



# SCIEEM 2021

*Teorias da Educação Matemática na  
prática de sala de aula*

*5, 6 e 7 de outubro de 2021*

***As inscrições com submissão de trabalhos até 31 de  
agosto de 2021 no site do PPGED/UEPA:  
<https://ccse.uepa.br/ppged/?p=4828>***

***As inscrições sem submissão de trabalhos no  
período de 1 a 30 de setembro de 2021, no site do  
PPGED/UEPA: <https://ccse.uepa.br/ppged/?p=4828>***

*Apoio*



## APRESENTAÇÃO

O Seminário de Cognição e Educação Matemática (SCEM) teve sua primeira edição no ano de 2010 como uma iniciativa do grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática da Universidade do Estado do Pará sempre com objetivo difundir as pesquisas realizadas na área de Educação matemática do Estado do Pará. A presente edição do evento que é a 11ª ainda também a organização pelos seguintes grupos de pesquisas: Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática (GCEM), Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias (GPEMT), Grupo de Pesquisa em Estatística Aplicada e Ensino de Matemática (GPEAEM), Grupo de Pesquisa em Educação Matemática (GPEMAT) todos do Departamento de Matemática, Estatística e Informática da Universidade do Estado do Pará.

O Seminário de Cognição e Educação Matemática de 2021 teve o tema "**AS TEORIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA PRÁTICA DE SALA DE AULA**" e ocorreu nos dias 05, 06 e 07 de outubro de 2021 de forma remota, em virtude da pandemia que impediu a realização do evento em 2020.

A décima primeira edição do SCEM, manteve a mesma estrutura de evento acadêmico dedicado à Educação Matemática que a cada ano tem crescido e se tornou um espaço aberto à socialização de pesquisas e troca de ideias e informações sobre educação Matemática de pesquisadores, professores e estudantes interessados na temática de diversas instituições do Estado do Pará e também de outros Estados do Brasil.

O SCEM 2021 contou com um total de 163 participantes, 73 trabalhos na modalidade comunicação oral, 12 palestras e uma mesa redonda. A edição de 2021 do SCEM continuou contando com o apoio integral SEDUC-Pará, do Centro de Formação de Professores da SEDUC (CEFOP), na pessoa do Professor Doutor Carlos Alberto de Miranda Pinheiro, Programa de Mestrado em Educação (PPGED-UEPA), na pessoa da Professora Doutora Marta Genú a, Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPGED-UEPA), na pessoa do Professor Doutor Fabio José Alves, Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da UEPA, na pessoa do Professor Doutor Carlos Alberto de Miranda Pinheiro, Departamento Matemática, Estatística e Informática (DMEI) da UEPA, na pessoa do Professor Doutor Fabricio

Neste momento registramos nosso agradecimento aos professores Dr. Francisco Hermes Santos da Silva, Dr. Denis Carlos Lima Costa, Lucas Pompeu Neves, Dr. Idemar Vizolli, Dr. Saddo Ag Almouloud, Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, Dra. Lígia Françoise Lemos Pantoja

Dra. Acylena Coelho Costa, Dra. Luanna Priscila da Silva Gomes, Dra. Rosineide de Sousa Jucá, Dr. Antônio José de Barros Neto, Dra. Maria Alice de Vasconcelos Feio Messias, Dr. Hector José Garcia Mendoza, Prof. Dr. Carlos Alberto de Miranda Pinheiro e Prof. Dr. Flávio Mesquita e o Prof. Dr.

Antonio José Lopes (Bigode), que muito nos honraram com suas palestras ricas em informações e reflexões sobre Educação Matemática que certamente contribuíram positivamente para a formação dos participantes do evento que tiveram a grata oportunidade de presenciar suas apresentações.

Na oportunidade também gostaríamos de registrar nosso agradecimento Professora Dr<sup>a</sup> Ana Kely Martins da Silva, Prof. Dr. José Ricardo e Sousa Mafra, Professora Mestre Rita de Cássia Florencio Rocha Kasahara, Professora Dr<sup>a</sup> Maria de Lourdes Silva Santos, Professor Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho, Professor Dr. João Claudio Brandemberg Quaresma, Prof. Dr. Carlos Alberto de Miranda Pinheiro, Dra. Rosineide de Sousa Jucá, Dr. Antônio José de Barros Neto, Prof<sup>a</sup>. Dra. Acylena Coelho Costa e Prof.Dr. Pedro Franco de Sá pela mediação das palestras do evento.

Também agradecemos a Senhora Glads Maria Serra da coordenação do mestrado profissional em ensino de matemática da UEPA, ao senhor Gildo de Carvalho Pinheiro do Centro Gráfico da UEPA, Carlos Alberto dos Santos Campelo, Jorge Farias Figueiredo do Programa de Pós-graduação em Educação da UEPA, Luiz Jorge Melo Moraes da Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da UEPA, Alessandra Maria de Sousa Oliveira da Coordenação do curso de licenciatura em Matemática da UEPA, pelo costumeiro apoio dado a realização do SCEM (as pessoas que trabalharam no stream yard). Com muita satisfação publicamos os anais do SCEM 2021.

### **Comissão organizadora do SCEM 2021**

Pedro Franco de Sá

Rosinei de Souza Jucá

Antônio José de Barros neto

Carlos Alberto dos Santos Campelo

Alessandra Oliveira (Coordenação de Matemática)

Carlos Alberto de Miranda Pinheiro

Márcia (Coordenação de Matemática)

Jorginho da Matemática

Jorginho do PPGED

### **Comissão Executiva do SCEM 2021**

Pedro Franco de Sá

Rosineide de Souza Jucá

Antonio José de Barros neto

Carlos Alberto dos Santos Campelo

Alessandra Oliveira

Carlos Alberto de Miranda Pinheiro

Márcia (Coordenação de Matemática)

Jorginho da Matemática

Jorginho do PPGED

Ellen Rodrigues

Maria de Lourdes Silva Santos

Ana Kely Martins da Silva

## Sumário

A teoria de Piaget na Educação Matemática.....	11
O PROCESSO DE ENSINO DE MMC E MDC REALIZADO NAS ESCOLAS PÚBLICAS DO PARÁ.....	27
UM ESTUDO SOBRE PESQUISAS NA APLICAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DE SEGUNDO GRAU POR MEIO DA EXPERIÊNCIA DO PROFESSOR E ALUNO.....	42
Palestra: ÉGUA: a linguagem de programação destinada ao ensino de matemática.....	56
ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA DISCENTE NA APRENDIZAGEM NO CONCEITO DE MEDIR FUNDAMENTADO NO SISTEMA DIDÁTICO GALPERIN, TALÍZINA E MAJMUTOV NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL .....	57
MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE UTILIZANDO A FUNÇÃO SENO .....	73
ESTATÍSTICA PARA O TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA.....	85
METODOLOGIAS ATIVAS EM TEMPO DE PANDEMIA: ESTRATÉGIAS E POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA POR MEIO DE APLICATIVOS/SOFTWARES E/OU REDES SOCIAIS.....	98
DEMARCAÇÕES EDUCACIONAIS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA .....	126
NÚMEROS IRRACIONAIS NA ANTIGUIDADE CLÁSSICA: Um Estudo Bibliográfico sobre como os Números Irracionais se Fundamentaram na Grécia Antiga nas Escolas de Pitágoras e de Platão ...	138
Referências .....	150
SABERES MATEMÁTICOS EVIDENCIADOS EM PRÁTICAS DE PESCADORES NA COMUNIDADE CAJUÚNA/SOURE/PA .....	153
INTERPRETAÇÃO TEXTUAL E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS SOBRE O CONTEÚDO FRAÇÃO: UM ESTUDO DE REVISÃO.....	167
O USO DO APP INVENTOR COMO FERRAMENTA DE AUXÍLIO NO ENSINO DE FIGURAS PLANAS. ...	186
O ENSINO DA GEOMETRIA COM A UTILIZAÇÃO DO TANGRAM: possibilidade pedagógica para o ensino da Matemática .....	207
POTENCIALIDADES DO CALC DA LIBREOFFICE NAS AULAS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA .....	217
DESCREVENDO OS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DE ALUNOS SOBRE PORCENTAGEM E JUROS DE UMA ESCOLA PÚBLICA EM BELÉM NO ANO DE 2020 .....	227
MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA NO INÍCIO DO ENSINO MÉDIO TÉCNICO DE UMA ESCOLA PÚBLICA .....	244
O USO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: UM OLHAR NAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS.....	260
ENSINO DE PROBABILIDADE: EVENTOS INDEPENDENTES E A PROBABILIDADE DE EVENTOS INDEPENDENTES POR ATIVIDADES .....	273
DIAGNÓSTICO DE ENSINO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU.....	289
Palestra: A Metodologia de Ensino, Aprendizagem e Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na prática do professor de Matemática. ....	304

O Cálculo de Área utilizada pelos Agricultores de Pacajá- PA e sua relação com a Geometria Plana ensinada na Escola.....	305
PROGRESSÕES ARITMÉTICAS: diagnósticos com docentes da 1ª Série do Ensino Médio de Instituição Pública.....	306
UM DIAGNÓSTICO ACERCA DO ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DA REDE MUNICIPAL BELÉM - PA .....	307
EXPERIMENTAÇÃO INVESTIGATIVA COMO POSSIBILIDADE PARA O ENSINO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULO .....	321
PROGRESSÕES ARITMÉTICAS: DIAGNÓSTICOS COM DOCENTES DA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO DE INSTITUIÇÃO PÚBLICA.....	332
1. Considerações finais .....	344
UM DIAGNÓSTICO ACERCA DO ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DA REDE MUNICIPAL BELÉM - PA .....	348
EXPERIMENTAÇÃO INVESTIGATIVA COMO POSSIBILIDADE PARA O ENSINO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULO .....	363
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE ANÁLISE MATEMÁTICA: O CONCEITO DA INTEGRAL DE LEBESGUE EM TESES E DISSERTAÇÕES DEFENDIDAS NO BRASIL NO PERÍODO DE 2010 A 2020 .....	373
(i) 2 dissertações e 1 teses foram produzidas no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”; .....	377
(ii) 1 tese foi defendida no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo;.....	377
(iii) 1 dissertação foi defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto.....	377
METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: RACIONALIDADE TÉCNICA E O NECESSÁRIO PENSAMENTO PÓS-MODERNO.....	384
A Teoria Antropológica do Didático e o ensino de Matemática .....	398
A Teoria da Objetivação e o ensino-aprendizagem da matemática .....	399
Comunicação oral: Problemas contextualizados e o Ensino de Álgebra .....	400
Comunicação oral: Diagnóstico do Ensino de Equações Polinomiais do Primeiro Grau com Professores de Matemática do Ensino Fundamental II da Rede Pública Municipal de Maracanã-PA .....	401
Palestra: A Teoria dos Campos Conceituais e o ensino de Matemática .....	402
Comunicação oral 39: Diagnóstico do Ensino de Multiplicação e divisão de frações do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental em Escolas Públicas de Zé Doca – MA .....	403
ANÁLISE DE DIFICULDADES E ERROS DOS ALUNOS DE GRADUAÇÃO DO 1º ANO SOBRE FUNÇÃO LOGARÍTMICA .....	416
AS PRÁTICAS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA Á LUZ DO CONHECIMENTO GNOSIOLÓGICO DE PAULO FREIRE .....	430
Introdução.....	430



O Ensino de matemática e a construção do conhecimento .....	432
Conclusão.....	436
ANÁLISE DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA MODALIDADE REMOTA NOS TRÊS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NUMA ESCOLA PÚBLICA DA REGIÃO RURAL DE ABAETETUBA-PA .....	439
1) Qual tipo de metodologia você utiliza nas suas aulas de matemática nesse novo modelo de ensino remoto? Comente de forma breve, por favor.....	447
2) Que tipo de recursos você utiliza para ensinar matemática? (Por exemplo, Lúdicos).....	447
3) Os recursos que você aplica para ensinar matemática têm sido eficientes? Comente de forma breve, por favor.....	448
4) Considerando que estamos em meio a Pandemia de Covid 19, como você trabalha a disciplina de matemática recomendadas para o ensino infantil? .....	448
5) De que forma você trabalha números, quantidades, medidas e gráficos com os alunos nessa nova forma de ensino online? .....	449
6) Como você avalia o aprendizado das crianças na disciplina de matemática nessa nova rotina de Pandemia? Comente de forma breve, por favor.....	449
7) Na sua opinião o ensino remoto de matemática tem os mesmos resultados do ensino presencial? Por quê? .....	450
8) Quais as dificuldades encontradas com o ensino de matemática no ensino remoto? .....	451
Palestra: A Teoria da Instrumentação e o ensino de Matemática.....	454
ESTUDO DE CASO SOBRE DEFICIÊNCIAS DE BASE EM FUNÇÕES PARA DISCIPLINAS DE CÁLCULO EM UMA TURMA DE ENGENHARIA.....	455
ESTUDO DE CASO SOBRE DEFICIÊNCIAS DE BASE EM FUNÇÕES PARA DISCIPLINAS DE CÁLCULO EM UMA TURMA DE ENGENHARIA.....	465
1. ....	481
O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL DE ALTAMIRA SEGUNDO DOCENTES.....	487
O ENSINO DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÃO: UM DIAGNÓSTICO JUNTO À PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA REDE PÚBLICA DO ESTADO DO PARÁ .....	503
Palestra: A Teoria após e sua implicação no ensino de matemática.....	519
Palestra: A Teoria da Atividade e o ensino da matemática .....	520
A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FEIRA DE MATEMÁTICA DA ESCOLA NOSSA SENHORA DO ROSARIO MARITUBA-PA .....	521
A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FEIRA DE MATEMÁTICA DA ESCOLA NOSSA SENHORA DO ROSARIO MARITUBA-PA .....	533
ESTADO DO CONHECIMENTO SOBRE O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NOS ANAIS ENEM E SIPEM NOS ÚLTIMOS 10 ANOS .....	545
1. Ter título com o tema ensino de trigonometria;.....	548
2. Ter ensino de trigonometria nas palavras-chaves;.....	548
<b>1. CONCLUSÃO .....</b>	<b>559</b>

ASPECTOS SOCIOCULTURAIS DA VIVÊNCIA RIBEIRA: CONTEXTOS PARA UM ENSINO SIGNIFICATIVO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS .....	561
O ENSINO DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÃO: UM DIAGNÓSTICO JUNTO À PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA REDE PÚBLICA DO ESTADO DO PARÁ .....	578
DIAGNÓSTICO DO ENSINO DE GRANDEZAS E MEDIDAS NO 6º ANO COM PROFESSORES DA REDE ESTADUAL DO PARÁ.....	594
DIAGNÓSTICO DO ENSINO DE GRANDEZAS E MEDIDAS NO 6º ANO COM PROFESSORES DA REDE ESTADUAL DO PARÁ.....	608
O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA.....	622
Diálogos sobre a Área de Matemática na perspectiva do currículo do Ensino Médio do Estado do Pará .....	639
Palestra: Contribuições da Teoria dos Campos Semânticos de Romulo Lins para a Educação Matemática.....	640

## **A teoria de Piaget na Educação Matemática**

**Prof. Dr Francisco Hermes Santos da Silva**

A teoria psicogenética de Jean Piaget não é uma teoria que se possa usar na sala de aula sem que se faça adaptações. Isto por que o conhecimento estudado por Piaget é o conhecimento mais natural possível, enquanto que o conhecimento escolar é o conhecimento que a sociedade humana desenvolveu ao longo de sua história e que se deseja que as gerações futuras herdem e façam uso para produzir mais conhecimento.

É assim que as provas de conservação revelam um conhecimento que as crianças desenvolvem sem que ninguém as ensine, mas os conceitos matemáticos escolares precisam ser trabalhados na escola para que a ciência matemática possa evoluir cada vez mais.

No entanto, se fizermos as adaptações necessárias da teoria piagetiana ao conhecimento escolar, podemos colher muitos frutos, pois a essência desta teoria é compreender como o sujeito aprende e faz uso de seu aprendizado ao longo de sua vida. Neste texto tentarei mostrar como compreendo a teoria piagetiana na escola.

### **As invariantes funcionais**

A Psicologia genética começa pelos processos de adaptação e organização. Defende que nosso sistema cognitivo desenvolve-se por processos de adaptação buscando assimilar e acomodar um objeto de conhecimento. Mas além do processo de adaptação, o sistema tem ainda a função de organizar todo o conhecimento adaptado para que possa fazer uso no próprio processo de desenvolvimento.

O processo de adaptação se dá em duas frentes chamadas de invariantes funcionais que são a assimilação e a acomodação

## **A assimilação**

Tem-se vários momentos em que Piaget define assimilação, mas nos contentaremos com a definição seguinte:

Assimilação mental é, pois, a incorporação dos objetos nos esquemas de conduta, e esses esquemas nada mais são do que esboços das atividades suscetíveis de serem repetidas. (Piaget, 1977, p. 18)

Como afirma a citação acima, assimilar é impor um esquema já existente no sistema cognitivo que o sujeito supõe ser possível reconhecer o objeto em questão e assim repetir a ação de reconhecimento do objeto.

Acomodação ocorre quando o sistema cognitivo reage a uma negação do objeto sobre uma dada assimilação, isto é, quando o meio age sobre o organismo.

Como podemos então nos apropriarmos deste ato de adaptação em que a assimilação e a acomodação se fazem presentes no processo de desenvolvimento e aprendizagem? É o que tentaremos mostrar a partir de agora com alguns dos conceitos piagetianos mais relevantes.

## **O trabalho em grupo**

Muito se discute sobre os benefícios do trabalho em grupo. O próprio Piaget escreveu sobre o assunto como parte de uma obra intitulada “Le travail par équipes à l'école.” Que foi reeditado na obra “ Jean Piaget: sobre a pedagogia (textos inéditos)”, uma coletânea de textos do autor organizados por Sílvia Parrat e Anastásia Tryphon em 1998.

O título do artigo é “Observações psicológicas sobre o trabalho em grupo”. O autor começa por afirmar que

“...o florescimento dos sistemas de trabalho em grupo \_ os quais, é digno de nota, nasceram em grande parte independentemente uns dos outros \_ deve-se à conjugação entre os fatores sociológicos relativos ao adulto e os fatores psicológicos relativos à criança” (Piaget, 1998, p. 138).

Mas nem sempre a escola interpretou assim, a relação entre professor e alunos, O próprio autor declara que “durante muito tempo a escola teve por única tarefa transmitir à criança os conhecimentos adquiridos pelas gerações precedentes e exercitá-la nas técnicas especiais do adulto.’ (Idem, p. 138).

Essa afirmação, dita em 1935 na primeira edição, continua atual, pois na maioria das escolas essa ainda é a realidade escolar.

É interessante como Piaget, à quase um século revelava a realidade que ainda perdura nas escolas até hoje como uma espécie de tradição pedagógica. É assim que o autor afirmou

“Nessa concepção, a escola supõe uma reflexão social indispensável, mas apenas entre o professor e os alunos; sendo **o professor o detentor dos conhecimentos** exatos e o perito nas técnicas a serem adquiridas, o ideal é a submissão da criança à sua autoridade, **e todo contacto intelectual das crianças entre si nada mais é do que perda de tempo e risco de deformação e de erros**” (idem, p. 138) (grifos noso)

Mas o autor desmistifica tal pensar pedagógico com a afirmação enfática de que “ **... a principal tarefa da educação intelectual parece ser cada vez mais a de formar o pensamento e não a de povoar a memória.**” (idem, p. 139) (grifo nosso)

O autor, além de sugerir algumas formas de trabalhar em grupo, destaca o que se propôs no título da obra, isto é, revelar algumas características psicológicas do trabalho em grupo, que passaremos a destacar em suas palavras: *A criança não é um ser passivo cujo cérebro deve ser preenchido, mas um ser ativo, cuja pesquisa espontânea necessita de alimento.* (Idem, p. 139)

O que Piaget diz nestas linhas é que a criança não necessita de peixe pescado, mas da vara para pescar ela mesma.

Mas essa pesca não é a do pescador, que precisa de silêncio absoluto para poder pescar o peixe do rio. A pesca cognitiva é feita com a linha da linguagem, no mar das comunicações como podemos perceber:

“Mas então, uma vez que se atribui um lugar ao trabalho pessoal, passa a haver trabalho conjunto e formação de grupos, pois apenas a recepção passiva supõe o isolamento intelectual dos alunos, ao passo que a pesquisa gera a colaboração e a troca” (Idem, p.139)

Mas é preciso saber pescar e a vara para pescar cognitivamente é o pensamento racional que precisa ser desenvolvido na criança, como podemos ver na afirmação de Piaget.

“Assim, a principal tarefa da educação intelectual parece ser cada vez mais a de formar o pensamento e não a de povoar a memória. A necessidade de provas e de verificação, a objetividade da observação e da experiência, a coerência formal das afirmações e dos raciocínios, em suma, a disciplina experimental e dedutiva, todos estes são ideais que a criança tem de adquirir, pois não os possui de antemão” (idem, p. 139-140)

Onde buscar todos esses ideais de que fala Piaget? Ele mesmo responde.

“...os profissionais da pedagogia (...) depois de estabelecer que a criança não é pasiva mas ativa e que a razão, longe de ser inata no indivíduo, elabora-se pouco a pouco, descobriram que a vida do grupo é o meio natural dessa atividade intelectual e **a cooperação, o instrumento necessário para a formação do pensamento racional**” (idem, p. 140), (grifo nosso)

O texto é extremamente rico na defesa dos fatores psicológicos que interferem nas relações entre o comportamento individual e social e como esta relação é importante para o desenvolvimento intelectual, resultante do desenvolvimento do pensamento racional. O problema é: **Como conduzir as tarefas na sala de aula para que o pensamento racional seja o centro da objetividade pedagógica?**

É Piaget mais uma vez quem apresenta atitudes pedagógicas que podem levar à possibilidade de ocorrência do desenvolvimento intelectual.

Uma das atitudes pedagógicas que Piaget recomenda é a provocação feita aos alunos para solucionar problemas e, para isso, o professor deve dissuadir-se de responder às perguntas dos alunos. Ao contrário, deve o professor devolver a pergunta ao aluno ou aos seus parceiros na tentativa de promover o diálogo em torno do tema.

Uma outra proposição é o incentivo à pesquisa e à socialização do que foi pesquisado para que novamente a interação social leve os alunos a se colocarem seus pontos de vista, preferencialmente aqueles que se contrapõem para levar os alunos a se colocarem no ponto de vista dos outros e assim poderem aprender a respeitar e serem respeitados em suas idéias, o que favorece o respeito mútuo ao invés do respeito unilateral que as crianças trazem do relacionamento com os adultos.

Uma outra idéia interessante é o que se chama de conflito de centrações. Ao se estabelecer uma discussão entre dois ou mais sujeitos, é muito comum haver mais de um ponto de vista entre os parceiros o que pode gerar um conflito. A este tipo de conflito chamamos de conflito de centrações.

Esta idéia é muito importante para o trabalho coletivo na sala de aula, mesmo porquê a idéia que se tem de trabalho em grupo de matemática, é sabido dos professores que não costuma funcionar.

De um modo geral, pensa-se que basta juntar três ou quatro alunos para resolverem uma sequência de exercícios “em grupo”. Mas o que ocorre na maioria das vezes é que o grupo “delega” ao colega mais aplicado em matemática que resolva os exercícios e os demais ficam à espera das soluções do colega. Isso a meu ver não pode ser chamado de trabalho em grupo. A razão principal é que por vários motivos, os colegas “menos aplicados”, delegam ao colega mais aplicado a função do professor, de ser o detentor do conhecimento e, portanto, cabe a ele resolver os problemas enquanto eles apenas copiam as soluções, reproduzindo a relação professor-aluno durante as aulas.

O trabalho em grupo exige cooperação, debates, posicionamentos de pontos de vista bem como a necessidade de coordenação desses pontos de vista. Mas a matemática tem uma característica suígeneres que é a impossibilidade de ser transmitida a alguém que não esteja com o sistema cognitivo suficientemente preparado para tal. Daí que é necessário dois momentos distintos na aprendizagem matemática. O primeiro em que o sujeito expressa o que entendeu sobre o tema em questão, e o segundo em que os membros do grupo devem buscar a coordenação de pontos de vista, onde se dará o posicionamento dos diferentes pontos de vista, para, via debate, ocorrer a cooperação entre os parceiros do grupo de trabalho.

Minha experiência me leva a crer que a resolução dos problemas de matemática em sala de aula deve ter essa característica dupla do trabalho em grupo e, desta forma, exige a participação do professor como mediador deste processo. Mas, além do professor, é necessário que os alunos possam opinar sobre a construção matemática uns dos outros para que se efetive a atividade de grupo. É aí que entra um instrumento considerado por muitos educadores como o símbolo da educação tradicional: o quadro de escrever.

Para explicar isso, preciso fazer uma demonstração em outra área de conhecimento: Supomos que dois alunos estejam discutindo a descoberta do Brasil. O primeiro afirma: \_Eu li nos livros que quem descobriu o Brasil foi pedro Álvares Cabral em 1500 vindo de Portugal em Caravelas. O segundo aluno



coloca a seguinte contestação: \_ Não foi assim não. Quem descobriu o Brasil foi Vincente lânes Pinzom, bem antes de 1500, entrando pelo Rio Amazonas. Temos então dois pontos de vista diferentes colocados com a lingua materna e portanto, passíveis de serem discutidos apenas com a linguagem oral. Mas a Matemática não é assim.

A matemática, para ser discutida entre dois ou mais sujeitos, necessita de linguagem oral e linguagem escrita, pois ela não se desenvolve com os simbolos da lingua materna. Ela tem seu próprio repertório simbólico. Dai que, para se dar um trabalho colaborativo em favor do conhecimento matemático, necessita-se de um anteparo que permita aos membros do grupo, exporem seus pontos de vista na linguagem matemática para, via linguagem oral, chegarem à coordenação de pontos de vista e, se necessário, ao processo de cooperação.

Daí que, se o professor solicita que um dado aluno resolva seu exercício no quadro de escrever, esse aluno vai expressar seu ponto de vista sobre aquele dado problema, na linguagem matemática e seus pares terão a chance de opinar, via linguagem oral, se a sua solução está correta, errada e em que pontos se dará o debate em relação aos erros cometidos pelo colega.

Essa dinâmica surgida com a solução do problema no quadro por um aluno, se bem orientada por um professor experiente neste tipo de trabalho, permitirá um ganho riquíssimo de todos os alunos da turma.

Começa pela possibilidade da existência de conflitos de centração. Haverá alunos que dirão que a solução está certa, pois foi assim que eles resolveram seu problema. Mas haverá outros que dirão que o problema está errado, pois a sua solução não foi dquele jeito. O professor, com sua técnica de moderação, pedirá aos alunos que disseram que está certo, que expliquem por que como também aos que afirmaram estar errado que se manifestem. Após toda essa discussão, se os alunos não chegam a um consenso, é a vez do professor de explicar o ou os erros do problema.

Mas o que é mais interessante é que desta forma, os alunos expõem seus modos de pensar sobre os problemas matemáticos, revelando suas lacunas sobre os conhecimentos necessários para a compreensão de um dado problema.

Essas lacunas reveladas, permitem ao professor promover à recuperação de conteúdos não internalizados pelos alunos e que podem estar impedindo muitos alunos de avançarem no conhecimento matemático do momento.

Desta forma o professor resolve dois problemas que para muitos é insolúvel: Ensinar o conteúdo novo ou tirar dúvidas dos conteúdos já estudados. Tudo ocorre dentro de um mesmo momento de estudo. É a isso que costumo chamar de recuperação paralela.

A diferença do trabalho em grupo tradicional já citado e o trabalho coletivo com o uso do quadro de escrever é que no primeiro os alunos tendem ao comportamento da passividade herdada do ensino tradicional do professor, enquanto que o trabalho coletivo no quadro de escrever, tira o aluno da passividade de esperar a solução correta para copiar.

Além do trabalho em grupo defendido por Piaget que ressignificamos com o uso do quadro de escrever, promotor da interação social na aula de matemática, temos a considerar outras formas de promover aprendizagem matemática sustentadas por alguns conceitos piagetianos.

### **A conexão dos conteúdos**

Nos meus quarenta e um anos de docência oficial<sup>1</sup>, sempre escutei a frase “para que serve isso que estudamos?” Por muito tempo, não sabia bem o que dizer, mas hoje, após muita reflexão e estudos das teorias de aprendizagem e conhecimento, tenho experiência suficiente para enfrentar tal pergunta com possibilidades de respostas. Minhas reflexões indicam que as principais teorias de aprendizagem e conhecimento defendem a conexão dos conteúdos como um importante processo de desenvolvimento cognitivo.

---

<sup>1</sup> Comecei oficialmente a ministrar aulas em 1979, mas desde o meu curso primário, dava aulas para meus irmãos e depois para meus colegas de curso

Mas é a teoria de Piaget por excelência a teoria das conexões dos conteúdos. Isto está posto em vários de seus conceitos epistemológicos como por exemplo a abstração reflexiva e a equilibração majorante.

Vejamos o que diz Piaget (1980) sobre o processo reflexivo:

"...o 'reflexo' em um plano superior de um elemento tirado de um nível inferior constitui um estabelecimento de correspondências, o que já é um novo conceito, e que então abre caminho para outras possíveis correspondências, que representa uma nova 'abertura'. O elemento transferido para o novo nível é então constituído daqueles que já estavam ou daqueles que irão ser acrescentados, o que é agora trabalho da 'reflexão' e não mais do 'reflexo'. Assim resultam novas combinações que podem levar à construção de novas operações que operam 'sobre' as anteriores, o que é o curso usual de progresso matemático (um exemplo na criança: um conjunto de adições criando a multiplicação)" (p. 27).

Esses conceitos são extremamente complicados em sua formulação, mas na prática tornam-se mais simples. Digamos que o sujeito aprendeu a contar e a contagem é resultante de um esquema de acréscimo de uma unidade à quantidade anterior, tornando-se assim uma nova quantidade.

Pois bem, o sujeito conta tantas vezes que um dia "reflete" que a estrutura de contagem é detentora de uma estrutura mais complexa que passa a ser chamada de adição, isto é, o sujeito percebeu que para contar ele precisava acrescentar, o que é efetivamente, somar. No momento em que este sujeito se dá conta disso, ocorreu aí uma abstração reflexiva da contagem para a soma e da soma para a contagem.

Da mesma forma, o sujeito soma tantas vezes que começa a perceber que algumas somas se repetem e dão o mesmo resultado, daí concluir que, se contar quantas vezes a soma se repete, pode dar o resultado sem precisar juntar tudo para contar um a um os objetos. Eis aí uma nova reflexão que permite chegar da adição à multiplicação.

Passar de uma estrutura mais simples a uma estrutura mais complexa mas que contem a estrutura mais simples é um processo de equilibração chamado de equilibração majorante. Neste exemplo de abstração reflexiva e de

equilíbrio majorante estão postas as condições de possibilidades de conexão dos conteúdos.

Se da contagem o sujeito abstraiu a adição e da adição associada com a contagem, abstraiu a multiplicação, então isto mostra que os conteúdos em forma de estruturas de pensamento matemático apresentam inúmeras conexões. É por isso que podemos afirmar que a potenciação tem uma conexão com a contagem, pois esta, a potenciação é resultante de uma reflexão da multiplicação de fatores iguais e que, portanto, é possível contar os fatores para se determinar a potência.

Como isso se reflete na sala de aula? Basta que para isso nós façamos a tarefa de refletir sobre como de fato surgiu um conteúdo, isto é, que outros conteúdos foram necessários para obtê-lo.

Por exemplo, é possível perceber-se que conteúdos ou tarefas das séries iniciais estão em conexão com a Progressão aritmética e a progressão geométrica?

Simple. A tarefa de somar de dois em dois ou de três em três até cem são tarefas dadas aos alunos do primeiro ano e do segundo ano que refletem progressão aritmética de razão dois e três. Já a P.g resulta de uma sequência de potenciações de um único fator como por exemplo  $2^0$ ;  $2^1$ ;  $2^2$ ;  $2^3$ , etc.

Pode-se, portanto, afirmar que a PA tem raízes na soma e na contagem e a PG, tem raízes na potenciação, na multiplicação, na soma e na contagem. Você pode explicar por quê?

A fórmula da equação do segundo grau tem conexões que você talvez nunca tenha percebido. Vamos ver?

Quando de uma dada equação que se quer encontrar as raízes por meio da fórmula, temos algumas tarefas simples que você faz sem perceber de onde veio a necessidade da tarefa a ser executada. Veja.

Dada a equação  $x^2 + 5x + 6 = 0$ , você necessita da fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Logo é necessário extrair da equação os valores de  $a=1$ ;  $b=5$  e  $c=6$  que devem ser substituídos na fórmula. Que conteúdo que você estudou que prescreve essa tarefa? Você não percebe, mas está diante da tarefa de determinar o valor numérico de uma expressão algébrica (assunto do início do oitavo ano).

Mas ao substituir os valores na fórmula, que conteúdo se apresenta agora? Você novamente pode não ter percebido, mas está diante de uma expressão numérica (assunto dado na terceira e/ou quarta série).

Em resumo, encontrar as raízes de uma equação do segundo grau por meio da fórmula resolutive é proceder a duas simples tarefas já aprendidas em momentos anteriores: substituir os valores dos coeficientes da equação na fórmula e proceder ao cálculo do valor numérico da expressão que antes (a fórmula) era uma expressão algébrica.

Agora vamos refletir: Por que então os alunos não aprendem com facilidade, a resolver uma equação do segundo grau com uso da fórmula? Resposta: Por que os professores não buscam mostrar as conexões dos conteúdos que envolvem essa fórmula. Se assim o fizessem os alunos aprenderiam duas lições igualmente importantes: A primeira é que os conteúdos de hoje são as ferramentas de amanhã. A segunda, que é preciso aprender os conteúdos de hoje, ou não aprenderemos a resolver os problemas de amanhã. Tudo por que, nós professores não damos a devida importância às conexões dos conteúdos escolares.

O modelo de ensinar os conteúdos com o objetivo de fazer os alunos resolverem as provas dos bimestres, é o responsável maior pela perda do valor dessas conexões dos conteúdos escolares. Daí que os alunos exigem que o professor diga a cada bimestre o que vai cair na prova, pois assim eles só buscam estudar aqueles conteúdos listados pelo professor e procedem a esquecer os conteúdos já estudados nos bimestres anteriores e nos anos anteriores mais ainda.

Quando me dei conta disso, passei a agir diante da pergunta “O que vai cair na prova, professor?”, da seguinte maneira: \_ Vai cair tudo, desde o teu pré.

O susto dos alunos é significativo, mas uma vez explicado, eles tomam consciência do que é estudar os conteúdos da escola.

Que tal nos obrigarmos à tarefa de refletir sobre quais conteúdos se conectam para produzir um novo conteúdo que vamos nos propor a ensinar?

### **O pensamento reversível**

Muito se tem discutido se é possível compreender os conceitos matemáticos a partir da explicação do professor. Há correntes de educadores que acreditam que o professor deve ser apenas um mediador neste processo pois o aluno é dono do seu processo de aprendizagem. O problema é, como se pode dar a interferência do professor nesta função de mediador do conhecimento do aluno?

Como já foi dito, há algumas indicações de como isso deve ocorrer, como por exemplo o professor não dar a resposta diretamente a um aluno de um dado problema, mas levá-lo a tomar consciência da estrutura lógico matemática que promove a sua solução e os que sugerem que o professor leve o aluno a entrar em contradição quando de suas respostas possíveis, acarretando assim conflitos cognitivos no sujeito ou conflitos sócio cognitivos quando a aprendizagem estiver ocorrendo em grupo.

Em que pese essas possibilidades de promoção da aprendizagem por meio da interferência indireta do professor, dando ao aluno a possibilidade de construir seu conhecimento de forma significativa, há que se considerar como o sujeito aprende, segundo as teorias de aprendizagem, sob pena de este conhecimento ser construído de maneira deformante como afirma Piaget em momentos de suas reflexões. É o que irei tratar a partir de agora com o conceito de pensamento reversível.

Para falar em pensamento reversível é necessário nos apropriarmos do conceito de reversibilidade. No livro “O raciocínio na criança” (Piaget, 1967), temos uma definição de reversibilidade que diz:

...uma operação mental é reversível, quando, ao partir do resultado desta operação, se pode encontrar uma operação simétrica com relação à primeira, e que leva de volta aos dados desta primeira operação, sem que estes tenham sido alterados (p. 168).

Portanto, se uma operação é racional, então tem uma correspondente simétrica que permite o desfazer da operação primitiva. É diferente da conduta irreversível, que é decorrente do fato de que não há operação simétrica que controle a operação primitiva.

A condição para que haja a reversibilidade é que exista operações propriamente ditas, isto é, *construções ou decomposições, quer sejam manuais ou mentais, tendo como finalidade prever ou reconstituir os fenômenos (idem, p. 170)*.

Mas a reversibilidade não surge do nada, ela se faz presente à medida em que a vida social se desenvolve no sujeito, forçando a existência da tomada de consciência do ponto de vista do outro.

A vida social, desenvolvendo simultaneamente a reciprocidade das relações e a consciência das implicações necessárias, tira, portanto, da assimilação e da imitação suas características antagônicas, e as torna mutuamente dependentes. A vida social contribui, portanto, para tornar reversíveis os processos mentais, e para determinar, assim, o surgimento do raciocínio lógico. (idem, p. 176)

A reversibilidade de pensamento é ainda responsável pelo processo de generalização, ou como afirma Piaget (1967, p. 184):

... é a reversibilidade do pensamento que determina a generalização, por que esta reversibilidade acarreta uma certa necessidade, conforme os fenômenos aos quais se aplica o pensamento permitam experiências mais ou menos reversíveis

Ora, sendo assim, então o pensamento reversível é por excelência um dos processos mentais mais importantes para o desenvolvimento do conhecimento matemático. É assim que afirma Piaget (idem, p. 185):

O próprio das construções puramente mentais, como as construções matemáticas, é serem elas, logo de início, inteiramente reversíveis, portanto, inteiramente lógicas.

O que podemos tirar de aprendizado para nossas salas de aula? É o que passaremos a discorrer agora.

Temos percebido que no ensino das operações matemáticas, os professores preocupam-se em ensinar uma operação. Em seguida promovem exercícios de fixação e, só depois disso é que passam a ensinar a operação inversa daquela que foi ensinada.

Pelo dito acima sobre a reversibilidade de pensamento, podemos deduzir que este é um procedimento metodológico equivocado. Concordamos com Constance Kamii quando afirma que as operações fundamentais devem ser ensinadas cada uma com a sua inversa de forma concomitante, pois quando o sujeito executa uma operação é porque já tem possibilidade de perceber que pode desfazer a operação em ação e em pensamento.

Mas vamos mais além e defendemos que todo e qualquer tipo de operação matemática deve ser estudada de forma a que o aluno perceba o ato de operar em ação e pensamento, o caminho de ida e de volta.

Assim podemos listar algumas operações e suas inversas que não podem ser estudadas de forma separada uma da outra.

1. Adição. A criança deve perceber que no mesmo ato de juntar é possível o ato inverso de separar, daí que devemos ensinar adição e subtração ao mesmo tempo, sob pena do aluno não perceber que são operações inversas e ficar perguntando (Professora é de somar ou de subtrair?)
2. Multiplicação. O aluno, ao multiplicar deve ter em mente que pode fazer o inverso, isto é dividir.
3. Potenciação. Ao elevar um número a uma potência, indica ao sujeito que o contrário é possível, isto é, extrair a raiz quadrada.
4. MDC e MMC. Quando se estuda múltiplos e divisores, fica claro que se um é o divisor, é por que o outro é o múltiplo e por isso, os



processos de MDC e MMC devem ser estudados de forma conjunta para que o aluno entenda de forma significativa esses dois conceitos.

5. Produtos notáveis e fatoração. São duas operações que se transformam uma na outra, isto é, obedecem ao pensamento reversível. Por exemplo, o quadrado da soma de dois termos torna-se um trinômio quadrado perfeito, quando de seu desenvolvimento e o trinômio quadrado perfeito, quando fatorado, torna-se o quadrado da soma de dois termos. Assim ocorre com cada um dos tipos de fatoração e produto notável.

de generalização com mais facilidade, pelo menos com as operações mais fundamentais que são objetivo de estudo do ensino fundamental. Em resumo, se o professor trabalhar as operações inversas de forma concomitante, estará facilitando o sistema cognitivo do aluno a perceber os processos de ida e vinda das operações matemáticas. Isso facilitará o sistema cognitivo do aluno ter mais mobilidade e desenvolver processos

Uma outra forma de desenvolver o pensamento reversível é o professor, quando apresentar aos estudantes uma expressão que define um fenômeno em função de outros, provocar os alunos a buscar deduzir a obtenção dos demais fenômenos. Exemplo:

No estudo de força, o professor acaba por apresentar a expressão  $F = m \cdot a$ . Ora, ao invés do professor dar de imediato que  $a = F/m$  ou  $m = F/a$ , deve procurar estimular os alunos a deduzirem esses resultados manipulando o algoritmo dado.

Espero ter mostrado que o pensamento reversível é uma atividade natural do ser humano e por isso é necessário que não seja deturpado quando das atividades de ensino sobre as operações matemáticas, pois sendo assim os alunos quase sempre levam a acreditar que são duas operações diferentes e não os dois lados de uma mesma moeda, daí a pergunta dos alunos das séries iniciais: \_ Professora, é de mais ou de menos ou professora é de vezes ou de dividir?

Começemos, pois, a mudar nossa postura docente e buscar fazer os processos naturais do pensamento dos alunos serem usados a favor dos mesmos, na direção de aprendizagens significativas.

Poderia eu continuar mostrando outras possibilidades pedagógicas a partir dos conceitos piagetianos, mas creio já ter mostrado que isso é perfeitamente possível, desde que passemos a compreender esses conceitos no contexto da sala de aula e não só com os conceitos piagetianos, mas com os conceitos de qualquer das teorias de aprendizagem. Aos que desejarem mais sobre as minhas reflexões desta natureza, deixo aqui a conta do meu face que já conta com mais de 20 pequenos textos sobre o tema.

## **Referencias**

Piaget, J. (1967) *La Psychologie de l' Intelligence*. Paris: Armand Colin.

Piaget, J. (1980) *The Psychogenesis of Knowledge and its Epistemological Significance*. Em M. Piattelli-Palmarini (org) *Language and Learning. The Debate between Jean Piaget and Noam Chomsky*. Londres: Routledge & Kegan Paul.

Piaget, Jean. *Sobre a pedagogia (textos inéditos)*. Silvia Parrat Dayan; Anastasia Tryphon (Orgs). Casa do Psicólogo. São Paulo. 1998.

## O PROCESSO DE ENSINO DE MMC E MDC REALIZADO NAS ESCOLAS PÚBLICAS DO PARÁ

**Artur Lira dos Santos**

**Universidade do Estado do Pará (UEPA)**

**[arturlira93@gmail.com](mailto:arturlira93@gmail.com)**

**Ana Kely Martins da Silva**

**Universidade do Estado do Pará (UEPA)**

**[anakely2@yahoo.com.br](mailto:anakely2@yahoo.com.br)**

### **Resumo**

Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa feita com o objetivo de diagnosticar o processo de ensino de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e Máximo Divisor Comum (MDC), considerando apenas o conjunto dos números naturais, realizado por professores de Matemática de escolas públicas do estado do Pará. Os estudos teóricos foram feitos por meio da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de Mello (2014), de Nunes (2017), de Priebe (2016), bem como Fiorelli (2017). A coleta dos dados foi feita pela aplicação, em dezembro de 2020, de um questionário elaborado por meio do aplicativo Google Forms. Esse questionário foi enviado por meio de um aplicativo de mensagens instantâneas, de forma pessoal e em grupos de educadores, pelo mecanismo de conversas de uma rede social e por e-mail, obtendo-se uma amostra de 45 professores. Depois da análise das respostas do questionário, concluímos que a maioria dos docentes aborda os conteúdos de maneira tradicional, que o currículo de Matemática, relacionado ao MMC e MDC, praticado pelos mesmos é o centrado no conhecimento e que eles apresentam a concepção de que seus alunos não obtêm um nível alto de aprendizagem desses assuntos, o que mostra, por exemplo, a necessidade da construção de materiais didáticos que respondam a essa problemática.

**Palavras-chaves:** Ensino de Matemática. Aprendizagem da Matemática. MMC e MDC. Currículo de Matemática.

### **1. Introdução**

A Matemática está presente em todas as áreas da sociedade, sendo indispensável para o exercício da cidadania, posto que aborda conhecimentos necessários para a vida autônoma e para a interpretação e intervenção no mundo real. Ao mesmo tempo, ao tomarmos por base os resultados das avaliações em larga escala, como por exemplo das provas aplicadas pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA, na sigla em inglês) para diagnosticar o nível de conhecimento dos alunos, percebemos que os estudantes brasileiros têm pouco aprendizado nessa disciplina (BRASIL, 2019). Diante disso, o objetivo desse artigo é apresentar os resultados de uma pesquisa feita para responder ao seguinte problema científico “como acontece o processo de ensino de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e Máximo Divisor Comum (MDC), considerando

somente o conjunto dos números naturais, nas escolas públicas do estado do Pará?”. A pesquisa efetivou-se por meio da aplicação de um questionário a professores de Matemática que atuavam, no ano de 2020, na Rede Pública de Ensino no referido estado.

A escolha dos conteúdos MMC e MDC ocorreu, principalmente, pelo fato de que serão objeto de estudo da dissertação de mestrado de um dos autores deste artigo. Para termos um panorama mais aprofundado do processo de ensino desses assuntos buscamos traçar o perfil profissional dos professores que os ministram e do currículo desenvolvido em sala de aula referente a esses conteúdos, bem como a impressões dos educadores a respeito da aprendizagem dos mesmos pelos discentes.

Constatamos, após a realização de pesquisas bibliográficas, que os conteúdos MMC e MDC são poucos abordados em dissertações, teses e artigos que tratam sobre o ensino de Matemática e tentam colaborar com a melhoria da aprendizagem dessa disciplina. Assim, fica clara a importância do presente trabalho.

Esses conteúdos são ensinados na etapa do Ensino Fundamental. Concebemos, pela nossa prática em sala de aula, que é muito importante que os estudantes tenham um bom aprendizado nas primeiras etapas do seu percurso acadêmico, pois a falta de uma boa base resultará em dificuldades em etapas posteriores.

O presente artigo discutirá algumas produções sobre o currículo da Educação Básica e sobre o ensino de MMC e MDC. Em seguida apresentará a metodologia de pesquisa adotada para a coleta dos dados. Depois, trará os resultados e análises da referida pesquisa. E, por fim, apresentará nossas considerações finais.

## **2. Revisão de Literatura**

### **2.1. Currículo da Educação Básica**

Um dos focos da pesquisa realizada para este trabalho foi investigar como se desenvolve o currículo de Matemática relacionado ao MMC e ao MDC. Portanto, discutiremos agora um pouco sobre o currículo da Educação Básica.

Para Mello (2014, p. 1), “Currículo é tudo aquilo que uma sociedade considera necessário que os alunos aprendam ao longo de sua escolaridade. [...]”. Segundo essa autora há três tipos de currículos: o que é centrado no conhecimento, o que é centrado no aluno e aquele que é centrado na aprendizagem e no resultado.

O currículo centrado no conhecimento traz em si o objetivo de que os estudantes aprendam o conhecimento acumulado pela sociedade, o qual é considerado como algo

fixo, ao invés de estimular o avanço a novas descobertas. O ensino no bojo desse currículo é frontal e expositivo.

O currículo centrado no aluno tem como objetivo a reconstrução do conhecimento pelo aluno a partir das referências culturais do próprio educando. A didática no interior desse currículo é distribuída entre docente e alunos e requer vínculo dos últimos com o conhecimento.

O terceiro tipo de currículo tenta superar os dois anteriores. Valoriza o conhecimento, mas não o tem como verdade imutável, pelo contrário, quer a sua problematização. Também valoriza o aluno, porém propõe a reconstrução do conhecimento pelo estudante comprometida com a intervenção na realidade. A didática nessa proposta objetiva a reconstrução dos saberes consolidados pela humanidade e a habilidade de os mobilizar para intervir em situações. Esse currículo também é chamado de currículo referenciado em competências. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um exemplo de documento norteador da elaboração de currículos baseados em competências.

Brasil (2018) orienta que a Educação Básica tem como objetivo fazer com que os estudantes desenvolvam dez competências gerais para o pleno exercício da cidadania e para o êxito dos mesmos no mundo do trabalho. É nessa linha de pensamento que os currículos elaborados pelos Estados, Distrito Federal, Municípios e escolas por todo o Brasil terão que articular o processo educativo.

O currículo não se restringe aos conteúdos que deverão ser ensinados, mas também fazem parte dele os objetivos de aprendizagem e os projetos interdisciplinares realizados nas escolas, por exemplo.

## **2.2. O Ensino de MMC e MDC**

Sobre o ensino dos conteúdos MMC e MDC destacamos as contribuições de três trabalhos.

A dissertação de Nunes (2017) apresenta a elaboração e aplicação de uma Sequência Didática para o ensino de MMC e MDC inspirada no crivo de Eratóstenes e fundamentada na Teoria das Situações Didáticas. Esse trabalho também percorreu sobre algumas dissertações, teses e artigos que tinham como tema os conteúdos matemáticos em questão e sobre a sua abordagem em livros didáticos. A Sequência construída sempre fazia o aluno recorrer a conhecimentos prévios e foi aplicada em uma escola pública

municipal de Belém do Pará, obtendo-se, segundo o autor, bons resultados no que tange ao aprendizado dos estudantes.

A dissertação de Priebe (2016) tem como objetivo apresentar uma proposta de ensino de tópicos de Teoria dos Números para o Ensino Fundamental por meio da Resolução de Problemas. Para a autora, a Aritmética é, muitas vezes, ensinada de maneira superficial e mecânica e os livros didáticos não estimulam a criatividade. Assim, o trabalho elenca questões que, segundo a autora, são mais incomuns e interessantes, na busca de despertar o gosto por essa área da Matemática e pela disciplina como um todo.

Nessa dissertação a definição e propriedades dos conteúdos MMC e MDC são abordadas de maneira formal e são propostas questões não contextualizadas e situações-problema a serem trabalhadas com os estudantes.

No trabalho de Fiorelli (2017) há uma discussão a respeito do déficit no ensino de MMC e MDC na grade curricular do estado de São Paulo. Segundo a autora, nesse documento, e também em grande parte dos livros didáticos, os referidos conteúdos são abordados de maneira explícita somente no 6º ano do Ensino Fundamental e levando em consideração apenas o conjunto dos números naturais, quando, na verdade, esses conteúdos são exigidos também depois do 6º ano, durante a aprendizagem de outros assuntos e envolvendo a sua extensão para além do conjunto numérico dos naturais.

Desse modo, Fiorelli (2017) elaborou e aplicou um projeto sobre MMC e MDC para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental e para alunos do 3º ano do Ensino Médio com o objetivo de sanar dificuldades que os estudantes tinham nesses conteúdos e abordar a generalização dos mesmos para além do conjunto dos números naturais. A pesquisadora também chama a atenção para a necessidade da retomada dos conteúdos abordados por ela toda vez que um novo conjunto numérico é introduzido no decorrer da Educação Básica.

Concebemos que o que foi notado por Fiorelli (2017) com relação ao ensino de MMC e MDC não se restringe ao estado de São Paulo. É importante esclarecer que a nossa pesquisa vai abordar o ensino desses conteúdos considerando somente o conjunto dos números naturais, ou seja, o primeiro momento em que MMC e MDC são ensinados no Ensino Fundamental – Anos Finais, porque seria inviável pesquisar por meio de um questionário a abordagem dos mesmos durante toda essa etapa da Educação e o Ensino Médio.

Ressaltamos também a pouca menção feita a esses assuntos na BNCC. O texto traz somente a seguinte orientação (habilidade EF07MA01 a ser trabalhada com os alunos):

Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos. (BRASIL, 2018, p. 307).

Por mais que a BNCC traga somente o conjunto de conteúdos mínimos que devem ser ensinados, ou seja, podem acontecer complementações nas Redes de Ensino, ao nosso ver, esse documento não deveria abordar esses assuntos como algo que pode ser ensinado. Concebemos também que deveria ter abordado mais o ensino deles, estabelecendo, inclusive, a abordagem dos processos práticos para o cálculo do seu valor. Acrescentamos também que o MMC e o MDC, na nossa concepção, deveriam fazer parte das habilidades para o 6º ano, etapa em que costumavam ser ensinados, devido todos os conteúdos necessários para a aprendizagem desses assuntos serem ensinados nesse ano da Educação Básica, a saber: multiplicação e divisão com números naturais, múltiplos e divisores, critérios de divisibilidade, números primos e decomposição de um número natural em fatores primos.

### **3. Procedimentos Metodológicos**

Com o objetivo de obter os dados para apurar como acontece o ensino de MMC e MDC nas escolas públicas do Pará realizamos uma pesquisa de campo. Segundo Gil (2008, p. 55),

As pesquisas deste tipo se caracterizam pela interrogação direta das pessoas cujo comportamento se deseja conhecer. Basicamente, procede-se à solicitação de informações a um grupo significativo de pessoas acerca do problema estudado para em seguida, mediante análise quantitativa, obter as conclusões correspondentes dos dados coletados.

Desse modo, elaboramos um questionário por meio do aplicativo Google Forms com 28 perguntas (das quais usamos 25 nesse estudo) para serem respondidas por professores de Matemática, envolvendo dados pessoais e profissionais, dados relacionados a metodologia de ensino usada, de forma geral e em específico durante a ministração de MMC e MDC, a avaliação aplicada pelo pesquisado na disciplina e a percepção do mesmo com relação a dificuldades apresentadas por estudantes, de forma geral na disciplina Matemática e em específico nos conteúdos matemáticos da nossa pesquisa.

Ressaltamos que as escolas públicas que citamos aqui fazem parte das Redes Estadual e Municipais.

Esse questionário foi enviado por um aplicativo de mensagens instantâneas, de forma pessoal ou em grupos de docentes, pelo mecanismo de conversas de uma rede social e por e-mail, obtendo-se uma amostra de 45 professores. A aplicação do instrumento de pesquisa ocorreu em dezembro de 2020.

É importante mencionar a dificuldade para a realização da pesquisa devido muitas pessoas receberem o questionário e não responderem. A quantidade de questionários respondidos é bem inferior à quantidade que deveríamos ter para a análise dos dados que nos interessam.

De posse dos dados colhidos, fizemos a sua descrição e análise, procurando traçar o panorama do processo de ensino de MMC e MDC realizado pelos professores.

#### **4. Resultados e Análises**

Ao todo tivemos 45 questionários respondidos por professores para a realização da análise dos dados. Dos 45 docentes de Matemática, 32 (71,1%) são do sexo masculino e 13 (28,9%) do sexo feminino; a maioria, ou seja, 31 (68,9%) têm entre 31 a 45 anos de idade; 44 (97,8%) têm graduação em Licenciatura em Matemática e 1 (2,2%) em Pedagogia; 30 (66,7%) têm especialização como maior titulação acadêmica, 8 (17,8%) têm apenas graduação e 7 (15,6%) têm curso de mestrado. Nota-se aqui um ponto positivo: o interesse dos professores pesquisados por cursos de pós-graduação. 33 (73,3%) educadores trabalham em escola pública municipal, 31 (68,9%) em escola pública estadual e 6 (13,3%) em escola privada (alguns trabalham em mais de uma esfera e foi pedido a eles que respondessem as questões sobre ensino e aprendizagem considerando sua experiência na Rede Pública); a maior parte, ou seja, 30 (66,7%) têm entre 6 a 20 anos de tempo de serviço como professor de Matemática.

Quando perguntado aos professores pesquisados se a(s) Rede(s) Pública(s) de Ensino em que atua(m) oferece(m) formação continuada, 29 (64,4%) responderam que oferece(m) raramente, 10 (22,2%) que oferta(m) frequentemente, 3 (6,7%) que oferece(m) sempre e outros 3 (6,7%) disseram que não oferta(m); quando questionado qual era a sua atitude quando a(s) Rede(s) Pública(s) de Ensino onde trabalha, ou ainda outras instituições, ofertam curso de formação continuada, 17 (37,8%) responderam que participam poucas vezes, 15 (33,3%) que participam sempre, 11 (24,4%) que participam muitas vezes e 2 (4,4%) que não participam. Observamos dois fatos negativos:



a maioria dos pesquisados afirmou que há pouca oferta de cursos de formação continuada por parte da(s) Rede(s) onde leciona e também boa parte dos professores afirmou que participa poucas vezes ou não participa de cursos desse tipo quando são ofertados, apesar de termos notado mais acima o interesse desses docentes por cursos de pós-graduação. Ao nosso ver, a formação continuada é muito importante para a melhoria do ensino e da aprendizagem e não se limita somente a cursos de especialização, mestrado e doutorado.

Quando perguntado aos professores sobre a maneira como costumam iniciar suas aulas de Matemática, 24 (53,3%) disseram que iniciam com uma situação problema para depois introduzir o assunto, 17 (37,8%) que iniciam pelo conceito seguido de exemplos e exercícios e 4 (8,9%) deram outras respostas.

Quando questionados sobre o que mais sentem falta quando ministram suas aulas de Matemática, 25 (55,6%) professores responderam que sentem falta de recursos didáticos e pedagógicos, 6 (13,3%) afirmaram que sentem falta de metodologias diferenciadas de ensino, 5 (11,1%) disseram que sentem falta de formação inicial sólida, 3 (6,7%) responderam que sentem falta de domínio de classe, 2 (4,4%) afirmaram que sentem falta de compreensão dos conceitos matemáticos, 2 (4,4%) disseram que sentem falta de formação continuada e outros 2 (4,4%) deram outras respostas. Isso mostra que a maioria das aulas que são ministradas não envolvem muitos recursos didáticos e metodologias diferenciadas, seja pela falta de estrutura das escolas, pela falta de tempo disponível do docente para a preparação de aulas com recursos inovadores, pelos educadores não estarem preparados devido sua formação inicial não ter abordado de maneira profunda esses assuntos ou por outros motivos.

Quando perguntado a partir do que os pesquisados selecionavam os conteúdos de Matemática, 30 (66,7%) disseram que da BNCC, 29 (64,4%) disseram que do livro didático, 13 (28,9%) afirmaram que selecionam dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), 6 (13,3%) responderam que do caderno de orientação da Rede de Ensino e 3 (6,7%) deram outras respostas (nessa questão os pesquisados podiam marcar mais de uma alternativa). Observamos que a BNCC e o livro didático são muito usados e que, portanto, eles tem uma grande influência sobre o que é ensinado nas escolas.

Quando indagados sobre quais as principais formas de avaliação que costumam aplicar/utilizar, 41 (91,1%) docentes responderam que utilizam prova escrita, 35 (77,8%) afirmaram que levam em conta trabalhos individuais, 31 (68,9%) disseram que levam em consideração produções no caderno, 26 (57,8%) afirmaram que utilizam trabalhos aplicados em grupo, 5 (11,1%) responderam que fazem uso da autoavaliação,

3 (6,7%) disseram que utilizam prova oral e outros 3 (6,7%) deram outras respostas (nessa questão os pesquisados também podiam marcar mais de uma alternativa).

Como o intuito da dissertação de mestrado de um dos autores deste texto é elaborar uma Sequência Didática para o ensino de MMC e MDC, perguntamos se os professores pesquisados conheciam esse procedimento e se já o utilizaram em suas aulas. 35 (77,8%) educadores responderam que conheciam o procedimento e 10 (22,2%) disseram que não o conheciam, enquanto que 26 (57,8%) afirmaram que não tinham usado o referido procedimento e 19 (42,2%) disseram que já o utilizaram. É importante ressaltar que a Sequência Didática consiste em um conjunto de atividades que objetiva concretizar o aprendizado discente de forma gradual e dinâmica, fazendo-o construir conceitos e procedimentos.

Quando perguntado se os professores consideram a Matemática uma disciplina difícil de ser ensinada, 29 (64,4%) deles responderam que não e 16 (35,6%) afirmaram que sim. Quando indagados sobre se os alunos deles gostam de Matemática, 32 (71,1%) docentes afirmaram que a maioria dos seus alunos gostam enquanto que 13 (28,9%) responderam que a maioria dos estudantes com quem trabalham gostam da disciplina. Consideramos que o fato da maioria dos alunos gostarem de Matemática está de acordo com a realidade enfrentada na nossa atuação e que isso é consequência do sucesso dos estudantes nessa disciplina.

Ao serem perguntados sobre qual seria a maior dificuldade dos seus alunos nas aulas de Matemática, 16 (35,6%) professores disseram que a maior dificuldade é a resolução das situações-problema, 12 (26,7%) responderam que é a compreensão dos conceitos/ideias, 11 (24,4%) afirmaram que é realizar cálculo, 3 (6,7%) disseram que é a compreensão das regras e outros 3 (6,7%) deram outras respostas.

Ao serem perguntados sobre quais itens, dos quais listamos, os pesquisados costumam ensinar quando ministram MMC, obtivemos as respostas que estão organizadas na tabela 1 abaixo:

Tabela 1 – Itens do conteúdo MMC ensinados pelos professores

<b>Item</b>	<b>Quantidade de Professores que o Ensinam</b>
Conceito de MMC.	37 (82,2%)
Cálculo do MMC entre dois ou mais números sem processo prático.	36 (80%)

Processo prático para o cálculo do MMC entre dois ou mais números.	36 (80%)
Resolução de situações-problema.	39 (86,7%)
Outro item (não listado).	2 (4,4%)

Fonte: Dados da pesquisa de campo, dez. de 2020.

Ao serem indagados sobre quais itens, dos quais listamos, os professores costumam ensinar quando ministram MDC, obtivemos as respostas organizadas na tabela 2 seguinte:

Tabela 2 - Itens do conteúdo MDC ensinados pelos professores

<b>Item</b>	<b>Quantidade de Professores que o Ensinam</b>
Conceito de MDC.	37 (82,2%)
Cálculo do MDC entre dois ou mais números sem processo prático.	37 (82,2%)
Processo prático para o cálculo do MDC entre dois ou mais números.	37 (82,2%)
Números primos entre si.	35 (77,8%)
Resolução de situações-problema.	37 (82,2%)
Outro item (não listado).	1 (2,2%)

Fonte: Dados da pesquisa de campo, dez. de 2020.

Observamos que mesmo a BNCC citando muito pouco o MMC e o MDC, grande parte dos professores leciona todos os tópicos que elencamos. Talvez o currículo da Rede onde esses professores atuam tenha fundamentado mais o ensino desses conteúdos ou seja consequência do fato de estarem acostumados a ministrá-los antes da homologação da Base. Pode existir o fato também de docentes que lecionaram há alguns anos os referidos assuntos, ou seja, antes da implementação da BNCC, terem respondido o questionário.

Quando questionados sobre o grau de dificuldade dos alunos nos itens que listamos, relacionados ao MMC, com base na experiência que os pesquisados têm, obtivemos a quantidade de respostas “fácil”, “médio”, “difícil” e “muito difícil” conforme a tabela 3 abaixo:

Tabela 3 – Grau de dificuldade dos alunos nos tópicos de MMC

<b>Item</b>	<b>Respostas “Fácil”</b>	<b>Respostas “Médio”</b>	<b>Respostas “Difícil”</b>	<b>Respostas “Muito Difícil”</b>
Conceito de MMC.	18 (40%)	21 (46,7%)	4 (8,9%)	2 (4,4%)
Cálculo do MMC entre dois ou mais números sem processo prático.	11 (24,4%)	23 (51,1%)	9 (20%)	2 (4,4%)
Processo prático para o cálculo do MMC entre dois ou mais números.	12 (26,7%)	25 (55,6%)	6 (13,3%)	2 (4,4%)
Resolução de situações-problema.	2 (4,4%)	9 (20%)	27 (60%)	7 (15,6%)

Fonte: Dados da pesquisa de campo, dez. de 2020.

Observamos que nos três primeiros itens a maior parte dos pesquisados acha que o nível de dificuldade dos alunos para a compreensão dos mesmos é médio. E que o quarto item, no qual estudantes têm que interpretar questões e aplicar em alguma situação os conceitos e técnicas que aprenderam, a maioria dos docentes concebe que é de difícil compreensão.

Quando questionados sobre o grau de dificuldade dos alunos nos itens que listamos, relacionados ao MDC, com base na experiência que os pesquisados têm, obtivemos a quantidade de respostas “fácil”, “médio”, “difícil” e “muito difícil” conforme tabela 4, a seguir:

Tabela 4 - Grau de dificuldade dos alunos nos tópicos de MDC

<b>Item</b>	<b>Respostas “Fácil”</b>	<b>Respostas “Médio”</b>	<b>Respostas “Difícil”</b>	<b>Respostas “Muito Difícil”</b>
Conceito de MDC.	14 (31,1%)	24 (53,3%)	5 (11,1%)	2 (4,4%)
Cálculo do MDC entre dois ou mais números sem processo prático.	6(13,3%)	25 (55,6%)	11 (24,4%)	3 (6,7%)

Processo prático para o cálculo do MDC entre dois ou mais números.	5 (11,1%)	29 (64,4%)	9 (20%)	2 (4,4%)
Números primos entre si.	7 (15,6%)	26 (57,8%)	9 (20%)	3 (6,7%)
Resolução de situações-problema.	1 (2,2%)	13 (28,9%)	24 (53,3%)	7 (15,6%)

Fonte: Dados da pesquisa de campo, dez. de 2020.

Constatamos que nos quatro primeiros itens a maior parte dos docentes pesquisados considera que o nível de dificuldade dos alunos para a compreensão dos mesmos é médio. E que o quinto item, no qual os educandos têm que interpretar questões e aplicar o que aprenderam, a maioria dos professores concebe que é de difícil compreensão. É pertinente dizermos aqui que por mais que seja um desafio abordar situações-problema durante o ensino, elas tem grande importância, pois mostram a aplicação de conteúdos, dando-os significado, e trabalham a leitura e a interpretação de textos.

Quando indagados sobre de que maneira costumam iniciar a apresentação dos conteúdos MMC e MDC quando os ministram, os pesquisados deram as respostas que estão na tabela 5 seguinte:

Tabela 5 – Maneira de apresentação dos conteúdos MMC e MDC pelos professores

<b>Maneira que Apresenta os Conteúdos</b>	<b>Quantidade de Professores que Utiliza a Maneira</b>
Apresento uma situação-problema e logo depois passo para a definição e os exemplos.	24 (53,3%)
Exponho a definição e exemplos.	13 (28,9%)
Apresento uma atividade introdutória para que os alunos comecem a construir esses conceitos.	7 (15,6%)
Outra maneira (não listada).	1 (2,2%)

Fonte: Dados da pesquisa de campo, dez. de 2020.

Notamos que a maior parte dos professores apresenta os conteúdos de maneira tradicional, não privilegiando o uso de uma metodologia que contribua para a construção gradual dos conceitos e procedimentos. Nos baseando em Mello (2014), percebemos que o currículo de Matemática, relacionado aos assuntos MMC e MDC, posto em prática pela maioria dos pesquisados, é centrado no conhecimento, tendo uma didática expositiva.

Quando questionados, com base na experiência que têm como professores, em qual dos assuntos listados por nós os estudantes apresentam falta de conhecimento ou pouco conhecimento, dificultando o aprendizado dos conteúdos MMC e MDC, os docentes deram as respostas que estão na tabela 6 abaixo (nessa questão os pesquisados podiam marcar mais de uma alternativa):

Tabela 6 – Assuntos em que os estudantes apresentam pouco conhecimento

<b>Assunto</b>	<b>Quantidade de Professores que Indicaram o Assunto</b>
Multiplicação com números naturais.	18 (40%)
Divisão com números naturais.	34 (75,6%)
Conceito de múltiplos.	20 (44,4%)
Conceito de divisores.	32 (71,1%)
Critérios de divisibilidade.	33 (73,3%)
Números primos.	20 (44,4%)
Decomposição de um número natural em fatores primos.	23 (51,1%)

Fonte: Dados da pesquisa de campo, dez. de 2020.

Notamos que todos os assuntos listados foram indicados por uma porcentagem razoável de professores, porém os mais enfatizados como sendo aqueles que os estudantes têm falta de conhecimento ou pouco conhecimento foram “divisão com números naturais”, “conceito de divisores” e “critérios de divisibilidade”, fato que está coerente com o que presenciamos no exercício da nossa profissão. Sobre esse ponto, Fiorelli (2017) constata que mesmo depois da aplicação do projeto para a aprendizagem de MMC e MDC, os estudantes da turma de 8º ano ainda apresentavam dificuldades com os conceitos de múltiplos, de divisores e de MMC e MDC de números naturais e com o algoritmo da divisão.

Na penúltima questão do questionário pedimos aos professores pesquisados que, com base em suas experiências, avaliassem o aprendizado dos alunos sobre MMC e MDC, depois deles ministrarem esses conteúdos, atribuindo uma nota de 0 a 10, em que 0 significaria que a maioria dos alunos não tem aprendizado nenhum e 10 significaria que eles obtêm um aprendizado excelente. As respostas que obtivemos estão organizadas na tabela 7, a seguir:

Tabela 7 – Notas atribuídas ao aprendizado discente

<b>Nota</b>	<b>Quantidade de Professores que Atribuíram a Nota</b>
0	1 (2,2%)
4	2 (4,4%)
5	8 (17,8%)
6	14 (31,1%)
7	8 (17,8%)
8	8 (17,8%)
9	3 (6,7%)
10	1 (2,2%)

Fonte: Dados da pesquisa de campo, dez. de 2020.

É importante ressaltarmos que com essa questão não estamos querendo tratar o aprendizado de maneira simplista, sem ter consciência que o conhecimento dos alunos não pode ser medido, porém trata-se de uma maneira de termos a opinião docente sobre a situação dos estudantes em relação aos conteúdos MMC e MDC. Desse modo, notamos que 25 (55,6%) pesquisados atribuíram uma nota igual ou menor a “6”, o que revela que na concepção desses professores os alunos não conseguem aprender os conteúdos de forma profunda. Essa situação também é observada na nossa atuação docente. Assim, concebemos que o ensino de MMC e MDC merece uma atenção especial.

Na última questão do questionário de pesquisa perguntamos qual seria, na opinião dos professores pesquisados, o fator principal para que os estudantes apresentassem o nível de aprendizado sobre os conteúdos MMC e MDC que os docentes responderam na questão anterior.

Desse modo, educadores que atribuíram uma nota igual ou superior a 8, deram respostas como “Relaciono os conteúdos com situações cotidianas para que assim traga

o aluno pra perto do conteúdo.”, “Perseverança nos estudos.”, “O bom relacionamento com a turma facilita a aceitação das atividades introdutórias e a competição” e “Ao longo do processo os alunos vão evoluindo para o estudo de MDC e MMC”. E docentes que atribuíram nota igual ou inferior a 7, apresentaram respostas como “A grande maioria não tem incentivo dos pais um acompanhamento mínimo p resolver as atividades.”, “Falta de interesse e compromisso no estudo”, “Ausência do domínio em assuntos que são pré-requisitos para compreender MMC e MDC.”, “As condições sociais e econômicas dos alunos da escola pública acabam afetando o seu desempenho.”, “Salas super lotadas e pouca estrutura para desenvolver nossas atividades” e “Falta de base e poucas qualificações ao professor como cursos e outros”.

Consideramos preocupante a pouca participação da família dos estudantes na educação deles e a pouca estrutura oferecida nas escolas da Educação Básica por parte da gestão pública, pois formar cidadãos qualificados exige participação de toda a sociedade. Contudo, por mais que alguns fatores que contribuem para um desempenho não satisfatório dos alunos não estejam diretamente relacionados com o processo de ensino e aprendizagem em sala de aula, as respostas das duas últimas questões do questionário denotam a necessidade da elaboração de materiais didáticos inovadores para o ensino de MMC e MDC, com o objetivo de melhorar a aprendizagem desses conteúdos. Esses materiais podem despertar o interesse dos alunos para a Matemática. É o que um dos autores deste artigo tem por objetivo na sua dissertação de mestrado, onde pretende elaborar uma Sequência Didática para a construção dinâmica, por parte dos alunos, desses conceitos e dos procedimentos relacionados a eles.

## **5. Considerações Finais**

A pesquisa realizada constitui-se em um desafio que buscou diagnosticar como se desenvolve o processo de ensino de MMC e MDC, considerando somente o conjunto dos números naturais, realizado por professores de escolas públicas do Pará. De forma geral, os dados revelaram um cenário preocupante. De um lado a BNCC faz pouca menção aos conteúdos MMC e MDC, bem como o ensino desses assuntos é pouco abordado em dissertações, teses e artigos.

E de outro lado constatamos que as práticas metodológicas usadas no ensino de MMC e MDC, na maioria das vezes, são as tradicionais e o tipo de currículo praticado



é o centrado no conhecimento. Identificamos ainda que na percepção da maioria dos professores pesquisados, os alunos não obtêm um nível alto de aprendizado desses conteúdos.

Esses fatos ressaltam a necessidade de uma atenção maior ao ensino de MMC e MDC e da elaboração de materiais didáticos, por parte de pesquisadores, os quais façam o estudante ocupar um papel ativo na construção do seu conhecimento e que contribua para a melhoria do aprendizado desses assuntos.

Em resposta ao problema de pesquisa “como acontece o processo de ensino de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e Máximo Divisor Comum (MDC), considerando somente o conjunto dos números naturais, nas escolas públicas do estado do Pará?”, podemos concluir que o ensino de tais conteúdos ocorre, na maioria das vezes, de maneira tradicional, onde o educando ocupa um papel de mero receptor de informações, e que o currículo praticado, no tocante a esses assuntos, é o centrado no conhecimento.

## 6. Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, matemática e ciências no Brasil**. 2019. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br>> Acesso em 05/01/2021.
- FIORELLI, Juliana de Oliveira. **Máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum generalizados aplicados no Ensino Básico**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). UNICAMP, Campinas, 2017.
- GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª edição. São Paulo: Atlas S.A. 2008.
- MELLO, Guiomar Namó de. **Currículo da Educação Básica no Brasil: concepções e políticas**. [S. l.], 2014.
- NUNES, Roberto da Silva. **Números primos e a constituição do MMC e MDC**. Dissertação (Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas). UFPA, Belém, 2017.
- PRIEBE, Débora Danielle Alves Moraes. **Tópicos de Aritmética para as séries finais do Ensino Fundamental: Uma proposta focada na Resolução de Problemas**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). UFG, Goiânia, 2016.

# UM ESTUDO SOBRE PESQUISAS NA APLICAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DE SEGUNDO GRAU POR MEIO DA EXPERIÊNCIA DO PROFESSOR E ALUNO

**Vinícius Oliveira Moraes**

Universidade Federal do Pará

[viniciusoliveiramoraes7@gmail.com](mailto:viniciusoliveiramoraes7@gmail.com)

**Prof. Dr. Adriano Aparecido Soares da Rocha**

Universidade Federal do Pará

[adrianoasr37@gmail.com](mailto:adrianoasr37@gmail.com)

## RESUMO

Este trabalho foi desenvolvido a partir de pesquisas bibliográficas que visam a utilização do software Geogebra para o ensino do conteúdo de função polinomial de segundo grau, objetivando assim sinalizar sua contribuição e possibilidade de ensino para este conteúdo em questão, bem como averiguar a perspectiva dos professores e alunos perante sua aplicação para o ensino referido, levantando possibilidades e desafios encontrados por estes, sendo assim, abordamos e direcionamos caminhos para a prática do software Geogebra no ambientes de aprendizagem e construção de conhecimento. As pesquisas foram realizadas através de artigos, monografias e pesquisas encontradas nas plataformas como Google acadêmico, anais e revistas científicas, tendo como base as palavras chave específica Geogebra, função de segundo grau.

**PALAVRA-CHAVE:** Geogebra. Ensino. Função de segundo grau. Aprendizagem. Formação.

## INTRODUÇÃO

O Geogebra é um software que vem ganhando espaço nas rodas de conversa entre os educadores de matemática, onde os mesmos, estão se dedicando para aplicar e extrair todas as potencialidades que o software Geogebra oferece. No caso deste trabalho, iremos averiguar essas possibilidades e suas resultantes do ensino da função de segundo grau, uma vez, visto na prática em sala de aula como os alunos e professores se comportam perante esta ferramenta de ensino.

O Geogebra, segundo seu site oficial é definido como “um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar”. Sua distribuição é livre, nos termos da GNU (General Public License), e é escrito em linguagem Java, o que lhe permite estar disponível em várias plataformas”. Assim sendo, se torna um software acessível com um conjunto de ferramentas dispostas

para a interação de diversos conceitos matemáticos. Dantas (2018, p. 34) enfatiza que não é possível definir o que vem a ser o Geogebra sem que haja uma atividade e interlocutores aos quais se direcionar, pois, o Geogebra pode se tornar objetos distintos a depender da ação executada.

No que se refere a função polinomial de segundo grau, segundo o livro Fundamentos de Matemática Elementar Volume 1 – Conjuntos e Funções: “Definimos como função do 2º grau, ou função quadrática, uma aplicação  $f$  de  $R$  em  $R$ , quando associa a cada  $x \in R$  o elemento  $(ax^2 + bx + c) \in R$ , em que  $a, b, c$  são números reais dados e  $a \neq 0$ ”. Esta fórmula é geralmente usada para projetar artificios que possuem trajetos, verificação de comportamento de determinado reflexo, velocidade, entre outros.

Partindo desses conceitos busca-se analisar pesquisas que visam a utilização do software Geogebra em sala de aula, nos traz possibilidade de uma reflexão mais aprofundada e fundamentada nos resultados práticos do processo de ensino do professor e aprendizagem do aluno, compreender o que os autores das pesquisas destacam sobre essa questão e a utilização do software para o ensino de função polinomial de segundo grau. Tendo assim, apresentar por meio deste trabalho a integração dos resultados dessas pesquisas em um conjunto de análises para expor uma discursão em torno do ensino de função polinomial de segundo grau.

Esta pesquisa bibliográfica, se divide em quatro etapas, a primeira iremos falar sobre a metodologia utilizada para o desenvolvimento deste trabalho, segundo momento iremos abordar a formação do professor e suas experiências através do Geogebra, em terceiro momento iremos abordar a prática do aluno na utilização desta ferramenta, e em quarto momento iremos apresentar a utilização do software Geogebra para o ensino do conteúdo de função polinomial de segundo grau. Após iremos apresentar as reflexões e considerações sobre a utilização deste utilitário no ensino sobre funções de segundo grau.

### **Abordagem metodológica**

Para a abordagem metodologia desta pesquisa foi utilizado o método da pesquisa bibliográfica, pois é um procedimento metodológico importante na produção do conhecimento científico capaz de gerar, especialmente em temas pouco explorados, a conjectura de hipóteses ou interpretações que nos possibilitara um ponto de partida para outras pesquisas.

Sendo assim, este trabalho foi desenvolvido perante a análise de pesquisas realizadas através de artigos, monografias e pesquisas encontradas nas plataformas cuja são: CAPES, Google acadêmico, revistas científicas e monografias, tendo como base as palavra-chave Geogebra e função de segundo grau, o qual contam 23 pesquisas levantadas. A distribuição destes se encontra na tabela a seguir:

SITE/PLATAFORMA	TÍTULO	TOTAL
<p>CAPES (<a href="https://www.gov.br/capes/pt-br">https://www.gov.br/capes/pt-br</a>)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Utilização do software geogebra no ensino de matemática: funções do segundo grau e aprendizagem de conteúdos matemáticos no PIBID.</li> </ul>	1
<p>GOOGLE ACADÊMICO (<a href="https://scholar.google.com.br/?hl=pt">https://scholar.google.com.br/?hl=pt</a>)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Software geogebra no ensino de função do 2º grau: um estudo do comportamento dos gráficos</li> <li>● O uso do geogebra no ensino-aprendizagem de função quadrática</li> <li>● Utilizando o geogebra no estudo de funções polinomiais do 2º grau</li> <li>● Revisitando o estudo de funções quadráticas com o auxílio do geogebra.</li> <li>● Utilização do software geogebra no ensino e aprendizagem de funções polinomiais do segundo grau.</li> <li>● Funções polinomiais do segundo grau mediados pelo software geogebra na perspectiva dos registros de representação semiótica.</li> </ul>	6
<p>MONOGRAFIAS</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Sequência didática usando o geogebra na aprendizagem de função quadrática no ensino fundamental II.</li> <li>● O uso do software geogebra como ferramenta pedagógica no estudo de funções quadráticas em turmas de 9º ano do ensino fundamental do CMF.</li> <li>● O uso do geogebra no ensino de função quadrática.</li> <li>● O ensino de funções quadráticas a partir do uso do geogebra em dispositivos móveis.</li> <li>● O Ensino de Funções do 2º grau com o uso do Software Geogebra: Uma experiência no 1º ano do Ensino Médio Rio Tinto – PB 2017</li> <li>● Cálculo no ensino médio: uma abordagem possível e necessária com o auxílio do software geogebra.</li> </ul>	10

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uma tarefa para o ensino de função quadrática com o software geogebra: discussões acerca de suas potencialidades.</li> <li>• Contribuições para o ensino de funções do 2º grau com o software geogebra na formação docente.</li> <li>• Uso da Geogebra no Ensino das Funções Quadráticas: Uma proposta para sala de aula.</li> <li>• Explorando as funções quadráticas com o auxílio do geogebra.</li> </ul>	
<p>REVISTAS CIENTÍFICAS</p> <p>(<a href="http://periodicos.uniateu.edu.br/index.php/revista-educacao-e-ensino/about">http://periodicos.uniateu.edu.br/index.php/revista-educacao-e-ensino/about</a>)</p> <p>(<a href="https://revistas.unifan.edu.br/index.php/RevistaISE">https://revistas.unifan.edu.br/index.php/RevistaISE</a>)</p> <p>(<a href="https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT">https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT</a>)</p> <p>Revista instituto geogebra.</p> <p>Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco, ISSN 2316-7297 – Volume 8, Número 1, pág. 26-39, 2019.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uma experiência na formação: o ensino de funções e a geogebra.</li> <li>• Uma análise da função quadrática utilizando o software geogebra.</li> <li>• Um levantamento sobre pesquisas com o uso do software geogebra no ensino de funções matemáticas</li> <li>• Um relato de experiência no ensino de funções quadráticas com a utilização do software Geogebra</li> <li>• Investigando o ensino de funções quadráticas com a utilização do software Geogebra.</li> <li>• A utilização do geogebra na construção de gráficos e compreensão dos coeficientes das funções quadráticas.</li> </ul>	6
	Total	23

Tendo agora apresentado o apuramento a serem integralizados no estudo da função polinomial de segundo grau, utilizando o software Geogebra, podemos perceber que em diferentes plataformas/site, se encontra trabalhos que envolvem aplicação do Geogebra para o estudo de função de segundo grau, uma vez trazendo como palavra-chave: ensino, aprendizagem, função de segundo grau e Geogebra.

A partir desses trabalhos foi realizada a leitura perante a observação do conjunto que se impõe quanto à natureza e alcance das produções colhidas, destacando posteriormente seus pontos comuns e os resultados de cada contribuição através da sua

realização. Logo, se foi analisado cada produção em consonância com a busca de como os professores e alunos se comportam perante a temática, sendo assim, apesar de relevante os resultados de cada pesquisa, se buscou nesse apanhado de leituras, acompanhar o processo ao qual o professor e aluno são submetidos, resultando dessa leitura de observação a experiência do professor e aluno durante o processo de integração das pesquisas estudadas.

### **Do ensino ao fazer: a formação do professor e o uso do geogebra no ensino de função de segundo grau**

Atualmente os professores dispõem de apoio técnico e espaço como laboratórios de informática para uma prática diferenciada em suas aulas, no que tange o professor de matemática, observamos que além desse espaço e apoio, conta com diversos softwares para o ensino de matemática, porém, ainda nesse cenário não se utilizam dessas possibilidades, isso está explícito no que se refere a formação do professor.

“Busca-se que cada professor ou futuro professor desenvolva o próprio material em consonância com esse processo reflexivo (pensar-com-a-tecnologia)” (ROSA; PAZUCH; VANINI, 2012, p. 99).

O professor de matemática entra no processo de formação com a imagem mecânica do ensino e aprendizagem da matemática, não ainda vendo o leque de possibilidades de recursos mobilizados para a prática docente, assim o primeiro contato com o problema a ser abordado perpassa pela experiência do professor, e como sendo mediador do conhecimento, necessita o professor está um passo à frente do aluno, para que assim possa sanar suas dúvidas. As dificuldades não se apresentam em o professor ter domínio no saber científico, e sim na manipulação do recurso a ser manipulado, e tendo em vista de como trabalhar com a manipulação do mesmo, de forma a expressar para o aluno o conteúdo através dele, por esse motivo: “O conhecimento do software é condição fundamental para viabilizar as novas posturas por parte dos professores, e a construção de seus próprios caminhos” (BAIRRAL, 2007; GABINI; DINIZ, 2009).

Os professores indagam suas necessidades e querem saber o caminho, mas precisam estar familiarizados com o que lhes é apresentado. O conhecimento de software é condição básica para que o professor adote novas atitudes e estabeleça sua própria prática docente, e a prática das pesquisas analisadas ofereceram isso aos professores, onde se conclui que o Geogebra propõe ao professor utilizar como ferramenta de aprendizagem

e registro do desenvolvimento de compreensão do aluno, isso pois, poderá ser observado na íntegra as atividades executadas pelo aluno, percebendo até mesmo o que ainda está confuso no entender do aluno.

“Na matemática o conteúdo funções é amplo e de grande complexidade, apresentando dificuldades específicas; uma delas são suas diferentes representações. Sendo assim, cabe ao professor pesquisar e oportunizar atividades desafiadoras para que o aluno consiga “trafegar” entre elas verificando suas semelhanças e desta forma facilitar a compreensão dos seus conceitos, suas propriedades, bem como as especificidades das relações em suas aplicações”. Duval (2003, p. 23).

Assim, no que se especifica o ensino de função polinomial de segundo grau, podemos destacar que as principais visões do professor através das pesquisas ao qual eles participaram, o critério, a compreensão de como submeter e elaborar a abordagem do conteúdo, as questões problemas e definir qual linguagem a ser utilizada, são questões levantadas por estes em busca de como fazer para usar esta metodologia para introduzir um conteúdo sem ser repetitivo para o aluno, tendo estratégias motivadoras para os alunos. Outra questão é precisar assumir uma perspectiva não só crítica, mas também reflexiva da atuação educativa diante da realidade, por exemplo, podemos manipular os coeficientes da função de modo a explicitar o que os mesmos caracterizam na lei de formação e representação gráfica no plano cartesiano, e isso é feito de forma dinâmica e intuitiva no software, saindo assim do processo mecânico e repetitivo, com isso o professor consegue seu objetivo de envolver o aluno e o torna autor do seu processo de aplicação referente ao conteúdo.

### **Do descobrir ao entender: a prática da autonomia de conceitos.**

Após discutirmos sobre as experiências dos professores, iremos debater sobre a experiência enquanto aluno na utilização do Geogebra para o estudo de Função de segundo Grau, evidenciando suas dificuldades e êxitos, e explanar sua opinião sobre a ferramenta bem como sua aplicação.

“Uma série de competências humanas relacionadas a conhecimentos matemáticos e científico-tecnológicos. Referenda-se uma visão do Ensino Médio de caráter amplo, de forma que os aspectos e conteúdos tecnológicos associados ao aprendizado científico e matemático sejam parte essencial da formação cidadã de sentido universal e não somente de sentido profissionalizante”. (BRASIL, 2000, p.04).

Sabemos que o estudo da função apresenta a necessidade de maneiras distintas de resolução, tendo as aplicações e aspectos próprios, que se alteram quando modificados

esses elementos característicos, a realização de um estudo de funções onde o aluno pode questionar e aplicar suas hipóteses, proporciona que o aluno tenha noção do que ele está desenvolvendo, além da representação geométrica da função estudada e aplicada no software. Com isso o aluno obtém a prática da crítica- reflexiva, da importância de se ter domínio nas características da função, e entender porque ela é diferente de outra função, é perceber como a função quadrática é utilizada, uma vez que ao observar uma questão problema já se sabe se pode utilizá-la ou não.

Através dos recursos de animação de alguns softwares geométricos, o aluno pode construir, mover e observar de vários ângulos as figuras geométricas, além de modificar algumas de suas características. Há desenhos de execução bastante complicada e até mesmo impossível com as tecnologias tradicionais (papel e lápis e quadro e giz, por exemplo) e que se tornam facilmente exequíveis com o uso do computador (ALVES; SOARES, 2003, p. 4).

Os alunos nas pesquisas aplicadas relatam que através do Geogebra levantaram questionamento que geralmente o professor faria a eles, e partindo deles essa indagação possibilita um diálogo sobre o conteúdo sem receio do medo, uma vez que o próprio aluno entende que é importante saber tal conceito para executar tal ação. O professor se torna na troca de conhecimento o suporte para esclarecer suas possibilidades, da mesma forma como o diálogo do decorrer da aula elencada se baseia na resolução de problemas por parte dos alunos de um modo dinâmico e significativo somando para a avaliação do professor.

Deste modo o estudo da função quadrática que se deu, por exemplo, na parte gráfica ao verificar seu comportamento e partindo da análise da função do segundo grau utilizando o software Geogebra, se consegue escrever as propriedades e cálculos que fossem necessários para esboça-lo.

Em relação às dificuldades relatadas nas pesquisas em relação aos alunos, foi em relação ao acesso de aparelho para a execução das tarefas, uma vez que o aluno não possui, ou a sala de informática não é utilizada pelo professor, em início principalmente no primeiro contato é complicado ao aluno saber identificar cada ferramenta do painel de controle, mas que com uma prática prévia se é possível resolver esta questão. Aquele famoso questionamento sobre onde utilizar a fórmula de Bháskara já se responde na manipulação do software, visto cada elemento da fórmula um fator importante para se chegar ao objetivo da resolução, e como a ausência pode interferir na mesma.



### **O conteúdo abordado no Geogebra.**

Ao propor uma aula utilizando o Geogebra em ênfase no caso, o conteúdo de função polinomial de segundo Grau, pode-se observar que planejamento e estratégias são fundamentais para o ensino no ambiente de aprendizagem, como apresentado anteriormente o aluno possui sua autonomia e desenvolve sua capacidade de análise e prática, já o que se diz respeito ao professor, precisa de preparo, conhecimento e seguridade ao utilizar o Geogebra, bem como estar disposto a aprender, tendo consciência que durante a própria aplicação da metodologia, surgir algo novo, como hipoteticamente, construção de objetos artísticos utilizando somente conceito de função de segundo grau. E pela praticidade móvel os alunos deixam mais evidente a boa aceitação quanto à utilização do Geogebra, uma vez que podem utilizá-lo para além da sala de aula e se tornar mais íntimo do software.

Nas produções analisadas a função quadrática se apresenta trabalhada em etapas, porém, dependendo de aluno para aluno ela é desenvolvida mais rapidamente, possibilitando o aluno a utilizar ferramentas além daquelas usadas para o estudo de função, sendo assim, esta pesquisa realizada sugere que apenas as ferramentas necessárias fiquem disponíveis para os alunos manusearem evitando que os alunos percam o foco das atividades propostas, mesmo que havendo em outras pesquisas o primeiro contato e conseqüentemente a vontade do professor/pesquisador apresentar as ferramentas para além daquelas a serem utilizadas.

O Geogebra pode ser utilizado de diversas maneiras e em momentos diferentes, em função dos conceitos e construções que se pretende problematizar em sala de aula. Multiplicando as experiências e as interações. Apesar das aplicações serem do mesmo conteúdo, e passadas aos alunos em uma abordagem de ensino por etapas, cada pesquisador tentou de sua maneira ter o máximo da interação do software, uns preferiam abordar o assunto tecnicamente da maneira tradicional para depois aplicar no Geogebra, outros optaram pela análise do discurso em consonância com a prática uma vez que buscavam de forma intuitiva fazer os alunos modelarem o conteúdo, outros já optaram para uma abordagem direta sobre a função estudada no Geogebra, atendendo às dúvidas dos alunos, alguns pesquisadores utilizaram roteiros de atividades na execução de suas aplicações de pesquisas, principalmente quando se utiliza o aparelho celular. Estas entre outras foram as formas de se trabalhar com o utilitário nos ambientes de aprendizagem.

Agora sabendo das diferenças de aplicação, cabe aqui destacar o que essas aplicações têm em comum no que se refere ao ensino de conteúdo de função. Começamos evidentemente pelo software utilizado, apesar de usados em máquinas diferentes, contém as mesmas ferramentas necessárias para o ensino e explanação do assunto abordado, em segundo, o cuidado de se estabelecer etapas como dito anteriormente, da caracterização à construção gráfica da função, em terceiro, a possibilidade de deixar o aluno resolver um problema proposto, bem como exemplificar uma questão para que o aluno tenha noção de como se dá a construção, em quarto, se destaca a importância de se manter um diálogo ou feedback dos alunos, uma vez que se busca efetivar o ensino e o possível aprendizado.

“O estudo das funções quadráticas tem sua origem na resolução da equação do segundo grau; problemas que recaem na equação do segundo grau estão entre os mais antigos na História da Matemática”. Lima (2006, p. 119).

Apesar de antigo, o conteúdo abordado apresenta vários desafios para a aprendizagem do aluno, uma vez que o assunto é focado em trabalhar a teoria, sendo que por meio da utilização do conhecimento na prática, favorece o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Matemática e desmistificando a ideia de disciplina difícil e sem aplicação real como muitos pensam, uma vez que se buscou novas formas para a resolução de problemas, também se criou ferramentas auxiliaadoras e os métodos foram se lapidando.

“Antes da notação dos coeficientes, o que se tinha era uma receita que ensinava como proceder em exemplos concretos (com os coeficientes numéricos), ou seja, a regra para encontrar dois números cuja a soma e cujo o produto são dados, era assim enunciada pelos babilônios: Eleve ao quadrado a metade da soma, subtraia o produto e extraia a raiz quadrada da diferença. Some ao resultado a metade da soma. Isso dará o maior dos números procurados. Subtraia-o da soma para obter o outro número” (LIMA, 2006).

A forma como é passado o conteúdo passou por várias transformações até chegar na maneira formal conhecida atualmente, sendo assim, se percebe que é necessário se efetivar uma construção do saber ao fazer, para que o aluno entenda como o conteúdo passou por várias etapas, e compreenda que o conhecimento não é algo pronto e acabado e sim construído aos poucos, e é essa experiência construtiva de tentativa e erros que o Geogebra possibilita ter.

## **Conclusão**

Nesta pesquisa apresentada, buscou-se colaborar com a reflexão sobre a importância do uso do software Geogebra no ensino de função polinomial de segundo grau, vista através das pesquisas levantadas o seu potencial de ferramenta de ensino, bem como um software de autonomia e com grande acessibilidade, mas que perante as dificuldades do professor e o incentivo na utilização desse meio tecnológico, ainda não se chegou a sua real ascensão no que se refere a prática em sala de aula, apresentando através da reflexão das pesquisas desenvolvidas que efetivam a utilização de TIC`S, nos traz possibilidades de conhecimento e desenvolvimento ao novo cenário da educação que vem se tornando a cada dia mais moderno no que refere as formas e metodologias de ensino.

Perante o estudo da função polinomial de segundo grau, se pode observar que com o auxílio do Geogebra, é possível sanar algumas lacunas, tanto pelos conceitos e definições, como pela sua utilização no cotidiano do aluno, essa maneira de se aprender um conteúdo partindo do exemplo explano neste trabalho, visa o processo natural do pensar e repensar partindo da experiência da manipulação do aluno perante as características do conteúdo, e o professor como mediador ter acesso a uma avaliação de desempenho coerente com o desenvolver do aluno.

As experiências tanto dos professores como dos alunos, apesar das dificuldades que ocorrem, traz uma estratégia perante a determinação e estímulo para seguir o objetivo de garantir apesar de maneira introdutória como se apresentou alguns levantamentos, um contato através de uma ferramenta interessante para o aprendizado do conteúdo das funções quadráticas: o Geogebra.

Este software que permite a interação e a comunicação entre professor e aluno, traz consigo o estímulo de partilha do conhecimento, e possibilita ao professor uma prática docente que transcende o aprendizado, a partir de aplicações significativas utilizadas através da oralidade para contextualizar o que se observa ou o que se resulta sobre funções de segundo grau. Havendo a via do professor inspirar no aluno a prática matemática, lógica, compreensão e visão de mundo, desperta o aluno a pensar melhor, ter tomadas de decisões, e sanar nas suas curiosidades a vontade de aprender e multiplicar seus conhecimentos, vendo o conteúdo em todos os pontos de vistas, seja ele na elaboração de um projétil, a uma trajetória de uma bola em campo, e até mesmo perceber a alto do preço dos produtos no mercado.

## **REFERENCIAS**

ALVES, G. de S.; SOARES, A. B. Geometria Dinâmica: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do software Tabulae. **Anais do IX Workshop de Informática na Escola (WIE)**, 2003. p. 175-186. Disponível em: <<https://www.br-ie.org/pub/index.php/wie/article/view/786>>. Acesso em: 19 Ago. 2021.

AMARAL, M. P.; FRANGO, I. Um Levantamento sobre Pesquisas com o Uso do Software Geogebra no Ensino de Funções Matemáticas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 9, n. 1, p. 90-107, 2014.

ARAÚJO, B. P. da S.; SOUSA, E. R. de. Uma Análise da Função Quadrática Utilizando o Software Geogebra. **Revista Acadêmica Educação e Cultura em Debate**, v. 6, n. 2, 23 p. Jan/dez 2020.

BAÍÁ, L. K.; SANTOS, D. M. dos. A Utilização do Geogebra na Construção de Gráficos e Compreensão dos Coeficientes das Funções Quadráticas. **Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco**, v. 8, n. 1, p. 26-39, 2019.

BARALDO, B.P.F. **Sobre a necessidade e a viabilidade de um ensino dinâmico de funções**.2009. Monografia - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

BISPO, Carolyne da Conceição. et al.. O uso do geogebra no ensino-aprendizagem de função quadrática. **Anais VI CONEDU...** Campina Grande: Realize Editora, 2019. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/61773>>. Acesso em: 19 Ago. 2021

BORUCH, I. G de S. **Uma Tarefa para o Ensino de Função Quadrática com o Software Geogebra**: Discussões acerca de suas Potencialidades. 2017. 42 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Centro de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Estadual do Paraná, União da Vitória, 2017.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos**. Brasília. 2000.

CARVALHO, V. Z. de. **Contribuições Para o Ensino de Funções do 2º Grau com o Software Geogebra na Formação Docente**. 2017. 101 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências Biológicas e da Natureza, Universidade Federal do Acre, Rio Branco, 2017.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemática: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre. Artmed, 2001.

COELHO, A. G. V. et al. UMA EXPERIÊNCIA NA FORMAÇÃO: O ENSINO DE FUNÇÕES E O GEOGEBRA. **Revista de Educação e Ensino**, Uberlândia, n. 17, Janeiro/Junho 2015. 13. (ISSN: 1983-3857)

DANTAS, S. C. O QUE É O GEOGEBRA? What is GeoGebra? **O Geogebra**, 2018. Disponível em: <<http://ogeogebra.com.br/arquivos/oqueeogebra.pdf>>. Acesso em: 19 Ago. 2021.

DIAS, L. P. **O Ensino de Funções do 2º grau com o uso do Software Geogebra**: Uma experiência no 1º ano do Ensino Médio. 2017. 60 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Centro de Ciências Aplicadas e Educação, Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2017.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

ENGLISH, L.; LESH, R.; FENNEWALD, T. Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11, 2008, Monterrey. **Proceedings...** Monterrey: ICMI. p. 46-58. Disponível em: <[http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio\\_web/Documentos\\_files/tsg19icme11.pdf](http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf)>. Acesso em: 05 JULHO. 2021.

GABINI, W.S.; DINIZ, R.E.S. **Os professores de química e o uso do computador em sala de aula**: discussão de um processo de formação continuada. *Ciência & Educação*, Bauri, v. 15, n. 2, p. 343-58, 2009.

GEOGEBRA. **O que é o GeoGebra?**. [S.I] [2005?]. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/about>>. Acesso em: 19 Ago. 2021

GONÇALVES, A. M. H. **Explorando as Funções Quadráticas com o Auxílio do Geogebra**. 2021. 24 f. TCC-Artigo (Especialização em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Universidade Aberta do Brasil, Patos, 2021.

IEZZI, G. Funções Quadráticas. In: MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar 1**: conjuntos e funções. 7.ed. São Paulo: Atual, 1993. cap. 7, p. 138.

LIMA, E. L. **A Matemática do Ensino Médio**. v. 1. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. Coleção do Professor de Matemática.

LIMA, E. P. **Sequência Didática Usando o Geogebra na Aprendizagem de Função Quadrática no Ensino Fundamental II**. 2016. 162 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2016.

LIRA, Christianne Torres. et al.. Utilizando o geogebra no estudo de funções polinomiais do 2º grau. **Anais II CONAPESC...** Campina Grande: Realize Editora, 2017. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/28912>>. Acesso em: 19 Ago. 2021

MACHADO, A. E. **O Ensino de Funções Quadráticas a partir do Uso do Geogebra em dispositivos Móveis**. 2019. 42 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Rio Grande, 2019.

MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em Matemática**. 7<sup>a</sup>. ed. Campinas: Papirus, 2003.

MOLINARI, J. R. A.; RETSLAFF, F. M. de S.; SANTOS, L. A. dos. Investigando o ensino de funções quadráticas com a utilização do software Geogebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v.7, n. 3, p. 03-18, 2018.

MOLINARI, J. R. A.; SANTOS, L. A. dos.; RETSLAFF, F. M. de S. Um relato de experiência no ensino de funções quadráticas com a utilização do software Geogebra. **Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, v. 5, n. 2, p. 15-28, Jul. 2019.

MOLON, J. **Cálculo no ensino médio: uma abordagem possível e necessária com o auxílio do software geogebra**. 2013. 198 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Centro de Ciências Naturais e Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

NÉRI, I. C. (2010). **Funções Polinomiais Do Segundo Grau Mediados Pelo Software Geogebra Na Perspectiva Dos Registros De Representação Semiótica**. São Paulo.

PINTON, I. L. D. et al. **Utilização do software Geogebra no ensino de matemática: Funções do segundo grau e aprendizagem de conteúdos Matemáticos no PIBID**. Seminário Institucional - PIBID, Bauru, 29 nov. 2016. 3 p.

ROSA, M.; PAZUCH, V.; VANINI, L. Tecnologias no ensino de Matemática: a concepção de cyberformação como norteadora do processo educacional. In: XI ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2012, Lajeado/RS. **Anais...** Lajeado/RS: [s.n.], 2012.p. 1-7.

SANTANA JÚNIOR, E. J. de. **Uso do Geogebra no Ensino das Funções Quadráticas: Uma proposta para sala de aula**. 2011. 51 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2011.

SANTOS, M. C. W. **Revisitando o estudo de funções quadráticas com o auxílio do GeoGebra**. 2018. 42 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio) - Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, Três de Maio, 2018.

SCHARDOSIM, E.; MEDEIROS, M. F. **Utilização do software geogebra no ensino e aprendizagem de funções polinomiais do segundo grau**. 3<sup>o</sup> Simpósio De Integração Científica e Tecnológica Do Sul Catarinense. [S.l.]: [s.n.]. 2014. 10 p.

SILVA, Lucinete Barbosa da. et al.. Software geogebra no ensino de função do 2<sup>o</sup> grau: um estudo do comportamento dos gráficos. **Anais VII CONEDU - Edição Online...** Campina Grande: Realize Editora, 2020. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/69561>>. Acesso em: 19 Ago. 2021

SILVA, W. R. D. **Aplicação do Geogebra no estudo de funções quadráticas**. Pará de Minas, 2013.

SOUSA, R. M. de. **O Uso do Geogebra no Ensino de Função Quadrática**. 2014. 77 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto de Ciências da Educação, Universidade Federal do Oeste do Pará – UFOPA, Santarém, 2014.

SOUZA, F. A. L. de. **O Uso do Software Geogebra Como Ferramenta Pedagógica no Estudo de Funções Quadráticas em Turmas de 9º Ano do Ensino Fundamental do CMF**. 2012. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

**Palestra: ÉGUA: a linguagem de programação destinada ao ensino de matemática.**

Dr. Denis Carlos Lima Costa (IFPA) Lucas Pompeu Neves (IFPA)



**ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA DISCENTE NA APRENDIZAGEM  
NO CONCEITO DE MEDIR FUNDAMENTADO NO SISTEMA DIDÁTICO  
GALPERIN, TALÍZINA E MAJMUTOV NO 6º ANO DO ENSINO  
FUNDAMENTAL**

**Vânia dos Santos Dourado,**  
**Universidade Federal de Roraima - UFRR**  
[vania10.beatriz@gmail.com](mailto:vania10.beatriz@gmail.com)

**Soraya de Araújo Feitosa**  
**Universidade Federal de Roraima - UFRR**  
[soraya.feitosa@ufrr.br](mailto:soraya.feitosa@ufrr.br)

**Héctor José García Mendoza**  
**Universidade Federal de Roraima - UFRR**  
[hector.mendoza@live.com](mailto:hector.mendoza@live.com)

#### **RESUMO**

Este artigo apresenta a pesquisa desenvolvida no Trabalho de Conclusão de Curso no 1º semestre de 2021, e partiu do pressuposto que o ensino de matemática enfrenta práticas educacionais no modelo tradicionalista, em que são propostos problemas com situações totalmente distanciadas do cotidiano discente, deixando a aprendizagem vazia de significados. Desta forma, estas práticas são criticadas por não cumprirem o objetivo de aprendizagem. Como contraponto, este trabalho teve como objetivo analisar a contribuição do Esquema de Base Orientadora Completa da Ação da Atividade de Situações Problema Discente na aprendizagem no conceito de medir fundamentado no sistema didático Galperin, Talízina e Majmutov no 6º ano do Ensino Fundamental. A Atividade de Situações Problema Discente constitui-se com uma estratégia para a resolução de problemas na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) e é formada por quatro ações: formular o problema discente, construir o núcleo conceitual e procedimental, solucionar o problema discente e analisar a solução. O Esquema da Base Orientadora Completa é referência do professor para controle da atividade de estudo. Esta pesquisa caracteriza-se como teórica e apresenta, ao final, uma sequência didática para trabalhar o conceito de medir no 6º ano do Ensino Fundamental Anos Finais. A sequência didática está fundamentada na Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin, na Direção da Atividade de Estudo de Talízina e no Ensino Problematizador de Majmutov. Palavras Chaves: Esquema da Base Orientadora Completa da Ação. Atividade de Situações Problema Discente. Conceito de medir. Resolução de Problemas.

#### **Introdução**

Observando-se o contexto atual do processo de ensino e aprendizagem da Matemática nas escolas brasileiras, e visando um entendimento que colabore com esse processo, este trabalho parte do princípio que para a eficiência do processo de ensino e aprendizagem deve-se buscar uma teoria que explique como o ser humano aprende. Neste estudo aborda-se a teoria cognitiva.

Para um bom ensino, faz-se necessário o domínio dos conteúdos matemáticos e metodologia de ensino. Um desafio constante do professor é encontrar meios efetivos

para a aprendizagem dos alunos, sendo muito comum hoje nas salas de aulas o ensino empírico sem fundamento científico. Dominar os conteúdos matemáticos não significa ser bom professor, ou seja, é uma condição necessária, mas não suficiente. O processo de ensino-aprendizagem neste estudo está fundamentado sobre bases científicas da psicologia cognitiva, dotado de uma metodologia para o professor conduzir o processo docente e com as particularidades das didáticas específicas.

Em muitas ocasiões os métodos de ensino e aprendizagem utilizados para a resolução de problemas matemáticos têm características tradicionais, nesse sentido utilizam resoluções como aplicações dos conteúdos e não como instrumento para aplicar na ciência e na vida cotidiana. Frente a este dilema, o processo de ensino deve focar na aprendizagem dos alunos e estar fundamentada sobre bases psicológicas. Portanto, a resolução de problema como metodologia de ensino é uma opção interessante a ser utilizada, sem desconsiderar outras metodologias.

Diante desse contexto surge o seguinte questionamento: quais são as contribuições do Esquema de Base Orientadora Completa da Ação (EBOCA) da Atividade de Situações Problema Discente (ASPD) na aprendizagem no conceito de medir fundamentado no sistema didático Galperin, Talízina e Majmutov no 6º ano do Ensino Fundamental? Para responder a esta questão, foi traçado como objetivo geral analisar a contribuição do Esquema de Base Orientadora Completa da Ação (EBOCA) da Atividade de Situações Problema Discente (ASPD) na aprendizagem no conceito de medir fundamentado no sistema didático Galperin, Talízina e Majmutov no 6º ano do Ensino Fundamental.

O artigo apresenta as teorias nas quais se fundamentou a pesquisa, a saber, a Teoria da Atividade de Estudo de Leóntiev e a Atividade de Estudo fundamentada em Galperin e Talízina. Explica ainda, a Base Orientadora da Ação (BOA), define o Esquema da Base Orientadora da Ação (EBOCA) e propõe uma discussão em torno do Ensino Problematizador de Majmutov por meio do Esquema da Base Orientadora da Ação da Atividade de Situações Problema Discente em Matemática.

Da mesma forma, este artigo discorre sobre as competências e habilidades para o 6º ano do Ensino Fundamental de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresentando um modelo didático para formação do conceito de medir do Esquema da Base Orientadora Completa da Ação (EBOCA) da Atividade de Situações Problema Discente (ASPD), e os princípios para a construção das tarefas com enfoque problematizador e uma proposta de uma sequência didática sobre o conceito de medir.

## **Teoria da Atividade de Estudo**

Vygotsky colaborou de forma significativa com a educação e a psicologia, em seus diversos estudos destacou-se o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Nessa teoria desenvolveu-se dois grandes conceitos que demonstram como funcionam as funções intelectuais superiores e psicológicas. O fato de os professores deverem trazer novamente conceitos e conteúdos já conhecidos pelos alunos em situações novas, reflete tais conceitos destacados nesta teoria, pois expressa como se desenvolve o processo de aprendizagem.

Então foram desenvolvidos os conceitos de "zona de desenvolvimento proximal", que se divide em dois aspectos: Zona de Desenvolvimento Atual e Zona de Desenvolvimento Potencial. O primeiro, refere-se ao o que o aluno já sabe, ou seja, pode-se destacar que são os conhecimentos prévios, aquilo que o aluno já internalizou, ou seja, o aluno desenvolve as tarefas de maneira independente. O segundo, diz respeito ao que o estudante ainda irá aprender de fato, mas com a ajuda do professor, do colega ou até mesmo de um adulto. De maneira específica, para Vygotsky a Zona de Desenvolvimento Proximal é a distância entre a Zona de Desenvolvimento Atual e Zona de Desenvolvimento Potencial.

Dessa forma, Vygotsky (2003) define que a "Zona de Desenvolvimento Proximal" é a distância entre o nível real de desenvolvimento que é habitual determinado por resolução de problemas e independente do nível de desenvolvimento potencial, determinado através de resolução de problemas na direção de um adulto ou uma colaboração de pares mais capazes.

Segundo Talízina (1988, p. 23), Leóntiev torna a atividade o objeto da psicologia e é precisamente através dele, que o sujeito se relaciona com o mundo. Em seus estudos sobre a estrutura das atividades Leóntiev considerado o propósito e razão como elementos-chave e estabelecido que tanto devem corresponder, também separar os conceitos de ação, atividade, e operação. Neste sentido, a atividade humana é parte das ações que são executadas através de operações. Considerando a atividade mental como um caso especial da atividade humana na sua relação com seu mundo material externo. Portanto, para o aluno internalizar os conteúdos ou conhecimento é necessário que ele realize um sistema de atividades e por consequência desenvolva habilidades nesse processo.

Na teoria da atividade de Leóntiev o estudante se relaciona com o mundo através da atividade que está formada por ações com suas respectivas operações para alcançar um

objetivo. As ações constituem a unidade principal, o objetivo e a motivação devem estar próximos para constituir uma atividade de estudo. Leóntiev reconhece nos trabalhos de Vygotsky que a atividade interna ou mental é reflexo da atividade externa ou material, mas não indica como é esta transformação (FEITOSA, 2014).

Com isso, a atividade de estudo está formada por ações, com suas respectivas operações, para alcançar o objetivo de ensino. Este processo de transformação se conhece como a teoria de formação por etapas das ações mentais de Galperin, que é resultado da evolução da Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky e da Teoria da Atividade de Leóntiev.

Além das cinco etapas existentes, destaca-se ainda a etapa zero, que é a motivacional, sabe-se que sem motivação por parte do aluno, é difícil de se obter algum sucesso na aprendizagem.

A primeira etapa de assimilação e elaboração da Base Orientadora da Ação (BOA), em que o professor explica o objetivo de estudo, considerando os conhecimentos prévios. Nessa etapa o aluno deve compreender o problema.

A segunda etapa é a formação da ação em forma material ou materializada, aqui o aluno realiza as ações passo-a- passo com a ajuda de materiais externos. O papel do professor é ativo, deve acompanhar o desenvolvimento de cada ação com suas respectivas operações e o controle do objetivo e se é necessário realizar as correções necessárias. Aqui o aluno deve saber fazer, mas saber fazer não implica em saber explicar.

A terceira etapa é a formação da ação em verbal externa, o aluno deve saber explicar as ações. Nessa etapa o professor controla o desenvolvimento das ações e corrigir erros se houver, deve ainda aumentar sua independência até o final da etapa.

Na quarta etapa é a formação da linguagem externo para si, o aluno deve transferir para novas situações a partir do sistema de ações da atividade. A ajuda do professor é somente se solicitada.

Na última etapa, a formação da linguagem interna, o aluno internaliza os conceitos e forma os sistemas lógicos, ou seja, é automatização ou hábitos. Nessa etapa o aluno é capaz de desenvolver de forma totalmente independente situações problemas.

A Base Orientadora da Ação (BOA) é considerada por Talízina como um elemento estrutural sobre cuja base transcorre a direção da ação. É o sistema de condições no qual realmente se apoia o sujeito para cumprir a ação (NÚÑEZ; RAMALHO, 2017, p. 77). Quando o aluno está à frente de novas situações, novas tarefas, é evidente que se pergunte como irá solucionar determinada tarefa. É necessário organizar os passos para se chegar ao objetivo.

É importante ressaltar que a formação das ações mentais é direcionada pela atividade de estudo. Segundo Talízina (1988) a direção da atividade de estudo deve considerar os seguintes elementos: o objetivo de ensino; o estado de partida da atividade psíquica dos estudantes; as tarefas para garantir as etapas do processo de assimilação; o enlace de retorno ou retroalimentação e a correção do processo de estudo.

Desta forma, é perceptível que a contribuição de Vygotsky na Teoria Histórico cultural, é confirmada pela Teoria da Atividade de Leóntiev, pela significativa colaboração de Galperin com a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e pela Direção da Atividade de Estudo, de Talízina (FEITOSA; SOUZA; DELGADO, 2019).

### **Esquema da Base Orientadora da Ação da Atividade de Situações Problema**

#### **Discente**

O Esquema da Base Orientadora Completa da Ação da Atividade de Situação Problema Discente relaciona os estudos teóricos de Galperin, Talízina e Majmutov. Com isso, a elaboração desse esquema tem como objetivo desenvolver a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, destacando a proposta de resolução de problemas.

Segundo Mendoza e Delgado (2020) a resolução de problema em muitas ocasiões está presente na vida cotidiana e escolar, para o êxito no processo de ensino aprendizagem é importante a orientação, execução e controle das ações que leve ao sucesso. Hoje os professores se perguntam: quais são os e as regularidades dos conhecimentos gerais e os métodos para a resolução de problema? Pensando nisso tem-se uma proposta de metodologia de ensino com enfoque cognitivo e embasada na resolução de problemas.

Para entender o caminho do ensino problematizador de Majmutov é necessário definir alguns conceitos, porque embora pensem que esses conceitos são semelhantes, eles possuem suas particularidades, ou seja, são diferentes. A seguir serão detalhadas as diferenças entre tarefa, situação problema e problema discente.

A tarefa é uma contradição objetiva entre o conhecimento conhecido e o conhecimento desconhecido. O surgimento da situação problema diz respeito a aceitação do aluno à essa contradição entre o conhecido e o desconhecido, nesse momento o aluno se depara com conceitos que ele mesmo já sabia, pois estudou em séries anteriores, ou seja, a base daquele aluno são os conhecimentos prévios e agora o mesmo se depara com uma situação nova, têm novos conceitos, novos caminhos para percorrer, mas é necessário fazer esse resgate do conhecido. É justamente nessa situação que o estudante se encontra

com novos conceitos que surge a necessidade de entender o problema a partir dessas novidades e de como resolvê-lo.

O professor planeja uma tarefa considerando uma contradição objetiva entre o conhecido e o desconhecido como uma atividade cognitiva externa a ser colocada para o estudante, mas quando ele assume a contradição esta passa a ser subjetiva e neste momento surge a situação problema. (MENDOZA; DELGADO, 2020, p. 182).

Diante de todas essas definições explicitadas, por fim aparece algo que não foi citado antes, o surgimento do problema discente. Segundo Majmutov citado por Mendoza e Delgado (2020, p. 182 -183):

O problema discente aparece quando a contradição objetiva de uma tarefa, entre os dados e as condições, pode converter-se na força motriz do pensamento somente em caso de que se transforme na consciência do estudante, na contradição entre o conhecido e o desconhecido. Por conhecido se tem em consideração os dados da tarefa, os conhecimentos anteriores e a experiência pessoal do estudante; por desconhecido, não só aquilo que não se dá nas condições e nos objetivos, senão na incógnita, e no procedimento para alcançar o objetivo, ou seja, o método de resolver o problema. Isto significa que a tarefa, depois de receber na consciência do estudante um conteúdo novo, se transforma em um fenômeno totalmente novo, o problema discente.

Há distinções entre o conhecido e o desconhecido e essa junção resulta no surgimento da situação problema, ao mesmo tempo que, existem também regras para se formular o problema discente. Diante de todas essas características para a construção de uma tarefa com caráter problematizador para convertê-la em um problema discente essa tarefa deve satisfazer algumas condições:

De acordo Majmutov citado por Mendoza e Delgado (2020, p.183), a construção da tarefa deve seguir os seguintes princípios:

- a) Separar o conhecido e o desconhecido na tarefa; localizar o desconhecido a partir do conhecido;
- b) Determinar quais são as condições e variantes racionais para sua solução;
- c) O caráter indeterminado se concebe como a existência de um problema que tenha diferentes variantes de formulação e
- d) Orientar a solução quando necessário.

O ato de lembrar os alunos conteúdos que já estudaram, porque determinado conteúdo será necessário para adentrar um novo, é fundamental, pois o aluno irá assimilar o conhecido com o novo conteúdo. E então irá se deparar com o novo e se sentirá desafiado. Segundo Majmutov os problemas discentes dividem-se em duas categorias: os problemas algorítmicos e os problemas heurísticos. De acordo Majmutov citado por Mendoza e Delgado (2020, p.184):

O problema algorítmico é quando existe uma tarefa em que o estudante necessita aplicar um algoritmo já assimilado. Também pode-se apresentar tarefas novas para que o estudante reconheça a possibilidade de aplicar o algoritmo ou realizar modificações. Tipos de tarefas que utilizam modelos matemáticos para sua solução são frequentes neste tipo. Nos problemas heurísticos os estudantes não possuem um algoritmo para sua solução, ele vai necessitar da conjectura para a construção de hipótese para posteriormente comprovar. Nas tarefas de experimentação são úteis a construção de hipótese para desenvolver capacidades cognitivas. Em muitas ocasiões na solução do problema discente é utilizada a combinação de ambas.

O processo de ensino e aprendizagem necessita ser organizado, desde o material docente até a composição do processo de ensino. O uso do recurso didático e o trabalho da assimilação nessa interação aluno-professor reflete o sistema didático. Nesse sentido, Mendoza e Delgado propõem um sistema invariante para a resolução de problema discente por meio de uma atividade de estudo. Esses autores apresentam a Atividade de Situações Problema Discente (ASPD) como estratégia pedagógica:

**Quadro 1:** O modo da ação e de controle da Atividade de Situações Problema Discente.

Modo da Ação		Modo de Controle
Ação	Operações	
Formular o problema discente	O1. Determinar os elementos conhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa. O2. Definir os elementos desconhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa. O3. Reconhecer o conhecimento buscado e/ou objetivo.	C1. Determinou os elementos conhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa? C2. Definiu os elementos desconhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa? C3. Reconheceu o conhecimento buscado e/ou objetivo?
Construir o núcleo conceitual e procedimental	O4. Selecionar os possíveis conhecimentos necessários para a solução do problema discente. O5. Atualizar outros conceitos e procedimentos conhecidos que possam estar vinculados com os desconhecidos. O6. Expressar a contradição entre o conhecimento conhecido e desconhecido. O7. Encontrar estratégia(s) de conexão entre os conceitos e procedimentos conhecidos e desconhecidos.	C4. Selecionou os possíveis conhecimentos necessários para a solução do problema discente? C5. Atualizou outros conceitos e procedimentos conhecidos que possam estar vinculados com os desconhecidos? C6. Expressou a contradição entre o conhecimento conhecido e desconhecido? C7. Encontrou estratégia(s) de conexão entre os conceitos e procedimentos conhecidos e desconhecidos?
Solucionar o problema discente	O8. Aplicar a(s) estratégia(s) para relacionar os conhecimentos conhecidos e desconhecidos. O9. Determinar o conhecimento buscado e/ou objetivo.	C8. Aplicou a(s) estratégia(s) para relacionar os conhecimentos conhecidos e desconhecidos? C9. Determinou o conhecimento buscado e/ou objetivo?

<p>Analisar a solução do problema discente</p>	<p>O10. Verificar se a solução corresponde com objetivo e as condições do problema discente.  O11. Verificar se existem outras maneiras de solucionar o problema discente a partir do conhecido atualizado com o desconhecido.  O12. Analisar a possibilidade da reformulação do problema discente por meio de modificações dos objetivos, dados, condições, estratégias, etc.</p>	<p>C10. Verificou se a solução corresponde com objetivo e as condições do problema discente?  C11. Verificou se existem outras maneiras de solucionar o problema discente a partir do conhecido atualizado com o desconhecido?  C12. Analisou a possibilidade da reformulação do problema discente por meio de modificações dos objetivos, dados, condições, estratégias, etc?</p>
--	--	--

Fonte: Modificado de Mendoza, Delgado (2020).

No quadro é possível perceber que a ASPD tem ações (o que fazer?) e operações (como fazer?) bem definidas, explicando a função docente como orientador no processo de ensino e aprendizagem. Além disso, na ASPD os alunos podem ser avaliados no decorrer das ações, com vistas à identificação de quais são as ações que os alunos obtiveram êxito e em quais necessitam de novas orientações.

### **O Conceito de Medir e a Formação de Competências e Habilidades na Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**

O conceito de Medir é de fundamental importância para a aprendizagem dos alunos, não apenas pela necessidade à própria matemática, como a geometria, a aritmética e a álgebra, além das conexões com outras disciplinas, mas pela sua aplicabilidade no dia a dia, pois frequentemente realizamos algum tipo de medição: ao acordar medimos o tempo, observando no relógio a hora e organizando tarefas diárias, quando compramos alimentos no quilo, ao abastecermos o carro. São exemplos de tarefas comuns, que se utilizam instrumentos de medida, sejam eles de massa, comprimento, área, volume ou tempo.

A BNCC (2018) destaca que o desenvolvimento de habilidades está ligado às formas de organização da aprendizagem matemática e que os processos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, pois possibilitam o desenvolvimento do raciocínio, da comunicação e da argumentação.

Em relação ao conceito de medir, de acordo com a BNCC, nos Anos Finais do Ensino Fundamental:

[...] a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. Além disso, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas e entre elas e grandezas não geométricas, para estudar grandezas derivadas como densidade,



velocidade, energia, potência, entre outras. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros. Outro ponto a ser destacado refere-se à introdução de medidas de capacidade de armazenamento de computadores como grandeza associada a demandas da sociedade moderna. Nesse caso, é importante destacar o fato de que os prefixos utilizados para *byte* (quilo, mega, giga) não estão associados ao sistema de numeração decimal, de base 10, pois um *quilobyte*, por exemplo, corresponde a 1024 *bytes*, e não a 1000 *bytes* (BNCC, 2018, p. 272).

O conceito de Medir tem sido, tradicionalmente, ligado estreitamente no currículo com a Geometria. Porém, a ação de medir está conectada, de fato, mais de perto a outros tópicos matemáticos. Para fornecer mais tempo aos alunos para que se ocupem de tarefas significativas de medida, essas devem ser integradas a todo o currículo de Matemática como também ao currículo de Ciências.

Desta forma, a BNCC (2018) aponta que a unidade temática Grandezas e Medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, e contribui para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico para a formação de habilidades para a unidade temática de grandezas e medidas no 6º ano do Ensino Fundamental. Desta forma, o quadro seguinte apresenta os objetos de conhecimentos e as habilidades, em conformidade com a BNCC:

**Quadro 2:** Objetos de conhecimento e habilidades

Objetos de conhecimento (Conteúdos)	Habilidades (Objetivos)
<p>-Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume;</p> <p>-Ângulos: noção, usos e medida;</p> <p>-Plantas baixas e vistas aéreas;</p> <p>-Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.</p>	<p>- (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento;</p> <p>- (EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas;</p> <p>- EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão;</p> <p>- (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais. Plantas baixas e vistas aéreas;</p> <p>- (EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas;</p> <p>- (EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.</p>

Fonte: BNCC (2018).

Algumas ideias são importantes para entender o conceito de Medir. Dessa maneira, Walle (2009), aborda tais ideias em:

- Medir envolve uma comparação de um atributo de um objeto ou situação com uma unidade que tenha o mesmo atributo;
- Medir significativamente e estimar medidas dependem de uma familiaridade pessoal com a unidade de medida utilizada;
- Estimar medidas e desenvolver referências pessoais para as unidades de medida comumente usadas ajuda os alunos a aumentar sua familiaridade com as unidades, previne erros em medidas e ajuda no uso significativo de medida;
- Os instrumentos de medida são dispositivos que substituem necessidade por unidades de medida reais;
- As fórmulas de área e de volume fornecem um método de medir esses atributos usando apenas as medidas de comprimento.

Nesse sentido, enfatiza-se a importância do desenvolvimento de habilidades e competências no conceito de medir. Esse desenvolvimento com qualidade contribui de forma positiva com o processo de aprendizagem. Além disso, colabora com a formação da pessoa para o cotidiano, tornando-a mais responsável, autônomo e capaz de resolver situações com mais agilidade e excelência.

### **Procedimentos Metodológicos**

A pesquisa teve enfoque qualitativo com caráter teórico e a finalidade de propor um modelo didático para a aprendizagem do conceito de medir, enfatizando a unidade temática de Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental Anos Finais que é iniciado desde os primeiros anos de escolaridade dos alunos e se estende para a vida toda.

O estudo iniciou com a seleção do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima (CAp/UFRR). Uma unidade de ensino não-universitário, responsável por desenvolver o ensino, a pesquisa e a extensão. A escola atende as seguintes modalidades de ensino: Ensino Fundamental Anos Iniciais, Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio.

Por visar a análise das habilidades e competências do conceito de medir foi feita uma seleção de uma teoria de aprendizagem que explique como os estudantes aprendem, ou seja, como é a internalização/incorporação dos conteúdos matemáticos nas estruturas cognitivas dos estudantes. Nesse sentido, utilizou-se as contribuições da Teoria Histórico Cultural da Atividade na perspectiva de Galperin e Talízina para a aprendizagem.

A teoria é confirmada por Leóntiev e continuada por Galperin que contribui para a evolução com a chamada Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais, que é um

processo de transformação, desde a Atividade de Estudo que é formada por ações até o alcance do objetivo de ensino. É trabalhado com sistema de ações, com o objetivo de o estudante assimilar o conteúdo, ou seja, é uma organização do processo de ensino-aprendizagem. A formação das ações mentais é direcionada pela Atividade de Estudo de Talízina. Essa estratégia metodológica permite mediar o conteúdo matemático e a aprendizagem discente. Ressalta-se a contribuição da Direção da Atividade de Estudo de Talízina, que possui alguns princípios didáticos. É destacado que o professor possui deveres para com o processo de ensino e aprendizagem, para atingir de maneira positiva os alunos em seu processo de assimilação. Entra em ação os elementos que norteiam a formação das ações mentais.

É proposto também para a aprendizagem, a resolução de problemas como metodologia de ensino fundamentado em Majmutov, pois o ensino problematizador é uma opção para os professores seguirem, e traz uma considerável contribuição positiva para o ensino-aprendizagem. Interligado ao processo de assimilação sugerido por Galperin, os alunos organizam suas ações e pensamentos na busca de resolver a atividade de caráter problematizador. Aqui esse processo de aprendizagem deve ser estruturado na ZDP com direção de caráter problematizador. Dessa maneira, é notável o avanço dos alunos quando se depararem com situações novas. É interessante seguir tais orientações pois permitem ao professor observar o desempenho de cada aluno, e irão avançando de forma criativa.

Ainda, uma Atividade de Estudo como meio de controle do professor, o Esquema da Base Orientadora Completa da Ação (EBOCA), constitui-se em um conjunto de orientações e/ou passos que o professor precisa traçar com o objetivo de que o aluno alcance ao final do processo de aprendizagem.

Foi escolhido como método de ensino a Atividade de Situações Problema Discente de Mendoza e Delgado, por deixar evidente que os alunos poderão avançar em novas aprendizagens. Pois, seu objetivo é que o estudante construa competências em resoluções de problemas, ou seja, que o aluno seja capaz de resolver problemas de maneira criativa. Uma vez com uma situação problema, o aluno irá fazer uma mediação entre o que ele já sabe (vivenciou em séries anteriores) e o que ele ainda vai aprender, como se viu com o conceito da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), então o aluno se deparará com o conhecido e o desconhecido. Aqui pode haver uma interação entre as três partes envolvidas: professor, aluno e tarefa.

A proposta de (MENDOZA; DELGADO, 2020) é a resolução de problema como metodologia de ensino a partir de uma integração Galperin, Talízina e Majmutov por meio do Esquema da Base de Orientação Completa da Ação como modelo didático de referência para a orientação e execução na atividade dos estudantes e controle por operações pelo professor no processo de assimilação.

A pesquisa desenvolve a construção da proposta do Esquema de Base Orientadora Completa da Ação (EBOCA), da Atividade de Situações Problema Discente (ASPD) no conceito de medir. Esse é um modelo para elaboração de instrumentos avaliativos no que está relacionado ao nível de aprendizagem discente na resolução de problemas.

O ensino tradicional da matemática torna necessário a busca de estratégias pedagógicas que proporcionem uma educação que envolva os estudantes. Diante do exposto, esse trabalho propõe uma sequência didática, no qual trabalha o conceito de medir:

**Quadro 3:** O modo da ação e de controle da Atividade de Situações Problema Discente.

Modo da Ação		Modo de Controle
Ação	Operações	
Formular o problema discente	O1. Determinar os elementos conhecidos. Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa: -Ler o problema; -Explicar o enunciado para o discente extrair todos os elementos conhecidos e desconhecidos.	C1. Determinou o problema envolvendo medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa?
	O2. Definir: Os elementos desconhecidos; identificar o que o problema pede;	C2. Definiu o problema envolvendo essas medidas a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa?
	O3. Reconhecer o conhecimento buscado e/ou objetivo.	C3. Reconheceu essas medidas buscadas e/ou objetivo?
Construir o núcleo conceitual e procedimental	O4. Selecionar os conceitos e procedimentos para identificar as medidas para a solução do problema discente.	C4. Selecionou os conceitos e procedimentos para identificar as medidas para a solução do problema discente?
	O5. Atualizar outros conceitos e procedimentos conhecidos que possam estar vinculados com os desconhecidos.	C5. Atualizou outros conceitos e procedimentos conhecidos que possam estar vinculados com medir?
	O6. Expressar a contradição entre o conhecido e o desconhecido.	C6. Expressou a contradição entre o conhecido e o desconhecido?
	O7. Encontrar estratégia(s) de conexão entre os conceitos e procedimentos conhecidos e desconhecidos.	C7. Encontrou estratégia(s) de conexão entre os conceitos e procedimentos conhecidos e os conceitos de grandezas e medidas?

Solucionar o problema discente	<p>O8. Aplicar a(s) estratégia(s) para relacionar os conhecimentos conhecidos e desconhecidos.</p> <p>O9. Determinar o conhecimento buscado e/ou objetivo.</p> <p>O10. Resolver e elaborar problemas que envolvam as medidas.</p>	<p>C8. Aplicou a(s) estratégia(s) para relacionar os conhecimentos conhecidos e desconhecidos?</p> <p>C9. Determinou o conhecimento buscado e/ou objetivo?</p>
Analisar a solução do problema discente	<p>O11. Verificar se a solução corresponde com objetivo e as condições do problema discente. Verificar se existem outras maneiras de solucionar o problema discente a partir do conhecido atualizado com o desconhecido.</p> <p>O12. Analisar a possibilidade da reformulação do problema discente por meio de modificações dos objetivos, dados, condições, estratégias, etc.</p>	<p>C10. Verificou se a solução corresponde com objetivo e as condições do problema discente?</p> <p>C11. Verificou se existem outras maneiras de solucionar o problema discente a partir do conhecido atualizado com o desconhecido?</p> <p>C12. Analisou a possibilidade da reformulação do problema discente por meio de modificações dos objetivos, dados, condições, estratégias, etc?</p>

Fonte: Adaptado de Mendoza e Tintorer (2020).

Ao construir esse modelo de sequência didática, o 1º passo é escolher o conceito a ser trabalhado e, em seguida, traçam-se os objetivos a serem alcançados com o conteúdo e, ao final, utilizam-se as etapas mentais para o desenvolvimento do conceito. Nesta pesquisa, especificamente, foi destacado o conceito de medir.

### **EBOCA da ASPD de Medir**

O Esquema da Base Orientadora da Ação (EBOCA) da Atividade de Situações Problema Discente (ASPD) no conceito de Medir trata-se de um modelo para elaboração de instrumentos avaliativos relacionado ao nível de aprendizagem discente na resolução de problemas. Dessa forma, apresenta-se o EBOCA da ASPD no conceito Medir:

Baseado no EBOCA da ASPD, propõe-se uma sequência didática alinhada à BNCC por etapas no conceito de Medir. Trata-se de um modelo que se apresenta de forma interessante para alcançar uma educação de qualidade e significativa.

O quadro apresenta uma proposta desenvolvida por alguns passos: primeiro, escolhe-se o conteúdo a ser trabalhado, nesse caso específico, o conceito de medir. Na sequência, o objeto a ser desenvolvido. E, ao final, analisa as etapas em que o aluno se encontra:

**Quadro 4:** Proposta de sequência didática no conceito de Medir

Conteúdos	Objetivos	TA	HA	Etapa Mental
Problemas sobre medidas	Compreender problemas que envolvam as grandezas sem uso de	AE	2	1ª Elaboração e orientação da BOA: Professor Orienta e o estudante deve

envolvendo grandezas	fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.			compreender problemas que envolvam as grandezas
	Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.	AP AV	6 2	2ª Formação das ações material ou materializada: Estudante realiza as ações das atividades e o professor deve acompanhar se os estudantes realizam corretamente atividades Ações: Resolver problemas: Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas com a finalidade de avaliar os estudos realizados, propondo atividades que permitam aos alunos retomar, articular e aplicar os conteúdos estudados.
	Saber explicar os conceitos e os problemas resolvidos que envolvam as grandezas e que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.	AM	2	3ª Linguagem verbal externa: O estudante deve explicar sem ajuda dos objetos externos ou casos particulares. Formação de conceito de Medir através de ângulos, o professor deve acompanhar a realização corretas das ações – atividade, mas como menos intensidade da fase anterior. O aluno deve saber explicar a noção de ângulos.
	Saber aplicar os conceitos e os problemas resolvidos que envolvam as grandezas e que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.	S	6	4ª Linguagem externa para si -> O estudante deve aplicar a atividade em contexto novos (diferentes) e ajuda do professor é esporádica a pedido do estudante.
		AP	2	5ª Linguagem interno: Formação de hábitos quando o aluno já domina o conceito e conseguem resolver problemas envolvendo noções de ângulos.
Legenda: AI: Aula Ilustrativa Cognitiva, AP: Aula Prática, AM: Aula Mista, AE: Aula expositiva, S: Seminário, AV: Avaliação				

Fonte: Adaptado de Mendoza e Delgado (2020).

Portanto, essa sequência didática apresenta o conceito de medir com ações e operações em cada uma das etapas mentais. Foi destacado o conteúdo problemas sobre medidas em que, trabalha-se alguns objetivos dessa temática, também é desenvolvido as etapas mentais, ainda, traz sugestões de aulas e tempo para a execução da aula.

Por fim, essa proposta de sequência didática como metodologia de ensino, vem para auxiliar no ensino e aprendizagem de qualidade.

### Considerações Finais

Ao término desta pesquisa, aponta-se que a proposta de elaboração do Esquema da Base Orientadora Completa da Ação da Atividade de Situação Problema Discente na aprendizagem no conceito de medir, fundamentado em Galperin, Talízina e Majmutov,

no 6º ano do Ensino Fundamental, apresenta-se como um instrumento de apoio ao processo de ensino-aprendizagem, assumindo relevância na busca de uma educação de qualidade.

A pesquisa propõe uma ferramenta com um vasto campo que pode ser utilizada para criar habilidades nos estudantes na resolução de problemas matemáticos. Também devem ser orientadas todas as informações sobre as ações, para que os estudantes passem a obtê-las de forma independentemente. Assim, ao final desta pesquisa, produziu-se uma sequência didática para a aprendizagem do conceito medir.

Essa sequência didática apresenta o conceito de medir com ações e operações em cada uma das etapas mentais como meio de acompanhar o desenvolvimento discente. Além disso, são indicadas as formas de condução das aulas que podem ser expositivas, ilustrativo-cognitivas, práticas, mistas, seminários ou avaliativas. Para cada uma das etapas e formas de condução das aulas, o quadro da sequência didática também apresenta uma indicação de carga horária como forma de auxiliar o professor em seu planejamento de ensino.

De maneira geral, é possível apontar que a sequência didática fundamentada em Galperin, Talízina e Majmutov apresenta-se como um instrumento pedagógico para se trabalhar o conceito de medir no 6º ano do Ensino Fundamental.

### **Referências Bibliográficas**

BRASIL. Ministério da educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018.

DELGADO, O. T.; MENDOZA, H. J. G. Evolução da teoria histórico cultural de Vygotsky à teoria de formação por etapas das ações mentais de Galperin In: Ghedin, Evandro; Peternella, Alessandra. (Org.). **Teorias Psicológicas e suas implicações à educação em ciências**. 1ed.Boa Vista: Editora UFRR, v. 1, p. 157-170, 2016.

FEITOSA, S. A. **A atividade de situações problema como estratégia didática no tratamento da informação no 6º ano do ensino fundamental a partir da teoria de Galperin**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) - Produto educacional - Universidade Estadual de Roraima, Boa Vista, 2014.

FEITOSA, S. A.; SOUZA, R.; DELGADO, O. T. **Atividade de situações problema como estratégia didática no tratamento da informação em unidades de medida de tempo**. Horizontes - revista de educação, v. 7, p. 78-95, 2019.

MENDOZA, H. J. G.; DELGADO, O. T. **Proposta de um esquema da base orientadora completa da ação da atividade de situações problema discente**. Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica, Uberlândia, v. 4, n. 1, p. 180-200, Ago. 2020.

NÚÑEZ, I. B.; RAMALHO, B. L. **A teoria da Formação Planejada das Ações Mentais e dos Conceitos de P. Ya. Galperin.** Obutchénie: Revista De Didática E Psicologia Pedagógica, p. 70-97. 2017.

TALÍZINA, N. F. **Psicología de la Enseñanza.** Moscú: Editorial Progreso, 1988.

VYGOTSKY, L.S. **Pensamento e linguagem.** Tradução Jefferson Luiz Camargo. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

WALLE, J. A. VAN DE. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de professores e aplicação em sala de Aula.** 6 ed. Porto Alegre: Editora Artmed, 2009. 404 p.



## MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE UTILIZANDO A FUNÇÃO SENO

**Juliana Rayanne Silva dos Santos<sup>2</sup>**

**Fábio José da Costa Alves<sup>3</sup>**

### RESUMO

Este trabalho tem o intuito de apresentar uma proposta de atividade utilizando a modelagem matemática abordando a função seno e o estudo de marés que é uma parte da minha pesquisa de mestrado. Apresentando as dificuldades no ensino da função seno, os benefícios das novas tecnologias digitais, ressaltando as características positivas do software educacional Geogebra no uso da proposta dessa atividade. A proposta parte de uma pesquisa bibliográfica para o estudo de modelagem matemática, dificuldades no ensino da função seno e tecnologias digitais. Apresentamos a proposta de atividade seguida das respostas esperadas. Concluímos com nossas reflexões acerca do benefício de a atividade ser usada em sala de aula.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Tecnologias Digitais, Geogebra, Função Seno, Proposta de atividade.

### INTRODUÇÃO

Funções são um dos assuntos de matemática de o aluno encontra mais dificuldade, não seria diferente a função seno que possui como base a trigonometria – um dos assuntos mais indigestos para o aluno – Os problemas envolvendo esse conteúdo matemático são genéricos e distantes da realidade do aluno, ao invés de facilitarem eles dificultam. Utilizamos as dificuldades no ensino da função seno encontradas no trabalho de Pires (2007). Diante disso o objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de atividade utilizando modelagem matemática no estudo da função seno.

As tecnologias digitais são vistas como facilitadoras do processo de ensino aprendizagem. Seu uso na educação matemática visa acompanhar a evolução dos meios tecnológicos. Permitem que o aluno tenha facilidade de manuseio e consiga visualizar o objeto matemático em estudo, abordaremos o software educacional Geogebra que permite

---

<sup>2</sup> Licenciada em Matemática, Mestranda do programa de Pós-graduação em Educação da

Universidade do Estado do Pará, julianasilva@uepa.br

<sup>3</sup> Pós-Doutor pela UFRN, Doutor e Mestre em Geofísica, Licenciado em Matemática e Engenheiro Civil, Docente dos Programas de Pós-Graduação PPGEM e PPGED da Universidade do Estado do Pará, fjca@uepa.br

a construção de figuras e funções, além de permitir o ajuste de linhas que vai ser utilizado na nossa atividade. Para apresentarmos as vantagens do uso de tecnologias digitais usamos Ribeiro e Paz (2012) e Uebel (2015), e apresentamos os benefícios do Geogebra utilizamos Hohenwarter e Hohenwarter (2009) e Marinho (2021).

Propomos o uso da modelagem matemática, pois ela permite que o aluno investigue e seja mais participativo no processo da resolução de problemas. Nos baseamos em Bassanezi (2002), Barbosa (2001) e Bueno (2011) para justificarmos o uso da modelagem matemática na nossa proposta de atividade.

Posteriormente apresentamos a nossa proposta de atividade com o passo a passo e com as respostas esperadas. Concluimos com nossas contribuições acerca dos benefícios e do uso em sala de aula.

## **DIFICULDADES NO ENSINO DA FUNÇÃO SENO**

Pires (2007) em seu trabalho faz uma análise da metodologia proposta pelo Ministério de Educação e Ensino Superior de Cabo Verde para o ensino da Trigonometria no 3º ciclo do Ensino Secundário (11º ano), constatando que as “Orientações Metodológicas” *grifo do autor* acerca das funções trigonométricas propõe o uso de calculadoras gráficas, uso pequeno de fórmulas.

Baseado nessa análise Pires (2007) sugere que ao invés de se construir gráficos ponto a ponto, seja feita uma análise dos gráficos, verificando o comportamento de cada função. De acordo com Pires (2007) uma das formas de representar uma função são: algebricamente, tabular, graficamente e por meio do ciclo trigonométrico. Sendo assim ressalta dificuldades com relação as representações:

Entre as representações, a tabela é, provavelmente a que mais dificulta uma visão global da função, já que o domínio não é explicitado. Nela temos apenas a colocação de alguns valores (no caso de alguns pares ordenados), cabendo ao aluno levar estes pontos para o gráfico e “ligá-los”. Desta forma será necessário fazer a passagem do discreto, que está na tabela, para o contínuo, no gráfico. (PIRES, 2007, pg.64).

Pires (2007) nos alerta ainda para as dificuldades de reconhecer uma nova medida, no caso de funções trigonométricas, o radiano, que se dá pelo fato dos alunos antes calcularem utilizando graus e quando partem para uma medida diferente apresentam dificuldade. E a dificuldade de entender o que é um ângulo, ressaltando a necessidade “[...] que o aluno veja o ângulo sempre numa circunferência, ou seja, o ângulo ao centro

e, ainda, que perceba a necessidade do ângulo ser orientado e a possibilidade dele incluir “voltas”. “(PIRES, 2007, pg. 65-66).

Em seus resultados Pires (2007) conclui “[...] 63% dos alunos, que responderam ao questionário, conseguem identificar de uma forma correcta o sinal do Seno nos diversos quadrantes [...]” (PIRES, 2007, pg.76) e com relação à identificação do sinal da função seno “O comportamento é o mesmo quando analisamos o mau desempenho pois de 11% dos alunos que não conseguem identificar o sinal do Seno diminui para cerca de 10% na comparação de valores do seno.” (PIRES, 2007, pg.76). Ressalta ainda a importância de fazer com que os alunos vejam a utilidade do conceito de função seno em sua realidade.

## **NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

Para Ribeiro e Paz (2012) o uso de novas tecnologias vem para mudar o ensino, pois propiciam interatividade, facilidade e logicismo para a construção do conhecimento discente. Deixando os livros didáticos e aulas expositivas (recursos mais utilizados em sala de aula) de lado momentaneamente.

Ribeiro e Paz (2012) diz que devemos ver o uso das novas tecnologias como uma forma de impulsionar o aprendizado:

As Novas Tecnologias no ensino da Matemática devem ser utilizadas como aliada na construção de verdadeiros conhecimentos, preparando o cidadão do futuro para uma vida social e profissional plena através de um ambiente de aprendizagem virtual, possibilitando ao aluno de hoje, viajar no mundo virtual mesmo habitando uma sala fria e restrita a poucos seres humanos, mas cheia de computadores capazes de nos levar a qualquer lugar ou simplesmente falar com uma pessoa do outro lado do mundo. (RIBEIRO; PAZ, 2012, pg.4).

No entanto, Ribeiro e Paz (2012) afirmam que o uso das novas tecnologias depende do querer do professor, pois utilizar novas tecnologias não é apenas mostrá-la aos alunos e mandar fazer qualquer tarefa, deve haver um estudo antes, um planejamento, uma sequência didática.

Uebel (2015) enfatiza que o uso das mídias digitais pode contribuir para a aprendizagem, necessitando então de estratégias para que estas atinjam seu potencial. Mas ressalta que alguns professores se sentem inseguros em manipular tais mídias, devido durante a sua formação profissional não ter adquirido intimidade com tal ferramenta. É

necessário que o professor defina os objetivos da atividade e obtenha intimidade com o software a ser usado.

### **Conhecendo o Geogebra**

Segundo Hohenwarter e Hohenwarter (2009) o Geogebra é um software que permite manipular a geometria, álgebra e cálculo de uma maneira mais dinâmicas. O software possui ferramentas para construir gráficos, além de propiciar ao usuário um espaço para os cálculos algébricos, e tem ainda uma planilha acoplada. De acordo com Marinho (2021, p.22) uma das vantagens do Geogebra:

é que não se faz extensamente necessária a dominação de todas as ferramentas do programa para efetivar seu uso, porém, no que diz respeito a sua aplicação em sala de aula, é imprescindível a mediação do professor de matemática, sobretudo, para a explanação acerca dos conceitos e também das funcionalidades mais básicas do software.

Como aluna da graduação tive contato com o software Geogebra e percebi como esse software tem um potencial enorme para aprendizagem, permite ao seu usuário manipular seu objeto de estudo, percebendo as propriedades de uma maneira natural, além de proporcionar ao aluno visualizar e manipular o objeto matemático que está estudando.

Marinho (2021, p. 29) destaca mais um atrativo do Geogebra de acordo com os alunos que eles acharam “mais fácil de entender pelo software do que na sala de aula, pois não necessitaria de cálculos, mostra-lhes uma resposta rápida e correta, o que facilita na criação e soluções através de poucos cliques do mouse.”. Os alunos se veem atraídos pela facilidade de manuseio, eles entendem que um simples clique é capaz de construir qualquer coisa no Geogebra.

### **MODELAGEM MATEMÁTICA**

As situações problemas abordadas nos livros didáticos são distantes da realidade que o aluno vive. É preciso aproximar o aluno do seu objeto de estudo, ele precisa estar familiarizado com a situação estudada para que ele tenha facilidade e motivação ao elaborar a solução. Por isso usamos a modelagem matemática, ela permite o uso de

modelar utilizando situações do cotidiano do aluno, além de permitir interação e dinamismo. Um aluno que mora no interior precisa resolver problemas que sejam baseados nas atividades corriqueiras de sua cidade que é totalmente diferente da realidade de um aluno que mora na capital. O professor deve aproximar o aluno e não o distanciar da matemática.

Bassanezi (2002), diferencia modelo matemático de modelagem para uma melhor compreensão do que é modelagem matemática, definindo modelo matemático como “...um conjunto de símbolos e relações que representam de alguma forma o objeto estudado.” (BASSANEZI, 2002, pg.20). Portanto, podemos definir modelagem sendo “um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos.” (BASSANEZI,2002)

Para Bassanezi (2002), a modelagem estimula novas ideias, faz surgir novas informações além das pré-definidas, proporciona o preenchimento de lacunas, se existirem nos dados experimentais. Torna o ensino mais atraente, permite fazer previsões, explicar e entender conceitos, pode fazer com que o aluno influencie nas mudanças do cotidiano.

Bueno (2011) faz um estudo sobre o que seria modelagem matemática, modelo matemático e como usar a modelagem em sala de aula na concepção dos autores Maria Salett Biembengut, Dionísio Burak, Jonei Cerqueira Barbosa e Dale William Bean.

Para Bueno (2011) do ponto de vista docente a modelagem pode conceder a si e ao aluno uma outra visão da sala de aula, vendo-a como um instrumento de aprendizagem e não apenas como um lugar para se passar algumas horas estudando. A modelagem facilita aprendizagem por sair da mesma aula expositiva, torna o aluno um sujeito crítico.

Segundo Bueno (2011) um modelo matemático na concepção de Maria Salett Biembengut:

É uma representação do mundo real por meio de linguagem matemática. Pode ser um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas, equações algébricas, gráficos, representações ou programa computacional que leve a solução ou permita a dedução de solução. (BUENO, 2011, pg.17).

A importância do modelo matemático é devido ao fato de possuir uma linguagem consistente que exprime nossas ideias de uma forma direta além de fornecer em seus resultados algoritmos precisos, que podem ser usados em métodos computacionais a fim de resolver equações numericamente.

Bueno (2011) nos traz a concepção de Maria Salett Biembengut sobre modelagem matemática na Educação Matemática sendo “Uma estratégia usada para se chegar ao modelo matemático com intuito de ensinar conhecimentos acadêmicos que possam valer as pessoas viverem, sobreviverem, atuarem no meio, em comunidade.” (BUENO, 2011, pg.16).

Para Bueno (2011) a visão do educador matemático Dionísio Burak de um modelo matemático:

Uma representação em linguagem matemática: geralmente sob a forma de uma equação, inequação, sistema de equações, a planta baixa de uma casa ou um mapa, uma tabela. Na Modelagem Matemática na Educação Matemática a ideia de modelo fica ampliada, constituindo-se como qualquer representação que permite uma tomada de decisão, como também uma lista de supermercado. (BUENO, 2011, pg.17).

No entanto modelagem matemática para Dionísio Burak de acordo com Bueno (2011) é:

É uma metodologia de ensino que se constitui em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões. (BUENO, 2011, pg.16).

Para Barbosa (2001), a modelagem permite interrogar as situações apresentadas por meio da matemática, sem se preocupar com os procedimentos fixos existentes na matemática, como fórmulas já definidas.

## **PROPOSTA DE ATIVIDADE ATRAVÉS DA MODELAGEM MATEMÁTICA**

Essa atividade tem os seguintes objetivos:

- I. Propor que o aluno construa um gráfico de acordo com a tábua de maré dada.
- II. Fazer o ajuste de curvas de forma intuitiva com o Geogebra
- III. Estudar o comportamento da função plotada.
- IV. Dizer os parâmetros da função.
- V. Compreender o que é a amplitude.
- VI. Compreender a frequência da função.
- VII. Aplicar o método encontrado no problema proposto.

## Marés

Maré é a oscilação vertical da superfície do mar ou outra grande massa d'água sobre a Terra, causada primariamente pelas diferenças na atração gravitacional da Lua e, em menor extensão, do Sol sobre os diversos pontos da Terra. As águas do mar fazem uma oscilação de comportamento periódico, ou seja, acima e abaixo de uma altura média, e este grande movimento das massas líquidas designa-se pelo nome de marés.

Com relação às marés temos a preamar que seria quando a maré atinge seu ápice, a baixa-mar que como o próprio nome diz é a maré baixa, a amplitude que seria a diferença entre a altura da maior maré e a altura da menor maré, e por fim temos a maré total que seria a média das preamares consecutivas.

## Proposta de atividade

A. Observe os dados

Dia	Hora	Alt.(m)
<b>SEG</b> 01/05/2017	03:04	3.3
	09:39	0.6
	15:09	3.3
	22:56	0.5
<b>TER</b> 02/05/2017	03:58	3.1
	10:19	0.8
	16:13	3.1
	23:58	0.7
<b>QUA</b> 03/05/2017	05:06	2.9
	11:13	1.0
	17:28	2.9

Figura 1. Disponível em: <http://www.mar.mil.br/dhn/chm/box-previsao-mare/tabuas/10520Mai2017.htm>  
data de acesso: 18 de junho de 2017

B. Vamos arredondar as horas. Exemplo: 3hs58m=3,97hs. Faça o mesmo com os outros dados para poder inserir na tabela.

R=

C. Insira os dados referentes a segunda-feira na planilha do Geogebra. Esquema horas x metros.

D. Faça uma lista de pontos.

E. Vamos ajustando até a função alcançar todos os pontos. A função procurada é da forma  $h(t) = \text{sen } t$  (h é a altura e t o tempo).

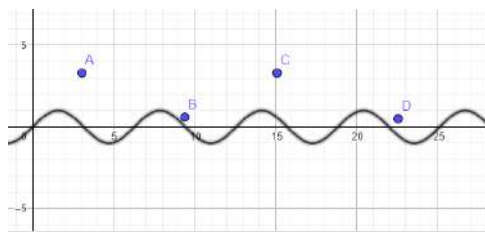


Figura 2. Fonte: Geogebra

F. Estamos em busca de uma função do tipo  $h(t) = a \cdot \text{sen } t$  em que  $a$  é a amplitude (diferença entre a altura máxima e a altura mínima dividido por 2). Qual a amplitude? Resposta esperada:

$$a = \frac{\text{max} - \text{min}}{2}$$

Seguindo os dados, a amplitude é:

$$a = \frac{3.3 - 0.5}{2} = 1.4$$

G. Escreva a função com o valor de a?

Resposta esperada: função  $h(t) = 1.4 \text{sen } t$

H. Insira a função encontrada no Geogebra para ir ajustando a curva.

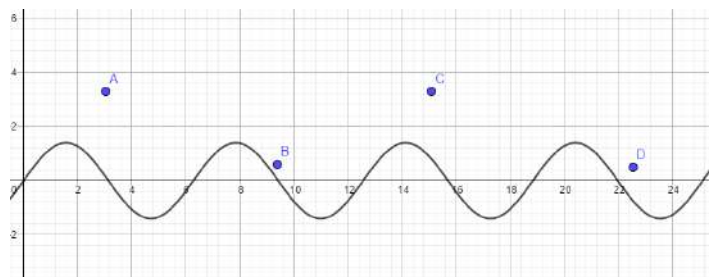


Figura 3. Fonte: Geogebra

I. Agora vamos em busca do parâmetro  $b$  que seria uma função da forma  $h(t) = b + 1.4 \text{sen } t$  e a operação para achar b é:

$$[-a + b, a + b] = [\text{min}, \text{max}] \quad (I)$$

J. Qual o valor de b?

Resposta esperada:

O valor de b é 1.4, o max=3.3 e o min=0.5, substituindo em (I), temos:

$$[(-1.4, b), (1.4, b)] = [0.5, 3.3]$$

$$-1.4 + b = 0.5$$



$$b = 0.5 + 1.4 \rightarrow b = 1.9$$

K. Substituindo o valor de  $b$  na função dada em I. Qual a função encontrada?  
Resposta esperada?

$$h(t) = 1.9 + 1.4 \operatorname{sen} t$$

L. Insira a função que você respondeu em K no geogebra:

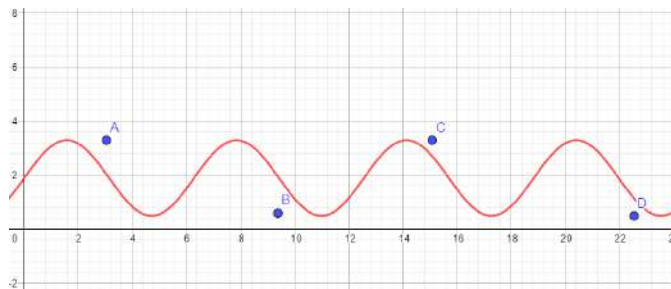


Figura 4. Fonte: Geogebra

M. Vamos em busca do parâmetro  $c$  e a função seria do tipo  $h(t) = 1.9 + 1.4\operatorname{sen}(ct)$  em que  $p$  é o período entre as marés baixas.

N. Qual o valor de  $p$ ?

Resposta esperada:  $p = 22.56 - 09.39 = 13.28$ .

