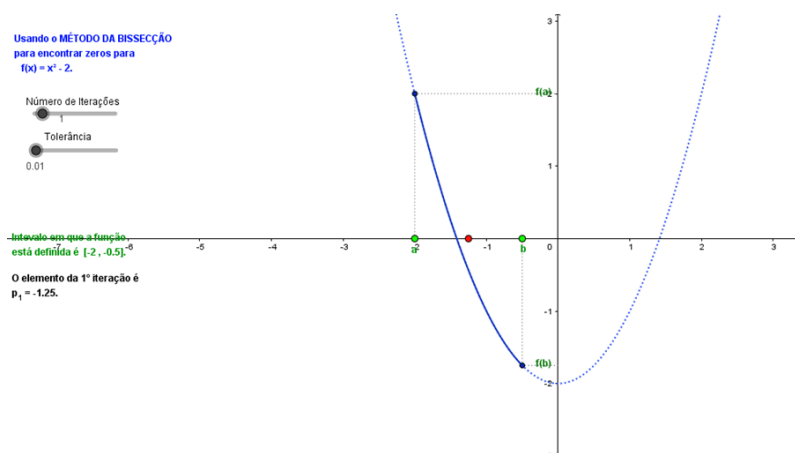


Imagem7:Arquivo – Método da Bissecção
Fonte: elaborado pelos autores.

Como pode ser visto na imagem acima, os seletores permitem que os alunos mudem a tolerância do erro, e o número de iterações, e automaticamente calcula o ponto médio entre os intervalos, assim os alunos podem perceber as condições para a escolha de cada intervalo, e é nessa escolha de intervalo que está a ideia do estudo do sinal da função.

Como na primeira fase, depois do professor fazer uma apresentação deste arquivo do geogebra que calcula o método da bissecção, e os alunos manipularem os “seletores”, será dado mais uma atividade individual, a qual segue no quadro abaixo:

- 1ª) Qual o objetivo do método da bissecção?
- 2ª) O que significa o ponto vermelho no gráfico?
- 3ª) É possível chegar a um resultado se a tolerância for igual a 0 ?
- 4ª) Se quiséssemos encontrar a outra raiz, poderíamos usar o mesmo intervalo $[a, b]$?
- 5ª) A cada iteração é notável que é escolhido um novo intervalo, qual o critério é usado para esta escolha?

Fonte: elaborado pelos autores

4.3. TERCEIRA FASE

Por fim, a última etapa terá o papel de organizar todas as ideias e conceitos que os alunos foram descobrindo ou lembrando com o concluir das duas primeiras fases, logo o

professor irá expor oralmente e usando o geogebra, cada reposta das duas atividades, buscando sempre o diálogo com a turma, a fim de proporcionar uma maior compreensão e participação dos alunos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa tínhamos como objetivo propor uma sequência didática, usando o método da bisseção no ambiente do geogebra, para auxiliar o ensino de função quadrática.

Zabala (1998) defende que ao pensar na configuração das sequências didáticas, esta é um dos caminhos mais acertados para melhorar a prática educativa. Reforçando a importância de propormos esta sequência didática, que nós acreditamos que seria interessante para o auxílio do ensino de função quadrática no 1ª ano do ensino médio.

Com a aplicação dessa sequência esperamos contribuir no processo de ensino e aprendizagem dos alunos no âmbito de funções quadráticas, propiciando por meio da modelagem matemática um ambiente, este dinâmico devido ao geogebra, de investigação capaz de gerar questionamentos a fim de descobrir e/ou construir conceitos matemáticos e que a dificuldades dos alunos que resolverem a sequência didática seja reduzida, afim de que eles tenham uma maior compreensão do assunto função quadrática.

Este trabalho pode nos propiciar experiências produtivas com os alunos no desenvolvimento das atividades para nossa vida profissional. Com pesquisa e o trabalho que desenvolveremos com os alunos poderemos constatar quanto pequenas ações, como organizar nosso trabalho em sala de aula, devem ser relevante para a aprendizagem dos alunos. Além de esperar que o ambiente dinâmico e tecnológico aproxime dos alunos, cada vez mais.

6. REFERÊNCIAS

- BOOTH, L. R. **Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra**. IN: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As ideias da álgebra, São Paulo, 1995.
- LOBÃO, Diomar Cesar. **Introdução aos Métodos Numéricos**. Universidade Federal Fluminense. Volta Redonda, RJ. Apostila.
- MARKOVITS, Z.; EYLON, B. S.; BRUCKHEIMER, M. **Dificuldades dos alunos com o conceito de função**. IN: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As ideias da álgebra, São Paulo, 1995.
- NASCIMENTO, Eimard Gomes Antunes do. **Avaliação do uso do software geogebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola**. Actos de la conferencia latinoamericana de geogebra. Uruguay. Universidade Federal do Ceará, 2012.

PETLA, José Revelino. **Geogebra – possibilidades para o ensino de matemática**. União da Vitória: Universidade Federal do Paraná. Dezembro, 2008.

SCHEFFER, N. F.; DALLAZEN, A. B. **Calculadora gráfica no ensino e aprendizagem matemática**. In: IX EGEM – Encontro Gaúcho de Educação Matemática. Caxias do Sul/RS: IX EGEM – Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 2006.

SOUZA, Telma Aparecida de. **Calculadoras gráficas: uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UNESP-Rio Claro, 1996.



UMA TRAJETÓRIA DOS RADICAIS A PARTIR DOS LIVROS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Adrielle Cristine Mendello Lopes

Secretaria de Estado de Educação do Pará

drika.mendello@gmail.com

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

pedro.franco.sa@gmail.com

Resumo:

Este texto apresenta os resultados de uma pesquisa de cunho bibliográfico cujo objetivo foi apresentar uma trajetória histórica dos radicais. As fontes de pesquisa foram livros de história da matemática. Os resultados apontaram vestígios históricos sobre radicais desde 1825 a. C. no Egito Antigo e Babilônia, Grécia Antiga, civilizações hindu, árabe e chinesa, bem como em países europeus até o século XIX.

Palavras-chave: Matemática. História da Matemática. Radicais.

INTRODUCAO

Os conteúdos matemáticos muitas vezes são ensinados dissociados de sua história. Almouloud (2007) considera a necessidade e importância de nós, enquanto professores, nos preocuparmos com a gênese histórica do objeto a ser ensinado, pois o conhecimento histórico de um conteúdo pode ser muito valioso para entender suas funcionalidades na matemática e até, obstáculos epistemológicos relativos aos conceitos.

Em particular, nos chama a atenção o conteúdo de radicais, que perpassa no processo de ensino-aprendizagem da matemática desde o Ensino Fundamental Maior (6º ao 9º ano) até o Ensino Superior. A partir de uma revisão de estudos realizada no âmbito deste tema, apresentada em Lopes e Sá (2014), percebemos como a preocupação com a história dos radicais é mínima. Por conta disso, neste trabalho, buscamos construir uma trajetória histórica, desenvolvida a partir da seguinte questão: Que aspectos históricos sobre radicais

têm sido privilegiados nos estudos em história da matemática? Assim, o objetivo deste artigo é **apresentar uma trajetória dos radicais a partir de livros de história da matemática.**

Esta pesquisa é de cunho bibliográfico, cuja fonte de informações se baseou nos estudos históricos de Cajori (1928; 2007), Dantzig (1970), Kline (1972), Boyer (1974), Struik (1986), Contador (2006), Burton (2007), Eves (2011) e Roque (2012). A partir das informações encontradas, pudemos concluir que há registros sobre radicais no Egito Antigo e Babilônia (3000 a. C - 260 a. C), na Grécia Antiga (600 a. C - 450), nas civilizações árabe (650 - 1200), hindu (200 a. C - 1250) e chinesa (1030 a. C - 1644) e nos países Europeus (séc. XIII - séc. XIX). A seguir apresentamos uma trajetória deste assunto que perpassam por tais civilizações.

SOBRE O EGITO ANTIGO E A BABILÔNIA

O desenvolvimento da matemática no Egito Antigo nunca atingiu o mesmo nível na Babilônia, talvez por este ter se mantido semi-isolado, enquanto que a localização da Babilônia lhe proporcionou ser rota de grandes caravanas e com isso, alcançou ascensão econômica.

Sobre o Egito Antigo, quase sempre há destaque para o Papiro de Ahmes (1850 a. C) e o Papiro de Moscou (1650 a. C). No entanto, é em um dos papiros de Kahun, documentos egípcios do ano 1825 a. C. onde aparece a primeira representação da raiz quadrada da qual se tem conhecimento. Cajori (1928) explica que foram encontrados certos ideogramas e símbolos, dentre os quais o sinal $\neg$ era utilizado para indicar a raiz quadrada. Segundo Contador (2006), o cálculo da raiz quadrada pelos egípcios era bastante primitivo: eles transformavam o número na área de um quadrado, em seguida calculavam o lado geometricamente.

Eves (2011, p. 63) aponta que perto do ano 2000 a.C., a aritmética babilônica já havia evoluído para uma álgebra retórica bem desenvolvida. Além das operações fundamentais, os babilônios resolviam potências e raízes quadradas e registravam os resultados em tábuas. O método usado para extrair raízes quadradas permitia obter valores aproximados, que hoje sabemos serem irracionais. Kline (1972) explica que nas tábuas babilônicas, quando a raiz era um inteiro, se tinha um valor exato; caso contrário, o valor sexagesimal correspondente era aproximado. Entretanto, não há nenhuma evidência de que eles eram conscientes do fato dos irracionais não poderem ser expressos com um número finito de algarismos, “é mais plausível crer que eles acreditavam que os irracionais também podiam ser expressos de maneira exata

na forma sexagesimal, prolongando a expressão até onde fosse necessário” (KLINE, 1972a, p. 8, *tradução nossa*).

Roque (2012) descreve o cálculo babilônico da raiz quadrada de um número, o qual se baseava, provavelmente, em um procedimento geométrico. Eves (2011) diz que os babilônios poderiam ter usado a fórmula $(a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}} \approx a + \frac{b}{2a}$. Historiadores presumem que esse tenha sido o procedimento para encontrar uma aproximação para $\sqrt{2}$. Eves (2011) aponta que os babilônios deram algumas aproximações interessantes de raízes quadradas de números não quadrados perfeitos, como $\frac{17}{12}$ para $\sqrt{2}$ é $\frac{17}{24}$ para $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Uma excelente aproximação de $\sqrt{2}$ era $1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1,4142129 \dots$, encontrada na tábua 7289 de Yale (c. 1600 a.C.), visto que para essa quantidade de casas decimais o correto é 1,4142135...

SOBRE A GRÉCIA ANTIGA

Por volta do século VII a.C., expandia-se um ativo intercâmbio comercial entre a Grécia e o Egito. Naturalmente, as ideias egípcias “estimularam o pensamento grego, direcionando-o para novas linhas de pensamento, dando, assim, aos gregos uma base em que pudessem trabalhar.” (CAJORI, 2007, p. 43).

A fé da escola de Pitágoras consistia na ideia de que a essência de tudo podia ser explicada por meio das propriedades dos números inteiros e suas razões. A grande descoberta desta escola foi o Teorema de Pitágoras, mas destacamos a descoberta da incomensurabilidade, quando os gregos se depararam com os números irracionais. Juntamente com o abalo da fé grega de que “Tudo é número”, se iniciou a primeira “crise” da matemática. Boyer (1974) ressalta que a primeira percepção de grandezas incomensuráveis é tão incerta quando a época de sua descoberta, mas sugere algum momento antes de 410 a. C.

O achado do *Alogon* (inexprimível), como eram chamados os números irracionais (DANTZIG, 1970) foi para os gregos um “escândalo lógico”, pois perceberam que os números que conheciam não eram suficientes para explicar a natureza. Segundo Kline (1972), além de *Alogon* (ou *Alogos*), também era utilizado o termo *Arratos* (sem razão).

Encontramos dois relatos sobre o caminho que levou os gregos às grandezas incomensuráveis, mais especificamente, ao irracional $\sqrt{2}$. O primeiro caminho é o geométrico, em Dantzig (1970) mostra que, ao aplicaram o teorema de Pitágoras, os pitagóricos perceberam que “a diagonal do quadrado não tem medida comum ao seu lado” (DANTZIG, 1970, p. 97). O segundo é o caminho aritmético, segundo o qual Struik (1986)

sugere o uso da média geométrica $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$. A primeira prova da irracionalidade de $\sqrt{2}$, apresentada em Struik (1986), foi sugerida por Aristóteles (384-322 a.C.) como um exemplo de *reductio ad absurdum*.

Apesar da suposição de que $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, a razão entre o lado e a diagonal de um pentágono regular (razão áurea), tenha sido o primeiro irracional descoberto, Eves (2011) diz que por algum tempo $\sqrt{2}$ foi o único irracional conhecido. Somente mais tarde, Teodoro (c. 425 a.C.) mostrou a irracionalidade de $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$ e $\sqrt{17}$ a partir da razão do lado de um quadrado para sua diagonal. Ainda, Teeteto (c. 415 a.C. - 369 a.C.) acrescentou que “os lados de qualquer quadrado, representados por uma raiz, são incomensuráveis com a unidade linear.” (CAJORI, 2007, p. 94).

Por volta de 370 a.C., o “escândalo lógico” foi resolvido por Eudoxo, através de uma nova definição de proporção. O tratamento dos incomensuráveis formulado por Eudoxo aparece no Livro V dos *Elementos* de Euclides (c. 300 a. C). Ainda, no Livro X de *Os Elementos*, Euclides tratou de quantidades incomensuráveis e investigou toda a variedade possível de retas que podem ser representadas por $\sqrt{a \pm b}$, a e b representando duas retas incomensuráveis. (CAJORI, 2007). Boyer (1974) acrescenta que Euclides também trabalhou com $a \pm \sqrt{b}$ e $\sqrt{a \pm b}$.

Importa ressaltar que os gregos realizavam aproximações de raízes quadradas. Kline (1972a) mostra que os pitagóricos aproximavam $\sqrt{2}$ por meio da substituição de 2 por $\frac{49}{25}$ que resultava em $\frac{7}{5}$ como aproximação; e Teodoro substituiu 3 por $\frac{49}{16}$ em $\sqrt{3}$, obtendo $\frac{7}{4}$ como aproximação da raiz. Em *A medida do círculo*, Arquimedes (287? – 212 a. C.) apresenta um grande número de raízes quadradas, a exemplo de $\sqrt{3} < \frac{1351}{780}$ e $\sqrt{3} > \frac{265}{153}$, mas não dá nenhum indício do método pelo qual obteve estas aproximações.

Para Cajori (2007, p. 91) “não é improvável que os gregos extraíssem a raiz quadrada por tentativa e erro”. Eutócio (c. 560) diz que o método de extração de raízes foi dado por Herão, Pappus, Teôn e outros comentadores do *Almagesto* de Ptolomeu. Cajori (2007) cita que é conhecido apenas o método de Teôn, o mesmo utilizado hoje, a não ser pelo fato de Teôn empregar frações sexagesimais, porém não descreve o referido método.

Sobre Herão, Eves (2011) afirma há estimativas da época em que viveu que variam de 150 a.c. a 250 d.C. No livro I de *A Métrica*, descoberto em 1896 em Constantinopla, está o método para aproximar a raiz quadrada de um inteiro que não é quadrado perfeito. Esse

processo, usado com frequência pelos computadores atualmente, pode ser descrito da seguinte forma:

Se $n = ab$, então $\frac{a+b}{2}$ é uma aproximação de $\sqrt{n}$, aproximação essa que melhora com a proximidade de a e b . O método permite sucessivas aproximações. Assim, se a_1 é a primeira aproximação de $\sqrt{n}$, então $a_2 = \frac{a_1 + \frac{n}{a_1}}{2}$ é aproximação melhor, e $a_3 = \frac{a_2 + \frac{n}{a_2}}{2}$ é melhor ainda, e assim por diante. (EVES, 2001, p. 205)

No contexto do desenvolvimento da matemática grega, cabe destacar o papel de Diofanto (c. 300 d. C), provável contemporâneo de Herão, pois este teve uma grande influência sobre os europeus. Para Eves (2011), Diofanto pode ter o estudioso a dar os primeiros passos rumo à uma notação algébrica, devido à natureza sincopada de seus cálculos: “É razoavelmente preciso dizer que a álgebra anterior à época de Diofanto era retórica. Uma das principais contribuições de Diofanto à matemática foi a sincopação da álgebra grega.” (EVES, 2011, p. 206).

SOBRE A MATEMÁTICA HINDU

Para Eves (2011), a questão da influência da matemática grega, da babilônica e da chinesa sobre a matemática hindu e vice-versa ainda não é esclarecida, mas há evidências de que em ambos os sentidos ela foi apreciável.

Além de serem hábeis aritméticos, os hindus deram contribuições significativas à álgebra. Depois da época do grego Diofanto, a álgebra retórica ainda estava sendo utilizada de maneira bastante no resto do mundo por centenas de anos, exceto na Índia. A álgebra dos hindus seguiu o estilo sincopado, isto é, eles utilizavam abreviações e iniciais para representar quantidades e operações. Em especial, para a raiz quadrada, Eves (2011) aponta que eles escreviam *ka* (da palavra *karana*, “irracional”) antes da quantidade. Por outro lado, Cajori (1928) afirma que Brahmagupta (598 – 628) utilizava a letra *c* (*caranî*) para indicar a raiz quadrada ou um número irracional e, ainda, Contador (2006) aponta que Brahmagupta utilizava para π o valor $\sqrt{10} = 3,16 \dots$

Grande parte do conhecimento da aritmética hindu provém do texto *Lilāvati* (bela) de Bhāskara, uma das partes mais importantes sobre aritmética de seu trabalho *Siddhānta S'iromani* (diadema de um sistema astronômico), escrito em 1150. O método de Bhāskara para encontrar a raiz quadrada e a raiz cúbica de um número é dado em *Lilāvati*, podendo ser encontrado em Patwardhan, Naimpally e Singh (2001), uma versão em inglês. Ressaltamos

também que, de acordo com Contador (2006), Bhāskara foi o primeiro estudioso a apresentar regras para se operar com zero, dentre elas que $\sqrt{0} = 0$.

Também, Bhāskara deu as identidades notáveis

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}},$$

às vezes empregadas em nossos textos de álgebra para encontrar a raiz quadrada de um número irracional. Importa salientar que estas identidades se encontram no Livro X de *Os Elementos*.

SOBRE A MATEMÁTICA ÁRABE

Apenas após o profeta Maomé (570-632), foi que a Arábia se tornou uma poderosa nação, que acabou se estendendo a partes da Índia, Pérsia, África e Espanha. Bagdá, fundada em 762, tornou-se a capital árabe em 772, se tornando um grande centro intelectual. Quando os árabes conquistaram o Egito e partes da Índia, entraram em contato com os trabalhos hindus e gregos, dos quais muitos foram traduzidos, sendo as únicas cópias hoje conhecidas.

Dentre as mentes matemáticas árabes que se destacaram na história, está Al-Khowarizmi (783-850), cuja obra exerceu grande influência nos países europeus nos últimos séculos da Idade Média. Depois de Al-Khowarizmi, Abû Kâmil (c. 850-930) também se destacou por comentar os trabalhos de seu predecessor, apesar de pouco sabermos sobre sua vida e atividades. Seu livro *Kitâb fil-jabr w'al muqâbala* (c. 900 a.C) apreciou a popularidade generalizada no mundo muçulmano, composto por 69 problemas em comparação aos 40 de Al-Khowarizmi, além de acrescentar outros métodos de solução para estes últimos.

Burton (2007) mostra que Kâmil desenvolveu, de forma inteiramente retórica, a adição e subtração de raízes quadradas: $\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{a + b \pm 2\sqrt{ab}}$. Assim, o que conhecemos pela notação $\sqrt{9} - \sqrt{4} = \sqrt{9 + 4 - 2\sqrt{9 \cdot 4}} = 1$ era descrito por Kâmil como:

Se você deseja subtrair a raiz de 4 a partir da raiz de 9 até o que restar da raiz de 9 seja uma raiz de um número, então adicione 9 a 4 para dar 13. Guarde-o. Em seguida, multiplique 9 por 4 para dar 36. Tome 2 de sua raízes para dar 12. Subtraia a partir do 13 que foi retido. Permanece um. A raiz é 1. Ele é a raiz de 9 menos a raiz de 4. (BURTON, 2007, p. 245, tradução nossa)

O maior avanço de Kâmil está no uso de fatores externos irracionais em equações indeterminadas. No problema 53 da Álgebra, Kâmil pede que se ache um número de tal forma que, a raiz quadrada de três adicionada a ele e também adicionada a raiz quadrada de 2 para

que, em seguida, o produto dos dois montantes seja 20. Isto seria escrito hoje como $(x + \sqrt{3})(x + \sqrt{2}) = 20$, o que conduz à equação quadrática $x^2 + \sqrt{6} + \sqrt{3x^2} + \sqrt{2x^2} = 20$.