O. Sabendo que  $c = \frac{2\pi}{p}$ . Qual o valor de  $c$ ?

Resposta esperada:

$$c = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{13.28} = \frac{\pi}{6.64}$$

P. Qual função é obtida substituindo  $c$  na função dada em M?

Resposta esperada:

$$1.9 + 1.4\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6.64}t\right)$$

Q. Ajuste a função obtida em p no geogebra:

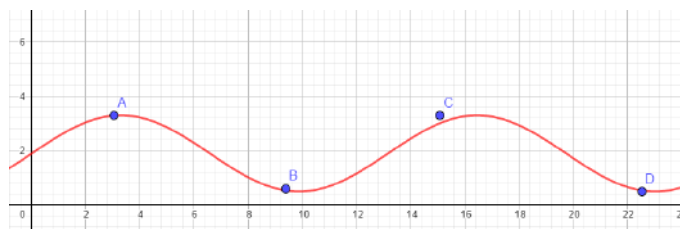


Figura 5. Fonte: Geogebra

R. Temos que achar o ponto  $d$ , estamos em busca de uma função do tipo

$$h(t) = 1.9 + 1.4\text{sen}\left(\frac{\pi}{6.64}t + d\right) \quad (\text{II})$$

S. Resolva (II) para achar d:

Resposta esperada:

$$h(t) = 1.9 + 1.4\text{sen}\left(\frac{\pi}{6.64}t + d\right)$$

$$3.3 = 1.9 + 1.4\text{sen}\left(\frac{\pi}{6.64}\left(3 + \frac{4}{60} + d\right)\right)$$

$$1.4 = 1.4\text{sen}\left(\frac{\pi}{6.64}\left(3 + \frac{4}{60} + d\right)\right)$$

$$1 = \text{sen}\left(\frac{\pi}{6.64}\left(3 + \frac{4}{60} + d\right)\right)$$

$$1 = \text{sen}\left(\frac{\pi}{6.64}\left(\frac{184}{60} + d\right)\right)$$

$$\text{sen}\frac{\pi}{2} = \text{sen}\left(\frac{184\pi}{398.4} + d\right)$$

$$\frac{\pi}{2} = \text{sen}\left(\frac{184\pi}{398.4} + d\right)$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{184\pi}{398.4} + d$$

$$d = \frac{\pi}{2} - \frac{184\pi}{398.4} \rightarrow d = \frac{30.4\pi}{796.8}$$

T. Qual a função obtida quando substitui d em (II)?

Resposta esperada:

$$h(t) = 1.9 + 1.4\text{sen}\left(\frac{\pi}{6.64}t + \frac{30.4\pi}{796.8}\right)$$

U. Coloque a função achada em T no geogebra:

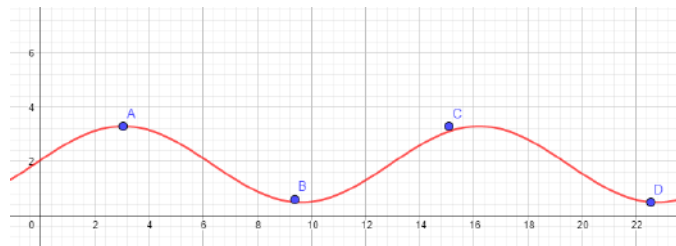


Figura 6. Fonte Geogebra

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Portanto, apresentamos a proposta de atividade que utiliza a modelagem matemática para o ensino da função seno, a atividade permite que o aluno a partir da fórmula geral da função seno faça o ajuste de linhas até encontrar o modelo que represente a situação problema proposta. O uso das marés foi utilizado devido a Belém e alguns interiores possuem essa realidade, logo contextualizamos com uma situação vivenciada pelo aluno.

O uso dessa atividade em sala de aula requer pesquisa e atenção dos professores para que se adequem de acordo com a região em que vão trabalhar e aproximem ao máximo alunos do problema proposto. Recomendamos que os professores estudem o Geogebra para poderem orientar os alunos. A atividade é bem simples e requer a utilização das ferramentas básicas do Geogebra.

Portanto, esse trabalho busca ajudar os professores a tornarem suas aulas atrativas e facilitarem a abordagem de conteúdos complexos. Entendemos que o processo de ensino aprendizagem deve ser aprimorado visando alcançar os melhores resultados, e a proposta de uma atividade baseada em uma metodologia de ensino diferente do habitual proporciona melhorias no ensino, além de chamar a atenção do aluno para o novo, tornando o conteúdo mais interessante.

## REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. C. **Modelagem na educação matemática**: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. Editora Contexto, São Paulo, 2002.
- BUENO, V. C. **Modelagem matemática: Quatro maneiras de compreendê-la**. Ouro Preto, 2011.
- FONSECA, E. G. da. **Modelagem na educação matemática: uma abordagem sobre o fenômeno natural do movimento das marés através da trigonometria**. João Pessoa, 2014.
- HOHENWARTER, M. HOHENWARTER, J. **Ajuda GeoGebra: Manual Oficial da Versão 3.2**: 2009. Disponível em: < [https://app.geogebra.org/help/docupt\\_PT.pdf](https://app.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf)>. Data de acesso: 01 de junho de 2017.
- MARINHO, G. S. **Novas tecnologias educacionais no ensino da matemática: Desafios e possibilidades**. Patos, 2021.
- PIRES, E. A. **Dificuldades de aprendizagem no estudo da função seno: Uma experiência com alunos do 11o ano da escola secundária de Palmarejo**. Cidade Praia, 2007.
- RIBEIRO, F. M.; PAZ, M. G. **O ensino de matemática por meio de novas tecnologias**. Revista Modelos, 2002.

SANTIAGO, A. **Marés e correntes de maré; correntes oceânicas**. Disponível em: <<http://www2.unifap.br/alexandresantiago/files/2012/05/cap10-Mares-e-Correntes-de-Mare.pdf>>. Data de acesso: 17 de junho de 2017.

UEBEL, T. **Relacionando a função seno e fenômenos periódicos: uma experiência com mídias digitais**. Universidade Federal do Rio Grande do SUL, 2015.

## ESTATÍSTICA PARA O TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

**Raene Silva Dos Santos Gomes**  
Universidade do Estado do Pará  
[raenerayne503@gmail.com](mailto:raenerayne503@gmail.com)

**Gilberto De Oliveira Duarte**  
Universidade do Estado do Pará  
[gilberto.duarte@aluno.uepa.br](mailto:gilberto.duarte@aluno.uepa.br)

**Resumo:** O Livro didático é um recurso metodológico utilizado em sala de aula pelos educadores, sendo que em alguns momentos é utilizado como guia para o seu planejamento docente. No que se refere ao conteúdo de estatística é um assunto que envolve dados, números, levantamento de dados, no qual permite analisarmos e conseqüentemente interpretá-los, a estatística é um campo de estudo da matemática. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é analisar dois livros didáticos: Matemática ciência e aplicações dos autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida; e Matemática – Contexto & Aplicações do autor Luiz Roberto Dantes, do 3º ano do ensino médio a partir de categorias e critérios adaptados dos documentos oficiais, o Plano Nacional do Livro Didático – PNLD, no sentido de verificar como esses livros podem auxiliar no processo de aprendizagem dos alunos. À pesquisa é do tipo bibliográfica sobre livros didáticos da matemática do ensino médio, a partir de categorias e critérios adotados para análise adaptadas dos documentos oficiais. Nos capítulos dos dois livros analisados foi possível observar que os autores tentaram trazer para o conteúdo uma aproximação ao cotidiano dos alunos, de formar a facilitar o processo de ensino-aprendizagem. No entanto, algumas questões como contextualizações históricas e sociais são pouco trabalhadas no decorrer do conteúdo, o que poderia melhor a discussão em si dos assuntos.

**Palavras-chave:** Aprendizagem. Livro. Matemática. PNLD.

### Introdução

A matemática é uma disciplina que está presente no cotidiano das pessoas, sendo utilizada em praticamente todas as áreas de conhecimento. Porém, sempre foi vista como uma matéria bastante complicada pelos alunos, com aulas cansativas, conceitos difíceis de aprender em que muitas vezes os problemas são refletidos na baixa compreensão dos alunos, visto que boa parte dos conteúdos são apresentados de maneira estática e desligada (BARBOSA E MENDES, 2016).

Nesse sentido se faz necessário o estudo de novos métodos para um melhor ensino e aprendizado da matemática, onde segundo Barbosa e Mendes (2016) cabe ao professor fazer uma mediação entre conteúdo aluno, de forma que os alunos possam fazer ligações entre os conteúdos que estão aprendendo com aquilo que já aprenderam, além de trazer situações cotidianas para facilitar a aprendizagem.

No que se refere ao conteúdo de estatística é um assunto que envolve dados, números, levantamento de dados, no qual permite analisarmos e conseqüentemente interpretá-los, a estatística é um campo de estudo da matemática.

De acordo com o documento normativo que rege a educação atualmente a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que traz consigo as competências e habilidades que necessitam ser trabalhadas durante o processo educativo. Esse documento normativo para o nosso objeto de estudo que é essa análise do livro didático possui 5 competências gerais para se trabalhar com a disciplina de matemática no Ensino Médio, e o conteúdo analisado possui 4 dessas competências, juntamente com essas competências possui também 4 habilidades que são:

Na competência 1 (EM13MAT102) Analisar gráficos e métodos de amostragem de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas. (BRASIL, 2021, p. 525)

Na competência 2 (EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral usando dados coletados ou de diferentes fontes sobre questões relevantes atuais, incluindo ou não, apoio de recursos tecnológicos, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das de dispersão. (BRASIL, 2021, p. 526)

Na competência 3 (EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão). (BRASIL, 2021, p. 529)

Na competência 4 (EM13MAT408) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências, com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra. (BRASIL, 2021, p. 531)

Dessa forma, se faz necessária a busca por metodologias que facilitem o entendimento dessa disciplina, tornando-a mais compreensível e agradável para aprender. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é analisar dois livros didáticos do 3º ano do ensino médio a partir de categorias e critérios adaptados dos documentos oficiais, o Plano Nacional do Livro Didático – PNLD, no sentido de verificar como esses livros podem auxiliar no processo de aprendizagem dos alunos.

## **Fundamentação teórica**

O Livro didático é um recurso (instrumento) metodológico utilizado em sala de aula pelos educadores, sendo que em alguns momentos é utilizado como guia para o seu planejamento docente.

Os Livros didáticos passaram por muitas mudanças desde a sua primeira invenção até chegar ao qual utilizamos atualmente na educação, para Oliveira et al (1997), o livro didático surgiu no século XIX como um adicional à Bíblia no qual foi aceito pela comunidade e utilizado nas escolas, os primeiros livros didáticos escritos sobre tudo para o pessoal das escolas de qualidade no qual atualmente chamamos de particulares, tinha como finalidade complementar os ensinamentos no qual não estava disponível nas Escrituras Sagradas (SOUZA, 2019; MICHEL, 2021).

Alguns autores defendem que os livros didáticos sempre fizeram parte da cultura escolar, mesmo antes da invenção da imprensa segundo Gatti Junior (2004), na época em que os livros eram uma raridade, os próprios estudantes universitários criavam seus cadernos de textos.

Na educação brasileira as primeiras ideias sobre o livro didático surgiram em 1929, segundo Michel (2021) deu-se a partir da criação do Instituto Nacional do Livro – INL, o instituto foi criado com a finalidade de reconhecer o livro didático nacional e auxiliar em sua produção. Apesar de todo planejamento, somente no ano de 1934 no governo sobre a gestão do presidente Vargas que o instituto começou a caminhar aos poucos, então começou a elaborar o dicionário nacional e uma enciclopédia e aumentar o número de bibliotecas públicas (MICHEL, 2021).

Atualmente o Programa Nacional do Livro Didático – (PNLD), que anteriormente tinha como o principal objetivo a aquisição e distribuição de livros didáticos para a educação básica das redes públicas passou, a partir do PNLD Literário (2018), a incluir em sua agenda a seleção e distribuição do livro didático, a grande novidade é a escolha de qual livro literário os alunos terão acesso (BRASIL, 2018, p.9).

## **Metodologia**

O presente trabalho refere-se à pesquisa do tipo bibliográfica sobre livros didáticos da matemática do ensino médio, a partir de categorias e critérios adotados para análise adaptadas dos documentos oficiais.

Para Gil (2002 pg. 44), pesquisa bibliográfica ..."é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos".

Analisando até neste ponto, podemos concordar que a pesquisa bibliográfica é baseada em livros e outros escritos. Na Quadro 1, consta 2 categorias que foram levadas em consideração para análise dos livros.

Quadro 1: Categorias de Análise.

<b>CATEGORIA 1</b>	<b>CRITÉRIOS</b>
Aspectos teóricos - metodológicos	1. Conteúdo apresentado de modo adequado
	2. Contextualização (cotidiano, interdisciplinar, história da matemática e matemática pela matemática)
	3. Articulação entre as diferentes representações matemáticas
	4. Leitura complementares
<b>CATEGORIA 2</b>	<b>CRITÉRIOS</b>
Questões e exercícios	1. Contextualização (cotidiano, interdisciplinar, história da matemática e matemática pela matemática)
	2. Incentivam o uso de diferentes estratégias de resolução
	3. Tipos de questões de: aplicação, algorítmica e desafios.

A partir dessas categorias realizou-se a análise em dois livros didáticos: Matemática ciência e aplicações dos autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida; e Matemática – Contexto & Aplicações do autor Luiz Roberto Dantes, onde foram analisados apenas os capítulos 5 e 2, respectivamente, em cada um dos livros sobre o tema de Estatística. Foram observados primeiramente a forma como o assunto é apresentado e em seguida os exercícios propostos pelo livro didático.

## Resultados e Discussão

### Livro I



Figura 1: Livro Matemática: ciência e aplicações

O Livro I analisado foi publicado em 2016, e é a obra do 3º ano do ensino médio “Matemática: Ciência e Aplicações” de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn,



Roberto Périgo e Nilze de Almeida, possui 386 páginas e está dividida em 9 capítulos, onde apenas o capítulo 5 - “Estatística Básica” foi nosso objeto de estudo.

No Quadro 2 apresenta-se um quadro-resumo dos aspectos gerais analisados na obra bem como uma breve observação acerca dos mesmos.

Quadro 2 – Aspectos gerais da Obra

Aspectos	Observação
Linguagem	De fácil compreensão, boa explicação sobre conceitos, com uma apresentação clara e concisa de conteúdos e exercícios propostos.
Exercícios	Apresenta boa quantidade de exercícios que abrangem todos os conteúdos ministrados.
Recursos metodológicos	Apresenta bons recursos metodológicos com a utilização de imagens e desenhos para exemplificações e atividades para resoluções de problemas.

Fonte: Elaborado pelos autores (2021)

Na categoria 1 – sobre os aspectos teóricos metodológicos do livro os autores procuraram trazer os alunos para perto do conteúdo a ser abordado explicando o que é estatística, onde é utilizada, e também já traz junto uma situação de resolução de problema. O capítulo tem foco geral na apresentação dos principais conceitos de estatística como população, amostra, o que são variáveis, tabelas de frequência, classes e outros. Foi possível observar que há uma relação interdisciplinar no capítulo que estabelece relações entre duas ou mais disciplinas ou ramos de conhecimento, uma disciplina por exemplo informática que envolve a construção de gráficos, tabelas e quadros, como observado na Figura 2 abaixo retirado do livro.



Figura 2: Tabela e quadro apresentada no Livro Matemática: ciência e aplicações

Fonte: Iezzi et al., (2016).

A forma de contextualização utilizada no conteúdo é a contextualização no cotidiano do aluno essa forma de contextualização do conhecimento matemático, é a mais difundida, sobretudo porque é a forma clássica defendida por alguns dos pesquisadores da educação matemática, notadamente representado pelo grupo de estudiosos de Recife (Terezinha Nunes, Ana Lúcia Dias Schliemann e David Carraher).

Segundo Dambrósio referindo-se ao cotidiano:

“O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura.” (DAMBRÓSIO, 2001, p. 22).

Os autores tentam aproximar a contextualização com aquilo que se verifica constantemente na vida circular dos alunos, mas lembrando que essa não é a única forma de contextualização.

O livro didático analisado apresenta diversas formas de representação para o conteúdo que é a utilização de gráficos (gráficos de pizza, de linhas, de barras, pictogramas e histogramas), tabelas quadros e interpretação do problema para resolução. Além disso, apresenta leituras complementares para ampliar o conhecimento dos alunos, como observado na Figura 3 da página 124.



Figura 3: Utilização de gráficos no Livro Matemática: ciência e aplicações

Fonte: Iezzi et al., (2016).

No capítulo 5, podemos destacar quanto aos aspectos visuais, que os gráficos são ótimos recursos para a comunicação de informações, e no livro estão bem compreensivos e de fácil interpretação. Com relação as ilustrações, essas são de inteira veracidade, pois todos dados de ilustração contidos tem suas fontes colocadas ao lado da ilustração para consultar se a fonte está correta e de onde foi retirada. As ilustrações tem uma ótima qualidade na sua impressão no livro didático. No entanto, o conteúdo analisado não apresenta inserção de preconceitos (étnicos e culturais).

Na categoria 2 – sobre as questões e exercícios, foi possível observar que o conteúdo possui em certas ocasiões conexão com o cotidiano do aluno. O exercício do conteúdo incentiva o uso de uma estratégia bastante conhecida para criação de gráfico e tabela que é a informática com o programa EXCEL. Excel ou Microsoft Excel é um aplicativo de criação de planilhas eletrônicas, onde é possível a interpretação de dados através da criação de gráficos e tabelas.

O exercício do conteúdo possibilita os alunos a realizar o cálculo mentalmente trabalhando com o raciocínio lógico, apresentando questões de desafios para os alunos aprimorarem ainda mais o conhecimento, além de possibilitar o aluno a criar situações problemas para serem resolvidas.

De acordo com a BNCC, as principais habilidades possíveis de observar no capítulo de estatística foram: a EM13MAT101 e EM13MAT104 da competência específica 1 – apresentando situações econômicas e sociais que envolve a análise através de gráficos e tabelas estatísticas como no exercício 3 (Figura 4), com o gráfico que apresenta o volume de água economizada pela população de São Paulo, propondo ao aluno pensar na questão da utilização de água e calcular o volume de água utilizado em determinado mês.



Figura 4: Utilização de gráficos no Livro Matemática: ciência e aplicações

Fonte: Iezzi et al., (2016).

Os autores enfatizam em seu texto e exercícios as habilidades EM13MAT202 e da competência específica 2, onde buscou trazer os alunos para analisar gráficos e métodos de amostragem de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação.

O uso de pesquisa amostral usando dados coletados ou de diferentes fontes sobre questões relevantes atuais, incluindo ou não, apoio de recursos tecnológicos, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das de dispersão, também são destaques no livro. Os autores utilizaram

dados e informações atuais através da apresentação em gráficos (Figura 5) sobre por exemplo da variação do preço do quilograma da carne no período de janeiro de 2010 a fevereiro de 2015 e também sobre um gráfico comparativo do crescimento do número de documentos sobre crimes e abusos virtuais.



Figura 5: Utilização de gráficos baseados no cotidiano do aluno no Livro Matemática: ciência e aplicações

Fonte: Iezzi et al., (2016).

## Livro II



Figura 6: Livro Matemática: Contextos e Aplicações

O Livro II analisado foi publicado em 2016, e é a obra do 3º ano do ensino médio “Matemática: Contexto e aplicações” de Luiz Roberto Dante que possui 394 páginas e está dividida em 9 capítulos, onde apenas o capítulo 2 - “Estatística” será nosso objeto de estudo.

Na categoria 1 – sobre os aspectos teóricos metodológicos do livro, o conteúdo se apresenta de modo adequado de acordo com o novo documento normativo vigente atualmente que é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o conteúdo traz consigo 4 competências dentre as 5 exigidas no documento normativo sendo elas: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar em diversos contextos, Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo, utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos: Aritmética, Álgebra, Grandezas e

Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.) (BRASIL, 2021, p. 523)

O autor procura trazer os alunos para perto do conteúdo a ser abordado, onde é utilizado o conceito que a pesquisa é bastante comum nas várias atividades humanas, a partir disso começa a citar alguns exemplos que pode ser utilizados e também já traz junto uma situação de resolução de problema. Foi possível observar que há uma relação interdisciplinar no capítulo que estabelece relações entre duas ou mais disciplinas ou ramos de conhecimento, uma disciplina por exemplo é a Artes que envolve a construção de gráficos, como observado na Figura 7 da página 41:

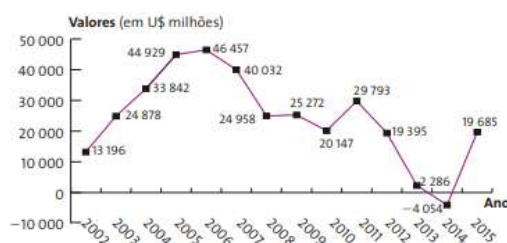


Figura 7: Utilização de gráficos baseados no livro: Matemática - Contexto e aplicações

Fonte: Dante (2016).

As formas de contextualização utilizadas no livro foram duas: contextualização no cotidiano do aluno e a contextualização interna à matemática. A contextualização no cotidiano do aluno é uma das formas mais utilizadas nos livros didáticos. No livro analisado o autor trabalha com exemplos da realidade do cotidiano do aluno, como a utilização de uma pesquisa a ser realizada dentro da sala de aula, anotando a quantidade de irmãos de cada aluno da turma e conseqüentemente organizar os dados em uma tabela, como mostra a Figura 8.

Quantidade de irmãos de cada aluno da turma

Quantidade de irmãos	Quantidade de alunos
0	
1	
⋮	

Fonte: Dados obtidos em sala de aula.

Figura 8: Utilização de quadro no livro: Matemática - Contexto e aplicações

Fonte: Dante (2016).

Outra contextualização identificada no capítulo é a interna à matemática que segundo Silva e Santo (2004) é um tipo de contextualização em que conteúdos

matemáticos mais básicos são apresentados como fundamentos para conteúdo mais complexos. No conteúdo analisado o autor se preocupa em partir de estruturas mais simples como sentenças matemáticas para construção da fração e resolução das questões de frequência absoluta, frequência relativa, como observado na Figura 9.

- frequência relativa da nacionalidade brasileira: 6 em 10 ou  $\frac{6}{10}$  ou  $\frac{3}{5}$  ou 0,6 ou 60%;
- frequência relativa da nacionalidade espanhola: 3 em 10 ou  $\frac{3}{10}$  ou 0,3 ou 30%;
- frequência relativa da nacionalidade argentina: 1 em 10 ou  $\frac{1}{10}$  ou 0,1 ou 10%.

Figura 9: Setenças matemáticas utilizada no livro: Matemática - Contexto e aplicações

Fonte: Dante (2016).

O livro didático analisado apresenta diversas formas de representação para o conteúdo que é a utilização de gráficos (gráficos de pizza, de linhas, de barras, pictogramas e histogramas), tabelas quadros e interpretação do problema para resolução. O conteúdo apresenta articulação entre as diferentes representações matemáticas sendo a principal a Estatística, a Algébrica e a Aritmética que podemos verificar através das coletas de dados e após isso realizar os cálculos. Além disso, o livro apresenta leituras, informações adicionais complementares para com isso possibilitar a oportunidade de ampliar o conhecimento dos alunos.

Na categoria 2 – sobre as questões e exercícios, foi possível observar que o conteúdo possui em certas ocasiões conexão com o cotidiano do aluno. Além disso, foi possível verificar questões com contextualizações interdisciplinares como a Física (Figura 10).

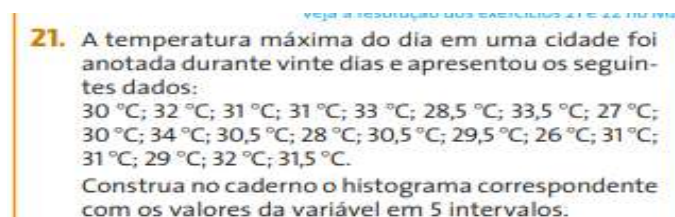


Figura 10: Contextualizações interdisciplinares no livro: Matemática - Contexto e aplicações

Fonte: Dante (2016).

O exercício do conteúdo incentiva o uso de recursos digitais novos como por exemplo o Canva, Minitab, R, Latex, Sigma Plot são alguns exemplos de programas para a utilização na construção de gráficos. O exercício do conteúdo possibilita os alunos a realizar o cálculo mentalmente trabalhando com o raciocínio lógico, apresentando questões de desafios para os alunos aprimorarem ainda mais o conhecimento, além de possibilitar o aluno a criar situações problemas para serem resolvidas.

Nos exercícios do capítulo analisado foi possível identificar que 23 questões são de aplicações no qual o autor apresenta uma contextualização antes do comando geral da questão e 18 questões são do tipo algorítmica, ou seja, são questões que vem com o comando por exemplo calcule, efetue sem antes do comando da questão ter uma contextualização. Além disso, foi observado que o capítulo apresenta 10 questões de desafios onde busca desafiar o conhecimento dos através desses tipos de questões. No capítulo é apresentado também 7 questões de exercícios resolvido no qual tem a finalidade de preparar o aluno para a resolução das questões seguintes (Figura 11).

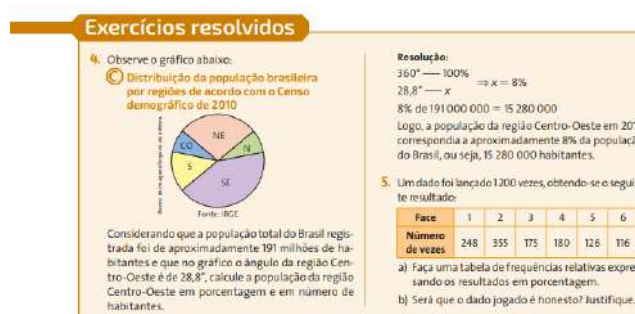


Figura 11: Exercício no livro: Matemática - Contexto e aplicações

Fonte: Dante (2016).

## Considerações finais

Nos capítulos analisados foi possível observar que os autores tentaram trazer para o conteúdo uma aproximação ao cotidiano dos alunos, de forma a facilitar o processo de ensino-aprendizagem. No entanto, algumas questões como contextualizações históricas e sociais são pouco trabalhadas no decorrer do conteúdo, o que poderia melhorar a discussão em si dos assuntos.

Apesar do livro didático ser um recurso muito utilizado na educação, não pode ser firmado como um canal de informações concretas, onde o aluno reproduza pensamentos e respostas elaboradas, no qual torna o aluno a ter simplesmente aquele conhecimento exposto no livro, sendo que muitas vezes não estão conectados a realidade do aluno. Portanto, mesmo que o livro didático seja indispensável na prática educacional, existem outros recursos didáticos que podem ser utilizados por exemplo: Apresentações em Power Point, Dinâmicas, Tablets, Smartphones, Notebooks, Jogos e entre outros.

## Referências

BARBOSA, E. J. T.; MENDES, A. A. A contextualização no ensino de equações - uma análise em um livro didático antes e depois do PNLD. **REVEMAT**. Florianópolis

(SC), v.11, n. 2, p. 381-386, 2016. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p363>.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2021.

BRASIL, Guia de Livros Didáticos: PNLD 2018: **Guia Digital do Programa Nacional do Livro Didático**. Brasília, Ministério da Educação, 2021.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D. W. E SCHILIMANN, A. D. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez, 1998.

DANTE, L. R. **Matemática : Contexto & Aplicações : Ensino Médio**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

D'AMBRÓSIO, U.. **Etnomatemática. Arte ou técnica de explicar e conhecer** SP: Ática, 1990.

GATTI JÚNIOR, D. **A escrita escolar da história: livro didático e ensino no Brasil**. Bauru, SP: Edusc; Uberlândia, MG: Edufu, 2004.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática : Ciência e Aplicações**, v.3 : Ensino Médio. 9. ed. – São Paulo : Saraiva, 2016.

MICHEL, F. V. A origem do livro didático. Brasil Escola. Disponível em: <<https://meuartigo.brasilecola.uol.com.br/pedagogia/a-origem-livro-didatico.htm>> .



Acesso em 28 ago. 2021

OLIVEIRA, J. B. A. GUIMARÃES, S. A. P. **A política do livro didático.**  
Campinas: UNICAMP, 1984.

SILVA, H. S. ; SANTO, A. O. E.; A contextualização: Uma questão de contexto.  
In: **Vii Encontro Nacional De Educação Matemática.** 2004, Recife. Disponível em:  
<http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/07/CC08065128220.pdf>. Acesso em 06 ago. 2021.

SOUZA, G. N. A lei 10639/03 e o livro didático: Analisando o PNLD 2018 para  
o ensino de sociologia. VI Congresso Nacional de Educação – Conedu. **Editora Realize.**  
2019. Disponível em: <  
[https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2019/TRABALHO  
\\_EV127\\_MD1\\_SA6\\_ID689\\_14082019110535.pdf](https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2019/TRABALHO_EV127_MD1_SA6_ID689_14082019110535.pdf)> . Acesso em 26 ago. 2021

## **METODOLOGIAS ATIVAS EM TEMPO DE PANDEMIA: ESTRATÉGIAS E POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA POR MEIO DE APLICATIVOS/SOFTWARES E/OU REDES SOCIAIS**

**Washington Luiz Pedrosa da Silva Junior**

**Colégio Federal tenente Rêgo Barros-CTRB**

[jwl\\_pedrosa@hotmail.com](mailto:jwl_pedrosa@hotmail.com)

**Antônio Luís Parlandin dos Santos**

**Universidade Federal do Pará-UFPA**

[luisdocencia3@gmail.com](mailto:luisdocencia3@gmail.com)

**Edson Junior Ferreira de Azevedo**

**Colégio Federal tenente Rêgo Barros-CTRB**

[edsonjuniorazevedo@gmail.com](mailto:edsonjuniorazevedo@gmail.com)

### **Resumo**

Com a chegada da pandemia, as práticas de ensino e aprendizagem de matemática tornaram-se um desafio para professores e alunos, pois agora a mediação ocorre por meio das TIC'S (Tecnologia da Informação e Comunicação). Embora os professores não tenham tido formação para o uso das tecnologias de forma ostensiva, são levados neste momento a ter os recursos necessários para o uso dos aplicativos. Com essa nova realidade social, a escola passa a encarar novos desafios, integrando as tecnologias a serviço da educação esta pesquisa caracteriza-se como um estudo do tipo exploratório bibliográfico, uma vez que através de buscas e seleção de revistas especializadas, livros, sites e artigos científicos foram estudados para fundamentarem as discussões aqui elencadas. Diante das dificuldades que o processo de ensino enfrenta, é imprescindível que se discutam novas formas de repasse de conhecimento nas escolas, quando esta já se encontra sufocada por ferramentas que muitas vezes não despertam o interesse dos alunos. Portanto, o professor, como gerenciador dos conhecimentos que desperta no aluno tem o papel de buscar novas formas de alcançar isso, ao ver qual proposta pedagógica ou projeto de ensino adotar para possibilitar uma melhor compreensão do mundo e de uma forma mais adequada possível.

**Palavras-chave:** Metodologias ativas. Docência. Redes Sociais. Aplicativos. Educação Matemática.

### **Introdução**

Este estudo trata sobre a utilização das tecnologias de informação e comunicação (TIC) na educação matemática. Analisa a utilização das TIC como mediadoras do processo de ensino e aprendizagem. Embora os professores não tenham tido formação para o uso das tecnologias de forma ostensiva, são levados neste momento a ter os recursos necessários para o uso dos aplicativos. Com essa nova realidade social, a escola passa a encarar novos desafios, integrando as tecnologias a serviço da educação.

Este presente trabalho tem como objetivo expor alternativas de suporte didático para professores de matemática com fins de dinamizar o sistema de escolarização em tempos de pandemia. Apresenta dados teóricos bibliográficos sobre técnicas, processos e métodos de ensino. Dispõe da análise crítica a respeito de tecnologias como recurso viável ao seguimento dialógico entre professor e aluno.

A exploração do assunto aqui apresentado é pertinente pelo fato de as redes sociais se mostrarem hoje como um recurso de grande utilização por docentes e discentes, em parte, já envolvidos no mundo de conexões, onde a interatividade é vista como algo importante dentro do processo de aprendizado, servindo, portanto, como recurso em potencial na prática educativa, pois as tecnologias, especificamente, as redes sociais vieram para conferir interatividade e flexibilidade no ritmo de estudos.

Nesse sentido, as redes sociais têm ampliado as possibilidades de inovação e aprendizado através do seu poder de compartilhamento, contribuindo para a difusão do conhecimento e a democratização do ensino. Contudo, ainda nos deparamos com escolas estagnadas devido a métodos e metodologias ultrapassadas em meio a um contexto expansivo tecnológico, social e educacional.

Ao planejar e desenvolver estratégias e possibilidades de ensino-aprendizagem por meio de aplicativos/softwarewares em tempos de pandemia devemos levar em consideração as pessoas, o local, o conteúdo, os saberes, os valores e os sentimentos da comunidade escolar. Nesse sentido esta pesquisa caracteriza-se como um estudo do tipo exploratório bibliográfico, uma vez que através de buscas e seleção de revistas especializadas, livros, sites e artigos científicos foram estudados para fundamentarem as discussões aqui elencadas.

Desse modo, sabe-se que a tecnologia tem trazido muitas vantagens ao acesso à informação, e que essa vantagem traz melhorias para o processo de ensino na escola. As

formas de aprender se diversificaram e hoje, a escola conta com uma gama muito maior de recursos.

A internet, por exemplo, tem se destacado no meio informacional por tornar possível a veiculação de informação de modo rápido e global. Contudo, algo que torna preocupante essa tendência da escola à utilização desse meio é a ausência de políticas públicas que levem ao professor a lidar com tais aparatos tecnológicos, estando muitas vezes menos preparados até mesmo que muitos alunos, não sabendo lidar com tal situação, o que lhe fazem abandonar tais recursos que poderiam trazer grandes benefícios quanto à busca do conhecimento.

Isso gera nas escolas um grave problema, pois as escolas estão se tornando lugares ricos em materiais que poderiam estar sendo utilizados, mas se tornam sucateados, obsoletos por não terem profissionais especializados para gerir tais ferramentas.

A deficiência de recursos nas escolas é outro problema sério à democratização do acesso à tecnologia em sala de aula, pois muitas vezes, professores se desdobram para possibilitar novas formas de ensino, mas não veem condições mínimas dentro das escolas. Apesar de alguns programas governamentais que tem a intenção de nos proporcionar acesso à internet e outras ferramentas, nem todas as escolas conseguem ser alcançadas e, às vezes até, não são contempladas por um serviço de qualidade, onde muitas vezes se possui um computador de última geração, mas não se tem uma internet que atenda às necessidades de acesso a plataformas digitais apresentadas como propostas auxiliadoras ao ensino e aprendizagem.

Assim, a ausência de recurso digital inabilita a execução de metodologias voltadas para uma prática digital inclusiva, o que força, muitas vezes, o professor continuar expondo suas aulas do modo tradicional, ou seja, só no quadro e giz, pois em muitas escolas não se tem o mínimo necessário para isso.

Para que aconteça realmente um avanço na área das tecnologias educacionais, é preciso preparação dos docentes para a nova realidade, onde a informação, peça fundamental do conhecimento, está em todo canto, e, portanto, em todo e qualquer tipo de recurso, para assim, poder a escola estar preparada para receber e envolver seus alunos na realidade que os cerca.

Em suma, a visão de alguns professores sobre os benefícios que as tecnologias exercem como recurso didático deve ser reanalisada, repensada. Muitos pensam que a tecnologia em si tem poderes milagrosos para levar o aluno a objetivos pré-determinados, ao passo que o professor é quem deve orientar o desenvolvimento do trabalho docente mediante a execução de seu planejamento já formulado anteriormente.

A ação docente mediada pelas tecnologias é uma ação partilhada, já não depende apenas de um único professor, isolado em sua sala de aula, mas das interações que forem possíveis para o desenvolvimento das situações de ensino. Alunos, professores e tecnologias interagindo com o mesmo objetivo geram um movimento revolucionário de descobertas e aprendizado. As mídias, como objetos de conhecimento expostos neste trabalho são exemplos viáveis que podem ser utilizados pelo professor para atingir seus objetivos educacionais em sala de aula.

Desse modo, a aplicação de softwares (programas pedagógicos) elaborados especificamente com finalidades educacionais é um exemplo metodológico que enriquece a vivência dos alunos estimulando a construção de aprendizagens significativas além de estimular a internalização de regras e limites explorando as possibilidades individuais e coletivas traduzindo assim o conceito de tecnologia, educação e cidadania na prática.

## **Metodologia**

Com o objetivo de analisar a utilização das TIC como mediadoras do processo de ensino e aprendizagem da matemática, este estudo conforma-se a uma abordagem quanti qualitativa do tipo multimétodo. Acerca da relação entre métodos quantitativos e qualitativos. (MINAYO, 2006, p. 54) considera que:

Ao desenvolver uma proposta de investigação e no desenrolar das etapas de uma pesquisa, o investigador trabalha com o reconhecimento, a conveniência e a utilidade dos métodos disponíveis em face do tipo de informações necessárias para se cumprirem os objetivos do trabalho.

Para a autora, a realidade não pode ser reduzida unilateralmente e a dicotomia que se estabelece na prática “não condiz com que epistemologicamente é mais correto e plausível. Propriedades numéricas e qualidades intrínsecas são tributos de todos os fenômenos [...]” (MINAYO, 2006, p. 54-5). De acordo com Tanaka et al. (2001), a abordagem quantitativa caracteriza-se por permitir uma abordagem focalizada, pontual e estruturada com a utilização de dados quantitativos. Assim, a produção de dados quantitativos se realiza por meio da obtenção de respostas estruturadas. Enquanto a abordagem qualitativa, segundo Creswell (2010, p. 26):

[...] é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. [...] envolve as questões e procedimentos que emergem, os dados tipicamente coletados no ambiente do participante, a análise dos dados.

Segundo Franco e Ghedin (2008, p. 63), o desenvolvimento de pesquisas qualitativas em educação permite e consubstancia a percepção da “realidade social de um modo diferente: [...] como algo composto de múltiplas significações, de representações que carregam o sentido da intencionalidade”.

O pressuposto central que justifica a abordagem multimétodo é o de que a interação entre análise e combinação de técnicas quantitativas e qualitativas em um mesmo desenho o definem como um dispositivo de coleta. Nesse sentido, Creswell e Plano Clark (2011), definem métodos mistos como “pressuposto central que justifica a abordagem multimétodo é o de que a interação entre eles fornece melhores possibilidades analíticas”. Identificaremos as situações das quais podemos combinar os métodos quantitativos e qualitativos, tendo como sujeitos de nossa pesquisa alunos do do ensino fundamental II.

**Estratégias e possibilidades de ensino-aprendizagem por meio de aplicativos/software e/ou redes sociais**

Os canais de comunicação foram se evidenciando com o advento do Covid-19, transformando a maneira de interagirmos com o mundo e com o próximo. Na educação houve mudanças significativas, tanto na forma de ensinar, quanto na maneira de aprender um determinado conteúdo.

As escolas têm se valido de recursos metodológicos tecnológicos, para alcançar seus objetivos educacionais, O uso de tais tecnologias pelos alunos sob supervisão do corpo pedagógico docente busca um método de aprendizagem significativa defendida por um dos principais pensadores da pedagogia progressista, Paulo Freire, que mesmo não se considerando contemporâneo, não se ateu ao passado. Ele dizia: “Faço questão enorme de ser um homem de meu tempo, e não um homem exilado dele” (FREIRE, 1984, p.1).

Segundo Alencar (2005), Freire acreditava que a utilização de recursos tecnológicos era uma ferramenta importante para o processo de ensino aprendizagem, reconhecendo assim as exigências de seu tempo e as potencialidades dos recursos tecnológicos aliados a um rigor metodológico, tornando favorável seu uso no ensino.

Não é mais possível, dentro dessa visão de mundo tecnológico atual e de mudanças paradigmáticas significativas, o processo educacional, nas suas mais diversas especificidades, não evoluir, se estagnar, pois não comporta mais nas universidades um ensino que se caracterize por uma prática conservadora, repetitiva, acrítica e dissociada do mundo real.

A internet tem se mostrado como um dos maiores adventos tecnológicos de todos os tempos, não havendo em nenhum outro momento da história, tanta troca de informações em tão curto espaço de tempo. Isto se deve a rapidez e agilidade combinadas ao dinamismo e a conveniência, configurando sua eficiência na atualidade. Invade nossos lares com todas as suas cores, seus movimentos e sua velocidade, fazendo o impossível tornar-se palpável, como navegar pelo corpo humano e visualizar a Terra do espaço sem sair do lugar, argumenta Souza (2016).

O acesso à internet foi, de fato, um dos fatores notórios no processo de mudança a uma realidade educacional, assim como a produção desenfreada de computadores, notebooks, tablets, celulares, entre outros, e ainda o sucesso das redes sociais que a partir dela foram subsidiadas, recurso este que tem levado ao aluno um número ilimitado de informações.

Com as múltiplas ferramentas que a internet dispõe, é possível, dentro de sala de aula, a exploração dos mais variados recursos disponíveis a partir dela. Ferramentas do uso cotidiano do aluno podem ser utilizadas pelo professor de maneira articulada e programada, permitindo a criação de espaços (páginas e grupos), integrados à rede, para repassar conteúdo em formato de arquivos ou um tipo específico de documento.

Tais ferramentas online como o Facebook, a rede social mais acessada dentre os jovens, de maneira planejada pode servir de apoio ao trabalho docente com a criação de espaços (páginas e grupos) criados pelo próprio professor, integrados à rede, para interação dos estudantes com o conteúdo matemático, em diversos formatos: arquivos de imagem, como, por exemplo, vídeos, fotos, ilustrações, animações; arquivos de áudio, como, por exemplo, músicas, gravações, sons, toques, audiolivros; ou um tipo específico de documento, como por exemplo, um texto em doc, pdf, uma planilha, uma apresentação, dentre outras. Com essa rede social pode-se desenvolver, com criatividade do discente, atividades de diversas disciplinas. Além disso, conforme comenta Ferreira et. al (2005, p. 8-9):

Atualmente, existem vários aplicativos que podem ser utilizados pedagogicamente. Entre eles podemos citar alguns como: - Quizzes: Aplicativo que possibilita que se construam questionários com várias questões de marcar para depois ser mostrado algum relato. - FlashCards: um tipo de jogo de informação que permite construir vários termos e suas definições. O sistema automaticamente gera testes para associar um nome com sua definição certa, questões de V ou F, questões objetivas e de respostas escritas. - PodClass: Aplicativo possibilita compartilhar informações dos mais diversos tipos e é semelhante ao ambiente virtual de aprendizagem Moodle. - SlideShare: Compartilha apresentações do PowerPoint.

Esses aplicativos, além de muitos outros, podem ser integrados ao Facebook como recursos auxiliares e potencializadores do trabalho docente e, portanto, do processo ensino aprendizagem, uma vez que agrega recursos que permitem ações interativas e dinâmicas na web.

Llorens e Capdeferro (2020 apud FERREIRA, 2005, p. 23) descrevem ainda sobre as principais potencialidades pedagógicas do Facebook para a aprendizagem colaborativa.



Favorece a cultura de comunidade virtual e aprendizagem social. A cultura de comunidade virtual fundamenta-se em valores à volta de um objetivo em comum que gera sentimentos de pertença e de aprendizagem social.

-Permite abordagens inovadoras de aprendizagem. Possibilita a construção do conhecimento e o desenvolvimento de competências, apoia a aprendizagem ao longo da vida e atualização profissional mediante a colaboração dos pares.

-Permite a apresentação de conteúdos por meio de materiais “reais”. A informação que se transmite pode vir a ser dos próprios integrantes da rede social. Com vídeos, produtos multimídia, ligações a documentos e artigos de blogs, etc.

Seabra (2010, p. 21) soma nesse aspecto ao afirmar que além de atividades com os alunos, é cada vez maior o número de educadores que encontram nas redes sociais uma ferramenta de diálogo e de compartilhamento de informações, com seus pares, com especialistas, com profissionais de outras áreas do conhecimento.

Por tudo, acredita-se, que o Facebook, é uma ferramenta disponível, que se torna valiosa para o processo educativo no nível superior.

O Whatsapp, recurso digital de bate-papo, pode servir como oportunidade para melhorar a capacidade argumentativa dos estudantes. Com a possibilidade de criação de grupos de discussão para cada turma, o professor pode planejar uma metodologia voltada para discussão de determinados assuntos que serão posteriormente discutidos em sala de aula, onde estes defenderão seus pontos de vista expostos em rede, fundamentando-os. Essa entre outras metodologias, como a produção e exposição individual de textos sobre determinado tema discutido no grupo podem ser utilizadas com essa ferramenta.

É claro que também esse aplicativo pode trazer problemas em sala de aula, uma vez que os alunos o utilizem para outros fins, no entanto, o professor deve pré-estabelecer critérios de seu uso em sala de aula, como argumenta Neri (2015, p. 6), discorrendo que os conflitos mais comuns que surgem nas salas de aula devem-se justamente à ausência de uma definição clara desses acordos e da crença em pressupostos perigosos, como o de que o aluno “deve saber naturalmente o que é certo e o que é errado”. Fundamenta também que os critérios de sua utilização devem ser discutidos anteriormente. Neri (2015, p. 6) ainda elucida alguns critérios:

- Propor atividades que envolvam o uso do aplicativo para grupos de alunos;
- Permitir que os alunos aprendam a usar o aplicativo antes de propô-lo como parte de uma atividade;
- Discutir as questões éticas e morais envolvidas no uso de imagens e registros, bem como o uso indevido dos Smartphones e Ipedes;
- Estabelecer claramente no planejamento da sua atividade, e descrever em detalhes no seu planejamento de aula, os objetivos do uso do Aplicativo nas atividades propostas;
- Estabelecer claramente as regras de uso do Whatsapp na escola de maneira geral e, em particular, usando o aplicativo “como parte da aula”.

Outra ferramenta, o Youtube, o maior site de compartilhamento de vídeos existente na internet e o mais popular do mundo, possibilitando que milhões de pessoas assistam e compartilhem vídeos criados por profissionais e amadores. Além do entretenimento, pode oferecer uma infinidade de oportunidades em sala de aula, como filmes, debates, documentários etc. Nele é possível a criação de perfis além de canais para públicos específicos, onde o professor pode adicionar aquilo que interessa àquele grupo de estudantes. Contudo, permite ao aluno ter acesso a qualquer hora, às aulas pré-armazenadas, sem a necessidade da presença do professor.

Segundo Mandarno (2002), estes devem ser usados apenas quando adequados ao conteúdo e que possam contribuir significativamente para o desenvolvimento do trabalho como ferramenta de auxílio a atividades propostas pelo professor. Mostra-se um grande aliado da ação pedagógica, já que o vídeo está diretamente ligado ao conceito de lazer. Neste aspecto, torna-se importante discutir também a utilidade da televisão como recurso didático, uma vez que esta, diante dos novos achados tecnológicos, tem-se tornado obsoleto e quase que esquecido dentro das instituições de ensino, podendo estar servindo como rica fonte de informação e conhecimento para os alunos.

O Twitter, recurso de entretenimento bastante utilizado pelos jovens, é um serviço de comunicação rápida, o qual muitos utilizam para se manterem informados sobre assuntos de seu interesse, seguindo perfis específicos. Permite contatar as pessoas através da postagem de mensagens curtas e instantâneas. Pode ser utilizado amplamente pelo professor para o transpasse de sua disciplina e, portanto, de conhecimentos uma vez que é possível levantar questionamentos discutidos em sala de aula, gerando reflexões acerca dos temas. Lorenzo (2013, p. 35), fundamentam que o twitter:

pode tornar-se um recurso para avaliação, de opinião ou pesquisa; promoção de debates; compartilhamentos de vídeos; desperta o senso crítico, criativo e sintético dos alunos; obtenção de informações úteis, como datas importantes, por exemplo; os professores tornam-se mais acessíveis, os alunos mais tímidos podem se expressar, os professores podem obter feedback das aulas.

No twitter, além das pessoas poderem acompanhar o que seus amigos e conhecidos publicam, é possível acessar e ler outros conteúdos através de buscas simples ou por palavras-chave.

O uso de jogos virtuais tem sido motivo de diversos estudos como ferramenta de construção de conhecimento, por ter características lúdicas, interativas e estimulantes, sendo capaz de desenvolver habilidades e construir conhecimentos. Pereira (2014), cita que:

Os jogos digitais, ao permitirem a simulação em ambientes virtuais, proporcionam momentos ricos de exploração e controle dos elementos. Neles, os jogadores – crianças, jovens ou adultos – podem explorar e encontrar, através de sua ação, o significado dos elementos conceituais, a visualização de situações reais e os resultados possíveis do acionamento de fenômenos da realidade. Ao combinar diversão e ambiente virtual, transformam-se numa poderosa ferramenta narrativa, ou seja, permitem criar histórias, nas quais os jogadores são envolvidos, potencializando a capacidade de ensino e aprendizado. (RIBEIRO et al., 2006 p.24).

Os jogos como material pedagógico exercem uma influência benéfica e positiva sobre os alunos durante a construção de conceitos, podendo assim ser aplicado nas mais diversas disciplinas. As conversões feitas dos conceitos criados cognitivamente no aluno em função do jogo são defendidas por Medeiros (2006, p. 55) ao discorrer que a aprendizagem deve ir além da pura memorização, mas deve estar baseada em atividades onde o aprendiz envolva-se cognitivamente, fundamentadas numa visão construtivista e interacionista, que vê a educação como inseparável da vida real. Completa ainda que o conhecimento não pode ser simplesmente implementado ou transferido, ele precisa ser construído e reconstruído para ter qualquer efeito duradouro. Azeredo (2010, p. 21) reitera o pensamento nos alertando sobre um cuidado no uso dos jogos, ao afirmar que estes não devem ser utilizados como mera distração, mas com objetivos e propostas bem definidas para que possam ter efeitos positivos, o que determina sua potencialidade educacional.

Além dos jogos propriamente ditos, outro tipo de software de grande interesse lúdico e enorme potencial educacional que tem se tornado bastante comum no uso pelos professores são os simuladores. Uma simulação é uma animação que, além de permitir a interação do sujeito, visa à representação isomórfica de um determinado fenômeno ou mecanismo do mundo real.

Essa ferramenta de ensino pode auxiliar no transpasse de conteúdos de matemática que lidam com conceitos caracterizados com um alto teor de abstração, também podem envolver na experiência materiais que, muitas vezes, não estão à disposição ou ao alcance dos sentidos do ser humano, configurando-se como uma representação visual acessível e de fácil manuseio. Sobre isso, Madeiros (2004, p.48) afirma que os experimentos perigosos ou de realizações muito caras ou fenômenos muito lentos ou extremamente rápidos estão dentro da classe de eventos bastante adequados para simulações computacionais.

Além disso, mostra-se como recurso de grande utilidade pelo professor uma vez que pode despertar no estudante o interesse, haja vista que as mídias são um atrativo para os jovens e, ainda, maior aproximação da realidade.

Simulações computacionais vão além das simples animações. Elas envolvem uma vasta classe de tecnologias do vídeo à realidade virtual que podem ser classificadas em certas categorias gerais baseadas fundamentalmente no grau de interatividade entre o aprendiz e o computador. (MEDEIROS 2004, p. 48).

Esses recursos apresentados, entre outros, têm por objetivo aprimorar e complementar a prática docente, deixando de lado métodos obsoletos aplicados em sala de aula que prejudicam o rendimento dos alunos contemporâneos.

A produção científica gerada nos últimos anos, beneficiou bastante a educação matemática, já que a utilização de software melhorou a produção do conhecimento de alunos e professores de matemática. Segundo Santana (2002) com base no processo de experimentação e observação das ações de professores e estudantes em aula, pesquisadores desenvolveram softwares educativos de qualidade, mas nem sempre foi assim, pois antes esses softwares eram programados por pessoas que não possuíam

formação educacional adequada de tal forma que se preocupavam apenas com aspectos técnicos e visuais.

São considerados softwares educativos, os programas de computador cuja finalidade é oferecer condições e possibilidades aos professores para o desenvolvimento de atividades didáticas assistidas, junto aos seus alunos em laboratório de informática, em sala de aula ou a distância devido ao covid-19.

Nesse sentido, para com o ensino da matemática destacamos o software Geogebra, que potencializa a criação de hipóteses durante o ensino e aprendizagem de geometria.

As características do Geogebra são eficazes na construção de cenários para investigação, nos quais os alunos são capazes de experimentar situações em um processo dinâmico, possibilitando estimular à investigação e o questionamento, propondo ao aluno que ele entenda questões e fórmulas e não apenas decore. Espera-se que a ferramenta matemática encoraje os alunos e disponha do senso de capacidade crítica sobre a geometria.

Importa destacar que as tecnologias, como se sabe, não foram desenvolvidas para fins educacionais, mas a escola não deve estar dissociada da realidade dos alunos, nem da escola de um modo geral, mas caminhar com ela, utilizando-se dos meios disponíveis, necessários e possíveis para o alcance de um ensino aprendido efetivo, que envolva o número máximo de alunos sem excluir ninguém, tornando democrática a forma de repassar conteúdos e tornar alunos mais críticos, mais informados e mais participativos diante da nova realidade social em desenvolvimento.

## **Conclusão**

Diante das dificuldades que o processo de ensino enfrenta, é imprescindível que se discutam novas formas de repasse de conhecimento nas escolas, quando esta já se encontra sufocada por ferramentas que muitas vezes não despertam o interesse dos alunos. Portanto, o professor, como gerenciador dos conhecimentos que desperta no aluno tem o papel de buscar novas formas de alcançar isso, ao ver qual proposta pedagógica ou projeto de ensino adotar para possibilitar uma melhor compreensão do mundo e de uma forma

mais adequada possível. Desta proposta, o interesse dos alunos não pode, nem deve estar desvinculado, mas é fundamental que as ferramentas de interação sejam utilizadas para que ocorra o melhoramento do aprendizado, em que as inter-relações sejam instigadas e a troca de ideias, informações e conhecimentos se façam possíveis.

Está claro que não é uma tarefa fácil estar apto ou preparado para encarar tais desafios, mas é necessário uma vez que o mundo está em constante transformação, o que gera nas instituições de ensino uma mudança frequente de atualizações a fim de acompanhar o ritmo da sociedade e não se tornar uma instituição alienada ao passado, desinteressante e alheia a essa nova conjuntura social. onde o professor não pode de maneira nenhuma ficar para trás, mas ter boa vontade em encaminhar com maestria o processo de ensino, se transformando no mesmo, exigindo-se de si mesmo uma formação continuada, pois a tecnologia faz parte do mundo e irá cada vez mais influenciar a vida da sociedade, e, portanto, o professor deve se posicionar em uma postura norteadora do processo ensino-aprendizagem, reconhecendo seu papel de responsabilidade na formação cidadã, profissional e, sobretudo, humana do seu aluno.

Não defendemos que as tecnologias são recursos que vão resolver os problemas educacionais existentes, mas que devemos encará-las como recursos novos a qual alguns já estão familiarizados, gostam e se interessam em utilizar. Que passemos a enxergá-las como complemento de construção de conhecimento que vai auxiliar no pensamento, na reflexão, na melhora do ato de aprender por meio de aplicativos/software.

## Referências

ALENCAR, Anderson Fernandes de. **O Pensamento de Paulo Freire sobre a Tecnologia**. IV Colóquio internacional Paulo Freire. Recife, 2005. Disponível em: <<http://pt.slideshare.net/mauriciomendes Pinto/paulo-freire-tecnologia>>. Acesso em: 06 set. 2021.

CRESWELL, J. W.; PLANO CLARK, V. L. **Designing and conducting mixed methods research**. 2nd. Los Angeles: SAGE Publications, 2011.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3 ed.

Porto Alegre: Artmed, 2010.

FRANCO, M. A. S.; GHEDIN, E. **Questões de método na construção da pesquisa em educação**. São Paulo, Cortez, 2008.

FERREIRA, Jacques de Lima. **O uso pedagógico da rede social facebook/** Redes sociais e Educação. Disponível em: <file:///C:/Users/Castanheira/Downloads/199-644-1-PB.pdf>. Acesso em: 06 set. 2021.

GEEKIE. **Boas práticas:** As Ferramentas Digitais mais populares em sala de aula. Disponível em: <[https://cdn2.hubspot.net/hubfs/452073/content\\_offers/EBOOK\\_Ferramentas\\_Digitais.pdf?t=1469649406505&utm\\_source=hs\\_automation&utm\\_medium=email&utm\\_content=29457348&\\_hsenc=p2ANqtzxDXWxUCChwnK\\_yv6\\_lwZjrxAgRyD0D1t9MxhzunOLO5OqaVGFgdaoQXkNKRwlMeXP10jPmzKWQVtH3754yfyVHyWtc6AjtC0-pwSdleyb3aA&\\_hsmi=29457348](https://cdn2.hubspot.net/hubfs/452073/content_offers/EBOOK_Ferramentas_Digitais.pdf?t=1469649406505&utm_source=hs_automation&utm_medium=email&utm_content=29457348&_hsenc=p2ANqtzxDXWxUCChwnK_yv6_lwZjrxAgRyD0D1t9MxhzunOLO5OqaVGFgdaoQXkNKRwlMeXP10jPmzKWQVtH3754yfyVHyWtc6AjtC0-pwSdleyb3aA&_hsmi=29457348)>. Acesso em: 01 set. 2021.

LORENZO, Eder Maia. **A Utilização das Redes Sociais na Educação: A Importância das Redes Sociais na Educação**. 3 ed. São Paulo: Clube de Autores, 2013.126 p.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **O desafio do conhecimento:** pesquisa qualitativa em saúde. 9. ed. São Paulo: Hucitec, 2006.

NERI, Juarez Heladio Pereira. **Mídias sociais em escolas:** uso do Whatsapp como ferramenta pedagógica no ensino médio. Estação Científica - Juiz de Fora, 2015. Disponível em: <[http://portal.estacio.br/docs%5Crevista\\_estacao\\_cientifica/06-14.pdf](http://portal.estacio.br/docs%5Crevista_estacao_cientifica/06-14.pdf)> Acesso em: 05 set. 2021.

PEREIRA, Angela Marcia Perecini. **A Contribuição do uso da Tecnologia no Ensino de Ciências para Alunos do sétimo ano da rede Estadual do Município de Ibaiti**. Medianeira-PN 2014. Disponível em: <[http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/4765/1/MD\\_ENSCIE\\_IV\\_2014-10.pdf](http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/4765/1/MD_ENSCIE_IV_2014-10.pdf)> Acesso em: 04 set. 2021.

SANTANA, J. R.; **Do novo PC ao velho PC: A prova no ensino de matemática a partir do uso de recursos computacionais**. Fortaleza: UFCR, 2002.

SEABRA, Carlos. **Tecnologias na escola**. Como explorar o potencial das tecnologias de informação e comunicação na aprendizagem. Diálogos com professores - Fronteiras educação. 1º Ed. Porto Alegre. Fronteiras do pensamento. Disponível em: <[http://pt.slideshare.net/anaps0404/tecnologias-na-escola-24306196?next\\_slideshow=1](http://pt.slideshare.net/anaps0404/tecnologias-na-escola-24306196?next_slideshow=1)>. Acesso em: 03 set. 2021.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo, Cortez, 2017.

TANAKA, et al. **Avaliação de programas de saúde do adolescente: um modo de fazer**. São

Paulo: Edusp, 2001.

SOUZA, Renata Budeschi de. **O uso da tecnologia na educação**. Campo Bom, 7 mai. 2015. Disponível em: <<http://loja.grupoa.com.br/revista-patio/artigo/5945/o-uso-das-tecnologias-na-educacao.aspx>>. Acesso em: 05 set. 2021.

STUDART, Nelson (Org.) **FÍSICA: Ensino Médio**. Brasília: ministério da educação/ Secretaria de Educação Básica, 2006. (Coleção Explorando o Ensino, v.7).

GRINKRAUT, Melanie Lerner. LEKA, Aline Regis. **A Utilização Das Redes Sociais Na Educação Superior**. Revista Primus Vitam Nº 7 – 2º semestre de 2014. Disponível em: <[http://mackenzie.br/fileadmin/Graduacao/CCH/primus\\_vitam/primus\\_7/aline.pdf](http://mackenzie.br/fileadmin/Graduacao/CCH/primus_vitam/primus_7/aline.pdf)> Acesso em: 07 set. 2021.



## **PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA A FORMAÇÃO INICIAL DE GRADUANDOS DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**Gilson Pedroso dos Santos**  
UFOPA  
**gilson.santos@ufopa.edu.br**  
**José Ricardo e Souza Mafra**  
UFOPA  
**jose.mafra@ufopa.edu.br**

**Resumo:** O presente trabalho trata sobre o Pensamento Computacional (PC), Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), Formação Docente e Ensino de Matemática. Tem como objetivo principal trazer reflexões e discussões em relação a essas abordagens, como princípios válidos, na organização de um suporte teórico-prático na formação inicial de professores. Como procedimentos metodológicos, foi realizada uma pesquisa bibliográfica do tipo narrativa acerca dos temas dessa investigação em fontes teóricas, bases de dados e repositórios institucionais, utilizando-se, para tanto, palavras-chaves como Pensamento Computacional, Formação Docente, Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação, além de Ensino de Matemática. As discussões iniciais, apresentadas nesse trabalho, apontam para a necessidade de se refletir sobre, como aliar o pensar computacionalmente às TDIC, com propósitos de organização de uma base fundante para a formação de professores, de modo que os docentes possam utilizar os conceitos relacionados ao PC e as TDIC na sala de aula numa perspectiva emancipatória e não alienadora. Ressalta-se também a importância do desenvolvimento de atividades que possam permitir o ensino de matemática aliado às TDIC e ao Pensamento Computacional.

**Palavras Chaves:** Formação Inicial. Pensamento Computacional. Matemática.

### **INTRODUÇÃO**

O presente trabalho apresenta resultado iniciais de um pesquisa em andamento que visa investigar como o Pensamento Computacional e as TDIC podem ser articuladas como uma base de ação epistemológica para a Formação Inicial de Professores com graduandos dos cursos de licenciatura do Instituto de Ciências da Educação da Universidade Federal do Oeste do Pará, considerando as perspectivas e desafios da educação na Amazônia. Dentre esses graduandos também estão os da licenciatura integrada em matemática e física.

Para tanto, como procedimentos metodológicos, foi realizada pesquisa bibliográfica do tipo narrativa em diversas fontes teóricas, bases de dados e repositórios institucionais, utilizando-se de palavras-chaves como Formação Docente, TDIC, Pensamento Computacional e Ensino de Matemática. Descrevemos neste trabalho algumas atividades propostas que serão aplicadas em um curso de formação de professores com os graduandos da licenciatura integrada em matemática e física.

O presente trabalho apresenta as seguintes seções: Na seção **TDIC e Pensamento Computacional** são apresentadas definições sobre o que são TDIC e o PC; Já em **Formação Docente e o Ensino da Matemática**, busca-se discutir sobre a importância da formação do docente que ensina matemática. Em **Metodologia**, é apresentado como a pesquisa encontra-se em vias de desenvolvimento. Na seção **Atividades Propostas** são expostas ideias de como o professor de matemática em formação pode utilizar recursos e princípios ligados à TDIC e ao Pensamento Computacional. Em **Resultados**, apresenta-se os resultados iniciais e esperados dessa pesquisa. Por fim, em **Considerações Finais**, apresentam-se breves reflexões sobre como devem ser desenvolvidas atividades de formação, considerando a abordagem do PC, das TDIC e o ensino da matemática.

## **TDIC E PENSAMENTO COMPUTACIONAL**

As tecnologias tornaram-se cada vez mais complexas, elas transcenderam os limites dos computadores e passaram a ser tratadas como Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), englobando os computadores, a internet, a videoconferência e a teleconferência, etc. Elas viabilizaram a expansão das possibilidades de uso do computador e também das ideias do ciclo de ações que acontece na interação com o computador (VALENTE, 2005). As TDIC, dessa forma, constituem produtos da evolução natural do computador.

Em um período da história humana tão peculiar e complexo, devido às novas formas de interação, proporcionadas pela globalização, popularização da Internet e massificação das novas tecnologias, torna-se de suma importância a discussão de como as TDIC podem influenciar na educação.

Além das TDIC, acreditamos que o Pensamento Computacional é uma abordagem que pode contribuir significativamente com a educação, abordagem esta que é apresentada a seguir.

Desde o surgimento do termo “*Computational Thinking*” (Pensamento Computacional, em inglês), idealizado pela pesquisadora Jeannette Wing em 2006, muitos pesquisadores cujo foco da pesquisa é o ensino de programação, veem o PC como uma estratégia de grande valia (ZANETTI, BORGES e RICARTE, 2016).

A sociedade atual exige que os indivíduos sejam capazes mais do que saber ler, escrever, ou saber realizar operações como adição e subtração. A lista de habilidades e conhecimentos fundamentais para o pleno exercício da cidadania no século XXI é muito

extensa e controversa. Dentre essas habilidades, talvez a mais importante e menos compreendida dessas habilidades seja o Pensamento Computacional (BLIKSTEIN, 2008). Geraldes (2017, p. 36) afirma que “foi amplamente difundido que PC se trata de um conjunto de conceitos, habilidades e práticas da computação que podem ser aplicados tanto em atividades do cotidiano como em outras áreas do conhecimento”.

## **FORMAÇÃO DOCENTE E O ENSINO DE MATEMÁTICA**

O ensino da matemática no nosso país ainda possui grandes desafios que necessitam ser superados. A ausência de fundamentos didáticos, a necessidade de se utilizar a matemática para o exercício da cidadania, conteúdos apresentados sem que o aluno consiga refletir e entender a forma como poderá utilizar aquele conhecimento na sua vida cotidiana, são alguns dos problemas que os educadores matemáticos se defrontam. Assim, a escola, família e governo precisam buscar alternativas de superação, pois “o grande desafio é desenvolver um programa dinâmico, apresentando a ciência de hoje relacionada a problemas de hoje e aos interesses dos alunos” (D’AMBROSIO, 1996, pp. 32-33).

Debates e discussões envolvendo reflexões de como a matemática pode contribuir para a formação do indivíduo, serão sempre necessários. Além disso, é evidente uma preocupação cada vez mais permanente com a qualidade da formação do professor, independente se ela é uma formação inicial ou continuada. Essa formação envolve desde os alunos dos cursos de graduação de matemática até aqueles que já possuem muitos anos de exercício da docência.

Essa formação deve ser significativa, de forma que diversas habilidades e competências possam preparar o educador matemático para que ele seja bem-sucedido ao ensinar a matemática e que ele busque sempre a reflexão da sua própria prática, para que assim possa sempre ser um educador melhor. O professor deve ser incentivado para que consiga adotar posturas alternativas perante o futuro. Para tal, é necessária a sua própria transformação, que perpassa por ele se autoconhecer como um indivíduo e como um ser social que está inserido numa realidade planetária e cósmica. Conhecer a si mesmo, uma vez que ninguém pode tentar influenciar os outros sem o domínio de si próprio. Além disso, precisa conhecer a sociedade onde atua e ter uma visão crítica dos problemas dela e deve se livrar de preconceitos e predileções, pois apenas sendo livre poderá permitir que outros sejam livres. Deve ainda criar situações para que o aluno queira saber a realidade

que o rodeia, além de dar ao discente a liberdade de encontrar significação no seu ambiente, uma vez que esse é um direito da criança. Cabe ao professor, então, possibilitar à criança o exercício desse direito (D'AMBROSIO, 1996).

Vale destacar que além do papel e da responsabilidade do professor ser primordial para se alcançar uma educação de qualidade, a escola em geral, o Estado e a família devem participar do processo educativo. Além da formação do professor, é importante também a preocupação sobre como deve ocorrer o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Há dois aspectos muito importantes para sabermos identificar os efeitos que o uso dos computadores podem trazer para o ensino da Matemática: A influência da tecnologia permitindo trabalhar os conceitos matemáticos de forma otimizada e diversificada, e, a influência dos conceitos mais gerais de informática, que depende quase que exclusivamente da linguagem algorítmica. Dessa forma, entendemos que o uso do computador contribui também para que a aprendizagem matemática possa se tornar uma atividade experimental mais rica, no sentido de incentivar o melhor desenvolvimento dos processos cognitivos e das faculdades mentais dos alunos (SANTOS e MAFRA, 2021).

Para o ensino da Matemática, como uma área de conhecimento e aspectos característicos de seu ensino, podemos pensar em ações planejadas, com base em diretrizes voltadas para subsidiar elementos significativos para o trabalho planejado do docente que ensina matemática. Tais encaminhamentos são muito relevantes em se tratando do desenvolvimento de competências e habilidades, a partir de situações que tragam elementos de significados para os alunos, conforme Mendes e Sá (2006) apresentam.

## **METODOLOGIA**

Como procedimentos metodológicos, foi realizada uma pesquisa bibliográfica do tipo narrativa acerca dos temas dessa investigação em fontes teóricas, bases de dados e repositórios institucionais (como o Banco de Teses e Dissertações da Capes, Scielo, dentre outras), utilizando-se, para tanto, palavras-chaves como Pensamento Computacional, Formação Docente, Ensino de Matemática e TDIC. De acordo com a Biblioteca Prof. Paulo de Carvalho Matos (2015, p. 2), a pesquisa bibliográfica narrativa “não utiliza critérios explícitos e sistemáticos para a busca e análise crítica da literatura.

A busca pelos estudos não precisa esgotar as fontes das informações. Não aplica estratégias de busca sofisticadas e exaustivas.”

Além disso, foram elaboradas, ainda, algumas propostas de atividades a partir da leitura de textos sobre a utilização de recursos computacionais para ensinar a matemática.

## PROPOSTAS DE ATIVIDADES

Para a nossa investigação, em curso, propõe-se a aplicação de dois cursos, sendo um de formação geral e outro de formação específica. O curso de formação geral será aplicado com graduandos de todas as licenciaturas do Instituto de Biodiversidade e Florestas da Universidade Federal do Oeste do Pará. Já o curso de formação inicial terá como público-alvo apenas os graduandos da licenciatura integrada em matemática e física. Os cursos serão estruturados em eixos, conforme apresentado no Quadro 1. Cada um desse eixos contará com diversas atividades. O número de participantes será de trinta graduandos.

Neste trabalho descreveremos algumas das atividades que serão desenvolvidas no curso de formação específica, considerando principalmente a utilização das TDIC, PC e o ensino da matemática.

**Quadro 1** – Eixos do Curso de Formação Específica

<b>Eixo</b>	<b>Tema</b>	<b>Conteúdos relacionados à Computação</b>	<b>Outros Conteúdos</b>	<b>Recurso Computacional</b>
I	Primeiros Passos	Noções Básicas de Informática (O que é um computador. Componentes, Sistemas Operacionais, Digitação).	Educação na Amazônia.	Computador.
II	Sala de Aula Criativa	Softwares de Escritório (Editor de Texto, Editor de Planilha, Editor de Apresentação). Tecnologias Assistivas. Podcast. Plataformas de áudio. Editores de vídeos.	Profissão Docente.	Computador, Smartphone, Programas de computador, etc.
III	Navegar é Preciso	Internet e Redes Sociais. Fake News. Computação em Nuvem (Google docs, Dropbox). Utilização	Sociedade em Rede. A educação pós-pandemia.	Instagram. Facebook. Twitter.

		de email, blogs, fóruns, listas. AVAs.		
IV	Livre pra poder sonhar	Softwares Livres (Calc, Writer), Linux Educacional.	Decolonialidade.	Calc, Writer, Impress.
V	Vamos Programar	Programação em Blocos (Scratch, App Inventor). Computação Desplugada.	Uso das TDIC. Laboratórios de Informática nas escolas.	Scratch. App Inventor.

**Fonte:** Autores (2021).

A seguir, apresentamos atividades que serão desenvolvidas com Scratch, Phet e Calc. Dentre as atividades propostas, podemos citar: Lógica Matemática com Scratch; Aritmética com Calc; Frações com Phet; Razão e Proporção com Phet; Probabilidade com Phet. Podcast no ensino de matemática; Vídeo e Matemática; Tutorial Interativo.

Segundo Scaico (2013, p. 96), o “Scratch projeta no aluno a possibilidade de ele se concentrar no exercício do pensamento algorítmico e na criatividade durante a construção das soluções.” Assim, a escolha do Scratch se deve ao fato deste recurso ser uma linguagem de programação em bloco que perpassa a simplicidade de ser somente mais uma linguagem de programação, visto que ela pode despertar a capacidade criativa do usuário.

O Scratch consiste em um ambiente introdutório de ensino que surgiu com a finalidade de introduzir a programação de maneira fácil e rápida para as pessoas que não tem nenhum tipo de experiência em programar (MALONEY, 2010). O Scratch é um recurso que possibilita o ensino da lógica de uma forma lúdica, atrativa e interativa. O seu fácil manuseio permite que os mais diversos usuários de diversas faixas etárias possam utilizá-lo.

Outro recurso a ser utilizado é o OpenOffice Calc, que trata-se de um software livre e multiplataforma, sendo disponível em versões para Windows, Linux e Mac Os X (BECKER, 2011). O Calc consiste em uma planilha eletrônica na qual podem ser efetuados diversos cálculos, tabelas e gráficos. Pelo seu caráter multiplataforma e por ser uma recurso de escritório livre, ele pode ser facilmente implantado em escolas públicas que não dispõe de recursos financeiros para pagar a licença de softwares proprietários.

Já o simulador PhET permite aos professores mesclarem aulas teóricas e práticas, uma vez que o uso da tecnologia torna as aulas mais dinâmicas e possibilita

o aprendizado de forma interativa. Os professores podem, ainda, utilizar o simulador como recurso de ensino no laboratório de informática da escola, sem a necessidade do uso da internet no momento da aula. Isso é possível porque se pode instalar o simulador no computador ou dispositivo eletrônico, desde que este possua um aplicativo Java, Flash ou HTML5, requisitos que tornam possível o armazenamento de aplicações da internet para uso off-line (FALCHI e FORTUNATO, 2018). O PhET Interactive Simulations foi desenvolvido pela Universidade do Colorado e consiste em um pacote computacional que traz aplicativos desenvolvidos nos ambiente Java e Flash, permitindo a realização de inúmeros simulações de eventos relacionados às ciências naturais como a Biologia, Física, Química, Ciência da Terra e Matemática.

A atividade “**Lógica Matemática com Scratch**” visa apresentar uma alternativa ao ensino da lógica matemática através de um ambiente virtual. Dentre as maneiras de representar conhecimento, originou-se no ramo da matemática o campo que estuda a Lógica. Ferreira (2011, p. 5) afirma que “Lógica Matemática tem hoje aplicações concretas extremamente importantes, em diversos domínios; uma das mais notáveis e, sem dúvida, a sua utilização no planeamento dos modernos computadores electrónicos.” Temos ainda a Lógica Proposicional ou Cálculo Proposicional onde são usadas proposições e relações lógicas entre as proposições. Estas podem ser consideradas verdadeiras ou falsas. De Alencar Filho (2002) informa que há diversas operações lógicas como conjunção, disjunção, negação, condicional, bicondicional, dentre outras, conforme podem ser verificadas no Quadro 2.

**Quadro 2** - Operações lógicas

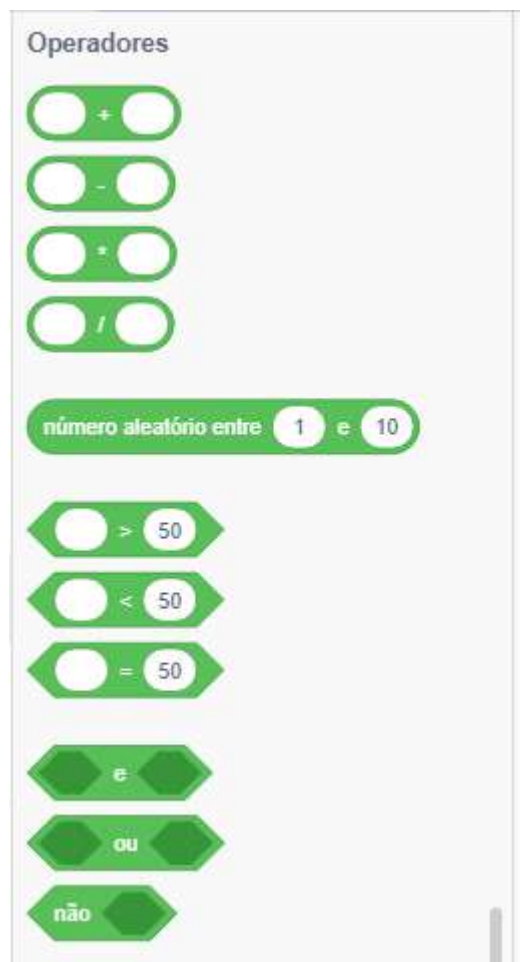
<b>Valor Lógico</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Representação</b>
Conjunção	$\wedge$	e
Disjunção	$\vee$	ou
Negação	$\sim$	Não
Condicional	$\rightarrow$	Se...então
Bi-Condicional	$\leftrightarrow$	Se e somente se

**Fonte:** Autores (2021).

O Scratch apresenta além dos operadores aritméticos como adição, subtração, divisão e multiplicação, os operadores lógicos, conforme apresentado na Figura 1.



**Figura 1**– Operadores do Scratch



Fonte: <https://scratch.mit.edu/>.

As operações lógicas como conjunção, disjunção e negação podem ser trabalhadas no ambiente do Scratch.

**Outra atividade é “Aritmética com Calc”.** Nela, propõe-se a elaboração de um boletim, no qual o usuário deverá inserir as notas dos quatro bimestres. Para saber se o aluno foi aprovado ou não, deverão ser feitas operações aritméticas como adição e divisão. O objetivo é demonstrar como o graduando pode utilizar uma planilha eletrônica nas suas aulas para ensinar diversos conteúdos matemáticos.

Em **“Frações com Phet”** serão utilizadas três aplicações do Phet Simulações interativas: Associe Frações, Frações Números Mistos e Construtor de Frações. Poderão ser trabalhados conteúdos como frações, números mistos e frações equivalentes. É necessário o uso de computador, com ou sem acesso à internet, além do programa Phet. Nessa atividade é possível encontrar frações correspondentes usando números e imagens; montar as mesmas frações usando números diferentes; encontrar frações equivalentes

entre diferentes padrões de imagens; além de comparar frações utilizando números e padrões.

**“Razão e Proporção com Phet”** é uma atividade na qual pode-se trabalhar relações e raciocínio proporcional. Espera-se que por meio dela seja possível compreender o conceito de razão e usar a linguagem de razão para descrever uma relação de razão entre duas quantidades; compreender o conceito de uma taxa unitária  $a/b$  associada a uma razão  $a:b$ , e usar a linguagem de taxas no contexto relacionado à razão; e, reconhecer e representar relações proporcionais entre quantidades.

A atividade **“Aprendendo Probabilidade com Phet”** possibilitará ensinar e aprender conteúdos como probabilidade, estatística e histogramas. Os objetivos da aplicação são: prever o binário onde uma única bola pode cair; repetir os testes para 100 bolas e comparar os resultados; contar o número de bolas em um escaninho e relacione isso à probabilidade de cair nesse compartimento; comparar e interpretar estatísticas empíricas e teóricas; e, aplicar a simulação plinko como um modelo para outros cenários onde existem estatísticas ponderadas.

**“Podcast no ensino de matemática”** As potencialidades que o podcast pode permitir em sala de aula são diversas, desde que o professor esteja motivado e disposto a enfrentar os novos desafios que esta tecnologia possibilita. É necessário o planejamento do equipamento que será utilizado, a escolha do editor de áudio, passando pela reflexão sobre as finalidades e objetivos que se quer atingir, são alguns passos que têm de ser realizados antes de entrar nesta aventura de utilizar o podcast em contexto educativo (MOURA e CARVALHO, 2006). Dessa forma, essa atividade visa proporcionar experiências de como o futuro professor de matemática pode produzir um podcast e como este pode ser um instrumento efetivo para o ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos. É uma época onde há a popularização das plataformas de áudio, o podcast representa um poderoso recurso que pode ser utilizado para fins educativos. [Verificar o espaçamento entre algumas palavras.](#)

**“Vídeo e Matemática”** é uma atividade na qual serão abordadas discussões de como devem ser produzidos conteúdos de vídeos para o ensino da matemática. O futuro professor deve considerar que não deve apenas gravar o vídeo, que o processo de produção vai muito além disso, e exige planejamento e domínio de habilidades como a manipulação de editor de vídeo. Assim, essa atividade envolverá a elaboração de um roteiro, o conteúdo matemático a ser trabalhado, a preparação, a gravação do vídeo e a edição do mesmo.

O “**Tutorial Interativo**” consiste numa atividade que tem como objetivo a elaboração de um tutorial para ensinar tanto como usar determinado recurso computacional, quanto para ensinar um conteúdo matemático.

## **RESULTADOS**

Os resultados preliminares deste estudo aponta uma investigação, cujo o componente experimental é bastante evidente, nas atividades a serem propostas aos participantes. O levantamento de estudos realizados até o momento, aborda a utilização de TDIC no processo de ensino-aprendizagem da matemática de forma bastante significativa e promissora.

Com isso, se espera obter uma componente crítica necessária, em cursos de formação, com base na análise e reflexão do uso desses equipamentos tecnológicos, especialmente no ensino de matemática.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Uma forma de colaborar com a melhoria do ensino da matemática é desenvolvendo atividades de formação com os futuros professores. Uma formação que vá além de ensinar como determinado recurso funciona, mas uma formação que permita reflexões, por exemplo, de como as TDICs podem ser usadas de forma emancipatória e não alienadora, bem como verificar como a utilização delas podem contribuir para o processo de ensino-aprendizagem e de que forma essa utilização pode ser implementada.

Usar recursos computacionais ou conceitos da Ciência da Computação no cotidiano para resolução de problemas, é o princípio do Pensamento Computacional. Aliando esses pressupostos ao componente experimental, no ambiente de ensino, essa abordagem pode ser utilizada, de forma articulada para potencializar situações de aprendizagem, além de poder contribuir com o desenvolvimento da criatividade, inventividade e melhoria da cognição.

Com o avanço da nossa pesquisa, pretendemos fundamentar melhor nossas propostas de atividades, assim como aplicá-las. Aplicação esta que será fundamental para se verificar o que se pode ser melhorado e, dessa forma, poderemos fazer os ajustes necessários.

## REFERÊNCIAS

BLIKSTEIN, Paulo. **O Pensamento Computacional e a Reinvenção do Computador na Educação**. 2008. Disponível em

<[http://www.blikstein.com/paulo/documents/online/Ol\\_pensamento\\_Computacional.html](http://www.blikstein.com/paulo/documents/online/Ol_pensamento_Computacional.html)>. Acesso em: 05 set. 2020.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papyrus Editora, 1996.

DE ALENCAR FILHO, Edgard. **Iniciação à lógica matemática**. São Paulo: NBL Editora, 2002.

FALCHI, Lilian de Fatima Oliveira; FORTUNATO, Ivan. Simulador phet e o ensino da tabuada na educação básica: relato de experiência. **Revista on line de Política e Gestão Educacional**, p. 439-452, 2018.

FERREIRA, Jaime Campos. Elementos de Lógica Matemática e Teoria dos Conjuntos. **Lisboa: Departamento de Matemática do Instituto Superior Técnico**, 2001

GERALDES, Wendell Bento. **O Pensamento Computacional no ensino profissional e tecnológico**. 2017. 81 f. Dissertação (Mestrado em Gestão do Conhecimento e Tecnologia da Informação) – Pós-Graduação Stricto Sensu em Gestão do Conhecimento e Tecnologia da Informação – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2017.

MALONEY, J.; RESNICK, M.; RUSK, N. ; SILVERMAN, B.; EASTMOND, E. **The scratch programming language and environment**. ACM Transactions on Computing Education, vol. 10, n. 4, 2010.

MENDES, Iran Abreu; SÁ, Pedro Franco de. **Matemática por atividades: sugestões para a sala de aula**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

MOURA, Adelina; CARVALHO, Ana Amélia A. Podcast: potencialidades na educação. **Prisma. com**, n. 3, p. 88-110, 2006.

SANTOS, Gilson Pedroso; MAFRA, José Ricardo Souza. O ensino de matemática por atividades: uma interface entre recursos tecnológicos e o pensamento computacional. **REMATEC**, v. 15, n. 35, p. 79-99, 2020.

SCAICO, Pasqueline Dantas et al. Ensino de programação no ensino médio: Uma abordagem orientada ao design com a linguagem scratch. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 21, n. 02, p. 92, 2013.

**TIPOS DE REVISÃO DE LITERATURA**. Botucatu: UNESP, 2015. 9p. Disponível em: <http://www.fca.unesp.br/Home/Biblioteca/tipos-de-revisao-de-literatura.pdf>. Acesso em: 01Dez. 2020.

ZANETTI, Humberto Augusto Piovesana; BORGES, Marcos Augusto Francisco; RICARTE, Ivan Luiz Marques. Pensamento computacional no ensino de programação: Uma revisão sistemática da literatura brasileira. In: **Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)**. 2016. p. 21.

## DEMARCAÇÕES EDUCACIONAIS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

**José dos Santos Guimarães Filho**  
**Universidade Federal do Pará**  
**Js\_guima@hotmail.com**

**João Cláudio Brandemberg**  
**Universidade Federal do Pará**  
**brand@ufpa.br**

### **Resumo**

A História da Matemática tem constituído um papel importante na Educação Matemática no decorrer de sua própria história, assim, no presente texto, objetivamos apresentar alguns fundamentos históricos e epistemológicos da Educação Matemática, afim, de situar a História da Matemática neste campo de estudos e conhecimentos. Para tanto, fizemos uma revisão bibliográfica a partir de textos estudados e comentados na disciplina Fundamentos Históricos e Epistemológicos da Educação Matemática. Assim, inicialmente apresentamos alguns aspectos da Educação Matemática, partindo das ciências da educação, evidenciamos a Educação Matemática como componente de respostas a questões educacionais mais específicas, a qual, tem muitas áreas de interação, apresentamos a história como uma dessas áreas, que aliada a matemática pode superar questões educacionais, mostrando-se uma ferramenta para o ensino de matemática, desta forma, a História da Matemática traz contribuições para a Educação Matemática e por extensão à ciências da educação.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. História da matemática. Ciências da Educação.

### **Apresentação**

Todo campo de estudo e conhecimento deve ser questionado em seus princípios, de “ser” e “estar”, sustentados por uma corrente filosófica, ou por uma pluralidade conceitual, que a definirá e demarcará seus limites como campo consolidado. Geralmente, advinda de nebulosidades de ver com clareza do que e de qual perspectiva se fala, motiva comunidades dispostas a explorar, a questionar e adentrar em perspectivas novas que levam a configurar novos modos de pensar e de fazer.

Quando tratadas nas disciplinas mais específicas, como a matemática, com aspectos mais pedagógicos e didáticos, tendo como pano de fundo a filosofia, onde essas nebulosidades são de cunho educacionais, constitui-se discursos na tentativa de responder perguntas como, qual matemática deve ser ensinada? Porque essa matemática deve ser ensinada? Como ela pode ser ensinada? Entre outras perguntas. O que queremos deixar claro

aqui, é que a Educação Matemática para ser constituída como campo de estudo e conhecimento teve de forma embrionária questionar-se em seu estado de “ser” e “estar”, pois de outra forma não poderia ser estruturada e sustentada. Toda via, esses são questionamentos iniciais, que motivaram grupos de pesquisadores a definir melhor de quais perspectivas estavam observando as questões educacionais.

Neste sentido, questiona-se, como apresentar esses fundamentos e delimitações em pesquisas da Educação Matemática, com uma característica tão peculiar de ser multifacetada. Ou como Kilpatrick (1996) nos apresenta, quais estacas demarcam ou limitam o campo da Educação Matemática. Não pretendemos responder neste texto essas indagações, no entanto, evidenciar um cuidado ao se debruçar nesse campo tão vasto e complexo de estudo. Assim, questionamos, como a História da Matemática pode se configurar como uma ferramenta potencialmente rica para a Educação Matemática? Para tanto, temos os cuidados de tecer uma linha de apresentação de fatos que possam construir argumentos para as contribuições da História da Matemática para o ensino. Objetivamos dessa forma, apresentar alguns fundamentos histórico e epistemológicos, afim, de situar a História da Matemática no campo de estudo e conhecimento da Educação Matemática.

Pretendemos a partir de uma revisão bibliográfica, estudada e comentada na disciplina Fundamentos Históricos e Epistemológicos da Educação Matemática, delinear nossas referências para o presente estudo, acrescida de mais algumas que já carregamos em nossa trajetória acadêmica e profissional. Com esse referencial estudado na disciplina, tivemos a possibilidade de selecionar estudos consistentes para nossos textos finais, com o fim, não apenas de estudar as bases históricas e epistemológicas da Educação Matemática, mas de constituir um *corpus* teórico para nossa redação final, a qual, materializa-se nesse texto. Desse modo, de forma preliminar estudamos as referências sugeridas pelo professor da disciplina e paralelamente íamos construindo a estrutura do presente texto, fazendo os ajustes mediante o estudo de cada referência e de cada sugestão dada pelo professor, permitindo a adequação e a superação das incoerências epistemológicas feitas por nós, o que nos levou ao aprimoramento de nossa estrutura e da linha condutora para a redação dos textos. Portanto, para o presente texto, optamos pelos trabalhos de Kilpatrick (2008), Saviani (1990), D’Ambrósio (1996, 2013), Saito (2013, 2015) entre outros, para alcançar nosso objetivo na tentativa de responder nossa questão norteadora.

Assim, inicialmente apresentamos alguns aspectos da Educação Matemática, partindo da ciências da educação e apresentando necessidades de responder questões

educacionais mais específicas ou em relação a disciplinas específicas, das quais, evidenciamos a Educação Matemática, deixando clara a necessidade de interação com outras áreas de estudo, onde, nas seções seguintes desvelamos a história como uma dessas áreas, que aliada a matemática para superar questões educacionais mostra ser uma ferramenta potencialmente rica para o ensino de matemática.

### **Sobre Educação Matemática**

Podemos dizer que em sua grande maioria, a sociedade apresenta de forma direta ou indireta preocupações com a educação, seja na esfera familiar, profissional, acadêmica, até mesmo religiosa e cultural. Percebemos esta preocupação, quando, algum agente dessas esferas tem interesse em constituir um legado, no qual, deverá instruir o aprendiz, esperando que essa instrução seja consolidada, seja para a melhoria ou para conservação do grupo instaurado em alguma dessas esferas, como nas famílias, com suas tradições ou nos ambientes profissionais com o interesse de crescimento e melhor rentabilidade.

No entanto, assim como na filosofia não basta exercer o pensamento para que seja constituído um pensamento filosófico propriamente dito, na educação, não basta ter preocupações na divulgação e preservação de conhecimentos para que seja constituída a educação como área de estudo e conhecimento. Vejamos na filosofia, o filósofo não pensa apenas, mas exerce um pensamento com maior rigor lógico, com maior coerência, com maior espírito sistemático, ou seja, sabe quais as razões e condições para que o desenvolvimento do pensamento aconteça, bem como, podendo retomar os problemas do ponto onde sofreu alguma alteração (SAVIANI, 1990).

Embora, o assunto que se ocupa o filósofo seja comum a todos os homens, isso não mostra, que todos os homens sejam filósofos ou constituam um grupo técnico/científico dentro de algum ramo da filosofia. Observamos, que isso ocorre de forma semelhante na educação, dessa forma, mesmo, segundo Oliveira (2013), o homem sendo o sujeito da educação, o que configurara e constitui a educação, não é apenas o repasse de informação, por mais nobre que seja a causa. Mas, um conjunto de critérios científicos e filosóficos, construindo uma epistemologia própria deste campo, demarcando seu lugar na ciência, gerando assim, o que podemos dizer de ciência(s) da educação.

Entendendo os fenômenos dos processos de ensino e de aprendizagem, como problemas reais, como algo que não é conhecido e precisa ser revelado, como uma dúvida



ou dificuldade a ser superada, recorre-se a filosofia, para que o processo de pensamento por ela gerenciado possa organizar ou reorganizar soluções consistentes frente as dificuldades, que podemos chamar de educacionais, que são enfrentadas, aliadas a outras correntes ou campos de conhecimentos, como sociologia, psicologia, antropologia e outros (SAVIANI, 1990). Assim, a partir da estruturação da educação a partir de várias áreas do conhecimento aliada a filosofia, podemos formar, em conformidade com Barros (2016), os inúmeros acordes conceituais, que demarcam a educação.

Nas condições indicadas, a filosofia pode contribuir para uma melhor configuração do objeto educativo à medida em que, problematizando-o, o tema como tema de reflexão e, aplicando as exigências metodológicas de radicalidade, rigor e globalidade, explicita suas características e diferencia-o dos fenômenos afins, pondo em evidência sua especificidade. Assim, procedendo, a filosofia contribui para uma melhor delimitação da educação enquanto objeto de conhecimento, viabilizando sua abordagem metódica e sistemática (SAVIANI, 1990, p. 4).

Observamos, ainda, que a pesquisa educacional se encontra com uma epistemologia complexa e extremamente polissêmica, seja pela extensão do objeto que esta estuda ou pelo fato da variedade de campos de conhecimentos que envolve seu estudo, permitindo uma multiplicidade de abordagens. Desta forma, o que se aflora não é apenas um estudo sistemático da educação, no entanto, a constituição de ciências da educação (SAVIANI, 1990; OLIVEIRA, 2013). Essas ciências da educação em conformidade com Saviani (1990, p. 4), pode ser entendida como “o conhecimento metódico e sistematizado da realidade educacional obtido através da investigação e confirmado pela observação, raciocínio, experimentação”.

Em meio a essas diversas abordagens e diversas disciplinas incorporadas pelas ciências da educação, temos a matemática, ou melhor, a preocupação ou a necessidade de ensinar e aprender objetos matemáticos de forma mais adequada e significativa, ou seja, a Educação Matemática começa a ganhar seu espaço, e a assim, como os demais campos de estudo e conhecimento, a necessidade de demarcação de seu território científico, de seu objeto, e do seu sujeito. Vale ressaltar, ainda, que esta visão de aparecimento de necessidades em relação a ensinar e aprender não partilham de uma linearidade, como se houvesse primeiramente uma necessidade de ensino geral (ciências da educação) e posterior mente necessidades específicas (Educação Matemática e educação nas demais disciplinas específicas), mas, é possível observar que estes campos de conhecimentos se apropriam de conceitos de ambos os lados, que em conformidade com Barros (2016),

podem ser a partir de migração de conceitos, de conceitos agrupadores e/ou conceitos transversais.

Estas preocupações ou necessidades educacionais, manifestam-se de forma mais direta em eventos como a União Internacional de Matemática (IMU), no qual, foi constituída a Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI), tendo em vista necessidades mais específicas. É em meio a organizações como essas, que surgem nomes como David Eugene Smith (1860 – 1944) e Felix Klein (1849 - 1925). Smith propõe no IV congresso internacional em Roma em 1908 um estudo comparativo dos métodos de ensino da matemática em escolas secundárias, no entanto, sua proposta toma outras dimensões incorporando escolas primárias, profissionais e as universidades. A ele, é dado o posto de um dos fundadores da Educação Matemática como campo acadêmico nos Estados Unidos, ao lado de Albert Jacob William (KILPATRICK, 2008).

Dois pontos importantes em relação as necessidades educacionais foram apresentadas. A primeira, em relação ao currículo e a segunda, em relação a lacuna entre matemática como uma disciplina científica e a matemática ensinada nas escolas, pontos estes, discutidos em alguns ICMI. Esses pontos foram discutidos, não apenas por uma reforma, mas para formação do campo Educação Matemática (KILPATRICK, 2008). Em meio a essas discussões, emerge a preocupação com os professores, ou seja, com os profissionais que ensinariam essas matemáticas. Esta preocupação foi tratada posteriormente, nos finais do século XIX, como campo separado da academia. Temos ainda, a matemática escolar que outrora era apenas um campo de prática, a qual, torna-se gradualmente em um objeto de estudo, o que permitiu o surgimento de cadeiras na educação dentro das universidades.

Em meio a essas necessidades de mudanças, temos em Félix Klein um desses reformadores, iniciando uma reforma no ensino secundário de matemática incluindo o cálculo, com o intuito de elevar o grau de matemática nesse nível de ensino e conseqüentemente no ensino superior, na tentativa de construir uma aliança entre professores, cientistas e engenheiros que defendiam uma reforma no currículo de ciências e matemática (KILPATRICK, 2008).

Em conformidade com Kilpatrick (2008), essas e outras reformas, sejam no currículo, na matemática ensinada na escola, na matemática como disciplina científica ou em relação aos profissionais que ensinam a matemática, temos que, a Educação Matemática passa a tratar o ensino como uma prática profissional, exigindo aperfeiçoamento, experiência e certificação.

Assim, é evidente, que o ensino de matemática se desenvolve como uma prática de diversos tipos de estruturas acadêmicas, enquanto a Educação Matemática, como campo de estudo, teve seu grande desenvolvimento nas universidades. Desta forma podemos apresentar que a característica principal da Educação Matemática, é que esta “deve ser constituída através do ensino, neste caso, através do ensino dos professores assim como estudantes, e através do ensino do professor bem como para compreender e fazer matemática” (KILPATRICK, 2008, p. 15). Ainda segundo o autor, muitas atividades do ICMI reverberam na Educação Matemática como um campo acadêmico conectado a matemática por intermédio de um interesse mútuo com o ensino, assim, a Educação Matemática não é uma disciplina e não é completamente uma profissão, mas um campo de estudo e conhecimento, a qual sempre exigirá o apoio e a assistência da matemática, onde a recíproca será verdadeira.

Com a preocupação de como ensinar objetos matemáticos, porque ensinar matemática, e o que ensinar da matemática, surge uma necessidade de estudos mais aprofundados em relação ao ensino da matemática, a qual, atentamos herdar da educação, a interação com outras áreas de estudo e conhecimentos, como a sociologia, antropologia e outros, como já mencionado anteriormente. Assim, podemos entender, a partir de Vasco (1994, apud Dias e Brandemberg, 2021), que o ensino da matemática é multifacetado, pois a visão que um psicólogo tem de como um aluno aprende é diferente da visão de um sociólogo, assim como, de um antropólogo. Desta forma, a Educação Matemática começa a se aliar a outros campos de estudo, na tentativa de adequar ou efetivar o ensino e aprendizagem, tendo um comportamento de retroalimentação com as mais diversas áreas que a compõe.

Assim, essas interações da Educação Matemática com outros campos, ocasiona o ensino da matemática a partir de diversas vertentes e compressões. Logo, encontramos na História da Matemática uma componente metodológica para o ensino (BRANDEMBERG, 2020). Em seguida, apresentamos a História da Matemática como um desses campos de interações.

### **O lugar da História da Matemática na Educação Matemática**

Relacionar História da Matemática e Educação e Ensino de Matemática não é uma tarefa fácil, assim, não é nosso objetivo exaurir as possibilidades ou definir essa relação, no entanto, apresentar alguns pensamentos e contribuições da História da Matemática para a Educação e para o Ensino.

Para tanto, recorreremos inicialmente a perspectiva de D'Ambrósio (1996) em relação a matemática, este autor apresenta que,

[...] a disciplina matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível e com o seu imaginário naturalmente dentro de um contexto natural e cultural. [...]. Trata-se da construção de corpos de conhecimento em total simbiose dentro de um mesmo contexto temporal e espacial, que obviamente tem variado de acordo com a geografia e as histórias dos indivíduos e dos vários grupos culturais a que eles pertencem – famílias, tribos, sociedades e civilizações (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 7).

Podemos inferir a partir de D'Ambrósio (1996), que esses corpos de conhecimentos materializam a vontade de sobrevivência desses grupos culturais em seus ambientes e fora deles. Assim, munidos dessa perspectiva aliamos a de educação, que vem a ser uma estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual e coletivo com o objetivo de sobrevivência e de transcendência dos grupos (D'AMBRÓSIO, 1996). Logo, podemos dizer que esse elo entre matemática e educação será a consolidação e conservação, bem como, do aprimoramento desses corpos de conhecimento. O que coaduna com a posição de “dar à História da Matemática um enfoque teórico que considera a origem do pensamento matemático como estratégias desenvolvidas por comunidades para a sua sobrevivência e transcendência” (D'AMBRÓSIO, 2013, p. 8).

Assim, temos na história uma forma de manumitir fatos, questões, adversidades, contextos desses corpos de conhecimentos e como foram construídos, constituídos, divulgados e preservados. Desta forma, podemos não somente resgatar informações de fatos históricos, mas resgatar nossa própria humanidade, nossa própria identidade como seres que produzem conhecimento em nossas práticas, permitindo um ensino mais humanizado, com significado e significância para o aluno, desmistificando que a matemática é apenas produzida e praticada, logo, entendida por uma elite detentora do conhecimento científico.

Neste sentido, D'Ambrósio (2013) sintetiza a partir de uma obra de Dirk Struik (1894 – 2000) alguns motivos para o ensino da História da Matemática, dos quais, elegemos três: (1) para situar a matemática como uma manifestação cultural, assim como são manifestações culturais a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos; (2) para mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade; (3) para saber que desde então a Matemática foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas, se tornou indispensável

em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, e avaliar as consequências socioculturais dessa incorporação.

Observamos dessa forma, que esses motivos aproximam a matemática do aluno, desvelando-a como uma prática comum, ou seja, uma prática de sua vivência ao ir no supermercado, na feira, ao comprar açaí, ao jogar futebol, nas refeições, ao construir estratégias para ganhar o adversário em algum *Game*. Isso, mostra que o ensino e aprendizagem de matemática poderá ganhar um novo *status* contrário ao que culturalmente se prega de ser apenas para dotados de uma sabedoria superior.

Outra perspectiva importante para contribuições da História da Matemática para o ensino e aprendizagem é a partir de tendências mais atualizadas da historiografia. Em conformidade com Saito (2013), o qual salienta que mais que um repositório de informações, a História da Matemática, pode ser uma ferramenta importante viabilizando questões epistemológicas relevantes, pelas quais, os professores poderão desenvolver ações mais críticas e criativas. No entanto, questões como essas, já eram levantadas por pesquisadores como Hans Freudenthal (1905 – 1990), o qual, tecia propostas para uma História da Matemática contextualizada, interessante e atrativa indo de encontro com uma História da Matemática anedotária, histórias isoladas, histórias que são mais entretenimento (D'AMBRÓSIO, 2013).

Essas vertentes mais atualizadas nos permitem um diálogo entre história e teorias pedagógicas e didáticas da matemática a partir da contextualização histórica das diferentes vertentes teóricas, pois diferentes épocas elaboram diferentes epistemologias que conseqüentemente podem elaborar diferentes teorias didáticas e pedagógicas, já que, todos esses, movimentam determinada demanda de conhecimento. Podemos apresentar ainda, que usando fontes adequadas e atualizadas, o professor terá na História da Matemática uma ferramenta importante, possibilitando a promoção de conhecimentos matemáticos com uma visão mais crítica, assim, podemos ter na História da Matemática um ponto de partida para ressignificar os objetos matemáticos e levantar discussões de diferentes modelos de conhecimento (SAITO, 2013).

Miguel (1993), no primeiro capítulo de sua tese, apresenta a história e o ensino aprendizagem da matemática no decorrer de um seguimento histórico, e expõe uma clara consciência da importância da história. O autor anuncia a evidencia de potencialidades na História da Matemática, quando apresenta em seu primeiro estudo, que a possibilidade de se recorrer à história como um recurso pedagógico para auxiliar o ensino e a aprendizagem de matemática, ser um meio potencialmente rico.

Observamos também, que a problematização de se relacionar a história com o ensino de matemática, não é uma questão nova, a qual, passa a compor questões levantadas por uma comunidade científica. Miguel (1993) apresenta que esse questionamento, ou a tentativa de suprir as necessidades educacionais com a articulação das informações históricas, em muitos momentos, como, com Alexis Claude Clairaut no século XVIII, que já apresentava tais preocupações, manifestou a necessidade de organizar estruturas de ensino, que para aquele momento de Clairaut, se configurou como um princípio genético para justificar o recorrer a história para adequação do ensino aprendizagem, mesmo antes da sua formulação explícita.

Ainda segundo Miguel (1993),

Mas o mais surpreendente, entretanto, não é a antecipação, ainda que não-consciente, de Clairaut em relação a formulação explícita do princípio genético, mas o fato de uma fundamentação da “necessidade” de se recorrer à história com base nesse princípio continuar a ser utilizada até os dias de hoje, mesmo após as contundentes críticas que recebeu por parte de antropólogos, sociólogos, psicólogos e historiadores (MIGUEL, 1993, p. 14 – 15).

Podemos observar, que ainda há por parte de uma comunidade científica a necessidade, acima, mencionada por Miguel (1993). Outro fato que consideramos importante, referido na citação anterior, aponta para os argumentos questionadores em relação as potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Esses argumentos apresentados por Miguel (1997), bem como por Miguel e Miorim (2004), não refutam as potencialidades pedagógicas ou didáticas da história da matemática, entretanto, nos mostra que devemos ter prudência em relação a articulação entre História da Matemática e Ensino.

Dessa forma, esse cuidado no que diz respeito ao uso das informações históricas, permite assumir uma posição intermediária em meio a esses argumentos, ou seja, não podemos assumir um papel de colocar a História da Matemática em uma posição que não contribui em nada, bem como, os argumentos reforçadores do potencial pedagógico da História da Matemática, não permitem solucionar todos os problemas educacionais (GUMARÃES FILHO, 2018).

O que podemos apresentar, em conformidade com Brandemberg (2020), nesta ponderação, em relação aos argumentos apresentados até aqui, é que a utilização das informações históricas, para apresentarem potenciais pedagógicos e/ou didáticos, necessitam que histórias da matemática sejam reescritas em uma vertente historiográfica

atualizada, construindo interfaces (articulações, relações) entre história e ensino de matemática, a partir de uma análise epistemológica (BRANDEMBERG, 2009), contextual e historiográfica (SAITO, 2015).

### **Considerações finais**

Com o exposto até aqui, podemos fazer algumas ponderações razoáveis da História da Matemática. Mediante a visualização da necessidade de se constituir como campo de estudo e conhecimento, a História da Matemática traça um caminho que começa nas necessidades de dar, de forma sistemática, continuidade aos conhecimentos já instituídos. Essas preocupações emergem de diversas formas como nas reuniões da IMU e de forma mais específica no ICMI, pois assim como a Matemática surge de necessidades humanas, a Educação Matemática de igual forma surge de tais necessidades, talvez em contextos diferentes, o que nos remete a necessidades diferentes. As carências evidentes desse modo, não são apenas o comércio ou as demarcações de terras como no passado, mas como sistematizar conhecimentos já instituídos para ensiná-los, seja na escola, nas universidades ou em escolas técnicas, afim de garantir a aprendizagem.

Surge assim não apenas tendências metodológicas, mas, teorias de ensino e de aprendizagem relacionadas com os mais diversos campos de estudo e conhecimento, relações essas, herdadas das ciências da educação, como já comentado, a final, um sujeito multifacetado, necessita de soluções multifacetadas. Assim, encontra-se na antropologia, na sociologia, na psicologia, na história e nas demais áreas, aliadas a filosofia, caminhos para superação de barreiras educacionais.

Vemos dessa forma, na História da Matemática um dos inúmeros caminhos para transpor os problemas no ensino e na aprendizagem de matemática, permitindo, a partir desta, uma aproximação maior do aluno com objetos matemáticos. Fazendo que esses alunos, percebam os objetos matemáticos dentro de uma malha histórica, não somente com as pompas e honras, mas com as dificuldades e limitações, tanto dos personagens quanto do contexto em seu entorno, possibilitando ao aluno uma visão mais humanizada da matemática. Fazendo da História da Matemática uma ferramenta poderosa na mão do professor e não apenas mais um acervo de informações de fatos históricos isolados.

### **Referências**

BARROS, José D'Assunção. **Os conceitos: seus usos nas ciências humanas**. Ed. Vozes, Petrópolis: RJ, 2016

BRANDEMBERG, João Cláudio. **Uma Análise Histórico-Epistemológica do conceito de Grupo**. (Tese de Doutorado). Natal: RN, 2009.

BRANDEMBERG, João Cláudio. Una propuesta para el uso de historia en la enseñanza de las matemáticas: sobre la potencialidad didáctica de los textos históricos y el desarrollo de conceptos. **Revista Paradigma**, Vol. XLI, N° Extra 1; p. 266 – 284, abril de 2020.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria a prática**. Campinas, SP: Papirus, 1996.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Por que e como ensinar História da Matemática. **REMATEC**, Natal (RN) Ano 8, n.12/ Jan.-Jun. 2013.

DIAS, Renan Marcelo da Costa.; BRANDEMBERG, João Cláudio. A História da Matemática no campo da Educação Matemática: um olhar a partir da instituição e constituição do campo. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 16, p. 01-19, jan./dez., 2021.

GUIMARÃES FILHO, José dos Santos. **Um estudo do *Liber Quadratorum* (1225) de Leonardo Fibonacci (1180 – 1250) e suas Potencialidades para o Ensino de Matemática**. (Dissertação de Mestrado). Belém-PA, 2018.

KILPATRICK, Jeremy. FINCANDO ESTACAS: Uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. **ZETETIKÉ/UNICAMP**, Faculdade de Educação, Revista do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática. v.4, n.5, jan./jun. 1996, p.99-20.

KILPATRICK, Jeremy. The development of mathematics education as an academic field. In: **Menghini M, Furinghetti F, Giacardi L, Arzarello F (eds) The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908 – 2008): reflecting and shaping the world of mathematics education**. Istituto della Enciclopedia Italiana, Rome, 2008, p. 25-39.

MIGUEL, Antônio; **Três Estudos Sobre História e Educação Matemática**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 1993.

MIGUEL, Antônio. As Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática em Questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p.73-105, jul./dez. 1997. p. 73 – 105.

MIGUEL, Antônio.; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. 198p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

OLIVEIRA, Damião Bezerra. **A Formação do pesquisador na Pós-graduação em educação na universidade moderna: valores epistemológicos e ético-políticos**. (Tese de Doutorado). Belém: PA, 2013.



SAVIANI, Dermeval. Contribuições da Filosofia para a Educação. **Em Aberto**. Brasília, ano 9. n 45. jan mar 1990.

SAITO, Fumikazu. História da Matemática e Educação Matemática: Uma proposta para atualizar o diálogo entre historiadores e educadores. In: *Actas VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, 3979-3987. Montevideo: FISEM/SEMUR, 2013

SAITO, Fumikazu. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Ed. Livraria da Física/SBHMat, 2015.

## **NÚMEROS IRRACIONAIS NA ANTIGUIDADE CLÁSSICA: Um Estudo Bibliográfico sobre como os Números Irracionais se Fundamentaram na Grécia Antiga nas Escolas de Pitágoras e de Platão**

**Rafael Lameira Barros**  
**Universidade do Estado do Pará**  
**rafael.lbarros@aluno.uepa.br**  
**Pedro Franco de Sá**  
**Universidade do Estado do Pará**  
**pedro.sa@uepa.br**

### **Resumo**

Este artigo traz os resultados de uma pesquisa bibliográfica que teve por objetivo apresentar como a concepção de Números Irracionais se desenvolveu na Antiguidade Clássica, especificamente no contexto da Grécia Antiga. Nele se encontra um estudo sobre a evolução deste conhecimento na Grécia Antiga, a partir de duas escolas chamadas de Escola Pitagórica (ca. 550 a.C.) e a Escola de Platão (ca. 387 a.C), ambas eram centros de conhecimento de destaque durante a época da antiguidade clássica (período entre o século VIII a.C. e o século V d.C.). As fontes de pesquisa foram artigos científicos, livros de história da matemática e trabalhos acadêmicos. O trabalho foi dividido em duas partes, a primeira descreve sobre a concepção de números irracionais no contexto da Escola Pitagórica, a segunda descreve sobre a concepção de números irracionais no contexto da Escola Platônica. Os resultados indicaram que embora houvesse evidências que os irracionais já fossem manipulados em outras civilizações, foi na Grécia Antiga que tiveram um tratamento mais conceitual. Sendo que na Escola Pitagórica houve a possível descoberta do conceito de número irracional em meio à impossibilidade em tentar escrever a medida da diagonal de um quadrado de lado 1 a partir de uma fração da medida do lado. Em meio a vários fatores que dificultavam o avanço deste conhecimento nesse contexto, os números irracionais só passaram a ter maior desenvolvimento a cerca de 387 a.C. na Escola Platônica, onde muitos membros manipulavam estes números de forma mais adequada e com mais aceitação.

**Palavras-chave:** História da Matemática. Números Irracionais. Grécia Antiga.

### **1. Introdução**

Os números reais apresentam-se como um tipo de número que mensura o espaço em nossa volta, assim como a concepção de número em seu conceito geral possibilitou, desde muito tempo, que o ser humano medisse a matéria, a energia, e outros componentes mensuráveis de nosso universo.

Os números irracionais são números reais que não podem ser escritos em formato de fração, ou seja, não é racional. Seu conceito envolve alguns detalhes muito interessantes que não podem ser interpretados meramente por uma perspectiva voltada à números racionais. O estudo presente nesse trabalho tem o objetivo de apresentar um recorte histórico sobre números irracionais.

Atualmente percebe-se que os números irracionais são bastante comuns em cálculos matemáticos da Matemática Elementar. Por exemplo, caso se queira calcular a imagem de uma função  $f(x) = \text{seno } x$ , para  $x = 60^\circ$ , encontra-se, como resposta, o número irracional  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Na verdade, os números irracionais são tão infinitamente numerosos que a totalidade do conjunto que os contém é muito menor que do conjunto dos racionais.

Neste trabalho, apresentamos os resultados de uma pesquisa bibliográfica que teve como objetivo apresentar como concepção de números irracionais se desenvolveu na antiguidade clássica, especificamente no contexto da Grécia Antiga. Nele se encontra um estudo sobre a evolução do conhecimento sobre números irracionais na Grécia Antiga, a partir de duas academias chamadas de Escola Pitagórica (ca. 550 a.C.) e a Escola de Platão (ca. 387 a.C.). Algo que possibilita um vislumbre sobre os fundamentos da concepção de número irracional sobre como se estruturou nessa época.

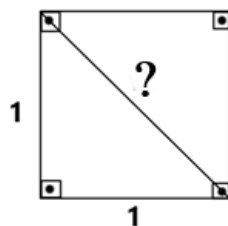
Este conhecimento histórico foi tratado no desenvolvimento do trabalho de modo que a primeira seção tem-se a introdução onde é explicado o direcionamento deste trabalho. Na segunda seção é apresentado como se desenvolveu a concepção de número irracional na escola pitagórica. Na terceira seção, é explicado como se desenvolveu a concepção de número irracional na escola de Platão. Na quarta seção, tem-se as considerações.

## 2. Concepção de Números Irracionais no Contexto da Escola Pitagórica

O entendimento de que as frações não são suficientes para as atribuições de medidas foi descoberto há 2500 anos pelos Pitagóricos, ou seja, Escola Pitagórica (ca. 500 a.C.), uma escola grega com a qual seus componentes eram Pitágoras e seus discípulos.

A percepção de existência de números irracionais se iniciou com a necessidade de se determinar a medida da diagonal de um quadrado de lado 1 (ver figura 1).

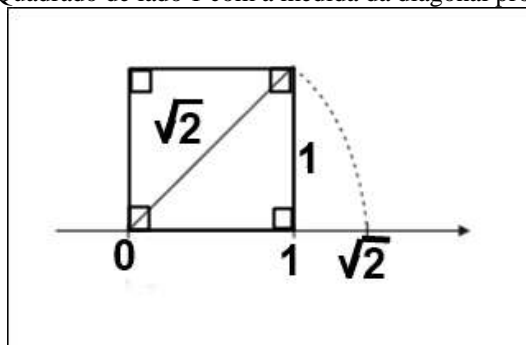
Figura 1 – Quadrado de lado 1



Fonte: Autor (2021).

Ao considerar um dos triângulos e aplicando o teorema de Pitágoras pode-se perceber que a medida da diagonal corresponde a raiz quadrada de 2. Utilizando um compasso, é fácil marcar na reta numérica horizontal um segmento de medida igual a essa diagonal (ver figura 2).

**Figura 2** – Quadrado de lado 1 com a medida da diagonal projetada na reta



Fonte: Autor (2021).

Conforme Moscibroski (2002), essa percepção representou o primeiro exemplo conhecido de um segmento dito como incomensurável, ou seja, medidas que não podiam ser escritas como fração. Sendo Hipaso de Metapotum (470 a.C.) um dos adeptos da Escola Pitagórica que teria descoberto a existência desse tipo de medida.

Para entender a noção de medida incomensurável, é importante compreender o que são medidas comensuráveis. Quando se compara as medidas de dois segmentos, pode ocorrer que a medida de um deles seja um múltiplo inteiro da medida do outro, ou seja, dados dois segmentos de reta  $a$  e  $b$ , a medida de  $a$  está contida na medida de  $b$  um número  $r$  inteiro de vezes ( $b = r \cdot a$ ). Entretanto, quando isto não é possível, podemos dividir o segmento  $a$  em  $p$  segmentos de medidas iguais a  $\frac{a}{p}$  de modo que  $b = \frac{l}{p} a$ , ou seja,  $b$  seja  $l$  vezes o segmento  $\frac{a}{p}$ . Daí, nestes dois casos, atualmente, dizemos que as medidas dos segmentos  $a$  e  $b$  são comensuráveis (LORIN; REZENDE, 2013).

Como não ocorre nenhuma das possibilidades acima entre as medidas da diagonal e do lado de um quadrado de lado 1, então é possível indicar que a medida dessa diagonal é incomensurável em relação a medida 1, devido não poder ser escrito como fração de 1. Provavelmente os pitagóricos se questionaram: quais relações seriam estabelecidas entre esses segmentos?

Hipaso compreendeu que a condição sobre medidas comensuráveis não era obedecida para a medida citada, assim, não era possível medir com régua e compasso o comprimento da diagonal do quadrado. Ele mostrou que não existe racional que seja a medida da diagonal de um quadrado de lado 1. Essa descoberta provocou conflitos na

escola pitagórica, já que se contrapôs ao paradigma pitagórico de que toda medida fosse racional, isto é, fração de números inteiros (EVES, 2004).

Não se sabe ao certo o procedimento que os pitagóricos realizaram para comprovar que a medida encontrada da diagonal do quadrado não era uma razão de dois inteiros, entretanto, conforme Lorin e Rezende (2013) a partir de alguns fragmentos deixados por alguns pitagóricos, após a morte de Pitágoras, pode-se supor algumas formas de como eles tinham conseguido demonstrar tal feito. Uma dessas possíveis demonstrações é a seguinte:

Considerando a situação descrita anteriormente de um quadrado de lado 1, dividido em dois triângulos retângulos. Suponhamos, por contradição, que o comprimento da hipotenusa de um desses triângulos seja um número racional  $\frac{p}{q}$  com  $p$  e  $q$  inteiros positivos diferentes de 0 e sendo eles números primos entre si, isto é, não possuem fatores comuns. Usando o teorema de Pitágoras, obtém-se

$$\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \text{ e daí } p^2 = 2q^2.$$

Isso nos diz que o número  $p^2$  é par e assim  $p$  é par, ou seja,  $p = 2k$ , para algum inteiro positivo  $k$ . Onde  $4k^2 = 2q^2$ . Logo  $q^2 = 2k^2$  e então  $q^2$  é par, e daí  $q$  é par. Portanto,  $p$  e  $q$  são pares. Sendo  $p$  e  $q$  primos entre si então eles não podem ser simultaneamente pares e isso é uma contradição. Assim, o número que mede a hipotenusa, isto é, o número  $\sqrt{2}$ , não é racional.

O problema da incomensurabilidade foi frustrante para os gregos, pois muitas demonstrações geométricas, em especial as que envolviam razão e proporção, consideravam que segmentos quaisquer sempre admitiam uma unidade de comprimento comum. Tal frustração caracterizou um episódio posteriormente conhecido como “a crise dos incomensuráveis”.

A concepção de incomensurabilidade naquela época se contrapôs a filosofia pitagórica, pois ela compreendia que todo número é inteiro ou é composto de uma relação entre inteiros. Medidas incomensuráveis eram, portanto, impossíveis de ser expressas com palavras e também inimagináveis, devido não puderem ser representadas como razão de números inteiros, sendo este, um princípio elementar para a compreensão de número conforme os pitagóricos (POMMER, 2012).

Algo bastante curioso sobre os pitagóricos era que, os quais referenciavam as medidas incomensuráveis pelo termo *alogon*, que atualmente traduz-se como

“irracional”. Todavia, naquela época a palavra *alogon* tinha um duplo sentido: significava também “não deve ser falado” (MLODINOW, 2004).

Embora se tenha evidências de que os pitagóricos tinham uma breve noção de números irracionais, apesar de pouco aceita naquela sociedade, para Kline (1972, apud Lopes; Sá, 2016), antes da “crise dos incomensuráveis” ter ocorrida na Grécia, os números irracionais já eram conhecidos na Mesopotâmia. Uma evidência desse fato está nas tábuas de potências e raízes dos babilônios, cujo registro que se tem hoje mostra que quando o valor da raiz era um inteiro se tinha um valor exato, caso contrário, o valor sexagesimal correspondente era aproximado.

A descoberta da incomensurabilidade, pelos gregos da escola pitagórica, representou uma percepção de que somente o discreto não era possível contemplar o ato de “medir”. Só depois de muito tempo, o conceito de número foi expandido para medir grandezas contínuas, possibilitando o tratamento dos incomensuráveis como número (BROETTO, 2016).

A partir da concepção de contínuo a ideia da medida se tornou mais abrangente, permitindo tratar naturais, racionais e irracionais em um único contexto, que privilegia o contínuo e coloca o discreto como uma restrição, um caso particular. Este raciocínio certamente não foi algo explorado pela concepção pitagórica de número, que até aquele momento se restringia ao discreto.

Uma tentativa de explicar a continuidade a partir do discreto foi apresentada por uma teoria denominada de “teoria das mônadas” que tomava como base a existência de segmentos indivisíveis chamados de mônadas. Esta teoria não teve sucesso, pois foi constantemente rebatida pelas escolas gregas que sucederam a dos pitagóricos, ainda mais com a contradição lógica nos argumentos da escola pitagórica encontrada por Zenão de Eleia (cerca de 490/485 a.C. - 430 a.C.), discípulo de Parmênides (LORIN; REZENDE, 2013).

Zenão foi muito conhecido como um grego que mostrou aos matemáticos da época as incoerências decorrentes da tentativa de se completar grandezas contínuas com um número infinito de pequenas partículas, essas incoerências se baseiam em alguns paradoxos que atualmente chamam-se de “Paradoxos de Zenão”<sup>4</sup> (SANTOS, 2015). Alguns dos paradoxos de Zenão são: a Dicotomia, Aquiles e a Tartaruga, a Flecha, e

---

<sup>4</sup> Para conhecer mais sobre os paradoxos de Zenão visite o link: <https://fepex.saofrancisco.ifc.edu.br/wp-content/uploads/sites/14/2016/08/Alexandre-Pereira-de-Vasconcellos.pdf>

Estádio. Nos quais é argumentado que, se o tempo e o espaço são infinitamente divisíveis, o movimento torna-se impossível (SANTOS, 2015).

### **3. Concepção de Números Irracionais no Contexto da Escola de Platão**

Após o contato dos pitagóricos com as ditas grandezas incomensuráveis, e terem sua filosofia numérica, que era baseada no discreto, contestada por Zenão, surgiu uma escola a cerca de 387 a.C, cujo líder era Platão, que dentre seus vários trabalhos, tratou de compreender também essas medidas (LORIN; REZENDE, 2013).

Além de Patão, alguns dos integrantes dessa escola eram os matemáticos Teodoro (465 a 398 a. C.), Eudoxo (408 a 355 a.C.) e Euclides (360 a 295 a.C.), os quais se destacaram em produções matemáticas (LORIN; REZENDE, 2013).

O direcionamento da escola platônica referente aos números irracionais ou grandezas/medidas incomensuráveis, estava em desenvolver técnicas geométricas que permitissem manejar essas medidas (GODEFROY, 1997, *apud* LORIN; REZENDE, 2013). Além do mais, até essa época (408/355 a.C.) o problema da incomensurabilidade ainda era pouco explorado na matemática. Por exemplo, na área que envolvia relações de proporção, era tratado somente de grandezas comensuráveis, mas Eudoxo, integrante da escola platônica, avançou esses estudos para grandezas incomensuráveis por volta de 370 a.C. (MOSCIBROSKI, 2002).

Eudoxo de Cnido foi um matemático, astrônomo e filósofo grego que viveu entre os anos de 408/355 a.C. e era discípulo de Platão. Conforme Cerri (2006) ele resolveu de forma brilhante o problema da incomensurabilidade que impedia com que se pudesse trabalhar com grandezas dessa natureza numérica.

Conforme sua teoria, em linguagem moderna, estabelece que para conhecer um número irracional  $x$  basta conhecer os números racionais menores do que  $x$  (suas aproximações por falta) e os números racionais maiores do que  $x$  (suas aproximações por excesso). Dessa maneira, é possível obter aproximações para um número irracional com um erro tão pequeno quanto se queira (MOSCIBROSKI, 2002). Diante disso, ao comparar duas grandezas da mesma espécie, em vez de número, Eudócio adotou o conceito de "razão entre duas grandezas". Assim, ele construiu, de forma lógica, uma teoria sobre razões entre grandeza.

No V livro da obra "Os Elementos" escrito por Euclides, datada no século III a.C, foi encontrado um estudo desenvolvido por Eudoxo sobre a Teoria das Proporções. Esta

teoria abrange tanto grandezas comensuráveis como também incomensuráveis (BOMGIOVANI *et al.*, 2018).

Abaixo está um trecho encontrado em Os Elementos em que é tratado da teoria de Eudoxo, conforme Bongiovanni *et al.* (2018).

Diz-se que quatro grandezas estão na mesma razão, a primeira para a segunda e a terceira para a quarta se, quando equimúltiplos quaisquer são tomados da primeira e da terceira e equimúltiplos quaisquer da segunda e da quarta, os primeiros equimúltiplos são ambos maiores que, ou ambos iguais a, ambos menores que, os últimos equimúltiplos considerados em ordem correspondentes”. (Elementos de Euclides, Livro V, definição 6).

Em linguagem moderna o que foi abordado no trecho anterior a respeito de grandezas comensuráveis e incomensuráveis, seria o seguinte:

Para quaisquer inteiros  $p$  e  $q$  dizemos que  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ( $a$  está para  $b$  assim como  $c$  está para  $d$ )

se, e somente se, alguma das situações a seguir acontecer:

- 1) Se  $aq = bp$  então  $cq = dp$ . (Grandezas comensuráveis)
- 2) Se  $aq < bp$  então  $cq < dp$ . (Grandezas incomensuráveis)
- 3) Se  $aq > bp$  então  $cq > dp$ . (Grandezas incomensuráveis)

Diante dessa compreensão, foi possível tratar também de grandezas incomensuráveis. Desse modo pôde-se provar, por exemplo, vários fatos matemáticos como o Teorema de Tales para os casos de medidas comensuráveis e incomensuráveis (CERRI, 2006).

Conforme Bomgiovani *et al.* (2018) a definição construída por Eudoxo conseguiu contornar o problema dos “incomensuráveis” simplesmente através do uso de comparações “menor”, “maior” e “igual”, definindo desse modo, relações de proporção, mas evitando discutir a natureza dos números irracionais. Assim, a questão de se obter um número associado a cada segmento, representando sua medida, não foi tratado de forma direta, embora Eudoxo seja conhecido, por muitos estudiosos, como o primeiro a construir uma teoria que manipulava números irracionais.

A abordagem de Eudoxo sobre grandezas incomensuráveis coincide em essência com a moderna teoria dos números irracionais dada por Richard Dedekind em 1872. Entretanto, houve uma grave deficiência no formalismo desenvolvido por Eudoxo nos Elementos de Euclides, pois não se efetuavam operações aritméticas com razões (MOSCIBROSKI, 2002).

Além de Eudoxo, outros integrantes da escola platônica fizeram estudos sobre números irracionais, sendo muitos desses estudos concentrados na produção de métodos



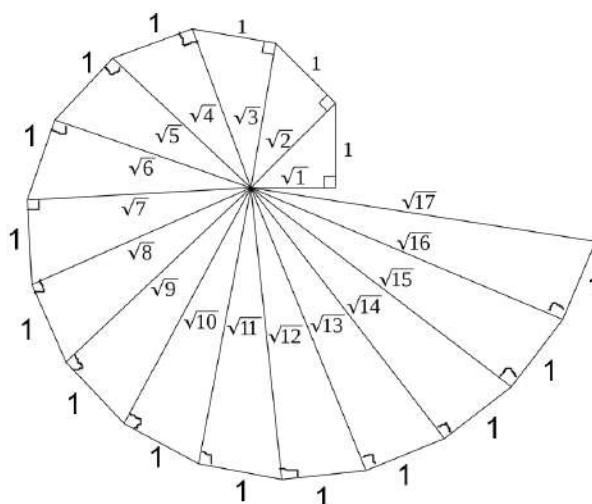
para se resolver problemas de quadratura, ou seja, a construção de quadrados cuja área de sua superfície fosse igual à área da superfície de outra figura. Para Godefroy (1997), nesses métodos usava-se a ideia de raiz quadrada para se determinar a medida do lado do quadrado a partir de sua área. Foi nesse momento que novos números irracionais, além do  $\sqrt{2}$ , começaram a ser discutidos.

Para Moscibroski (2002), até um certo tempo  $\sqrt{2}$  era o único número irracional conhecido. Com o decorrer do tempo Teodoro de Cirene (c.470 a.C.), também integrante da escola platônica, por volta de 425 a.C. mostrou que  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{7}$ ,  $\sqrt{8}$ ,  $\sqrt{10}$ ,  $\sqrt{11}$ ,  $\sqrt{12}$ ,  $\sqrt{13}$ ,  $\sqrt{14}$ ,  $\sqrt{15}$  e  $\sqrt{17}$  eram números irracionais.

De acordo com Lorin e Rezende (2013), nos *Diálogos de Platão*, é descrito um relato de uma discussão entre Teeteto e Sócrates, na qual, Teeteto, comenta que foi demonstrada a irracionalidade dos números  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{7}$ ,  $\sqrt{8}$ ,  $\sqrt{10}$ ,  $\sqrt{11}$ ,  $\sqrt{12}$ ,  $\sqrt{13}$ ,  $\sqrt{14}$ ,  $\sqrt{15}$  e  $\sqrt{17}$ , por Teodoro. Tem-se a seguir um trecho desse diálogo: “Teeteto - A respeito de algumas potências, Teodoro, aqui presente, mostrou que a de três pés e a de cinco, como comprimento não são comensurável com a de um pé. E assim foi estudando uma após a outra, até a de dezessete pés. Não sei por que parou aí ” (PLATÃO, 1988, p. 9).

Teodoro de Cirene (c.470 a.C.) foi um filósofo e matemático grego que fazia parte da academia de Platão. Ele também foi conhecido por apresentar um tipo figura de aspecto espiral, conhecida como Espiral de Teodoro ou Espiral Pitagórica (Figura 3). Essa figura é obtida de uma sequência de triângulos retângulos com um vértice comum, em que o primeiro é isóscele de catetos unitários e em cada triângulo retângulo sucessivo um cateto é a hipotenusa do triângulo anterior e o outro cateto (oposto ao vértice comum) tem comprimento unitário (EVES, 1997, apud LORENZONI; SAD, 2018). Ele fez 16 iterações na construção da espiral, mas o processo pode se estender indefinidamente.

**Figura 3** - Espiral de Teodoro de Cirene

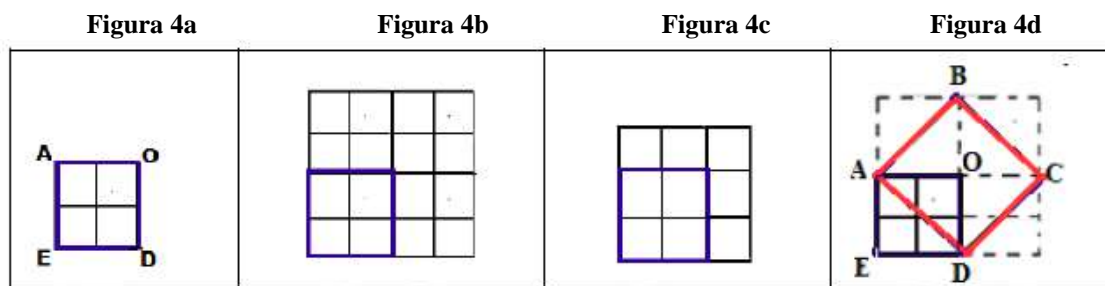


Fonte: Lorenzoni e Sad (2018).

A espiral de Teodoro, como pode ser visualizada na figura anterior, ilustra a construção de segmentos com medida irracional, partindo da construção geométrica de  $\sqrt{2}$ , e obtendo segmentos de comprimento  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{4}$ ,  $\sqrt{5}$ , e assim sucessivamente, obtendo-se a construção de segmentos de comprimento  $\sqrt{n}$ , para qualquer  $n$  natural maior que 1. Dessa forma é perpassado por inúmeros números irracionais (LORENZONI; SAD, 2018).

Na época da escola de Platão, como já foi citado, houve um tratamento mais direto quanto ao uso dos números irracionais, os trabalhos de Eudoxo e Teodoro, citados anteriormente, comprovam este fato. Em um trecho dos Diálogos de Platão é descrito uma situação que também evidencia este entendimento, onde Sócrates desenhou um quadrado de “dois pés” de lado, conforme a figura a seguir, e pede a um escravo de Menon que lhe mostre um quadrado com o dobro da área.

Figura 4 - Construção de um quadrado com o dobro da área de outro quadrado de lado 2 pés



Fonte: Pommer (2012).

Conforme este relato, um escravo havia argumentado que o quadrado deveria ter lado quatro pés e Sócrates desenhou uma figura correspondente a figura 1b, o qual revelava que a área inicial havia quadruplicado. Quando notou esse entendimento percebeu que a área havia aumentado mais do que o solicitado, em uma tentativa de

corrigir a resposta, indicou que o quadrado deveria ter lado três pés (figura 1c), o qual ainda não resolvia o problema inicial. Sócrates, diante do impasse do escravo, desenhou a solução do problema (figura 1d).

A narrativa de Sócrates, presente nos Diálogos de Platão, ilustra a cultura típica dos gregos clássicos. Ao ser traçada a diagonal do quadrado inicial, o triângulo ADO resultante, que era retângulo e isósceles, possui metade da área do quadrado original, assim bastava agrupar quatro triângulos de mesma natureza, e área, para formar uma figura que teria o dobro da área do quadrado, sendo ela, um quadrado (POMMER, 2012).

A situação apresentada a respeito do diálogo entre Sócrates e o escravo de Menon, descrita nos Diálogos de Platão, em linguagem moderna representa a solução da equação algébrica  $x^2 = 2$ . Também é possível entender, desse diálogo, que quando se tem a área de um quadrado A, cuja área é o dobro de outro quadrado, a medida de seu lado é um número irracional (BEKKEN, 1994 *apud* POMMER, 2012).

O diálogo apresentado mostra um dos primeiros indícios da manipulação dos números irracionais pelos gregos, por meio de uma articulação entre a Aritmética e a Geometria, representando, com isso, uma superação superficial da tensão que estes números causaram na época dos pitagóricos com a descoberta da existência dos segmentos incomensuráveis pelos pitagóricos.

Na época da escola platônica, destacou-se também entre os geômetras gregos as Construções Geométricas, que se refere a uma parte da Matemática destinada a explicar ou justificar, somente por régua e compasso, porque certos procedimentos conduzem à determinadas construções (COSTA, 2013).

As construções geométricas foram muito exploradas nos Elementos de Euclides, onde se apresenta a execução de algumas construções geométricas com a ajuda de régua e compasso. Com as várias possibilidades de construção era possível, por exemplo, construir um quadrado de área igual ao dobro da área de um quadrado dado (quadratura) ou bissectar-se um ângulo dado em partes iguais, assim como também, e não menos importante, era possível construir algumas medidas incomensuráveis, isto é, comprimentos de mensuração irracional (SAVIOLI, 2007).

Como falamos anteriormente, a possibilidade de construção de medidas incomensuráveis foi algo muito praticado na Grécia daquela época, porém não eram todas as medidas incomensuráveis que eram possíveis. A partir dessa impossibilidade alguns problemas surgiram, de modo a desafiar qualquer possibilidade de solução por régua e

compasso. Em especial houve dois deles que se passou muito tempo para serem solucionados. São eles: a quadratura do círculo e a duplicação do cubo (SAVIOLI, 2007).

1. Quadratura do círculo: construir um quadrado com área igual à de um círculo dado.
2. Duplicação do cubo (ou Problema de Delos): construir a aresta de um cubo cujo volume é igual ao dobro do de um cubo dado.

Esses problemas podem ser reescritos da seguinte forma:

1.  $\sqrt{\pi}$  é construtível?
2.  $\sqrt[3]{2}$  é construtível?

Atualmente sabe-se que essas construções, por meio de régua e compasso, são impossíveis, mas na época de Euclides não tinha essa compreensão, portanto esses problemas continuaram sem resposta durante 2.000 anos após terem surgido (COSTA, 2013).

Durante esse período, muitos matemáticos tentaram resolvê-los, mas não tiveram êxito.

Os problemas da Quadratura do Círculo e da Duplicação do Cubo<sup>5</sup>, em sua origem, foram criados para buscar uma solução, para cada um, que utiliza-se somente régua sem escala e compasso. Porém, eles, de maneira genérica, se resumem a situações que constituem atualmente a teoria dos Números Construtíveis, que considera que todo segmento de reta de comprimento racional pode ser construído por régua e compasso, a partir de um segmento tomado para unidade, logo todos racionais são construtíveis, mas quanto aos irracionais, nem todos são construtíveis. O problema da Quadratura do Círculo é considerado impossível, pois em essência considera a possibilidade do irracional  $\sqrt{\pi}$  ser um número construtível, que na verdade não é, já a Duplicação do Cubo considera o irracional  $\sqrt[3]{2}$  como construtível que também não é, diante das limitações presentes na régua e compasso, justificando então na impossibilidade de resolver tais problemas por régua (sem escala) e compasso (VENDEMIATTI, 2009).

Embora houvesse a manipulação de números irracionais por muitas civilizações e matemáticos, de acordo com Oliveira e Gomes (2009), somente no ano de 1872 é que surgiu uma teoria mais completa e satisfatória sobre os números irracionais, sendo ela,

---

<sup>5</sup> Para conhecer mais sobre o problema da “Quadratura do Círculo” e “Duplicação do Cubo” consulte EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. – Campinas, sp: Editora da Unicamp, 2011.

destituída de considerações geométricas, a partir da publicação de um ensaio, chamado “Continuidade e Números Irracionais”, pelo matemático Richard Dedekind (1831-1916).

### 3. Considerações

Este artigo traz os resultados de uma pesquisa bibliográfica que teve por objetivo apresentar como concepção de números irracionais se desenvolveu na antiguidade clássica, especificamente no contexto da Grécia Antiga. Nele se encontra um estudo sobre a evolução do conhecimento sobre números irracionais na Grécia Antiga, a partir de duas academias chamadas de Escola Pitagórica (ca. 550 a.C.) e a Escola de Platão (ca. 387 a.C.).

O trabalho foi dividido em duas partes principais, a primeira parte descreveu a concepção de números irracionais no contexto da escola pitagórica, e a segunda parte descreveu sobre a concepção de números irracionais no contexto da escola platônica. Sendo ambas as academias, centros de conhecimento de destaque na Grécia Antiga, durante a época da antiguidade clássica (período entre o século VIII a.C. e o século V d.C.).

Quanto à seção sobre a concepção de números irracionais no contexto da escola pitagórica, percebeu-se que a história dos números irracionais iniciou-se na escola pitagórica, a partir das chamadas medidas incomensuráveis e que apresentou pouca aceitação pelos membros desse lugar devido romper com a perspectiva de pensamento deles, entretanto mesmo com as tentativas em estudar esse tipo de medida, como a teoria das ‘mônadas’, sofreram muitos conflitos diante dos paradoxos de Zenão que frutaram as tentativas em querer descrever o contínuo para explicar medidas incomensuráveis.

Quanto à seção sobre a concepção de números irracionais no contexto da escola platônica, notou-se que os números irracionais, sob o tratamento de grandezas/medidas incomensuráveis, foram estudados e utilizados com maior aceitação, tendo se desenvolvido de forma mais adequada na teoria das proporções de Eudoxo, que tratava dessas medidas pela natureza que elas possuíam, ou seja, pela ideia de aproximação. Além de Eudoxo, outros matemáticos dessa escola abordavam os números irracionais, como Teodoro que mostrou a incomensurabilidade de segmentos além do  $\sqrt{2}$ ; como Sócrates que evidenciou em seus diálogos a manipulação de irracionais em problemas de quadratura e outros. Sob essa escola surgiu problemas de quadratura muito famosos

envolvendo irracionais que só foram resolvidos (por inexistência de solução) depois muito tempo, os quais são quadratura do círculo e a duplicação do cubo.

O conjunto dos resultados obtidos permite concluir que embora houvesse evidências que os números irracionais já fossem manipulados em outras civilizações de épocas anteriores, foi na Grécia Antiga que tiveram um tratamento mais conceitual. Sendo que a cerca de 550 a.C., com os pitagóricos, houve a possível descoberta do conceito de número irracional em meio à impossibilidade em tentar escrever a medida da diagonal de um quadrado de lado 1 a partir de uma fração da medida do lado. Essa impossibilidade, além de outros fatores, dificultou o avanço deste conhecimento na escola de Pitágoras, sendo que após isso o conhecimento de números irracionais só passou a ter maior desenvolvimento a cerca de 387 a.C. na Escola Platônica, onde muitos membros como Eudoxo, manipulavam estes números de forma mais adequada e com mais aceitação, se comparado aos membros da Escola de Pitágoras.

### Referências

BOMGIOVANI, Cesar Augusto Oliveira et al. **Teoria das Proporções de Eudoxo e os Incomensuráveis**. 2018. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=2447541>>. Acesso em: 02 Jul. 2021.

BROETTO, Geraldo. **O ensino de números irracionais para alunos ingressantes da licenciatura em matemática**. 2016. 588 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

CERRI, Cristina. **Desvendando os Números Reais**. 2006. Disponível em: <https://www.ime.ufg.br/bienal/2006/mini/cristina.cerri.pdf>. Acesso em 02 de Jul. de 2021.

COSTA, Valderi Candido da. **Números Construtíveis**. 2013. 64 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, Campina Grande – PB, 2013.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP. 2004.

GODEFROY, Gilles. **A Aventura dos Números**. Trad. Antônio Viegas. Lisboa - Portugal: Instituto Piaget, 1997.

LOPES, A. C. M.; SÁ, F. P. de. Números Reais: aspectos históricos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 3, n. 9, p. 79-90, 2016. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/56/46>. Acesso em: 24 de abr. de 2020.

LORENZONI, C. A. C. de A.; SAD, L. A. História da Matemática e o “Fazer Matemática” na Educação Básica. **Revista de História da Educação Matemática**, v.4, n.1, 2018. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/340825746\\_HISTORIA\\_DA\\_MATEMATIC\\_A\\_E\\_O\\_FAZER\\_MATEMATICA\\_NA\\_EDUCACAO\\_BASICA\\_ISSN\\_2447-6447](https://www.researchgate.net/publication/340825746_HISTORIA_DA_MATEMATIC_A_E_O_FAZER_MATEMATICA_NA_EDUCACAO_BASICA_ISSN_2447-6447). Acesso em: 25 de abr. de 2020.

LORIN; João Henrique; REZENDE, Veridiana. Os Alogon: uma história dos números irracionais. **Encontro Interdisciplinar de Educação**, [online], v.5, n.1, 2013. Disponível em: [http://www.fecilcam.br/anais/v\\_enieduc/data/uploads/mat/trabscompletos/mat00778624900.pdf](http://www.fecilcam.br/anais/v_enieduc/data/uploads/mat/trabscompletos/mat00778624900.pdf). Acesso em 25 de abr. de 2020.

MLODINOW, Leonard. **A Janela de Euclides: a história da geometria**: das linhas paralelas ao hiperespaço. Trad. de Enésio E. de Almeida Filho. São Paulo: Geração Editorial, 2004.

MOSCIBROSKI, Thais Meurer. **Amplitude do Conjunto dos Números Irracionais**. 2002. 71f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

OLIVEIRA, J. C.; GOMES, C. C. **Números Irracionais e Transcendentes**. 2009. 61 f. TCC (Professor Especialista em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina e Universidade Virtual do Maranhão, Imperatriz, 2009.

PLATÃO, 427-347 a.C. **Diálogos**: Teeteto e Crátilo. Trad. do grego Carlos Alberto Nunes. Belém: Universidade Federal do Pará, 1988.

POMMER, W. M. **A construção de significados dos Números Irracionais no ensino básico**: Uma proposta de abordagem envolvendo os eixos constituintes dos Números Reais. 2012. Tese (Doutorado em Educação do Programa de Pós-graduação em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, USP, São Paulo, 2012.

SANTOS, Tatiana de Souza Lima. **O Conceito de Infinito**: Uma Abordagem a Partir da Resolução de Problemas. 2015. 54 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015.

SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores. Números Construtíveis. **XXIII Semana da Matemática**. Londrina-Pr, 2007.

VENDEMIATTI, Aloísio Daniel. **A Quadratura do Círculo e a Gênese do Número  $\pi$** . 2009. 145 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.



## SABERES MATEMÁTICOS EVIDENCIADOS EM PRÁTICAS DE PESCADORES NA COMUNIDADE CAJUÚNA/SOURE/PA

**Marc Santos Peyrerol**  
**Universidade do Estado do Pará**  
**marcsantos336@gmail.com**  
**Rafael Lameira Barros**  
**Universidade do Estado do Pará**  
**rafael.lbarros@aluno.uepa.br**

### Resumo

O objetivo dessa pesquisa foi identificar saberes matemáticos presentes em práticas pesqueiras na comunidade Cajuúna para o ensino de Matemática. Utilizando as ideias da Etnomatemática optou-se por desenvolver a pesquisa em uma comunidade localizada no município de Soure/Pará, denominada de Cajuúna, cuja prática predominante é a atividade pesqueira. A justificativa para a escolha da comunidade do Cajuúna para o estudo em questão foi por acreditar que a pescaria praticada nela poderia ser usada no ensino de matemática. Na tentativa de conhecer sobre a prática pesqueira, a comunidade e sobre os conhecimentos matemáticos existentes em sua profissão, realizamos uma pesquisa de campo, cuja coleta de dados utilizada foi uma entrevista semiestruturada, gravação de áudio e fotografias. Após o percurso realizado durante a pesquisa levantamos um conjunto de conhecimentos ligados a Etnomatemática sobre a pesca na comunidade do Cajuúna, que se associam a vários conhecimentos formais da matemática. Isso direcionou a associar as informações coletadas na entrevista com assuntos de matemática ensinados no Ensino Básico, trazendo com isso muitas potencialidades no ensino de matemática, que podem auxiliar a prática de ensino de professores.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Etnomatemática. Atividade Pesqueira.

### 1. Apontamentos Introdutórios

Este artigo apresenta um estudo sobre a Etnomatemática e suas potencialidades no que consiste a relação entre práticas culturais e a aprendizagem.

Mas, o que vem a ser a Etnomatemática? O professor Ubiratan D'Ambrosio, que foi quem iniciou esse estudo no Brasil, apresentou suas ideias iniciais para a comunidade internacional de matemática no 5º Congresso Internacional de Educação Matemática, da seguinte forma:

Indivíduos e povos têm, ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de reflexão, de observação, instrumentos teóricos e, associados a esses, técnicas, habilidades (artes, técnicas, técnicas) para explicar, entender, conhecer, aprender, para saber e fazer como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência (matema), em ambientes naturais, sociais e culturais (etno) os mais diversos. Daí chamarmos o exposto acima de Programa Etnomatemática. (D'AMBRÓSIO, 2005, p.111-112).

Em outros termos, o professor Ubiratan D'Ambrósio afirma que o maior objetivo da Etnomatemática “é dar sentido a modos de saber e de fazer das várias culturas e reconhecer como e por que grupos de indivíduos, organizados como famílias, comunidades, profissões, tribos, nações e povos, executam suas práticas de natureza Matemática, tais como contar, medir, comparar e classificar” (D'AMBROSIO, In: FANTINATO, 2009, p.19).

Nos dias de hoje, a Etnomatemática vem sendo estudada por vários outros pesquisadores, como o professor Ubiratan, além de outros que se destacam nesse ramo e pesquisa como Eduardo Sebastiani Ferreira, Gelsa Knijnik, Sônia Maria Clareto e Paulus Gerdes, entre outros.

Utilizando as ideias da etnomatemática optou-se por desenvolver a pesquisa em uma comunidade localizada no município de Soure/Pará, denominada de Cajuúna, cuja prática predominante é a atividade pesqueira. A justificativa para a escolha da comunidade do Cajuúna para o estudo em questão foi por acreditar que a pescaria praticada nela poderia ser usada no ensino de matemática.

É nesse sentido que buscamos responder a seguinte inquietação: Em que termo a atividade pesqueira na comunidade Cajuúna no Município de Soure/PA pode contribuir para o ensino de Matemática? A partir desse questionamento adotamos como objetivo de pesquisa identificar saberes matemáticos presentes em práticas pesqueiras na comunidade Cajuúna para o ensino da Matemática.

Este trabalho é dividido em seções. A primeira é feita uma introdução sobre o trabalho. Na segunda seção é apresentado o referencial teórico que embasou no aspecto teórico o desenvolvimento desta pesquisa. A terceira seção apresenta os procedimentos metodológicos que direcionaram todas as ações e elementos que esta pesquisa foi construída. Quanta a quarta seção são apresentados os resultados e algumas discussões sobre eles. Na quinta seção, é explicado as potencialidades no ensino de matemática dos saberes pesqueiros apresentados pelo entrevistado. Na sexta seção, tem-se nossos apontamentos conclusivos expondo as conclusões deste texto, onde foi feito uma síntese das conclusões obtidas.

## **2. Referencial teórico**

Nesta seção, foi apresentado o referencial teórico que embasou no aspecto teórico o desenvolvimento desta pesquisa. Nela, é descrito sobre a Etnomatemática e também sobre a comunidade em que será realizada a pesquisa.

## 2.1 Sobre a Etnomatemática

Em 1984, no Congresso Internacional de Educação Matemática, em Adelaide, Austrália, algumas tendências em Educação Matemática estavam surgindo, tais como “Matemática e Sociedade”, “Matemática para todos” e “História da Matemática e de sua pedagogia”.

Foi neste congresso que o professor Ubiratan D’Ambrósio apresentou o Programa de Pesquisa Etnomatemática, motivado pela procura de entender o saber/fazer matemático ao longo da História da Humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações.

De acordo com D’Ambrósio:

A idéia do Programa etnomatemática surgiu da análise de práticas matemáticas em diversos ambientes culturais e foi ampliada para analisar diversas formas de conhecimento, não apenas as teorias e práticas matemáticas. E é um estudo da evolução cultural da humanidade no seu sentido amplo, a partir da dinâmica cultural que se nota nas manifestações matemáticas. (D’AMBRÓSIO, 2005, p.102).

O programa de Pesquisa Etnomatemática é um estudo da evolução cultural da humanidade, a partir da dinâmica cultural que se observa nas diversas manifestações matemáticas. Porém não se pode confundir com a matemática no sentido acadêmico, organizada como uma disciplina. De acordo com D’Ambrósio:

Sem dúvida, essa matemática é importante, mas, de acordo com o eminente matemático Roger Penrose, ela representa uma área muito pequena da atividade consciente que é praticada por uma pequena minoria de seres conscientes para uma fração muito limitada de sua vida consciente. O mesmo pode-se dizer sobre a ciência acadêmica em geral. (D’AMBRÓSIO, 2005, p.102).

Para D’Ambrósio (2005) o programa de Pesquisa Etnomatemática é um programa de pesquisa sobre geração, organização intelectual, organização social e difusão do conhecimento. Na linguagem acadêmica, seria um programa interdisciplinar que abarca o que constitui o domínio das chamadas ciências da cognição, da epistemologia, da história, da sociologia e da difusão.

De acordo com D’Ambrósio:

Metodologicamente, esse programa reconhece que na sua aventura, enquanto espécie planetária, o homem (espécie *Homo sapiens sapiens*), bem como as demais espécies que a precederam, os vários hominídeos reconhecidos desde há 5 milhões de anos antes do presente, têm seu comportamento alimentado pela aquisição de conhecimento, de fazer(es) e de saber(es) que lhes permitiram sobreviver e transcender, através de maneiras, de modos, de técnicas, de artes (techné ou “ticas”) de explicar, de conhecer, de entender, de lidar com, de conviver com (mátema) a realidade natural e sociocultural (etno) na qual ele, homem, está inserido. Ao utilizar, num verdadeiro abuso

etimológico, as raízes “tica”, “matema” e “etno”, dei origem à minha conceituação de Etnomatemática. (D’AMBRÓSIO, 2005, p.112)

A Etnomatemática traz a ideia de que o ser humano tem o seu comportamento voltado para adquirir conhecimento para poder sobreviver e transcender na sua realidade natural e sociocultural. Além disso para ela nas diversas culturas existentes (comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, sociedades indígenas, pescadores, entre outros) é possível encontrar e\ou observar a matemática. Essas ideias são bem pontuadas em D’Ambrósio (2005):

Em todas as culturas encontramos manifestações relacionadas e mesmo identificadas com o que hoje se chama matemática (processos de organização, classificação, contagem, medição, inferência), geralmente mescladas ou dificilmente distinguíveis de outras formas, hoje identificadas como arte, religião, música, técnicas, ciências. Em todos os tempos e em todas as culturas, matemática, artes, religião, música, técnicas, ciências foram desenvolvidas com a finalidade de explicar, de conhecer, de aprender, de saber/fazer e de prever (artes divinatórias) o futuro. Todas aparecem, num primeiro estágio da história da humanidade e da vida de cada um de nós, indistinguíveis como formas de conhecimento. (D’AMBRÓSIO, 2005, p.112)

Utilizando as ideias da Etnomatemática discutidas anteriormente, pretendemos observar que conhecimentos matemáticos são possíveis de extrair da atividade da pesca para o uso em sala de aula, e com isso elaborar um conjunto de atividades baseadas neste conhecimento. Desta maneira iremos transformar a matemática de uma comunidade pesqueira historicamente situada, em uma prática que pode ser levada ao nível educacional, essa prática pedagógica de contextualização pode promover significativas melhoras no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

A pesquisa traz a relação de uma comunidade pesqueira de Soure/Pará com a Etnomatemática. Esse campo de conhecimento foi desenvolvido e apresentado pelo professor Ubiratan D’Ambrósio em agosto de 1984, no quinto congresso internacional de educação matemática, em Adelaide, Austrália.

O professor Ubiratan D’Ambrósio posiciona-se como o mais importante teórico e filósofo neste campo de estudo e se configura como o disseminador das ideias que envolvem a Etnomatemática e suas aplicações em educação matemática.

De acordo com D’Ambrósio:

A abordagem a distintas formas de conhecer é a essência do Programa Etnomatemática. Na verdade, diferentemente do que sugere o nome, Etnomatemática não é apenas o estudo de “matemáticas das diversas etnias”. Criei essa palavra para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (ticas) de explicar, de entender, de lidar e de conviver com (matema) distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (etnos). (D’AMBRÓSIO, 2005, p.113-114)

Foi a partir desse prisma que utilizamos a Etnomatemática como concepção teórico-metodológica para nos subsidiar durante o desenvolvimento da pesquisa que foi

realizada em uma comunidade localizada no município de Soure/Pará, denominada de Cajuúna, cuja prática predominante é a atividade pesqueira.

## 2.2 Sobre a Comunidade de Cajuúna/PA

Cajuúna tem uma população atual de 204 habitantes e está situada 18 km da sede municipal de Soure, estando ligada por uma vicinal construída em 1989. Segundo o mapa rodoviário do Pará, a vicinal é parte da PA-154, tendo início na foz do Rio Camará, no município de Salvaterra, terminando no povoado do Cajuúna. Essa vila limita-se, ao norte, com a fazenda Caju-una; ao sul, com a fazenda Bom Jesus; a leste, com a Baía do Marajó; e oeste, com as terras de patrimônio da união.

**Figura 1** - Vila do Cajuúna



**Fonte:** Guedes (2009).

De acordo com Guedes (2009) a localização dessa vila, à margem da Baía do Marajó, facilitou o desenvolvimento da atividade básica dos moradores, a pesca. Elas foram construídas por migrantes pescadores que fixaram suas residências neste litoral sourense e constituíram famílias. Os migrantes foram atraídos pela grande quantidade de pescado, principalmente tainhas, pratinheira e guriuba. Esses pescadores emigraram principalmente de Curuçá, São Caetano de Odivelas, Marapanim, Vigia, Bragança, Maracanã e Abaetetuba.

Nessa vila os três modos mais usuais das pescas com redes, realizadas pelos pescadores, são: *a pescaria de zangaria*, *a pescaria de rabiola* e *a pescaria nas pedras*.

Guedes (2009) enfatiza que *as pescarias de zangaria*, também conhecidas como pescarias de rede na vara, são desenvolvidas nas praias no período de grande safra da

tainha, geralmente, entre os meses de maio a agosto. Os pescadores delimitam seus territórios, fincando nas praias várias estacas na época de estiagem e águas de baixo volume, com o objetivo de usá-las no período de safra do pescado.

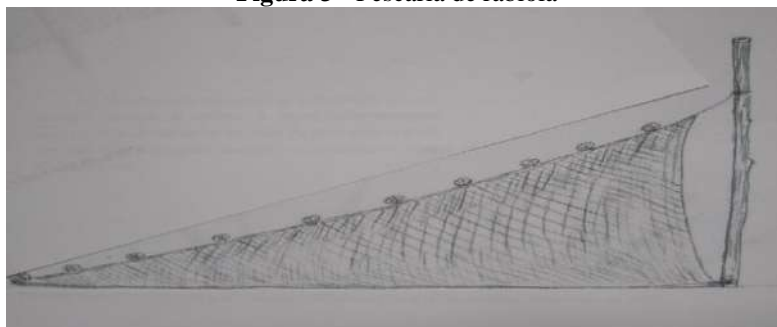
**Figura 2 -** Pescaria de zangaria



**Fonte:** Guedes (2009).

Essa modalidade de pesca é realizada obedecendo ao curso das marés, os pescadores no momento da maré baixa estendem as redes, as quais são presas nas estacas de modo que fiquem bem firmes e não desprendam com a força das águas. Após esse processo, os pescadores esperam a enchente da maré. Com o grande volume de água, as praias ficam submersas, invadindo também o ecossistema de mangue. Assim, os cardumes entram e ficam malhados nas redes que estão à espera dos cardumes (GUEDES, 2009, p.106).

**Figura 3 -** Pescaria de rabiola



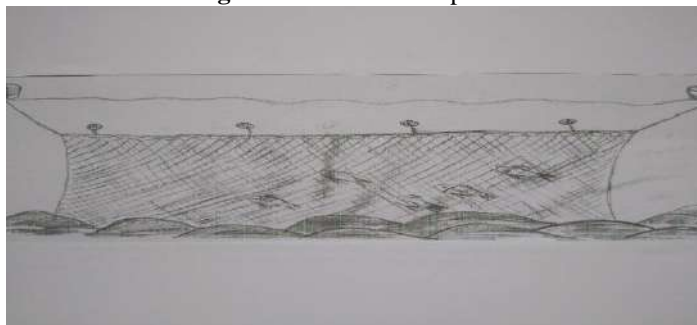
**Fonte:** Guedes (2009).

Na *pescaria de rabiola*, conforme apresentado na figura 3, os instrumentos de pesca são dispostos à espera do pescado antes que a maré dê sinal de enchente, ficando a rede em uma das extremidades e presa de cima a baixo por uma estaca. Na outra extremidade, do lado da chumbada, coloca-se um peso para que a rede fique esticada para cercar a maior quantidade de área possível (GUEDES, 2009, p.108).

Já na parte de cima da rede são colocadas as “boias”, geralmente, feitas de isopor para evitar que a rede fique com as malhas entrelaçadas ou enroladas, bem como para permitir a visualização do instrumento de pesca do pescador. Assim dispostas, as redes ficam agitadas pela força das águas de maré, esperando os cardumes e parecendo uma

rabiola de papel lançada para atmosfera e movida pelo vento, daí deriva o nome pescaria de rabiola (GUEDES, 2009, p.108).

**Figura 4 - Pescaria nas pedras**



**Fonte:** Guedes (2009).

De acordo com Guedes (2009), *a pescaria de rede na pedra* desenvolve-se com malhadeiras feitas de plásticos com maior resistência. As malhadeiras são colocadas nos territórios aquáticos antes que a maré fique cheia à espera dos cardumes, que ficam no meio das pedras quando ocorre a enchente da maré. Nessa pescaria, a rede de pesca é disposta de acordo com o fluxo da água, ficando presa em baixo nas pedras que são amarradas na parte da chumbada e em cima as boias de isopor estão para garantir a permanência da rede em suspensão e sua flutuação. Dessa maneira, a rede fica bem espichada resistindo à força da água e pronta para realizar a captura (GUEDES, 2009, p.112).

### 3. Procedimentos Metodológicos

Mediante a essas implicações e na tentativa de conhecer sobre a prática pesqueira, a comunidade e sobre os conhecimentos matemáticos existentes em sua profissão, realizamos uma pesquisa de campo que, de acordo com Gomes,

a pesquisa de campo é uma técnica, um instrumento mais genérico que não envolve necessariamente uma vivência com a cultura pesquisada. Pesquisar no campo quer dizer deslocar-se para onde está o objeto de pesquisa e usar de métodos e técnicas variados conforme o interesse do pesquisador. (GOMES, 2008, p.59).

Para seguir esse direcionamento, a metodológica de pesquisa adotada seguiu uma abordagem qualitativa. Sendo esta, descrita da seguinte forma:

As informações qualitativas podem ser colhidas em pesquisa e possuem raízes filosóficas inspiradas na fenomenologia, se baseando na qualidade, natureza ou essência do objeto a ser estudado. O trabalho de campo e a etnografia seriam os principais conceitos associados a esse modelo. A intenção da investigação que faz uso de informações qualitativas em que busca compreender, descrever e gerar hipóteses. Largamente utilizado nas ciências sociais, esse método de

avaliação apresenta características mais flexíveis de investigação do que o método baseado na quantidade de dados. (OLIVEIRA, 2018, p.194)

Para a coleta de dados usamos uma entrevista semiestruturada, gravação de áudio e fotografias. Sendo estas, técnicas que geralmente são utilizadas para coleta de dados de pesquisa qualitativa, conforme Oliveira (2018).

#### 4. Resultados e Discussões

A entrevista foi realizada com um entrevistado que doravante chamaremos de entrevistado “A”, o qual possui vasta experiência e saberes acumulados, em relação a atividade pesqueira. Tal atividade é ancorada para dar subsistência para sua família.

**Figura 5 - Entrevistado A**



**Fonte:** Autores (2020).

A primeira pergunta da entrevista foi: **Você poderia me contar um pouco, como começou sua relação com a pesca?** Mediante a essa pergunta, o entrevistado respondeu:

Minha relação com a pesca é sou filho de pescador meu pai é pescador e como aqui na minha comunidade nós não temos empresas não temos trabalhos referentes a prefeitura o que nos motiva é a sobrevivência a pescaria para sobrevivência né então esse foi o meu motivo deu começar a pescar desde pequeno desde novo com meu pai e me formar um pescador que até hoje eu sou né 33 anos de pescaria o que me motivou a pescar foi a falta de trabalho na minha comunidade. (ENTREVISTADO A, 2020)

Como pode-se ver na resposta do entrevistado A, ele enfatizou que sua profissão, bem como os conhecimentos praticados nessa área, foi herdada por seu pai, algo motivado pelo fato de que a pesca é tida como meio de subsistência, usada, sobretudo, para ser um recurso de comercialização e alimento.

A segunda pergunta era constituída de duas partes: **1-Quanto você vende os peixes que você pesca? É possível ter um bom rendimento financeiro?** Mediante esses questionamentos, o entrevistado respondeu:



É possível arrecadar em torno de R\$ 480,00. Geralmente, os principais tipos de peixes pescados são: Pratiqueira, Tainha, Coró, Bagre, Pescada, Sarda. O valor do quilograma do peixe é Pratiqueira R\$ 5,00; a Tainha R\$ 8,00; o Coró R\$ 3,00; o Bagre R\$ 3,00; a Pescada R\$ 6,00 e a Sarda R\$ 4,00. O período do ano em que obtemos maior resultado na pesca é o mês de agosto, setembro e julho. São meses em que é possível pescar muitos peixes. O peixe muda constantemente, principalmente em virtude da desova, ocasionando, assim, uma diferença de local. Nesse sentido, temos que nos deslocar para mais longe a fim de pescarmos. (ENTREVISTADO A, 2020)

A resposta do entrevistado A sugere a existência de uma mensuração do preço de cada peixe em função de seu peso. Este conhecimento pode ser entendido como uma proporção entre duas grandezas diretamente proporcionais que são peso (massa em Kg) e preço (em R\$), onde é possível para o Entrevistado A determinar, por exemplo, o preço de 1/2 quilo da Pratiqueira, sabendo que 1 Kg desse peixe custa R\$ 5,00, bem como para calcular o preço para outras quantidades. Além dessa compreensão, percebeu-se na fala do entrevistado que ele possui uma noção orçamentária quanto ao rendimento ganho por mês, durante o ano, e também dos fatores que podem influenciar este orçamento, como a desova dos peixes e a época do ano.

A segunda pergunta realizada foi: **2-Quais utensílios de pesca usados por você?**

Diante dessa pergunta o entrevistado respondeu o seguinte:

são as malhadeiras e a tarrafa. Malhadeiras são redes de tipos diferentes que são usadas de acordo com os tipos de pescado a ser capturado, levando em consideração o tamanho milimétrico da malha. A tarrafa é uma rede de pesca circular com pequenos pesos distribuídos em torno de toda a circunferência da malha. Os materiais usados na confecção de uma tarrafa são: linha de plástico, chumbo e o cabo entralhe. A quantidade de material usado na tarrafa são: 4 tubos de linha de plástico, 6 kg de chumbo e 100 gramas de cabo entralhe. A medida de “roda” da tarrafa ou de sua circunferência é 18 braças.

Os materiais usados na confecção de uma malhadeira são: panagem de rede, chumbo e o cabo entralhe. A quantidade de material usado na malhadeira são: uma panagem de rede, 3 kg de chumbo e 5 kg de cabo entralhe. As medidas de uma malhadeira são 100 metros de comprimento por 3 braças de altura.

A resposta do entrevistado A na segunda pergunta sugere que ele conhece e sabe mensurar os materiais necessários para a confecção das redes utilizadas na pesca. Sendo que nessa confecção é possível também perceber a utilização da “braçada” como unidade de medida, algo que se torna mais evidente na terceira pergunta que foi apresentada a seguir.

A terceira pergunta foi: **3-Quais técnicas utilizadas por você durante a pescaria?** Na resposta do entrevistado, ele enfatizou que

existem três modos mais usuais das pescas com redes realizados pelos pescadores do Cajuúna: a pescaria de zangaria, a pescaria de rabiola e a pescaria nas pedras., sendo que as medidas das redes utilizadas nas zangaria, rabiola e das pedras são respectivamente, 30 braças de comprimento por 1,5

braças de altura; 100 metros de comprimento por 3 braças de altura; 1000 metros de comprimento por 3,5 braças de altura.

As informações apresentadas indicam a utilização da “braçada” como unidade de medida de comprimento, e a partir daí tem-se a possibilidade de traçar as medidas de comprimento e largura de cada tipo de rede de pesca, conforme o entrevistado respondeu. Algo que implicitamente está relacionado à noção de comprimento e de área.

As informações apresentadas pelo Entrevistado A, revelam a presença do que foi indicado no referencial teórico deste trabalho, quanto a Etnomatemática, ou seja, a presença de hábitos e manifestações culturais que podem ser relacionadas com a matemática formal. Nesse aspecto, revelou-se a possibilidade da abordagem de hábitos da matemática pesqueira para ensinar conteúdos de matemática trabalhados na Educação Básica.

## 5. Potencialidades no Ensino

O entrevistado demonstrou vasta experiência sobre o manejo de produção da pescada, como: os tipos de peixe mais comuns na região; os preços do kg do peixe; os meses melhores para a pescaria; o período de desova do peixe; os problemas da atividade pesqueira; os tipos de embarcação usados na pesca; os utensílios de pesca (malhadeiras, tarrafas); e os modos mais usuais das pescas com redes: a pescaria de zangaria, a pescaria de rabiola e a pescaria nas pedras.

Diante dos dados coletados, há a possibilidade do professor trabalhar diversos conteúdos de Matemática, tendo como objeto de estudo a prática da pesca. Com o preço do quilo do peixe é possível trabalhar com as 4 operações, porcentagem, construção de gráfico, equação da reta, funções, regra de três, razão, proporção. Com a quantidade de material usado na tarrafa e nas malhadeiras é possível trabalhar o cálculo de orçamento para o pescador produzir o próprio instrumento de trabalho.

Para enfatizar melhor essas possibilidades no ensino de matemática, elaboramos um rol de atividades que podem servir como ferramenta didática aos professores durante a prática educativa.

**Figura 6** - Proposta de atividade 1 envolvendo Função Afim.

<b>Atividade 1</b>
<b>Tema da atividade:</b> Quilograma do peixe Bagre no Cajuúna
<b>Conteúdo:</b> Função Afim
<b>Série:</b> 1º ano do Ensino Médio

**Tempo:** 2 aulas de 45 min.

O quilograma do Bagre na comunidade do Cajuúna é vendido por 3 reais. Com essa informação, elabore uma tabela com alguns valores que relacionam a quantidade de bagre (kg) com o preço (reais) e complete-a. Em seguida, construa um gráfico relacionando o peso Kg com o preço.

**Fonte:** Autores (2020)

**Figura 7 -** Proposta de atividade 2 envolvendo transformação de unidades, circunferência e círculo

### **Atividade 2**

**Tema da atividade:** A tarrafa usada no Cajuúna

**Conteúdos:** Transformação de unidades, circunferência e círculo

**Série:** 6º ano do ensino fundamental

**Tempo:** Uma aula de 45 min.

A tarrafa é uma rede de pesca circular com pequenos pesos distribuídos em torno de toda a circunferência da malha. Ela é muito utilizada pelos pescadores do Cajuúna. Sabendo que a medida da “roda” ou da circunferência é de 18 braças, responda as questões a seguir. (Dados: uma braça equivale a 1,5m)

- a) quantos metros possui a circunferência da tarrafa?
- b) quanto mede o raio da circunferência da tarrafa?
- c) quanto mede a área de uma tarrafa?

**Fonte:** Autores (2020).

**Figura 8 -** Proposta de atividade 2 envolvendo cálculo de orçamento

### **Atividade 3**

**Tema da atividade:** A malhadeira usada no Cajuúna

**Conteúdo:** Cálculo de orçamento

**Série:** 5º e 6º ano do ensino fundamental

**Tempo:** Uma aula de 45 min

Os pescadores do Cajuúna utilizam muito as malhadeiras em suas pescarias. Elas são redes usadas de acordo com os tipos de pescado a ser capturado, levando em consideração o tamanho milimétrico da malha. Os materiais usados na confecção de uma malhadeira são: panagem de rede, chumbo e o cabo entralhe. A quantidade de material usado na malhadeira são: uma panagem de rede, 3 kg de chumbo e 5 kg de cabo entralhe.

Materiais	Valor (reais)
Panagem de rede	150,00
Chumbo (kg)	25,00
Cabo entralhe (kg)	28,00

Qual o custo que um pescador local tem ao montar sua própria malhadeira?

**Fonte:** Autores (2020).

**Figura 9:** Proposta de atividade 2 envolvendo área, perímetro e teorema de Pitágoras

**Atividade 4**

**Tema da atividade:** A pescaria de zangaria, rabiola e pedras usada no Cajuúna  
**Conteúdos:** Área, perímetro e teorema de Pitágoras  
**Série:** 9º ano do ensino fundamental  
**Tempo:** 2 aulas de 45 min

Os três modos mais usuais das pescas com redes, realizadas pelos pescadores do Cajuúna são: a pescaria de zangaria, a pescaria de rabiola e a pescaria nas pedras. As medidas das redes utilizadas nas zangaria, rabiola e das pedras são respectivamente, 30 braças de comprimento por 1,5 braças de altura; 100 metros de comprimento por 3 braças de altura; 1000 metros de comprimento por 3,5 braças de altura. A partir dessas informações responda as questões abaixo. (Dados: uma braça equivale a 1,5m)

- qual a área, o perímetro e a diagonal da rede de zangaria?
- qual a área, o perímetro e a diagonal da rede de rabiola?
- qual a área, o perímetro e a diagonal da rede de pedras?
- qual rede cobre maior área?

**Fonte:** Autores (2020).

## 6. Apontamentos Conclusivos

O objetivo dessa pesquisa foi identificar saberes matemáticos presentes em práticas pesqueiras na comunidade Cajuúna para o ensino da Matemática. Utilizando as ideias da Etnomatemática optou-se por desenvolver a pesquisa em uma comunidade localizada no município de Soure/Pará, denominada de Cajuúna, cuja prática predominante é a atividade pesqueira. A justificativa para a escolha da comunidade do Cajuúna para o estudo em questão foi por acreditar que a pescaria praticada nela poderia ser usada no ensino de matemática.

Na tentativa de conhecer sobre a prática pesqueira, a comunidade e sobre os conhecimentos matemáticos existentes em sua profissão, realizamos uma pesquisa de

campo, cuja coleta de dados utilizada foi uma entrevista semiestruturada, gravação de áudio e fotografias.

Após o percurso realizado durante a pesquisa levantamos um conjunto de conhecimentos ligados a Etnomatemática sobre a pesca na comunidade do Cajuúna, que se associam a vários conhecimentos formais da matemática. Isso direcionou a associar as informações coletadas na entrevista com assuntos de matemática ensinados no Ensino Básico, trazendo com isso muitas potencialidades no ensino de matemática, que podem auxiliar a prática de ensino de professores.

Consideramos que a questão de pesquisa foi respondida satisfatoriamente, pois a pesca contribui para o ensino da matemática através dos diversos conteúdos observados e das atividades pedagógicas propostas.

Acreditamos que o objetivo foi alcançado pois identificamos diversos saberes matemáticos presentes em práticas pesqueiras na comunidade Cajuúna que podem ser utilizados para o ensino de matemática, dentre eles pose-se destacar: porcentagem, regra de três, gráfico, equação, função, proporção, circunferência, círculo, área, perímetro, diagonal, entre outros.

Para que as ideias geradas na pesquisa chegassem aos professores da educação básica optamos por divulgar nas escolas da nossa região o trabalho que desenvolvemos, no qual, quem tivesse interesse seria repassado no formato impresso ou em PDF.

Além das sugestões didáticas que foram elaboradas durante a pesquisa, existem outras de outros conteúdos dentro da mesma temática que o professor pode trabalhar, como por exemplo, em relação a geometria que é usada na construção de uma pequena embarcação para a atividade pesqueira.

Por fim sugere-se aos professores da educação básica utilizar os conhecimentos levantados neste trabalho para auxiliar as suas práticas de ensino para proporcionar aos alunos do ensino básico, um aprendizado mais conectado com a cultura.

## Referências

D'AMBROSIO, Ubiratan. "Etnomatemática e História da Matemática", p. 1729 In: FANTINATO, Maria Cecília de Castello Branco (org.). **Etnomatemática: novos desafios teóricos e pedagógicos**. Niterói: Editora da Universidade Federal Fluminense, 2009.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**. v. 31, n. 1. São Paulo, p. 99-120, jan./abr. 2005.

GOMES, Mércio Pereira. **Antropologia: Ciência do homem**. São Paulo, Editora: Contexto, 2008.

GUEDES, Eneias Barbosa. **Território e territorialidade de pescadores nas localidades Céu e Cajuúna Soure-PA**. 2009. 161p. Dissertação de Mestrado. Belém-PA: Universidade Federal do Pará- UFPA, 2009.

OLIVEIRA, Irabel Lago de. Etnografia digital: o uso das TIC na pesquisa social, novos métodos de observar as tecnologias, a internet e a pesquisa social. **Revista tabuleiro de letras**. v. 12, n. 1. Salvador, 190-203, jun. 2018.

## INTERPRETAÇÃO TEXTUAL E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS SOBRE O CONTEÚDO FRAÇÃO: UM ESTUDO DE REVISÃO

Fabília Cristina Paes Pinheiro  
Universidade do Estado do Pará  
*E-mail:* fabriciapinheiro035@gmail.com

Manuela Gomes Maués  
Universidade do Estado do Pará  
*E-mail:* gomesmauesmanuela@gmail.com

Talita Rodrigues de Sá  
Universidade do Estado do Pará  
*E-mail:* talitasa11@yahoo.com.br

**Resumo:** A presente pesquisa tem como objetivo geral construir estudo de revisão bibliográfica da temática resolução de fração e interpretação textual. Para tanto, foi realizada pesquisa bibliográfica, a fim de selecionar dados que referentes ao tema da pesquisa. Para desenvolver este estudo nos pautamos nas abordagens teóricas propostas por Cardoso; Pelozo (2007); Dante (1989); Polya (2006); Boavida (2008); Cagliari, Luiz (2007); Costa e Fonseca (2009); Kleine e Lopes (2013); Machado (2007); Duval (2003), que destacam a importância da leitura e interpretação no processo de ensino aprendizagem de matemática. O *corpus* da pesquisa são dados levantados via revisão de teses e dissertações; sendo (13) dissertações e (02) teses selecionadas por um período cronológico relativo aos últimos vinte e três anos (1995 a 2018). O método de análise é qualitativo e a ciência será com foco na resolução de problemas matemáticos. Através da análise dos dados coletados percebemos a importância de relacionar a interpretação textual ao ensino de matemática, a fim de superar déficits de leitura e consequentemente resolução de problemas matemáticos.

**Palavras-chave:** Interpretação textual. Resolução de problemas. Ensino de matemática.

### 1. Introdução

A resolução de problemas é importante recurso metodológico que deve ser utilizado no ensino de matemática, pois a tendência visa apresentar ao aluno questões que proporcione o mesmo realizar indagações que o leva a construção de seu conhecimento, a fim de promover um aprendizado significativo. Sobre isso, Dante (1989, p. 9) afirma que: "problema é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la".

Neste caso, é necessário que o discente ao se deparar com uma situação-problema busque por meio do pensamento cognitivo empregar métodos para decodificar as informações e solucionar a objeção.

Para que haja o sucesso na resolução dos problemas é crucial a prática dos conceitos estudados, buscando aprimorá-los e, sobretudo, desenvolver a cognição, pretendendo ampliar os métodos e técnicas de resolução.

Quando se trata da resolução de problemas é necessário entendermos que além das técnicas, precisamos saber interpretá-los, e é justamente neste ponto que as dificuldades aparecem, isto é, o surgimento de um novo problema, ou seja, a leitura.

Os pais e a comunidade escolar devem auxiliar os discentes e estimular os mesmos a prática da leitura. Batista afirma que o hábito da leitura deve ser cultivado desde criança com o propósito de levar o indivíduo a compreender a importância de ler e por meio de uma leitura prazerosa desenvolver a imaginação, a escuta atenta e a linguagem das crianças.

Diante deste exposto, percebe-se que a leitura é “peça-chave” para a vida escolar do aluno e um ponto essencial que deve ser trabalhado nos anos iniciais da trajetória escolar, pois segundo as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (2002), situa-se na leitura o primeiro passo na interpretação, que vai muito além do domínio da Língua Portuguesa.

A leitura tem papel crucial no desenvolvimento cognitivo do aluno, uma vez que, proporciona ao mesmo ampliar seu vocabulário, aprimorar a comunicação oral e escrita e por conseguinte interpretar, compreender e resolver os textos/enunciados matemáticos.

Além disso, é importante salientar que o saber ler é, inclusive, interpretar gráficos e desenhos relacionando-os com a língua discursiva. Assim o aluno torna-se um sujeito crítico capaz de distinguir e agir no meio social em que está inserido.

Dominar a linguagem matemática é crucial para que o educando se sinta motivado a estudar e compreender os conceitos apresentados pelo professor, e isso possibilita o êxito no processo de assimilação, resolução das questões problemas propostos e, sobretudo, motivação para a aquisição de novos conhecimentos.



Buscar superar as dificuldades de leituras dos discentes é dever da família e das instituições de ensino, bem como dos docentes, sejam estes da área de humanas, como da área de exatas, por isso é importante que o docente desenvolva funções pedagógicas que tenham por objetivo auxiliar os discentes na assimilação dos conteúdos ministrados, fazendo a junção do que há em comum entre duas ou mais disciplinas, isto é, a ligação entre as matérias, a interdisciplinariedade.

Deste modo, esta pesquisa tem como objetivo construir estudo de revisão bibliográfica da temática resolução de fração e interpretação textual assim analisando o que vem sendo produzido em torno da temática.

## **2. Letramento matemático**

A aquisição do pensamento matemático acontece de maneira meticulosa, ou seja, só podemos assimilar um pensamento se compreender outro assim indo além de concepção conteudista de aprendizagem

Para fugir de visão conteudista, os PCN's propõem a interdisciplinaridade entre os conhecimentos. Para que possa haver a interdisciplinaridade é preciso que o discente compreenda o conteúdo a ser trabalhado primeiro, para que assim seja possível relacioná-lo a outro assunto, desse modo, não se faz necessário acabar com as matérias ou criar outras e sim desenvolver meios para articular estas áreas de conhecimentos, para que possam se relacionar com total naturalidade para os discentes.

Desse modo, se faz necessário fazer a relação da matemática com os termos letramento e alfabetização, pois estes termos não se restringem apenas à da área da língua portuguesa, estas também contribuem de maneira significativa na compreensão de outras áreas do conhecimento, como exemplo a da matemática. Soares (2004) explica que:

[...] é necessário reconhecer que alfabetização entendida como a aquisição do sistema convencional de escrita distingue-se de letramento entendido como o desenvolvimento de comportamentos e habilidades de uso competente da leitura e da escrita em práticas sociais: distinguem-se tanto em relação aos objetos de conhecimento quanto em relação aos processos cognitivos e linguísticos de aprendizagem e, portanto, também de ensino desses diferentes objetos.

Ao letramento matemático atribui-se o ato de aprender a ler e a escrever códigos, sistemas, noções básicas de lógica, geometria e aritmética, mantendo sempre, como forma

de registro a linguagem da matemática formal. Ser letrado significa também saber ler, escrever, interpretar textos e possuir habilidades matemáticas que o façam agir com discernimento na sociedade. Desta forma, talvez a alfabetização matemática não seja capaz de suprir esta necessidade; pois possuir tais habilidades significam ser letrado, ou seja, entender, e saber aplicar as práticas de leitura, escrita matemática e habilidades matemáticas para resolver problemas não somente escolares, mas de práticas sociais como: saber ler e interpretar gráficos e tabelas, fazer estimativas, interpretar contas de luz, telefone, água e demais ações relacionadas aos diferentes usos sociais. De acordo com a BNCC que define o Letramento Matemático como:

As competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BNCC, p. 268).

E estas não se restringem apenas ao campo da Educação Matemática, mas se inserem, do mesmo modo, no campo da alfabetização e do letramento, de maneira tal que nos fazem refletir sobre “a intersecção entre dois campos decisivos para a formação escolar e para a vida social das crianças, de jovens e de pessoas adultas” (FONSECA, 2009, p. 48). Ainda, é importante salientar que consideramos pertinente utilizar o termo “letramento matemático”, ao invés de “numeramento”, por considerar que o letramento matemático nos dá uma ideia mais ampla, sobre o uso da matemática nas práticas sociais, enquanto, o numeramento pode nos levar a entender que a matemática se resume apenas ao campo da numeração.

Fonseca e Cardoso (2005) consideram alguns recursos para um trabalho com leitura nas aulas de matemática como: atividades textuais para ensinar matemática e textos que demandam conhecimentos matemáticos para serem lidos. As autoras destacam especificidades dos textos próprios da matemática, ou seja, a existência de gêneros textuais próprios da matemática. Estas afirmam que é necessário conhecer as diferentes formas em que o conteúdo do texto pode ser escrito. Essas formas também constituem especificidades dos gêneros textuais próprios da matemática, cujo reconhecimento é fundamental para a atividade de leitura (FONSECA e CARDOSO, 2005, p.65).

Sendo assim, o termo Letramento matemático deve ser visto como um meio pelo qual a matemática tem a oportunidade de ser vista como uma disciplina que não se limita apenas a conteúdos repetitivos e com aulas exaustivas. Fazendo a relação da linguagem com o ensino de matemática, esta passa a ter mais significância para os discentes, pois

através da interpretação dos enunciados os mesmos têm a oportunidade de desenvolver habilidades e estratégias de resolução que vão além de números e fórmulas.

### 3. Estudo de revisão: dissertações e teses

O quadro a seguir expõe dados de pesquisa realizadas no período de 1995 a 2018 sendo; 13 (treze) dissertações e 02 (duas) teses selecionadas por instituição de ensino, no qual será descrito a seleção do *corpus* abaixo.

Quadro 1 – Descrição de elementos do *corpus*: teses e dissertações

Ano	Instituição	Título	Autor(a)	Tipo
1995	Universidade Estadual de Campinas	Produção e interpretação de textos matemáticos: um caminho para um melhor desempenho na resolução de problemas	Edmar Henrique Rabelo	Dissertação
2007	Universidade Estadual de Maringá	Alunos do ensino fundamental e problemas escolares: leitura e interpretação de enunciados e procedimentos de resolução	Sílvia Ednaira Lopes	Dissertação
2008	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo	Alexis Martins Teixeira	Dissertação
2010	Universidade Federal do Pará	A interpretação e a comunicação das regras matemáticas na resolução de problemas de divisão por alunos da 5ª série do ensino fundamental	Alan Gonçalves Lacerda	Dissertação
2012	Universidade Federal de Alagoas	Resolução de problemas matemáticos na educação básica: interação entre a linguagem matemática e a língua materna	Luiz Galdino da Silva	Dissertação
2013	Universidade Federal do Rio Grande	Discussões sobre a resolução de problemas enquanto estratégia metodológica para o ensino de matemática	Priscila Pedroso Moço	Dissertação
2013	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Alfabetização matemática: aspectos concernentes ao processo na perspectiva de publicações brasileiras	Madeline Gurgel Barreto Maia	Tese

2014	Centro Universitário UNIVATES	A leitura significativa como estratégia para a Compreensão e resolução de problemas matemáticos no Ensino Médio	Núbia Paulo da Costa Andrade	Dissertação
2015	Universidade Federal de Sergipe	A interpretação de enunciados em problemas de aritmética: um estudo das dificuldades dos alunos dos sextos anos do ensino fundamental em uma escola estadual de Aracaju	Suzana Gama Dos Santos Melo	Dissertação
2015	Universidade Estadual de Roraima	A atividade de situações problema na aprendizagem do conteúdo de fração fundamentada na teoria de formação por etapas das ações mentais de galperin com os estudantes do 5º ano da escola municipal laucides inácio de oliveira	Ronaldo Nunes Neto	Dissertação
2015	Universidade Estadual da Paraíba	Língua materna e linguagem matemática: influências na resolução de problemas matemáticos	Tiêgo Dos Santos Freitas	Dissertação
2015	Centro Universitário UNIVATES	Resolução de problemas matemáticos no Ensino Fundamental: possibilidades a partir da leitura e da Escrita	Ana Paula Krein Müller	Dissertação
2016	Universidade Federal de Minas Gerais	O ensino da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: implicações das políticas de alfabetização	Eduardo de Almeida Andrade	Dissertação
2017	Universidade Estadual da Paraíba	Ensino-aprendizagem de frações: um olhar para as pesquisas e para a sala de aula	Paulo Henrique Freitas Silva	Dissertação
2018	Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN.	Prática argumentativa no ensino de matemática: contribuições para o processo de resolução de problemas verbais	Pablo Jovellanos dos Santos Lima	Tese
<b>Total</b>				
15				

**Fonte:** pesquisa bibliográfica 2020

#### 4. Análise do *corpus* teses e dissertações

Apresentaremos abaixo o *corpus* das análises de acordo com o quadro acima. A análise será realizada por meio de resumo dos dados buscando destacar a temática da pesquisa, seu objetivo, o percurso metodológico, o tipo de pesquisa, resultados e possíveis sugestões de estudos na área.

A pesquisa de Rabelo (1995) intitulada como: Produção e interpretação de textos matemáticos: um caminho para um melhor desempenho na resolução de problemas. É um texto de caráter tanto quantitativo como qualitativo, ou seja, com uma abordagem mista, tem como objetivo construir na escola um ambiente no qual o aluno possa efetivamente construir sua própria competência na leitura, interpretação e produção de vários tipos de textos, a partir de “histórias matemáticas”. A fundamentação deste trabalho foi construída a partir do contato do autor com as obras de Souza Lima e Vila, este foi se aprofundando nas obras de Piaget, Kamili, Ferreiro e Vigotsky. A metodologia foi constituída através das “histórias matemáticas” que foram introduzidas no rol desses textos, os alunos passaram a conviver com os textos matemáticos de forma tão natural quanto natural era para eles ler, interpretar e construir um conto de fadas por exemplo. Para isso este selecionou uma lista de atividade que foi aplicada para vinte seis alunos de uma turma da primeira série do ensino fundamental, em vários momentos desta atividade envolvendo textos matemáticos, pensadores e personalidades da matemática, trouxeram tanto para professores como para alunos uma nova maneira de encarar a matemática, seu ensino e sua aprendizagem. Através deste teste e de diversos instrumentos, pode-se concluir ao final da pesquisa, que efetivamente os alunos demonstravam uma grande competência em atividades de resolução de problemas, depois de terem vivido essa experiência com “textos matemáticos”.

Lopes (2007) desenvolveu o estudo sobre “Alunos do ensino fundamental e problemas escolares: leitura e interpretação de enunciados e procedimentos de resolução”. Objetivando a partir deste analisar os fatores que facilitam ou dificultam a interpretação dos enunciados e a resolução de problemas matemáticos escolares por alunos que estão cursando a 5ª e a 8ª séries no Ensino Fundamental, bem como analisar os procedimentos que utilizam para essa resolução. Nesta pesquisa foi utilizada como metodologia uma pesquisa qualitativa, realizada mediante entrevistas semiestruturadas baseadas no método clínico crítico, para isso foram apresentados aos sujeitos, durante as entrevistas, quatro problemas selecionados entre os presentes nos livros didáticos que em conversa prévia com professores de matemática de quatro escolas da rede pública na região Noroeste do Paraná, foram indicados como os que mais utilizavam para a

preparação de suas aulas. Utilizando como referencial teórico os autores Bruner (1997), HENRY (1992) e FERREIRA (2000) que a motivaram a levantar a hipótese da pesquisa, a autora se dispôs a investigar até que ponto a linguagem comum e, em especial, a linguagem matemática interferem na leitura e compreensão de enunciados de problemas matemáticos presentes na maioria dos livros didáticos, tendo em vista que para resolver um problema é necessária primeiramente sua compreensão. Os resultados obtidos mostram que certas dificuldades tanto dos alunos da 5ª série quanto dos da 8ª série na resolução de problemas, estão relacionadas à sua compreensão leitora e a sua familiaridade com o gênero discursivo dos enunciados de problemas matemáticos, uma vez que tiveram dificuldades não só com os significados de palavras, assim como na interpretação dos textos matemáticos. Desta forma, este trabalho possibilitou refletir se o problema está no problema ou na forma como trabalha-se a leitura, a compreensão e, como consequência, a resolução de problemas.

Teixeira (2008) desenvolveu a pesquisa sobre “O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo”. Com o intuito de traçar um diagnóstico das competências e concepções de professores do 2º Ciclo do Ensino Fundamental da cidade de Itabuna-Bahia, a respeito do conceito de fração. Para isso o estudo propôs-se a responder à seguinte questão de pesquisa: Quais as concepções e competências apresentadas por professores que atuam no 2º ciclo do Ensino Fundamental, sobre o conceito de fração e seu ensino? Para responder esta questão, usou-se como sustentação teórica as ideias de Vergnaud, Kieren, Nunes e Ponte. Em seguida, como metodologia foi elaborado um instrumento investigativo composto de 33 questões subdivididas em três partes, distribuídas em dois cadernos. A primeira parte voltou-se ao perfil do professor (dez questões); a parte 2 para a concepção (18 questões); por fim a parte 3 investigou a competência, com base na resolução de cinco problemas, cada um envolvendo um dos significados da fração apresentados por Nunes. Esse instrumento foi aplicado a 52 professores distribuídos em 15 escolas do município. Com relação ao perfil dos professores, a análise dos resultados mostrou, que 86,6% têm entre seis e 25 anos de carreira. São professores que apresentam suas concepções com forte tendência a valorizar a fração com o significado operador multiplicativo e parte-todo. Quanto à competência, constatou-se que esta aparece fortemente ligada ao significado parte-todo, seguido dos significados, medida e quociente. A partir da pesquisa o autor concluiu que os professores apresentaram desempenho baixo na resolução dos problemas de fração, este sugere ser necessário ampliar o conhecimento matemático desses docentes, bem como realizar

trabalhos que ajudem a expandir suas concepções a respeito do conceito de fração e de seu ensino.

Lacerda (2010) desenvolve a análise sobre “A interpretação e a comunicação das regras matemáticas na resolução de problemas de divisão por alunos da 5ª série do ensino fundamental”. Tem por objetivo compreender os dizeres e as produções escritas no processo de interpretação das regras matemáticas pelos alunos na resolução de problemas individuais e em díades; valorizando o diálogo, como fonte de proporcionar a comunicação entre os alunos e o texto. A metodologia foi constituída como uma pesquisa qualitativa com o intuito de compreender o uso da linguagem, quando os alunos foram submetidos a resolver problema de divisão em díade, participaram deste estudo 8 alunos de 5ª série de uma escola pública de Belém, onde executaram, individualmente e em díades, tarefas de resolução de problemas de divisão de números naturais; as respostas dadas pelos alunos nos encontros individuais e em díades, foram filmadas, e posteriormente analisadas. A escolha do tema foi construída a partir de evidências de outras pesquisas como as de Danyluk (2002), Wittgenstein (1999), Santos (2005) e Cavalcanti (2001) que se tem como foco de estudo a leitura e a escrita em matemática. A partir destas leituras o autor pode compreender que os equívocos no uso da linguagem refletiam nas ações dos sujeitos, as mudanças na aplicação das regras, tais dificuldades, na leitura, escrita e na resolução de problemas podem estar associadas ao uso de regras. Através da pesquisa o autor pode concluir que os discentes conseguiam identificar a regra matemática implícita no texto, que no caso específico se tratava do algoritmo da divisão, porém alguns se equivocavam em sua aplicação. A dificuldade na aplicação do algoritmo os levou à invenção de uma necessidade que se mostra na recorrência de estratégia como o uso de desenhos e rabiscos. Entretanto, o uso deste recurso pode demandar tempo e esforço dos discentes. Além da dificuldade com o resto da divisão, foi possível observar também que o uso de estratégias envolve o seguimento de regras e, quando os estes não conseguem aplicar as regras matemáticas, poderão inventá-las, de modo a acreditarem estar seguindo a regra matemática adequada nas suas resoluções. Sendo assim, é de suma importância o uso da linguagem para a construção do conhecimento, pois o gesto, a oralidade e a escrita dos alunos podem organizar a elaboração de seu pensamento.

Silva (2012) apresenta a pesquisa sobre “Resolução de problemas matemáticos na educação básica: interação entre a linguagem matemática e a língua materna” com o objetivo de investigar em duas escolas localizadas na cidade de Maceió-AL quais estratégias de resolução de problemas matemáticos os alunos da educação básica

utilizaram, considerando a compreensão dos mesmos sobre os referidos enunciados. Para a referida investigação foi adotada como metodologia uma abordagem qualitativa, na modalidade de estudo de caso e, utilizou-se como instrumentos de coleta de dados, uma atividade para diagnóstico, uma atividade de leitura e escrita e uma entrevista semiestruturada, todos relacionados à resolução de problemas matemáticos. O conteúdo da atividade para diagnóstico, da atividade de leitura e escrita e da entrevista aplicadas aos sujeitos selecionados foram analisados com base no método da análise de conteúdo. A atividade para diagnóstico teve como objetivo inicial selecionar os sujeitos da pesquisa, e, posteriormente, gerar informações sobre as estratégias de resolução de problemas construídas pelos sujeitos selecionados, informações a serem analisadas, posteriormente, com o objetivo de investigar a compreensão dos sujeitos em relação aos textos dos enunciados dos problemas. A atividade de leitura e escrita e a entrevista tiveram como objetivo auxiliar na investigação de como se processa a interação entre as linguagens na resolução de problemas matemáticos. Com os resultados da investigação conclui-se que, mesmo de forma incipiente, parte dos sujeitos da pesquisa utiliza a interação entre a linguagem matemática e a língua materna para a compreensão dos enunciados matemáticos.

A pesquisa de Moço (2013) intitulada “Discussões sobre a resolução de problemas enquanto estratégia metodológica para o ensino de matemática”. Teve como principal objetivo investigar as compreensões de acadêmicos de cursos de Licenciatura em Matemática com relação à RP enquanto estratégia metodológica, com a finalidade de qualificar a formação docente. O processo metodológico de cunho qualitativo e na análise dos dados utilizou-se a Análise Textual Discursiva (Moraes e Galiazzi, 2007); para tanto, realizou-se uma oficina dividida em três momentos principais. Inicialmente, os licenciandos puderam conhecer um pouco sobre as transformações e as reformas no ensino de Matemática nas últimas décadas; o surgimento da resolução de problemas e os primeiros pesquisadores dessa área, identificar diferentes tipos de problemas e estratégias de resolução. Em seguida, os professores em formação inicial foram estimulados a criarem suas próprias atividades de sala de aula envolvendo a resolução de problemas para serem desenvolvidas nas escolas onde atuavam como participantes do PIBID. No encerramento das atividades, foi feita uma discussão acerca da experiência vivenciada, os dados foram coletados através de um questionário contendo questões abertas e um relato de experiência. As atividades realizadas na pesquisa mostraram, através da análise dos dados obtidos, que o ensino de matemática se torna mais interessante e significativo



quando se utiliza a Resolução de Problemas (RP), e para que isso ocorra, é preciso que a estratégia seja desenvolvida com organização e planejamento. Os licenciandos relataram que ensinar matemática utilizando RP exige dedicação, persistência e pesquisa, portanto a participação e desenvolvimento dessas atividades nas escolas os auxiliaram a qualificar sua prática docente. Para a realização deste estudo a autora se pautou nos estudos de Polya (1986) no qual apresenta aos alunos estratégias para resolver um problema utilizando os quatro passos, os quais se resumem em: compreender um problema, elaborar uma estratégia de resolução, executar o plano de resolução e revisar a solução encontrada. Por fim a autora propõe nas atividades elaboradas na pesquisa, discutir essas formas de abordar um problema, pois se entende que o professor ao definir os objetivos a serem alcançados e elaborar os seus planos de aula, deve optar por procedimentos mais apropriados a serem seguidos, para assim alcançar as metas almejadas.

O estudo de Maia (2013) tem como foco a “Alfabetização matemática: aspectos concernentes ao processo na perspectiva de publicações brasileiras”. Objetivando investigar aspectos concernentes ao processo de Alfabetização Matemática, a partir de estudos em Educação Matemática brasileiros, que são demandados por publicações governamentais do período de 1996 a 2012. Para tanto, foi utilizada a abordagem qualitativa, levantando-se em sítios eletrônicos, pesquisas que tratavam do processo de Alfabetização em Matemática no período ora citado. Sendo assim ao buscar conhecer o processo de Alfabetização Matemática nessas publicações abertas, foi possível perceber que preponderantemente as ideias de autores como Ole Skovsmose, Ubiratan D Ambrósio, Ocsana Danyluk e Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca foram apresentadas e discutidas como referências teóricas, as quais foram feitas comparações. Na perspectiva de Ole Skovsmose, a Alfabetização Matemática vai além da aquisição individual de códigos e da habilidade para calcular e usar técnicas matemáticas formais. Já a Alfabetização Matemática na visão de Ubiratan D Ambrósio está vinculada primordialmente à reflexão de conhecimentos culturais advindos de comunidades ou grupos sociais. Danyluk traz a leitura e a escrita da linguagem matemática, aliadas ao sentido e significado do conhecimento como pontos centrais no processo de Alfabetização Matemática, que incluem também a oralidade e a escrita. E, Fonseca apresenta a Alfabetização em Língua Materna, como vinculada ao domínio de códigos e símbolos no processo de leitura e escrita. Traz ainda uma outra proposta que é o Letramento Matemático. Nela, estão embutidas formas de uso, objetivos, valores, crenças, atitudes e papéis ligados a escrita numérica, formas de quantificar, ordenar,

medir e classificar. Consideramos que os autores trazem os conteúdos matemáticos, o domínio de códigos e símbolos, bem como a leitura e escrita da linguagem matemática como aspectos fundamentais ao processo de Alfabetização Matemática. No entanto, tais aspectos precisam estar diretamente vinculados ao contexto de aprendizagem, seja ele social, cultural, político, econômico, cognitivo ou matemático. Dentro desta perspectiva a autora utiliza o termo Numeramento para designar práticas sociais com a Matemática, permeadas por fatores histórico-culturais, além do domínio de códigos e símbolos. Assim, é que propõe que a partir do domínio de conceitos matemáticos aprendidos na escola, sejam utilizados problemas cotidianos a fim de que os estudantes sejam numeralizados. Desta forma, propõe como prática para os professores, a estratégia de resolução de problemas e o trabalho com gêneros textuais. Diante do exposto, podemos considerar que os autores trazem os conteúdos matemáticos, o domínio de códigos e símbolos, bem como a leitura e escrita da linguagem matemática como aspectos fundamentais ao processo de Alfabetização Matemática.

Andrade (2014) apresenta pesquisa sobre “A leitura significativa como estratégia para a compreensão e resolução de problemas matemáticos no Ensino Médio” e teve como principal objetivo investigar se o uso da leitura significativa pode auxiliar os alunos do Ensino Médio a melhorarem a compreensão e a interpretação dos textos de problemas matemáticos. A metodologia utilizada nesta pesquisa apoia-se numa abordagem qualitativa com ênfase no estudo de caso e traz para discussão teórica reflexões sobre resolução de problemas matemáticos, leitura significativa e interdisciplinaridade. O *locus* da pesquisa foi a Escola Estadual Professora Maria dos Prazeres Mota, situada na cidade de Boa Vista-RR/BRA. As informações foram produzidas através de dois questionários compostos por perguntas abertas, fechadas e mistas; debates, relatos e atividades em grupo, com registros filmados e escritos. Os informantes foram 30 alunos do segundo ano do Ensino Médio. A análise dos dados coletados seguiu os pressupostos da Análise Textual Discursiva. Com os resultados desta pesquisa foi possível perceber que o uso da leitura significativa provocou o interesse dos alunos pesquisados pela disciplina de Matemática e pela busca por conhecimento baseado em fatos relacionados ao cotidiano dos alunos, além da maior participação dos alunos que tornaram as aulas mais interativas.

Melo (2015) desenvolveu a pesquisa sobre “A interpretação de enunciados em problemas de aritmética: um estudo das dificuldades dos alunos dos sextos anos do ensino fundamental em uma escola estadual de Aracaju” objetivando analisar as dificuldades dos alunos dos sextos anos do ensino fundamental em interpretar enunciados de problemas

envolvendo aritmética. Esta pesquisa enfatizou a metodologia da engenharia didática difundida por Michele Artigue. Para isto, aplicamos uma sequência didática, seguida por seis atividades baseadas na formulação e resolução de problemas no livro de Dante (2010), e inspirada na teoria das situações didáticas de Brousseau. Para análise da sequência, foram utilizados os esquemas de Polya (2007) para responder os questionamentos ao final dessa análise. Com os resultados encontrados conclui-se, que no universo da resolução de uma situação problema envolvendo aritmética, além da compreensão do enunciado das questões, faz-se necessário entender conceitos e possuir habilidades capazes de desenvolver os algoritmos apropriados para cada tipo de situação, como também possuir disposição e aspiração para resolver o problema proposto. Para mais, o autor adverte que é preciso fazer novos trabalhos em sala de aula que auxiliem os alunos na compreensão frente a situações problemas.

A pesquisa de Neto (2015) “A atividade de situações problema na aprendizagem do conteúdo de fração fundamentada na teoria de formação por etapas das ações mentais de galperin com os estudantes do 5º ano da escola municipal laucides inácio de oliveira”. A pesquisa foi organizada metodologicamente nas abordagens qualitativo e quantitativo, utilizando recursos e instrumentos que propiciam embasamento teórico, didático e metodológico, neste aspecto o autor optou por uma abordagem mista, dez estudantes, conteúdo de fração do 5º ano e aplicações de quatro provas de lápis e papel como recurso para sua análise e interpretação das resoluções de problemas da Atividade de Situações problema – ASP nos resultados e objetivos. O objetivo deste estudo foi explicar a aplicação da Atividade de Situações Problema no conteúdo de Fração utilizando a resolução de problema como metodologia de ensino fundamentada na Teoria de Formação por Etapas dos conceitos e das Ações Mentais, com os estudantes do 5º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Laucides Inácio de Oliveira. O autor fundamentou sua pesquisa na teoria histórico-cultural (Vigotski, Leontiev, Galperin e Talízina), cuja matriz é o materialismo histórico e dialético (Marx, Engels e Lenin) na área de resolução de problemas, particularmente em matemática, enfocando apenas a questão das propostas de metodologias didáticas, nessa área. Desse modo os resultados desta pesquisa oferecem significativa análise da atividade de resolução de problemas, demonstrando que, da forma como os estudantes aprenderam a agir em relação às situações problemas matemáticos, não conseguem apresentar um desempenho satisfatório na aprendizagem efetiva do conteúdo de fração, uma vez que somente sabem aplicar, de modo frágil, a técnica operatória, sem aplicá-la a situações que envolvem o cotidiano.

Freitas (2015) em estudo intitulado “Língua materna e linguagem matemática: influências na resolução de problemas matemáticos”, busca identificar e analisar as dificuldades dos alunos diante dos enunciados de problemas matemáticos, em especial os obstáculos no entendimento da Língua Materna, da Linguagem Matemática e a influência delas no processo de resolução de problemas matemáticos. Para fundamentação deste estudo, foi realizado uma revisão bibliográfica de pesquisas nacionais que abordaram essa temática, a fim de compreender o que elas apontam sobre a questão da leitura e interpretação de problemas nas aulas de matemática. A pesquisa de caráter qualitativo (SAMPIERI, COLLADO E LUCIO 2013; STAKE, 2011), na modalidade de pesquisa pedagógica (LANKSHEAR E KNOBEL, 2008); foi desenvolvida em três etapas: aplicação de um questionário prévio, aplicação de uma lista de problemas e a intervenção didática. A intervenção foi desenvolvida em uma turma regular de primeiro ano do Ensino Médio, em uma Escola Pública da Rede Estadual da Paraíba, consistindo no trabalho com 15 questões, durante 10 encontros. Entre os resultados obtidos destaca-se o vocabulário limitado dos alunos diante do desconhecimento de diversas palavras, sejam elas da Língua Materna ou da Linguagem Matemática, escrita com diversos erros ortográficos e gramaticais, argumentação frágil, bem como dificuldades em diversos conhecimentos matemáticos de séries anteriores, principalmente frações e álgebra e entendimento de palavras recorrentes na Linguagem Matemática (perímetro, números consecutivos, dobrado, progressão) e na Língua Materna.

Muller (2015) desenvolveu pesquisa sobre “Resolução de problemas matemáticos no ensino fundamental: possibilidades a partir da leitura e da escrita” com o objetivo de verificar a influência da leitura e da escrita na interpretação e resolução de problemas matemáticos. A metodologia utilizada nesta pesquisa apoia-se numa abordagem qualitativa com ênfase no estudo de caso, e tem como fundamentos teóricos, as ideias de Dante (2009) que explicita que uma das dificuldades enfrentadas pelos estudantes na resolução de problemas está relacionada à interpretação dos enunciados. Igualmente foram utilizados os conceitos de Smole e Diniz (2001), que destacam a importância de incentivar o trabalho com leitura de enunciados, assim como a formulação destes, para poder explorar a escrita durante as aulas de Matemática. Para a realização da prática pedagógica, utilizou-se como local de investigação uma escola municipal localizada no Município de Lajeado, região do Vale do Taquari, que oferece turmas da pré-escola até o 9º ano do Ensino Fundamental de 9 anos letivos. A estrutura física da escola é composta por 10 salas de aulas, amplas e arejadas, todas com classes individuais para os alunos,

além de uma biblioteca e de um laboratório de informática com acesso à internet. A coleta de informações foi realizada a partir de questionários, entrevistas semiestruturadas, observação e diário de campo. Os informantes foram oito alunos, sendo três meninos e cinco meninas, com idades variando de 13 a 16 anos, de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental. Como resultados, destaca-se a dificuldade enfrentada pelos alunos para interpretar enunciados e a percepção de que, envolvendo a leitura e a escrita durante as aulas de Matemática, conseguiu-se auxiliar os estudantes a obterem êxito na resolução dos problemas propostos.

Quanto à pesquisa de Andrade (2016) “O ensino da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: implicações das políticas de alfabetização”. O autor buscou investigar as implicações das políticas públicas de alfabetização no ensino de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Para a realização desta investigação, foi adotada uma abordagem principalmente quantitativa, com a aplicação de questionário. A fundamentação teórica advém das contribuições de autores que discutem políticas públicas, avaliações externas e o ensino de Matemática. Através dos resultados obtidos nesta pesquisa, observou-se que os professores destacam as avaliações externas como um instrumento que aponta o que precisa ser melhorado em relação ao desempenho dos alunos e ajuda a orientar no planejamento das atividades pedagógicas. No entanto, no tocante às políticas públicas de alfabetização, ficou comprovado que os docentes priorizam mais a leitura e a escrita em detrimento do ensino da Matemática. Esta pesquisa propõe aos docentes e gestores a premente necessidade de investimento, de modo suficiente e eficaz, nos primeiros anos do ensino fundamental, especificamente no ensino da Matemática. Por fim, trata-se de uma pesquisa que contribuirá para o fortalecimento da produção de conhecimento na área da educação, em particular, para o ensino da Matemática e para o crescimento do debate sobre a garantia do direito à educação de qualidade, visando um conhecimento global e não segmentado.

Silva (2017) desenvolveu a pesquisa intitulada como: Ensino aprendizagem de frações: um olhar para as pesquisas e para a sala de aula, teve como objetivo identificar como tem sido o ensino-aprendizagem de frações na sala de aula e nas pesquisas, e quais as possíveis aproximações das pesquisas com a sala de aula. Os dados obtidos nesta pesquisa são de caráter qualitativo e foram analisados conforme o método qualitativo, como metodologia forma analisados pesquisas sobre o referido tema e analisados dados fornecidos por 25 professores do Ensino Fundamental, que foram levantados por meio de um questionário aberto composto por 10 perguntas. A fundamentação teórica foi baseada

nos estudos de autores que dão ênfase ao tema fração como: Oliveira (1996), Polese (2011), Lima (2013) e Valio (2014). Desse modo, todas as pesquisas analisadas neste trabalho, quando propõem atividades sobre o tema frações, mostram direta ou indiretamente, que é importante trabalhar com outras representações de frações, como figuras geométricas e materiais manipuláveis. Além disso, os pesquisadores mostram alternativas para amenizar problemas citados pela leitura, como falta de atenção e dificuldades para compreender ideias de operações com frações. Como sugestão de expansão da pesquisa o autor considera relevante o desenvolvimento de um trabalho que reúna os principais resultados e discussões de pesquisas sobre o ensino-aprendizagem de frações.

A pesquisa de Lima (2018) sobre “Prática argumentativa no ensino de matemática: contribuições para o processo de resolução de problemas verbais” teve como objetivo identificar os procedimentos utilizados pelos alunos nas etapas que compõem a resolução de um problema verbal. A pesquisa se constituiu como pesquisa-ação e as análises foram realizadas com base na Análise Textual Discursiva (ATD). O *locus* da pesquisa foi uma escola pública. As informações foram coletadas através de uma intervenção com atividades produzidas previamente, que tinha como objetivo estimular os alunos a apresentarem suas ideias e estratégias durante a resolução de problemas. A intervenção foi registrada por gravações em áudio e vídeo, por diários de campo e pelas próprias atividades respondidas pelos alunos, isso permitiu a coleta de dados, os quais puderam ser analisados posteriormente. Os informantes foram sete alunos do sexto ano escolar. A partir dos procedimentos realizados o autor buscou investigar se os mesmos foram desenvolvidos a ponto de serem utilizados novamente em novos problemas. Por fim, este propôs verificar, a partir das falas dos alunos, se estes procedimentos se configuraram como estratégias metacognitivas. Procurou verificar também como a discussão sobre o uso daquelas estratégias contribuiu para o desenvolvimento do pensamento metacognitivo. Conclui-se que o uso da argumentação na resolução de problemas favorece o ensino de matemática, possibilitando que estratégias metacognitivas, assim como outros movimentos metacognitivos, como a construção de hipóteses, de justificativas e de questionamentos, sejam socializados a ponto de auxiliar os envolvidos nas discussões relativas àquela resolução, podendo essas estratégias serem apreendidas e utilizadas em momentos futuros, além de permitir que o aluno familiarize-se ainda mais com o tipo de problema que está sendo discutido, o que também contribui para o desenvolvimento do pensamento metacognitivo sobre tal tarefa. Para isso, nota-se

que é indispensável que o professor se aproprie de estudos que o permitam compreender um pouco sobre argumentação e a sua relação com o ensino de matemática, a fim de produzir um planejamento que possibilite alternativas discursivas para a manutenção e fomentação das discussões.

## 5. Conclusão

Esta pesquisa que teve como objetivo construir estudo de revisão bibliográfica da temática resolução de fração e interpretação textual. Por isto, foi realizado estudo de revisão no qual foram analisadas 15 pesquisas, sendo 13 dissertações e 02 teses *corpus* de análise da pesquisa.

Considerando as pesquisas analisadas sobre resolução de problemas matemáticos voltado para o ensino de fração e a questão da leitura e interpretação, a partir dessas análises, podemos afirmar após análise dos dados que a leitura possibilita a compreensão dos enunciados matemáticos de modo a contribuir para o reconhecimento das informações e identificação das estratégias a serem utilizadas. Desse modo, destacamos a leitura como uma ferramenta essencial no processo de ensino aprendizagem dos discentes, sobretudo, quando tratamos ela atrelada a resolução de problemas.

Nessa perspectiva, observamos que é de suma importância o uso da linguagem para a construção do conhecimento, pois o gesto, a oralidade e a escrita dos discentes podem organizar a elaboração de seu pensamento e da linguagem em suas diversas manifestações e códigos.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, J. J. P. **Gêneros do discurso como forma de produção de significados em aulas de matemática**. Salvador: IF-UFBA, 2012. (Tese de Doutorado).
- ANDRADE, Eduardo de Almeida. **O ensino da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: implicações das políticas de alfabetização**. 2016. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte/MG, 2016.
- ANDRADE, Núbia Paulo da Costa. **A leitura significativa como estratégia para a Compreensão e resolução de problemas matemáticos no Ensino Médio**. 2014. 188 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário UNIVATES, Lajeado/RS, 2014.
- BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Médio e Tecnológica. PCNs+ **Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**.

Brasília, 2002.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática: 1ª a 5ª séries**. São Paulo: Ática, 1989.

DANYLUK, O. S. **Um estudo sobre o significado da alfabetização matemática**. Rio Claro (SP): IGCE-UNESP, 1988. Dissertação de Mestrado.

FONSECA, Maria C. F. R.; CARDOSO, Cleusa de A. **Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática, matemática para ler texto**. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (org). *Escritas e Leituras na Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p.63-76.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira. **Conceito(s) de numeramento e relações com o letramento**. In: LOPES, Celi Espasandin; NACARATO, Adair Mendes (Org.). *Educação matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009, p. 47-60.

FREITAS, Tiego dos Santos. **Língua materna e linguagem matemática: influências na resolução de problemas matemáticos**. 2015. 165 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências em Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande/PB, 2015.

LACERDA, Alan Gonçalves. **A interpretação e a comunicação das regras matemáticas na resolução de problemas de divisão por alunos da 5ª série do ensino fundamental**. 2010. 101 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém/PA, 2010.

LIMA, Pablo Jovellanos dos Santos. **Prática argumentativa no ensino de matemática: contribuições para o processo de resolução de problemas verbais**. 2018. 306 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, Natal/RN, 2018.

LOPES, Sílvia Ednaira. **Alunos do ensino fundamental e problemas escolares: leitura e interpretação de enunciados e procedimentos de resolução**. 2007. 278 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá/PR, 2007.

MAIA, Madeline Gurgel Barreto. **Alfabetização matemática: aspectos concernentes ao processo na perspectiva de publicações brasileiras**. 2013. 267 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

MELO, Suzana Gama dos Santos. **A interpretação de enunciados em problemas de aritmética: um estudo das dificuldades dos alunos dos sextos anos do ensino fundamental em uma escola estadual de Aracaju**. 2015. 67 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão/SE, 2015.

MOÇO, Priscila Pedroso. **Discussões sobre a resolução de problemas enquanto estratégia metodológica para o ensino de matemática**. 2013. 114 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciência) – Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2013.

MÜLLER, Ana Paula Krein. **Resolução de problemas matemáticos no Ensino Fundamental: possibilidades a partir da leitura e da escrita**. 2015. 148 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário UNIVATES, Lajeado/RS, 2015.



NETO, Ronaldo Nunes. **A atividade de situações problema na aprendizagem do conteúdo de fração fundamentada na teoria de formação por etapas das ações mentais de galperin com os estudantes do 5º ano da escola municipal Laucides Inácio de Oliveira.** 2015. 156 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) - Universidade Estadual de Roraima, Boa Vista/RR, 2015.

RABELO, Edmar Henrique. **Produção e interpretação de textos matemáticos: um caminho para um melhor desempenho na resolução de problemas.** 1995. 227 f. Dissertação (Mestrado em Educação na área de concentração Metodologia do Ensino) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1995.

SALMAZO, R. Atitudes e procedimentos de alunos frente à Leitura e Interpretação de textos nas aulas de Matemática. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005. (Dissertação de Mestrado).

SILVA, Luiz Galdino da. **Resolução de problemas matemáticos na educação básica: interação entre a linguagem matemática e a língua materna.** 2012. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação Brasileira) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió/AL, 2012.

SILVA, Paulo Henrique Freitas. **Ensino-aprendizagem de frações: um olhar para as pesquisas e para a sala de aula.** 2017. 166 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande/PB, 2017.

SOARES, Magda. Letramento e alfabetização: as muitas facetas. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 25, jan./ Abr. 2004.

TEIXEIRA, Alexis Martins. **O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo.** 2008. 195 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

## O USO DO APP INVENTOR COMO FERRAMENTA DE AUXILIO NO ENSINO DE FIGURAS PLANAS.

Karoline de Sarges Fonseca  
Universidade do Estado do Pará-UEPA  
karolinefonseca410@gmail.com  
Thaize Chaves e Chaves  
Universidade do Estado do Pará-UEPA  
thaize.chaves.7@gmail.com  
Márcio José Silva  
Universidade do Estado do Pará-UEPA  
marcio.silva@uepa.br

### Resumo

A pesquisa em questão tratou da aplicação do software educacional *App inventor* como ferramenta de ensino para o conteúdo de figuras planas. A metodologia de ensino adotada teve como base a Engenharia Didática Francesa cujo objetivo foi averiguar a potencialidade do *App inventor* para o ensino das figuras planas através de uma sequência didática. Vale ressaltar que este estudo foi de cunho quantitativo e qualitativo por meio de uma pesquisa de campo realizada com 40(quarenta) estudantes do 7º ano do ensino fundamental em uma escola pública do Município de Abaetetuba e contou com a aplicação de questionários contendo 9 questões abertas sobre figuras planas. Os resultados prévios mostraram que o uso dessa ferramenta tornou a aula produtiva e motivadora para e melhorou o aprendizado dos estudantes.

**Palavras-chaves:** Ensino de geometria. Figuras planas. *App inventor*.

### Introdução

A utilização da tecnologia digital na educação matemática é significativo, pois é um meio de auxiliar e instigar os alunos em sala de aula. Portanto, a tecnologia digital é uma aliada nas aulas dos professores de matemática. A educação matemática busca metodologias para que o processo de ensino e aprendizagem da matemática não seja dado como um conhecimento pronto e acabado. É primordial que haja compreensão pelos educandos, já que esta acontece com dinamismo, criatividade e importância imensurável. (SANTOS;SOUZA, 2009).

Apesar de haver uma evolução tecnológica no campo educacional, é notório que a mesma não é utilizada pelos professores nas escolas, uma vez que as maiorias das escolas do estado possuem laboratório de informática, porém são usadas de maneira incorreta, quando o professor quer passar um filme ou realizar reuniões. Há vários motivos, dentre eles a falta de conhecimento para utilizar a ferramenta, pois eles não

recebem a formação necessária que os deixem seguros e preparados para manusear um software educacional como mediador nas aulas. D'Ambrósio (1986) chama a atenção para o fato de que em muitas situações o aluno se mostra mais confortável com o uso de tecnologias como o uso do computador e softwares do que o próprio professor, visto que nos últimos tempos as crianças e jovens fazem uso dessa tecnologia em jogos e brincadeiras que são dispostos aos mesmos por meio da tecnologia.

Nesse sentido, o estudo apresentado objetivou compreender se o uso do *software App Inventor* torna o ensino de geometria, em especial de figuras planas, mais significativo e atraente, isto é, saber se seu potencial para ensinar geometria plana realmente é eficaz. Tal *software* pode ser acessado através do Gmail na plataforma *google* a qual permitiu a construção do aplicativo. Dessa forma, o trabalho tem como questão de pesquisa saber se:

“O uso do software educacional *App Inventor* como ferramenta de ensino de geometria plana, auxilia no aprendizado do estudante?”

Assim, sabe-se que o uso de novas tecnologias como os *softwares* podem ajudar a “solucionar problemas encontrados no âmbito educacional desde o ensino fundamental ao superior. Os softwares matemáticos podem ser uma proposta pedagógica vivenciada em sala de aula para motivação”. (PACHECO;BARROS,2002,p.6).

Vale frizar que a pesquisa foi desenvolvida em um laboratório de informática, com o intuito de retirar os alunos da sala de aula e leva-los a um ambiente diferenciado de aprendizagem para que esses alunos pudessem construir o aplicativo. No entanto, durante o processo de construção foi necessário que os alunos, antes de tudo, buscar apropriar-se a respeito dos conceitos das figuras geométricas o que contribuiu para estimulá-los e desejarem aprender mais sobre essa teoria, uma vez que para se construir os exemplos de figuras planas no aplicativo, esses alunos necessitaram obter conhecimento suficiente para isso.

A metodologia de ensino usada na pesquisa está balizada na engenharia didática. A Engenharia Didática a qual tem como característica em primeiro lugar, um esquema experimental dividido em quatro fases, baseado em realizações didáticas em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. (ALMOULOU; COUTINHO,2008). Nesse viés, a engenharia didática desencadeia-se em quatro passos, os quais são apresentados como: estudos preliminares, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori que de acordo com Almoulou e Coutinho (2008):

A Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. Tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste. (ALMOULOU; COUTINHO, 2008, P. 66)

Desse modo, a referida pesquisa é justificada por se tratar de um experimento didático que tem como instrumento de ensino o uso das tecnologias educacionais, como é o caso do *App Inventor*, instrumento usado no experimento didático dessa pesquisa para a construção e ensino do conteúdo de figuras planas.

### **As TICs no ensino de matemática**

A Educação Matemática busca metodologias para que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática não seja dado como um conhecimento pronto e acabado. Para tanto, é primordial que haja compreensão pelos educandos, já que está acontecendo com dinamismo, criatividade e importância imensurável. (SANTOS; SOUZA, 2009).

Posto que a tecnologia digital está inserida na vida cotidiana dos alunos, em virtude disso, é importante fazer uso desse meio de comunicação para apresentar a matemática que recebe uma grande rejeição por grande parte dos alunos, como é enfatizado por Laurentino et al (2016), essas dificuldades apresentadas podem ser ocasionadas não apenas pela complexidade ou pela existência de um repúdio a disciplina, mas também por fatores psicológicos e pedagógicos. Sendo observado uma rejeição por parte dos alunos, onde chegam a acreditar que não são capazes, por isso, se faz necessário uso de métodos de ensino alternativos e eficiente, como é o caso do instrumento de ensino dessa pesquisa. O *App Inventor*.

Desse modo, é necessário que o mediador (o professor) crie situações que possam vir a estimular o aluno por meio de ferramentas que estejam inseridas no seu dia-a-dia a se interessar em aprender, despertando sua curiosidade. Antes de tudo, é preciso se tomar o devido cuidado ao escolher a ferramenta a ser utilizada nas aulas pois poderá contribuir para que o ensino não tenha eficácia.

Considerando que a tecnologia digital surge para uma melhor compreensão do aluno em relação à matemática, como mostra Costa e Prado (2015), o uso das tecnologias digitais é benéfico para o conhecimento matemático dos alunos do século XXI, logo torna-se preciso a preparação dos docentes para aderirem a tais tecnologias ao desenvolvimento dos discentes, de modo que estes se sintam seguros e atraídos ao usarem uma ferramenta didática no campo da tecnologia, uma vez que eles utilizaram um instrumento para a melhor compreensão e absorção do assunto apresentado pelo professor em sala, pois; qualquer deslize fará com que o mesmo se sinta inseguro ao utilizar a ferramenta o que poderá dificultar a aprendizagem desse aluno.

A esse respeito Moran, Massetto e Behrens (2000), advogam que:

A criança também é educada pela mídia, principalmente pela televisão. Aprende a informar-se, a conhecer - os outros, o mundo, a si mesma -, a sentir, a fantasiar, a relaxar, vendo, ouvindo, "tocando" as pessoas na tela, pessoas estas que lhe mostram como viver, ser feliz e infeliz, amar e odiar.. A relação com a mídia eletrônica é prazerosa - ninguém obriga que ela ocorra; é uma relação feita através da sedução, da emoção, da exploração sensorial, da narrativa - aprendemos vendo as histórias dos outros e as histórias que os outros nos contam (MORAN, MASSETTO E BEHRENS, 2000, P.33).

Nesse sentido, a apropriação do conhecimento com o auxílio das mídias tecnológicas é um desafio para a maioria dos profissionais da educação, pois o avanço tecnológico chegou, ao Brasil, nas décadas de 80 e 90. Nas escolas públicas chegou tempos depois e em muitas ainda não está presente como se deveria, um exemplo disso são os laboratórios de informática abandonados. Segundo Santos e Souza (2009):

É urgente que se faça uma análise cultural e social, provendo condições e mostrando a importância de incluir os diferentes veículos e formas de linguagens nas aulas, para enriquecê-las enquanto instrumento base de emancipação humana. (SANTOS; SOUZA, 2009, p. 10).

Conforme Vieira Pinto (2006), o professor obtém o papel de mediador da aprendizagem e em uma abordagem didática e dialética promove reflexões que vão de face para a vida digna. Esse mesmo autor, destaca ainda sobre a importância do aprendizado na escola, realçando que a vivência e aprendizado em sala será utilizado na vida do aluno, uma vez que a matemática está presente em seu cotidiano, por isso faz-se necessário tomar cuidado na forma que vai ser utilizada a mediação em sala de aula.

**Software & ensino de Matemática:** Algumas considerações

O uso de novas tecnologias digitais como os softwares podem solucionar problemas encontrados no âmbito educacional desde o ensino fundamental ao superior. Os softwares matemáticos podem ser uma proposta pedagógica vivenciada em sala de aula para motivação. (PACHECO e BARROS, 2002, p. 6)

Nesse sentido, o uso dos softwares em sala de aula tem crescido cada vez mais, não por ele atrair a atenção das crianças, mas sim por dar oportunidade a eles de criarem seus próprios conceitos, a serem estimulados a buscar o conhecimento, e fugir da rotina de caderno e lousa, uma vez que ao utilizar a ferramenta diferenciada fará com que o aluno fuja da aula rotineira, a qual demonstra desinteresse e pare de pensar somente em notas e procure adquirir conhecimento. Dessa forma, é de suma importância que o professor esteja preparado e saiba manusear perfeitamente a ferramenta, pois sabemos que as crianças e adolescentes hoje em dia estão cada vez mais envolvidos no meio tecnológico e por isso tem-se que tomar todo cuidado para que a ferramenta utilizada em sala de aula não perca sua função.

Segundo Aguiar (2008), o software computacional que foi optado, poderá estimular os alunos dentro do que está sendo trabalhado no âmbito escolar, ocorrendo significância as ferramentas tecnológicas e aos resultados adquiridos com essa nova forma de estudo. Para tal fim, é necessário que o mediador esteja preparado para usar o *App inventor* em sala, e principalmente que obtenha tal conhecimento sobre o software escolhido, pra assim ter um bom resultado sobre a ferramenta., ou seja:

O uso de um sistema operacional como metodologia de ensino deve ser introduzido com o máximo de cautela possível, atentando para as especificações do aplicativo, analisando se suas propriedades suprirão as necessidades exigidas no conteúdo que será trabalhado com os alunos, tornando-se indispensável que o uso das ferramentas tecnológicas seja debatido abertamente, não se limitando ao um grupo de pessoas (MAINART; SANTOS, 2010, p. 04).

Nessa direção, quando se utiliza o termo tecnologias digitais na educação, logo vem à mente a expressão Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC), que é um termo muito utilizado atualmente quando há a necessidade de se referir a algo que nos remeta à tecnologia. Porém, existem definições específicas para esse termo, como trazem Hlynka e Jacobsen (2009), a tecnologia vem sofrendo um processo de atualização para o âmbito escolar, tablets e smartphones estão sendo utilizados para o processo de ensino-aprendizagem e também aparecem como recursos tecnológicos dinâmicos de uso escolar,

lousas interativas, televisores, data show e computadores, possibilitando aos professores aulas mais dinâmicas e atraindo o maior percentual da atenção dos alunos.

A esse respeito, segundo Mercado (1999, p. 27)

As novas tecnologias criam novas chances de reformular as relações entre alunos e professores e de rever a relação da escola com o meio social, ao diversificar os espaços de construção do conhecimento, ao revolucionar os processos e metodologias de aprendizagem, permitindo à escola um novo diálogo com os indivíduos e com o mundo.

Assim, o uso dessas tecnologias digitais em sala de aula, ajuda o aluno a não ser um elemento passivo do processo de ensino, e sim um ser ativo, uma vez que este deixará de apenas observar e repetir os passos do professor nas aulas contribuindo para a construção de um estudante crítico. Afirmado essa ideia, Soares e Macêdo (2016), afirmam com precisão que o uso correta da ferramenta digital no processo de ensino como suporte pedagógico colaboram efetivamente para o desenvolvimento profícuo e eficaz para a melhoria e facilitação de um ensino de qualidade.

Logo, a ideia de utilizar um software educativo é de estimular e despertar o interesse do pupilo, visto que os jovens estão cada dia mais inseridos na era digital, por isso ficarão mais familiarizados por utilizarem como ferramenta de ensino uma tecnologia presente em seu dia-a-dia.

A seguir apresentaremos algumas produções no que tange ao ensino de geometria no Brasil. Vejamos

### **Algumas produções sobre o ensino de Geometria Plana no Brasil**

Apesar de haver um crescimento da utilização dos softwares educacionais no ensino da geometria plana, ainda há uma necessidade de inserção do meio tecnológico em sala de aula, uma vez que, poucos trabalhos em relação ao tema são encontrados, o que significa que nos últimos anos sucedeu um crescimento quanto à utilização da tecnologia digital nas aulas de geometria plana, até o presente momento o conteúdo geometria é apresentado de forma tradicional nas escolas.

Abaixo serão apresentados cinco trabalhos acadêmicos selecionados, com o objetivo de realizar um levantamento nessas produções e investigar como se realiza o processo de inserção dos aplicativos nas aulas de geometria plana, observando e analisando se os objetivos foram alcançados, seguem as informações no quadro 1, a baixo:

Quadro 1: Produções sobre o ensino de geometria plana no período de 2015 a 2018

Autores	Tema	Foco central	Ano	Disponível
Leonlívier Max Garcia Pereira	O software Geogebra como proposta facilitadora do processo de ensino-aprendizagem da geometria plana.	Apresenta uma proposta de utilização desse software Geogebra e pretende avaliar se a utilização desse software como ferramenta pedagógica pode contribuir significativamente no ensino e na aprendizagem de conteúdos da Geometria plana.	2015	Repositório institucional da UFAL.
Anne Carolina Rodrigues Klaar	As potencialidades do smartphone como ferramenta do mobile-learning na educação formal.	Investigar quais as potencialidades do smartphone como ferramenta do mobile-learning (m-learning) na educação formal.	2017	Repositório institucional da UNIPLAN.
Manoel Roberto Alves da Silva	A utilização do software Geogebra no processo de ensino-aprendizagem da geometria plana.	Apresentar uma proposta pedagógica da utilização do software Geogebra como um recurso computacional	2017	Repositório institucional da UFG



		disponível que pode auxiliar os alunos no processo de ensino-aprendizagem no estudo de Geometria Plana do 8º ano do Ensino fundamental.		
Wesley Fernando Marçal Alves	Uso do geogebra no ensino de geometria plana no ensino básico	Analisar as possibilidades de uso do software geogebra como apoio ao processo de ensino-aprendizagem no conteúdo de Geometria plana no ensino fundamental.	2017	Repositório institucional da UFG
Elanny Roma Pereira da Silva	A utilização do aplicativo Geogebra para smartphone como recurso didático nas aulas de matemática do ensino fundamental.	Fazer um levantamento do perfil do professor de matemática quanto a utilização das mídias digitais moveis, comparando-a com o uso do computador. Visa ainda, analisar o perfil dos alunos	2018	Repositório da UFMA.

		quanto a utilização do smartphone como ferramenta de estudo e recurso didático em sala de aula, analisando a eficiência do aprendizado.		
--	--	---	--	--

Fonte: Pesquisa de campo, 2020.

Vale ressaltar que as pesquisas indicadas no quadro acima, os trabalhos selecionados foram obtidos por meio de bibliotecas digitais. As pesquisas realizadas e escolhidas no quadro foram publicadas no período de 2015 a 2018.

Nesse intento, Pereira (2015), em seu estudo apresenta a metodologia de caráter qualitativo e quantitativo, demonstra uma abordagem diferenciada associada a utilização de tecnologias, o qual tem finalidade de motivar e melhorar o interesse dos alunos, pois:

Usando as TIC'S no ensino de matemática estamos buscando meios e maneiras de construir uma aprendizagem sólida que possibilita ao sujeito deste processo ter iniciativa, conhecimento e percepção para conseguir interpretar e concluir ideias e pensamentos embasados no aprendizado adquirido, torna possível uma visão crítica e transformadora dos conceitos estudados.(PEREIRA,2015.p.17).

Assim, a pesquisa em questão buscou responder a seguinte indagação: Saber se a mudança de ambiente afetará o interesse dos alunos pelas aulas e pelos conteúdos de geometria plana?

Dessa forma, após a aplicação da proposta, notou-se que o interesse dos alunos, no que diz respeito ao assunto trabalhado cresceu, além do mais, a relação aluno e professor vem enriquecendo. E, também houve aprovação por parte dos alunos no que se refere à utilização do computador nas aulas. Visto que a maior parcela dos estudantes, cerca de 59,6%, concordam que o software contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos.

Destacamos nesse estudo, as pesquisas de Klaar (2017), que teve como finalidade investigar as potencialidades do smartphone como ferramenta do *mobile-learning* (m-learning) na educação formal. Em especial, o smartphone, e que apresentou ao aluno a importância desta tecnologia no seu ensino, assim como averiguar a aceitação do mesmo por professores e alunos. A pesquisa em questão foi uma pesquisa de campo de cunho

quantitativo. Na obtenção dos resultados foram usados questionários para a produção dos dados.

Segundo esse autor, “O professor tem como desafio utilizar os recursos tecnológicos baseando-se em princípios que privilegiam a formação, o aprendizado significativo, interdisciplinar e sendo este, o mediador da construção do conhecimento”. (KLAAR, 2017.p.28). Ao finalizar sua pesquisa Klaar (2017), nos traz uma reflexão sobre o uso de celular ou smartphone nas aulas onde fica evidente a necessidade de uma formação continuada dos professores em relação ao uso de tecnologias digitais, já que o professor é responsável por mediar qualquer instrumento inserido no contexto escolar.

Corroborando com nossos estudos trazemos as pesquisas de Silva (2017), por meio de uma pesquisa qualitativa cujo objetivo foi verificar as dificuldades apresentadas pelos alunos de ensino fundamental na compreensão de definições geométricas euclidianas e nas suas construções, a fim de apresentar uma proposta inovadora para o ensino de geometria plana, de uma forma que só um ambiente informatizado pode proporcionar. Isto é:

O uso de recurso tecnológico na sala de aula enriquece o processo de ensino-aprendizagem entre professores e alunos, pois através da dinamização o software prende a atenção dos alunos fazendo-os participarem mais da construção do conhecimento na sala de aula. (SILVA, 2017.p.14)

Em suas conclusões, Silva (2017), esclarece que o emprego de um software torna a aula mais interessante e prazerosa para os alunos, ou seja, houve um avanço no processo de ensino-aprendizagem da Geometria plana.

Nessa vertente, Alves (2017) em sua pesquisa sobre “Uso do GeoGebra no ensino de geometria plana no ensino básico que teve por objetivo mostrar que é possível fazer uso de novas tecnologias para melhorar o processo de ensino-aprendizagem em Geometria plana no ensino do 6° ao 9° ano. Como metodologia Alves(2017), usou uma revisão bibliográfica a qual teve finalidade de analisar a forma como o conteúdo citado é ensinado nas escolas. Pois:

Os professores e educadores em geral podem usar as novas tecnologias no processo de ensino e aprendizagem como ferramenta tecnológica, sendo que os softwares educacionais são umas das ferramentas onde, através dele, o professor poderá tornar suas aulas em um ambiente em que o aluno torna um ser ativo no processo, e sim será mais uma poderosa a ter o papel de orientador. (ALVES,2017.p.25).

Isto é, a utilização do software educacional nas aulas para o ensino de geometria plana torna a aula mais interessante, uma vez que o professor apresenta um instrumento que é de conhecimento dos alunos. O autor em questão conclui que a inserção da

tecnologia torna as aulas mais interessantes e motivadoras com a utilização de software. Portanto, fica evidente aos professores que aplicar os recursos tecnológicos em sala torna a aula mais interessante, motivando o aluno a aprender e construir seu próprio conhecimento.

Nesse ínterim, Silva (2018), ao tratar da “utilização do aplicativo Geogebra para smartphone como recurso didático nas aulas de matemática do Ensino Fundamental” cuja objetivo foi fazer um levantamento bibliográfico a respeito da atuação do professor de matemática quanto à utilização das mídias móveis, comparando-a com uso de computadores e analisar o perfil dos alunos quanto à utilização dos smartphones como ferramenta de estudos e recursos didáticos em sala de aula, analisando a eficiência do aprendizado por meio de uma pesquisa quali-quantitativa e descritiva a fim de responder a seguinte questão:” Qual a realidade do aluno atual?, alude que “para que os objetivos sejam alcançados, precisa-se da orientação docente, e de direcionamento para que o aluno não perca o foco e tenha dificuldade na organização de ideias a serem internalizadas”.(SILVA, 2018, P.25),

Fica evidente, então, que o professor não acompanha o desenvolvimento tecnológico voltado para o ensino e aprendizado dos alunos. Por esse motivo, é necessário haver uma capacitação para os profissionais, pois, conforme versa Silva(2018), estes em sua maioria não estão preparados ou possuem pouca experiência no que tange o uso das TCS em sala de aula.

Percebe-se, então, nas pesquisas mencionadas acima a relevância da utilização de um software educacional para o ensino da Geometria plana, em razão de que ao usar recursos tecnológicos digitais conquista o interesse do aluno. Além disso, Silva (2017.p.15) Explica que o ensino tradicional (no qual o aluno apenas “ouve”), pois, nesse modelo de ensino, o aluno não é incentivado a ter iniciação, não sendo desafiado a construir seu próprio conhecimento. Diante disso, Alves (2017, p.25) ressalta que os professores e as instituições de ensino hoje devem estar preparados para a inclusão da tecnologia no processo de ensino e aprendizagem dos docentes, visto que, atualmente a tecnologia vem com o propósito de educá-los e servirá como mais uma ferramenta para o ensino.

### **A construção do *App Inventor*: Calculando figuras planas**

Para esse processo de construção foi preciso que o aluno tivesse conhecimento prévio dos conceitos necessários para a construção do aplicativo, para que esse aluno pudesse realizar atividades propostas a fim de realizar o cálculo de grandezas envolvendo figuras planas, tais como área, perímetro, altura, base e diagonais. O principal objetivo desta ferramenta é fazer com que o aluno utilize o aplicativo como instrumento de auxílio para a realização das atividades propostas. Logo o aplicativo não dá resposta, ou seja, o aplicativo não irá fazer cálculos para o aluno e, sim auxilia-lo no cálculo de grandezas. E ao construir o aplicativo o mesmo estará trabalhando os conceitos de geometria plana das grandezas mencionadas.

A construção do aplicativo se deu por meio da plataforma denominada de *App Inventor*, com acesso gratuito por meio pelo *google*, e após ser construído este poderá ser acessado em computadores, tablets e celulares. Através da plataforma *App Inventor* podemos criar todo tipo de aplicativo sobre qualquer assunto. Para tanto, o usuário deverá adapta-la as suas necessidades, e melhor ainda, ele poderá compartilhá-lo. O *App Inventor* está disponível no endereço eletrônico <http://appinventorbrasil.com.br>, disponível para o sistema operacional Windows, e é um software educacional, visto que foi criado direcionada a área da educação, com mostra Machado *et al* (2019), o *App Inventor* é uma plataforma online e gratuita que possibilita aos professores a programação com base nos objetivos almejados para o ensino-aprendizagem, podendo construir jogos educativos, curso EAD, e vários objetos educacionais compatíveis para a realidade do ensino. A seguir apresentaremos a interface do *software App Inventor*.

Figura 1: Pagina inicial do *MIT App Inventor*



Fonte: Machado *et al* (2019, p.615)

Segundo Machado *et al* (2019, p.617), ressalta que o *MTI App Inventor* tem como “filosofia adotada, [...], uma linguagem moderna de programação, denominada de

“orientada a objetos” que se caracteriza por um tipo de programação baseada na composição e interação entre blocos do software denominados de objetos” onde o aluno tem a possibilidade de criar e recriar objetos por meio da livre movimentação.

A figura 2, a seguir mostra um formato de design de programação para criação de aplicativos.

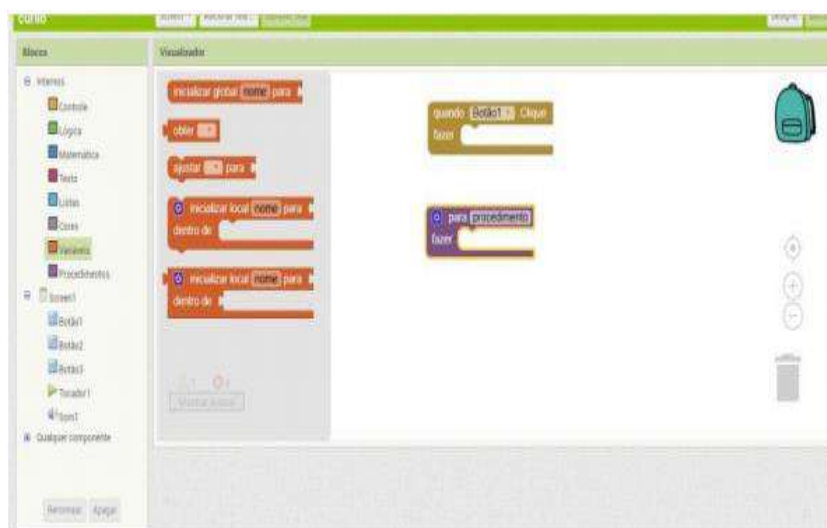
Figura 2: Componentes do *design* do *App Inventor* para a criação de aplicativos



Fonte: Machado *et al* (2019, p.618)

Conforme se pode notar na figura 2 acima o *design* é representado pelos componentes do programa tais como, botões, layout, sensores, conexões etc. Outros, componentes como o Editor de blocos e o depurador que respectivamente são, de acordo com Machado (2021), são blocos ou lacais do programa onde são desenvolvidos a lógica da programação e a testagem do aplicativo, conforme ilustram as figuras 3 e 4. A seguir.

Figura 3: Programação em blocos do *App Inventor*



Fonte: Machado (2019, p.618)

Figura 4: Emulador do *App Inventor*



Fonte: Machado (2019, p.618)

Diante disso, o *App Inventor* apresenta opções para criação de projetos, visualização de todos os projetos já criados, guias, Assistente AI, emulador para android e conexão via cabo USB e entre outras coisas e que o uso desse aplicativo ajuda o docente no incentivo do aluno para este possa ser mais autônomo durante o processo de aprendizagem em sala de aula pois, “quanto mais interativas forem as situações de ensino aprendizagem, mais significativa será a aprendizagem”.(MACHADO ET AL, 2019, P.620)

### **Metodologia usada na pesquisa**

A metodologia utilizada teve como base teórica a Engenharia Didática de Michelle Artigue (1989), e os resultados foram produzidos por meio da aplicação de uma sequência didática. A pesquisa é de cunho qualitativo, quantitativo. Os instrumentos de construção de dados utilizados foram: o questionário, o pré-teste, pós- teste, atividades da sequência didática e as observações. Assim:

A engenharia didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em “realizações didáticas” em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são

associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. (AMOULOU;COUTINHO, 2008).

Sobre suas fases a Engenharia Didática segundo Amouloud e Coutinho (2008) , está dividida em quatro fases, a saber:

- I. Análises prévias :
- II. Concepção e análises a priori
- III. Experimentação
- IV. Análise a posteriori e validação

Sobre a etapa das Análises Prévias é onde ocorre o primeiro contato com a turma para saber o que os alunos possuem de conhecimento em relação ao assunto. Nessa fase, percebemos que o método tradicional era presente na turma, no qual foi relatado que o professor usava pincel, quadro e livro para às aulas, além do mais, e que a sala de aula era o único ambiente de aprendizado.

A respeito das concepções e análises *a priori* nessa pesquisa foi aplicado em sala de aula um teste com seis questões de figuras planas, com o objetivo de analisar o conhecimento dos alunos.

O terceiro passo tratou da experimentação, nessa fase foi aplicada a sequência didática construída em cima das dificuldades dos alunos observadas em sala de aula. A sequência didática foi composta por uma aula sobre as figuras planas e em seguida iniciar a construção do App para o cálculo das figuras planas propostas nas atividades, essa construção ocorreu fora do ambiente de sala de aula, ou seja, em um laboratório de informática.

O quarto passo tratou das análises *a posteriori*, nesta fase ocorreu a validação da pesquisa onde os resultados foram analisados e interpretados. Também foi nesta fase que se verificou se a questão problema foi respondida. Ainda buscou-se comparar os resultados antes e depois da aplicação do projeto.

A seguir serão apresentados os resultados alcançados na pesquisa. Vejamos

### **Análise de Resultados**

As dificuldades dos alunos ficaram evidentes nos dias de aplicação do pré-teste, onde foi possível verificar indícios de que de seis figuras planas estudadas, os alunos

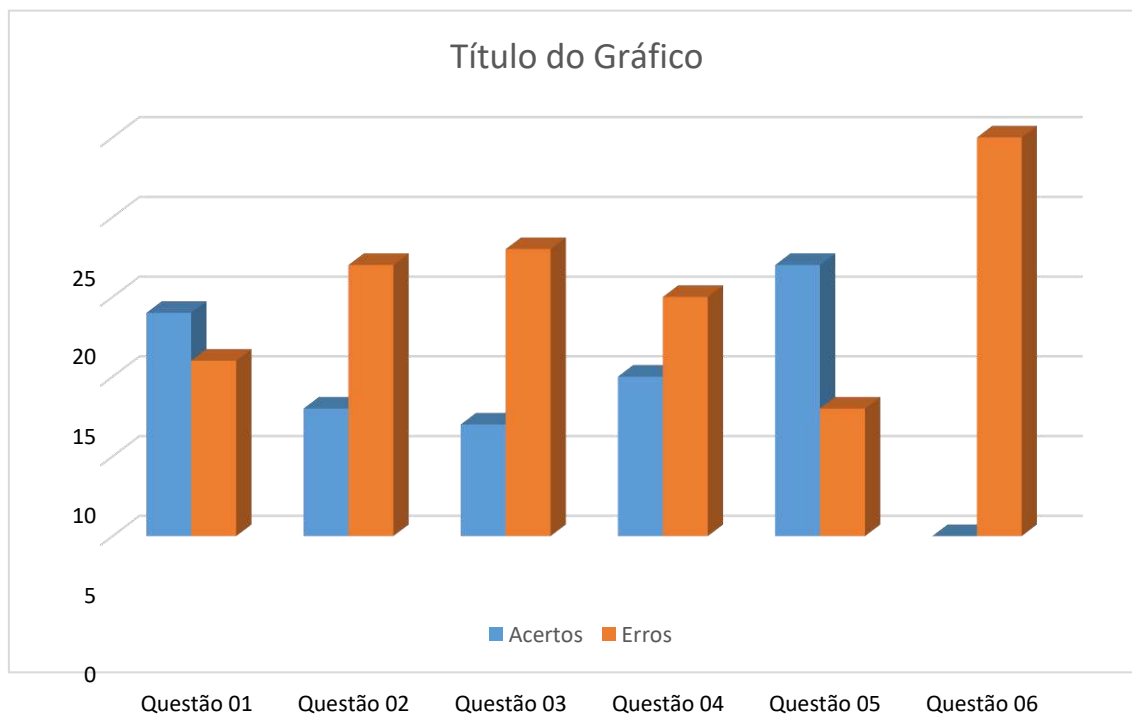


só conseguiram identificar três, o que causou um grande espanto, pois acreditava-se que estes alunos conheceriam pelo menos umas cinco ou quatro figuras planas. O que nos preocupou mais ainda foi a falta de interesse dos alunos pelo conteúdo apresentado, pois eles acreditavam que aquilo de nada serviria para eles, além de reclamarem da disciplina de matemática dizendo que era muito difícil e muito chata.

Desse modo, a fuga de um ensino tradicionalista não requer somente um empenho maior por parte do professor, mas também a disponibilidade de tempo para produzir as aulas diversificadas, justificando assim o porquê da persistência do tradicionalismo no ensino. Para estimular os alunos a colaborarem conosco, comentamos sobre os outros dias de aula que seriam o laboratório de informática e que criariam um aplicativo que os auxiliaria na resolução de questões, a partir deste momento os alunos ficaram empolgados e passaram a se interessar pelo o que estávamos apresentando a eles.

Considerando o exposto, os gráficos abaixo mostram o desenvolvimento dos alunos antes e depois da construção do aplicativo com dados coletados antes e depois da construção do aplicativo. Vejamos

**Gráfico 1 : Resultados antes do uso do App:**

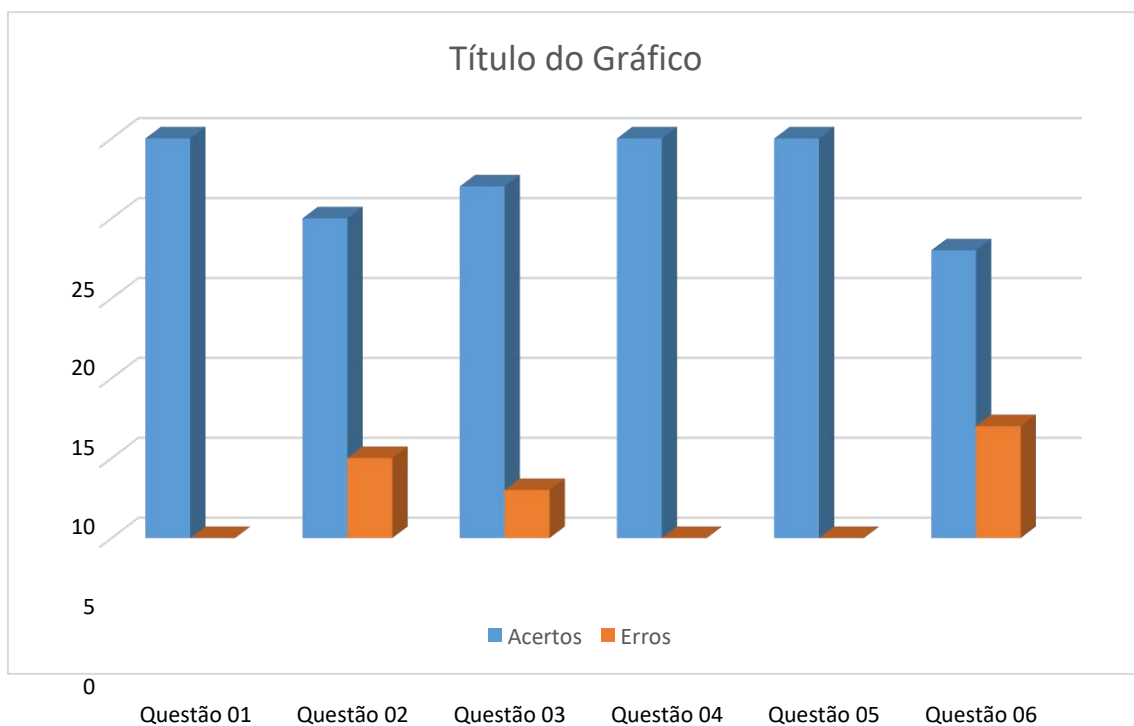


**Fonte:** Pesquisa de campo, 2021

De acordo com os dados apresentados no Gráfico 1, pode-se ser observado que antes da utilização do *app Inventor*, é notório que os erros sobressai em relação ao acertos na maioria das questões.

A respeito disso, o gráfico 2 apresenta os resultados obtidos nessa pesquisa depois do uso do *App Invento*. Vejamos

**Gráfico 2. Depois do uso do App**



**Fonte:** Pesquisa de campo 2021

Conforme podemos observar no gráfico acima o desempenho dos alunos quando o processo de ensino e aprendizado referente ao conteúdo de figuras planas notamos que a

maioria dos estudantes envolvidos nas atividades propostas além de apresentarem resultados positivos referente ao desenvolvimento no conteúdo de figuras planas, ainda se mostraram entusiasmados com a nova metodologia, ou seja, com a inserção de aplicativo que auxilie no processo de estudo das figuras planas e conseqüentemente faz com que o aluno aprenda sem perceber e desenvolva o conhecimento referente ao conteúdo durante a construção e aplicação do aplicativo na plataforma *app inventor*. Nesse viés, pode-se perceber que após o uso do *App Inventor* os alunos tiveram maior quantidade de acertos ao gráfico 1, pode-se observar que o uso do aplicativo foi de suma importância na melhoria do desempenho dos alunos

Durante a aplicação das atividades verificamos o quanto os alunos mostraram-se interessados e incentivados por estudar um conteúdo via um aplicativo educacional.

Inicialmente foi perceptível que os estudantes apresentaram, uma insegurança relacionado com o aplicativo que iria ser apresentado em sala de aula, porém ao obter contato com o aplicativo os alunos se mostraram interessados e estimulados em manuseá-los. Logo, após um diálogo com os alunos, ocorreu a aplicação no laboratório de informática para a coleta dos dados relacionadas ao conteúdo de figuras planas, para buscar iniciar a sequência que seria trabalhada com a turma.

Após dias de construções foi notório as mudanças ocorridas na turma, uma vez que os alunos se apresentaram estimulados e interessados, além de que a visão sobre a matéria de matemática foi se desconstruindo com o passar do tempo, a qual os alunos passaram a vê-la como uma matéria interessante e divertida e não mais como um obstáculo.

A princípio os alunos não conseguiam nem reconhecer as figuras planas quanto mais realizar qualquer tipo de cálculos relacionados a elas. A turma apesar de já ter estudado o conteúdo ainda apresentava dificuldades relacionado a assimilação do conteúdo. Por isso, destaca-se a relevância da aplicação de uma sequência didática apropriada para cada tipo de tarefa orientada pelo professor em sala de aula.

### **Algumas Considerações**

Esta pesquisa teve como objetivo geral, apresentar o software educacional *App inventor* para o ensino de figuras planas, para atender as necessidades educacionais quanto ao uso digital dentro do âmbito escolar, propondo um ensino inovador para instigar os alunos e auxiliar os docentes para a saída do ensino defasado de matemática.

Sabemos que está pesquisa deixa evidente lacunas que podem ser preenchidas com outras reflexões sobre o tema e objeto de estudo. Porém considera-se que os objetivos propostos por essa análise e a questão que norteou esta investigação foram alcançadas e complementadas.

O presente estudo, mostrou alguns resultados positivos para os alunos contribuindo para o melhoramento do ensino em geometria. Os dados analisados mostraram que o ensino proposto foi eficaz e a dada importância da inserção tecnológica em sala de aula pois, o professor da turma participante dessa pesquisa relatou que os alunos demonstraram interesse em estudar por meio de um aplicativo, que se mostravam estimulados e interessados. Além do mais, se pode notar que os alunos que eram desinteressados mudaram de conduta e passaram a dar atenção ao professor quando ele utilizava o aplicativo em suas aulas. Além disso, o professor aprendeu como utilizar a plataforma e construir outros aplicativos que pudesse auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de outros conteúdos matemáticos, o qual ele almejava obter resultados como foi obtido no conteúdo das figuras planas.

Ou seja, notamos que a utilização de um software educacional torna-se estimulante e incentivador para os alunos. Em razão de que para manusear o aplicativo deve obter o mínimo conhecimento prévio sobre o conteúdo. Sendo assim, os alunos além de apresentarem bons resultados referente ao desenvolvimento e aprendizado do conteúdo de geometria mais específico das figuras planas, ainda se mostraram entusiasmados com a nova metodologia, ou seja, a inserção de aplicativos didáticos foi um instrumento de grande valor pedagógico no processo de estudo das figuras planas e, conseqüentemente; fez com que o aluno pudesse aprender e desenvolver seus conhecimentos prévios referente ao conteúdo abordado.

Neste estudo pensamos em trabalhar algo que estivesse ao acesso dos alunos que é o computador para a criação do aplicativo e algo que atualmente é indispensável na vida do ser humano.

Assim, o processo de ensino não se resume apenas em reprodução de conceitos e definições. É fundamental que o professor possa propor aos estudantes metodologias novas que o estimule a buscar pelo saber, e que relacione a sua realidade para assim estes alunos perceber o quão importante é os conteúdos matemáticos.

Este estudo mostrou que o uso do *App Inventor* para o ensino e aprendizagem de figuras planas tornou possível e melhorou seu ensino, pois, conforme afirma Mercado (1999)

As novas tecnologias criam novas chances de reformular as relações entre alunos e professores e de rever a relação da escola com o meio social, ao diversificar os espaços de construção do conhecimento, ao revolucionar os processos e metodologias de aprendizagem, permitindo à escola um novo diálogo com os indivíduos e com o mundo.(MERCADO,1999, P. 27)

Em fim, precisamos de estudos que enfatizem mais a respeito de metodologias de ensino agregadas ao uso de instrumentos didáticos de ensino que venham contribuir não só para sua melhoria mais possa ajudar o professor a melhorar suas práticas educacionais e pedagógicas partindo do pressuposto de que todo aluno não é uma página em branco e que este é um ser em desenvolvimento, com pré saberes e potencialidades que precisam ser trabalhadas. Nesse sentido, acreditamos que mais pesquisas envolvendo atividades por meio do uso das TICs é de suma importância para que haja um ensino eficaz.

## Referencias

AGUIAR, E V. B. **As novas tecnologias e o ensino-aprendizagem** - New technologies in teaching and learning. VÉRTICES, v. 10, n. 1/3. Campos dos Goytacazes – RJ, 2008. p. 63-71.

ALMOULOU, S. A.; COUTINHO C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. **REVEMART – Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis: UFSC, v.3.6, p.62-77,2008.

ALVES, Weasley Fernando Marçal. **Uso do GeoGebra no ensino de geometria plana no ensino básico**. 2017. 76 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2017.

COSTA, N. M. L. da; PRADO, M. E. B.; **A integração das tecnologias digitais ao ensino da matemática: desafios constantes no cotidiano escolar do professor**. Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul-UFMS, 2015,p.105-106.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 2 ed., Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

DEMO, Pedro. **Pedro Demo aborda os desafios da linguagem no século XXI**. In: tecnologias na educação; ensinando e aprendendo com as TIC: guia dos cursista/Maria Umbelina Caiala Salgado, Ana Lúcia Amaral. – Brasília; Ministério da Educação,

secretaria de Educação à distância, 2008. Cap. 4, p. 139. Acesso em : 05 de janeiro de 2020.

HLYNKA, D; JACOBSEN, M. **O que é tecnologia educacional, afinal? Um comentário sobre a nova definição de campo da AECT.** Revista Canadense de Aprendizagem e Tecnologia. [SI], maio de 2010. Disponível em Acesso em 12 de dezembro de 2020.

LAURENTINO, L. G. de S; FREITAS, A. B. T.; JÚNIOR, J. M. da S., et al; **A análise de um software educativo na consolidação da aprendizagem da matemática,** 2016.

MACHADO, E. F.; SILVA, S. de C. R. da; BASNIAK, M. I, et al; **APP Inventor: da autoria dos professores à atividades inovadoras no ensino de ciências** . Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, 2019

AINART, Domingos de A.; SANTOS, Ciro M. **A Importância da Tecnologia no Processo Ensino-Aprendizagem.** VII Convibra Administração – Congresso Virtual Brasileiro de Administração, 2010.p.11.

MERCADO, Luís Paulo Leopoldo. **Formação continuada de professores e novas tecnologias.** Maceió: EDUFAL, 1999.

MORAN, José Manuel; MASSETTO, Marcos T; BEHRENS, Marilda Aparecida. **Novas tecnologias e mediações pedagógicas.** Campinas, SP. Papirus, 2000

PACHECO, José Adson D.; BARROS, J. **O uso de softwares educativos no ensino de matemática.** Diálogos – revista de Estudos culturais e da contemporaneidade, Garanhuns, n. 8, p. 5-13, 2013.

PEREIRA, L. M. G. **O software geogebra como proposta facilitadora do processo de ensino-aprendizagem da geometria plana no ensino fundamental.** 2015. 142 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2015.

PERRENOUD, Philippe. **A formação dos professores no século XXI.** Porto Alegre: Artmed, p.11-33, 2002.

PINTO, A, V. **O conceito de Tecnologia.** Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

SANTOS, Inês Grasiela Dalmolin dos; SOUZA, José Ricardo. **Educação matemática e mídias tecnológicas: uma possibilidade para a ação educativa?.** Disponível em: [www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1995-8.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1995-8.pdf). Acesso em: 02 de janeiro. 2021.

SILVA, Elanny Roma Pereira da. **A utilização do aplicativo Geogebra para smartphone como recurso didático nas aulas de matemática do Ensino Fundamental** São Luís. 2018. 77 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Rede - Matemática em Rede Nacional / CCET) - Universidade Federal do Maranhão, São Luís.

SILVA, Manoel Roberto Alves da. **A utilização do software Geogebra no processo de ensino-aprendizagem da Geometria plana.** 2017.74 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática, Programa de Pós Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017.

SOARES, G. R.; MACÊDO, J, P de. **O uso do GCOMPRIS como ferramenta didática no ensino da matemática no quarto ano na unidade escolar DEUSDETH VITÓRIO DIAS.** Disponível em Acesso em 20 setembro. 2021.

## **O ENSINO DA GEOMETRIA COM A UTILIZAÇÃO DO TANGRAM: possibilidade pedagógica para o ensino da Matemática**

**Maria Erilene dos Santos da Costa**

**Centro Universitário Leonardo da Vinci - UNIASSELVI**

**Mc2454802@gmail.com**

**Clarissa de Oliveira Pinheiro**

**Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará - UNIFESSPA**

**Clarissa.pinheiro@uniasselvi.edu.br**

### **RESUMO**

Esta pesquisa tem como objetivo apresentar as dificuldades apresentadas pelos alunos sobre conceitos geométricos e apresentar possibilidades pedagógica para o ensino da matemática, com a utilização do Tangram. O desenvolvimento da pesquisa ocorreu em dois lugares, com sujeitos diferentes, porém apresentado os mesmos objetivos. A primeira etapa desenvolveu-se na Escola Municipal de Ensino Fundamental Costa e Silva, localizada no Município de Concórdia do Pará, com a participação de 8 alunos do 6º ano. A segunda etapa foi realizada no município de Mãe do Rio, com a participação de 4 alunos do ensino fundamental anos iniciais. Apesar de todas as dificuldades demonstradas durante o jogo, os alunos conseguiram, com o decorrer da atividade, assimilar os conceitos com as figuras geométricas apresentadas. Vale ressaltar a importância do jogo nessas resoluções, o jogo em questão merece mais atenção principalmente a o saber que usados como material didático ele abrange outras áreas do ensino.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Tangram. Possibilidade Pedagógica.

## 1. INTRODUÇÃO

A matemática é uma ciência muito importante e foi desenvolvida por conta da necessidade de registrar o tempo, calcular terras e criar os comércios. Nos dias atuais a matemática está no cotidiano das pessoas desde resolver problemas simples do dia a dia até problemas mais sérios como por exemplo avanços tecnológicos na medicina, biologia, entre outros. Na educação, a matemática é considerada uma das principais disciplinas escolares e deve ser trabalhada desde da infância com metodologias que possam desenvolver o raciocínio matemático nas crianças.

O presente trabalho tem por objetivo abordar os principais conceitos geométricos e apresentar possibilidades pedagógicas para o ensino da matemática, com a utilização do Tangram. A geometria vem ao longo da história intrigando o homem com suas formas perfeitas, com a curiosidade aguçada e sua mente ardente por conhecimento o homem buscou respostas para compreender as formas presentes no seu dia-a-dia. Encontrando, destarte, formas que possibilitaram a resolução de formas geométricas, trazendo a ele próprio grandes benefícios.

Considera-se Geometria a área da Matemática que estuda as **formas dos objetos**, analisa suas dimensões e suas **posições**. Epistemologicamente, a palavra geometria é formada por “geo” (terra) + “metria” (medida), que significa medida da terra.

Quando falamos de geometria, vale lembrar os tipos presentes, são elas: Geometria plana, sendo a área da matemática responsável pelos estudos das formas que não possuem volume, como os triângulos, quadriláteros, retângulos, circunferências, entre outros; Geometria espacial, considerada a frente matemática que estuda a geometria no espaço; e Geometria analítica é a parte da Matemática que faz relação da geometria à álgebra, apresentando os resultados dessa relação. Contudo, nesta pesquisa, o intuito é abordar a respeito do ensino de geometria plana.

O estudo da geometria durante muito tempo teve como base apenas conceitos geométricos, tornando quase impossível para crianças aprender suas fórmulas que mais parecem uma bula de remédio, tornando assim o ensino repetitivo e exaltivo.com o tempo



percebeu-se, que ao introduzir a geometria dessa maneira, é extremamente difícil para o aluno aprender o que é, e diferenciar de maneira correta uma figura poligonal, por mais simples que essa seja (MACHADO, 2009, p.163).

Destarte, as crianças com idade escolar, já trazem de casa uma pequena noção do que são algumas formas geométricas como; reta, ponto e círculo. Fazendo uso dessa informação a maneira de ensinar geometria vem se modernizando e se adaptando para entender a maneira pela qual as crianças aprendem, e dessa forma vem buscando novas maneiras de ensinar geometria (BIGODE, 1998, p.8).

Com a intervenção de jogos durante as aulas, percebeu-se que existem maiores possibilidades em aprender quando se usa os olhos e as mãos. Como exemplo de jogo vamos apresentar o Tangram que executa várias habilidades entre as quais; desenvolve o raciocínio lógico e geométrico, habilidade de visão, percepção espacial e análise de figuras.

Tangram é um quebra-cabeça geométrico chinês, formado por sete peças chamadas tans; são dois triângulos grandes, dois pequenos, um médio, um quadrado e um paralelogramo. Utilizando todas as peças é possível criar e montar cerca de 1700, figuras geométricas. Não se sabe ao certo como surgiu o Tangram, no entanto acredita-se que o jogo surgiu na china durante a dinastia sang (960-1279dc) e que chegou à Europa no começo do século (xix). Na china antiga o Tangram era um dos mais famosos ‘testes’ utilizados para estudar a inteligência humana (OLIVEIRA, 2019, p.1).

A importância do Tangram no processo de aprendizagem da geometria se dá pelo fato do jogo ser capaz de estimular o cérebro de maneira lógica, tanto quanto abstrata, dessa forma mesmo brincando a criança desenvolve várias habilidades, par resolver problemas, aprender classificação de formas geométricas, além de usa a criatividade e treinar a visão espacial.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

A busca incessante do homem por respostas a sua curiosidades vem desde a pré-historia, em busca de conhecimentos e de compreensão das formas que está presente no seu cotidiano. a o atingir o conhecimento ads formas geometricas o homem possibilitou a

si mesmo, explorar sua curiosidade trazendo assim beneficius propios e com isso vem simplificando sua maneira de aprender e ensinea geometria.

Assim sendo, segundo D'Ambrósio (2007, p. 31) “interessa a criança, a o jovem e a o aprendiz em geral aquilo que tem apelo as suas concepções materiais mais imediata.por isso é que proponho um enfoque ligado a situações mais imediatas”. O foco então é explorar situações do dia-a-dia da criança.

Segundo Bigode (1998, p.8), “uma criança em idade escolar não precisa que os adultos lhe digam o que é um ponto, uma reta ou um círculo. Ela já observou essas ideias de algum modo. O trabalho do professor será explorar essas ideias”. A introdução de jogos para facilitar o ensino da geometria na atualidade está sintonizada com o cotidiano das crianças trazendo assim grande eficácia no aprendizado das crianças. Destarte,

Na matemática pode-se introduzir a geometria de maneira mais adequada através do Tangram para que o aluno tenha noção de espaço. As atividades iniciais seriam a exposição e utilização do Tangram e a partir daí observar as conclusões tiradas pelos alunos a respeito das figuras, a o contrário de outros quebra-cabeças ele é formado por apenas sete peças com formas geométricas resultantes da composição de um quadrado.com o uso do Tangram podemos trabalhar a identificação, comparação, descrição, classificação e desenho de figuras geométricas planas. (CASTRO, 2019, p 1).

Devido às dificuldades encontradas na introdução da geometria plana no cotidiano das crianças, já que essas encontram grandes dificuldades no aprendizado de formulas geométricas, recorreu-se a inclusão de jogos para facilitar o entendimento dos alunos de fora simples, porém completa. O jogo do Tangram, um quebra cabeça chinês formado por sete peças sendo elas, cinco triângulos isósceles, um paralelogramo, e um quadrado, notou-se que com o auxílio do jogo as crianças demonstraram maior facilidade na matemática de maneira lúdica.

Segundo (OLIVEIRA, 2019, p.1) “enquanto os pequenos se divertem montando as figuras treinem a visão espacial, exploram a criatividade, aprendem sobre a classificação de formas geométricas e aprimoram suas habilidades em resolver problemas”.

O raciocínio lógico gera pessoas críticas capazes de criar, interpreta e explicar problemas envolvendo matemática, neste sentido Lara (2003 p ,19) nos apresenta que:

Devemos pensar em uma Matemática prazerosa, interessante, que motive nossos/as alunos/as, dando-lhes recursos e instrumentos que sejam úteis para o seu dia a dia, buscando mostrar-lhes a importância dos conhecimentos matemáticos para a sua vida social, cultural e política (LARA, 2003 p ,19).

O ponto de vista das atividades que pode ser usado o lúdico está referido ao ludismo, isto é, atividades relacionadas a jogos e com prática de brincadeiras. A temática lúdica é muito importante e bastante usada no ensino aprendizagem da educação infantil, isso porque é fundamental para atrair as crianças e evidenciar que a didática é capaz de ser divertida.

Ferreira (1986), traz duas significações para o termo lúdico, “relativo a jogo ou divertimento” e “que serve para divertir ou dar prazer”. As duas significações para o lúdico, é que praticando a aprendizagem com atividades lúdicas, jogos e ou divertimentos, se torna mais prazeroso, jogando, a pessoa pode ter mais facilidades de aprender e se sente atraído pelas práticas das atividades lúdica. Conforme o conceito de lúdico, Redin (2000) afirma que:

O lúdico é a mediação universal para o desenvolvimento e a construção de todas as habilidades humanas. De todos os elementos do brincar, este é o mais importante: o que a criança faz e com quem determina a importância ou não do brincar. A brincadeira vai desde a prática livre, espontânea, até como uma atividade dirigida, com normas e regras estabelecidas que têm objetivo de chegar a uma finalidade. Os jogos podem desenvolver a capacidade de raciocínio lógico, bem como o desenvolvimento físico, motor, social e cognitivo (REDIN, 2000, p. 46).

Com o lúdico as crianças podem desenvolver capacidades de criar algo de diferente. E com todas as atividades lúdicas, a brincadeira se tornou o mais importante, ela se torna livre para fazer o que quiser, fazendo com que se torne prazeroso, mas as brincadeiras podem ser praticadas com regras que tem a intenção de alcançar um propósito. Os jogos tem uma importância grande, ele pode capacitar os raciocínios, progredir os movimentos físicos e socializar com outras crianças.

### **3. PERCURSO METODOLÓGICO**

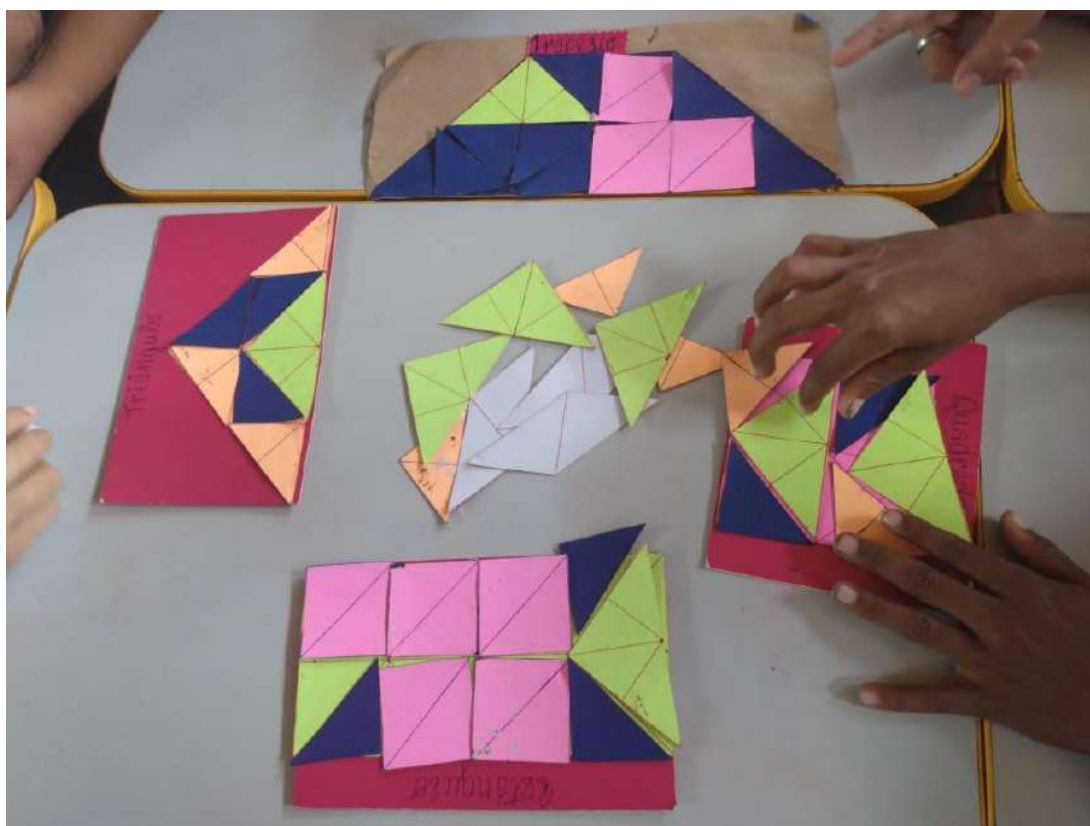
Esta pesquisa é de cunho qualitativo, com o propósito de verificar o nível de dificuldade e aprendizagem dos alunos em relação às noções de conceitos geométricos.

Para Paulilo (1999), a pesquisa qualitativa

[...] trabalha com valores, crenças, hábitos, atitudes, representações, opiniões e adequa-se a aprofundar a complexidade de fatos e processos particulares e específicos a indivíduos e grupos. A abordagem qualitativa é empregada, portanto, para a compreensão de fenômenos caracterizados por um alto grau de complexidade interna (PAULILO, 1999, p. 135).

A realização da pesquisa se desenvolveu em duas etapas, sendo que foram aplicadas em ambas o jogo do Tangram para alunos do ensino fundamental. A primeira etapa da pesquisa ocorreu na Escola Municipal de Ensino Fundamental Costa e Silva, localizada no município de Concórdia no Estado do Pará, nesta ocasião o jogo foi realizado para com oito alunos do 6º ano, com idades entre 12 e 14 anos. O jogo durou cerca de 20 minutos, já que foram formadas quatro duplas.

**Figura 1** – Criaças Jogando Tangram



Fonte: Própria (2021)

Nesta primeira imagens, estamos mostrando a aplicação do jogo do tangram para alunos da Escola Costa e Silva, no momento que obtivemos a foto os aluno resolvian questões de matematica envolvendo formulas geometricas. Neste primeiro momento os resultados obtidos foram rasoáveis, levando em consideração a interação de todos os envolvidos, mas ainda recorreram a ajuda dos pesquisadores em alguns momentos. Concordamos com Ramze e Amelia quando falam que:

O aluno que utiliza o Tangram desenvolve sua capacidade de visualização, de concepção espacial, de análise e criatividade, com isso terá um pensamento mais analítico e dedutivo (RAMZE, AMELIA, p.1)

Na segunda etapa do jogo foi realizado fora da escola, porém com o mesmo objetivo o jogo foi aplicado para crianças com idades entre oito e doze anos, cursando o quarto, o quinto e o sexto ano do fundamental, todos residentes do município Mãe do rio no estado do Pará. Nesta segunda etapa o jogo foi aplicado para quatro crianças e teve a duração aproximada de quarenta minutos.

**Figura 2 – Crianças Construindo Formas Geométricas**

**Fonte:** Própria (2021)

Na figura 2, as crianças também usaram o jogo do Tangram, eles demonstraram grandes dificuldades em diferenciar as formas geométricas, demonstrando total falta de intimidade com os nomes específicos. Tivemos que identificar algumas das figuras quando usamos seus nomes próprios. Vale ressaltar que em ambas as pesquisas nós usamos o celular para obter imagens e registros do jogo.

#### **4. RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Os resultados obtidos na aplicação do jogo não foram de todo satisfatório, tendo em vista que na primeira etapa os alunos em questão conseguiram solucionar os problemas expostos usando o jogo, porém, precisou do auxílio da professora em alguns momentos. A falta de conhecimento da linguagem matemática, contribuiu para a dificuldade na interpretação dos conceitos. Nestes momentos, a pesquisadora entrou com explicações sobre o assunto, de maneira com que ficassem evidentes para os alunos.

Na segunda etapa feita fora da sala a situação foi ainda pior mostrando o quanto a criança tem dificuldades até mesmo em reconhecer as formas geométricas mais simples, como um retângulo, deixando em evidencia a fragilidade do ensino da matemática, mostrando assim a necessidade de se aborda novas formas de ensino. Apesar de ter alcançado nossos objetivos de mostrar as facilidades de aprendizagem com os jogos didáticos (CASTRO, 2019, p.1).

Os resultados obtidos durante a pesquisa mostraram que o lúdico é uma grande ferramenta pedagógica capaz de desenvolver o raciocínio matemático, pois a brincadeira e os jogos são essências para as crianças e deste modo que ela conseguiu explorar o mundo ao seu redor e aprende a interagirem com ele.

(...) a fase de zero a dois (0 a 2) anos, a criança conquista o mundo por meio da percepção e dos movimentos, o recém-nascido reduz-se ao exercício dos reflexos. O seu desenvolvimento é acelerado dando suporte para as suas novas 18 habilidades motoras como, por exemplo: pegar, andar, olhar, apontar entre outros. Ao decorrer desse estágio, os reflexos podem ser progressivamente substituídos pelos esquemas e somados aos símbolos lúdicos. (PIAGET 1973, p.89).

Para Luckesi (2000, p. 21), o humano quando pratica as novidades da ludicidade, ele pratica experimentos novos que direciona a sua atenção, e experimenta práticas plenas das atividades lúdicas. Não existe melhor momento para estarmos do que participando de uma verdadeira atividade lúdica, apresentamo-nos felizes, confortáveis, inteiros, perfeito e com saúde. Exercitar uma atividade lúdica brincando e jogando, requer que o ser humano se entregue totalmente no mesmo período, de corpo e mente.

## **5. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Sabemos que o descaso com o ensino vem prejudicando as crianças, a dificuldade encontrada na aprendizagem tem o campo muito maior quando se trata de matemática, a geometria com suas formas que atravessam o tempo sem mudanças, se tornou um dos principais problemas na atualidade. Ao observar que os jogos são aliados muito eficazes na introdução da geometria, o educador vem modernizando sua maneira de ensinar. Através do jogo do Tangram os alunos não apenas resolveram, mais também compreenderam as formas geométricas.

Em virtude do exposto durante esta pesquisa, é fundamental que o educador se possibilite com estratégias diferentes que facilita o discente na elaboração de uma aprendizagem clara. As crianças vêm obtendo sucesso com a contribuição do lúdico, no conhecimento e em entender que pode aceitar e errar.

Dessa forma nossos objetivos foram concluídos já que os alunos resolveram as questões a o todo. Vale ressaltar a importância do jogo nessas resoluções, o jogo em questão merece mais atenção principalmente a o saber que usados como material didático ele abrange outras áreas do ensino.

Dessa maneira, esperamos que as atividades lúdicas, estejam presentes no recinto escolar, ajudando e levando o aluno a ter prazer em aprender, socializar, desenvolver habilidades, criatividade, percepção e compreender melhor o conteúdo que o educador irá repassar.

## REFERÊNCIAS

MACHADO, Eloy Ferreira. Matemática ensino médio. São Paulo: ática, 2009.

BIGODE, A. J. L. **A geometria, as crianças e a realidade**. Caderno da tv escola matemática. Brasília, 1998. Disponível em: < <http://www.mec.gov.br/seed/tvescola> > acesso em: 05 jul. 2021.

CASTRO, A. H, **A Configuração Geométrica do Tangram**. Brasil escola. São Paulo, 2019. Disponível em: <<https://m-educador-brasilecola-oul-com-br.cdn.ampproject.org>> acesso em: 04 jul. 2021.

D´AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria a pratica**. Campinas: papiros, 2007.

FERREIRA, Aurélio B. de Hollanda. **Novo Dicionário da Língua Portuguesa**. 2. Ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986.

LARA, Izabel Cristina Machado. **Jogando com a Matemática na Educação Infantil e Séries Iniciais**. São Paulo: Rêspel, 2003.

LUCKESI, Cipriano C. **Educação, Ludicidade e Prevenção das Neuroses Futuras: uma Proposta Pedagógica a partir da Biossíntese**. Ludopedagogia, Salvador, BA: UFBA/FACED/PPGE, v. 1, p. 9-42, 2000.

OLIVEIRA, A. C. **Conheça a história do tangram**. Blog leiturinha. São Paulo, 2019. Disponível em: <<https://leiturinha.com.br>>a acesso em: 05 jul. 2021.

DANTAS, D. M. P. **A geometria plana com o tangram**. Portal do professor. Fortaleza, 2019. Disponível em:<<http://portaldoprofessor>.

REDIN, Euclides. **O espaço e o tempo da criança: se der tempo a gente brinca**. Porto Alegre: Mediação, 2000.

PAULILO, M. A S. A pesquisa qualitativa e a história de vida. Serviço Social em Revista. Londrina, v.2, n. 2, p. 135-148, jul/dez.1999. <<http://www.ssrevista.uel.br/n1v2.pdf>>. Acesso em 20 de maio de 2021.



## POTENCIALIDADES DO CALC DA LIBREOFFICE NAS AULAS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Maurício de Moraes Fontes  
SEDUC-PA  
[mauriciofontes@gmail.com](mailto:mauriciofontes@gmail.com)

Dineusa Jesus dos Santos Fontes  
SEDUC-PA  
[dineusa@gmail.com](mailto:dineusa@gmail.com)

### Resumo

Existem muitas planilhas eletrônicas à disposição da comunidade científica para o trabalho em sala de aula. Entre elas, destacamos o Excel da Microsoft e o Calc da LibreOffice para fazer estudos com os alunos sobre tópicos de Matemática Financeira. O Ensino de Matemática Financeira é um tópico da Matemática muito importante para trabalhar com os estudantes situações do cotidiano, entre elas o cálculo de porcentagens, juros, empréstimos, financiamentos, entre outros. Este trabalho teve como propósito verificar as potencialidades do Calc da LibreOffice nas aulas de matemática financeira. Esse programa foi escolhido por ser de acesso livre. A metodologia aplicada foi qualitativa com estudo descritivo. A amostra foi formada por cinco estudos sobre o uso do Calc nas aulas de matemática financeira. Os resultados demonstram que o programa Calc tem potencialidades para ser usado em sala de aula de matemática.

**Palavras-chave:** Planilhas Eletrônicas. Calc. Ensino de Matemática Financeira. Sala de Aula.

## 1 INTRODUÇÃO

O Ensino de Matemática Financeira na educação é um tema muito importante para ajudar os educandos a, por exemplo, gerenciar o dinheiro ganho das mesadas dadas por seus responsáveis, do trabalho cotidiano de cada um deles e no planejamento familiar.

Gerenciar esse dinheiro requer aprendizados básicos de finanças. Os docentes, nas escolas, são os responsáveis para proporcionar esses conhecimentos aos alunos para que possam ajudar a si mesmos a administrar seus ganhos.

Os pais ou responsáveis também têm a incumbência de auxiliar seus filhos no tratamento das finanças familiares, por meio de exemplos de gastos e despesas no planejamento familiar.

Dessa forma, para Fontes, Fontes & Andrade (2017, p. 1): “o ensino de matemática financeira tem um papel fundamental na formação desses estudantes de todos os níveis de ensino, pois os ajuda a calcularem porcentagens, juros e fazer projeções de investimentos, entre outros”.

A matemática financeira reflete sua importância, pois “sua aplicabilidade cotidiana e potencial contextualização com assuntos tratados nas mídias com frequente uso de tabelas, gráficos, taxas de juros, etc. sendo necessários, esse conhecimento, visando auxiliar na construção de um cidadão mais crítico e consciente de suas escolhas econômicas” (PINTO & FIOREZE, 2015, p. 2).

Os meios de comunicação como jornais, internet, revistas, entre outros estão constantemente postando matérias que utilizam a linguagem da matemática financeira, em particular os temas de porcentagem, juros, taxas, investimentos, financiamentos etc.

O uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) ajuda os estudantes a fazerem um planejamento familiar e observarem com mais facilidade se a receita mensal dá para pagar as despesas ou a receita não dá para pagar as contas de determinado mês, por exemplo.

Dentre as inúmeras TIC que encontramos para serem trabalhadas nas salas de aula, temos as planilhas eletrônicas que facilitam a construção de tabelas para que os alunos possam fazer um orçamento familiar, comparar preços dos produtos, fazer uma projeção sobre determinados investimentos, entre outros.

Tendo em vista o relatado, esse trabalho tem como propósito verificar as potencialidades do Calc da LibreOffice nas aulas de matemática financeira.

## **2 MARCO DE REFERÊNCIA**

### 2.1. Ensino de Matemática Financeira

Para Smole & Diniz:

cobrar juros não é uma prática recente. Sua origem remonta à Antiguidade, como podemos constatar em um registro babilônico datado de 2000 a.C. “vinte manehs de prata, o valor da lã, os haveres de Belshazzar, o filho do rei ... Todos os haveres de Nadin-Merodach na cidade e no campo serão caução dada a Belshazzar, o filho do rei, até que Belshazzar receba totalmente o dinheiro bem como os juros sobre ele”.

(2005, p.13)

Por esse pequeno relato histórico, percebe-se que o tema de juros já era utilizado há mais de quatro mil anos, por isso o ensino de matemática financeira é um tópico da Matemática muito importante para trabalhar situações do cotidiano com os estudantes, pois “no tocante ao contexto financeiro, espera-se que os estudantes resolvam problemas reais envolvendo porcentagens em situações financeiras reais, pagamentos com cartão de crédito, financiamentos, amortizações e a tabela Price, utilizando, inclusive, calculadoras ou planilhas eletrônicas”. (BRASIL, 2016, p. 573).

Percebe-se, assim, que “a Matemática Financeira é muito utilizada pelos bancos ao calcular a taxa de juro de um empréstimo ou investimento. Além disso, é utilizada na análise de vantagens e desvantagens em relação a compras à vista ou a prazo, financiamentos e também na simplificação de operações financeiras” (SOUZA, 2013, p. 60).

Nesse contexto, concordamos com Fontes, Fontes & Lobato Júnior (2017, p. 3) que afirmam: “nas escolas, esse tópico da Matemática faz parte do currículo da Educação Básica, por isso os docentes devem proporcionar aos discentes uma formação sólida para que esses estudantes não sejam no futuro os endividados de hoje”.

O Brasil é um dos países que cobram as maiores taxas de juros do mundo e oferecem os piores serviços, e isso pode ser verificado com o auxílio da Rede Mundial de Computadores. Os alunos, com esses dados obtidos, podem fazer uma comparação por meio das planilhas eletrônicas dos juros cobrados no Brasil e em outros países por meio da projeção de uma aplicação financeira, os juros cobrados nos cartões de crédito, entre outros, pois a “matemática financeira estuda a evolução do dinheiro ao longo do tempo” (SOUSA, 2014, p. 12).

Para Dornelles (2018, p. 12), a matemática aparece no cotidiano dos alunos “nas transações do comércio em que sempre é usado o regime de Juros Compostos, pois oferecem mais rendimento, principalmente nos casos de compras a médio e longos prazos bem como compras com cartões de crédito, empréstimos bancários, poupança e outros”.

## 2.2 As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)

A utilização das TIC no processo de ensino e aprendizagem tem um papel fundamental na construção dos conhecimentos matemáticos, como, por exemplo: na Álgebra, na Geometria, na Estatística, na Matemática Financeira etc.

Para Veloso (2011, p. 15): “as mudanças sociais contemporâneas configuram um campo de debates em que as tecnologias informacionais, detentoras de um pretense poder miraculoso, são apontadas como um dos principais fatores na formação da sociedade da informação”. Preparar os estudantes para usufruir do potencial que essas tecnologias podem oferecer para a construção do conhecimento matemático é um desafio para a escola do século XXI, pois “a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação na sociedade atual é fato e, podemos perceber isso em diversos setores da atividade humana, seja durante as suas compras ou durante as suas horas de lazer (ALVARENGA & FRANCO, 2011, p. 10353).

São várias as tecnologias disponíveis para os alunos usufruírem de acordo com suas necessidades, tendo em vista que “as TIC no processo de ensino e aprendizagem proporcionam aos seus participantes uma forma ativa e dinâmica de introduzir, analisar e interpretar dados dos mais variados tipos, como por exemplo, o uso da matemática financeira para simular situações próximas ao cotidiano de nossos estudantes” (FONTES, FONTES & ANDRADE, 2017, p. 3).

Para o trabalho com a matemática financeira, temos muitas folhas de cálculo à disposição da comunidade científica, entre elas destacamos o Excel e o Calc para fazer estudos com os discentes sobre o tópico de Matemática Financeira. Para Parente (2013, p. 4): “As planilhas eletrônicas são ideais para trabalhar com cálculos. Com elas, é possível criar orçamento, controle financeiro, estatístico e tudo o que requer matemática e controle lógico para ser executado. Dois softwares dominam o mercado, que são o Excel da Microsoft e o Calc do BrOffice”.

Esse fato também é mencionado por Carvalho & Ivanoff que afirmam:

As planilhas eletrônicas funcionam baseadas em células. O software organiza as informações em linhas e colunas, cada célula pode receber um texto ou um valor. Esse formato propicia o uso de uma planilha para produção de tabelas, cálculos e gráficos. Os softwares mais utilizados para produzir planilhas em microcomputadores são o Microsoft Excel e o OpenOffice Calc. (2010, p. 100)

Devido à necessidade de socialização do saber utilizando as TIC, nesse trabalho mencionaremos a utilização do software livre Calc da LibreOffice.

### **2.1.1 O uso do Calc da LibreOffice**

O uso das folhas de cálculo nas aulas de matemática é essencial para os alunos estudarem, tendo em vista que “atualmente, pela sua simplicidade e agilidade no tratamento das informações essas planilhas passaram a fazer parte do cotidiano das pessoas, que podem acessá-la até pelos seus aparelhos celulares, o que torna importante o seu domínio por parte dos cidadãos que precisam gerenciar seu orçamento de forma consciente” (PINTO & FIOREZE, 2015, p. 4).

Um software livre muito importante para desenvolver atividades de ensino é o Calc da LibreOffice<sup>6</sup>. Esse programa é de fácil manuseio e pode ser utilizado para desenvolver atividades de ensino de Estatística, Matemática Financeira, Matrizes, Lógica etc. Utilizamos nessa atividade o Calc 7.2.0.2. Essa é a versão mais atualizada do programa.

Para efeito de exemplo, retiramos o seguinte problema extraído do livro do professor Castelo Branco para demonstrar a sua utilização nas aulas de matemática:

*Se tomarmos como base um Valor Presente de R\$ 1.000,00 aplicados à taxa de 10% ao mês, pelo Sistema de Capitalização Simples (SCS), podemos determinar o Valor Futuro após 12 meses de aplicação. (2016, p.44).*

A questão acima, retirada do livro do professor Castelo Branco, pode ser resolvida com o auxílio do Calc da seguinte forma, como mostra a figura 1 abaixo:

Figura 1 - Atividade de ensino usando o Calc

The screenshot shows a spreadsheet in LibreOffice Calc with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											
29											
30											
31											
32											
33											
34											
35											
36											
37											
38											
39											
40											
41											
42											
43											
44											
45											
46											
47											
48											
49											
50											
51											
52											
53											
54											
55											
56											
57											
58											
59											
60											
61											
62											
63											
64											
65											
66											
67											
68											
69											
70											
71											
72											
73											
74											
75											
76											
77											
78											
79											
80											
81											
82											
83											
84											
85											
86											
87											
88											
89											
90											
91											
92											
93											
94											
95											
96											
97											
98											
99											
100											

Fonte: Construção dos autores.

Para Pacheco (2013, p. 5): “O domínio dos conceitos que envolvem o uso de fórmulas e funções são fundamentais para a obtenção de bons resultados em qualquer aplicação de planilha eletrônica”.

### 3 MARCO METODOLÓGICO

<sup>6</sup> Disponível em: [LibreOffice Novo | LibreOffice - A melhor suite office livre](https://www.libreoffice.org/pt-br/). Acesso em: 20 jul. 2021

Esta pesquisa foi realizada no mês de julho de 2021. A metodologia aplicada no presente trabalho foi a qualitativa com estudo descritivo, pois Yin (2016, p. 131) afirma que: “coletar refere-se à acumulação ou acúmulo de objetos (documentos, artefatos e registros arquivais) relacionados a seu tema de estudo”. A amostra foi intencional, formada pelos estudos que utilizaram o Calc nas aulas de matemática financeira. Esses estudos foram os de Alvarenga & Franco (2011), Sousa (2014), Pinto & Fioreze (2015), Fontes, Fontes & Andrade (2017) e Dornelles (2018).

#### **4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

Vamos fazer uma análise dos trabalhos citados acima em relação ao uso do Calc nas aulas de matemática financeira.

No trabalho de Alvarenga & Franco (2011), os autores trabalharam um minicurso com alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola pública no estado do Paraná com os tópicos de matemática básica: razão, proporção, porcentagem, juros simples, juros compostos e séries de pagamentos uniformes com auxílio da planilha eletrônica Calc da BrOffice. Os resultados obtidos nesse minicurso revelaram que o uso de tecnologias de informática — como as planilhas eletrônicas — pode contribuir significativamente para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem, favorecendo os professores no desenvolvimento das atividades e os alunos no entendimento destas de forma que a matemática extrapole as quatro paredes da sala de aula.

O trabalho de mestrado de Sousa (2014) abordou um assunto, a Matemática Financeira, que por ser algo prático e altamente presente na vida dos cidadãos, deveria ser tratado com mais atenção e ter um espaço maior por parte dos livros didáticos, principalmente no que se refere ao uso de tecnologias. O autor procurou utilizar tecnologias para a resolução de problemas contextualizados. Tecnologias essas que sejam de fácil acesso e/ou gratuitas, tanto para os professores como para os alunos, como forma de dar oportunidade para que os discentes continuem a aplicar essas ferramentas em situações de seu cotidiano. Vimos também que é possível fazer a inclusão de tópicos que — raramente ou de forma alguma — são abordados nos livros didáticos, como é o caso dos sistemas de amortização, por exemplo. Inclusive, na execução da proposta metodológica, resolvemos uma situação-problema abordando esse assunto.

O estudo de Pinto & Fioreze (2015) teve como objetivo abordar o uso das planilhas eletrônicas como potencializador da aprendizagem de matemática financeira em uma turma do Ensino Fundamental da rede municipal de ensino do município de Cachoeira do Sul. De acordo com as autoras, as interações entre alunos e professor, orientadas pela teoria da negociação de significados, aliada ao uso da planilha eletrônica, contribuiu para o ensino de

Matemática Financeira e para a aprendizagem dos conteúdos explorados na sequência de atividades utilizadas nessa pesquisa.

Os autores Fontes, Fontes & Andrade (2017) propuseram um minicurso cujo objetivo foi mostrar que o LibreOffice, mais especificamente seu componente chamado Calc (Programa de Planilhas), é uma ferramenta útil nas aulas de Matemática Financeira. A proposta com questões contextualizadas demonstrou que o uso do Calc proporciona aos discentes uma forma ativa de trabalho com o auxílio das folhas de cálculo, possibilitando a eles uma aprendizagem significativa.

Dornelles (2018), explorou as potencialidades do software Calc na resolução de problemas relacionados a juros compostos com seis alunas da terceira série do ensino médio de uma escola pública no Rio Grande do Sul. Após a efetivação dessa prática em sala de aula, foi possível observar, em relação às atividades propostas, que conjugar as tecnologias digitais, no caso o uso da planilha eletrônica Libre Office Calc, com a estratégia de resolução de problemas, estimulou a participação das alunas e seu envolvimento na construção dos conceitos matemáticos.

Pelo exposto acima, vimos várias aplicações da folha de cálculo Calc em alguns tópicos da matemática. Ele se aplica também em outros conteúdos matemáticos.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Esse trabalho teve como propósito verificar as potencialidades do Calc da LibreOffice nas aulas de matemática financeira.

Utilizar essas folhas de cálculos, nas aulas de matemática possibilita aos educandos interagir em situações contextualizadas, dado que “o computador na sala de aula é visto como uma ferramenta auxiliadora para o aluno, possibilitando ao mesmo diferentes maneiras de interação e formas de adquirir novos conhecimentos” (ALVARENGA & FRANCO, 2011, p.10360).

Envolver os alunos em atividades relacionadas à matemática financeira em seu contexto social utilizando as TIC, nesse caso o Calc, também é um ato de cidadania. Com a utilização desse programa, podemos trabalhar com os estudantes situações de ensino de matemática financeira ligada ao cotidiano dos discentes, fazer projeções de investimentos na poupança, assim como simulações da Bolsa de Valores, entre outros (FONTES, FONTES & ANDRADE, 2017, p. 2).

Para Sousa (2014, p. 75), a matemática financeira: “por ser algo prático e altamente presente na vida dos cidadãos, deveria ser tratado com mais atenção e ter um espaço maior por parte dos livros didáticos, principalmente no que se refere ao uso de tecnologias”.

O uso das TIC na sala de aula atende a um dos objetivos do Ensino da Matemática recomendado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual orienta que os discentes devem “analisar criticamente os usos da matemática em diferentes práticas sociais e fenômenos naturais, para atuar e intervir na sociedade” (BRASIL, 2016, p. 560).

Quanto à formação de professores, esse programa também é uma ferramenta muito útil para ser utilizada nas aulas de matemática em qualquer nível de ensino. Os trabalhos analisados nesse artigo demonstraram que o Calc é uma folha de cálculo de grandes potencialidades para ser trabalhada nas aulas de matemática. Esse programa é um software de planilha eletrônica multiplataforma de código aberto. Utilizar essas folhas de cálculo nas aulas de matemática financeira é uma alternativa para melhorar seu aprendizado.

## REFERÊNCIAS

ALVARENGA, D. C. B. & FRANCO, S. R. *Uso de mídias tecnológicas na educação matemática*, 2011. [https://educere.bruc.com.br/CD2011/pdf/5769\\_3798.pdf](https://educere.bruc.com.br/CD2011/pdf/5769_3798.pdf). Acesso em: 23 jul. 2021.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. 2ª versão revista. MEC. Brasília, 2016.

CARVALHO, F. C. A. & IVANOFF, G. B. *Tecnologias que educam: ensinar e aprender com tecnologias da informação e comunicação*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

CASTELO BRANCO, A. C. *Matemática Financeira Aplicada - Método algébrico, HP – 12C, Microsoft Excel – 4 ed. revista e ampliada*. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

DORNELLES, G. T. *A construção do conceito de juros compostos com o uso do software libre office calc*, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/16658>. Acesso em: 23 jul. 2021.

FONTES, M. M.; FONTES, D. J. S. & ANDRADE, V. C. Q. *O uso do Calc nas aulas de Matemática Financeira*. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 7. Anais. Ulbra-RS. Anais do VII CIEM. Canoas, 2017.

FONTES, M. M.; FONTES, D. J. S. & LOBATO JÚNIOR, D. *Estudo exploratório de Matemática Financeira em alunos do Ensino Médio*. In: ENCONTRO PARAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11. Anais. IFPA. Anais do XI EPAEM. Belém, 2017.

PACHECO, G. B. *Guia de Introdução as funções do LibreOffice Calc*, 2013. Disponível em: [https://wiki.documentfoundation.org/images/9/95/Guia\\_de\\_Introdu%C3%A7%C3%A3o\\_%C3%A0s\\_Fun%C3%A7%C3%B5es\\_do\\_LibreOffice\\_Calc.pdf](https://wiki.documentfoundation.org/images/9/95/Guia_de_Introdu%C3%A7%C3%A3o_%C3%A0s_Fun%C3%A7%C3%B5es_do_LibreOffice_Calc.pdf). Acesso em: 1 jul. 2017.

PARENTE, R. N. C. *BrOffice Calc – introdução*. Secretaria de Educação a Distância, 2013. Disponível em: <http://docente.ifrn.edu.br/nonatocamelos/disciplinas/informatica->



basica/aulas-ead-curso-tecnico-em-seguranca-do-trabalho/broffice-calc-2013-introducao  
Acesso em: 1 jul. 2017.

PINTO, R. C. & FIOREZE, L. A. *O uso de planilhas eletrônicas no ensino de matemática financeira a partir da negociação de significados*, 2015. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/134087>. Acesso em: 23 jul. 2021.

SMOLE, K. C. S. & DINIZ, M. I. S. V. *Matemática: ensino médio*. 5. ed. Volume 3. São Paulo: Saraiva, 2005.

SOUSA, T. G. *Ensino de matemática financeira com utilização de tecnologias*. 2014. 90 F. DISSERTAÇÃO (MESTRADO EM ENSINO DE MATEMÁTICA) – Universidade Federal do Ceará – UFC, 2014.

SOUZA, J. R. *Novo olhar Matemática*. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

VELOSO, R. *Tecnologias da Informação e Comunicação: desafios e perspectivas*. São Paulo: Saraiva, 2011.

YIN, R. K. *Pesquisa qualitativa do início ao fim*. Tradução Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2016.



Palestra: A Teoria das Situações Didáticas e o ensino de Matemática

**Dr. Saddo Ag Almouloud (UFPA**

## DESCREVENDO OS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DE ALUNOS SOBRE PORCENTAGEM E JUROS DE UMA ESCOLA PÚBLICA EM BELÉM NO ANO DE 2020

Maurício de Moraes Fontes  
SEDUC-PA  
[mauriciofontes@gmail.com](mailto:mauriciofontes@gmail.com)

Dineusa Jesus dos Santos Fontes  
SEDUC-PA  
[dineusa@gmail.com](mailto:dineusa@gmail.com)

Dorival Lobato Júnior  
SEDUC-PA  
[Lobatojr2012@gmail.com](mailto:Lobatojr2012@gmail.com)

### Resumo

O Ensino de Matemática Financeira é essencial para que os alunos possam entender informações referentes às finanças. O propósito desse trabalho foi descrever os conhecimentos prévios de porcentagem e juros em alunos do ensino médio técnico de uma escola pública de Belém do Pará em 2020. A metodologia aplicada no presente trabalho foi a Qualitativa com estudo descritivo. A amostra foi intencional, formada por duas turmas de discentes que ingressaram no Ensino Médio Técnico numa escola pública em Belém do Pará no ano de 2020. O instrumento usado para coletar os dados nessa atividade foi um questionário com oito questões abertas referentes aos tópicos de porcentagem e juros. Os resultados demonstram baixo rendimento desses estudantes em relação aos tópicos de porcentagem e juros, falta de habilidade em lidar com a máquina de calcular, muitos erros conceituais, assim como problemas de interpretação dos enunciados das situações-problema propostas.

**Palavras-chave:** Porcentagem. Juros. Alunos. Ensino Médio.

### Introdução

Vários meios de comunicação têm demonstrado altos índices de endividamento por grande parte da população<sup>7</sup>. Esses dados demonstram uma falta de conhecimentos básicos nos fundamentos da Matemática Financeira. Esse fato é inquietante, pois, sem esses conhecimentos, a população continuará se endividando e isso provocará um caos ainda maior nas finanças pessoais de muitas famílias brasileiras. Concordamos com Castelo Branco (2016, p. 1) que afirma: “A Matemática Financeira é um segmento da matemática, que reúne uma série de conceitos, que contribui para que os indivíduos possam exercer sua cidadania em um mundo capitalista”.

Saber lidar com os conhecimentos desse tópico proporcionará aos cidadãos uma compreensão sobre os dados apresentados nos jornais, livros, folder de propagandas,

---

<sup>7</sup> Disponível em: <https://epocanegocios.globo.com/Economia/noticia/2020/02/epoca-negocios-porcentual-de-familias-endividadas-cai-a-653-em-janeiro-diz-cnc.html> . Acesso em 17 Mar. 2020.

anúncios etc. Para Lachtermacher et al (2018) “a matemática financeira trata dos cálculos que nos permitem manipular valores financeiros (dinheiro) ao longo do tempo, com o objetivo de fazer comparações consistentes entre diferentes alternativas de investimentos para tomar a melhor decisão”. Essa decisão só será possível com uma boa formação nesse tema tão importante para a vida dos brasileiros de qualquer nível de ensino.

Saber lidar com tópicos como porcentagem e juros é essencial para que as pessoas não sejam ludibriadas com propagandas enganosas que aparecem por aí. Para que isso não ocorra, temos que saber administrar bem o que temos, tendo em vista que: “administrar o dinheiro que se ganha não é fácil, por isso a importância dos conhecimentos de matemática financeira”. (FONTES; FONTES; LOBATO JÚNIOR, 2017, p. 3).

O trabalho em sala de aula com situações próximas do contexto social em que o estudante se desenvolve é muito importante para que a aprendizagem se torne significativa para ele. Nessas aplicações da matemática levando em consideração o entorno social do aluno, é comum eles apresentarem certas dificuldades como: a falta de conhecimentos prévios, problemas na interpretação dos enunciados matemáticos, uso inadequado da linguagem matemática, entre outros.

Portanto, esse trabalho teve como propósito descrever os conhecimentos prévios de porcentagem e juros em alunos do Ensino Médio Técnico em uma escola pública em Belém do Pará em 2020.

## **Marco Teórico**

### **Ensino de Matemática Financeira**

O ensino de Matemática Financeira é essencial para que os estudantes possam entender as informações apresentadas nos jornais, livros, internet, periódicos, entre outros ligadas às finanças. É comum, no comércio, as pessoas precisarem de noções desse tema, pois “a Matemática Financeira está presente em situações comerciais (compra de um produto ou venda de alguma mercadoria), na remuneração por um serviço contratado, no empréstimo de dinheiro ou pagamento de contas contraídas, entre outras”. (PINHEIRO, 2016, p. 14).

Para Lachtermacher et al (2018, p. 11): “Matemática Financeira é a ciência e a arte de analisar e refletir sobre os números e valores monetários, de forma a tomarmos as melhores decisões tanto com relação a aplicações quanto no que diz respeito a levantamento de empréstimos ou financiamentos”.

Refletir sobre a situação financeira de uma pessoa, família ou empresa requer habilidades para tratar com dinheiro de forma consciente para não fazer dívidas, ou mesmo para evitá-las, dado que isso acarreta um desconforto financeiro. Para evitar tal situação, os cidadãos necessitam de uma formação nos rudimentos da matemática financeira para saber interagir com as informações que chegam todos os dias sobre o uso do dinheiro, porquanto “a matemática financeira trata, em essência, do estudo do valor do dinheiro ao longo do tempo”. (ASSAF NETO, 2016, p. 1).

Constantemente as pessoas estão em contato com situações que envolvem o uso do dinheiro, e para isso necessitam lidar com essa situação, uma vez que “a matemática financeira é um assunto da matemática muito importante para que os estudantes possam compreender as relações envolvendo dinheiro no seu dia a dia. Em todos os momentos, os discentes estão se envolvendo com porcentagens, juros, taxas, entre outros elementos que compõem os conceitos básicos de matemática financeira” (FONTES, 2018, p. 116).

Esses tópicos são de suma importância, tendo em vista que todos os dias “recebemos informações como: ‘o mercado espera uma redução de 0,5% na taxa básica de juros’; ‘a inflação prevista para este ano passou de 4,2% para 5,8%’ etc., a todo momento em nosso dia a dia. Cálculos envolvendo porcentagens têm uma gama bastante grande de aplicações seja em nossa vida profissional ou pessoal”. (MARTINETTI FILHO, 2010, p. 11).

Como consequência da falta de conhecimentos básicos sobre esse assunto, o Brasil está passando por um momento turbulento com mais de sessenta por cento dos brasileiros endividados. Parece que parte da população está precisando dos conhecimentos básicos de matemática financeira para saber ajustar suas contas para não contraírem mais dívidas e entrarem em débitos com outras pessoas e/ou instituições.

## **Marco Metodológico**

Esta pesquisa foi realizada entre os dias quatorze e dezessete de fevereiro de 2020 em uma Escola Estadual de Ensino Médio Técnico. Essa escola faz parte da Rede de Escolas de Ensino Técnico do Estado do Pará (EETEPA).

A metodologia aplicada no presente trabalho foi a Qualitativa com estudo descritivo. A amostra foi intencional, pois ao contrário da determinação de probabilidade, consiste em “selecionar casos com abundante informação para estudos detalhados” (PATTON, 1990, p. 169), citado por McMillan & Schumacher (2005). Por isso, trabalhamos com duas turmas que ingressaram no Ensino Médio Técnico numa escola pública em Belém do Pará no ano de 2020. Chamaremos a partir daqui as turmas que participaram desse estudo como Turma  $\beta$ , com 26 alunos, nominados de  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_{26}$  e a Turma  $\delta$ , com 34 estudantes, denominados de  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_{34}$  todos educandos do turno da manhã.

O instrumento usado para coletar os dados nessa atividade foi um questionário com oito questões abertas referentes aos tópicos de porcentagem e juros, retiradas do livro do professor Castelo Branco (2016). A opção em selecionar as questões da obra desse autor foi pela sua importância como literatura especializada na área e pela sua edição.

Essa atividade teve a duração de três horas-aula, cada uma de quarenta e cinco minutos, e os alunos foram orientados a usar uma calculadora para ajudar nos cálculos. Abaixo vamos relatar os resultados encontrados nesta pesquisa.

## **Análise e discussão dos resultados**

Para analisar os dados coletados neste trabalho, usamos a seguinte codificação: (QRC) significa Questões Resolvidas Corretamente, (QRP) Questões Resolvidas Parcialmente, (QRE) Questões Resolvidas Erradamente e (QSR) Questões Sem Resolução.

Entende-se por (QRC) aquela em que o aluno apresenta sua resolução completa com as ideias organizadas. Se o discente errar sua resolução ou apresentar um valor sem justificativa será considerado como (QRE) e será considerada como (QRP) aquela em

que os educandos resolverem corretamente até certa parte de uma questão e parar sua resolução ou depois errar o restante de sua resolução.

A tabela 1 abaixo mostra o comparativo dessas duas turmas da primeira série do ensino médio sobre os tópicos de porcentagem e juros.

Tabela 1– Rendimento de duas turmas da primeira série do ensino médio em Belém do Pará em 2020 sobre os tópicos de Porcentagem e Juros

Questão	Turma	QRC	QRP	QRE	QSR
Q1	Turma $\beta$	42,31%	3,85%	42,31%	11,54%
	Turma $\delta$	38,24%	0%	50%	11,76%
Q2	Turma $\beta$	34,62%	3,85%	50%	11,54%
	Turma $\delta$	26,47%	0%	47,06%	26,47%
Q3	Turma $\beta$	0%	0%	80,77%	19,23%
	Turma $\delta$	0%	0%	58,82%	41,18%
Q4	Turma $\beta$	3,85%	0%	50%	46,15%
	Turma $\delta$	5,88%	2,94%	41,18%	50%
Q5	Turma $\beta$	0%	0%	50%	50%
	Turma $\delta$	0%	0%	38,24%	61,76%
Q6	Turma $\beta$	0%	0%	30,77%	69,23%
	Turma $\delta$	0%	2,94%	2,94%	94,12%
Q7	Turma $\beta$	0%	0%	30,77%	69,23%
	Turma $\delta$	0%	0%	11,77%	88,23%

Fonte: Os autores

A tabela 1 demonstra que os alunos que estão ingressando no ensino médio apresentam poucos conhecimentos sobre tópicos básicos de porcentagem e juros. Sempre que os alunos apresentarem o mesmo erro, apresentaremos primeiro o referente da turma beta e depois da turma delta.

Para a primeira questão, que teve como objetivo calcular o percentual de prejuízo de uma operação financeira, as duas turmas apresentaram um rendimento inferior a 43% nas questões corretas. O percentual de questões resolvidas erradamente nas duas turmas foi considerado expressivo e praticamente o mesmo percentual de questões sem resolução em ambas as turmas.

Vamos apresentar algumas situações referentes a esta situação-problema. Os discentes  $\beta_7$ ,  $\beta_8$ ,  $\delta_{12}$  e  $\delta_{33}$  apresentaram o mesmo tipo de erro.

**Figura1** – Resoluções dos alunos  $\beta_8$  e  $\delta_{33}$

Questão 1: Um objeto comprado por R\$ 80,00 foi vendido por R\$ 60,00. De quantos por cento foi o prejuízo? Justifique sua resposta.

O prejuízo foi de 20%

$$\frac{80}{60} = \frac{20}{20}$$

(Castelo Branco, 2016, p. 10)

Objetivo 1:  
Calcular o percentual de prejuízo de uma operação financeira.

Questão 1: Um objeto comprado por R\$ 80,00 foi vendido por R\$ 60,00. De quantos por cento foi o prejuízo? Justifique sua resposta.

20% Per cento

$$\frac{80,00}{60,00} = \frac{20,00}{20,00}$$

(Castelo Branco, 2016, p. 10)

Objetivo 1:  
Calcular o percentual de prejuízo de uma operação financeira.

Fonte: Pesquisa de campo

Note que, nos dois casos acima, assim como os demais, eles fizeram a diferença e pensaram que o valor encontrado era a porcentagem de prejuízo com a venda do objeto.

A segunda questão teve como objetivo calcular o percentual de lucro de uma operação financeira. O maior percentual de acertos nas turmas não chegou a 35% dos alunos que realizaram esse teste. O percentual de questões resolvidas erradamente chegou a 50% na turma  $\beta$  e, na outra, próximo dos 48%. Esse índice de questões resolvidas erradamente não é satisfatório, levando em consideração que esse tópico teoricamente já foi trabalhado no ensino fundamental.

Os estudantes  $\beta_6$ ,  $\beta_7$ ,  $\beta_8$ ,  $\beta_{10}$ ,  $\delta_4$  e  $\delta_{33}$  subtraíram os valores e afirmaram que o percentual de lucro foi de 2%, como demonstra a resolução de dois deles abaixo.

Figura 2 – Resoluções dos alunos  $\beta_{10}$  e  $\delta_4$

Questão 2: Um produto custou R\$ 10,00 e foi vendido por R\$ 12,00. De quantos por cento foi o lucro? Justifique sua resposta.

2% Per cento

(Castelo Branco, 2016, p. 10)

Objetivo 2:  
Calcular o percentual de lucro de uma operação financeira.

Questão 2: Um produto custou R\$ 10,00 e foi vendido por R\$ 12,00. De quantos por cento foi o lucro? Justifique sua resposta.

O lucro foi de 2%

(Castelo Branco, 2016, p. 10)

Objetivo 2:  
Calcular o percentual de lucro de uma operação financeira.

Fonte: Pesquisa de campo

Na verdade, esse produto gerou um lucro de R\$ 2,00 e não um percentual de 2% de lucro. Observamos aqui um erro conceitual na resolução desses educandos.

A terceira questão teve como objetivo calcular o lucro de uma transação financeira. Nenhum aluno acertou esse cálculo. Na turma  $\beta$ , o percentual de erros chegou a aproximadamente 81% e, na turma  $\delta$ , se aproximou dos 59%, como mostra a



tabela acima.