Kâmil dá o valor correto $x = \sqrt{21\frac{1}{4} - \sqrt{6} + \sqrt{1\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}}}$. Burton (2007) ressalta que a

Álgebra de Abû Kâmil ocupa um lugar especialmente importante no desenvolvimento da matemática no Ocidente através de sua influência sobre as obras do italiano Leonardo de Pisa.

SOBRE A MATEMÁTICA CHINESA

Contador (2006) diz que sabemos muito pouco sobre a matemática chinesa antiga, devido ao costume dos chineses de escrever seus cálculos em bambus, material facilmente perecível; além do imperador Shih Hoang-ti, da Dinastia Ch'in, ter ordenado que todos os livros fossem queimados e os estudiosos enterrados no ano de 213 a. C. O livro Chou pei Suang Ching é considerado o mais velho trabalho chinês, porém anônimo, datado entre 1200 a. C. e 300 a. C., no qual está o que conhecemos hoje como o Teorema de Pitágoras.

Ainda, próximo em idade ao Chou pei, temos o K'ui-cháng Suan-Shu, de ± 200 a. C., chamado também de Aritmética em Nove Seções (CAJORI, 2007) ou Nove capítulos sobre a arte da matemática (CONTADOR, 2006), cuja autoria é atribuída a Chang T'Sang. Além do tratamento de vários assuntos (como porcentagem, proporção, determinação de lados e figuras, entre outros), o K'ui-cháng também trata do cálculo da raiz quadrada e raiz cúbica.

Contador (2006) explica que para calcular a raiz quadrada de um número qualquer, “a ideia era achar três números inteiros a , b e c , de modo que o resultado pudesse ser escrito sob a forma $100 \cdot a + 10 \cdot b + c$ onde $100 \cdot a > 10 \cdot b > c$, e por sua vez representaria o lado de um quadrado.” (CONTADOR, 2006, p. 484). O raciocínio era semelhante para o calcular a raiz cúbica, mas o número deveria ser encarado como o volume de um cubo. Não explicaremos o método chinês de extração de raízes quadradas e cúbicas, ao ter em vista ser nada prático e trabalhoso, mas detalhes sobre o procedimento podem ser encontrados em Contador (2006).

A ASCENSÃO DA ÁLGEBRA SIMBÓLICA NA EUROPA

As transações comerciais existentes entre os mundos mulçumano e cristão a partir do século XIII, permitiu que a álgebra árabe entrasse na Europa. Na Europa Ocidental, a maior

parte da álgebra permaneceu retórica até o século XV. Embora a aparição da álgebra simbólica tenha se dado no século XVI, esta acabou se estabelecendo apenas no século XVII.

No limiar do século XIII, despontou a figura de Leonardo Pisa (1170-1250), estudioso italiano também conhecido como Fibonacci, fortemente influenciado pelo estudo da matemática árabe. Em *Liber abaci* (1202) é possível encontrar a palavra *census* para a potência x^2 , e o resultado, representado por x , era a *radix* ou *res* (coisa), denominações presentes na álgebra de Abû Kâmil, no século X. O capítulo 14 de *Liber Abaci* é dedicado ao cálculo de raízes quadradas e cúbicas, de forma retórica. Já em *Practica geometriae* (1220), Fibonacci incorporou a abreviação *R* para *radix* e, poucos anos depois, a abreviação *ℓ* (sem o traço) foi utilizada para se referir à raiz quadrada em notas marginais de *Fios* (1225).

Os trabalhos de Fibonacci estavam além da capacidade da maioria dos intelectuais da época, fato que chamou a atenção do imperador Frederico II, que o convidou a participar de um torneio matemático na corte. Como consequência da busca de uma solução para a equação cúbica $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$, Fibonacci tentou provar que nenhuma raiz da equação pode ser expressa irracionalmente na forma $\sqrt{a + \sqrt{b}}$ ou, em outras palavras, que nenhuma raiz pode ser construída com régua e compasso. Obteve então uma resposta aproximada que, expressa em notação decimal, é 1,3688081075 e que é correta até a nona casa. Esta resposta aparece em *Fios*.

O século XIV assistiu à Guerra dos Cem anos e à Peste Negra, que varreu mais de um terço da população da Europa. Foi um período relativamente estéril, matematicamente falando, tendo como um dos principais personagens no campo dos radicais o bispo Nicole Oresme (1323-1382). Ele escreveu cinco trabalhos matemáticos, dentre os quais está *Algorismus proportionum* no qual a raiz quadrada era designada por meio da palavra *medietas*. Cajori (1928) destaca que Oresme foi o primeiro a conceber a noção de potências fracionárias e mais do que isso, foi o primeiro a sugerir uma notação para designá-las. De acordo com Boyer (1974), na referida obra de Oresme há expressões como $\frac{1 \cdot p \cdot 1}{4 \cdot 2 \cdot 2}$ para $\sqrt[4]{2^{\frac{1}{2}}}$.

A atividade matemática no século XV centrou-se grandemente nas cidades italianas e nas cidades de Nuremberg, Viena e Praga na Europa central, em grande parte devido ao início do Renascimento Europeu.

O alemão Johann Müller (1436-1476), conhecido como Regiomontanus, apesar de não ter escrito obras em Álgebra, em suas cartas a Giovanni Bianchini, Jacob von Speier e

Christian Roder, no período de 1463-1471, ele propõe *radix quadrata* para raiz quadrada, assim como o símbolo $\mathcal{R}$.

Na visão de Eves (2011), o mais brilhante matemático do século XV foi Nicolas Chuquet (1445-1488). Em 1484, ele preparou o manuscrito *Le triparly en la science des nombres*, impressa somente no século XIX. A segunda parte desse trabalho se ocupa do cálculo com os números irracionais, onde Chuquet trabalha com o símbolo $\mathcal{R}$, primeira letra da palavra francesa *racine* e da palavra latina *radix*:

Um número, digamos 12, ele [Chuquet] chama *racine premiere*, porque 12, tomado como um fator de uma vez, dá 12; 4 é uma *racine seconde* de 16, porque 4, tomado como um fator de duas vezes, dá 16. Ele [Chuquet] usa as notações $\mathcal{R}^1 \cdot 12$. equal .12., $\mathcal{R}^2 \cdot 16$. equal .4 [...] (CAJORI, 1928, p. 101, tradução nossa)

Ademais, Chuquet utilizava linhas horizontais para indicar raízes de raízes: $\mathcal{R}^2 \cdot 14$. $\overline{p. \mathcal{R}^2 180}$. indicava a raiz quadrada do binômio, em notação moderna, $\sqrt{14 + \sqrt{180}}$.

Em 1494, o frade franciscano Luca Pacioli (1445-1517) escreveu a *Summa de arithmetica geometria proportioni et proportionalita*, obra que serviu na Itália como uma introdução para a matemática no século XVI e influenciou outros países europeus. É possível observar a influência de Fibonacci na *Summa*, “embora contenha pouco de importante que não se encontre no *Liber Abaci* de Fibonacci, emprega uma notação superior.” (EVES, 2011, p. 298).

Cajori (1928) mostra que Pacioli utiliza o $\mathcal{R}$ para indicar a raiz (*radix* ou *radici*); mas também notações de sua própria autoria nas margens da *Summa*, como $\mathcal{R}$. Ainda, $\mathcal{R}$.cubaera usado para designar a raiz cúbica, enquanto que $\mathcal{R}\mathcal{R}$. designava a raiz quarta, $\mathcal{R}$.relato. a raiz quinta, $\mathcal{R}$.cuba. de $\mathcal{R}$.cuba a raiz sexta, $\mathcal{R}\mathcal{R}\mathcal{R}$.cuba. para a raiz sétima, $\mathcal{R}\mathcal{R}$.cuba. de $\mathcal{R}$.cuba. para raiz oitava. Pacioli ainda inseriu o símbolo $\mathcal{R}v$. (*radici vniversales*) para designar raízes de polinômios: $\mathcal{R}v. \mathcal{R}. 20\frac{1}{4} \cdot \tilde{m}. \frac{1}{2}$. para $\sqrt{\sqrt{20\frac{1}{4} - \frac{1}{2}}}$.

A primeira metade do século XVI viu surgir uma série de personagens na França, Itália e Alemanha que em muito trabalharam com um certo simbolismo algébrico, mais especificamente no cálculo com radicais.

Dentre a nuvem de álgebras alemães do século XVI, a mais importante foi a *Die Coss* (1525) de Christoff Rudolff, a qual trouxe notações para radicais que foram amplamente

utilizadas por matemáticos da época e posteriores. *Radix* era a raiz ou lado de um quadrado e a raiz cúbica foi introduzida por Rudolff como $\sqrt[3]{}$ e a raiz quarta por $\sqrt[4]{}$, como representação de dois sinais sucessivos de raízes quadradas. Raízes polinomiais eram indicadas por um ponto: $\sqrt[3]{12} + \sqrt[4]{40}$ indicavam $\sqrt[3]{12 + \sqrt[4]{40}}$. Eves (2011, p. 301) diz que o símbolo moderno de radical introduzido por Rudolff foi “adotado talvez porque lembra um r (de raiz) minúsculo”.

Gerônimo Cardano (1501-1576) também usou R . Em *Practica arithmeticae generalis* (1539), a *radix ligata* foi introduzida para expressar a raiz de cada um dos termos de um polinômio: $L.R.7.p.R.10.$ para $\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{10}$. Já para a raiz polinomial, foi utilizada a *radix vniversalis* de Pacioli. Cajori (1928) explica que o uso da letra maiúscula L pode parecer supérfluo à primeira vista, mas servia para diferir da *radix distincta*, pois $R.D.4.p.R.9.$ multiplicado por si mesmo dá $4 + 9$ ou 13 , enquanto que, da mesma forma $R.L.4.p.R.9.$ significa $13 + \sqrt{144} = 25$.

Importa salientar que em *Regula aliza* (1570), Cardano escreveu sobre a raiz quadrada de números negativos: “a raiz quadrada de um número positivo é positiva; a raiz quadrada de um número negativo não é adequada, de acordo com a aceitação comum.” (CAJORI, 1928, p. 118, tradução nossa). Em *Ars Magna* (1545), Cardano designou números por letras e também operou com elas, “Ele tornou a e b válidos para quaisquer números dados e, em seguida, observou que R_a^a é o mesmo que $\frac{R_a}{R_b}$, isto é, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.” (CAJORI, 1928, p. 120, tradução nossa).

Uma edição melhorada da *Die Coss* de Rudolff foi publicada por Michael Stifel (1486-1567) em 1553, o maior algebrista alemão do século XVI. Tão importante também foi *Arithmetica integra* (1544), uma obra dividida em três partes dedicadas, respectivamente, aos números racionais, números irracionais e álgebra. Cajori (1928) afirma que Stifel rejeitou os símbolos para radicais de Rudolff e escrevia $\sqrt[3]{}$ para raiz quadrada e $\sqrt[4]{}$ para raiz cúbica, mas adotava a notação de ponto de Rudolff para o radical de um binômio. No trabalho *Deutsche arithmetica* (1545), Stifel utilizou os sinais $\sqrt{}$, $\sqrt[3]{}$ e $\sqrt[4]{}$ para a raiz quadrada, raiz cúbica e raiz quarta, respectivamente.

The Whetstone of Wittede Robert Record, tem relativa importância na ascensão do simbolismo algébrico pois foi nela que se fez uso pela primeira vez do moderno símbolo de igualdade. Publicada em Londres em 1557, apenas um ano antes da morte Record na prisão,

continha cálculo com radicais cujas designações para raiz quadrada eram $\sqrt{\cdot}$ ou $\sqrt[3]{\cdot}$, para raiz cúbica eram $\sqrt[4]{\cdot}$ ou $\sqrt[5]{\cdot}$ e para raiz quarta, era utilizada a notação de Rudolff $\sqrt[6]{\cdot}$, mas também $\sqrt[7]{\cdot}$

Em 1570, Rafael Bombelli (1526-1572) publicou uma álgebra que se constituiu numa contribuição notável à resolução das equações cúbicas, além de ter colaborado para o aprimoramento da notação algébrica corrente. Para o cálculo com radicais, Cajori (1928) mostra que Bombelli se baseava em iniciais: em substituição a raiz quadrada de polinômios de Pacioli ($\sqrt{v}$), escrevia $R.q.[]$ (*radice quadrada legata*), para a raiz cúbica, $R.c.[]$ (*radice cubica legata*); e ainda, usava $RR.q.$ (raiz quarta), $R.p.r.$ (raiz quinta), $R.q.c.$ (raiz sexta) e $R.s.r.$ (raiz sétima).

Gosselin adotou a letra L (*latus*) para trabalhar com radicais, que significava “lado de um quadrado”. Ele defendia dois tipos de radicais em *De arte magna* (1577): radicais simples eram como $L9$, $LC8$, $LL16$, etc. (isto é, $\sqrt{9}$, $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[4]{16}$) e radicais compostos eram do tipo $LV24 P L29$ e $LV6 P L8$ (isto é, $\sqrt{24 + \sqrt{29}}$ e $\sqrt{6 + \sqrt{8}}$). A presença das letras LV (*latus universale*) indicavam a raiz de um polinômio. O estudo de Cajori (1928) indica ainda que Gosellin utilizava o símbolo $\sqrt{\cdot}$ tanto para potências como para radicais, assim como Pacioli. Sobre o uso da letra L para designar radicais, Cajori (1928) salienta que este nunca se tornou popular, sendo somente utilizado posteriormente para logaritmos.

O mais destacado e influente matemático dos Países Baixos no século XVI foi Simon Stevin. De acordo com Boyer (1974), Stevin percebeu a importância de notações apropriadas como auxiliar do pensamento, apesar de algumas vezes utilizar palavras (como para igualdade, por exemplo) como faziam também seus contemporâneos. Ele preferiu uma notação pura para as potências, em que ele escrevia ② para quadrado, ③ para cubo, e assim por diante.

Stevin sugeriu propôs que estas notações fossem utilizadas para potências fracionárias. Cabe destacar que Oresme também fez o mesmo, no entanto Boyer (1974) indica que isto teve pouca ou quase nenhuma influência na matemática belga e francesa. Stevin não teve oportunidade de utilizar tal notação, mas disse claramente que $1/2$ dentro de um círculo significa a raiz quadrada e que $3/2$ dentro de um círculo indicava a raiz quadrada de um cubo.

Ainda, Cajori (1928) mostra que em *La thiende* (1585), Stevin aparentemente usava os sinais sugeridos por Rudolff, com algumas diferenças. O sinal $\sqrt{\cdot}$ indicava a raiz quadrada, dois traços indicavam a raiz quarta e três traços indicavam raiz oitava. A raiz cúbica era

empregada por $\sqrt[3]{}$ seguido do número três dentro de um círculo; bem como $\sqrt[3]{}$ seguido do 3 dentro do círculo indicava a raiz nona. No lugar de $\sqrt[3]{}$ (raiz universal), Stevin utilizou *bino* para a raiz binomial.

Boyer (1974) acrescenta que mais tarde, Albert Girard (1595-1632), editor das obras de Stevin, adotou também a notação em círculos e indicou que esta poderia ser usada também para raízes quadradas e cúbicas em vez dos símbolos que conhecemos hoje. Em *Invention nouvelle em l'Algebre* (1629), Cajori (1928) explica que as notações utilizadas são uma extensão das notações de Chuquet, Bombelli e Stevin, sendo que as de Bombelli e Stevin são apenas variantes de Chuquet. Girard parece ser o primeiro a sugerir o posicionamento do índice da raiz na abertura do sinal radical, “às vezes ele escreve $\sqrt[3]{}$ para $\sqrt[3]{}$ ” (CAJORI, 1928, p. 159, tradução nossa).

O século XVII foi particularmente importante na consolidação das notações para radicais. Thomas Harriot (1560-1621) e William Oughtred (1574-1660) em muito contribuíram para essa codificação; assim como John Wallis (1616-1703), René Descartes (1596-1650) e Isaac Newton (1643-1727).

Artis analyticae praxis, publicada dez anos após a morte de Harriot, trata em grande parte da teoria das equações. Sobre esta obra: “uma notável inovação foi a utilização de uma barra horizontal para cobrir todos os termos atingidos por um sinal de radical”(BURTON, 2007, p. 384, tradução nossa). No mesmo ano (1631) apareceu a primeira edição da *Clavis mathematicae* de Oughtred, que na visão de Cajori (1928), foi um matemático incomum em relação ao uso de diferentes notações. Embora clérigo de carreira, Oughtred dava aulas particulares de matemática, entre esses estavam John Wallis, o mais influente predecessor de Isaac Newton.

Mais longe do que foi seus predecessores em álgebra simbólica, Descartes conseguiu mostrar um correspondente geométrico das operações aritméticas em *La géométrie* (1637), um dos três apêndices de *Discurso do Método*. Cajori (1928) indica que a notação para radicais, tal qual como escrevemos hoje é devida a Descartes, que fez a união do vínculo com o sinal radical alemão $\sqrt[3]{}$, tornando-o $\sqrt[3]{}$. Ao que aponta Cajori (1928) e Boyer (1974), Descartes influenciou Frans van Schooten (1615-1660), visto que quando este editou as obras de Francis Viète em 1646, a notação matemática foi diferenciada da obra original. Vieta escreveu $l\frac{25}{3} - l\frac{5}{3}$, enquanto que na edição de van Schooten, foi escrito como $\sqrt{\frac{25}{3}} - \sqrt{\frac{5}{3}}$, em que é possível perceber a combinação do vínculo no sinal de radical.

Wallis, em *Arithmetica Infinitorum* (1655), adotou notações que muito se aproximavam da simbologia moderna quando este escrevia $\sqrt[6]{}$ para raiz sexta, mas também utilizava notações antigas como $\sqrt[4]{qq}$ para raiz quarta. Sobre o princípio de interpolação de Wallis para calcular a integral de $(1-x^2)^2$ presente nesta obra, ele assumiu discutivelmente que o resultado de valia para valores fracionários bem como para valores negativos e, até mesmo para potências irracionais. Ainda, Boyer (1974, p. 279) diz que “o uso de notação exponencial para potências fracionárias e negativas era uma importante generalização de sugestões feitas antes por Oresme e Stevin, mas Wallis não deu base sólida à sua extensão da exponenciação cartesiana”.

Para Burton (2007), como consequência do estudo de *Arithmetica Infinitorum*, no inverno de 1664-1665, Newton descobriu o teorema binomial geral ou a expansão $(a+b)^n$, anunciado por Newton em duas cartas 1676, enviada a Henry Oldenburg, membro da Royal Society, mas destinada a Gottfried Leibniz. Na primeira carta, Newton empregou expoentes negativos e fracionários, cuja prática após este tempo se tornou universalmente reconhecida. Newton escreveu “Analistas, em vez de aa , aaa , etc., estão acostumados a escrever a^2 , a^3 , etc., em vez de escrever $\sqrt{a}$, $\sqrt{a^2}$, $\sqrt{c:a^5}$, eu escrevo $a^{\frac{1}{2}}$, $a^{\frac{3}{2}}$, $a^{\frac{5}{2}}$ [...]” (BURTON, 2007, p. 395, tradução nossa).

A ARITMETIZAÇÃO DA ANÁLISE

O século XVII também foi palco de uma grande realização na matemática: a sistematização do cálculo por Newton e Leibniz. Porém, Struik (1986) aponta que as explicações sobre os fundamentos do Cálculo eram imprecisas e isso gerou muitas discussões a respeito da legitimidade dos métodos infinitesimais. Por algum tempo, os fundamentos do Cálculo permaneceram despercebidos ao ter em vista a sua aplicabilidade (principalmente à mecânica), fator muito explorado na produção matemática no século XVIII, sendo os processos empregados de forma intuitiva.

Este cenário começou a mudar quando Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) tentou fundamentar o cálculo pela sua redução à álgebra. Em 1797, Lagrange assumiu, a partir de um processo puramente algébrico, que uma função contínua pode sempre ser expressa por meios do teorema de Taylor como uma série infinita. Struik (1986) esclarece que o “método algébrico” de Lagrange foi insatisfatório, pois não foi dada muita atenção à convergência das séries, mas foi considerável passo em frente.