Comentaremos algumas situações referentes a essa situação-problema. Por exemplo, os alunos  $\beta_1$ ,  $\beta_{11}$ ,  $\beta_{12}$ ,  $\beta_{19}$ ,  $\delta_{17}$ ,  $\delta_{19}$ ,  $\delta_{20}$  e  $\delta_{21}$  calcularam 20% de 1980 = 396 e depois subtraíram  $1980 - 396 = 1584$ , como mostra o registro de dois deles.

Figura 3 – Resoluções dos alunos  $\beta_1$  e  $\delta_{20}$

**Questão 3:** Um negociante ganhou neste ano R\$ 1.980,00 de lucro, isto é, 20% mais que no ano anterior. Qual foi o seu lucro no ano anterior? Justifique sua resposta. (Castelo Branco, 2016, p. 10)

*Objetivo 3:* Calcular o lucro de uma transação financeira.

$X = 1594 = 80\%$        $X \Rightarrow 100\%$        $Y = 20\%$        $1980 \cdot 20 = 396$        $1980$   
 $1980 \Rightarrow 100\%$        $X = 1980 - 396$        $1980$   
 $1594$        $1584$

**Questão 3:** Um negociante ganhou neste ano R\$ 1.980,00 de lucro, isto é, 20% mais que no ano anterior. Qual foi o seu lucro no ano anterior? Justifique sua resposta. (Castelo Branco, 2016, p. 10)

*Objetivo 3:* Calcular o lucro de uma transação financeira.

o lucro foi de 1584 pois 20% do valor é 396,00

Fonte: Pesquisa de campo

Os alunos dessas turmas, em geral, não atentaram que o valor de R\$ 1.980,00 corresponde a 120%, ou seja, o aumento de 20% já está incluído no valor de R\$ 1.980,00.

A quarta questão teve como objetivo determinar o preço de venda de uma mercadoria. Somente um aluno acertou esse cálculo na turma beta e apenas dois estudantes acertaram sua resolução na turma delta. A tabela acima demonstra que o percentual de erros e das questões sem resolução nas duas turmas foi muito próximo.

Nessa situação, na turma beta, os alunos  $\beta_6$ ,  $\beta_7$  e  $\beta_8$  resolveram de forma parecida. Abaixo vamos registrar a resolução de  $\beta_6$ . Enquanto na turma delta, onze estudantes apresentaram sua resposta como registrado abaixo por  $\delta_{21}$ .

Figura 4 – Resoluções dos alunos  $\beta_6$  e  $\delta_{21}$

**Questão 4:** Certas mercadorias custaram R\$ 7.200,00 e foram vendidas com lucro de 3,5%. Qual é o preço de venda? Justifique sua resposta. (Castelo Branco, 2016, p. 10)

*Objetivo 4:* Determinar o preço de venda de uma mercadoria.

$7.200 \cdot 3 = 21.600$        $7.700 \cdot 100 = 770.000$        $770.000$   
 $100$        $770.000 = 3$        $3$   
 $R = 240.000$

**Questão 4:** Certas mercadorias custaram R\$ 7.200,00 e foram vendidas com lucro de 3,5%. Qual é o preço de venda? Justifique sua resposta. (Castelo Branco, 2016, p. 10)

*Objetivo 4:* Determinar o preço de venda de uma mercadoria.

R\$ 2.400. Pois a porcentagem é 2.400 = 3,5%

Fonte: Pesquisa de campo

Parece que a ideia foi dividir  $7200/3 = 2400$ , mas o percentual é de 3,5% e essa

operação não está correta. Mesmo eles podendo usar uma máquina de calcular, não acertaram os cálculos corretos para resolver a situação-problema proposta.

Outro detalhe a comentar é que, na turma beta, muitos tentaram resolver por meio de uma regra de três, porém, relacionaram o custo da mercadoria com 3,5%, outros multiplicaram  $3,5 \times 7200 = 3600$ , entre outros.

A quinta questão teve como propósito calcular o preço de custo de um objeto. Nenhum educando acertou esse cálculo nas duas turmas. Metade dos discentes da turma beta e aproximadamente trinta e nove por cento dos alunos da turma delta erraram o que foi pedido. O percentual de questões sem resolução na turma beta foi de 50% e na turma delta chegou perto de 62%.

Nessa questão, os educandos  $\beta_{19}$ ,  $\beta_{23}$ ,  $\delta_9$ ,  $\delta_{13}$ ,  $\delta_{17}$ ,  $\delta_{21}$ ,  $\delta_{27}$ ,  $\delta_{28}$ ,  $\delta_{29}$  e  $\delta_{30}$  multiplicaram o percentual pelo preço de venda, como mostra a resolução de dois desses alunos abaixo.

**Figura 5** – Resoluções dos alunos  $\beta_{23}$  e  $\delta_9$

Objetivo 5:  
Calcular o preço de custo de um objeto.

Questão 5: Um objeto foi vendido por R\$ 574,00 e deu 2,5% de lucro. Qual é o custo? Justifique sua resposta. *(Castelo Branco, 2016, p. 11)*

resposta.  $x \text{ --- } 574$   
 $2,5 \text{ --- } 100$   $\left\{ \begin{array}{l} 100x = 1435,00 \\ x = \text{Lucro de } 14,35 \text{ reais ou} \\ \text{custo R\$ } 14,35 \end{array} \right.$

Objetivo 5:  
Calcular o preço de custo de um objeto.

Questão 5: Um objeto foi vendido por R\$ 574,00 e deu 2,5% de lucro. Qual é o custo? Justifique sua resposta. *(Castelo Branco, 2016, p. 11)*

resposta.  $\frac{574 \times 2,5}{100}$   $1435 \overline{) 100}$   
 $143,5 \text{ de lucro}$

Fonte: Pesquisa de campo

E os aprendizes  $\beta_{13}$ ,  $\beta_{24}$  e  $\delta_6$  dividiram 574 por 2,5, como mostra a resolução na figura abaixo.

**Figura 6** – Resoluções dos alunos  $\beta_{13}$  e  $\delta_6$

Objetivo 5:  
Calcular o preço de custo de um objeto.

Questão 5: Um objeto foi vendido por R\$ 574,00 e deu 2,5% de lucro. Qual é o custo? Justifique sua resposta. *(Castelo Branco, 2016, p. 11)*

resposta.  $220$

$35$   
 $25$   
 $150$

$574 \times 2,5$   
 $574 \overline{) 1410}$   
 $2296$   
 $3440$

$5740 \overline{) 125}$   
 $74$   
 $240$   
 $150$

$25$   
 $9$   
 $225$

Questão 5: Um objeto foi vendido por R\$ 574,00 e deu 2,5% de lucro. Qual é o custo? Justifique sua resposta.

(Castelo Branco, 2016, p. 11)

Objetivo 5:  
Calcular o preço de custo de um objeto.

O custo foi R\$ 229,60

Fonte: Pesquisa de campo

Outro erro conceitual apresentado por esse grupo de discentes.

Questões envolvendo o tema de porcentagem tem demonstrado certa dificuldade para os alunos que estão ingressando no ensino médio, pois “na sétima questão do nosso teste de sondagem que teve como objetivo calcular porcentagens, (...) das cinco turmas que participaram desse teste, a que obteve o melhor rendimento chegou a 17,95% de acerto” (FONTES; FONTES; LOBATO JÚNIOR, 2017, p. 8).

Todas essas questões acima descritas envolvem o uso de porcentagem, e a maioria desses aprendizes não conseguiu resolver as questões corretamente. Esse tema é de grande relevância para qualquer pessoa, uma vez que “este tipo de operação é muito comum no cotidiano das organizações. Por meio dele é possível saber, num certo período de tempo, a variação percentual entre dois valores como, por exemplo, as variações do dólar, das vendas, dos salários, das aplicações financeiras, de preços de produtos em diferentes fornecedores etc.” (MARTINETTI FILHO, 2010, p. 20).

A sexta questão teve como propósito calcular o montante de uma aplicação financeira no regime de juros simples. Esse tópico se mostrou muito complicado para os estudantes, pois, na turma  $\beta$ , aproximadamente 31% dos alunos erraram sua resolução e um aluno da turma  $\delta$  resolveu parcialmente o que foi pedido na situação-problema. Quase setenta por cento dos alunos da turma  $\beta$  não apresentaram nenhuma resolução ao que foi pedido. Na turma  $\delta$ , esse percentual chegou a aproximadamente noventa e cinco por cento.

Os alunos  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_4$ ,  $\beta_6$ ,  $\beta_8$ , e  $\delta_{27}$  tentaram resolver usando a fórmula de juros simples sem sucesso, como demonstra a solução de dois deles na figura abaixo.

**Figura 7** – Resoluções dos alunos  $\beta_4$  e  $\delta_{27}$

Questão 6: Qual é o montante de uma aplicação de R\$ 550,00 a uma taxa de 12% ao trimestre, juros simples, se já se passou 1 ano e 4 meses? Justifique sua resposta. (Castelo Branco, 2016, p. 52)

$$M = ?$$

$$C = 550$$

$$i = 12\%$$

$$T = 16 \text{ MESES}$$

$$M = C \cdot i \cdot T$$

$$M = \frac{550}{100} \cdot 12 \cdot 16$$

$$M = 550 \cdot 192$$

$$M = 60600$$

$$M = 606$$

o MONTANTE É 7€ 606

Objetivo 6:  
Calcular o montante de uma aplicação financeira no regime de juros simples.

Questão 6: Qual é o montante de uma aplicação de R\$ 550,00 a uma taxa de 12% ao trimestre, juros simples, se já se passou 1 ano e 4 meses? Justifique sua resposta. (Castelo Branco, 2016, p. 52)

$$\frac{550 \times 12}{100}$$

Juros de 66 R\$

Objetivo 6:  
Calcular o montante de uma aplicação financeira no regime de juros simples.

Fonte: Pesquisa de campo

O primeiro confundiu o montante com o juro e o segundo parece ter se lembrado de parte da fórmula de juros simples. Outro detalhe é que para usar a fórmula dos juros, a taxa e o tempo precisam estar na mesma unidade, que não é o caso desse grupo de alunos citados aqui nessa parte. Nesse grupo, tivemos ainda um aluno que subtraiu o capital da taxa, outro multiplicou o capital pela taxa e outro somente apresentou o valor de 6.600,00.

Abordar o tema de juros simples para alunos que estão ingressando no ensino médio tem apresentado certas dificuldades, como demonstram os dados acima. Esse fato foi registrado também na pesquisa de Fontes, Fontes & Lobato Júnior (2017, p. 10), que mencionaram “das cinco turmas que realizaram um teste de sondagem, a turma que acertou o maior número de questões sobre o tema obteve um percentual de acerto de 35,30%”.

No estudo de Fontes, Fontes & Miranda (2019, p. 483), eles observaram também dificuldades nesse tema nos alunos que ingressaram no ensino médio, quando afirmam: “Na sétima questão do nosso teste cujo objetivo foi determinar os juros simples de uma aplicação financeira, nenhum aluno acertou a referida questão. Um aluno tentou resolver, mas não chegou ao resultado esperado e 96,87% dos estudantes não apresentaram nenhuma resolução para essa questão”.

A sétima questão teve como propósito determinar o capital inicial de uma aplicação em regime de juros compostos. Quase 31% dos educandos da turma  $\beta$  erraram

a questão e aproximadamente 12% dos alunos da turma  $\delta$  não chegaram à resolução da situação-problema proposta. O percentual de questões sem nenhuma resolução foi muito alto nas duas turmas, como registrado na tabela acima.

Os estudantes  $\beta_{13}$ ,  $\delta_{32}$ , e  $\delta_{33}$  relacionaram a taxa com o montante dessa aplicação, como mostra a resolução de dois deles abaixo.

**Figura 8** – Resoluções dos alunos  $\beta_{13}$  e  $\delta_{33}$

**Objetivo 7:**  
Determinar o capital inicial de uma aplicação em regime de juros compostos.

**Questão 7:** Determinar o valor de um investimento que foi realizado pelo regime de juros compostos, com uma taxa de 2,8% ao mês, produzindo um montante de R\$ 2.500,00 ao fim de 25 meses. Justifique sua resposta. (Castelo Branco, 2016, p. 79)

Handwritten solution for  $\beta_{13}$ :  

$$25 \cdot 2,8\% = 0,7$$

$$2500 - 0,7 = 2499,3$$

$$2499,3 - 0,7 = 2498,6$$

$$\dots$$

$$200$$

**Objetivo 7:**  
Determinar o capital inicial de uma aplicação em regime de juros compostos.

**Questão 7:** Determinar o valor de um investimento que foi realizado pelo regime de juros compostos, com uma taxa de 2,8% ao mês, produzindo um montante de R\$ 2.500,00 ao fim de 25 meses. Justifique sua resposta. (Castelo Branco, 2016, p. 79)

Handwritten solution for  $\delta_{33}$ :  

$$2,8\% - 2,500$$

Fonte: Pesquisa de campo

Na resolução de  $\beta_{13}$ , ele ainda dividiu o valor resultante pelo tempo de aplicação, porém a resolução dele está equivocada. Enquanto o  $\delta_{33}$  apenas relacionou a taxa com o montante, como demonstra a sua resolução acima.

Ainda nessa questão, os discentes  $\beta_1$  e  $\beta_4$  utilizaram a fórmula dos juros simples para resolver essa questão que é de juros compostos. Abaixo, temos o registro de um deles.

**Figura 9** – Resolução dos alunos  $\beta_4$

**Objetivo 7:**  
Determinar o capital inicial de uma aplicação em regime de juros compostos.

**Questão 7:** Determinar o valor de um investimento que foi realizado pelo regime de juros compostos, com uma taxa de 2,8% ao mês, produzindo um montante de R\$ 2.500,00 ao fim de 25 meses. Justifique sua resposta. (Castelo Branco, 2016, p. 79)

Handwritten solution for  $\beta_4$ :  

$$J = \frac{C \cdot i \cdot T}{100}$$

$$J = \frac{2.500 \cdot 2,8\% \cdot 25}{100}$$

$$J = 150$$

Fonte: Pesquisa de campo

Observou-se que, em algumas situações, determinados alunos usam as fórmulas de juros simples para resolver situações-problema de juros compostos. Outros professores também encontraram essa situação em seus estudos, quando concluíram que “nas questões de juros compostos, vimos alguns discentes tentando resolvê-las com as fórmulas de juros simples”. (FONTES & FONTES, 2020, p. 193).

A última questão perguntava se eles haviam encontrado dificuldades na resolução das situações-problema apresentadas. A tabela 2 abaixo registra as principais dificuldades apresentadas pelos estudantes que participaram dessa atividade.

**Tabela 2**– Principais dificuldades encontradas pelos alunos que participaram desse teste de sondagem sobre os tópicos de Porcentagem e Juros

<b>Turma</b>	<b>Dificuldades</b>	<b>Porcentagem</b>
<b>Turma <math>\beta</math></b>	Não respondeu	34,62%
	Mencionaram diretamente as questões de juros	15,39%
	Porcentagem	11,54%
	Não lembro como resolver	19,23%
	Quase todas	3,85%
	Questões 4, 5, 6 e 7	7,69%
	Não sei potenciação	3,85%
	Não aprendi no ensino fundamental	3,85%
<b>Turma <math>\delta</math></b>	Em todas	35,29%
	Mencionaram diretamente as questões de juros	17,65%
	Porcentagem	8,82%
	Mencionaram ter muitas dificuldades	14,71%
	Não lembro como fazer	14,71%
	Não me lembro de ter estudado o assunto	8,82%

Fonte: Os autores

Muitos alunos das duas turmas mencionaram que o tópico de juros proporcionou a eles muitas dificuldades, como mostra a tabela 2. Esse tema está no currículo do ensino fundamental, por isso era esperado que eles apresentassem certo domínio sobre o assunto, porém não foi isso que encontramos nesse estudo.

Os educandos  $\beta_1$ ,  $\beta_4$ ,  $\beta_{13}$ ,  $\beta_{16}$ ,  $\delta_9$ ,  $\delta_{19}$ ,  $\delta_{21}$ ,  $\delta_{28}$ ,  $\delta_{30}$  e  $\delta_{32}$  relataram terem encontrado dificuldade diretamente em relação ao tópico de juros.

**Figura 10** – Comentários dos alunos  $\beta_{13}$  e  $\delta_{19}$

Questão 8: Você encontrou alguma dificuldade em resolver essas questões? Caso sua resposta seja afirmativa, quais foram essas dificuldades?

no 7-6

Questão 8: Você encontrou alguma dificuldade em resolver essas questões? Caso sua resposta seja afirmativa, quais foram essas dificuldades?

Sim, não consegui resolver a 6 e 7.

Fonte: Pesquisa de campo

As questões seis e sete são as questões de juros simples e compostos mencionadas pelos alunos acima.

Outros estudos, como os de Fontes, Fontes & Lobato Júnior (2017, p. 10) também registraram as dificuldades de outros alunos ingressando no ensino médio com relação ao estudo de juros, quando relatam que “nessa última questão percebemos o baixo rendimento de nossos alunos quanto ao conceito de juros tão importante no nosso cotidiano”. Aqui os autores se referem ao tópico de juros simples.

Com seus alunos do terceiro ano do ensino médio, Pinheiro (2016, p. 71-73) mostra uma falha de entendimento: em uma aplicação de juros compostos, alguns alunos calcularam o valor do montante, porém o valor do imposto de renda pedido na questão dependia dos juros obtidos dessa aplicação e não do cálculo do resgate. O autor comenta que ficou evidente a falta de interpretação desses discentes na situação-problema apresentada.

Quanto ao tópico de porcentagem, ele tem demonstrado certa complexidade para os educandos, como mencionado por vários estudantes das duas turmas que participaram desse estudo. Aproximadamente 34% das duas turmas afirmaram que não sabem como resolver essas questões, como mostra a tabela 2.

Os estudantes  $\beta_9$ ,  $\beta_{21}$ ,  $\beta_{23}$ ,  $\delta_{18}$ ,  $\delta_{23}$  e  $\delta_{34}$  mencionaram diretamente terem dificuldades em porcentagem, como mostra a tabela 2 acima.

**Figura 11** – Comentários dos alunos  $\beta_9$  e  $\delta_{34}$

**Questão 8:** Você encontrou alguma dificuldade em resolver essas questões? Caso sua resposta seja afirmativa, quais foram essas dificuldades?

Sim, eu não lembro mais como calcular porcentagens. Nem com a ajuda da calculadora.

**Questão 8:** Você encontrou alguma dificuldade em resolver essas questões? Caso sua resposta seja afirmativa, quais foram essas dificuldades?

Sim! porque na minha antiga escola os professores de matemática não sabiam ensinar porcentagem direito.

Fonte: Pesquisa de campo

Essas dificuldades no tópico de porcentagem mencionadas acima trazem consequências desagradáveis para esses discentes, pois são muitas as aplicações desse tema em várias áreas como Geografia, Química, Física, Economia, Estatística, entre outras.

Na turma  $\delta$ , mais de 35% afirmaram ter dificuldade em todas as questões, ou seja, esses temas não foram incorporados por esses alunos.

Essas dificuldades apresentadas neste estudo, em relação aos educandos que estão ingressando no ensino médio, foram também encontradas em alunos que entraram nesse mesmo nível de ensino na investigação de Fontes, Fontes & Lobato Júnior (2017, p. 11), que concluíram: “em nosso estudo os resultados apontam que precisamos melhorar com os nossos estudantes os seguintes tópicos: razão com porcentagem, regra de três simples e composta, porcentagem e juros simples”.

Em outro estudo com alunos da primeira série do ensino médio sobre o tema de matemática financeira, temos que “nesta pesquisa os resultados apontam para uma deficiência muito grande sobre os conhecimentos básicos de matemática financeira” (FONTES; FONTES & MIRANDA, 2019, p. 486).

Esses problemas estão também aparecendo na saída dos estudantes nessa última etapa da educação básica, tendo em vista que “os discentes apresentaram uma lacuna muito grande nos fundamentos de Matemática Financeira, porque em todas as questões apresentadas foram muitas questões sem nenhuma resolução para os problemas propostos, poucos alunos acertaram a resolução das questões propostas e alguns apresentaram em sua resolução erro conceitual” (FONTES, 2018, p. 129).



Em outro estudo nessa mesma etapa do ensino médio, vários aprendizes apresentaram muitos erros conceituais sobre conceitos básicos de matemática financeira, já que:

Nenhum educando acertou as questões referentes à variação percentual e juros compostos. O maior índice de questões sem nenhuma resolução foi no tópico de variação percentual, com 88,23% dos discentes não apresentando nenhuma resolução para a situação-problema apresentada; e logo depois vieram os problemas de juros simples e de juros compostos, com 76,47% dos estudantes não apresentando nenhuma resolução para o que foi pedido em cada questão. No tópico de juros simples, somente um aluno acertou a resolução dessa questão (FONTES & FONTES, 2020, p. 193).

Esses obstáculos precisam ser contornados na formação desses estudantes para que possam entender os fundamentos da matemática financeira e com isso aplicá-los no seu cotidiano.

### **Considerações finais**

Este trabalho teve como propósito descrever os conhecimentos prévios de porcentagem e juros em alunos do Ensino Médio Técnico em uma escola pública em Belém do Pará em 2020.

Neste estudo, nenhum estudante acertou as questões referentes ao cálculo do lucro de uma transação financeira, do preço de custo de um objeto, do montante de uma aplicação de juros simples e do cálculo do capital de uma aplicação de juros compostos.

No geral, o rendimento desses estudantes foi muito baixo, o que gera certa preocupação para a formação deles num assunto que é para a vida como um todo.

Observamos, na análise das resoluções desses discentes, a falta de habilidade em lidar com a máquina de calcular, já que em algumas situações de cálculos considerados simples eles não conseguiram desenvolver as operações necessárias para a resolução das questões.

Muitos erros conceituais foram apresentados por alguns desses estudantes em suas resoluções, isso demonstra que os fundamentos da matemática financeira ainda não foram incorporados na estrutura cognitiva deles.

Problemas de interpretação dos enunciados das situações propostas foram encontrados em várias resoluções desses aprendizes.

Muitas questões sem resolução foram registradas neste teste de sondagem, o que gera certa preocupação quanto ao conhecimento desses alunos.

Para contornar essa situação em que eles se encontram, estamos propondo atividades de ensino sobre os temas citados acima e outros de matemática financeira. Posteriormente a essas atividades, vamos empregar um instrumento parecido com o que foi aplicado neste estudo para verificar se haverá uma melhora no rendimento desses educandos.

## Referências

ASSAF NETO, A. **Matemática Financeira e suas aplicações**. 13. ed. São Paulo: Atlas, 2016.

CASTELO BRANCO, A. C. **Matemática Financeira Aplicada - Método algébrico, HP – 12C, Microsoft Excel – 4. ed.** revista e ampliada. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

FONTES, M. M.; FONTES, D. J. S.; LOBATO JÚNIOR, D. **Estudo exploratório de Matemática Financeira em alunos do ensino médio**. In: ENCONTRO PARAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2017, Belém. Anais XI EPAEM. Belém: IFPA, 2017. p. 1-12.

FONTES, M. M. Matemática Financeira no Ensino Médio: Um estudo exploratório. In: **COINSPIRAÇÃO - Revista de Professores que ensinam matemática – SBEM/Mato Grosso v. 1, n. 2, Julho/Dezembro de 2018**. Disponível em: <http://sbemmatogrosso.com.br/publicacoes/>. Acesso: 22 mai. 2020.

FONTES, M. M.; FONTES, D.J.S. & MIRANDA, J. S. Examinando os conhecimentos de matemática financeira básica no ensino médio. In: **Revista Hipótese. v. 5, n. único. p. 473 – 487, 2019**. Disponível em: <https://revistahipotese.webnode.com/copia-de-edicao-2019/>. Acesso: 2 mai. 2020.

FONTES, M. M. & FONTES, D. J. S. Matemática Financeira no ensino médio técnico: análise de erros apresentados por alunos do terceiro ano. *In: Professor de Matemática Online: Revista eletrônica da Sociedade Brasileira de Matemática - PMO*. v. 8, n. 2. p. 180 – 194, 2020. DOI: <https://doi.org/10.21711/2319023x2020/pmo814>. Disponível em: <http://pmo.sbm.org.br/>. Acesso: 24 mai. 2020.

LACHTERMACHER, G. et al. **Matemática Financeira**. Rio de Janeiro: FGV, 2018.

MARTINETTI FILHO, A. **Matemática Financeira: HP 12C, MS Excel, BrOffice Calc**. Campinas, SP: Editora Alínea, 2010.

McMILLAN, J.; SCHUMACHER, S. INVESTIGACIÓN EDUCATIVA: UNA INTRODUCCIÓN CONCEPTUAL. 5. ED. TRADUCCIÓN JOAQUÍN SÁNCHEZ BAIDES. PEARSON EDUCACIÓN, S. A. MADRID, 2005.

PINHEIRO, C. J. C. CONTRIBUIÇÕES DA MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA O ENSINO MÉDIO: O USO DE TRIBUTOS EM TAREFAS DE SALA DE AULA. 2016, 86F. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2016.

## MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA NO INÍCIO DO ENSINO MÉDIO TÉCNICO DE UMA ESCOLA PÚBLICA

Maurício de Moraes Fontes  
SEDUC-PA  
[mauriciofontes@gmail.com](mailto:mauriciofontes@gmail.com)

Dineusa Jesus dos Santos Fontes  
SEDUC-PA  
[dineusa@gmail.com](mailto:dineusa@gmail.com)

### Resumo

Os conhecimentos básicos de Matemática Financeira são essenciais para que as pessoas possam entender como analisar e interpretar dados em faturas do cartão de crédito, da companhia de saneamento básico, das centrais de energia elétrica, entre outros. O objetivo deste estudo foi analisar os conhecimentos básicos de matemática financeira dos alunos que estão ingressando no ensino médio técnico de uma escola pública em Belém do Pará em 2018. A metodologia aplicada foi a Qualitativa com estudo descritivo. A amostra foi não probabilística com sessenta e cinco alunos de duas turmas da primeira série do ensino médio. Para coletar os dados, foi utilizada uma prova de dez questões discursivas sobre os fundamentos de Matemática Financeira. Os resultados apresentados nesse estudo mostram que os estudantes não acertaram nenhuma questão referente aos tópicos de regra de três composta, juros simples e compostos. No tópico de porcentagem, na questão três, nenhum estudante acertou a sua resolução e, nas questões dois e seis, os percentuais de acerto foram muito baixos, demonstrando assim que esse tópico também tem se tornado dificultoso.

**Palavras-chave:** Matemática Financeira. Alunos. Ensino Médio. Escola Técnica

## 1 INTRODUÇÃO

O Ensino de Matemática Financeira vem ganhando ainda mais destaque na mídia com a implantação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em nosso país, pois, para se educar financeiramente, todo cidadão necessita dos conhecimentos desse tópico para poder exercer sua cidadania. Esta só é exercida quando as pessoas adquirem certos conhecimentos em áreas específicas de suas vidas para poderem argumentar em situações cotidianas.

E uma dessas áreas tem a ver com as finanças pessoais, familiares e empresariais. Em todas elas, as pessoas precisam estar conscientes de que saber lidar com os fundamentos da matemática financeira irá lhes proporcionar grandes benefícios. Ganhos esses que podem ser no momento de comprar um objeto à vista com o pedido

de desconto, de poupar para poder comprar um imóvel, de fazer uma viagem, de fazer um curso de idiomas, de investir, entre outros. Para Bonjorno, Bonjorno & Olivares (2006, p. 284) “também é possível ganhar juro numa aplicação financeira”. Por isso, é melhor investir do que se endividar.

O estudo da matemática financeira possibilita a compreensão de conceitos matemáticos de forma simples e de aplicação visível para o aluno. Sendo assim, é possível perceber que todos podem aprender conceitos básicos de matemática, que contribuirão para a melhoria de sua qualidade de vida (RODRIGUES & PETRY, 2015, p. 19).

Para todas essas situações, as pessoas precisam demonstrar conhecimentos básicos nos tópicos de matemática financeira, uma vez que para Lachtermacher et al (2018, p. 14) “a matemática financeira é uma ferramenta de auxílio à tomada de decisão financeira”. Decisões essas que mudarão a vida de qualquer pessoa, basta ter domínio desses fundamentos para poder aplicar o dinheiro na melhor opção de investimento, e com isso gerar bons dividendos.

Pelos argumentos apresentados acima, esse trabalho teve como objetivo analisar os conhecimentos básicos de matemática financeira dos alunos que estão ingressando no ensino médio técnico de uma escola pública em Belém do Pará em 2018.

## **2 MARCO DE REFERÊNCIA**

Os conhecimentos básicos de Matemática Financeira são essenciais para que as pessoas possam entender como analisar e interpretar dados das faturas do cartão de crédito, da companhia de saneamento básico, das centrais de energia elétrica, da companhia de telefone, entre outros, pois “praticamente todos os dias, ao abrir jornais ou revistas, ouvir rádio, assistir a debates ou à televisão, observamos expressões matemáticas relacionadas à porcentagem” (MORI & ONAGA, 2009, p. 236). Essa e outras partes desse tema são importantes para que as pessoas, de modo geral, possam ler, entender, compreender e se posicionar frente aos noticiários.

A Matemática Financeira é uma área da Matemática que fornece subsídios para que as pessoas possam analisar criticamente situações cotidianas envolvendo

percentagens, juros, investimentos, entre outros (CHAVANTE & PRESTES, 2016, p. 177).

Tratar desse tópico na escola é essencial para que os alunos possam trabalhar certas situações cotidianas, como lidar com o dinheiro, calcular o percentual de uma área da escola para construir uma horta, entender os juros embutidos nos boletos bancários, trabalhar em sala de aula situações envolvendo financiamentos, fazer projeções de investimento com simuladores na sala de informática, etc. Para Lachtermacher et al (2018, p. 11) “a matemática financeira trata dos cálculos que nos permitem manipular valores financeiros (dinheiro) ao longo do tempo, com o objetivo de fazer comparações consistentes entre diferentes alternativas de investimentos para tomar a melhor decisão”.

Assaf Neto (2016, p. 1) também ressalta a importância desse tema quando afirma: “A matemática financeira trata, em essência, do estudo do valor do dinheiro ao longo do tempo. O seu objetivo básico é o de efetuar análises e comparações dos vários fluxos de entrada e saída de dinheiro de caixa verificados em diferentes momentos”. Dessa forma, entende-se que certa quantia hoje não terá o mesmo poder aquisitivo daqui a um ano.

Saber lidar com esse tema é de vital importância para que qualquer cidadão possa exercer sua cidadania, para não ser fisgado com propagandas que buscam de todas as formas vender seus bens e serviços.

### **3 MARCO METODOLÓGICO**

Esta pesquisa foi realizada no segundo dia do mês de março de 2018 em uma Escola Estadual de Ensino Médio Técnico. Essa escola faz parte da Rede de Escolas de Ensino Técnico do Estado do Pará (EETEPA).

A metodologia aplicada no presente trabalho foi a Qualitativa com estudo descritivo. A amostra foi intencional, pois ao contrário da determinação de probabilidade, consiste em “selecionar casos com abundante informação para estudos detalhados” (PATTON, 1990, p. 169), citado por McMillan & Schumacher (2005, p. 406). Por conseguinte, a amostra foi composta de duas turmas da primeira série do ensino médio, que designaremos a partir daqui de Turma A com 31 alunos, nominados por A<sub>1</sub>,

$A_2, \dots, A_{31}$ , sendo vinte e sete do sexo masculino e quatro do feminino e a Turma E com 34 estudantes, representados por  $E_1, E_2, \dots, E_{34}$ , com vinte e nove estudantes do sexo masculino e cinco do feminino.

O instrumento usado para coletar dados nessa atividade foi um questionário com dez questões abertas referente ao tema de Matemática Financeira básica em situações reais retiradas dos livros de Bonjorno, Bonjorno & Olivares (2006), Mori & Onaga (2009), Giovanni & Giovanni Júnior (2010), Centurión & Jakubovic (2012), Chavante (2015) e Chavante & Prestes (2016). A escolha de retirar as situações-problema desses livros é que foram aprovados pelo PNLD.

Essa atividade teve a duração de duas horas-aula, cada uma de quarenta e cinco minutos, e os alunos foram orientados a usar uma calculadora para ajudar nos cálculos.

Após análise preliminar dos dados, chegamos à seguinte codificação: (QRC) significa Questões Resolvidas Corretamente, (QRP) Questões Resolvidas Parcialmente, (QRE) Questões Resolvidas Erradamente e (QSR) Questões Sem Resolução.

Consideremos como QRP as resoluções em que os discentes começam a resolução corretamente, porém, durante o processo de resolução, param ou cometem erros, não chegando à resposta esperada.

#### 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A tabela abaixo mostra o comparativo no rendimento entre as duas turmas da primeira série do ensino médio técnico de uma escola pública sobre os tópicos de matemática financeira básica aplicado no mês de março de 2018 em Belém do Pará.

**Tabela 1:** Comparativo de duas turmas da primeira série do ensino médio técnico em Belém do Pará em 2018 sobre os fundamentos de matemática financeira

Questão	Turma	QRC	QRP	QRE	QSR
Q1	A	22,58%	0%	74,19%	3,23%
	E	0%	2,94%	85,29%	11,77%
Q2	A	6,45%	3,23%	45,16%	45,16%
	E	14,71%	0%	61,77%	23,53%
Q3	A	0%	16,13%	45,16%	38,71%
	E	0%	5,88%	70,59%	23,53%
Q4	A	0%	0%	38,71%	61,29%
	E	0%	0%	44,12%	55,88%
Q5	A	48,39%	0%	32,25%	19,36%

	E	55,88%	0%	29,41%	14,71%
Q6	A	0%	0%	70,97%	29,03%
	E	5,88%	0%	79,41%	14,71%
Q7	A	0%	0%	48,39%	51,61%
	E	0%	0%	73,53%	26,47%
Q8	A	0%	0%	35,48%	64,52%
	E	0%	0%	52,94%	47,06%

Fonte: Os autores

Em relação à primeira questão, que teve como objetivo calcular a densidade demográfica de alguns municípios do nordeste brasileiro, as duas turmas apresentaram um péssimo rendimento nesse assunto de acordo com os valores apresentados na tabela 1. Aproximadamente três quartos dos alunos da turma A erraram essa questão e um pouco mais de oitenta e cinco por cento dos discentes da turma E erraram o cálculo da densidade demográfica.

Dos vinte e quatro estudantes que participaram do estudo de Fontes (2018, p.5), seis alunos erraram a resolução da mesma questão e dezoito não apresentaram nenhuma resolução. Esse tópico parece não estar bem organizado na estrutura cognitiva desses alunos, pois, de acordo com Chavante (2015, p.125), densidade demográfica: “é a razão entre a quantidade de habitantes e a área da superfície de certa região”. Na figura 1, apresentamos um erro que parece comum quando trabalhamos o conceito de densidade demográfica nas aulas de matemática.

**Figura 1:** Relato de A<sub>31</sub> e E<sub>34</sub>.

1. A tabela a seguir apresenta regiões do Nordeste brasileiro que chamam atenção pelo intenso processo de desertificação.

Regiões em processo de desertificação		
Região	Área (Km <sup>2</sup> )	População
Gilbués (Piauí)	6 131	10 000
Irauçuba (Ceará)	4 000	34 250
Cabrobó (Pernambuco)	5 960	24 000

De acordo com a tabela, qual dessas três regiões apresentava na época:

a) maior densidade demográfica?  
*Gilbués*

b) menor densidade demográfica?  
*Irauçuba*

1. A tabela a seguir apresenta regiões do Nordeste brasileiro que chamam atenção pelo intenso processo de desertificação.

Regiões em processo de desertificação		
Região	Área (Km <sup>2</sup> )	População
Gilbués (Piauí)	6 131	10 000
Irauçuba (Ceará)	4 000	34 250
Cabrobó (Pernambuco)	5 960	24 000

De acordo com a tabela, qual dessas três regiões apresentava na época:

a) maior densidade demográfica?  
*Cabrobó (Pernambuco)*

b) menor densidade demográfica?  
*Irauçuba (Ceará)*

Fonte: Arquivo dos autores.

Temos, na figura acima, a resposta de dois alunos que erraram essa situação-



problema. Parece que eles consideraram a relação de maior área com maior densidade e menor área com menor densidade. Essa má formação conceitual demonstrada por boa parte dos estudantes que participaram dessa pesquisa é preocupante, dada a importância do tema, pois “você já deve ter ouvido falar ou deve ter lido alguma coisa sobre escala, densidade demográfica, velocidade média e densidade de um corpo. Todas são aplicações de razões e, por esse motivo, representam razões especiais (GIOVANNI & GIOVANNI JÚNIOR, 2010, p. 235).

A segunda questão teve como propósito calcular porcentagem direta. O percentual de acertos nas duas turmas foi muito baixo como mostra a tabela 1. A porcentagem de questões resolvidas erradamente nas duas turmas foi alta e das questões sem resolução também não foi satisfatória. Abaixo vamos mostrar uma das situações erradas que apareceram nas duas turmas.

**Figura 2:** Relato de A<sub>10</sub> e E<sub>18</sub>

2. O “velho Chico”, como é conhecido o rio São Francisco, é o maior rio totalmente brasileiro.

Ele tem uma extremidade de 2900 km e banha cinco Estados: Minas Gerais, Bahia, Pernambuco, Alagoas e Sergipe. Aproximadamente 26% de sua extensão atravessa as regiões mais áridas desses estados.

Quantos quilômetros do “velho Chico” banham as regiões mais áridas desses estados?

Fonte: Leda Isola; Vera Caldini. Atlas geográfico Saraiva. São Paulo: Saraiva, 2004.

$$2) R = 75.400$$

2. O “velho Chico”, como é conhecido o rio São Francisco, é o maior rio totalmente brasileiro.

Ele tem uma extremidade de 2900 km e banha cinco Estados: Minas Gerais, Bahia, Pernambuco, Alagoas e Sergipe. Aproximadamente 26% de sua extensão atravessa as regiões mais áridas desses estados.

Quantos quilômetros do “velho Chico” banham as regiões mais áridas desses estados?

Fonte: Leda Isola; Vera Caldini. Atlas geográfico Saraiva. São Paulo: Saraiva, 2004.

R = ele banham 75.400 da regiões

Fonte: Arquivo dos autores

Parece que eles fizeram a seguinte operação:  $26 \times 2900 = 75400$  e esqueceram que é um cálculo percentual, logo precisavam calcular  $26\% \times 2900 = 754$  km.

No estudo de Fontes (2018, p.7), nesse mesmo tema, 87,5% dos alunos não apresentaram nenhuma resolução para essa questão.

A terceira questão teve como objetivo calcular problemas de regra de três composta. Nenhum educando das duas turmas acertou a resolução dessa questão. A soma dos percentuais de questões resolvidas erradamente e sem resolução foi alta nessa questão.

Alguns alunos nas duas turmas armaram corretamente o algoritmo da regra de três composta, mas não terminaram a resolução, como demonstra a figura abaixo.

**Figura 3:** Relato de A<sub>29</sub> e E<sub>27</sub>

3. Leonardo Fibonacci foi um dos matemáticos italianos mais brilhantes de sua época. Em 1202, Fibonacci publicou a obra Liber abaci, em que consta o seguinte problema:

[...] Um certo rei envia 30 homens a seu pomar para plantar árvores. Se eles podem plantar 1 000 árvores em 9 dias, em quantos dias 36 homens plantariam 4 400 árvores? [...].

EYES, H. *Introdução à História da matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004, p. 316.

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 3000} \quad 9 \\ 36 \overline{) 4400} \quad x \\ x = \frac{4.400}{36} = 122 \text{ dias e } 2 \text{ hor} \end{array}$$

3. Leonardo Fibonacci foi um dos matemáticos italianos mais brilhantes de sua época. Em 1202, Fibonacci publicou a obra Liber abaci, em que consta o seguinte problema:

[...] Um certo rei envia 30 homens a seu pomar para plantar árvores. Se eles podem plantar 1 000 árvores em 9 dias, em quantos dias 36 homens plantariam 4 400 árvores? [...].

EYES, H. *Introdução à História da matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004, p. 316.

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 3000} \quad 9 \\ 36 \overline{) 4400} \quad x \\ \frac{9}{x} = \frac{4400}{36} \quad \frac{36}{x} = \frac{4400}{9} \\ x = \frac{4400}{36} \quad x = \frac{4400}{36} \end{array}$$

Fonte: Arquivo dos autores

O aluno A<sub>29</sub> utilizou apenas a segunda linha da sua resolução, enquanto o estudante E<sub>27</sub> armou e analisou corretamente as grandezas, todavia, depois de simplificar os valores, errou o cálculo final de sua questão.

Esse tema tem provocado certa preocupação, visto que, em Fontes (2018, p. 7), temos que 95,83% dos educandos não apresentaram nenhuma resolução para essa questão de regra de três composta.

A quarta questão teve como objetivo aplicar porcentagem no cálculo de impostos. Esse assunto parece ser um problema para grande parte dos alunos dessas duas turmas, como mostra a tabela 1. Os estudos de Fontes (2018, p. 8) também demonstram que nenhum aluno em sua pesquisa acertou essa situação-problema.

Questões envolvendo o tema de porcentagem tem demonstrado certa

dificuldade para os estudantes que estão ingressando no ensino médio, pois “na sétima questão do nosso teste de sondagem, que teve como objetivo calcular porcentagens. (...), das cinco turmas que participaram desse teste, a que obteve o melhor rendimento chegou a 17,95% de acerto” (FONTES, FONTES & LOBATO JÚNIOR, 2017, p. 8). Temos observado que muitos educandos têm apresentado dificuldades nesse tópico da matemática ao iniciarem seus estudos no ensino médio.

A quinta questão teve como propósito calcular regra de três simples. Essa situação-problema foi a que melhor rendimento apresentaram as duas turmas dentre as questões propostas de acordo com a tabela 1. Embora tenha apresentado um rendimento melhor que as outras questões, muitos erros foram apresentados nas resoluções de alguns estudantes. Abaixo mostramos a resolução de dois discentes.

Figura 4: Extrato de A<sub>10</sub> e E<sub>29</sub>

5. Leia a notícia de jornal e examine a tabela.

**Percepção dos motoristas em acidentes\***

\*Considerando o tempo médio de um segundo para a reação.

Imagine um motorista atento (sem ter bebido, sem sono nem falando ao celular) a uma velocidade de 80 km/h. Quando notar a presença de um pedestre ou obstáculo, ainda andará 22 metros até ter uma primeira reação de colocar seu pé no freio ou de desviar seu veículo.

Fonte: Folha de S. Paulo, São Paulo, 16/11/2003, p. C-4.

Veja a tabela:

Velocidade do veículo	Distância percorrida até a reação
80 km/h	22 m
40 km/h	11 m

Calcule qual seria a distância percorrida até haver uma reação do motorista se o carro estivesse a 120 km/h?

5) 62 m

5. Leia a notícia de jornal e examine a tabela.

**Percepção dos motoristas em acidentes\***

\*Considerando o tempo médio de um segundo para a reação.

Imagine um motorista atento (sem ter bebido, sem sono nem falando ao celular) a uma velocidade de 80 km/h. Quando notar a presença de um pedestre ou obstáculo, ainda andará 22 metros até ter uma primeira reação de colocar seu pé no freio ou de desviar seu veículo.

Fonte: Folha de S. Paulo, São Paulo, 16/11/2003, p. C-4.

Veja a tabela:

Velocidade do veículo	Distância percorrida até a reação
80 km/h	22 m
40 km/h	11 m

Calcule qual seria a distância percorrida até haver uma reação do motorista se o carro estivesse a 120 km/h?

242 m

Fonte: Arquivo dos autores

Os dois alunos registrados na figura 4 apresentaram um valor como resolução, mas sem nenhuma justificativa para esse valor apresentado. Vários outros estudantes nas duas turmas resolveram da mesma forma.



e ainda errou essa operação. Já o estudante E<sub>18</sub> tentou dobrar o valor do capital inicial.

Em Fontes (2018, p. 10), uma aluna resolveu parcialmente essa questão, 8,33% dos educados erraram a resolução e 87,5% não apresentaram nenhuma resolução para esse tópico.

Abordar o tema de juros simples para alunos que estão ingressando no ensino médio também tem demonstrado ser dificultoso, tendo em vista que também na pesquisa de Fontes, Fontes & Lobato Júnior (2017, p. 10), das cinco turmas que realizaram um teste de sondagem, a turma que acertou o maior número de questões sobre o tema obteve um percentual de acerto de 35,30%.

A oitava questão teve como objetivo calcular o montante numa capitalização composta de uma aplicação financeira. Nesse tópico, nenhum aluno das duas turmas acertou o problema proposto como demonstra a tabela 1. Abaixo, temos um erro comum encontrado nas duas turmas.

**Figura 6:** Extrato de A<sub>13</sub> e E<sub>11</sub>

8. O Professor Mauro aplicou R\$ 10.000,00 numa instituição financeira a uma taxa de 1,2% ao mês em 6 meses no regime de capitalização composta. Após esse período de aplicação, quanto ele resgatará dessa instituição?

720

8. O Professor Mauro aplicou R\$ 10.000,00 numa instituição financeira a uma taxa de 1,2% ao mês em 6 meses no regime de capitalização composta. Após esse período de aplicação, quanto ele resgatará dessa instituição?

720.00 R\$

Fonte: Arquivo dos autores

Podemos pensar em várias explicações para as respostas desses dois alunos acima, uma delas pode ser  $1,2 \times 100 \times 6 = 720$ . Esse tópico também tem revelado ser problemático para esses discentes. Em Fontes (2018, p. 11), uma aluna teve a questão

resolvida erradamente e os demais não apresentaram nenhuma resolução para a situação-problema.

A penúltima questão perguntou se os estudantes apresentaram alguma dificuldade nesse teste, e o resultado demonstra que 90,32% dos alunos da Turma A apresentaram dificuldades, 3,23% afirmaram não ter dificuldades e 6,45% não responderam. Já a Turma E, 73,53% dos alunos apresentaram dificuldades, 8,82% não apresentaram dificuldades e 17,65% não responderam ao questionamento feito.

Fontes (2018, p. 12) perguntou se os alunos tinham apresentado alguma dificuldade em seu estudo e a resposta foi que: do total de entrevistados, 91,66% deles disseram que sim, 4,17% disseram que não e 4,17% deixaram a questão em branco.

Essa pergunta feita às duas turmas dessa pesquisa e aos educandos que participaram da pesquisa de Fontes (2018) parece evidenciar que existe uma lacuna nesse conteúdo na formação desses estudantes ingressantes no ensino médio.

A última questão perguntava qual(ais) dificuldade(s) eles encontraram. A tabela 2 mostra as principais dificuldades registradas pelos discentes que participaram dessa atividade.

**Tabela 2:** Principais dificuldades registradas pelos alunos que participaram desse teste de sondagem sobre os tópicos de matemática financeira

<b>Dificuldades</b>	<b>Turma</b>	<b>Alunos</b>	<b>Percentual</b>
Cálculo	A	A <sub>12</sub> , A <sub>18</sub> e A <sub>30</sub>	9,68%
	E	E <sub>18</sub>	2,94%
Porcentagem	A	A <sub>1</sub> , A <sub>6</sub> , A <sub>11</sub> , A <sub>27</sub> e A <sub>28</sub>	16,13%
	E	E <sub>2</sub> , E <sub>6</sub> , E <sub>21</sub> e E <sub>23</sub>	11,77%
Não respondeu à pergunta	A	A <sub>3</sub> , A <sub>5</sub> , A <sub>7</sub> , A <sub>20</sub> e A <sub>24</sub>	16,13%
	E	E <sub>4</sub> , E <sub>5</sub> , E <sub>8</sub> , E <sub>13</sub> , E <sub>15</sub> , E <sub>17</sub> , E <sub>27</sub> , E <sub>28</sub> , E <sub>29</sub> , E <sub>32</sub> , E <sub>33</sub> e E <sub>34</sub>	35,29%
Todas	A	A <sub>4</sub> , A <sub>8</sub> , A <sub>9</sub> , A <sub>10</sub> , A <sub>13</sub> , A <sub>15</sub> , A <sub>16</sub> , A <sub>22</sub> , A <sub>23</sub> , A <sub>25</sub> e A <sub>31</sub>	35,48%
	E	E <sub>3</sub> , E <sub>10</sub> , E <sub>11</sub> , E <sub>12</sub> , E <sub>16</sub> e E <sub>25</sub>	17,65%
Quase todas	A	A <sub>21</sub>	3,23%
	E	E <sub>9</sub> e E <sub>26</sub>	5,88%
Interpretação	A	A <sub>2</sub>	3,23%
	E	E <sub>1</sub> , E <sub>7</sub> e E <sub>30</sub>	8,82%
Porcentagem e Regra de três	A	A <sub>17</sub> e A <sub>26</sub>	6,45%
Porcentagem e Juros	E	E <sub>14</sub> , E <sub>20</sub> e E <sub>22</sub>	8,82%

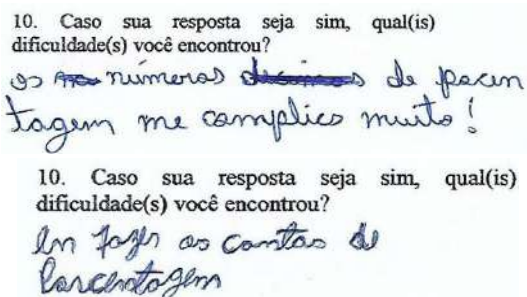
Regra de três composta	A	A19	3,23%
Razão/Porcentagem/ R3Simples		A29	3,23%
Juros		A14	3,23%
Falta de uma calculadora	E	E31	2,94%
Um pouco difícil		E19	2,94%
Não teve explicação antes do teste começar		E24	2,94%

Fonte: Os autores

Depois de analisar os registros dos estudantes quanto as suas dificuldades, procuramos agrupá-las como demonstra o início da tabela 2. Já no final da tabela acima, aparecem aquelas dificuldades que não foram comuns às duas turmas.

Vamos registrar algumas dessas situações com os registros dos próprios alunos. Na figura 7 abaixo, apresentamos os registros de dois discentes, um de cada turma, em relação à dificuldade em lidar com o cálculo de porcentagem.

**Figura 7:** Relato de A<sub>11</sub> e E<sub>21</sub>



Fonte: Arquivo dos autores

Esses relatos confirmam o que os dados da pesquisa registram sobre o cálculo percentual. Esse tema tão importante para qualquer cidadão não foi compreendido por esses estudantes.

Outro problema que iremos ressaltar é quanto à interpretação das questões por parte dos estudantes. Abaixo temos o relato de dois discentes.

**Figura 8:** Relatos de A<sub>2</sub> e E<sub>7</sub>

10. Caso sua resposta seja sim, qual(is) dificuldade(s) você encontrou?

Porque as perguntas são  
muito confusas

10. Caso sua resposta seja sim, qual(is) dificuldade(s) você encontrou?

Muitos, primeiro não sabia calcular  
nenhuma das perguntas, não  
sabia se era pra somar ou  
multiplicar ou dividir.

Fonte: Arquivo dos autores

Temos observado em sala de aula que a interpretação dos enunciados dos problemas apresentados aos educandos tem apresentado certas dificuldades para eles.

No estudo de Fontes (2018, p. 12), as principais dificuldades registradas pelos educandos foram:

*“Na outra escola que estudei não passaram questões assim”;*

*Oito alunos registraram que a maior dificuldade foi em porcentagem;*

*Cinco discentes mencionaram ter dificuldades em matemática;*

*Três discentes tiveram dificuldades de interpretar o comando das questões;*

*Três estudantes mencionaram ter dificuldades em juros simples.*

Temos muitos itens comuns às três turmas como obstáculos registrados pelos alunos para seu desenvolvimento acadêmico, pessoal e profissional.

Essas dificuldades em lidar com esses tópicos fundamentais da matemática financeira geram certas dificuldades em pensar financeiramente e isso traz algumas complicações em lidar com situações financeiras.

Na pesquisa de Cruz e Chaves (2015), eles perceberam que os alunos do ensino médio estão precisando de ajuda em lidar com tais situações, tendo em vista que:

Ao concluir esta pesquisa e realizar as análises de dados observa-se que muitos alunos precisam de uma orientação em relação a suas finanças pessoais. Pois, vários estudos apontam que os jovens estão possuindo os piores níveis de conhecimento financeiro, e, muitas vezes, esses índices ocorrem pelo fato deles julgarem a não necessidade de terem um pensamento educativo nas questões financeiras ou não receberem orientações no próprio seio familiar. As estratégias de intervenção foram desenvolvidas com base nas análises e



percepções que foram extraídas das respostas dos alunos participantes desta pesquisa. (p. 9)

Cabe aqui uma orientação fundamental para que os pais e a escola possam contribuir na formação financeiras dos estudantes.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este trabalho teve como propósito analisar os conhecimentos básicos de matemática financeira dos alunos que estão ingressando no ensino médio técnico de uma escola pública em Belém do Pará em 2018.

Nos itens relacionados à regra de três composta, juros simples e compostos, nenhum aluno acertou essas questões. No tópico de porcentagem, na questão três, nenhum estudante acertou a sua resolução e, nas questões dois e seis, os percentuais de acerto foram muito baixos, demonstrando assim que esse tópico também tem se tornado dificultoso.

O tema de melhor rendimento foi o de regra de três simples. Porém, a turma A apresentou um rendimento abaixo dos cinquenta por cento.

As principais dificuldades registradas pelos estudantes na tabela 2 foram: cálculos básicos, interpretação, porcentagem e juros. Esses comentários deles foram corroborados pelos resultados apresentados na tabela 1.

Apesar dos educandos poderem usar uma máquina de calcular, observamos que eles apresentaram muitos erros básicos por não usarem a calculadora ou não saberem usá-la.

Ressalta-se que esses estudos, o de Fontes (2018) e Fontes, Fontes e Lobato Júnior (2017), foram realizados em uma escola técnica de ensino médio. Portanto, devem ser realizados estudos parecidos com esses em outras escolas técnicas e nas escolas regulares de ensino médio para verificar se esses resultados são parecidos.

Esses conhecimentos básicos de matemática financeira, que deveriam ter sido aprendidos no Ensino Fundamental, demonstraram muitas dificuldades nessas pesquisas mencionadas acima, por isso sugerimos como propostas para futuras pesquisas: Por que os discentes estão chegando ao ensino médio com uma lacuna

nesses conceitos básicos de matemática financeira?

Quais as causas dessa má formação conceitual nos fundamentos de matemática financeira apresentada pelos alunos que estão ingressando no ensino médio?

## REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, A. **Matemática Financeira e suas aplicações**. 13 ed. São Paulo: Atlas, 2016.

BONJORNO, J. R.; BONJORNO, R. A. & OLIVARES, A. **Matemática: fazendo a diferença**. 9ano. São Paulo: FTD, 2006.

CENTURIÓN, M. & JAKUBOVIC, J. **Matemática: teoria e contexto**. 7ano. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

CHAVANTE, E. **Congruências: Matemática**. 7ano: anos finais: ensino fundamental. 1 ed. São Paulo: Edições SM, 2015.

CHAVANTE, E. R. & PRESTES, D. **Quadrante Matemática**. 2º ano do ensino médio. 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2016.

CRUZ, W. J. & CHAVES, D. A. M. **Educação Financeira: um estudo sobre o comportamento financeiro dos alunos de uma escola de ensino médio integrado**. In: COLÓQUIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2017, Juiz de Fora – MG. **Anais V CEMA**. Juiz de Fora – MG: UFJF, 2017.

FONTES, M. M. **Matemática Financeira no Ensino Médio Técnico**. In: CONGRESSO PAN-AMAZÔNICO DE MATEMÁTICA, 1., 2018, Belém – PA. **Anais I COPAM**. Belém – PA: UFPA, 2018.

FONTES, M. M.; FONTES, D. J. S. & LOBATO JÚNIOR, D. **Estudo exploratório de Matemática Financeira em alunos do Ensino Médio**. In: ENCONTRO PARAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2017, Belém – PA. **Anais XI EPAEM**. Belém – PA: IFPA, 2017.

GIOVANNI, J. R. & GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **Matemática: pensar e descobrir**. 7 ano. São Paulo: FTD, 2010.

LACHTERMACHER, G. et al. **Matemática Financeira**. Rio de Janeiro: FGV, 2018.

MCMILLAN, J. H. & SCHUMACHER, S. **INVESTIGACIÓN EDUCATIVA: UNA INTRODUCCIÓN CONCEPTUAL**. 5.ED. PEARSON EDUCACIÓN, S. A. MADRID, 2005.

MORI, I. & ONAGA, D. S. **Matemática: ideias e desafios**. 15. ed. 7. Ano. São Paulo: Saraiva, 2009.

RODRIGUES, M. L. & PETRY, V. J. Progressões Geométricas e o estudo da Matemática Financeira. In: **Professor de Matemática Online – SBM**. v. 3. n. 1, p. 19 – 20, 2015. Disponível em: <http://pmo.sbm.org.br/>. Acesso em: 11 Abr. 2020.

## O USO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: UM OLHAR NAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS

Dion Espírito Santo da Cunha  
UEPA  
dionchess@hotmail.com

Rosangela Silva dos Santos  
UEPA  
rosangela\_rodrigo@yahoo.com.br

Acylena Coelho Costa  
UEPA  
acylena@uepa.br

### RESUMO

Neste trabalho apresentam-se os resultados de uma revisão de literatura referente ao ensino de Função Afim por meio de sequência didática com alunos do 9º do Ensino Fundamental. O objetivo dessa pesquisa foi investigar produções acadêmicas que se dedicaram a estudar o uso de sequência didática para o ensino de Função Afim no 9º ano do Ensino Fundamental. Tal investigação se deu por meio de uma abordagem qualitativa, de cunho bibliográfico. Esta revisão de literatura revelou que o uso de sequência didática para o ensino de Função Afim tem sido eficaz por promover uma situação didática em que o aluno é o protagonista na construção do seu próprio saber uma vez que uma sequência didática é uma metodologia de ensino que requer organização, planejamento e promoção da participação ativa dos alunos em sala, instiga a investigação científica e valoriza um aprendizado mais autônomo.

**PALAVRAS-CHAVE:** Função Afim. Sequência Didática. Investigação.

### ABSTRACT

This work presents the results of a literature review regarding the teaching of Afim Function by means of didactic sequence with 9th graders of Elementary School. The objective of this research was to investigate academic productions that were dedicated to studying the use of didactic sequence for the teaching of Afim Function in the 9th grade of Elementary School. Such an investigation took place through a qualitative approach, of bibliographic nature. This literature review revealed that the use of didactic sequence for the teaching of Afim Function has been effective in promoting a didactic situation in which the student is the protagonist in the construction of his own knowledge since a didactic sequence is a teaching methodology that requires organisation, planning and promotion of active participation of students

**KEY WORDS:** Affine function. Didactic sequence. Investigation.

### 1. Introdução

Desde meados do século passado pesquisadores da área de Educação Matemática vêm produzindo novos estudos, apresentando novas metodologias de ensino para a Matemática. O modelo de ensino antigo no qual o professor se colocava um degrau acima dos alunos e onde para “ensinar” era necessário apenas um quadro negro e giz e uma estrutura metodológica rígida de definição-exemplo-exercício mostrou-se ineficiente,

pois a grande maioria dos alunos ainda enfrenta dificuldades para entender a matemática escolar segundo esse modelo.

Entre os vários objetos matemáticos com os quais os alunos enfrentam dificuldades citamos o estudo da Função Afim. A maioria dos alunos não consegue entender a relação de dependência entre grandezas, por exemplo, que é uma das ideias centrais desse assunto. O modelo tradicional não consegue superar as dificuldades epistemológicas relacionadas a esse objeto matemático pelos alunos. No entanto, a partir de pesquisas no campo da Educação Matemática podemos apontar que o uso de sequências didáticas para o ensino de Função Afim se mostra uma alternativa metodológica de ensino capaz de promover uma melhor compreensão da Matemática por promover interação entre os alunos, por trazer atividades que foram previamente planejadas para fazer o aluno refletir sobre as ideias matemáticas e atingir o conhecimento pretendido.

Na área da Educação Matemática, a preocupação em melhorar o processo de ensino e aprendizagem revela o uso de sequências didáticas como uma abordagem metodológica viável. Uma sequência didática pode ser definida como: “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.” (ZABALA, 1998, p. 18).

Neste sentido, a implementação de sequências didáticas mostra-se um valioso recurso metodológico para nossos dias pois, coloca o aluno como ator principal na construção do conhecimento, garante mais autonomia no processo de ensino e aprendizagem, além de propiciar mais interação.

Assim, decidiu-se realizar uma especulação em quatro produções acadêmicas sobre o ensino de Função Afim por meio de Sequência Didática no 9º ano do Ensino Fundamental, haja vista que a Função Afim tem grande aplicabilidade em outras áreas do conhecimento, em situações cotidianas e está presente em provas como o ENEM, vestibulares, concursos e outros.

Desse modo, a referida pesquisa pretendeu responder à seguinte questão: “Como o ensino de Função Afim é abordado nas produções acadêmicas de cursos de Pós-graduação que adotaram o uso de sequência didática para o ensino de matemática?” Para responder a tal questão foi estabelecido como objetivo investigar produções acadêmicas que se dedicaram a estudar o uso de sequência didática para o ensino de Função Afim no 9º ano do Ensino Fundamental.

Este artigo foi estruturado em cinco tópicos, a saber: o primeiro consta da introdução, o segundo trata do ensino e aprendizagem de Função Afim na Educação Básica, o terceiro fala dos procedimentos metodológicos no qual explica-se sobre a metodologia de pesquisa qualitativa e as informações sobre as fontes pesquisadas. O quarto aborda a análise e interpretação dos resultados das quatro dissertações de mestrado na qual é feita a descrição e comparação entre elas. O quinto tópico apresenta as considerações finais.

## **2. O ensino e aprendizagem de função afim na educação básica**

Nos estudos em Matemática, o conteúdo sobre Função Afim é um objeto de conhecimento normatizado pela Base Nacional Comum Curricular-BNCC para o 1º ano do Ensino Médio, mas também, faz parte, indiretamente, do escopo curricular do 9º ano do Ensino Fundamental no que se refere ao estudo de Funções, o que pode ser observado pela habilidade EF09MA06: “Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.” (BRASIL,2018 p. 313).

Tal perspectiva conduz a duas reflexões, são elas: i) a importância do objeto a ser estudado no 9º ano conferindo ao aluno uma noção prévia do que ele aprofundará no Ensino Médio e ii) pelo fato da BNCC não expressar de forma explícita esse objeto de conhecimento em questão, no 9º ano, poucas produções acadêmicas foram encontradas na investigação dessa pesquisa.

Com base no exposto, dedicamo-nos a investigar pesquisas sobre o ensino de Função Afim mediante o uso de sequências didáticas. Para tanto, realizamos um mapeamento de dissertações realizadas pelos seguintes estudiosos: Tamires Vieira Calado, Tauana Bianchetti, Fabio Correa Scano e Adriano Araújo do Nascimento. Essas pesquisas são todas dissertações de mestrado.

## **3. Procedimentos metodológicos**

A pesquisa qualitativa preocupa-se, segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 31-32), “com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais”. Esses autores afirmam também que os pesquisadores que utilizam os métodos qualitativos trabalham com

grandezas não métricas, já que buscam explicar o porquê das coisas, exprimem o que convém ser feito e envolvem os valores e trocas simbólicas, ou seja, os dados analisados não são quantificáveis. Dessa forma, com base nas indicações dos autores citados indicamos que esta pesquisa adota uma abordagem qualitativa.

Quanto às fontes de informações, referentes ao ensino de Função Afim por meio de sequências didáticas, este artigo baseia-se em pesquisas bibliográficas feitas em dissertações de Mestrado, nos bancos de teses e dissertações das universidades de Passo Fundo (RS) e Unioeste (PR). As palavras de buscas que ocorreram no mês de abril de 2021 foram: “Função Afim”, “Função do 1º Grau” e “Sequência Didática”. Nos bancos de dados dessas instituições encontraram-se 635 produções com o termo Função Afim, 6522 com Função do 1º Grau e 358 com a expressão “sequência didática” como mostra o quadro 1.

Quadro 1 - Quantificação das palavras de busca das pesquisas

BIBLIOTECAS DIGITAIS	PALAVRAS DE BUSCAS		
	Função Afim	Função do 1º Grau	Sequência Didática
Universidade UNIOESTE	460	4597	215
Universidade de Passo Fundo	175	1925	143
Total	635	6522	358

Fonte: Os autores (2021).

Ressalta-se que a maioria dessas pesquisas estão direcionadas a alunos do ensino médio e que a expressão “sequência didática” não se encontra nos títulos das mesmas, porém, é utilizada no desenvolvimento de muitos trabalhos. Escolheram-se duas pesquisas, uma de cada instituição, correspondentes ao período de 2009 a 2020, para investigação de caracterização, comparação de metodologias, confronto de ideias e análise dos resultados. Tais características das produções investigadas encontram-se destacadas no quadro 2, as quais abordam os seguintes aspectos: autor, título, objetivo geral, metodologia e sujeitos da pesquisa.

Quadro 2 - Caracteres das Produções

<b>PERÍODO</b>	2009-2020
<b>FORMA DE ANÁLISE DAS PRODUÇÕES</b>	Caracterização, Comparação de metodologias, Confronto de ideias e Análise dos resultados
<b>Nº</b>	<b>CARACTERES DAS PRODUÇÕES INVESTIGADAS</b>
<b>AUTORA</b>	Tamires Vieira Calado

1	<b>TÍTULO</b>	INVARIANTES OPERATÓRIOS RELACIONADOS À GENERALIZAÇÃO: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem função afim
	<b>OBJETIVO</b>	Analisar invariantes operatórios, relacionados à generalização, mobilizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, mediante situações envolvendo função afim.
	<b>METODOLOGIA</b>	Abordagem: pesquisa qualitativa
	<b>SUJEITOS DA PESQUISA</b>	Alunos do 9ª ano de uma escola particular
2	<b>AUTORA</b>	Tauana Bianchetti
	<b>TEMA</b>	FUNÇÃO DO 1º GRAU: Uma Proposta para o 9º Ano do Ensino Fundamental
	<b>OBJETIVO</b>	Analisar se os significados referentes ao conteúdo de função de 1º grau, desenvolvido por meio de um produto educacional, foram apropriados pelos alunos, através das interações sociais produzidas pelos participantes do processo ensino-aprendizagem.
	<b>METODOLOGIA</b>	Abordagem: pesquisa qualitativa
	<b>SUJEITOS DA PESQUISA</b>	Alunos do 9º ano de uma escola particular
3	<b>AUTOR</b>	Fabio Correa Scano
	<b>TEMA</b>	Função Afim: Uma sequência didática envolvendo atividades com o Geogebra
	<b>OBJETIVO</b>	desenvolver uma sequência de ensino para iniciar o estudo com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental que contribuísse para o desenvolvimento da capacidade de expressar algébrica e graficamente a dependência de duas variáveis de uma função afim e reconhecer que seu gráfico é uma reta, relacionando os coeficientes da equação da reta com o gráfico.
	<b>METODOLOGIA</b>	Abordagem: pesquisa qualitativa
	<b>SUJEITOS DA PESQUISA</b>	Alunos do 9º ano de uma escola particular
4	<b>AUTOR</b>	Adriano Araújo do Nascimento
	<b>TEMA</b>	Ensino de função polinomial do 1º grau em uma turma de 9º ano: alguns olhares para a aprendizagem mediada por tecnologias
	<b>OBJETIVO</b>	Elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática sobre Função e Função Polinomial do 1º Grau, utilizando como estratégias pedagógicas para o enriquecimento interativo de atividades propostas no <i>Facebook</i> e com o aplicativo <i>GeoGebra</i> para <i>smartphone</i>
	<b>METODOLOGIA</b>	Abordagem: pesquisa qualitativa
	<b>SUJEITOS DA PESQUISA</b>	Alunos do 9º ano de uma escola municipal.

Fonte: Os autores (2021).

No tópico seguinte indica-se uma breve descrição dos principais resultados alcançados em ambas as pesquisas, bem como, uma síntese das análises sobre estes.



#### 4. Análise e interpretação dos resultados

A seguir serão apresentadas duas dissertações encontradas na pesquisa bibliográfica que abordam Função Afim, acompanhadas de uma breve descrição dessas produções.

A dissertação de Calado (2020), intitulada “Invariantes Operatórios Relacionados à Generalização: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem Função Afim”, teve como amostra de estudo 32 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Cascavel-PR, objetivou analisar invariantes operatórios, relacionados à generalização, mobilizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, mediante situações que envolvem Função Afim. A autora aborda alguns aspectos históricos e epistemológicos das funções, bem como, fatos associados ao ensino das funções na qual destaca a ideia de generalização de função e comenta sobre o aspecto de ensino da Matemática baseado na Base Nacional Comum Curricular de 2017.

A abordagem metodológica de pesquisa empregada por Calado (2020) foi a qualitativa, além disso, usou o método da Engenharia Didática, de Michelè Artigue (1988) associada às Teorias dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1993). Estes serviram de análise para os resultados das atividades feitas pelos sujeitos participantes da pesquisa e Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (2008) usada para implementar a sequência didática composta por 7 atividades. O recurso utilizado para o desenvolvimento dessa sequência foi lápis e papel colorido verde impresso com atividades que envolviam situações-problema com a finalidade de verificar as possíveis estratégias de resolução a serem desenvolvidas pelos alunos.

A autora, em seu estudo, procurou responder a seguinte questão de pesquisa: Quais teoremas em ação relacionados à generalização podem ser mobilizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, a partir de situações envolvendo Função Afim? Calado (2020) observa, no resultado da investigação, que:

de modo geral, consideramos que foram realizadas discussões pertinentes a respeito da generalização, pois além da identificação de teoremas em ação, verdadeiros e falsos, em relação a essa ideia base, os alunos participantes da pesquisa demonstraram um avanço em relação à mobilização da generalização. (p. 173)

Calado (2020) conclui sua pesquisa, com a sugestão de que a sequência didática apresentada é uma proposta de trabalho pedagógico viável ao ensino de Função Afim, com foco na generalização e que os teoremas em ação que foram identificados na

pesquisas podem auxiliar o professor na preparação de suas aulas a fim de evitar as possibilidades de equívocos e de acertos manifestados nas atividades de Função Afim. Além disso, a pesquisa poderá servir de base, a outros pesquisadores com a finalidade de desenvolver atividades que permitam evitar os equívocos identificados.

A produção de Bianchetti (2016), nomeada “FUNÇÃO DO 1º GRAU: Uma Proposta para o 9º Ano do Ensino Fundamental”, buscou analisar se os significados referentes ao conteúdo de função de 1º grau, desenvolvido por meio de um produto educacional, foram apropriados pelos alunos, por intermédio das interações sociais produzidas pelos participantes do processo ensino e aprendizagem.

Observa-se que na amostra de estudos de Bianchetti (2016) também incluem os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, porém esse público é de uma instituição privada do município de Passo Fundo-RS.

Bianchetti (2016) empregou uma metodologia de pesquisa qualitativa por enfatizar os significados atribuídos no desenvolvimento de uma proposta didático-pedagógica. A autora fundamentou-se nas visões de autores da área de Educação Matemática, da Didática da Matemática, tais como álgebra e educação algébrica, além dos pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval (2003) e da Teoria Histórico-cultural de Vygotsky (1998).

Nas atividades propostas, Bianchetti (2016) executou a sequência didática em grupo, utilizou gravações dos diálogos para a análise posteriori, solicitou atividades extraclasse tanto para análise prévia dos seus conhecimentos sobre Função como para auxiliar nas discussões sobre as situações-problema da sequência didática além do uso do software Geogebra, lápis e papel.

Em seu estudo, Bianchetti (2016) procurou responder à seguinte questão de pesquisa: “Em que medida o desenvolvimento de um produto educacional na forma de uma sequência didática possibilita a aprendizagem de conceitos matemáticos envolvendo função de 1º grau?” A autora analisou os resultados a partir de três situações, entre outras, nas quais abordou o raciocínio proporcional (o qual julgava importante para a formulação do conceito de função), no sentido de ampliá-lo ou de formulá-lo, e usou as ideias de Vygotsky (1998) sobre interação social entre os indivíduos e com o meio no qual se inserem como forma de possibilitar as trocas de ideias e conseqüentemente potencializar o aprendizado. Dessa forma, mostrou, a partir dos registros de áudio, que essas interações foram positivas.

Bianchetti (2016), conclui seu trabalho com ênfase a elementos importantes que devem ser considerados no planejamento do professor para que se tenha um processo de ensino e aprendizagem promissor, tais como:

- Situações cotidianas e interação social: aplicar atividades (entre outras, de pesquisas extraclasse) que envolvam situações cotidianas a fim de propiciar maior interação, compreender o contexto social em que o aluno está inserido para o professor entender certos comportamentos em sala (Teoria Histórico-social de Vygotsky (1998)).
- Raciocínio aritmético: Os fundamentos aritméticos são importantes para se chegar aos conceitos algébricos pois, a autora considera a álgebra como uma generalização da aritmética portanto se o aluno não tem uma boa percepção da aritmética terá dificuldades na compreensão de termos que envolvam a álgebra como Função Afim.

A pesquisa de Scano (2009), intitulada “Função Afim: uma sequência didática envolvendo atividades com o Geogebra”, objetivou desenvolver uma sequência de ensino a fim de iniciar o estudo com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de tal maneira que contribuísse para o desenvolvimento da capacidade de expressar algebricamente e graficamente a dependência de duas variáveis de uma Função Afim e reconhecer que seu gráfico é uma reta, no qual seus coeficientes estão relacionados à sua inclinação e translação do gráfico.

A motivação do pesquisador Scano (2020) baseou-se na constatação das dificuldades dos alunos em lidar com em Função Afim, além de perceber que o tema ainda carecia de novos estudos. Assim, procurou responder às questões de pesquisa: a) Uma sequência de ensino contribuirá para que os alunos expressem algébrica e graficamente a dependência de duas variáveis de uma função afim e b) Após a aplicação da sequência de ensino, os alunos reconhecerão que o gráfico de uma função afim é uma reta e conseguirão relacionar os coeficientes da equação da reta com o gráfico?

Ao encerrar a revisão bibliográfica que fizera, Scano (2009) percebeu a preocupação que os autores pesquisados demonstraram com o ensino e aprendizagem de função, em razão das dificuldades que os alunos de diferentes níveis de ensino apresentavam quanto à aprendizagem desse conteúdo. O autor notou que o uso de tecnologias favorecia a compreensão do assunto posto que a dificuldade que os alunos

apresentavam em relacionar diferentes representações no estudo de função abordada à luz da Teoria dos registros de Representações Semióticas associada ao uso de software era menor. Assim, decidi fazer uso de tal recurso em sua investigação.

O pesquisador aplicou sua pesquisa, em 8 aulas, divididas em 4 etapas (na segunda delas já implementou o uso do software Geogebra) com 18 atividades, com 17 alunos do 9º ano do ensino fundamental em uma escola da rede particular de ensino do município de Vargem Grande Paulista, região da Grande São Paulo. Dispôs os alunos em 7 duplas e um trio. Ainda, contou com a colaboração, entre outras, de 3 observadores e um mestrando do Programa de Pós-Graduação da PUC-SP. A fundamentação teórica que respaldou sua análise foi a linha Didática da Matemática francesa na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e na Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval. A implementação metodológica da sua sequência didática foi embasada pela Engenharia Didática de Michèle Artigue.

Em sua pesquisa, Scano (2009) optou por apresentar o procedimento de análise a priori e a posterior ao final de cada atividade em cada uma das 4 etapas em que dividiu sua sequência didática, ao final da qual, lhe permitiu evidenciar que os alunos fizeram uso adequado de diferentes registros de representação relativos ao estudo de Função Afim e ressaltar que o uso do recurso tecnológico Geogebra foi de grande contribuição no auxílio à compreensão do comportamento gráfico da Função Afim. Dessa forma, este estudioso conclui que sua investigação atingiu os objetivos propostos e suas questões de pesquisa foram respondidas a contento.

A dissertação de Nascimento (2020), nomeada “Ensino de função polinomial do 1º grau em uma turma de 9º ano: alguns olhares para a aprendizagem mediada por tecnologias” tiveram como finalidade: elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática sobre Função e Função Polinomial do 1º Grau, utilizando como estratégias pedagógicas para o enriquecimento interativo de atividades propostas no Facebook e com o aplicativo GeoGebra para smartphone. Os sujeitos da pesquisa foram alunos de uma turma de 9º do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública municipal zona norte do Rio de Janeiro. O autor, baseou-se em mapeamento de produções científicas para seu referencial teórico. Sua metodologia de pesquisa também foi a qualitativa e bibliográfica.

Nascimento (2020), reflete a respeito das práticas pedagógicas tradicionais ainda existentes, as quais não incluem uso de tecnologias, em contradição às recomendações da Base Nacional Comum Curricular-BNCC. Esse estudioso também relata a experiência de um grupo fechado no facebook, realizada em 2017, que envolveu a participação de outros

professores e os alunos da escola e o uso do software geogebra, o autor sentiu-se motivado a investigar a seguinte questão de pesquisa: Quais são as contribuições ao ensino de Função e Função Polinomial do 1º grau quando articulamos recursos variados às tecnologias digitais?

Para responder a essa questão foi desenvolvida uma sequência didática composta por 4 atividades, cada uma desenvolvida em dois momentos: o primeiro acontecia num Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) criado no facebook, onde ocorriam postagens de vídeos, atividades, trocas de mensagens e outros; já no segundo momento ocorria a socialização das discussões do AVA e outras atividades em sala de aula. A primeira atividade era formada por problemas que tinham como base a exploração dos aspectos de dependência, variável, regularidade e generalização; na segunda atividade a situação-problema estabelecia relações entre dois conjuntos, via diagrama de flechas, a partir de leitura e interpretação de um problema; a terceira pretendia particularizar o caso das funções polinomiais do 1º grau; a quarta e última atividade visava a construção de gráficos em papel milimetrado e a análise do estudo dirigido utilizando o aplicativo Geogebra.

Em sua conclusão, Nascimento (2020) relatou que o uso do *facebook* atendeu às expectativas de funcionamento como um AVA para o ensino e aprendizagem de Função Afim, no qual foi possível o compartilhamento de mídias, o controle de acesso dos alunos, o próprio processo de interação entre outros.

Além do *facebook* o autor comentou sobre os objetivos pretendidos da pesquisa, parcialmente atingidos, no que diz respeito à inclusão do Geogebra para *smartphone* na análise de gráficos, esperava que a ferramenta facilitasse o desenvolvimento da noção comportamental do gráfico no momento das alterações no coeficiente angular, o qual os alunos não conseguiram perceber. No entanto, o referido autor destacou que os alunos agiram com surpresa quanto à agilidade de obtenção do gráfico, quando comparado com a atividade manual.

As quatro dissertações pesquisadas possuem semelhanças e diferenças que merecem destaque, entre as quais ressaltam-se a seguir.

Os autores investigaram a mesma tipologia de sujeitos, alunos do 9º ano do Ensino Fundamental em locus diferenciados entre escolas públicas (municipal e estadual) e particular. Todos valeram-se da metodologia de pesquisa bibliográfica e qualitativa, pois suas dissertações são de natureza investigativa para análise do ensino-aprendizagem da Função Afim por meio de uma sequência didática.

Sobre os referenciais teóricos tais como a Teoria dos Campos Conceituais de Yves Chevallard, a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Reymond Duval, apenas para citar algumas, destacamos que a pesquisa de Nascimento (2020) é a única que não menciona esses autores mais renomados, restringindo-se a citar apenas produções acadêmicas adotadas como referencial teórico.

Durante a aplicação da Sequência Didática todos os autores enfatizaram a prática de interações, algumas por meio de agrupamentos e diálogos entre professor e aluno tanto de forma de virtual – por meio do uso de mídias sociais – quanto de forma presencial, outras ocorreram por meio da comunicação entre alunos e comunidade para busca de informações cabíveis ao objeto de conhecimento estudado.

Os recursos didáticos e analíticos foram diferenciados dentre os estudos analisados. Alguns autores empregaram, além de lápis e papel, recursos tecnológicos como Lap top, computadores e celulares para acesso ao Software Geogebra com a finalidade de estudar o comportamento dos gráficos de Função Afim, entre esses, incluiu-se também o Ambiente Virtual de Aprendizagem (facebook), para postagens de atividades, vídeos e trocas de mensagens. Apenas um dos autores desconsiderou os recursos tecnológicos e utilizou apenas lápis e papel com atividades que envolveram situações-problema cuja finalidade foi trabalhar a ideia de generalização de Função Afim. Todos utilizaram gravações dos diálogos para verificar o modo como os alunos articulavam em busca das soluções.

Portanto, as produções mostram uma preocupação, no âmbito educacional, com a busca de alternativas metodológicas para o ensino e aprendizagem de Função Afim.

## **5. Considerações finais**

Este estudo objetivou investigar produções acadêmicas que se dedicaram a estudar o uso de sequência didática para o ensino de Função Afim no 9º ano do Ensino Fundamental. A existência de poucas produções sobre o ensino de Função Afim voltadas para alunos desse nível de ensino remete a ideia de que mais trabalhos como esses precisam ser implementados para contribuir com futuras investigações.

Observou-se algumas dificuldades dos discentes no aprendizado de Função Afim, tais como: generalizar expressões algébricas para o conceito de função, percepção do comportamento gráfico da função afim em função da alteração dos coeficientes,

generalizar a relação de dependência entre as duas variáveis que podem ser modeladas por uma função afim etc. Estas dificuldades enfrentadas pelos sujeitos das dissertações analisadas alertam para a um possível direcionamento que os professores da educação básica devem dar aos seus planos de aula de maneira a contribuir com a melhoria do ensino e aprendizagem de Função Afim.

As investigações proporcionaram reflexões sobre divulgações da prática docente. As instituições educacionais deveriam abrir espaço às produções, na forma de relato de experiência, de professores da educação básica, em fase, ou não, de qualificação profissional, a fim de mapear quais empecilhos ainda persistem no que se refere aos obstáculos epistemológicos na transposição do saber a ser ensinado sobre Função Afim e assim futuramente nortear as decisões cabíveis para erradicar tais situações.

Percebemos, por meio dessa investigação, que a propagação do saber matemático relativo à Função Afim, por meio de uma sequência didática, tem sido eficaz, na medida que promove uma situação didática em que o aluno é o protagonista na construção do seu próprio saber e o professor é apenas o mediador dessa apropriação por meio do planejamento minucioso dessa ferramenta. Uma sequência didática é uma metodologia de ensino, que requer organização e planejamento, promove a participação ativa dos alunos em sala, instiga a investigação científica e valoriza um aprendizado mais autônomo.

Ao analisar as produções pôde-se perceber que cada uma delas preocupou-se com elementos metodológicos importantes ao ensino de Função Afim. A sequência didática agregou atividades incluindo componentes facilitadores do aprendizado de Função Afim, como por exemplo, a interatividade, o uso de softwares, investigação (por parte dos alunos em situações cotidianas), diálogos e outros o que permitiu responder à questão de pesquisa desse artigo.

Desta forma, compreende-se que outros estudos são necessários para obtermos maiores produções de pesquisa e investigação relacionados a essa temática, como a Sequências Didáticas, a fim de que o ensino e a aprendizagem de Função Afim melhorem no cenário da Educação Básica brasileira.

## REFERÊNCIAS

CALADO, Tamires V. **Invariantes operatórios relacionados à generalização: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem Função Afim.**

2020. 197f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2020. Disponível em: <[http://tede.unioeste.br/bitstream/tede/5249/5/Tamires %20Vieira%20Calado.pdf](http://tede.unioeste.br/bitstream/tede/5249/5/Tamires%20Vieira%20Calado.pdf)>. Acesso em: 04/2021.

BIANCHETTI, T. **Função de 1º grau**: uma proposta para o 9º ano do ensino fundamental. 2016. 121f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo - RS, 2016. Disponível em: <<http://tede.upf.br/jspui/bitstream/tede/582/1/2016Tauana%20Bianchetti.pdf>>. Acesso em 04/2021.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. [organizadores] **Métodos de pesquisa**. coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em <<http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>>. Acesso: 04/2021.

SCANO, Fábio C. **Função Afim**: uma sequência didática envolvendo atividades com o Geogebra. 2009. 149f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP, São Paulo, 2009. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11403>>. Acesso: 04/2021.

NASCIMENTO, Adriano Araújo do. **Ensino de função polinomial do 1º grau em uma turma de 9º ano**: alguns olhares para a aprendizagem mediada por tecnologias. 2020. 205f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro – UFRRJ, Rio de Janeiro, 2020. Disponível em: <<http://cursos.ufrrj.br/posgraduacao/ppgeducimat/files/2020/09/Adriano-Ara%C3%BAjo-do-Nascimento.pdf>>. Acesso: 04/2021.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre, 1998. Disponível em: <[https://www.academia.edu/26521924/A\\_PRATICA\\_EDUCATIVA\\_COMO\\_ENSINAR\\_ZABALA](https://www.academia.edu/26521924/A_PRATICA_EDUCATIVA_COMO_ENSINAR_ZABALA)>. Acesso em: 10/05/2021.



## ENSINO DE PROBABILIDADE: EVENTOS INDEPENDENTES E A PROBABILIDADE DE EVENTOS INDEPENDENTES POR ATIVIDADES

Marcel Brito Soares

SEDUC – PA

[marcelbrito3@gmail.com](mailto:marcelbrito3@gmail.com)

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará

[pedro.franco.sa@gmail.com](mailto:pedro.franco.sa@gmail.com)

### RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que objetivou avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino do conceito de eventos independentes e da probabilidade de eventos independentes no ensino médio. As informações foram produzidas por meio dos registros nas atividades dos discentes aplicados a 20 alunos da rede pública federal de ensino no município de Abaetetuba-PA, no mês de maio de 2017, que ainda não haviam estudado o assunto. As sistematizações das informações produzidas ocorreram pela análise do preenchimento das observações e conclusões dos alunos e pelo desempenho obtido nos Pré-teste e Pós-teste. A análise dos resultados obtidos indica que as atividades estruturadas conduziram o estudante à percepção e ao aprendizado dos conceitos contidos em cada atividade.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Ensino de Probabilidade. Ensino por Atividades.

### Introdução

A pesquisa por métodos de ensino que favoreçam o aprendizado dos objetos matemáticos que fazem parte do currículo da Educação Básica deve ser um dos objetivos principais de professores de matemática que trabalham nesse nível de ensino. Neste sentido, este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que objetivou avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino do conceito de eventos independentes e da probabilidade de eventos independentes, pois, de acordo com Herzog (2019) et. Al, “a falta de uma formação adequada dos professores e a cultura determinística da matemática dificultam o desenvolvimento do ensino da probabilidade e da estatística.”

A probabilidade foi desenvolvida a partir dos jogos de azar, de acordo com Mlodinow (2009, p. 50) “O livro dos jogos de azar, foi o primeiro na história a tratar da teoria da aleatoriedade”, tornando-se no decorrer dos anos uma teoria sistematizada utilizada nas várias áreas do conhecimento como ferramenta de compreensão e análise de resultados em diversas áreas de conhecimento. Sua importância se dá com base no fato de auxiliar na capacidade de raciocínio, abstração e prevenção contribuindo para a formação de cidadãos atuantes de forma expressiva na sociedade.

A prática da docência nos mostra que no Ensino Médio é comum os alunos apresentarem dificuldades em probabilidade, desde os conceitos iniciais até os mais complexos como da probabilidade condicional e de eventos independentes, interferindo sobre a formação crítica e reflexiva de nossos estudantes. Visão salientada por Santana (2011); Ribeiro (2012); Biajot (2013); Silva (2013), Soares (2018) dentre outros, enfatizam a importância da reflexão e da pesquisa sobre o ensino e aprendizagem dos conceitos probabilísticos, tendo em vista que esses conceitos norteiam variados conhecimentos científicos.

Desta feita, apresentamos a seguinte questão norteadora: **É possível introduzir o conceito de eventos independentes e da probabilidade de eventos independentes sem a apresentação do conceito como ponto de partida?**

Nessa perspectiva, uma sequência didática utilizando como metodologia o ensino por atividades, com a finalidade de conduzir o discente à descoberta dos conceitos contidos em cada uma das atividades, de maneira gradual e constante, envolvendo a percepção e o raciocínio. Esse trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que objetivou avaliar o ensino do conceito de eventos independentes e da probabilidade de eventos independentes sem a apresentação dos conceitos como ponto de partida e o desempenho na resolução de questões.

## **METODOLOGIA DE PESQUISA**

A pesquisa experimental foi desenvolvida em uma escola pública federal de Abaetetuba/PA, a qual atende desde o curso técnico integrado ao ensino médio até o nível superior com o curso de licenciatura em biologia. A turma selecionada pertencia

ao turno da manhã e possuía vinte e 28 alunos regularmente matriculados no segundo ano do Ensino Médio, dos quais apenas 20 participaram do experimento. A opção por essa escola justifica-se por ser uma das escolas do município onde atuávamos como professor substituto, logo, tivemos a facilidade de acesso.

Nessa instituição, o professor que assume uma turma no início do ano, permanece nesta durante todo o ano letivo, se a turma for de Ensino Médio Técnico Integrado. A disciplina específica será ministrada com ênfase nos objetivos do currículo da referida série. Por conseguinte, procuramos o professor de matemática do turno da manhã que disponibilizou suas três aulas semanais para realização da pesquisa. Cada hora-aula para as disciplinas têm duração de 50 minutos.

A pesquisa ocorreu por meio das seguintes etapas: **revisão de estudos, elaboração da sequência didática, diagnóstico inicial, aplicação da sequência, diagnóstico final, sistematização e análise.**

A etapa da revisão de estudos ocorreu a partir de janeiro de 2016, quando tivemos acesso e analisamos os trabalhos de Oliveira (2015), Neves (2015), Caberlim (2015), dentre outros. Após a revisão, percebemos que poderia ser viável uma sequência didática que trabalhasse o conceito de eventos independentes e a probabilidade de eventos independentes.

Desta feita, elaboramos uma sequência didática baseada no ensino por atividades com o intuito de conduzir os estudantes para um aprendizado mais efetivo dos conceitos probabilísticos, por meio da percepção dos conceitos matemáticos presentes em cada atividade proposta. Assim, o ensino por atividade viabiliza um roteiro dinâmico de interação, participação e descobertas de conhecimentos de forma cognitiva.

A fim da composição do perfil socioeconômico dos alunos e diagnósticos de suas impressões acerca da resolução de questões envolvendo probabilidade, aplicamos um questionário para que pudéssemos organizar os dados obtidos em tabelas, gráficos, porcentagens, etc., para posterior análise e conclusões a respeito de nosso objetivo de pesquisa. Com a participação de 20 (vinte) alunos, o instrumento estava dividido em duas partes: a primeira continha questões referentes ao perfil social, econômico,

familiar dos estudantes; a segunda pretendia analisar a relação do aluno com a matemática e o assunto abordado.

A aplicação da sequência didática ocorreu no dia 25 de maio de 2017, às 8h10min iniciou a primeira atividade intitulada: “Conceituar eventos independentes”, a qual teve como finalidade levar os alunos a descobrirem quando dois eventos são independentes, tendo por base a probabilidade condicional estudada anteriormente. Levando os alunos a perceberem que dois eventos são independentes quando o acontecimento antecipado de um deles não modificar a probabilidade do outro evento, para tanto utilizamos como materiais o roteiro da atividade composta por 05 questões para que os discentes pudessem perceber que a probabilidade  $P(B)$  e a  $P(B/A)$  são iguais e também que a probabilidade  $P(A)$  é igual a probabilidade  $P(A/B)$  e concluírem que os eventos são independentes. As 9h10min concluímos esta atividade.

A segunda atividade ocorreu neste mesmo dia, iniciou às 9h20min, com o título “Probabilidade de eventos independentes”, esta atividade teve como finalidade descobrir uma expressão para a probabilidade da ocorrência simultânea de dois eventos. Tendo por base o conceito de eventos independentes, estudado anteriormente, levando os alunos a perceberem que a probabilidade de dois eventos independentes ocorrerem simultaneamente é igual ao produto das probabilidades deles ocorrerem separadamente. Para tanto, utilizamos como materiais o roteiro da atividade composta por 05 questões para que os discentes pudessem calcular e observar a probabilidade  $P(A)$ , a probabilidade de  $P(B)$  e a probabilidade de A com interseção a B, ou seja,  $PA \cap B$ , e concluírem que a probabilidade de dois eventos independentes ocorrerem simultaneamente é dado pela multiplicação de suas probabilidades.

Nas análises do experimento, buscamos verificar de que forma o ensino por atividade pode contribuir para o melhor aprendizado sobre probabilidade. Neste sentido, analisamos a participação e os registros dos discentes no desenvolvimento das atividades. A seguir apresentamos as duas atividades supracitadas neste trabalho:

### **Atividade 01**

Título: **Conceituar eventos independentes**

Objetivo: Descobrir quando dois eventos são independentes.

Material: Roteiro de atividade, dados, moedas, lápis

Procedimento: Preencha o quadro a seguir

Experimento	EVENTOS		POSSIBILIDADES DOS EVENTOS		PROBABILIDADE DOS EVENTOS			
	<i>Evento A</i>	<i>Evento B</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	$P(B)$	$P(B/A)$	$P(A)$	$P(A/B)$
A) O lançamento de um dado, uma única vez.	O resultado é par.	O resultado é maior do que 4.						
B) Suponhamos que um dado equilibrado seja jogado duas vezes.	O resultado do primeiro lançamento é par.	O resultado do segundo lançamento é par.						
C) Suponhamos que um dado equilibrado seja jogado duas vezes.	O resultado do primeiro lançamento é par.	A soma dos resultados é par.						

E) Suponham os que um dado equilibrado seja jogado duas vezes.	O resultado do segundo lançamento o é par.	A soma dos resultados é par.						
F) Suponham os que um dado equilibrado seja jogado duas vezes.	O primeiro dado mostra um número par	O segundo dado mostra um 5 ou um 6.						

Observação: \_\_\_\_\_

Conclusão: \_\_\_\_\_

Nesta atividade, orientamos os estudantes para fazerem uma leitura atenta dos enunciados das questões contidas no quadro, para que pudessem identificar os elementos dos eventos  $A$  e  $B$ , em cada situação, bem como ao cálculo das probabilidades dos eventos  $P(B)$  e  $P(B/A)$ ,  $P(A)$  e  $P(A/B)$ . Direcionando-os para a observação das regularidades presentes no preenchimento do quadro, ou seja, os alunos deverão determinar o valor da probabilidade de todos os eventos propostos. A ideia central é que o aluno compreenda que dois eventos  $A$  e  $B$  são independentes quando a probabilidade de ocorrência do evento  $A$  não se modifica mesmo quando o evento  $B$  tenha ocorrido, ou seja,  $P(A) = P(A|B)$ , ou vice-versa,  $P(B) = P(B|A)$ , isto é  $A$  é independente de  $B$  se a ocorrência de  $B$  não afeta a probabilidade de  $A$ . Orientamos os estudantes para o preenchimento de suas observações e conclusões após o preenchimento do quadro para socializarem suas observações e conclusões registradas.

A seguir, apresentamos a atividade 2, sobre a Probabilidade de eventos independentes, com o objetivo de trabalhar a expressão que pode ser utilizada para o

cálculo de sua probabilidade.

### Atividade 02

Título: Probabilidade de eventos independentes

Objetivo: Descobrir uma expressão para a probabilidade da ocorrência simultânea de dois eventos.

Material: Roteiro de atividade, dados, moedas, lápis

Procedimento: Preencha o quadro a seguir

01) Considere os seguintes experimentos:

Experimento	Espaço amostral	EVENTOS			POSSIBILIDADES DOS EVENTOS			PROBABILIDADE DOS EVENTOS NA FORMA DE FRAÇÃO IRREDUTÍVEL.		
		Evento A	Evento B	Evento $A \cap B$	A	B	$A \cap B$	$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cap B)$
A) Uma moeda e um dado são lançados simultaneamente. Qual a probabilidade de ocorrer coroa e número primo?		Ocorrer Coroa.	Ocorrer número primo.	Sair coroa e número primo.						
B) Uma moeda e um dado são lançados simultaneamente. Qual a probabilidade de ocorrer coroa e		Ocorrer Coroa.	Ocorrer número maior que 4.	Ocorrer coroa e número maior que 4.						

número maior que 4?										
C) Uma moeda é lançada 3 vezes.		Ocorrem pelos menos duas caras.	Ocorrem resultados iguais nos três lançamentos.	Ocorrem pelo menos duas caras e resultados iguais nos três lançamentos.						
D) Uma moeda e um dado são lançados simultaneamente. Qual a probabilidade de ocorrer Cara e o número 1?		Ocorrer Cara.	Ocorrer o número 1.	Ocorrer cara e o número 1.						
E) Uma moeda e um dado são lançados simultaneamente. Qual a probabilidade de ocorrer Cara e o número 1?		Ocorrer Cara.	Ocorrer o número 1.	Ocorrer cara e o número 1.						
F) Consideremos o experimento que consiste no		Ocorrer Carana	Ocorrer carana	Ocorrer cara na primeira e na						



lançamento simultâneo de duas moedas normais. Qual a probabilidade de sair face cara na primeira e na segunda moeda?		prim eira.	segu nda.	segunda .						
--	--	---------------	--------------	--------------	--	--	--	--	--	--

Observação: \_\_\_\_\_

Conclusão: \_\_\_\_\_

Para o preenchimento do quadro, orientamos os discentes para a leitura e a interpretação corretas dos enunciados dos eventos, para que identificassem os elementos dos eventos  $A$ ,  $B$  e  $A \cap B$  em cada situação. Em seguida, para o cálculo das probabilidades dos eventos  $P(A)$ ,  $P(B)$  e  $P(A \cap B)$ . A ideia central é que o aluno compreenda que a probabilidade de dois ou mais eventos independentes ocorrerem de forma conjunta é igual ao produto das probabilidades da ocorrência de cada um dos eventos. Neste momento, ainda como um método mecânico, auxiliado pela tabela. A relação entre as probabilidades e seu comportamento partindo da perspectiva de que ocorrência de um evento não interfere na probabilidade de ocorrência de outro por eles serem eventos independentes. Esta atividade foi construída para funcionar como construção do registro de multiplicação de probabilidades. Orientamos os estudantes para o preenchimento de suas observações e conclusões após o preenchimento do quadro, para socializarem suas observações e conclusões registradas. Ao final da atividade, apresentamos aos estudantes a formalização, sistematização da probabilidade de dois eventos independentes, por meio da expressão:  $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

## RESULTADOS E ANÁLISES

Com o objetivo de verificarmos o quanto nossa sequência didática contribuiu para o aprendizado dos educandos, analisamos suas observações e conclusões a

respeito dos conceitos e propriedades contidas nas atividades, além do desempenho na resolução de duas questões sobre a probabilidade de dois eventos independentes.

A atividade 1, era composta por 5 questões para que os discentes pudessem perceber que a probabilidade  $P(B)$  e a  $P(B/A)$  são iguais e também que a probabilidade  $P(A)$  é igual a probabilidade  $P(A/B)$  e concluírem que os eventos são independentes.

Acreditamos que nesta atividade fomos infelizes nas elaborações das situações envolvidas em cada uma das questões, pois envolviam um espaço amostral muito grande para que os discentes pudessem retirar os eventos desejados e suas probabilidades. Com isso a atividade ficou muito dispendiosa, contudo a maioria dos estudantes compreenderam quando dois eventos são independentes.

De maneira geral, os discentes preencheram corretamente as atividades, mas apresentaram dificuldades para escrever suas observações e conseqüentemente as conclusões, como veremos abaixo:

Quadro01: Respostas apresentadas pelos alunos sobre o conceito de eventos independentes.

A2	<p>Observação: <i>os resultados não serem iguais</i></p> <hr/> <hr/> <hr/> <p>Conclusão: <i><math>P(B) = P(B/A)</math> <math>P(A) = P(A/B)</math> os dois eventos são independentes</i></p>	<p>Conclusão válida sobre o conceito eventos independentes</p>
A10	<p>Observação:</p> <hr/> <hr/> <hr/> <p>Conclusão: <i>Se <math>P(B) = P(B/A)</math> não interfere no evento <math>P(A) = P(A/B)</math> em eventos são independentes</i></p>	<p>Conclusão válida sobre o conceito eventos independentes</p>

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quadro 02: Percentual das conclusões sobre o conceito de dois eventos independentes

Conclusões	Número de alunos	%
Válidas	12	60
Inválidas	5	25
Não registraram	3	15
Ausentes	0	

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Dos participantes presentes, os alunos A1, A18, A6, A17 e A3 não concluíram de forma válida a expressão, além dos alunos A4 e A9 e A11 não registraram suas observações satisfatórias sobre o conceito de dois eventos independentes. Com isso, podemos inferir que a partir da atividade proposta, conseguimos fazer com que a maioria dos alunos compreendessem o conteúdo da aula. Como podemos observar no quadro acima, 60% dos participantes registraram conclusões válidas sobre o conceito de dois eventos independentes.

Na atividade 2, de acordo com as anotações dos alunos, os mesmos conseguiram calcular os valores das probabilidades dos eventos A, B e  $A \cap B$ , o que possibilitou construir conclusões válidas sobre a expressão para se calcular a probabilidade de dois eventos independentes, de forma geral podemos afirmar que a atividade surtiu efeitos positivos na aprendizagem, que neste caso, objetivou descobrir a expressão matemática  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ . Como podemos observar em algumas imagens de respostas dos participantes:

Quadro03: Respostas apresentadas pelos alunos sobre a expressão  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

ALUNOS	OBSERVAÇÕES E CONCLUSÕES	ANÁLISE
S		

A5, A15, A19, A20	<p>Observação: Quando dois eventos são independentes a multiplicação das probabilidades é igual a probabilidade de sua interseção.</p> <p>Conclusão: <math>P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)</math></p>	Observação e conclusão válidas sobre a probabilidade de eventos independentes
A13	<p>Observação: Quando multiplicamos <sup>a probab</sup> A e B dá resultados independentes.</p> <p>Conclusão: _____</p>	Observação inválidas sobre a probabilidade de eventos independentes. Não registrou conclusão.
A3 e A18	<p>Observação: Quando os eventos são independentes a interseção A e B é a multiplicação dos eventos.</p> <p>Conclusão: <math>P(A \cap B) = P(A) \times P(B)</math></p>	Observação e conclusão válidas sobre a probabilidade de eventos independentes

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Quadro 04: Percentual das conclusões sobre a probabilidade de dois eventos independentes

Conclusões	Número de alunos	%
Válidas	14	70
Inválidas	2	10
Não registraram	4	20

Ausentes	0	0
----------	---	---

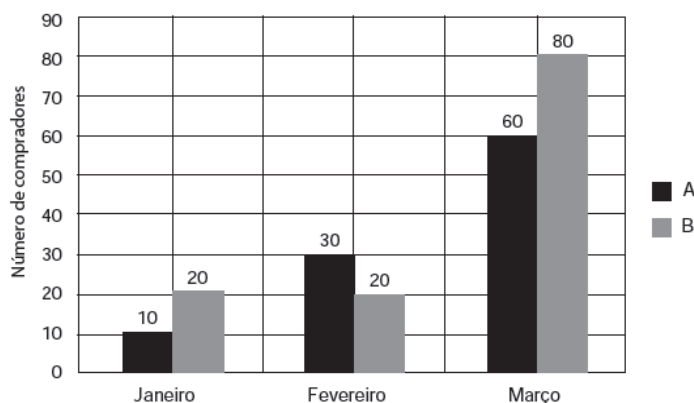
Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Como podemos averiguar nas observações e conclusões elaboradas pelos participantes, 70% registraram conclusões válidas sobre a expressão para se calcular a probabilidade de dois eventos independentes. Mostrando-nos que os estudantes entenderam que a probabilidade de dois eventos independentes pode ser calculado por meio da expressão  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ .

O desempenho dos discentes também foi analisado por meio da aplicação de um Pré-teste e um Pós-teste, contendo duas questões, que objetivaram avaliar o quanto a sequência de atividades contribuiu para o desempenho dos discentes na resolução de questões envolvendo os conceitos das atividades. As seguintes questões foram propostas para os alunos:

1) Lançando dois dados comuns, qual a probabilidade de obtermos 1 no primeiro dado e 5 no segundo?

2) Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B. Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

O quadro a seguir mostra o desempenho dos discentes nestas questões considerando como acerto quando o aluno apresentou uma resolução e o resultado estava correto; erro quando o aluno apresentou uma resolução e o resultado não estava

correto e **branco** quando o aluno não apresentou nenhuma resolução:

Quadro 05: Desempenho dos alunos nos Testes

QUESTÃO	ACERTO (%)		ERRO (%)		BRANCO (%)	
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
Q <sub>1</sub>	5	85	80	15	15	0
Q <sub>2</sub>	0	60	35	40	65	0

Fonte: Pesquisa de Campo (maio de 2017)

Podemos observar que no pré-teste, os alunos já manifestaram suas dificuldades nas questões, pois apresentavam certo grau de complexidade para a interpretação e exigiam conhecimentos dos alunos em relação ao conceito e a linguagem probabilística para organização dos dados e, posterior, resolução das questões.

Por outro lado, as questões Q1 e Q2, apresentaram, no pré-teste, 5% e 0% de acertos, respectivamente. No pós-teste, Q1 e Q2, subiram para, 85% e 60%, respectivamente. Reconhecemos que a questão 2 apresentava certo grau de complexidade na interpretação e na organização dos dados para a posterior execução dos cálculos por meio da expressão que calcula a probabilidade de dois eventos independentes, isso refletiu no resultado dos acertos no pós-teste. Contudo, a questão 2 que teve 65% de alunos que a deixaram em branco no pré-teste, nenhum aluno deixou em branco no pós-teste.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A finalidade deste trabalho era apresentar os resultados de uma pesquisa que objetivou avaliar o ensino do conceito de eventos independentes e da probabilidade de eventos independentes, extinguindo a apresentação dos conceitos como ponto de partida, por meio de uma sequência didática e o desempenho na resolução de questões. A aplicação das atividades mostrou a influência positiva da metodologia de ensino utilizada no aprendizado dos discentes, posto que os mesmos mostraram em suas

observações e conclusões conhecimentos adquiridos no desenvolvimento e preenchimento das atividades, bem como na resolução de questões sobre probabilidade, dentre os quais se destacam: o conceito de eventos independentes e da probabilidade eventos independentes. Além disso, mostrou, também, o método de ensino por atividades como um recurso didático que pode ser usado para superar as dificuldades relacionadas à aprendizagem deste conteúdo. O processo de ensino-aprendizagem de probabilidade apresenta dificuldades que precisam ser reconhecidas e trabalhadas pelos docentes, de forma a construir uma educação de melhor qualidade.

## REFERÊNCIAS

BIAJOT, Emerson Donizet. **Experimentos Probabilísticos**: noções probabilidade no ensino fundamental II.2013.107f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Matemática, São Carlos,2013.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria da Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares nacionais: matemática. Volume 3, Brasília, 2001.

BRITO, Bosco Silveira. **Ensino de probabilidade**: proposta de ensino através de experimentação. 2015.112 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e naturais, Belém,2015.

CABERLIM, Cristiane Cândido Luz. **Letramento probabilístico no ensino médio**: um estudo de invariantes operatórios mobilizados por alunos.2015.141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2002.  
MEDEIROS, Deborah Monte. **Construção do raciocínio probabilístico com material concreto**. XI ENEM – Encontro Nacional do Ensino Médio: Retrospectiva e Perspectivas. Curitiba, 2013.

FERNANDES, José Antônio et al. **Comparação de probabilidade de acontecimentos formulados de forma explícita e implícita**. REVEMAT. Florianópolis (SC), v.10, n.2, p.42-60,2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2015v10n2p42>. Acesso em: 20 janeiro de 2016.

HAZZAM, Samuel. **Fundamentos de Matemática Elementar,5**: combinatória e probabilidade: volume único-7.ed. São Paulo: Atual, 2011.

HERZOG, Rodrigo Castelo Branco et al. **Probabilidade na educação básica: uma proposta de jogo como recurso didático**. EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana. Pernambuco (PE), v.10, n.2 ,2019. Disponível em

<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/239544/pdf>. Acesso em: 27 julho de 2021.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática: volume único**. São Paulo: Atual, 2011.

MORGADO, Augusto César et al. **Análise Combinatória e Probabilidade**. -9.ed. –Rio de Janeiro: SBM, 1991.

MLODINOW, Leonard. **O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas**. Tradução Diego Alfaro; consultoria Samuel Jurkiewicz. — Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2009.

NEVES, Fábio Costa de Oliveira. **Ensino de probabilidade: Tipos de Eventos**.2015.96f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e naturais, Belém,2015.

OLIVEIRA, Marcos Oliveira de. **Análise do Ensino de probabilidade**.2015.98 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e naturais, Belém,2015.

RIBEIRO, Rossano Evaldt Steinmetz. **Uma proposta de ensino de probabilidade no ensino médio**.2012.116 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de matemática no ensino fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de matemática no ensino fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SANTANA, Michaelle Renata Moares de. **O Acaso, o Provável, o Determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental**.2011.94f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CE, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Recife,2011.

SILVA, Fabrício Menezes Netto da. **Jogos no Processo de Ensino - Aprendizagem de Probabilidade**.2013. 71f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

SOARES, Marcel Brito. **O Ensino de Probabilidade por meio de Atividades**.2018. 294f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, PA, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Belém, 2018.



## DIAGNÓSTICO DE ENSINO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU

Dion Espírito Santo da Cunha  
UEPA  
dionchess@hotmail.com

Ana Kely Martins da Silva  
UEPA  
ana.kely@uepa.br

Maria de Lourdes Silva Santos  
UEPA  
2011malu.melo@gmail.com

### Resumo

Neste trabalho apresentamos os resultados de pesquisa que teve como objetivo a realização de diagnóstico do processo de ensino-aprendizagem de Sistema de Equações Polinomiais de 1º grau a partir da opinião de professores de matemática. A nossa questão de pesquisa foi: “Quais as principais dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de Sistema de equações polinomiais de 1º grau apresentadas por alunos do 8º ano do ensino fundamental?”. A metodologia envolveu pesquisa bibliográfica e trabalho de campo com uma amostra de 21 professores de Matemática da rede estadual de educação do Pará. As informações foram produzidas no mês de maio/2021 por meio de consulta virtual aos docentes, mediante a aplicação de questionário. A sistematização das informações produzidas ocorreu por meio da construção de quadros e gráficos estatísticos relativos às perguntas do questionário. Os resultados indicaram que o perfil identificado foi de 17 homens e apenas 4 mulheres, quanto às metodologias adotadas pelos docentes percebemos que 61,9% (13 respondentes) abordam os assuntos por meio de situações problemas e que a forma de avaliação predominante continua sendo a prova escrita (90,5%). Os dados de Campo revelaram que os professores de Matemática têm necessidade de materiais pedagógicos específicos e de mais formação continuada.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Sistema de equações de 1º grau.

### Abstract

In this paper, we present the results of a research that aimed to diagnose the teaching-learning process of the 1st degree Polynomial Equation System based on the opinion of mathematics teachers. Our research question was: “What are the main difficulties in the teaching-learning process of a System of 1st degree polynomial equations presented by students of the 8th year of elementary school?”. The methodology involved bibliographical research and field work with a sample of 21 Mathematics teachers from the state education network of Pará. The information was produced in May/2021 through a virtual consultation to the teachers, through the application of a questionnaire. The systematization of the information produced occurred through the construction of tables and statistical graphics related to the questions in the questionnaire. The results indicated that the profile identified was 17 men and only 4 women. As for the methodologies adopted by the professors, we noticed that 61.9% (13 respondents) approach the issues through problem situations and that the predominant form of assessment continues to be the written test (90.5%). Field data reveal that Mathematics teachers need specific teaching materials and more continuing education.

**Keywords:** Teaching of Mathematics. System of 1st degree equations.

## 1.Introdução

O assunto “Sistema de equações polinomiais de 1º grau” é de grande interesse pessoal pois foi um dos primeiros conteúdos de Matemática que me despertou o interesse pela ciência dos números e da abstração. Foi onde comecei a perceber a

aplicabilidade de ideias e conceitos na Matemática.

Essa escolha também se justifica, entre outras coisas, pela sugestão da própria BNCC no que se refere ao desenvolvimento do pensamento algébrico e por considerarmos que os conhecimentos algébricos previstos no ensino desse assunto são de fundamental importância ao desenvolvimento intelectual de nossos alunos, sobretudo quando eles passarem pelo 9º ano do Fundamental II e todo o Ensino Médio. Ressaltamos ainda que tal objeto do conhecimento tem grande versatilidade algébrica e que os algoritmos e conceitos/ideias nele desenvolvidos são de grande importância para aplicações em outros assuntos como funções, trigonometria etc.

Considerando o que sugere Barreto (1995, *apud* GODOY e SANTOS, 2012, p. 264-265) segundo o qual devemos trabalhar a Matemática como um todo orgânico e não como compartimentos estanqueados, acreditamos que eventuais dificuldades em equações do 1º grau possam ser corrigidas paralelamente com o desenvolvimento de sistema de equações, numa tentativa de descaracterizar o aspecto ainda muito criticado de uma Matemática ensinada por “degraus” de conhecimento.

Esse estudo envolveu uma amostra de 21 professores de Matemática da rede estadual de educação do estado do Pará que teve por objetivo responder à seguinte questão de pesquisa: “Como professores de Matemática do 8º ano do Ensino Fundamental II estão ensinando sistema de equações polinomiais de 1º grau?”

Apresentou como objetivo geral “Analisar como professores do 8º ano do ensino fundamental estão ensinando Sistema de equações polinomiais de 1º grau” e os objetivos específicos foram: “- Identificar qual o perfil dos professores que atuam no do 8º ano do ensino fundamental”, “Constatar quais metodologias os professores do 8º ano do EF utilizam para ensinar Sistema de equações polinomiais de 1º grau” e “Verificar Como os professores avaliam o aprendizado de Sistema de equações polinomiais de 1º grau no 8º ano do EF.”

A metodologia de pesquisa que adotamos foi a pesquisa bibliográfica e de campo. Fomos auxiliados pelas mídias sociais que no período sombrio da pandemia de COVID-19 mostrou-se extremamente útil e necessária para a efetivação da coleta de dados. O estudo está teoricamente embasado em diferentes trabalhos tais como

dissertações e artigos como, por exemplo, os artigos de Goulart (2013) e Cataneo e Rauén (2018), além da dissertação de Rocha (2010) e ainda das orientações e textos como o de Mello (2014) e Godoy e Santos (2012).

Este artigo está organizado em 5 partes dedicadas a apresentar a Introdução, Revisão de Literatura, Procedimentos Metodológicos, Sistematização de Resultados e Análises e Considerações Finais.

## **2.Revisão de Literatura**

Apresentaremos a seguir uma breve descrição das pesquisas que realizamos a fim de darmos o embasamento teórico necessário e indispensável para a produção desse artigo.

Nossa pesquisa bibliográfica relacionada ao tema deu-se exclusivamente por meio da busca em sites como SciELO, CAPES-banco de teses e dissertações, Repositórios de Universidades e Google Acadêmico.

O artigo de Goulart (2013), intitulado: “A leitura e a escrita no ensino de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas” apresentam uma proposta de abordagem sobre o ensino de sistema de equações polinomiais de 1º grau focada na metodologia de ensino a partir da resolução de problemas levando-se em conta as competências por parte dos alunos no que diz respeito à leitura e escrita. Em Goulart (2013) foi possível perceber as seguintes questões de pesquisa: “Em que momentos o uso de problemas deve surgir dentro de uma aula de Matemática? Como deve ser feito o trabalho com resolução de problemas em relação à interpretação dos enunciados e a conversão de linguagens? Que cuidados o professor precisa ter ao elaborar atividades que utilizem a resolução de problemas para introduzir um novo conteúdo e que gere uma aprendizagem significativa?”

Foi ao tentar levantar quais eram os conhecimentos prévios dos seus alunos que a autora percebeu que para que eles compreendessem os problemas deveriam antes compreender o processo de leitura, na linguagem natural, e de escrita, na linguagem algébrica, coisas sempre presentes em questões sobre expressões algébricas, equações do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau e está de acordo com o que pensamos ser indispensável para resolver problemas em Matemática: a capacidade de

interpretação/associação com conceitos e ideias algébricas.

Foram os elementos tais como situações-problema, competência em leitura e escrita, entre outros que nos chamou a atenção no artigo, pois tais elementos, a nosso ver, são de fundamental importância para um bom desempenho diante do nosso objeto de conhecimento. Além disso, o trabalho de Goulart (2013) nos atraiu a atenção pela referência que faz às orientações estabelecidas pelo Conselho Nacional de professores de Matemática dos EUA por meio da “*An agenda for action: recommendations for School Mathematics of 1980s* (NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS 1980) (“Um plano de ação para a Matemática escolar da década de 80” - livre tradução) que visava um ensino mais efetivo de Matemática. Entre essas recomendações encontramos aquela que sugere a resolução de problemas como foco da Matemática, o que vai ao encontro das ideias de Santos e Godoy (2012) conforme vemos em:

[...] tais orientações tinham a finalidade de atender melhor às necessidades matemáticas de uma população diversificada de estudantes em uma sociedade marcada progressivamente pela presença de tecnologias. As recomendações foram: a resolução de problemas como foco; as destrezas básicas deveriam ir além do cálculo; obter vantagens do uso de calculadoras e computadores; aplicar Standards rigorosos de eficácia e rendimento; avaliar o êxito dos programas de Matemática; desenvolver currículo flexível para promover o acesso com grande variedade de opções; ajuda pública para o ensino de matemática para se alcançar níveis compatíveis com a importância da compreensão matemática. (SANTOS, 2008, p. 4 apud GODOY e SANTOS, 2012, p. 262-263).

Goulart (2013) usa uma sequência didática como metodologia de ensino e a aplica em uma turma de alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola particular. A autora, pôde notar que o ensino por meio da resolução de problemas provocou nos alunos maior compreensão sobre o assunto. Este tipo de abordagem permitiu aos alunos compreenderem o porquê da necessidade de utilizar o sistema de equações do 1º grau para resolver determinadas situações-problema. Além disso, como a própria autora afirma, a partir da abordagem houve efetivamente uma aprendizagem significativa no sentido em que os alunos alcançaram independência na busca de soluções para os problemas propostos.

No artigo “Registros de representação semiótica, relevância e conciliação de metas: uma análise do capítulo Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas do livro Matemática compreensão e prática de Ênio Silveira” dos pesquisadores Raeun e Cataneo (2018) podemos perceber uma certa preocupação em analisar um capítulo

de livro didático que trata de nosso objeto matemático. Foi esse um dos motivos que nos levou a escolher esse trabalho. Outro fator igualmente importante se deve ao fato da consideração feita pelos autores sobre os “Registros de representações semiótica”, teoria desenvolvida por Raymond Duval que grosso modo trata das diferentes maneiras de se representar um objeto e que para que o mesmo seja efetivamente compreendido é necessário e suficiente que se possa compreender esses diferentes tipos de registros conforme Silveira (2015, p. 339 *apud* RAUEN e SANTOS 2018, p. 169):

[...] o aluno alcança a apreensão conceitual quando lhe é exigida a coordenação de diferentes registros, como, por exemplo, o registro algébrico, registro gráfico, registro figural, registro em língua materna etc. Isso se dá porque cada um dos registros caracteriza o conceito matemático de uma maneira e todas as maneiras se complementam.

Os autores concluem o trabalho afirmando que os resultados sugerem prevalência de exemplos e atividades que demandam conversão de representações de situações-problema em língua natural para a representação no registro algébrico, pouco desenvolvimento de interpretações gráficas, casos raros de conversões inversas e ausência de propostas de elaboração de problemas.

Assim, enquanto a trabalho de Goulart (2013) sugere uma abordagem de ensino de sistema de equações por meio de resolução de problemas, o trabalho de Rauen e Cataneo (2018) enveredam pela importância de se discutir os vários tipos de registros de representação semiótica

O trabalho de Rocha (2010), intitulado “Aprendizagem da resolução de sistemas de equações do 1º grau por alunos do 8º ano do ensino fundamental: método da substituição” nos interessou pelo fato de trazer logo de início qual método de resolução utilizaria no desenvolvimento do seu trabalho. Comungamos com a ideia deste autor que em se tratando de pouco tempo para se trabalhar todos os métodos, o método de resolução de sistema de equações mais geralmente útil para se aplicar em resolução de situações-problema, na nossa opinião, é o método da substituição.

Em seu trabalho, Rocha (2010), objetivou analisar como ocorre a aprendizagem da resolução de sistemas de equações do 1º grau pelo método da substituição trabalhando com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal no Mato Grosso do Sul, a partir de situações-problema, utilizando papel e lápis e o *software Aplusix*. O autor aplicou, assim como Goulart (2013), uma sequência didática.

É interessante destacar que assim como Rauen e Cataneo (2018) e Goulart (2013), Rocha (2010) também faz considerações em relação aos documentos oficiais que regulam a questão curricular dos objetos matemáticos. Ele ainda revela uma preocupação metodológica com relação ao ensino do nosso objeto matemático ao citar que os documentos oficiais garantem a finalidade dos estudos, por exemplo, do nosso objeto de investigação em questão:

[...] por que alguns alunos não sabem aplicar um conhecimento que aprenderam no Ensino Fundamental para trabalharem conceitos aprendidos no Ensino Médio, uma vez que os PCNEM (2006) orientam que deve ser utilizada a resolução de sistemas na interpretação das posições relativas entre reta e círculo? Por que não se faz ligação entre o que se aprendeu sobre sistemas no Ensino Fundamental com o que se vai aprender no Ensino Médio na medida em que se deve utilizar esse conhecimento como ferramenta? Rocha (2010, p. 14-15)

Entre as diversas questões norteadoras de Rocha (2010) a principal foi: “como se dá a aprendizagem da resolução de sistemas de equações do 1º grau pelo método da substituição, bem como a resolução de problemas envolvendo esse conceito por alunos do 8º ano do ensino fundamental diante de situações adidáticas, em ambiente papel e lápis e com *software Aplusix?*”

Para responder suas questões de pesquisa Rocha (2010) se apoiou nas Teorias das situações Didáticas de Guy Brousseau a partir das quais conseguiu mostrar que os alunos se apropriaram dos conceitos presentes nas atividades da sequência didática e assim, conclui Rocha (2010), houve aprendizado.

Para encerrar nossa revisão de literatura apresentamos um quadro com os principais elementos que caracterizaram o material bibliográfico pesquisado.

Quadro 1 - Caracteres dos artigos/dissertações consultados

PERÍODO	2013-2019	
FORMA DE ANÁLISE DAS PRODUÇÕES	Caracterização, Comparação de metodologias, Confrontamento de ideias e Análise dos resultados	
Nº	CARACTERES DAS PRODUÇÕES INVESTIGADAS	
	AUTORES	<i>Vanessa Cataneo e Fábio Rauen</i>
	TÍTULO	Registros de representação semiótica, relevância e conciliação de metas: uma análise do capítulo Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas do livro Matemática compreensão e prática de Ênio Silveira.

1	OBJETIVO	analisar o capítulo Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas do livro Matemática Compreensão e Prática: 8º ano, de Ênio Silveira
	METODOLOGIA	Pesquisa Bibliográfica
	SUJEITO DA PESQUISA	Professor
2	AUTORA	Andreza Goullart
	TÍTULO	A leitura e a escrita no ensino de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas.
	OBJETIVO	verificar quais as implicações que o ensino por meio da resolução de problemas traz para a aprendizagem significativa de sistemas de equações do 1º grau.
	METODOLOGIA	Pesquisa Bibliográfica, Sequência Didática
	SUJEITOS DA PESQUISA	1 turma do 8º ano em uma escola particular em SP
3	AUTOR	Florisvaldo Rocha
	TÍTULO	Aprendizagem da resolução de sistemas de equações do 1º grau por alunos do 8º ano do ensino fundamental: método da substituição.
	OBJETIVO	analisar como ocorre a aprendizagem da resolução de sistemas de equações do 1º grau pelo método da substituição por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, a partir de situações problemas, em ambiente papel e lápis e com o software Aplusix
	METODOLOGIA	Pesquisa Bibliográfica, Engenharia Didática, Sequência Didática.
	SUJEITOS DA PESQUISA	10 alunos do 8º ano EF Escola Municipal em MS.

Fonte: Os autores, 2021.

### 3.Procedimentos Metodológicos

Nesta seção apresentaremos um detalhamento das etapas de nossa pesquisa como por exemplo metodologia adotada, universo, técnica de pesquisa adotada e tabulação dos dados de campo.

Uma das etapas da metodologia foi a pesquisa bibliográfica, além de consultas a documentos como BNCC, artigos sobre Currículo e Avaliação no Ensino de Matemática, além de um questionário de pesquisa que foi elaborado via Google Forms.

Nosso universo amostral consistiu em professores de Matemática da rede estadual de educação do Pará. Para a produção das informações realizamos entrevista utilizando um questionário elaborado no Google Forms. O instrumento foi respondido por uma amostra de 21 professores de Matemática que foram devidamente orientados

quanto à pesquisa que estávamos realizando, cujo objetivo foi levantarmos dados sobre o ensino de “Sistema de equações polinomiais de 1º grau”. Todos os professores tiveram acesso ao Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que entre outros pontos lhes informava sobre nosso objetivo de obter um diagnóstico do ensino de Sistema de equações polinomiais de 1º grau no 8º ano do ensino fundamental a partir da opinião dos docentes.

Não poderíamos deixar de falar, antes de encerrar essa seção, sobre as dificuldades enfrentadas na confecção e principalmente aplicação do questionário da pesquisa. Foi graças à ajuda de colegas professores de outras disciplinas que conseguimos alcançar um número aceitável de respondentes ao questionário. Nossa meta inicial era atingir 50 respondentes, porém no final conseguimos alcançar 21.

Criado um link pelo próprio Google Forms conseguimos fazer o compartilhamento dele via WhatSapp com uma mensagem de solicitação, contendo explicação sobre do que se tratava o link. Os professores que conseguimos para responderem o questionário foram solícitos. Alguns professores só responderam após a segunda solicitação de preenchimento. Importante destacar que o uso da tecnologia na consulta aos professores foi consideravelmente eficiente, prática e rápida. Com alguns cliques (não poucos), foi possível coletar os dados de que precisávamos para este trabalho.

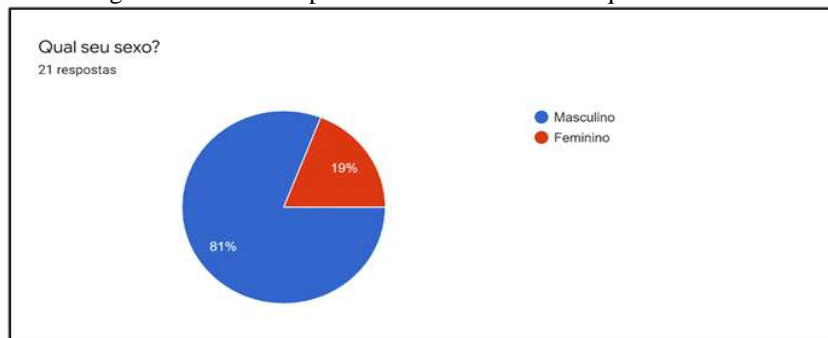
#### **4.Sistematização de Resultados e Análises**

Apresentamos a seguir os dados obtidos por meio das respostas às perguntas constantes no questionário de pesquisa que enviamos, via Whatsapp, à nossa amostra de 21 professores de Matemática da rede estadual do Pará. Os dados serão apresentados abordando três categorias: perfil dos 21 professores quanto ao sexo, idade, experiência profissional etc., metodologia de ensino que adotam e à maneira como avaliam.

Quanto ao perfil os dados revelaram que dos 21 respondentes do questionário, 17 são do sexo masculino e apenas 4 são do sexo feminino. Isso revela o quanto a área de ciências exatas ainda é uma área de conhecimento predominantemente frequentado por pessoas do sexo masculino.



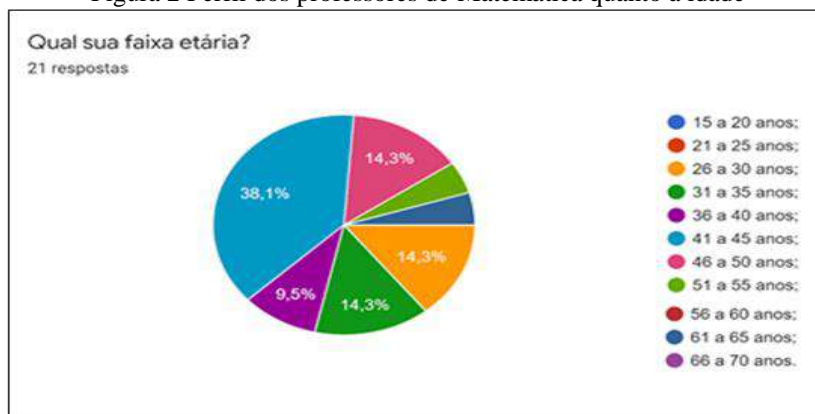
Figura 1 - Perfil dos professores de Matemática quanto ao sexo



Fonte: pesquisa de campo, 2021.

Quanto ao quesito idade os resultados foram os apresentados na figura 2.

Figura 2 Perfil dos professores de Matemática quanto à idade



Fonte: pesquisa de campo, 2021.

Esse é um dado que nos chama a atenção por revelar que nossa amostra tem apenas 3 professores com idade até 31 anos, o que poderíamos considerar pessoas jovens. Isto significa que há 18 professores com idades superiores aos 31 anos.

Quanto à formação dos professores constatamos que 3 tem apenas o ensino médio. Dos 18 professores restantes há 8 com mestrado concluído ou em andamento, 3 com doutorado concluído ou em andamento e 10 com especialização. Isso significa que dos 21 professores de nossa amostra, 18 ou já concluíram ou estão com uma pós-graduação em andamento. De certa forma isso soa estranho pois isso significa que são 85% dos professores com estudos de pós-graduação e que ainda assim apresentam alguma dificuldade no processo de ensino-aprendizagem como os dados de campo mostraram mais à frente. E isso nos remete ao texto de Godoy e Santos (2012) no qual afirmam que os professores fazem o que querem e entendem ser o melhor para os alunos, sem conduto, nos deixar saber se isso é ou não é o melhor.

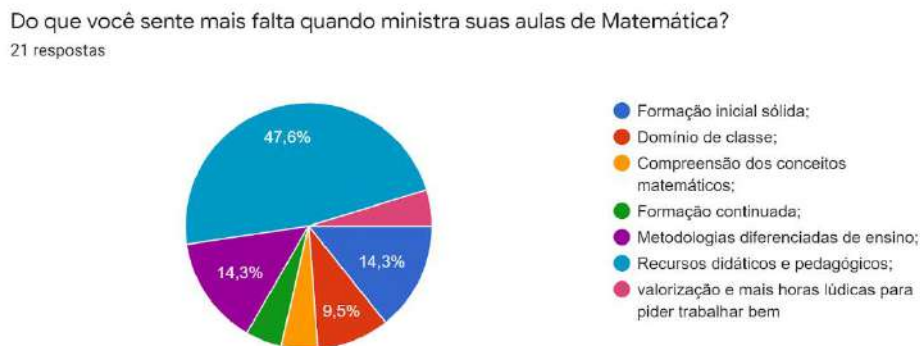
Neste sentido, quando as portas das salas de aulas se fecham, cada professor de Matemática, de acordo com as suas ideologias, crenças, concepções,

formação etc. faz o que quer e entende ser o melhor para ele e para os seus alunos, contudo, se o que o professor faz ao fechar a porta da sua sala é bom ou ruim, não sabemos. Godoy e Santos (2012, p. 275)

Quanto à Metodologia de ensino dos professores os dados de campo revelam que apenas 6 professores ainda começam suas aulas a partir das definições, seguido de exemplos e exercícios, ou seja, da velha prática do ensinar por meio de exemplos, mostrando como se faz sem deixar que o aluno consiga construir por si mesmo o caminho da solução do problema, o que diverge da ideia de Goulart (2013) “nunca induzindo a solução, mas deixando que cada aluno encontre a solução por si mesmo.”

Notamos ainda que cerca de 13 professores (aproximadamente 62%) sentem falta de recursos didáticos ou metodológicos diferenciados para o ensino de matemática, conforme a figura 3. Este é o dado ao qual nos referimos linhas atrás, quando dissemos que embora um número significativo de professores tenha estudos de pós-graduação, ainda assim sentem falta de alguma ferramenta metodológica ou material específico para o ensino de sistema de equações polinomiais de 1º grau.

Figura 3 - Metodologia dos professores quanto às suas necessidades no processo ensino-aprendizagem



Fonte: pesquisa de campo, 2021.

Ainda quanto à metodologia, nossa pesquisa indica que cerca de 43% dos professores selecionam o conteúdo de Matemática sobre “Sistema de equações polinomiais de 1º grau” a partir de livros didáticos e outros, por volta de 33%, o fazem a partir da BNCC.

Ao serem perguntados sobre se seus alunos gostam de Matemática, cerca de 15 professores de nossa amostra de pesquisa responderam que a minoria dos seus alunos gosta de Matemática. Um dado importante que precisa ser mais investigado. Esse fato é devido à metodologia do professor? É devido à falta de conhecimentos básicos de

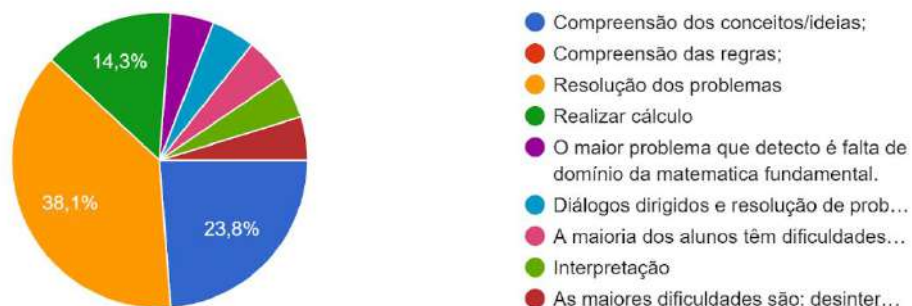
## Matemática?

A próxima figura é uma das mais importantes da nossa pesquisa, pois revela qual é a principal dificuldade dos alunos do 8º ano do ensino fundamental diante do assunto matemático tema dessa pesquisa: a resolução de problemas. A segunda maior dificuldade dos alunos se refere à compreensão de conceitos/ideias. Ou seja, nossos respondentes nos fazem chegar à seguinte reflexão: Tais dificuldades não estariam ligadas a problemas de interpretação da linguagem matemática? Essa reflexão tem apoio no trabalho de Goulart (2013) segundo a qual para que os alunos compreendessem os problemas de sistema de equações polinomiais de 1º grau deveriam antes entender o processo de leitura, na linguagem natural, e de escrita, na linguagem algébrica.

Figura 4 – Metodologia dos Professores quanto às dificuldades dos alunos nas aulas de matemática

Quais as maiores dificuldades dos seus alunos nas aulas de matemática?

21 respostas



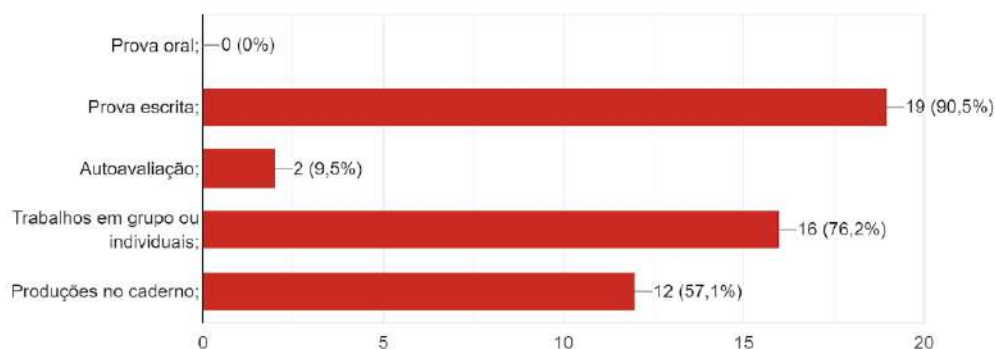
Fonte: pesquisa de campo, 2021.

Finalmente, quanto à avaliação praticada pelos professores de Matemática do ensino fundamental da rede pública estadual do Pará, o que foi possível perceber, a partir da coleta de dados, é que 19 dos 21 respondentes (cerca de 90%) condicionam a avaliação à prova escrita.

Figura 5 - Avaliação dos professores de Matemática

Quais as principais formas de avaliação que você costuma aplicar/ utilizar? (Marque mais de uma opção, se necessário)

21 respostas



Fonte: pesquisa de campo, 2021.

Isto conclui a sistematização dos resultados e análises do questionário da nossa pesquisa sobre o ensino de sistema de equações polinomiais de 1º grau.

### 5.Considerações finais

Este trabalho abordou sobre quais são as principais dificuldades enfrentadas por alunos do 8º ano do ensino fundamental na compreensão dos métodos de resolução de um sistema de equações polinomiais de 1º grau.

A partir dos dados obtidos foi possível perceber que há uma dificuldade por parte dos professores quanto à metodologia de ensino desse assunto. Uma dificuldade, segundo os professores, passa pela necessidade de um material com novas metodologias de ensino; mais formação continuada; mais recursos pedagógicos etc.

Quanto à questão que norteou nossa pesquisa: “Quais as principais dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de sistema de equações polinomiais de 1º grau apresentados por alunos do 8º ano do ensino fundamental?” a pesquisa revelou que as principais dificuldades estão ligadas à resolução de problema (38,1%, ou seja, para 8 professores, as maiores dificuldades dos alunos concentra-se na resolução de problemas). Além dessa, a segunda maior dificuldade se refere à compreensão de conceito/ideias, o que corresponde a 23,8%, isto é, na opinião de 8 professores, os alunos não compreendem adequadamente os conceitos/ideias sobre os métodos de resolução de sistema de equações polinomiais de 1º grau.

A partir da análise das respostas do questionário, acreditamos que essas

dificuldades poderiam ser amenizadas se os professores recebessem um material específico sobre o objeto do conhecimento matemático aqui investigado, como por exemplo uma sequência didática, antecedida de uma formação continuada sobre a temática específica (tipo Álgebra e Equações do 1º grau, Álgebra e Sistema de equações polinomiais de 1º grau, Álgebra e gráficos no plano cartesiano etc.).

Consideramos que talvez um projeto de reforço escolar poderia ajudar na superação das dificuldades dos alunos, pois com mais tempo para se trabalhar os assuntos e as principais dificuldades dos alunos na matéria poderiam amenizar tais dificuldades no aprendizado do assunto.

Os dados da nossa pesquisa mostram também que cerca de 52% dos professores não participam de formações continuadas quando são oferecidas por suas escolas. Acreditamos que seria importante mais incentivo para que viessem a participar delas. É preocupante o fato de pouco mais da metade dos professores estarem ausentes das formações que acreditamos poderiam ajudar nas questões do processo ensino-aprendizagem dos objetos matemáticos.

Quem sabe novas pesquisas com a amostra ampliadas possam revelar outras dificuldades vividas por outros professores de Matemática. Entendemos que uma pesquisa investigativa possa esquadriñar ainda mais onde residem as dúvidas dos alunos e como pode ser possível superá-las efetivamente. Uma pesquisa envolvendo essencialmente os alunos também seria de grande importância para que nós professores-pesquisadores pudéssemos ouvi-los sobre como seus professores lhes ensinam e quais são suas dificuldades nesse processo.

Por fim observamos que os professores reclamaram por novas metodologias de ensino, novos recursos pedagógicos para o ensino-aprendizagem do assunto investigado. Esse é um ponto interessante uma vez que nos fez refletir e pensar em sugestões sobre novas abordagens de ensino para o assunto em questão que pudesse ser útil àqueles professores que estão na linha de frente do ensino de Matemática.

Os professores de Matemática precisam de mais formação continuada, precisam de salas com recursos pedagógicos (material concreto com que os alunos possam manipular, olhar sob diferentes perspectivas etc.) para o ensino de Matemática.

Precisam de um plano estratégico para detectar as dificuldades no processo de ensinar bem como nas dificuldades dos alunos em aprender. Tal plano deve ser pensado por pedagogos, administradores do ensino público sem deixar de contar com a participação dos professores em exercício em sala de aula para que assim se possa de fato iniciar o combate à aversão à Matemática e a mistificação de que ela não é para todos.

Sendo assim acreditamos que novos estudos possam ser realizados a fim de confirmar os problemas que aqui foram expostos que dizem respeito tanto aos professores (perfil, metodologia, avaliação etc.) quanto aos alunos (suas dificuldades, frustrações etc.) no processo ensino-aprendizagem de Matemática ou até mesmo ampliada em favor de um ensino de Matemática mais próximo da realidade dos alunos. Reforçando assim a busca para melhorar o panorama do ensino da Matemática no Pará, e em especial no ensino de sistema de equações polinomiais de 1º grau.

## Referências

MELLO, Guiomar Namó de. **Currículo da Educação Básica no Brasil: concepções e políticas**. Disponível em: <[https://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guiomar\\_pesquisa.pdf](https://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guiomar_pesquisa.pdf)>. Acesso em: julho/2021.

GODOY, E. V.; SANTOS, V. M. **O cenário de Ensino de matemática e o debate sobre currículo de matemática**. Práxis Educacional. Vitória da Conquista. v.8, n.13, p. 253-280, jul./dez, 2012. Disponível em:< <https://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/view/716/602> >. Acesso em: julho/2021.

RAUEN, F. J., CATANEO, V. I., **Registros de representação semiótica, relevância e conciliação de metas: uma análise do capítulo Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas do livro Matemática compreensão e prática de Ênio Silveira**. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i2p140-170>>. Acesso em julho/2021.

GOULART, A. M. A., **A leitura e a escrita no ensino de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas**. In Seminário de Escrita e Leituras em

Educação Matemática, 2, 2013, São Paulo. Artigo. São Paulo: SELEM, 2013. p. 1-X. Disponível em: [https://www.academia.edu/24644049/II\\_SEMINARIO\\_DE\\_ESCRITAS\\_E\\_LEITURAS\\_EM\\_EDUCACAO\\_MATEMATICA\\_II\\_SELEM\\_A\\_LEITURA\\_E\\_A\\_ESCRITA\\_NO\\_ENSINO\\_DE\\_SISTEMAS\\_DE\\_EQUACOES\\_DO\\_1o\\_GRAU\\_POR\\_MEIO\\_DA\\_RESOLUCAO\\_DE\\_PROBLEMAS](https://www.academia.edu/24644049/II_SEMINARIO_DE_ESCRITAS_E_LEITURAS_EM_EDUCACAO_MATEMATICA_II_SELEM_A_LEITURA_E_A_ESCRITA_NO_ENSINO_DE_SISTEMAS_DE_EQUACOES_DO_1o_GRAU_POR_MEIO_DA_RESOLUCAO_DE_PROBLEMAS)>. Acesso em: Julho/2021.

ROCHA. F. O., **Aprendizagem da resolução de sistemas de equações do 1º grau por alunos do 8º ano do ensino fundamental**: método da substituição. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – UFMS, Campo Grande, 2010. Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dezembro2013/matematica\\_artigos/dissertacao\\_florisvaldo\\_oliveira\\_rocha.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dezembro2013/matematica_artigos/dissertacao_florisvaldo_oliveira_rocha.pdf)>. Acesso em Julho/ 2021.

**Palestra: A Metodologia de Ensino, Aprendizagem e Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na prática do professor de Matemática.**

**Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic (UNESP)**



**O Cálculo de Área utilizada pelos Agricultores de Pacajá- PA e sua relação com a Geometria Plana ensinada na Escola**

**Wagner Davy Lucas Barreto**

**Claudionor Alves Portugal**

**Washington Luiz Pedrosa da Silva Junior**

**PROGRESSÕES ARITMÉTICAS: diagnósticos com docentes da 1ª Série do  
Ensino Médio de Instituição Pública**

Rosângela Silva dos Santos

Ana Kely Martins da Silva

Maria de Lourdes Silva Santos

## UM DIAGNÓSTICO ACERCA DO ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DA REDE MUNICIPAL BELÉM - PA

Ana Kely Martins da Silva

Delciana Góes da Silva

Maria de Lourdes Silva Santos

### RESUMO:

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um levantamento diagnóstico do processo de ensino-aprendizagem de operações com números inteiros, a partir da opinião de professores de matemática. As informações foram produzidas no mês de maio por meio da consulta a 35 docentes da rede pública municipal de ensino de Belém/PA, mediante a aplicação de um questionário digital denominado google formulário. A sistematização das informações produzidas ocorreu por meio da construção de quadros e gráficos estatísticos relativos a cada uma das questões do instrumento. Os resultados indicam que, segundo a amostra de professores, percebemos que os docentes pesquisados desenvolvem seus conteúdos dentro de uma metodologia tradicional, mas os mesmos buscam desenvolver suas habilidades através de formações continuadas oferecidas pela rede de ensino, bem como já podemos notar um certo caminhar no sentido de buscar metodologias mais dinâmicas que possam estar melhorando a sua prática docente e conseqüentemente a aprendizagem dos alunos. Concluímos que a maioria dos assuntos relacionados aos conteúdos em tela são apresentados de forma satisfatória pelos professores aos discentes, e os professores da referida rede de ensino, estão sempre em busca de formação continuada para melhorar a sua prática docente. Quanto aos alunos apresentam uma certa dificuldade no processo de aprendizagem do objeto matemático em estudo, mas as dificuldades aparecem em menor escala quando os conteúdos matemáticos abordados nessa pesquisa são trabalhados através de atividades do dia-a-dia.

**Palavra Chave:** Currículo. Avaliação. Ensino de Matemática. Números inteiros. Operações com números inteiros.

### 1. INTRODUÇÃO

O conjunto dos números inteiros é um assunto que os discentes começam a ter contato a partir do 7º Ano do ensino fundamental, podemos observar que na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ele é desenvolvido no 7º Ano na unidade temática número e como objeto de conhecimento é denominado Números Inteiros. Onde são orientados na BNCC o uso de história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. Eles vão aparecer nas habilidades: EF07MA03 – Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos e na habilidade EF07MA04 - Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros. O conjunto dos números inteiros e suas operações, são conteúdos de extrema importância para os alunos, pois é um objeto matemático

que será abordado em outros momentos do conteúdo matemático, bem como, será utilizado no dia-a-dia dos alunos, e por esse motivo, os pesquisadores sentiram a necessidade de abordar o referido conteúdo nessa pesquisa.

Sentindo a necessidade de estudar a maneira como os números inteiros são ensinados, identificamos que com o passar dos anos e a estruturação do Currículo da Educação Básica no Brasil, não percebemos grande destaque sobre o Currículo de Matemática, segundo Godoy e Santos (2012), até 2009, havia pouca produção acadêmica em torno do tema Educação Matemática, ao realizar uma pesquisa junto ao Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), foram encontradas apenas 8 dissertações e 4 teses sobre o referido tema. Percebemos que até a data citada havia uma preocupação apenas com os conteúdos matemáticos em si, não havendo ainda uma preocupação na maneira como a matemática era ensinada. Nesse sentido verificamos que a educação matemática é um campo novo de pesquisa e que ainda existe um longo caminho a ser percorrido. Essa ausência de estudos científicos no como ensinar a matemática acaba refletido nos resultados não satisfatórios das avaliações externas no campo de conhecimento da matemática.

Nesse sentido, buscamos realizar a elaboração deste artigo. Para que essa construção acadêmica fosse desenvolvida, foram utilizados os dados de uma pesquisa de campo com 35 professores da rede pública municipal de Belém. A pesquisa tem por objetivo fazer um diagnóstico no Ensino de operações com números inteiros no 7º Ano do Ensino Fundamental. Através do referido questionário, buscamos identificar o perfil dos professores que atuam na rede municipal de Belém, verificando que dificuldades os alunos sentem quando estudam operações com números inteiros, bem como as metodologias de ensino utilizadas para ensinar operações com números inteiros e buscar identificar através das respostas dos professores como o conjunto dos números inteiros e suas operações estão sendo assimiladas pelos alunos, através da ótica dos professores pesquisados.

## **2. REVISÃO LITERATURA**

Para desenvolver o presente artigo, os pesquisadores buscaram embasar seu estudo através da leitura de artigos e dissertações que versassem sobre o objeto matemático escolhido. O levantamento do material de revisão literária é realizado através de meios digitais, e também baseadas nos artigos disponibilizados na disciplina Currículo e avaliação do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

Para trabalharmos sobre o objeto matemático que foi desenvolvido neste artigo, buscamos analisar sobre quatro situações que são de interesse dos pesquisadores para o desenvolvimento deste artigo: Currículo da Educação Básica no Brasil; Educação Matemática; Avaliação Matemática e Ensino de Números Inteiros. Para chegar aos objetivos propostos, buscamos analisar os artigos de

Melo (2014); Godoy e Santos (2012). E dentro do objeto Matemáticos que estaremos explanando nesse artigo, foram realizadas as leituras de artigos de Boone e Davi (2016); Frizzarini e Petternon (2016); Danczuk (2016); Queiroz, Carvalho e Moreira (2014). Foram realizadas consultas aos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), bem como Resolução Nº 40/2011 – CME, e a Base Nacional Comum Curricular (2017).

## 2.1 – CURRÍCULO

Segundo Mello (2014), o currículo é tudo aquilo que uma sociedade considera necessário que os educandos aprendam ao longo de sua formação escolar. Nesse sentido, o currículo expressa aquilo que deveria ser ensinado aos alunos para que os mesmos possam viver em sociedade. Ao longo dos anos o Currículo passou por vários processos, modificando-se de acordo com o momento histórico que a sociedade estava. Segundo o referido autor, o currículo teve a sua vertente onde a concepção curricular era centrada no conhecimento, nessa versão o mais importante é a apropriação do patrimônio científico cultural acumulado. Sua didática é frontal, expositiva e de fácil observar e de aprender, segundo Mello (2014), ainda predomina em muitas salas de aulas.

Com o advento de novas tecnologias e de momentos históricos diferenciados houve a necessidade de criar novas possibilidades de currículo, e para essa nova vertente ainda segundo Mello (2014), o aluno passa a ter um papel essencial, deixando de ser um mero receptor para ser tornar protagonista da construção do seu conhecimento. Nesse novo modelo de currículo, como já mencionado o aluno é o protagonista, porém segundo Mello (2014) existem várias concepções sobre o papel do professor e da escola nesse novo contexto.

Ainda sobre o currículo, identificamos que o documento que orienta os professores da rede pública municipal de Belém no que se refere a presente pesquisa, foi desenvolvido através de uma orientação Curricular que foi aprovado em 21/12/2011, através da resolução 40/2011 que regulamenta que o currículo será baseado nos ciclos de aprendizagem, o currículo ainda se encontra em vigor nessa rede de ensino até os dias atuais. Sendo que existem discussões no sentido de se adequarem a lei que regulamenta a Base Nacional Comum Curricular. O Currículo por ciclo está estruturado da seguinte forma:

Art. 1º - O Ensino Fundamental ofertado nas escolas da Rede Municipal de Ensino de Belém organizar-se-á em Ciclos de Formação – CF, em conformidade com as disposições contidas nessa Resolução.

Art. 2º O Ensino Fundamental organizado em Ciclos de Formação observará a devida flexibilidade curricular, a fim de articular-se com outras formas de organização e garantir a circulação e o acesso à escolaridade.

Art. 3º A organização do Ensino Fundamental em Ciclos de Formação tem como pressupostos:

Parágrafo único. Os procedimentos para o acesso e circulação mencionados no caput deverão constar no projeto pedagógico e regimento da escola.

I – a estruturação do trabalho educativo, de modo a atender os educandos em seus tempos e/ou ritmos diferenciados de formação e desenvolvimento;

II – a compreensão e o reconhecimento da aprendizagem como direito do educando, assegurando a todos aquisição e desenvolvimento de conhecimento num continuum formativo;

III – a garantia da flexibilização dos tempos de aprender, ensinar e desenvolver, possibilitando uma formação global, humanizada e o respeito a identidade cultural dos educandos;

IV – o educando como sujeito social, histórico e cultural da aprendizagem.

Art 4º O ensino organizado em ciclos contínuos e sequenciais, abrange nove anos letivos, assim constituídos:

I – Ciclo de formação I – com duração de 3 anos, equivalentes ao 1º, 2º e 3º anos;

II – Ciclos de formação II – com duração de dois anos, equivalentes ao 4º e 5º anos;

III – Ciclo de formação III – com duração de dois anos, equivalentes ao 6º e 7º anos;

IV – ciclos de formação IV – com duração de dois anos, equivalentes ao 8º e 9º anos. (Resolução Nº 40/2011 – CME, de 21 dezembro de 2011, p. 1).

Segundo o Currículo da Rede Metropolitana de Belém, percebemos que existe uma preocupação com o aprendizado do aluno, ao deixar claro que o estudante tem direito a uma formação global, humanizada e com respeito, percebemos neste currículo uma preocupação com a formação plena do aluno, no qual o discente não é apenas um receptor de conhecimento e sim alguém que precisa ser valorizado e respeitado dentro de sua individualidade e também dentro do seu ritmo de aprendizagem.

## **2.2 – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Quando tratamos sobre a educação matemática dentro do contexto de Currículo, percebemos que a matemática está presente desde o primeiro currículo criado no Brasil, segundo Mello (2014), no nível elementar estavam incluídos leitura, escrita, e conteúdos muito básicos de gramática, aritmética, pesos e medidas. Percebemos que havia uma matemática voltada para a relação econômica que havia

nesse momento histórico que era o comércio. Nesse sentido a matemática presente no Currículo escolar, reforça a ideia que o conteúdo ensinado é para ser utilizado em sua vida em sociedade.

Com o passar dos anos e estruturação do Currículo da Educação Básica no Brasil, não percebemos grande destaque sobre o Currículo de Matemática, segundo Godoy e Santos (2012), até 2009, havia pouca produção acadêmica em torno do tema Educação Matemática, ao realizar uma pesquisa junto ao Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), foram encontradas apenas 8 dissertações e 4 teses sobre o referido tema. Essa ausência de estudos científicos no como ensinar a matemática acaba refletido nos resultados não satisfatórios das avaliações externas no campo de conhecimento da matemática.

Percebemos uma mudança quando tratamos sobre o Currículo, quando surge o Movimento da Matemática Moderna (MMM), e o referido movimento ganhou força no Brasil, pois ele surgiu no momento em que estava sendo realizadas as modificações no Currículo da Educação Básica e a LDB 5692/1971. Segundo Godoy e Santos (2012) a matemática precisava passar por transformações pois a abordagem clássica dada aos conteúdos escolares não satisfazia mais as condições e as exigências criadas pelo mundo moderno. O currículo centrado no conteúdo deixa de existir e passa a dar lugar a elementos como objetivo, metodologia e avaliação. Nesse momento houve a incorporação de várias ideias no currículo da Matemática tais como: Psicologia, sociologia, filosofia e da própria área da educação Matemática.

A partir da década de 80 segundo Godoy e Santos (2012) houve um movimento no sentido de fazer uma crítica ao Movimento da Matemática Moderna, a crítica baseava-se ao processo de ensino e aprendizagem escolar. Um movimento internacional produziu um documento denominado *An agenda for action: recommendations for School Mathematics of 1980*. Que indicam 8 recomendações para reestruturar a organização curricular da Matemática escolar básica. Essas 8 recomendações influenciaram os parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), assim como no Brasil, essas recomendações influenciaram vários países, aqui no Brasil, podemos verificar a tendência de direcionar o ensino fundamental para competências básicas necessárias aos cidadãos, reforçando assim, que o currículo escolar deve direcionar os alunos para aprender habilidades e competências para a vida social e o mundo do trabalho. Nessa linha de currículo o ensino de matemática, acabou por assumir o papel de preparar os cidadãos para a ciência e a tecnologia.

A matemática segundo Santos e Godoy (2012), deve estar vinculada aos outros conteúdos e deve ser apresentada de forma significativa para o aluno, bem como deve favorecer o desenvolvimento matemático em consonância com os temas transversais. Os autores também destacam que segundo os PCN's a situação problema é um ponto de partida para o ensino de matemática, mas eles destacam também que apesar da resolução de problemas ser o eixo do processo de ensino aprendizagem de matemática, existem outras opções que podem ser utilizadas para o processo de ensino da disciplina. Tais como: história da matemática, tecnologia, jogos e etc.

Tendo como norte os PCN e após ampla discussão em várias regiões do país, começou-se a desenhar o que seria a Base Nacional Comum Curricular, documento que foi aprovado e entrou em vigor em 06 de abril de 2017. A Base foca no que o aluno precisa desenvolver, para que o conhecimento matemático seja uma ferramenta para ler, compreender e transformar a realidade.

### 2.3 – AVALIAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A avaliação é de extrema importância para o processo pedagógico, pois através dela podemos perceber como os alunos estão absorvendo os conteúdos matemáticos e como eles estão sendo ministrado. Ao longo da trajetória o ensino de matemática sempre esteve atrelado ao currículo tradicional, e como consequência, a forma mais comum de avaliação dava-se através de exercícios e provas. Que buscavam verificar a aprendizagem através de repetição dos conteúdos aprendidos. Com as mudanças curriculares e com a mudança da sociedade que passou a ser mais tecnológica e moderna os currículos para o ensino de matemática passaram a sofrer modificações, e conseqüentemente o processo de avaliação também passou por transformações. Nos PCNs na perspectiva de um currículo de Matemática para o ensino fundamental, novas funções são indicadas à avaliação, na qual se destacam uma dimensão social e uma dimensão pedagógica. Conforme podemos verificar em:

“No caso da dimensão social atribui-se à avaliação a função de fornecer aos estudantes informações sobre o desenvolvimento das capacidades e competências que são exigidas socialmente, bem como auxiliar os professores a identificar quais objetivos foram atingidos, com vistas a reconhecer a capacidade matemática dos alunos, para que possam inserir-se no mercado de trabalho e participar da vida sociocultural.

No caso da dimensão pedagógica cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos ainda parcialmente consolidados” (BRASIL, 1998<sup>a</sup>, p. 54 apud GODOY E SANTOS, 2012, p. 272).

A avaliação é um processo essencial para a aprendizagem e a forma como a mesma é desenvolvida pode afetar positiva ou negativamente na maneira como o objeto matemático pode ser assimilado. A avaliação através de provas e exercício acaba por menosprezar o erro e a tentativa, sendo necessária uma mudança dessa concepção pois a partir das novas concepções de avaliação segundo Danczuk (2016) o erro passa a ser um processo de construção do conhecimento e não mais um



fracasso. Sendo que as provas e exercícios podem contribuir positivamente para o ensino, desde que o erro possa ser visto como uma alternativa de aprendizagem.