No início do século XIX, estudiosos começaram a questionar a validade do princípio de Lagrange e logo começaram a perguntar o que se entendia por “função”, ao ter em vista o

desenfreado uso das séries infinitas, que insinuavam absurdos em contradições. Estes questionamentos impulsionaram a busca por uma matemática mais rigorosa, fundamentada no conceito de número, o que resultou em um movimento histórico conhecido como Aritmetização da Análise, que objetivou “a separação de conceitos puramente matemáticos tais como número, correspondência e conjunto, de ideias intuitivas, que a matemática adquiriu através de uma longa associação com a geometria e a mecânica.” (DANTZIG, 1970, p. 93).

Foi no bojo da aritmetização da Aritmetização da Análise, que as construções axiomáticas dos números irracionais surgiram. Em se tratando deste aspecto, as contribuições cruciais foram dadas por Charles Méray (1835-1911), Karl Weierstrass (1815-1897) e Richard Dedekind (1831-1916), cujas teorias são, em essência, muito parecidas e, apesar das publicações quase simultâneas, foram elaboradas em épocas diferentes.

De acordo com Boyer (1974), entre os anos de 1869 e 1887 Méray definiu um número irracional ao ter em vista a natureza dos limites de sucessões de números racionais que não admitiam nenhum número racional como limite. Méray considerava que uma sequência convergente determina ou número racional como limite ou um “número fictício” como um “limite fictício”; e estes “números fictícios” podem ser ordenados e em essência, são os números irracionais.

Por volta de 1863-1864, Weierstrass apresentou sua construção axiomática dos números irracionais como parte de um curso sobre a teoria geral das funções analíticas. Weierstrass tentou separar o cálculo da geometria e baseá-lo apenas no conceito de número e, assim como Méray, percebeu que era necessário definir um número irracional independentemente do conceito de limite, assim “decidiu a questão da existência de um limite de uma sequência convergente tomando a própria sequência como número ou limite” (BOYER, 1974, p. 410)

O tratamento dado por Dedekind aos números irracionais é o mais aceito atualmente. Em 1872, baseado na teoria das proporções de Eudoxo, Dedekind viu que o domínio dos números racionais pode ser estendido de modo a formar um *continuum*, se supusermos que os pontos sobre uma reta podem ser postos em correspondência biunívoca com os números reais. Aritmeticamente, significa que para toda divisão de números racionais em duas classes A e B tais que todo número da primeira classe, A é menor que todo número da segunda classe, B, existe um e só um número real que produz um *corte de Dedekind*. Se A tem um maior número, ou se B contém um menor número, um corte define um número racional; mas se A

não tem um maior elemento e B não tem um menor, então o corte define um número irracional. (BOYER, 1974).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo **apresentar uma trajetória dos radicais** a partir de livros de história da matemática. No bojo dos resultados encontrados, percebemos que pouco nos com a lentidão como se desenvolveram ao longo da história da matemática. Desenvolvimento este iniciado no Egito Antigo por volta de 1825 a. C até o século XIX na Europa com a consolidação das teorias dos números irracionais. Obras das quais se tem notícia que datam até século VIII, eram praticamente desprovidas de simbolismos matemáticos, somente a partir do século XIII, notações para radicais foram sendo propostas. Ademais, as principais influências para a notação tal qual como conhecemos hoje, se deu principalmente no século XVI com o trabalho de Rudolff e atingiu a maturidade com a obra de Descartes. Consideramos que o conhecimento das manifestações históricas dos radicais é importante não só para o entendimento da própria construção histórica da matemática, mas também para servir como fonte de informações no cenário escolar e acadêmico.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BURTON, D. M. **The History of Mathematics: an introduction**. 6 Ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 2007.

CAJORI, F. **A history of mathematical notations: notations in elementary mathematics**. Londres: The Open Court Company, 1928.

_____. **Uma história da matemática**. Rio de Janeiro (RJ): Ciência Moderna, 2007.

CONTADOR, P. R. M. **Matemática: uma breve história**. Vol. 1. São Paulo (SP): Livraria da Física, 2006.

DANTZIG, T. **Número: a linguagem da ciência**. Rio de Janeiro (RJ): Zahar, 1970.

EVES, H. **Introdução à História da matemática**. Campinas (SP): Editora da Unicamp, 2011.

KLINE, Morris. **Mathematical thought from ancient to modern times**. Vol 1. Nova Iorque: Oxford University Press, 1972.

ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro (RJ): Zahar, 2012.

STRUIK, D. J. **História Concisa das Matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1986.

STRUIK, D. J. **História Concisa das Matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1986.



VOU SER PROFESSORA, E AGORA?

Silvana do Socorro da Vera Cruz Almeida
 UEPA – Campus XI, Núcleo de São Miguel
 E-mail: silvanaalmeidacastanhal@gmail.com

Sandra do Socorro de Miranda Neves
 E-mail: sandrasmneves@yahoo.com.br

RESUMO

Este artigo consiste na apresentação da experiência vivenciada em sala de aula durante o primeiro momento de Estágio Supervisionado, do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade do Estado Pará. Nele discuro sobre a observação da instituição onde fiz a primeira etapa de professora estagiária, na Escola de Ensino Fundamental São José Operário, localizada na cidade de São Miguel do Guamá-PA, as observações descritivas dos professores em sala de aula, relacionadas as práticas educativas de ensino e aprendizagem de acordo com a sua teoria.

Palavras-chaves: Ensino e aprendizagem. Prática Educativa. Conhecimento epistemológico

1 Introdução

O Estágio Supervisionado em Licenciatura Plena em Matemática é de fundamental importância para os futuros professores, pois temos a oportunidade de complementar o conhecimento adquirido no período de formação dos estagiários professores junto com o aprendizado de como se comportar um professor em sala de aula, organizar suas aulas, interagir com seus alunos e diversas formas didáticas para se tornar um excelente profissional, por meios de vivências de experiências da teoria educativa na prática da realidade educacional e assim nos adaptarmos com a mesma.

Este trabalho evidencia uma breve reflexão sobre os métodos de ensino e aprendizagem na atualidade, além disso, caracteriza-se pelos meios e metodologias utilizados por professores em sala de aula, para um melhor rendimento no desenvolvimento na aprendizagem de seus alunos, por meio de práticas educativas que envolvam seus alunos em

aulas mais dinâmicas, participativas, interativas, contribuindo assim para um melhor ensino e aprendizagem.

Diante de fundamentações teóricas e observações na prática do ensino fundamental maior. Por meio de minhas experiências vivenciadas como professor estagiário em sala de aula, pude observar o ambiente escolar de acordo com as necessidades pedagógicas de cada professor e aluno da instituição.

Verificar se as práticas educativas teóricas estão sendo incorporadas efetivamente às aulas. Para isso, é necessário observar o ambiente escolar desde sua estrutura física até sua estrutura pedagógica, métodos realizados pelo professor em sala de aula para exposição de seus conteúdos e a relação professor aluno quanto interatividade, respeito e compromisso de ambos em classe.

A fundamentação teórica construtivista e a prática educativa de como ensinar nossos alunos é a base fundamental para a elaboração desse relato de experiência.

Durante a experiência vivenciada como professora estagiária, na escola onde ocorreu a primeira etapa do Estágio Supervisionado, pude observar as práticas de ensino e aprendizagem em sala de aula, o que proporcionou uma maior aproximação com a realidade do que é ser professor, diante dos desafios, diversidades e objetivos a serem enfrentados durante minha formação quanto docente voltados à prática educativa.

2 Uma breve reflexão sobre a prática educativa e o processo de ensino e aprendizagem:

Estamos sempre fazendo ligação de educação a formação de profissionais para o mercado de trabalho, mas o dever de educar vai, além disso, a prática educativa requer a valorização do conhecimento para formar cidadãos mais críticos na sociedade.

Como reforça Santos (2013) citado por Junckes (2013, p.1), em seu artigo sobre prática de ensino em sala de aula, afirma que:

A educação deve não apenas formar trabalhadores para as exigências do mercado de trabalho, mas cidadãos críticos capazes de transformar um mercado de exploração em um mercado que valorize uma mercadoria cada vez mais importante: o conhecimento.

Sabe-se que a prática educativa é de total importância para a formação integral do aluno quanto formação profissional e cidadã, porque é ela que molda, educa e prepara o indivíduo para as realidades e dificuldades da vida.

Desde crianças ouvimos os mais velhos dizer que a educação é a chave para várias portas, durante nosso trajeto até a vida adulta, isso é bem notório quando paramos para pensar

que o meio em que vivemos hoje requer profissionais qualificados para ocupar as melhores vagas de um emprego bem sucedido e digno.

Além disso, querendo ou não vivemos em uma sociedade em que seleciona os melhores praticamente para tudo, os melhores ingressam em uma universidade pública através de uma seletiva de conhecimentos e habilidades; os melhores ocupam as mais disputadas vagas de emprego através de provas de concursos que não deixa de ser também uma seletiva.

No entanto, diante de tantos requisitos exigidos para garantir uma boa formação profissional e cidadã, estamos perante uma problemática a que diz respeito sobre como nós professores, devemos trabalhar em sala de aula de maneira significativa para que possamos com diversos métodos alcançar o entendimento de ensino e aprendizagem de cada aluno, de acordo com seus conhecimentos prévios e habilidades para que possamos contribuir assim com desenvolvimento de ensino e aprendizagem de cada discente e dessa forma minimizar as dificuldades enfrentadas por eles, diante os métodos imposto pelo professor em sala de aula.

Com isso, o processo de ensino e aprendizagem vem sempre passando por diversas modificações durante seu período histórico até os dias de hoje, com o intuito de buscar cada vez mais a melhora no ensino e aprendizagem.

Pode-se definir que na maioria do processo de ensino aprendizagem está interligado com a educação. De acordo com Junckes (2013) a definição de:

[...] Aprendizagem está na maioria das vezes relacionada à educação e dessa forma, a aprendizagem social é vista como instrumento de desenvolvimento evolutivo, desempenhando importante papel na aprendizagem dos próprios indivíduos que constituem as sociedades. [...] (LONGHI, 2008 apud JUNCQUES, 2013, p. 2)

Diante essa afirmação é perceptível que o autor faz uma relação entre o conceito que temos de ensino e aprendizagem ligado ao âmbito educacional, e destaca a importância do aprendizado social de cada indivíduo para construção e desenvolvimento da aprendizagem social da sociedade.

Durante décadas, a sociedade vive sobre um modelo de ensino e aprendizagem muito tradicional, em que professor é o tutor de todo o conhecimento em sala de aula e fora também, onde suas aulas são ministradas com muito autoritarismo, em que o professor não é questionado, não existe a interação entre professor e aluno, e muito menos de alunos com outros alunos, ou seja, não há uma relação com o meio.

De acordo com Zabala (1998, p. 38) “a situação de ensino e aprendizagem também pode ser considerada como um processo dirigido a superar desafio, desafios que possam ser enfrentados e que façam avançar um pouco mais além do ponto de partida”. Desde então a prática educativa necessita de modificações nos métodos de ensino e aprendizagem para

ANAIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ- 1007 p. - ISBN 2558-7660

melhoria da mesma em sala de aula, e aderiu aos poucos um modelo construtivista inovador de se ensinar.

Esse modelo construtivista veio desprender os professores de aulas totalitarista do modelo tradicional, agora estamos de frente com o novo, e de certa forma, o novo quase sempre traz a aversão do mesmo, para a maioria da população pois há muito tempo e até nos dias de hoje, somos acostumados a seguir uma cultura ou modelo de vida já existente do meio em que vivemos.

O modelo construtivista veio para isso, modificar o método de ensino e aprendizagem, onde o professor deixaria de ser o tutor do conhecimento e seria a partir do ponto de vista construtivista o mediador do conhecimento em que utilizaria de artifícios e métodos em que daria ferramentas para seus alunos construir seu próprio conhecimento agora com esse novo modelo de ensino e aprendizagem as aulas estavam se tornando mais interativas e didáticas o aluno pode questionar ter uma linha de conhecimento própria incentivando assim o desenvolvimento cognitivo e a compreensão dos conteúdos pela maioria da classe.

A etimologia da palavra construir é possível que se faça uma breve reflexão sobre a significado da mesma, dá origem a construtivismo. A palavra construir, significa semear coletivamente, se origina na palavra instruir uma das mais antigas para indicar o processo pedagógico. Comentam Barbosa-Lima, Castro e Xavier de Araújo que:

Do latim imperial, sec. I, instruere. Surge em português no séc XVI... A palavra latina arcaica tinha, no vocabulário militar, o significado de equipar e no Latim Imperial o de informar, dar ciência, fornecer conhecimentos úteis. Ligada a instrumentum (ferramenta útil), chegou ao latim vinda de uma raiz indo-européia $\sqrt[3]{4}$ str $\sqrt[3]{4}$ que significa semear, lançar grãos ao solo, estender. Daí vieram palavras tão diferentes, à primeira vista, quanto: estrada, estrutura e estrela. Além, naturalmente, da palavra construir, que originalmente significava semear coletivamente. A palavra instruir, uma das mais antigas para indicar o processo pedagógico, deste belo significado original de semear, evoluiu para o sentido contemporâneo de treinamento de atividades mecânicas e repetitivas. Mas instruere não se esgota tristemente deste modo: ressurgem em construir, isto é, semear coletivamente. Esta é a palavra que nos últimos tempos tem sintetizado e veiculado as posições pedagógicas mais avançadas. (2006, P.241, grifo do autor)

Ao saber do sentido etimológico da palavra construir - semear coletivamente pode-se concluir que o papel dos professores dentro de uma concepção construtivista infere em semear o ensino de maneira coletiva, em que haja, um compartilhamento de conhecimentos para que desta maneira exista uma forma diferenciada de escolher os grãos a serem lançados em nossa formação profissional. Faz uma relação do significado do construtivismo com a prática do conhecimento construtivista no processo de ensino e aprendizagem.

Santos (2013) citado por Junckes (2013) afirma que:

O desafio de contribuir com a educação do jovem e do cidadão, num momento de mudanças e incertezas e a necessidade de resgatar valores tão importantes condizentes com a sociedade contemporânea leva o professor a entender que deve exercer um novo papel, de acordo com os princípios de ensino-aprendizagem adotados, como saber lidar com os erros, estimular a aprendizagem, ajudar os alunos a se organizarem, educar através do ensino, entre outros. (SANTOS, 2013 apud JUNCKES, 2013, p. 2)

Nesse sentido, Santos (2013), nos faz refletir sobre nosso dever como professor diante os princípios de ensino e aprendizagem, o qual temos que ajudar nossos alunos, sabendo compreende-los, incentiva-los e acima de tudo, buscando cada vez mais ter uma relação harmônica com os alunos.

De certa forma, é bem plausível que as metodologias construtivistas no processo de ensino e aprendizagem são de fundamental importância para melhoria nas práticas educativas em sala de aula, porque os métodos construtivistas utilizados em sala tem contribuído muito com desenvolvimento de aprendizagem dos alunos ,devido suas práticas de ensino e aprendizagem favorecerem uma maior aproximação entre professor e aluno por meio da interação, globalização dos conteúdos, construção do próprio conhecimento do aluno e dessa forma consequentemente desenvolver melhor rendimento de ensino e aprendizagem dos mesmos.

Mas não é de hoje que a prática de ensino e aprendizagem necessita de mudanças, pois a mesma, segue um modelo tradicionalista de ensino e aprendizagem, que vem passando de geração em geração pela força do hábito ou do costume dos professores.

A tendência habitual de situar os diferentes conteúdos de aprendizagem sob a perspectiva disciplinar tem feito com que a aproximação á aprendizagem se realize segundo o modelo tradicional pertençam à disciplina ou área. (ZABALA, 1998, p.39)

No entanto, isso de certa forma prejudica o aluno no desenvolvimento de Ensino e Aprendizagem do aluno, pois faz com que o aluno prenda seu conhecimento a determinada disciplina e assim, impeça-o de construir uma visão mais ampla dos conteúdos vistos em sala de aula.

Se pararmos para pensar, na metodologia utilizada pelo professor em sala de aula, é uma metodologia adotada por maioria dos professores, desde as séries iniciais dos alunos, uma forma de organizar melhor os conteúdos para não confundir a mente dos mesmos no seu desenvolvimento de Ensino e Aprendizagem.

Assim, pude Observar o ambiente escolar dos estudantes para ter um conhecimento prévio dos horários, das turmas e turnos dessa instituição, para conhecer melhor o espaço onde iria estagiar.

Durante minha primeira visita a escola fui conhecer um pouco das normas, uma breve observação a comunidade estudantil que ali se encontrava, confesso que sentir um certo nervosismo ter ficado tão perto da realidade de uma instituição de ensino, mas de certa forma, a experiência é necessário para termos uma visão da realidade, no que diz respeito ao vivenciar na prática o verdadeiro sentido de ser professor.

Em seguida pude observar a instituição já com um conhecimento básico estrutural da escola e da comunidade escolar, iniciei as observações em sala de aula com alunos do 6º, 7º e 8º ano do ensino fundamental maior nos turnos da manhã e tarde.

Assim, pude fazer algumas análises e reflexões sobre o que diz respeito a teoria da prática educativa e a verdadeira realidade da mesma em sala de aula. Com isso, este trabalho tem como objetivo relatar a trajetória de experiência presenciada durante a primeira etapa de Estágio Supervisionado em Licenciatura Plena em Matemática.

Relacionando a diversidade da prática educativa em sala de aula à prática educativa na teoria com finalidade de adquirir melhores conhecimentos e métodos pedagógicos que incentivam um melhor ensino e aprendizagem com alunos do ensino fundamental maior dentro das instituições escolares

Todo processo vivenciado em sala de aula durante a etapa do Estágio Supervisionado faz com que compreendamos a importância desse recurso em nossa formação docente, pois durante esse período podemos verificar o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem em sala.

Fazer uma reflexão sobre a metodologia utilizada pelo professor e assim diagnosticar se o método aplicado em sala, está sendo eficaz a maioria dos alunos no processo de ensino e aprendizagem e com isso construirmos nossa identidade profissional procurando melhorias na prática de ensino e aprendizagem para minimizar problemáticas enfrentadas nesse meio.

Na primeira etapa do Estágio Supervisionado, fomos orientados pela professora Dra. a iniciar nossas visitas às escolas do ensino fundamental, para a realização das observações em sala de aula e em seguida fomos orientados pela mesma a fazer pesquisas relacionadas a fundamentações teóricas na prática de ensino e aprendizagem, a fim de refletirmos sobre as dificuldades enfrentadas no sistema educacional.

Nas observações tive oportunidade de fazer uma avaliação da estrutura física das salas de aula, em que fiz minha primeira etapa do estágio supervisionado e pude perceber em que duas das três salas em que observei as condições da estrutura das sala de aula, estavam meio precárias com um espaço desproporcional ao número de alunos que ocupavam a sala , as

carteiras de madeira, algumas quebradas, pouca ventilação, pouca iluminação, e diante as estruturas dessas salas, elas são insuficiente para atender um espaço confortável aos alunos.

Além disso, após fazer a observação da estrutura física das salas de aula, pode-se observar a atuação dos professores e o comportamento do alunos em sala. Durante a observação analisei que em todas as salas os professores e alunos se tratam com respeito, porém, nem todos impõem limites em sala para que os alunos permaneçam comportados, os alunos aparentam ser tranquilos, mas muita das vezes é preciso ter mais “pulso firme” com eles, o que na maioria das vezes falta de alguns professores e desse jeito os meninos na maioria das vezes fazem o que querem, ou seja, vivem a maior parte do tempo brincando ou conversando na aula tirando às vezes atenção de quem esteja interessado em aprender.

Destaquei também a esperteza e o interesse de poucos alunos que se dedicavam as aulas e a maioria dos alunos apresentavam um certo desinteresse em fazer suas atividades em sala de aula pelo fato de não serem envolvidos pelas metodologias executadas em sala pelos professores.

É perceptível também o comodismo da maioria dos professores que apresentam seus conteúdos e atividades em sala e parecem não preocupar-se com o progresso de desenvolvimento de ensino e aprendizagem de seus alunos. É notório também que muitas metodologias de ensino e aprendizagem utilizadas pela maior parte desses professores seguem um padrão ainda tradicional com repetições de exercícios para que os alunos adquiram um aprendizado memorizado e não compreendido como deve ser.

Dentro das salas de aula é notável que não haja quase nenhuma interação entre professor e aluno, pois o professor ministra as aulas sem quase nenhuma participação dos alunos em questão de questionamento da parte dos alunos e desinteresse dos mesmos pois passam uma imagem de que não compreendem o conteúdo visto em sala pelos professores.

E se tratando da relação aluno e aluno quase não há respeito entre os mesmos, pois discutem e às vezes chegam até se agredir fisicamente em sala de aula na presença do professor, com isso sentir que a rotina desses alunos é bem desorganizada e isso de certa forma me chamou a atenção e deixou um tanto preocupada com a relação professor e aluno, pois a mesma está quase totalmente divergente da teoria da prática educativa.

É importante ressaltar que o número de alunos frequentes em duas das três salas em que estagiei é desproporcional para sua capacidade, pois se encontrava nessas salas aproximadamente 45 alunos e sua capacidade é de no máximo 30 alunos e isso de certa forma

prejudica o desenvolvimento de aprendizagem da turma pois se torna difícil para o professor conseguir alcançar um bom êxito de seu trabalho em sala de aula com seus alunos.

Além disso, a maioria dos professores deixa um pouco a desejar em suas metodologias utilizadas em sala que ainda se prendem em uma forma de ensino e aprendizagem no modelo tradicional, notei também que todos os professores que observei possuem conhecimentos dos assuntos vistos em sala de aula, mas seus métodos de explicar os conteúdos para os alunos não desperta dos mesmos curiosidade nem interesse em aprender seus conteúdos deixando seus alunos muita das vezes dispersos em suas aulas ,parece não conseguir chamar a atenção do que está sendo estudado em sala.

Pude observar também o comportamento dos alunos com um certo receio de tirarem dúvidas com os professores das atividades realizadas em sala de aula, como se sentissem intimidados ou envergonhados de expor suas dúvidas em sala causando uma não interação entre aluno e professor e compreendi que num dado momento em que eu e outro amigo estagiário oferecemos auxílio a um dos alunos a fazer a atividade em sala de aula, outros se sentiram à vontade para tirar algumas dúvidas que tinham e assim percebemos que é necessário fazer com que criamos um laço de afeto e confiança com os alunos para que se sintam à vontade a tirarem suas dúvidas e assim interajam e participem mais das aulas.

3 Considerações finais

Ao final da breve experiência vivenciada em sala de aula, é impressionante como teoria e a prática de Ensino e aprendizagem se distanciam tanto na realidade da sala de aula, pois na maioria das vezes, os conteúdos vistos durante o período da disciplina de Estágio Supervisionado do Curso, são executados da maneira que vemos na teoria da prática de Ensino e Aprendizagem.

A realidade dos fatos observados em sala de aula durante o breve período observado, é de um modelo educacional ainda tradicional, em que os professores ainda se prendem a metodologias antiquadas, sem estímulos aos alunos, com quase nenhuma interação entre professor e aluno, tornando as aulas cada vez mais chatas e desinteressantes, pois há pouca relação do aprendizado com a realidade.

É necessário, dessa forma que o professor se policie diante essa problemática da prática de Ensino e Aprendizagem, mudando suas metodologias utilizadas em sala de aula, se adaptando a novos métodos e desafios a fim de trazer melhorias ao Ensino e Aprendizagem,

trazendo assim mais estímulos aos seus alunos e despertando nos mesmos o desejo de aprender a construir seu próprio conhecimento.

Portanto, é plausível os professores adotarem novas técnicas e meios que possam chamar mais interesse e curiosidade dos alunos, ou seja, uma prática de ensino mais relacionada com a realidade e o cotidiano de seus alunos, pois problematização da realidade e cotidiano do aluno em sala de aula desperta no mesmo curiosidade em aprender.

Sendo assim, cabe a nós futuros professores nos adaptarmos com o novo e saímos da mesmice da prática de Ensino e Aprendizagem, de um modelo tradicional que permaneceu e permanece na História educacional e para que isso ocorra é necessário romper com tal modelo, desenvolvendo perspectivas de Ensino e Aprendizagem que estimulem a curiosidade e criatividade do aluno para que o mesmo se sinta parte do construtor do conhecimento em sala de aula.

Referências

JUNCKES, Rosani Casanova – **A prática docente em sala de aula:** mediação pedagógica.– Trabalho apresentado no V Simpósio sobre de formação de professores, Campus Universitário de Tubarão, 2013.

QUEIROZ, G. R. P. C/ BARBOSA-LIMA, M. C. A. – **Conhecimento científico, seu ensino e aprendizagem:** atualidade do construtivismo. Ciência e educação, v. 13, n. 3, p 273-291, 2007.

ZABALA, Antoni – A prática educativa: como ensinar. Tradução Ernani F. da F. Rosa – Porto Alegre: Artmed, 1998.



MATEMÁTICA: IDENTIFICANDO ESCOLAS ESTADUAIS COM AS PRÁTICAS DE ENSINO MAIS EFICAZES

Fábia Maria de Souza
Universidade do Estado do Pará
fabia@uepa.br

Roberto Grun
Universidade Federal de São Carlos
rgrun@uol.com.br

Resumo

A Matemática está diretamente ligada a situações práticas habituais do indivíduo, logo, escolas precisam de técnicas de ensino construídas de forma a despertar o interesse do aluno, propondo investigar situações e estabelecendo relações com os acontecimentos cotidianos. Contudo, as escolas de ensino médio estaduais brasileiras não demonstram bons resultados em avaliações como o Enem. Em 2014, cerca de 60% das escolas participantes eram estaduais, das quais 99,62% apresentaram média de desempenho inferior a 600 pontos, não conseguindo promover um ensino de Matemática de qualidade. Para identificar escolas estaduais com bons resultados no Enem 2014, e considerando variáveis diferentes, tais como perfil socioeconômico dos alunos e do município, propôs-se uma pesquisa quantitativa com técnicas da pesquisa de levantamento de dados secundários, cujo resultado foi a seleção de 12 escolas que promovem o ensino da Matemática de forma eficaz no Brasil.

Palavras-chave: Matemática. Escolas Estaduais. Enem. Bons resultados.

1 Introdução

A Matemática tem papel ímpar no desenvolvimento da sociedade moderna, e sua importância vem sendo explanada desde os primórdios da civilização humana. Aristóteles, há quase 2.400 anos, evidenciou a Matemática no desenvolvimento do conhecimento, classificando as ciências e suas formas de conhecimento em três grandes áreas, teóricas, práticas e poéticas: “As primeiras têm por objeto o saber e a verdade e se materializam na matemática, na física e na metafísica. As segundas estudam as ações elas mesmas e se ligam às práxis; das últimas participam a ética, a política e a economia” (BOLOGNESI, 2002, p.68).

Contudo, as avaliações brasileiras promovidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) revelam a grande dificuldade em oferecer uma educação pública que garanta o domínio de conhecimentos básicos a todos, sem a adoção de

práticas eficazes de transmissão do conhecimento (MACHADO; ALAVARSE, 2014). Essas avaliações demonstram que o pior desempenho quanto às competências apreendidas pelos alunos do ensino médio brasileiro está na área da Matemática.

Analisando-se os clássicos do conhecimento lógico, racional e científico, tais como Pitágoras, Aristóteles, Galileu Galilei, Newton, Einstein, entre vários outros, nota-se que a Matemática é a área do conhecimento provavelmente detentora da maior linguagem universal de transmissão de informações, uma vez que esses e tantos outros matemáticos buscaram nela métodos e respostas para as conclusões de suas pesquisas (VELHO, 2001). Contudo, o domínio dos alunos da educação básica sobre essa área do conhecimento vem gerando preocupações em todos os segmentos da sociedade, principalmente no ensino médio, e, conseqüentemente, tem acirrado os discursos em prol de melhorias da qualidade do ensino público brasileiro.

Esses fatores levaram a uma investigação das práticas eficazes de ensino de Matemática no Brasil, práticas estas que foram objeto de pesquisa de uma tese de doutorado¹⁸, cuja primeira fase motivou este artigo, possibilitando a identificação de escolas públicas estaduais que vêm gerando os melhores resultados nas avaliações do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem).

Na busca por essas escolas, adotou-se uma abordagem quantitativa, com o auxílio de alguns dos elementos das técnicas de *benchmarking* e da pesquisa de levantamento de dados secundários. Os dados foram coletados nas bases de dados oficiais do Inep e da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), com foco nos resultados das avaliações promovidas por esses órgãos, tais como Enem e Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa), respectivamente. Constatou-se que baixos índices de aproveitamento estão retratados em todos os processos de avaliação, e que, considerando somente o desempenho no ensino da Matemática, os resultados insatisfatórios chegam a aproximadamente 95%¹⁹.

2 A importância da Matemática

O desenvolvimento da Matemática se confunde com o conhecimento científico, e, assim, retorna à reflexão quanto ao ensino dessa disciplina nas escolas contemporâneas. Desde os anos 1950, Snow resgata em seu trabalho essa perspectiva ao demonstrar sua

¹⁸ Intitulada *Campo, habitus, competências e práticas de ensino dos professores de Matemática de escolas brasileiras do ensino médio estadual com bons resultados no Enem* (Cf. SOUZA, 2017).

¹⁹ Dados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) 2015 (BRASIL, 2016).

preocupação com a percepção que o homem contemporâneo tem sobre a ciência, o que revela como consequência certas dificuldades nas conexões entre as teorias, as quais nem sempre vislumbram os aspectos matemáticos envolvidos.

Todavia, são as teorias da evolução que influenciam expressivamente a compreensão que o homem tem sobre si mesmo e, na maioria das vezes, os elos entre diferentes teorias, bem como as considerações sobre cada uma delas. Esses fatores são consolidados e harmonizados a partir de razões numéricas, repetindo-se ao longo da história. São essas conexões que, evidenciadas, constituem a base da congruência entre as ciências humanas e as ciências naturais, congruência esta muitas vezes imperceptível ao homem.

A Matemática é repleta de vinculações extraordinárias, e a ousadia dessa disciplina está em descobrir essas conexões, nas quais reside uma das grandes alegrias da descoberta: a curiosidade por construir ou resolver questionamentos matemáticos (GOWERS, 2000). É considerável a constatação de que a Matemática se consolida como a ciência mais prodigiosa do mundo moderno, assim como se constitui como uma das áreas mais importantes e complexas dos currículos educacionais.

A busca por uma melhor aprendizagem da Matemática demanda intensas e contínuas preocupações. O pesquisador William Thurston apregoava, desde a década de 1950, que muitas pessoas têm a impressão de que essa é uma disciplina rigorosa, formal, preocupada com regras complicadas e não muito claras. Poucos anos antes de morrer, o estudioso complementou esse raciocínio, escrevendo que uma boa Matemática é bastante oposta a isso: “A matemática é uma arte da compreensão humana. Matemática... canta quando a sentir em todo o nosso cérebro” (THURSTON, 1994, p.164).

Um estudo da Matemática vem, há mais de 60 anos, recebendo grande apoio de fontes de financiamento internacionais, como a OCDE, a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco), a National Science Foundation (NSF-EUA) etc. Destaca-se o Movimento da Matemática Moderna (MMM), que busca “promover a modernização da matemática escolar de modo que ela acompanhe mais de perto a produção matemática” (VALENTE, 2012, p. 167), atuando no grau de importância que é dado pela educação matemática às questões nacionais, locais e regionais do ensino.

Nesse contexto, muitos trabalhos são implantados, mas sem sempre alcançam os resultados esperados. Um caso interessante é o da Psicologia da Educação Matemática, que, segundo Falcão (2003, p. 44), aborda, por um lado, “o conhecimento de alguma coisa em certo contexto que lhe confere significado pragmático, e, por outro, a manutenção de um

perfil de contribuição psicológica”.

Em outro cenário, o americano Glen Whitney, PhD em Matemática, chama a atenção para o seu trabalho. Segundo Rothstein (2012), Glen Whitney abriu, em 2012, na cidade de Nova York, o Museu Nacional de Matemática (MoMath), cujo objetivo é ampliar a compreensão das pessoas sobre o engajamento da Matemática com o conhecimento. Ao acompanhar muitos dos alunos, é possível verificar que eles encontram, no cotidiano das aulas, apenas uma “matemática abstrata e assustadora”. Assim, com a inauguração do projeto do museu de Matemática, Whitney visa mostrar que há, também, uma Matemática aprazível e inteligível a todos.

Segundo dados do site oficial do MoMath (2017), o museu busca demonstrar que a Matemática tem a capacidade primordial de fascinar, inspirar e iluminar o mundo de maneira única e inesperada. Suas exposições, ainda abordáveis e elegantes, permitem que cada visitante venha a explorar e a aprender conceitos matemáticos fundamentais de sua própria maneira. Por outro lado, aos visitantes do MoMath que já estão em sintonia com as maravilhas da Matemática e áreas correlatas, são oferecidas oportunidades de aprimorar o aprendizado por meio de exposições interativas. Essa prática do ensino se configura como uma tentativa de desmistificar e transformar novamente a disciplina, que, por algum motivo, ainda tem sido moldada por experiências negativas na escola.

De modo geral, os estudos que tangem as temáticas das ciências exatas evoluem, mesmo que lentamente, no Brasil. Segundo o Departamento de Matemática (Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR, 2014), o ensino da Matemática passa por inúmeras pesquisas, impelidas pelos novos desafios gerados pela disseminação das escolas de massas, em que estão sendo revitalizados métodos defendidos por:

- a) G. Polya e P. Halmos, com o ensino da Matemática por meio de problemas;
- b) uso da História da Matemática para auxiliar na construção de sequências de ensino-aprendizagem desvinculadas do ensino linear;
- c) F. Klein, O. Toeplitz, H. Edwards e A. Simis, com um método genético para o ensino da Matemática;
- d) ensino em rede, que tem sido considerado uma alternativa ao ensino tradicional.

Com a realidade dos fatos, os estudos e investimentos existem e continuam existindo em prol da busca de uma melhor maneira para levar o conhecimento da Matemática a todos.

O ano de 2013, em vários pontos do mundo, foi lançado como o ano internacional da Matemática pela Unesco. A visão dos problemas atuais do mundo e de suas consequências para a própria existência é factual e precisa ser discutida com mais esmero pela sociedade.

Segundo o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), de forma contraditória à realidade da aprendizagem de alunos brasileiros, Artur Ávila, um matemático brasileiro, bolsista do CNPq, recentemente ganhou a Medalha Fields, ofertada a cada quatro anos, um prêmio equivalente ao “Nobel” de Matemática e honraria máxima promovida pela International Mathematical Union (IMU). O prêmio foi concedido “em reconhecimento a suas contribuições na teoria dos sistemas dinâmicos unidimensionais, que estuda o comportamento de sistemas sujeitos a alterações constantes” (BRASIL, 2014).

Sobre o ensino da Matemática, Ávila, numa entrevista ao G1 em São Paulo, diz que avalia que “na escola o aluno só tem contato com a parte árida da matemática, com as regras, a fórmula aqui e ali. Isso o computador está ali e faz. O matemático faz as coisas que o computador não faz, como a parte criativa que não é repetitiva” (FAJARDO, 2014, p.55). Em suas estruturas e atitudes, registradas nos trabalhos de Carvalho (2011, p.13-17), Ávila verificou “o desgosto por essa área do conhecimento manifestado pelos alunos” que procuram cursos que habilitam ao magistério, os quais, consequentemente, apresentam um “desgosto manifestado e suposta incapacidade para matemática”, o que “leva o professor a julgar que seus alunos não irão aprendê-la”.

Parte da força de Ávila advém do fato de que ele é capaz de trabalhar dando sentido prático ao que está trabalhando, já que acredita que consegue se concentrar na área de interesse e começa a buscar por respostas até encontrá-las, parecendo não se esgotar fisicamente. A curiosidade o alimenta, e ele não para enquanto não encontra suas respostas (FAJARDO, 2014).

Para o diretor do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (Impa), Marcelo Viana, o Brasil tem um quadro catastrófico quanto ao domínio do conhecimento em Matemática, além de viver um paradoxo, considerando-se que o instituto é uma instituição de pesquisa de ponta, com ganhadores da Medalha Fields. Segundo Viana, “o Brasil patina na educação básica e formação dos professores. As crianças nascem gostando de matemática. Os professores é que se encarregam de acabar com isso” (ALVES; VERSOLATO, 2016). O diretor apregoa ainda que “40% dos alunos não conseguem entender o enunciado de uma questão de matemática”, dos quais “só 4% estão aptos a trabalhar com tecnologia” (ALVES; VERSOLATO, 2016).

Com base nessas observações, é possível considerar seis certezas no tocante ao ensino e à própria Matemática:

1. o conhecimento matemático não pode ser trabalhado, dentro ou fora da escola, a partir de repetições sem conexões e sentidos, de forma mecânica e sem despertar a curiosidade;
2. a Matemática é “algo”²⁰ importante para o saber humano e imprescindível nas pesquisas científicas, nas interações sociais e na sobrevivência profissional. Segundo Henriques e Ponte (2014, p.277), o raciocínio matemático “é a base do sucesso dos alunos, tanto na compreensão da Matemática como na sua utilização eficaz em situações do cotidiano” e, por isso, “seu desenvolvimento surge como um aspecto central da educação matemática”;
3. atualmente, todos os países que apresentam resultados positivos em avaliações na área da Matemática são nações desenvolvidas, que possuem uma economia forte, detêm e produzem tecnologia de ponta e realizam altos investimentos na Educação – questão alertada pelo diretor do Impa em entrevista a Alves e Versolato (2016) para o Jornal Folha de S. Paulo. Segundo Viana, para que indivíduos ingressem em carreiras na área da tecnologia, faz-se necessário o conhecimento matemático, para o qual possuam, no mínimo, nível quatro nos exames de proficiência dos órgãos oficiais. O diretor ressalva ainda que, na avaliação do Inep de 2012, menos de 4% chegaram ao nível quatro, e quase 40% ficaram com zero;
4. conforme um país qualifica seus próprios pesquisadores, vai adquirindo competências que, somadas às outras condições necessárias (emprego, financiamento, reconhecimento social etc.), tornam possível a formação de pesquisadores dentro de suas próprias fronteiras (VELHO, 2001). O autor comenta que “as habilidades desenvolvidas por pessoal envolvido em pesquisa básica (especialmente estudantes de pós-graduação) permitem benefícios econômicos quando indivíduos se profissionalizam, carregando conhecimento tácito e codificado para a atividade econômica” (VELHO, 2001, p.608).
5. a Matemática é um alicerce fundamental para a produção do conhecimento, e, conseqüentemente, para o desenvolvimento de raciocínio lógico do ser humano, o que refletirá na melhoria de habilidades e atitudes que aprimoram a competência para o trabalho na atualidade;
6. a esperança e a soma dos estudos, pesquisas e debates podem mudar o contexto do ensino da Matemática. De acordo com o que Ávila diz na entrevista, é importante esperar

²⁰ Algo no sentido de um conhecimento necessário ao saber humano, independentemente da área de conhecimento em que a Matemática precise estar presente.

que tudo o que está acontecendo seja “apenas o início de um movimento de transformação que vai elevar suposições sobre promessa intelectual de seu país [Brasil]” (FAJARDO, 2014).

Dessa perspectiva, o paradoxo que o Brasil vive no ensino da Matemática tem explicação: começa com o desconhecimento, por parte da sociedade, da importância da Matemática para o desenvolvimento social, e soma-se às carências encontradas nas escolas, desde instalações físicas e recursos financeiros até tempo e formação dos professores, os quais se tornam empecilhos para que estes possam desenvolver práticas de ensino eficazes.

3 Metodologia

Numa abordagem quantitativa, que visou “organizar, sumarizar, caracterizar e interpretar os dados numéricos coletados” (MARTINS; THEÓPHILO, 2016, p.107), utilizando técnicas do *benchmarking* adaptadas para vislumbrar o campo educacional brasileiro e a partir da aplicação das pesquisas de análise documental com levantamento de dados secundários, os instrumentos de investigação da pesquisa em questão foram construídos e aplicados rumo à mensuração das informações, entrevendo e compreendendo, mediante dados concretos, os fenômenos identificados.

Começaram com uma visita ao Ministério da Educação (MEC), mais especificamente à secretaria que trata dos assuntos de educação de nível médio do país. Nessa e nas demais visitas, objetivou-se a obtenção de dados que viessem a ser norteadores para a pesquisa, bem como o entendimento das peculiaridades da educação brasileira a partir do ponto de vista do órgão de maior governança sobre a educação no Brasil, o MEC. Na sequência do processo de coleta de dados, deu-se andamento às análises dos relatórios do Enem 2014.