## 2.4 – O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS

O conceito de números inteiros, segundo Pettenon e Frizzarini (2016), vem sendo construído ao longo da evolução do conhecimento matemático e por isso sofreu muitas modificações ao longo dos séculos. Segundo Garcia (2016) *apud* Pettenon e Frizzarini (2016) essa necessidade se deu pelas relações comerciais entre as pessoas, o primeiro conjunto a surgir foi o conjuntos dos números naturais e suas operações, com os passar do tempo surgiu a necessidade de agrupar os números com características equivalentes a fim de facilitar estas operações, o que chamamos atualmente de sistemas de numeração e conjuntos numéricos. A partir da definição axiomática dos sistemas de números naturais e da necessidade de contar números menores que zero, foi construída a ideia de número inteiros. Dessa forma temos que:

O conjunto, além dos números, são meios de organizar os elementos numéricos que possuem características semelhantes, com o intuito de facilitar alguns procedimentos operatórios. O conteúdo dos conjuntos Numéricos é um dos conteúdos no qual se embasa o restante dos outros conteúdos estudados na disciplina de Matemática e por essa razão, compõem uma parte fundamental da Matemática. (PETTENON E FRIZZARINI, 2016, p. 196)

Os números inteiros é um objeto matemático que os discentes de matemática apresentam grande dificuldade no entendimento. Segundo Dalvi e Boone (2016, p. 2) “Embora a ideia de Números Inteiros esteja presente desde muito cedo no cotidiano das pessoas quando abordado de forma incoerente provoca obstáculos na aprendizagem”. Percebemos a necessidade de uma abordagem dos números inteiros de forma diferenciada, seja de forma lúdica como Jogos, e ou através de um processo de contextualização como a educação financeira, bem como o seu surgimento usando a história da matemática.

O conjunto dos números inteiros é um assunto que os discentes começam a ter contato a partir do 7º Ano do ensino fundamental, podemos observar que na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ele é desenvolvido na unidade temática número e como objeto de conhecimento é denominado Números Inteiros. Onde são orientados na BNCC o uso de história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. Eles vão aparecer nas habilidades: EF07MA03 – Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos e na habilidade EF07MA04 - Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros. O conjunto dos números inteiros e suas

operações, são conteúdos de extrema importância para os alunos, pois é um objeto matemático que será abordado em outros momentos do conteúdo matemático, bem como, será utilizado no dia-a-dia dos alunos, e por esse motivo, os pesquisadores sentiram a necessidade de abordar o referido conteúdo nessa pesquisa.

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa que subsidiou esse artigo buscou desenvolver uma análise exploratória, que conforme Fialho e Silva (2021) tem o interesse de aumentar a experiência teórica estrutural dos autores em torno do objeto de conhecimento denominado “números inteiros”. No que se refere a fonte de informações, buscou-se realizar uma pesquisa bibliográfica, conforme descrito a seguir:

A pesquisa bibliográfica é aquela que se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, como livros, artigos, teses etc. Utiliza-se de dados ou de categorias teóricas já trabalhados por outros pesquisadores e devidamente registrados. Os textos tornam-se fontes dos temas a serem pesquisados. O pesquisador trabalha a partir das contribuições dos autores dos estudos analíticos constantes dos textos (SEVERINO, 2013, p. 106)

Os critérios de pesquisa bibliográfica foram previamente definidos, foi delimitado a artigos e dissertações publicadas nos últimos cinco anos. Esse levantamento das produções foi realizado em bibliotecas digitais de Universidades e sites de pesquisas científica, entre os quais podemos citar: Google Acadêmico, CAPES e BDTD (Biblioteca Digital de Teses e Dissertações). Nos referidos sites as palavras-chave utilizadas para realizar as buscas foram: “Números Inteiros”; “operações com números inteiros”; “ensino de números inteiros”, as buscas ocorreram nos meses de Maio, Junho e Julho de 2021.

Além da pesquisa bibliográfica, foi desenvolvida uma pesquisa através da aplicação de um questionário. Para a criação das perguntas do referido questionário, foram utilizados materiais fornecidos pela disciplina Currículo e Avaliação do Mestrado Profissional em Educação Matemática da UEPA, bem como livro didático do 7º Ano Praticando matemática do autor Álvaro Andrini, além das consultas realizadas aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para o Ensino Fundamental relacionado ao ensino de números inteiros e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre o assunto já mencionado. O instrumento de pesquisa teve por objetivo realizar um diagnóstico no ensino de operações com números inteiros no 7º ano do ensino fundamental da rede municipal de Belém – PA. O presente artigo tem por finalidade mostra o resultado da pesquisa realizada. Para a efetivação da referida pesquisa realizamos o contato com 50 docentes que lecionam na rede municipal, dos quais 35 aceitaram responder o instrumento.

Os docentes que aceitaram responder o questionário concordaram que os dados apurados pudessem ser usados na confecção deste artigo. A metodologia utilizada para a pesquisa, foi o google formulário, e a forma como foi feita a abordagem ao público-alvo da pesquisa foi através das redes sociais. O objetivo da pesquisa foi conhecer o perfil dos professores que atuam na rede pública Municipal de Belém, além de identificar como o assunto número inteiros são trabalhados pelos referidos docentes e quais as estratégias de ensino são desenvolvidas para que o discente possa desenvolver de forma plena o seu aprendizado do referido tema.

#### 4. RESULTADOS E ANÁLISES

Para realizar essa pesquisa, foi feito o contato de forma individual, através das mídias sociais com 50 professores da rede pública municipal de ensino de Belém, o público alvo foram professores que atuam no nível de ensino fundamental. Obtivemos 35 respostas através de formulários preenchidos de forma virtual. Nesse sentido a análise foi desenvolvida com base nas 35 respostas enviadas pelos professores.

A pesquisa mostra que na rede municipal de Belém diante do público que respondeu ao questionário, são formados em sua maioria por homens. Com 80% da pesquisa respondida por professores do sexo masculino e apenas 20% formada por professores do sexo feminino. Ao analisar os dados acima, percebemos que ainda existe um número expressivo de pessoas do sexo masculino que atuam na área da licenciatura em matemática. O que reforça a ideia que a matemática é uma área predominantemente masculina, e percebemos a necessidade de uma maior inserção de meninas e mulheres nessa área de atuação.

Quanto a faixa etária, o grupo de professores apresenta idade declarada a partir de 31 anos - 35 anos, com 8,6% dos professores dentro dessa faixa etária. De 36 anos – 40 anos, temos 20% de docentes dentro dessa faixa etária, 41 anos – 45 anos, representam 17,1% do corpo docentes. De 46 anos – 50 anos, é a faixa etária onde temos mais professores que responderam à pesquisa, com 22,9% de professores que responderam à pesquisa. De 51 anos – 55 anos, temos 11,4% dos entrevistados, de 56 anos – 60 anos, temos 17,1% de professores e de 61 – 65 anos, temos 1% do grupo de professores. Nas faixas etárias que compreendem de 15 anos até 30 anos e de 66 anos até 70 anos. Não apareceram na pesquisa docentes com a referida faixa etária.

No que se refere a escolaridade, podemos verificar que 97,1% dos professores que participaram da pesquisa, possuem nível superior. Com apenas 2,9% que possuem o nível médio. Dentre os que possuem nível superior, temos um universo de 65,7% de professores que buscaram dar continuidade a sua formação inicial através da especialização, 17,1% com Mestrado e 5,7% com

doutorado. Totalizando 88,5% dos pesquisados que buscaram uma formação além da graduação, através de Pós-graduação *Latu Sensu* e *Stricto Sensu*.

Quando foi feita a análise do curso que o professor realizou, como foi uma pergunta livre, percebemos que cada discente respondeu ao questionário de forma pessoal, mas analisamos que 97% dos professores que responderam ao questionários realizaram seu curso de graduação em Licenciatura em Matemática, e os que possuem pós-graduação a nível *Latus Sensu* ou *Stricto Sensus*, 83,4% possuem cursos na área de matemática e apenas 5,7% realizaram suas pós em áreas afins, aparecendo na pesquisa informática e educação ambiental.

Quando analisamos o tempo de serviço como professores. Verificamos que não aparecem professores que tenham menos de 5 anos de profissão. Logo os docentes pesquisados possuem a partir de 6 anos de experiência como docentes. De acordo com a pesquisa temos: 6 anos – 10 anos, temos 5,7% dos pesquisados. Com 11 anos – 15 anos de profissão aparecem 20% dos entrevistados. De 16 anos – 20 anos de profissão, temos um total de 11,4% dos entrevistados. Com 21 anos – 25 anos de profissão, temos a maioria dos entrevistados com 31,4% dos docentes que responderam à pesquisa. Seguida pelo tempo de experiência de 26 anos – 30 anos, representando 25,7% dos professores pesquisados. De 31 anos a 35 anos de experiência docentes, temos apenas 5,7% dos entrevistados e mais de 36 anos não temos professores na rede municipal com esse tempo de experiência.

Quando foi questionado aos docentes a partir de qual documento oficial os mesmos buscam se basear definir o seu conteúdo, percebeu-se que 60% dos professores da rede pública municipal de Belém que participaram da pesquisa informaram buscar a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), 28,6% baseiam-se no Livro Didático, 8,6% buscam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e apenas 2,9% dos pesquisados afirmam utilizar O caderno de orientações da rede de Ensino. Deve-se levar em consideração que a rede de ensino municipal baseia o seu currículo nos ciclos de aprendizagem. Porém o documento mais recente no que se refere ao Currículo da Educação básica é a BNCC, que foi publicada em 2017, e os estados e municípios ainda estão em fase de adequação dos seus currículos a nova legislação vigente. Por isso percebemos que a maioria dos professores pesquisados informaram se utilizar da BNCC para selecionar seus conteúdos.

Quando a pergunta se referia sobre a principal forma de avaliação, os professores pesquisados em sua maioria correspondendo a 91,4% diz avaliar seus alunos através da prova escrita. Apesar dos avanços no que se refere a metodologia do ensino de matemática, o ensino de matemática ainda está segundo Mello (2014) centrado no conhecimento que privilegia a apropriação do patrimônio científico cultural acumulado, em lugar do avanço em direção a novas descobertas, e isso influencia o processo de avaliação, fazendo com que grande parte dos professores pesquisados ainda se utilizem da prova escrita como método de avaliação. Em Segundo lugar com 71,4% da preferência dos pesquisados aparece como melhor atividade de avaliação trabalhos em grupo ou individual e também com o mesmo percentual produções no caderno, já podemos perceber aqui uma ruptura com o modelo tradicional ao perceber que as atividades em grupo e o percurso do aluno ao longo das atividades também são levados

em consideração no processo Avaliativo. Podemos perceber nesse item que os professores buscam seguir a Resolução Nº 40/2011 – CME, de 21 de dezembro de 2011, p.3 onde a avaliação é proposta no “Art. 13 - O processo de avaliação para a progressão continuada nos Ciclos de formação será contínuo, cumulativo e formativo”. Em seguida a forma de avaliação que aparece com 20% do total de entrevistados é a Autoavaliação, seguida de 14,3% prova oral, frequência, participação, Seminários aparecem com 2,9% cada um. Percebemos através desta pesquisa que a forma mais utilizada de avaliação entre os professores é a prova escrita, mas já percebemos o interesse de uma avaliação diferenciada ao aparecer em segundo lugar os trabalhos em grupos e as produções do caderno.

Com relação a pergunta de como os professores da Rede pública Municipal de Belém desenvolvem o ensino de números inteiros, percebemos que os professores procuram desenvolver as suas aulas de forma a atender o que está sendo proposto pela BNCC. Com isso percebemos que quando os professores da pesquisa começam a trabalhar a ideia de números inteiros, 100% dos professores que responderam o questionário disseram trabalhar situações do dia-a-dia para que ocorra uma maior compreensão por parte dos alunos sobre o conteúdo a ser desenvolvido. Os pesquisadores identificaram também que 100% dos docentes pesquisados realizam o trabalho das quatro operações básicas dos números inteiros (Adição; subtração e Multiplicação e Divisão).

Após a análise dos dados da pesquisa, percebemos nas respostas dada pelos docentes que os mesmos buscam trabalhar todos os conteúdos previstos para serem desenvolvidos dentro do tema números inteiros: O conjunto dos números inteiros; os números inteiros na reta e comparação entre números inteiros, sendo desenvolvido em sala de aula por 97,1% dos professores que participaram da pesquisa. Apareceram com destaque, sendo desenvolvido por 94,3% dos professores que responderam à pesquisa os Números opostos ou simétricos; Adição algébrica de números inteiros; potência envolvendo números inteiros; propriedades de potenciação; problemas envolvendo adição de números inteiros e Problemas envolvendo divisão de números inteiros. Quanto a outros assuntos relacionados aos números inteiros, 91,4% dos docentes disseram trabalhar com problemas envolvendo subtração de números inteiros. Com 88,6% dos pesquisados informado que trabalham raiz quadrada envolvendo os números inteiros; 85,7% disseram trabalhar com expressões envolvendo os números inteiros e 80% disseram que trabalham com o assunto módulo.

Ao analisarmos as respostas sobre a avaliação dos docentes sobre a dificuldade dos alunos em aprenderem os assuntos relacionados aos números inteiros. Percebemos que 88,6% dos professores pesquisados informaram que os alunos acham fácil e/ou muito fácil aprender sobre os números inteiros quando os mesmos são desenvolvidos/ensinados através de situações do dia-a-dia. Percebemos nesse dado o quanto é importante os docentes utilizarem-se de diferentes estratégias para facilitar o processo de aprendizagem do aluno. Conforme vemos em:

“Uma tarefa, mesmo que simples, mas bem planejada sobressai a uma tarefa complexa sem planejamento. É nesse sentido que acreditamos e apostamos: na diversificação de tarefas nas propostas metodológicas para o Ensino da Matemática. Quando apresentamos Tarefas diferentes, com potencialidades

diversas e níveis de dificuldades variados, temos a possibilidade de atingir um maior número de alunos e coloca-los em atividade” (Danczuk, p. 48)

Alguns outros assuntos dentro do objeto de conhecimento números inteiros também foram considerados Fácil e/ou Muito fácil para que os discentes aprendam, entre os quais podemos citar: Os números inteiros na reta, considerado Fácil e/ou Muito fácil por 88,5% dos professores que participaram da pesquisa, assim como Números opostos ou simétrico sendo considerado fácil e/ou muito fácil por 91,4% dos professores, e também dentro desta categoria temos Módulo de um número inteiro, que aparece com 78,8% sendo considerado um assunto fácil e/ou muito fácil de ser assimilado pelo discente.

Percebemos através da resposta dos docentes que a grande maioria dos assuntos que são trabalhados sobre o assunto números inteiros, na percepção dos professores os alunos consideram difícil e/ou muito difícil, entre os quais podemos citar como os mais difíceis segundo os professores. As expressões numéricas envolvendo os números inteiros 82,9% dos professores considerando difícil aos discentes aprender esse assunto. Seguido de as propriedades dos números inteiros com 80% considerando difícil e/ou muito difícil para o aluno aprender. Aparece também entre essa categoria de difícil e/ou muito difícil com 77,1% dos professores acreditam ser difícil os alunos aprenderem Problemas envolvendo subtração de números inteiros e com o mesmo percentual Problemas envolvendo Divisão de números inteiros.

Ao realizar a análise dos dados percebemos ainda com dificuldades nos assuntos relacionados aos números inteiros aparece Potenciação com 71,4% dos professores consideram difícil e/ou muito difícil para os alunos aprenderem. Seguido do assunto Raiz quadrada de números inteiros e Problemas envolvendo adição de números inteiros, aparecendo com o percentual de 68,6% dos professores na categoria difícil e/ou muito difícil para os alunos aprenderem. Aparecem como uma dificuldade para os alunos aprenderem problemas envolvendo números inteiros com 65,7% de dificuldades que os discentes têm de aprenderem, seguido de 62,9% dos professores que consideram difícil e/ou muito difícil para os alunos aprenderem sobre multiplicação de números inteiros. Temos segundo 54,3% dos professores que consideram difícil e/ou muito difícil para os alunos aprenderem sobre propriedades da multiplicação envolvendo os números inteiros.

Ao analisarmos a pesquisa sobre os números inteiros, percebemos então que já existe um grande número de docentes, entre os que responderam à pesquisa, uma busca de estratégias e metodologias diferentes para melhorar o processo de ensino e aprendizagem dos seus alunos. Apesar de em alguns momentos a pesquisa apontar para o uso tradicional no ensino de matemática, percebemos uma busca em romper com alguns paradigmas e buscar novas formas de desenvolver a aprendizagem dos alunos

## **5. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A matemática é uma disciplina de grande importância para o progresso dos seres humanos, e como ciência ela já passou por várias mudanças dentro do currículo a nível de Brasil e também de mundo, conforme Godoy e Santos (2012). Apesar dessa importância dentro desse processo, a educação matemática só passou a ter um certo reconhecimento quando o conhecimento Matemático passa a ser destaque nas avaliações externas e os olhares se voltam para a disciplina. Uma vez que nessas avaliações percebemos uma avaliação negativa quando o assunto trabalhado é a matemática.

Ao analisar os dados percebemos que os professores que responderam à pesquisa são em sua maioria formada por homens, representando 80% dos professores pesquisados, sendo apenas 20% o grupo de mulheres. Os professores pesquisados são bem experientes pois possuem mais de 6 anos de experiência como docentes. Que 97,1% dos que responderam a pesquisa possuem formação superior na área de matemática, e destes 88,5% possuem pós-graduação.

A partir do perfil definido acima, e das respostas dadas no questionário, percebemos que os professores iniciam as suas aulas a partir de uma situação problema, fato considerado relevante dentro do PCNs no ensino de Matemática. Que a maioria dos professores que responderam ao questionário sentem falta de recursos didáticos pedagógicos apropriados para desenvolver de forma mais adequada as suas aulas. A maioria dos professores pesquisados buscam na BNCC a seleção de conteúdo do objeto de conhecimento que serão desenvolvidos com os alunos. Apesar de desenvolverem os conteúdos utilizando a BNCC, a maioria dos professores citaram utilizar-se de prova escrita para avaliar os alunos. Porém já percebemos uma busca de avaliação diferenciada ao perceber que também aparecem em destaque na pesquisa a avaliação de atividades em grupo, que podem representar a utilização de metodologias como jogos. Ao analisar os métodos de avaliação ficou claro que ao utilizar o caderno dos discentes para o processo avaliativo os professores já buscam olhar o percurso dos alunos ao longo de um determinado período e não unicamente a prova escrita que pode não avaliar de forma eficaz a aprendizagem.

Quanto a questão de fixação de conteúdos os professores responderam que a metodologia utilizada é a de listas de exercícios e/ou exercícios do livro. E essa metodologia talvez reflita na dificuldade que os discentes apresentam de aprender o conteúdo dos números inteiros, sendo necessária uma postura diferenciada nesse quesito. Destacamos a importância da formação continuada que conforme os professores ocorre na rede de ensino ao qual os mesmo fazem parte e também os referidos professores afirmam participar, uma vez que quanto maior a aprendizagem sobre novas metodologias, e também uma maior aproximação dos conhecimentos produzidos as instituições de ensino superior chegarem aos docentes que atuam na educação básica, maiores e melhores serão as possibilidades dos professores de utilizarem as Metodologias diferenciadas para uma melhor Aprendizagem dos alunos. Destacando que os docentes entrevistados, fizeram sugestões que pudessem ser desenvolvidos jogos matemáticos, quadrinhos, educação financeira pra desenvolver o interesse dos alunos pelo objeto matemático que nos propusemos estudar que são os números inteiros, e a

necessidade de desenvolver estratégias adequadas de ensino dada as dificuldades apontadas pelos docentes quando o tema números inteiros é abordado.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular.** Brasília,

2018. Disponível em:

[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_sit e.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf) acessado em: 10/07/2021.

BRASIL. **Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Fundamental.** Brasília,

2007. Disponível em:

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pcn/matematica.pdf> acessado em: 10/07/2021.

DALVI, Silvana Cocco. BOONE. Mirelly Katiene e Silva. **O ensino dos números inteiros tendo como catalizador do conhecimento o Jogo.** Espírito Santo. VII SEMAT – Seminário da licenciatura em Matemática – ISSN 2359-4195. IFES – Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Cachoeira de Itapemirim/ES – 07 a 10 de Agosto de 2016. Disponível em:

<https://semat.ci.ifes.edu.br/wp-content/uploads/2015/02/VII-semat-trabalhos-completos.pdf>. Acessado em: 01/07/2021.

DANCZUK, Fabulo Eugênio. **Diversificação de tarefas como proposta metodológica no ensino dos números inteiros.** Dissertação, Pato Branco – MG, 2016. Disponível em:

<https://1library.org/document/lq55drq4-diversificacao-tarefas-como-proposta-metodologica-ensino-numeros-inteiros.html>. Acessado em 05/07/2021.

FIALHO, Roberto Paulo Bibas. Ciência e método. In FIALHO, Roberto Paulo Bibas;

SILVA, Admilson Alcântara da. **Tipos de pesquisas e tipos de Métodos** – Disciplina

do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Aula *on line*. Data de

realização: 07/04/2021. Belém (PA): Universidade do Estado do Pará –

UEPA/Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – PPGEM, 2021.

Disponível em:

<https://classroom.google.com/u/2/c/MjYzNTU1ODI0Mzk0/m/MzE0MTIzNDI1OTU4/de>



tails

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. **O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o Currículo de Matemática**. Práxis Educacional. [S.l.], v. 8, n. 13, p. 253 – 280, 2012. Disponível em: file:///C:/Users/jose\_/Downloads/716-Texto%20do%20artigo-1179-1-10-20170828.pdf

MELLO, Guimar Namó. **Currículo da Educação Básica no Brasil: Concepções e políticas**. São Paulo: USP, 2014. Disponível em [https://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guimar\\_pesquisa.pdf](https://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guimar_pesquisa.pdf). Material Pedagógico da disciplina Currículo e Avaliação do mestrado em Educação Matemática da UEPA.

Resolução Nº 40/2011 – CME, de 21 de dezembro de 2011. **Diretrizes do Ensino Fundamental em Ciclos de Formação, nas escolas da Rede Municipal de Ensino de Belém/PA**. Belém – PA. Disponível em: [http://cmebelem.com.br/wp-content/uploads/2015/08/Res.40\\_11.pdf](http://cmebelem.com.br/wp-content/uploads/2015/08/Res.40_11.pdf)

## EXPERIMENTAÇÃO INVESTIGATIVA COMO POSSIBILIDADE PARA O ENSINO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULO

**Lucas Ferreira Rodrigues**

Universidade Federal do Pará (PPDOC/ICEN/UFPA)  
*elucasfrodrigues@gmail.com*

**Maico Tailon Silva da Silva**

Universidade Federal do Pará (PPDOC/ICEN/UFPA)  
*maico.silva@icen.ufpa.br*

### Resumo

Inúmeras estratégias de ensino têm sido elaboradas e experimentadas na tentativa de apresentar ao alunado uma imersão ao conhecimento científico dentro de suas possibilidades, no sentido de oportunizá-los a realizar investigações sobre aspectos práticos no contexto educacional, encorajando-os a serem agentes participativos na construção de seus próprios conhecimentos. Nestes termos, o estudo aqui apresentado tem como objetivo apontar as relações de construção de conhecimento desenvolvidas pelas práticas cotidianas de ensino-aprendizagem em espaços não formais, tendo como foco principal, uma experiência baseada na vivência de alunos do 9º ano do ensino fundamental em uma escola da rede municipal localizada no município de Cachoeira do Arari, no arquipélago da Ilha do Marajó, no Estado do Pará. A presente proposta se apoia em uma abordagem qualitativa, com o recurso metodológico histórico-epistemológico para a abordagem do conhecimento científico e matemático, além das análises vivenciais relacionadas a uma situação didática constituída pelo elo entre aluno, conhecimento e professor. Como proposta de ensino, elaboramos uma ação pedagógica para a aprendizagem de Semelhança de Triângulos, sendo orientada de

forma remota em função da portaria nº 343, de 17 de março de 2020, que determinou o isolamento social causado pela Pandemia do Novo Corona vírus, (SARS-CoV-2), com uso das tecnologias disponíveis aos alunos. Como resultados, percebemos que a abordagem utilizada nos conduziu a significativos alcances, o que conforme relatos dos próprios alunos, a forma como se deu a pesquisa-ação na prática, decorreu de forma atrativa e instigante, possibilitando maior engajamento e compreensão na construção de boas aprendizagens.

**Palavras-Chave:** Estratégias de ensino. Conhecimento científico. Semelhança de triângulos

### **Semelhança de triângulos sob o contexto do conhecimento científico e matemático**

A presente proposta trata de uma sequência didática planejada para o ensino de Matemática, com o objeto de conhecimento matemático semelhança de triângulos, desenvolvida em uma turma de 9º ano.

Esboçada inicialmente para ser desenvolvida de maneira presencial, as atividades aqui apresentadas passaram por diversas modificações, sendo orientadas por quatro professores da área de matemática, com experiências diversas na execução de projetos educacionais, tendo como principais ferramentas, as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC's), fonte base de utilização no ensino remoto emergencial durante o período de pandemia do Coronavírus (COVID-19).

O lócus de pesquisa foi uma escola da rede municipal de ensino situada no município de Cachoeira do Arari, no arquipélago da Ilha do Marajó, localizada no Estado do Pará. Destacamos que o local da pesquisa foi importante ao processo de experimentação desenvolvido com os conhecimentos matemáticos estudados pois apresenta características sociais e culturais diferenciadas.

### **Metodologia de aprendizagem por investigação e aprendizagem significativa**

Situar o papel do conhecimento científico, ou mais especificamente do conhecimento escolar no contexto de vivência do aluno, é trazer significado ao currículo e ensino escolar, mais ainda, é evidenciar um conhecimento que pode ser construído na prática, em atividades de “mão na massa”, cujas definições, conceitos, fórmulas, representações, figuras, tabelas e etc. estudados em sala de aula são observados sob uma nova perspectiva, onde sua significância é reconhecida na solução de um problema ou mesmo identificação em outros contextos, diferentes dos analisados e propostos em sala de aula.

Em se tratando especificamente do conhecimento matemático direcionado à educação básica, no caso da etapa do ensino fundamental, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta a preocupação a respeito da importância e garantia do desenvolvimento perceptivo do aluno, da relação entre o mundo físico e os conhecimentos matemáticos (CM), para o desenvolvimento de habilidades resolutivas de problemas através de CM. Conforme a (BNCC):

No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental. (BRASIL, 2018, p.267)

Da utilização prática dos CM, sua significação em atividades práticas também contribui no processo construtivo dos conhecimentos, cujo potencial está fundamentalmente na posição do ser autônomo do aluno, ser imersivo nas atividades e ser responsável pelas soluções das situações propostas, onde o professor cria as condições, mas o aluno através de suas atitudes desenvolve o conhecimento.

Importa, então, ajudar o aluno a compreender os percursos da construção do conhecimento científico, bem como das suas múltiplas facetas, colocando o aluno numa situação de cidadão ativo, que tem de desempenhar papéis e partilhar responsabilidades com os seus pares, que tem de encontrar soluções e de aprender a decidir em situações pluridisciplinares, em que a voz da ciência é uma, entre as diversas vozes da sociedade, porventura a melhor adaptada para lidar com determinado tipo de situações. (CACHAPUZ, PRAIA, & JORGE, 2000, p.75)

No processo de aprendizagem significativa, o estudante âncora conhecimentos já construídos à um novo conhecimento que possui relação ao já firmado, pressupondo a utilização de um material potencialmente significativo ao aprendiz e relacionável aos seus conhecimentos, bem como uma predisposição do estudante a articular o novo material a ser aprendido e a sua estrutura cognitiva.

A outra condição traz implícito que, independentemente de quão potencialmente significativo seja o material a ser aprendido, se a intenção do aprendiz é, simplesmente, a de memorizá-lo arbitrariamente e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos ou sem significado. (Reciprocamente, independente de quão predisposto para aprender estiver o indivíduo, nem o processo nem o produto serão

significativos se o material não for potencialmente significativo.)  
(MOREIRA & MASINI, 1982, p.14)

Nesse sentido, o papel do aprendiz é ainda mais intensificado no processo. Conforme Moreira e Masini (2006), “os significados são pontos de partida para a atribuição de outros significados, constituindo-se em pontos básicos de ancoragem, dos quais origina-se a estrutura cognitiva.”

### **Etapas de realização**

As atividades foram planejadas para uma turma de 9º ano, com 30 alunos, sendo definidos 5 grupos de 6 alunos, e organizadas em quatro momentos, de acordo com as etapas a seguir:

#### **Etapa 1: Composição dos grupos e sorteio dos temas.**

Esta etapa foi realizada de maneira presencial, em sala de aula, no início do ano letivo de 2020 e consistiu na composição das equipes com 6 alunos cada e sorteio dos temas relacionando os tópicos que cada grupo deveria estudar, de acordo com as devidas orientações repassadas pelo professor orientador.

#### **Etapa 2: Reconhecimento do local de realização das atividades.**

Também realizada de maneira presencial, onde os alunos observaram atentamente os locais para verificar as medições necessárias e então elaborar os esquemas matemáticos para a realização dos cálculos necessários.

#### **Etapa 3: Orientação das atividades de maneira remota via grupo de WhatsApp.**

Nesta fase, já no mês de abril de 2020, iniciou-se o período da pandemia do Coronavírus (covid-19), onde as escolas tiveram seu período letivo interrompido. Deste modo, os demais processos foram repensados e orientados de forma remota. Os grupos foram refeitos de acordo com a quantidade de alunos que possuíam aparelhos smartphones com acesso à internet. Os alunos receberam a instrução de permanecerem em casa e compartilharem suas ideias e conceitos a serem utilizados na parte prática da atividade por meio da plataforma de reuniões *Google Meet* e grupos de WhatsApp.

#### **Etapa 4: Direcionamento das tarefas.**

Os grupos receberam as devidas orientações sobre as atividades a serem desenvolvidas, como a busca de métodos para realizar as medidas das dimensões de uma

fossa aquática e da largura de campo de futebol, que se encontravam em locais bem próximos da referida escola.

Conhecidos os temas de trabalho, definiram-se datas e horários para a realização das tarefas registradas por meio de vídeos posteriormente enviados ao professor para que então pudesse prestar as devidas orientações. Os materiais essenciais utilizados por cada grupo para a realizar as atividades foram o barbante, cabos de vassoura, trena, esquadro, transferidor e um diário de bordo onde registravam todas as informações.

Os resultados aqui registrados foram fundamentados na perspectiva de ensino por experimentação com caráter investigativo. Para tanto, partimos da hipótese de que tal procedimento funciona como importante viés que, além de viabilizar uma aprendizagem ativa, propõe uma maneira diferenciada de demonstrar resultados oriundos de situações problemas concretos vivenciados pelos alunos em seu próprio contexto social e educacional, valorizando assim, sua vivência. A seguir, serão elencados dois registros de atividades construídas pelos alunos.

### **Resultados das observações**

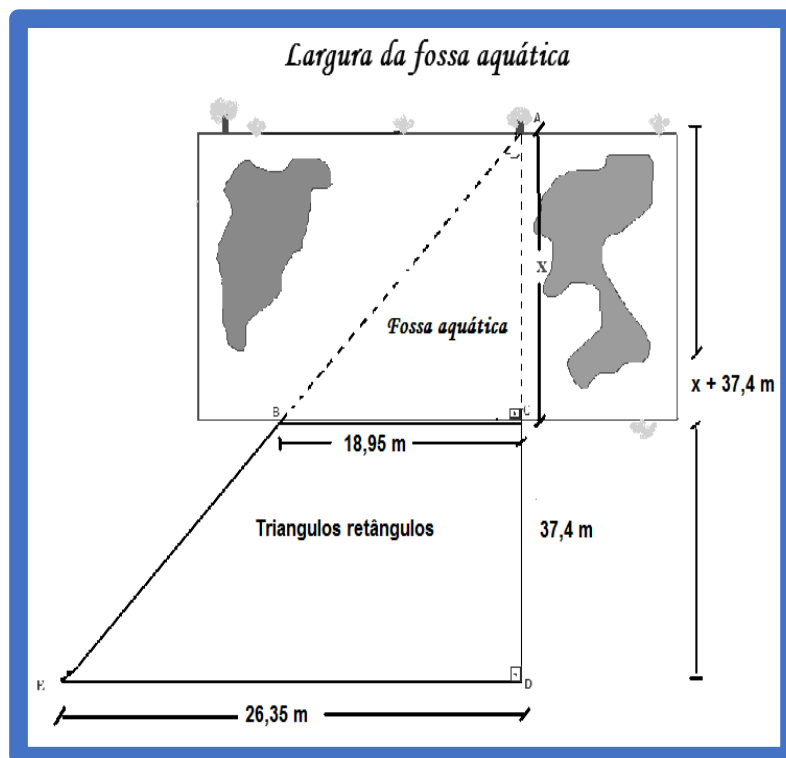
#### **Registro da atividade 01 - Medida das dimensões de uma fossa aquática**

Esta atividade teve como objetivo, determinar a largura de uma fossa aquática construída artificialmente para receber a água que escoava da cidade após as chuvas, sendo localizada próximo à pista de pouso do município, apenas usando a semelhança de triângulos.

#### **Etapa 1: Observação do local e desenvolvimento da atividade.**

De posse dos materiais, os alunos observaram que do lado direito da fossa haviam várias árvores, tendo escolhido uma delas como ponto de referência, construíram mentalmente duas linhas imaginárias, uma vertical, em referência à altura da árvore e outra horizontal, demarcando a distância entre a árvore e a fossa, onde com essas referências formaram um triângulo retângulo, conforme a Imagem 2 a seguir:

**Imagem 1** – medição da fossa aquática, utilizando a árvore como ponto de referência



Fonte: pesquisa de campo/2020

Fonte: Dados da pesquisa/2020.

Do lado esquerdo da fossa os alunos fixaram cabos de vassouras no chão, de modo a formar dois triângulos retângulos semelhantes, amarrados em seguida a uma das extremidades do barbante, unindo-os de modo a formar os referidos triângulos. Posteriormente, usando a fita métrica, fizeram as medidas dos lados dos triângulos identificados, para então, realizarem os procedimentos seguintes.

Feito esse processo, estabeleceram a proporção entre os lados conhecidos, usando como base, as relações de semelhanças de triângulos, onde por definição observa-se que se dois triângulos são ditos semelhantes, então seus lados correspondentes são proporcionais e seus ângulos correspondentes são congruentes.

## **Etapa 2: Realização dos cálculos e criação dos modelos matemáticos:**

Como os triângulos ADE e ACB apresentados no esquema realizado pelos alunos são semelhantes pelo fato de possuírem ângulos correspondentes congruentes, então seus lados correspondentes são proporcionais, valendo a relação:

$$\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} \quad \text{e de acordo com as medidas, observaram que: } \frac{x}{x + 37,4} = \frac{18,95}{26,35}$$

Deste modo, utilizando a propriedade fundamental das proporções, obtiveram os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} 26,35 \cdot x &= 18,95 \cdot (x + 37,4) && \text{(Aplicando a propriedade distributiva):} \\ 26,35 \cdot x &= 18,95 \cdot x + 18,95 \cdot 37,4 && \text{(Isolando a incógnita x no 1º membro):} \\ 26,35 \cdot x - 18,95 \cdot x &= 18,95 \cdot 37,4 && \text{(Subtraindo e multiplicando os termos):} \\ 7,4 \cdot x &= 708,73 && \text{(Dividindo ambos os lados por 7,4):} \\ x &= 708,73 / 7,4. \\ \underline{x = 95,78 \text{ metros.}} \end{aligned}$$

Portanto, como resultado para a largura aproximada da fossa, os alunos obtiveram o valor de 95,78 metros.

### Fase 3: validação dos resultados:

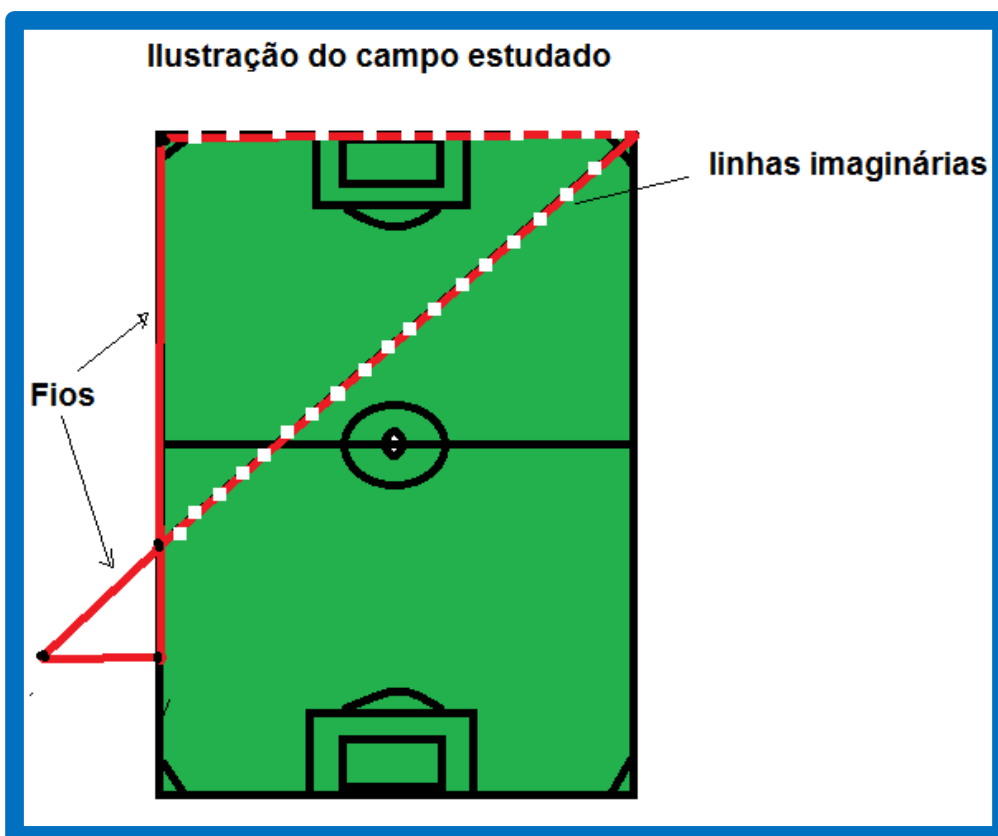
Para confirmar e validar o resultado encontrado, os alunos decidiram então realizar a medida da largura da fossa com a utilização da fita métrica, que os indicou a medida exata de 96,00 metros, registrando uma pequena margem de erro de 0,23 metros, correspondendo a 23 centímetros. Sobre tal fato, um dos alunos do grupo registrou a observação de que a margem de erro foi devida às irregularidades da margem do rio. Tal resultado foi muito bem aceito pelo grupo de alunos, trazendo muita satisfação aos mesmos e fazendo-os perceber suas ações enquanto agentes de seu próprio aprendizado de forma significativa.

### Registro da Atividade 2 - Cálculo da largura do campo de futebol.

Desenvolvida pelo 2º grupo de alunos, a seguinte atividade busca determinar a largura do campo do Arará Esporte Clube usando somente a semelhança de triângulos.

### Etapa 1: Observação do local e desenvolvimento da atividade.

Com base no conhecimento sobre a semelhança de triângulos, observa-se que, por definição, dois triângulos são semelhantes se seus ângulos correspondentes são congruentes e seus lados correspondentes são proporcionais. Com base neste excerto, os alunos construíram o seguinte esquema: **Imagem 3** – Esboço do campo de futebol do Arará Esporte Clube.



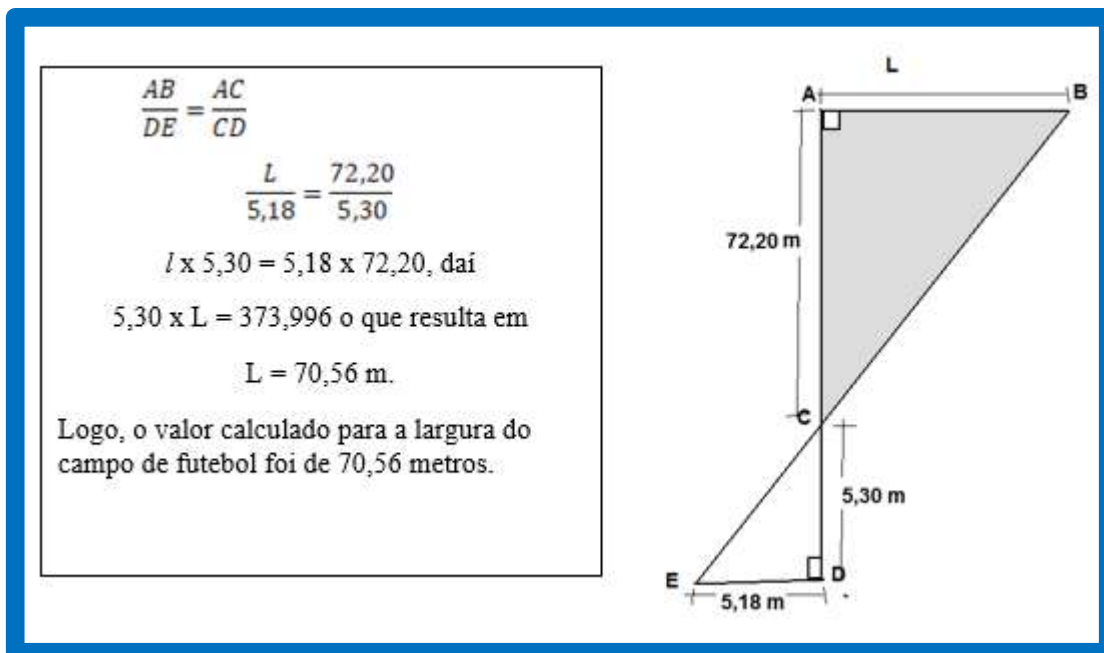
Fonte: Dados da pesquisa/2020.

### Etapa 2: Realização dos cálculos e modelo matemático

De acordo com o esquema representado pela semelhança de triângulos, os alunos realizaram os seguintes cálculos:

**Imagem 4** – Modelo matemático com as medidas do campo de futebol Arará Esporte Clube





Fonte: Dados da pesquisa/2020.

### **Etapa 3: Formulação e validação dos resultados**

De acordo com os cálculos registrados no diário de bordo, a largura do campo de futebol resulta em 70,56 metros. Da mesma forma ocorrida na primeira atividade, para que os alunos confirmassem este resultado, realizaram a medida do campo de futebol com o uso da trena e observaram a medida de 70,69 metros, registrando apenas 0,13 metros ou 13 centímetros como margem de erro, apontando um resultado bastante aproximado.

### **Etapa 4: Validação do experimento**

Conforme registrado pelos próprios alunos, a experiência foi muito enriquecedora pois aprenderam a determinar a largura de um determinado espaço sem o uso da medição direta, mas sim, através de um procedimento que pôs em práticas os saberes desenvolvidos em sala, ou seja, por intermédio do uso de semelhança de triângulos e suas propriedades.

Práticas de ensino como esta, aproximam o aluno de uma matemática viva, na qual os assuntos passam a ter um sentido fora da sala de aula. Propostas de experimentação matemática enriquecem o estudo, promove engajamento, constrói

conhecimento e os valida, quando assume uma razão de ser prática e diretamente ligada às vivências dos estudantes.

### **Considerações Finais**

Por um longo período, a educação escolar foi marcada por um regime pedagógico de metodologia pautada em métodos mecânicos de ensino que oferecem pouca atratividade para o aluno, que vivencia uma rotina educacional baseada em informações de maneira uniforme sem estimular sua consciência crítica e criativa de analisar e resolver problemas. Este modo de conceber o processo de ensino tradicional, atualmente deixa de fazer sentido para o aluno, visto que o mesmo convive em um espaço de processos cada vez mais dinâmicos de troca de informações em tempo real, atividades realizadas em um tempo mínimo e ferramentas que dão suporte a construção deste cenário.

Por meio da promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, no ano de 1996, (LDB 9394/96), definiu-se que “a educação básica tem por finalidades essenciais, o desenvolvimento do educando no sentido de assegurar a ele a formação comum indispensável para o seu pleno exercício da cidadania” e, embora estejamos vivenciando um período cujo cenário está sendo marcado pela pandemia do Coronavírus 19 (Covid-19), tais fatores estão sendo, na medida do possível, garantidos graças ao ensino remoto, onde os professores resistem à grandes períodos dedicados a preparar e socializar conteúdos para os alunos através de diversas formas, utilizando uma infinidade de recursos tecnológicos.

Embora muitos de nós, professores, tenhamos um domínio considerável dos tipos de metodologias ativas utilizadas em sala de aula de maneira presencial, quando nos deparamos com o ensino remoto, é notável a dificuldade em fazer a transposição de tais métodos para este novo formato de atividade docente, sendo necessário repensar nossa prática e adaptá-la para esta nova realidade.

Fica estabelecido nas referidas metodologias de aprendizagem ativas, o fato de o professor desempenha a função de Curador ou mentor, no sentido de orientar as etapas de aprendizagem pelas quais o aluno passa, fato essencial no processo de ensino e aprendizagem. Neste sentido, o trabalho docente nesse momento, dentre outras percepções, é perceber o que é relevante para a formação do aluno. Sendo assim:

O papel do professor é mais o de curador e de orientador. Curador, que escolhe o que é relevante entre tanta informação disponível e ajuda os alunos para que

encontrem sentido no mosaico de materiais e atividades disponíveis. Curador, no sentido também de cuidador: ele cuida de cada um, dá apoio, acolhe, estimula, valoriza, orienta e inspira. Orienta a classe, os grupos e a cada aluno. Ele tem que ser competente intelectualmente, afetivamente e gerenciamento (gestor de aprendizagens múltiplas e complexas). (MORÁN, 2015, p. 28).

Diante disso, os rumos tomados pela proposta de estudo aqui relatada derivam da constatação de que, embora a metodologia de ensino por investigação para o ensino de matemática seja de suma importância, se faz necessário verificar como ocorre a aprendizagem quando professor e alunos se utilizam desta estratégia, e ainda, se a aprendizagem nestes moldes é significativa no contexto de sala de aula, fato cuja constatação foi possível e confirmada, visto que o próprio grupo de alunos buscou mostrar esse resultado com a realização das atividades propostas e o registro das informações colhidas.

### **Referências**

BRASIL. **Lei de diretrizes e bases da educação. LDB, Lei 9.394 de 20 de dezembro de 1996.** Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/19394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm). Acesso em 28 out. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

CACHAPUZ, A.F; PRAIA, J.F; JORGE, M. P. **Perspectivas de ensino das Ciências.** Porto: Eduardo & Nogueira, 2000. p. 75.

MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel.** 2. ed. São Paulo: Centauro, 2006.

## PROGRESSÕES ARITMÉTICAS: DIAGNÓSTICOS COM DOCENTES DA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO DE INSTITUIÇÃO PÚBLICA

Rosângela Silva dos Santos

UEPA

rosangela\_rodrigo@yahoo.com.br

Ana Kely Martins da Silva

UEPA

ana.kely@uepa.br

Maria de Lourdes Silva Santos

UEPA

2011malu.melo@gmail.com

### Resumo

Este artigo apresenta os resultados de diagnóstico feito com professores de matemática. A questão norteadora da pesquisa ocupou-se em saber: Como docentes de escolas públicas estão ensinando Progressão Aritmética (PA)? O objetivo geral foi analisar o ensino de Progressão Aritmética junto aos professores de Matemática do ensino médio de escolas públicas. A produção das informações ocorreu em junho de 2021, junto a uma amostra de 25 professores de Matemática da rede estadual paraense que foram ouvidos por meio de um questionário online e com o referido instrumento de pesquisa buscamos informações sobre: perfil, metodologia de ensino e forma de avaliação empregada pelos professores, assim como as dificuldades dos alunos quanto ao ensino de Progressão Aritmética. Os resultados revelaram que ainda há a dominância masculina no corpo docente na área da matemática e a formação continuada está em falta. A metodologia de ensino de PA e o processo avaliativo que os professores empregam são corriqueiros, o método de ensino é gradual, isto é, primeiro apresenta-se o conceito seguido de exemplos e exercícios. A forma avaliativa predominante é a prova escrita. As principais dificuldades de alguns educandos no aprendizado de PA são a realização de cálculos, a compreensão dos conceitos/ideias e Resolução de problemas. Concluímos que, segundo a amostra de professores, há mais necessidade da formação continuada para enriquecer os conhecimentos sobre suas práticas pedagógicas, implementação de metodologias diferenciadas de ensino e da adoção de novas tendências educacionais a fim de amenizar as dificuldades que ainda persistem no ensino de PA.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Professores. Progressão Aritmética.

### Abstract

This article presents the results of a diagnosis made with mathematics teachers. The research's guiding question was concerned with knowing: How are public school teachers teaching Arithmetic Progression (AP)? The general objective was to analyze the teaching of Arithmetic Progression with Mathematics teachers in public schools. The production of information took place in June 2021, together with a sample of 25 Mathematics teachers from the state network of Pará who were interviewed through an online questionnaire and with the aforementioned research tool, we sought information on: profile, teaching methodology and form evaluation used by the teachers, as well as the difficulties of the students regarding the teaching of Arithmetic Progression. The results revealed that there is still male dominance in the teaching staff in the area of mathematics and continuing education is lacking. The AP teaching methodology and the evaluation process that teachers employ are commonplace, the teaching method is gradual, that is, the concept is first presented, followed by examples and exercises. The predominant form of assessment is the written test. The main difficulties of some students in learning AP are performing calculations, understanding concepts/ideas and problem solving. We conclude that, according to the sample of teachers, there is a greater need for continuing education to enrich knowledge about their pedagogical practices, implementation of differentiated teaching methodologies and the adoption of new educational trends in order to alleviate the difficulties that still persist in AP teaching.

**Keywords:** Teaching of Mathematics. Teachers. Arithmetic Progression.

## 1. Introdução

A dificuldade em selecionar e ensinar os conteúdos matemáticos, não é algo contemporâneo, este fato tem sido alvo de discursões e reflexões curriculares desde o século passado. Recentemente no Brasil temos Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que é um guia orientador que estabelece os objetivos de aprendizagens e que também define um conjunto de procedimentos que devem ser adotados na educação básica.

Dentre os conhecimentos importantes para a vida das pessoas temos aqueles advindos da matemática e nela, a unidade temática Álgebra. Na BNCC álgebra agrega o estudo de PA e tem como uma das finalidades o desenvolvimento do pensamento algébrico, no qual o aluno deve estabelecer leis matemáticas e identificar regularidades e padrões de sequências numéricas. A PA é uma das sequências estudadas no ensino médio, está presente na realidade do aluno desde quando se aprende a contar, já que os números contados em ordem crescente obedecem a certa padronização, a qual a cada número contado adiciona-se uma unidade em relação ao termo anterior. Instigar o aluno a captar a importância de conteúdo em seu cotidiano é crucial para estimular seu interesse pela matemática e conseqüentemente, facilitar o desenvolvimento das habilidades desejadas.

[A prática docente é relevante na aquisição das habilidades pretendidas aos alunos. D'AMORE (2007), diz que o professor:

deve operar uma transposição didática do saber (que surge da pesquisa) ao saber ensinado (aquele da prática em sala de aula) (Chevallard, 1985). Na realidade, a passagem é muito mais complexa porque vai do saber matemático ao saber a ensinar ao saber ensinado (1992, D'AMORE, 2007, p. 223).

Além disso, muitos são os fatores que interferem positivamente para facilitar a compreensão do ensino de PA, D'AMORE (2007, p.223) menciona que o professor deve considerar o sistema didático e o ambiente social e cultural, isto é, a noosfera na qual age, zona intermediária entre o sistema escolar e o ambiente social mais amplo.

É fundamental que os docentes se dediquem em conduzir os educandos a obterem novos olhares no ramo da matemática, especialmente ao aprendizado de PA, a ação do educador é de certa forma, responsável para que essa visão ocorra, bem como a busca por aperfeiçoamentos para que novas metodologias e avaliações sejam empregadas à prática docente. É importante averiguar o perfil dos docentes e como estes procedem quanto ao quesito metodológico e avaliativo em sala de aula para tomadas de decisões que beneficiem o bom andamento do ensino aprendizagem. Assim, neste artigo revela os

resultados de um estudo cujo foco foi o ensino de progressões aritméticas no Ensino Médio de instituição pública.

Deste modo, a questão norteadora da pesquisa foi: Como docentes de escolas públicas estão ensinando Progressão Aritmética? Para responder a questão 25 professores de Matemática da rede estadual de educação do Pará. Assim, o objetivo geral deste trabalho é Analisar o ensino de Progressão Aritmética junto aos professores de Matemática do ensino médio de escolas públicas. Os objetivos específicos são: Identificar o perfil dos professores que atuam no 1º ano do Ensino Médio; Verificar o processo metodológico que os professores usam para ensinar Progressões Aritméticas; Constatar como os professores avaliam o aprendizado de PA junto a seus alunos; Levantar principais dificuldades apontadas pelos alunos quando estudam Progressão Aritmética. O processo metodológico envolveu pesquisa bibliográfica e trabalho de campo.

Além da introdução este artigo constará de: uma breve revisão sobre Progressão Aritmética, apresentação dos procedimentos metodológicos, sistematização de Resultados e Análises e as considerações finais.

Apresenta-se abaixo a revisão de literatura que respalda a fundamentação teórica deste trabalho.

## **2.Revisão de Literatura**

Não há como pensar no aprendizado de PA ou qualquer outro objeto matemático, sem antes se preocupar com o processo de transferibilidade do saber. D'AMORE (2007), apresenta, em sua obra, uma breve descrição das Transposições didáticas nos ideários do precursor Yves Chevallard, este último autor revela que o conceito de transposição didática refere-se à adaptação do conhecimento matemático para transformá-lo em "conhecimento para ser ensinado". Isso significa que o educador, de posse do domínio do conteúdo, deve preocupar-se com os caminhos da construção do saber. Em meio a esse processo enfatizam-se a metodologia e a avaliação, elementos essenciais no cenário educacional.

Conforme Nérice (1978, p.284), a metodologia do ensino pode ser compreendida como um “conjunto de procedimentos didáticos, representados por seus métodos e técnicas de ensino”, esse conjunto de métodos são utilizados com o intuito de alcançar objetivos do ensino e de aprendizagem, com a máxima eficácia e, por sua vez, obter o máximo de rendimento. No quesito avaliação Godoy e Santos (2012) destacam duas dimensões presentes no Parâmetro Curricular Nacional, a dimensão social que enfatiza a

função da avaliação em termos de informar as competências e capacidades dos estudantes e auxiliar os professores a identificar se os objetivos foram atingidos. Quanto à dimensão pedagógica a avaliação forneceria aos professores as informações sobre como a aprendizagem ocorre. Para Jenkins et al., 2009:

A avaliação escolar serve para analisar o desempenho do aluno, do professor e de toda a situação de ensino que se realiza no contexto da escola. A forma como essa análise se desenvolve pode promover ações que validem a aprendizagem, quando subsidia o trabalho do professor, da equipe escolar e do próprio sistema de ensino; ou, finalizar processos e decisões. (JENKINS et al., 2009, p. 51).

Assim, é correto afirmar que a metodologia e a avaliação são elemento importante a serem analisados em investigações com docentes e em trabalhos científicos, pois tais averiguações servem como dados primordiais na tomada de decisões para um ensino promissor.

Dessa forma, para obter informações sobre o ensino de Progressões Aritméticas, é importante a busca por pesquisas de aplicação sobre esse objeto de conhecimento e observar as formas metodológicas e avaliativas dos pesquisadores.

Na dissertação de Nascimento (2020), intitulada “Funções Polinomiais e Progressões Aritméticas: das Recomendações Oficiais às Articulações Possíveis”, a relação entre esses dois objetos de conhecimentos, foi trabalhada em uma sequência didática com oito fichas de atividades, proposta de articulação para serem aplicadas em uma turma do Ensino Médio da rede pública estadual do Rio de Janeiro, cujo objetivo foi observar como os alunos iriam reagir a essa proposta, mapear as principais dificuldades apresentadas e quais conteúdos não foram bem assimilados pelos alunos, o autor avaliou as dificuldades dos alunos por meio de uma ficha com questões e perguntas sobre o conteúdo, aplicada no decorrer de uma sequência didática, conforme o autor:

Dentre elas, a maior dificuldade encontrada por eles foi a construção gráfica das funções e desenvolver exercícios que requisitem habilidades algébricas em sua resolução. Ainda que haja um predomínio do ensino de álgebra na educação básica, percebe-se, pelas atitudes dos estudantes, que este é feito de forma desorientada e sem sentido (NASCIMENTO, 2020, p.95).

Já na produção de Melo e Bisognin (2015, p.150), intitulada: Construindo o conceito de Progressão Aritmética por meio da metodologia de resolução de problemas, a qual objetivou investigar as contribuições que a Metodologia de Resolução de Problemas oferece para os processos de ensino e aprendizagem de progressões aritméticas para alunos do segundo ano do Ensino Médio, observa-se, uma relação da PA com Função Afim, pois a partir da resolução de problemas os alunos, refletiam e buscavam soluções

de maneira a construir imagens definidas e padronizadas, porém esses autores não enfatizam tal relação. Uma das dificuldades dos educandos, analisadas por esses autores, surgiu:

No início das atividades, alguns alunos questionaram a metodologia utilizada, pois esta exigia que tivessem que pensar e raciocinar constantemente para encontrar a solução, do mesmo modo que sentiram dificuldades em entender o funcionamento da dinâmica. Isto ocorre, pois normalmente, os conceitos são trabalhados a partir de definições, seguido de exemplos e exercícios, na qual o professor apenas transmite o conteúdo. Nessa experiência observou-se que essa ordem foi invertida, ou seja, as definições só foram construídas ao final das atividades, a partir da mobilização de imagens do conceito (MELO e BISOGNIN, 2015, p.150).

Melo e Bisognin (2015) Avaliaram o conhecimento dos alunos continuamente durante a resolução dos problemas apresentados.

Tanto Nascimento (2020) como Melo e Bisognin (2015) se apropriaram de metodologias que possibilitam o desenvolvimento da habilidade EM13MAT507 da BNCC, na qual se almeja que o educando seja capaz de “Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas” (BRASIL, 2018, p.541).

De posse do conhecimento das dificuldades dos alunos, analisadas em sala de aula e em produções acadêmicas, estudos prévios sobre PA, nota-se então a necessidade de promover atividades que venham sanar esses entraves e desenvolver as habilidades condizentes ao objeto de estudo em questão.

O progresso dos processos metodológicos e avaliativos depende do perfil de cada profissional na área da educação. O docente, além de amar a profissão, saber verbalizar os conteúdos e ter equilíbrio emocional deve ser criterioso em seu planejamento da aula. Isso exige que o docente esteja atento às mudanças sociais e busque aperfeiçoar-se continuamente, pois as transformações sociais, tecnológicas e científicas ocorridas na sociedade interferem no setor educacional e requerem reflexões acerca do desenvolvimento do planejamento. Um exemplo disso é o momento de pandemia devido a covid 19 que repercutiu na educação, em que professores e alunos precisaram adaptar-se ao ensino híbrido que também possibilita a agregação de ambientes virtuais.

Na produção de Malta (2019) nomeada “Ensino de Progressões Sob a Abordagem de uma Aprendizagem Cooperativa Mediada pelo *Classroom*”, na qual o objetivo geral foi “analisar a relevância da aprendizagem cooperativa, mediada pelo *Google Classroom*, no ensino de progressões no 1º ano do ensino médio e os específicos tangem em refletir



sobre como essa ferramenta pode ser fator motivacional para o aprendizado dos conhecimentos matemáticos pelos alunos assim como, mostrar a tão notável participação do professor no desenvolvimento do método”, observa-se que o método utilizado compreendeu as formas livres e criativas de apresentações em grupo, sobre progressões, em ambiente virtual.

Conforme Malta (2019), “O primeiro grupo apresentou o conceito e termo geral da P.A. em vídeo transmitido pelo projetor de multimídias e esse vídeo foi em forma de jornal”, o que chamou a atenção da turma. “O segundo grupo expôs a soma da P.A em forma de seminário passando pela história de Gauss e sua descoberta ainda na infância. Apesar de não terem buscado uma forma mais diferente de exposição, foram dinâmicos no discurso e a turma assimilou bem a demonstração da soma e participou atentamente dos exercícios exemplificados pelo grupo”. Já “O terceiro grupo explicou o elo entre P.A. e função afim em forma de sala de aula, dois componentes assumiram o papel de professor e outros de alunos. Essa apresentação foi bem divertida, pois fizeram de forma cômica e bem a vontade”.

Malta (2019) agregou uma avaliação individual no que tangeu a prova bimestral exigida pela escola. Efetivou prova escrita com questões objetivas e dissertativas, a fim de investigar o nível de aprendizado por meio do método da aprendizagem cooperativa e averiguar sua eficácia na matemática. Foi lançado no classroom um questionário para avaliar a opinião dos discentes quanto à aplicação do método de aprendizagem cooperativa. A pesquisa foi promissora e mostrou a importância do trabalho coletivo.

Assim, a metodologia, a avaliação e o perfil do professor são componentes importantes nas pesquisas investigatórias sobre o ensino-aprendizagem, pois apontam o grau de dificuldades que os alunos enfrentam e conseqüentemente auxiliam em ações futuras que beneficiem as aprendizagens.

Segue a descrição dos Procedimentos Metodológicos desta pesquisa.

### **3.Procedimentos Metodológicos**

De acordo com os autores Gerhardt e Silveira (2009, p. 31-32), a pesquisa qualitativa preocupa-se, “com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais”. Eles informam que os pesquisadores que utilizam os métodos qualitativos trabalham com grandezas não métricas, por buscarem explicar o porquê das coisas, exprimem o que

convém ser feito e envolvem os valores e trocas simbólicas, ou seja, os dados analisados não são quantificáveis.

Dessa forma, esta pesquisa adotou uma abordagem qualitativa, já que tem caráter investigativo, cujos elementos de informações foram: o perfil do professor, metodologia e avaliação. Para a investigação realizou-se questionários via *whatsapp* e *Facebook* com 25 professores de Matemática da rede estadual do Pará, formulados no Google Forms, serviço de buscas que tem por objetivo facilitar a criação de formulários e questionários online diversos, pode ser acessado em diversas plataformas, como web, desktop e celular; auxilia na coleta de opiniões e outros. Para facilitar o acesso do referido questionário nas redes sociais foi gerado um link no Google *Forms*. O questionário foi respondido a cerca de 30 dias, o que contribuiu ao levantamento de dados para a efetivação do objetivo desta pesquisa. Tal questionário foi respondido de forma livre e esclarecida pelo termo de consentimento.

Conforme FONSECA (2002):

A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. (FONSECA, 2002, p. 32 apud Gerhardt e Silveira, 2009, p. 37).

Assim esta pesquisa, no sentido exploratório de informações, também é de natureza bibliográfica, já que foram utilizados a obra de D`AMORE, Bruno, o livro Didática geral dinâmica de NÉRICE e dissertações acadêmicas com enfoque em ensino de Progressão Aritmética, consultas a BNCC. As principais expressões de busca foram: “Progressão Aritmética, metodologia, avaliação e transposição do saber”.

Logo, Procedimentos Metodológicos resumem-se nessas duas tipologias necessárias a construção desta produção.

#### **4.Sistematização de Resultados e Análises**

Nesta seção apresentam-se a os dados coletados através dos questionários já respondidos pelos 25 professores de matemática que atuam em rede estadual de ensino no Pará, por meio de *Whatsapp* e *Facebook*. Os dados revelam aspectos do: perfil, metodologia e formas de avaliação da amostra de docentes.

- **Perfil dos Professores**

O perfil dos 25 professores corresponde a quatro caracterizações: gênero, faixa etária, escolaridade e formação profissional. No quesito gênero, os dados revelaram que

dos 25 docentes que participaram da pesquisa, 15 são do sexo masculino e 10 são do sexo feminino. Isso mostra que apesar das mulheres conquistarem seu espaço em muitos setores da sociedade, ainda há a dominância masculina no corpo docente na área da matemática.

Quanto a idade, 8 professores corresponderam a faixa etária de 31 à 35 anos, 7 na faixa de 46 à 50 anos, 4 no intervalo de 26 à 30 anos, 3 professores no intervalo de 36 à 40 anos e 3 educadores na faixa de 41 à 45. Observa-se com esses dados a inclusão de professores jovens no mercado de trabalho no ramo educacional e a ausência de professores de matemática acima de 50 anos atuando em escolas de rede pública estadual do Pará. Seguem na figura abaixo os informes percentuais o sexo e a faixa etária dos professores que preencheram o formulário de pesquisa.

Sobre formação dos docentes, constatou-se que os 25 professores possuem graduação em Licenciatura Plena em Matemática e a respeito da formação continuada, 17 desses 25 possuem especialização, dos quais 15 especializaram-se na área da matemática e 2 na educação inclusiva; apenas 2 fizeram mestrado, 1 em Ensino de Física e o outro em Educação em Ciências e Matemáticas; nenhum dos professores possui doutorado.

Esses dados mostram que a maioria desses profissionais da educação matemática que se propuseram a responder o questionário possui tão somente uma especialização. Dar continuidade a formação continuada é importante e crucial á aquisição de novas perspectivas nas ações metodológica e avaliativas do educador.

Conforme a LDBE - Lei nº 9.394 de 20 de Dezembro de 1996, Art. 43, dentre as finalidades da educação superior tem-se as seguintes:

I - estimular a criação cultural e o desenvolvimento do espírito científico e do pensamento reflexivo [...]; IV - promover a divulgação de conhecimentos culturais, científicos e técnicos que constituem patrimônio da humanidade e comunicar o saber através do ensino, de publicações ou de outras formas de comunicação; V - suscitar o desejo permanente de aperfeiçoamento cultural e profissional e possibilitar a correspondente concretização, integrando os conhecimentos que vão sendo adquiridos numa estrutura intelectual sistematizadora do conhecimento de cada geração [...] (BRASIL, 2002).

Assim, nota-se a necessidade da formação do educador pautada até mesmos em documentos curriculares da educação.

Além da busca pela formação continuada, o tempo de serviço também é um fator que enriquece a prática do educador quanto maior for o período de atuação. Dos 25

professores que responderam a pesquisa, a maioria tem pouca experiência de trabalho no ramo da matemática, 7 possuem menos de 1 ano de exercício, 9 compreendem o intervalo de 1 a 5 anos de trabalho, poucos são os que possuem uma vasta carreira profissional, apenas 2 estão na faixa 16 a 20 anos de atuação, 4 no período de 6 à 10 anos e 3 na faixa de 11 a 15 anos como mostra a figura 2.

Logo, por meio do perfil dos professores analisado constatou-se a forte presença da figura masculina na docência matemática, as diferenciadas idades, ausência de formação continuada e outros.

- **Metodologia empregada pelos professores**

No que concerne a metodologia de ensino empregada pelos educadores as coletas de informações revelaram que 13 dos 25 professores iniciam suas aulas, de forma usual, pelo conceito seguido de exemplos e exercícios, o restante se apropria de situação problema para depois introduzir o assunto. O que chamou atenção foi que nenhum dos professores costuma usar a modelagem matemática e nem os jogos que são tendências estimuladoras do interesse pelo aprendizado, o trabalho com jogo, por exemplo, Conforme SMOLE et al. (2008) :

[...] quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais são estreitamente relacionadas ao assim chamado raciocínio lógico (SMOLE et al., 2008, p.9).

A figura 3 ilustra tais caracterizações:

Figura 3-Formas de iniciar as aulas



Fonte: pesquisa de campo, 2021.

Dois fatores que ainda repercutem no cenário educacional são os recursos didáticos escassos e metodologias rotineiras, isso também se confirmou em nossa pesquisa. Cerca de 16 professores da amostra dessa pesquisa sentem falta de recursos didáticos e pedagógico quando ministram as aulas de matemática e 15 ressaltam a

inexistência de metodologia diferenciadas durante atuação em sala de aula. Este. Além disso, a maioria desse público seleciona os conteúdos de matemática por meio de livros didáticos e orientações da Base Nacional Comum Curricular em seus planejamentos de aulas e apresenta uma lista de exercícios como forma de fixar o conteúdo ministrado e mandam resolver os exercícios do livro didático.

Esses fatos só vêm confirma a necessidade de se promover e se envolver na formação continuada para que os educadores obtenham conhecimentos suficientes e mudar esses entraves e rotinas da prática docente. Possivelmente um dos motivos que interfere na qualificação desses educadores é a pouca oferta por parte da rede de ensino onde atuam, apenas 2 professores responderam que a rede de ensino a qual atuam oferecem a formação continuada, 14 alegaram que essa oferta raramente está disponível pela rede de ensino. Porém, quando a rede de ensino onde trabalham, ou ainda outras instituições, ofertam curso de formação continuada ocorre a participação desses docentes.

Quanto ao ensino de Progressões Aritméticas, com base nas experiências dos professores entrevistados, os tópicos que costumam ensinar são os seguintes: Sequência, Sequência numérica, Ideia e conceito de progressão aritmética, Progressão aritmética crescente e decrescente, Razão de um PA, Termo geral de uma PA, PA finita e infinita, Soma dos termos de uma PA, Questões envolvendo a ideia de PA em situações financeiras com ilustração, Questões envolvendo a ideia de PA do ENEM, Questão de PA da Olimpíada de Matemática.

A maioria dos professores não costuma ensinar Interpolação aritmética, questões envolvendo a ideia de PA de concursos públicos, de escolas militares, em situações geométricas e financeiras sem ilustrações, questão de determinação da soma dos termos da PA conhecendo alguns termos diferentes do termo inicial e final e questões de determinação do termo geral a partir de alguns termos das PA.

Diferente de Nascimento (2020) e Melo e Bisognin (2015) que se apropriaram de metodologias que possibilitam o desenvolvimento da habilidade EM13MAT507 da BNCC para o ensino de PA, os 25 professores da pesquisa, além de adotarem metodologias tradicionais, desconsideram as orientações dessa habilidade.

na qual almeja-se que o educando seja capaz de “Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de

propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas” (BRASIL, 2018, p.541).

- **Avaliação adotada pelos docentes**

A avaliação é uma das abordagens investigativas crucial desta pesquisa, pois é por meio dela que a análise e a identificação das dificuldades dos alunos e dos conhecimentos construídos são concebidas. Também possibilita a observação da conduta do educador quanto sua maneira de avaliar.

Assim como Malta (2019) efetivou prova escrita com questões objetivas e dissertativas como método avaliativo, observou-se com os dados da pesquisa que os 25 professores também aderem prova escrita para análise do aprendizado, 19 deles adotam os trabalhos em grupos ou individuais. Constata-se então, que a prova escrita é indispensável ao critério avaliativo desses educadores, deixando de lado as variadas formas de avaliação, o processo de construção e reconstrução dos saberes adquiridos pelos alunos é avaliado pelo que escrevem.

Há educando adepto dos conceitos do conteúdo ministrado, mas tem dificuldade em expressar seu conhecimento para o papel. Esse aluno será julgado por não obter rendimento nas aulas, por meio de uma prova escrita? Geralmente essa forma avaliativa tem no mínimo o valor de 50% do processo avaliativo, o restante são trabalhos em grupo ou individual, logo esse tipo de aluno precisar mostrar excelência nas tarefas em grupo ou individual, caso contrário será reprovado.

Durante a prática docente é possível avaliar os gostos dos alunos pela matemática. Apesar de 80% dos entrevistados não considerarem a matemática uma disciplina difícil de ser ensinada, durante a jornada nas escolas, afirmam que a maioria seus alunos não gostam de matemática.

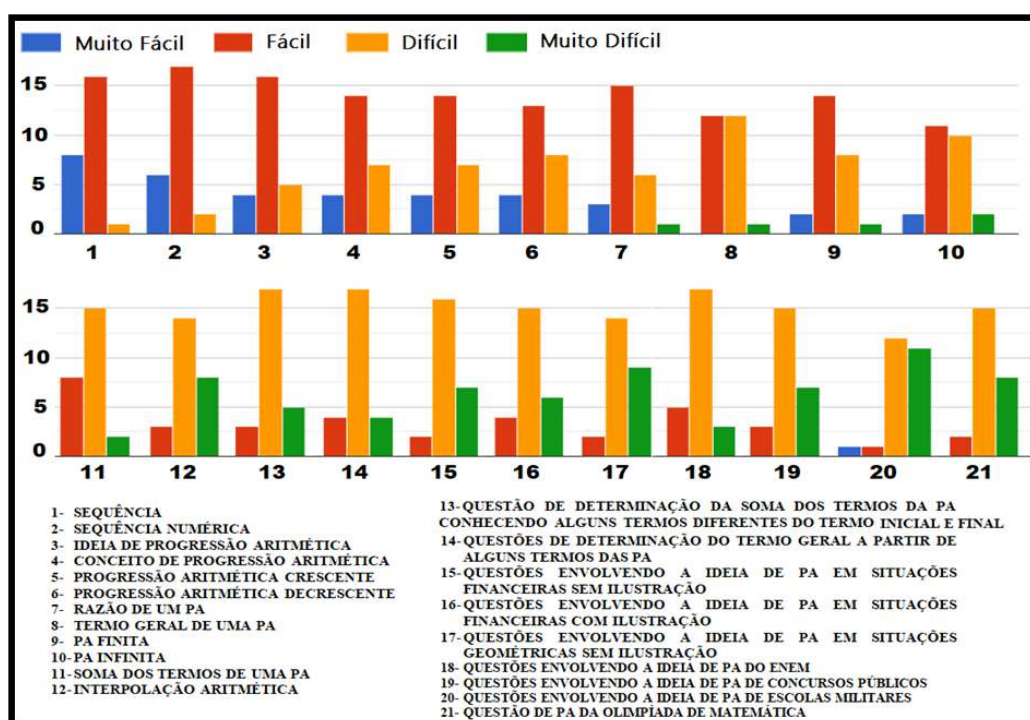
Conforme os professores desta investigação, as maiores dificuldades dos seus alunos nas aulas de matemática são: a realização de cálculos, a resolução dos problemas e a compreensão dos conceitos/ideias.

Outro fato em que os professores vêm concluindo após avaliações e observações é a deficiência na realização de cálculos numérico e algébricos. Dentre a unidade temática que a BNCC agrega as consideradas mais importantes pelos educadores investigados foram Álgebra e Números.

No campo da aritmética os professores responderam que a maior dificuldade dos alunos estão na base, nas 4 operações básicas da matemática, o que interfere no entendimento dos diferenciados conteúdos, nas áreas de conhecimento diversas, na compreensão da resolução de problemas e até mesmo nas outras unidades temáticas. Já a álgebra se encarrega de generalizar conceitos importantes do dia a dia, de construir modelos matemáticos para representar algo, representar a situação problema e outras e, a partir daí resolver e buscar o resultado. Por falta da habilidade mínima de álgebra, fica deficiente a realização das outras temáticas e a inclusão de novas tendências metodológica como a modelagem matemática.

Em relação ao grau de dificuldade para os alunos aprenderem os tópicos que envolvem PA muitos dos educadores relataram que o aprendizado é fácil nos quesitos: sequência, sequência numérica, ideia e conceito de PA, PA crescente e decrescente, razão e termo geral de um PA, PA finita e infinita. Dentre os itens considerados difíceis de aprender encontram-se a soma dos termos de uma PA, interpolação aritmética, questão de determinação da soma dos termos da PA conhecendo alguns termos diferentes do termo inicial e final, questões de determinação do termo geral a partir de alguns termos das PA, questões envolvendo a ideia de PA do ENEM, de concursos públicos e da olimpíada de matemática. Tais dados podem ser observados na figura 4.

Figura 4- Grau de dificuldades no aprendizado PA.



Fonte: pesquisa de campo, adaptação do autor, 2021.

Ao verificar as informações fornecidas pelos 25 docentes constata-se que, assim como a metodologia, o processo avaliativo também não está acompanhando as mudanças sugeridas nos documentos oficiais que guiam a Educação Básica. Sendo assim consideramos que os docentes ouvidos no estudo ainda estão presos a um processo metodológico e avaliativo de ensino alinhado com a tendência tradicional.

### 1. Considerações finais

Essa pesquisa investigatória possibilitou a análise do ensino de Progressão Aritmética junto aos 25 professores de Matemática do ensino médio de escolas públicas do Pará. Os dados revelaram que mais de 50% dos 25 docentes, todos de escolas públicas, estão ensinando Progressão Aritmética de forma tradicional. Percebemos que a transferibilidade do saber no momento das aulas se dá primeiramente, por meio do conceito seguido de exemplos e para fixação do conteúdo é atribuído exercícios. Porém 12 professores apropriam-se de situação problema para depois introduzir o assunto, uma metodologia que engloba situações cotidianas e os conhecimentos que os alunos trazem, a qual permite o desvendamento dos conceitos e o estímulo do raciocínio rumo ao que se pretende descobrir.

De certa forma, adotar o método gradual de ensino interfere à formação de alunos crítico, pensantes e agentes na sociedade, pois se o educador já entrega o conceito inicialmente aos alunos, contribui para a não ocorrência da busca e descoberta do conceito junto ao professor. Que tal começar as aulas com exercício que instigue a abstração do conceito de PA? Apesar de esses professores sentirem falta de recursos didáticos, a mudança no método de ensino se faz necessária, pois é uma forma de motivar os educandos direcionando-os ao aprendizado satisfatório.

Os tópicos principais sobre PA estão sendo ministrados pelos educadores desta investigação, como por exemplo, Sequência, Sequência numérica, Ideia e conceito de progressão aritmética, Progressão aritmética crescente e decrescente, Razão de um PA, Termo geral de uma PA, PA finita e infinita, Soma dos termos de uma PA. É importante frisar que esses educadores também preparam seus alunos para o Enem e Olimpíada da Matemática, na medida em que trabalham questões envolvendo a ideia de PA do ENEM e da Olimpíada de Matemática. Isso oportuniza a entrada dos estudantes de escolas públicas em universidades.



As principais dificuldades de alguns educandos no aprendizado de PA são a realização de cálculos, a compreensão dos conceitos/ideias e Resolução de problemas. Isso mostra a necessidade de desenvolver métodos diferenciados que venham sanar tais dificuldades.

Ainda que a metodologia adotada seja tradicional, os alunos aprendem o básico de Pa, como sequência, ideia e conceito de PA, razão e termo geral de PA, porém os professores jugam difícil a compreensão por parte dos educandos, da soma dos termos de uma PA e de questões envolvendo a ideia de PA do ENEM, de concursos públicos e da Olimpíada de Matemática. Vale salientar que uma das dificuldades dos educandos ainda existente, a qual precisa de uma atenção especial, é realização de cálculos das operações básicas da matemática, conseqüentemente dificulta a compreensão dos conceitos/ideias de PA, resolução dos problemas e cálculos algébricos.

Um fato que chamou atenção durante a investigação foi a utilização da prova escrita como quesito avaliativo pelos 25 professores entrevistados, o que significa indispensável para avaliação do saber.

É importante ressaltar que a avaliação não é intencionada apenas para descobrir as dificuldades e desempenhos dos alunos, mas também analisar o percurso da transferibilidade do saber. É necessário que o educador indague e reflita sobre os motivos dos desgostos pela disciplina e o insucesso no desempenho dos educandos, conseqüentemente é relevante a ocorrência da auto avaliação dos docentes quanto aos métodos de ensino e formas avaliativas e a busca sobre o que realmente precisa ser mudado.

O profissional da educação precisa manter-se atualizado e bem informado no que se referem às evoluções das práticas pedagógicas, das metodologias diferenciadas e das novas tendências educacionais. Uma das formas que contribui a esse processo é a formação continuada, uma vez que concede ao educador acrescentar o conhecimento que possa transformar os entraves educacionais.

Por fim esta pesquisa nos possibilitou um conhecimento maior sobre o ensino de PA no Ensino Médio em escolas públicas do estado do Pará, embora saibamos que há necessidade de ampliação do estudo de modo a ouvir mais professores. Particularmente, nos serviu como reflexões sobre nossas práticas e nos estimulou o desejo de novas ações relacionadas a melhoria do ensino de Matemática.

## Referências

BRASIL, Lei nº 9.394 de 20 de Dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário oficial da União, Brasília, DF.

BRASIL, MEC. Base Nacional Comum Curricular. Versão 2018, p. 541. Disponível em: < [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versao\\_final\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versao_final_site.pdf)>. Acesso em: 20/01/2020.

D`AMORE, Bruno. Elementos de didática da matemática / Bruno D`Amore. [tradução Maria Cristina Bonomi]. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007, p. 221-239.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. [organizadores] **MÉTODOS DE PESQUISA**. coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>>. Acesso: 04/04/2021.  
GODOY, E. V.; SANTOS, V. M. “**O cenário de Ensino de matemática e o debate sobre currículo de matemática**”. Práxis Educacional. Vitória da Conquista. v.8, n.13, p. 253-280, jul./dez, 2012.

MALTA, Valcineide dos Santos. **Ensino de Progressões Sob a Abordagem de uma Aprendizagem Cooperativa Mediada pelo Classroom**. 2019. Disponível em: < [https://tede.ufam.edu.br/bitstream/tede/7113/5/Disserta%C3%A7%C3%A3o\\_ValcineideMalt\\_a\\_PROFMAT.pdf](https://tede.ufam.edu.br/bitstream/tede/7113/5/Disserta%C3%A7%C3%A3o_ValcineideMalt_a_PROFMAT.pdf)>. Acesso em: 20/08/2021.

MELO, Charles Bruno da Silva, BISOGNIN, Eleni. **Construindo o conceito de Progressão Aritmética por meio da metodologia de resolução de problemas**. 2015, p.150. Disponível em: < file:/// C:/Users/ROSANGELA/Downloads/1547-Texto%20do%20artigo-4305-1-10-20181108.pdf >. Acesso em: 20/04/2021.

NASCIMENTO, Thiago Silva do. **Funções Polinomiais e Progressões Aritméticas: das Recomendações Oficiais às Articulações Possíveis**. 2020, p.95. Disponível em: < file:///D:/Meus%20Documentos/Ros%C3%A2ngela/Mês%20trado-EU%20PA/disciplinas/ Metodologia%20da%20Pesquisa%20no%20Ensino%20de%20Matem%C3%A1tica/Atividades/pesquisa%20para%20projeto/pesquisa%20do%20projeto/316-7152-1-PB.pdf >. Acesso em: 20/04/2021.

NÉRICE, I. G. Didática geral dinâmica. 10 ed., São Paulo: Atlas, 1987.

SMOLE, K. S. et al. Jogos de Matemática: de 1º a 3º ano. Porto Alegre: Grupo A, 2008. incógnitas do livro Matemática compreensão e prática de Ênio Silveira. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i2p140-170>>. Acesso em julho/2021.

GOULART, A. M. A., **A leitura e a escrita no ensino de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas**. In Seminário de Escrita e Leituras em Educação Matemática, 2, 2013, São Paulo. Artigo. São Paulo: SELEM, 2013. p. 1- X. Disponível em: <[https://www.academia.edu/24644049/II\\_SEMIN%C3%81RIO\\_DE\\_ESCRITAS\\_E\\_LEITURAS\\_EM\\_EDUCA%C3%87%C3%83O\\_MATEM%C3%81TICA\\_II\\_SELEM\\_A\\_](https://www.academia.edu/24644049/II_SEMIN%C3%81RIO_DE_ESCRITAS_E_LEITURAS_EM_EDUCA%C3%87%C3%83O_MATEM%C3%81TICA_II_SELEM_A_)>

LEITURA\_E\_A\_ESCRITA\_NO\_ENSINO\_DE\_SISTEMAS\_DE\_EQUA%C3%87%C3%95ES\_DO\_1o\_GRAU\_POR\_MEIO\_DA\_RESOLU%C3%87%C3%83O\_DE\_PROBLEMAS>. Acesso em: Julho/2021.

ROCHA. F. O., **Aprendizagem da resolução de sistemas de equações do 1º grau por alunos do 8º ano do ensino fundamental**: método da substituição. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – UFMS, Campo Grande, 2010. Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dezembro2013/matematica\\_artigos/dissertacao\\_florisvaldo\\_oliveira\\_rocha.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dezembro2013/matematica_artigos/dissertacao_florisvaldo_oliveira_rocha.pdf)>. Acesso em Julho/ 2021.

# UM DIAGNÓSTICO ACERCA DO ENSINO DE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DA REDE MUNICIPAL BELÉM - PA

Ana Kely Martins da Silva

Delciana Góes da Silva

Maria de Lourdes Silva Santos

## RESUMO:

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um levantamento diagnóstico do processo de ensino-aprendizagem de operações com números inteiros, a partir da opinião de professores de matemática. As informações foram produzidas no mês de maio por meio da consulta a 35 docentes da rede pública municipal de ensino de Belém/PA, mediante a aplicação de um questionário digital denominado google formulário. A sistematização das informações produzidas ocorreu por meio da construção de quadros e gráficos estatísticos relativos a cada uma das questões do instrumento. Os resultados indicam que, segundo a amostra de professores, percebemos que os docentes pesquisados desenvolvem seus conteúdos dentro de uma metodologia tradicional, mas os mesmos buscam desenvolver suas habilidades através de formações continuadas oferecidas pela rede de ensino, bem como já podemos notar um certo caminhar no sentido de buscar metodologias mais dinâmicas que possam estar melhorando a sua prática docente e conseqüentemente a aprendizagem dos alunos. Concluímos que a maioria dos assuntos relacionados aos conteúdos em tela são apresentados de forma satisfatória pelos professores aos discentes, e os professores da referida rede de ensino, estão sempre em busca de formação continuada para melhorar a sua prática docente. Quanto aos alunos apresentam uma certa dificuldade no processo de aprendizagem do objeto matemático em estudo, mas as dificuldades aparecem em menor escala quando os conteúdos matemáticos abordados nessa pesquisa são trabalhados através de atividades do dia-a-dia.

**Palavra Chave:** Currículo. Avaliação. Ensino de Matemática. Números inteiros. Operações com números inteiros.

## 1. INTRODUÇÃO

O conjunto dos números inteiros é um assunto que os discentes começam a ter contato a partir do 7º Ano do ensino fundamental, podemos observar que na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ele é desenvolvido no 7º Ano na unidade temática número e como objeto de conhecimento é denominado Números Inteiros. Onde são orientados na BNCC o uso de história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. Eles vão aparecer nas habilidades: EF07MA03 – Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos e na habilidade EF07MA04 - Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros. O conjunto dos números inteiros e suas operações, são conteúdos de extrema importância para os alunos, pois é um objeto matemático

que será abordado em outros momentos do conteúdo matemático, bem como, será utilizado no dia-a-dia dos alunos, e por esse motivo, os pesquisadores sentiram a necessidade de abordar o referido conteúdo nessa pesquisa.

Sentindo a necessidade de estudar a maneira como os números inteiros são ensinados, identificamos que com o passar dos anos e a estruturação do Currículo da Educação Básica no Brasil, não percebemos grande destaque sobre o Currículo de Matemática, segundo Godoy e Santos (2012), até 2009, havia pouca produção acadêmica em torno do tema Educação Matemática, ao realizar uma pesquisa junto ao Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), foram encontradas apenas 8 dissertações e 4 teses sobre o referido tema. Percebemos que até a data citada havia uma preocupação apenas com os conteúdos matemáticos em si, não havendo ainda uma preocupação na maneira como a matemática era ensinada. Nesse sentido verificamos que a educação matemática é um campo novo de pesquisa e que ainda existe um longo caminho a ser percorrido. Essa ausência de estudos científicos no como ensinar a matemática acaba refletido nos resultados não satisfatórios das avaliações externas no campo de conhecimento da matemática.

Nesse sentido, buscamos realizar a elaboração deste artigo. Para que essa construção acadêmica fosse desenvolvida, foram utilizados os dados de uma pesquisa de campo com 35 professores da rede pública municipal de Belém. A pesquisa tem por objetivo fazer um diagnóstico no Ensino de operações com números inteiros no 7º Ano do Ensino Fundamental. Através do referido questionário, buscamos identificar o perfil dos professores que atuam na rede municipal de Belém, verificando que dificuldades os alunos sentem quando estudam operações com números inteiros, bem como as metodologias de ensino utilizadas para ensinar operações com números inteiros e buscar identificar através das respostas dos professores como o conjunto dos números inteiros e suas operações estão sendo assimiladas pelos alunos, através da ótica dos professores pesquisados.

## **2. REVISÃO LITERATURA**

Para desenvolver o presente artigo, os pesquisadores buscaram embasar seu estudo através da leitura de artigos e dissertações que versassem sobre o objeto matemático escolhido. O levantamento do material de revisão literária é realizado através de meios digitais, e também baseadas nos artigos disponibilizados na disciplina Currículo e avaliação do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

Para trabalharmos sobre o objeto matemático que foi desenvolvido neste artigo, buscamos analisar sobre quatro situações que são de interesse dos pesquisadores para o desenvolvimento deste artigo: Currículo da Educação Básica no Brasil; Educação Matemática; Avaliação Matemática e Ensino de Números Inteiros. Para chegar aos objetivos propostos, buscamos analisar os artigos de

Melo (2014); Godoy e Santos (2012). E dentro do objeto Matemáticos que estaremos explanando nesse artigo, foram realizadas as leituras de artigos de Boone e Davi (2016); Frizzarini e Petternon (2016); Danczuk (2016); Queiroz, Carvalho e Moreira (2014). Foram realizadas consultas aos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), bem como Resolução Nº 40/2011 – CME, e a Base Nacional Comum Curricular (2017).

## 2.1 – CURRÍCULO

Segundo Mello (2014), o currículo é tudo aquilo que uma sociedade considera necessário que os educandos aprendam ao longo de sua formação escolar. Nesse sentido, o currículo expressa aquilo que deveria ser ensinado aos alunos para que os mesmos possam viver em sociedade. Ao longo dos anos o Currículo passou por vários processos, modificando-se de acordo com o momento histórico que a sociedade estava. Segundo o referido autor, o currículo teve a sua vertente onde a concepção curricular era centrada no conhecimento, nessa versão o mais importante é a apropriação do patrimônio científico cultural acumulado. Sua didática é frontal, expositiva e de fácil observar e de aprender, segundo Mello (2014), ainda predomina em muitas salas de aulas.

Com o advento de novas tecnologias e de momentos históricos diferenciados houve a necessidade de criar novas possibilidades de currículo, e para essa nova vertente ainda segundo Mello (2014), o aluno passa a ter um papel essencial, deixando de ser um mero receptor para ser tornar protagonista da construção do seu conhecimento. Nesse novo modelo de currículo, como já mencionado o aluno é o protagonista, porém segundo Mello (2014) existem várias concepções sobre o papel do professor e da escola nesse novo contexto.

Ainda sobre o currículo, identificamos que o documento que orienta os professores da rede pública municipal de Belém no que se refere a presente pesquisa, foi desenvolvido através de uma orientação Curricular que foi aprovado em 21/12/2011, através da resolução 40/2011 que regulamenta que o currículo será baseado nos ciclos de aprendizagem, o currículo ainda se encontra em vigor nessa rede de ensino até os dias atuais. Sendo que existem discussões no sentido de se adequarem a lei que regulamenta a Base Nacional Comum Curricular. O Currículo por ciclo está estruturado da seguinte forma:

Art. 1º - O Ensino Fundamental ofertado nas escolas da Rede Municipal de Ensino de Belém organizar-se-á em Ciclos de Formação – CF, em conformidade com as disposições contidas nessa Resolução.

Art. 2º O Ensino Fundamental organizado em Ciclos de Formação observará a devida flexibilidade curricular, a fim de articular-se com outras formas de organização e garantir a circulação e o acesso à escolaridade.

Art. 3º A organização do Ensino Fundamental em Ciclos de Formação tem como pressupostos:

Parágrafo único. Os procedimentos para o acesso e circulação mencionados no caput deverão constar no projeto pedagógico e regimento da escola.

I – a estruturação do trabalho educativo, de modo a atender os educandos em seus tempos e/ou ritmos diferenciados de formação e desenvolvimento;

II – a compreensão e o reconhecimento da aprendizagem como direito do educando, assegurando a todos aquisição e desenvolvimento de conhecimento num continuum formativo;

III – a garantia da flexibilização dos tempos de aprender, ensinar e desenvolver, possibilitando uma formação global, humanizada e o respeito a identidade cultural dos educandos;

IV – o educando como sujeito social, histórico e cultural da aprendizagem.

Art 4º O ensino organizado em ciclos contínuos e sequenciais, abrange nove anos letivos, assim constituídos:

I – Ciclo de formação I – com duração de 3 anos, equivalentes ao 1º, 2º e 3º anos;

II – Ciclos de formação II – com duração de dois anos, equivalentes ao 4º e 5º anos;

III – Ciclo de formação III – com duração de dois anos, equivalentes ao 6º e 7º anos;

IV – ciclos de formação IV – com duração de dois anos, equivalentes ao 8º e 9º anos. (Resolução Nº 40/2011 – CME, de 21 dezembro de 2011, p. 1).

Segundo o Currículo da Rede Metropolitana de Belém, percebemos que existe uma preocupação com o aprendizado do aluno, ao deixar claro que o estudante tem direito a uma formação global, humanizada e com respeito, percebemos neste currículo uma preocupação com a formação plena do aluno, no qual o discente não é apenas um receptor de conhecimento e sim alguém que precisa ser valorizado e respeitado dentro de sua individualidade e também dentro do seu ritmo de aprendizagem.

## **2.2 – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Quando tratamos sobre a educação matemática dentro do contexto de Currículo, percebemos que a matemática está presente desde o primeiro currículo criado no Brasil, segundo Mello (2014), no nível elementar estavam incluídos leitura, escrita, e conteúdos muito básicos de gramática, aritmética, pesos e medidas. Percebemos que havia uma matemática voltada para a relação econômica que havia

nesse momento histórico que era o comércio. Nesse sentido a matemática presente no Currículo escolar, reforça a ideia que o conteúdo ensinado é para ser utilizado em sua vida em sociedade.

Com o passar dos anos e estruturação do Currículo da Educação Básica no Brasil, não percebemos grande destaque sobre o Currículo de Matemática, segundo Godoy e Santos (2012), até 2009, havia pouca produção acadêmica em torno do tema Educação Matemática, ao realizar uma pesquisa junto ao Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), foram encontradas apenas 8 dissertações e 4 teses sobre o referido tema. Essa ausência de estudos científicos no como ensinar a matemática acaba refletido nos resultados não satisfatórios das avaliações externas no campo de conhecimento da matemática.

Percebemos uma mudança quando tratamos sobre o Currículo, quando surge o Movimento da Matemática Moderna (MMM), e o referido movimento ganhou força no Brasil, pois ele surgiu no momento em que estava sendo realizadas as modificações no Currículo da Educação Básica e a LDB 5692/1971. Segundo Godoy e Santos (2012) a matemática precisava passar por transformações pois a abordagem clássica dada aos conteúdos escolares não satisfazia mais as condições e as exigências criadas pelo mundo moderno. O currículo centrado no conteúdo deixa de existir e passa a dar lugar a elementos como objetivo, metodologia e avaliação. Nesse momento houve a incorporação de várias ideias no currículo da Matemática tais como: Psicologia, sociologia, filosofia e da própria área da educação Matemática.

A partir da década de 80 segundo Godoy e Santos (2012) houve um movimento no sentido de fazer uma crítica ao Movimento da Matemática Moderna, a crítica baseava-se ao processo de ensino e aprendizagem escolar. Um movimento internacional produziu um documento denominado *An agenda for action: recommendations for School Mathematics of 1980*. Que indicam 8 recomendações para reestruturar a organização curricular da Matemática escolar básica. Essas 8 recomendações influenciaram os parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), assim como no Brasil, essas recomendações influenciaram vários países, aqui no Brasil, podemos verificar a tendência de direcionar o ensino fundamental para competências básicas necessárias aos cidadãos, reforçando assim, que o currículo escolar deve direcionar os alunos para aprender habilidades e competências para a vida social e o mundo do trabalho. Nessa linha de currículo o ensino de matemática, acabou por assumir o papel de preparar os cidadãos para a ciência e a tecnologia.

A matemática segundo Santos e Godoy (2012), deve estar vinculada aos outros conteúdos e deve ser apresentada de forma significativa para o aluno, bem como deve favorecer o desenvolvimento matemático em consonância com os temas transversais. Os autores também destacam que segundo os PCN's a situação problema é um ponto de partida para o ensino de matemática, mas eles destacam também que apesar da resolução de problemas ser o eixo do processo de ensino aprendizagem de matemática, existem outras opções que podem ser utilizadas para o processo de ensino da disciplina. Tais como: história da matemática, tecnologia, jogos e etc.



Tendo como norte os PCN e após ampla discussão em várias regiões do país, começou-se a desenhar o que seria a Base Nacional Comum Curricular, documento que foi aprovado e entrou em vigor em 06 de abril de 2017. A Base foca no que o aluno precisa desenvolver, para que o conhecimento matemático seja uma ferramenta para ler, compreender e transformar a realidade.

### 2.3 – AVALIAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A avaliação é de extrema importância para o processo pedagógico, pois através dela podemos perceber como os alunos estão absorvendo os conteúdos matemáticos e como eles estão sendo ministrado. Ao longo da trajetória o ensino de matemática sempre esteve atrelado ao currículo tradicional, e como consequência, a forma mais comum de avaliação dava-se através de exercícios e provas. Que buscavam verificar a aprendizagem através de repetição dos conteúdos aprendidos. Com as mudanças curriculares e com a mudança da sociedade que passou a ser mais tecnológica e moderna os currículos para o ensino de matemática passaram a sofrer modificações, e conseqüentemente o processo de avaliação também passou por transformações. Nos PCNs na perspectiva de um currículo de Matemática para o ensino fundamental, novas funções são indicadas à avaliação, na qual se destacam uma dimensão social e uma dimensão pedagógica. Conforme podemos verificar em:

“No caso da dimensão social atribui-se à avaliação a função de fornecer aos estudantes informações sobre o desenvolvimento das capacidades e competências que são exigidas socialmente, bem como auxiliar os professores a identificar quais objetivos foram atingidos, com vistas a reconhecer a capacidade matemática dos alunos, para que possam inserir-se no mercado de trabalho e participar da vida sociocultural.

No caso da dimensão pedagógica cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos ainda parcialmente consolidados” (BRASIL, 1998<sup>a</sup>, p. 54 apud GODOY E SANTOS, 2012, p. 272).

A avaliação é um processo essencial para a aprendizagem e a forma como a mesma é desenvolvida pode afetar positiva ou negativamente na maneira como o objeto matemático pode ser assimilado. A avaliação através de provas e exercício acaba por menosprezar o erro e a tentativa, sendo necessária uma mudança dessa concepção pois a partir das novas concepções de avaliação segundo Danczuk (2016) o erro passa a ser um processo de construção do conhecimento e não mais um

fracasso. Sendo que as provas e exercícios podem contribuir positivamente para o ensino, desde que o erro possa ser visto como uma alternativa de aprendizagem.

## 2.4 – O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS

O conceito de números inteiros, segundo Pettenon e Frizzarini (2016), vem sendo construído ao longo da evolução do conhecimento matemático e por isso sofreu muitas modificações ao longo dos séculos. Segundo Garcia (2016) *apud* Pettenon e Frizzarini (2016) essa necessidade se deu pelas relações comerciais entre as pessoas, o primeiro conjunto a surgir foi o conjuntos dos números naturais e suas operações, com os passar do tempo surgiu a necessidade de agrupar os números com características equivalentes a fim de facilitar estas operações, o que chamamos atualmente de sistemas de numeração e conjuntos numéricos. A partir da definição axiomática dos sistemas de números naturais e da necessidade de contar números menores que zero, foi construída a ideia de número inteiros. Dessa forma temos que:

O conjunto, além dos números, são meios de organizar os elementos numéricos que possuem características semelhantes, com o intuito de facilitar alguns procedimentos operatórios. O conteúdo dos conjuntos Numéricos é um dos conteúdos no qual se embasa o restante dos outros conteúdos estudados na disciplina de Matemática e por essa razão, compõem uma parte fundamental da Matemática. (PETTENON E FRIZZARINI, 2016, p. 196)

Os números inteiros é um objeto matemático que os discentes de matemática apresentam grande dificuldade no entendimento. Segundo Dalvi e Boone (2016, p. 2) “Embora a ideia de Números Inteiros esteja presente desde muito cedo no cotidiano das pessoas quando abordado de forma incoerente provoca obstáculos na aprendizagem”. Percebemos a necessidade de uma abordagem dos números inteiros de forma diferenciada, seja de forma lúdica como Jogos, e ou através de um processo de contextualização como a educação financeira, bem como o seu surgimento usando a história da matemática.

O conjunto dos números inteiros é um assunto que os discentes começam a ter contato a partir do 7º Ano do ensino fundamental, podemos observar que na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ele é desenvolvido na unidade temática número e como objeto de conhecimento é denominado Números Inteiros. Onde são orientados na BNCC o uso de história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. Eles vão aparecer nas habilidades: EF07MA03 – Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos e na habilidade EF07MA04 - Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros. O conjunto dos números inteiros e suas

operações, são conteúdos de extrema importância para os alunos, pois é um objeto matemático que será abordado em outros momentos do conteúdo matemático, bem como, será utilizado no dia-a-dia dos alunos, e por esse motivo, os pesquisadores sentiram a necessidade de abordar o referido conteúdo nessa pesquisa.

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa que subsidiou esse artigo buscou desenvolver uma análise exploratória, que conforme Fialho e Silva (2021) tem o interesse de aumentar a experiência teórica estrutural dos autores em torno do objeto de conhecimento denominado “números inteiros”. No que se refere a fonte de informações, buscou-se realizar uma pesquisa bibliográfica, conforme descrito a seguir:

A pesquisa bibliográfica é aquela que se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, como livros, artigos, teses etc. Utiliza-se de dados ou de categorias teóricas já trabalhados por outros pesquisadores e devidamente registrados. Os textos tornam-se fontes dos temas a serem pesquisados. O pesquisador trabalha a partir das contribuições dos autores dos estudos analíticos constantes dos textos (SEVERINO, 2013, p. 106)

Os critérios de pesquisa bibliográfica foram previamente definidos, foi delimitado a artigos e dissertações publicadas nos últimos cinco anos. Esse levantamento das produções foi realizado em bibliotecas digitais de Universidades e sites de pesquisas científica, entre os quais podemos citar: Google Acadêmico, CAPES e BDTD (Biblioteca Digital de Teses e Dissertações). Nos referidos sites as palavras-chave utilizadas para realizar as buscas foram: “Números Inteiros”; “operações com números inteiros”; “ensino de números inteiros”, as buscas ocorreram nos meses de Maio, Junho e Julho de 2021.

Além da pesquisa bibliográfica, foi desenvolvida uma pesquisa através da aplicação de um questionário. Para a criação das perguntas do referido questionário, foram utilizados materiais fornecidos pela disciplina Currículo e Avaliação do Mestrado Profissional em Educação Matemática da UEPA, bem como livro didático do 7º Ano Praticando matemática do autor Álvaro Andrini, além das consultas realizadas aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para o Ensino Fundamental relacionado ao ensino de números inteiros e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre o assunto já mencionado. O instrumento de pesquisa teve por objetivo realizar um diagnóstico no ensino de operações com números inteiros no 7º ano do ensino fundamental da rede municipal de Belém – PA. O presente artigo tem por finalidade mostra o resultado da pesquisa realizada. Para a efetivação da referida pesquisa realizamos o contato com 50 docentes que lecionam na rede municipal, dos quais 35 aceitaram responder o instrumento.

Os docentes que aceitaram responder o questionário concordaram que os dados apurados pudessem ser usados na confecção deste artigo. A metodologia utilizada para a pesquisa, foi o google formulário, e a forma como foi feita a abordagem ao público-alvo da pesquisa foi através das redes sociais. O objetivo da pesquisa foi conhecer o perfil dos professores que atuam na rede pública Municipal de Belém, além de identificar como o assunto número inteiros são trabalhados pelos referidos docentes e quais as estratégias de ensino são desenvolvidas para que o discente possa desenvolver de forma plena o seu aprendizado do referido tema.

#### 4. RESULTADOS E ANÁLISES

Para realizar essa pesquisa, foi feito o contato de forma individual, através das mídias sociais com 50 professores da rede pública municipal de ensino de Belém, o público alvo foram professores que atuam no nível de ensino fundamental. Obtivemos 35 respostas através de formulários preenchidos de forma virtual. Nesse sentido a análise foi desenvolvida com base nas 35 respostas enviadas pelos professores.

A pesquisa mostra que na rede municipal de Belém diante do público que respondeu ao questionário, são formados em sua maioria por homens. Com 80% da pesquisa respondida por professores do sexo masculino e apenas 20% formada por professores do sexo feminino. Ao analisar os dados acima, percebemos que ainda existe um número expressivo de pessoas do sexo masculino que atuam na área da licenciatura em matemática. O que reforça a ideia que a matemática é uma área predominantemente masculina, e percebemos a necessidade de uma maior inserção de meninas e mulheres nessa área de atuação.

Quanto a faixa etária, o grupo de professores apresenta idade declarada a partir de 31 anos - 35 anos, com 8,6% dos professores dentro dessa faixa etária. De 36 anos – 40 anos, temos 20% de docentes dentro dessa faixa etária, 41 anos – 45 anos, representam 17,1% do corpo docentes. De 46 anos – 50 anos, é a faixa etária onde temos mais professores que responderam à pesquisa, com 22,9% de professores que responderam à pesquisa. De 51 anos – 55 anos, temos 11,4% dos entrevistados, de 56 anos – 60 anos, temos 17,1% de professores e de 61 – 65 anos, temos 1% do grupo de professores. Nas faixas etárias que compreendem de 15 anos até 30 anos e de 66 anos até 70 anos. Não apareceram na pesquisa docentes com a referida faixa etária.

No que se refere a escolaridade, podemos verificar que 97,1% dos professores que participaram da pesquisa, possuem nível superior. Com apenas 2,9% que possuem o nível médio. Dentre os que possuem nível superior, temos um universo de 65,7% de professores que buscaram dar continuidade a sua formação inicial através da especialização, 17,1% com Mestrado e 5,7% com

doutorado. Totalizando 88,5% dos pesquisados que buscaram uma formação além da graduação, através de Pós-graduação *Latu Sensu* e *Stricto Sensu*.

Quando foi feita a análise do curso que o professor realizou, como foi uma pergunta livre, percebemos que cada discente respondeu ao questionário de forma pessoal, mas analisamos que 97% dos professores que responderam ao questionários realizaram seu curso de graduação em Licenciatura em Matemática, e os que possuem pós-graduação a nível *Latus Sensu* ou *Stricto Sensus*, 83,4% possuem cursos na área de matemática e apenas 5,7% realizaram suas pós em áreas afins, aparecendo na pesquisa informática e educação ambiental.

Quando analisamos o tempo de serviço como professores. Verificamos que não aparecem professores que tenham menos de 5 anos de profissão. Logo os docentes pesquisados possuem a partir de 6 anos de experiência como docentes. De acordo com a pesquisa temos: 6 anos – 10 anos, temos 5,7% dos pesquisados. Com 11 anos – 15 anos de profissão aparecem 20% dos entrevistados. De 16 anos – 20 anos de profissão, temos um total de 11,4% dos entrevistados. Com 21 anos – 25 anos de profissão, temos a maioria dos entrevistados com 31,4% dos docentes que responderam à pesquisa. Seguida pelo tempo de experiência de 26 anos – 30 anos, representando 25,7% dos professores pesquisados. De 31 anos a 35 anos de experiência docentes, temos apenas 5,7% dos entrevistados e mais de 36 anos não temos professores na rede municipal com esse tempo de experiência.

Quando foi questionado aos docentes a partir de qual documento oficial os mesmos buscam se basear definir o seu conteúdo, percebeu-se que 60% dos professores da rede pública municipal de Belém que participaram da pesquisa informaram buscar a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), 28,6% baseiam-se no Livro Didático, 8,6% buscam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e apenas 2,9% dos pesquisados afirmam utilizar O caderno de orientações da rede de Ensino. Deve-se levar em consideração que a rede de ensino municipal baseia o seu currículo nos ciclos de aprendizagem. Porém o documento mais recente no que se refere ao Currículo da Educação básica é a BNCC, que foi publicada em 2017, e os estados e municípios ainda estão em fase de adequação dos seus currículos a nova legislação vigente. Por isso percebemos que a maioria dos professores pesquisados informaram se utilizar da BNCC para selecionar seus conteúdos.

Quando a pergunta se referia sobre a principal forma de avaliação, os professores pesquisados em sua maioria correspondendo a 91,4% diz avaliar seus alunos através da prova escrita. Apesar dos avanços no que se refere a metodologia do ensino de matemática, o ensino de matemática ainda está segundo Mello (2014) centrado no conhecimento que privilegia a apropriação do patrimônio científico cultural acumulado, em lugar do avanço em direção a novas descobertas, e isso influencia o processo de avaliação, fazendo com que grande parte dos professores pesquisados ainda se utilizem da prova escrita como método de avaliação. Em Segundo lugar com 71,4% da preferência dos pesquisados aparece como melhor atividade de avaliação trabalhos em grupo ou individual e também com o mesmo percentual produções no caderno, já podemos perceber aqui uma ruptura com o modelo tradicional ao perceber que as atividades em grupo e o percurso do aluno ao longo das atividades também são levados

em consideração no processo Avaliativo. Podemos perceber nesse item que os professores buscam seguir a Resolução Nº 40/2011 – CME, de 21 de dezembro de 2011, p.3 onde a avaliação é proposta no “Art. 13 - O processo de avaliação para a progressão continuada nos Ciclos de formação será contínuo, cumulativo e formativo”. Em seguida a forma de avaliação que aparece com 20% do total de entrevistados é a Autoavaliação, seguida de 14,3% prova oral, frequência, participação, Seminários aparecem com 2,9% cada um. Percebemos através desta pesquisa que a forma mais utilizada de avaliação entre os professores é a prova escrita, mas já percebemos o interesse de uma avaliação diferenciada ao aparecer em segundo lugar os trabalhos em grupos e as produções do caderno.

Com relação a pergunta de como os professores da Rede pública Municipal de Belém desenvolvem o ensino de números inteiros, percebemos que os professores procuram desenvolver as suas aulas de forma a atender o que está sendo proposto pela BNCC. Com isso percebemos que quando os professores da pesquisa começam a trabalhar a ideia de números inteiros, 100% dos professores que responderam o questionário disseram trabalhar situações do dia-a-dia para que ocorra uma maior compreensão por parte dos alunos sobre o conteúdo a ser desenvolvido. Os pesquisadores identificaram também que 100% dos docentes pesquisados realizam o trabalho das quatro operações básicas dos números inteiros (Adição; subtração e Multiplicação e Divisão).

Após a análise dos dados da pesquisa, percebemos nas respostas dada pelos docentes que os mesmos buscam trabalhar todos os conteúdos previstos para serem desenvolvidos dentro do tema números inteiros: O conjunto dos números inteiros; os números inteiros na reta e comparação entre números inteiros, sendo desenvolvido em sala de aula por 97,1% dos professores que participaram da pesquisa. Apareceram com destaque, sendo desenvolvido por 94,3% dos professores que responderam à pesquisa os Números opostos ou simétricos; Adição algébrica de números inteiros; potência envolvendo números inteiros; propriedades de potenciação; problemas envolvendo adição de números inteiros e Problemas envolvendo divisão de números inteiros. Quanto a outros assuntos relacionados aos números inteiros, 91,4% dos docentes disseram trabalhar com problemas envolvendo subtração de números inteiros. Com 88,6% dos pesquisados informado que trabalham raiz quadrada envolvendo os números inteiros; 85,7% disseram trabalhar com expressões envolvendo os números inteiros e 80% disseram que trabalham com o assunto módulo.

Ao analisarmos as respostas sobre a avaliação dos docentes sobre a dificuldade dos alunos em aprenderem os assuntos relacionados aos números inteiros. Percebemos que 88,6% dos professores pesquisados informaram que os alunos acham fácil e/ou muito fácil aprender sobre os números inteiros quando os mesmos são desenvolvidos/ensinados através de situações do dia-a-dia. Percebemos nesse dado o quanto é importante os docentes utilizarem-se de diferentes estratégias para facilitar o processo de aprendizagem do aluno. Conforme vemos em:

“Uma tarefa, mesmo que simples, mas bem planejada sobressai a uma tarefa complexa sem planejamento. É nesse sentido que acreditamos e apostamos: na diversificação de tarefas nas propostas metodológicas para o Ensino da Matemática. Quando apresentamos Tarefas diferentes, com potencialidades

diversas e níveis de dificuldades variados, temos a possibilidade de atingir um maior número de alunos e coloca-los em atividade” (Danczuk, p. 48)

Alguns outros assuntos dentro do objeto de conhecimento números inteiros também foram considerados Fácil e/ou Muito fácil para que os discentes aprendam, entre os quais podemos citar: Os números inteiros na reta, considerado Fácil e/ou Muito fácil por 88,5% dos professores que participaram da pesquisa, assim como Números opostos ou simétrico sendo considerado fácil e/ou muito fácil por 91,4% dos professores, e também dentro desta categoria temos Módulo de um número inteiro, que aparece com 78,8% sendo considerado um assunto fácil e/ou muito fácil de ser assimilado pelo discente.

Percebemos através da resposta dos docentes que a grande maioria dos assuntos que são trabalhados sobre o assunto números inteiros, na percepção dos professores os alunos consideram difícil e/ou muito difícil, entre os quais podemos citar como os mais difíceis segundo os professores. As expressões numéricas envolvendo os números inteiros 82,9% dos professores considerando difícil aos discentes aprender esse assunto. Seguido de as propriedades dos números inteiros com 80% considerando difícil e/ou muito difícil para o aluno aprender. Aparece também entre essa categoria de difícil e/ou muito difícil com 77,1% dos professores acreditam ser difícil os alunos aprenderem Problemas envolvendo subtração de números inteiros e com o mesmo percentual Problemas envolvendo Divisão de números inteiros.

Ao realizar a análise dos dados percebemos ainda com dificuldades nos assuntos relacionados aos números inteiros aparece Potenciação com 71,4% dos professores consideram difícil e/ou muito difícil para os alunos aprenderem. Seguido do assunto Raiz quadrada de números inteiros e Problemas envolvendo adição de números inteiros, aparecendo com o percentual de 68,6% dos professores na categoria difícil e/ou muito difícil para os alunos aprenderem. Aparecem como uma dificuldade para os alunos aprenderem problemas envolvendo números inteiros com 65,7% de dificuldades que os discentes têm de aprenderem, seguido de 62,9% dos professores que consideram difícil e/ou muito difícil para os alunos aprenderem sobre multiplicação de números inteiros. Temos segundo 54,3% dos professores que consideram difícil e/ou muito difícil para os alunos aprenderem sobre propriedades da multiplicação envolvendo os números inteiros.

Ao analisarmos a pesquisa sobre os números inteiros, percebemos então que já existe um grande número de docentes, entre os que responderam à pesquisa, uma busca de estratégias e metodologias diferentes para melhorar o processo de ensino e aprendizagem dos seus alunos. Apesar de em alguns momentos a pesquisa apontar para o uso tradicional no ensino de matemática, percebemos uma busca em romper com alguns paradigmas e buscar novas formas de desenvolver a aprendizagem dos alunos.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática é uma disciplina de grande importância para o progresso dos seres humanos, e como ciência ela já passou por várias mudanças dentro do currículo a nível de Brasil e também de mundo, conforme Godoy e Santos (2012). Apesar dessa importância dentro desse processo, a educação matemática só passou a ter um certo reconhecimento quando o conhecimento Matemático passa a ser destaque nas avaliações externas e os olhares se voltam para a disciplina. Uma vez que nessas avaliações percebemos uma avaliação negativa quando o assunto trabalhado é a matemática.

Ao analisar os dados percebemos que os professores que responderam à pesquisa são em sua maioria formada por homens, representando 80% dos professores pesquisados, sendo apenas 20% o grupo de mulheres. Os professores pesquisados são bem experientes pois possuem mais de 6 anos de experiência como docentes. Que 97,1% dos que responderam a pesquisa possuem formação superior na área de matemática, e destes 88,5% possuem pós-graduação.

A partir do perfil definido acima, e das respostas dadas no questionário, percebemos que os professores iniciam as suas aulas a partir de uma situação problema, fato considerado relevante dentro do PCNs no ensino de Matemática. Que a maioria dos professores que responderam ao questionário sentem falta de recursos didáticos pedagógicos apropriados para desenvolver de forma mais adequada as suas aulas. A maioria dos professores pesquisados buscam na BNCC a seleção de conteúdo do objeto de conhecimento que serão desenvolvidos com os alunos. Apesar de desenvolverem os conteúdos utilizando a BNCC, a maioria dos professores citaram utilizar-se de prova escrita para avaliar os alunos. Porém já percebemos uma busca de avaliação diferenciada ao perceber que também aparecem em destaque na pesquisa a avaliação de atividades em grupo, que podem representar a utilização de metodologias como jogos. Ao analisar os métodos de avaliação ficou claro que ao utilizar o caderno dos discentes para o processo avaliativo os professores já buscam olhar o percurso dos alunos ao longo de um determinado período e não unicamente a prova escrita que pode não avaliar de forma eficaz a aprendizagem.

Quanto a questão de fixação de conteúdos os professores responderam que a metodologia utilizada é a de listas de exercícios e/ou exercícios do livro. E essa metodologia talvez reflita na dificuldade que os discentes apresentam de aprender o conteúdo dos números inteiros, sendo necessária uma postura diferenciada nesse quesito. Destacamos a importância da formação continuada que conforme os professores ocorre na rede de ensino ao qual os mesmos fazem parte e também os referidos professores afirmam participar, uma vez que quanto maior a aprendizagem sobre novas metodologias, e também uma maior aproximação dos conhecimentos produzidos as instituições de ensino superior chegarem aos docentes que atuam na educação básica, maiores e melhores serão as possibilidades dos professores de utilizarem as Metodologias diferenciadas para uma melhor Aprendizagem dos alunos. Destacando que os docentes entrevistados, fizeram sugestões que pudessem



ser desenvolvidos jogos matemáticos, quadrinhos, educação financeira pra desenvolver o interesse dos alunos pelo objeto matemático que nos propusemos estudar que são os números inteiros, e a necessidade de desenvolver estratégias adequadas de ensino dada as dificuldades apontadas pelos docentes quando o tema números inteiros é abordado.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular.** Brasília,

2018. Disponível em:

[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_sit e.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf) acessado em: 10/07/2021.

BRASIL. **Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Fundamental.** Brasília,

2007. Disponível em:

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pcn/matematica.pdf> acessado em: 10/07/2021.

DALVI, Silvana Cocco. BOONE. Mirelly Katiene e Silva. **O ensino dos números inteiros tendo como catalizador do conhecimento o Jogo.** Espírito Santo. VII SEMAT – Seminário da licenciatura em Matemática – ISSN 2359-4195. IFES – Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Cachoeira de Itapemirim/ES – 07 a 10 de Agosto de 2016. Disponível em: <https://semat.ci.ifes.edu.br/wp-content/uploads/2015/02/VII-semat-trabalhos-completos.pdf>. Acessado em: 01/07/2021.

DANCZUK, Fabulo Eugênio. **Diversificação de tarefas como proposta metodológica no ensino dos números inteiros.** Dissertação, Pato Branco – MG, 2016. Disponível em: <https://1library.org/document/lq55drq4-diversificacao-tarefas-como-proposta-metodologica-ensino-numeros-inteiros.html>. Acessado em 05/07/2021.

FIALHO, Roberto Paulo Bibas. Ciência e método. In FIALHO, Roberto Paulo Bibas;

SILVA, Admilson Alcântara da. **Tipos de pesquisas e tipos de Métodos** – Disciplina

do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Aula *on line*. Data de

realização: 07/04/2021. Belém (PA): Universidade do Estado do Pará –

UEPA/Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – PPGEM, 2021.

Disponível em:

[https://classroom.google.com/u/2/c/MjYzNTU1ODI0Mzk0/m/MzE0MTIzNDI1OTU4/de  
tails](https://classroom.google.com/u/2/c/MjYzNTU1ODI0Mzk0/m/MzE0MTIzNDI1OTU4/details)

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. **O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o Currículo de Matemática**. Práxis Educacional. [S.l], v. 8. n 13, p. 253 – 280, 2012. Disponível em: file:///C:/Users/jose\_/Downloads/716-Texto%20do%20artigo-1179-1-10-20170828.pdf

MELLO, Guimar Namó. **Currículo da Educação Básica no Brasil: Concepções e políticas**. São Paulo: USP. 2014. Disponível em [https://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guimar\\_pesquisa.pdf](https://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guimar_pesquisa.pdf). Material Pedagógico da disciplina Currículo e Avaliação do mestrado em Educação Matemática da UEPA.

Resolução Nº 40/2011 – CME, de 21 de dezembro de 2011. **Diretrizes do Ensino Fundamental em Ciclos de Formação, nas escolas da Rede Municipal de Ensino de Belém/PA**. Belém – PA. Disponível em: [http://cmebelem.com.br/wp-content/uploads/2015/08/Res.40\\_11.pdf](http://cmebelem.com.br/wp-content/uploads/2015/08/Res.40_11.pdf)

## EXPERIMENTAÇÃO INVESTIGATIVA COMO POSSIBILIDADE PARA O ENSINO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULO

**Lucas Ferreira Rodrigues**

Universidade Federal do Pará (PPDOC/ICEN/UFPA)  
*elucasfrodrigues@gmail.com*

**Maico Tailon Silva da Silva**

Universidade Federal do Pará (PPDOC/ICEN/UFPA)  
*maico.silva@icen.ufpa.br*

### Resumo

Inúmeras estratégias de ensino têm sido elaboradas e experimentadas na tentativa de apresentar ao alunado uma imersão ao conhecimento científico dentro de suas possibilidades, no sentido de oportunizá-los a realizar investigações sobre aspectos práticos no contexto educacional, encorajando-os a serem agentes participativos na construção de seus próprios conhecimentos. Nestes termos, o estudo aqui apresentado tem como objetivo apontar as relações de construção de conhecimento desenvolvidas pelas práticas cotidianas de ensino-aprendizagem em espaços não formais, tendo como foco principal, uma experiência baseada na vivência de alunos do 9º ano do ensino fundamental em uma escola da rede municipal localizada no município de Cachoeira do Arari, no arquipélago da Ilha do Marajó, no Estado do Pará. A presente proposta se apoia em uma abordagem qualitativa, com o recurso metodológico histórico-epistemológico para a abordagem do conhecimento científico e matemático, além das análises vivenciais relacionadas a uma situação didática constituída pelo elo entre aluno, conhecimento e professor. Como proposta de ensino, elaboramos uma ação pedagógica para a aprendizagem de Semelhança de Triângulos, sendo orientada de forma remota em função da portaria nº 343, de 17 de março de 2020, que determinou o isolamento social causado pela Pandemia do Novo Corona vírus, (SARS-CoV-2), com uso das tecnologias disponíveis aos alunos. Como resultados, percebemos que a abordagem utilizada nos conduziu a significativos alcances, o que conforme relatos dos próprios alunos, a forma como se deu a pesquisa-ação na prática, decorreu de forma atrativa e instigante, possibilitando maior engajamento e compreensão na construção de boas aprendizagens.

**Palavras-Chave:** Estratégias de ensino. Conhecimento científico. Semelhança de triângulos

### **Semelhança de triângulos sob o contexto do conhecimento científico e matemático**

A presente proposta trata de uma sequência didática planejada para o ensino de Matemática, com o objeto de conhecimento matemático semelhança de triângulos, desenvolvida em uma turma de 9º ano.

Esboçada inicialmente para ser desenvolvida de maneira presencial, as atividades aqui apresentadas passaram por diversas modificações, sendo orientadas por quatro professores da área de matemática, com experiências diversas na execução de projetos

educacionais, tendo como principais ferramentas, as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC's), fonte base de utilização no ensino remoto emergencial durante o período de pandemia do Coronavírus (COVID-19).

O lócus de pesquisa foi uma escola da rede municipal de ensino situada no município de Cachoeira do Arari, no arquipélago da Ilha do Marajó, localizada no Estado do Pará. Destacamos que o local da pesquisa foi importante ao processo de experimentação desenvolvido com os conhecimentos matemáticos estudados pois apresenta características sociais e culturais diferenciadas.

### **Metodologia de aprendizagem por investigação e aprendizagem significativa**

Situar o papel do conhecimento científico, ou mais especificamente do conhecimento escolar no contexto de vivência do aluno, é trazer significado ao currículo e ensino escolar, mais ainda, é evidenciar um conhecimento que pode ser construído na prática, em atividades de “mão na massa”, cujas definições, conceitos, fórmulas, representações, figuras, tabelas e etc. estudados em sala de aula são observados sob uma nova perspectiva, onde sua significância é reconhecida na solução de um problema ou mesmo identificação em outros contextos, diferentes dos analisados e propostos em sala de aula.

Em se tratando especificamente do conhecimento matemático direcionado à educação básica, no caso da etapa do ensino fundamental, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta a preocupação a respeito da importância e garantia do desenvolvimento perceptivo do aluno, da relação entre o mundo físico e os conhecimentos matemáticos (CM), para o desenvolvimento de habilidades resolutivas de problemas através de CM. Conforme a (BNCC):

No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental. (BRASIL, 2018, p.267)

Da utilização prática dos CM, sua significação em atividades práticas também contribui no processo construtivo dos conhecimentos, cujo potencial está

fundamentalmente na posição do ser autônomo do aluno, ser imersivo nas atividades e ser responsável pelas soluções das situações propostas, onde o professor cria as condições, mas o aluno através de suas atitudes desenvolve o conhecimento.

Importa, então, ajudar o aluno a compreender os percursos da construção do conhecimento científico, bem como das suas múltiplas facetas, colocando o aluno numa situação de cidadão ativo, que tem de desempenhar papéis e partilhar responsabilidades com os seus pares, que tem de encontrar soluções e de aprender a decidir em situações pluridisciplinares, em que a voz da ciência é uma, entre as diversas vozes da sociedade, porventura a melhor adaptada para lidar com determinado tipo de situações. (CACHAPUZ, PRAIA, & JORGE, 2000, p.75)

No processo de aprendizagem significativa, o estudante âncora conhecimentos já construídos à um novo conhecimento que possui relação ao já firmado, pressupondo a utilização de um material potencialmente significativo ao aprendiz e relacionável aos seus conhecimentos, bem como uma predisposição do estudante a articular o novo material a ser aprendido e a sua estrutura cognitiva.

A outra condição traz implícito que, independentemente de quão potencialmente significativo seja o material a ser aprendido, se a intenção do aprendiz é, simplesmente, a de memorizá-lo arbitrariamente e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos ou sem significado. (Reciprocamente, independente de quão predisposto para aprender estiver o indivíduo, nem o processo nem o produto serão significativos se o material não for potencialmente significativo.) (MOREIRA & MASINI, 1982, p.14)

Nesse sentido, o papel do aprendiz é ainda mais intensificado no processo. Conforme Moreira e Masini (2006), “os significados são pontos de partida para a atribuição de outros significados, constituindo-se em pontos básicos de ancoragem, dos quais origina-se a estrutura cognitiva.”

### **Etapas de realização**

As atividades foram planejadas para uma turma de 9º ano, com 30 alunos, sendo definidos 5 grupos de 6 alunos, e organizadas em quatro momentos, de acordo com as etapas a seguir:

#### **Etapa 1: Composição dos grupos e sorteio dos temas.**

Esta etapa foi realizada de maneira presencial, em sala de aula, no início do ano letivo de 2020 e consistiu na composição das equipes com 6 alunos cada e sorteio dos temas relacionando os tópicos que cada grupo deveria estudar, de acordo com as devidas orientações repassadas pelo professor orientador.

**Etapa 2: Reconhecimento do local de realização das atividades.**

Também realizada de maneira presencial, onde os alunos observaram atentamente os locais para verificar as medições necessárias e então elaborar os esquemas matemáticos para a realização dos cálculos necessários.

**Etapa 3: Orientação das atividades de maneira remota via grupo de WhatsApp.**

Nesta fase, já no mês de abril de 2020, iniciou-se o período da pandemia do Coronavírus (covid-19), onde as escolas tiveram seu período letivo interrompido. Deste modo, os demais processos foram repensados e orientados de forma remota. Os grupos foram refeitos de acordo com a quantidade de alunos que possuíam aparelhos smartphones com acesso à internet. Os alunos receberam a instrução de permanecerem em casa e compartilharem suas ideias e conceitos a serem utilizados na parte prática da atividade por meio da plataforma de reuniões *Google Meet* e grupos de WhatsApp.

**Etapa 4: Direcionamento das tarefas.**

Os grupos receberam as devidas orientações sobre as atividades a serem desenvolvidas, como a busca de métodos para realizar as medidas das dimensões de uma fossa aquática e da largura de campo de futebol, que se encontravam em locais bem próximos da referida escola.

Conhecidos os temas de trabalho, definiram-se datas e horários para a realização das tarefas registradas por meio de vídeos posteriormente enviados ao professor para que então pudesse prestar as devidas orientações. Os materiais essenciais utilizados por cada grupo para a realizar as atividades foram o barbante, cabos de vassoura, trena, esquadro, transferidor e um diário de bordo onde registravam todas as informações.

Os resultados aqui registrados foram fundamentados na perspectiva de ensino por experimentação com caráter investigativo. Para tanto, partimos da hipótese de que tal procedimento funciona como importante viés que, além de viabilizar uma aprendizagem ativa, propõe uma maneira diferenciada de demonstrar resultados oriundos de situações problemas concretos vivenciados pelos alunos em seu próprio contexto social e educacional, valorizando assim, sua vivência. A seguir, serão elencados dois registros de atividades construídas pelos alunos.

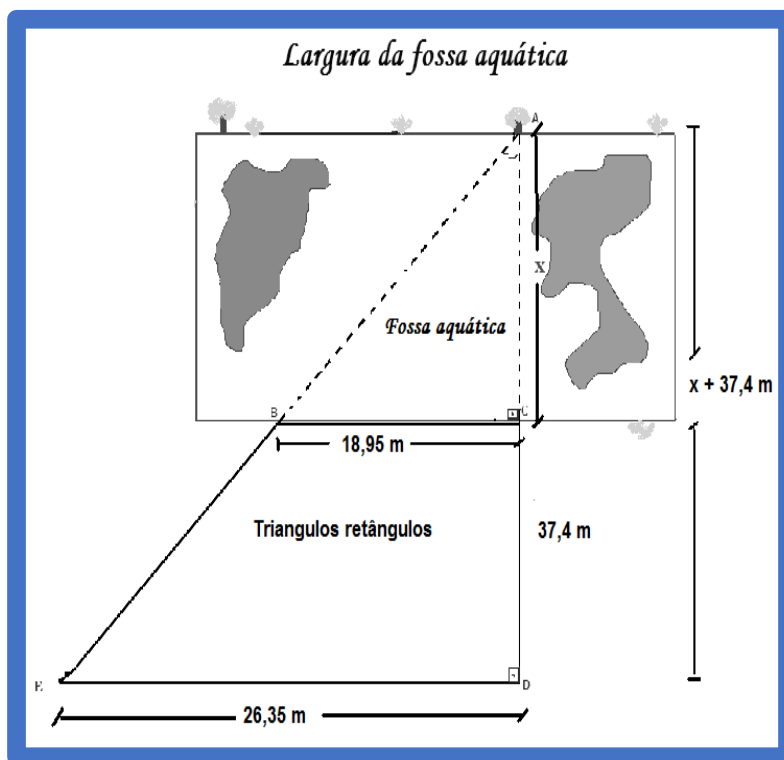
**Resultados das observações****Registro da atividade 01 - Medida das dimensões de uma fossa aquática**

Esta atividade teve como objetivo, determinar a largura de uma fossa aquática construída artificialmente para receber a água que escoava da cidade após as chuvas, sendo localizada próximo à pista de pouso do município, apenas usando a semelhança de triângulos.

### Etapa 1: Observação do local e desenvolvimento da atividade.

De posse dos materiais, os alunos observaram que do lado direito da fossa haviam várias árvores, tendo escolhido uma delas como ponto de referência, construíram mentalmente duas linhas imaginárias, uma vertical, em referência à altura da árvore e outra horizontal, demarcando a distância entre a árvore e a fossa, onde com essas referências formaram um triângulo retângulo, conforme a Imagem 2 a seguir:

**Imagem 1** – medição da fossa aquática, utilizando a árvore como ponto de referência



Fonte: pesquisa de campo/2020

Fonte: Dados da pesquisa/2020.

Do lado esquerdo da fossa os alunos fixaram cabos de vassouras no chão, de modo a formar dois triângulos retângulos semelhantes, amarrados em seguida a uma das extremidades do barbante, unindo-os de modo a formar os referidos triângulos.

Posteriormente, usando a fita métrica, fizeram as medidas dos lados dos triângulos identificados, para então, realizarem os procedimentos seguintes.

Feito esse processo, estabeleceram a proporção entre os lados conhecidos, usando como base, as relações de semelhanças de triângulos, onde por definição observa-se que se dois triângulos são ditos semelhantes, então seus lados correspondentes são proporcionais e seus ângulos correspondentes são congruentes.

### **Etapa 2: Realização dos cálculos e criação dos modelos matemáticos:**

Como os triângulos ADE e ACB apresentados no esquema realizado pelos alunos são semelhantes pelo fato de possuírem ângulos correspondentes congruentes, então seus lados correspondentes são proporcionais, valendo a relação:

$$\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} \text{ e de acordo com as medidas, observaram que: } \frac{x}{x + 37,4} = \frac{18,95}{26,35}$$

Deste modo, utilizando a propriedade fundamental das proporções, obtiveram os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} 26,35 \cdot x &= 18,95 \cdot (x + 37,4) && \text{(Aplicando a propriedade distributiva):} \\ 26,35 \cdot x &= 18,95 \cdot x + 18,95 \cdot 37,4 && \text{(Isolando a incógnita x no 1º membro):} \\ 26,35 \cdot x - 18,95 \cdot x &= 18,95 \cdot 37,4 && \text{(Subtraindo e multiplicando os termos):} \\ 7,4 \cdot x &= 708,73 && \text{(Dividindo ambos os lados por 7,4):} \\ x &= 708,73 / 7,4. \\ \underline{x = 95,78 \text{ metros.}} \end{aligned}$$

Portanto, como resultado para a largura aproximada da fossa, os alunos obtiveram o valor de 95,78 metros.

### **Fase 3: validação dos resultados:**

Para confirmar e validar o resultado encontrado, os alunos decidiram então realizar a medida da largura da fossa com a utilização da fita métrica, que os indicou a medida exata de 96,00 metros, registrando uma pequena margem de erro de 0,23 metros,



correspondendo a 23 centímetros. Sobre tal fato, um dos alunos do grupo registrou a observação de que a margem de erro foi devida às irregularidades da margem do rio. Tal resultado foi muito bem aceito pelo grupo de alunos, trazendo muita satisfação aos mesmos e fazendo-os perceber suas ações enquanto agentes de seu próprio aprendizado de forma significativa.

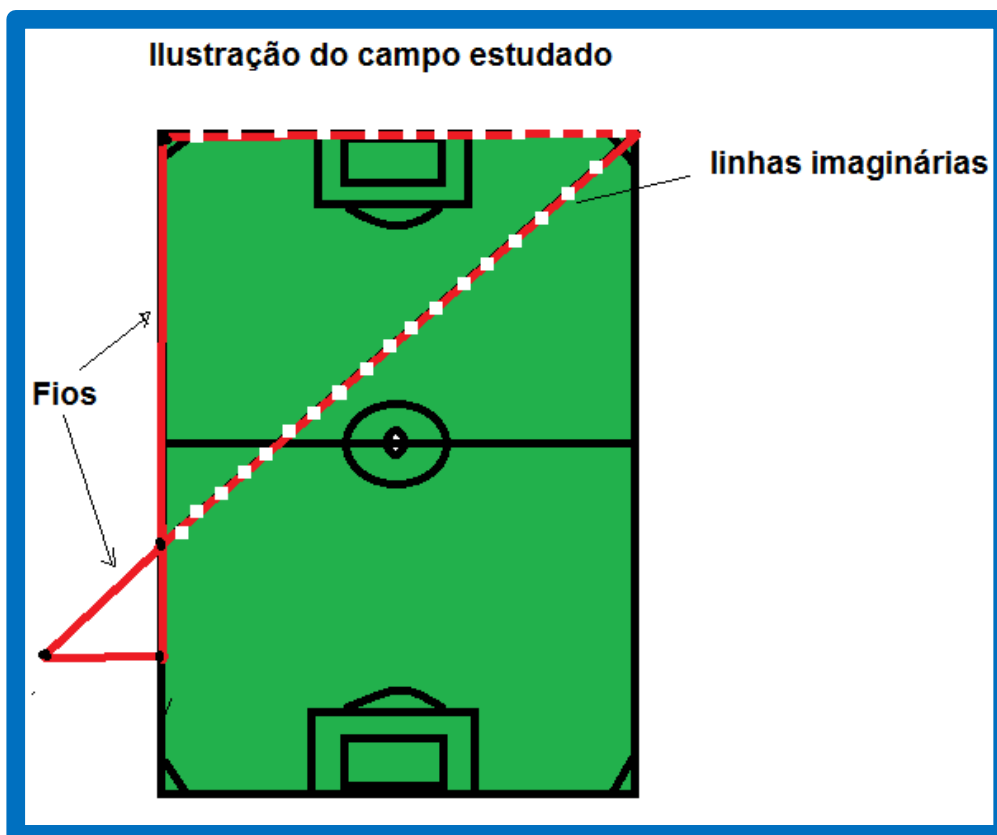
### **Registro da Atividade 2 - Cálculo da largura do campo de futebol.**

Desenvolvida pelo 2º grupo de alunos, a seguinte atividade busca determinar a largura do campo do Ararí Esporte Clube usando somente a semelhança de triângulos.

#### **Etapa 1: Observação do local e desenvolvimento da atividade.**

Com base no conhecimento sobre a semelhança de triângulos, observa-se que, por definição, dois triângulos são semelhantes se seus ângulos correspondentes são congruentes e seus lados correspondentes são proporcionais. Com base neste excerto, os alunos construíram o seguinte esquema:

**Imagem 3** – Esboço do campo de futebol do Ararí Esporte Clube.

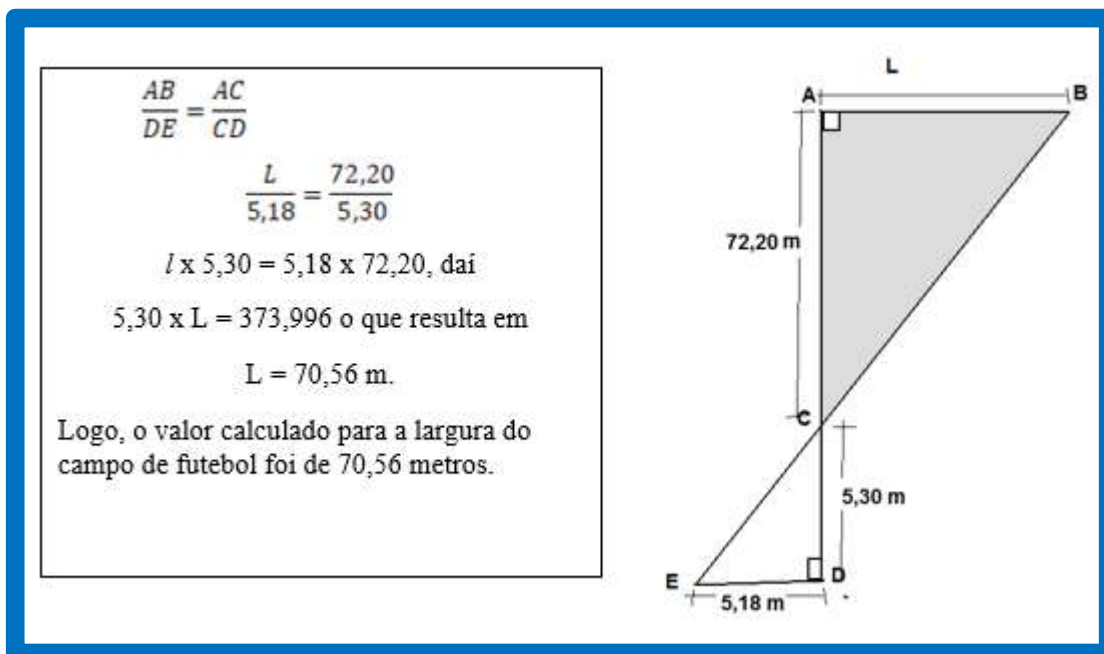


Fonte: Dados da pesquisa/2020.

## Etapa 2: Realização dos cálculos e modelo matemático

De acordo com o esquema representado pela semelhança de triângulos, os alunos realizaram os seguintes cálculos:

**Imagem 4** – Modelo matemático com as medidas do campo de futebol Arará Esporte Clube



Fonte: Dados da pesquisa/2020.

## Etapa 3: Formulação e validação dos resultados

De acordo com os cálculos registrados no diário de bordo, a largura do campo de futebol resulta em 70,56 metros. Da mesma forma ocorrida na primeira atividade, para que os alunos confirmassem este resultado, realizaram a medida do campo de futebol com o uso da trena e observaram a medida de 70,69 metros, registrando apenas 0,13 metros ou 13 centímetros como margem de erro, apontando um resultado bastante aproximado.

## Etapa 4: Validação do experimento

Conforme registrado pelos próprios alunos, a experiência foi muito enriquecedora pois aprenderam a determinar a largura de um determinado espaço sem o uso da medição direta, mas sim, através de um procedimento que pôs em práticas os saberes desenvolvidos em sala, ou seja, por intermédio do uso de semelhança de triângulos e suas propriedades.

Práticas de ensino como esta, aproximam o aluno de uma matemática viva, na qual os assuntos passam a ter um sentido fora da sala de aula. Propostas de experimentação matemática enriquecem o estudo, promove engajamento, constrói conhecimento e os valida, quando assume uma razão de ser prática e diretamente ligada às vivências dos estudantes.

### **Considerações Finais**

Por um longo período, a educação escolar foi marcada por um regime pedagógico de metodologia pautada em métodos mecânicos de ensino que oferecem pouca atratividade para o aluno, que vivencia uma rotina educacional baseada em informações de maneira uniforme sem estimular sua consciência crítica e criativa de analisar e resolver problemas. Este modo de conceber o processo de ensino tradicional, atualmente deixa de fazer sentido para o aluno, visto que o mesmo convive em um espaço de processos cada vez mais dinâmicos de troca de informações em tempo real, atividades realizadas em um tempo mínimo e ferramentas que dão suporte a construção deste cenário.

Por meio da promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, no ano de 1996, (LDB 9394/96), definiu-se que “a educação básica tem por finalidades essenciais, o desenvolvimento do educando no sentido de assegurar a ele a formação comum indispensável para o seu pleno exercício da cidadania” e, embora estejamos vivenciando um período cujo cenário está sendo marcado pela pandemia do Coronavírus 19 (Covid-19), tais fatores estão sendo, na medida do possível, garantidos graças ao ensino remoto, onde os professores resistem à grandes períodos dedicados a preparar e socializar conteúdos para os alunos através de diversas formas, utilizando uma infinidade de recursos tecnológicos.

Embora muitos de nós, professores, tenhamos um domínio considerável dos tipos de metodologias ativas utilizadas em sala de aula de maneira presencial, quando nos deparamos com o ensino remoto, é notável a dificuldade em fazer a transposição de tais métodos para este novo formato de atividade docente, sendo necessário repensar nossa prática e adaptá-la para esta nova realidade.

Fica estabelecido nas referidas metodologias de aprendizagem ativas, o fato de o professor desempenha a função de Curador ou mentor, no sentido de orientar as etapas de aprendizagem pelas quais o aluno passa, fato essencial no processo de ensino e

aprendizagem. Neste sentido, o trabalho docente nesse momento, dentre outras percepções, é perceber o que é relevante para a formação do aluno. Sendo assim:

O papel do professor é mais o de curador e de orientador. Curador, que escolhe o que é relevante entre tanta informação disponível e ajuda os alunos para que encontrem sentido no mosaico de materiais e atividades disponíveis. Curador, no sentido também de cuidador: ele cuida de cada um, dá apoio, acolhe, estimula, valoriza, orienta e inspira. Orienta a classe, os grupos e a cada aluno. Ele tem que ser competente intelectualmente, afetivamente e gerenciamento (gestor de aprendizagens múltiplas e complexas). (MORÁN, 2015, p. 28).

Diante disso, os rumos tomados pela proposta de estudo aqui relatada derivam da constatação de que, embora a metodologia de ensino por investigação para o ensino de matemática seja de suma importância, se faz necessário verificar como ocorre a aprendizagem quando professor e alunos se utilizam desta estratégia, e ainda, se a aprendizagem nestes moldes é significativa no contexto de sala de aula, fato cuja constatação foi possível e confirmada, visto que o próprio grupo de alunos buscou mostrar esse resultado com a realização das atividades propostas e o registro das informações colhidas.

## Referências

BRASIL. **Lei de diretrizes e bases da educação. LDB, Lei 9.394 de 20 de dezembro de 1996.** Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/19394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm). Acesso em 28 out. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

CACHAPUZ, A.F; PRAIA, J.F; JORGE, M. P. **Perspectivas de ensino das Ciências.** Porto: Eduardo & Nogueira, 2000. p. 75.

MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel.** 2. ed. São Paulo: Centauro, 2006.

# HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE ANÁLISE MATEMÁTICA: O CONCEITO DA INTEGRAL DE LEBESGUE EM TESES E DISSERTAÇÕES DEFENDIDAS NO BRASIL NO PERÍODO DE 2010 A 2020

**João Nazareno Pantoja Corrêa**  
Universidade Federal do Pará  
[joaonpcorrea@hotmail.com](mailto:joaonpcorrea@hotmail.com)

**João Cláudio Brandemberg**  
Universidade Federal do Pará  
[brand@ufpa.br](mailto:brand@ufpa.br)

## RESUMO

Neste artigo apresentamos os resultados de uma revisão de estudo que teve como objetivo analisar quais as principais pesquisas existentes relacionadas ao uso de História da Matemática e/ou Tecnologias Digitais para o ensino de Análise Matemática, tomando como objeto de estudo específico o ensino de Integral de Lebesgue no período de 2010 a 2020. As pesquisas estudadas foram localizadas no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES). A partir de nosso critério de busca e posterior seleção, observamos que somente cinco trabalhos no período abordaram Análise Matemática onde a Integral de Lebesgue esteve presente, sendo três dissertações e duas teses. Nosso estudo evidenciou a existência de poucas pesquisas, as quais pertencem a programas de pós-graduação vinculados a instituições localizadas no sudeste do Brasil, fato que certamente enfatiza a necessidade de estendermos essa discussão à outras regiões de nosso país. Também foi evidenciado a inexistência, no sentido metodológico, do uso História da Matemática e/ou Tecnologias Digitais no ensino da integral de Lebesgue, bem como a existência de apenas uma única pesquisa que aborda a utilização de Tecnologias Digitais no ensino de Análise Matemática, a qual cita nosso objeto de estudo, porém aborda a integral de Riemann. Assim, a Análise Matemática demonstrou ser um campo amplo de exploração para investigação do uso de novas metodologias.

**Palavras-chave:** História da Matemática. Tecnologias Digitais. Análise Matemática. Integral de Lebesgue.

## INTRODUÇÃO

Para grande parte de estudantes de graduação em Matemática, o contato inicial com a disciplina de Análise Matemática ocorre no meio ou no final do curso, e de modo geral os discentes apresentam grandes dificuldades ao realizarem seus estudos, como demonstram os altos índices de reprovação apresentados nas pesquisas de Souza (2003), Bolognezi (2006), Silva (2006), Lima (2006), Pasquini (2007) e Otero-Garcia (2011), entre outras.

Essas pesquisas mostram que o ensino de Análise Matemática tem demonstrado ser uma tarefa bastante difícil, uma vez que está no centro de transição dos estudantes do pensamento elementar para o avançado em Matemática, implicando em novas demandas

conceituais aos discentes, como os procedimentos que exigem definições formais e prova formal (PINTO, 1998, pg. 293).

Neste contexto, as metodologias que podem ser utilizadas pelo professor no processo de ensino da Matemática têm sido discutidas, bem como as potencialidades recorrentes destas metodologias na aprendizagem. Assim, buscamos verificar quais as principais pesquisas existentes relacionadas ao ensino de Análise Matemática, mais precisamente, a um conteúdo de grande relevância desta área, a saber: Integral de Lebesgue, e investigar se existem estudos envolvendo o uso História da Matemática (HM) e/ou Tecnologias Digitais (TD), objetivando apresentar um panorama das pesquisas existentes relacionadas a este objeto de estudo.

## **A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E AS TECNOLOGIAS DIGITAIS**

O uso exagerado do simbolismo matemático, e neste contexto dos aspectos simbólicos do que chamamos pensamento matemático avançado (DREYFUS, 1991) tem causado certos entraves para a aprendizagem, principalmente no que se refere ao estudo de disciplina de caráter mais específico, como Análise Matemática, mesmo assim não podemos abandonar completamente o “rigor matemático”, tendo em vista sua importância científica na formação docente.

Uma questão que emerge é a forma de trabalhar com essa linguagem Matemática, no sentido da escolha de introdução e desenvolvimento metodológico em como torná-la profícua, oportunizando uma melhor percepção visual dos estudantes na construção dos conceitos que são propostos dada a urgência em pensar num ensino de Análise que privilegie a aprendizagem discente e não somente a execução de uma sequência de definições, propriedades e teoremas elaborados por autores nos livros didáticos (AMORIM; REIS, 2013).

Nesta perspectiva, corroboramos com D’Ambrósio (1999, p. 97), que afirma: “Acredito que um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular na Educação Matemática, é desvincular a Matemática das outras atividades humanas”. Assim, acreditamos que o ensino de Matemática deve estar vinculado a outras atividades humanas como a História e o uso das Tecnologias Digitais, sendo que a construção do conhecimento matemático não pode ser dissociada de seu contexto histórico, bem como da tecnologia que hoje está disponível.

Nesta direção, a História da Matemática é uma alternativa apontada por diversos autores com a utilização de atividades históricas (FOSSA, 1995; MENDES, 2001;

BRANDEMBERG, 2017), as quais devem ser pensadas e construídas com a finalidade de provocar uma dinâmica de caráter investigativo, onde os discentes possam vivenciar a História da Matemática no decorrer das atividades propostas.

Sobre o uso de tecnologias no ensino e aprendizagem temos os trabalhos de Borba e Penteado (2012) e Lévy (1993), os quais apresentam argumentos que apoiam a inserção das Tecnologias Digitais no ensino de modo e formar um ambiente/situação em que as mídias, os computadores e seus recursos atuem como alternativas aliadas o ensino e aprendizagem da Matemática.

Já levando em consideração a união entre História da Matemática e Tecnologias Digitais, temos o estudo de Sousa (2016), o qual afirma que a aliança potencial entre a História da Matemática e as Tecnologias ocorreria por meio da Investigação Matemática, que seria uma espécie de liga ou amálgama que as uniria.

## **METODOLOGIA**

Para realização de nossa pesquisa, realizamos um levantamento sobre o ensino de Análise Matemática, mais especificamente a Integral de Lebesgue em dissertações e teses brasileiras, por meio de pesquisa no Banco de Dissertações e Teses da Capes, cujas defesas tenham ocorrido no período de 2010 a 2020, compreendendo dez anos. Utilizamos as palavras-chave: ensino de análise; análise matemática; integral de Lebesgue, tecnologias digitais; história da matemática.

Cada uma das pesquisas encontradas foi fichada, levando em consideração itens comuns antecipadamente definidos, cuja proposta era seleção de excertos concernentes a cada um dos itens, a saber: Dados de identificação; Resumo; Problema de pesquisa, tema central e secundário; sujeitos investigados; objetivos; metodologia; uso da história da Matemática; utilização de tecnologias.

A partir de nosso critério de busca e posterior seleção, observamos que somente cinco trabalhos, defendidos no período de 2010 a 2020, abordaram Análise Matemática onde a Integral de Lebesgue esteve presente, sendo três dissertações e duas teses, conforme apresentaremos a seguir.

## **RESULTADOS ENCONTRADOS**

Nesta seção, apresentaremos as produções acadêmicas examinadas, restringindo-nos, por uma questão de espaço disponível, a aspectos mais gerais, como a região do Brasil onde estas mais se concentraram, bem como as que utilizaram em suas

metodologias a História da Matemática e/ou Tecnologias Digitais de forma direta ou indireta.

QUADRO 1: Pesquisas no Brasil abordaram o conceito de Integral de Lebesgue

Ano	Material	Programa	Autor (a)	Título	Orientador
2013	Dissertação	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”	Leandro Nunes dos Santos	As Integrais de Riemann, Riemann-Stieltjes e Lebesgue	Profa. Dra. Marta Cilene Gadotti
2015	Tese	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”	Sílvio César Otero-Garcia	Integrale, Longueur, Aire de Henri Lebesgue	Profa. Dra. Rosa Lucia Sverzut Baroni
2016	Tese	Programa de Pós-graduação em Educação Matemática Universidade Anhanguera de São Paulo	Irã Assis Rocha	Evolução do Conceito de Função Integrável	Prof. Dr. Luiz Gonzaga Xavier de Barros
2016	Dissertação	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática Universidade Federal de Ouro Preto	João Lucas de Oliveira	A Utilização de Softwares Dinâmicos no Ensino de Análise Matemática: Um estudo sobre a construção do conceito de Integral de Riemann	Prof. Dr. Frederico, da Silva Reis
2017	Dissertação	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”	Artur Rezzieri Gambera	História da Integral de Lebesgue	Prof. Dr. Henrique Lazari

Fonte: Elaborado pelos autores (2020)



De acordo com as informações disponibilizadas no Quadro 1, evidenciamos que, no período de 2010 a 2020, as pesquisas efetivadas nos termos da busca realizada encontram-se distribuídas conforme os itens de (i) a (iii):

- (i) 2 dissertações e 1 tese foram produzidas no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”;
- (ii) 1 tese foi defendida no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo;
- (iii) 1 dissertação foi defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto.

Como podemos observar, existem poucas pesquisas que contemplam o estudo de Análise relacionadas a Integral de Lebesgue no âmbito da Educação Matemática. Com as informações que o Quadro 1 nos apresenta, podemos notar também, que as pesquisas existentes foram produzidas em programas de pós-graduação vinculados a instituições localizadas no sudeste do Brasil, sendo a maioria delas provenientes do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, fato que certamente enfatiza a necessidade de estendermos essa discussão à outras regiões de nosso país.

No contexto dos estudos efetivados através das pesquisas existentes no quadro 1, evidenciamos que, dentre os cinco trabalhos elencados, apenas dois tiveram como objeto de estudo de maneira direta e exclusiva a Integral de Lebesgue, as pesquisas de Otero-Garcia (2015) e Gambera (2017), os demais trabalhos a abordaram de forma mais superficial e associada com outros conceitos, como mostraremos a diante.

O estudo de Santos (2013) apresenta resultados importantes sobre a Teoria de Integração, neste sentido trata das Integrais de Riemann, Riemann-Stieltjes e Lebesgue, trazendo inicialmente um breve histórico do cálculo do século XVII ao século XX, e posteriormente apresenta a Teoria da Medida, a qual considera necessária para a introdução da integral de Lebesgue e suas propriedades, após apresentada a integral de Riemann-Stieltjes, e em seguida, demonstra resultados importantes no que diz respeito a convergência envolvendo as integrais de Lebesgue, demonstrando que os resultados não tem validade para integrais de Riemann.

Santos (2013), afirma que procurou introduzir de maneira clara e objetiva uma temática que não é estudada em cursos regulares de Cálculo, chamando a atenção para a escassez da literatura em português do tema em questão no período de sua pesquisa, enfatizando sobre a relevância deste. Assim, apresentou com riqueza de detalhes os

diferentes tipos de integrais, e como estas promoveram o avanço dos estudos na área de Análise.

Já o estudo de Otero-Garcia (2015), apresenta uma tradução e análise da tese de doutorado de Henri Lebesgue *Intégrale, Longueur, Aire*. É nela que Lebesgue apresenta a teoria da medida e integração que levam o seu nome. Para realizar a tradução a metodologia adotada foi de Vinay e Darbelnet (1977), sendo respaldada na hermenêutica das profundidades proposta por Thompson (2011).

O objetivo do trabalho de Otero-Garcia (2015), foi disponibilizar, em língua portuguesa, uma tradução da tese de doutorado de Lebesgue, escrita originalmente em francês, com o intuito de fornecer uma fonte original mais acessível para o desenvolvimento de pesquisas futuras em História da Matemática, no sentido de favorecer o uso pedagógico na educação Matemática, contribuindo para as áreas em questão.

Nesse contexto, Otero-Garcia (2015) apresentou os princípios utilizados na tradução neste caso a hermenêutica das profundidades, posteriormente fala sobre o contexto histórico da França na época da publicação de *Intégrale, Longueur, Aire*; e ainda traz alguns aspectos que considera de relevância para a história do desenvolvimento das teorias da medida e da integração.

Otero-Garcia (2015), também apresenta a vida e obra de Henri Lebesgue, e as principais resistências e dificuldades que este sofreu para ter suas ideias aceitas. Discute a similaridade entre alguns conceitos abordados por Lebesgue com teorias de seus contemporâneos, como Borel, Baire e Jordan e ainda a existência de possibilidades de prosseguimento de pesquisas envolvendo as teorias de Lebesgue, bem como traz em anexo a tese original de Lebesgue na íntegra em francês.

Na pesquisa de Rocha (2016), é descrita e analisada o desenvolvimento dos conceitos de integrais e funções integráveis em três diferentes e complementares visões: o histórico, o filosófico e o matemático, utilizando como referencial teórico filosófico a Semiótica de Peirce (SANTAELLA, 1995) e o Princípio da Complementaridade aplicado à Educação Matemática (OTTE, 1993, 2012).

Na abordagem histórica e Matemática, Rocha (2016) tratou do desenvolvimento do conceito de função, de continuidade e de integrabilidade, destacando o longo caminho percorrido por esses conceitos desde a Grécia Antiga até o estudo revolucionário de Lebesgue, que introduziu a noção de medida de conjuntos, que generalizou a noção de distância euclidiana, e ampliou o sentido do conceito de integral, mostrando que o que interessa são as funções mensuráveis.

Assim, o estudo de Rocha (2016) apresenta de modo geral a relevância dos estudos de Lebesgue e o impacto que este trouxe a Análise Real com a introdução da noção de medida de conjuntos, que generalizou a noção de distância euclidiana, e ampliou o sentido do conceito, abordando as funções mensuráveis, demonstrando que ao longo do trabalho e dando um exemplo de como é concebido o progresso das Ciências e da Matemática.

Oliveira (2016), por sua vez, investigou os processos de ensino e aprendizagem de Integral de Riemann em disciplinas de Análise Real, oferecidas em cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática, a partir da utilização de softwares dinâmicos, buscando identificar especificamente as possíveis contribuições da utilização do software Geogebra nos processos dessa disciplina.

Oliveira (2016) fundamentou teoricamente sua pesquisa nos Processos do Pensamento Matemática Avançado (PMA), Significados da Integral e Rigor e Intuição nos processos de ensino e aprendizagem do Cálculo e Análise, optando por realizar uma pesquisa de cunho qualitativo, através de um estudo de caso, onde se buscou a compreensão de determinado grupo de professores, separados em duplas, de duas universidades federais do estado de Minas Gerais.

Para alcançar seus objetivos, Oliveira (2016) produziu e aplicou atividades de exploração visual e numérica relacionadas ao conceito de Integral de Riemann nos laboratórios das universidades mineiras pesquisadas. Os resultados obtidos apontaram que a utilização do software Geogebra contribuiu para uma possível discussão entre professores e alunos sobre a construção e possível ressignificação do conceito de Integral de Riemann na Análise e/ou na transição entre o Cálculo e a Análise, os conceitos subjacentes ao de Integral destas disciplinas, assim como na possibilidade de discussões de conteúdos da Integral de Lebesgue.

A pesquisa de Oliveira (2016), certamente encoraja pesquisas envolvendo Análise e/ou Cálculo, e neste contexto nos instigou as potencialidades da Integral de Lebesgue, destacando algumas possibilidades de abordagem dos processos de ensino e aprendizagem do conteúdo de Integral aos Professores de Análise, possibilitando possivelmente realizar um comparativo com os significados intuitivos do Cálculo, com o intuito de serem provados na Análise Matemática.

O estudo de Gambera (2017), apresenta um relato histórico do surgimento do conceito de integral Lebesgue, se inserindo no campo da História da Matemática, e focando na análise e discussão de duas publicações de Lebesgue, a saber: o artigo *Sur une généralisation de l'intégrale définie*, que foi publicado em 1901 e sua tese de doutorado

*Intégrale, Longueur, Aire* publicada em 1902, demonstrando que em sua primeira publicação, Lebesgue apresenta pela primeira vez sua idéia de integral e na segunda trata com maior profundidade sobre suas ideias sobre a noção de medida e integração.

Gambera (2017) com sua pesquisa buscou contribuir com a visão de que a História da Matemática é um campo de pesquisa em Matemática, muitas vezes deixada em segundo plano, e defende a ideia que um pesquisador precisa conhecer a história do seu objeto de estudo. Neste sentido, selecionou duas fontes, que já mencionamos, para traçar a origem da Integral de Lebesgue, com a finalidade de trazer os principais aspectos da história desta, e assim fornecer uma literatura no ensino de análise a partir de fontes originais para interessados nos assuntos abordados.

Como já mencionamos, existem poucas pesquisas que contemplam o estudo de Análise relacionada a Integral de Lebesgue no âmbito da Educação Matemática, e um texto em português que trata da história da Integral de forma mais geral é dado por Brandemberg (2017), que faz um levantamento do desenvolvimento histórico começando com as contribuições de Arquimedes, na Grécia antiga, até as contribuições de Henri Lebesgue.

Já relacionado, especificamente, a história da Análise Matemática uma literatura em português, é apresentada por Baroni e Otero-Garcia (2014), a qual aborda alguns aspectos históricos da Análise que trata inicialmente das contribuições de Cauchy e terminam com as de Lebesgue.

Em suas obras Baroni e Otero-Garcia (2014) e Brandemberg (2017) afirmam que a intenção destas é fornecer subsídios que possam colaborar com o aluno e o professor para uma compreensão mais profunda dos conceitos que fazem parte das disciplinas de Análise e Cálculo na graduação.

Dessa forma, como podemos observar no que se refere ao nosso objeto de estudo, isto é, a Integral de Lebesgue e a História da Matemática, não existem pesquisas que apresentem formas da utilização desta no ensino no sentido metodológico, apenas fornecem literatura para possíveis pesquisas para o ensino de Análise Matemática, e conseqüentemente para o estudo do conceito da referida Integral.

Não podemos deixar de destacar, que encontramos apenas uma única pesquisa que aborda a utilização de Tecnologias Digitais no ensino de Análise Matemática, sendo o trabalho de Oliveira (2016), bem como a inexistência de pesquisas envolvendo a união entre História da Matemática e Tecnologias Digitais, dentro do contexto pesquisado, fato

que demonstra se tratar da existência de um campo amplo para uma exploração dos significados de Análise Matemática através de pesquisas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento desta pesquisa, possibilitou identificarmos a pequena quantidade de trabalhos existentes envolvendo o ensino de Análise Matemática, onde as pesquisas existentes, em sua maioria, abordam as dificuldades do ensino e aprendizagem relacionados a referida área, e ainda apontam possíveis caminhos, oferecendo literatura para o uso da História da Matemática.

No que se refere a pesquisas envolvendo o ensino de Análise Matemática, História da Matemática e/ou Tecnologias Digitais acreditamos que nossa pesquisa evidenciou ser um espaço fértil para novas investigações, a qual já nos propomos realizar tomando como objeto de estudo o conceito de integral de Lebesgue.

Por fim, no contexto do uso de abordagens que aliem a História da Matemática com Tecnologias Digitais, acreditamos que essa união possa, possivelmente, proporcionar uma alternativa para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática de forma efetiva, através do desenvolvimento de atividades históricas com tecnologia enquanto recurso para o ensino da Matemática.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMORIM, L. I. F.; REIS, F. S. A (Re)construção do conceito de limite do Cálculo para a Análise. In: FROTA, M. C. R.; BIANCHINI, L. B.; CARVALHO, A. M. F. (Orgs.) **Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior**. Campinas, SP: Papyrus, 2013. p. 277-305.

BORBA, M. C. PENTEADO, M.G. **Informática e Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BOLOGNEZI, R. A. L. **A Disciplina de Análise Matemática na Formação de Professores de Matemática para o Ensino Médio**. 2006. 109 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2006.

BRANDEMBERG, J.C. **Uma História da Integral: de Arquimedes a Lebesgue**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

BRAUMANN, C. A. Divagações sobre investigação Matemática e o seu papel na aprendizagem da Matemática. In: J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio (Eds.). **Atividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. p. 5-24. Lisboa: SEM-SPCE, 2002.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

DREYFUS, Tommy. Advanced mathematical thinking processes. In: TALL, D. (Ed.). **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer, 1991, p. 25-41.

FOSSA, J. A. A História da Matemática Como Fonte de Atividades Matemáticas. In: **Anais do I Seminário Nacional História da Matemática**, Recife: UFRPE, 1995.

GAMBERA, A. R. **História da Integral de Lebesgue**. 2017. 83 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2017.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento da era da Informática**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LIMA, E. B. **Dos Infinitésimos aos Limites: A Contribuição de Omar Catunda para a Modernização da Análise Matemática no Brasil**. 2006, 145f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências, UFBA, Salvador, 2006.

MENDES, Iran Abreu. **Ensino da Matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da Matemática**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal (RN), 2001.

OLIVEIRA, J. L. **A Utilização de Softwares Dinâmicos no Ensino de Análise Matemática: Um estudo sobre a construção do conceito de Integral de Riemann**. 2016. 141 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2016.

OTERO-GARCIA, S.C. Questões Críticas em Ensino de Análise Matemática. In: X Congresso Nacional de Educação (Educere), 2011, Curitiba. **Anais do ... Congresso Nacional de Educação**, 2011. p. 1-15.

OTERO-GARCIA, S.C. **Intégrale, Longueur, Aire de Henri Lebesgue**. 2015. 374f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, 2015.

PASQUINI, R. C. G. **Um Tratamento para os Números Reais via Medição de Segmentos: Uma Proposta, Uma Investigação**. 2007. 209 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, 2007.

PINTO, M. M. F. **Students Understanding of Real Analysis**. Tese de Doutorado. University of Warwick, England, 1998.

ROCHA, I. A. **Evolução do conceito de Função Integrável**. 2016. 113f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

SANTOS, L. N. **As Integrais de Riemann, Riemann-Stieltjes e Lebesgue**. 2013. 110 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, 2013.

SILVA, L. R. R. **Prof. J. O. Monteiro de Camargo e o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral e de Análise na Universidade de São Paulo**. 2006. 233f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, 2006.

SOUZA, L. G. S. **Como Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática que já Cursaram Uma Vez a Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral lidam com Alguns Conceitos Matemáticos Básicos**. 2003. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, UEL, Londrina, 2003.

SOUSA, G. C. Uso da História da Matemática e Tecnologias de Informação e da Comunicação: Alianças Possíveis e Potenciais para o Ensino de Matemática. In: **XII ENEM**, 2016, São Paulo. Educação Matemática na Contemporaneidade: Desafios e Possibilidades, 2016. v. 12.

## METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: RACIONALIDADE TÉCNICA E O NECESSÁRIO PENSAMENTO PÓS-MODERNO

**Augusto Lacerda Lopes de Carvalho Júnior**  
**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará - IFPA**  
[augusto.lacerda@ifpa.edu.br](mailto:augusto.lacerda@ifpa.edu.br)  
**Pedro Franco de Sá**  
**Universidade do Estado do Pará**  
[pedro.sa@uepa.br](mailto:pedro.sa@uepa.br)

**Resumo:** A Metodologia de Resolução de Problemas, assim como todo processo educativo, está em constante processo de construção, ademais, sua natureza de orientação ao aluno para que o mesmo compreenda e interprete problemáticas reais que o motive na busca elaborada de uma estratégia resolutiva, valorizando seus próprios conhecimentos e saberes, faz com que tal sujeito interaja ativamente com a problemática e ainda possibilita uma análise crítica da solução apresentada. O presente trabalho objetiva compreender os aspectos epistemológicos sobre a Metodologia de Resolução de Problemas como subsídio para resolução de problemas matemáticos. A pesquisa tem caráter bibliográfico, fundamentada principalmente em teóricos como Enrique Dussel (1993), George Polya (1995), Sousa Santos (1997), Onuchic (1999), Edgar Morin (2004), Zuffi e Onuchic (2007), Onuchic e Allevato (2011), Allevato (2014) e conceitualmente pautada em estudos correlatos a constituição epistemológica referente à Metodologia de Resolução de Problemas. O presente artigo apresenta considerações sobre Racionalidade Moderna na visão de Enrique Dussel (1993), trazendo apontamentos sobre a crise do paradigma moderno, apoiado em Boaventura Sousa Santos (1997), Edgar Morin (2004), dentre outros, evidenciando a necessidade da utilização da Metodologia de Resolução de Problemas na perspectiva pós-moderna.

**PALAVRAS-CHAVE:** Metodologia de Resolução de Problemas. Racionalidade Moderna. Racionalidade Pós-Moderna.

### 1. Introdução

No atual contexto educacional brasileiro é evidente a preocupação quanto ao desempenho escolar dos alunos, em especial, dos estudantes das instituições públicas de ensino. Em um panorama internacional é possível perceber as iniciativas e/ou políticas de governo direcionadas aos estudos de possibilidades de mudança no âmbito escolar. Dentre as pesquisas direcionadas ao estudo de propostas de mudança eficazes, destacam-se os métodos de ensino, sistemas e modelos avaliativos, recursos didáticos, formação inicial e continuada de profissionais da educação, dentre outros. Tais estudos culminaram no surgimento de um novo campo de conhecimento, denominado Educação.

Em relação ao saber matemático, as pesquisas desenvolvidas evoluíram e subsidiaram a criação do conhecimento denominado Educação Matemática, que vem desenvolver pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de matemática nas instituições de ensino do país, contribuindo enormemente para a instituição e reflexão sobre temáticas que afetam diretamente as relações presentes no cotidiano escolar no que tange ao



desenvolvimento dessa disciplina educacional. Teóricos como Brousseau e Bruner são pesquisadores com excelentes trabalhos nos campos da Teoria das Situações Didáticas e Psicologia Cognitiva, respectivamente, que favoreceram a difusão e sustentação de teorias concernentes à Educação Matemática, além de realizarem trabalhos significativamente promissores nesse campo do conhecimento humano.

Verificando a urgente necessidade de mudança na metodologia pouco eficaz estabelecida na maior parte das instituições de ensino brasileiras, profissionais da educação, sustentados nos trabalhos desenvolvidos por pesquisadores da educação e na reflexão acerca da prática docente, buscaram novas abordagens metodológicas para o ensino e aprendizagem de matemática que primassem pela centralidade do ensino focada nos alunos, sendo estes os atores educacionais protagonistas no processo de construção do seu próprio conhecimento, tendo o docente, um papel não menos importante, como facilitador na mediação da aquisição/criação desse conhecimento.

Nesse sentido, muitas pesquisas evidenciaram a necessidade da abordagem de conteúdos correlacionados com a vivência diária dos aprendizes e que tivessem significado para suas ambiências cotidianas. Segundo Carmo (2018), problemas matemáticos trazem essa característica de representar situações concretas que carecem de interpretação acerca do que se passa em um contexto real.

O presente trabalho é fruto de inquietações – principalmente sobre a instrumentalização e uniformidade sugerida pela ciência moderna e que até hoje continua fortemente presente nas pesquisas acadêmicas – que surgiram a partir das discussões realizadas na disciplina de Epistemologia e Educação I, do Programa de Pós-graduação em Educação (PPGED) em nível de doutorado, oferecida no primeiro semestre de 2021.

Considerando a dinamicidade do processo de construção do saber educacional e apoiado nas considerações ao norte apresentadas, este trabalho objetiva compreender os aspectos epistemológicos sobre a Metodologia de Resolução de Problemas como subsídio para resolução de problemas matemáticos.

O presente trabalho sustenta-se em uma pesquisa de caráter basicamente bibliográfico, fundamentada em teóricos como Enrique Dussel (1993), George Polya (1995), Sousa Santos (1997), Onuchic (1999), Edgar Morin (2004), Zuffi e Onuchic (2007), Onuchic e Allevato (2011), Allevato (2014), dentre outros e conceitualmente pautada em estudos correlatos a constituição epistemológica referente à Metodologia de Resolução de Problemas, acrescida de uma perspectiva qualitativa, com destacado enfoque na busca por textos que versem sobre a Metodologia de Resolução de Problemas,

por meio de leituras sistematicamente selecionadas e com uma interpretação reflexiva das referências usadas.

O presente artigo, além dessa introdução, apresenta inicialmente considerações sobre Racionalidade Moderna na visão, principalmente, do filósofo Enrique Dussel (1993); em seguida traz apontamentos sobre a crise do paradigma moderno, apoiado em Boaventura Sousa Santos (1997), Edgar Morin (2004), dentre outros, defendendo a necessidade da instituição de uma Ciência pós-moderna e pós-abissal, no sentido posto por Boaventura Sousa Santos (1997), em continuidade apresenta um breve histórico sobre a Metodologia de Resolução de Problemas, enfatizando a necessidade de valorização do protagonismo discente, por fim apresenta as considerações finais, entendo que o presente trabalho pode e deve ser melhorado a fim de que a comunidade científica possa valer-se do mesmo como objeto de estudo.

## **2. O Mito da Modernidade segundo Dussel**

A racionalidade científica moderna sofreu inúmeras críticas, dentre os estudiosos que chamaram a atenção para a negatividade de pesquisas pautadas somente na razão e em técnicas puramente objetivas estão Henrique Dussel (1993).

Enrique Dussel, filósofo e historiador argentino da contemporaneidade, fez fortes críticas ao pensamento racional moderno, além de chamar a atenção ao que denomina de Mito da Modernidade – recurso ideológico para perpetuar a cultura eurocêntrica – para Dussel [...] o acontecimento fundante da modernidade foi o descobrimento da Ameríndia que foi essencial na “constituição do ‘ego’ moderno, porém não somente como subjetividade, e sim como subjetividade ‘centro’ e ‘fim’ da história”. (DUSSEL, 1993). Para Dussel a experiência do descobrimento se veste na forma de negação e de encobrimento do *Outro*, ou seja, o *Outro* foi descoberto como sujeito negado, encoberto em sua alteridade. O *Outro* pertence a estrutura necessária à globalização do conhecimento e culturas europeias, classificados em sua essência como bárbaros e, portanto, não civilizados, necessitando serem modernizados e seguir a referência de um *Eu* europeu superior que nega seus conhecimentos e sua cultura.

Na visão de Dussel (1993) a palavra modernidade apresenta dois significados: um tido como emancipação (visão positiva) que vê o homem capaz de mudar e interferir na natureza e de ter um pensamento crítico da realidade; e o *Outro* como justificação de uma práxis irracional de violência (negativo-mítico), em que a compreensão da modernidade

é tida como emancipação, justificação de uma práxis racional de violência, decorrente do processo de “civilização” imposto pela cultura europeia, tida como necessária e legítima. O caráter superior da cultura europeia é justificado pelas características excepcionais internas que permitiram a superioridade plena de sua racionalidade em detrimento das racionalidades dos demais povos, especialmente dos povos indígenas, dessa superioridade surge o termo ‘eurocentrismo’, onde a imposição do referencial civilizatório cultural europeu é tido como o melhor e mais desenvolvido.

A diversidade e complexidade das relações humanas desenvolvidas por uma determinada cultura e decorrentes da interação entre diferentes povos é simplificada pela imposição de uma única cultura tida como válida e racional. Dussel (1993) chama de Mito da Modernidade o fato do europeu tomar sua cultura como civilizada, superior (tese eurocêntrica) e plena, portanto, sendo necessário que os demais povos tomem e sigam tal cultura como unicamente válida para a sua modernização e emancipação, desse modo o *Outro* (indígena e bárbaro) é o próprio culpado do seu subdesenvolvimento, o que justifica a violência necessária para a sua civilização, pois tais povos “inferiores” poderiam ter saído de sua barbárie sem o uso da violência. O europeu, tido como colonizador inocente e salvador, não considera tal processo como violento, pois tais ações são legítimas e necessárias a ação civilizatória modernizadora e de conquista do europeu, mesmo que tenha causado sofrimentos e subalternização de diferentes povos. Segundo Dussel o Mito da Modernidade é uma inversão onde a vítima é culpada por seu próprio subdesenvolvimento e barbárie, já que a cultura europeia se autodenominou superior, ou seja, a vítima inocente é tida como culpada e o culpado é tido como inocente, o que Dussel chama de Irrracionalismo.

Dussel, não discorda de alguns benefícios provenientes do processo de emancipação, no entanto, o filósofo contraria a violência usada em tal processo. Dussel enfatiza os malefícios da negação da cultura do *Outro*, onde o europeu impõe uma forma de pensar e de conhecer a realidade ao *Outro*, do índio, e o mais negativo ainda é o *Outro* assumir-se culpado, assim o *Outro* – índio, negro, homossexual, sem posses – ao se sentir subdesenvolvido nutre o sentimento de precisar se desenvolver, se modernizar, a fim de chegar a referência cultural do europeu: homem branco, letrado, heterossexual, com posses.

Dussel faz críticas ao Mito da Modernidade, principalmente por: negar a legitimação da violência usada para obrigar o *Outro* a aprender e aceitar como unicamente válida a cultura europeia; negar o *Outro* como culpado e o culpado como inocente; negar

a cultura dos índios como bárbara; e negar a destruição da cultura do *Outro*. Assim Dussel não sugere a destruição da cultura do *Outro* e sim a colaboração mútua entre as culturas, a fim de que cada cultura possa ser melhorada e aperfeiçoada, para o filósofo todas as culturas estão em constante processo de construção, sendo portando incompletas.

Dussel sugere a constituição de um paradigma mundial com uma perspectiva transmundial, com uma visão global das ações humanas, mas que refuta o eurocentrismo, onde seria possível vencer a lógica impositiva emancipatória e modernizadora proposta pela cultura europeia, e assim estabelecer uma racionalidade libertadora, projeto denominado de transmoderno.

A referência de cultura é do *Eu* europeu, tido como não-bárbaro e racional, desse modo o *Outro* é o negado, negado em seus direitos em suas culturas e além de tudo culpado por sua barbárie. A partir das consequências negativas da referência eurocêntrica, Dussel chama a atenção à exclusão socioeducacional que é tido como uma problemática ético-política, onde é necessário ações de denúncia e luta contra tal exclusão, além de ser preciso o apontamento de mudanças efetivas e enérgicas, capazes de promoverem tal mudança, ou seja, na visão de Dussel não basta apenas evidenciar o sofrimento e opressão do *Outro*, ou que o *Outro* tem direitos sociais iguais, mas sobretudo denunciar e apontar mudanças. Nessa perspectiva, a consciência ético-crítica é necessária para se compreender as causas de opressão e de exclusão social para intervir e transformar a realidade educacional e social.

Para Dussel esse pensamento moderno precisa ser superado de forma que se crie outro paradigma, capaz de possibilitar e aceitar outras formas de compreender as relações humanas. Para o filósofo é preciso evidenciar as problemáticas correlatas à diferença e à alteridade. Assim, a instituição desse paradigma pós-moderno tem que valorizar e reconhecer o *Outro* em sua alteridade, tomando o *Outro* a partir de sua própria cultura, não mais a partir da referência cultural europeia.

### **3. Crise paradigmática da Racionalidade Moderna**

Assim como Enrique Dussel, pensadores como Karl Marx, Wilhelm Dilthey, Jürgen Habermas, dentre outros, já vinham fazendo críticas ao pensamento racional moderno, críticas pautadas nas ideias de autonomia da ciência e da não neutralidade do conhecimento científico, contudo tais apontamentos não ganharam forças para propor uma mudança paradigmática no pensamento racional de então. Boaventura Santos (1997)

e Edgar Morin (2004) destacam que a crise do paradigma moderno só teve significativa relevância quando no campo das ciências exatas e da natureza, foi-se questionando a instrumentalização, tecnicidade e objetividade fortemente utilizadas nas investigações científicas.

Para Santos (1997) e Morin (2004) os estudos do Albert Einstein, no campo da mecânica quântica, principalmente os correlatos a relatividade<sup>8</sup>, que coloca em cheque a física clássica de Isaac Newton, assim como os estudos Heisenberg e Bohr também no campo da mecânica quântica, que culminou num princípio subjetivo denominado de Princípio da Incerteza<sup>9</sup> que relativizou o campo da microfísica, bem como os estudos de Kurt Godel, principalmente os correlatos aos Teoremas da Incompletude<sup>10</sup>, além dos estudo de Ilya Prigogine por meio da Teoria das Estruturas Dissipativas<sup>11</sup>, dentre outros estudos, são os indícios epistemológicos da crise do pensamento racional moderno que tiveram grande impacto na comunidade científica a ponto de pôr em discussão a necessidade de se estabelecer novos métodos de pesquisa que conseguissem analisar subjetivamente os objetos de estudos da contemporaneidade. É importante destacar que para Santos (1997), a crise no paradigma moderno é profunda e irreversível, permitindo o nascimento de um novo paradigma emergente, denominado por alguns de racionalidade pós-moderna, que está em construção e que convive com o paradigma moderno. Esses estudos no campo das ciências exatas e da natureza contribuem para a desconstrução da concepção positivista de ciência, que sempre primou pela existência regular de leis que regem os fenômenos naturais e até humanos.

A partir do movimento iniciado nas ciências exatas e ciências da natureza, que causam a crise paradigmática no pensamento moderno, começa-se a articular produções

---

<sup>8</sup> Segundo os princípios básicos da relatividade a simultaneidade dos acontecimentos distantes não pode ser verificada, pode tão só ser definida.

<sup>9</sup> Sinteticamente o Princípio da Incerteza afirma que não é possível observar ou medir um objeto sem interferir nele, sem o alterar. Desse modo as leis da física são probabilísticas, pautada em aproximações, assim a exatidão nos processos de medida e o conhecimento verdadeiro são colocados em cheque.

<sup>10</sup> Teoremas da Incompletude: "Qualquer teoria axiomática recursivamente enumerável e capaz de expressar algumas verdades básicas de aritmética não pode ser, ao mesmo tempo, completa e consistente" & "Uma teoria, recursivamente enumerável e capaz de expressar verdades básicas da aritmética e alguns enunciados da teoria da prova, pode provar sua própria consistência se, e somente se, for inconsistente".

<sup>11</sup> "Estruturas dissipativas são fenômenos de criação de ordem longe do equilíbrio termodinâmico. Prigogine observou que longe do equilíbrio termodinâmico, na presença de fluxos de energia e de matéria mantidos a partir do exterior do sistema, não existe um princípio termodinâmico único que possa determinar a evolução do sistema. Essa evolução deve ser estudada introduzindo a dinâmica, utilizando, em particular, os métodos e conceitos do movimento caótico". (FIEDLER-FERRARA, 2003)

científicas de natureza subjetiva e que envolve outras abordagens e métodos de investigação que articulam as ciências exatas e da natureza às ciências sociais.

Santos (1997) apud Oliveira (2021) considera que estas condições teóricas de crise provocam várias reflexões epistemológicas sobre conhecimento científico com duas facetas ideológicas:

- (1) Reflexão pelos próprios cientistas que adquiriram uma competência de um interesse filosófico para problematizar a sua prática científica.
- (2) Reflexão sobre questões sociológicas, do domínio da sociologia da ciência, entre as quais: análise das condições sociais, dos contextos culturais, dos modelos organizacionais da investigação científica.

Sinteticamente, a partir do movimento de crítica a racionalidade moderna iniciado pelas ciências sociais e posteriormente fortalecido pelas ciências exatas e ciências da natureza traz a reflexão crítica sobre os métodos estatísticos de investigação científica, tidos como únicos aceites pelos pesquisadores, colocando em cheque o pensamento positivista racional moderno, e trazem questões mais estruturais do processo de investigação. Os apontamentos já apresentados no campo das ciências naturais referentes à característica da neutralidade do pesquisador nos processos de coleta de dados, da partição disciplinar dos conhecimentos científicos, coloca em voga a pesquisa subjetiva e promove a articulação entre os saberes.

A crise do paradigma da ciência moderna promove a instituição de um novo paradigma científico denominado por Boaventura Santos (1997) como paradigma científico emergente ou pós-moderno, cuja investigação vai além de pesquisas puramente científicas, preocupando-se com questões sócio-culturais, buscando a integração entre as ciências e tentando romper com a dicotomia ainda muito fortemente presente entre Ciências Naturais e Exatas e as Ciências Sociais e Ciências Humanas, valorizando os saberes não somente científicos, mas também do senso comum, possibilitando estudos mais subjetivos em que o pesquisador participa ativamente do processo de investigação e que supera a neutralidade antes tida como obrigatória.

#### **4. Metodologia de Resolução de Problemas: Considerações epistemológicas**

##### **4.1 Metodologia de Resolução de Problemas: Algumas Considerações Históricas**

Por volta dos anos 1950 a metodologia de resolução de problemas, a considerar o cenário nacional, começava a conquistar espaço e ter grande aceitação por professores e pesquisadores da educação, indo de encontro ao método tradicional positivista que

predominava nas aulas de matemática cuja metodologia primava pela memorização e reprodução maquinal de procedimentos e técnicas resolutivas de problemas.

O caráter negativo sobre o ensino da Matemática fez culminar entre as décadas de 1950 a 1970, o Movimento da Matemática Moderna cujo intuito era repensar e sugerir novas formas de ensinar Matemática, afetando diretamente os currículos escolares. Segundo Onuchic (1999) o Movimento da Matemática Moderna

Apresentava uma matemática estruturada, apoiada em estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem e enfatizava a teoria dos conjuntos. Realçava muitas propriedades, tinha preocupações excessivas com abstrações matemáticas e representava uma linguagem matemática universal, concisa e precisa. Entretanto, acentuava o ensino de símbolos e uma terminologia complexa que comprometia o aprendizado. (ONUCHIC, 1999, p. 202)

Dessa forma o ensino estava fortemente influenciado pelo paradigma da ciência moderna, mantendo o ensino padronizado e que se valia da objetividade característica das Ciências Exatas e Ciências da Natureza, não integrado às demais áreas do conhecimento e fora do contexto cotidiano dos alunos. No entanto a proposta de ensino idealizada no Movimento da Matemática Moderna não conseguiu alcançar o almejado e os índices educacionais nacionais continuavam baixos.

Ante a necessidade de uma metodologia que ajudasse no processo de ensino e aprendizagem, principalmente da disciplina de Matemática, a Metodologia de Resolução de Problemas, por volta da década de 1970 teve grande destaque por propor a participação ativa do aluno no processo de construção e investigação do conhecimento matemático. Considerações obtidas na esfera da Educação Matemática – em contraste à Matemática, não caracteriza-se como ciência exata e positivista, tem característica empírica e multidisciplinar – tanto em nível nacional quanto internacional, corroboram com a necessidade de adaptação do trabalho escolar no que tange às novas formas de se conceber o ensino e aprendizagem de matemática.

Nos Estados Unidos, o NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*), traduzida como conselho Nacional de Professores de Matemática, a fim de seguir as recomendações para o avanço da matemática escolar nos anos 80, elaborou o documento “*An Agenda for Action*”, traduzida como “Agenda para Ação”. A criação deste documento se deu com a ajuda de todos os interessados, pessoas e grupos, que, num esforço cooperativo, tentaram buscar uma melhor Educação Matemática para todos. A primeira dessas recomendações diz que resolver problemas deveria ser o foco da Matemática escolar para os anos 80. (BARBOSA; SILVA, 2007 apud REDLING, 2011, p. 18)

George Polya (1995) sugeriu um método para a resolução de problema, que não necessariamente destinava-se a resolução de problemas matemáticos, e sim a qualquer

problemática que não evidenciasse diretamente em seu enunciado e descrição a resposta proposta na questão (ALLEVATO, 2014). Polya (1995) dá indicações de “Como Resolver Um Problema”, em que destaca quatro etapas essenciais a serem seguidas, a saber:

- Compreensão do Problema: É preciso compreender o problema;
- Estabelecimento de um Plano: Encontre a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar afinal a um plano para a resolução;
- Execução do Plano: Execute seu plano;
- Retrospecto: Examine a solução obtida. (POLYA, 1995)

Segundo D’ Ambrosio (1996) apud Jucá e Sá (2010) a natureza da Matemática tem em sua origem e evolução na motivação para resolver problemas, o que pode ser facilmente verificado através do panorama histórico da constituição desse saber humano, onde percebemos que a matemática surgiu pela necessidade dos povos antigos em medir, contar etc. A metodologia de resolução de problemas proposto por Polya (1995) é um método de ensino bem fundamentado e planejado de acordo com a própria evolução do saber matemático e que se for bem desenvolvido nos trará resultados exitosos. Segundo Carmo (2018), a melhor maneira de se ensinar matemática é através de problemas, dessa forma a metodologia sugerida por Polya tem atualmente a mesma efetividade que se observou em sua gênese.

Inicialmente a proposta metodológica de Polya orienta que o aluno compreenda e interprete o enunciado do problema e sinta-se motivado a solucioná-lo, naturalmente a motivação vem da curiosidade por soluções a problemas reais, fazendo com que o discente participe ativamente da construção de seu próprio conhecimento, estando nessa perspectiva de acordo com Dussel (1993), Santos (1997), Morin (2004), dentre outros autores pós-modernos. Seguidamente, é necessária uma estratégia (plano) para a resolução da situação problema proposta, destacando os elementos que se pode valer para a construção da solução e focando nas variáveis e/ou incógnitas que existam ou possam surgir, a elaboração de hipóteses e a proposição de uma modelagem são essenciais nessa etapa. A concretização da estratégia adotada terá sucesso se o processo desenvolvido for realizado através de situações logicamente possíveis e respeitando as recomendações metodológicas. A proposição de considerar estratégias distintas de resolução valorizam os conhecimentos já adquiridos pelos alunos, enriquecendo e aceitando a pluralidade de saberes. Finalmente, realizar uma avaliação do processo executado através de uma



revisitação e retrospectiva do problema executado é de suma importância para a validação da solução apresentada.

A partir do apresentado e considerando a constituição epistemológica referente à metodologia de resolução de problema, como proposta por Polya (1995) e somada as contribuições de autores nacionais e atuais como, Zuffi e Onuchic (2007), Onuchic e Allevato (2011), dentre outros, tal conhecimento com destaque e aceitação nacional, vem sendo tido como uma metodologia eficaz não apenas para fixação de conteúdo, mas como um poderoso recurso à disposição do docente para auxiliá-lo na construção conjuntamente com o aluno do conhecimento matemático.

Segundo Onuchic e Allevato (2011) a aprendizagem e avaliação de matemática a partir da Resolução de Problemas é o ponto inicial, dessa forma através da resolução de problemas, os alunos são capazes de fazer diversas conexões nos conteúdos de matemática, produzindo novas propostas e novos conceitos.

Apoiado em Zuffi e Onuchic (2007), cabe destacar que aspectos que interpole elementos do processo de ensino ao processo de aprendizagem através da Resolução de Problemas, como: Compreender as informações de um problema; Tomar decisões para resolvê-lo; Definir relações; Saber relacionar resultados; e Ser capaz de manipular técnicas prévias, enriquecem a aprendizagem colaborativa.

Epistemologicamente as propostas metodológicas que valem-se da resolução de problemas têm em comum a utilização de uma problemática, preferencialmente advinda de um contexto real, envolvendo apropriadamente a conceituação e propriedades matemáticas necessárias ao processo resolutivo, tal momento é protagonizado pelo estudante e o docente exerce papel de facilitador atuando como importante agente mediador do conhecimento. Outro fator comum, reside na retrospectiva e análise crítica da resposta obtida, momento em que o aprendiz será capaz de concluir a descoberta de algo novo, um grande avanço ante ao desafio de resolver as problemáticas sugeridas.

## **4.2 Considerações Pós-modernas e Metodologia de Resolução de Problemas**

Considerando a dinamicidade dos acontecimentos atuais é preciso avançar em metodologias de ensino e aprendizagem que primem pela participação ativa dos alunos no processo de construção de seus conhecimentos e saberes. Não obstante, a metodologia de resolução de problemas em suas diversas possibilidades de aplicação carece de considerar esse cenário dinâmico e acelerado, dessa forma pesquisadores e profissionais

que ensino matemática precisam atualizar as metodologias de ensino e a aprendizagem relativas à resolução de problemas e de saberes matemático através da metodologia de resolução de problemas.

A matemática ensinada com o uso da Metodologia de Resolução de Problemas vista como independente e isolada do desenvolvimento de ideias, compreensões e processos matemáticos essenciais, mesmo após o avanço em pesquisas de educação matemática, precisam de uma melhora significativa e que traga a subjetividade e interpretação de fatos reais que são influenciados cotidianamente pela ação humana.

Em Educação Matemática, a pesquisa em resolução de problemas tem focado primeiramente sobre os problemas com enunciado do tipo enfatizado nos livros texto ou nos testes escolares – onde "problemas" são caracterizados como atividades que envolvem ir dos dados para os objetivos quando o caminho não é óbvio. Com tais situações em mente, o livro *How to Solve It* (1945), de Polya, introduziu a noção de heurísticas - como fazer um desenho, trabalhar de trás para frente, olhar para um problema semelhante, ou identificar os dados e os objetivos (mais tarde referidos, por educadores matemáticos, como estratégias) – cujos pesquisadores, em Educação Matemática, imediatamente reconheceram serem úteis para gerar descrições, feitas depois do ato, dos comportamentos passados por muitos hábeis resolvedores de problemas. (ENGLISH, LESH, FENNEWALD, 2008, p.2)

A indicação de ações subjetivas e não instrumentalizadas no processo de resolução de problemas, a fim de construir um plano logicamente plausível e que façam sentido para os aprendizes à luz de seus conhecimentos e saberes já adquiridos em suas experiências escolares, de vidas ou repassados pela cultura a que pertencem, enriquecem a autonomia dos mesmos e auxiliam no envolvimento e sentimento de pertencimento ao processo de construção conjunta do saber matemático.

Questões que antes não preocupava no campo da investigação nas mais diversas áreas do conhecimento, principalmente correlatos às ciências humanas, que abordavam o imaginário, representações, e demais estudos que envolvessem subjetividade, não eram tidos como aceitos na comunidade acadêmica e o método experimental eliminava qualquer forma subjetiva, então certas temáticas educacionais e sociais estavam fora do processo da pesquisa e, conseqüentemente do cenário educacional. No entanto, a Metodologia de Resolução de Problemas permite o uso e situações presentes no cotidiano dos próprios alunos e suscitam temáticas de interesse subjetivo, em que todos participam ativamente da problemática proposta, dessa forma é possível evidenciar novos enfoques na medida que se institui novas unidade metodológicas diferentes das estabelecidas no pensamento moderno.

Apoiado em Boaventura Santos (1997) destacamos que a forma de compreender as ciências a partir de outros referenciais está em construção, nas academias universitárias ainda é predominante o pensamento moderno, contudo é possível observar elementos das ciências humanas na educação, elementos de uma concepção pós-moderna, que traz o cotidiano para o cenário escolar, dando mais significado aos objetos de estudos discutidos nos chãos escolares. É preciso valer-se da pluralidade de metodologias existente, especialmente aquelas de natureza qualitativa como metodologia de resolução de problemas que valoriza a busca planejada, mas interativa do conhecimento. É preciso que as metodologias que valorizem a relação entre sujeito e objeto de estudo, que se apresente temas das ambiências dos estudantes, elementos que articulam o conhecimento e reconheçam os saberes já adquiridos pelos estudantes, seja nos espaços escolares como também nos não escolares.

## **5. Considerações Finais**

O presente texto objetivou compreender os aspectos epistemológicos sobre a Metodologia de Resolução de Problemas como subsídio para resolução de problemas matemáticos, evidenciando os pensamentos de estudiosos renomados no campo da filosofia que abordam os pontos negativos da racionalidade moderna e que em sugestão de melhoras afirmam a necessidade de se valer de métodos que valorizem a subjetividade, a não neutralidade e que reconheçam os diferentes saberes culturais construídos tanto nos espaços escolares como nos espaços não escolares.

A Metodologia de Resolução de Problemas, assim como todo processo educativo, está em constante processo de construção, no entanto, sua natureza de orientação ao aluno para que o mesmo compreenda e interprete problemáticas reais que o motive na busca elaborada de uma estratégia resolutiva, valorizando seus próprios conhecimentos e saberes, fazendo com que tal sujeito interaja ativamente com a problemática e ainda possibilita uma análise crítica da solução apresentada pelo ele próprio, são elementos já presentes em considerações pós-modernas e que valorizam a pluralidade de saberes, a subjetividade e a não-neutralidade.

Considerando o contexto educacional e pautado nas colocações de estudiosos como Enrique Dussel (1992), Sousa Santos (1997), Edgar Morin (2004), dentre outros, percebemos a necessidade de romper com o paradigma moderno fortemente presente nos mais diversos campos do conhecimento, a fim de se instituir um novo paradigma que

reconhece os saberes tidos como científicos e eurocêntricos, e que também reconheçam e valorizem os saberes construídos nas mais diversas culturas, buscando a interação entre esses saberes para que ambos auxiliem no aprimoramento do *Outro*, só assim teremos no campo educacional o reconhecimento da diversidade e a afirmação da identidade dos mais diferentes sujeitos sociais.

Concluindo, o presente trabalho não tem a pretensão de esgotar as inúmeras possibilidades pautadas nas concepções pós-moderna para o uso da metodologia de resolução de problemas como subsídio ao ensino e aprendizagem de matemática, mas entende a importância de se discutir metodologias que reconheçam e valorizem a autonomia discente, valendo-se dos conhecimentos que esses sujeitos sociais já adquiriram em suas ‘*experiencições*’ com o mundo que os cerca e que fuja das amarras instrumentalizadas impostas por um saber tido como científico e unicamente válido.

## Referências

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da Resolução de Problemas: Possibilidades em dois diferentes contextos. **VIDYA EDUCAÇÃO**, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209-232, jun. 2014.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de L. R. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas?** In: ONUCHIC, L. de L. R. (Org.). *Resolução de Problemas: Teoria e Prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52

CARMO, Manfredo Perdigão. Considerações sobre o ensino de matemática. **Revista da Olimpíada – IME – UFG**, Goiânia, n. 13, p. 24-32, nov.2018/set.2019. Disponível em: <[https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/1170/o/ro13\\_online.pdf](https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/1170/o/ro13_online.pdf)>. Acesso em: 29 de julho de 2020.

DUSSEL, Enrique. **1492 - o encobrimento do Outro: a origem do mito da modernidade**. Petrópolis: Vozes, 1993.

DUSSEL, Enrique. **Crítica del «mito de la modernidad» e Dos paradigmas de Modernidad. El encubrimientodel Índio: 1492: hacia el origen del mito de la modernidad**. México: Cambio XXI; Colégio Nacional de Ciencias Políticas y Administración Pública, 1994

ENGLISH, L.; LESH, R.; FENNEWALD, T. **Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development**. In: Conferência apresentada no 11º Congresso Internacional de Educação Matemática - ICME 11. Monterrey, México, 2008.

FIEDLER-FERRARA, Nelson. O paradoxo do tempo. **Jornal de Resenhas**. São Paulo, 08 de março de 2003. Disponível em: < <https://www1.folha.uol.com.br/fsp/resenha/rs0803200302.htm> >

MORIN, Edgar. **A cabeça bem feita: repensar a reforma, reformar o pensamento**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2004

MORIN, Edgar. **Ciência com consciência**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil. 1996  
OLIVEIRA, Apoluceno. **Pensamento moderno: racionalidade técnica e pensamento positivo**. Apresentação Slides. Disponível em: [https://drive.google.com/drive/folders/1\\_4dZtKjk-9A2FKZTVuV37Po\\_Ctzrsjxa](https://drive.google.com/drive/folders/1_4dZtKjk-9A2FKZTVuV37Po_Ctzrsjxa). Acesso em 05 de maio de 2021.

ONUCHIC, L. D. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Mathematics Education Bulletin**, 73-98. 2011.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. Editora UNESP, São Paulo (SP), p. 199-218, 1999.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Trad. e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196 p.

REDLING, J. P. **A metodologia de Resolução de Problemas: concepções e práticas pedagógicas de professores de matemática do ensino fundamenta**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Ciências, Universidade estadual Paulista. Bauru, 2011. 166 f.

SANTOS, Boaventura. **Um discurso sobre as ciências**. 9 ed. Porto: Afrontamento, 1997

ZUFFI, E. M. e ONUCHIC, L. D. L. R. O ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista iberoamericana de educación matemática**, v. 11, 79-97. 2007.

**A Teoria Antropológica do Didático e o ensino de Matemática**

Dra. Lígia Françoise Lemos Pantoja (UEPA)/

**A Teoria da Objetivação e o ensino-aprendizagem da matemática**

Dra. Luanna Priscila da Silva Gomes (UFRN)

**Comunicação oral: Problemas contextualizados e o Ensino de Álgebra**

Augusto Lacerda Lopes de Carvalho Júnior

Pedro Franco de Sá



**Comunicação oral: Diagnóstico do Ensino de Equações Polinomiais do Primeiro Grau com Professores de Matemática do Ensino Fundamental II da Rede Pública Municipal de Maracanã-PA**

Abner Brain

Ana Kely Martins da Silva

Maria de Lourdes Silva Santos

**Palestra: A Teoria dos Campos Conceituais e o ensino de Matemática**

Dra. Roseneide de Sousa Jucá (UEPA)

**Comunicação oral 39: Diagnóstico do Ensino de Multiplicação e divisão de frações do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental em Escolas Públicas de Zé Doca – MA**

Werbeth Sousa da Conceição

Maria de Lourdes Silva Santos

Ana Kely Martins da Silva

# A HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA REFLETIDA NAS DISSERTAÇÕES DOS MESTRADOS PROFISSIONAIS E ACADÊMICOS: CONTRIBUIÇÕES PARA A SALA DE AULA

José Erildo Lopes Júnior

Universidade Federal do Pará – UFPA

juniorformat2003@yahoo.com.br

**Resumo:** Este trabalho é oriundo de uma pesquisa que buscou por abordagens relacionadas à História da Trigonometria realizadas em Mestrados profissionais e acadêmicos incorporadas a estudos referentes ao ensino de Matemática ou Educação Matemática. Nosso objetivo foi verificar de que forma os trabalhos realizados nesses programas podem emergir conhecimentos didáticos para discutir e explorar possíveis abordagens acerca da Trigonometria no contexto educacional. No desdobramento da pesquisa, utilizamos o repositório do CREPHIMat para recolha ou verificação de trabalhos relativos à temática, com o propósito de apresentar aqueles que foram observados e apontar prováveis auxílios ou colaborações para o ensino da Trigonometria. Com relação às dissertações encontradas fizemos uma classificação conforme as seguintes tendências de pesquisas (MENDES, 2014) em História da Matemática: História e Epistemologia da Matemática (HepM), História da Educação Matemática (HedM) e História para o Ensino de Matemática (HenM). Os resultados alcançados apontam que apenas dois trabalhos apresentam contribuições alargadas que poderão nortear a prática dos professores diretamente no ensino da Trigonometria em sala de aula.

**Palavras Chaves:** História da Matemática. Mestrado Acadêmico e Profissional. Ensino de Trigonometria.

## INTRODUÇÃO

Os estudos acerca da história no ensino da Matemática têm apontado novos caminhos e focos em sua abordagem através de um olhar diferenciado que permite uma reconstrução e reconfiguração da informação podendo tornar-se um meio promissor de melhoria do processo de ensino e aprendizagem da Matemática mediante oferta e apoio na ação pedagógica do professor. A propósito, a contemporaneidade tem buscado melhoria na formação docente ao discutir a percepção da Matemática como uma ciência pronta e acabada, inserida em muitas práticas, mobilizando uma variedade de informações propostas, metodologias e demais contribuições oferecidas.

Nesse sentido, é fundamental ensinar Matemática recorrendo à história, visto que ela é um recurso de grande potencial para elaboração de propostas didáticas que se fortalece por meio de conexões com teorias de ensino e de aprendizagem. Para tanto, é fundamental que cheguem aos educadores, como possibilidade de inserir um tratamento didático, as produções acadêmicas e científicas em História da Matemática com intencionalidades sobre o ensino da Matemática e como oportunidade para experimentar a possibilidade para alterar as práticas de trabalho e comunicação.

Isto porque, é essencial extrair das pesquisas os potenciais didáticos a serem explorados, concentrar suas propostas em uma perspectiva didática concreta, se apropriar para verificar do que se trata e o que pode ser realizado, observar as orientações didáticas que podem ser fornecidas aos professores em formação, incentivar seu uso como apoio didático além de instrumento de motivação e contextualização e buscar por propostas e ações centradas nos usos das informações históricas com fins pedagógicos.

Tudo isto visando oferecer meios para que o professor coloque em sua prática propostas pedagógicas diversificadas partindo do pressuposto de que os alunos devem compreender o processo de construção da Matemática em cada contexto e momento histórico específico, como instrumento capaz de ajudar a formalizar conceitos. Por isso, seu uso permite verificar a manifestação de um resultado criativo e inventivo, além de contribuir para a percepção do movimento do pensamento na formação de conceitos matemáticos.

Para ampliarmos as discussões acerca deste contexto e pensarmos sobre o assunto, Mendes (2014) dividiu as tendências em História da Matemática em HEpM – História e Epistemologia da Matemática, HEdM – História da Educação Matemática e HEnM – História para o Ensino de Matemática. O primeiro HEpM, refere-se a produções científico-acadêmicas relativas aos conceitos e ideias matemáticas produzidas ao longo da história da humanidade que tem relação tanto a vida como também a obra de matemáticos, como estratégia para a melhoria no ensino.

O segundo HEdM, são pesquisas que tratam de biografias de matemáticos, autobiografias de professores de Matemática tanto antigos como atuais, estudos que abordam uma relação com a história das instituições, história e memória, contribuições para a formação de professores de Matemática, história oral e dos cursos, entre outros. E o terceiro HEnM, são aqueles que se preocupam com fins pedagógicos mediante propostas e ações centradas nos usos das informações históricas, elaboração de materiais didáticos para ensinar Matemática usando fragmentos da História da Matemática para dar suporte aos professores no contexto da sala de aula.

Entretanto, é interessante que nas pesquisas os professores comecem pela História para o Ensino da Matemática pelo fato de oferecerem subsídios para se consolidarem através de recursos didáticos que são apresentados diante da mobilização de alguns conceitos matemáticos, assim como em formas de intervenção por meio da exploração e remontagem de problemas históricos. Logo, é na investigação histórica como utilidade didática para o que foi produzido por pesquisadores que poderemos agregar ações

pedagógicas com potencial didático-conceitual dos matemáticos de maneira mais sólida em sala de aula.

É nesse movimento que ocorrem reflexões sobre estudos que evidenciam a importância do processo formativo como possibilidade para explorar abordagens diferentes em paralelo com os conceitos semelhantes em constante busca pela superação de obstáculos encontrados na trajetória dos sujeitos da docência em Matemática. Então, oferecem explicações e compreensões para reorientar conceitualmente e didaticamente as práticas dos professores de matemática estruturadas e reestruturadas no planejamento de suas aulas inserida em uma proposta de sociedade que reflete, se reinventa e redireciona seu modo de ser constantemente.

Nesse sentido, tomando como base o acervo bibliográfico do Centro de Referência em Pesquisa sobre História da Matemática (CREPHIMat), fizemos uma busca por trabalhos que contemplassem a História da Trigonometria, dado que é difícil encontrar pesquisas que abordem o resgate histórico em formato de textos para o ensino e a aprendizagem da Trigonometria e encontramos o resultado refletido no Quadro 01 abaixo:

**Quadro 01** – Produções em dissertações sobre História da Trigonometria

<b>Tendência</b>	<b>Mestrado Acadêmico</b>	<b>Mestrado Profissional</b>	<b>Total</b>
HepM	1	0	1
HedM	1	0	1
HenM	2	3	5
<b>Total</b>	4	3	7

Fonte: Elaborado a partir do levantamento do site

Dentro desse contexto estruturamos um modelo fundamental para a composição, observação e seleção das dissertações com base em Mendes (2015) e nos descritores abaixo.

Modelo Básico de Análise com Base em Mendes (2015)
--

A – Identificação: Título, Autor, Orientador, Programa de Pós-Graduação, Instituição, Ano de Defesa;

B – Aspectos teórico-metodológicos: objetivos; tipo de pesquisa, fundamentos teórico e metodológicos da pesquisa; método de pesquisa; nível de ensino focado na pesquisa. C

– Aspectos didático-Pedagógicos: 1) a história da Matemática como agente de cognição no ensino de matemática, 2) a história da Matemática como reorganizador cognitivo na aprendizagem dos estudantes e 3) a história da Matemática como mediador didático e conceitual no trabalho do professor.

D - Materiais e Atividades Produzidas com base nos aspectos didático-pedagógicos: tipos de atividades didáticas produzidas na pesquisa; contribuições para a Educação Básica e para a formação de professores; formas de uso de atividades para o ensino de matemática; sugestões didáticas apresentadas; inserção de experiências práticas no processo de ensino.

E – Síntese analítica do trabalho

Fonte: (MENDES e MARQUES, 2020, p. 190)

## **INVESTIGAÇÃO EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**

A Matemática é uma ciência de desenvolvimento de estruturas e ideias cujas regiões de exploração aumentam a fronteira entre o conhecido e o desconhecido na medida em que o exercício didático se efetiva como princípio construtivo priorizados pelas experiências práticas ou teóricas exploradas pelos estímulos em aprender ou adquirir novos conhecimentos, desafios, vivências dos alunos e orientações do professor. Sendo assim, a investigação histórica em matemática surge como oportunidade de aprofundamento do conhecimento matemático, enquanto campo abundante para investigações e implicações dos resultados gerados em cada contexto.

Nesse sentido, a História da Matemática se constitui como um espaço para o desenvolvimento de atitudes e valores matemáticos cuja valorização do percurso histórico não se baseia só no produto, mas no processo do conhecimento construído. Ela se origina como alternativa pedagógica para a concretização de um ensino de matemática com significado materializado em estudantes centrados no desenvolvimento histórico dos contextos matemáticos bem como no entendimento das relações entre tecnologia e herança cultural.

A Investigação Histórica em Matemática se apresenta como um instrumento de aprendizagem com significado que proporciona a compreensão e construção dos conceitos matemáticos como fonte geradora do conhecimento matemático escolar em resgate às situações problematizadoras que conduzem os estudantes a consolidar as informações históricas que revestem essas situações. Como sugestão de abordagens diferenciadas e em resgate da identidade cultural ela visa tornar o matemático e professor de matemática criativo e autônomo em seu processo intelectual através da provocação da curiosidade expressa no contexto histórico da Matemática.

Ela traz benefícios para a aprendizagem dos alunos visto que permite que as informações históricas sejam adaptadas, possibilita a proposição de desafios, serve como facilitador da aprendizagem, proporciona a reconstrução do desenvolvimento do conceito matemático envolvido, baseados num diálogo entre o passado e presente. Para tanto, é fundamental que a prática do professor de matemática seja reformulada periodicamente para inserir em suas propostas atividades baseadas em um processo ativo-reflexivo dado à investigação como um meio de construção da Matemática.

Isto porque as atividades devem ser elaboradas de modo a serem utilizadas no contexto de sala de aula a partir de um diálogo conjuntivo entre as ideias matemáticas renovadas, construídas, desenvolvidas e organizadas historicamente e a perspectiva da promoção de uma aprendizagem plena da matemática escolar investigatória que caracteriza a construção do conhecimento. Por isso, é importante prever uma ação didática centrada na experiência direta que contribua no desenvolvimento de habilidades fundamentado na capacidade de proporcionar a prática reflexiva no contexto educacional mediante padrões, analogias e convergências interpretativas.

A propósito, é imprescindível que o professor busque por atividades que objetivem responder perguntas mais específicas e reflexivas assim como explorem informações que ajudem a compreender o entorno do seu campo de trabalho ressaltando que uma descoberta lança luz nova em uma multiplicidade de situações naturais ou provenientes do conteúdo histórico. Então, os alunos precisam ser motivados e estimulados a criar, testar e provar suas hipóteses e conjecturas visando a valorização do saber e fazer histórico como descobertas das múltiplas experiências vivenciadas por meio de fontes de orientação para a construção do conhecimento matemático.

É nesse movimento que os estudantes devem participar da construção do seu próprio conhecimento ao ter como pressuposto a necessidade de identificar problemas de forma mais ativa, reflexiva e crítica possível, além de buscar pela experimentação



fundamentada nas estratégias para a solução. Logo, nesse processo é possível formar um elo entre os aspectos do cotidiano, escolar e científico da matemática capaz de tornar os alunos mais autônomos e conscientes da sua capacidade de apostar na curiosidade diante da possibilidade de estabelecer múltiplas relações entre o ensino, aprendizagem e conhecimento matemático.

## **DISSERTAÇÕES ANALISADAS E AS COLABORAÇÕES PARA O CONTEXTO EDUCACIONAL**

Na sequência, expomos as sete dissertações relatadas e analisadas de acordo com o modelo básico de descrição e análise explicitado anteriormente, sendo as três primeiras relativas ao Mestrado Profissional e as quatro seguintes referentes ao Mestrado Acadêmico, respectivamente.

## **ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NUMA ABORDAGEM HISTÓRICA**

A dissertação de autoria de Severino Carlos Gomes, sob orientação de Bernadete Barbosa Morey, foi organizada em quatro capítulos e defendida em 2011 no Programa de Pós-graduação em Ensino e Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN. A introdução ressalta a importância da Educação Matemática enquanto campo científico consolidado, nas últimas décadas, e aponta a necessidade de se refletir acerca dos entraves de muitos alunos com a aprendizagem em Matemática e a formação do professor.

Seu objetivo geral é elaborar, validar e publicar uma sequência de atividades aliando o ensino de trigonometria ao estudo do desenvolvimento histórico deste mesmo assunto. Para a construção desta proposta de ensino, utiliza a metodologia da pesquisa-ação. Distribui a dissertação em quatro capítulos. Finaliza com algumas considerações e recomendações sobre a utilização do material produzido, apontando as principais dificuldades para atingir os 14 objetivos, alguns encaminhamentos para solucionar esses entraves e orientações para prosseguimento de estudos sobre o tema em questão.

## **UM OLHAR HISTÓRICO NAS AULAS DE TRIGONOMETRIA: POSSIBILIDADES DE UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA INVESTIGATIVA**

A dissertação de autoria de Gladis Bortoli, sob orientação de Miriam Ines Marchi e co-orientação de Ieda Maria Giongo, foi organizada em cinco capítulos e defendida em 2012 no Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário Univates. A introdução começa com um breve memorial de sua trajetória pessoal, acadêmica e profissional, ressalta o conhecimento matemático como uma construção humana presente no dia-a-dia de cada pessoa e destaca a opção pelo uso da História da Matemática e da Etnomatemática tendo em vista o seu crescente emprego no desenvolvimento do ensino da Matemática.

A escolha deste tema para a pesquisa se deu mediante escutar muitos alunos julgarem os assuntos matemáticos tratados em sala de aula como conteúdos afastados da realidade, desnecessários e de pouca aplicabilidade fazendo com que isso gerasse um estímulo para procurar alternativas que viessem a contribuir com a prática escolar cotidiana e mudar essa visão e percepção fechada dos alunos para um contexto amplo de necessidade, importância e aplicabilidade prática da Trigonometria.

- **A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO MOTIVAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM DAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO**

A dissertação de autoria de Elaine Regina Marquezin Marinho, sob orientação de Francisco Cesar Polcino Milies, foi organizada em quatro capítulos e defendida em 2018 no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. Nesse sentido, tem como objetivo propor uma maneira de motivar e até justificar o estudo de determinados conceitos matemáticos através de atividades práticas que levem a construção desses conceitos com embasamento histórico. Por isso a finalidade está em compreender o significado daquilo que lhes é ensinado, não se preocupando apenas com os procedimentos, mas também com as justificativas.

Sua proposta gira em torno da construção dos conceitos a partir de problemas que historicamente lhes deram origem e, desta forma, fazer com que o aluno entenda como e porque estes conceitos foram desenvolvidos, uma vez que na experiência da autora, enquanto docente, ela percebeu que os alunos têm muita dificuldade em entender conceitos matemáticos como razões trigonométricas, por exemplo. Esta inquietação a fez pensar e tentar buscar uma maneira de fazer com que o aprendizado de tais conceitos fosse mais significativo para esses alunos, surgindo assim o interesse pela pesquisa.

- **ENSINO DE TRIGONOMETRIA ATRAVÉS DE ATIVIDADES HISTÓRICAS**

A dissertação de autoria de Iran Abreu Mendes, sob orientação de John Andrew Fossa, apresentada no Programa de Pós-Graduação em Educação e defendida em 1997 na Universidade Federal do Rio Grande do Norte, discute a importância em utilizar a história na elaboração e execução de atividades voltadas à construção de noções básicas de trigonometria, de modo que a partir daí o aluno possa compreender as propriedades, teoremas e aplicações da trigonometria na solução de problemas que exijam dele, algum conhecimento desse assunto.

Sendo assim, a dissertação é organizada em cinco etapas de investigação: a seleção dos sujeitos da pesquisa; Aprofundamento do conteúdo histórico da trigonometria plana; Elaboração e pré-testagem das atividades de introdução à trigonometria; Realização de um curso de atualização em ensino de matemática; Análise dos resultados. Em seguida, comenta sobre os pressupostos gerais em que se pretende buscar na história evolutiva dos conceitos trigonométricos os subsídios necessários para a elaboração dessas atividades, apoiadas numa perspectiva de redescoberta que viabilize a participação efetiva dos professores envolvidos para, então, avaliar o grau de eficácia dessa proposta.

- **O SURGIMENTO DAS TRIGONOMETRIAS EM DIFERENTES CULTURAS E AS RELAÇÕES ESTABELECIDAS ENTRE ELAS**

A dissertação elaborada por Everaldo Raiol da Silva, sob orientação de Maria José de Freitas Mendes e co-orientação de Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha, defendida em 2014 no Programa de Pósgraduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto de Educação Matemática e Científica da UFPA, apresenta como proposta central compreender como surgiram as trigonometrias em diferentes civilizações quais sejam: Egípcia, Babilônica, Grega, Hindu, Árabe e Chinesa, dado que nestas civilizações, os estudos de estruturas matemáticas, quais sejam: a geometria e a trigonometria emergiram e possibilitaram alavancar, tanto economicamente quanto culturalmente, essas sociedades.

Neste sentido, o estudo objetiva evidenciar o surgimento das trigonometrias em diferentes culturas e as relações estabelecidas entre elas, para tanto identificamos, com a contribuição da história da matemática, história da ciência e da pesquisa bibliográfica

como surgiram tais trigonometrias. Estruturou a dissertação em três capítulos e, como parte final da pesquisa, apresentou as considerações finais, enfatizou os objetivos que foram alcançados, a relevância da pesquisa, e propôs outros desdobramentos como consequência da apresentação e defesa da dissertação.

- **UMA ANÁLISE DO TRATAMENTO DADO À TRIGONOMETRIA EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO PUBLICADOS NO BRASIL EM DIFERENTES DÉCADAS DO SÉCULO XX**

Nessa dissertação, elaborada por Adriano Torri Souza, sob orientação de João Carlos Gilli Martins, defendida em 2015 pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Área de Concentração em Educação Matemática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), apresenta a centralidade do trabalho que é descrever e analisar a abordagem da trigonometria em alguns livros didáticos utilizados em nível de Ensino Médio no Brasil, publicados em diferentes momentos históricos desde o início do século XX até a década de 1970, para verificar em que medida as orientações das tendências do ensino da Matemática são evidentes nos livros analisados.

Nesse sentido, a escolha pela trigonometria tratada no Ensino Médio justifica-se, por um lado, pelas dificuldades encontradas por alunos, nesse nível de escolaridade. Ainda, por outro lado, justifica-se pela importância deste conteúdo para a própria Matemática, para a Física e para outras áreas de conhecimento. Ressalta e destaca que a trigonometria nos livros didáticos, neste trabalho, foi analisada com o objetivo de verificar possíveis relações entre os elementos da estrutura interna de um livro didático e as relações de poder presentes no contexto em que ele é produzido e utilizado em práticas docentes.

- **UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS COM RECURSOS ARTÍSTICOS E SEMINÁRIOS SOBRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO**

A dissertação elaborada por Ranúzi Borges Neves, defendida em 2019 no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos sob orientação do professor Pedro Luiz Aparecido Malagutti, objetivou investigar se o uso de metodologias artísticas contribui efetivamente para motivar os estudantes das turmas de 2º ano do Ensino Médio Integrado Técnico em Automação

Industrial e Informática do Instituto Federal Catarinense - Campus São Bento do Sul a aprenderem os conceitos ligados à Matemática, em particular o conteúdo de Funções Trigonométricas tendo a estruturação da pesquisa quanti-qualitativa sido organizada em quatro capítulos, mais as considerações finais.

Nesse processo de ampliação das discussões, foram realizadas as considerações finais referentes à pesquisa e, posteriormente, as perspectivas finalizaram o trabalho, porém oportunizando e estimulando a continuação da investigação sobre o tema em projetos futuros, ressaltando que o uso da Arte como ferramenta didática em Matemática pode ser mais um caminho capaz de aproximar os estudantes da disciplina.

## **CONCLUSÃO**

O retrato de pesquisas relacionadas à História da Trigonometria evidencia de modo preliminar uma investigação sobre o panorama de trabalhos relativos a esse contexto com uma quantidade muito limitada e reduzida entre os mestrados acadêmicos e profissionais. Os dados apresentados mostram que neste cenário faltam mais contribuições com problematizações diferentes daquelas sugeridas pelos livros didáticos, com vista a permitir que o aluno exercite o campo matemático das ideias, relacione ao contexto sociocultural ao qual está inserido, busque sentido e significância com os problemas propostos e explore as estratégias de cálculos de modo articulado.

Embora houvesse duas dissertações que não exploravam enfaticamente o ensino em sala de aula, isto não limitou a possibilidade de encontrar informações presentes nesses trabalhos que poderão colaborar nos cursos de formação, capacitação ou aperfeiçoamento. Especificamente, o trabalho do Silva (2014) envolve sua pesquisa ao campo da História e Epistemologia da Matemática e Souza (2015) reflete suas discussões sobre a História da Educação Matemática.

Contudo, a primeira conecta aspectos históricos relacionados ao surgimento das Trigonometrias em diferentes culturas e as relações estabelecidas entre elas e o segundo analisa este contexto histórico com ênfase na análise de livros didáticos utilizados em nível de Ensino Médio no Brasil, publicados em diferentes momentos históricos desde o início do século XX até a década de 1970, por ser uma importante ferramenta de ensino. Nesses trabalhos não há uma sequência de atividades produzidas e exploradas em seu desenvolvimento com referência aos aspectos didático-pedagógicos oriundos do contexto

histórico como nos demais trabalhos por nós consultados, o que não diminui em nada as possibilidades de colaboração para a formação de professores.

Em se tratando das pesquisas em História para o Ensino da Matemática, o trabalho de Mendes (1997) e Gomes (2011) o primeiro como fruto do Mestrado Acadêmico e o segundo do Mestrado Profissional, são as que apresentam, dentre as 5 restantes, uma variedade de atividades que podem diversificar o contexto de sala de aula, desde o desenvolvimento histórico da Trigonometria, análises, reflexões, questionamentos, posicionamentos críticos até um conjunto de problematizações que estimulem o exercício do pensamento como possibilidade de mobilizar os conceitos e transitar com segurança e espontaneidade diante dos desafios propostos.

Por isso, as questões aqui apresentadas e discutidas revelam possibilidades iniciais para se produzir um espaço amplo com diversidade de produções que supere a carência de formação complementar periódica, fator de preocupação e reflexão. Logo, estas problematizações nos levam a pensar em boas estratégias, como essenciais, para que o livro didático passe de um único recurso explorado pelos professores para um dos recursos e com isso manter a relação constante, através do diálogo, com conhecimentos diversificados a fim de que possam ser questionados, aplicados e confirmados, numa atitude de troca e aperfeiçoamento de habilidades.

## REFERÊNCIAS

BORGES NEVES, R. **Uma introdução ao estudo das Funções Trigonométricas com recursos artísticos e seminários sobre a História da Matemática no 2º ano do Ensino Médio.** Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos. 2019. 96f.

BORTOLI, G. **Um olhar histórico nas aulas de trigonometria:** possibilidades de uma prática pedagógica investigativa. 2012. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, 29 jun. 2012. 149p.

GOMES, S. C. **Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de Trigonometria numa abordagem histórica.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2011. 92p.

MARINHO, E. R. M. **A história da matemática como motivação para a aprendizagem das relações trigonométricas no triângulo retângulo.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade de São Paulo. São Paulo. 2018. 118p.

MENDES, I. A. **História da Matemática no Ensino:** entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

MENDES, I. A. **Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil:** um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010. 2014. Relatório de Pesquisa (Bolsa produtividade CNPq) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

MENDES, I. A. **Ensino de trigonometria através de atividades históricas.** Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Programa de pós-graduação em Educação. Natal: s.n., 1997. 221p.

MENDES, I. A. MARQUES, R. M. dos S. **História da Geometria Analítica em dissertações de Mestrados Profissionais:** contribuições para a docência. Revista REAMEC, Cuiabá (MT), v. 8, n. 2, p. 185-205, maio-agosto, 2020.

RAIOL, E. R. da S. **O surgimento das trigonometrias em diferentes culturas e as relações estabelecidas entre elas.** Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2014. 211p.

SOUZA, A. T. **Uma análise do tratamento dado à trigonometria em livros didáticos do ensino médio publicados no Brasil em diferentes décadas do século XXI.** Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, RS, 2015. 319p.

## ANÁLISE DE DIFICULDADES E ERROS DOS ALUNOS DE GRADUAÇÃO DO 1º ANO SOBRE FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Luiz Augusto Oliveira da Silva  
Universidade do Estado do Pará  
luizaugustooliveiradasilvaluiz@gmail.com.br

### RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar resultados de uma pesquisa sobre as dificuldades e erros dos alunos de graduação do 1º ano, da Universidade Estadual do Pará (UEPA), localizada na cidade de Conceição do Araguaia, que diz respeito ao estudo da função logarítmica na resolução de problemas, contendo 5 atividades, dentro os quais uma era de gráfico e o restante de aplicações e de conceitos. Os resultados apontam que a maioria dos alunos tenham dificuldades e cometem erros de interpretação e manipulações algébricas no estudo das funções logarítmicas.

**Palavras-chave:** Dificuldades de aprendizagem. Função logarítmica. Resolução de problemas.

### ABSTRACT

This paper aims to present results of a research on the difficulties and errors of 1st year undergraduate students at the State University of Pará (UEPA), located in the city of Conceição do Araguaia, which concerns the study of the logarithmic function in the resolution of problems, containing 5 activities, within which one was a graph and the rest of applications and concepts. The results show that most students have difficulties and make interpretation errors and algebraic manipulations in the study of logarithmic functions.

### 1. INTRODUÇÃO

Frequentemente os alunos do Ensino Médio cometem erros de matemática relacionados a conteúdos específicos das funções logarítmicas. Por outro lado, observamos que os alunos apresentam diferentes dificuldades, expressas por erros conceituais e procedimentais, ou por concepções equivocadas desse conteúdo, o que evidencia obstáculos que precisam ser superados.

Para Macedo (1999, p.43) apud “os PCN nos põem de novo diante de um problema antigo na área do currículo: as disciplinas tradicionais não dão conta de um conjunto de questões postas pela realidade vivida pelos alunos”. É preciso que os professores tenham consciência e não subestimem a capacidade de seus alunos, tomem atitudes e reflitam sobre seu fazer pedagógico. E assim, criem coragem para aplicar novas metodologias e elaborem currículos escolares para que haja a articulação das disciplinas para alcançar uma visão do todo.



DANTE (apud 1989, p. 24) ainda destaca a importância do papel do professor quando do ensino envolvendo resolução de problemas:

Ensinar a resolver problemas é uma tarefa muito mais complexa do que ensinar algoritmos e equações. Na resolução de problemas (...), o professor deve funcionar como incentivador e moderador das ideias geradas pelos próprios alunos. Nesse caso, as crianças participam ativamente “fazendo matemática”, e não ficam passivamente “observando” a Matemática “ser feita” pelo professor (.....) Enfim, aqui o papel do professor é manter os alunos pensando e gerando ideias produtivas.

Mais especificamente, FERREIRA & BISOGNIN (2007) apontam causas para as dificuldades do alunado em logaritmos, conhecimento-base indispensável para a aprendizagem satisfatória de função logarítmica:

Na atividade escolar, no que se refere ao estudo de logaritmos e a aprendizagem de seu conceito, percebe-se que as dificuldades apresentadas devem-se ao fato de que, do ponto de vista da aquisição de um conhecimento, este não pode ser gerado a partir da definição algébrica, definição esta que muitas vezes é apenas memorizada. Apesar da importância do estudo de logaritmos, muitos alunos saem do Ensino Médio sem entendê-lo e nem sequer relacioná-lo com aplicações práticas e conhecidas, isto é, sem saber que a teoria dos logaritmos se aplica a muitos tipos de situações-problemas.

As causas dos erros podem ser muitas e o aluno pode não estar preparado para aquele tipo de problemas ou questões matemática, pode estar simplesmente desatento à questão e, muitas vezes, pode nem ter entendido o enunciado do exercício, também, alguns professores não estão preocupados em discutir o papel do erro e sua função na construção do conhecimento na sala de aula.

Segundo Rico (1995, *apud* Feltes, 2007), o aparecimento de erros nas produções dos alunos acontece por várias causas, entre elas, as concepções inadequadas dos aspectos fundamentais da Matemática, os resultados de uso de procedimentos imperfeitos que, às vezes, não podemos reconhecer ou exemplos de métodos e estratégias inventadas, não formais mas originais, para solução de alguns problemas propostos.

Segundo Lorenzato:

O erro pode ter distintas causas: falta de atenção, pressa, chute, falha de raciocínio, falta de estudo, mau uso ou má interpretação da linguagem oral ou escrita da matemática, deficiência de conhecimento da língua materna ou de conceitos matemáticos. (LORENZATO, 2006, p. 50).

Uma perspectiva possível para o trabalho com o erro em sala de aula é resolução de problemas quando trabalhada como metodologia de ensino-aprendizagem proposta por Onuchic (1999,2013), se mostra como um bom caminho para a construção de

conhecimento, colocando o aluno no centro das atividades de sala de aula, oportunizando um espaço para que o aluno exerça sua autonomia.

## **METODOLOGIA**

Desenvolvemos uma pesquisa diagnóstica, do tipo qualitativa, em que buscamos descrever os resultados obtidos com base na aplicação de um teste de sondagem, sendo o método usado é a análise de erros cometidos pelos alunos.

Desta forma, foram organizadas (cinco) atividades, nas quais foram desenvolvidas em ambiente escolar com dezenove estudantes, tendo a duração de 2 horas, onde os participantes tiveram a oportunidade de rever conteúdos relacionados às funções logarítmicas, uma vez que os mesmos são alunos do 1º ano de licenciatura em Matemática.

Durante a implementação pedagógica, foram revistas as propriedades, problemas e gráficos de uma função logarítmica, consequências, propriedades operatórias.

### **1ª ATIVIDADE**

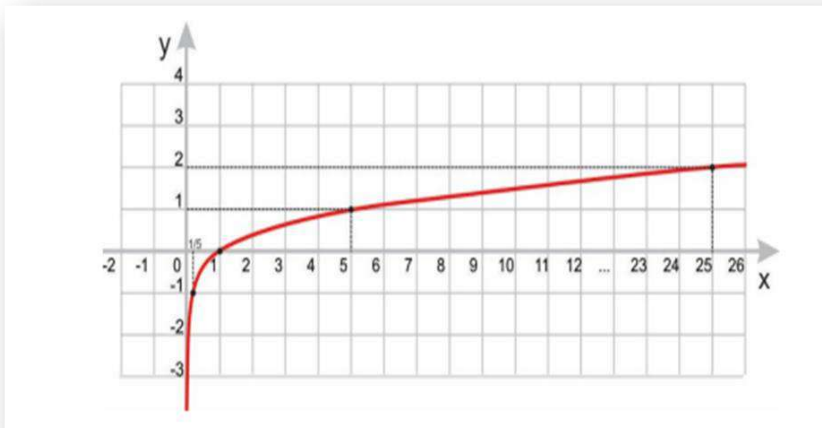
Um medicamento tem como dosagem básica 0,5g. Sabe-se que a permanência média (ou decaimento) deste medicamento no corpo de um paciente obedece a expressão:  $Q(t) = 0,5 \cdot (0,9)^t$ . Por quanto tempo o corpo de um paciente manterá um mínimo de 0,25g deste medicamento? Utilize os seguintes valores para  $\log t$ :

<b><i>t</i></b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b><i>logt</i></b>	<b>0,301</b>	<b>0,477</b>	<b>0,602</b>	<b>0,699</b>	<b>0,778</b>	<b>0,845</b>	<b>0,903</b>	<b>0,954</b>

**Objetivo:** Esta atividade abordou as propriedades, como recurso para a aprendizagem do conteúdo, incentivando os estudantes a refletirem, questionarem e aplicarem as propriedades para a resolução dos problemas com o objetivo de desenvolver processos de cálculos.

### **2ª ATIVIDADE**

O gráfico abaixo é da função  $y = \log_a x$ .



O valor de a ?

**Objetivo:** Com o objetivo de analisar graficamente no plano cartesiano e dos eixos coordenados. Verificamos os procedimentos e o raciocínio utilizados na resolução da atividade para identificar os erros cometidos.

### 3ª ATIVIDADE

Uma pessoa aplica R\$ 500,00 numa instituição bancária que paga juros compostos de 3,5% ao mês. Sabendo que o montante (M) é dado por  $M = C (1 + i)^t$ , sendo C o capital aplicado, i a taxa e t o tempo em meses, o tempo necessário de aplicação para obter R\$ 3.500,00 será, aproximadamente, de: Utilize os seguintes valores para log t:

<b>t</b>	<b>1,035</b>	<b>1,35</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	<b>4,5</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>logt</b>	<b>0,015</b>	<b>0,14</b>	<b>0,3</b>	<b>0,48</b>	<b>0,54</b>	<b>0,6</b>	<b>0,65</b>	<b>0,7</b>	<b>0,78</b>	<b>0,85</b>

**Objetivo:** Essa atividade tem por objetivo que o aluno utilize a matemática financeira através das propriedades de logaritmos.

#### 4ª ATIVIDADE

A instalação de radares para controle da velocidade dos veículos em grandes avenidas de uma cidade proporcionou uma diminuição do número de acidentes. Esse número pode ser calculado pela lei:  $n(t) = n_0 \cdot 0,8^t$ , sendo  $n_0$  o número de acidentes anuais registrado no ano da instalação dos radares e  $n(t)$  o número de acidentes anuais  $t$  anos depois. Qual é o tempo necessário para que o número de acidentes se reduza à quarta parte da quantidade registrada no ano da instalação dos radares? (Use  $\log \log 2 \cong 0,3$ ).

**Objetivo:** Essa atividade tem por objetivo que o aluno utilize a definição e a restrição para buscar a solução e concluir as propriedades das operações com logaritmos.

#### 5ª ATIVIDADE

Situação: Escala Richter

A intensidade de um terremoto na escala Richter é definida por  $I = \frac{2}{3} \log \left( \frac{E}{10^{-3}} \right)$ , onde  $E$  é a energia liberada pelo terremoto, em quilowatt-hora (KWH). Se um terremoto teve uma energia liberada de  $10^3$  kwh verifique de acordo com a tabela 1, se o terremoto causou ou não dano à cidade em que ocorreu.

Tabela 1 – Escala Richter

Intensidade	Consequência
Menos de 3	Geralmente não é sentido, apenas registrado em sismógrafos.
3 a 5,4	Normalmente é sentido, mas não costuma causar estragos.
5,5 a 6	Pequenos danos a prédios bem projetados. Danos maiores nos demais.
6,1 a 6,9	Podem causar danos em áreas de até 100 km <sup>2</sup> .

7 a 7,9	Intenso. Pode causar destruição em grandes extensões.
8 ou mais	Muito intenso. Pode causar grande destruição.

**Objetivo:** Analisar a relação das propriedades que envolvem a função logarítmica.

## ANÁLISE DOS ERROS APRESENTADOS PELOS ALUNOS

### 1ª ATIVIDADE

Um medicamento tem como dosagem básica 0,5g. Sabe-se que a permanência média (ou decaimento) deste medicamento no corpo de um paciente obedece a expressão:  $Q(t) = 0,5 \cdot (0,9)^t$ . Por quanto tempo o corpo de um paciente manterá um mínimo de 0,25g deste medicamento? Utilize os seguintes valores para log t:

<b>t</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>logt</b>	<b>0,301</b>	<b>0,477</b>	<b>0,602</b>	<b>0,699</b>	<b>0,778</b>	<b>0,845</b>	<b>0,903</b>	<b>0,954</b>

*Analisando a correção, percebeu-se que dos dezenove estudantes, nove acertaram toda a questão, mostraram que interpretaram o problema e souberam aplicar as propriedades e procedimentos para desenvolver os cálculos necessários. Três alunos deixaram em branco o restante pode ter montado a expressão correspondente ao problema, porém ao efetuar os procedimentos de cálculo parece ter se confundido nas propriedades esquecendo de subtraí-lo. Veja uma das soluções incorretas.*

### *Ilustração 1*

$$f(t) = 0.5 \times (0.9)^t$$

$$0.25 = 0.5 \times (0.9)^t$$

$$0.5 = (0.9)^t$$

$$\log 0.5 = \log (0.9)^t$$

$$\log \frac{5}{10} = \log \left(\frac{9}{10}\right)^t$$

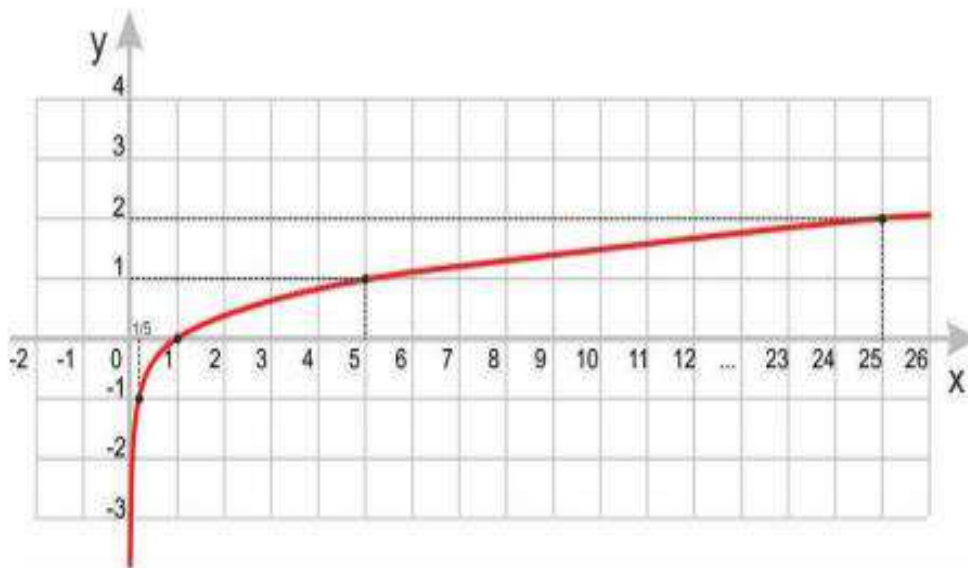
$$\log 5 = \log 9^t$$

$$t = \frac{\log 5}{\log 9}$$

$$f = \frac{0.699}{0.954} \approx 0.7322$$

## 2ª ATIVIDADE

O gráfico abaixo é da função  $y = \log_a x$ .



O valor de  $a$ ?

*Analisando a correção do problema do gráfico, percebeu-se que dos dezoito estudantes, quinze acertaram toda a questão, fazendo a leitura das informações presentes no gráfico e, a partir delas aplicaram os conhecimentos de logaritmo para determinar o valor da base, um aluno acertou parcialmente, três não conseguiu resolver a situação corretamente mostrando que haviam compreendido os conceitos de funções resolvendo o valor de  $a$  igual a  $1/5$ , pode ter feito esta escolha apenas pela leitura deste valor presente no gráfico, sem identificar que este valor corresponde a um ponto no eixo  $x$  quando  $y = -1$ . Isto indica dificuldade dos alunos na leitura e interpretação do gráfico apresentado. Veja uma das soluções incorretas obtida por um estudante.*

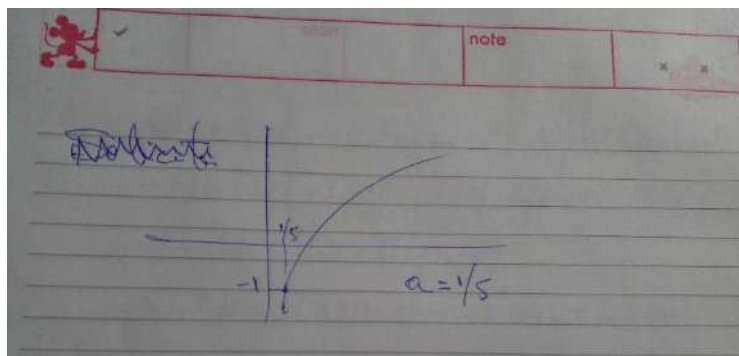


Ilustração 2

### 3ª ATIVIDADE

Uma pessoa aplica R\$ 500,00 numa instituição bancária que paga juros compostos de 3,5% ao mês. Sabendo que o montante (M) é dado por  $M = C (1 + i)^t$ , sendo C o capital aplicado, i a taxa e t o tempo em meses, o tempo necessário de aplicação para obter R\$ 3.500,00 será, aproximadamente, de: Utilize os seguintes valores para log t:

<b>t</b>	<b>1,035</b>	<b>1,35</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	<b>4,5</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>logt</b>	<b>0,015</b>	<b>0,14</b>	<b>0,3</b>	<b>0,48</b>	<b>0,54</b>	<b>0,6</b>	<b>0,65</b>	<b>0,7</b>	<b>0,78</b>	<b>0,85</b>

*Analisando a correção do problema do Montante, percebeu-se que dos dezenove estudantes, dez acertaram toda a questão, os estudantes mostraram que souberam realizar os procedimentos de cálculo e aplicar as propriedades dos logaritmos necessários à solução. Quatro não conseguiram resolver a situação corretamente calcularam diretamente o valor 3,5 sem dividir por 100% que se trata de porcentagem e ainda ignoram o número 1 para adicioná-la e cinco alunos acertaram parcialmente, mostrando que haviam compreendido os conceitos de logaritmos, no entanto acabaram cometendo erros de Matemática básica. Veja uma das soluções incorretas obtida por um estudante, a dificuldade e o erro de não reconhecer as propriedades de logaritmos.*



$$\begin{aligned}
 M &= C (i+1)^t \\
 3500 &= 500 (3,5)^t \\
 7 &= (3,5)^t \\
 t &= \frac{7}{3,5} \quad \underline{t = 2}
 \end{aligned}$$

*Ilustração 3*

#### 4ª ATIVIDADE

A instalação de radares para controle da velocidade dos veículos em grandes avenidas de uma cidade proporcionou uma diminuição do número de acidentes. Esse número pode ser calculado pela lei:  $n(t) = n_0 \cdot 0,8^t$ , sendo  $n_0$  o número de acidentes anuais registrado no ano da instalação dos radares e  $n(t)$  o número de acidentes anuais  $t$  anos depois. Qual é o tempo necessário para que o número de acidentes se reduza à quarta parte da quantidade registrada no ano da instalação dos radares? (Use  $\log \log 2 \cong 0,3$ ).

*Dos dezenoves estudantes, cinco acertaram toda a questão, fazendo a leitura das informações presentes na questão a partir dela modelaram na forma exponencial para aplicar os conhecimentos de logaritmo para determinar o valor do tempo o restaram erraram na interpretação do conceito de logaritmo e por isso sentiram dificuldades para chegar no resultado. Veja uma das soluções incorretas obtida por um estudante.*

$$\begin{aligned}
 n(t) &= n_0 (0,8)^t \\
 \frac{1}{n_0} &= n_0 (0,8)^t \\
 \frac{1}{n_0^2} &= (0,8)^t \\
 \log \frac{1}{n_0^2} &= \log (0,8)^t \\
 \log \frac{1}{n_0^2} &= t \cdot \log (0,8) \\
 -2 \log n_0 &= t \cdot \log 0,8 \\
 t &= \frac{-2 \log n_0}{\log 0,8}
 \end{aligned}$$

Ilustração 4

### **a** ATIVIDADE

Situação: Escala Richter

A intensidade de um terremoto na escala Richter é definida por  $I = \frac{2}{3} \log \left( \frac{E}{10^{-3}} \right)$ , onde  $E$  é a energia liberada pelo terremoto, em quilowatt-hora (KWH). Se um terremoto teve uma energia liberada de  $10^3$  kwh verifique de acordo com a tabela 1, se o terremoto causou ou não dano à cidade em que ocorreu.

Tabela 1 – Escala Richter

Intensidade	Consequência
Menos de 3	Geralmente não é sentido, apenas registrado em sismógrafos.
3 a 5,4	Normalmente é sentido, mas não costuma causar estragos.
5,5 a 6	Pequenos danos a prédios bem projetados. Danos maiores nos demais.
6,1 a 6,9	Podem causar danos em áreas de até 100 km <sup>2</sup> .

7 a 7,9	Intenso. Pode causar destruição em grandes extensões.
8 ou mais	Muito intenso. Pode causar grande destruição.

Analisando a correção do problema da Escala Richter, percebeu-se que dos dezenove estudantes, nove acertaram toda a questão, quatro não conseguiram resolver a situação corretamente e cinco alunos acertaram parcialmente, mostrando que haviam compreendido os conceitos de funções exponenciais e logarítmicas, no entanto acabaram cometendo erros de Matemática básica. Dificuldades em se expressar na forma escrita, erro decorrente de problemas na concepção de potência e erro decorrente de problemas de interpretação. São erros secundários, não específicos do conteúdo de logaritmo, mas que dificultaram as resoluções das atividades. Segundo Karrer (Apud 1999), as potências, a exponencial e o logaritmo pertencem ao mesmo campo conceitual, logo as dificuldades nos dois primeiros conceitos acarretarão dificuldades na construção do conceito de logaritmos. Veja uma das soluções incorretas obtida por um estudante.

#### *Ilustração 5*

$$I = \frac{10}{10} \log\left(\frac{10^3}{10^{-3}}\right)$$

$$I = \frac{10}{10} \log 10^3 = 10 \cdot 10^3$$

$$I = \frac{2}{3} \log(10^3 - 10^3)$$

???

#### **TABELA COM AS PORCENTAGENS DE ACERTOS, ERROS E RESPOSTAS EM BRANCO.**

QUESTÕES	Acerto (%)	Erro(%)	Em Branco(%)
1ª	47,36	36,84	15,78
2ª	78	5,2	15,78

<b>3ª</b>	<b>52,63</b>	<b>47,36</b>	-
<b>4ª</b>	<b>26,31</b>	<b>73,68</b>	-
<b>5ª</b>	<b>47,36</b>	<b>52,63</b>	-

Fonte: Pesquisa de Campo

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tanto o erro quanto o acerto são elementos integrantes do processo ensino-aprendizagem. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (Brasil, 1997), o erro é inevitável no processo de aprendizagem escolar, mas é uma maneira de formalizar o acerto pois, através da experimentação de diferentes alternativas para resolução de um problema, o aluno constrói uma lógica própria visando uma solução a esse problema.

Curi e Ramos (2013), educadoras matemáticas brasileiras, fazem uma ponderação sobre dificuldade, erro e obstáculo:

O primeiro termo “dificuldade” tem como significado “o que impede, embaraça; estorvo, obstáculo”. O segundo termo “erro” significa “juízo ou julgamento em desacordo com a realidade observada; engano”. O último termo obstáculo que significa “algo que impede ou atrapalha o movimento, a progressão de alguém ou alguma coisa”. Considerando os significados, podemos perceber que os termos dificuldade e obstáculo são palavras sinônimas, pois na aceção de ambas encontramos o termo “impedimento”, o que nos leva a concluir que são palavras capazes de criar barreiras na busca e na transmissão do conhecimento. O erro também contribui para isso, sendo o “engano” um dos seus significados. Miranda (2007) cita que erro “é um desvio em relação ao padrão ou ideal preestabelecido” (p. 11, apud CURI e RAMOS, 2013, P. 30-31)

1. Na visão de Spinillo et al. (2014, p. 4 apud), “os erros, assim como os acertos, são formas de raciocinar que revelam os limites e as possibilidades do pensamento frente a um dado objeto de conhecimento, no caso, os conceitos matemáticos”.
2. Uma boa forma de identificar os erros na construção do conhecimento de conteúdos matemáticos é propor aos alunos situações problema e, durante a resolução, identificar possíveis obstáculos que estejam impedindo o estudante de avançar.
3. Entendemos que a análise realizada pode contribuir para a aprendizagem desse conteúdo da função logarítmica, com presença significativa no currículo de Matemática e de fundamental importância para a formação desses alunos.

As concepções errôneas identificadas nas funções logarítmicas, estão relacionadas a conceitos, procedimentos ou princípios matemáticos. Torna-se crucial promover ações didáticas específicas que incidam sobre erros de um mesmo tipo ou que variem de um tipo de erro a outro.

Tais oportunidades podem ser incorporadas no curso de Licenciatura em Matemática em disciplinas didático-pedagógicas a fim oportunizar momentos de reflexão para futuros professores de Matemática, a repensarem suas concepções, bem como, auxiliá-los para que possam ampliar seus estudos no conhecimento específico da Matemática.

## REFERÊNCIAS

BISOGNIN, E; FERRIRA, R, L. O Estudo de Logaritmo por Meio de uma Sequência de Ensino: A Engenharia Didática como Apoio Metodológico. Disponível em: <[www.if.ufrgs.br/eenci/artigos/Artigos\\_ID34/pdf/2007\\_2\\_1\\_34.pdf](http://www.if.ufrgs.br/eenci/artigos/Artigos_ID34/pdf/2007_2_1_34.pdf)>. Acesso em 12 fev.2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília, 1997.

CURI, E. e RAMOS, M. L. D., O “ estado do conhecimento” dos termos erro, dificuldade e obstáculo nos periódicos de Educação Matemática. In: **VIDYA**, v. 33., n. 2, p. 29-39, jul./dez., 2013. doc>. Santa Maria, 2013.

DANTE, L.. Didática da esolução de Problemas em Matemática. São Paulo: Ática, 1989.

LORENZATO, S. Para aprender matemática Campinas: Autores associados,2005.

KARRER, M. **Logaritmos: Proposta de uma sequência de ensino utilizando a calculadora**. 1999. Dissertação (Mestrado) – Pontífica Universidade Católica, São Paulo – SP.

Onuchic, L. (1999). Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). Pesquisa em educação matemática: Concepções & perspectivas. (pp. 199-220). São paulo: UNESP.

Spinillo, A. G., pacheco, A. B., Gomes, J. F., & Cavalcanti, L. (2014). O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso? *Boletim GEPEM (Online)*, 64, p. 1-12.

## AS PRÁTICAS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA Á LUZ DO CONHECIMENTO GNOSIOLÓGICO DE PAULO FREIRE

Ellen Cristina Carvalho Rodrigues  
Universidade do Estado do Pará  
ellencarvalho@uepa.br

Pedro Franco de Sá  
Universidade do Estado do Pará  
pedro.sa@uepa.br

### Resumo

O presente artigo, desenvolvido na disciplina “Epistemologia e Educação”, no Programa de Pós-graduação em Educação (mestrado), da Universidade do Estado do Pará (UEPA) tem por objetivo discutir as práticas dos professores de matemática no viés do conhecimento gnosiológico de Paulo Freire, destacando a importância desse pensamento e suas contribuições no ensino, verificando a dificuldade do docente em ensinar matemática contextualizando o conteúdo. Para tal, foi realizada uma revisão bibliográfica acerca das práticas e formação dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto matemático o conteúdo de grandezas e medidas, visando compreender como ocorre o processo de ensino e aprendizagem. Por fim, foram realizadas também leituras de algumas obras de Paulo Freire, como *A extensão ou comunicação*, com intuito de compreender o conhecimento gnosiológico defendido pelo teórico. O trabalho está dividido em dois momentos: o primeiro momento aborda o ensino de matemática e a construção do conhecimento, o segundo trata das práticas dos professores e a relação com o conhecimento gnosiológico defendido por Freire. Ao término do trabalho, observa-se que a matemática como ciência pode ser trabalhada de forma significativa e que para que esse processo aconteça se faz necessário um educador autocrítico, que esteja disposto à percepção da desta realidade, além de romper com algumas práticas pedagógicas e com essa visão eurocêntrica excludente.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Conhecimento gnosiológico. Ensino de Matemática. Práticas pedagógica.

### Introdução

Este trabalho apresenta um estudo sobre o conhecimento gnosiológico à luz de Paulo Freire e sua relação com as práticas dos professores que ensinam matemática. Essa discussão perpassa por pontos importantes da educação como a formação dos professores, os conteúdos excludentes e a contextualização destes e muitos outros, no entanto, grande parte deles chega ao professor e suas práticas de alguma forma.

Para entender melhor sobre esse professor/pedagogo que está em sala de aula, resolução CNE/CP 1/2006, no Art. 5º diz que:

“O egresso do curso de Pedagogia deverá estar apto a: [...] VI - ensinar Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Artes, Educação Física, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano”. (BRASIL, 2006, p. 2)

Assim, os professores que atuam nos anos iniciais não possuem formação em uma área de conhecimento específica e ministram aulas de todos os conteúdos que constam no currículo da educação infantil às séries iniciais do ensino fundamental. Se analisarmos o currículo ou conteúdo obrigatório desses anos/séries e associarmos a eles os temas transversais, o contexto e demais fundamentos do currículo oculto de cada aluno e/ou turma veremos que esses docentes são praticamente obrigados e pouco formados à unidocência.

Os Documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais e Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental e Ensino Médio, apresentam o aprendizado com a necessidade de interação entre professor e alunos e entre alunos e alunos. Também válido para o ensino de Matemática:

“[...] a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios”. (Parâmetros Curriculares Nacionais, 1998, p.27).

Com isso, entendemos que ensinar matemática nos anos iniciais vai além de conteúdos e resolução de questões ou problemas, essa problemática perpassa por pontos importantes na educação, desde a formação do pedagogo que vai para a sala de aula até a construção sólida deste conhecimento para o aluno, porém, ainda é possível identificar carências de conhecimentos do pedagogo em alguns conteúdos matemáticos.

Relacionando à formação do conhecimento no processo de ensino e aprendizado, o Ciclo Gnosiológico se envolve nas práticas deste professor como o momento de ensino e aprendizagem de um conhecimento já existente, buscando trabalhar o conhecimento que ainda não é existente. As práticas da relação professor-aluno, a formação deste docente e a pesquisa são fundamentais nestes dois momentos do ciclo, tanto de maneira individual, quando de maneira compartilhada, que acontece quando a aprendizagem é coletiva (BECK, 2017).

Como metodologia apresentamos uma pesquisa do tipo bibliográfica que segundo Gil (2007, p. 50) é uma pesquisa desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. Embora em quase todos os

estudos seja exigido algum tipo de trabalho desta natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas.

A pesquisa bibliográfica configura-se como o método base e essencial de pesquisa, estando presente como partes de outros tipos de pesquisa, uma vez que “reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente” Gil (2007, p.51). Se tornando indispensável, principalmente em estudos históricos, quando só há acesso as informações a partir de documentos já existentes.

Além disso, este trabalho possui caráter diagnóstico sob ótica da pesquisa descritiva. Para Rudio (2007, p.71) “o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados”. Sendo assim, ele coloca a pesquisa diagnóstica como sendo parte da pesquisa descritiva.

Deste modo, tendo por objetivo observar e discutir as práticas dos professores de matemática no viés do conhecimento gnosiológico de Paulo freire, destacando a importância desse pensamento e suas contribuições no ensino, verificando a dificuldade do docente em ensinar matemática contextualizando o conteúdo, trataremos à frente do ensino de matemática e da construção do conhecimento.

### **O Ensino de matemática e a construção do conhecimento**

No processo de ensino e aprendizagem, o docente ocupa o papel central, e para a execução desta função são necessários o empenho e um domínio que vai além do conteúdo em si. Saber o conteúdo é muito importante, mas como conduzir a aula, manter os alunos interessados e fazer com que eles aprendam torna este processo mais complexo.

O surgimento de pesquisas sobre as práticas pedagógicas tem ganhado força, buscando entender e auxiliar o ensino para a construção de uma aprendizagem mais significativas e de algum modo entender como as práticas de sala de aula e as atividades corriqueiras do cotidiano influenciam nesta relação de ensino e aprendizagem. Estas pesquisas apontam que algumas lacunas estão presentes nesse ensino quando se trata da contextualização entre o conteúdo e a realidade e/ou conhecimento popular destes alunos.

Na discussão sobre a formação dos conceitos, matemáticos ou não e partindo da contextualização, Spinelli (2011), fala sobre a construção do conhecimento como um processo de significação entre contexto e abstração.



[...] os contextos de ensino são agentes que dão vida às abstrações, na medida em que configuram o objeto de estudo sobre uma rede de significações em que diversos conceitos se associam, permitindo, dessa forma, que o objeto de conhecimento seja visto como um feixe de relações, estabelecido a partir do conjunto de circunstâncias que caracteriza o contexto adotado. (SPINELLI, 2011, p. 05)

O autor fala também sobre a necessidade de haver contextos que construam uma cadeia de significados, gerando uma sala de aula mais comum com a realidade do aluno. Com isso, compreendemos que a contextualização dos conteúdos perpassa por uma série de construções e processos entre o contexto e o abstrato para a ocorrência da significação do ensino e que para isso se faz necessário o reconhecimento do outro, outras culturas e outros saberes.

Dar significado e reconhecer as especificidades do “outro” é bem pontuado por Candau (2005) aborda o multiculturalismo e a questão reconhecer a diversidade cultural na educação, afirmando que a globalização excludente ou qualquer espécie de padronização do conhecimento gera uma negação do “outro” e essa realidade afeta os considerados “diferentes. A autora destaca também a base da universalidade da educação:

A educação, como instituição, está construída tendo por base a afirmação de conhecimentos e valores considerados universais, uma universalidade muitas vezes formal que, se aprofundarmos um pouco, termina por esta assentada na cultura ocidental e europeia, considerada como portadora da universalidade. A questão a questão colocada hoje supõe perguntarmo-nos e discutirmos que universalidade é esta, mas ao mesmo tempo, não cairmos num relativismo absoluto (CANDAU, 2005, p. 18)

Com isso, podemos perceber que essa educação mais significativa tange diversos outros conceitos. Oliveira (2006) em seu livro sobre filosofia da educação traz as ideias de Boaventura de Sousa Santos, outro autor importante nessa discussão sobre educação, que defende uma educação emancipatória e dialética, contra o monopólio da ciência e sua superioridade em relação a outros saberes.

O objetivo último de uma educação transformadora é transformar a educação, convertendo-a no processo de aquisição daquilo que se aprende, mas não se ensina, o senso comum. O conhecimento só suscita inconformismo à medida que se torna senso comum, o saber evidente que não existe separado das práticas que o confirmam. (SANTOS, 1996, apud OLIVEIRA, 2006, p.120)

Com a modernização da educação, razão já não é o suficiente no ambiente escolar pois o conhecimento técnico-científico exige um saber-fazer. Para Oliveira (2016) a modernização da educação desembarca em uma escolarização para privilegiados, pois a escola passa a ser um local de transmissão de conhecimento científico que é tomado como “verdade” e estabelece uma relação de poder sobre o conhecimento popular. Ainda pela

autora, esta educação centraliza seus olhares nos sujeitos e meios deste processo educacional, assim, oprimindo o saber popular existente.

Voltando a visão da educação para o ângulo da matemática, Fiorentini e Lorenzato (2012) em sua obra distinguem o professor de matemática, o matemático e o educador matemático colocando em evidência suas diferentes características e o ponto comum, que é o fato da matemática ser uma ciência milenar e possibilitar o desenvolvimento contínuo de suas variáveis. No entanto, a falta de popularização desta ciência e a formação do professor somente para o objeto matemático em si, com o aprender matemática e o saber ensinar matemática, sem se inserir na realidade do aluno e na cultura local que rodeia a escola, dificulta nesta educação matemática mais contextualizada e significativa.

Dentre os diversos ramos que a matemática abarca, temos a educação matemática, que ainda é tratada como uma tendência recém-nascida e, é definida pelos autores como:

[...] é possível dizer que a EM é uma área de conhecimento das ciências sociais ou humanas, que estuda o ensino e aprendizagem da matemática. De modo geral, poderíamos dizer que a EM caracteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideia e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 5).

Com isso, a educação matemática como tendência no campo de conhecimento da matemática que analisa as práticas e o processo pedagógico a fim de se valer destas características para construir o conhecimento e atingir a aprendizagem dos alunos. Além de se preocupar com a matemática como disciplina curricular, esta tendência também se preocupa o conhecimento que o aluno já carrega. Assim, o ensino significativo pode partir de um diálogo, de uma conversa com os alunos, afim de conhecê-los e potencializar os conhecimentos já existentes nestes. Vale ressaltar que essa troca de saberes e a discussão da matemática sobre uma perspectiva mais contextualizada não desmerece o conhecimento científico matemático.

### **As práticas no ensino de matemática e o conhecimento gnosiológico**

Um dos possíveis conceitos de gnosiologia diz que é a parte da filosofia que estuda o conhecimento humano. A palavra vem do grego onde “gnosis” significa conhecimento e “logos” que significa doutrina/teoria (BECK, 2017). Mais objetivamente, a gnosiologia na educação fala do conhecimento que transforma, é a abertura da

consciência ao mundo de forma “intencionada”. Freire (2011) discute a educação como um processo em constante libertação do homem, em que os corpos conscientes mantêm relações como mundo e considera que:

Todo esforço no sentido da manipulação do homem para que se adapte a esta realidade, além de se cientificamente um absurdo, visto que a adaptação sugere que a existência de uma realidade acabada, estática e não criando-se, significa ainda subtrair do homem a sua possibilidade e o seu direito de transformar o mundo. A educação que, para ser verdadeiramente humanista, tem que ser libertadora, não pode, portanto, caminhar neste sentido. (FREIRE, 2011, p. 52)

O autor defende a educação enquanto uma situação gnosiológica e como um processo que se faz na realidade histórica, assim, a aprendizagem é um produto das práticas educacionais e perpassa por uma educação menos excludente, onde essas práticas incluem o viver do aluno e o que ele tem para contribuir no processo de ensino e aprendizagem de acordo com sua realidade. Segundo Paulo freire:

Para nós, a “educação como prática da liberdade” é, sobretudo e antes de tudo, uma situação verdadeiramente gnosiológica. Aquela em que o ato cognoscente não termina no objeto cognoscível, visto que se comunica a outros sujeitos, igualmente cognoscentes. Educador-educando e educando-educador, no processo educativo libertador, são ambos sujeitos cognoscentes diante de objetos cognoscíveis, que os mediatizam. (FREIRE, 2011, p. 53)

Nessa perspectiva, todos que constituem a escola devem se apropriar da realidade local e se transformarão e intervirão nela e todos ganham, pois do ponto de vista da gnosiologia todos serão novas pessoas, esse é o conhecimento que se refaz e transforma a realidade que eles estão, em especial o professor, que exerce a função de mediador do conhecimento. Nesse processo de troca de saberes há maior difusão de pensamentos e assim liberdade e associação de pensamentos, tornando tais indivíduos mais críticos para a vida social.

A matemática por ser um conhecimento predominantemente conceitual e dedutiva muitas vezes não exerce práticas contextuais e faz um ensino técnico e mecânico, por considerar que o aluno se envolve ativamente no estudo e na resolução das atividades apresentadas, favorecendo o desafio e a descoberta. Na formação alguns professores enraízam essas práticas formalistas em que um saber se sobrepõe a outro. Contra isso Spinelli (2011) sustenta a necessidade da exploração de contextos que permitam a negociação onde todos os saberes dialoguem entre si e estabeleçam uma relação, criando significados.

Por ser uma área de conhecimento ampla com diversos conteúdos, podemos delimitar um objeto matemático para o estudo, no caso desta pesquisa, teremos os

conteúdos de medidas e grandezas, esta que direta ou indiretamente está sempre presente nos detalhes do cotidiano.

Desde muito cedo é comum termos o hábito de medir, mesmo que indiretamente, muitas vezes associamos a ideia de medição à comparação. Isso emerge de conhecimentos empíricos que nos são passados, no entanto, esse conhecimento passa por uma transformação e caracterizam-se científico na escola. De acordo com os Parâmetros curriculares nacionais – PCN, o primeiro contato com o conteúdo de medidas e grandezas deve ser associados às experiências próximas ao aluno, como por exemplo a medição por meio de medidas não padronizadas, usando as palmas das mão , os pés ou comparando tamanhos.

Nesta via, para Paz, Nunes e Gusmão (2010) “aprender o conteúdo de grandezas e medidas nas séries iniciais é significativamente importante para o desenvolvimento de outros conceitos”, segundo eles:

Trabalhar medidas e grandezas nas séries iniciais é de grande importância para o estudante que deveria perceber a utilidade desses conceitos para a sua vida e, conseqüentemente ajudar na compreensão de outros conceitos matemáticos e na interdisciplinaridade com outras disciplinas, por exemplo quando faz uso das escalas em geografia (PAZ; NUNES; GUSMÃO, 2010, p. 2).

Portanto, este conteúdo que está empiricamente inserido durante toda a vida dos indivíduos, tanto educador quanto estudante, tem importante valia de ensino durante as séries iniciais, pois além do fato de ser comumente usadas no cotidiano, acarreta troca de saberes entre quem discute e auxilia a introdução e compreensão de outros conteúdos matemáticos que serão estudados durante o ciclo escolar.

Com tudo, percebemos que a matemática pode ser trabalhada de forma significativa no contexto em que o professor e os alunos se encontram, discutem e trocam saberes, o que necessita de um educador bem formado, autocrítico e aberto à percepção desta realidade. Que esteja disposto a romper com algumas práticas pedagógicas e com essa visão eurocêntrica excludente.

### **Conclusão**

Sob este aspecto, observa-se a grande dependência do professor ao que o sistema lhe propõe, apresenta e obriga a fazer, como exemplo claro disso temos os livros didáticos e as formas avaliativas específicas, que muitas vezes são quantitativas. Vale ressaltar que isto também se deve à falta de melhor preparo e atualização deste profissional, no que

tange a formação deste para ter habilidades de conduza a sala de aula levando em consideração o contexto no qual a escola está inserida.

É necessário também que este educador seja autocrítico e aberto à percepção da realidade, pois no ciclo gnosiológico freireano o saber é trabalhado de modo crítico-formativo, de modo que professor e aluno possam contextualizar a realidade em que vivem e aquela que possa ser a ideal, pelo menos em uma perspectiva da busca de justiça e igualdade social. Por isso, é que há matemáticas específicas nas culturas como por exemplo, a matemática ribeirinha, matemática indígena, matemática no campo, e outros. Vale ressaltar as diferenças em outros aspectos, como nas cidades, quando enxerga-se distinções culturais no que diga respeito ao aspecto geográfico, exemplo disso são falas como escolas do centro e escolas da periferia. Temos também o aspecto social quando distinguimos escolas comunitárias e escolas institucionais, entre muitos outros aspectos.

Com o objetivo de discutir as práticas dos professores de matemática no viés do conhecimento gnosiológico de Paulo Freire, verificando também a dificuldade do docente em ensinar matemática contextualizando o conteúdo para a construção do conhecimento. Assim, foram destacados pontos importantes para a educação de forma geral, e percebemos que o ciclo gnosiológico contribui de forma significativa no ensino, favorecendo o contexto que a escola está inserida e mostrando que é muito necessário reconhecer o outro e os conhecimentos que este outro pode trazer para o processo de ensino e aprendizagem.

Como a cultura está no bojo de todo este aparato social, esperamos com esta pesquisa poder fomentar pesquisas futuras nesta área, e ao mesmo tempo favorecer a educação para que esta aconteça de forma crítica e humanizada, para que todos tenham sua identidade valorizada para uma educação de qualidade.

#### Referências Bibliográficas

Beck, C. **Ciclo Gnosiológico**: um conceito de Paulo Freire. Andragogia Brasil. (2017). Disponível em: <<https://andragogiabrasil.com.br/ciclo-gnosiologico>>. Acesso em: 08 Agosto. 2019.

BRASIL, Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CP n. 1, de 15 de maio de 2006**. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Graduação em Pedagogia, licenciatura. 2006. Diário Oficial da União, Brasília, 16 mai. 2006, Seção 1, 11p.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília/D.F, 1998.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília/D.F, 1998.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília/D.F, 1998.

CANDAU, V. **Sociedade Multicultural e educação: tensões e conflitos**. In: \_\_\_\_\_ (Org.) *Cultura(s) e educação: entre o crítico e o pós-crítico*. Rio de Janeiro: DP&A, 2005 (p. 13 a 37)

DIEHL, A. A. *Pesquisa em ciências sociais aplicadas: método e técnicas*. São Paulo: Prentice Hall, 2004.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2012.

FREIRE, P. **Educação como situação gnosiológica**. In: \_\_\_\_\_ *Extensão ou Comunicação*. 15e. São Paulo: Paz e Terra, 2011 (p. 51 a 65)

GIL, G. Experimentação, memória e invenção. Discurso do Ministro Gilberto Gil na solenidade de transmissão do cargo, em Brasília, a 2 de janeiro de 2003 in: *Caderno Cultura Viva*. 3ª Ed. Brasília: MinC, 2004. p. 40-43.

OLIVEIRA, I.A. **Filosofia da educação: reflexões e debates**. Petrópolis: Vozes, 2006

PAZ, V. A. da S. NUNES, M. M. GUSMÃO, T. **Ensino de medidas nas séries iniciais: Uma proposta didática**. X Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador – BA, 2010.

RUDIO, F. V. *Introdução ao projeto de pesquisa*. 34. ed. Petrópolis - Rj: Vozes, 2007.

SPINELLI, W. **A construção do conhecimento entre abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da Matemática**. Tese de Doutorado da Faculdade de Educação, São Paulo, Universidade de São Paulo. 2011.

**ANÁLISE DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA MODALIDADE REMOTA NOS TRÊS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NUMA ESCOLA PÚBLICA DA REGIÃO RURAL DE ABAETETUBA-PA**

**Maria Stephanie Matias Dias**  
UEPA/Universidade do Estado do Pará  
[stephaniematias20@hotmail.com](mailto:stephaniematias20@hotmail.com)

**Walter Jesus da Costa Martins Filho**  
UEPA/Universidade do Estado do Pará

[walterjcmf@gmail.com](mailto:walterjcmf@gmail.com)

**RESUMO:** No cenário atual mundial, o ensino remoto emergencial se faz presente, realizando um processo de ensino e aprendizagem de matemática no cotidiano. Esse artigo tem como objetivo: Analisar o ensino de matemática na modalidade remota nos três anos iniciais do ensino fundamental numa escola pública da região rural de Abaetetuba –PA. E como objetivos específicos temos: Verificar quais recursos tecnológicos são utilizados pelos docentes para o ensino de matemática; Identificar os desafios que os docentes enfrentam no ensino de matemática no ensino remoto; Avaliar se as tecnologias utilizadas são eficientes para o ensino de matemática. A metodologia adotada baseia-se em pesquisas bibliográficas e pesquisa de campo, que focam no processo de educação na pandemia, levando em consideração os desafios e dificuldades enfrentados pelos professores nesse período. Como base teórica para fundamentar e discutir sobre o Ensino de Matemática nos Anos Iniciais e Educação na Pandemia temos como autores: PONTES (2020), ROMEIRO; SOUZA (2016), SOUZA JÚNIOR (2020), Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (1997). Nessa circunstância da pandemia, os professores de Matemática vivenciam uma grande dificuldade em compartilhar conhecimentos com os alunos tendo como única ferramenta a internet e dispositivos eletrônicos, deste modo, é um desafio se reinventar nesse período, logo, utilizaram de vários recursos para que as aulas remotas mantivessem o mesmo atributo das aulas presenciais.

**Palavras Chaves:** Ensino de Matemática. Ensino Híbrido. Ensino Fundamental Menor.

### **Ensino à distância**

A educação à distância tem uma longínqua história, seu marco inicial ocorreu no final do século XVIII, evoluindo com suas tecnologias educacionais em meados do século XIX, até os dias atuais, utilizando processos dinâmicos desde o ensino por

correspondência com apostilas e livros, até redes de computadores. À vista disso, a educação à distância surge para dar oportunidade às pessoas que habitam em locais distantes das escolas presenciais ou trabalham em horário integral, seu público é com grande maioria de adultos, que por alguma razão não puderam concluir seus estudos ou querem aumentar o seu nível profissional. A educação à distância permite que o professor exerça a prática docente virtualmente por meio de computadores conectados a uma rede de internet, possibilitando um contato imediato com os alunos que podem estar em qualquer ambiente, e dar aos alunos liberdade para escolher o horário em que desejam estudar (Andrade, 2000).

Historicamente, a Educação a Distância (EaD) foi realizada, a princípio, na Europa, no Brasil e no Maranhão, por correspondência, com a utilização de materiais didáticos enviados pelos Correios e, posteriormente, através do rádio e da televisão. Com o advento das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), notadamente a partir da década de 1960, os cursos na modalidade a distância passaram a utilizar Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) acessados via internet, num processo permanente de interação entre aluno e professor, com acompanhamento através de vídeo-aulas, videoconferências, áudio-conferências, realização de atividades de ensino online e participação em chats e fóruns, dentre outros [...] (AMORIM; SILVA, 2013, p. 1).

A educação à distância foi aplicada inicialmente como recurso para superar barreiras educacionais, para a qualificação profissional, aperfeiçoamento ou atualização de conhecimentos, sendo uma forma de complementação do programa de educação tradicional, podendo complementar parte do sistema regular da educação presencial existente no Brasil.

Esse histórico de elaborações dos processos de inovações tecnológicas que contribuem para auxiliar na educação, são divididas em fases diferentes, mediante a evolução da tecnologia através dos tempos como os cursos de educação por correspondência por volta de 1948, como aponta Gomes (2003, p. 138) “que nesta geração tecnológica, devido à dependência dos serviços postais para a comunicação entre professores e alunos, esta é pouco frequente e caracterizada por um tempo de retorno (resposta) bastante grande”. Assim, com o surgimento das plataformas digitais que teve seu início por volta de 1960, como mostra Amorim e Silva (2013), e que passa por atualizações constantes.

Portanto, todas essas etapas foram importantes para haver um aprimoramento de elementos determinantes que são ativos hoje e ainda passam por upgrade como a comunicação instantânea e métodos pedagógicos digitais para proporcionar ao docente



e o aluno um leque com maiores opções de ensino dinâmico para obtenção de novos conhecimentos, contudo:

[...] os cursos de EaD seguem uma legislação própria, que os caracteriza como “como modalidade educacional na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino e aprendizagem ocorre com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com estudantes e professores desenvolvendo atividades educativas em lugares ou tempos diversos” (Decreto nº 5.622/05). O tema educação à distância atinge um grupo diversificado de pessoas numa faixa etária bastante ampla, facilitando o acesso e diminuindo a evasão. Além disso, trata-se de uma nova maneira de educação através da internet, veículo de comunicação que atinge rapidamente um grande número de pessoas, otimizando tempo e sendo peça fundamental para a formação de opinião [...] (ROMEIRO; SOUZA, 2016, p. 1)

Com esse objetivo, a modalidade de ensino EAD oferece cursos profissionalizantes de maneira online, com baixo custo, muitas vezes gratuito e excelentes para se destacar no mercado de trabalho. É uma opção que muitas pessoas estão aderindo por serem cursos de alta qualidade e de tempo reduzido.

### **Ensino remoto**

Diante dos fatos ocorridos por conta da COVID - 19, “[...] fez-se necessário, que o MEC adotasse novas medidas emergenciais, aplicando então a modalidade de Ensino Remoto, para as demais turmas de ensino.”. (SOUZA JÚNIOR, 2020, p.12). A presença do ensino remoto surge como uma demanda emergencial, como é no caso do COVID - 19, que tomou conta de toda a população, se espalhando rapidamente pelo mundo, se transformando em uma pandemia, segundo a Organização Mundial de Saúde (OMS), se tornou um caso de emergência de saúde global. Sendo assim, o ensino remoto surge com a proposta de atender as pessoas em um período de emergência.

Com isso, as aulas presenciais passaram a ser remotas, as disciplinas precisaram ser modificadas para aulas online, em plataformas digitais como as salas virtuais via Google Meet, Classroom e outras. A aula de matemática enfrentou mudanças, o docente foi desafiado a reinventar novas metodologias práticas para substituir as aulas presenciais. Visto que, esse é um dos grandes desafios dos professores nos dias atuais, tanto para as escolas públicas quanto particulares. Observando que “Utilizar recursos tecnológicos como: manusear câmeras, conectar aplicativos e programas, transmitir conteúdos educacionais através de redes sociais, eram antes vistos como algo muito distante [...]”. (SOUZA JÚNIOR, 2020, p. 16). Porém, diante dessas

necessidades, os professores buscaram se aperfeiçoar em busca de conhecer novas tecnologias para aprender e conseguir compartilhar conhecimentos de maneira simples, de forma que os alunos possam aprender.

Neste momento, que estamos enfrentando para estabilizar o ensino de matemática de maneira remota, é importante que os professores encontrem métodos inovadores para substituir a metodologia empregada em sala de aula, visto que essa metodologia não é mais eficiente sendo que as necessidades já não são mais as mesmas das aulas presenciais, agora os desafios são outros, como proporcionar ao aluno um ensino de qualidade mesmo longe da escola, de maneira virtual. Posto isto, “A formação integral da criança na educação infantil deve estar vinculada a sua compreensão intuitiva do mundo que a espera, as novas metodologias educacionais devem estar associadas ao cotidiano dos aprendizes de forma que a distância entre a teoria e a prática seja minimizada”. (PONTES, 2020, p. 2).

Considerando que, a disciplina de matemática é uma das disciplinas em que os alunos encontram maior dificuldade na aprendizagem de forma presencial, o cenário fica ainda mais complexo quando falamos de ensinar matemática de forma virtual, em razão de existir vários fatores que implicam nesta modalidade. Como o acesso à internet, a relação professor- aluno e a metodologia do professor. Sendo assim, “Observa-se que no ensino atual de matemática, em qualquer que seja o nível, os indivíduos aprendem seu formalismo, tornam-se aptos a resolver exercícios já sabidos, mas não desenvolvem a criatividade para solucionar situações novas”. (PONTES, 2020, p. 3).

A internet como único recurso utilizado no ensino remoto, traz consigo grandes dificuldades de acesso. Sendo que, a internet é uma rede de interatividade, e de grande necessidade nesse período, é dificultoso para o professor e o aluno manterem uma conectividade contínua para estabelecer uma comunicação instantânea sem ter o acesso adequado a esse recurso, além de que o aluno e o professor têm que obter dispositivos como um computador, celular, simuladores em softwares ou outros equipamentos para poder participar das aulas online, não ter esses recursos disponíveis e não saber manipular é o que atrapalha no desenvolvimento do aluno e do docente ao ministrar a aula, “[...] pois, muitos professores não têm conexão a esse meio de comunicação. Onde, alguns dos professores para realizarem suas aulas remotas têm que se deslocar até algum local público, como “Lan House”.” (SOUZA JUNIOR, 2020, p. 16). No caso do professor de matemática é fundamental possuir uma boa conexão com internet e um ambiente adaptado para proporcionar aos alunos um ensino de qualidade.

No ensino remoto, a relação professor- aluno, não é tão eficiente quanto nas aulas presenciais, onde o aluno pode ir até o professor e tirar dúvidas, e o professor ter o

controle de analisar qual é a dificuldade que o aluno apresenta sobre o conteúdo, e poder definir outro método para suprir a necessidade que pode ser observado na turma dentro da sala de aula. Na modalidade de ensino remoto as aulas são reduzidas, o tempo de aula é menor e existem interferências de conectividade, que impedem que o aluno faça questionamentos sobre a disciplina, nesse curto tempo o professor tem que programar uma boa aula para que a maioria da turma possa compreender o conteúdo proposto, principalmente considerando que nas séries iniciais é onde as crianças iniciam seus estudos de cálculos e necessitem de uma atenção maior do professor, “[...] agora nas aulas remotas essa relação foi substituída por um equipamento eletrônico, que requer de ambos, constantes estímulos e perseverança, a fim de que o processo de ensino aprendizagem aconteça.” (SOUZA JUNIOR, 2020, p. 17).

Enquanto isso, o professor de matemática se vê em uma situação desafiadora de atualizar a sua forma de ensino, com objetivo de compartilhar os conhecimentos matemáticos aos alunos em plataformas digitais, incentivando-os ao aprendizado, fazendo com que tenha interação da turma durante a aula, diálogos que possam ajudar uns aos outros a aprenderem o conteúdo. Também são usadas redes sociais para troca de informações e avisos entre professor e aluno e entre os alunos e os familiares para tirar dúvidas entre si, pois, [...] não é fácil para o professor de matemática ministrar uma aula sobre funções e ter que escrevê-las de forma que o aluno compreenda e assimile aquilo que o professor esteja falando [...] (SOUZA JUNIOR, 2020, p. 17).”, igualmente é dificultoso para o aluno conseguir tirar dúvidas de forma que o professor possa ajudá-lo.

## **Ensino híbrido**

O ensino híbrido vem para potencializar o aprendizado, como uma nova proposta de integração das tecnologias digitais ao ensino, como novo sistema de aprendizagem que difere do ensino presencial, EAD e ensino remoto. Posto isto, o ensino:

Híbrido significa misturado, mesclado, *blended*. A educação sempre foi misturada, híbrida, sempre combinou vários espaços, tempos, atividades, metodologias, públicos. Esse processo, agora, com a mobilidade e a conectividade, é muito mais perceptível, amplo e profundo: é um ecossistema mais aberto e criativo. Podemos ensinar e aprender de inúmeras formas, em todos os momentos, em múltiplos espaços. Híbrido é um conceito rico, apropriado e complicado. Tudo pode ser misturado, combinado, e podemos, com os mesmos ingredientes, preparar diversos “pratos”, com sabores muito diferentes. (BACICH; NETO; TREVISANI, 2015, p. 41).

Logo, ensino híbrido, transforma o aluno em protagonista do seu próprio desenvolvimento escolar, pois desenvolve pesquisas e projetos que irão contribuir para a construção do seu conhecimento tendo contato com os conteúdos escolares antes de estudá-los em sala de aula e durante a aula com ajuda de tecnologias. Agora nesta nova modalidade de ensino, o aluno assume a postura de construção do seu próprio conhecimento através de tecnologias longe da escola, em casa ou em qualquer outro ambiente, podendo fazer o seu próprio horário de estudos.

Esse novo modelo de ensino, permite que o professor verifique de forma individual onde o aluno tem mais dificuldades e como ele pode ajudar os alunos a terem mais desempenho, assim o professor consegue agir de forma mais hábil nas necessidades que os alunos apresentam. Sendo assim:

O professor tem a função de mediador e consultor do aprendiz. E a sala de aula passa a ser o local onde o aprendiz tem a presença do professor e dos colegas, auxiliando-o na resolução de suas tarefas e na significação da informação, de modo que ele possa desenvolver as competências necessárias para viver na sociedade do conhecimento. (BACICH; NETO; TREVISANI, 2015, p. 23).

Conseqüentemente, no ensino híbrido não é apenas expor o material e gerando informações que os alunos irão aprender, mas sim é pensar na concepção da aprendizagem, onde o aluno é o ponto central é o sujeito ativo, onde o professor percebe que os estudantes aprendem de formas diferentes, é a personalização do ensino deste novo modelo de educação.

Dessa forma, no ensino híbrido os conteúdos são apresentados aos alunos antes mesmo de entrar em sala de aula, favorecendo que o aluno possa estudá-lo de várias maneiras, tanto por vídeos, livros, etc., logo, a responsabilidade de aprender é do aluno, controlando o próprio nível de aprendizado, seu tempo, e seu espaço, e na escola, complementa-se e desenvolve-se a “[...] concentração nas formas mais elevadas do trabalho cognitivo, ou seja, aplicação, análise, síntese, significação e avaliação desse conhecimento que o aluno construiu ocorrem em sala de aula, onde ele tem o apoio de seus pares e do professor [...]”. (BACICH; NETO; TREVISANI, 2015, p. 23).

O papel do ensino híbrido, é fazer o aluno ser autor dos seus próprios feitos na área educacional, na utilização principalmente da tecnologia, visto que, as aulas são por vídeos, sendo necessário obter e saber manusear dispositivos e internet, entretanto, esse novo modelo oferece oportunidades apenas para quem dispõe desses recursos digitais,

outro fator “ [...] E o ponto considerado mais problemático é o risco de o aluno não se preparar antes da aula e, com isso, não ter condições de acompanhar o que acontece na sala de aula presencial”. (BACICH; NETO; TREVISANI, 2015, p. 24). Por outro lado, as atividades realizadas em sala de aula permitem que os alunos façam a socialização de informações sobre os conteúdos aprendidos durante os vídeos, leituras e pesquisas.

### **O ensino de matemática no ensino fundamental menor**

A Matemática na vida dos sujeitos desperta a curiosidade e auxilia em seu desenvolvimento, proporcionando desenvolver habilidades como construir significados, questionar, buscar diferentes maneiras de resolver problemas, ampliar o argumento, dentre outros aspectos essenciais para a construção do conhecimento nesta área. (FELIX, 2020, p. 20). Por isso, é necessário ter contato com a matemática desde pequeno para garantir essas e outras habilidades adquiridas pelo estudo de matemática. Os conhecimentos matemáticos necessitam ser explorados desde os primeiros anos de vida da criança, visto que, é nesse momento que elas adquirem e desenvolvem competências que os acompanharam para toda a vida. Sendo assim:

A Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades (BRASIL, 1997, p. 24-25).

É assim que se chega no importante papel do professor no ensino e aprendizado de matemática nos anos iniciais, proporcionando atividades e brincadeiras onde os alunos podem adquirir conhecimentos matemáticos sem saber que estão estudando matemática, como por exemplo em um jogo, ampliando os conhecimentos de sequência numérica, dando suporte para outras habilidades como cálculo mental, desenvolvimento da atenção e outras. As crianças, em seu cotidiano, já tem contato com formas, ângulos, unidades de medida, e é importante ser utilizado essas estratégias no ensino aprendizado delas. Visto que:

É importante que, ao expandir o uso do raciocínio aditivo, os professores não trabalhem com séries de problemas do mesmo tipo. Quando os alunos resolvem uma série de problemas todos do mesmo tipo, deixam de raciocinar

sobre cada problema e simplesmente imitam as soluções anteriores, criando a ilusão de terem aprendido (NUNES, 2005, p. 72).

Por isso, é necessário que o professor de matemática seja pesquisador de novas metodologias de ensino, visto que, o professor do ensino fundamental menor é uma ferramenta significativa que fará possível que os alunos obtenham resultados esperados diante dos conteúdos aplicados em sala de aula, e os conhecimentos obtidos poderão ser utilizados no cotidiano das crianças.

A vista disso, o professor de matemática tem que estar atualizado e ter maestria e técnica para que os seus ensinamentos sejam relevantes diante das adversidades encontradas nos alunos durante as aulas, para isso, o docente tem que permanecer em busca de novos conhecimentos, e estar sempre em processo de formação docente por meio de livros, cursos ou eventos que são referências em educação básica, pois ainda há muito a se aprender, uma vez que:

A formação dos docentes tanto no nível médio Magistério, quanto no superior, deixa a desejar no campo da Matemática, porque esses profissionais saem das instituições com lacunas para o atendimento à comunidade escolar. Certamente, muitos professores não tiveram uma formação que os preparassem para a prática em sala de aula, para a reflexão dos conceitos da Matemática, para buscar estratégias inovadoras de ensino e para uma aprendizagem necessária para um ensino proficiente. Além disso, esses profissionais trazem experiências negativas de quando eram alunos na Educação Básica ou no Ensino Superior, situações essas que levarão para toda vida e que aplicaram em sala de aula, em suas metodologias de ensino. (FELIX, 2020, p. 24).

Diante disso, é de fundamental importância a formação continuada do docente na vida dos alunos, pois, influencia diretamente no processo de ensino e aprendizagem deles. Posto isto, o professor de matemática dos anos iniciais enfrenta muitos desafios, sendo como ensinar e se a criança conseguiu compreender tudo o que foi ensinado. Ademais, “Atualmente, ser professor de Matemática tem trazido inúmeros desafios para os profissionais, pois são eles que têm a responsabilidade de romper com o paradigma da Matemática cercada de mitos e crenças.” (FELIX, 2020, p. 25). Os docentes devem se habilitar em investigar estratégias que atinjam estimular o interesse e o gosto e a satisfação dos alunos em aprender Matemática.

### **Caracterização da Pesquisa**

Foi aplicado como coleta de dados um questionário virtual devido a pandemia de Covid-19, sobreposto a três professores de matemática do ensino fundamental menor I,

todos da mesma escola. Deste modo, o professor do primeiro ano do ensino fundamental menor I se chamará P1, o professor do segundo ano P2, o terceiro professor P3. A pesquisa foi realizada na cidade de Abaetetuba –PA, realizou-se por meio de um questionário digital, entre os meses maio e junho de 2021, contendo 8 perguntas que conduzem para a análise dos dados relacionadas com a temática dos desafios enfrentados durante a pandemia de Covid-19 no ensino remoto de matemática.

### **Análise dos Resultados**

Foi disponibilizado aos professores um questionário de forma digital com o objetivo de analisar a abordagem realizada por eles nas aulas remotas de matemática durante a pandemia.

- 1) Qual tipo de metodologia você utiliza nas suas aulas de matemática nesse novo modelo de ensino remoto? Comente de forma breve, por favor.

P1	Atualmente pela plataforma virtual por conta da pandemia.
P2	Livro didático, atividades impressas, vídeos...
P3	Aulas expositivas buscando relacionar a Matemática com o cotidiano. Além disso, a utilização de diversos materiais concretos, música, jogos pedagógicos...

Com o resultado da coleta de dados, nesta primeira pergunta o objetivo era saber qual a metodologia utilizada pelos professores nas suas aulas online, observa-se que são utilizadas algumas tecnologias que foram favoráveis para facilitar a aprendizagem dos alunos considerando a distância entre professor e aluno.

- 2) Que tipo de recursos você utiliza para ensinar matemática? (Por exemplo, Lúdicos).

P1	Jogos pedagógicos (Bingo matemático, quebra cabeça das quantidades e da adição, máquina matemática envolve as operações, material dourado...)
P2	Material dourado, Ábaco, blocos lógicos, Tangram, Materiais de contagem.
P3	Vídeo aula e as atividades impressas e o uso do Livro didático

Na segunda pergunta observa-se que mesmo longe da presença dos alunos, os professores se dedicam para fazer com o que eles realizem atividades que possam se envolver e desenvolver habilidades como seu raciocínio lógico, cálculo mental, desenvolver atenção, resolver situações problema, ser estratégico e muitas outras.

3) Os recursos que você aplica para ensinar matemática têm sido eficientes? Comente de forma breve, por favor.

P1	Acredito que sim, pois as dificuldades de ensinar matemática de modo virtual requerem vídeos ilustrativos para chamar a atenção do aluno.
P2	Sim, na maioria das vezes.
P3	Acredito que sim, pois nossos objetivos propostos pelo objeto de conhecimento estão sendo alcançados não em uma porcentagem de 100%, mas por uma maioria sim.

Nesta pergunta, esperava-se identificar se o novo método adotado pelos professores com as tecnologias facilitou a aprendizagem dos alunos, e as respostas por parte dos professores foram surpreendentes verificando o fato de que há dificuldades no ensino remoto, mas com êxito e determinação os objetivos estão sendo alcançados.

4) Considerando que estamos em meio a Pandemia de Covid 19, como você trabalha a disciplina de matemática recomendadas para o ensino infantil?

P1	Como o Ens infantil não tem o livro didático se faz necessário fazer trabalhos impressos e a utilização de vídeo aula
----	---



P2	Atividades impressas, videoaulas explicativas...
P3	Em virtude da Pandemia estamos utilizando muitos vídeos gravados de forma prática, animada com muitos materiais concretos.

Na quarta pergunta, o objetivo da pergunta feita aos professores era identificar qual metodologia é utilizada por eles durante as aulas online, sabe-se que é de fundamental importância a presença do professor na sala de aula para auxiliar na qualidade de educação da criança, ministrar aulas remotas para crianças dos anos iniciais é complicado, ainda, mas agora tendo que ser substituída por uma ferramenta virtual que não é possível saber se do outro lado o aluno aprendeu ou não o conteúdo.

5) De que forma você trabalha números, quantidades, medidas e gráficos com os alunos nessa nova forma de ensino online?

P1	Através de vídeo aula e vídeo chamada.
P2	Através de atividades que envolvam o cotidiano do aluno.
P3	Não estamos de forma online, devido nosso público alvo, não temos como oferecer o ensino online, porém utilizamos vídeos explicativos usando dois aplicativos X recorder e Kinemaster para edição, são aplicativos interessantes.

Na quinta pergunta feita aos professores tinha como objetivo saber qual é a metodologia utilizada nas aulas online, é evidente que o uso de tecnologias digitais é presente neste momento de pandemia, mas não contempla a todos os alunos. Nesse período, onde existem grandes dificuldades de acesso à educação é necessário que o sistema de ensino adote não uma forma padrão de ensino, mas uma forma que o professor possa adaptar uma metodologia que beneficie os alunos no processo de ensino e aprendizagem, visto que, não são todos os alunos que possuem internet, ou celular, ou qualquer outra ferramenta digital para poder participar das aulas remotas.

6) Como você avalia o aprendizado das crianças na disciplina de matemática nessa nova rotina de Pandemia? Comente de forma breve, por favor.

P1	Através da devolutiva das atividades, procuro observar o desenvolvimento do aluno.
P2	Pouco satisfatório, pois existem alunos que acompanham as atividades outros não, o que dificulta o aprendizado na maior das vezes.
P3	Uma disciplina que requer um apoio com material concreto, principalmente em ciclo de alfabetização, portanto esse aprendizado se tornou algo difícil, pois os pais têm outra rotina fora e isso está sendo uma barreira em ano de Pandemia.

Na sexta pergunta realizada aos professores, o objetivo é saber como o professor avalia o aprendizado de matemática dos alunos nesse momento de distanciamento social. Pode-se verificar que há um desinteresse por parte dos alunos mesmo que os professores implementem maneiras didáticas nas aulas de matemática.

7) Na sua opinião o ensino remoto de matemática tem os mesmos resultados do ensino presencial? Por quê?

P1	Não pois percebo que as atividades nem sempre são realizadas pelos alunos e sim por outras pessoas.
P2	Com certeza não, pois existem conteúdos que seriam muito melhor compreendidos na forma presencial.
P3	Não, não, não. Perde menos isso diariamente estou com uma turma de 3ºano/9 onde temos alunos que ainda não aprendeu o nome, as letras, os números. Mesmo com o nosso esforço os pais estão deixando de lado a parte deles pois sabem que não reprovam.

Na sétima pergunta feita aos professores, o objetivo era saber se as aulas remotas possuem resultados de ensino parecidos que as crianças tinham na escola, como foi exposto, o aprendizado das crianças é pouco satisfatório, pois, na educação infantil exige que haja uma atenção maior com as crianças dos anos iniciais, sendo assim, o professor precisa estar próximo do aluno para dar suporte em seus estudos, também, os pais devem auxiliar os filhos nesse período de estudos em casa, mas com seus hábitos cotidianos, as

crianças não recebem o apoio necessário para entender ou complementar os conteúdos propostos pelos professores.

8) Quais as dificuldades encontradas com o ensino de matemática no ensino remoto?

P1	Não ter o contato direto com os alunos. Os pais nem sempre vão buscar as atividades.
P2	Dificuldades maiores seriam o acesso à Internet, a presença dos responsáveis no dia de recebimento das atividades e principalmente a ajuda por parte do governo municipal e federal.
P3	Uma parceria firme com a família e esse contato com material concreto em anos de alfabetização.

Na oitava e última pergunta, o objetivo era de compreender quais são as dificuldades encontradas no ensino remoto de matemática, uma das maiores dificuldades em tempos de pandemia para os professores entrevistados foram a falta de interesse dos pais em buscar as atividades na escola, tendo em vista que, essa atitude complica na educação das crianças, a falta de internet também prejudica no aprendizado, e a falta de apoio do governo municipal e federal causa transtornos na população carente que tem direito a uma educação de qualidade. Sem internet, sem o contato direto com as crianças e os pais, e sem adaptações para que as aulas remotas possam ser realizadas online ou não, tem que haver medidas significativas, práticas e rápidas por parte do governo e municípios para resolver esses problemas que surgem nesse momento de fragilidade no ensino.

### **Considerações finais**

No ensino atual, a educação de matemática se deparou com a calamidade mundial que foi o Covid-19, doença causada por um vírus que obrigou a sociedade viver em distanciamento social, implicando diretamente no sistema educacional que já apresentava problemas que gradativamente são corrigidos pela equipe de gestão educacional, e essa interferência que está ocorrendo na sociedade é mais um desafio que pouco a pouco está sendo corrigida para o ensino de matemática mesmo com as dificuldades continue o seu processo de ensino e educação.

Durante todo esse trabalho de pesquisa pode-se observar vários desafios e dificuldades encontrados na prática docente do ensino de matemática das turmas de 1º, 2º e 3º anos do ensino fundamental menor nas aulas remotas de matemática. Observa-se que a um esforço dos professores em buscar melhorar as metodologias nesse período pandêmico, para manter a qualidade na educação.

Na pesquisa realizada, é evidente as dificuldades que os professores apresentam em ministrar a aula de matemática de forma virtual, sendo que muitos não possuem equipamentos adequados e muitas vezes o principal que seria uma rede de internet, e a ausência da ajuda dos familiares também implica para com a educação das crianças. Por outro lado, os professores fazem o possível procurando formas para amenizar as dificuldades enfrentadas por eles, fazendo uma metodologia diferenciada para cada aluno conforme a dificuldades retratadas, utilizando vários recursos, onde os alunos podem obter os conhecimentos matemáticos mesmo estando distante. Haja vista que, o ensino de matemática é de extrema necessidade pois nos anos iniciais os alunos adquirem conhecimentos que permanecem com eles para o resto da vida, por isso, o professor tem um papel importante mesmo em meio a vários problemas como da pandemia tem que ser inovador e proporcionar aos alunos um bom ensino.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

AMORIM, Welington Lima. SILVA, José Augusto Medeiros. Abordagem histórica e contribuições do nead/ufma: a educação a distância no estado do maranhão. UNISUL, Poiésis, Maranhão, 2013.

ANDRADE, P. Ensino à distância, 2000. Em Linha. Disponível em: <https://student.dei.uc.pt/~pandrade/sf/texto.htm>

BACICH, Lilian. TANZI NETO, Adolfo. TREVISANI, Fernando de Mello. Ensino Híbrido: Personalização e Tecnologia na Educação. Penso. Instituto Pennsula. Fundação Lemann. Porto Alegre. 2015.

BRASIL, MEC/SEB. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

GOMES, Maria João. Gerações de inovação tecnológica no ensino a distância. Universidade do Minho, Portugal. Revista Portuguesa de Educação, 16(1), pp. 137-156. 2003.

NUNES, Terezinha [et. al.]. As estruturas aditivas: avaliando e promovendo o desenvolvimento dos conceitos de adição e subtração em sala de aula. In: Educação

matemática 1: números e operações numéricas. In: NUNES, Terezinha – São Paulo: Cortez, 2005.

PONTES, Edel Alexandre Silva. A matemática na educação infantil: um olhar educacional sob a ótica da criatividade. DIVERSITAS JOURNAL. Santana do Ipanema/AL. vol. 5, n. 2, p.1166-1176, abr./jun. 2020.

ROMEIRO, Camila Esteves. SOUZA Crisângela Elen de. Tecnologias para aprender ou aprendendo com as tecnologias: O ensino a distância e o advento das novas tecnologias. XVIII Encontro Nacional de Geógrafos. São Luiz/ MA, 2016.

SOUZA JÚNIOR, José Lucas de. Dificuldades e desafios do ensino da matemática na pandemia Mari – PB. 2020.

**Palestra: A Teoria da Instrumentação e o ensino de Matemática**

Dr. Antônio José de Barros Neto (UEPA)

## ESTUDO DE CASO SOBRE DEFICIÊNCIAS DE BASE EM FUNÇÕES PARA DISCIPLINAS DE CÁLCULO EM UMA TURMA DE ENGENHARIA

Walter Jesus da Costa Martins Filho  
Universidade do Estado do Pará  
walterjcmf@gmail.com

### **Resumo:**

Este trabalho usou os PCN's, PNLD e a BNCC para montar um questionário com o objetivo de avaliar as deficiências de base com relação ao estudo de funções de uma turma de calouros de engenharia ambiental e sanitária da Universidade do Estado do Pará, Campus IX, localizado na cidade de Altamira. A partir das deficiências identificadas, foram feitas sugestões sobre as possíveis dificuldades que os alunos possam ter com as disciplinas de cálculo diferencial e integral. Com isso, pretendesse criar estratégias de ensino melhores na disciplina de introdução ao cálculo para se corrigir essas deficiências identificadas, assim, tornando o aproveitamento das disciplinas do curso de engenharia e do estudo do cálculo diferencial e integral mais eficiente e proveitoso.

**Palavras Chaves:** PCN's. PNLD. BNCC. Deficiências de Base em Funções. Estudo do Cálculo Diferencial e Integral.

### **1. Introdução**

As disciplinas de cálculo diferencial e integral são estudadas nos semestres iniciais por diversos cursos universitários, dentre estes os de engenharia, sendo que esses cursos são pré-requisitos para outras disciplinas de física, ciências dos materiais e as demais disciplinas técnicas (PEDROSO & KRUECHACKE, 2009). Logo, o bom aproveitamento delas pode significar um melhor desempenho em outras disciplinas do curso de engenharia.

No entanto, os alunos que cursam as disciplinas de cálculo diferencial e integral têm apresentado dificuldades durante o decorrer das aulas (FONTE, 2002), dificuldades estas que acabam resultando em baixos rendimentos e reprovações. Isso torna necessário não apenas usar técnicas de ensino mais eficazes que os tradicionais métodos expositivos usando quadro e pincel, mas também averiguar as outras razões para esses resultados ruins nessas disciplinas.

Uma razão sugestiva para esses resultados ruins seria que as disciplinas de cálculo diferencial e integral requerem dos alunos conhecimentos matemáticos da educação básica, como o estudo dos conjuntos numéricos e operações, da geometria analítica, um conhecimento completo das funções em seus vários tipos (afim, quadrática, exponencial, trigonométrica etc.), conhecimentos que compõem a base para o estudo do cálculo diferencial e integral.

Esses conhecimentos matemáticos da educação básica que estamos chamando de base para o estudo do cálculo diferencial e integral, são ensinados dos cursos de ensino médio segundo orientações do governo, das quais podemos destacar os parâmetros curriculares nacionais (PCN's), parâmetros nacionais dos livros didáticos (PNLD) e a base nacional comum curricular (BNCC). Os PCN's, o PNLD e a BNCC, a vários anos, têm norteado o trabalho dos professores de matemática nas escolas da educação básica quanto aos conteúdos de matemática a serem ministrados.

Assim, investigar se os PCN's, PNLD e a BNCC foram, de fato, seguidos durante a formação dos alunos, pode ser um sugestivo motivo para as dificuldades dos alunos no curso de cálculo diferencial e integral, e, uma constatação de que os alunos apresentam deficiências de base em sua formação da educação básica.

Diante do exposto, essa investigação foi feita em uma turma de engenharia ambiental e sanitária do campus IX da Universidade do Estado do Pará (UEPA), localizada no município de Altamira no Pará. No caso dos alunos de engenharia da referida instituição, existe em sua grade curricular uma disciplina chamada introdução ao cálculo, em que os alunos estudam os conceitos matemáticos que seriam necessários para as disciplinas de cálculo diferencial e integral. Os alunos referidos que cursaram essa disciplina no primeiro semestre de 2021 constituíram o cenário para essa pesquisa.

## ***2. A Deficiência de Base para as Disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral***

Os cursos de engenharia, geralmente, têm nos primeiros semestres de sua grade curricular disciplinas de cálculo diferencial e integral, isso se justifica com fato de que as disciplinas técnicas dos cursos de engenharia serem baseadas nos conceitos de derivada e integral, logo, os alunos que iniciam seus estudos nos cursos de engenharia se deparam com essas disciplinas no primeiro ano da faculdade. PEDROSO & KRUECHACKE (2009) afirmam,

Cursos de engenharia normalmente iniciam o ensino de cálculo diferencial e integral no primeiro ano, onde estudante é confrontado com as técnicas matemáticas que serão empregadas em disciplinas técnicas. No entanto, uma parcela dos ingressantes mostra deficiência com conteúdos de matemática elementar que deveriam ter sido adquiridos no ensino fundamental e médio (PEDROSO & KRUECHACKE, 2009, p. 1).

Os cursos de matemática do ensino fundamental e médio são muito extensos, trabalham conceitos matemáticos que não estão diretamente ligados aos conceitos de cálculo diferencial e integral. Assim, precisa-se especificar um foco dos cursos de matemática da educação básica. Fonte (2002) em seu estudo concluiu,

Há muito tempo observamos a dificuldade dos alunos egressos do Vestibular, que entram na Universidade, na área tecnológica, com a primeira disciplina de Cálculo que lhes é obrigatória. Por isso mesmo, o ponto de partida deste trabalho foi o desempenho em Introdução ao Cálculo na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC– Rio), sendo que a questão norteadora que levantamos foi o fraco desempenho de muitos desses estudantes nessa disciplina.

Neste trabalho, nossa proposta foi tomar como eixo, a análise das dificuldades dos alunos com relação ao conteúdo propriamente dito. Por isso, a partir de março de 2001, avançamos em nosso estudo, propondo encontros com nove alunos, onde eu me dispunha a tirar dúvidas deles antes das provas. Como ocorrem quatro provas por semestre, foram também realizados quatro encontros. A minha visão geral sobre esses encontros, me levava a acreditar que a maior dificuldade desses alunos dizia respeito ao aprendizado de funções e assim optamos por nos aprofundar neste tema (FONTE, 2002, p.1).

Então, para investigar as possíveis deficiências de base que acarretam as dificuldades dos alunos de engenharia ao estudarem cálculo diferencial e integral, é preciso investigar o estudo das funções que estes alunos tiveram na educação básica. O estudo das funções é feito de maneira mais completa durante o ensino médio. Este curso tem como um de seus norteadores o PNLD de matemática para o ensino médio, pois este



determina os conteúdos de matemática deste curso da educação básica, conseqüentemente, os conteúdos das funções. O PNLD para o ensino médio de 2015 declara,

No primeiro ano, há uma clara concentração no estudo das funções em detrimento dos demais campos. Todas as coleções dedicam mais de 60% de seus textos didáticos a esse campo. Tal excesso decorre, em parte, de um tratamento muito extenso e fragmentado das funções e de suas propriedades (BRASIL, 2015, p. 86).

Desse modo, fica claro que investigar a forma como as funções têm sido ensinadas no ensino médio pode ajudar a compreender as deficiências de base que os alunos egressos das universidades possuem, e, conseqüentemente ajudar o trabalho do professor universitário ao planejar as disciplinas de cálculo diferencial e integral para obter um melhor proveito durante essas disciplinas.

### **3. O Estudo das Funções Segundo os PCN's, PNLD e BNCC para o Ensino Médio**

Dentre as diretrizes do governo citadas até o momento a mais antiga são os PCN's. Este documento teve sua primeira versão no ano de 1998, incluiu os conteúdos de matemática no tópico *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Foi uma proposta para o ensino médio que pretendia explicitar as habilidades básicas das competências específicas que os alunos deveriam desenvolver durante o curso do ensino médio na disciplina de matemática.

Com relação ao estudo das funções os PCN's orientam que as funções devem ser estudadas através da leitura, interpretação e construção de gráficos e ensinadas num contexto de interdisciplinar aproveitando as aplicações que as funções possuem na matemática e outras áreas como a física, química e biologia que também são ensinadas no ensino médio. Os PCN's para o ensino médio descrevem de maneira clara,

O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência.

Um primeiro exemplo disso pode ser observado com relação às funções. O ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui. Devemos observar que uma parte importante da Trigonometria diz respeito às funções trigonométricas e seus gráficos. As seqüências, em especial progressões aritméticas e progressões geométricas, nada mais são que particulares funções. As propriedades de retas e parábolas estudadas em Geometria Analítica são propriedades dos gráficos das funções correspondentes. Aspectos do estudo de polinômios e equações algébricas podem ser incluídos no estudo de funções polinomiais, enriquecendo o enfoque algébrico que é feito tradicionalmente.

Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções

para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática (BRASIL, 1998).

A BNCC teve sua última publicação alterada em dezembro de 2018, constituindo um documento normativo para as redes de ensino. Inclui a matemática em um tópico intitulado *Matemática e suas tecnologias*. Orienta que o assunto de funções deve ser ensinado com o objetivo de tornar o aluno capaz de interpretar de maneira crítica situações econômicas, sociais e de ciências da natureza onde se observa variação de grandezas, analisando os gráficos das funções representadas e as taxas de variação com ou sem o apoio de tecnologias digitais.

Os gráficos montados no plano cartesiano, segundo a BNCC, devem permitir que o aluno identifique características fundamentais (domínio, imagem e crescimento) das funções. De maneira mais específica, sobre alguns tipos de funções em particular, a BNCC diz,

Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 536).

Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros (BRASIL, 2018, p. 536).

Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros (BRASIL, 2018, p. 536).

Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria (BRASIL, 2018, p. 536).

O PNLD, dentre os documentos citados, é o que passa por atualizações com mais frequência, sendo que neste estudo foram usadas as atualizações dos anos de 2015 e 2018. Esta diretriz do governo forma em um conjunto de requisitos e princípios gerais. Os parâmetros para averiguar a qualidade de uma obra didática, que é o instrumento auxiliar do trabalho educativo do professor. Além disso, é nos livros didáticos que os alunos buscam apoio para estudos em casa, logo saber de que maneira o PNLD trata o assunto de funções é importante para sabermos como os alunos são preparados para os cursos de cálculo diferencial e integral estudados na universidade.

O estudo das funções é incluído no PNLD no campo da matemática chamado de álgebra. Segundo o PNLD os conteúdos de função a serem estudados são,

Em álgebra, englobamos: o conceito de função e suas propriedades; sequências; funções afins e afins por partes; funções quadráticas; funções exponencial e logarítmica; funções trigonométricas; matemática financeira; polinômios e equações polinomiais; matrizes; determinantes; sistemas lineares; equações e inequações do 1º e do 2º grau e as equações e inequações associadas às funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. Incluímos também no campo da álgebra a introdução ao cálculo (BRASIL, 2018, p. 17).

Outros tópicos complementares do estudo de funções que o PNLD inclui nos livros didáticos são,

No Ensino Médio, o estudo das funções incorpora, além de uma introdução geral a esse conceito, a abordagem mais detalhada de quatro grandes classes de funções reais de variável real: afim, quadrática, exponencial e trigonométrica. É claro que essas não são as únicas funções reais de variável real que se devem abordar nessa fase da escolaridade. Entretanto, o entendimento delas é base para a compreensão de outras funções: afim por partes (por exemplo, a função modular); proporcionalidade inversa; função definida por mais de uma sentença; polinomial de grau maior do que 2; racional; logarítmica, que é a inversa da exponencial; e as funções no campo da estatística e da probabilidade ... (BRASIL, 2018, p. 24).

Nas etapas de sistematização, são necessárias explanações teóricas relativas a definições fundamentais, como domínio, contradomínio, imagem, função injetiva, sobrejetiva, bijetiva, composta, inversa, entre outras. É frequente, no Ensino Médio, dar-se muita atenção a esses conceitos, em uma fase preliminar. No entanto, posteriormente, quando eles deveriam ser aplicados, não são devidamente valorizados. Com relação ao conceito de domínio, um dos exemplos dessa falha é observado quando uma função do tipo  $x = x(t)$  é definida com determinado domínio, por exemplo, o conjunto dos números inteiros e, sem explicação adicional, são indicados valores da função quando a variável  $t$  pertence ao conjunto dos reais não inteiros. Outro ponto, nem sempre deixado suficientemente claro, diz respeito à definição de função composta. De fato, dadas duas funções  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: C \rightarrow D$ , é possível definir a função composta  $g \circ f: A \rightarrow D$ , se, e somente se, a imagem de  $f$  estiver contida no domínio de  $g$  ... (BRASIL, 2018, p. 26).

Essas diretrizes do governo constituem o que os alunos do curso do ensino médio deveriam aprender sobre funções. Na investigação proposta neste trabalho, questionários montados com base nos PCN's, na BNCC e no PNLD serão o instrumento usado para a coleta de dados que nos permitiram avaliar o quanto os alunos do curso de engenharia ambiental e sanitária da UEPA do campus de Altamira estudaram sobre funções em seu curso do Ensino Médio. A turma usada para a coleta de dados tinha 22 alunos matriculados, sendo que 16 alunos desta turma responderam ao questionário. Outra informação importante a ser acrescentada é que as aulas da disciplina introdução ao cálculo ocorreram no regime remoto emergencial, no entanto isso não influencia nos resultados, pois a pesquisa é referente ao que foi estudado antes da entrada dos alunos na universidade.

#### **4. Resultados**

Os resultados serão apresentados na ordem em que as perguntas foram feitas no questionário. Os dados gerados com as respostas dos questionários pelos alunos são apresentados através de números percentuais representados por gráficos de setor e de barras, o que caracteriza essa pesquisa como quantitativa, pois as considerações finais serão feitas segundo os dados percentuais das respostas.

Um total de 16 alunos de uma turma de 22 alunos matriculados participaram da pesquisa, desses alunos 12,5 % concluíram o curso do ensino médio antes de 1999, 12,5 % deles concluiu o ensino médio de 1999 a 2009 e 75 % deles concluiu o ensino médio depois de 2009. Sendo assim, podemos concluir que pelo menos 87,5 % dos alunos entrevistados concluiu o ensino médio depois da publicação da última atualização dos PCN's, menos de 75 % deles concluiu o ensino médio depois da última publicação da BNCC e das publicações mais atuais do PNLD, como podemos observar no Gráfico 1.

Tais resultados nos mostram que de fato a maioria dos alunos que responderam ao questionário deveriam em sua formação ter estudado segundo o que foi estabelecido nos PCN's, BNCC e PNLD.

No Gráfico 2 podemos observar que 87,5 % dos alunos que responderam ao questionário concluíram o curso do ensino médio em escolas publicas e 12,5 % em escolas particulares. Este resultado mostra que a maioria dos alunos egressos cursando a disciplina foi da rede pública de ensino. Ambas as escolas, públicas e privadas, deveriam seguir as diretrizes recomendadas pelos PCN's, BNCC e PNLD.

1. Concluiu o ensino médio  
16 respostas

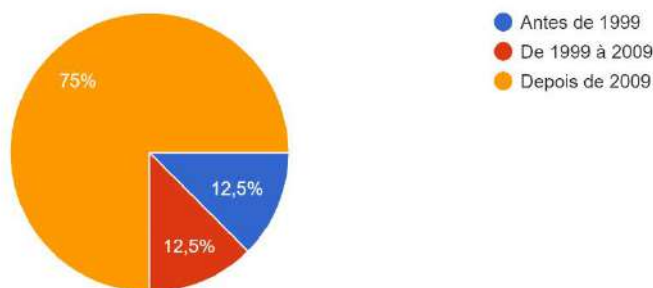


Gráfico 1. Fonte: Autor.

2. Cursou o ensino médio:  
16 respostas

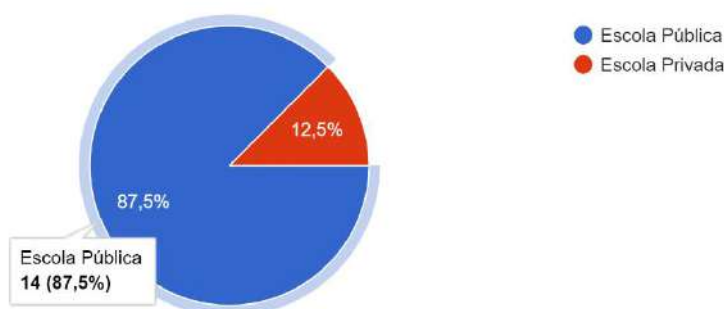


Gráfico 2. Fonte: Autor.

Segundo a análise estatística dos resultados obtidos com os questionários respondidos, 75 % dos alunos estudaram o conceito de função referentes a diagrama de conjuntos e 56,3 % com leitura, interpretação e construção de gráficos, como pode ser observado no Gráfico 3. O conceito segundo diagramas de conjuntos proporciona um entendimento de funções no sentido de diferenciá-las do conceito matemático de relação, e, ainda que ajude a construir o conceito de domínio e imagem, para funções definidas no conjunto dos reais o conceito de leitura, interpretação e construção de gráficos seria mais adequado. Tais resultados poderão comprometer os conceitos de limite, derivada e integral, visto que os três conceitos são definidos com o auxílio de desenhos de gráficos de funções.