A partir das informações colhidas, e com foco no desempenho do componente curricular Matemática e Suas Tecnologias, fez-se um levantamento sistematizado da realidade das escolas estaduais do ensino médio brasileiro, pelo qual foi possível reunir informações sobre o desempenho dos alunos e seus perfis socioeconômicos, com base no Indicador de Nível Socioeconômico das Escolas de Educação Básica (Inse) – Inep (2014b).

Recorreu-se, então, ao levantamento de dados secundários. Cooper e Schindler (2016, p. 221) ressaltam que esse levantamento “é um processo de mensuração usado no coletar informações durante entrevista altamente estruturada”, sendo capaz de trazer uma abordagem de coleta de dados primários.

Para identificar as instituições com resultados eficientes, alguns elementos das técnicas do *benchmarking* foram aplicados: o planejamento, que visa identificar, a partir do

levantamento de dados secundários e de critérios plausíveis, as escolas que serão referência no ensino de Matemática; e a análise, que tem como intuito, a partir dos dados estatísticos, conhecer o desempenho do alunado e selecionar as unidades escolares que foram o campo empírico da pesquisa em foco.

Em linhas gerais, *benchmarking* pode ser considerado uma análise de estratégias, funções, processos, produtos ou serviços (HONG; SOON; HONG, 2012), configurando-se como um processo de identificação, compreensão e adoção das práticas mais importantes para a pesquisa. No contexto dessa análise, a existência da avaliação comparativa pressupõe capacidades críticas que permitem comparar os desempenhos e entender “por que os outros fazem as coisas de forma tão eficaz e eficiente” (CODLING, 1998, p.12).

Devido à sua aplicação em vários setores, hoje essa aferição abrange mais funções e objetivos, embora o seu papel seja o de “ajudar”. A decisão de utilizar técnicas do *benchmarking* se deu mediante a necessidade de elencar alguns critérios na seleção das escolas, uma vez que se pretendia conhecer práticas passíveis de implantação em qualquer outra escola pública de qualquer lugar do Brasil.

No decorrer da seleção das escolas, oito variáveis foram consideradas na delimitação do seu campo empírico, a saber: 1) escolas estaduais com as melhores médias quanto ao desempenho dos alunos na área de Matemática e Suas Tecnologias; 2) escolas sem agregação extra de quaisquer recursos (financeiros, humanos, administrativos ou acadêmicos)²¹; 3) nível socioeconômico dos alunos; 4) diferentes disparidades entre médias dos alunos da mesma escola; 5) quantitativo variado de alunos por escolas; 6) municípios com diferentes índices de desenvolvimento econômico; 7) escolas que contemplem, pelo menos, três das cinco regiões brasileiras, entre elas, a Sudeste, que, com a Região Sul, lidera o *ranking* de escolas com as melhores médias no Enem²²; e 8) menor índice de oscilação nas médias do Enem dos últimos três anos.

Assim, a partir das avaliações realizadas pelo Inep, deu-se a identificação das escolas da rede estadual do ensino brasileiro de nível médio que apresentam uma média mínima de aprendizagem satisfatória.

²¹ Com *escolas sem agregação extra de quaisquer recursos* pretende-se inferir aquelas que não são beneficiadas com melhor estrutura física, laboratórios e apoio profissional de outras instituições, e nas quais o ingresso de alunos é feito por meio de uma seleção prévia, ou seja, uma prova seletiva. Geralmente são escolas de aplicação de uma universidade ou ainda escolas que têm convênio com as forças armadas e que seguem rígidas normas militares.

²² A Região Sudeste apresentou o maior número de escolas, enquanto a Norte não apresentou dados suficientes, por isso foram selecionadas escolas das regiões Sudeste, Centro-Oeste e Nordeste.

4 Material e discussão dos dados

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996, em seu artigo 10o, inciso VI, prevê que cabe aos Estados “assegurar o ensino fundamental e oferecer, com prioridade, o ensino médio” (BRASIL, 1996), logo, que o ensino médio recai sobre a esfera estadual. Nesse ponto, vale mencionar alguns números: aproximadamente 57,48% (15.640) das escolas participantes divulgadas no Enem 2014 são públicas; as demais 6.550 (42,62%) pertencem às esferas privadas, federais ou municipais. Destaca-se que a participação das escolas da rede estadual vem aumentando, e, no ano seguinte, superou 70%.

Para melhor visualizar esses números, o MEC divulgou, em 2015, uma planilha com o quantitativo de alunos por dependência administrativa quanto à participação no Enem 2014 (SALOMÃO, 2015), a saber:

- na esfera federal: 30.411 alunos, representando 2,0% dos participantes;
- na esfera estadual: 1.092.247 alunos, representando 73,5% dos participantes;
- na esfera municipal: 14.314 alunos, representando 1,0% dos participantes;
- na esfera privada: 348.282 alunos, representando 23,4 % dos participantes.

Outro ponto observado nos dados do Enem 2014, expressos na planilha disponibilizada pelo Inep (2015d), é que a maioria dos alunos participantes do Enem é oriunda da rede estadual de ensino, situação que instigou a verificação do número de escolas estaduais entre as 20 melhores colocadas no exame. O resultado está na Tabela 1, que traz dados das 20 melhores médias do Enem 2014 na área de Matemática e Suas Tecnologias, acompanhadas das avaliações socioeconômicas:

Tabela 1 – Relação das escolas com os melhores desempenhos em Matemática no Enem 2014

Escola	Município	Perfil socioeconômico	Média dos 30 melhores alunos da escola	Média geral da escola
Colégio e Curso Ponto de Ensino	Rio de Janeiro-RJ	Muito alto	—	868,38
Objetivo Colégio Integrado	São Paulo-SP	Muito alto	891,16	865,93
Farias Brito Colégio de Aplicação	Fortaleza-CE	Sem informação	885,42	858,40
Colégio e Curso Ponto de Ensino	Niterói-RJ	Muito alto	—	843,40
Colégio Elite Vale do Aço	Ipatinga-MG	Muito alto	887,03	841,98
Colégio Olimpo Integral	Goiânia-GO	Sem informação	867,60	841,00
Colégio Bernoulli - Unidade Lourdes	Belo Horizonte-MG	Muito alto	935,28	839,88
Christus Colégio Pré-Universitário	Fortaleza-CE	Sem informa	883,92	835,12
Colegium	Belo Horizonte-MG	Muito alto	—	833,65
Ari de Sá Cavalcante Colégio MJ Facundo	Fortaleza-CE	Alto	—	831,50
Colégio e Curso Ponto de Ensino	Rio de Janeiro-RJ	Muito alto	—	819,77
Objetivo Integrado Mogi das Cruzes Colégio	Mogi das Cruzes-SP	Muito alto	856,99	815,94
Colégio Santo Antônio	Belo Horizonte-MG	Muito alto	933,36	813,30
Antares Colégio Pré-Vestibular	Fortaleza-CE	Muito alto	—	811,24
Colégio Bionatus II	Campo Grande-MS	Sem informação	870,09	806,83
IFES – Campus Vitória	Vitória-ES	Muito alto	898,98	806,80

Mobile Colégio	São Paulo-SP	Muito alto	885,70	800,82
Instituto Dom Barreto	Teresina-PI	Muito alto	903,62	798,96
Villare Colégio	São Caetano do Sul-RS	Muito alto	–	797,85
Vértice Colégio Unidade II	São Paulo-SP	Muito alto	854,05	789,57

Fonte: adaptada de Inep (2015a, d).

Nenhuma escola da rede estadual faz parte dessa realidade, visto que todas as escolas classificadas são da iniciativa privada. Outro ponto que chama a atenção é o fato de nenhuma escola privada da Região Norte ficar entre as 20 melhores, enquanto a Região Sudeste ficou com 60% das instituições, o que significa que 12 escolas estão na Região Sudeste, cinco estão na Região Nordeste, duas estão na Região Centro-Oeste e uma está na Região Sul.

Quanto à relação das escolas com os piores desempenhos, somente 10% pertencem à rede privada e 90% são da rede estadual e estão distribuídas nas cinco regiões brasileiras – sete na Região Nordeste, quatro na Região Norte, quatro na Região Sudeste, três na Região Centro-Oeste e duas na Região Sul. Os detalhamentos são apresentados na Tabela 2:

Tabela 2 – Relação das escolas com os piores desempenhos em Matemática no Enem 2014

Escola	Município	Perfil socioeconômico	Média dos 30 melhores alunos da escola	Média geral da escola
EF Profª Argentina Pereira	Bragança-PA	Médio baixo	400,69	388,16
Colégio Estadual Santa Isabel	Santa Isabel-GO	Médio	–	387,84
Escola Estadual São Francisco	Tocantins-AM	Médio baixo	428,17	387,66
Sesi 272 Centro Educacional	Igarau do Tietê -SP	Médio alto	–	387,37
EEEFM Cloves Satiro	Areia de Baraúnas-PB	Baixo	–	387,36
CE Livino de Souza Rezende	Itaipava do Grajaú-MA	Baixo	405,15	386,64
Governador Gonzaga Mota EEFM	Crateús-CE	Baixo	391,06	386,60
CE Joaquim Gomes Crespo	São Francisco Itabapoana-RJ	Médio baixo	–	385,24
EEB Belermimo Victor Dalla Vecchia	Ponte Serrada-SC	Médio	–	384,67
Colégio Estadual Tiradentes	Mimoso de Goiás-GO	Médio baixo	–	383,13
EEEM Militina Pereira Alvarez	São Borja-RS	Médio	–	381,57
EE Maria Rosa Nunes	Januária-MG	Baixo	–	381,41
Esc. Dr. Augusto Monteiro	Rio Branco-AC	Sem informação	–	381,26
Colégio Estadual Profª Josefa Marques	Poço Redondo-SE	Baixo	–	380,50
EE Presidente Tancredo Neves	Coração de Jesus-MG	Médio baixo	–	380,01
Unidade Escolar Júlio Cesar da Silva	Piripiri-PI	Baixo	–	379,64
Unidade Escolar Paulo Freire	São João do Piauí-PI	Baixo	–	378,86
Colégio Estadual Quilombola 27 Maio	Porto da Folha-SE	Muito baixo	–	376,93
Colégio Estadual Eurípedes Barsanulfo	Palmelo-GO	Médio	–	376,40
Esc. Est. Tessalonica	Macapá-AP	Médio	–	374,31

Fonte: adaptada de Inep (2015a, d).

Considerando a média mínima de 600 pontos, ao observar os dados das 15.640 escolas no desempenho em Matemática, nota-se que apenas 1.495 (9,55%) atingiram essa média, das quais 34 escolas são públicas (0,21%). Isso significa dizer que uma parcela mínima das escolas públicas de ensino médio do Brasil consegue desenvolver em seus alunos as habilidades exigidas em Matemática (INEP, 2015c).

Entre as 15.640 escolas participantes do Enem, 8.990 são estaduais, o que representa quase 60% das escolas participantes do Enem 2014. Deste percentual, 99,62% apresentaram médias inferiores a 600 pontos, cenário que pode ser observado na Tabela 3:

Tabela 3 – Ranking (por médias) das escolas estaduais brasileiras no Enem 2014

Número de escolas	Média das escolas	Percentual
34	Entre 727,14 e 600,25 pontos	0,38 %
116	Entre 599,18 e 550,08 pontos	1,30 %
519	Entre 549,50 e 500,04 pontos	5,77 %
3.985	Entre 499,99 e 450,00 pontos	44,32 %
4.208	Entre 449,99 e 400,04 pontos	46,80 %
128	Entre 399,97 e 374,31 pontos	1,43 %

Fonte: Inep (2015d).

Essa foi a esfera com a pior média, conforme mostra o panorama representado na Tabela 4:

Tabela 4 – Média do Enem 2014 em Matemática, por esfera administrativa

Média geral brasileira	Média por dependência administrativa			
	Federal	Estadual	Municipal	Privada
514,4	589,6	451,5	472,4	544,1

Fonte: Inep (2015a, d).

O baixo desempenho das escolas públicas demonstra que elas não estão conseguindo promover o desenvolvimento das competências da grande massa do alunado. As 34 escolas estaduais que estão com média acima de 600 pontos têm algum tipo de apoio extra, ou seja, contam com algum tipo de parceria, com destaque para escolas de aplicação de universidades públicas, escolas militares e escolas politécnicas.

No *ranking* de colocações das escolas estaduais por média, aquelas que alcançaram notas altas têm algum tipo de convênio, bem como alunos com um perfil socioeconômico mais elevado, similar aos das melhores escolas privadas do Brasil. A título de exemplificação, a Tabela 5 apresenta a relação das 20 escolas estaduais com os melhores desempenhos em Matemática:

Tabela 5 – Relação das escolas estaduais com os melhores desempenhos em Matemática no Enem 2014

Escola	Município	Perfil socioeconômico	Média dos 30 melhores alunos da escola	Média geral da escola
Campinas Colégio Técnico – Unicamp	Campinas-SP	Muito alto	867,57	727,14
Col. Tec. Industrial P. Isaac Portal Roldan – Unesp	Bauru-SP	Muito alto	820,36	712,21
Carlos Augusto Patrício Amorim – Unesp	Guaratinguetá-SP	Muito alto	790,51	700,12
São Paulo Etc. de	São Paulo-SP	Muito alto	837,82	698,26
Instituto Aplicação Fernando R. Silveira	Rio de Janeiro-RJ	Muito alto	810,70	688,84

CEEM Tiradentes	Porto Alegre-RS	Alto	754,16	687,85
Colégio Técnico de Lorena	Lorena-SP	Alto	701,16	676,54
Escola de Aplicação do Recife – FCAP Upe	Recife-PE	Muito alto	706,51	673,56
Fundação Esc. Téc. Liberato Salzano Vieira Cunha	Novo Hamburgo-RS	Alto	799,40	668,99
Colégio Técnico de Limeira da Unicamp	Limeira-SP	Alto	829,58	653,99
José Bento Conego Etec	Jacarei-SP	Alto	727,84	648,80
Colégio Tiradentes Ijuí	Ijuí-RS	Alto	667,61	648,75
Presidente Vargas Etec	Mogi das Cruzes-SP	Alto	795,89	642,10
Guaracy Silveira Etec	São Paulo-SP	Alto	783,42	641,23
Vasco Antônio Venchiarutti Etec	Jundiaí-SP	Alto	780,35	641,13
Pol. Militar C. Cel. PM F. S. Miranda – EFM.	Curitiba-PR	Muito alto	789,75	628,87
Takaishi Morita Etec	São Paulo-SP	Alto	709,15	626,47
Getúlio Vargas Etec	São Paulo-SP	Muito alto	794,32	620,21
Albert Einstein Etec	São Paulo-SP	Alto	749,25	616,40
CE Jose Leite Lopes	Rio de Janeiro-RJ	Alto	704,06	613,35

Fonte: adaptada de Inep (2015a, d).

Observa-se que 80% dessas escolas estão localizadas na Região Sudeste, 15% no Sul e 5% no Nordeste, e que nenhuma escola das regiões Centro-Oeste e Norte apareceram nesse contexto. Outro fator que chama a atenção é o perfil socioeconômico dos alunos dessas escolas: 40% são de nível socioeconômico muito alto e os outros 60%, alto, estando a Região Norte mais uma vez fora da relação, ou seja, entre as escolas que atendem alunos com perfil muito alto, seis são da Região Sudeste, uma é da Região Sul e uma é da Região Nordeste. Entre aquelas que atendem alunos com perfil socioeconômico alto nove estão na Região Sudeste e três na Região Sul.

Esses resultados preliminares foram incluídos nos critérios de seleção das escolas identificadas como objetos de estudo empírico, e, portanto, consideram as variáveis pré-selecionadas. Algumas variáveis precisaram ser reavaliadas, e critérios como a seleção de escolas com as melhores médias igual a ou acima de 600 pontos precisaram ser revistos, uma vez que aquelas que atenderam a essa exigência não são escolas sem agregação extra de quaisquer recursos, por exemplo.

Dessa forma, observou-se que as 34 escolas antes selecionadas não preenchiam o requisito, baixando a média de corte para 550 pontos, recorte que não permitiria considerar as demais variáveis, uma vez que 7,07% estavam numa faixa entre 599 e 500 pontos e as outras 91,12% figuravam na média de 499,99 e 400,04 pontos. A observação exigiu considerar aquelas escolas que aparecem no *ranking* com médias acima de 500 pontos, o que possibilitou um quantitativo de 635 escolas para a seleção, este correspondente a 7,07% das escolas estaduais participantes do Enem 2014 e que obtiveram, portanto, médias entre 500 e 599 pontos.

Dado esse resultado, passou-se a considerar a variável nível socioeconômico dos alunos, a partir dos dados disponibilizados pelo Inep (2015e), seguindo-se os critérios de

classificação do indicador socioeconômico definido pelo instituto²³, o qual demonstra que 70% das escolas ficaram entre os níveis socioeconômicos médio alto, alto e muito alto, enquanto as demais escolas variaram entre médio baixo e médio. Com isso, restaram cerca de 190 escolas para dar continuidade à seleção.

De posse desses dados, passa-se à quarta variável, disparidades entre médias dos alunos da mesma escola. O Inep divulgou duas médias por escolas: uma referente às 30 melhores notas das escolas e outra com todas as notas de cada uma das escolas. Quando se calcula a diferença de pontos entre as escolas, nota-se que não existe uma hegemonia, havendo uma oscilação que varia de 14,88 a 241,68 pontos, ou seja, há escolas em que a média dos alunos é mais nivelada, com pequenas diferenças, e outras em que a diferença entre as médias dos alunos chega a 241,68 pontos. Nesse quesito, três escolas se destacaram por baixa disparidade entre as notas, mas todas atendiam um número pequeno de alunos.

Esse contexto exigiu a inserção de uma quinta variável, o quantitativo variado de alunos por escolas, pela qual se buscou considerar escolas com diferentes números de alunos matriculados, o que resultou, num extremo, na seleção de escolas com apenas 140 alunos no seu quadro geral e, no outro, na seleção de escolas com mais de 2.000 alunos matriculados. A grande maioria das escolas já selecionadas conta com um quantitativo inferior a 300 alunos, de modo que cinco escolas com mais de 700 alunos já foram selecionadas para o cruzamento de dados com as demais variáveis envolvidas na seleção.

Porém, ao fim essa triagem, percebeu-se a predominância das regiões Sudeste e Sul, e somente três escolas da Região Norte (nos estados de Manaus e Rondônia), o que levou a considerar outra variável: municípios com diferentes índices de desenvolvimento econômico. Tem-se, assim, a sétima variável – contemplar, pelo menos, três das cinco regiões brasileiras.

Diante do fato de que as regiões Sul e Sudeste apresentaram o maior número de escolas, e devido ao desempenho de suas escolas, selecionou-se o Sudeste por apresentar o maior quantitativo de escolas e os melhores resultados no Ideb. Em seguida, aparece a Região Nordeste, cujos municípios concentram as escolas com os piores indicadores do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), em contrapartida com as melhores médias. Logo, duas regiões foram selecionadas, e restaram as regiões Centro-Oeste e Norte, sendo esta última a dos menores quantitativos de escolas, o que motivou a escolha da Região Centro-Oeste.

²³ Disponível no site do Inep: http://download.inep.gov.br/informacoes_estatisticas/indicadores_educacionais/2011_2013/nivel_socioeconomico/nota_tecnica_indicador_nivel_socioeconomico.pdf.

Considerando-se as variáveis caracterizadas anteriormente, foram selecionadas 12 escolas, conforme demonstrado na Tabela 6. Esse é um ponto de partida para a próxima fase da pesquisa, qual seja, a apresentação do projeto de pesquisa e a solicitação de autorização para proceder com a investigação.

Tabela 6 – Relação das escolas estaduais objetos de estudo do campo da pesquisa empírica

Escola	UF	Município	Nível socioeconômico	Média		Diferença entre as médias
				30 melhores	Geral	
E.E. Terezinha Pereira	MG	Dores do Turvo	Médio	611,24	596,36	14,88
E.E. Ribeiro de Oliveira	MG	Entre Rios de Minas	Médio alto	645,19	560,66	84,53
E.E. Augustinho Brandão	PI	Cocal dos Alves	Baixo	584,15	557,94	26,21
E.E. Messias Pedreiro	MG	Uberlândia	Alto	786,83	545,15	241,68
E.E. José Levy Coronel	SP	Cordeirópolis	Médio alto	523,76	523,76	–
E.E. Segismundo Pereira	MG	Uberlândia	Alto	671,07	516,08	154,99
E.E. Raul F. Chanceler	SP	Rio Claro	Médio alto	524,57	524,57	–
E.E. Antônio Perches Lordello	SP	Limeira	Alto	631,83	513,96	117,87
E.E. Cid de Oliveira Leite	SP	Ribeirão Preto	Alto	634,93	501,53	133,40
E.E. Dr. Álvaro Guião	SP	São Carlos	Alto	677,61	493,94	183,67
E.E. Dr. Genserico G. Jaime	GO	Anápolis	Médio alto	–	521,92	–

Fonte: adaptada de Inep (2015a, d, e) e baseada em dados de Souza (2017).