3. No curso do ensino médio o conceito de função foi lhe ensinado segundo:

16 respostas

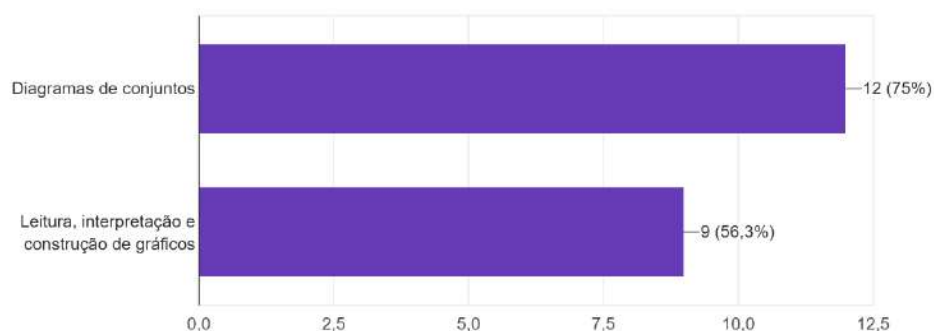


Gráfico 3. Fonte: Autor.

O Gráfico 4 mostra que 80 % dos alunos que responderam ao questionário estudaram os conceitos de domínio, contradomínio e imagem de uma função, algo que contribuirá positivamente para que os alunos compreendam os conceitos do curso de cálculo diferencial e integral. Mostra também que 33 % dos alunos que responderam o questionário estudaram os conceitos de Função injetora, sobrejetora e bijetora e 46,7 % os conceitos de Função composta e inversa, isso indica que os conceitos de função composta e inversa não foram definidos corretamente para a maioria dos alunos que participaram da pesquisa, o que pode prejudicá-los ao estudarem conceitos do curso de cálculo diferencial como regra da cadeia e derivada de uma função inversa.

4. Marque os tópicos referentes as funções que lhe foram ensinadas no ensino médio:

15 respostas

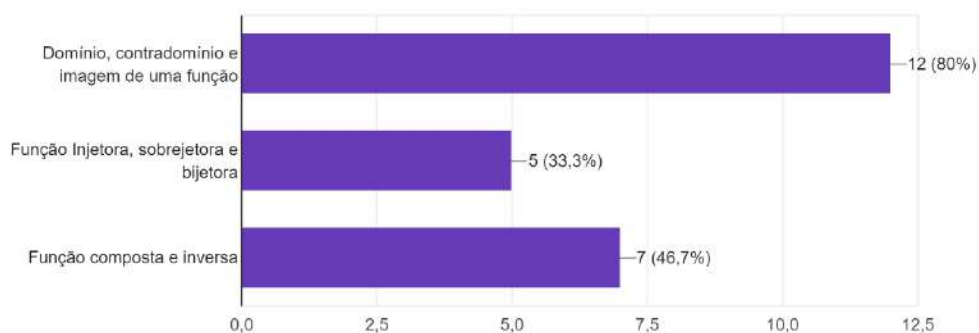


Gráfico 4. Fonte: Autor.

Analisando os resultados do Gráfico 5 verificamos que, dentre os alunos que responderam os questionários, nenhum aluno estudou Função afim definida por partes e só 18 % estudaram o conceito de sequencias. Isto pode prejudicar no entendimento de conceitos como o de continuidade, que é definido com o auxílio de funções definidas por partes e nos conceitos de limite e integral que definidos segundo os conceitos de sequencias de pontos e séries de funções, respectivamente.

Ainda sobre as análises do Gráfico 5 temos que 68,8% dos alunos estudaram Função afim, 62,5 % Função quadrática, 56,3 % as funções polinomiais, 62,5 % as Funções exponenciais e 68,8 % as funções logarítmicas e 68,8 % as funções trigonométricas. Este é um bom resultado, pois as funções citadas são as que mais se usam

para se aplicar os conceitos de limite e continuidade e para aplicar as regras de derivação e integração.

O Gráfico 5 mostrou ainda que 12,5 % dos alunos que responderam ao questionário estudaram a Função modular, algo prejudicial pois esta função é o principal exemplo para o caso de funções contínuas que não são deriváveis.

5. Marque os conteúdos de função que lhe foram ensinadas no ensino médio:

16 respostas

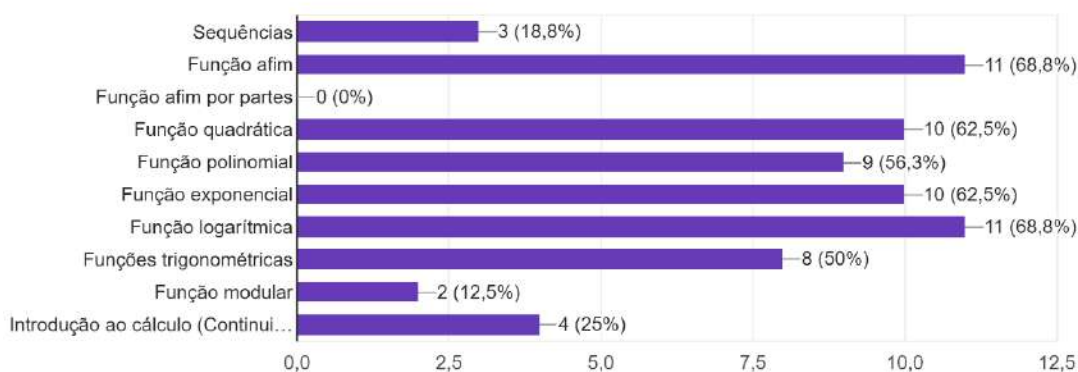


Gráfico 5. Fonte: Autor.

Por fim, o Gráfico 6 mostra que 73,3 % dos alunos que responderam ao questionário estudaram problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, 60 % estudaram funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros, e; 13,3 % aprenderam a resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano.

Tal resultado influencia nas aplicações das ferramentas dos cursos de cálculo diferencial e integral e diretamente do estudo das equações diferenciais, que fazem parte deste mesmo curso.

Dentre os questionários respondidos 80 % deles afirmam terem estudado os conceitos de domínio, contradomínio e imagem, o que reforça o fato que as funções têm sido definidas usando diagramas de conjuntos, pois nessa forma de definir tais conceitos tem sua representação evidente.

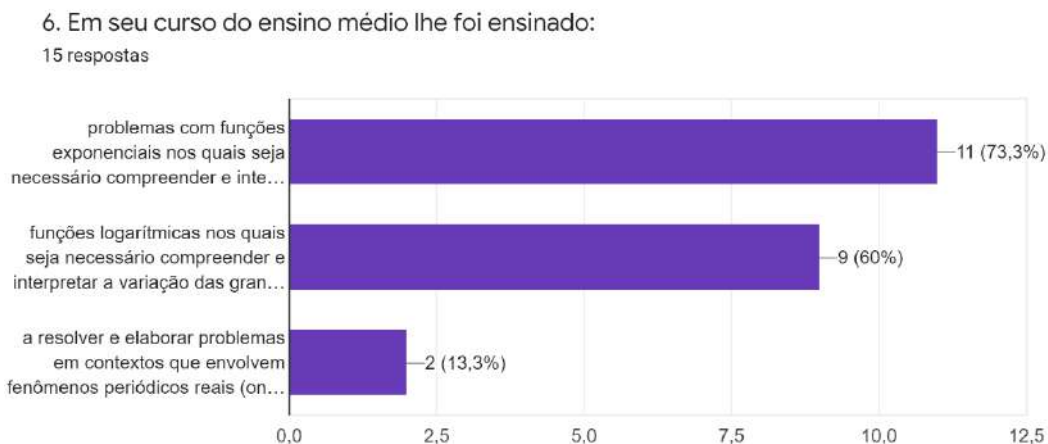


Gráfico 6. Fonte: Autor.

### 5. Considerações Finais

Os parâmetros curriculares nacionais (PCN's), a base nacional comum curricular (BNCC) e os parâmetros curriculares para os livros didáticos (PNLD) norteiam de maneira correta sobre os conteúdos de matemática do ensino médio e como os professores de matemática do ensino médio devem abordar os conteúdos de matemática. Tais diretrizes, se seguidas, podem proporcionar aos alunos formação adequada para cursar a educação superior na área de ciências exatas e tecnológicas.

A maioria dos alunos que responderam ao questionário concluíram a educação básica em uma escola da rede pública de ensino, o que mostra que a educação pública brasileira está cumprindo seu papel ao proporcionar a seus alunos o ingresso na rede pública de ensino superior.

A presença de alunos que concluíram o ensino médio antes de 1999 e entre 1999 e 2009, ainda que em uma pequena porcentagem dos dados amostrais analisados, mostra que as ações realizadas pelo governo estão proporcionando à população a oportunidade de retomar os estudos.

No que se refere as respostas dos questionários sobre o conceito de função, 75 % afirmam terem sido ensinados sobre a definição de função com o conceito referente a diagrama de conjuntos, e uma quantidade de 56,3 % afirmam terem estudado este conceito por meio da leitura, construção e interpretação de gráficos. Isso mostra que as funções têm sido definidas no sentido de diferenciá-las do conceito matemático de relação, enquanto outros conceitos como a representação de funções em textos, gráficos e tabelas têm sido negligenciados. A porcentagem dos questionários respondidos de 33,3 % afirmarem terem estudado os conceitos de função injetora, sobrejetora e bijetora e 46,7 % afirmarem terem estudado os conceitos de função composta e inversa mostra que as funções compostas e inversas não têm sido ensinadas corretamente, pois, para se defini-las precisa-se de um correto entendimento das funções injetora, sobrejetora e bijetora. As aulas da disciplina de introdução ao cálculo devem definir função por meio de leitura, construção e interpretação de gráficos, definir funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras, bem como definir os conceitos de funções compostas e inversas com base nos conceitos de função injetora, sobrejetora e bijetora.

Os questionários respondidos que afirmam terem estudado as funções afim, quadrática, polinomial, exponencial, logarítmica e trigonométricas mesmo são uma quantidade que varia entre 56,3 % e 68,8 % dos dados amostrais em cada um dos casos

ainda mostra que na turma existe uma quantidade considerável de alunos que não estudou. A porcentagem dos indivíduos que estudou o conceito de sequencias e função modular é baixa, nenhum aluno afirma ter estudado o conceito de função afim por partes. No curso de introdução ao cálculo os tópicos referentes ao estudo das funções modulares e das sequencias devem ser incluídos, ainda que as sequencias seja junto com as funções afins (no caso das progressões aritméticas) e junto com as funções exponenciais (no caso das progressões geométricas).

A porcentagem dos alunos que estudaram de forma contextualizada e aplicada os conceitos função exponencial, são de 73,3 %, de função logarítmica de 60 % e as funções trigonométricas são de 13,3 %. Isto mostra que as funções foram ensinadas de maneira a apresentar esses conceitos de uma forma que os alunos possam constatar sua utilidade em problemas de física, química, biologia e economia. Um tópico sugestivo para o curso de introdução ao cálculo seria mostrar problemas aplicados e contextualizados de funções trigonométricas.

Assim, se obtém sugestões de quais conteúdos do ensino médio devem ser abordados na disciplina de introdução ao cálculo, quais conteúdos precisam ser abordados de uma maneira diferente, como a própria definição de função. Isso deve ser feito para proporcionar um melhor preparo aos alunos calouros do curso de engenharia para as disciplinas de cálculo diferencial e integral, bem como um trabalho mais objetivo para o professor que leciona a disciplina, haja visto que o conteúdo de matemática para o ensino médio é muito vasto, logo não poderia ser visto de maneira completa em uma disciplina com carga horária de 60 horas semestrais.

Os alunos egressos no curso de engenharia ambiental e sanitária do campus IX, localizado no município de Altamira, têm a necessidade de uma disciplina como introdução ao cálculo, e a partir de questionários como o usado nessa pesquisa, é possível que o professor tome conhecimento de quais tópicos da matemática da educação básica deve reforçar, assim, alcançando um melhor aproveitamento desta disciplina.

## 6. Referências

BRASIL, Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's). Ciências da Natureza Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. Guia de livros didáticos PNLD: Matemática, Ensino Médio. Brasília, MEC: 2015.

BRASIL, Ministério da Educação. Guia de livros didáticos PNLD: Matemática, Ensino Médio. Brasília, MEC: 2018.

FONTE, Rachel Bergmam. Algumas Concepções e Dificuldades Sobre o Ensino-aprendizagem de Funções Envolvendo os Contextos Algébrico e Gráfico e a Conexão Entre os Mesmos. Disponível em: [arquivos.sbmec.org.br/cnmacs/2002/cnmac/157.pdf](http://arquivos.sbmec.org.br/cnmacs/2002/cnmac/157.pdf). XXV CNMAC, 2002, Nova Friburgo.

PEDROSO, Carlos Macedo. KRUPECHAKE, José Eloir. Análise de Alternativas para Recuperação de Fundamentos de Matemática no Ensino de Cálculo em Cursos de Engenharia. Disponível em: [www.ufpr.eletrica.br/pedroso/Artigos/Cobenge2009-Final.pdf](http://www.ufpr.eletrica.br/pedroso/Artigos/Cobenge2009-Final.pdf). COBENGE, 2009, Recife.



## ESTUDO DE CASO SOBRE DEFICIÊNCIAS DE BASE EM FUNÇÕES PARA DISCIPLINAS DE CÁLCULO EM UMA TURMA DE ENGENHARIA

Walter Jesus da Costa Martins Filho  
Universidade do Estado do Pará  
walterjcmf@gmail.com

### **Resumo:**

Este trabalho usou os PCN's, PNLD e a BNCC para montar um questionário com o objetivo de avaliar as deficiências de base com relação ao estudo de funções de uma turma de calouros de engenharia ambiental e sanitária da Universidade do Estado do Pará, Campus IX, localizado na cidade de Altamira. A partir das deficiências identificadas, foram feitas sugestões sobre as possíveis dificuldades que os alunos possam ter com as disciplinas de cálculo diferencial e integral. Com isso, pretendesse criar estratégias de ensino melhores na disciplina de introdução ao cálculo para se corrigir essas deficiências identificadas, assim, tornando o aproveitamento das disciplinas do curso de engenharia e do estudo do cálculo diferencial e integral mais eficiente e proveitoso.

**Palavras Chaves:** PCN's. PNLD. BNCC. Deficiências de Base em Funções. Estudo do Cálculo Diferencial e Integral.

### **1. Introdução**

As disciplinas de cálculo diferencial e integral são estudadas nos semestres iniciais por diversos cursos universitários, dentre estes os de engenharia, sendo que esses cursos são pré-requisitos para outras disciplinas de física, ciências dos materiais e as demais disciplinas técnicas (PEDROSO & KRUECHACKE, 2009). Logo, o bom aproveitamento delas pode significar um melhor desempenho em outras disciplinas do curso de engenharia.

No entanto, os alunos que cursam as disciplinas de cálculo diferencial e integral têm apresentado dificuldades durante o decorrer das aulas (FONTE, 2002), dificuldades estas que acabam resultando em baixos rendimentos e reprovações. Isso torna necessário não apenas usar técnicas de ensino mais eficazes que os tradicionais métodos expositivos usando quadro e pincel, mas também averiguar as outras razões para esses resultados ruins nessas disciplinas.

Uma razão sugestiva para esses resultados ruins seria que as disciplinas de cálculo diferencial e integral requerem dos alunos conhecimentos matemáticos da educação básica, como o estudo dos conjuntos numéricos e operações, da geometria analítica, um conhecimento completo das funções em seus vários tipos (afim, quadrática, exponencial, trigonométrica etc.), conhecimentos que compõem a base para o estudo do cálculo diferencial e integral.

Esses conhecimentos matemáticos da educação básica que estamos chamando de base para o estudo do cálculo diferencial e integral, são ensinados dos cursos de ensino médio segundo orientações do governo, das quais podemos destacar os parâmetros curriculares nacionais (PCN's), parâmetros nacionais dos livros didáticos (PNLD) e a base nacional comum curricular (BNCC). Os PCN's, o PNLD e a BNCC, a vários anos, têm norteado o trabalho dos professores de matemática nas escolas da educação básica quanto aos conteúdos de matemática a serem ministrados.

Assim, investigar se os PCN's, PNLD e a BNCC foram, de fato, seguidos durante a formação dos alunos, pode ser um sugestivo motivo para as dificuldades dos alunos no curso de cálculo diferencial e integral, e, uma constatação de que os alunos apresentam deficiências de base em sua formação da educação básica.

Diante do exposto, essa investigação foi feita em uma turma de engenharia ambiental e sanitária do campus IX da Universidade do Estado do Pará (UEPA), localizada no município de Altamira no Pará. No caso dos alunos de engenharia da referida instituição, existe em sua grade curricular uma disciplina chamada introdução ao cálculo, em que os alunos estudam os conceitos matemáticos que seriam necessários para as disciplinas de cálculo diferencial e integral. Os alunos referidos que cursaram essa disciplina no primeiro semestre de 2021 constituíram o cenário para essa pesquisa.

## ***2. A Deficiência de Base para as Disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral***

Os cursos de engenharia, geralmente, têm nos primeiros semestres de sua grade curricular disciplinas de cálculo diferencial e integral, isso se justifica com fato de que as disciplinas técnicas dos cursos de engenharia serem baseadas nos conceitos de derivada e integral, logo, os alunos que iniciam seus estudos nos cursos de engenharia se deparam com essas disciplinas no primeiro ano da faculdade. PEDROSO & KRUECHACKE (2009) afirmam,

Cursos de engenharia normalmente iniciam o ensino de cálculo diferencial e integral no primeiro ano, onde estudante é confrontado com as técnicas matemáticas que serão empregadas em disciplinas técnicas. No entanto, uma parcela dos ingressantes mostra deficiência com conteúdos de matemática elementar que deveriam ter sido adquiridos no ensino fundamental e médio (PEDROSO & KRUECHACKE, 2009, p. 1).

Os cursos de matemática do ensino fundamental e médio são muito extensos, trabalham conceitos matemáticos que não estão diretamente ligados aos conceitos de cálculo diferencial e integral. Assim, precisa-se especificar um foco dos cursos de matemática da educação básica. Fonte (2002) em seu estudo concluiu,

Há muito tempo observamos a dificuldade dos alunos egressos do Vestibular, que entram na Universidade, na área tecnológica, com a primeira disciplina de Cálculo que lhes é obrigatória. Por isso mesmo, o ponto de partida deste trabalho foi o desempenho em Introdução ao Cálculo na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC– Rio), sendo que a questão norteadora que levantamos foi o fraco desempenho de muitos desses estudantes nessa disciplina.

Neste trabalho, nossa proposta foi tomar como eixo, a análise das dificuldades dos alunos com relação ao conteúdo propriamente dito. Por isso, a partir de março de 2001, avançamos em nosso estudo, propondo encontros com nove alunos, onde eu me dispunha a tirar dúvidas deles antes das provas. Como ocorrem quatro provas por semestre, foram também realizados quatro encontros. A minha visão geral sobre esses encontros, me levava a acreditar que a maior dificuldade desses alunos dizia respeito ao aprendizado de funções e assim optamos por nos aprofundar neste tema (FONTE, 2002, p.1).

Então, para investigar as possíveis deficiências de base que acarretam as dificuldades dos alunos de engenharia ao estudarem cálculo diferencial e integral, é preciso investigar o estudo das funções que estes alunos tiveram na educação básica. O estudo das funções é feito de maneira mais completa durante o ensino médio. Este curso tem como um de seus norteadores o PNLD de matemática para o ensino médio, pois este

determina os conteúdos de matemática deste curso da educação básica, conseqüentemente, os conteúdos das funções. O PNLD para o ensino médio de 2015 declara,

No primeiro ano, há uma clara concentração no estudo das funções em detrimento dos demais campos. Todas as coleções dedicam mais de 60% de seus textos didáticos a esse campo. Tal excesso decorre, em parte, de um tratamento muito extenso e fragmentado das funções e de suas propriedades (BRASIL, 2015, p. 86).

Desse modo, fica claro que investigar a forma como as funções têm sido ensinadas no ensino médio pode ajudar a compreender as deficiências de base que os alunos egressos das universidades possuem, e, conseqüentemente ajudar o trabalho do professor universitário ao planejar as disciplinas de cálculo diferencial e integral para obter um melhor proveito durante essas disciplinas.

### **3. O Estudo das Funções Segundo os PCN's, PNLD e BNCC para o Ensino Médio**

Dentre as diretrizes do governo citadas até o momento a mais antiga são os PCN's. Este documento teve sua primeira versão no ano de 1998, incluiu os conteúdos de matemática no tópico *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Foi uma proposta para o ensino médio que pretendia explicitar as habilidades básicas das competências específicas que os alunos deveriam desenvolver durante o curso do ensino médio na disciplina de matemática.

Com relação ao estudo das funções os PCN's orientam que as funções devem ser estudadas através da leitura, interpretação e construção de gráficos e ensinadas num contexto de interdisciplinar aproveitando as aplicações que as funções possuem na matemática e outras áreas como a física, química e biologia que também são ensinadas no ensino médio. Os PCN's para o ensino médio descrevem de maneira clara,

O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência.

Um primeiro exemplo disso pode ser observado com relação às funções. O ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui. Devemos observar que uma parte importante da Trigonometria diz respeito às funções trigonométricas e seus gráficos. As seqüências, em especial progressões aritméticas e progressões geométricas, nada mais são que particulares funções. As propriedades de retas e parábolas estudadas em Geometria Analítica são propriedades dos gráficos das funções correspondentes. Aspectos do estudo de polinômios e equações algébricas podem ser incluídos no estudo de funções polinomiais, enriquecendo o enfoque algébrico que é feito tradicionalmente.

Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções

para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática (BRASIL, 1998).

A BNCC teve sua última publicação alterada em dezembro de 2018, constituindo um documento normativo para as redes de ensino. Inclui a matemática em um tópico intitulado *Matemática e suas tecnologias*. Orienta que o assunto de funções deve ser ensinado com o objetivo de tornar o aluno capaz de interpretar de maneira crítica situações econômicas, sociais e de ciências da natureza onde se observa variação de grandezas, analisando os gráficos das funções representadas e as taxas de variação com ou sem o apoio de tecnologias digitais.

Os gráficos montados no plano cartesiano, segundo a BNCC, devem permitir que o aluno identifique características fundamentais (domínio, imagem e crescimento) das funções. De maneira mais específica, sobre alguns tipos de funções em particular, a BNCC diz,

Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 536).

Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros (BRASIL, 2018, p. 536).

Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros (BRASIL, 2018, p. 536).

Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria (BRASIL, 2018, p. 536).

O PNLD, dentre os documentos citados, é o que passa por atualizações com mais frequência, sendo que neste estudo foram usadas as atualizações dos anos de 2015 e 2018. Esta diretriz do governo forma em um conjunto de requisitos e princípios gerais. Os parâmetros para averiguar a qualidade de uma obra didática, que é o instrumento auxiliar do trabalho educativo do professor. Além disso, é nos livros didáticos que os alunos buscam apoio para estudos em casa, logo saber de que maneira o PNLD trata o assunto de funções é importante para sabermos como os alunos são preparados para os cursos de cálculo diferencial e integral estudados na universidade.

O estudo das funções é incluído no PNLD no campo da matemática chamado de álgebra. Segundo o PNLD os conteúdos de função a serem estudados são,

Em álgebra, englobamos: o conceito de função e suas propriedades; sequências; funções afins e afins por partes; funções quadráticas; funções exponencial e logarítmica; funções trigonométricas; matemática financeira; polinômios e equações polinomiais; matrizes; determinantes; sistemas lineares; equações e inequações do 1º e do 2º grau e as equações e inequações associadas às funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. Incluímos também no campo da álgebra a introdução ao cálculo (BRASIL, 2018, p. 17).

Outros tópicos complementares do estudo de funções que o PNLD inclui nos livros didáticos são,

No Ensino Médio, o estudo das funções incorpora, além de uma introdução geral a esse conceito, a abordagem mais detalhada de quatro grandes classes de funções reais de variável real: afim, quadrática, exponencial e trigonométrica. É claro que essas não são as únicas funções reais de variável real que se devem abordar nessa fase da escolaridade. Entretanto, o entendimento delas é base para a compreensão de outras funções: afim por partes (por exemplo, a função modular); proporcionalidade inversa; função definida por mais de uma sentença; polinomial de grau maior do que 2; racional; logarítmica, que é a inversa da exponencial; e as funções no campo da estatística e da probabilidade ... (BRASIL, 2018, p. 24).

Nas etapas de sistematização, são necessárias explanações teóricas relativas a definições fundamentais, como domínio, contradomínio, imagem, função injetiva, sobrejetiva, bijetiva, composta, inversa, entre outras. É frequente, no Ensino Médio, dar-se muita atenção a esses conceitos, em uma fase preliminar. No entanto, posteriormente, quando eles deveriam ser aplicados, não são devidamente valorizados. Com relação ao conceito de domínio, um dos exemplos dessa falha é observado quando uma função do tipo  $x = x(t)$  é definida com determinado domínio, por exemplo, o conjunto dos números inteiros e, sem explicação adicional, são indicados valores da função quando a variável  $t$  pertence ao conjunto dos reais não inteiros. Outro ponto, nem sempre deixado suficientemente claro, diz respeito à definição de função composta. De fato, dadas duas funções  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: C \rightarrow D$ , é possível definir a função composta  $g \circ f: A \rightarrow D$ , se, e somente se, a imagem de  $f$  estiver contida no domínio de  $g$  ... (BRASIL, 2018, p. 26).

Essas diretrizes do governo constituem o que os alunos do curso do ensino médio deveriam aprender sobre funções. Na investigação proposta neste trabalho, questionários montados com base nos PCN's, na BNCC e no PNLD serão o instrumento usado para a coleta de dados que nos permitiram avaliar o quanto os alunos do curso de engenharia ambiental e sanitária da UEPA do campus de Altamira estudaram sobre funções em seu curso do Ensino Médio. A turma usada para a coleta de dados tinha 22 alunos matriculados, sendo que 16 alunos desta turma responderam ao questionário. Outra informação importante a ser acrescentada é que as aulas da disciplina introdução ao cálculo ocorreram no regime remoto emergencial, no entanto isso não influencia nos resultados, pois a pesquisa é referente ao que foi estudado antes da entrada dos alunos na universidade.

#### **4. Resultados**

Os resultados serão apresentados na ordem em que as perguntas foram feitas no questionário. Os dados gerados com as respostas dos questionários pelos alunos são apresentados através de números percentuais representados por gráficos de setor e de barras, o que caracteriza essa pesquisa como quantitativa, pois as considerações finais serão feitas segundo os dados percentuais das respostas.

Um total de 16 alunos de uma turma de 22 alunos matriculados participaram da pesquisa, desses alunos 12,5 % concluíram o curso do ensino médio antes de 1999, 12,5 % deles concluiu o ensino médio de 1999 a 2009 e 75 % deles concluiu o ensino médio depois de 2009. Sendo assim, podemos concluir que pelo menos 87,5 % dos alunos entrevistados concluiu o ensino médio depois da publicação da última atualização dos PCN's, menos de 75 % deles concluiu o ensino médio depois da última publicação da BNCC e das publicações mais atuais do PNLD, como podemos observar no Gráfico 1.

Tais resultados nos mostram que de fato a maioria dos alunos que responderam ao questionário deveriam em sua formação ter estudado segundo o que foi estabelecido nos PCN's, BNCC e PNLD.

No Gráfico 2 podemos observar que 87,5 % dos alunos que responderam ao questionário concluíram o curso do ensino médio em escolas publicas e 12,5 % em escolas particulares. Este resultado mostra que a maioria dos alunos egressos cursando a disciplina foi da rede pública de ensino. Ambas as escolas, públicas e privadas, deveriam seguir as diretrizes recomendadas pelos PCN's, BNCC e PNLD.

1. Concluiu o ensino médio  
16 respostas

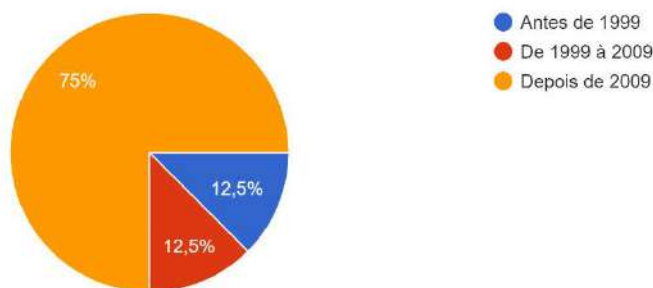


Gráfico 1. Fonte: Autor.

2. Cursou o ensino médio:  
16 respostas

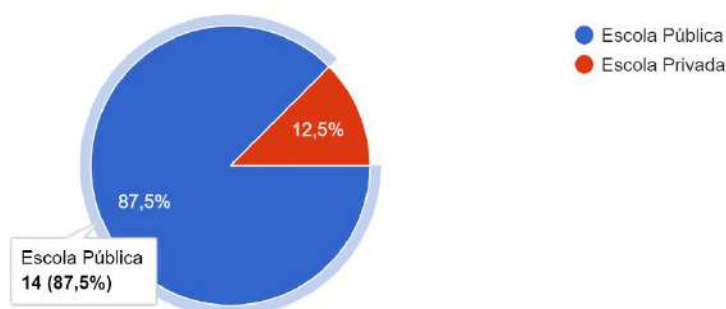


Gráfico 2. Fonte: Autor.

Segundo a análise estatística dos resultados obtidos com os questionários respondidos, 75 % dos alunos estudaram o conceito de função referentes a diagrama de conjuntos e 56,3 % com leitura, interpretação e construção de gráficos, como pode ser observado no Gráfico 3. O conceito segundo diagramas de conjuntos proporciona um entendimento de funções no sentido de diferenciá-las do conceito matemático de relação, e, ainda que ajude a construir o conceito de domínio e imagem, para funções definidas no conjunto dos reais o conceito de leitura, interpretação e construção de gráficos seria mais adequado. Tais resultados poderão comprometer os conceitos de limite, derivada e integral, visto que os três conceitos são definidos com o auxílio de desenhos de gráficos de funções.

3. No curso do ensino médio o conceito de função foi lhe ensinado segundo:

16 respostas

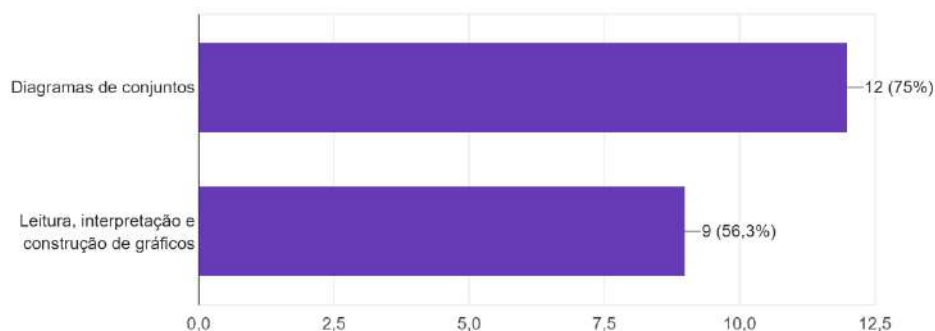


Gráfico 3. Fonte: Autor.

O Gráfico 4 mostra que 80 % dos alunos que responderam ao questionário estudaram os conceitos de domínio, contradomínio e imagem de uma função, algo que contribuirá positivamente para que os alunos compreendam os conceitos do curso de cálculo diferencial e integral. Mostra também que 33 % dos alunos que responderam o questionário estudaram os conceitos de Função injetora, sobrejetora e bijetora e 46,7 % os conceitos de Função composta e inversa, isso indica que os conceitos de função composta e inversa não foram definidos corretamente para a maioria dos alunos que participaram da pesquisa, o que pode prejudicá-los ao estudarem conceitos do curso de cálculo diferencial como regra da cadeia e derivada de uma função inversa.

4. Marque os tópicos referentes as funções que lhe foram ensinadas no ensino médio:

15 respostas

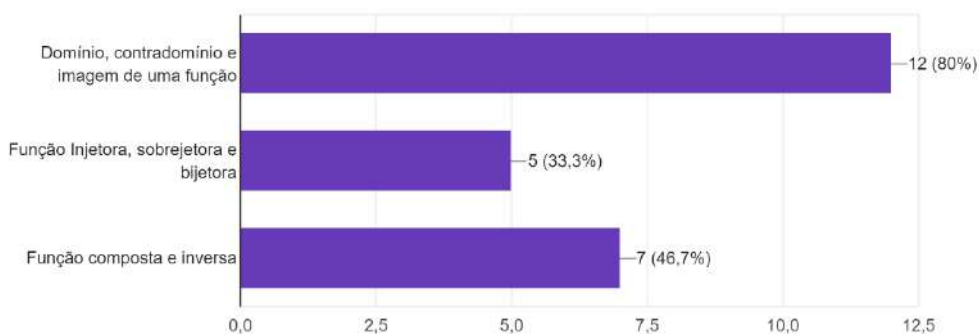


Gráfico 4. Fonte: Autor.

Analisando os resultados do Gráfico 5 verificamos que, dentre os alunos que responderam os questionários, nenhum aluno estudou Função afim definida por partes e só 18 % estudaram o conceito de sequencias. Isto pode prejudicar no entendimento de conceitos como o de continuidade, que é definido com o auxílio de funções definidas por partes e nos conceitos de limite e integral que definidos segundo os conceitos de sequencias de pontos e séries de funções, respectivamente.

Ainda sobre as análises do Gráfico 5 temos que 68,8% dos alunos estudaram Função afim, 62,5 % Função quadrática, 56,3 % as funções polinomiais, 62,5 % as Funções exponenciais e 68,8 % as funções logarítmicas e 68,8 % as funções trigonométricas. Este é um bom resultado, pois as funções citadas são as que mais se usam

para se aplicar os conceitos de limite e continuidade e para aplicar as regras de derivação e integração.

O Gráfico 5 mostrou ainda que 12,5 % dos alunos que responderam ao questionário estudaram a Função modular, algo prejudicial pois esta função é o principal exemplo para o caso de funções contínuas que não são deriváveis.

5. Marque os conteúdos de função que lhe foram ensinadas no ensino médio:

16 respostas

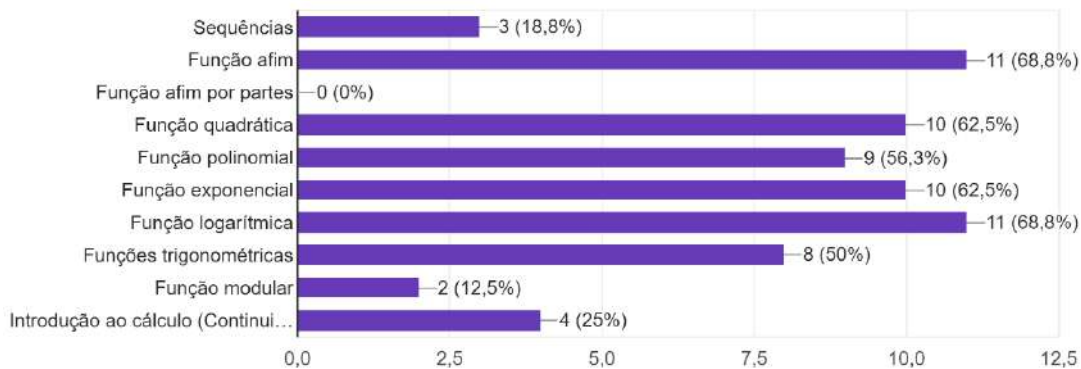


Gráfico 5. Fonte: Autor.

Por fim, o Gráfico 6 mostra que 73,3 % dos alunos que responderam ao questionário estudaram problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, 60 % estudaram funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros, e; 13,3 % aprenderam a resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano.

Tal resultado influencia nas aplicações das ferramentas dos cursos de cálculo diferencial e integral e diretamente do estudo das equações diferenciais, que fazem parte deste mesmo curso.

Dentre os questionários respondidos 80 % deles afirmam terem estudado os conceitos de domínio, contradomínio e imagem, o que reforça o fato que as funções têm sido definidas usando diagramas de conjuntos, pois nessa forma de definir tais conceitos tem sua representação evidente.



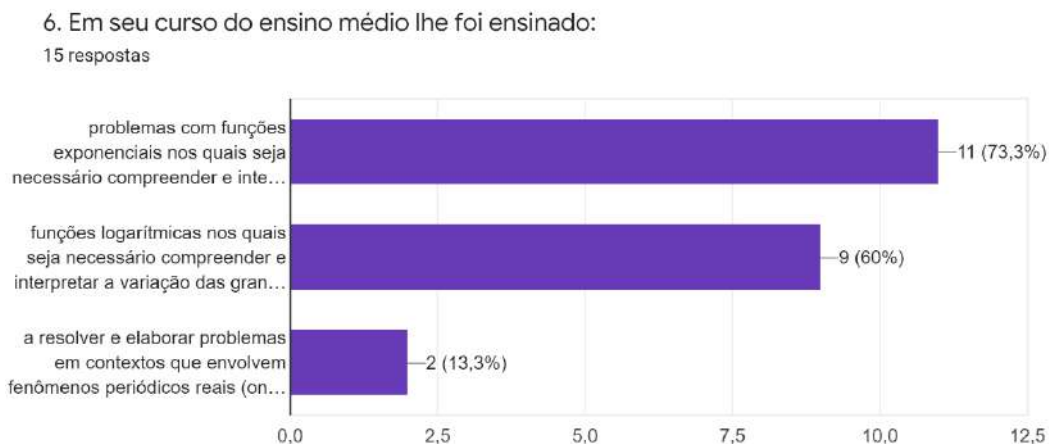


Gráfico 6. Fonte: Autor.

### 5. Considerações Finais

Os parâmetros curriculares nacionais (PCN's), a base nacional comum curricular (BNCC) e os parâmetros curriculares para os livros didáticos (PNLD) norteiam de maneira correta sobre os conteúdos de matemática do ensino médio e como os professores de matemática do ensino médio devem abordar os conteúdos de matemática. Tais diretrizes, se seguidas, podem proporcionar aos alunos formação adequada para cursar a educação superior na área de ciências exatas e tecnológicas.

A maioria dos alunos que responderam ao questionário concluíram a educação básica em uma escola da rede pública de ensino, o que mostra que a educação pública brasileira está cumprindo seu papel ao proporcionar a seus alunos o ingresso na rede pública de ensino superior.

A presença de alunos que concluíram o ensino médio antes de 1999 e entre 1999 e 2009, ainda que em uma pequena porcentagem dos dados amostrais analisados, mostra que as ações realizadas pelo governo estão proporcionando à população a oportunidade de retomar os estudos.

No que se refere as respostas dos questionários sobre o conceito de função, 75 % afirmam terem sido ensinados sobre a definição de função com o conceito referente a diagrama de conjuntos, e uma quantidade de 56,3 % afirmam terem estudado este conceito por meio da leitura, construção e interpretação de gráficos. Isso mostra que as funções têm sido definidas no

sentido de diferenciá-las do conceito matemático de relação, enquanto outros conceitos como a representação de funções em textos, gráficos e tabelas têm sido negligenciados. A porcentagem dos questionários respondidos de 33,3 % afirmarem terem estudado os conceitos de função injetora, sobrejetora e bijetora e 46,7 % afirmarem terem estudado os conceitos de função composta e inversa mostra que as funções compostas e inversas não têm sido ensinadas corretamente, pois, para se defini-las precisa-se de um correto entendimento das funções injetora, sobrejetora e bijetora. As aulas da disciplina de introdução ao cálculo devem definir função por meio de leitura, construção e interpretação de gráficos, definir funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras, bem como definir os conceitos de funções compostas e inversas com base nos conceitos de função injetora, sobrejetora e bijetora.

Os questionários respondidos que afirmam terem estudado as funções afim, quadrática, polinomial, exponencial, logarítmica e trigonométricas mesmo são uma quantidade que varia entre 56,3 % e 68,8 % dos dados amostrais em cada um dos casos ainda mostra que na turma existe uma quantidade considerável de alunos que não as estudou. A porcentagem dos indivíduos que estudou o conceito de sequencias e função modular é baixa, nenhum aluno afirma ter estudado o conceito de função afim por partes. No curso de introdução ao cálculo os tópicos referentes ao estudo das funções modulares e das sequencias devem ser incluídos, ainda que as sequencias seja junto com as funções afins (no caso das progressões aritméticas) e junto com as funções exponenciais (no caso das progressões geométricas).

A porcentagem dos alunos que estudaram de forma contextualizada e aplicada os conceitos função exponencial, são de 73,3 %, de função logarítmica de 60 % e as funções trigonométricas são de 13,3 %. Isto mostra que as funções foram ensinadas de maneira a apresentar esses conceitos de uma forma que os alunos possam constatar sua utilidade em problemas de física, química, biologia e economia. Um tópico sugestivo para o curso de introdução ao cálculo seria mostrar problemas aplicados e contextualizados de funções trigonométricas.

Assim, se obtém sugestões de quais conteúdos do ensino médio devem ser abordados na disciplina de introdução ao cálculo, quais conteúdos precisam ser abordados de uma maneira diferente, como a própria definição de função.

Isso deve ser feito para proporcionar um melhor preparo aos alunos calouros do curso de engenharia para as disciplinas de cálculo diferencial e integral, bem como um trabalho mais objetivo para o professor que leciona a disciplina, haja visto que o conteúdo de matemática para o ensino médio é muito vasto, logo não poderia ser visto de maneira completa em uma disciplina com carga horária de 60 horas semestrais.

Os alunos egressos no curso de engenharia ambiental e sanitária do campus IX, localizado no município de Altamira, têm a necessidade de uma disciplina como introdução ao cálculo, e a partir de questionários como o usado nessa pesquisa, é possível que o professor tome conhecimento de quais tópicos da matemática da educação básica deve reforçar, assim, alcançando um melhor aproveitamento desta disciplina.

## **6. Referências**

BRASIL, Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's). Ciências da Natureza Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. Guia de livros didáticos PNLD: Matemática, Ensino Médio. Brasília, MEC: 2015.

BRASIL, Ministério da Educação. Guia de livros didáticos PNLD: Matemática, Ensino Médio. Brasília, MEC: 2018.

FONTE, Rachel Bergmam. Algumas Concepções e Dificuldades Sobre o Ensino-aprendizagem de Funções Envolvendo os Contextos Algébrico e Gráfico e a Conexão Entre os Mesmos. Disponível em: [arquivos.sbmec.org.br/cnmacs/2002/cnmac/157.pdf](http://arquivos.sbmec.org.br/cnmacs/2002/cnmac/157.pdf). XXV CNMAC, 2002, Nova Friburgo.

PEDROSO, Carlos Macedo. KRUPCHAKE, José Eloir. Análise de Alternativas para Recuperação de Fundamentos de Matemática no Ensino de Cálculo em Cursos de Engenharia. Disponível em: [www.ufpr.eletrica.br/pedroso/Artigos/Cobenge2009-Final.pdf](http://www.ufpr.eletrica.br/pedroso/Artigos/Cobenge2009-Final.pdf). COBENGE, 2009, Recife.

## ENSINO DE COORDENADAS CARTESIANAS COM UM JOGO DE ESTRATÉGIA

*Mauricio Pedro de Oliveira Junior*

*UNAMA*

*Linkmauricio.apostilas@gmail.com*

*Fábio José da Costa Alves*

*UEPA*

*ffca@uepa.br*

### RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo investigar a potencialidade do jogo de xadrez em sala de aula, jogo esse que se consagra campeão aquele jogador que primeiro capturar o rei inimigo. A fundamentação teórica do trabalho está baseada principalmente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), que aborda a tendência de jogos matemáticos, e nos trabalhos de Vigotski que envolve muito a criança e o jogo no processo do desenvolvimento cognitivo. Esse jogo teve como finalidade ensinar a disciplina coordenadas cartesianas por meio de uma sequência didática envolvendo o tabuleiro de xadrez e cada peça do jogo: o peão, a torre, o cavalo, o bispo, a rainha e o rei. O trabalho foi desenvolvido no laboratório de educação matemática (LEMA) com quatro alunos do curso de licenciatura em matemática do sétimo semestre, alunos que se sentiram bastante motivados e desafiados em fazer a atividade. Onde a coleta das conclusões de cada atividade e também do áudio de cada aluno se deu pela análise microgenética. Concluiu que a atividade atingiu seu objetivo, que era de motivar o aluno a estudar a disciplina coordenada cartesiana e envolver o aluno por meio do jogo de xadrez.

**Palavra Chaves:** Jogo de Xadrez. Coordenadas Cartesianas. Parâmetros Curriculares Nacionais. Análise Microgenética.

.

### 1. INTRODUÇÃO

Minha história com o jogo de xadrez começou no meu ensino médio, pois eu estudava em uma escola preparatória para forças armadas, escolas que ensinam matemática, física e química em um nível muito acima do normal em relação escolas regulares e apesar de eu ter um contato muito grande com matemática avançada não me

saia muito bem nas avaliações escolares, nesse ambiente fui apresentado ao jogo de xadrez que imediatamente se transformou no meu principal meio de diversão. Aproveitava cada momento de distração para jogar xadrez na escola e me aperfeiçoava nas técnicas e jogadas clássicas para me tornar cada vez mais um bom jogador, participava de torneios escolares e oficiais para me aperfeiçoar e me destacar entre meus colegas de turma.

O ensino de coordenadas no ensino fundamental onde muitos alunos apresentam certa dificuldade, pois o plano cartesiano vem introduzir o aluno em vários assuntos, como leituras de gráficos, funções e modelagem. A principal dificuldade do aluno é em reconhecer pares ordenados  $(x, y)$  o jogo vem com a iniciativa de diminuir a abstração do conteúdo e relacionar com o cotidiano do estudante.

Assim com essa proposta de usar a tendência jogos matemáticos, para ensinar determinado assunto, então com base no jogo de xadrez decidi ensinar coordenadas cartesianas utilizando uma série de atividades, onde estudo o tabuleiro e as peças do xadrez uma a uma. O principal material utilizado foi um jogo de xadrez oficial e folhas de papel A4 para apresentar as atividades, Foi preciso a ajuda de 4 alunos do curso de graduação em matemática, no qual servirão como foco da experiência didática, foram treinados para aprender o assunto e entrevistados logo após a atividade, para melhor desenvolvimento do trabalho de conclusão de curso.

Ainda hoje com tantos avanços tecnológicos, a maioria dos professores utiliza o ensino tradicional (definição, exemplo e exercícios), e na minha graduação onde fui apresentado a tendências da educação matemática, a que mais me motivou foi a tendência dos jogos matemáticos, nas qual cheguei a minha questão de pesquisa que é a seguinte: **Um sequência didática envolvendo o xadrez pode melhorar o processo de ensino e aprendizagem de coordenadas cartesianas no 6º ano?**

A sequência didática foi produzida em nove atividades, a primeira envolve a localização de peças no tabuleiro oficial de xadrez, onde o aluno tem que localizar as peças e dar as coordenadas de acordo com a notação enxadrística. A segunda atividade envolve a localização de peças em um tabuleiro já com a as coordenadas  $(x, y)$  envolvendo números, da terceira a oitava atividade e descobrindo o movimento das peças, onde o aluno vai brincar com as peças de xadrez no plano cartesiano aprendendo tanto a jogar xadrez quanto a localização no plano cartesiano. E a última atividade e o xadrez

modificado onde o centro do plano cartesiano esta localizado no centro do xadrez e o aluno tem contato com os quatro quadrantes do plano cartesiano.

## **2.MATEMÁTICA E JOGO.**

Segundo Cabral (2004) a grande rapidez que a evolução tecnológica interfere na sociedade através de surpreendentes inovações, gera um verdadeiro bombardeio de informações responsável pela geração de “analfabetos intelectuais” que se atropelam pelos corredores da vida. O domínio dessas informações gera um poder intelectual sobre a grande massa medíocre que não detêm esses conhecimentos.

Hoje uma das principais preocupações da educação matemática é trazer o conhecimento da sala de aula para a realidade do aluno. Por meio de atividades que explorem aquele conhecimento adormecido no aluno, onde ele possa reestruturar seus conceitos sobre determinados conhecimentos matemáticos, por exemplo, quando se vai trabalhar plano cartesiano com a utilização do xadrez transforma um conhecimento muito abstrato que e a noção de plano cartesiano para algo mais palpável que é o jogo.

A principal proposta é combater o ensino tradicional, que tendo em sala de aula um aluno com dificuldade em determinado tema tende a excluí-lo do processo ensino aprendizagem, já as teorias do conhecimento aplicadas corretamente em sala de aula tende a resgatar esse aluno para que ele possa ter uma aprendizagem mais significativa, pois segundo a bíblia “como é feliz o homem que acha a sabedoria, o homem que obtém entendimento” (Provérbios 3:13)

De acordo com Cabral (2004) o jogo em determinado contexto, é um importante elemento motivador para a educação de crianças nas situações cotidianas. Torna-se um relevante aliado no ensino formal da matemática, apontando algumas vantagens do seu uso a partir das concepções sócio interacionistas.

Como o jogo trabalha elementos muitos importantes no processo de desenvolvimento da criança, não pode deixar de ser utilizado pelo professor em sala de aula, trabalhar elementos como a linguagem, onde no sócio interacionismo funciona como impulsionador do desenvolvimento infantil.

O papel do professor nessa teoria serve como um mediador, vai ter uma posição de equilíbrio em sala de aula não sendo nem um desafiador dos alunos e sim tendo uma atitude neutra em sala de aula para favorecer a aprendizagem em sala de aula.

Assim Cabral (2004) as tendências matemáticas acreditam na eficiência do jogo para a aquisição de conhecimento, ao considerar a história de vida do sujeito, ao entrar em contato com o jogo, fazem-no por meio de conhecimentos adquiridos socialmente, que lhes permitem compreender a bagagem cultural que a pessoa carrega.

Kishimoto (1994) crer que a criança aprende e desenvolve suas faculdades mentais ao jogar o jogo de regra e isto se corrobora pela razão de estar cercado de possibilidades de aprendizagem. Os sujeitos ao jogarem, começam a lidar com regras que permitem a compreensão de conhecimentos instaurados da sociedade, oferecendo-lhes novos elementos para aprender conceitos futuros.

Final segundo Platão “Não eduqueis as crianças nas várias disciplinas recorrendo à força, mas como se fosse um jogo para que também possam observar melhor qual a disposição natural de cada um”.

## **2.1 Proposta de atividade**

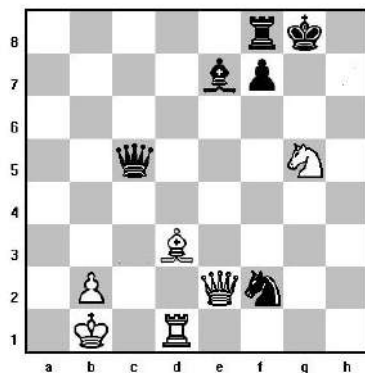
Nesta sessão trazemos um exemplo de como será a atividade proposta, trazemos apenas o exemplo da atividade 1, que introduziu o conteúdo da disciplina.

A partir da pesquisa levantada e com base no método da redescoberta desenvolvemos uma atividade para o ensino e aprendizagem do sistema de coordenadas.

**Análise a priori:** Com essa atividade espero que os alunos consigam identificar as coordenadas cartesianas, referentes ao primeiro quadrante, discriminando que o tabuleiro está na sua notação oficial de letras para as abscissas e números para ordenadas, onde os alunos podem apresentar certa dificuldade em relacionar letra e número, com o par ordenado  $(x, y)$ .

**1ª Atividade:** Descobrimo o tabuleiro

Objetivo: Desenvolver habilidade de localização em um tabuleiro de xadrez.



Fonte: <http://fotos1.blogger.com/blogger/628/3957/1600/posicao1.png>

Qual a localização da peça?

Peça	Coordenadas		
	Letra	Numero	Par ordenado
Rei branco			( , )
Rainha branca			( , )
Bispo branco			( , )
Torre branca			( , )
Cavalo branco			( , )
Peão branco			( , )
Rei preto			( , )
Rainha preta			( , )
Bispo preto			( , )
Torre preta			( , )
Cavalo preto			( , )
Peão preto			( , )



1.

Qual a sua conclusão?

**Atitude do professor:** A atividade vai ser aplicada numa folha de papel A4, onde o professor vai pedir para que o aluno identifique a posição da peça de xadrez nas coordenadas de letras e números, e depois associar a mesma coordenada com o par ordenado (x, y).

### 3.RESULTADOS E ANÁLISES

O aluno A na atividade 1 desenvolveu a mesma parcialmente correta, conseguiu descrever as letras e números corretamente das coordenadas cartesianas, mas o par ordenado acabou confundindo e repetiu as mesmas coordenadas da letra e o número oficial do xadrez.

Em sua conclusão salientou que o experimento explica muito bem os pares ordenados, só achava meio confuso a notação do xadrez que é letra e número e no sistema cartesiano é da abscissa para a ordenada.

Qual a sua conclusão?  
 O EXPERIMENTO DEMONSTRA BEM COMO FICA A MONTAGEM DOS PARES ORDENADOS, APESAR QUE COMO A ORDEM DE LEITURA NUM XADREZ É DO NÚMERO PARA LETRA, NO SISTEMA CARTESIANO, A LEITURA É DA ABSCISSA PARA ORDENADA. O Jogo DA LETRA PARA O NÚMERO, GERANDO UM POUCO DE CONFUSÃO, E TAMBÉM A FALTA DE IDENTIFICAÇÃO DAS PEÇAS.

O aluno B desenvolveu a atividade bem, apenas cometeu o mesmo erro do aluno A. Que foi o seguinte nas coordenadas letra e número colocaram os dados corretamente, já o par ordenado repetiram as mesmas informações.

Em sua conclusão salientou que achou a atividade bastante dinâmica e lúdica.

Qual a sua conclusão?

Atividade ~~bom~~ dinâmica que promove o ensino de plano cartesiano de forma lúdica.

O aluno C desenvolveu a atividade bem e sem nenhuma dificuldade, porem cometeu os mesmos erros que o participante A e B.

Em sua conclusão salientou que a atividade apresenta o plano cartesiano antes do assunto, de certa forma facilitou a aprendizagem. E logo depois discriminou que é necessário explicar cada peça de xadrez antes do exercício.

Qual a sua conclusão?

1- A atividade apresenta o plano antes da explicação do assunto, dessa forma foi possível conhecer antes da matéria.

2- Explicar cada peça do xadrez antes do exercício.

O aluno D desenvolveu a atividade 1 corretamente e foi o único a responder as questões corretamente. Nas coordenadas colocou as letras, números e pares ordenados de forma correta.

Em sua conclusão achou o trabalho interessante e gostou da interação do jogo com o assunto.

Qual a sua conclusão?

É um trabalho muito interessante por que trabalha o jogo e a interação com o assunto matemático.

Conclui que nessa primeira atividade, é preciso um maior cuidado em explorar as coordenadas cartesianas e o tabuleiro de xadrez, pois a uma grande confusão em colocar a letra, número e par ordenado. Já nos aspectos demais obtive sucesso pois os alunos A, B, C e D gostaram muito da atividade e se sentiram motivados com a mesma.

Na atividade 9 foi aplicado na folha de papel A4 e não necessitou do jogo de xadrez. Na referida atividade foi apresentada uma foto de um tabuleiro com peças

distribuídas aleatoriamente, onde foi trabalhado os quatro quadrantes do eixo cartesiano onde o que foi avaliado a notação do par ordenado  $(x, y)$

O aluno A se sentiu motivado e desafiado pela competitividade do jogo de xadrez, em sua conclusão salientou que o exercício se tornou desafiador. Por traçar com valores negativos e quatro quadrantes. E ainda poderia avançar e trabalhar números fracionários.

Qual a sua conclusão?  
 O EXERCÍCIO SE TORNOU DESAFIADOR, POR TRAÇAR  
 COM VALORES NEGATIVOS E 4 QUADRANTES,  
 E AINDA PODERIA AVANÇAR E TRABALHAR COM  
 NÚMEROS FRACTIONÁRIOS

O aluno B gostou muito de trabalhar o plano cartesiano por inteiro. E em sua conclusão relatou a mesma opinião das atividades anteriores.

Qual a sua conclusão?  
 A mesma das atividades anteriores.

O aluno C gostou muito da atividade se sentido motivado e desafiado pelo fato de trabalhar os quatro quadrantes do plano cartesiano. E em sua conclusão salientou que gostou muito.

Qual a sua conclusão?  
 M - Muito.

O aluno D se senti muito motivado e desafiado pelo fato de trabalhar com o plano cartesiano por completo. E em sua conclusão relatou que os alunos aprende as ordenadas e abscissas e os quadrantes no plano cartesiano.

Qual a sua conclusão?  
 Nessa atividade os alunos aprendem os ordenados e abscissa  
 e os quadrante no plano cartesiano.

Concluiu que nessa última atividade o aluno se sentiu muito motivado em aprender as coordenadas cartesianas e noção de plano cartesiano por meio do jogo de xadrez e que pode se estender a atividade para alunos aprenderem noções de frações.

Logo após o experimento foi feita a coleta do áudio dos quatro alunos onde houve indícios de aprendizagem e de motivação vindo dos próprios.

Professor: Aluno A o que você achou da atividade?

Aluno A: Bom, o experimento demonstra bem como fica a montagem dos pares ordenados através da utilização do xadrez, que é um jogo, que também com suas definições e suas regras você acaba aprendendo tanto os movimentos do xadrez como também bem a definição de pares ordenados, as suas posições onde fica abcissa e a ordenada e montar os pares ordenados e a posição de cada peça no plano cartesiano.

Com essa simples pergunta, posso concluir que o aluno A conseguiu aprender a identificar o par ordenado dentro do plano cartesiano e também aprendeu as regras do jogo de xadrez. Assim atingindo o objetivo da sequência didática.

Professor: Aluno B, o que você achou da atividade?

Aluno B: A atividade se mostrou eficaz tanto no ensino do xadrez, quanto no ensino de matemática.

Com a pergunta anterior conseguimos obter o indício que a atividade é eficaz, tanto na utilização de um jogo como ferramenta pedagógica, quanto no ensino de conteúdo matemática e que a combinação de jogo e matemática pode se tornar uma ferramenta muito eficaz em uma sala de aula.

Professor: Aluno C, o que você achou da atividade?

Aluno C: A respeito da atividade achei bastante interessante, por que além de haver toda interação com os participantes aqui envolvidos a gente pode aplicar diretamente o plano cartesiano e ver que não é apenas uma ideia abstrata, ou seja, viu que

ela pode ser útil em alguma situação como agora aqui no xadrez, um jogo a gente se divertiu e aprendeu ao mesmo tempo, como jogar o jogo e a matemática.

Com a pergunta do aluno C nós podemos perceber que a aplicação do jogo fez com que a abstração da matemática não fosse tão forte como ao ensino tradicional, e sim que é uma ferramenta mental palpável e possível de aplicação em um jogo que todos podem ter acesso e também é uma ferramenta que pode propiciar um grande divertimento ao aluno, pois o jogo é uma ferramenta muito motivadora e divertida.

Professor: Aluno D o que você achou da atividade?

Aluno D: Bom a atividade foi muito interessante em fazer, mas principalmente ser trabalhada em sala de aula com os alunos creio que vai chamar muito a atenção deles e vai servir muito para a aprendizagem dos alunos porque além do jogo envolver toda a turma, também envolve uma atividade muito interessante que no caso é os quadrantes do xadrez.

Nessa pergunta percebemos que o aluno D achou a atividade bastante interessante e que a motivação dos alunos seria potencializada com a aplicação de um jogo em sala de aula.

#### **4. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O conteúdo de coordenadas cartesianas veio a ser ensinado com o jogo de xadrez, pois no seu tabuleiro possui coordenadas oficiais do jogo que bem aplicado pelo fato de ser parecido com o plano cartesiano, o xadrez que segundo os teóricos aplicados nesse trabalho é um jogo que aguça o pensamento abstrato do aluno e também o pensamento lógico-crítico, pois o aluno quando vai jogar o jogo tem que pensar várias jogadas adiante e formular estratégias que o faça vencer a partida.

Nesse trabalho tentei responder a seguinte pergunta, uma sequência didática envolvendo o xadrez pode melhorar o processo de ensino e aprendizagem de coordenadas cartesianas no 6º ano? Pois acredito que sim, pelo fato de na análise de resultados efetuado pela metodologia análise microgenética, temos o indício que o jogo é uma ferramenta bastante interessante e motivadora, pois o aluno se sente instigado e desafiado a aprender o assunto de coordenadas cartesianas e a aprender o movimento das peças do jogo de xadrez.

#### **5. REFERÊNCIAS**

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília. MEC/SEF, 2000.

CABRAL, N. F. **O papel das interações professor-aluno na construção da solução lógico-aritmética otimizada de um jogo com regras**. Belém 2004

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e educação**. São Paulo: Cortez, 1996.

OLIVEIRA JUNIOR. M. P. **O ensino de coordenadas cartesianas com um jogo de estratégia (do grego strategia)**. Belém 2017.

## O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL DE ALTAMIRA SEGUNDO DOCENTES

VAGNEY DOS SANTOS E SANTOS

Universidade do Estado do Pará

Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

[vagneyatm@hotmail.com](mailto:vagneyatm@hotmail.com)

PEDRO FRANCO DE SÁ

Universidade do Estado do Pará

Docente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

[pedro.sa@uepa.br](mailto:pedro.sa@uepa.br)

### Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que objetivou realizar um diagnóstico do processo de ensino, aprendizagem e uma avaliação de função afim no município de Altamira a partir da visão de docentes de matemática. As informações foram produzidas por meio de um questionário eletrônico que foi respondido por 50 docentes de matemática que atuam na rede pública do referido município. A análise dos resultados aponta que o ensino do referido conteúdo tem as seguintes características é desenvolvido predominantemente por meio de conceitos seguido de exemplos e exercícios, o conhecimento é aprofundado por meio de lista de exercícios para serem resolvidos na maioria das vezes a avaliação da aprendizagem é realizada por meio trabalhos em grupos e individuais, mas sempre utilizando prova escrita e os dez assuntos de função afim difíceis para os estudantes aprenderem são: 1) Determinação da Lei da Função afim a partir de dados tabelados, 2) Determinação da Lei da Função afim a partir das coordenadas de 2 pontos do seu gráfico, 3) Determinação da Lei da Função afim a partir do seu gráfico de uma reta, 4) Estudo do sinal da Função afim, 5) Aplicações da Função Afim em situações-problemas, 6) Caracterização da função afim a partir de um conjunto de pontos, 7) Identificar o coeficiente linear da Função afim, 8) Imagem da Função afim, 9) Construção de gráfico de Função afim, 10) Domínio da Função afim.

**Palavras chaves:** Ensino da função afim. Opinião docente. Dificuldades dos estudantes.

### Introdução

Há registros históricos que mostram que o ensino de matemática vem mantendo seu status em termo de dificuldade em relação às demais disciplinas escolares da educação básica. Vemos essas dificuldades principalmente nos campos conceituais. Temos ainda outros aspectos matemáticos inerentes à conceptualização nas várias formas de representações que são encontradas ao longo do ensino fundamental. Há autores que apontam que o tratamento dado a matemática em sala de aula é o grande equívoco da educação de um modo geral, mas especialmente da educação matemática, no que se refere à forma compartimentalizada dos conteúdos, desarticulada das demais áreas do conhecimento (D'AMBROSIO, 1999).

A concepção de função, está presente em diversos ramos da ciência, cientistas e filósofos tentando compreender a realidade e procuram métodos que os auxiliassem a estudar e descrever os fenômenos naturais, dando assim origem ao estudo das funções.

Para Caraça (1989), a realidade apresentada esta dividia em duas partes, a interdependência, que torna todas as coisas relacionadas umas com as outras e a fluência, mostrando que tudo no mundo está em permanente mudança. Como estudar variações de quantidade num mundo constituído de partes que dependem umas das outras e que mudam a cada instante? O conceito de função levou muito tempo para ser aperfeiçoado e foi explicitado apenas a partir do século XVIII,

Segundo Caraça (1989) o surgimento do conceito de função está relacionado à necessidade de se desenvolver um instrumento matemático necessário à análise de fenômenos de variação e considera, para além das definições formais desenvolvidas historicamente, as ideias de dependência, de variável, regularidade e generalização necessárias à compreensão do conceito

De acordo com Simmons (1987), o conceito de função é o mais importante dentre todos os conteúdos matemáticos, pois tem grande aplicabilidade em vários ramos da matemática. Apoiado nas orientações dos PCNs.

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2002, p.121).

Neste artigo, apresentamos alguns dos resultados obtidos com a observação da prática pedagógica de professores de Matemática do Ensino fundamental do nono ano, ao usarem a linguagem matemática no ensino de “funções afim”. Foi proposto um questionário com 10 perguntas e 10 questões que leva em consideração a sua experiência para medir o grau de dificuldade encontrada pela maioria dos alunos ao resolverem questões propostas após terem estudado função afim.

A pesquisa apresentada teve como objetivo geral analisar o processo ensino-aprendizagem do conceito de função nos anos finais do Ensino Fundamental, a partir de uma sequência didática de atividades de ensino elaboradas pelo estudante Diego Cunha da Silva aluno do mestrado Profissional em Ensino de Matemática da UEPA – Universidade Estadual do Pará, contida na sua dissertação “O ensino de função afim por atividades: experiência em uma escola pública do Estado do Pará”

Assim, o objetivo da pesquisa foi o ensino de função afim através de questões levantadas pelos professores de matemática a luz da proposição do uso de uma sequência de didática, foram definidos, também, os seguintes objetivos específicos: 1) fundamentar



teoricamente a formação de conceitos, 2) evidenciar as dificuldades encontrada pelos docentes ao ensinar função afim. A metodologia adotada foi a de pesquisa qualitativa, com a realização de entrevista on-line através de formulário do Google, os procedimentos metodológicos foram organizados em quatro etapas: 1) levantamento bibliográfico e documental visando à fundamentação teórica; 2) a elaboração do questionário; 3) A aplicação do questionário; 4) A análise.

### **Fundamentos teórico-metodológico**

Ao longo da história, o conceito de função sofreu alterações, pois este conceito é um dos mais importantes em matemática, e vem sofrendo grande evolução ao longo dos séculos, este conceito está presente nos mais diversos ramos da ciência, teve sua origem na tentativa de filósofos e cientistas em compreender a realidade e encontrar métodos que permitissem estudar e descrever os fenômenos naturais.

Podemos ainda dizer que fazem parte da história do conceito de função grandes nomes como Nicolau de Oresme, Fermat, Descartes, Leibniz e Euler (entre outros), mas foi o matemático alemão Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet a quem se atribui a moderna definição formal de função. Adotaremos a definição apresentada por Lima et al. (2005):

Dados os conjuntos  $X$ ,  $Y$ , uma função  $f: X \rightarrow Y$  (lê-se “uma função de  $X$  em  $Y$ ”) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento  $x \in X$  um elemento  $y = f(x) \in Y$ . O conjunto  $X$  chama-se domínio e  $Y$  é o contradomínio da função  $f$ . Para cada  $x \in X$ , o elemento  $f(x) \in Y$  chama-se a imagem de  $x$  pela função  $f$ , ou o valor assumido pela função  $f$  no ponto  $x \in X$ . Escreve-se  $x \in f(x)$  para indicar que  $f$  transforma (ou leva)  $x$  em  $f(x)$ .

Para os autores Campiteli e Campiteli (2006), tradicionalmente o ensino de função privilegia o aspecto algébrico, buscando uma ampla generalidade, contudo, algumas pesquisas, como Oliveira (1997) e Queiroz (2014), preocupam-se em demonstra o conceito de função não somente a partir da definição formal apresentada em Livros Didáticos, mas sim a partir de um conjunto de situações que dão significado ao conceito e de um conjunto de diferentes representações.

Mesmo de forma contextualizada em diversas áreas do conhecimento, o conceito de função não tem garantido aos alunos uma concreta aprendizagem ou a destreza esperada para a resolução de problemas nestas diversas áreas. Os autores Margarinus

(2013), Zuffi (2016), observaram em suas pesquisas que os discentes do nível de Ensino Fundamental, demonstram dificuldades em trabalhar com funções e poucos parecem compreender seu conceito.

Contudo, o estudo de função no currículo fundamental brasileiro segue uma ordenação ainda tradicional, quase sempre utilizando a sequência sugerida pelos livros didáticos. Os assuntos geralmente são tratados de forma independente e sem conexão alguma entre eles. Nos últimos anos, porém, este ordenamento de conteúdos da grade curricular tem sido reformulado por muitos professores. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2006) mostram esta preocupação e fazem sugestões quanto ao tratamento deste conteúdo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais evidenciam o poder de alcance do conceito de função e a importância do mesmo para a Matemática e outros campos do conhecimento:

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2006, p.121)

Neste contexto, a busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos, possibilitaria ao aluno analisar e discutir razões para validação de determinados procedimentos matemáticos, facilitando assim a aprendizagem dos mesmos e propondo um ensino de matemática diferenciado. Desta forma podemos promover uma aprendizagem significativa, pois propicia ao estudante entender que o conhecimento matemático é construído a partir de situações concretas e necessidades reais (MIGUEL; MIORIM, 2004).

### **A álgebra nos anos finais do ensino fundamental: a BNCC e matriz curricular.**

As políticas públicas orientadoras de currículo, elaboradas a partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) 9.394/1996 (BRASIL, 1996) trata da Contextualização como princípio pedagógico e considera que é na dinâmica de Contextualização/Descontextualização que o aluno constrói Conhecimento com significado. No entanto é necessário cuidado e atenção, pois:

A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas – o professor precisa antecipar os conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de “ilustrar” o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola. (BRASIL, 2006, p. 83).

De acordo com as Unidade de análises consideradas, fica evidente que a BNCC (BRASIL, 2017), ao considerar as ideias atreladas ao conceito Função para o Ensino Fundamental - Anos Iniciais, apresenta intrinsecamente a partir das relações conceituais de: Padrão; Sequência e Proporcionalidade ao considerar os Anos Finais a BNCC (BRASIL, 2017) em relação ao conceito Função destaca-se que no 7º ano se apresenta de forma explícita a proporção, para o desenvolvimento das relações funcionais. A formalização do conceito Função aparece, de forma explícita, apenas no 9º ano do Ensino Fundamental, o que até então vinha sendo considerado pela BNCC (BRASIL, 2017) a partir dos seus Objetos de Conhecimento, na forma de ideias e conceitos inter-relacionados ao conceito Função.

Considerando os Objetos de Conhecimentos da Unidade Temática da Álgebra, percebe-se que a abordagem dos conceitos ao decorrer do documento vai sendo ampliada e se complexifica a cada ano da Educação Básica, considerando este fato como uma das características deste novo documento homologado no ano de 2017, sendo um referencial nacional para a organização da estrutura dos currículos de todas as redes de ensino.

## **Metodologia**

Segundo Bicudo (1993), pesquisar significa ir à busca de compreender e interpretar de forma significativa a pergunta estabelecida. Ainda, segundo essa obra, a pesquisa em Educação Matemática leva a compreensão da Matemática, o modo como ela é formada, bem como o significado dessa ciência para o mundo.

De acordo com Almeida (2020), é partir de uma atividade ou de um conjunto de atividades, que o professor identifica as estratégias que os alunos utilizam para resolver os problemas propostos, de tal forma que, do início ao final da atividade, é possível ao docente perceber momentos de suma importância para que a investigação matemática seja exitosa.

Por buscarmos compreender como uma investigação matemática acontece, optamos por usar nesse estudo uma abordagem de natureza exploratória, pois a

terminologia usada pelos educadores, para se referirem ao trabalho de natureza exploratória, varia muito de época para época, de país para país e até de autor para autor (PEHKONEN, 1997).

A pesquisa se desenvolveu no município de Altamira, estado do Pará, onde consultamos 50 professores da rede pública municipal que correspondem a 76% de todos os professores desta rede. Destes 60% são homens e 40% mulheres. 28% estão na faixa etária de 31 a 35 de idade, 24% tem entre 36 e 40 anos, 12% de 26 a 30 anos, podemos perceber que a grande maioria tem menos de 40 anos de idade.

Outro dado interessante é que 24% tem entre 11 a 15 anos de serviço como professor de matemática, 22% tem entre 16 a 20 anos, 20% de 6 a 10 anos, 18% tem entre 1 a 5 anos e 16% tem mais de 25 anos como professor.

A pesquisa se desenvolveu em três etapas. A primeira etapa foi realizada o levantamento bibliográfico e documental, que dará subsídios teóricos e metodológicos para o desenvolvimento do trabalho. A segunda etapa teve como objetivo a formulação do questionário que seria aplicado aos professores por meio de consulta eletrônica, usou-se a plataforma da Google, especificamente o *Google Forms*, que é um aplicativo de gerenciamento de pesquisas, através questionários e formulários de registro. A terceira e última etapa se deu a aplicação do questionário aos professores em dezembro de 2020, logo em seguida iniciamos a análise dos dados.

## **Resultados e análises**

Neste trabalho, tentaremos realizar um diagnóstico do processo de ensino, aprendizagem e uma breve avaliação do conteúdo de função afim, apoiados na opinião de professores de matemática. Para tanto conseguimos consultar por meio de questionário eletrônico 50 professores que atuam na rede pública municipal. Nossa amostra representa cerca de 76% dos professores deste município em atividade.

Ao definir a população por sexo, podemos perceber que a maioria é masculina com 60% representado 30 homens e 40% feminina representado por 20 mulheres, esta estatística contraria o quadro nacional que aponta mais mulheres exercendo a docência. Pois segundo dados do Censo da Educação 2017, do total de 2,1 milhões de docentes da educação básica brasileira, 439 mil deles são homens, e 1,6 milhão, mulheres – ou seja, para cada 4 mulheres, há um professor do sexo masculino.

Em relação à formação continuada, podemos perceber que a grande maioria tem uma especialização, 78,1% “sim” e 21,9% “não” tinham, segundo censos educacionais do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) referentes a 2017 podemos perceber que no Brasil apenas 34,9% dos professores detêm o título de especialista, em Altamira estamos bem acima da média nacional. Ao questionar se o professor tinha algum mestrado ou doutorado, nessas duas perguntas nenhum dos professores entrevistados tinha este nível de pós-graduação. Já a nível nacional segundo o Inep temos 27,5% dos professores com mestrado e 18,8% com doutorado.

Ao perguntar como o professor costuma realizar a maioria de suas aulas sobre função afim, podemos evidenciar que 44% dos professores ensina função afim pelo conceito seguido de exemplos e exercícios, 42% com uma situação problema para depois introduzir o assunto, 8% com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo, 2% usando a história do assunto, 2% com jogos para depois sistematizar os conceitos e por fim 2% com um misto das alternativas acima.

Sobre as principais formas de avaliação que você costuma realizar quando ensina função afim, admitia-se mais de uma alternativa para a resposta, das quais elaboramos o Quadro 1.

**Quadro 1** - Quais principais formas de avaliação que você costuma realizar quando ensina função afim?

<b>Tipo</b>	<b>Professores</b>
Prova oral	6
Prova escrita	39
Auto avaliação	9
Trabalhos em grupo ou individuais	40
Produções no caderno	24
Seminários	1
Trabalhos práticos	1
Todos os citados acima	1

Ao perguntar se os professores costumam aprofundar o conteúdo de função afim, o que mais foi adotado com 60% foi apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos pelos alunos, com 12% mandar resolver os exercícios no livro de didático, 10% em propor questões do Enem, 6% com a apresentação de jogos envolvendo o assunto, 6% com a resolução de questões por meio de softwares, com 4% propor questões de vestibulares, por fim com 2% o uso de introduzir o conteúdo com histórias ilustrativas.

Ao questionar se a rede de ensino na qual o professor atua oferece formação continuada, podemos evidenciar nessa pergunta que 50% dos professores apontam que raramente é ofertada formação continuada, 34% dizem que é ofertada frequentemente, 12% que não a oferta de formação e 2% afirmam que sempre a oferta de formação.

Apenas quem está todos os dias dentro da sala de aula sabe quantos desafios precisam ser vencidos diariamente para a promoção de uma educação de qualidade. **A formação continuada tem muito a oferecer nesse processo, porque ajuda o professor a melhorar cada vez mais suas práticas pedagógicas e com isso apoiar os alunos na construção de conhecimentos, e não apenas no acúmulo de informações.** O processo de formação continuada deve ser encarado como uma grande aliada dos educadores, uma vez que **contribui para a evolução constante do trabalho do docente.** Isso porque ela favorece a criação de novos ambientes de aprendizagem, dando novo significado às práticas pedagógicas.

Além disso, foi perguntado como é a participação do professor quando a rede de ensino na qual ele trabalha, ou ainda outras instituições, oferta curso de formação continuada, notamos que 52% dos professores sempre participam de formações continuadas, 24% participam poucas vezes, 20% participam muitas vezes e 2% não participam das formações.

Ao questionar se o professor considera difícil ensinar função afim, 100% dos professores acham fácil o ensino de função afim, e destacam em suas respostas que a uma grande facilidade em ensinar este conteúdo, o grande gargalo apostado por eles é a falta de conhecimentos prévios, a falta de interesse demonstrada pelos discentes, a dificuldades que eles têm em associar o conteúdo a coisas do seu dia a dia e que o livro de didático não oferece uma boa contextualização do conteúdo.

Quando perguntado se os alunos gostam de matemática, bem evidenciado que 68% dos alunos não gostam de matemática e 32% gostam da disciplina. Usando dados do Saeb de 2017 para medir a aprendizagem dos alunos ao fim de cada etapa de ensino: do 5º e 9º anos do ensino fundamental, onde o sistema é composto pelas médias de proficiências em português e matemática extraídas da Prova Brasil, e pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), podemos ver que 63,11% dos alunos é classificado como insuficiente o nível de aprendizagem, isso corrobora com o resultado aqui encontrado, pois os mesmos não demonstram gosto pela matemática segundo os professores consultados.

Os conteúdos de função afim ministrados pelos professores estão expostos no quadro 2.

**Quadro 2** - Você costuma ensinar os conteúdos abaixo relacionados.

Conteúdo	Sim	Não
Definição da Função afim	49	1

Gráfico da Função afim	50	0
Identificar gráfico da Função afim	48	2
Construção de gráfico de Função afim	49	1
Identificar o coeficiente angular da Função afim	43	7
Identificar o coeficiente linear da Função afim	45	5
Domínio da Função afim	44	6
Imagem da Função afim	44	6
Condição para a função afim ser crescente	46	4
Condição para a função afim ser decrescente	45	5
Determinação da Lei da Função afim a partir do seu gráfico de uma reta	39	11
Determinação da Lei da Função afim a partir de dados tabelados	39	11
Determinação da Lei da Função afim a partir das coordenadas de 2 pontos do seu gráfico	37	13
Estudo do sinal da Função afim	43	7
Zero da Função afim	45	5
Aplicações da Função Afim em situações-problemas	43	7
Caracterização da função afim a partir de um conjunto de pontos	38	12

Com base na experiência dos professores participantes, foi perguntado qual o grau de dificuldade da maioria dos estudantes para aprender os assuntos de função afim mencionados anteriormente. As respostas estão no quadro 3.

**Quadro 3** – Nível de dificuldade encontrado pelos alunos.

Conteúdo	Muito fácil	Fácil	Difícil	Muito difícil	Não sei opinar
Definição da Função afim	11	30	7	2	-
Gráfico da Função afim	3	35	10	2	-
Identificar gráfico da Função afim	3	30	15	2	-
Construção de gráfico de Função afim	3	23	20	4	-
Identificar o coeficiente angular da Função afim	5	20	18	5	1
Identificar o coeficiente linear da Função afim	7	17	21	5	-
Domínio da Função afim	5	21	18	5	1
Imagem da Função afim	3	21	20	5	1
Condição para a função afim ser crescente	6	27	15	2	-
Condição para a função afim ser decrescente	7	28	13	1	1
Determinação da Lei da função afim a partir do seu gráfico de uma reta	1	13	29	9	1
Determinação da Lei da Função afim a partir de dados tabelados	-	9	34	6	1
Determinação da Lei da Função afim a partir das coordenadas de 2 pontos do seu gráfico	1	8	32	8	1
Estudo do sinal da Função afim	1	21	23	4	1
Zero da Função afim	4	30	12	2	2
Aplicações da Função Afim em situações-problemas	1	16	22	10	1
Caracterização da função afim a partir de um conjunto de pontos	-	16	21	12	1

Nesta parte entraremos nas questões que utilizamos de Silva (2018) para a entrevista com os professores. Com base na sua experiência de professor de matemática do 9º ano do ensino fundamental, qual o grau de dificuldade da maioria dos estudantes para resolver as questões a seguir após terem estudado função afim? As questões estão expostas em figuras e os resultados em seguida.

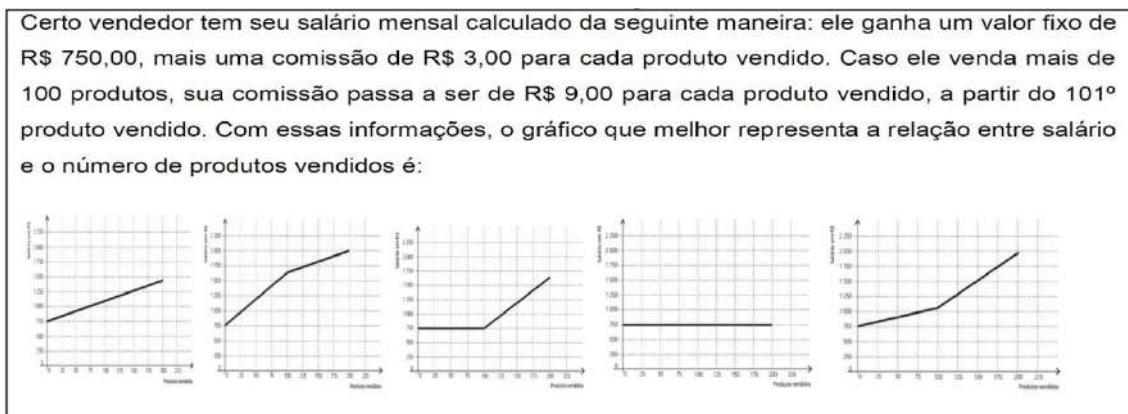
**Figura 1** - Questão I.

A tabela abaixo indica o custo de um determinado produto vendido no mercado:					
Unidade (s) compradas	1	2	3	4	5
Preço a pagar (R\$)	1,50	3,00	4,50	6,00	7,50
(a) Qual a fórmula matemática que relaciona o Preço a pagar (y) e o número de unidades compradas (x)?					
(b) Qual é o Custo de 50 Unidades?					
(c) Uma pessoa tendo a sua disposição R\$ 90,00, quantas unidades poderiam ser compradas?					

Fonte: Silva (2018).

Podemos ver que 46% dos professores considera essa questão “Difícil”, 44% considera essa questão “Fácil”, 8% consideram “Muito Difícil” e 2% acham a questão “Muito Fácil”.



**Figura 2 – Questão II.**

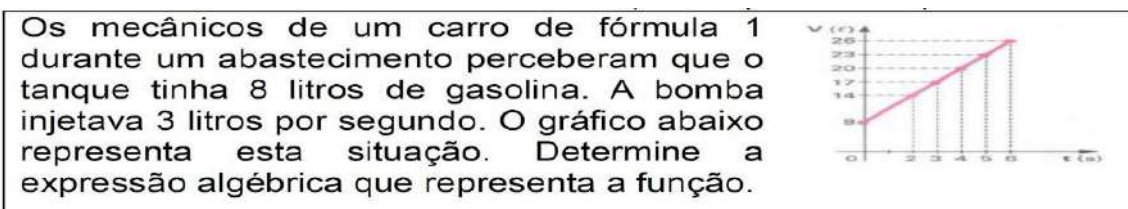
Fonte: Silva (2018).

Observamos que 50% dos professores considera essa questão “Difícil”, 40% considera essa questão “Fácil”, 8% considera “Muito Fácil” e 2% acham a questão “Muito Difícil”.

**Figura 3 - Questão III.**

Fonte: Silva (2018).

Percebemos que nesta questão não tivemos nem um professor que julgou essa questão como “Muito Difícil”, já 72% consideram esta questão “Fácil”, 20% consideram essa questão “Difícil” e 8% acham que ela é “Muito Fácil”.

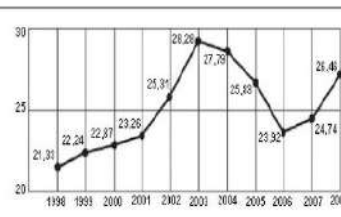
**Figura 4 - Questão IV.**

Fonte: Silva (2018).

Nessa questão 52 % atribuíram o conceito de “Difícil”, 36% consideram a questão “Fácil”, 10 % conceituam como “Muito Difícil” e 2% como “Muito Fácil”.

**Figura 5 - Questão V.**

O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos. O gráfico seguinte mostra a participação percentual do agronegócio no PIB brasileiro: Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais. Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre quais anos?



Fonte: Silva (2018).

Observamos que 55% acham “Difícil” essa questão, 31% consideram essa questão “Fácil”, 10% considera “Muito Difícil” e 2% consideram “Muito Fácil”.

**Figura 6 - Questão VI.**

Uma empresa de telefonia fixa anuncia ligações interestaduais a R\$ 0,02 por minuto. Se  $T(x) = 0,02x$ , onde T representa o valor a ser pago, em reais e x é o tempo de ligação em minuto. Por uma ligação que dura 1h10min, irá se pagar?

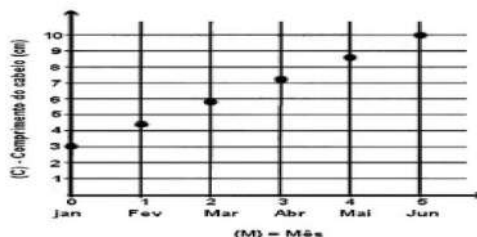


Fonte: Silva (2018).

Para essa questão 50% classifica como “Difícil”, 42% consideram como “Fácil”, 4% como “Muito Difícil” e 4% como “Muito Fácil”.

**Figura 7 - Questão VII.**

Em Janeiro, o Vitor, depois de ter vindo do barbeiro, decidiu estudar o crescimento do seu cabelo, registrando os meses a sua medida. O gráfico seguinte representa o crescimento do cabelo do Vitor, desde o mês de Janeiro (mês 0) até ao mês de junho (mês 5).



A expressão algébrica que representa o comprimento do cabelo do Vitor ao longo dos primeiros seis meses é?

Fonte: Silva (2018).

A análise dos dados evidencia que para essa questão 52% classifica como “Difícil”, já 36% classifica como “Fácil”, 6% como “Muito Difícil” e 6% como “Muito Fácil”.

**Figura 8 - Questão VIII.**

Dadas as Funções  $Q_o = -20 + 4P$  e  $Q_p = 46 - 2P$ , que representam a quantidade de oferta ( $Q_o$ ) e quantidade de demanda ( $Q_p$ ). A partir dessas funções, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando  $Q_o$  e  $Q_d$  se igualam. Para tal situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

Fonte: Silva (2018).

Para esta questão nem um professor considerou a possibilidade de ela ser “Muito Fácil”, já 62% consideram a mesma como “Difícil”, 20% acham ela “Muito Fácil” e 18% “Fácil”.

**Figura 9 - Questão IX.**

Construa o gráfico da função afim definida por  $f(x) = x + 1$

Fonte: Silva (2018).

Notamos nesta questão que 66% dos professores acham “Fácil” essa questão, 18% consideram a mesma “Muito Fácil”, já 14% consideram “Difícil” e 2% “Muito Difícil”.

**Figura 10 - Questão X.**

Um provedor de internet oferece dois planos para os assinantes

Plano A: Assinatura mensal de R\$ 40,00, mais R\$ 0,03 por cada minuto de conexão durante o mês.

Plano B: Assinatura mensal de R\$ 60,00, mais R\$ 0,02 por cada minuto de conexão durante o mês.

Quando o plano B é financeiramente melhor que o plano A?

Fonte: Silva (2018).

Na última questão proposta percebemos que 50% dos professores consideram a mesma como “Difícil”, 40 % classificam como “Fácil”, 10% como “Muito Fácil” e nem um professor a questão como “Muito Fácil”.

**Considerações finais**

O objetivo do presente trabalho consistiu apresentar um diagnóstico do processo de ensino, aprendizagem e uma avaliação de função afim no município de Altamira, a partir da opinião dos docentes, com a observação dos questionários a eles submetidos por formulário eletrônico.

Os resultados encontrados na presente investigação confirmaram que os professores de matemática neste município apresentam na sua maioria, quase 80% possuem título de especialista em áreas de educação, educação matemática, Metodologia do ensino de matemática e áreas afins. Também foi possível ter uma visão bastante clara que a maioria dos docentes acha fácil o ensino de função afim, e que as dificuldades para seu ensino estão ligadas aos discentes não terem uma base sólida de conhecimentos matemáticos.

Na conclusão do levantamento, elencamos os seguintes resultados: Detectamos que quando se trata da maneira para realizar suas aulas sobre função afim, a grande maioria dos professores ensina função pelo conceito seguido de exemplos e exercícios; Com relação as formas avaliativas adotadas pelos docentes para o ensino de função afim, três formas se destacam, o uso de trabalhos em grupo, individuais e a prova escrita; Identificamos que 60% dos professores usam uma lista de exercícios para serem resolvidos como forma de aprofundamento do conteúdo; Destacamos que 50% dos professores apontam que raramente é ofertada formação continuada pela secretaria de educação municipal; Notamos que 52% dos docentes participam de formações continuadas quando lhe é ofertada; Para 68% dos professores os seus alunos não gostam de matemática.

Diante das ideias desenvolvidas, dos dados coletados e dos resultados obtidos, pudemos perceber que o ensino de função afim precisa de contextos do cotidiano para uma melhor aprendizagem dos discentes, para termos uma aula de forma mais significativa. Segundo Sousa (2018), o mais importante dessas aulas é que os alunos não têm uma resposta pronta, são desafiados a lapidarem suas ideias na busca por resultados. O mais interessante é que, de início, pode parecer complicado para os alunos, mas, de repente, nos surpreendemos com os resultados.

Ao longo de nossa investigação foi possível perceber que uma atividade de um contexto cotidiano sendo bem elaborada pode melhorar bastante o processo de ensino significativo do conceito de função afim nos alunos e, neste sentido, vale a pena ressaltar que atividades envolvendo função afim, como a que apresentamos, carecem de reflexões aprofundadas sobre aspectos de outra natureza, como de apropriação do

conceito de maneira mais adequada a vida cotidiana dos discentes, novas técnicas de ensino, novas metodologias de ensino do conteúdo e outras.

Se vislumbramos a qualidade do ensino, nas nossas escolas temos que envolver os alunos, é preciso “combinar” com ele, envolvê-lo como protagonista de qualquer mudança educacional. Quando o aluno aprende o professor também aprende, pois, o ensino é recíproco, e tem que ser focado na busca de informações. Como diz Paulo Freire (1997), “faz parte da natureza da prática docente a indagação, a busca, a pesquisa”.

Para tanto é importante usarmos as pesquisas para podermos mensurar a avaliação educacional. Pedro Demo (1999), coloca que: “é inviável avaliar sem dispor de escala de contraste. Não podemos dizer se algo está mais acima ou mais abaixo, está melhor ou pior, está para mais ou para menos, sem que tenhamos por trás escala que permita posicionar”.

A educação que a pessoa recebe é o fundamento para os papéis que venha a desempenhar no convívio social, familiar, profissional e participação política. É a base para o respeito pelas leis, a consciência do voto, o combate sobre a corrupção e a promoção da cidadania plena.

## Referências

- ALMEIDA, José Joelson P. Atividades investigativas no ensino de função afim: desafios e possibilidades. **REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Ano 15, Número 35, p.122-142, nov. 2020
- BICUDO, M.A.V. **Pesquisa em educação matemática. Proposições**, v.4, n.1, p.18-23. 1993
- BOGDAN, R.C.; BIKLEN, Sari. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto. 1994
- BRASIL, Secretaria da educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Fundamental: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, MEC, 2006.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 9ª edição. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1989.
- CAMPITELI, Heliana Cioccia; CAMPITELI, Vicente Coney. **Funções. Ponta Grossa**: Editora UEPG, 2006.
- DEMO, Pedro. **Metodologias da avaliação: de como ignorar, em vez de enfrentar problemas**. Campinas: Autores Associados. 1999

D'AMBRÓSIO, U. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: **Educação Matemática**. Org. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. 2.ed. São Paulo: Centauro, 2005, pp. 7-17.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra. 1997

SILVA, Diego Cunha. **Uma proposta de sequência didática para o ensino de função afim por atividades**. 2020. 107p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estadual do Pará, Belém – Pará, 2020.

SOUSA, Ivan B.; ALMEIDA, José Joelson P. **Empreendedorismo e função afim**: contextos cotidianos e aulas investigativas. Campina Grande, PB: PPGECM-UEPB, 2018. Disponível em <http://pos-graduacao.uepb.edu.br/ppgecm/produtos-educacionais/>.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 4ª Edição. Campinas, SP: Papyrus, 2001.

LIMA, Elon Lagens. **A Matemática do Ensino Médio** – Vol. 1, SBN, 2005.

MAGARINUS, Renata. **Uma Proposta Para O Ensino De Funções Através Da Utilização De Objetos De Aprendizagem**. Santa Maria, 2013. 99 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS).

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

PEHKONEN, E. Use of open-ended problems in mathematics classroom. **Helsínquia**: DTE, Universidade de Helsínquia, 1997.

OLIVEIRA, Nanci de. **Conceito de Função**: uma abordagem do processo ensino aprendizagem. 1997. 174 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

QUEIROZ, Pábulo Carcheski de. **Uma proposta para o Ensino de função articulando as linguagens algébrica e geométrica**. 2014. 158 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande – MS, 2014.

SINGH, Simon. **O livro dos códigos**. Editora Record, 2004.

ZUFFI, Edna Maura. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **Hipátia**, Campos do Jordão (SP), v. 1, n.1, p. 1-10, dez. 2016.

## O ENSINO DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÃO: UM DIAGNÓSTICO JUNTO À PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA REDE PÚBLICA DO ESTADO DO PARÁ

Natali de Jesus Ferreira de Miranda  
Universidade do Estado do Pará  
natali.miranda@aluno.uepa.br

Ana Kely Martins da Silva  
Universidade do Estado do Pará  
Anakely2@yahoo.com.br

Maria de Lourdes Silva Santos  
Universidade do Estado do Pará  
2011malu.melo@gmail.com

**Resumo:** Como professores do 6º ano ensinam adição e subtração de fração? Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um diagnóstico do processo de ensino-aprendizagem de adição e subtração de fração, a partir da opinião de professores de matemática. As informações foram produzidas no mês de dezembro de 2020 por meio de um questionário produzido via google forms e aplicado à 50 docentes da rede pública municipal de ensino do Estado do Pará. Para a sistematização e análises das informações produzidas houve a construção de quadros e gráficos estatísticos relativos a cada uma das questões do instrumento. Os resultados indicam, segundo a amostra de docentes, que as mesmas dificuldades que os professores apresentam em ensinar o assunto de adição e subtração de fração, é também apresentada por seus alunos quanto ao aprendizado, principalmente quando se trata de trabalhar com denominadores diferentes e ao calcular o mmc. Concluímos que, apesar dos professores possuírem grande experiência na docência e conhecerem outros métodos de ensino de frações, raramente os exploram em sala de aula, pois, muitos ainda costumam iniciar suas aulas pelo conceito seguido de exemplos e exercícios; utilizam-se de lista de exercícios para serem resolvidos como forma de fixação do conteúdo; prova escrita, trabalhos em grupos ou individuais e produções no caderno são considerados principais formas de avaliação; e o ensino do conteúdo de adição e subtração de fração, se dá principalmente, por meio do cálculo do mínimo múltiplo comum (mmc).

**Palavras-chave:** Matemática. Ensino Aprendizagem. Adição. Subtração. Fração

### 1. Introdução

A Educação Matemática vem se desenvolvendo e estabelecendo relações com as diversas áreas do saber. Nesse sentido, existe uma grande preocupação com a qualidade do ensino de Matemática na educação básica. Nosso desejo em investigar mais a respeito do ensino aprendizagem de Matemática e seus respectivos componentes curriculares foi que optamos por realizar essa investigação sobre ensino de adição e subtração de fração. Justificamos a escolha do tema por percebermos dificuldades apresentadas tanto por docentes no momento do ensino desse conteúdo quanto para os discentes em sua aprendizagem. Também consideramos necessário refletir sobre alternativas metodológicas que possam facilitar o processo de ensino desse componente curricular.

Assim, partimos da seguinte questão norteadora: Como professores do 6º ano ensinam adição e subtração de fração?

A partir dessa questão, definimos como objetivo geral dessa pesquisa: Diagnosticar junto a uma amostra de professores do ensino fundamental da rede pública do estado do Pará, como eles estão ensinando adição e subtração de fração.

No intuito de responder à questão norteadora, a partir dos objetivos propostos nesta pesquisa, realizamos um estudo de campo com uma abordagem qualitativa junto a uma amostra de 50 professores de Matemática que atuam na rede pública do estado do Pará.

Para fundamentar o presente artigo nos apoiamos nas ideias de: Godoy e Santos (2012), Guiomar Namó de Mello (2014), Carneiro e Araman (2017), Brandão e Ribeiro (2016), Sá et al (2010), dentre outros autores, que também serviram de embasamento teórico para o trabalho.

Após realizarmos a revisão de literatura, apresentamos a metodologia utilizada e os resultados da pesquisa, assim como, nossas considerações sobre os processos de ensino do conteúdo de fração, mais especificamente, adição e subtração de fração na rede pública do Estado do Pará.

## **2. Revisão de literatura e o ensino de frações**

Durante décadas, surgiram críticas constantes sobre a forma como nas escolas vem sendo trabalhado os conteúdos escolares, ou seja, como o currículo está sendo vivenciado na sala de aula. Nesse sentido, Godoy e Santos (2012), afirmam que são grandes as divergências existentes nos currículos quanto aos objetivos da educação Matemática e que as relações entre os procedimentos matemáticos formais e suas raízes socioculturais não são refletidos nos fundamentos e práticas desse currículo. Por isso, é importante atentar para o fato de que o currículo é “tudo aquilo que uma sociedade considera necessário que os alunos aprendam ao longo de sua escolaridade” (MELLO, 2014, p. 01).

Ou seja, traçar um planejamento adequado que indique o que fazer, como fazer e porque fazer.

Portanto, quando a definição de currículo e seus verdadeiros objetivos são levados em consideração, tornam-se perceptíveis as grandes dificuldades no processo de ensino e aprendizagem ocorridos nas diversas áreas educacionais. Por isso, na busca de melhorar este processo, principalmente em sala de aula, vários profissionais da educação dedicam-se a pesquisar como o ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos são



desenvolvidos em sala de aula e quais as dificuldades apresentadas tanto pelos professores quanto pelos alunos para, assim, desenvolver novas metodologias de ensino.

Em relação aos estudos sobre frações, na maioria das vezes, resumem-se na análise de um número inteiro dividido em partes fracionadas, utilizando a barra de chocolate ou a pizza como exemplos. Nesse sentido, há uma necessidade de se desenvolver atividades escolares que envolvam frações utilizando a interpretação e as técnicas matemáticas, e não de forma memorizada e pronta. As operações envolvendo as frações precisam ser resolvidas de forma contextualizada, de modo a fazer com que o aluno organize e produza suas ideias a fim de chegar a uma solução adequada.

A aprendizagem de frações não se dá com definições prontas, nomenclatura obsoleta e pseudo-problemas sobre pizzas e barras de chocolates. Os professores deveriam ter atenção para as complexidades que envolvem conceito tão delicado. Os obstáculos à aprendizagem são muitos e de várias naturezas. (LOPES, 2008, p.7)

Desta maneira, Lopes (2008, p.8) defende que os alunos devem ser capazes de compreender o que são as frações e interpretar cada um dos conceitos associados a esta temática. Porém, para isso, o professor deve priorizar as relações necessárias à construção dos conceitos matemáticos relacionados à fração.

Nesse sentido, vários estudos foram desenvolvidos com o objetivo de analisar o ensino de frações e as dificuldades apresentadas pelos estudantes na aprendizagem do mesmo.

Carneiro e Araman (2017) apresentam em seu artigo um estudo sobre o ensino de frações a partir de concepções de professores da educação básica, atuantes em escolas públicas no município de Cornélio Procópio, no estado do Paraná. Essa pesquisa foi desenvolvida com duas professoras com o objetivo de compreender o modo como abordam o conteúdo de frações e para buscar elementos que proporcionem a reflexão das práticas que adotam. Contudo, tendo em vista os aspectos observados no decorrer dessa pesquisa, os autores concluíram que as professoras investigadas apesar de conhecerem outras maneiras de ensino ainda utilizam metodologias tradicionais de ensino em suas práticas. E quanto ao ensino de adição e subtração de fração “revelam que empregam o mínimo múltiplo comum para ensinar operações com frações” (CARNEIRO; ARAMAN, 2017)

Conforme Silva (2019), “é sabido que o processo de ensino de operações com frações, em especial da sua soma (e, conseqüentemente, da subtração pela sua natureza ser compartilhada), tem apresentado dificuldades” e por isso a necessidade de estudos relacionados a esse ensino.

Brandão e Ribeiro (2016) discutem sobre a docência no tocante à adição de frações com denominadores diferentes e propõem, em seu trabalho, atividades que possam servir como introdução ao assunto, pois nesse estudo eles mostram a abordagem do cálculo das frações com denominadores diferentes através do desenho de retângulos. E concluíram que o estudo por meio de representações gráficas no ensino de adição de frações com denominadores diferentes permite o docente refletir sobre a importância de trabalhar esse assunto sem que haja memorizações na sala de aula.

Nos estudos de Sá et al (2010), o objetivo foi avaliar os resultados do ensino de adição e subtração de frações desenvolvido por meio de atividades mediadas por uma calculadora virtual para frações. Com a aplicação do pré-teste – para realizar um diagnóstico do conhecimento prévio dos alunos sobre as operações de adição e subtração com frações - foi possível ser verificado pelos autores que a maioria dos estudantes não conseguiu resolver corretamente as questões de adição e subtração de frações. Para as análises foram elaboradas quatro atividades de redescoberta, um jogo de baralho sobre adição e subtração de frações com o mesmo denominador e outro envolvendo as duas operações com denominadores iguais e diferentes. Os autores, após análises, afirmam que em todas as questões houve um aumento significativo na porcentagem de acertos no pós-teste, em comparação com o pré-teste, apesar de alguns alunos ainda terem feito certas confusões entre procedimentos de resolução.

### **3. Procedimentos metodológicos e sistematização de resultados e análises**

Para este estudo foi realizada uma pesquisa de campo pois, de acordo com Gonsalves (2001, p. 67) é um “tipo de pesquisa que pretende buscar a informação diretamente com a população pesquisada”. O estudo contemplou uma amostra de 50 (cinquenta) professores de Matemática que atuam na rede pública do estado do Pará e teve como instrumento para a produção das informações um questionário composto de 21 perguntas das quais 19 foram fechadas e 2 abertas. Tais questões buscavam saber do processo de ensino de Matemática, a metodologia de ensino desenvolvida em sala de aula para o conteúdo de fração, as dificuldades dos alunos observadas pelo professor em

relação ao aprendizado de fração e indagações relacionadas as operações de adição e subtração de fração.

As questões englobavam perguntas para identificarmos a idade e o sexo dos professores, a sua experiência enquanto docente, a metodologia utilizada para o ensino de matemática, sua percepção sobre o ensino de frações e as dificuldades dos alunos para aprender este conceito e, também, questões voltadas especificamente para o ensino de adição e subtração de fração. As informações coletadas a partir da aplicação deste questionário nos possibilitaram traçar o perfil destes docentes.

Quanto ao gênero, foram ouvidos 24 homens e 26 mulheres, na faixa etária de 15 a 60 anos. Os resultados encontrados a respeito da formação desses professores mostram que 6 possuem a graduação, 31 já cursaram uma especialização, 11 indicaram estão cursando mestrado, e 2 já concluíram o mestrado.

Indagamos como esses professores costumam iniciar suas aulas de matemática e como resultado obtemos que 58% utilizam uma situação problema para depois introduzir o assunto. Dos demais professores, 28% costumam iniciar suas aulas pelo conceito seguido de exemplos e exercícios, ou seja, de maneira tradicional; 4% com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo; 2% costumam apresentar o assunto por meio de brincadeiras, seja de pergunta e resposta de situações do cotidiano ou por meio de paródias; 2% utilizam jogos para depois sistematizar os conceitos; 2% iniciam suas aulas com o uso da História da Matemática e em seguida apresenta uma situação do dia a dia; 2% fazem uso de dobraduras; e 2% dizem usar todas as formas, pois cada aula é diferente.

Nota-se com isso, um aspecto positivo quanto a metodologia usada pela amostra de docentes, uma vez que, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam a resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada [...] (BRASIL, 1998a, p. 40-41).

Nesse sentido, o uso de situações problemas pela maioria dos professores pesquisados demonstra a experiência docente e o grau de formação que estes possuem. E sobre a utilização de metodologias diferenciadas, Godoy e Santos (2012, p. 270), afirmam que “apesar do fato de que a resolução de problema é o eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem da Matemática no ensino fundamental, outros caminhos são destacados como importantes para se trabalhar a Matemática escolar”. Dentre esses recursos “destacam-se a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem oferecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para a construção das estratégias de resolução” (BRASIL, 1998a, p. 42 apud, GODOY; SANTOS, 2012, p.270).

Ao investigarmos com os docentes trabalhavam a fixação do conteúdo ministrado, a maioria expôs a maneira tradicional como a forma mais frequente de fixação, isto é, apresentam uma lista de exercícios para serem resolvidos pelos alunos. Nesse sentido, as principais escolhas estão entre apresentar uma lista de exercícios (74%) e pedir que os alunos resolvam exercícios do livro didático (12%). Os demais, 8% apresentam jogos envolvendo o assunto, 2% apresenta uma lista de exercícios e jogos envolvendo o assunto, 2% além da lista de exercícios e jogos, também manda resolver exercícios do livro didático, e 2% costuma utilizar jogos e material didático.

Esses dados conforme Alves (2018) demonstram pouca variedade na utilização de recursos didáticos para o desenvolvimento do ensino do conteúdo de Matemática. E ainda, estes resultados, demonstram os únicos recursos didáticos possivelmente disponíveis para os professores das Escolas Públicas do Estado do Pará.

Buscamos conhecer como os professores avaliam o aprendizado dos estudantes em relação ao assunto de fração, como se dá o ensino desse conteúdo e, principalmente, obter uma visão geral das dificuldades dos alunos por meio das observações realizadas pelos docentes. Para isso, elaboramos dois quadros que demonstram os resultados obtidos.

No quadro 1 temos uma amostra da relação entre os conteúdos que envolvem fração e se o professor costuma ou não ensiná-los em suas aulas. Para essa análise, perguntamos se o docente costuma ensinar sempre, raramente ou não ensina determinado tópico do conteúdo do ensino de Fração.

**Quadro 1** – Frequência referente ao ensino dos tópicos do conteúdo de fração pelos docentes

Item	Conteúdo	Costuma ensinar esses assuntos?		
		Ensino Sempre (%)	Ensino Raramente (%)	Não Ensino (%)
01	Conceito de fração	98	0	2
02	Representação de fração	96	2	2
03	Equivalência de frações	90	8	2
04	Comparações de frações	88	10	2
05	Tipo de frações	90	6	4
06	Escrita de frações	94	4	2
07	Leitura de frações	94	4	2
08	Simplificação de frações	96	2	2
09	Adição de frações com mesmo denominador	98	0	2
10	Subtração de frações com mesmo denominador	96	2	2
11	Adição de frações com denominadores diferentes	94	4	2
12	Subtração de frações com denominadores diferentes	94	4	2
13	Potência de fração	74	20	6
14	Resolução de problemas nos quais se conhece o todo e se deseja conhecer uma parte	88	8	4
15	Resolução de problemas nos quais se conhece uma parte se deseja conhecer um todo	80	18	2
16	Resolução de problemas em que se conhece uma parte se deseja conhecer outra parte	74	24	2
17	Expressões numéricas com frações envolvendo adição e subtração	68	28	4
18	Problemas que envolvam adição ou subtração com frações	94	4	2

Fonte: Pesquisa de Campo (Dezembro/2020)

Por meio do quadro 1 é possível observar que os conteúdos do ensino de fração mais ensinados pelos docentes, são: Conceito de fração, representação de frações, equivalência de frações, tipos de fração, escrita de frações, leitura de frações, simplificação de frações, adição de frações com mesmo denominador, subtração de frações com mesmo denominador, adição de frações com denominadores diferentes, subtração de frações com denominadores diferentes e problemas que envolvam adição ou subtração com frações, todos com alcance de 90%, embora, alguns estejam acima desse percentual. Os assuntos comparação de frações, resolução de problemas nos quais se conhece o todo e se deseja conhecer uma parte e resolução de problemas nos quais se conhece uma parte se deseja conhecer um todo apresentam um ensino entre 80% e 88%.

Os conteúdos menos ensinados pelos docentes em suas aulas são: potência de fração (74%), resolução de problemas em que se conhece uma parte se deseja conhecer outra parte (74%), expressões numéricas com frações envolvendo adição e subtração (68%), ou seja, este último item refere-se ao conteúdo que os professores mais costumam deixar de ensinar. Diante do que foi exposto pelos docentes notamos que há necessidade de se trabalhar mais o ensino de frações envolvendo potências, resoluções de problemas e expressões algébricas.

Em sequência, no quadro 2, apresentamos as opiniões dos docentes quanto ao grau de dificuldades para os alunos aprenderem os tópicos do conteúdo de fração. Vejamos:

**Quadro 02** – Opinião dos docentes em relação ao grau de dificuldade dos alunos

Item	Conteúdo	Grau de dificuldade para os alunos aprenderem			
		Muito fácil %	Fácil %	Difícil %	Muito difícil %
01	Conceito de fração	34	56	10	0
02	Representação de fração	22	68	10	0
03	Equivalência de frações	10	46	42	2
04	Comparações de frações	6	42	46	6
05	Tipo de frações	14	70	16	0
06	Escrita de frações	24	68	4	4
07	Leitura de frações	26	68	6	0
08	Simplificação de frações	10	46	40	4
09	Adição de frações com mesmo denominador	20	70	10	0
10	Subtração de frações com mesmo denominador	20	68	12	0
11	Adição de frações com denominadores diferentes	6	12	66	16
12	Subtração de frações com denominadores diferentes	2	14	68	16
13	Potência de fração	4	44	42	10
14	Resolução de problemas nos quais se conhece o todo e se deseja conhecer uma parte	4	16	68	12
15	Resolução de problemas nos quais se conhece uma parte se deseja conhecer um todo	4	14	70	12
16	Resolução de problemas em que se conhece uma parte se deseja conhecer outra parte	4	12	68	16
17	Expressões numéricas com frações envolvendo adição e subtração	4	10	68	18

18	Problemas que envolvam adição ou subtração com frações	2	14	68	16
----	--	---	----	----	----

Fonte: Pesquisa de Campo (Dezembro/2020)

Conforme o Quadro 02, acerca do primeiro item que trata o conceito de fração, os professores fornecem sua opinião sobre o grau de dificuldade dos discentes em relação aos conhecimentos desse assunto, pois, 34% consideram muito fácil, 56% acham que é fácil, e 10% acreditam ser um conteúdo difícil.

No que diz respeito às representações de frações, os docentes declararam que este conteúdo é: 22% muito fácil, 68% fácil e 10% difícil. Para o conteúdo de equivalência de frações as opiniões foram: 46% afirmaram ser fácil, 42% consideram difícil, apenas 10% acreditam ser muito fácil e somente 2% classificaram como muito difícil.

As porcentagens com relação ao conteúdo de comparação de frações são: 42% dos docentes avaliaram este conteúdo como fácil; 46% como difícil, 6% como muito fácil e 6% como muito difícil. Referente aos tipos de fração, como mostra o quadro 02, 70% dos professores afirmaram que o grau de dificuldade à aprendizagem deste conteúdo é considerado fácil, 14% muito fácil e somente 16% afirmaram ser um conteúdo difícil.

Sobre a escrita de fração a maioria dos docentes (68%) consideram um assunto de nível fácil, 24% muito fácil, 4% difícil e 4% muito difícil. O mesmo acontece em relação leitura de fração, 68% fácil, 26% muito fácil e 6% difícil. O conteúdo de simplificação de frações foi considerado pelos docentes como: 10% muito fácil, 46% fácil, 40% difícil e 4% muito difícil.

Em relação à operação de adição de frações com o mesmo denominador, 70% dos docentes avaliaram como um conteúdo fácil, 20% como muito fácil e 10% como difícil. Porém, para adição de frações com denominadores diferentes, 66% avaliou como difícil, 16% como muito difícil, 12% como fácil e 6% como muito fácil.

Quanto à operação de subtração de Frações com o mesmo denominador, 68% dos docentes apontaram que este conteúdo é considerado fácil; 20% como muito fácil e 12% como difícil. Por outro lado, em relação à operação de subtração com denominadores diferentes, os resultados dos docentes são: 68% difícil; 16% muito difícil; 14% fácil; e 2% muito fácil.

Investigamos a opinião dos docentes sobre a resolução de três tipos de problemas que envolvem fração. O primeiro foi resolução de problemas nos quais se conhece o todo e se deseja conhecer uma parte. Como resposta para essa indagação

obtivemos que 68% dos professores consultados declararam ser um conteúdo difícil; 12% disseram ser muito difícil; 16% proferiu ser fácil e 4% disse ser muito fácil.

Na segunda situação que foi a resolução de problemas nos quais se conhece uma parte e deseja conhecer o todo, 70% dos discentes disse ser um conteúdo difícil; 14% fácil; 12% muito difícil e 4% muito difícil. E para o terceiro tipo que foi resolução de problemas em que se conhece uma parte e deseja conhecer outra parte, os professores declaram ser difícil (68%), muito difícil (16%), Fácil (12%) e muito difícil (4%).

Para as expressões numéricas com frações envolvendo adição e subtração, os docentes julgaram um nível de dificuldade: difícil (68%); muito difícil (18%); fácil (10%) e muito fácil (4%). Para problemas que envolvam adição ou subtração de fração os docentes apontaram como: 68% difícil; 16% muito difícil; 14% fácil e apenas 2% dos docentes declararam ser um conteúdo considerado muito fácil.

Ao observarmos esses dados concordamos com Alves (2018) quando afirma que

Apesar de alguns conteúdos relacionados à Fração serem considerados difíceis, ou até mesmo nem serem abordados pelos docentes, devem ser mais valorizados em sala de aula para que o aluno, tendo o contato com esses tópicos possa ter oportunidades de compreendê-los para a promoção da aprendizagem, caso contrário, estará sendo cerceado seu acesso a esse conhecimento tão fundamental para a sua vida escolar e cotidiana. (ALVES, 2018, p. 94)

Nesse sentido, avaliamos ser necessário que se trabalhe o ensino de frações com maior atenção às atividades que envolvam adição e subtração de frações com denominadores diferentes, potência de fração, a resolução de problemas que envolva o conceito de parte-todo e expressões numéricas nas quais necessitem de conhecimento sobre adição e subtração de fração. Enfatizamos assim, “a importância da formação docente, tanto inicial como continuada, trazendo os saberes necessários para atuação em sala de aula, para sanar ou amenizar estas dificuldades encontradas nos professores e alunos”. (ALVES, 2018, p. 94)

Na última parte do questionário, tivemos como objetivo obter informações dos docentes sobre o ensino e aprendizado, especificamente, do assunto adição e subtração de fração. Assim, perguntamos se na opinião deles existe algum tipo de dificuldade quanto ao ensino de adição e subtração de frações.



De acordo com o que é demonstrado no quadro 3 abaixo, 50% dos professores relataram que a maior dificuldade em se desenvolver o ensino de adição e subtração de fração, consiste em trabalhar com denominadores diferentes e, conseqüentemente, no cálculo do mínimo múltiplo comum (mmc). Isso pode ser evidenciado na fala do P10, um dos docentes pesquisados:

*Creio que a maior dificuldade é de compreender o conceito de múltiplo comum, para a resolução de questões desse tipo, pois como eles estão acostumados a somar e subtrair de forma direta, a compreensão de que precisa-se tirar o MMC para resolver questões de fração com denominadores diferentes leva um pouco mais de tempo.*

Outro professor P9, também relata que “a maior dificuldade é a adição e subtração de frações com denominadores diferentes, a maioria dos alunos não lembram do MMC”.

Foram relatadas outras dificuldades além dessas como: Dificuldade de efetuar cálculos (2,5%); A falta de materiais manipuláveis na escola (5%); Falta de interesse do aluno (7,5%); Necessidade de mais números de aulas para desenvolver esse assunto (2,5%); Compreensão do conceito parte – todo (2,5%); Falta de material didático (5%); Dificuldade na leitura e interpretação (2,5%); Dificuldade nas quatro operações (7,5%); e 10% dos docentes julgaram não haver nenhuma dificuldade no ensino desse assunto.

**Quadro 3** – Opinião dos docentes sobre as dificuldades quanto ao ensino de adição e subtração de fração

Item	Dificuldades Quanto ao Ensino de Adição e Subtração de Fração	Docentes
01	Dificuldade de efetuar cálculos	2,5%
02	Compreensão de denominador e numerador.	5%
03	A falta de materiais manipuláveis na escola	5%
04	Trabalhar com denominadores diferente e cálculo de MMC	50%
05	Falta de interesse do aluno	7,5%
06	Necessidade de mais números de aulas para desenvolver esse assunto	2,5%
07	Compreensão do conceito parte - todo	2,5%
08	Falta de material didático	5%
09	Dificuldade na leitura e interpretação.	2,5%
10	Dificuldade nas quatro operações	7,5%
11	Nenhuma dificuldade	10%

Fonte: Pesquisa de Campo (Dezembro/2020)

Questionamos se os docentes apontavam alguma dificuldade apresentada pelos estudantes no processo de aprendizado de adição e subtração de fração. Sugerimos algumas alternativas para os mesmos apontarem e poderiam apontar mais de uma dificuldade. Como podemos observar no quadro 04, os docentes foram quase unânimes (43 professores dos 50 pesquisados) em apontar que os estudantes apresentam dificuldades no cálculo da adição e da subtração envolvendo frações com denominadores diferentes, para transformar tais frações com denominadores iguais.

Dificuldade para determinar o mínimo múltiplo comum (m.m.c.) foi a segunda dificuldade mais destacada (37 professores). Em seguida temos que 30 docentes também apontaram a dificuldade na leitura e interpretação de situação problema. 22 professores citaram, além de outras, a dificuldade de aplicar o conhecimento do conteúdo em diferentes situações. E somente um professor acredita não existir nenhuma dificuldade de aprendizado do aluno em relação a esse assunto.

**Quadro 4** - Dificuldade apresentada pelos estudantes no processo de aprendizado de adição e subtração de fração segundo a opinião dos docentes

Item	Dificuldade apresentada pelos estudantes no processo de aprendizado de adição e subtração de fração segundo a opinião dos professores	Docentes (nº)
01	Dificuldade de aplicar o conhecimento do conteúdo em diferentes situações	22
02	No cálculo da adição e da subtração envolvendo frações com denominadores diferentes, apresentam dificuldade para transformar tais frações com denominadores iguais	43
03	Dificuldade na leitura e interpretação de situação problema	30
04	Dificuldade para determinar o mínimo múltiplo comum (m.m.c.)	37
05	Os alunos não apresentam nenhuma dificuldade	1

Fonte: Pesquisa de Campo (Dezembro/2020)

Essas dificuldades são constatadas também nos estudos de Santos e Fonseca (2019) ao afirmar que

[...] identificamos que os alunos possuíam dificuldades nas operações que envolviam frações, tanto por falta de entendimento do conceito, quanto por barreiras na resolução das quatro operações básicas, pois eles ficavam a todo o momento perguntando como resolver a operação de soma com denominadores diferentes entre outras inquietações. Além disso, percebemos nas respostas que alguns alunos não calcularam as operações corretamente. (SANTOS; FONSECA, 2019, p. 58)

Observamos, assim, que as mesmas dificuldades que os professores apresentam em ensinar o assunto de adição e subtração de fração é, também, apresentada pelos alunos

quanto ao seu aprendizado, principalmente, quando se trata de trabalhar com denominadores diferentes e assim, o cálculo de mmc. Em relação a dificuldade na leitura e interpretação de situação problema, essa foi evidenciada também na pesquisa de Santos e Fonseca (2019, p.58), uma vez que, “os alunos apresentaram dificuldade na leitura e interpretação da situação problema, pois durante a aplicação do exercício ficaram pedindo para que fosse repetido o enunciado diversas vezes”. E se tratando da dificuldade para determinar o mínimo múltiplo comum (m.m.c.), os mesmos autores afirmaram; “constatamos que os erros mais frequentes estavam relacionados a simplificação, multiplicação e determinar o mínimo múltiplo comum (m.m.c.)”. (SANTOS; FONSECA, 2019, p. 59)

Por fim, perguntamos aos docentes que sugestões dariam relativas a elaboração de um material didático específico para o ensino de adição e subtração de fração. Muitos dos professores pesquisados sugeriram a criação de materiais manipuláveis e jogos, como podemos observar na fala de um professor, o qual, chamamos de P26: *“materiais manipuláveis, jogos e algo que esteja destinado principalmente a esclarecer essa dúvida nas frações com denominadores diferentes, o MMC”*. O professor P40 declara: *“acredito que um software, ou aplicativo, que ajude os alunos através das tecnologias seria interessante”*. Já o professor P44 diz: *“trabalhar de forma interdisciplinar como o uso da música (teoria musical)”*. Na visão do professor P20 é necessário a elaboração de um material *“que seja inovador e atrativo para o aluno. Que leve ele a descobrir sozinho o método de resolução”*.

## **5. Considerações finais**

No decorrer desta pesquisa, procuramos investigar com os docentes como se dá o ensino de adição e subtração de fração na rede pública do Estado do Pará, assim como, as dificuldades apresentadas pelos estudantes no aprendizado desse assunto segundo a opinião dos docentes. Diante das respostas obtidas por meio do questionário, podemos concluir que, apesar dos professores possuírem grande experiência na docência, e assim, conhecerem outros métodos de ensino de frações, raramente os exploram em sala de aula, visto que, a maioria inicia suas aulas com uma situação problema para depois introduzir o assunto e, muitos ainda costumam iniciar suas aulas pelo conceito seguido de exemplos e exercícios.

Foi possível perceber que os docentes conhecem outros métodos para ensinar frações, mas não os adotam argumentando, que a realidade cotidiana da escola pública é o principal impedimento para o emprego desses métodos e com isso utilizam-se de lista de exercícios para serem resolvidos como forma de fixação do conteúdo, prova escrita, trabalhos em grupos ou individuais e produções no caderno como principais formas de avaliação.

Outro ponto a ser destacado diz respeito a pouca, ou quase nenhuma, oferta de formação continuada por parte da rede de ensino em que trabalham. Contudo, um dos papéis do professor é buscar os conhecimentos que lhe faltam e estar em constante atualização para então poder proporcionar um ensino com metodologias diferentes das utilizadas no ensino tradicional.

E quanto as dificuldades de ensino do conteúdo de adição e subtração de fração, é possível afirmar que estão relacionadas em trabalhar com denominadores diferentes e, conseqüentemente, no cálculo do mínimo múltiplo comum (mmc). Ficou evidenciado que, assim como os docentes, os alunos apresentam muitas dificuldades relacionadas a esse conteúdo, principalmente, o cálculo de m.m.c de soma e subtração com denominadores diferentes e, conseqüentemente, o cálculo das quatro operações básicas, e leitura e interpretação de situações problemas que envolvem adição e subtração de fração.

Portanto, após todas as análises e observações, concluímos que a criação de materiais didáticos específicos como jogos, softwares, aplicativos (sugestões dadas pelos próprios professores investigados) são alternativas para potencializar o ensino de adição e subtração de fração. Ou seja, é importante elaboração de um material “*que seja inovador e atrativo para o aluno. Que leve ele a descobrir sozinho o método de resolução*”. (P 20)

## Referências

ALVES, K.S.F. **O ensino de fração por atividades**. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade do Estado do Pará. Belém: 2018. 315p.

BRANDÃO, C. L. F; RIBEIRO, M. M. C. L. O estudo das adições de frações com denominadores diferentes através das representações gráficas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, n. 12, p. 1-10. São Paulo. **Anais...**São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016.

BRASIL/MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental - Matemática.** Brasília MEC/SEF. 1998.

CARNEIRO, Luís Felipe Gonçalves; ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira. Concepções de professores da educação básica sobre o ensino de frações: considerações preliminares. In: **ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.** Cascavel: Unioeste, n.14, p. 1 -10, 2017.

GODOY, E. V; SANTOS, V. de M. **O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática.** Vitória da Conquista: Práxis Educacional, v. 8, n. 13, pg. 253-280, 2012.

GONSALVES, E. **Iniciação à pesquisa científica.** Campinas, SP: Editora Alínea, 2001.  
LIMA, Rafael Pontes. **O ensino e a aprendizagem significativa das operações com frações: Sequência didática e o uso de tecnologias digitais para alunos do Ensino Fundamental II.** 232f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2014

LOPES, A. J. **O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações.** Bolema, Rio Claro, ano 21, n.31, p. 1-22, 2008.

MELLO, Guiomar Namó de. **Currículo da educação básica no Brasil: concepções e políticas.** São Paulo: CEEESP, 2014.

MORAES, C. A.; DEMARTINI, Z. B. **A concepção da avaliação escolar em Matemática a partir dos desenhos de alunos.** In: REVISTA PEDAGÓGICA, Chapecó - SC, v. 17, n. 35, p. 196-216, maio/ago. 2015. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5611504.pdf>. Acesso em: 05/01/2021.

SÁ, Pedro Franco de et al. Adição e subtração de frações com calculadora virtual. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, n.10, p. 1-10. Salvador. **Anais...** Salvador – Bahia: Via Litterarum, 2010.

SANTOS, Renata dos; FONSECA, Simone Silva da. **Dificuldades dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em Aprender Fração.** Revista Insignare Scientia (RIS), vol. 2, n. 1. Jan./Abr. 2019

SILVA, Daniela Mendes Vieira da. **Compreendendo a soma de frações com flutuadores de piscina recortados à luz da teoria dos registros de representação semiótica.** Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco, v. 8, n. 2, p. 37-48, 2019.



**Palestra: A Teoria apos e sua implicação no ensino de matemática.**

Dra. Maria Alice de Vasconcelos Feio Messias (UEPA/UNAMA/SEDUC)

**Palestra: A Teoria da Atividade e o ensino da matemática**

Dr. Hector José Garcia Mendoza (UFRR)



## A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FEIRA DE MATEMÁTICA DA ESCOLA NOSSA SENHORA DO ROSÁRIO MARITUBA-PA

Jhonata da Costa Santana<sup>12</sup>

Iza Helena Travassos Ferraz de Araujo<sup>13</sup>

### RESUMO

Com um dos objetivos de se desvincular a matemática do ensino tradicional a Feira de Matemática é um evento que vem ocorrendo no estado de Santa Catarina a mais de 30 anos. no Pará ocorreu a primeira Feira de Matemática da Escola Nossa Senhora do Rosário – Marituba-PA. A partir dos trabalhos apresentados na feira por alunos da escola identificamos dentro da modalidade “Matemática aplicada e/ou sua inter-relação com outras disciplinas” percebemos que alguns trabalhos apresentados na feira têm identificação com a tendência da Modelagem Matemática e a partir dessa análise chegamos a uma conclusão de que a feira ajuda a professores e alunos a quebrar o paradigma tradicionalista do ensino da Matemática podendo-a ver e manipula-la em sua forma concreta.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Feira de Matemática; Metodologia.

### 1. Introdução

A Matemática escolar tem bastante destaque dentro do currículo da escola e através dos indicadores de avaliações do governo como a olimpíadas de Matemática, prova Brasil, PISA e o ENEM. Durante minha vivencia escolar percebi que a Matemática é vista pelos alunos como uma das matérias mais difícil do currículo escolar por não entenderem os conteúdos que são abordados pelos professores, tendo em quase sua totalidade apenas conceito, exercício e repetição dos exercícios até que o aluno conseguisse decorar a fórmula Matemática.

Novas metodologias de ensino estão surgindo e rompendo com o paradigma tradicional de ensino, inovando com novas práticas metodológicas para que o aluno consiga aprender e entender os conteúdos matemáticos de uma forma que o aluno assimile o conteúdo e relacione de acordo com a sua realidade. Dentre essas correntes

---

<sup>12</sup> Graduado em Pedagogia pela Universidade Federal do Pará – UFPA. jhonatasantana1889@gmail.com

<sup>13</sup> Professora do Instituto de Ciências da Educação da Universidade Federal do Pará – UFPA. izahelena@ufpa.br

metodológicas, destacam-se a Modelagem Matemática, que tem o intuito de fazer com que o aluno obtenha modelos matemáticos válidos para um problema/situação real em seu dia-a-dia.

O objetivo deste artigo é apresentar a feira de matemática que foi realizada no município de Marituba-Pa. na escola Nossa Senhora do Rosário (E.N.S do Rosário) nos dias 13 e 14 de novembro de 2017, e a partir dos trabalhos apresentados na feira identificar dentre eles os que tem vestígios do uso da tendência da Modelagem Matemática apresentando os resultados.

### **1- A Modelagem Matemática no ensino**

O ensino tradicionalista tão comumente criticado por estudantes e educadores por ser um ensino em que se considera apenas a transmissão de conteúdos, sem levar em conta a carga histórica de aprendizado do ambiente local em que o aluno traz consigo, ainda é a principal maneira de ensinar dos professores.

Nessa concepção de aprendizagem de acordo com Chaves (2005) o aluno aprenderia por pura repetição dos conteúdos. Ou seja, no ensino tradicionalista da Matemática escolar, o aluno aprenderia se apenas repetisse as fórmulas constantemente até que conseguisse decora-la. Porém, metodologias de ensino conseguem quebrar com esse viés tradicional da matemática, e uma delas é a Modelagem Matemática.

Modelagem Matemática é um método que transforma uma situação/questão inscrita na linguagem corrente e proposta pela realidade em linguagem simbólica pela matemática, fazendo aparecer um modelo matemático, que por ser uma representação significativa do real, se analisado e interpretado segundo as teorias das matemáticas, devolve informações interessantes para a realidade em que está sendo questionada. (CHAVES. 2005, p. 21)

A Modelagem Matemática é uma tendência que tem como foco a obtenção de modelos matemáticos válidos para uma situação/problema real em que o aluno tenha que usar conceitos matemáticos. Esta é uma tendência que vai proporcionar aos alunos usar conceitos matemáticos em sua realidade local.

Para que ocorra esse processo de modelagem Biembengut e Hein (2007) destacam que o professor deve seguir alguns passos nos quais são: escolha do tema, interação com o tema, planejamento do trabalho a ser desenvolvido pelos grupos, conteúdo matemático, e a validação.

A escolha do tema é o processo no qual o professor e os alunos escolheram o tema a ser trabalhado, nessa etapa o professor pode escolher um tema que esteja dentro do seu plano de aula. Na interação o professor pode propor para que os alunos façam um levantamento do tema escolhido, podendo fazer pesquisa em jornais, livros, internet e etc. O planejamento será a parte no qual os alunos escolheram uma questão para se iniciar o trabalho, fazendo assim o levantamento dos dados da questão. O conteúdo matemático deve abordar algo relacionado à disciplina, porém se os alunos precisarem pode-se usar conteúdos que não estejam nos conteúdos pré-estabelecidos pelo currículo escolar. E na validação é onde o professor verifica se o aluno conseguiu construir de fato um modelo matemático que será útil.

A Modelagem Matemática pode ser um grande agregador no aprendizado dos alunos se o professor tiver um tempo bom para se trabalhar com essa metodologia. Dentro disso, destaca-se o papel das Feiras de Matemáticas como um projeto em que se possa trabalhar novas metodologias de ensino com os alunos.

## **2- Breve histórico das Feiras de Matemática e sua relevância.**

A partir da necessidade de impulsionar o estudante para o campo científico e presenciando os problemas enfrentados pela maioria no que diz respeito a absorção, exploração e amplificação dos conhecimentos, surge a ideia de organizar eventos para tentar articular os estudantes e os conhecimentos básicos e científicos, como olimpíadas, clubes de ciência, feiras de ciências, congressos e concursos.

Tais eventos surgiram com a finalidade de proporcionar aos discentes um tempo a mais de estudo, porém não por meio de conteúdos dentro de sala de aula, mas sim através da participação ativa na experimentação e prática do objeto de estudo, como forma de explorar e disseminar esse conhecimento.

Em 1984, os professores José Valdir Floriani e Vilmar José Zermiani, na intenção de fazer feiras científicas mais específicas do campo da matemática, surgiram com a proposta de elaborar as primeiras Feiras Matemáticas no estado de Santa Catarina, mais precisamente em Blumenau com a realização da I Feira Regional de Matemática e a I Feira Catarinense de Matemática no ano de 1985.

As Feiras Matemáticas possibilitam além de articular a prática dos conhecimentos básicos e científicos, também a interação entre pessoas com diferentes saberes, diferentes

níveis de conhecimento, que ao exporem seus trabalhos e pesquisas, recebem críticas e avaliações, cujo resultado é a transmissão do conhecimento.

Vale ressaltar que as Feiras Matemáticas diferem das feiras de ciências, a partir do objetivo de promover não somente a ampliação desses conhecimentos para os alunos, mas sim para comunidade escolar como um todo, ou seja, resulta na interação, porém a feira de ciências tem o objetivo de promover apresentações de trabalhos com disputas entre os projetos (re)produzidos pelos alunos.

É de relevância ressaltar inicialmente que preconizamos a realização de Feiras de Matemática independente das Feiras de Ciência. Esta postura se deveu ao fato de entendermos que não deveríamos incentivar apenas a apresentação de trabalhos extraclasse, atitude predominante nas Feiras de ciências, com o propósito de transformar as atividades escolares em verdadeiros laboratórios vivos de aprendizagem científica, coparticipada pela comunidade, desta forma não elitizando a matemática. (ZERMIANI, 1996, p.5)

Sendo assim, a exploração não somente da temática, como também da Feira matemática propriamente dita, contribui para formação profissional tanto de professores da área como de estudantes que ainda estão em processo de formação e objetivam uma carreira voltada para o campo científico.

Com o intuito de proporcionar atividades voltadas para a melhoria do ensino da Matemática escolar ocorreu nos dias 13 e 14 de novembro de 2017 I Feira de Matemática E.N.S do Rosário localizada no município de Marituba-Pa.

### **3- A Escola Nossa Senhora do Rosário**

A E.N.S do Rosário fica localizada no município de Marituba, sendo uma escola pública (da esfera estadual) e urbana. Marituba é um município do estado do Pará, o qual segundo dados do IBGE possui uma população estimada em 127.858 habitantes em 2017. No quesito educação, o município teve, em 2015, 4.3 na nota do IDEB nos anos iniciais do ensino fundamental e 3.7 nos anos finais do ensino fundamental, cujo número de matrículas foi de 17.184 nesse nível de ensino e 5.380 matrículas no ensino médio.

As modalidades de ensino que a Escola Nossa Senhora do Rosário oferece o: ensino fundamental - anos iniciais, ensino fundamental - anos finais, educação de jovens e adultos - EJA, divididos nos turnos matutino, vespertino e noturno. No entanto vale ressaltar que o ensino médio é ofertado na escola por intermédio de um convênio com a SEDUC/PA - Secretaria Estadual de Educação. O censo de 2017 (INEP/MEC) possibilita observar a infraestrutura, na qual possui 24 salas de aula para 48 turmas, sala de recursos multifuncionais para Atendimento Educacional Especializado (AEE), laboratório de

informática, laboratório de ciências, 88 funcionários sendo 42 docentes, sala de diretoria e secretaria, quadra de esportes coberta, alimentação escolar para os alunos, cozinha, biblioteca, sala de leitura, parque infantil, refeitório, almoxarifado, auditório, pátio coberto e pátio descoberto. A escola conta ainda com recursos como computadores para alunos e administração, TV, equipamento de som, DVD, equipamentos multimídia e internet<sup>14</sup>.

#### **4- I Feira de Matemática da Escola Nossa Senhora do Rosário-Marituba/PA**

É perceptível que o tema das Feiras Matemáticas, principalmente no estado do Pará, não é discutido nem tão pouco valorizam a realização desses eventos. Sendo assim, a fim de promover o tema, este trabalho deve conter não somente o relato da experiência da I Feira de Matemática da Escola Nossa Senhora do Rosário (E.N.S do Rosário) no ano de 2017 como também a análise documental de trabalhos verificando dentre eles quais foram trabalhados a partir da tendência da Modelagem Matemática.

Isto posto, nos dias 13 e 14 de novembro de 2017, em parceria com o “Laboratório Pedagógico de Matemática da Educação Básica” do Instituto de Ciências da Educação (ICED) da Universidade Federal do Pará (UFPA), ocorreu a I Feira Matemática da Escola Nossa Senhora do Rosário, em Marituba/PA, sob o edital de Portaria N° 040/2017-ICED. Esse evento contou com o apoio da Pró-Reitoria de Extensão (PROEX/UFPA), da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência do Pará (SBPC/PA) e do Programa de Pós-Graduação em Currículo e Gestão de Escola Básica. Os responsáveis pela organização e realização desse evento foram a professoras Dra. Iza Helena Travassos Ferraz de Araújo (ICED/UFPA) e o professor Especialista Lindomar Araújo Pimentel (ENSR). Segundo Araújo & Pimentel (2017, p.11)

O Laboratório Pedagógico de Matemática da Educação Básica consiste em um projeto de extensão da Universidade Federal do Pará, que tem como principal objetivo instrumentalizar os professores que ensinam matemática na Escola Nossa Senhora do Rosário, localizada no município de Marituba, Pará, visando a melhoria da qualidade do ensino desta disciplina. A proposta pautou-se nas pesquisas sobre Laboratórios de Ensino de Matemática, Feiras de Matemática e nos aportes teóricos do campo do Currículo.

A feira proporcionou para a comunidade escolar e a comunidade local algo nunca antes visto na escola, no qual a matemática se fez presente não apenas em sua forma

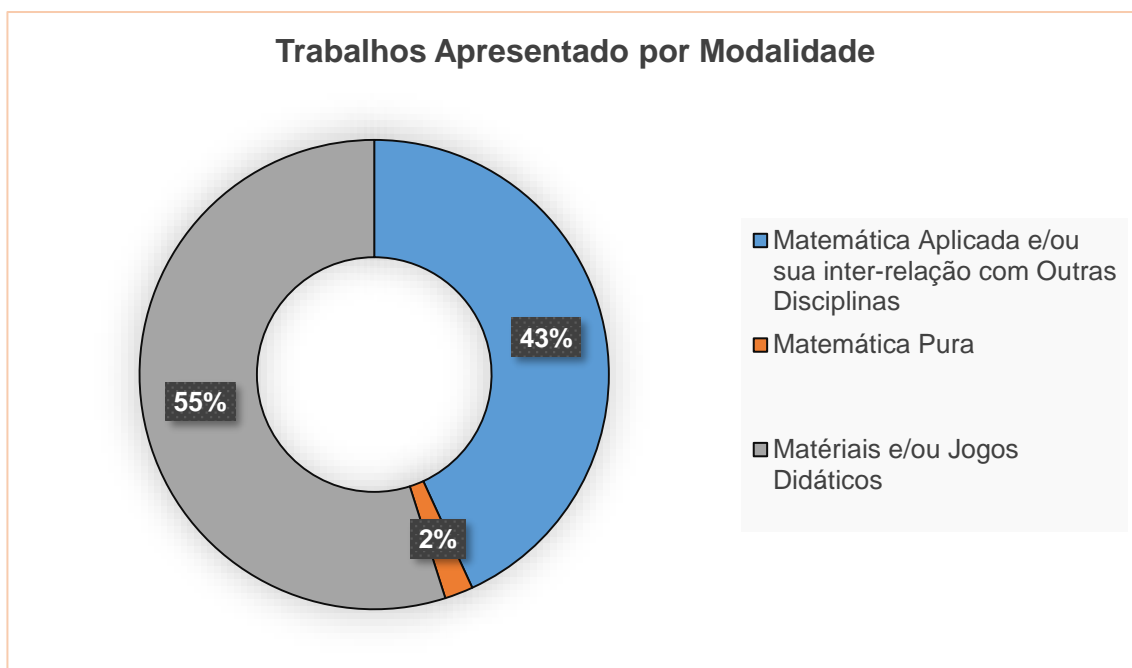
---

<sup>14</sup> Fonte: <http://www.escol.as/27270-e-r-c-e-f-nossa-sra-do%20rosario>. acesso em 11/07/2018

abstrata como normalmente é vista em sala de aula, mas sim tendo-a em sua forma concreta e onde está presente em seu dia-a-dia.

A feira contou com um total de 51 trabalhos aprovados que foram escritos em três modalidades, no quais foram: Materiais e/ou jogos didáticos, Matemática Pura e Matemática aplicada e/ou sua inter-relação com outras disciplinas, no qual focaremos a nossa análise a partir dos trabalhos que foram expostos nesta última modalidade.

Gráfico 1



FONTES: acervo da escola Nossa Senhora do Rosário

Na modalidade “Matemática aplicada e/ou sua inter-relação com outras disciplinas” foram aprovados 22 trabalhos, registrando um total de 43% dos trabalhos que foram expostos durante a feira. Porém um trabalho estava sem o resumo e ficou de fora da análise final deste artigo.

ARAÚJO (2017, P.2) destaca que nessa modalidade “a matemática é um recurso para a aplicação direta como forma de se obter um resultado concreto dentro de uma atividade, por assuntos e por métodos”. Ou seja, nessa modalidade a matemática é vista em sua forma concreta no qual se baseará a partir da realidade local do aluno.

Para isso os alunos veem os conteúdos matemáticos em sala de aula e verificam na prática onde aquele conteúdo está presente no seu dia-a-dia, levando-os a obter uma aprendizagem significativa, pois os alunos fazem todo o constroem e verificam o resultado final daquilo que foi feito produzido por eles próprios.

O centro do processo de ensino da Feira de Matemática é focado nos alunos, no qual o professor tem que apenas guiar os mesmo para que eles consigam assimilar como o processo está sendo feito para a construção do seu trabalho matemático. Nesta modalidade percebe-se ainda que o foco está em buscar o resultado Matemático em sua forma concreto e não na apenas na abstração não tendo quase nenhuma identificação com o real.

Logo abaixo, estão listados os trabalhos que foram apresentados na modalidade “Matemática Aplicada e/ou suas inter-relações com outras disciplinas” apresentados na feira da E.N.S do Rosário divididos por etapas de ensino.

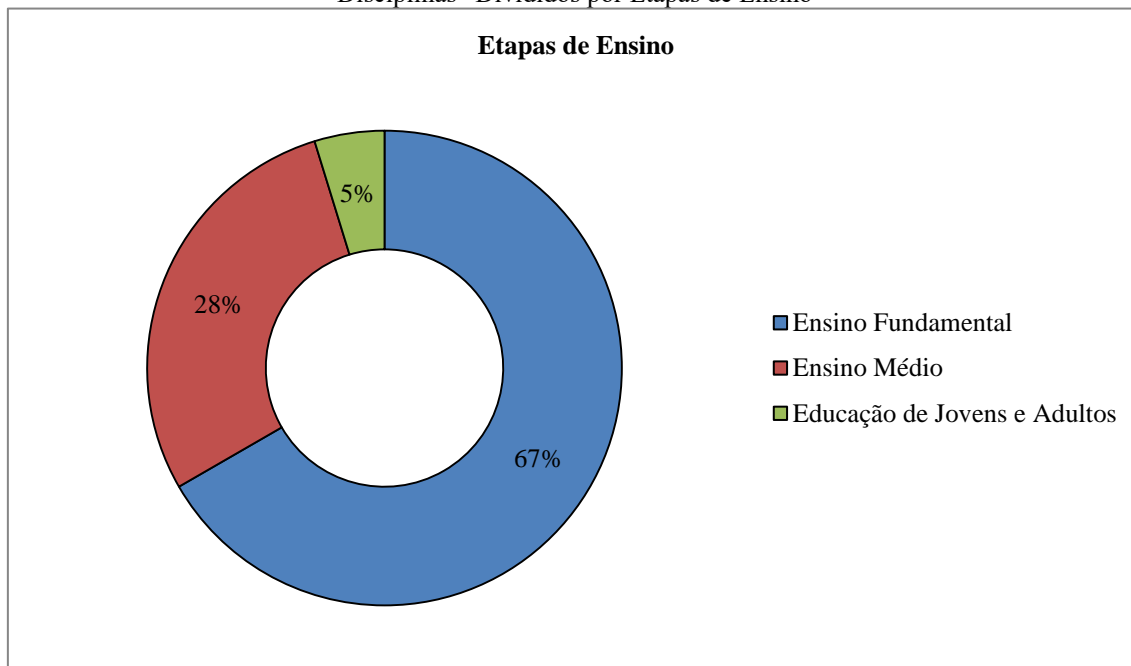
**Quadro 1:** trabalhos apresentados na I Feira de Matemática da escola Nossa Senhora do Rosário.

Ensino Fundamental Anos Iniciais	Ensino Fundamental Anos Finais	Ensino Médio	EJA
Formas Geométricas: Onde elas estão em nosso dia-a-dia;	A importância da Matemática no desenvolvimento sustentável;	Açaí: Produção de frutos, mercado e consumo;	A Arte na construção civil.
A importância do relógio na Matemática;	Matemática, saúde e qualidade de vida;	Função receita na produção do açaí;	
Supermercado do Rosário;	A utilização do Retângulo Áureo nas Artes e na Arquitetura;	Funções e a produção do açaí;	
Ciências e Matemática com o desperdício de água;	A porcentagem da Matemática na visão política;	Trigonometria como ferramenta do cotidiano;	
Minha casa minha vida;	Energia eólica;	Como a Matemática facilitou a compreensão de fenômenos físicos que revolucionaram nossa sociedade;	
A Arte de aprender Matemática rimando.	Máquina de choque;	Interpretação gráfica à cinemática.	
	Degelo colorido;		
	Mini vulcão submarino.		

Fonte: Acervo da Escola Nossa Senhora do Rosário

O gráfico 2 foi dividido no número de trabalhos da modalidade “Matemática aplicada e/ou sua inter-relação com outras disciplinas” nos três níveis de ensino em que a escola atua, os quais foram: Ensino Fundamental, Ensino Médio e a Educação de Jovens e Adultos (EJA).

**Gráfico 2:** Trabalhos da Modalidade “Matemática Aplicada e/ou sua Inter-relação com outras Disciplinas” Divididos por Etapas de Ensino



FONTE: acervo da escola Nossa Senhora do Rosário

Os dados que foram obtidos mostraram que cerca de 67% (14) dos trabalhos apresentados foram do Ensino Fundamental, o Ensino Médio apresentou 28% (6) trabalhos e a EJA 5% (1) dos trabalhos submetidos nessa categoria.

Ao dividir o gráfico 2 percebemos que mais da metade dos trabalhos sobre Matemática Aplicada apresentados na feira foram de alunos do Ensino Fundamental. Como o ensino fundamental é a etapa de ensino em que o aluno passa mais tempo durante a sua trajetória escolar e Biembengut e Hein (2007) destaca que a Modelagem Matemática pode despertar o interesse no aluno por assuntos ainda desconhecidos.

### 5- Análise dos Trabalhos

Ao analisar os resumos percebeu-se que na Feira de Matemática houve diversos trabalhos de matemática aliadas a outras disciplinas afins do currículo escolar como: Química, Biologia, Física e Pedagogia, mostrando a importância da feira em se fazer a interdisciplinaridade, percebe-se que a feira não se constitui apenas em trabalhos voltados somente para a matemática em si.



Ao fazer a análise dos resumos, foram identificados três trabalhos com o tema “Açaí” nos quais foram: “Função Receita na Produção do Açaí” do 3º ano do Ensino Médio, “Funções e a Produção do Açaí” do 1º ano do Ensino Médio e “Produção de Frutos, Mercado e Consumo” do 1º ano do Ensino Médio, que estavam explícitos nos seus resumos que foram utilizados o uso da tendência da Modelagem Matemática durante a construção dos mesmos para a apresentação na Feira de Matemática da E.N.S. do Rosário. Também foram identificados em outros trabalhos a partir de leituras de autores bases como Biembengut e Hein (2007) e Chaves (2005) e comparados com os resumos dos trabalhos, no qual destacarei a seguir.

O trabalho intitulado “Trigonometria como Ferramenta do Cotidiano” do 1º Ensino Médio tem a parceria do LEM-UFPA, nesse trabalho buscou-se fazer relações entre as funções trigonométricas com o cotidiano do aluno, apresentando gráficos, tabelas dados, vídeo-aulas, aplicativos e programas de computador para terem um melhor entendimento sobre o assunto. Conclui-se que após o processo os alunos terão um maior conhecimento das funções trigonométricas no seu cotidiano.

O trabalho “Supermercado do Rosário” do 2º ano do Ensino Fundamental, buscou fazer com que os alunos reconhecessem as cédulas que circulam no País, fazendo que elas soubessem onde, como e por que se usa o dinheiro. Primeiro, se perguntou aos alunos o que é o Sistema Monetário, para depois mostrarem o valor de cada uma cédula, logo após foi confeccionado embalagens para se fazer leitura de rótulos. Em outro momento foram classificados os alimentos e o seu valor, identificando-os com placas e preços, após isso os alunos realizaram as compras com a lista que fizeram em casa passando no caixa para fazerem o pagamento.

No trabalho “A Importância do Relógio na Matemática do dia-a-dia” do 5º ano do Ensino Fundamental, objetivou fazer com que o aluno possa entender melhor a organização do tempo. Num primeiro momento os alunos fizeram pesquisas sobre vários tipos de relógio através de um estudo bibliográfico, depois fizeram confecções de relógios de sol e areia. Nas aulas, foram trabalhados os algarismos romanos, cálculos de tempo perdido, raiz quadrada exata e frações. No final os alunos fizeram uma reflexão de como podiam aproveitar bem as 24 horas do dia.

O trabalho intitulado “As formas Geométricas: onde elas estão em nosso dia-a-dia do 3º ano do ensino fundamental, que recebeu grande destaque durante a feira, objetivou-

se fazer com que as crianças fizessem relações entre as formas geométricas que elas estudavam com as formas que elas viam em seu dia-a-dia. Num primeiro momento a professora demonstrou as formas planas para as crianças e logo em seguida fez-se uma “aula passeio” com seus alunos para que os mesmos pudessem identificar em sua localidade as formas que eles estudavam em sala de aula. Furtado e Neto. 2016, p.47 destaca que

“A Modelagem no ensino não enfatiza a matemática em si; ela busca aproximações com outras áreas para, aí, nos problemas propostos, voltar-se para encontrar na matemática que se possa empregar para a modelagem em questão”.

Os autores destacam que um dos eixos da Modelagem Matemática é trabalhar a interdisciplinaridade entre a Matemática e outras disciplinas afins do currículo escolar, fazendo com que o aluno possa também assimilar outras áreas do conhecimento sobre um mesmo assunto, sabendo utilizar aquele conteúdo matemático trabalhado dentro de sala no seu dia-a-dia.

Ao trabalhar a Modelagem com os seus alunos mesmo sendo direta ou indiretamente com seus alunos o professor estará proporcionando ao aluno uma metodologia onde este possa usar a Matemática aprendida na escola no seu dia a dia, diferente do método tradicional onde a mesma só é vista através de fórmulas sem identificação com o real.

Zermiani (2003) destaca alguns dos objetivos da feira no quais se deseja despertar maior interesse na aprendizagem da Matemática por parte dos alunos, a integração da Matemática com as outras disciplinas e também promover a divulgação dos conhecimentos Matemáticos.

Com esses trabalhos que foram avaliados por nós que contêm vestígios de Modelagem, percebemos que os professores tendem a trabalhar em uma perspectiva de modelagem em suas aulas direta ou indiretamente, pois podem proporcionar a os alunos situações/problemas que façam parte de sua realidade, no qual os mesmos possam intervir nela.

todas as vezes que o aluno a partir de conhecimentos próprios, anteriores ou atuais, constrói um modelo matemático, no caso, especificamente, uma função matemática, para resolver um problema proveniente de uma situação do cotidiano proposta, estaria fazendo Modelagem Matemática. (CHAVES e SANTOS. 2008, P.158)

A partir de seus próprios conhecimentos o professor pode exemplificar um modelo matemático para o aluno para que este possa ver se o modelo pode ser usado em sua realidade, caso o modelo não esteja de acordo o aluno pode fazer a interação com o professor na busca de um modelo que esteja de acordo.

Vale destacar também que a feira é um meio do professor poder trabalhar certo conteúdo de matemática ou outras disciplinas afins de uma forma em que haja uma interação entre aluno-aluno, aluno-professor e aluno-objeto de estudo, pois o aluno estará participando ativamente do processo de ensino.

Biembengut e Hein (2007) destacam que o modelador precisa ter intuição e criatividade para saber qual conteúdo matemático melhor se encaixa naquele contexto. A criatividade trabalhada com o aluno desperta-o para que este tenha uma curiosidade em aprender algo, pois aquilo que estará sendo estudado lhe chamará atenção e este buscará novas formas de aprendizagem.

## **Conclusão**

A I Feira de Matemática da E.N.S do Rosário foi um marco importante para que os professores da escola pudessem se desvincular um pouco do currículo escolar, no qual normalmente o mesmo é voltado para o comprimento de conteúdos básicos de ensino, não proporcionando ao professor um tempo maior para que possa inovar em suas práticas educativas.

Com os resultados obtidos percebemos que Modelagem Matemática se fez presente na feira, proporcionando ao aluno um aprendizado no qual possa usar algum conteúdo matemático em sua realidade local, proporcionando a interação aluno-professor nos conteúdos trabalhados para a realização dos trabalhos.

Percebeu-se que I Feira de Matemática na E.N.S do Rosário pode fazer com que mais alunos se interesse pela Matemática, podendo assim diminuir o número de pessoas que acham que a Matemática é uma disciplina difícil por sempre a verem de forma abstrata, sendo assim a feira proporcionou para os alunos algo novo ao saírem daquela rotina de apenas seguirem as fórmulas para poderem “aprender” a Matemática.

## **Referências**

ARAUJO, Iza Helena Travassos Ferraz de. Edital de chamada de trabalhos para a I Feira de Matemática da Escola Nossa Senhora do Rosário. 2017

ARAÚJO, Iza Helena Travassos Ferraz de; PIMENTEL, Lindomar Araújo. Laboratório Pedagógico De Matemática Da Educação Básica: A Feira De Matemática Como Elo Entre A Universidade E A Escola Pública: Formação de Professores nas Feiras de Matemática. In: Seminário Nacional de Gestão e Avaliação das Feiras de Matemática, 2017, Camboriú. Anais, Camboriú: IFC, 2017, p. 11-19, ISSN 2317-0557.

BIEMBENGUT, Maria Salett. HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 4<sup>a</sup> ed. São Paulo. Contexto, 2007.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. **Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino aprendizagem das funções na 1<sup>a</sup> série do ensino médio**. Dissertação - Curso de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. SANTO, Adilson oliveira do espirito. **Modelagem Matemática**: uma concepção e várias possibilidades. Boletim de Educação Matemática, vol. 21, núm. 30, 2008, pp. 149-161 Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Rio Claro

FURTADO, Alfredo Braga. NETO, Manoel J. S. **Tópicos de Modelagem Matemática**. Belém, editora eletrônica, 2016

ZERMIANI, Vilmar José. **Feiras de matemática de Santa Catarina**: relevância para educação. Edifurb, 2003.

ZERMIANI, Vilmar José. Histórico Das Feiras Catarinenses De Matemática. Educação Matemática. **Revista Catarinense de Educação Matemática**. SBEM/SC, ano 1, n. 1, p. 04-10, 1996.

## A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FEIRA DE MATEMÁTICA DA ESCOLA NOSSA SENHORA DO ROSÁRIO MARITUBA-PA

Jhonata da Costa Santana<sup>15</sup>

Iza Helena Travassos Ferraz de Araujo<sup>16</sup>

### RESUMO

Com um dos objetivos de se desvincular a matemática do ensino tradicional a Feira de Matemática é um evento que vem ocorrendo no estado de Santa Catarina a mais de 30 anos. no Pará ocorreu a primeira Feira de Matemática da Escola Nossa Senhora do Rosário – Marituba-PA. A partir dos trabalhos apresentados na feira por alunos da escola identificamos dentro da modalidade “Matemática aplicada e/ou sua inter-relação com outras disciplinas” percebemos que alguns trabalhos apresentados na feira têm identificação com a tendência da Modelagem Matemática e a partir dessa análise chegamos a uma conclusão de que a feira ajuda a professores e alunos a quebrar o paradigma tradicionalista do ensino da Matemática podendo-a ver e manipula-la em sua forma concreta.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Feira de Matemática; Metodologia.

### 1. Introdução

A Matemática escolar tem bastante destaque dentro do currículo da escola e através dos indicadores de avaliações do governo como a olimpíadas de Matemática, prova Brasil, PISA e o ENEM. Durante minha vivencia escolar percebi que a Matemática é vista pelos alunos como uma das matérias mais difícil do currículo escolar por não entenderem os conteúdos que são abordados pelos professores, tendo em quase sua totalidade apenas conceito, exercício e repetição dos exercícios até que o aluno conseguisse decorar a fórmula Matemática.

Novas metodologias de ensino estão surgindo e rompendo com o paradigma tradicional de ensino, inovando com novas práticas metodológicas para que o aluno consiga aprender e entender os conteúdos matemáticos de uma forma que o aluno assimile o conteúdo e relacione de acordo com a sua realidade. Dentre essas correntes

---

<sup>15</sup> Graduado em Pedagogia pela Universidade Federal do Pará – UFPA. jhonatasantana1889@gmail.com

<sup>16</sup> Professora do Instituto de Ciências da Educação da Universidade Federal do Pará – UFPA. izahelena@ufpa.br

metodológicas, destacam-se a Modelagem Matemática, que tem o intuito de fazer com que o aluno obtenha modelos matemáticos válidos para um problema/situação real em seu dia-a-dia.

O objetivo deste artigo é apresentar a feira de matemática que foi realizada no município de Marituba-Pa. na escola Nossa Senhora do Rosário (E.N.S do Rosário) nos dias 13 e 14 de novembro de 2017, e a partir dos trabalhos apresentados na feira identificar dentre eles os que tem vestígios do uso da tendência da Modelagem Matemática apresentando os resultados.

### **1- A Modelagem Matemática no ensino**

O ensino tradicionalista tão comumente criticado por estudantes e educadores por ser um ensino em que se considera apenas a transmissão de conteúdos, sem levar em conta a carga histórica de aprendizado do ambiente local em que o aluno traz consigo, ainda é a principal maneira de ensinar dos professores.