Essa situação leva não apenas a considerar o *ranking*, mas também a fazer uma comparação entre os três últimos resultados do Enem das escolas selecionadas²⁴. O resultado dessa última observação foi, mais uma vez, alarmante: percebeu-se que as médias gerais haviam caído de forma generalizada, conforme ilustra a Tabela 7:

Tabela 7 – Médias das escolas estaduais com boas práticas educativas entre 2013 e 2015

Escolas	Melhores médias			Média geral		
	2013	2014	2015	2013	2014	2015
E.E. Terezinha Pereira	578,81	611,24	592,66	572,32	596,36	530,97
E.E. Ribeiro de Oliveira	610,17	645,19	–	572,89	560,66	539,30
E.E. Augustinho Brandão	599,87	584,15	771,37	599,87	557,94	574,38
E.E. Messias Pedreiro	768,28	786,83	535,42	581,82	545,15	537,64
E.E. José Levy Coronel	–	523,76	696,66	478,16	523,76	480,15
E.E. Segismundo Pereira	670,51	671,07	477,52	670,51	516,08	505,57
E.E. Raul F. Chanceler	–	524,57	636,64	477,29	524,57	471,14
E.E. Antônio Perches Lordello	645,68	631,83	621,55	537,80	513,96	518,53
E.E. Cid de Oliveira Leite	628,90	634,93	616,72	514,53	501,53	465,01
E.E. Dr. Álvaro Guião	657,18	677,61	–	519,56	493,94	465,29
E.E. Dr. Genserico G. Jaime	523,76	–	592,66	523,76	521,92	510,65

Fonte: Inep (2014a, 2015c).

Assim, chega-se a uma amostra de escolas que conseguem promover um processo de ensino-aprendizagem independente do contexto externo que a circunda.

5 Resultado

²⁴ Conforme já mencionado, os dados-referência mobilizados neste artigo e na referida pesquisa foram os do Enem 2014.

Considerando-se as variáveis apresentadas, foram selecionadas 12 escolas estaduais que alcançaram os melhores resultados no Enem, de modo que as médias de desempenho ficaram entre 557,94 e 493,94 pontos, o nível socioeconômico dos alunos varia entre baixo e alto, as disparidades entre as 30 melhores médias e a média geral das escolas oscilaram entre 26,21 e 241,68 pontos, as cidades, no ano de 2015, tinham de 6.028 a 666.323 habitantes (IBGE, 2016) e três das cinco regiões brasileiras foram contempladas. A síntese dessas informações pode ser observada no Quadro 1:

Quadro 1 – Demonstrativo do contexto das escolas selecionadas

Região	Municípios/ Escolas	População (habitantes)	IDH	Economia	Nível socioeconômico	Média geral	Diferença entre médias
Nordeste	Cocal dos Alves-PI E.E. Augustinho Brandão	6.028	0,498	Agricultura familiar ou de subsistência.	Baixo	557,94	26,21
	Anápolis-GO E.E. Genserico Gonzaga Jaime	366.491	0,737	Complexo industrial e centro logístico do Centro-Oeste.	Médio alto	521,92	–
Centro-Oeste	Uberlândia-MG E.E. Messias Pedreiro	604.013	0,789	Maior distribuidora atacadista da América Latina; comércio e serviços.	Alto	545,15	241,68
	Cordeirópolis-SP E.E. José Levy Coronel	23.234	0,758	Prestação de serviços; produção de cerâmicas e agroindústria.	Médio alto	523,76	–
Sudeste	Rio Claro-SP E.E. Raul F. Chanceler	200.00	0,803	Complexo industrial (gerais) e indústria sucroalcooleira.	Médio alto	524,57	–
	Limeira-SP E.E. Antônio Perches Lordello	296.440	0,775	Indústria; prestação de serviços; cultivo de cana-de-açúcar.	Alto	513,96	117,87
	Ribeirão Preto-SP E.E. Cid de Oliveira Leite	666.323	0,800	Comércio; serviços; cultivo de cana-de-açúcar e produção de frutas.	Alto	501,53	133,40
	São Carlos-SP E.E. Dr. Álvaro Guião	241.389	0,805	Complexo diversificado, industrial e tecnológico.	Alto	493,94	183,67

Fonte: adaptado de Inep (2015a, c, d, e) e IBGE (2016).

Pode-se concluir que, independentemente do contexto e da adversidade que envolva a realidade de uma escola pública, é possível que uma escola promova um processo de ensino e aprendizagem que responda às exigências e necessidades de seu alunado.

6 Conclusão

A Matemática é uma área do conhecimento determinante na busca de informações e respostas aos problemas da sociedade moderna, e a melhor via na aquisição dessa informação

é seu trilhar por caminhos dinâmicos, desafiadores e agradáveis, permitindo maior relação com o cotidiano. Nesse sentido, a disciplina deveria ser trabalhada nas escolas de modo a responder às expectativas da sociedade no que tange à detenção, por parte dos alunos, dos conhecimentos mínimos necessários para enfrentar os desafios que lhes são impostos, seja no contexto acadêmico, profissional ou social.

Contudo, as avaliações que vêm sendo promovidas por órgãos tanto internos quanto externos demonstram que o desempenho dos alunos oriundos das escolas públicas é insuficiente frente ao que se espera que eles assimilem. No ensino da Matemática, algumas escolas demonstram que é possível, sim, trabalhar um processo de ensino e aprendizagem eficaz com relação aos desafios que lhes cercam.

Essa situação poder ser ainda mais complicada, uma vez que o ponto fraco do referido estudo é o fato de o Inep disponibilizar, para domínio público, somente os resultados de escolas que cumprem, concomitantemente, os seguintes critérios: “a) possuir pelo menos 10 (dez) alunos concluintes do ensino médio regular seriado participantes do Enem; e b) possuir pelo menos 50% de alunos participantes do Enem, de acordo com o Censo Escolar do ano anterior” (INEP, 2015c). Segundo dados do Data Escola Brasil (2015), 30.609 escolas estaduais participaram do Enem e apenas 8.990 escolas atenderam aos critérios supracitados, o que indica que trabalhou-se somente com dados de 29,37% das escolas estaduais que participaram do processo.

Por fim, faz-se necessário inserir uma cultura matemática na sociedade, o que demandará, sobremaneira, mudanças, adaptações e enraizamentos quanto à forma e ao uso do objeto da informação. O ensino de Matemática precisa se estabelecer para além de um conhecimento, constituindo-se num elo entre a formação acadêmico-profissional e social do aluno, de modo a impactar concretamente sua formação humana e considerar aspectos de sua identidade sociocultural, bem como interesses, desejos e necessidades particulares.

Referências

- ALVES G.; VERSOLATO, M. Ensino de matemática no Brasil é catastrófico, diz novo diretor do Impa. **Folha de São Paulo**, São Paulo, 28 jan. 2016. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/ciencia/2016/01/1734373-ensino-de-matematica-no-brasil-e-catastrofico-diz-novo-diretor-do-imp-a.shtml>>. Acesso em: 29 jan. 2016.
- BOLOGNESI, M. F. Brecht e Aristóteles. **Trans/Form/Ação**, vol. 25, n. 1, p. 67-78, 2002.
- BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**, Brasília, 20 dez. 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm>. Acesso em: 26 abr. 2017.
- _____. Sistema de Avaliação da Educação Básica. **Edição 2015. Resultados**. Brasília: MEC/Inep, 2016. Disponível em <<http://www.agenciabrasilia.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2016/09/analise-proficiencia-ensino-brasileiro-ideb-2015.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2017.
- CARVALHO, D. L. **Metodologia do Ensino da Matemática**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

- CODLING, B. S. **Benchmarking**. Brookfield: Pennsylvania State University, 1998.
- COOPER, D. R.; SCHINDLER, P. S. **Métodos de Pesquisa em Administração**. 12. ed. São Paulo: Editora McGraw-Hill, 2016.
- DATA ESCOLA BRASIL. **Resultado do Enem**. 2015. Disponível em: <<http://www.dataescolabrasil.inep.gov.br/dataEscolaBrasil/>>. Acesso em: 28 nov. 2015.
- FAJARDO, V. Pesquisador brasileiro ganha prêmio equivalente a ‘Nobel’ de matemática. **G1**, São Paulo, 12 ago. 2014. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2014/08/pesquisador-brasileiro-ganha-premio-equivalente-nobel-de-matematica.html>>. Acesso em: 17 abr. 2017.
- FALCÃO, J. T. da R. **Psicologia da Educação Matemática: uma introdução**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- GOWERS, W. T. The Two Cultures of Mathematics. In: ARNOLD, V.; ATIYAH, M.; LAX, P.; MAZUR, B. (Ed.). **Mathematics: frontiers and perspectives**. Nova York: American Mathematics Society, 2000. p. 65-78.
- HENRIQUES, A., PONTE, J. P. As representações como suporte do raciocínio matemático dos alunos quando exploram atividades de investigação. **Bolema**, v. 28, n. 48, p. 276-298, 2014.
- HONG, P.; SOON, W.; HONG, J. J. R. K. Evolving benchmarking practices: a review for research perspectives. **Benchmarking: An International Journal**, v. 19, n. 4-5, p. 444-462, 2012.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. **IBGE Cidades**. Disponível em: <<http://cidades.ibge.gov.br/xtras/home.php?lang=>>>. Acesso em: 21 jan. 2016.
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA – INEP. **Exame Nacional do Ensino Médio – Enem**. Brasília, 2014a. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/enem/sobre-o-enem>>. Acesso em: 12 ago. 2014a. mimeo.
- _____. **Indicador de Nível Socioeconômico das Escolas de Educação Básica (Inse) participantes da Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA)**. Brasília: Inep, 2014b.
- _____. **Avaliação internacional. Inep participa da elaboração de itens para o Pisa de 2018**. Brasília, 30 nov. 2015a. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/busca-geral/211-noticias/218175739/32421-inep-participa-da-elaboracao-de-itens-para-o-pisa-de-2018>>. Acesso em: 03 maio 2016.
- _____. Educação Básica. **Ideb**. Brasília, 20 out. 2015b. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/ideb>>. Acesso em: 27 abr. 2017.
- _____. **Enem – Apresentação**. Brasília: MEC, 2015c. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/enem-sp-2094708791>>. Acesso em: 03 maio 2016.
- _____. **Enem por Escola**. Brasília: MEC, 2015d. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/enem/enem-por-escola>>. Acesso em: 3 maio 2016. Mimeo.
- _____. **Nota técnica: Indicador de Nível Socioeconômico (Inse) das Escolas de Educação Básica**. Brasília, 2015e. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/enem_por_escola/2015/nota_tecnica_indicador_nivel_socioeconomico.pdf>. Acesso em: 27 abr. 2017.
- _____. **Resultados individuais do Enem estão disponíveis para consulta**. Brasília, 14 jan. 2015f. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/resultados-individuais-do-enem-estao-disponiveis-para-consulta/21206>. Acesso em: 26 abr. 2017.
- LEONARDO, P. P.; MENESTRINA, T. C.; MIARKA, R. A importância do ensino da matemática na educação infantil. In: SIMPÓSIO EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM DEBATE, 1., 2014, Joinville. **Anais...** Joinville: Udesc, 2014. p. 55-68.
- MACHADO, C.; ALAVARSE, O. M. Qualidade das escolas: tensões e potencialidades das avaliações externas. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 39, n. 2, p. 413-436, abr./jun. 2014.
- MARTINS, G. de A.; THEÓPHILO, C. R. **Metodologia da Investigação Científica para Ciências Sociais Aplicadas**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2016.
- National Museum of Mathematics – MoMath. **The coolest thing that ever happened to math**. 2017. Disponível em: <<https://momath.org/>>. Acesso em: 5 set. 2017.
- RICHARDSON, R. J. **Pesquisa social: métodos e técnicas**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- ROTHSTEIN, E. Opening the Doors to the Life of Pi – MoMath – Museum of Mathematics at Madison Square Park. **The New York Times**, 13 dez. 2012.
- SALOMÃO, L. Alunos de escolas federais têm as maiores médias nas provas do Enem. **G1**, Brasília, 13 jan. 2015. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2015/01/alunos-de-escolas-federais-tem-maiores-medias-nas-provas-do-enem.html>>. Acesso em: 17 abr. 2017.
- SOUZA, F. M. **Campo, habitus, competências e práticas de ensino dos professores de Matemática de escolas brasileiras do ensino médio estadual com bons resultados no Enem**. 2017. 308 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2017.
- THURSTON, W. On proof and progress in mathematics. Pof the American Mathematical Society. **Bulletin (new**
-
- ANAI DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660**

- series)**, v. 30, n. 2, abr. 1994.
- UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCAR. Coordenação dos Cursos em Matemática – CCM. Departamento de Matemática – DM/UFSCar. **Catálogo dos Cursos de Matemática**. São Carlos: UFSCar, 2014.
- VALENTE, W. R. Por uma História Comparativa da Educação Matemática. **Cadernos de Pesquisa**, v. 42, n. 145, p. 162-179, jan./abr. 2012.
- VELHO, L. Formação de Doutores no País e no Exterior: Estratégias Alternativas ou Complementares? **Revista Dados**, Rio de Janeiro, v. 44, n.3, p. 607-631, 2001.



ENSINO DE MATEMÁTICA: O BAIXO DESEMPENHO NAS AVALIAÇÕES DE MASSA

Fábia Maria de Souza
Universidade do Estado do Pará
fabia@uepa.br

Roberto Grun
Universidade Federal de São Carlos
rgrun@uol.com.br

Resumo

Os processos de avaliação externa de desempenho dos alunos das escolas brasileiras vêm demonstrando baixa retenção e/ou aprendizagem dos conhecimentos previstos na legislação. Mais precisamente na área de Matemática, alguns índices caíram nas últimas avaliações, tais como o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa). Essa realidade exige uma reflexão profunda, estruturada em pesquisas e diálogos entre os pares e agentes, e, para isso, é necessário conhecer os dados. Para compreender os resultados dos processos de avaliação de massa da educação brasileira, fez-se uma pesquisa quantitativa utilizando técnicas de levantamento de dados secundários. Os resultados indicam que os processos de avaliação evidenciam uma insuficiência nas médias de desempenho dos alunos, sendo a Matemática a área do conhecimento com os menores índices, tanto nas avaliações internas (como o Enem) quanto nas externas (como o Pisa).

Palavras-chave: Avaliação. Enem. Matemática. Pisa.

1 Introdução

A educação é considerada mola-mestra para o desenvolvimento humano, social e econômico de qualquer nação (IAQUINTO, 2014). Por conta disso, o sistema de ensino deve ter como objetivo oferecer à sociedade uma educação sistematizada como estratégia para o progresso em todos esses níveis.

Segundo o Relatório da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI, elaborado para a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco) e intitulado *Educação: um tesouro a descobrir*, o processo educacional “consiste em permitir que todos, sem exceção, façam frutificar seus talentos e suas potencialidades criativas, o que implica, por parte de cada um, a capacidade de assumir sua própria responsabilidade e de realizar seu projeto pessoal” (UNESCO, 2010, p.10). Isso significa que,

dentro das escolas, os alunos possam desenvolver suas competências e que estas sejam utilizadas de modo a garantir maior mobilidade, principalmente no campo de atuação profissional que escolherem.

O sistema educacional brasileiro consolidou-se e (re)estruturou-se de forma a promover a desarticulação entre a economia do país e os objetivos da educação, que funcionavam de acordo com “predileções e configurações econômicas: mudava-se o eixo econômico do país, mudavam-se as principais atividades geradoras de mão de obra e, como consequência, mudava-se o perfil do trabalhador requerido” (OLIVEIRA; CALDEIRA, 2016, p.197).

O Ministério da Educação (MEC) tem apresentado propostas com esse intuito, já que, nos últimos 10 anos, vem amadurecendo ideias e discursos para visar ao desenvolvimento de competências, ampliando o tempo de permanência dos alunos na escola, na perspectiva de melhoria da educação básica. Esses percursos culminaram em leis, mas ainda não impactaram na implementação prática ou na melhoria do desempenho dos alunos.

Entre as referidas leis, pode-se destacar a Portaria Normativa Interministerial n. 17, de 24 de abril de 2007, que aborda o tempo de permanência do aluno na escola (BRASIL, 2007); a Reforma Curricular do Ensino Médio, por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio de 2007 (BRASIL, 2006); a Lei n. 13.005, de 25 de junho de 2014, que aprova o Plano Nacional de Educação (BRASIL, 2014); e a Medida Provisória n. 746, de 22 de setembro de 2016, um caso recente específico do ensino médio e que institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral (BRASIL, 2016a)²⁵.

Como é possível observar, há dúvidas quanto à necessidade de melhorias para o ensino médio. Infelizmente, parece que os alunos veem as escolas como sem sentido e pouco atraentes, não desenvolvendo suas potencialidades formativas, logo, suas competências, situação que pode ser constatada nos resultados das avaliações do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) e do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem)²⁶.

No Brasil, as condições educativas para o aprendizado intelectual são obsoletas, uma vez que ainda prevalecem as diretrizes de uma sociedade de classes, algo bem próximo à formação dos jovens nobres dos latifúndios do Brasil Colônia e do Império. Não obstante,

²⁵ Essa Medida Provisória foi convertida na Lei n. 13.415, de 16 de fevereiro de 2017 (BRASIL, 2017).

²⁶ Avaliações estas estudadas mais detidamente na pesquisa de doutorado cujos resultados deram fôlego para este artigo (Cf. SOUZA, 2017).

tendo em vista o discurso contrário e os avanços ocorridos, o aprendizado intelectual de excelência é uma reserva das elites (FRIGOTTO; CIAVATTA, 2011).

Os índices do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) apontam essa falta de desenvolvimento das competências mínimas de 600 pontos, conforme padrão internacional: menos de 10% dos alunos das escolas públicas alcançam a formação mínima adequada (SCHWARTZMAN; CASTRO, 2013), e, ao concluírem as duas fases da educação básica, não conseguem atingir a formação mínima proposta, ou seja, a média dos alunos em todas as esferas de ensino (privada e pública) que tiveram bom desempenho, alcançando a média mínima. Isso significa que:

- no ensino fundamental, entre os alunos concluintes do 9º ano, considerando as redes pública e privada, apenas 14,7% alcançaram a média mínima ou superior em Matemática, percentual que chega a 26,2% em Língua Portuguesa; considerando apenas a rede pública, o percentual cai para 10,4% em Matemática e para 22% em Língua Portuguesa;
- no ensino médio, na avaliação do Enem 2014, entre alunos concluintes da 3ª série, analisando-os apenas nos desempenhos em Matemática e considerando os ensinos público e privado, somente 11% aprenderam o mínimo; analisando-se somente os resultados de alunos de escolas públicas, esse percentual cai, lamentavelmente, para 5,8%.

Na Tabela 1, demonstra-se o quantitativo de escolas por esfera, bem como o quantitativo de alunos matriculados na 3ª série do ensino médio versus o quantitativo de alunos que participaram do Enem:

Tabela 1 – Matrícula e participação dos alunos no Enem 2014 por esfera de ensino

Esfera	Estadual	Privada	Federal	Municipal	Total Geral
Número de escolas	8.990 (57,5%)	6.215 (39,7%)	326 (2,1%)	109 (0,7%)	15.640 (100%)
Alunos matriculados na 3ª série do Ensino Médio em 2014	1.024.255 (74,7%)	304.927 (22,3%)	31.533 (2,3%)	9.805 (0,7%)	1.370.520 (100%)
Alunos matriculados na 3ª série em 2014 e que participaram do Enem/2014	685.173 (69,6%)	263.889 (26,8%)	27.296 (2,8%)	7.412 (0,8%)	983.770 (100%)

Fonte: adaptada dos dados da Planilha do Enem 2014 de Brasil (2015a).

Segundo dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), no Enem 2014, entre as 8.990 escolas estaduais, as quais foram analisadas na pesquisa em que este artigo se apoia, somente 34 (0,38%) alcançaram ou ultrapassaram a média mínima básica de 600 pontos, considerada pelo Pisa o desempenho mínimo para que um aluno tenha apreendido de forma significativa os conhecimentos (INEP, 2015a).

No último Ideb (BRASIL, 2015c), os dados não tiveram alterações e mostraram pouca

melhoria e crescimento muito tímido, com índices de aprendizagem abaixo dos cinco pontos, o que indica que a média geral dos alunos ao concluírem as etapas de ensino foi:

a) no ensino fundamental:

- privado: 6,2 em 2011; 6,5 em 2013; 6,8 em 2015;
- público: 3,7 em 2011; 4,1 em 2013; 4,5 em 2015.

b) no ensino médio:

- privado: 5,8 em 2011; 6,0 em 2013; 6,3 em 2015;
- público: 3,4 em 2011; 3,6 em 2013; 4,0 em 2015.

Quanto ao Enem, a média geral também não foi muito diferente. Contudo, o MEC divulgou, por meio do Portal do Brasil, que os resultados do exame sofreram avanço na média das escolas de forma geral no “comparativo entre 2013 e 2014: a nota da prova de Linguagem e seus códigos passou de 508 para 528; da Ciências da Natureza de 492 para 507; e das Humanas de 537 para 565. Porém, houve uma queda na nota da prova de Matemática, passando de 544 para 511” (PORTAL BRASIL, 2015).

Desse modo, percebe-se que o quadro não evoluiu muito com o passar dos anos, o que pode ser confirmado nos dados disponibilizados pelo Inep em 2016 e amplamente veiculados em jornais e revistas de grande circulação no país. Exemplos interessantes dessa midiatização são algumas reportagens da Revista Veja, do colunista Castro (2016), que registra que, “em matemática, os alunos só aprendem cerca de 10% do esperado”, comentário a partir do qual se questiona a formação docente e a adoção do modelo curricular único para todos os alunos do ensino médio, contrariando a tendência dos países desenvolvidos, que adotam currículos flexíveis²⁷. Outro ponto-chave a ser visto são as práticas de ensino docentes, que se refletem diretamente na aprendizagem do aluno, e, por isso, configuram um dos maiores desafios da educação: desenvolver práticas de ensino que possam acolher.

Nesse sentido, o campo educacional brasileiro possui uma legislação cujos objetivos estão voltados para o desenvolvimento de competências dos alunos, embora os desempenhos frente aos processos avaliativos, tais como o Ideb, o Pisa e o Enem, demonstrem que esses objetivos não estão sendo alcançados.

2 Ensino e o desempenho nas avaliações de massa

Até meados de 2017, a proposta de formação para os jovens da educação básica

²⁷ Com *currículos flexíveis* pretende-se referir a situação de países como Alemanha e França, nos quais o sistema de ensino oferece, no mínimo, quatro opções de matriz curricular, bem como a de países que não oferecem diferentes modelos – como no caso dos Estados Unidos, que contam com matriz curricular única –, mas ofertam um número enorme de disciplinas, de modo que o aluno possa escolher aquelas que quer ou não cursar.

brasileira consistia em políticas que apregoam que seus agentes sociais sejam preparados para a cidadania e para o trabalho, a partir do desenvolvimento de recursos construtores dos capitais, recursos estes que foram denominadas *competências*, as quais são apontadas, conceituadas e classificadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), mais pontualmente na Introdução (BRASIL, 1997, p.47). As capacidades humanas a serem desenvolvidas são de ordem cognitiva, física, afetiva, da relação interpessoal e da inserção social, ética e estética, e podem ser analisadas no Quadro 1:

Quadro 1 – Capacidades humanas e os conhecimentos desenvolvidos pelos agentes sociais

Capacidade	Influência	Desenvolvimento de conhecimento
Cognitiva	Formas de representação e de comunicação envolvendo a resolução de problemas	Códigos de representação; interferem na aprendizagem da língua, da Matemática, da representação espacial, temporal e gráfica, e na leitura de imagens
Física	Autoconhecimento e uso do corpo na expressão de emoções	Superação de estereotipias de movimentos, nos jogos, no deslocamento com segurança
Afetiva	Motivação e autoestima, sensibilidade e adequação de atitudes no convívio social	Compreender a si mesmo e aos outros
Interpessoal	Compreender, conviver e produzir com os outros, percebendo distinções entre as pessoas, contrastes de temperamento, de intenções e de estados de ânimo	Permitir se colocar do ponto de vista do outro e refletir sobre seus próprios pensamentos. Práticas de cooperação que incorporam formas participativas, possibilitando a tomada de posição em conjunto com os outros
Inserção social	Perceber-se como parte de uma comunidade, de uma classe, de um ou vários grupos sociais e comprometer-se pessoalmente com questões que considere relevantes para a vida coletiva	Essa capacidade é nuclear ao exercício da cidadania, pois seu desenvolvimento é necessário para que se possa superar o individualismo e atuar (no cotidiano ou na vida política) levando em conta a dimensão coletiva. O aprendizado de diferentes formas e possibilidades de participação social é essencial para o desenvolvimento dessa capacidade
Estética	Produzir arte e apreciar as diferentes produções artísticas	Permite produzir e reproduzir em diferentes culturas e momentos históricos
Ética	Possibilidade de reger as próprias ações e tomadas de decisão a partir de um sistema de princípios segundo o qual se analisam, nas diferentes situações da vida, os valores e as opções que envolvem.	O desenvolvimento dessa capacidade permite considerar e buscar compreender razões, nuances, condicionantes, consequências e intenções, isto é, permite a superação da rigidez moral, no julgamento e na atuação pessoal, na relação interpessoal e na compreensão das relações sociais

Fonte: adaptado de Brasil (1997).

Desse modo, pensou-se num sistema educacional complexo, enredado com o desenvolvimento das capacidades e habilidades dos alunos, interlaçando saberes informais e formais no redimensionamento dos conhecimentos necessários para a cidadania e o mundo do trabalho. Assim, na última metade da década de 1990, a educação básica brasileira assume o desafio de implantar e desenvolver políticas educacionais pautadas no desenvolvimento, na aquisição e na apreensão de competências.

De acordo com os principais organismos internacionais e com a Unesco, os PCN e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) são condizentes com a aquisição e o

desenvolvimento dos recursos e valores necessários para se deter capitais culturais, inerentes e anunciados nas práticas de competências, compreendendo, inclusive, os ensinos técnico e superior.

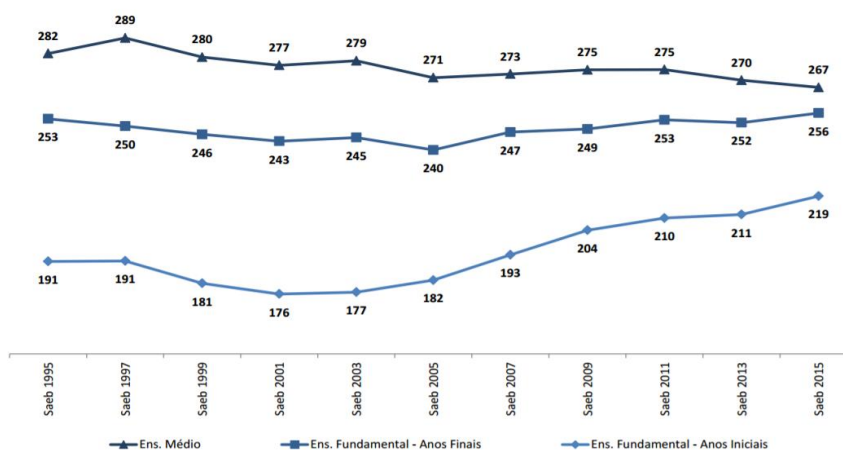
2.1 Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb)

De acordo com o Censo da Educação Básica do ano anterior (BRASIL, 2015b), participaram do Saeb todas as escolas públicas brasileiras com, pelo menos, 20 estudantes matriculados no 5º ou no 9º ano do ensino fundamental e na 3ª série do ensino médio. Segundo a Portaria Ministerial n. 931, de 21 de março de 2005 (BRASIL, 2005), o sistema é constituído de dois processos de avaliação:

3. a Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb), de caráter universal, a qual, quando divulgada, recebe o nome de Saeb (INEP, 2015c). É feita por amostragem, de larga escala, externa aos sistemas de ensino público e particular e de periodicidade bianual (BRASIL, 2005);
4. a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), mais extensa e detalhada que a Aneb e com foco em cada unidade escolar. É conhecida como *Prova Brasil* (INEP, 2015c) e avalia escolas públicas do ensino básico (BRASIL, 2005).

Infelizmente, os índices não são animadores. É o que pode ser observado no Gráfico 1, que apresenta dados referentes à disciplina de Matemática disponibilizados pelo Inep (2016a):

Gráfico 1 – Evolução dos resultados do Brasil no Saeb (1995 a 2015) – proficiência média em Matemática



Fonte: Inep (2016a).

Observa-se que o índice de aprendizagem das crianças e dos jovens brasileiros é extremamente baixo. Schwartzman e Castro (2013, p.579) apontam que menos de 10% dos alunos das escolas públicas alcançam uma formação mínima adequada, o que significa que, ao

concluírem as fases da educação básica, não conseguem atingir a formação mínima proposta. Outro instrumento que também mensura a educação básica no Brasil é o Ideb, que tampouco aparenta dados muito diferentes.

2.2 Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb)

O Ideb foi criado pelo Inep em 2007 e representa a iniciativa de reunir, em um só indicador, dois conceitos: o fluxo escolar e as médias de desempenho nas avaliações. Os dados do Ideb são coletados e calculados em duas dimensões:

3. a partir dos dados sobre aprovação escolar obtidos no Censo Escolar, ou seja, a média de aprovação informada anualmente pelas escolas;
4. a partir das médias de desempenho dos estudantes nas avaliações do Saeb e da Prova Brasil em Língua Portuguesa e Matemática – estudantes matriculados no 5º ou no 9º ano do ensino fundamental e na 3ª série do ensino médio.

Esses instrumentos também apresentam baixos índices de aprendizagem, bem como representam os índices disponibilizados pelo Inep (2016b) com os resultados do Ideb do ensino médio. A média por estado do campo educacional brasileiro pode ser analisada na Tabela 2:

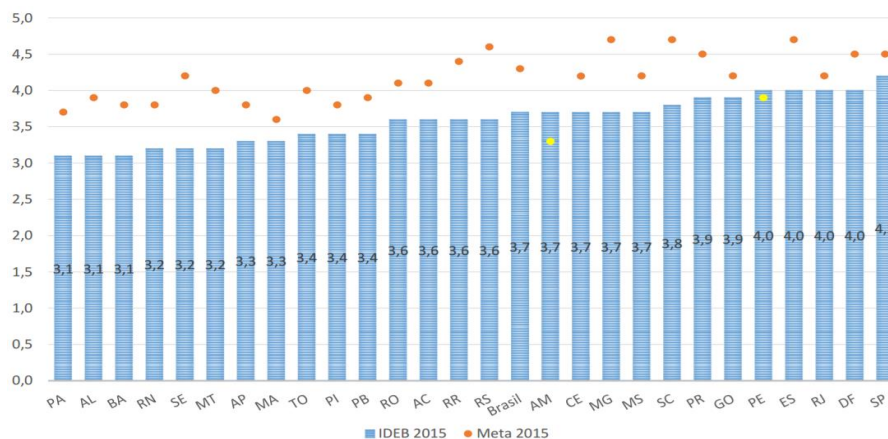
Tabela 2 – Ideb: resultados e metas do ensino médio

	IDEB Observado						Metas					
	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2007	2009	2011	2013	2015	2021
Total	3.4	3.5	3.6	3.7	3.7	3.7	3.4	3.5	3.7	3.9	4.3	5.2
Dependência Administrativa												
Estadual	3.0	3.2	3.4	3.4	3.4	3.5	3.1	3.2	3.3	3.6	3.9	4.9
Privada	5.6	5.6	5.6	5.7	5.4	5.3	5.6	5.7	5.8	6.0	6.3	7.0
Pública	3.1	3.2	3.4	3.4	3.4	3.5	3.1	3.2	3.4	3.6	4.0	4.9

Fonte: Inep (2016b).

É nítida a presença de um gargalo que se reflete nos índices brasileiros com ponderações e pareceres dos mais diversos. Entretanto, essa situação é mais grave em alguns estados, como pode ser observado no Gráfico 2:

Gráfico 2 – Ensino médio – Ideb e metas por unidade da federação (total 2015)



Fonte: Brasil (2016c).

Analisando os dados de maneira mais detalhada, é possível observar a presença de menores índices nas regiões Norte e Nordeste do Brasil, bem como de índices maiores nas regiões Sul e Sudeste. Segundo Gadotti (2014 p.12), a contínua reprodução dessa dinâmica somada à desarticulação de uma educação nacional são as grandes fomentadoras dos resultados negativos e da desigualdade nas oportunidades educacionais.

As estruturas sociais também devem ser analisadas sob esse prisma, uma vez que se refletem dentro das escolas e, na maioria das vezes, estas últimas são passivas, até mesmo porque fogem de suas atribuições – o que não deixa de contribuir para a continuidade das desigualdades sociais e de tolher as oportunidades do alunado. Contudo, o processo de ensino-aprendizagem não pode ser visto apenas como produto final, mas também como um caminho pelo qual o sujeito ativo e proativo recebe um produto, o internaliza e promove *feedback* com seu entorno, o que significa que o produto final precisa da educação e é caracterizado como a soma do todo (MACHADO; ALAVARSE, 2014).

Com isso, as avaliações são conhecimentos absolutamente necessários, configurando-se como a expressão concreta e sistematizada da realidade por meio dos resultados obtidos. Em outras palavras, as avaliações, de modo geral, não são apenas um instrumento de gestão: elas devem ser um instrumento que aprimore a democracia e qualifique as políticas públicas.

Ao relacionar o resultado da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE, 2013) e o desenvolvimento econômico dos países, os melhores exemplos estão entre as nações que até meados do século XX eram muito dependentes de outras, mas que desenvolveram qualitativamente seus campos educacionais, investindo pesadamente, criando e consolidando sistemas. Esses países tiveram trajetória surpreendente, tornando-se grandes potências econômicas – tais como os asiáticos (Japão, Coreia do Sul e China), países nos quais os jovens, ao serem avaliados no Pisa 2012, lideraram o *ranking* da Matemática.

Na classificação do Pisa (OCDE, 2013), são baixos os índices de desempenho na área de conhecimento matemático no Brasil. Os jovens da educação básica dos países desenvolvidos e com tecnologias avançadas apresentam índices bastante superiores aos dos países em desenvolvimento (como o caso brasileiro) ou com baixo desenvolvimento.

2.3 Programme for International Student Assessment (Pisa)

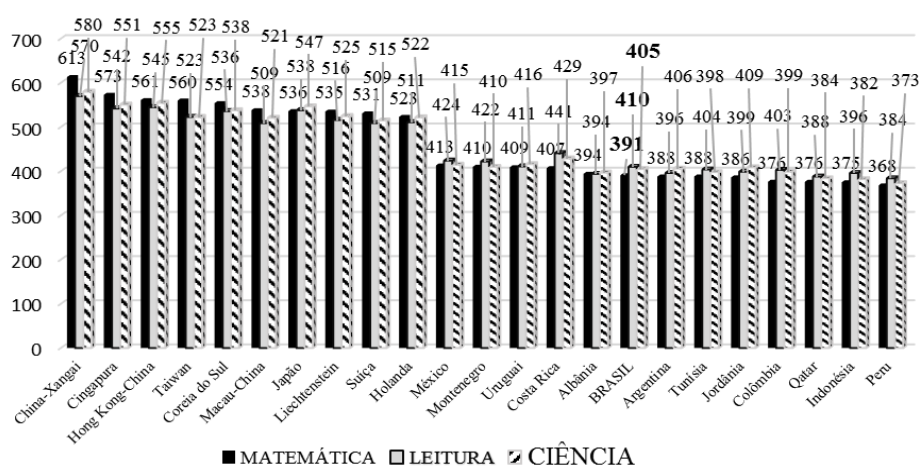
O Pisa foi criado em 2000 pela OCDE, desenvolvendo uma avaliação mundial periodicamente e obtendo o *ranking* dos desempenhos da educação. No Brasil, é coordenado pelo próprio Inep, existindo uma coordenação nacional nos países participantes (INEP, 2015c). A cada três anos, o Pisa avalia o desempenho em Leitura, Matemática e Ciências de estudantes com idade entre 15 e 16 anos matriculados no ensino regular (público ou particular) de aproximadamente 65 países, com foco variado.

Em 2012, a ênfase da prova foi na disciplina de Matemática, que representou o 2º ciclo do Programa. Em 2000, o foco foi a Leitura, em 2003, a Matemática, e, em 2006, as Ciências, de modo que, em 2009, iniciou-se um novo ciclo do programa, com foco novamente no domínio de Leitura. Em 2015, as Ciências foram de novo o foco da avaliação (INEP, 2015b).

As desvantagens socioeconômicas de alguns estudantes podem induzi-los a vincular, de uma geração para outra, o ciclo de poucas conquistas acadêmicas a fracas perspectivas de emprego. Entretanto, esse quadro pode ser retrocedido com o ingresso em escolas que lhes ofereceram aulas regulares, com qualidade no aprendizado, situação raramente evidenciada nas escolas públicas (OCDE, 2011).

Segundo a publicação Pisa em Foco n. 5 (OCDE, 2011, p.1), no Pisa 2009 “aproximadamente um terço dos estudantes dos países da OCDE foi identificado como resiliente. De fato, a maioria dos estudantes de meios desfavoráveis na Coreia e nas economias parceiras China-Hong Kong, China-Macau e China-Xangai foram considerados resilientes”.

No Ranking da Educação 2015, as primeiras posições ficaram com os países asiáticos, como Cingapura, Hong Kong, Coreia do Sul, Japão e Taiwan, seguidos pelos países europeus, como Finlândia, Estônia, Suíça e Holanda. No outro extremo, estão os países africanos, como Gana (última posição) e África do Sul (penúltima posição) (OCDE, 2015). Entre 76 países, o Brasil é o 60º colocado, não muito distante dos dados anteriores, em 2012, quando ocupou a 55ª posição, entre os 65 países participantes, como mostra o Gráfico 3:

Gráfico 3 – Ranking da Educação 2012 no Pisa, com alguns países

Fonte: OCDE (2013).

Com base nisso, são notórias as dificuldades ou a improvável eliminação do ciclo de desvantagens na efetivação dos currículos e no campo educacional. Porém, escolas com práticas educativas concisas e eficientes podem induzir e/ou aprimorar a capacidade dos alunos de lidar com problemas, superar obstáculos ou resistir à pressão de situações, garantindo, assim, a elevação de suas aprendizagens.

A Tabela 3 apresenta um comparativo dos resultados em Matemática das edições de 2003 a 2012 do programa:

Tabela 3 – Comparativo dos resultados em Matemática do Pisa das edições de 2003 a 2012

	PISA 2003		PISA 2006		PISA 2009		PISA 2012		Diferença entre 2003 e 2012	
	Média	EP	Média	EP	Média	EP	Média	EP	Média	EP
Brasil	356,0	4,8	369,5	2,9	385,8	2,4	391,5	2,1	35,4	5,4
México	385,2	3,6	405,7	2,9	418,5	1,8	413,3	1,4	28,1	4,1
Portugal	466,0	3,4	466,2	3,1	486,9	2,9	487,1	3,8	21,0	5,3
Coreia do Sul	542,2	3,2	547,5	3,8	546,2	4,0	553,8	4,6	11,5	5,8
Espanha	485,1	2,4	480,0	2,3	483,5	2,1	484,3	1,9	-0,8	3,4
EUA	482,9	2,9	474,4	4,0	487,4	3,6	481,4	3,6	-1,5	4,9
Uruguai	422,2	3,3	426,8	2,6	426,7	2,6	409,3	2,8	-12,9	4,5
Finlândia	544,3	1,9	548,4	2,3	540,5	2,2	518,8	1,9	-25,5	3,0
Argentina	-	-	381,3	6,2	388,1	4,1	388,4	3,5	-	-
Peru	-	-	-	-	365,1	4,0	368,1	3,7	-	-
Colômbia	-	-	370,0	3,8	380,8	3,2	376,5	2,9	-	-
Chile	-	-	411,4	4,6	421,1	3,1	422,6	3,1	-	-

Fonte: Inep (2012).

Em 2 de dezembro de 2016, o Jornal Valor Econômico divulgou que o Brasil, em uma lista de 64 países de todo o mundo, tem o segundo maior número de estudantes com baixa performance em Matemática básica, Ciências e Leitura (GUIMARÃES; MARCHESINI,

2016). No dado geral, que considera a média do desempenho nessas áreas, somente 2,2% dos alunos brasileiros estão entre as notas mais altas do Pisa, nos níveis 5 ou 6, enquanto no Japão são 25,8% e na Finlândia, 21,4%. No Brasil, especificamente em Matemática, a média em 2015 foi de 377 pontos, contra os 490 pontos da OCDE, o que indica que 70% dos brasileiros ficaram abaixo do nível 2.

O desenvolvimento industrial e econômico de países orientais, como o Japão, a China e a Coreia do Sul, segundo pesquisas, está intimamente ligado a seus contextos culturais e ideológicos, existindo uma interferência do Estado, embora o governo e a indústria estejam em sintonia quanto à contínua busca de modelos de desenvolvimento. O Brasil é um dos países com menor índice de alunos sem conhecimentos básicos de Matemática, sendo um dos últimos colocados em um *ranking* de competências, de acordo com o que aponta o estudo da OCDE (2015). Os resultados do Pisa de 2015 indicam que 67,1% dos alunos brasileiros com 15 e 16 anos estão abaixo do nível 2 em Matemática (FERNANDES, 2016).

Além disso, observa-se que os aparatos da Matemática permitem ao intelecto humano extrair dados que possam ser transformados em informações e construir teorias, desenvolvendo tecnologias cada vez mais precisas, refinadas e eficientes. Mais uma vez, o desempenho do alunado brasileiro, mesmo após a conclusão da educação básica demonstrada nos dados mensurados (inclusive no instrumento que avalia somente a etapa final – o ensino médio –, como no caso do Enem), ainda é muito baixo.

2.4 Exame Nacional do Ensino Médio (Enem)

O Enem foi criado em 1998 com o objetivo de avaliar o desempenho de estudantes ao final do ciclo da educação básica, isto é, no ensino médio. A priori, o Exame visou contribuir apenas para a melhoria da qualidade desse nível de escolaridade, e, a partir de 2009, passou a ser utilizado também como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior (principalmente em universidades federais). As notas do Enem podem ser a única fase de seleção da universidade, que pode também combiná-las com seus próprios processos seletivos (INEP, 2015c). Participam do exame alunos concluintes ou que já concluíram o ensino médio.

Segundo o MEC, cerca de 500 universidades já usam o resultado do exame como critério de seleção para o ingresso no ensino superior, seja complementando ou substituindo o vestibular próprio (BRASIL, 2016b). O Enem também é utilizado como critério de seleção para os estudantes que pretendem concorrer a uma bolsa no Programa Universidade para

Todos (ProUni) e para a obtenção do certificado de conclusão do ensino médio (BRASIL, 2016b).

Para o Inep (2014a), o Exame busca avaliar as competências e habilidades desenvolvidas pelos estudantes ao término da escolaridade básica. Tal processo avaliativo é feito por meio de uma redação e de provas objetivas que avaliam as quatro áreas do conhecimento supracitadas. As escolas devem utilizar os resultados desse instrumento para auxiliar estudantes e professores, bem como gestores e familiares, a refletir quanto ao aprendizado dos estudantes e à sua resposta às expectativas de todos, uma vez que se subentende que são cobrados conhecimentos que passaram mais de 10 anos apreendendo.

Quanto aos resultados das avaliações dos estudantes brasileiros no Enem, convergentes com os instrumentos de avaliações anteriores, estes evidenciam o grave déficit e uma grande disparidade entre as médias mínimas e máximas, conforme se pode observar na Tabela 4, que mostra os quatro últimos resultados das avaliações dos alunos brasileiros no exame:

Tabela 4 – Comparativos dos resultados do Brasil no Enem de 2011 a 2015

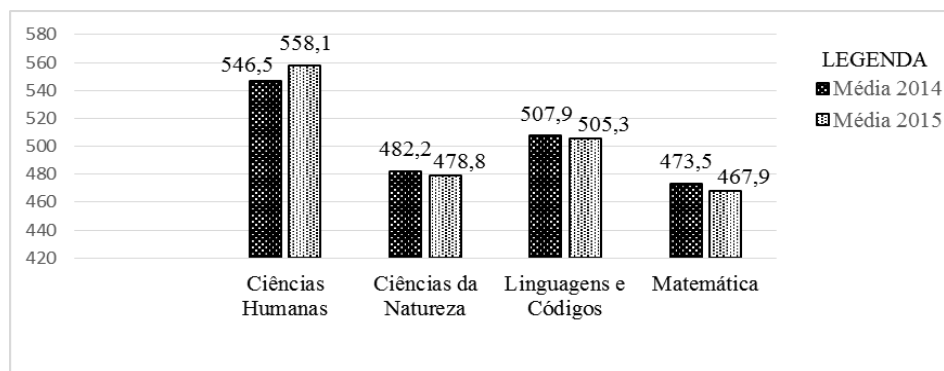
Área	2011		2012		2013		2014		2015	
	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo
Ciências Humanas	793,1	252,6	874,9	295,6	793,1	252,6	862,1	324,8	850,6	314,3
Ciências da Natureza	867,2	265	864,9	303,1	867,2	265	876,4	330,6	875,2	334,3
Linguagens	795,5	301,2	817,9	295,2	795,5	301,2	814,2	306,2	825,8	302,6
Matemática	953	321,6	955,2	277,2	953	321,6	973,6	318,5	1.008,3	280,2

Fonte: adaptada de Inep (2011; 2012; 2013; 2014a; 2015c), G1 Educação (2011; 2012a, b, c; 2013; 2014) e UOL educação (2011; 2012; 2013; 2014).

Contudo, ao analisar as médias do Enem de 2014 e 2015 disponibilizadas pelo Inep, é notório o alto índice de médias muito baixas. As médias iguais ou acima de 600 pontos foram alcançadas por poucas escolas de ensino médio, e as que alcançaram as médias são, em grande maioria, da iniciativa privada, algumas federais e raríssimas estaduais, sendo as estaduais aquelas cujas avaliações atingiram a média de 600 ou mais pontos, e que são de aplicação de uma universidade ou têm parcerias com as forças armadas.

No Gráfico 4, é possível observar a média geral do Enem em 2014 e em 2015:

Gráfico 4 – Médias do Enem 2014 e 2015



Fonte: adaptado dos dados do INEP (2014, 2015c)

3 Metodologia empregada

O trabalho exposto neste artigo seguiu uma abordagem qualitativa de investigação, uma vez que esta se vale de premissas que visam analisar e interpretar aspectos enraizados, procurando descrever a complexidade do comportamento humano (MARCONI; LAKATOS, 2010), com análise de levantamento de dados secundários.

O levantamento “é um processo de mensuração usado no coletar informações durante entrevista altamente estruturada” (COOPER; SCHINDLER, 2016, p.221), sendo que dados secundários referem as informações já coletadas, sistematizadas, tabuladas e ordenadas, podendo ou não conter analistas para atender aos propósitos da pesquisa, as quais estão disponíveis para uma empresa ou até mesmo em domínio público (RICHARDSON, 2010; COOPER. SCHINDLER, 2016).

Alguns dados terciários também foram utilizados, os quais têm relação com as fontes terciárias, que, embora sejam de difícil definição, podem ser entendidas como aquelas contidas em bibliografias, dicionários, almanaques etc. (COOPER; SCHINDLER, 2016).

A referida pesquisa seguiu algumas etapas: num primeiro momento, buscou-se conhecer, por meio da análise, as bases de dados do Inep (2015a, b, c) e da OCDE (2011; 2013); a partir dos elementos obtidos, fez-se uma sistematização das informações.

4 Considerações finais

Com base nessas estatísticas e nas situações culturais da Educação em países asiáticos, é possível considerar a relação do domínio na área da Matemática com o desenvolvimento econômico e a tecnologia de uma nação, uma vez que a base do desenvolvimento de uma organização consiste, principalmente, no desempenho de seus profissionais, e tal desempenho se dá pela competência que os profissionais apresentam.

É importante ressaltar que se trata também do grau de importância dessa ciência para a produção de conhecimentos e desenvolvimento de competências. Num contexto geral, todas as áreas do conhecimento se envolvem, ininterruptamente. Todavia, diante de dados concretos, é compreensivo entender o motivo de a Matemática, no campo educacional, vir ganhando destaque nos últimos anos.

Mediante o exposto, é possível abordar a Matemática ou suas áreas correlatas como o conhecimento que transcende praticamente todas as outras áreas. O grande sustentáculo das tecnologias também é algo prudente, principalmente por esta ser a área do conhecimento pautada em informações lógicas, precisas, rigorosas e formais, e que melhor possibilitam alcançar uma capacidade de discernimento da essência pesquisada.

Vale destacar ainda que os dados discutidos aqui permitem enfatizar a importância da pesquisa para a mudança da realidade do ensino de Matemática no contexto brasileiro: se os fatores que levam a um baixo desempenho nas grandes avaliações de massa forem melhor compreendidos, novas práticas e ferramentas de ensino-aprendizagem poderão ser viabilizadas.

Referências

BRASIL. Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação – PNE e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, 25 jun. 2014. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/l13005.htm>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. [Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. Altera as Leis nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e nº 11.494, de 20 de junho 2007, que regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação, a Consolidação das Leis do Trabalho – CLT, aprovada pelo Decreto-Lei nº 5.452, de 1º de maio de 1943, e o Decreto-Lei nº 236, de 28 de fevereiro de 1967; revoga a Lei nº 11.161, de 5 de agosto de 2005, e institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral.](#) **Diário Oficial da União**, Brasília, 16 fev. 2017. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/L13415.htm>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. Medida Provisória nº 746, de 22 de setembro de 2016. Institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral, altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e a Lei nº 11.494, de 20 de junho 2007, que regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação, e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, 23 set. 2016a. Disponível em: <<https://goo.gl/PJ1egT>>. Acesso em: 26 abr. 2017.

_____. Ministério da Educação. **Avaliação internacional**. Inep participa da elaboração de itens para o Pisa de 2018. Brasília, 30 nov. 2015a. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/busca-geral/211-noticias/218175739/32421-inep-participa-da-elaboracao-de-itens-para-o-pisa-de-2018>>. Acesso em: 3 maio 2016.

_____. Ministério da Educação. **Enem – Apresentação**. Brasília: MEC, 2015b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/enem-sp-2094708791>>. Acesso em: 03 maio 2016.

_____. Ministério da Educação. **Ideb – Apresentação**. Brasília: MEC, 2015c. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/secretaria-de-educacao-basica/programas-e-aco-es?id=180>>. Acesso em: 3 maio 2016.

ANAIIS DO SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2017 – CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO- UNIVERSIADE DO ESTADO DO PARA- 1007 p. - ISBN 2558-7660

_____. Ministério da Educação. Portaria Ministerial nº 931, de 21 de março de 2005. O MINISTRO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, no exercício das atribuições estabelecidas pelo Art. 87 § único, inciso II da Constituição Federal e atendendo... **Diário Oficial da União**, Brasília, 22 mar. 2005. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/legislacao/Portaria931_NovoSaeb.pdf>. Acesso em: 26 abr. 2017.

_____. Ministério da Educação. Portaria Normativa Interministerial nº 17, de 24 de abril de 2007. Institui o Programa Mais Educação, que visa fomentar a educação integral de crianças, adolescentes e jovens, por meio do apoio a atividades sócio-educativas no contraturno escolar. **Diário Oficial da União**, Brasília, 26 abr. 2007.

_____. Ministério da Educação. **Resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB 2015**. Brasília, 2016b. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/porta_ideb/documentos/2016/apresentacao_ideb_08092016.pdf>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias** (vol. 2). Brasília: MEC/SEB, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 26 abr. 2017.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CASTRO, C. de M. Ensino Médio: Aleluia! **Revista Veja**, São Paulo, ed. 2.500, 19 out. 2016. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=49911-materia-veja-ensino-medio-19102016-pdf&category_slug=outubro-2016-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 27 abr. 2017.

COOPER, D. R.; SCHINDLER, P. S. **Métodos de Pesquisa em Administração**. 12. ed. São Paulo: Editora McGraw-Hill, 2016.

FERNANDES, D. Brasil avança em conhecimento básico de matemática, mas continua atrás em ranking. **BBC Brasil**, 10 fev. 2016. Disponível em: <http://www.bbc.com/portuguese/noticias/2016/02/160209_ocde_alunos_baixa_performance_pai_df>. Acesso em: 27 abr. 2017.

FRIGOTTO, G.; CIAVATTA, M. PERSPECTIVAS SOCIAIS E POLÍTICAS DA FORMAÇÃO DE NÍVEL MÉDIO: AVANÇOS E ENTRAVES NAS SUAS MODALIDADES. **EDUCAÇÃO & SOCIEDADE, CAMPINAS**, v. 32, n. 116, p. 619-638, JU./SET. 2011.

G1 Educação. Apenas 10% dos alunos aprendem o ideal em matemática no ensino médio. **G1**, São Paulo, 6 mar. 2013a. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2013/03/apenas-10-dos-alunos-aprendem-o-ideal-em-matematica-no-ensino-medio.html>>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. Brasil evolui, mas segue nas últimas posições em ranking de educação. **G1**, São Paulo, 3 dez. 2013b. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2013/12/brasil-evolui-mas-segue-nas-ultimas-posicoes-em-ranking-de-educacao.html>>. Acesso em: 20 dez. 2014.

_____. Enem 2014. **G1**, São Paulo, 5 ago. 2015a. Disponível em: <<http://especiais.g1.globo.com/educacao/enem/2014/enem-2014-medias-por-escola/>>. Acesso em: 2 dez. 2015.

_____. Lista do Enem 2015: Notas das escolas. **G1**, São Paulo, 5 out. 2016. Disponível em: <<http://especiais.g1.globo.com/educacao/enem/2015/enem-2015-medias-por-escola/>>. Acesso em: 8 dez. 2016.

_____. MEC divulga a nota do Enem 2012. **G1**, São Paulo, 28 dez. 2012a. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2012/12/mec-divulga-nota-do-enem-2012.html>>. Acesso em: 2 dez. 2015.

_____. MEC divulga a nota do Enem 2012. **G1**, São Paulo, 28 dez. 2012b. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2012/12/mec-divulga-nota-do-enem-2012.html>>. Acesso em: 2 dez. 2015.

_____. Os resultados do pisa 2012. **G1**, São Paulo, 2012c. Disponível em: <<http://infograficos.oglobo.globo.com/educacao/os-resultados-do-pisa-2012.html>>. Acesso em: 14 ago. 2014.

_____. Os resultados do Pisa 2012. **G1**, São Paulo, 2012d. Disponível em: <<http://infograficos.oglobo.globo.com/educacao/os-resultados-do-pisa-2012.html>>. Acesso em: 14 ago. 2014.

_____. Resultado do Enem 2014 por escola é divulgado pelo Inep. **G1**, São Paulo, 5 ago. 2015b. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2015/08/resultado-do-enem-2014-por-escola-e-divulgado-pelo-inep-veja-lista.html>>. Acesso em: 2 dez. 2015.

_____. Saem notas do Enem 2011 por escola. **G1**, São Paulo, 22 nov. 2012e. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2012/11/mec-divulga-notas-do-enem-2011-por-escola.html>>. Acesso em: 20 nov. 2013.

GADOTTI, M. Gestão democrática com participação popular no planejamento e na organização da educação nacional. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2., 2014, Brasília. **Anais...** Brasília: Conae, 2014. p. 1-25. Disponível em: <http://conae2014.mec.gov.br/images/pdf/artigogadotti_final.pdf> Acesso em: 9 ago. 2014.

GUIMARÃES, L.; MARCHESINI, L. No país, 70% dos alunos não sabem o mínimo aceitável em matemática. **Jornal Valor Econômico**, 2 dez. 2016. Disponível em: <<http://www.valor.com.br/brasil/4796957/no-pais-70-dos-alunos-nao-sabem-o-minimo-aceitavel-em-matematica>>. Acesso em: 17 abr. 2017.

IAQUINTO, K. Múltipla escolha. **Revista Conjuntura Econômica**, Rio de Janeiro, v. 68, n. 7, jul. 2014.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA – INEP. **Enem por escola**. Brasília: MEC, 2015a. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/enem/enem-por-escola>>. Acesso em: 3 maio 2016. mimeo.

_____. Educação Básica. **Ideb**. Brasília, 20 out. 2015b. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/ideb>>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. **Sistema de Avaliação da Educação Básica**. Edição 2015. Resultados. Brasília: MEC/Inep, 2016a. Disponível em: <<http://www.agenciabrasilia.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2016/09/analise-proficiencia-ensino-brasileiro-ideb-2015.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2017.

_____. **IDEB – Resultados e Metas**. Brasília, 5 set. 2016b. Disponível em: <<http://ideb.inep.gov.br/resultado/>>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. Educação Básica. **Ideb**. Brasília, 20 out. 2015c. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/ideb>>. Acesso em: 27 abr. 2017.

_____. **Relatório Nacional PISA 2012 – Resultados brasileiros**. São Paulo: Fundação Santillana, 2012.

_____. **Exame Nacional do Ensino Médio – Enem**. Brasília: 2014. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/enem/sobre-o-enem>>. Acesso em: 12 ago. 2014a. mimeo.

MACHADO, C.; ALAVARSE, O. M. Qualidade das escolas: tensões e potencialidades das avaliações externas. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 39, n. 2, p. 413-436, abr./jun. 2014.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica: técnicas de pesquisa**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

OLIVEIRA, T. B.; CALDEIRA, A. M. de A. Interdisciplinaridade escolar no ensino médio: domínios epistêmicos como possibilidade para elaboração e avaliação de um trabalho coletivo. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 38, n. 2, p. 193-204, abr./jun. 2016.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA – UNESCO. **Educação: um tesouro a descobrir**. Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI. Tradução de Guilherme Teixeira. Brasília: Unesco, 2010.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO – OCDE. Como alguns estudantes superam as dificuldades do ambiente socioeconômico? **Em Foco**, n. 5, fev. 2011. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/pisa_em_foco/2011/pisa_em_foco_n5.pdf>. Acesso em: 11 nov. 2015.

_____. **Resultados PISA 2009: o que os estudantes sabem e podem fazer – Desempenho dos estudantes em Leitura**. OCDE, 2013. Disponível em: <<https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisainfocus/PISA%20EM%20FOCO%20N%C2%B025.pdf>>. Acesso em: 15 ago. 2014. mimeo.

_____. **Ranking da Educação 2015**. OCDE: 2015.

PORTAL DO BRASIL. **Média das escolas pelo Enem 2014 melhorou em três áreas do conhecimento.** ago. 2015. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/educacao/2015/08/media-das-escolas-pelo-enem-2014-melhorou-em-tres-areas-do-conhecimento>>. Acesso em: 28 out. 2015.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa social:** métodos e técnicas. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

SCHWARTZMAN, S.; CASTRO, C. M. Ensino, formação profissional e a questão da mão de obra. **Ensaio:** Avaliação de Políticas Públicas em Educação, Rio de Janeiro, v. 21, n. 80, p. 563-624, jul./set. 2013.

SOUZA, F. M. **Campo, *habitus*, competências e práticas de ensino dos professores de Matemática de escolas brasileiras do ensino médio estadual com bons resultados no Enem.** 2017. 308 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2017.

UOL educação. Inep divulga cadernos de prova do Enem 2011. **UOL**, São Paulo, 24 out. 2011. Disponível em: <<https://educacao.uol.com.br/noticias/2011/10/24/inep-divulga-cadernos-de-prova-do-enem-2011.htm>>. Acesso em: 2 jun. 2015.

_____. Inep divulga notas médias dos candidatos no Enem 2014. **UOL**, Brasília, 13 jan. 2015. Disponível em: <<https://educacao.uol.com.br/noticias/2015/01/13/inep-divulga-notas-medias-dos-candidatos-no-enem-2014.htm>>. Acesso em: 2 jun. 2015.

_____. Inep divulga provas do Enem 2012; exame foi realizado em novembro. **UOL**, São Paulo, 13 jun. 2013. Disponível em: <<https://educacao.uol.com.br/noticias/2013/06/13/inep-divulga-provas-do-enem-2012-exame-foi-realizado-em-novembro.htm>>. Acesso em: 8 out. 2015.