Nessa concepção de aprendizagem de acordo com Chaves (2005) o aluno aprenderia por pura repetição dos conteúdos. Ou seja, no ensino tradicionalista da Matemática escolar, o aluno aprenderia se apenas repetisse as fórmulas constantemente até que conseguisse decora-la. Porém, metodologias de ensino conseguem quebrar com esse viés tradicional da matemática, e uma delas é a Modelagem Matemática.

Modelagem Matemática é um método que transforma uma situação/questão inscrita na linguagem corrente e proposta pela realidade em linguagem simbólica pela matemática, fazendo aparecer um modelo matemático, que por ser uma representação significativa do real, se analisado e interpretado segundo as teorias das matemáticas, devolve informações interessantes para a realidade em que está sendo questionada. (CHAVES. 2005, p. 21)

A Modelagem Matemática é uma tendência que tem como foco a obtenção de modelos matemáticos válidos para uma situação/problema real em que o aluno tenha que usar conceitos matemáticos. Esta é uma tendência que vai proporcionar aos alunos usar conceitos matemáticos em sua realidade local.

Para que ocorra esse processo de modelagem Biembengut e Hein (2007) destacam que o professor deve seguir alguns passos nos quais são: escolha do tema, interação com o tema, planejamento do trabalho a ser desenvolvido pelos grupos, conteúdo matemático, e a validação.

A escolha do tema é o processo no qual o professor e os alunos escolheram o tema a ser trabalhado, nessa etapa o professor pode escolher um tema que esteja dentro do seu plano de aula. Na interação o professor pode propor para que os alunos façam um levantamento do tema escolhido, podendo fazer pesquisa em jornais, livros, internet e etc. O planejamento será a parte no qual os alunos escolheram uma questão para se iniciar o trabalho, fazendo assim o levantamento dos dados da questão. O conteúdo matemático deve abordar algo relacionado à disciplina, porém se os alunos precisarem pode-se usar conteúdos que não estejam nos conteúdos pré-estabelecidos pelo currículo escolar. E na validação é onde o professor verifica se o aluno conseguiu construir de fato um modelo matemático que será útil.

A Modelagem Matemática pode ser um grande agregador no aprendizado dos alunos se o professor tiver um tempo bom para se trabalhar com essa metodologia. Dentro disso, destaca-se o papel das Feiras de Matemáticas como um projeto em que se possa trabalhar novas metodologias de ensino com os alunos.

## **2- Breve histórico das Feiras de Matemática e sua relevância.**

A partir da necessidade de impulsionar o estudante para o campo científico e presenciando os problemas enfrentados pela maioria no que diz respeito a absorção, exploração e amplificação dos conhecimentos, surge a ideia de organizar eventos para tentar articular os estudantes e os conhecimentos básicos e científicos, como olimpíadas, clubes de ciência, feiras de ciências, congressos e concursos.

Tais eventos surgiram com a finalidade de proporcionar aos discentes um tempo a mais de estudo, porém não por meio de conteúdos dentro de sala de aula, mas sim através da participação ativa na experimentação e prática do objeto de estudo, como forma de explorar e disseminar esse conhecimento.

Em 1984, os professores José Valdir Floriani e Vilmar José Zermiani, na intenção de fazer feiras científicas mais específicas do campo da matemática, surgiram com a proposta de elaborar as primeiras Feiras Matemáticas no estado de Santa Catarina, mais precisamente em Blumenau com a realização da I Feira Regional de Matemática e a I Feira Catarinense de Matemática no ano de 1985.

As Feiras Matemáticas possibilitam além de articular a prática dos conhecimentos básicos e científicos, também a interação entre pessoas com diferentes saberes, diferentes

níveis de conhecimento, que ao exporem seus trabalhos e pesquisas, recebem críticas e avaliações, cujo resultado é a transmissão do conhecimento.

Vale ressaltar que as Feiras Matemáticas diferem das feiras de ciências, a partir do objetivo de promover não somente a ampliação desses conhecimentos para os alunos, mas sim para comunidade escolar como um todo, ou seja, resulta na interação, porém a feira de ciências tem o objetivo de promover apresentações de trabalhos com disputas entre os projetos (re)produzidos pelos alunos.

É de relevância ressaltar inicialmente que preconizamos a realização de Feiras de Matemática independente das Feiras de Ciência. Esta postura se deveu ao fato de entendermos que não deveríamos incentivar apenas a apresentação de trabalhos extraclasse, atitude predominante nas Feiras de ciências, com o propósito de transformar as atividades escolares em verdadeiros laboratórios vivos de aprendizagem científica, coparticipada pela comunidade, desta forma não elitizando a matemática. (ZERMIANI, 1996, p.5)

Sendo assim, a exploração não somente da temática, como também da Feira matemática propriamente dita, contribui para formação profissional tanto de professores da área como de estudantes que ainda estão em processo de formação e objetivam uma carreira voltada para o campo científico.

Com o intuito de proporcionar atividades voltadas para a melhoria do ensino da Matemática escolar ocorreu nos dias 13 e 14 de novembro de 2017 I Feira de Matemática E.N.S do Rosário localizada no município de Marituba-Pa.

### **3- A Escola Nossa Senhora do Rosário**

A E.N.S do Rosário fica localizada no município de Marituba, sendo uma escola pública (da esfera estadual) e urbana. Marituba é um município do estado do Pará, o qual segundo dados do IBGE possui uma população estimada em 127.858 habitantes em 2017. No quesito educação, o município teve, em 2015, 4.3 na nota do IDEB nos anos iniciais do ensino fundamental e 3.7 nos anos finais do ensino fundamental, cujo número de matrículas foi de 17.184 nesse nível de ensino e 5.380 matrículas no ensino médio.

As modalidades de ensino que a Escola Nossa Senhora do Rosário oferece o: ensino fundamental - anos iniciais, ensino fundamental - anos finais, educação de jovens e adultos - EJA, divididos nos turnos matutino, vespertino e noturno. No entanto vale ressaltar que o ensino médio é ofertado na escola por intermédio de um convênio com a SEDUC/PA - Secretaria Estadual de Educação. O censo de 2017 (INEP/MEC) possibilita observar a infraestrutura, na qual possui 24 salas de aula para 48 turmas, sala de recursos multifuncionais para Atendimento Educacional Especializado (AEE), laboratório de



informática, laboratório de ciências, 88 funcionários sendo 42 docentes, sala de diretoria e secretaria, quadra de esportes coberta, alimentação escolar para os alunos, cozinha, biblioteca, sala de leitura, parque infantil, refeitório, almoxarifado, auditório, pátio coberto e pátio descoberto. A escola conta ainda com recursos como computadores para alunos e administração, TV, equipamento de som, DVD, equipamentos multimídia e internet<sup>17</sup>.

#### **4- I Feira de Matemática da Escola Nossa Senhora do Rosário-Marituba/PA**

É perceptível que o tema das Feiras Matemáticas, principalmente no estado do Pará, não é discutido nem tão pouco valorizam a realização desses eventos. Sendo assim, a fim de promover o tema, este trabalho deve conter não somente o relato da experiência da I Feira de Matemática da Escola Nossa Senhora do Rosário (E.N.S do Rosário) no ano de 2017 como também a análise documental de trabalhos verificando dentre eles quais foram trabalhados a partir da tendência da Modelagem Matemática.

Isto posto, nos dias 13 e 14 de novembro de 2017, em parceria com o “Laboratório Pedagógico de Matemática da Educação Básica” do Instituto de Ciências da Educação (ICED) da Universidade Federal do Pará (UFPA), ocorreu a I Feira Matemática da Escola Nossa Senhora do Rosário, em Marituba/PA, sob o edital de Portaria Nº 040/2017-ICED. Esse evento contou com o apoio da Pró-Reitoria de Extensão (PROEX/UFPA), da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência do Pará (SBPC/PA) e do Programa de Pós-Graduação em Currículo e Gestão de Escola Básica. Os responsáveis pela organização e realização desse evento foram a professora Dra. Iza Helena Travassos Ferraz de Araújo (ICED/UFPA) e o professor Especialista Lindomar Araújo Pimentel (ENSR). Segundo Araújo & Pimentel (2017, p.11)

O Laboratório Pedagógico de Matemática da Educação Básica consiste em um projeto de extensão da Universidade Federal do Pará, que tem como principal objetivo instrumentalizar os professores que ensinam matemática na Escola Nossa Senhora do Rosário, localizada no município de Marituba, Pará, visando a melhoria da qualidade do ensino desta disciplina. A proposta pautou-se nas pesquisas sobre Laboratórios de Ensino de Matemática, Feiras de Matemática e nos aportes teóricos do campo do Currículo.

A feira proporcionou para a comunidade escolar e a comunidade local algo nunca antes visto na escola, no qual a matemática se fez presente não apenas em sua forma

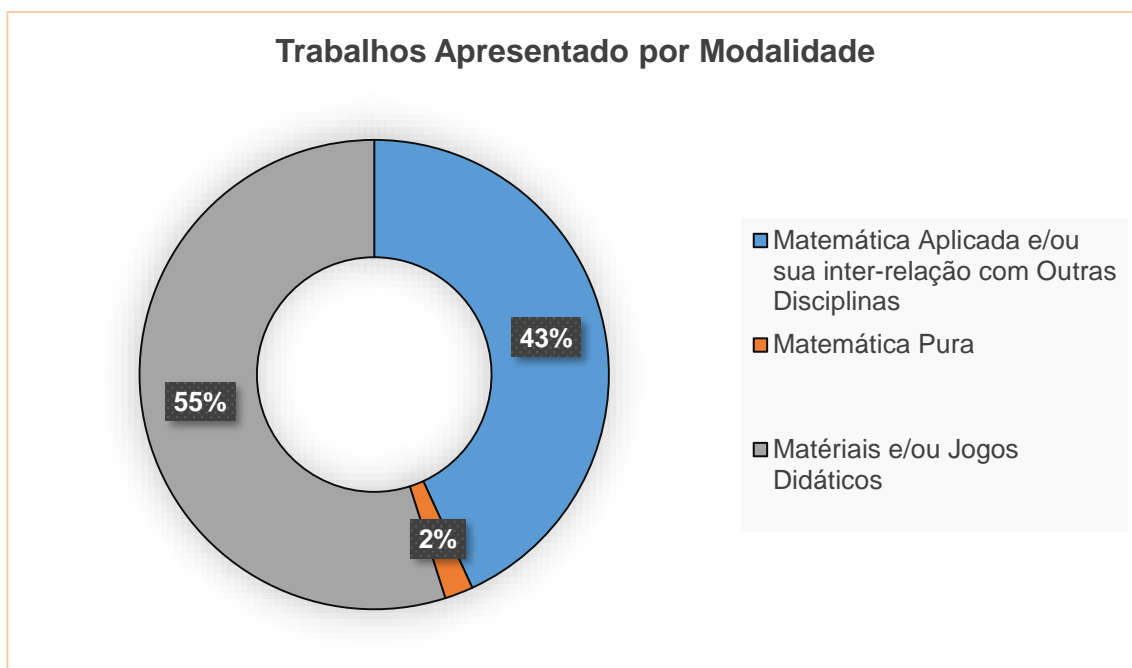
---

<sup>17</sup> Fonte: <http://www.escol.as/27270-e-r-c-e-f-nossa-sra-do%20rosario>. acesso em 11/07/2018

abstrata como normalmente é vista em sala de aula, mas sim tendo-a em sua forma concreta e onde está presente em seu dia-a-dia.

A feira contou com um total de 51 trabalhos aprovados que foram escritos em três modalidades, no quais foram: Materiais e/ou jogos didáticos, Matemática Pura e Matemática aplicada e/ou sua inter-relação com outras disciplinas, no qual focaremos a nossa análise a partir dos trabalhos que foram expostos nesta última modalidade.

Gráfico 1



FONTES: acervo da escola Nossa Senhora do Rosário

Na modalidade “Matemática aplicada e/ou sua inter-relação com outras disciplinas” foram aprovados 22 trabalhos, registrando um total de 43% dos trabalhos que foram expostos durante a feira. Porém um trabalho estava sem o resumo e ficou de fora da análise final deste artigo.

ARAÚJO (2017, P.2) destaca que nessa modalidade “a matemática é um recurso para a aplicação direta como forma de se obter um resultado concreto dentro de uma atividade, por assuntos e por métodos”. Ou seja, nessa modalidade a matemática é vista em sua forma concreta no qual se baseará a partir da realidade local do aluno.

Para isso os alunos veem os conteúdos matemáticos em sala de aula e verificam na prática onde aquele conteúdo está presente no seu dia-a-dia, levando-os a obter uma aprendizagem significativa, pois os alunos fazem todo o constroem e verificam o resultado final daquilo que foi feito produzido por eles próprios.

O centro do processo de ensino da Feira de Matemática é focado nos alunos, no qual o professor tem que apenas guiar os mesmo para que eles consigam assimilar como o processo está sendo feito para a construção do seu trabalho matemático. Nesta modalidade percebe-se ainda que o foco está em buscar o resultado Matemático em sua forma concreto e não na apenas na abstração não tendo quase nenhuma identificação com o real.

Logo abaixo, estão listados os trabalhos que foram apresentados na modalidade “Matemática Aplicada e/ou suas inter-relações com outras disciplinas” apresentados na feira da E.N.S do Rosário divididos por etapas de ensino.

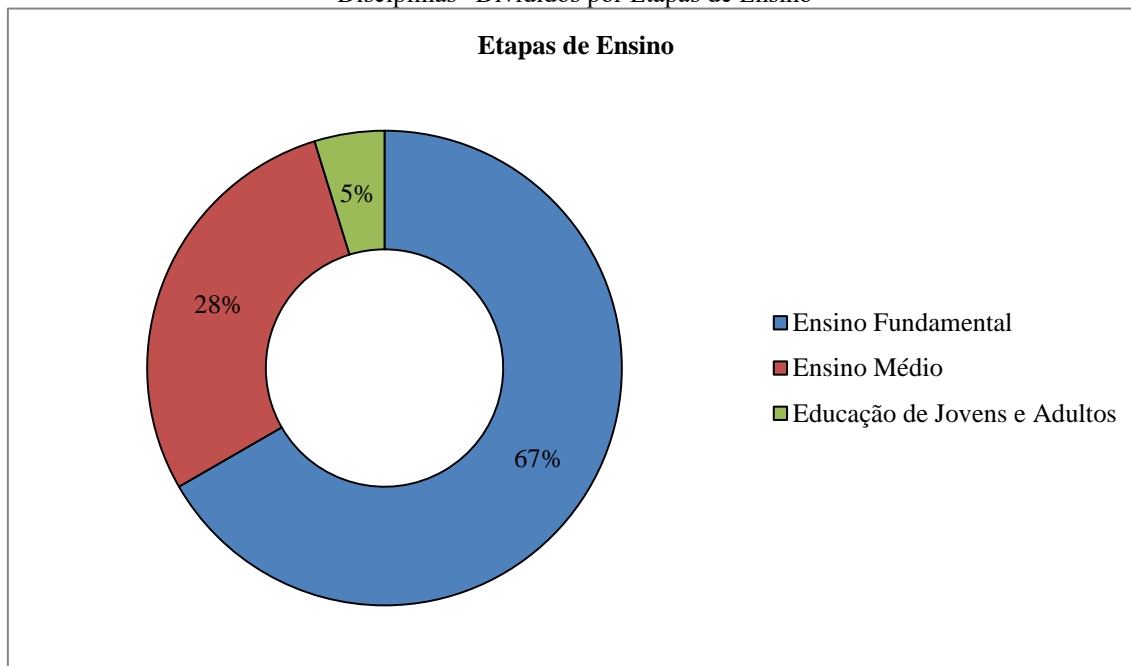
**Quadro 1:** trabalhos apresentados na I Feira de Matemática da escola Nossa Senhora do Rosário.

Ensino Fundamental Anos Iniciais	Ensino Fundamental Anos Finais	Ensino Médio	EJA
Formas Geométricas: Onde elas estão em nosso dia-a-dia;	A importância da Matemática no desenvolvimento sustentável;	Açaí: Produção de frutos, mercado e consumo;	A Arte na construção civil.
A importância do relógio na Matemática;	Matemática, saúde e qualidade de vida;	Função receita na produção do açaí;	
Supermercado do Rosário;	A utilização do Retângulo Áureo nas Artes e na Arquitetura;	Funções e a produção do açaí;	
Ciências e Matemática com o desperdício de água;	A porcentagem da Matemática na visão política;	Trigonometria como ferramenta do cotidiano;	
Minha casa minha vida;	Energia eólica;	Como a Matemática facilitou a compreensão de fenômenos físicos que revolucionaram nossa sociedade;	
A Arte de aprender Matemática rimando.	Máquina de choque;	Interpretação gráfica à cinemática.	
	Degelo colorido;		
	Mini vulcão submarino.		

Fonte: Acervo da Escola Nossa Senhora do Rosário

O gráfico 2 foi dividido no número de trabalhos da modalidade “Matemática aplicada e/ou sua inter-relação com outras disciplinas” nos três níveis de ensino em que a escola atua, os quais foram: Ensino Fundamental, Ensino Médio e a Educação de Jovens e Adultos (EJA).

**Gráfico 2:** Trabalhos da Modalidade “Matemática Aplicada e/ou sua Inter-relação com outras Disciplinas” Divididos por Etapas de Ensino



FONTE: acervo da escola Nossa Senhora do Rosário

Os dados que foram obtidos mostraram que cerca de 67% (14) dos trabalhos apresentados foram do Ensino Fundamental, o Ensino Médio apresentou 28% (6) trabalhos e a EJA 5% (1) dos trabalhos submetidos nessa categoria.

Ao dividir o gráfico 2 percebemos que mais da metade dos trabalhos sobre Matemática Aplicada apresentados na feira foram de alunos do Ensino Fundamental. Como o ensino fundamental é a etapa de ensino em que o aluno passa mais tempo durante a sua trajetória escolar e Biembengut e Hein (2007) destaca que a Modelagem Matemática pode despertar o interesse no aluno por assuntos ainda desconhecidos.

### 5- Análise dos Trabalhos

Ao analisar os resumos percebeu-se que na Feira de Matemática houve diversos trabalhos de matemática aliadas a outras disciplinas afins do currículo escolar como: Química, Biologia, Física e Pedagogia, mostrando a importância da feira em se fazer a interdisciplinaridade, percebe-se que a feira não se constitui apenas em trabalhos voltados somente para a matemática em si.

Ao fazer a análise dos resumos, foram identificados três trabalhos com o tema “Açaí” nos quais foram: “Função Receita na Produção do Açaí” do 3º ano do Ensino Médio, “Funções e a Produção do Açaí” do 1º ano do Ensino Médio e “Produção de Frutos, Mercado e Consumo” do 1º ano do Ensino Médio, que estavam explícitos nos seus resumos que foram utilizados o uso da tendência da Modelagem Matemática durante a construção dos mesmos para a apresentação na Feira de Matemática da E.N.S. do Rosário. Também foram identificados em outros trabalhos a partir de leituras de autores bases como Biembengut e Hein (2007) e Chaves (2005) e comparados com os resumos dos trabalhos, no qual destacarei a seguir.

O trabalho intitulado “Trigonometria como Ferramenta do Cotidiano” do 1º Ensino Médio tem a parceria do LEM-UFPA, nesse trabalho buscou-se fazer relações entre as funções trigonométricas com o cotidiano do aluno, apresentando gráficos, tabelas dados, vídeo-aulas, aplicativos e programas de computador para terem um melhor entendimento sobre o assunto. Conclui-se que após o processo os alunos terão um maior conhecimento das funções trigonométricas no seu cotidiano.

O trabalho “Supermercado do Rosário” do 2º ano do Ensino Fundamental, buscou fazer com que os alunos reconhecessem as cédulas que circulam no País, fazendo que elas soubessem onde, como e por que se usa o dinheiro. Primeiro, se perguntou aos alunos o que é o Sistema Monetário, para depois mostrarem o valor de cada uma cédula, logo após foi confeccionado embalagens para se fazer leitura de rótulos. Em outro momento foram classificados os alimentos e o seu valor, identificando-os com placas e preços, após isso os alunos realizaram as compras com a lista que fizeram em casa passando no caixa para fazerem o pagamento.

No trabalho “A Importância do Relógio na Matemática do dia-a-dia” do 5º ano do Ensino Fundamental, objetivou fazer com que o aluno possa entender melhor a organização do tempo. Num primeiro momento os alunos fizeram pesquisas sobre vários tipos de relógio através de um estudo bibliográfico, depois fizeram confecções de relógios de sol e areia. Nas aulas, foram trabalhados os algarismos romanos, cálculos de tempo perdido, raiz quadrada exata e frações. No final os alunos fizeram uma reflexão de como podiam aproveitar bem as 24 horas do dia.

O trabalho intitulado “As formas Geométricas: onde elas estão em nosso dia-a-dia do 3º ano do ensino fundamental, que recebeu grande destaque durante a feira, objetivou-

se fazer com que as crianças fizessem relações entre as formas geométricas que elas estudavam com as formas que elas viam em seu dia-a-dia. Num primeiro momento a professora demonstrou as formas planas para as crianças e logo em seguida fez-se uma “aula passeio” com seus alunos para que os mesmos pudessem identificar em sua localidade as formas que eles estudavam em sala de aula. Furtado e Neto. 2016, p.47 destaca que

“A Modelagem no ensino não enfatiza a matemática em si; ela busca aproximações com outras áreas para, aí, nos problemas propostos, voltar-se para encontrar na matemática que se possa empregar para a modelagem em questão”.

Os autores destacam que um dos eixos da Modelagem Matemática é trabalhar a interdisciplinaridade entre a Matemática e outras disciplinas afins do currículo escolar, fazendo com que o aluno possa também assimilar outras áreas do conhecimento sobre um mesmo assunto, sabendo utilizar aquele conteúdo matemático trabalhado dentro de sala no seu dia-a-dia.

Ao trabalhar a Modelagem com os seus alunos mesmo sendo direta ou indiretamente com seus alunos o professor estará proporcionando ao aluno uma metodologia onde este possa usar a Matemática aprendida na escola no seu dia a dia, diferente do método tradicional onde a mesma só é vista através de fórmulas sem identificação com o real.

Zermiani (2003) destaca alguns dos objetivos da feira no quais se deseja despertar maior interesse na aprendizagem da Matemática por parte dos alunos, a integração da Matemática com as outras disciplinas e também promover a divulgação dos conhecimentos Matemáticos.

Com esses trabalhos que foram avaliados por nós que contêm vestígios de Modelagem, percebemos que os professores tendem a trabalhar em uma perspectiva de modelagem em suas aulas direta ou indiretamente, pois podem proporcionar a os alunos situações/problemas que façam parte de sua realidade, no qual os mesmos possam intervir nela.

todas as vezes que o aluno a partir de conhecimentos próprios, anteriores ou atuais, constrói um modelo matemático, no caso, especificamente, uma função matemática, para resolver um problema proveniente de uma situação do cotidiano proposta, estaria fazendo Modelagem Matemática. (CHAVES e SANTOS. 2008, P.158)

A partir de seus próprios conhecimentos o professor pode exemplificar um modelo matemático para o aluno para que este possa ver se o modelo pode ser usado em sua realidade, caso o modelo não esteja de acordo o aluno pode fazer a interação com o professor na busca de um modelo que esteja de acordo.

Vale destacar também que a feira é um meio do professor poder trabalhar certo conteúdo de matemática ou outras disciplinas afins de uma forma em que haja uma interação entre aluno-aluno, aluno-professor e aluno-objeto de estudo, pois o aluno estará participando ativamente do processo de ensino.

Biembengut e Hein (2007) destacam que o modelador precisa ter intuição e criatividade para saber qual conteúdo matemático melhor se encaixa naquele contexto. A criatividade trabalhada com o aluno desperta-o para que este tenha uma curiosidade em aprender algo, pois aquilo que estará sendo estudado lhe chamará atenção e este buscará novas formas de aprendizagem.

## **Conclusão**

A I Feira de Matemática da E.N.S do Rosário foi um marco importante para que os professores da escola pudessem se desvincular um pouco do currículo escolar, no qual normalmente o mesmo é voltado para o comprimento de conteúdos básicos de ensino, não proporcionando ao professor um tempo maior para que possa inovar em suas práticas educativas.

Com os resultados obtidos percebemos que Modelagem Matemática se fez presente na feira, proporcionando ao aluno um aprendizado no qual possa usar algum conteúdo matemático em sua realidade local, proporcionando a interação aluno-professor nos conteúdos trabalhados para a realização dos trabalhos.

Percebeu-se que I Feira de Matemática na E.N.S do Rosário pode fazer com que mais alunos se interesse pela Matemática, podendo assim diminuir o número de pessoas que acham que a Matemática é uma disciplina difícil por sempre a verem de forma abstrata, sendo assim a feira proporcionou para os alunos algo novo ao saírem daquela rotina de apenas seguirem as fórmulas para poderem “aprender” a Matemática.

## **Referências**

ARAUJO, Iza Helena Travassos Ferraz de. Edital de chamada de trabalhos para a I Feira de Matemática da Escola Nossa Senhora do Rosário. 2017

ARAÚJO, Iza Helena Travassos Ferraz de; PIMENTEL, Lindomar Araújo. Laboratório Pedagógico De Matemática Da Educação Básica: A Feira De Matemática Como Elo Entre A Universidade E A Escola Pública: Formação de Professores nas Feiras de Matemática. In: Seminário Nacional de Gestão e Avaliação das Feiras de Matemática, 2017, Camboriú. Anais, Camboriú: IFC, 2017, p. 11-19, ISSN 2317-0557.

BIEMBENGUT, Maria Salett. HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 4<sup>a</sup> ed. São Paulo. Contexto, 2007.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. **Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino aprendizagem das funções na 1<sup>a</sup> série do ensino médio**. Dissertação - Curso de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. SANTO, Adilson oliveira do espirito. **Modelagem Matemática**: uma concepção e várias possibilidades. Boletim de Educação Matemática, vol. 21, núm. 30, 2008, pp. 149-161 Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Rio Claro

FURTADO, Alfredo Braga. NETO, Manoel J. S. **Tópicos de Modelagem Matemática**. Belém, editora eletrônica, 2016

ZERMIANI, Vilmar José. **Feiras de matemática de Santa Catarina**: relevância para educação. Edifurb, 2003.

ZERMIANI, Vilmar José. Histórico Das Feiras Catarinenses De Matemática. Educação Matemática. **Revista Catarinense de Educação Matemática. SBEM/SC**, ano 1, n. 1, p. 04-10, 1996.



## ESTADO DO CONHECIMENTO SOBRE O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NOS ANAIS ENEM E SIPEM NOS ÚLTIMOS 10 ANOS

**Leandro Pereira Barros**

**Universidade do Estado do Pará-UEPA**

**Email:** leandrobarros1007@gmail.com

Márcio José Silva

**Email:** márcio.silva@uepa.br

**Universidade do Estado do Pará-UEPA**

### RESUMO

A pesquisa em questão tratou de um levantamento a respeito do ensino de trigonometria nos anais do ENEM e do SIPEM no período de 2009 a 2019. A metodologia usada neste trabalho teve como base de sustentação teórica o estado do conhecimento segundo (ROMANOWSKI e TEODORA ENS, 2006) e (CLARAS, 2008). No qual, os resultados preliminares evidenciaram que há baixa frequência de submissão e repetição de problemáticas nos artigos sobre ensino de trigonometria nos anais do ENEM e SIPEM.

**Palavras-Chaves:** Ensino de Trigonometria. ENEM. SIPEM. Estado do Conhecimento

### 1. INTRODUÇÃO

O ato de ensinar vai muito além do ato de transmitir conhecimento de forma expositiva. Assim, por muito tempo as aulas de matemática se restringiam em repetições de resolução de cálculos, ou seja, o ensino estava baseado na memorização de resoluções, logo gera alunos que acreditam que para aprender matemática é preciso seguir e aplicar regras, da mesma forma acreditam que o conhecimento é estático, que não podem duvidar e nem questionar de formulas ou conceitos matemáticos e assim o aluno acaba perdendo sua intuição matemática (D'AMBROSIO, 1989).

Assim, no tocante ao conteúdo de trigonometria, podemos dizer que este é um dos conteúdos mais importante para a matemática como ciência, pois seu estudo está relacionado com diversas áreas do conhecimento, logo é um assunto denso e que envolve leis e razões trigonométricas, por esse fato causa desinteresse nos alunos. Assim, há agravamento do desinteresse dos alunos quando o professor não prioriza o ensino de

trigonometria em seus planejamentos e aulas, e por isso há elevados índices de abandono de curso superior que envolve o conteúdo de trigonometria (SILVA, 2013).

Todavia, (SILVA, 2013) nos alerta sobre a importância do ensino de trigonometria e como esse ensino reflete no comportamento dos cidadãos que estão em formação.

[...] Pensando na sociedade atual, que necessita cada vez mais de pessoas dinâmicas, que não sejam meramente reprodutoras de modelos e pensamentos já estabelecidos, o ensino deve auxiliar na formação de um cidadão que saiba questionar, compreender, aplicar, propor, sistematizar, relacionar, avaliar, inovar e, principalmente, produzir novos conceitos e soluções, de forma rápida, para situações cotidianas que envolvam processos industriais, sociais e políticos. (SILVA, 2013, p. 24)

Desse modo, além da importância do ensino de trigonometria mencionado por (SILVA, 2013), podemos também observar tal importância nos documentos oficiais da educação. Logo, segundo a Base Nacional Comum Curricular temos um conjunto de regulamentos que dão assistência as escolas de todo o país, na intenção de garantir que os estudantes tenham em comum conhecimentos e habilidades, dessa forma, amenizar a desigualdade educacional de nosso país.

Do mesmo modo, temos as Diretrizes Curriculares Nacional que irá nortear ações pedagógicas das escolas, com a finalidade de definir competência a serem seguidas em cada conteúdo ensinado. Assim, pensando o ensino de trigonometria junto as orientações curriculares, os professores devem priorizar a abordagem das funções seno, cosseno e tangente e suas leis, também priorizar as relações métricas no triângulo retângulo e semelhanças de triângulo. Assim, considerando o conteúdo de trigonometria junto as diretrizes curriculares e orientações para os currículos, os professores precisam desenvolver nas aulas de trigonometria alunos competentes em resolver situações problemas envolvendo as relações trigonométricas, dentre outras (BRASIL).

Sendo assim, a pesquisa em questão, teve como objetivo fazer o levantamento e analisar a frequência dos artigos de ensino de trigonometria nos anais ENEM e SIPEM durante o período de 10 anos, sendo assim no decorrer da pesquisa a intenção é confirmar a hipótese de que artigos ligados ao ensino de trigonometria vem diminuindo de forma significativa nos eventos matemáticos, logo as discussões sobre essa temática vem perdendo espaço no meio acadêmico. Dessa forma, a metodologia adotada é o estado do conhecimento e buscou fazer a categorização dos anais ENEM e SIPEM para analisar e construir resultados.

Desse modo, a pesquisa está dividida em três tópicos, o primeiro intitulado “Análises prévias do ensino de trigonometria nos anais do ENEM” o qual apresentará como os anais do ENEM se organizam e uma análise encima dos dados encontrados, já o

segundo tópico intitulado “Análises preliminares do ensino de trigonometria nos anais do SIPEM” consiste na apresentação e organização dos anais do SIPEM e após será apresentado os dados para que sejam analisados, e no último tópico intitulado “Algumas Reflexões” trata-se de um tópico em que será realizadas análises comparativas entre os dados que foram encontrados nos anais ENEM e SIPEM.

## **1.1. ANÁLISES PREVIAS DO ENSINO DE TRIGONOMETRIA NOS ANAIS DO ENEM**

### **2.1. Origem do ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática**

O Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), originou-se em 1980 quando diversos grupos de professores, estudantes e pesquisadores de nosso país reconheceram que a temática “Educação matemática” era um tema de grande relevância, porém pouco discutido, dessa forma, estes grupos iniciaram debates e discussões para que futuramente o assunto em questão abrisse caminhos e oportunidades promissoras aos estudantes da matemática. Logo, em 1987 aconteceu o I Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, realizada na PUC/SP.

Em 1988 em Maringá/PR aconteceu o II Encontro Nacional de Educação Matemática, no mesmo ano foi fundada a Fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, dessa forma a partir da fundação da SBEM, esta passou a ser a responsável em realizar os encontros seguintes que passaram a acontecer bianualmente e após 1990 passaram a ser trianual. Assim, dentre os encontros ocorridos iremos fazer o levantamento de dados dos cinco encontros por último realizados, sendo eles: o IX ENEM em Belo Horizonte/MG em 2007, o X ENEM ocorreu em Salvador/BA em 2010 e o XI ENEM em Curitiba/PR em 2013, o XII ENEM em São Paulo e o XIII ENEM que correu no ano de 2019 em Cuiabá/MT.

Em suma, é um evento que nasceu de uma preocupação com a educação matemática e que hoje é considerado um dos eventos em âmbito nacional mais importantes para os matemáticos, pois reúne professores de educação básica, professores e estudantes de licenciaturas em matemática e pedagogia e estudantes de pós-graduação, além de pesquisadores. Assim, a cada encontro novas discussões acerca da educação matemática são discutidas além de avaliar tendências metodológicas e contribuir para a pesquisa e extensão.

### **2.2. Pesquisas sobre o ensino de trigonometria nos últimos 10 anos nos anais do ENEM**

Os quadros abaixo apresentam uma síntese dos trabalhos encontrados a respeito do tema em questão, o ensino de trigonometria, sendo assim, os quadros estão

categorizados por descritores como: nome dos autores, título e resultados. Dessa forma, para levantamento de dados foram adotados os seguintes requisitos:

1. Ter título com o tema ensino de trigonometria;
2. Ter ensino de trigonometria nas palavras-chaves;

Assim, como já mencionado os encontros do ENEM acontecem de forma trienal e para esta pesquisa foram produzidos dados contidos no XI ENEM que aconteceu no ano de 2013 até o XIII ENEM que aconteceu no ano de 2019. Assim, o acesso aos dados obtidos se deu metodologicamente por meio digital nos repositórios dos eventos citados por meio de descritores como: ensino de trigonometria e trigonometria

Vale ressaltar que os ENEM's além do formato de apresentação oral, também possui os formatos de apresentação em banner e relato de experiência.

A seguir, será apresentado um quadro síntese das pesquisas encontradas no referido evento. Vejamos

Quadro 1 – XI ENEM de 2013

AUTOR	TÍTULO	RESULTADOS
MARQUES, E. N.; GARCIA, N. C.; KLÜBER, T. M.	Uma experiência de ensino de trigonometria com base na teoria da dialética ferramenta-objeto	Proporcionou aprendizagem, principalmente por termos reformulado problemas clássicos do ensino de trigonometria, usando materiais construídos por nós mesmos, o que permitiu esclarecer a nossa ação para com o ensino e a aprendizagem deste conteúdo.
NOGUES. C. P. et al.	Ensinando e aprendendo tópicos básicos de trigonometria: uma intervenção do PIBID	Organização de atividades que despertasse nos alunos um interesse pela investigação, assim eles terão mais chances de desenvolver sua autonomia e construir seu próprio conhecimento.
MENEZES, G. L. et al.	Atividade prática para o ensino e aprendizagem de	Tornar o ensino mais dinâmico através de materiais manipulativos

	tópicos de trigonometria plana	e com atividades planejadas para os níveis de ensino adequado, a trigonometria e a matemática.
CONCEIÇÃO, L. A. S. et al.	O uso da informática no ensino da matemática: trigonometria na circunferência utilizando o software GEOGEBRA.	Aceitação por parte dos alunos para com as atividades, facilidade de monitorar as máquinas e ovas tecnologias e com o auxílio do programa houve compreensão de conhecimentos básicos e essenciais do conteúdo de trigonometria.
MOURA, F. G.; PONTES, M. O.	Sequência didática e paradidáticos de matemática: uma abordagem construtiva no ensino da trigonometria para alunos do 9º ano	Inserção de recursos que venham deixar os professores mais seguros para ensinar o conteúdo de trigonometria.
XAVIER, A. B.; FULY, M. N.	O uso de materiais concreto para o ensino de trigonometria	O uso de materiais manipulativos mostrou-se uma ferramenta eficaz na formação de aprendizagem.
RODRIGUES, C. K. et al.	Ensino de funções trigonométricas: baseado na teoria das situações didáticas e com auxílio do software GEOGEBRA	Roteiros de atividades didático e quebra com o ensino clássico do conteúdo de trigonometria.
GOMES, S. C.; MOREY, B. B.	Módulos em história da matemática Trigonometria	Oficinas pedagógicas que mobilizou além de cálculos matemáticos a prática pela leitura e argumentação dos participantes.
REIS, L. A. C.; ALLEVATO, N. S. G.	Trigonometria no triângulo retângulo: o aluno como protagonista na construção do conhecimento	Houve criatividade e desenvoltura na sociabilização e nos exercícios resolvidos em classe.

POLONI, M. Y.; COSTA, N. M. L.	Formação continuada de professores e o uso de jogos no ensino de trigonometria	Os jogos como recurso viabiliza a aprendizagem, mas é necessário a mediação do professor.
MIRANDA, S. M. C.; PADILHA, S. L.; CIANI, A. B.	Trigonometria, cálculo, ensino e aprendizagem	Foi possível uma abordagem mais complexa sobre os tópicos de trigonometria (pré cálculo).
FONTES, C. A.; MUNIZ, R. S. S.	Coordenadas polares no ensino médio: contribuições para o ensino e a aprendizagem de trigonometria e números complexos	As coordenadas polares mostraram-se um aliado perfeito na representação da circunferência trigonométrica e geometricamente os números complexos e assim contribuir na aprendizagem.

Quadro 2 - XII ENEM de 2016

AUTOR	TÍTULO	RESULTADOS
JESUS, L. O. M.; SOUZA, L. M.	Materiais manipuláveis no ensino da trigonometria: Investigação a partir da régua trigonométrica	proporcionou aos mesmos uma oportunidade de trabalhar com atividade dinâmica e, também, demonstrou ser uma maneira diferenciada para o professor desenvolver os conteúdos matemáticos em sala de aula.
ROCHA, M. J.; LAUDARES, J. B.	Objeto de aprendizagem para o estudo das funções Trigonométricas arco seno e arco cosseno	Os resultados mostraram a eficácia do Objeto de aprendizagem para estudo das funções seno e cosseno e suas inversas considerando o nível de acertos.
MARQUES, R. M. S.; MORAES, M. S. F.	Proposta de ensino de trigonometria através do uso de Materiais concretos e jogos	A oficina mostrou-se satisfatório para aprendizagem, observamos que houve uma aprendizagem satisfatória em relação a trigonométrica, sendo restringida a transformação de grau para radiano.

SILVA, S. A. F.; SÁ, L. C.; OLIVEIRA, S. C.	Ensino de razões trigonométricas no laboratório de Matemática: uma experiência com utilização de geoplanos  Numa perspectiva investigativa	Os alunos conceituaram e determinaram as razões trigonométricas dos ângulos notáveis do triângulo retângulo com auxílio dos geoplanos quadrangular e isométrico.
FERREIRA, P. K.; ARAÚJO, A. M.; SAKON, E. B.	O ensino da trigonometria e a história da matemática	Houve o enriquecimento das aulas e a atribuição de maior significado à Matemática a partir da possibilidade de ensinar esta transição por meio da História da Matemática.
Sem registro de autores	Trigonometria em livros didáticos do 9º ensino fundamental	Verificou-se uma quantidade significativa de atividades que se reduzem a aplicação do bloco tecnológico teórico, demonstrando, assim, uma tendência para a abordagem clássica do ensino de trigonometria
SANTOS, M. B.; Et al.	Ensinando e aprendendo trigonometria no ensino médio	desenvolvimento da sequência se constitui uma alternativa potencial para o trabalho dos professores.

Quadro 3 - XIII ENEM de 2019

AUTOR	TÍTULO	RESULTADOS
PACHECO, T.; FIGUEIREDO, S. S.; MACHADO, S. A.	A validação de uma trajetória hipotética de aprendizagem de trigonometria por meio de oficina pedagógica	Os resultados indicam que o uso da THA como ferramenta de ensino impulsiona tanto o aprendizado dos alunos, como enriquece a prática profissional.
LINS, A. G. R.	A trigonometria no curso técnico em eletrotécnica integrado ao ensino médio do instituto federal de educação, ciência e tecnologia da Paraíba- IFPB- contribuições da aprendizagem significativa	A metodologia Aplicada pelo módulo de ensino permitiu aos alunos melhorar a aprendizagem no (re) conhecimento, compreensão e aplicação.
COSTA, F. A.; GONGALVES, R.;		O Geogebra possibilita a participação ativa do aluno e

ALLEVATO, N. S. G.	Utilizando o geogebra no celular para o ensino de algumas funções trigonométricas: uma abordagem com a resolução de problemas	a aprendizagem efetiva e agradável desses conteúdos.
NETO, S. D.	O <i>software</i> geogebra como ferramenta auxiliar no ensino e aprendizagem da trigonometria	o uso desta ferramenta pode resultar em avanços significativos no ensino e aprendizagem da trigonometria, além de tornar um desafio a utilização desta ferramenta pelos professores de matemática em sala de aula.
SANTOS, R. A. et al.	O ensino de trigonometria e resolução de problemas: uma abordagem social	O resultado firma-se como um caminho viável para abordagem do tema, pois o conecta a uma atividade inserida no contexto escolar/social.
ALVES, R. S.; DUARTE, C.; NACHTIGALL, C.	Vídeos didáticos: uma experiência com trigonometria em ead	Os alunos aprovaram o material apresentado, intensificaram as participações nos Fóruns e conseguiram boas notas nas avaliações.
NASCIMENTO, C. C. P.; DULLIUS, M. M.	Algumas reflexões sobre o uso do geogebra no ensino das funções trigonométricas	A principal contribuição da pesquisa foi evidenciar a importância do professor e a escola utilizarem cada vez mais tecnologias em sala de aula, como o uso de softwares, por exemplo, isso porque a utilização dessas tecnologias no processo de construção do conhecimento demonstrou ser um exercício prazeroso e interessante aos discentes.
LEITE, E. C. F. A.; PEREIRA, C. S.; LEITE, M. L. A.	Trigonometrilha: uma proposta para a aprendizagem significativa em trigonometria	Através do minicurso, houve a apresentação da Teoria Aprendizagem Significativa, aplicando-a ao ensino de Trigonometria, através da apresentação jogo de percurso Trigonometrilha, como proposta didática para



		atingir aos objetivos propostos.
--	--	----------------------------------

Fonte: Elaborado pelo autor

Levando em consideração que todos os artigos que preenchem as tabelas acima, apesar de seguirem a mesma temática que é o ensino de trigonometria, podemos perceber seus diferenciais, que estão presente nos métodos de aplicação da pesquisa e nos objetivos definidos, todavia, podemos apontar como característica semelhante entre os artigos, a intenção de tornar a aprendizagem do ensino de trigonometria mais acessível ou até mesmo mais prazerosa.

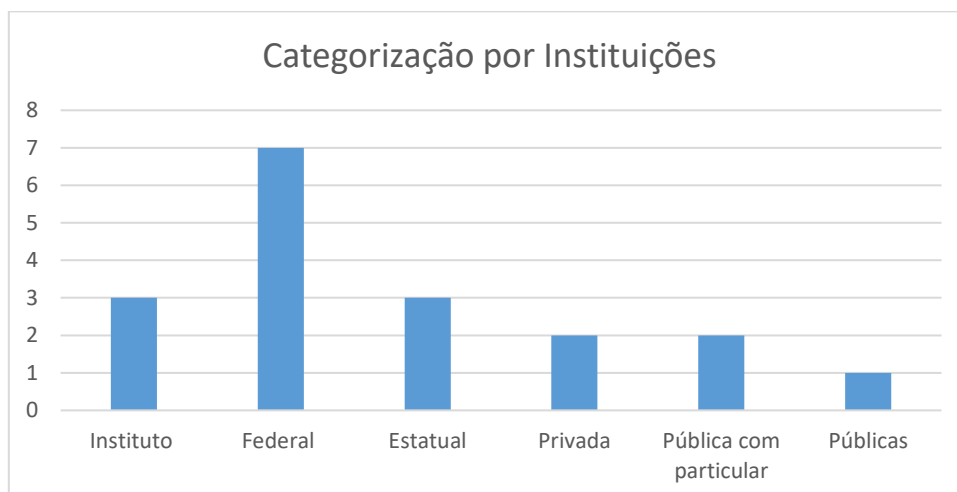
Assim, considerando essa semelhança em problemáticas conseguimos observar através das tabelas que a maioria dos artigos utilizam de meios tecnológicos ou planejamento de ensino diferenciado do habitual (que são as tradicionais aulas expositivas) para ocasionar aprendizado satisfatório nos alunos. Então, podemos notar que o ensino de trigonometria não está em escassez de métodos de ensino, pois as tabelas apontam artigos em que as pesquisas aderem métodos que vão desde a contextualização social em sala à programas computadorizados, no qual os professores em seu ensino podem permear por todo o conteúdo de trigonometria.

Ainda partindo da análise de que os métodos de ensino adotados nos artigos em maioria seguem a ideia de ensinar trigonometria de forma mais humanizada e tecnológica, podemos observar que as pesquisas seguem o padrão da “nova matemática”, no qual sua discussão iniciou no final do século XIX, onde os matemáticos com o objetivo de deixar o ensino de matemática em igualdade com os acontecimentos do seu tempo histórico passaram a pensar e aplicar uma matemática mais tecnológica, pois nesse período as fabricas e as novas tecnológicas ganhavam cada vez mais espaço. (CLARAS, 2008)

#### **Categorização por instituição e região geográfica: Artigos dos anais do ENEM**

O gráfico a baixo nos mostra os dados resumidos das produções encontradas nos anais dos ENEM's analisados. Assim consideramos os encontros XI, XII e XIII do ENEM. Vale ressaltar que os trabalhos do XIII encontro do ano de 2019 não informam a instituição e nem região dos autores, dessa forma o XIII ENEM ficou de fora dos gráficos a seguir.

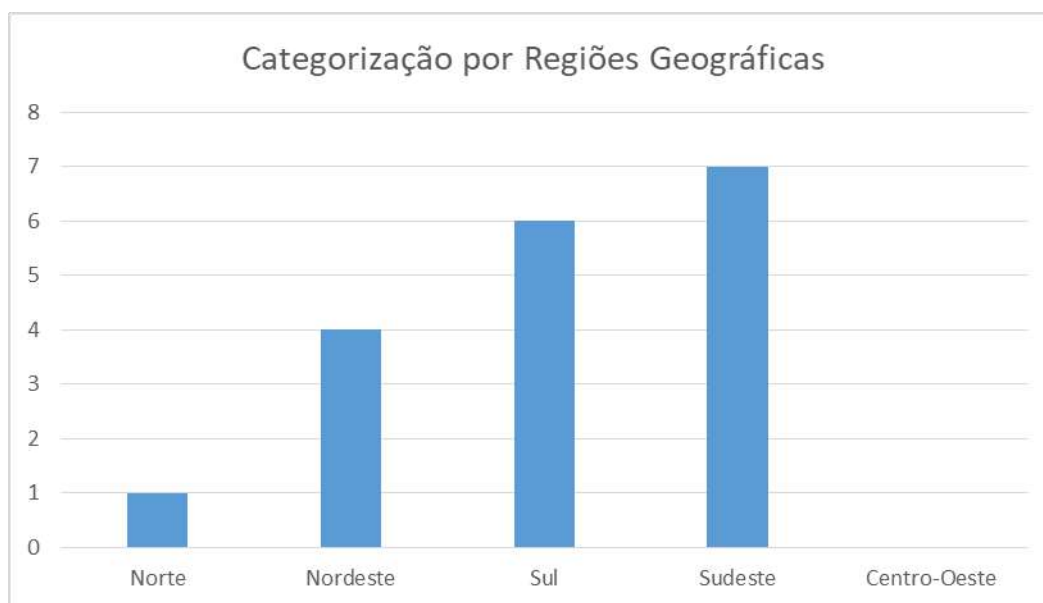
Gráfico 1 – Os dados apresentados estão categorizados por instituição.



O Gráfico 1 corresponde ao número total de participantes dos ENEM's que aconteceram no ano de 2013 e 2016. Assim, ao analisar o gráfico percebemos que o número maior de participantes é de Universidades Federais, cerca de 39%, seguido de Institutos Federais e Universidades Estaduais, com 17% cada, e após instituições privadas com 11% e demais possibilidades que o gráfico apresenta.

Portanto, relacionando o gráfico 1 com a pesquisa da UNIFESP que diz que 95% das produções científicas do Brasil são de universidades públicas, temos liderando em produção as duas universidades estaduais de São Paulo, Universidade de São Paulo (USP) e a Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), seguida das três universidades federais, a do Rio de Janeiro (UFRJ), a de Minas Gerais (UFMG) e a do Rio Grande do Sul (UFRGS). (MOURA, 2019) Assim, os anais do ENEM dos últimos 10 anos não se distanciam da realidade de produção científica de nosso país.

O próximo gráfico, o Gráfico 2, corresponde ao número de participantes por região, no qual apresenta-se da seguinte forma:

**Gráfico 2 - Categorização por região geográfica.**

Fonte: Elaborado pelo autor

Assim, quando se analisa o gráfico correspondente as regiões geográficas percebemos a ausência de artigos de ensino de trigonometria submetidos ao ENEM da região Centro-oeste e um número muito baixo na região Norte, porém em discrepância temos a região Sudeste e Sul com números elevados, cerca de 39% e 33% respectivamente. Logo, segundo o gráfico as regiões sudeste e sul lideram as discussões sobre ensino de trigonometria, todavia, a liderança de tais regiões pode ser justificada pelo fato das universidades de maior produção científica estarem nas regiões Sul e Sudeste. (MOURA, 2019)

A fim de consolidar e refinar mais os resultados obtidos decidimos analisar conforme o tópico seguinte o que foi produzido nos encontros do SIPEM no período de 2009 a 2019, a saber.

### **3. ANÁLISES PRELIMINARES DO ENSINO DE TRIGONOMETRIA NOS ANAIS DO SIPEM NO PERÍODO DE 2009 A 2018**

#### **3.1. Origem do SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**

Por algum tempo os estudantes de matemática tinham como prioridade o evento matemático de característica nacional, porém foi observado que o evento não estava oferecendo discussões mais aprofundadas entre os pesquisadores, porém cumpria sua finalidade de reunir estudantes e professores e pesquisadores matemáticos que tem como prioridade discutir as tendências metodológicas para a educação matemática. Dessa

forma, os educadores matemáticos começaram a pensar em um evento mais abrangente e heterogêneo, no qual tem como umas finalidades principais fazer link com estudantes de fora do país.

Por esse fato, grupos de pesquisa organizados pelos IES do Brasil abraçaram a motivação de que os matemáticos de nosso país precisavam de contato com pesquisadores de outros países, contudo não para avaliar produções, mas para gerar relações e parcerias, ou seja promover grupos compostos por estudantes matemáticos de dentro e fora do Brasil. E assim, originou-se em Serra Negra/SP no ano de 2000 o I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática e que desde então mostra-se uma atividade importante para a SBEM.

Logo, seguido a cronologia de forma trianual, temos a sequência: I SIPEM no ano de 2000, o II SIPEM no ano de 2003, o III SIPEM em 2006, o IV SIPEM em 2009, o V SIPEM no ano de 2012, o VI SIPEM em 2015 e o VII SIPEM no ano de 2019 ocorridos em cidades alternadas.

No mais, ao acessarmos os sites dos anais do SIPEM, encontramos tais objetivos:

Promover o intercâmbio entre os grupos que, em diferentes países, se dedicam às pesquisas cujo tema é a educação Matemática;

Divulgar as pesquisas brasileiras no âmbito da Educação Matemática;

Promover o encontro dos pesquisadores em Educação Matemática, proporcionando-lhes a possibilidade de conhecer as investigações que estão sendo realizadas na atualidade;

Propiciar a formação de grupos integrados de pesquisas que congreguem pesquisadores brasileiros e estrangeiros;

Possibilitar o avanço das pesquisas em Educação Matemática.

Dados encontrados nos anais do SIPEM

O Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática acontece em formato trianual, e para a junção de dados e análise dos anais, a pesquisa contou com a ajuda do site do SBEM para ter acesso aos artigos submetidos aos primeiros eventos do SIPEM. Desse modo, o I SIPEM, II SIPEM e III SIPEM não possuem sites, assim por meio do site do SBEM tivemos acesso somente ao caderno de resumo dos eventos mencionados, porém como a pesquisa tem a intenção de analisar os últimos cinco anais do SIPEM iniciaremos no III SIPEM e assim sucessivamente até o VII SIPEM, pois foi o último evento realizado até a data anterior a esta pesquisa.

Desse modo, a seguir temos as tabelas com o nome dos autores, título e resultados, correspondente aos artigos encontrados nos anais do SIPEM nos últimos cinco anos de evento, no qual também

obedeceu aos critérios adotados para a categorização dos anais do ENEM. Vale ressaltar que o SIPEM adota somente a categoria de apresentação oral.

Quadro 4 – IV SIPEM de 2009

AUTOR	TÍTULO	RESULTADOS
SAMPAIO, H. R.	Os valores cognitivos da ciência em uma abordagem Histórico-filosófica para o ensino de trigonometria.	Afirmação de que a história da matemática promove o conhecimento dos conteúdos, evidenciando suas contribuições para a Educação Matemática.

Como se pode notar, de acordo com o quadro 4, somente um artigo sobre ensino de trigonometria foi abordado nos anais do SIPEM entre os anos 2009 a 2019. Dessa forma, ao analisar o artigo percebemos que ele também segue a linha de problematização como os artigos submetidos aos anais do ENEM e tem a intenção de usar a história da matemática como valor cognitivo no ensino de trigonometria e assim evidenciar contribuições a educação matemática.

### 3.3. Categorização por instituição e região geográfica: Artigos dos anais do SIPEM

Conforme o quadro 4 mostramos foi encontrado um único artigo que corresponde aos requisitos para a categorização dos dados, este foi submetido ao VI SIPEM, e a autora é de instituição Estadual, do estado do Paraná, região Sul, e entra na afirmativa da pesquisa de (MOURA, 2019). Assim, podemos observar que há ausência de discussão sobre essa temática, e da mesma forma vale mencionar que o artigo submetido foi no ano de 2009, logo os encontros posteriores também não tiveram artigos sobre ensino de trigonometria.

ALGUMAS REFLEXÕES

Quando analisamos os anais ENEM e SIPEM podemos observar que ambos os anais se comprometem com o ensino de matemática e que preocupam-se com a educação matemática, seja em perspectiva de pesquisa ou em prática pedagógica. Desse modo, os anais se diferenciam na perspectiva de abrangência, pois os anais do ENEM como já mencionado possuem um público que varia desde educadores de ensino fundamental até pós graduandos, dessa forma a intenção é movimentar estratégias de ensino e discutir tendências de educação, vale também ressaltar que os participantes dos ENEM's também possuem pedagogos e outros licenciandos em áreas semelhantes, fazendo assim a interdisciplinaridade entre as o público acadêmico.

Já os anais do SIPEM também preocupam-se com o ensino, porém a intenção e promover diálogo com o ensino de matemática de outros países, e assim sociabilizar saberes. Porém, os anais do SIPEM em comparação com os anais do ENEM encontram-se em déficit quanto as discussões sobre o ensino de trigonometria, logo por ser um evento de maior abrangência por ser internacional percebemos que a temática em questão também não está sendo discutida com frequência.

Assim, considerando a metodologia da pesquisa que trata-se do estado do conhecimento categorizamos dados com a finalidade de saber qual a frequência das pesquisas envolvendo o ensino de trigonometria, assim, conseguimos saber quais as instituições e regiões geográficas esses pesquisadores são. Logo, a metodologia adotada contribuiu para que as análises fossem feitas, pois segundo (ROMANOWSKI e TEODORA ENS, 2006, p. 39), afirmam que esta pode:

significar uma contribuição importante na constituição do campo teórico de uma área de conhecimento, pois procuram identificar os aportes significativos da construção da teoria e prática pedagógica, apontar as restrições sobre o campo em que se move a pesquisa, as suas lacunas de disseminação, identificar experiências inovadoras investigadas que apontem alternativas de solução para os problemas da prática e reconhecer as contribuições da pesquisa na constituição de propostas na área focalizada.

Portanto, levando em consideração os resultados dos dados categorizados através dos anais do ENEM e SIPEM, cuja categorização dos anais do ENEM diz que os artigos sobre ensino de trigonometria vêm reduzindo e a categorização segundo os anais do SIPEM os artigos sobre ensino de trigonometria são quase que inexistentes. Assim, segundo (ROMANOWSKI e TEODORA ENS, 2006) podíamos através do estado do conhecimento chegar a tais resultados, pois:

Os dados coletados em estudos do tipo estado da arte indicam a atenção que os pesquisadores dão à temática, além de apontar para que aspectos da área da educação voltava-se a preocupação dos pesquisadores. Apontam os temas, subtemas e conteúdos priorizados em pesquisas e mostram a necessidade de algumas pesquisas, ou seja, mostram que alguns temas são quase que totalmente silenciados (ROMANOWSKI e TEODORA ENS, 2006, p. 45).

Contribuindo também para a construção da análise da pesquisa não podemos deixar de comentar que a BNCC é um documento educacional que além de ter como objetivo a igualdade de ensino nas escolas de nosso país, ela no ensino médio, consolida, aprofunda e amplia as habilidades que foram adquiridas no ensino fundamental (BRASIL). Sendo assim, observamos que há necessidades de métodos de ensino de trigonometria para que junto as orientações curriculares e diretrizes curriculares a aprendizagem seja efetiva.

Assim, segundo as tabelas formadas por artigos nos anais do ENEM podemos observar que as pesquisas além de estarem em concordância com a “nova matemática” citado por (CLARAS, 2008), também segue as competências e habilidades sugeridos pela

BNCC e orientações curriculares, pois o conteúdo de trigonometria é um conteúdo denso em saberes, assim levando em consideração os artigos das tabelas, as pesquisas contribuem para o desenvolvimento tecnológico, psicomotor e socioaprendizagem.

No mais, através da apresentação e motivo que deu origem aos anais ENEM e SIPEM podemos comparar com o Movimento da Matemática Moderna que no Brasil teve vigor no final do século XIX (CLARAS, 2008), esse movimento deu suporte para que grupos de estudos e iniciação científica pudessem ganhar vez e assim movimentar o ensino de matemática no país. Dessa forma, os anais ENEM e SIPEM são eventos de grande estima para o SBEM e consegue juntar estudantes e pesquisadores de diferentes vertentes, assim temos como resultado através do estado da arte a ausência de submissão de artigos sobre ensino de trigonometria nos últimos dez anos, além de que os artigos sobre essa temática geralmente buscam responder a mesma problemática, que é de melhorar a aprendizagem do ensino de trigonometria.

#### **1. CONCLUSÃO**

Portanto, levando em consideração todos os fatos mencionados acima, podemos compreender que o ensino de trigonometria é um estudo que merece visibilidade, não só no âmbito das pesquisas, mas em âmbito escolar, pois é necessário que haja um relacionamento entre os novos métodos pesquisados e os professores que estão ativos em sala de aula. Dessa forma, novas problemáticas sobre o ensino de trigonometria surgirão.

No mais, a pesquisa em questão com o método de estado do conhecimento conseguiu reunir dados e comprovar o baixo índice de artigos sobre ensino de trigonometria nos anais ENEM e SIPEM nos últimos dez anos, e assim a hipótese em norteou a pesquisa foi confirmada. Assim, visando a importância do ensino de trigonometria tanto para o ensino fundamental quanto para o ensino médio, esta pesquisa será o fio condutor para que futuros pesquisadores tomem ciência de qual frequência e grau de importância o ensino de trigonometria tem nos eventos do ENEM e SIPEM.

#### **REFERÊNCIAS**

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. **Ministério da Educação**.

CLARAS, A. F. O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA E AS INICIATIVAS DE FORMAÇÃO DOCENTE, 2008.

D'AMBROSIO, B. S. COMO ENSINAR MATEMÁTICA HOJE?, Brasília, p. 15-19, 1989.

MOURA, M. **Universidade Federal de São Paulo**, 2019. Disponível em: <<https://www.unifesp.br/noticias-anteriores/item/3799-universidades-publicas-realizam-mais-de-95-da-ciencia-no-brasil>>. Acesso em: 14 agosto 2021.

ROMANOWSKI, J. P.; TEODORA ENS,. AS PESQUISAS DENOMINADAS DO TIPO “ESTADO DA ARTE” EM EDUCAÇÃO. **Diálogo Educ**, Curitiba, p. 37-50, 2006.

SILVA, W. D. **O ensino de trigonometria: perspectivas do ensino fundamental ao médio**. Rio Claro: [s.n.], 2013.



## ASPECTOS SOCIOCULTURAIS DA VIVÊNCIA RIBEIRA: CONTEXTOS PARA UM ENSINO SIGNIFICATIVO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

Batista Moraes dos Santos

Universidade Federal do Pará - UFPA

[edubatista987@gmail.com](mailto:edubatista987@gmail.com)

Lucélia de Fátima Maia da Costa

Universidade Estadual do Amazonas – UEA

[ldfmaiadc@gmail.com](mailto:ldfmaiadc@gmail.com)

Miguel Moraes dos Santos

Universidade Estácio de Sá

[miguel.msantos@escola.seduc.pa.gov.br](mailto:miguel.msantos@escola.seduc.pa.gov.br)

**Resumo:** Este artigo busca reunir materiais na área de Educação Matemática que envolvam e fomentem o processo de ensino aprendizagem de alunos de Escolas Ribeiras, fazendo com que o professor observe o desenvolvimento dos alunos e reflita sobre as observações realizadas para a partir desse olhar ampliado possa experimentar soluções através de suas práticas, dialogando com seus pares sobre o processo de construção de conhecimentos matemáticos no contexto do espaço da escola. Em consequência dessa proposta procuramos, a partir de conhecimentos da prática de alunos e moradores ribeiras envolvidos com a pesca e a coleta do açaí da Ilha de Paquetá – Belém - PA, o entrelaçar entre as práticas de ensino desenvolvidas na escola ribeira e os conhecimentos das práticas da cultura dos alunos adquiridos ao longo de suas histórias de vida.

**Palavras-chave:** Escola Ribeira – Educação Matemática – Ensino Aprendizagem.

### Introdução

É muito comum o ensino de Matemática provocar sensações conflitantes nos professores que ensinam essa disciplina, pois por um lado vivem a exigência de apresentá-la aos alunos como um campo importante de conhecimento; por outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos em relação a sua aprendizagem. Dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira -INEP – 2020, apontam estatisticamente que a Matemática é a disciplina que apresenta maior percentual de

reprovação em todos os segmentos da Educação Básica (Fundamental Menor, Fundamental Menor e Ensino Médio).

As justificativas em torno da importância para aprendermos Matemática giram em torno de sua utilidade para resolver problemas do cotidiano e por se desdobrar em variadas aplicações no mundo do trabalho, funcionar como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras esferas curriculares, além de interferir na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e no desenvolvimento do raciocínio dedutivo dos alunos de modo geral. Mas, muitas vezes, o professor que ensina Matemática em escolas ribeiras<sup>18</sup> não possui formação profissional para atuar de forma significativa na área ou nem condições estruturais de trabalho para fazer com que tal importância se concretize por meio de suas ações pedagógicas.

Neste texto, estamos considerando ribeiras o homem e a mulher residentes nas proximidades de um rio ou igarapé e que possuem como principal atividade de subsistência a pesca, o extrativismo vegetal e o artesanato. Ao falarmos de escola ribeira estamos nos referindo à escola que atende alunos ribeiras, alunos da Amazônia, filhos e filhas de ribeiras.

A escola ribeira a qual nos referimos é aquela localizada em comunidades ribeiras, cujos habitantes mantém uma intrínseca relação com o rio, seja como via de transporte ou fonte de trabalho e alimento, onde o modo de vida é “resultado da mescla de indivíduos de etnias e culturas diferentes que conformam um processo histórico de formação territorial e populacional” (OLIVEIRA, 2008, p. 25).

Nossa experiência docente nos fez perceber que a Matemática se mostra em diferentes contextos de aprendizagens e em escolas de comunidades ribeiras essa matemática exige uma proposta de ação educativa que contemple o processo de ensino e de aprendizagem em suas diversidades de manifestações. No entanto, percebemos que em escolas ribeiras, as práticas de ensino de Matemática ainda não conseguem estabelecer

---

<sup>18</sup> Neste artigo, não usaremos os termos “ribeirinhos” e suas derivações sufixais por partilharmos com Silva; Lebler (2020); Garia; Ribeiro; Dutra (2017), em que afirmam que o sufixo -inho tem muitos significados na língua portuguesa como carinho, ternura, afetividade, pequenez e mesmo desprezo. As populações que moram às margens dos rios julgam que o termo “ribeirinhos” e suas derivações os menosprezam, os apequenam frente as outras pessoas e comunidades. Assim, neste artigo optamos por adotar o termo “ribeiras” e suas derivações, salvo as citações de documentos oficiais e aportes teóricos que envolvem o tema.

elos entre as aprendizagens matemáticas socioculturalmente efetivadas e as prescrições curriculares vigentes na escola.

Assim sendo, apresentamos os resultados de uma pesquisa que tem como objetivo analisar como as vivências socioculturais de alunos ribeiros podem se configurar em ambientes propícios à contextualização do ensino de matemática de modo a torná-lo significativo.

Para tanto, nos direcionamos pelos princípios da pesquisa qualitativa a qual dá liberdade de criação ao pesquisador, ou seja, não se prende a prescrições rígidas de técnicas que compõem o método utilizado, valoriza as relações estabelecidas entre os participantes envolvidos na pesquisa e considera os resultados obtidos como um conhecimento produzido na interação com os seus colaboradores (COSTA; SOUZA; LUCENA, 2015).

A liberdade dada ao pesquisador nesse tipo de pesquisa exige um posicionamento questionador e reflexivo que não é fácil de ser construído, pois,

o desenvolvimento de uma posição reflexiva, que nos permita fundamentar e interrogar os princípios metodológicos, identificando seus limites e possibilidades, coloca-nos de fato diante da necessidade de abrir uma discussão epistemológica que nos possibilite transitar, com consciência teórica, no interior dos limites e das contradições da pesquisa científica. (GONZÁLEZ REY, 2010, p. 3).

Diante do desafio de compreender a extrapolação das aprendizagens socioculturais, inclusive matemáticas, com vistas ao processo de ensino de Matemática em ambiente escolar, buscamos fundamentos teóricos que nos permitissem entender o processo de ensino e de aprendizagem em suas múltiplas facetas. Percebemos que ideias de diferentes estudiosos poderiam nos dar elementos para refletirmos sobre as possibilidades que se apresentam quando o conhecimento construído socioculturalmente, pelos alunos, é reconhecido, valorizado e aceito na escola.

Na construção dos dados lançamos mão da observação direta de práticas socioculturais desenvolvidas na comunidade, nas quais os alunos e seus familiares participam, assim como da dinâmica de ensino efetivada em uma turma/classe

multisseriada<sup>19</sup> selecionada; realizamos também, entrevistas semiestruturadas com comunitários e com a professora da referida turma/classe com o intuito de conhecer as dificuldades enfrentadas por ela e por seus alunos, assim como suas expectativas e desejos em relação ao ensino de Matemática em turmas/classes multisseriadas, em escolas ribeiras.

Optamos por entrevistas semiestruturadas por acreditar que ela oferece a possibilidade de o colaborador da pesquisa discorrer sobre um tema sem a limitação das perguntas fechadas e pode ser desenvolvida em um contexto muito semelhante ao de uma conversa informal (SELLTIZ, et al, 1987). Assim, partimos de um questionamento previamente elaborado e de acordo com as respostas obtidas redirecionamos e reelaboramos os próximos questionamentos (CHIZZOTTI, 2008).

Salientamos que neste texto apresentamos um recorte da pesquisa realizada, especificamente, discorreremos sobre os resultados obtidos nas observações das atividades socioculturais referentes à colheita e venda do açaí e da venda de pescado, atividades nas quais os alunos são ajudantes de seus pais, para daí analisarmos possibilidades de desenvolver um ensino de Matemática contextualizado com o intuito de provocar uma aprendizagem significativa.

O *locus* de investigação restringe-se à ilha de Paquetá, município de Belém, estado do Pará. A dinâmica da vida das pessoas que habitam nessa Ilha é tipicamente ribeira, são pessoas que estabelecem uma relação de compartilhamento e vicissitudes com o rio, com a floresta e com os saberes culturais da tradição. Sobrevivem basicamente do que retiram do rio e da floresta. Há duas fases bem distintas em seus calendários de atividades de extrativismo: a pesca marisqueira no inverno amazônico e a coleta do açaí na estação no verão amazônico<sup>20</sup>. Os moradores da ilha de Paquetá chamam de “pesca marisqueira” a ação de pescar mariscos para fins de subsistência.

---

<sup>19</sup> Turmas/classes multisseriadas são agrupamento de alunos com idades variadas e de diferentes séries ou ano de estudo. Existem agrupamentos que agregam duas séries, ou anos escolares, até agrupamentos de cinco séries, ou cinco anos, em uma única turma/classe.

<sup>20</sup> Na região Norte do Brasil denomina-se inverno amazônico o período de fortes chuvas e marés altas que acontecem comumente de Janeiro a junho, e o verão amazônico o período de pouca chuva e marés baixas que vão de julho a dezembro.

Os resultados obtidos evidenciam a necessidade de transpormos obstáculos no sentido de criarmos condições para um ensino de Matemática que use, também, como ponte para o ensino escolar, as aprendizagens socioculturais dos alunos a fim de tornar as aprendizagens matemáticas escolares mais significativas, do contrário, se não soubermos construir essas pontes, se não ajudarmos os alunos a estabelecerem relações equitativas entre os saberes construídos na vida em sociedade e os ensinados na escola, desperdiçaremos uma oportunidade plausível de dar significado à Matemática escolar.

## **1 Contextos socioculturais vivenciados pelos alunos ribeiros**

A ilha de Paquetá é formada totalmente por áreas de várzea, terrenos constantemente alagados pelas marés dos rios, o que dificulta o cultivo de legumes e hortaliças, a não ser em hortas suspensas. Nesse lugar, a população da localidade, vive basicamente da coleta do açaí; da pesca, da mariscada de camarão; da confecção e venda de matapis; e venda de sementes, principalmente a ucuúba para empresas de cosméticos.

Essas atividades são cíclicas, acontecem em determinados períodos do ano. Neste texto descrevemos somente as atividades referentes à coleta e venda do açaí e à pesca, pois nessas atividades há grande incidência de participação das crianças.

### **1.1 A coleta do açaí**

A coleta do açaí em Paquetá é a principal fonte de renda para a população e acontece no período que vai de agosto até meados de janeiro. Para os moradores essa é a melhor época do ano, pois a venda do fruto do açaí permite que os mesmos adquiram bens duráveis e fomenta significativamente o processo alimentar de toda a família.

Durante esse período há uma rotina de bastante trabalho. De segunda a sexta-feira há coleta e venda dos frutos na feira do açaí do Distrito de Icoaraci, que acontece no período entre três e oito horas da manhã. Há pessoas que optam pela venda do produto para os marreteiros<sup>21</sup>, que compram o açaí no porto das casas, e outros que vendem o produto na Ilha de Cotijuba, localidade mais próxima da comunidade de Paquetá, mas que segundo moradores pagam mais barato pelo produto. Tal opção se justifica por ser um processo

---

<sup>21</sup> Pessoa que comercializa produtos sem que, para isso, esteja devidamente licenciada.

que não precisa de transporte de grande porte ou médio, podendo ser realizado por rabetas, visto que a distância é bem menor e o perigo com a travessia da baía do Guajará é bastante reduzido.

Economicamente o açaí movimenta a vida dos moradores ribeiras de Paquetá, pois além da venda do produto nas feiras, há por trás toda uma mão de obra de trabalho que se origina a partir da coleta do fruto. Existem as debulhadeiras<sup>22</sup> de açaí; as artesãs que confeccionam as rasas<sup>23</sup> para o armazenamento do produto; os apanhadores e os carregadores de açaí.

Debulhar o açaí é uma tarefa basicamente feminina, uma vez que os homens esporadicamente exercem essa função. São as mulheres as responsáveis pela retirada dos caroços do açaí da vagem; pela escolha e limpeza dos frutos. Nesse processo as debulhadeiras retiram os caroços secos (aqueles que não têm “massa”, polpa) e paraos ou paró<sup>24</sup> através de um processo de seleção dos frutos. Elas também preparam, varrendo o terreno e estendendo a lona, o lugar onde os cachos de açaí vão ser amontoados e separados de acordo com seu ponto de maturação: pretos, tuíras<sup>25</sup>, paraos e secos.

As artesãs que confeccionam as rasas para a coleta do açaí também têm seu trabalho extremamente vinculado ao período de safra desse fruto, pois é nessa época que elas vendem e produzem as maiores quantidades de rasas. Essas artesãs executam um trabalho singular, que antecede a produção do açaí. Bem antes do período de coleta elas vão à mata retirar os “braços” de *urumãs* ou *guarumãs*<sup>26</sup>, matéria prima que necessita passar por um período de quarentena para perder a “gosma” que causa cocceiras. Logo

---

<sup>22</sup> As debulhadeiras são as mulheres que retiram os caroços do açaí das vagens, do cacho de açaí, e fazem a seleção dos frutos.

<sup>23</sup> Utensílio confeccionado com talas (fibras) de guarumã e plástico de forma de funil (cônica) que serve para o transporte do açaí. Em seu tesseume há vários orifícios para que o açaí não fique abafado e chegue às feiras com mais qualidade.

<sup>24</sup> Frutos do açaí que ainda não estão maduros e prontos para a colheita. O líquido desse fruto dá uma coloração esverdeada e pouca produção. Há localidades que usam o termo paró ou parao.

<sup>25</sup> São os caroços de açaí que atingiram elevado grau de maturação, apresentado uma cor acinzentada.

<sup>26</sup> Planta tipicamente da região amazônica da qual se retira a tala (*envira*) para tecer paneiros, rasas, peneiras etc. (Descrição verbal realizada pela sra. M01)

após, há a secagem das talas, que não podem ser nem muito verdes nem muito maduras, para evitar a quebra e o desbuchamento<sup>27</sup>.

As artesãs que confeccionam as rasas ou paneiros de açaí detêm diferentes saberes os quais são repassados de geração a geração. Uma das colaboradoras da pesquisa, a senhora “**M01**”<sup>28</sup>, nos diz em sua entrevista:

*“Aprendi a tecer rasas com a minha mãe, e ela aprendeu com a minha vó... Pra tecer uma rasa de açaí a gente tem que ir no mato tirar os guarumãs. Tem que escolher, não podem ser verdes nem muito maduros... é preciso vinte e quatro braços de guarumã pra fazer uma rasa. Tem que destalar, em média quatro talas cada braço... para o fundo [da rasa] tem que separar vinte e oito pares de tala, e...pés no chão, põe no chão para fazer o olhinho é... em forma de quadrado e em seguida a gente tem que deixar uma tala solta que é pra quando dobrar esse fundo do paneiro, pra ele ir crescendo e ficando redondinho [cilíndrico]” (senhora **M01**).*

A aprendizagem da confecção de rasas está presente na vida das crianças desde muito cedo, são elas que contam as quantidades de braços de guarumã; contam as talas que são tiradas; veem quantas foram usadas e quantas faltam para a conclusão do trabalho. Nessa atividade podemos identificar a mobilização de noções matemáticas que podem estabelecer um diálogo com conceitos matemáticos presentes, por exemplo, nas formas geométricas, na adição e na multiplicação ensinados na escola.

O trabalho artesanal da confecção das rasas de açaí é somente o primeiro passo de um grande processo que envolve a coleta desse fruto. Diariamente os apanhadores de açaí tecem suas peconhas<sup>29</sup> e partem mata adentro. Muitos desses apanhadores de açaí são

---

<sup>27</sup> O desbuchamento acontece quando a tala de guarumã perde totalmente a bucha que dá flexibilidade ao material na tessitura das rasas, impedindo que ela se quebre. (Descrição verbal realizada pela sra. M01)

<sup>28</sup> Os colaboradores da pesquisa serão identificados com códigos alfanuméricos, visando a preservar a identidade de cada participante.

<sup>29</sup> As peconhas são objetos [utensílios] usados pelos apanhadores de açaí como suporte para os pés para subirem nas árvores. Elas podem ser feitas de sacas de juta, capas ou folhas do açazeiro de aproximadamente um metro e meio de comprimento. Enrola-se o material usado e em seguida unem-se as duas pontas com um “nó de porco”, criando-se um objeto de forma circular (descrição verbal realizada pelo sr. MPR01).

crianças e adolescentes, pois são elas que sobem nas árvores mais finas que não suportam o peso dos adultos; fazem a seleção dos frutos junto com as debulhadeiras; e carregam pequenos utensílios como facas, lonas, peconhas, garrafas com águas, luvas, lanche, sapatos e rasas para a floresta.

Em diálogo estabelecido com o senhor **A01** aprendemos que um adulto tira em média quatro rasas grandes do fruto por dia, e cada rasa equivale a 32 kg da fruta. Há também as rasas menores que cabem 16 kg de açaí. Dependendo do dia da semana que é realizada a coleta do fruto, o produto tem vários caminhos a serem percorridos. Quase sempre nas segundas-feiras não há vendas, pois são poucos os que realizam a coleta aos domingos, “*O domingo é de Deus*”.**M01**

Durante a semana o açaí pode ser vendido no porto das casas para os marreteiros de açaí; para os maquineiros em Cotijuba; ou na feira do açaí em Icoaraci. Sábado é o dia da semana que a venda acontece preferencialmente em Icoaraci, pois é nesse dia que muitos costumam fazer as compras de alimentos e materiais de limpeza, *despesas*, para a semana e as compras de objetos pessoais.

Um apanhador de açaí recebe diária de acordo com o preço das vendas e de sua produção. Um adulto recebe em média, por dia, entre R\$ 100,00 (cem reais) a R\$ 120,00 (duzentos e cinquenta reais); uma debulhadeira entre R\$ 30,00 (trinta reais) e R\$ 80,00 (oitenta reais); já as crianças e adolescentes recebem diárias entre R\$ 50,00 (cinquenta reais) e R\$ 100,00 (cem reais).

O preço do produto varia bastante de lugar para lugar; de dia para dia; e da safra para entressafra. Os marreteiros são os que comumente pagam preços mais baratos, já que não há despesas com o combustível para a locomoção do vendedor. Durante a safra de açaí de 2020, entre agosto a novembro, a rasa de 32 kg de açaí alcançou preços entre R\$ 60,00 (sessenta reais) a R\$ 150,00 (cento e cinquenta reais). Já no final da safra o preço dessa mesma quantidade chegou a R\$ 210,00 (duzentos e dez reais) com perspectiva de se chegar a R\$ 250,00 (duzentos e cinquenta reais) na entressafra que vai de fevereiro a junho.

A coleta do açaí mobiliza bastantes conhecimentos matemáticos que podem ser articulados com o currículo escolar e propiciar uma aprendizagem compartilhada entre os saberes da tradição e os saberes escolares. Não se percebe dissonância entre esses conhecimentos, mas apenas falta de articulação entre escola e comunidade, ou ainda o



desconhecimento da realidade local pelo professor que ensina matemática nos anos iniciais. A coleta do açaí apresenta-se como uma opção muito rica de articulação entre saberes e fomentadora de aprendizagens matemáticas entre os alunos da comunidade ribeira da ilha de Paquetá.

## 1.2 A pesca

A comunidade da ilha de Paquetá realiza diferentes tipos de atividades de sobrevivência, entre as quais percebemos os diferentes tipos de pesca. Há famílias que retiram o sustento da pescaria chamada de *barra fora* em que os pescadores necessitam de barcos de médio a grande porte (barcos com capacidade acima de cinco toneladas), é realizada em mar aberto. Já a pescaria de “barra dentro” é realizada por barcos de pequeno porte e de diferentes tipos (cascos, montarias, rabetas, canoas etc) e efetivada às margens dos pequenos rios, furos e igarapés da localidade. Este tipo de pescaria é a mais realizada pelos moradores da comunidade de Paquetá. A pescaria de “barra dentro” é de caráter artesanal.

Durante a época das chuvas, o inverno amazônico, é bastante comum ver as crianças menores realizarem as tarefas menos complexas, como acompanhar os pais ou irmãos maiores na pesca marisqueira e venda do pescado. As crianças maiores colocam as malhadeiras nos igarapés e nas margens dos rios para apanharem pequenos peixes, ou são responsáveis pela pesca de camarão com matapis.

Toda produção dessa atividade é vendida na feira de Cotijuba e, raramente, na feira de Icoaraci. As crianças menores acompanham os pais, enquanto que as maiores realizam a venda dos peixes e camarões fazendo a pesagem dos peixes, medindo o camarão – que pode ser vendido em litros ou quilos – recebendo o dinheiro e passando o troco.

Destaca-se nesse processo a habilidades que as crianças apresentam para fazer a equivalência entre as quantidades na venda do camarão. Como há dois tipos de medidas, é necessário que elas sejam *relativamente* iguais no resultado final para que não haja prejuízos para quem compra e para quem vende. Por exemplo, um litro e meio de camarão é equivalente 1 kg do produto, porém, o quilo custa R\$ 8,00 (oito reais), enquanto que o litro custa R\$ 6,00 (seis reais).

Nota-se que há medidas equivalentes quanto ao quilo e o litro, todavia a dissonância no referente ao preço pago pelo produto, pois o litro e meio de camarão, que equivale a 1 kg, custa R\$ 9,00 (nove reais), um real a mais que se a compra fosse realizada em quilo. Segundo o Sr. **P01**, isso acontece por que “*sempre vai mais de meio litro na hora da medida [do camarão], o que dá mais de um quilo, por que não tem como ser certo [precisar] a medida do litro, aí quem compra em litro sai ganhando mesmo a gente cobrando mais*”.

Nesse contexto, as medidas convencionais de peso e litro são bases para a venda do produto, porém a equivalência entre elas é *ignorada* a medida que os conhecimentos culturais se fazem fortemente presentes. Isso não implica dizer que as medidas convencionais não sejam importantes no processo de compra e venda dos produtos das populações ribeiras, mas sim que eles adequam-se ao modo e as necessidades de vivências culturais dos indivíduos.

No contexto da venda de pescados, as crianças realizam a atividade de pesar, receber e passar o troco do dinheiro. Para o aluno **H01** de 7 anos, “*o troco mais difícil é os das moedinhas, mas eles [os compradores] sempre dão pra gente [as moedinhas]*”. **H01** reconhece todas as cédulas de real e as moedinhas, bem como agrega valor as mesmas, sabendo que uma nota de R\$ 100,00 (cem reais) dá pra comprar o dobro que a cédula de R\$ 500,00 (cinquenta reais) e muito mais que uma de R\$20,00 (vinte reais) e que a de R\$ 10,00 (dez reais) e assim sucessivamente.

“*Com essa aqui [cédula de cem reais] eu posso comprar duas bermudas e duas camisas, mas com essa [mostra a cédula de cinquenta reais] eu só compro uma de cada. Com essa de dez [cédula dez reais] eu não compro nada [referindo-se a quantidade de roupas].*” **H01**

Perguntado quem o ensinou a reconhecer o dinheiro, **H01**, disse primeiramente que não sabia; depois perguntado se foi na escola ou em sua casa que aprendeu a reconhecer as cédulas, o mesmo foi enfático: “*não! Em casa o papai não me dá dinheiro e na escola não tem [dinheiro], eu vejo dinheiro aqui [na feira]*”.

Percebe-se que as práticas de aprendizagem matemática transcendem os muros da escola, e que a escola pouco fomenta o entrelaçar entre os conhecimentos da cultura e das práticas do cotidiano com seu currículo escolar engessado.

Tal situação nos faz lembrar o que Ferreiro (2015, p. 157) denomina de “defasagem cada vez maior entre o conhecimento extraescolar e o conhecimento que a escola trata de ensinar”, pois não vemos aproximações ou entrelaçamento entre os saberes da escola e os saberes que os alunos adquirem nas relações estabelecidas na vida em sociedade.

As observações realizadas e os diálogos estabelecidos nos permitiram perceber que as relações socioculturais desenvolvidas pelas crianças, como as ações de ajudar na pesca, na colheita do açaí, na venda de produtos nas feiras, se constituem um espaço rico em oportunidades de contextualização para o ensino de Matemática realizado numa escola ribeira. Para tanto, é preciso ter em mente que o professor necessita conhecer tais relações para poder buscar formas de colocar em diálogo o que se aprende dentro e fora da escola.

## **2 Aprendizagens socioculturais: pontes à aprendizagem matemática significativa**

Nas últimas duas décadas intensificaram-se os questionamentos sobre a importância e os modos de se ensinar matemática na escola. De acordo com D’Ambrósio, “A Matemática comparece como disciplina obrigatória e dominante em todos os currículos do Ensino Fundamental e Ensino Médio de todos os sistemas escolares. A pergunta que todos deveriam fazer é “Por que?”” (D’AMBRÓSIO, 2012, p. 55).

As respostas a esse questionamento giram em torno de sua utilidade para vivermos e entendermos a vida em sociedade. Mas, dado tamanha importância caberia então questionarmos o porquê seu ensino é tido como um dos mais difíceis e menos produtivos no ambiente escolar. Nessa direção, se a matemática “continuar a ser ensinada da maneira como vem sendo, isto é, obsoleta, inútil e desinteressante, ela corre o risco de sair dos sistemas escolares” (D’AMBRÓSIO, 2012, p. 56).

Mas, o que torna o ensino da matemática desinteressante? As respostas podem variar dependendo do contexto onde estamos questionando. No nosso estudo, uma justificativa recorrente às dificuldades enfrentadas na aprendizagem da matemática e,

consequentemente, para o desinteresse pela disciplina matemática, na escola, é a dissociação entre o que se aprende em sala de aula e o que se vive em sociedade. É a falta de significado para aquilo que se está aprendendo.

Como fazer o aluno dar significado para a matemática que lhe é ensinada na escola? Ensinar os conteúdos dentro de um contexto onde o aluno possa estabelecer relações entre o que ele já sabe, ou entre situações que ele vivência e os novos assuntos apresentados pode ser uma resposta a esse questionamento, pois permite àquele que quer aprender encontrar possíveis referências para uma aprendizagem significativa.

A aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. Ou seja, neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel define como subsunçor, existente na estrutura do indivíduo (MOREIRA; MASINI, 2006, p.17).

Assim sendo, as aprendizagens “matemáticas” que os alunos ribeirões constroem em suas vivências socioculturais, como quando auxiliam seus pais na venda do pescado, na confecção de rasas, na venda do açaí, podem ser compreendidos como “construtores de subsunçores e ter um efeito facilitador da aprendizagem de conceitos matemáticos formais funcionando como ponte entre o que o estudante já sabe e o que está tentando aprender” (COSTA; GHEDIN; LUCENA, 2013, p. 38). Isto porque, de acordo com a teoria da aprendizagem significativa, o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem do aluno é aquilo que ele já sabe (AUSUBEL, 2000).

Novas aprendizagens podem ser construídas na medida em que ideias e conceitos encontrem referências, ancoradouros, na estrutura cognitiva, pois

a aprendizagem significativa ocorre quando novos conceitos, ideias, proposições interagem com outros conhecimentos relevantes e inclusivos, claros e disponíveis na estrutura cognitiva, sendo por eles assimilados, contribuindo para sua diferenciação, elaboração e estabilidade. (MOREIRA, 2012, p. 2).

Desse modo, a experiência que o aluno traz de saber “passar” o troco no ato da venda do pescado, ou de estabelecer preço à rasa de açaí de acordo à qualidade dos grãos ou da estação do ano podem

[...] tanto fornecer “ideias âncora” relevantes para a aprendizagem significativa do novo material, quanto estabelecer relações entre ideias, proposições e conceitos já existentes na estrutura cognitiva e aqueles contidos no material de aprendizagem, ou seja, para explicitar a relacionabilidade entre os novos conhecimentos e aqueles que o aprendiz já tem mas não percebe que são relacionáveis aos novos. (MOREIRA, 2012, p. 2).

As relações possíveis de serem estabelecidas pelo aluno entre o que ele já sabe e o que ele precisa aprender exige do professor um olhar atento e uma postura questionadora, pois mobilizar os conhecimentos prévios dos alunos para organizar a aprendizagem não se restringe a fazer simples comparações introdutórias. É necessário fazer o aluno perceber, por exemplo, as semelhanças entre a mobilização cognitiva que ele faz, na atividade de passar o troco e as operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) estudadas na escola.

Desta forma, a situação de compra e venda com troco, pode permitir a introdução das operações matemáticas, conceitos novos, para muitos alunos e, conjuntamente, articulações básicas, mas fundamentais para a resolução de expressões numéricas. Dessa forma, saber mobilizar o que o aluno já sabe pode

prover elementos organizacionais inclusivos que levem em consideração, mais eficientemente, e ponham em melhor destaque o conteúdo específico do novo material, ou seja, prover um contexto ideacional que possa ser usado para assimilar significativamente novos conhecimentos. (MOREIRA, 2012, p. 3).

As situações de aprendizagens vivenciadas pelos alunos em seus afazeres diários, no convívio em sociedade, podem desempenhar, na sala de aula, a função de organizadores prévios da aprendizagem, pois podem ser apresentados com:

a função principal de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber, a fim de que o material possa ser aprendido de forma significativa. Ou seja, os organizadores prévios são úteis para facilitar a aprendizagem na medida em que funcionam como pontes cognitivas. (MOREIRA; MASINI, 2006, p. 21).

Ao observarmos uma rasa percebemos que na sua confecção encontra-se um ambiente propício ao estabelecimento de relações entre ideias, inclusive matemáticas,

para determinar a quantidade de talas necessárias de acordo ao tamanho que se pretende como produto final; entre a forma da rasa e a capacidade; entre a capacidade e lucro a ser obtido, etc. No processo de confecção das rasas, assim como no processo de manuseio e venda açáí e na venda do pescado percebemos a mobilização de ideias matemáticas relacionáveis com conteúdos matemáticos propostos para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Nessas situações do convívio sociocultural os alunos adquirem experiências, constroem aprendizagens que podem se tornar “âncoras” para os conceitos matemáticos trabalhados na escola, se o professor souber mobilizá-los adequadamente.

### **Considerações Finais**

Os caminhos que trilhamos nos dão alicerce para dizer que muitos são os caminhos e descaminhos que percorre a educação ribeira amazônica, de dimensões continentais e multifacetada, na qual ainda há muito o que se fazer para que possamos alcançar uma educação que foque prioritariamente naquele que aprende, o aluno. Uma educação onde este seja considerado como alvo de atenções transformadoras de um presente difícil para um futuro mais ameno.

Pensamos que o ensino de Matemática em escolas ribeiras tem que partir do princípio pedagógico, que, valorizar os saberes culturais faz parte do processo educativo, da construção do sujeito cidadão que aprende em seu tempo e espaço de cultura para propiciar um futuro sustentável, em uma proposta que articule as práticas locais e o sistema nacional de ensino.

Durante a pesquisa, observamos que, apesar de muitas iniciativas ainda existe um processo de abandono e desrespeito com a educação escolar ribeira e, sendo parte dela, com o ensino de Matemática. Ao longo dos anos pouca coisa tem se modificado em relação a questões estruturais e propostas de aprendizagens significativas, pelo contrário, as escolas estão cada vez mais sucateadas, com perspectivas de fechamento, e profissionais maltratados por um sistema educacional que não oferece se quer o básico para uma educação significativa transformadora, que articule currículo formal e formação em serviço. Fazemos esse destaque porque compreendemos o papel do professor como fundamental para a mudança de posturas e de aprendizagens.

No contexto de aprendizagens, vimos alunos curiosos que detêm diferentes saberes que anseiam por novas descobertas. Os alunos ribeiros da Ilha de Paquetá possuem saberes matemáticos que vão muito além daqueles identificados pelo professor e pela escola. São conhecimentos práticos que, se bem orientados, poderiam constituir elos entre situações reais que envolvem Matemática e os conceitos matemáticos ensinados na escola.

Ao refletirmos sobre tudo o que vimos no período da pesquisa, percebemos que muitas vezes os alunos não alcançam a “média escolar” para serem aprovadas ao final do ano letivo, pois para o sistema educacional, eles não dominam conhecimentos matemáticos suficientes para sua aprovação, pois a escola está assentada em um sistema hegemônico em que os conhecimentos e habilidades prevalecentes são os adquiridos no contexto escolar, esquecendo-se assim, que estes são complementares aos saberes construídos no convívio sociocultural, e que estes saberes da vida estão enraizados na psique do aluno.

Vale destacar que no contexto da aprendizagem, são das situações vividas e compreendidas que construímos os conceitos, inclusive matemáticos. Dificilmente, o aluno perceberá, sozinho, as relações existentes entre o que aprendeu nas situações socioculturais e o assunto matemático que está estudando, por isso, cabe ao professor a mobilização dos conhecimentos prévios do aluno para ajudá-lo na percepção dessa relacionalidade, ou seja, cabe ao professor a tarefa de utilizar as situações socioculturais diversas como organizadores prévios da aprendizagem matemática pretendida. Pois, o importante não é a situação em si, mas sua função instrucional, isto é, a ponte que ela possibilita para a aprendizagem.

Assim como Nunes; Campos; Magina; Bryant (2009), acreditamos que todo ensino deve ser baseado em evidências e o professor tem papel superimportante nesse processo, pois é esse profissional que coleta informações sobre seus alunos e as interpreta a partir de seu olhar propositivo a fim de planejar suas ações de ensino e aprendizagem.

Finalizamos chamando a atenção para o fato de que no contexto da escola ribeira amazônica, as aprendizagens construídas no convívio sociocultural ainda são quase invisíveis no contexto escolar. São raras as iniciativas que as reconhecem, valorizam e utilizam no ensino de Matemática, configurando assim, um desperdício de situações viabilizadoras de aprendizagens significativas, inclusive matemáticas.

## Referências

AUSUBEL, D.P. **The acquisition and retention of knowledge**: A cognitive view.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

COSTA, L. F. M.; GHEDIN, E. LUCENA, I. C. R. Aprendizagem Significativa em Processos de Formação de Professores que Ensinam Matemática em Escolas do Campo **Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review**. v.3, nº1, 2013, p. 35-46.

COSTA, L. F. M.; SOUZA, E. G.; LUCENA, I. C. R. Complexidade e Pesquisa Qualitativa: questões de método. **Perspectivas da Educação Matemática/** Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. v.8, número temático, 2015, p.727-748.

D'AMBRÓSIO, U. Do Saber Matemático ao Fazer Pedagógico: o desafio da educação. **Revista Educação Matemática em Foco**. v. 1, nº 1, 2012. Campina Grande: EDUEPB, 2012. p.53-63. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2000.

FERREIRO, E. **Alfabetização em processo**. 21 ed. São Paulo: Cortez, 2015.

GARCIA, D. P. B.; RIBEIRO, F. G.; DUTRA, L. R. **Mudança semântica do sufixo -inho no português contemporâneo**. III Semana da Fundação. (Itaperuna, RJ) Anais do Congresso. Itaperuna: Centro Universitário São José de Itaperuna, agosto, 2017. P. 59 – 72. ISSN 2175-8255 Edição especial da TRANSFORMAR – Revista do Centro de Iniciação Científica e Extensão (CENICE)| Fundação Educacional e Cultural São José – Centro Universitário São José de Itaperuna.

GONZÁLEZ REY, F. **Pesquisa Qualitativa e subjetividade**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2010.

MOREIRA, M. A. **Organizadores Prévios e Aprendizagem Significativa**. Revista Chilena de Educación Científica. v. 7, nº. 2, 2012, p. 23-30.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. A. S. **Aprendizagem Significativa: a teoria de aprendizagem de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2006.



OLIVEIRA, I. A. **Cartografias Ribeirinhas: Saberes e Representações sobre Práticas Sociais Cotidianas de Alfabetizados Amazônidas**. Belém, EDUEPA, 2008.

SELLTIZ, C. et al. **Métodos de pesquisa nas relações sociais**. São Paulo: EPU, 1987.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação Matemática 1: números e operações numéricas**. 2ª edição. São Paulo: Cortez Editora, 2009.

SILVA, F. S.; DEBLER, C. D. **O uso do diminutivo inho e suas possíveis significações pelo viés da Teoria dos Blocos Semânticos (TBS) e da Linguística formal**. *Signo*, Santa Cruz do Sul. v. 45, n. 82, jan. 2020. ISSN 1982-2014. Disponível em: <<https://online.unisc.br/seer/index.php/signo/article/view/14265>>. Acessado em 03/07/2021.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. <https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/indicadores-educacionais/taxas-de-rendimento>. Acessado em 04 de junho de 2021.

## O ENSINO DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÃO: UM DIAGNÓSTICO JUNTO À PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA REDE PÚBLICA DO ESTADO DO PARÁ

Natali de Jesus Ferreira de Miranda  
Universidade do Estado do Pará  
natali.miranda@aluno.uepa.br

Ana Kely Martins da Silva  
Universidade do Estado do Pará  
Anakely2@yahoo.com.br

Maria de Lourdes Silva Santos  
Universidade do Estado do Pará  
2011malu.melo@gmail.com

**Resumo:** Como professores do 6º ano ensinam adição e subtração de fração? Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo realizar um diagnóstico do processo de ensino-aprendizagem de adição e subtração de fração, a partir da opinião de professores de matemática. As informações foram produzidas no mês de dezembro de 2020 por meio de um questionário produzido via google forms e aplicado à 50 docentes da rede pública municipal de ensino do Estado do Pará. Para a sistematização e análises das informações produzidas houve a construção de quadros e gráficos estatísticos relativos a cada uma das questões do instrumento. Os resultados indicam, segundo a amostra de docentes, que as mesmas dificuldades que os professores apresentam em ensinar o assunto de adição e subtração de fração, é também apresentada por seus alunos quanto ao aprendizado, principalmente quando se trata de trabalhar com denominadores diferentes e ao calcular o mmc. Concluímos que, apesar dos professores possuírem grande experiência na docência e conhecerem outros métodos de ensino de frações, raramente os exploram em sala de aula, pois, muitos ainda costumam iniciar suas aulas pelo conceito seguido de exemplos e exercícios; utilizam-se de lista de exercícios para serem resolvidos como forma de fixação do conteúdo; prova escrita, trabalhos em grupos ou individuais e produções no caderno são considerados principais formas de avaliação; e o ensino do conteúdo de adição e subtração de fração, se dá principalmente, por meio do cálculo do mínimo múltiplo comum (mmc).

**Palavras-chave:** Matemática. Ensino Aprendizagem. Adição. Subtração. Fração

### 1. Introdução

A Educação Matemática vem se desenvolvendo e estabelecendo relações com as diversas áreas do saber. Nesse sentido, existe uma grande preocupação com a qualidade do ensino de Matemática na educação básica. Nosso desejo em investigar mais a respeito do ensino aprendizagem de Matemática e seus respectivos componentes curriculares foi que optamos por realizar essa investigação sobre ensino de adição e subtração de fração. Justificamos a escolha do tema por percebermos dificuldades apresentadas tanto por docentes no momento do ensino desse conteúdo quanto para os discentes em sua aprendizagem. Também consideramos necessário refletir sobre alternativas metodológicas que possam facilitar o processo de ensino desse componente curricular.

Assim, partimos da seguinte questão norteadora: Como professores do 6º ano ensinam adição e subtração de fração?

A partir dessa questão, definimos como objetivo geral dessa pesquisa: Diagnosticar junto a uma amostra de professores do ensino fundamental da rede pública do estado do Pará, como eles estão ensinando adição e subtração de fração.

No intuito de responder à questão norteadora, a partir dos objetivos propostos nesta pesquisa, realizamos um estudo de campo com uma abordagem qualitativa junto a uma amostra de 50 professores de Matemática que atuam na rede pública do estado do Pará.

Para fundamentar o presente artigo nos apoiamos nas ideias de: Godoy e Santos (2012), Guiomar Namó de Mello (2014), Carneiro e Araman (2017), Brandão e Ribeiro (2016), Sá et al (2010), dentre outros autores, que também serviram de embasamento teórico para o trabalho.

Após realizarmos a revisão de literatura, apresentamos a metodologia utilizada e os resultados da pesquisa, assim como, nossas considerações sobre os processos de ensino do conteúdo de fração, mais especificamente, adição e subtração de fração na rede pública do Estado do Pará.

## **2. Revisão de literatura e o ensino de frações**

Durante décadas, surgiram críticas constantes sobre a forma como nas escolas vem sendo trabalhado os conteúdos escolares, ou seja, como o currículo está sendo vivenciado na sala de aula. Nesse sentido, Godoy e Santos (2012), afirmam que são grandes as divergências existentes nos currículos quanto aos objetivos da educação Matemática e que as relações entre os procedimentos matemáticos formais e suas raízes socioculturais não são refletidos nos fundamentos e práticas desse currículo. Por isso, é importante atentar para o fato de que o currículo é “tudo aquilo que uma sociedade considera necessário que os alunos aprendam ao longo de sua escolaridade” (MELLO, 2014, p. 01).

Ou seja, traçar um planejamento adequado que indique o que fazer, como fazer e porque fazer.

Portanto, quando a definição de currículo e seus verdadeiros objetivos são levados em consideração, tornam-se perceptíveis as grandes dificuldades no processo de ensino e aprendizagem ocorridos nas diversas áreas educacionais. Por isso, na busca de melhorar este processo, principalmente em sala de aula, vários profissionais da educação dedicam-se a pesquisar como o ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos são

desenvolvidos em sala de aula e quais as dificuldades apresentadas tanto pelos professores quanto pelos alunos para, assim, desenvolver novas metodologias de ensino.

Em relação aos estudos sobre frações, na maioria das vezes, resumem-se na análise de um número inteiro dividido em partes fracionadas, utilizando a barra de chocolate ou a pizza como exemplos. Nesse sentido, há uma necessidade de se desenvolver atividades escolares que envolvam frações utilizando a interpretação e as técnicas matemáticas, e não de forma memorizada e pronta. As operações envolvendo as frações precisam ser resolvidas de forma contextualizada, de modo a fazer com que o aluno organize e produza suas ideias a fim de chegar a uma solução adequada.

A aprendizagem de frações não se dá com definições prontas, nomenclatura obsoleta e pseudo-problemas sobre pizzas e barras de chocolates. Os professores deveriam ter atenção para as complexidades que envolvem conceito tão delicado. Os obstáculos à aprendizagem são muitos e de várias naturezas. (LOPES, 2008, p.7)

Desta maneira, Lopes (2008, p.8) defende que os alunos devem ser capazes de compreender o que são as frações e interpretar cada um dos conceitos associados a esta temática. Porém, para isso, o professor deve priorizar as relações necessárias à construção dos conceitos matemáticos relacionados à fração.

Nesse sentido, vários estudos foram desenvolvidos com o objetivo de analisar o ensino de frações e as dificuldades apresentadas pelos estudantes na aprendizagem do mesmo.

Carneiro e Araman (2017) apresentam em seu artigo um estudo sobre o ensino de frações a partir de concepções de professores da educação básica, atuantes em escolas públicas no município de Cornélio Procópio, no estado do Paraná. Essa pesquisa foi desenvolvida com duas professoras com o objetivo de compreender o modo como abordam o conteúdo de frações e para buscar elementos que proporcionem a reflexão das práticas que adotam. Contudo, tendo em vista os aspectos observados no decorrer dessa pesquisa, os autores concluíram que as professoras investigadas apesar de conhecerem outras maneiras de ensino ainda utilizam metodologias tradicionais de ensino em suas práticas. E quanto ao ensino de adição e subtração de fração “revelam que empregam o mínimo múltiplo comum para ensinar operações com frações” (CARNEIRO; ARAMAN, 2017)

Conforme Silva (2019), “é sabido que o processo de ensino de operações com frações, em especial da sua soma (e, conseqüentemente, da subtração pela sua natureza ser compartilhada), tem apresentado dificuldades” e por isso a necessidade de estudos relacionados a esse ensino.

Brandão e Ribeiro (2016) discutem sobre a docência no tocante à adição de frações com denominadores diferentes e propõem, em seu trabalho, atividades que possam servir como introdução ao assunto, pois nesse estudo eles mostram a abordagem do cálculo das frações com denominadores diferentes através do desenho de retângulos. E concluíram que o estudo por meio de representações gráficas no ensino de adição de frações com denominadores diferentes permite o docente refletir sobre a importância de trabalhar esse assunto sem que haja memorizações na sala de aula.

Nos estudos de Sá et al (2010), o objetivo foi avaliar os resultados do ensino de adição e subtração de frações desenvolvido por meio de atividades mediadas por uma calculadora virtual para frações. Com a aplicação do pré-teste – para realizar um diagnóstico do conhecimento prévio dos alunos sobre as operações de adição e subtração com frações - foi possível ser verificado pelos autores que a maioria dos estudantes não conseguiu resolver corretamente as questões de adição e subtração de frações. Para as análises foram elaboradas quatro atividades de redescoberta, um jogo de baralho sobre adição e subtração de frações com o mesmo denominador e outro envolvendo as duas operações com denominadores iguais e diferentes. Os autores, após análises, afirmam que em todas as questões houve um aumento significativo na porcentagem de acertos no pós-teste, em comparação com o pré-teste, apesar de alguns alunos ainda terem feito certas confusões entre procedimentos de resolução.

### **3. Procedimentos metodológicos e sistematização de resultados e análises**

Para este estudo foi realizada uma pesquisa de campo pois, de acordo com Gonsalves (2001, p. 67) é um “tipo de pesquisa que pretende buscar a informação diretamente com a população pesquisada”. O estudo contemplou uma amostra de 50 (cinquenta) professores de Matemática que atuam na rede pública do estado do Pará e teve como instrumento para a produção das informações um questionário composto de 21 perguntas das quais 19 foram fechadas e 2 abertas. Tais questões buscavam saber do processo de ensino de Matemática, a metodologia de ensino desenvolvida em sala de aula para o conteúdo de fração, as dificuldades dos alunos observadas pelo professor em

relação ao aprendizado de fração e indagações relacionadas as operações de adição e subtração de fração.

As questões englobavam perguntas para identificarmos a idade e o sexo dos professores, a sua experiência enquanto docente, a metodologia utilizada para o ensino de matemática, sua percepção sobre o ensino de frações e as dificuldades dos alunos para aprender este conceito e, também, questões voltadas especificamente para o ensino de adição e subtração de fração. As informações coletadas a partir da aplicação deste questionário nos possibilitaram traçar o perfil destes docentes.

Quanto ao gênero, foram ouvidos 24 homens e 26 mulheres, na faixa etária de 15 a 60 anos. Os resultados encontrados a respeito da formação desses professores mostram que 6 possuem a graduação, 31 já cursaram uma especialização, 11 indicaram estão cursando mestrado, e 2 já concluíram o mestrado.

Indagamos como esses professores costumam iniciar suas aulas de matemática e como resultado obtemos que 58% utilizam uma situação problema para depois introduzir o assunto. Dos demais professores, 28% costumam iniciar suas aulas pelo conceito seguido de exemplos e exercícios, ou seja, de maneira tradicional; 4% com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo; 2% costumam apresentar o assunto por meio de brincadeiras, seja de pergunta e resposta de situações do cotidiano ou por meio de paródias; 2% utilizam jogos para depois sistematizar os conceitos; 2% iniciam suas aulas com o uso da História da Matemática e em seguida apresenta uma situação do dia a dia; 2% fazem uso de dobraduras; e 2% dizem usar todas as formas, pois cada aula é diferente.

Nota-se com isso, um aspecto positivo quanto a metodologia usada pela amostra de docentes, uma vez que, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam a resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada [...] (BRASIL, 1998a, p. 40-41).

Nesse sentido, o uso de situações problemas pela maioria dos professores pesquisados demonstra a experiência docente e o grau de formação que estes possuem. E sobre a utilização de metodologias diferenciadas, Godoy e Santos (2012, p. 270), afirmam que “apesar do fato de que a resolução de problema é o eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem da Matemática no ensino fundamental, outros caminhos são destacados como importantes para se trabalhar a Matemática escolar”. Dentre esses recursos “destacam-se a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem oferecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para a construção das estratégias de resolução” (BRASIL, 1998a, p. 42 apud, GODOY; SANTOS, 2012, p.270).

Ao investigarmos com os docentes trabalhavam a fixação do conteúdo ministrado, a maioria expôs a maneira tradicional como a forma mais frequente de fixação, isto é, apresentam uma lista de exercícios para serem resolvidos pelos alunos. Nesse sentido, as principais escolhas estão entre apresentar uma lista de exercícios (74%) e pedir que os alunos resolvam exercícios do livro didático (12%). Os demais, 8% apresentam jogos envolvendo o assunto, 2% apresenta uma lista de exercícios e jogos envolvendo o assunto, 2% além da lista de exercícios e jogos, também manda resolver exercícios do livro didático, e 2% costuma utilizar jogos e material didático.

Esses dados conforme Alves (2018) demonstram pouca variedade na utilização de recursos didáticos para o desenvolvimento do ensino do conteúdo de Matemática. E ainda, estes resultados, demonstram os únicos recursos didáticos possivelmente disponíveis para os professores das Escolas Públicas do Estado do Pará.

Buscamos conhecer como os professores avaliam o aprendizado dos estudantes em relação ao assunto de fração, como se dá o ensino desse conteúdo e, principalmente, obter uma visão geral das dificuldades dos alunos por meio das observações realizadas pelos docentes. Para isso, elaboramos dois quadros que demonstram os resultados obtidos.

No quadro 1 temos uma amostra da relação entre os conteúdos que envolvem fração e se o professor costuma ou não ensiná-los em suas aulas. Para essa análise, perguntamos se o docente costuma ensinar sempre, raramente ou não ensina determinado tópico do conteúdo do ensino de Fração.

**Quadro 1** – Frequência referente ao ensino dos tópicos do conteúdo de fração pelos docentes

Item	Conteúdo	Costuma ensinar esses assuntos?		
		Ensino Sempre (%)	Ensino Raramente (%)	Não Ensino (%)
01	Conceito de fração	98	0	2
02	Representação de fração	96	2	2
03	Equivalência de frações	90	8	2
04	Comparações de frações	88	10	2
05	Tipo de frações	90	6	4
06	Escrita de frações	94	4	2
07	Leitura de frações	94	4	2
08	Simplificação de frações	96	2	2
09	Adição de frações com mesmo denominador	98	0	2
10	Subtração de frações com mesmo denominador	96	2	2
11	Adição de frações com denominadores diferentes	94	4	2
12	Subtração de frações com denominadores diferentes	94	4	2
13	Potência de fração	74	20	6
14	Resolução de problemas nos quais se conhece o todo e se deseja conhecer uma parte	88	8	4
15	Resolução de problemas nos quais se conhece uma parte se deseja conhecer um todo	80	18	2
16	Resolução de problemas em que se conhece uma parte se deseja conhecer outra parte	74	24	2
17	Expressões numéricas com frações envolvendo adição e subtração	68	28	4
18	Problemas que envolvam adição ou subtração com frações	94	4	2

Fonte: Pesquisa de Campo (Dezembro/2020)

Por meio do quadro 1 é possível observar que os conteúdos do ensino de fração mais ensinados pelos docentes, são: Conceito de fração, representação de frações, equivalência de frações, tipos de fração, escrita de frações, leitura de frações, simplificação de frações, adição de frações com mesmo denominador, subtração de frações com mesmo denominador, adição de frações com denominadores diferentes, subtração de frações com denominadores diferentes e problemas que envolvam adição ou subtração com frações, todos com alcance de 90%, embora, alguns estejam acima desse percentual. Os assuntos comparação de frações, resolução de problemas nos quais se conhece o todo e se deseja conhecer uma parte e resolução de problemas nos quais se conhece uma parte se deseja conhecer um todo apresentam um ensino entre 80% e 88%.



Os conteúdos menos ensinados pelos docentes em suas aulas são: potência de fração (74%), resolução de problemas em que se conhece uma parte se deseja conhecer outra parte (74%), expressões numéricas com frações envolvendo adição e subtração (68%), ou seja, este último item refere-se ao conteúdo que os professores mais costumam deixar de ensinar. Diante do que foi exposto pelos docentes notamos que há necessidade de se trabalhar mais o ensino de frações envolvendo potências, resoluções de problemas e expressões algébricas.

Em sequência, no quadro 2, apresentamos as opiniões dos docentes quanto ao grau de dificuldades para os alunos aprenderem os tópicos do conteúdo de fração. Vejamos:

**Quadro 02** – Opinião dos docentes em relação ao grau de dificuldade dos alunos

Item	Conteúdo	Grau de dificuldade para os alunos aprenderem			
		Muito fácil %	Fácil %	Difícil %	Muito difícil %
01	Conceito de fração	34	56	10	0
02	Representação de fração	22	68	10	0
03	Equivalência de frações	10	46	42	2
04	Comparações de frações	6	42	46	6
05	Tipo de frações	14	70	16	0
06	Escrita de frações	24	68	4	4
07	Leitura de frações	26	68	6	0
08	Simplificação de frações	10	46	40	4
09	Adição de frações com mesmo denominador	20	70	10	0
10	Subtração de frações com mesmo denominador	20	68	12	0
11	Adição de frações com denominadores diferentes	6	12	66	16
12	Subtração de frações com denominadores diferentes	2	14	68	16
13	Potência de fração	4	44	42	10
14	Resolução de problemas nos quais se conhece o todo e se deseja conhecer uma parte	4	16	68	12
15	Resolução de problemas nos quais se conhece uma parte se deseja conhecer um todo	4	14	70	12
16	Resolução de problemas em que se conhece uma parte se deseja conhecer outra parte	4	12	68	16
17	Expressões numéricas com frações envolvendo adição e subtração	4	10	68	18

18	Problemas que envolvam adição ou subtração com frações	2	14	68	16
----	--	---	----	----	----

Fonte: Pesquisa de Campo (Dezembro/2020)

Conforme o Quadro 02, acerca do primeiro item que trata o conceito de fração, os professores fornecem sua opinião sobre o grau de dificuldade dos discentes em relação aos conhecimentos desse assunto, pois, 34% consideram muito fácil, 56% acham que é fácil, e 10% acreditam ser um conteúdo difícil.

No que diz respeito às representações de frações, os docentes declararam que este conteúdo é: 22% muito fácil, 68% fácil e 10% difícil. Para o conteúdo de equivalência de frações as opiniões foram: 46% afirmaram ser fácil, 42% consideram difícil, apenas 10% acreditam ser muito fácil e somente 2% classificaram como muito difícil.

As porcentagens com relação ao conteúdo de comparação de frações são: 42% dos docentes avaliaram este conteúdo como fácil; 46% como difícil, 6% como muito fácil e 6% como muito difícil. Referente aos tipos de fração, como mostra o quadro 02, 70% dos professores afirmaram que o grau de dificuldade à aprendizagem deste conteúdo é considerado fácil, 14% muito fácil e somente 16% afirmaram ser um conteúdo difícil.

Sobre a escrita de fração a maioria dos docentes (68%) consideram um assunto de nível fácil, 24% muito fácil, 4% difícil e 4% muito difícil. O mesmo acontece em relação leitura de fração, 68% fácil, 26% muito fácil e 6% difícil. O conteúdo de simplificação de frações foi considerado pelos docentes como: 10% muito fácil, 46% fácil, 40% difícil e 4% muito difícil.

Em relação à operação de adição de frações com o mesmo denominador, 70% dos docentes avaliaram como um conteúdo fácil, 20% como muito fácil e 10% como difícil. Porém, para adição de frações com denominadores diferentes, 66% avaliou como difícil, 16% como muito difícil, 12% como fácil e 6% como muito fácil.

Quanto à operação de subtração de Frações com o mesmo denominador, 68% dos docentes apontaram que este conteúdo é considerado fácil; 20% como muito fácil e 12% como difícil. Por outro lado, em relação à operação de subtração com denominadores diferentes, os resultados dos docentes são: 68% difícil; 16% muito difícil; 14% fácil; e 2% muito fácil.

Investigamos a opinião dos docentes sobre a resolução de três tipos de problemas que envolvem fração. O primeiro foi resolução de problemas nos quais se conhece o todo e se deseja conhecer uma parte. Como resposta para essa indagação

obtivemos que 68% dos professores consultados declararam ser um conteúdo difícil; 12% disseram ser muito difícil; 16% proferiu ser fácil e 4% disse ser muito fácil.

Na segunda situação que foi a resolução de problemas nos quais se conhece uma parte e deseja conhecer o todo, 70% dos discentes disse ser um conteúdo difícil; 14% fácil; 12% muito difícil e 4% muito difícil. E para o terceiro tipo que foi resolução de problemas em que se conhece uma parte e deseja conhecer outra parte, os professores declaram ser difícil (68%), muito difícil (16%), Fácil (12%) e muito difícil (4%).

Para as expressões numéricas com frações envolvendo adição e subtração, os docentes julgaram um nível de dificuldade: difícil (68%); muito difícil (18%); fácil (10%) e muito fácil (4%). Para problemas que envolvam adição ou subtração de fração os docentes apontaram como: 68% difícil; 16% muito difícil; 14% fácil e apenas 2% dos docentes declararam ser um conteúdo considerado muito fácil.

Ao observarmos esses dados concordamos com Alves (2018) quando afirma que

Apesar de alguns conteúdos relacionados à Fração serem considerados difíceis, ou até mesmo nem serem abordados pelos docentes, devem ser mais valorizados em sala de aula para que o aluno, tendo o contato com esses tópicos possa ter oportunidades de compreendê-los para a promoção da aprendizagem, caso contrário, estará sendo cerceado seu acesso a esse conhecimento tão fundamental para a sua vida escolar e cotidiana. (ALVES, 2018, p. 94)

Nesse sentido, avaliamos ser necessário que se trabalhe o ensino de frações com maior atenção às atividades que envolvam adição e subtração de frações com denominadores diferentes, potência de fração, a resolução de problemas que envolva o conceito de parte-todo e expressões numéricas nas quais necessitem de conhecimento sobre adição e subtração de fração. Enfatizamos assim, “a importância da formação docente, tanto inicial como continuada, trazendo os saberes necessários para atuação em sala de aula, para sanar ou amenizar estas dificuldades encontradas nos professores e alunos”. (ALVES, 2018, p. 94)

Na última parte do questionário, tivemos como objetivo obter informações dos docentes sobre o ensino e aprendizado, especificamente, do assunto adição e subtração de fração. Assim, perguntamos se na opinião deles existe algum tipo de dificuldade quanto ao ensino de adição e subtração de frações.

De acordo com o que é demonstrado no quadro 3 abaixo, 50% dos professores relataram que a maior dificuldade em se desenvolver o ensino de adição e subtração de fração, consiste em trabalhar com denominadores diferentes e, conseqüentemente, no cálculo do mínimo múltiplo comum (mmc). Isso pode ser evidenciado na fala do P10, um dos docentes pesquisados:

*Creio que a maior dificuldade é de compreender o conceito de múltiplo comum, para a resolução de questões desse tipo, pois como eles estão acostumados a somar e subtrair de forma direta, a compreensão de que precisa-se tirar o MMC para resolver questões de fração com denominadores diferentes leva um pouco mais de tempo.*

Outro professor P9, também relata que “a maior dificuldade é a adição e subtração de frações com denominadores diferentes, a maioria dos alunos não lembram do MMC”.

Foram relatadas outras dificuldades além dessas como: Dificuldade de efetuar cálculos (2,5%); A falta de materiais manipuláveis na escola (5%); Falta de interesse do aluno (7,5%); Necessidade de mais números de aulas para desenvolver esse assunto (2,5%); Compreensão do conceito parte – todo (2,5%); Falta de material didático (5%); Dificuldade na leitura e interpretação (2,5%); Dificuldade nas quatro operações (7,5%); e 10% dos docentes julgaram não haver nenhuma dificuldade no ensino desse assunto.

**Quadro 3** – Opinião dos docentes sobre as dificuldades quanto ao ensino de adição e subtração de fração

Item	Dificuldades Quanto ao Ensino de Adição e Subtração de Fração	Docentes
01	Dificuldade de efetuar cálculos	2,5%
02	Compreensão de denominador e numerador.	5%
03	A falta de materiais manipuláveis na escola	5%
04	Trabalhar com denominadores diferente e cálculo de MMC	50%
05	Falta de interesse do aluno	7,5%
06	Necessidade de mais números de aulas para desenvolver esse assunto	2,5%
07	Compreensão do conceito parte - todo	2,5%
08	Falta de material didático	5%
09	Dificuldade na leitura e interpretação.	2,5%
10	Dificuldade nas quatro operações	7,5%
11	Nenhuma dificuldade	10%

Fonte: Pesquisa de Campo (Dezembro/2020)

Questionamos se os docentes apontavam alguma dificuldade apresentada pelos estudantes no processo de aprendizado de adição e subtração de fração. Sugerimos algumas alternativas para os mesmos apontarem e poderiam apontar mais de uma dificuldade. Como podemos observar no quadro 04, os docentes foram quase unânimes (43 professores dos 50 pesquisados) em apontar que os estudantes apresentam dificuldades no cálculo da adição e da subtração envolvendo frações com denominadores diferentes, para transformar tais frações com denominadores iguais.

Dificuldade para determinar o mínimo múltiplo comum (m.m.c.) foi a segunda dificuldade mais destacada (37 professores). Em seguida temos que 30 docentes também apontaram a dificuldade na leitura e interpretação de situação problema. 22 professores citaram, além de outras, a dificuldade de aplicar o conhecimento do conteúdo em diferentes situações. E somente um professor acredita não existir nenhuma dificuldade de aprendizado do aluno em relação a esse assunto.

**Quadro 4** - Dificuldade apresentada pelos estudantes no processo de aprendizado de adição e subtração de fração segundo a opinião dos docentes

<b>Item</b>	<b>Dificuldade apresentada pelos estudantes no processo de aprendizado de adição e subtração de fração segundo a opinião dos professores</b>	<b>Docentes (n°)</b>
01	Dificuldade de aplicar o conhecimento do conteúdo em diferentes situações	22
02	No cálculo da adição e da subtração envolvendo frações com denominadores diferentes, apresentam dificuldade para transformar tais frações com denominadores iguais	43
03	Dificuldade na leitura e interpretação de situação problema	30
04	Dificuldade para determinar o mínimo múltiplo comum (m.m.c.)	37
05	Os alunos não apresentam nenhuma dificuldade	1

Fonte: Pesquisa de Campo (Dezembro/2020)

Essas dificuldades são constatadas também nos estudos de Santos e Fonseca (2019) ao afirmar que

[...] identificamos que os alunos possuíam dificuldades nas operações que envolviam frações, tanto por falta de entendimento do conceito, quanto por barreiras na resolução das quatro operações básicas, pois eles ficavam a todo o momento perguntando como resolver a operação de soma com denominadores diferentes entre outras inquietações. Além disso, percebemos nas respostas que alguns alunos não calcularam as operações corretamente. (SANTOS; FONSECA, 2019, p. 58)

Observamos, assim, que as mesmas dificuldades que os professores apresentam em ensinar o assunto de adição e subtração de fração é, também, apresentada pelos alunos quanto ao seu aprendizado, principalmente, quando se trata de trabalhar com denominadores diferentes e assim, o cálculo de mmc. Em relação a dificuldade na leitura e interpretação de situação problema, essa foi evidenciada também na pesquisa de Santos e Fonseca (2019, p.58), uma vez que, “os alunos apresentaram dificuldade na leitura e interpretação da situação problema, pois durante a aplicação do exercício ficaram pedindo para que fosse repetido o enunciado diversas vezes”. E se tratando da dificuldade para determinar o mínimo múltiplo comum (m.m.c.), os mesmos autores afirmaram; “constatamos que os erros mais frequentes estavam relacionados a simplificação, multiplicação e determinar o mínimo múltiplo comum (m.m.c.)”. (SANTOS; FONSECA, 2019, p. 59)

Por fim, perguntamos aos docentes que sugestões dariam relativas a elaboração de um material didático específico para o ensino de adição e subtração de fração. Muitos dos professores pesquisados sugeriram a criação de materiais manipuláveis e jogos, como podemos observar na fala de um professor, o qual, chamamos de P26: “*materiais manipuláveis, jogos e algo que esteja destinado principalmente a esclarecer essa dúvida nas frações com denominadores diferentes, o MMC*”. O professor P40 declara: “*acredito que um software, ou aplicativo, que ajude os alunos através das tecnologias seria interessante*”. Já o professor P44 diz: “*trabalhar de forma interdisciplinar como o uso da música (teoria musical)*”. Na visão do professor P20 é necessário a elaboração de um material “*que seja inovador e atrativo para o aluno. Que leve ele a descobrir sozinho o método de resolução*”.

## **5. Considerações finais**

No decorrer desta pesquisa, procuramos investigar com os docentes como se dá o ensino de adição e subtração de fração na rede pública do Estado do Pará, assim como, as dificuldades apresentadas pelos estudantes no aprendizado desse assunto segundo a opinião dos docentes. Diante das respostas obtidas por meio do questionário, podemos concluir que, apesar dos professores possuírem grande experiência na docência, e assim, conhecerem outros métodos de ensino de frações, raramente os exploram em sala de aula, visto que, a maioria inicia suas aulas com uma situação problema para depois introduzir

o assunto e, muitos ainda costumam iniciar suas aulas pelo conceito seguido de exemplos e exercícios.

Foi possível perceber que os docentes conhecem outros métodos para ensinar frações, mas não os adotam argumentando, que a realidade cotidiana da escola pública é o principal impedimento para o emprego desses métodos e com isso utilizam-se de lista de exercícios para serem resolvidos como forma de fixação do conteúdo, prova escrita, trabalhos em grupos ou individuais e produções no caderno como principais formas de avaliação.

Outro ponto a ser destacado diz respeito a pouca, ou quase nenhuma, oferta de formação continuada por parte da rede de ensino em que trabalham. Contudo, um dos papéis do professor é buscar os conhecimentos que lhe faltam e estar em constante atualização para então poder proporcionar um ensino com metodologias diferentes das utilizadas no ensino tradicional.

E quanto as dificuldades de ensino do conteúdo de adição e subtração de fração, é possível afirmar que estão relacionadas em trabalhar com denominadores diferentes e, conseqüentemente, no cálculo do mínimo múltiplo comum (mmc). Ficou evidenciado que, assim como os docentes, os alunos apresentam muitas dificuldades relacionadas a esse conteúdo, principalmente, o cálculo de m.m.c de soma e subtração com denominadores diferentes e, conseqüentemente, o cálculo das quatro operações básicas, e leitura e interpretação de situações problemas que envolvem adição e subtração de fração.

Portanto, após todas as análises e observações, concluímos que a criação de materiais didáticos específicos como jogos, softwares, aplicativos (sugestões dadas pelos próprios professores investigados) são alternativas para potencializar o ensino de adição e subtração de fração. Ou seja, é importante elaboração de um material “*que seja inovador e atrativo para o aluno. Que leve ele a descobrir sozinho o método de resolução*”. (P 20)

## Referências

ALVES, K.S.F. **O ensino de fração por atividades**. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade do Estado do Pará. Belém: 2018. 315p.

BRANDÃO, C. L. F; RIBEIRO, M. M. C. L. O estudo das adições de frações com denominadores diferentes através das representações gráficas. In: ENCONTRO

NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, n. 12, p. 1-10. São Paulo. **Anais...**São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016.

BRASIL/MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental - Matemática. Brasília MEC/SEF. 1998.

CARNEIRO, Luís Felipe Gonçalves; ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira. Concepções de professores da educação básica sobre o ensino de frações: considerações preliminares. In: **ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. Cascavel: Unioeste, n.14, p. 1 -10, 2017.

GODOY, E. V; SANTOS, V. de M. **O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática**. Vitória da Conquista: Práxis Educacional, v. 8, n. 13, pg. 253-280, 2012.

GONSALVES, E. **Iniciação à pesquisa científica**. Campinas, SP: Editora Alínea, 2001.  
LIMA, Rafael Pontes. **O ensino e a aprendizagem significativa das operações com frações:** Sequência didática e o uso de tecnologias digitais para alunos do Ensino Fundamental II. 232f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2014

LOPES, A. J. **O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações**. Bolema, Rio Claro, ano 21, n.31, p. 1-22, 2008.

MELLO, Guiomar Namó de. **Currículo da educação básica no Brasil:** concepções e políticas. São Paulo: CEESP, 2014.

MORAES, C. A.; DEMARTINI, Z. B. **A concepção da avaliação escolar em Matemática a partir dos desenhos de alunos**. In: REVISTA PEDAGÓGICA, Chapecó - SC, v. 17, n. 35, p. 196-216, maio/ago. 2015. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5611504.pdf>. Acesso em: 05/01/2021.

SÁ, Pedro Franco de et al. Adição e subtração de frações com calculadora virtual. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, n.10, p. 1-10. Salvador. **Anais...** Salvador – Bahia: Via Litterarum, 2010.

SANTOS, Renata dos; FONSECA, Simone Silva da. **Dificuldades dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em Aprender Fração**. Revista Insignare Scientia (RIS), vol. 2, n. 1. Jan./Abr. 2019



SILVA, Daniela Mendes Vieira da. **Compreendendo a soma de frações com flutuadores de piscina recortados à luz da teoria dos registros de representação semiótica.** Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco, v. 8, n. 2, p. 37-48, 2019.

## DIAGNÓSTICO DO ENSINO DE GRANDEZAS E MEDIDAS NO 6º ANO COM PROFESSORES DA REDE ESTADUAL DO PARÁ.

Natali de Jesus Ferreira de Miranda  
Ana Kely Martins da Silva  
Maria de Lourdes Silva Santos

### RESUMO

Este trabalho apresenta resultados de uma pesquisa, os quais buscaram esclarecer como os professores ensinam grandezas e medidas para os alunos da educação básica em escolas públicas estaduais do Pará. A pesquisa teve como objetivo realizar um levantamento diagnóstico do processo de ensino-aprendizagem de grandezas e medidas a partir da opinião de professores de Matemática. As informações foram produzidas nos meses de maio a julho, por meio da consulta de 40 docentes do ensino fundamental da Rede Pública Estadual de Ensino do Pará, mediante a aplicação de um questionário online via Google Forms e também através de leituras de bibliografias que tratam sobre a temática. A sistematização das informações produzidas ocorreu por meio da construção de quadros e gráficos estatísticos relativos a questões do questionário. Os resultados indicaram que, segundo a amostra de professores, há divergências de opiniões a respeito da importância do ensino de Grandezas e Medidas, pois para alguns estes saberes é base para outros, e outros disseram não haver necessidade de aprofundar o conhecimento, e também sobre quais as melhores metodologias e ferramentas que efetivem de modo eficiente esse conhecimento no aprendizado dos alunos. Concluímos que a maioria dos assuntos relacionados ao conteúdo em tela necessitam de melhor atenção por parte dos professores e pesquisadores de educação, para que as inconsistências e equívocos presentes no ensino e na aprendizagem do conhecimento em questão, para que não sejam abordados de modo superficial, e assim possam propiciar com empenho o desenvolvimento do público discente.

**Palavras Chaves:** Grandezas e Medidas. Ensino de Grandezas e Medidas. Currículo Escolar.

### 1.INTRODUÇÃO

Em todas as fases de escolarização, tanto alunos quanto professores de matemática percebem os desafios de ensinar e aprender Matemática. Indubitavelmente, os conhecimentos dessa área científica estão presentes no cotidiano dos alunos. No entanto, a tarefa de formalizar e generalizar seus diversos conceitos para que o aluno obtenha o seu pleno entendimento é de extrema complexidade.

Dentre os diversos saberes matemáticos contidos em nossos documentos curriculares estão os relacionados às Grandezas e Medidas, que atuam como uma das importantes Unidades Temáticas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A relevância dos conhecimentos contidos nessa unidade dá-se não só pela sua presença na maioria das atividades que praticamos diariamente, mas também pela sua interação com outros saberes pertencentes tanto a outros campos da própria Matemática quanto com outras áreas do conhecimento, tais como a Física e a Química. Tendo em vista isso, encontramos também nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) a importância que deve ser atribuída aos estudos das Grandezas e Medidas em toda a educação básica, porém

percebemos nessas prescrições que há uma conscientização sobre a maneira como o ensino desse objeto do conhecimento é tratado quando relata-se que:

“No entanto, as medidas têm tido pouco destaque nas aulas de Matemática, em especial nas últimas séries do ensino fundamental, pois muitos professores, apesar de reconhecerem sua importância, preferem que elas sejam estudadas de forma mais detalhada em Ciências Naturais.” (BRASIL, 1998 p. 129).

Questões como essas bem como as que circundam a maneira equivocada que os alunos estão sendo submetidos no ensino dos conceitos dessa Unidade, mobilizaram nossas inquietações a respeito do tratamento desse conhecimento nas aulas de matemática, e nos impulsionaram a dissertar neste artigo sobre como os professores ensinam o bloco Grandezas e Medidas no ensino fundamental, especificamente para alunos do 6º ano em escolas do Estado do Pará.

Realizar um diagnóstico de como os professores estão dispendo esses conceitos em sua prática no âmbito escolar não foi fácil, pois sobre eles recai a complexa tarefa de desenvolver um conhecimento matemático contido no currículo escolar como um amplo e importante bloco de conteúdo. E ainda buscar as melhores metodologias cabíveis, tanto para facilitar o aprendizado do aluno quanto para relacioná-los com os costumes socioculturais de cada público discente.

E para que entendêssemos melhor como esse objeto matemático é abordado, apoiamos -nos em nossas referências curriculares, tais como, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação 9.394/1996 (LDB), a BNCC, os PCN, e também nos dados coletados com professores de Matemática. Aliados a estes, também nos sustentamos em pesquisas advindas de Costa, Vilaça e Melo (2020), Kikuchi e Trevizan (2010), Godoy e Santos (2012), Melo (2014), Ribeiro (2019) e Souza (2018) entre outros que, com rigor, nos fornecem um suporte teórico admirável a respeito do currículo escolar de Matemática, do Ensino de Grandezas e Medidas na educação básica, além de reflexões sobre outros aspectos do campo da Matemática.

O contato com essas literaturas ajudou a ratificar o problema desta pesquisa, pois segundo Ribeiro (2019, p. 37) “muitas vezes em sala de aula a forma como o professor ministra este conteúdo, acaba se tornando algo muito abstrato, difícil e confuso”. Devido a isso, os alunos criam aversão a estes conteúdos e por meio de abordagens certamente equivocadas desse objeto do conhecimento, os alunos acabam se desinteressando por saberes de outros blocos e até mesmo de outras áreas e isso enfatiza ainda mais a relevância desses conceitos em toda a formação do indivíduo.

Além da leitura das bibliografias citadas, para o desenvolvimento deste artigo foi necessária a aplicação de um questionário que foi elaborado e disponibilizado a 40 professores de Matemática da educação básica da rede pública estadual do Pará. As perguntas contidas no questionário visavam obter informações primordiais para a realização do diagnóstico, o qual trata este artigo. Essas informações foram baseadas não só no perfil desses professores, mas também nas metodologias que utilizam em sala de aula no ensino de grandezas e medidas, e sobre como eles costumam avaliar o aprendizado dos alunos a respeito da temática em tela.

Posterior a essa introdução, foram explorados outros tópicos que decorreram sobre informações oriundas da revisão de literatura, procedimentos metodológicos, dos resultados das análises, que foram feitas a partir das informações coletadas dos professores através do questionário aplicado, e um tópico que expõe aspectos do ensino de grandezas e medidas. Assim, pudemos executar a diagnose sobre como os professores ensinam Grandezas e Medidas e quais as metodologias utilizadas, e por fim, outros pontos importantes da temática foram abordados nas considerações finais deste trabalho.

## **2.REVISÃO DE LITERATURA**

Esta revisão de literatura voltou-se a apreensão de conhecimentos o que se tem hoje no currículo escolar de Matemática da educação básica, e também sobre como se estruturou a evolução dele, desde o século XIX até os dias atuais. Aliado ao entendimento do currículo de Matemática está a identificação da inserção do bloco “Grandezas e Medidas” como um dos principais conhecimentos a serem explorados com os alunos em toda sua escolarização.

Os debates que podem surgir a respeito do currículo escolar são infinitos, e podem compor tanto a história do processo de evolução quanto sua aplicabilidade no dia a dia escolar. Melo (2014) nos mostrou como foram as primeiras concepções de currículo, pois em um dado momento a parte central era o conhecimento, e em outro o centro era o aluno. Atualmente, as características com maior ênfase em nossos currículos estão voltadas para as preocupações com o aprendizado do indivíduo, ou seja, mais centrado no aluno. E também deixar clara a importância de elucidar o "porquê?" Ensinar/aprender, o “como?” Ensinar/aprender e “para quem? ” Ensinar os conhecimentos presentes nos currículos escolares.

De acordo com Melo (2014) e Godoy, Santos (2012), às mudanças curriculares que aconteceram no Brasil partiram das necessidades temporais da sociedade, e se tratando do currículo de Matemática, estas mudanças se firmaram a partir do Movimento

da Matemática Moderna e das emergências tecnológicas as quais o mundo científico estava adentrando em meados do século XX.

Dadas todas essas preocupações provenientes das questões curriculares, emergiram as relacionadas ao currículo de Matemática que circundavam as seguintes vertentes: conteúdo Matemático a ser ministrado, ordem dos conteúdos (quais conteúdos deverão ser ministrados em cada ano escolar), conceituação dos conteúdos, metodologias a serem utilizadas, avaliação etc.

Através das pesquisas de Costa, Vilaça e Melo (2020), Godoy e Santos (2012), Kikuchi e Trevizan (2010), Melo (2014) e Ribeiro (2019) percebemos que é imprescindível tratar sobre as questões curriculares sem se respaldar em nossas principais bases curriculares nacionais atuais. E se tratando da temática deste artigo sobre Grandezas e Medidas, temos que

Este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social devido a seu caráter prático e utilitário, e pela possibilidade de variadas conexões com outras áreas do conhecimento. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano. As atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas. São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da idéia de proporcionalidade e um campo fértil para uma abordagem histórica. (BRASIL, 1998, p. 39-40)

Kikuchi e Trevizan (2010) afirmam que o trecho acima, que trata esse bloco no ensino fundamental, demonstra a relevância do aprendizado de grandezas e medidas para que o aluno possa compreender a relação do objeto do conhecimento com sua realidade. Visto que esse indivíduo é exposto às situações, de maneira corriqueira, que envolvam grandezas em suas variadas unidades de medidas, tais como, no simples ato de conferir a hora (tempo), regular o ar condicionado (temperatura), estimar distância (comprimento) ou minuto (tempo) decorrido, quantidade de quilogramas a serem compradas de um determinado produto (massa), e contabilização de dinheiro (monetária).

Para Godoy e Santos (2012) os espaços para tratar sobre o currículo de Matemática ainda são poucos, e isso interfere diretamente tanto na coerente presença da Unidade Temática Grandezas e Medidas na BNCC e nos PCN, quanto no ensino desta, pois com baixas pesquisas e debates que explorem História, Conceitos, Aplicação, Metodologia, Inter-Relação entre as áreas do conhecimento, podem levar o aprendizado do aluno ao caminho de uma compreensão errônea ou vaga desse saber.

Isso se deve a uma antiga relação que se construiu entre a Geometria e Grandezas e Medidas, que atualmente estão dispostos como duas grandes áreas distintas da Matemática, porém antes da atualidade, o conhecimento de grandezas e medidas vinha atrelado ao que se aprendia em geometria, e isso por muito tempo foi ensinado pelos professores e aprendido pelos alunos de maneira equivocada (COSTA, VILAÇA, MELO, 2020). Tais equívocos ocorridos no ensino, como afirmam Costa, Vilaça, Melo (2020) e Kikuchi, Trevizan (2010) levam o aluno a obstáculos epistemológicos como a não identificação da grandeza Área associada no cálculo de qualquer figura geométrica.

### **3.PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.**

A metodologia desenvolvida no decorrer da pesquisa teve caráter qualitativo, cujas características da mesma foram constituídas através de análises de dados da pesquisa de campo de modo virtual, e teve como objetivo principal a realização de um diagnóstico do Ensino de Grandezas e Medidas. Que se consolidou a partir da opinião dos professores de Matemática da educação básica e de leituras bibliográficas cujas temáticas envolvam a presença do bloco de grandezas e suas unidades de medidas nos currículos de matemática da educação básica.

Este resultado foi obtido através da leitura das pesquisas de Costa, Vilaça e Melo (2020), Godoy e Santos (2012), Ribeiro (2019), Melo (2014) e Kikuchi e Trevizan (2010), e também com a construção de um questionário para aplicação, com perguntas fechadas e abertas, na busca de coletar de dados. Este questionário foi composto por 36 perguntas que visaram extrair informações sobre o perfil dos professores, as metodologias utilizadas no ensino de Grandezas e Medidas e também sobre como avaliam os alunos a respeito do conteúdo dessa Unidade Temática.

A aplicação do questionário foi realizada a partir de 11 de maio de 2021 e se estendeu até o fim do mês posterior, cujo público alvo foi professores de Matemática da Rede Pública Estadual do Pará, que aceitaram participar da pesquisa preenchendo um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, anexado ao questionário.

Nesse período, tivemos que contactar professores que aceitassem dispor de tempo para responder o questionário, que foi construído no Google Forms, já que devido a Pandemia instalada em 2020, não conseguiríamos coletar os dados pessoalmente. Então, o questionário foi disponibilizado através de um link e direcionado por diversas vias de comunicação virtual.

Devido ao questionário ter sido disponibilizado virtualmente, pensávamos que seria mais fácil a aplicação do mesmo, entretanto, percebemos que a dificuldade foi

maior, pois tivemos que aguardar que os professores contactados respondessem as perguntas em seu momento mais conveniente e com isso corríamos o risco de que eles esquecessem o preenchimento. Para que alcançássemos um número significativo de respostas, foi preciso mandar mensagens para alguns no intuito de lembrá-los de responder o questionário.

Como ponto de partida inicial, foram contactados os professores que fazem parte do nosso círculo de amigos, então esse contato pôde ser feito facilmente através de mensagens via WhatsApp, e através desses amigos alcançamos um número de aproximadamente 15 respostas. Posteriormente, a dificuldade começou quando nós já tínhamos esgotados nossas opções de professores próximos, então partimos para as redes sociais, tais como, Instagram e Facebook.

Essa ação nos fez alcançar, após um mês e meio de pesquisa, a marca de 40 respostas ao nosso questionário. Esse quantitativo foi extremamente relevante para que o diagnóstico feito ficasse rico de informações que caracterizam o ensino de Grandezas e Medidas.

#### **4. ANÁLISES E RESULTADOS DA PESQUISA**

Neste tópico do artigo discorreremos sobre as reflexões resultantes das leituras bibliográficas associadas aos dados obtidos da aplicação do questionário. As análises feitas a partir das respostas dos discentes circundaram três categorias, tais como, as características desses professores, as metodologias que utilizam nas aulas de Matemática e os tipos de avaliações que costumam aplicar. Os subitens a seguir buscaram elucidar cada aspecto que compõe essas categorias, respectivamente.

##### *4.1 Características do professor de Matemática.*

A respeito do perfil dos professores da rede pública estadual do Pará, observamos que dos quarenta professores que participaram do preenchimento do questionário, a maioria é do sexo masculino e somente 11 contribuintes eram do sexo feminino.

De acordo com a pesquisa, percebemos que há maior presença do público masculino em relação ao feminino. Esse cenário corrobora com fatos que ocorrem na sociedade ligados a função de gênero, fatos estes originados em contextos históricos e culturais. Souza (2019) em sua pesquisa sobre o poder da mulher na Matemática relata que

Os argumentos biológicos para tratar da diferença de inserção da mulher na Matemática ainda resiste. Não é incomum a existência de falas que reafirmam o discurso de que as áreas que envolvem cálculos, são áreas masculinas.

Discursos que tratam a Matemática, a Física e as Engenharias como áreas não adequadas para mulheres, ainda persistem. (SOUZA, 2019, p. 2).

Em nossa investigação constatamos essa realidade de diferença em percentual, onde apenas 27,5% dos professores que responderam ao questionário eram mulheres e os homens abarcaram 72,5% do total. Esse disparato pode ser percebido no mercado de trabalho como consequência ao baixo quantitativo de meninas nas graduações ou pós-graduação do curso de Matemática, fato este, confirmado a partir de uma exclusão social do patriarcado antigo que resiste até hoje, e é fidelizado muitas vezes pelas próprias mulheres, que acabam por não se sentirem capaz de se integrar às exatas.

Além disso, foram extraídos dados sobre a faixa etária dos professores, e obteve-se uma enfática presença de professores com mais de 41 anos, exatamente 65% dos participantes da pesquisa. Comprovando que não há presença assídua de educadores matemáticos mais jovens, e além disso, do total da nossa amostra nenhum tinha idade menor que 26 anos.

Isso implica a uma reflexão direta sobre a prática desses professores, pois de acordo com suas idades os mesmos obtiveram formação inicial na primeira década deste século, ou seja, concomitante com a tentativa de se executar nossas bases curriculares da melhor forma, mesmo com todo esse contexto rodeado de equívocos e/ou falta de interpretação aos quais foram estruturados os currículos, que “ditam” os conteúdos, metodologias, finalidades etc.

Sobre a importante influência decorrida da idade do docente, em sala de aula, Carvalho (2018) expõe que

A faixa etária do professor pode ser relacionada, também, com a postura que o professor assume em relação ao uso de novas tecnologias. Professores mais jovens, a princípio, por terem maior familiaridade na utilização desses recursos, teriam maior facilidade em assimilá-las em sua prática docente. Professores mais antigos, por outro lado, mais acostumados às práticas tradicionais de ensino, podem mostrar uma postura mais passiva diante do uso de ferramentas tecnológicas. (CARVALHO, 2018, p. 28)

É visível que, independentemente de idade, os professores precisam se apropriar constantemente de conhecimentos que pertençam a todas as gerações, principalmente a que compõe o ensino fundamental, já que esta, por sua vez, está envolta de tecnologias que, possivelmente, nenhum de seus professores tenham usufruído em suas infâncias. Isso nos faz refletir sobre a formação de cada professor, que de acordo com os dados da pesquisa, observou-se que todos os 40 discentes possuem formação inicial em



Licenciatura em Matemática, 17 têm especialização, 12 têm mestrado e 1 professor têm doutorado.

Sobre a reflexão posterior às análises desses números discorreremos a respeito da importância da “reciclagem” do professor para a eficácia na aprendizagem dos estudantes, e percebemos com esses dados que os docentes demonstraram interesse em aprimorar seus conhecimentos de alguma forma, agregando assim, mais valor qualitativo no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Mas é necessário que se tenha em mente que a formação progressiva do profissional da educação é, acima de tudo, um caminho para alcançar o bom desempenho do aluno e não somente para aumentar o índice de remuneração mensal do salário, sobre isso Carvalho (2018) afirma que

Têm sido cada vez maiores as pressões para uma mudança no perfil de formação do docente, o que pode ser percebido tanto pelas exigências legais estabelecidas quanto por propostas de redesenho da carreira docente, ao associarem remuneração com melhor formação. [...]. Existem, no entanto, dúvidas sobre a permanência mais prolongada das contribuições desses cursos sobre a prática de ensino, mesmo que inicialmente os cursos possam ter apresentado efeitos positivos. (CARALHO, 2020, p. 35-36)

Nessa perspectiva, buscar pôr em prática as teorias advindas dos cursos de formação, de maneira assídua em sala de aula, pode levar o professor a descobrir quais são os melhores recursos didáticos, metodologias e ferramentas educacionais que tanto almejam se apropriar. Para que assim sejam capazes de propor aos estudantes caminhos que aperfeiçoem seu desempenho na sociedade.

#### 4.2 *Metodologias dos professores.*

Diante dos desafios em sala de aula estão presentes as escolhas metodológicas, afim de executar processos que facilitem o alcance pleno das atividades de ensino e aprendizagem. Nesse aspecto, percebemos que desde a segunda metade do século XX as articulações perante os currículos se intensificaram, pois neles são encontradas as ações que envolvem o processo de escolarização, dentre elas as metodologias.

No campo da Matemática esse processo teve início, no Brasil, a partir do Movimento da Matemática Moderna (mesmo com vistas a sociedade da época, de maneira desorganizada e com foco na acelerada expansão industrial), onde professores pesquisadores da área objetivavam reformular linguagens, métodos, metodologias, conteúdos etc. (GODOY, SANTOS, 2014).

Assim, as análises feitas a partir das metodologias que os professores utilizam nas aulas, temos que 30 professores disseram selecionar seus conteúdos através da BNCC,

torna-se imprescindível uma breve explanação sobre o que ela expõe nesse sentido, tal qual, descreve que toda a comunidade escolar deve

selecionar e aplicar metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas, recorrendo a ritmos diferenciados e a conteúdos complementares, se necessário, para trabalhar com as necessidades de diferentes grupos de alunos, suas famílias e cultura de origem, suas comunidades, seus grupos de socialização etc. (BRASIL, 2018, p.17).

As metodologias a serem escolhidas pelos professores precisam passar por um certo filtro para que se encaixem em grupos específicos de alunos, na tentativa de reduzir ao máximo a inconsistência no ensino de determinado conteúdo. De acordo com os dados coletados, muitos de seus alunos, em suas aulas, têm dificuldades em compreender os conceitos, resolver os problemas e realizar os cálculos. E caso essas dificuldades não tenham sido minimizadas, o aprendizado se tornou insuficiente e o conhecimento matemático se constituiu vago.

Muitas dessas dificuldades dos alunos estão relacionadas ao seu primeiro contato com o objeto matemático dentro da escola. Através da pesquisa detectamos a principal forma de o professor introduzir um conceito matemático, que é através da exposição de um conhecimento a partir de um problema, e este normalmente está contextualizado com uma situação do cotidiano do alunado. À luz na BNCC temos que

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL, 2018, p. 266).

Para evitar que o aluno desenvolva desinteresse no aprendizado, e se empenhe em apreender os saberes matemáticos que lhe facilitem o desenvolvimento pleno para o mercado de trabalho e cidadania, é importante atentar para a maneira de como ocorre a introdução inicial dos mesmos. Visto que, ainda detectamos práticas de professores que iniciam o assunto matemático sistematizando-o para posteriormente expor uma sequência de exercícios de fixação, na tentativa de que o aluno apreenda esse conhecimento.

De acordo com os dados, 14 dos 40 professores de matemática introduzem o conhecimento pelos conceitos, e seguem com exemplos e exercícios. Isso mostra que os docentes sentem dificuldade de se desvencilhar dessa prática de ensino tratada como tradicional, antiga e ultrapassada. Posicionamentos como estes, no ensino de matemática, podem acarretar diversos obstáculos no percurso de aprendizagem, sobre isso tem-se que

“Um Obstáculo não é a ausência de conhecimento, mas um conhecimento, válido em um campo restrito de atuação, o qual se torna obstáculo e/ou motor para outro conhecimento” (KIKUCHI, TREVIZAN, 2010, p. 17).

A aplicação prévia dos conceitos, seguida de atividades de fixação também podem promover circunstâncias mais complexas, como a repetência de ano culminando a uma possível evasão escolar, pois “Em nosso país o ensino de Matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão” (BRASIL, 1998, p. 19). Isso nos leva a priorizar ações que façam o discente se integrar ao conhecimento matemático, de modo que ele se sinta parte do processo de construção do saber, e não apenas que memorize, execute e aplique regras e propriedades matemáticas de forma mecanizada e osmótica, que tornam a aprendizagem ineficiente.

#### 4.3 *Como os professores avaliam os alunos.*

A avaliação compõe o processo de construção e desenvolvimento das aprendizagens na escola, tal que, a partir dela o professor irá averiguar a eficiência do desempenho tanto do seu ensino quanto da aprendizagem dos alunos nos conceitos trabalhados. Já que todas as movimentações ocorridas nas escolas estão presentes em nossos currículos, temos nos PCN o seguinte conceito de avaliação

a avaliação é parte do processo de ensino e aprendizagem. Ela incide sobre uma grande variedade de aspectos relativos ao desempenho dos alunos, como aquisição de conceitos, domínio de procedimentos e desenvolvimento de atitudes. Mas também devem ser avaliados aspectos como seleção e dimensionamento dos conteúdos, práticas pedagógicas, condições em que se processam o trabalho escolar e as próprias formas de avaliação. (BRASIL, 1998, p. 57).

A investigação que detecta se os objetivos de aprendizagem dos alunos foram alcançados é desenvolvida através de mecanismos como provas orais e/ou escritas, trabalhos individuais e/ou em grupos, atividades elaboradas no caderno, performance em sala de aula por parte do aluno, atividades do livro didático, e também através de provas municipais, estaduais ou nacionais, como exemplo desta última temos o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica).

A respeito dos instrumentos avaliativos foi perguntado aos professores como costumam avaliar seus alunos, e quase 100% da amostra de docentes pontuaram que provas escritas são seus principais meios para observar a evolução de um aluno perante aos conhecimentos trabalhados. Por outro lado, há também o desenvolvimento de trabalhos em grupos/individuais e produções dos alunos nos cadernos.

Percebemos que não tem como um processo avaliativo fugir da ideia de haver prova escrita como parte comprobatória do desempenho do discente, pois mesmo que não existisse o SAEB e todo o ensino fundamental fosse adepto a outras formas de avaliação, quando chegassem no ensino médio sofreriam o impacto da aplicação de provas, cuja idealização está exposta na LBD:

§ 8º Os conteúdos, as metodologias e as formas de avaliação processual e formativa serão organizados nas redes de ensino por meio de atividades teóricas e práticas, provas orais e escritas, seminários, projetos e atividades on-line, de tal forma que ao final do ensino médio o educando demonstre: I – domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna; II – conhecimento das formas contemporâneas de linguagem. (BRASIL, 1996, p. 61).

Esse instrumento avaliativo culmina também para o preparo do aluno junto a aplicação do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), que atualmente, é porta de entrada para quase todas as universidades brasileiras, e também para quem deseja conquistar uma vaga num concurso público ou seguir a vida acadêmica (cuja seleção muitas vezes é feita de forma integral ou parcial através de provas escritas). Em suma, o que se pretende em todo processo avaliativo é investigar o alcance dos objetivos de ensino e aprendizagem, seja por meio de provas, dinâmicas em sala de aula, jogos, desempenho individual/grupo, ou qualquer outro meio capaz de transparecer o desenvolvimento dos alunos.

Outras ferramentas de avaliação foram selecionadas de maneira assídua pelos professores de matemática participantes da pesquisa, como os trabalhos individuais ou em grupo (85% dos professores) e as produções no caderno (62,5% dos professores). Alguns professores disseram avaliar seus alunos também através de jogos, seminários e confecções de jogos, que do nosso ponto de vista podem demonstrar de maneira diferenciada o quão o aluno está aprendendo determinado conceito matemático.

### **Considerações finais**

Após a exploração histórica sobre a maneira como se deu a construção dos currículos escolares brasileiros, percebemos que a dificuldade em interpretar o que se deve ensinar ao estudante sobre determinado conteúdo matemático e o que este deve saber e/ou saber fazer ao sair da aula de matemática, é correspondente ao desenvolvimento desordenado das situações educacionais que tangenciaram os currículos em contextos passados. E esse desarranjo influenciou e ainda influencia diretamente no que devemos de fato ensinar de conhecimento matemático na escola.

Por enquanto há uma anuência entre a Base Nacional Comum Curricular e os Parâmetros Curriculares Nacionais a respeito dos campos matemáticos a serem desenvolvidos na sala de aula, são eles: Geometria, Grandezas e Medidas, Números e Operações, Álgebra e Probabilidade e Estatísticas. Mas há de se convir que “O desafio que se apresenta é o de identificar, dentro de cada um desses vastos campos, que conceitos, procedimentos e atitudes são socialmente relevantes.” (BRASIL, 1998, p. 49).

Para entender como os educadores matemáticos lidam com suas escolhas de ensino, didáticas e metodológicas na temática referida neste artigo, e sanar nossas inquietações sobre como os professores estão ensinando o saber grandezas e medidas em escolas Paraenses, buscou-se mapear o perfil, as metodologias e tipos de avaliações elaboradas por esse público.

Nesse sentido, constatamos que parte dos professores que estão em sala de aula ainda tem somente a graduação ao que confere seu perfil profissional, e diante da função docente concluímos que isso já não seja mais suficiente para o bom desempenho no ensino dos objetos matemáticos. De acordo com Costa, Vilaça e Melo (2020) parece que na formação inicial do educador matemático existem barreiras que o impedem de conseguir aprofundar com efetividade os conceitos de Grandezas e Medidas, pois pouco é debatido na academia os impasses e incoerências dentro desse campo de conhecimento.

Essa limitação, durante a graduação em Licenciatura em Matemática, implica as escolhas metodológicas e formas avaliativas aos quais os professores decidam considerar em sua jornada profissional no meio educacional. E sobre as escolhas metodológicas verificamos no decorrer da pesquisa que a maioria dos docentes utilizam procedimentos que se adequam às instruções contemporâneas, as quais permitem que o alunado desenvolva o raciocínio matemático, fazendo-o se sentir parte integrante na construção dos saberes.

No mais, não nos passou despercebida a existência de práticas tradicionais no modo de ensinar grandezas e suas unidades de medida, por parte de alguns professores. E enquanto houver essas barreiras, cujas articulações impedem a evolução da prática docente, conceitos equivocados sobre os conteúdos desse campo ainda serão perpetuados em nosso sistema de ensino, e isso acarreta ao aluno, fora da sala de aula, a incapacidade de comparar, distinguir, estimar, medir e quantificar; que é basicamente tudo que nos deparamos e precisamos fazer no cotidiano.

A educação escolar tem em seu escopo o modo de avaliar o desempenho do aluno em todas as suas fases escolares, e infelizmente, uma dessas estratégias é tornar o

estudante apto a realização de provas escritas. Essa categoria de avaliação ganhou destaque entre os professores participantes dessa pesquisa, e em segundo lugar se fez presente a opção de avaliar através de trabalhos em grupo ou individual.

A elaboração de provas e preparação dos alunos para executá-las são atividades coerentes com as ideias contidas em nossos currículos escolares brasileiro. Entretanto, do nosso ponto de vista, faz-se necessário uma reflexão sobre esse modelo avaliativo, pois não podemos desconsiderar a individualidade do aluno perante as circunstâncias de prova escrita, que muitas vezes pressiona o estudante a não fracassar (nesse único e pontual momento), e com isso o objetivo principal, que é saber se o aluno aprendeu de fato os conceitos expostos, fica de lado, dando espaço a um aprendizado mecânico e reprodutivo.

Destarte, concluímos que a maneira a qual o ensino de Grandezas e Medidas tem se apresentado precisa ser refletida, por parte do corpo docente e de toda comunidade de pesquisa científica. Nesse sentido, é necessário que se construam mais espaços que proporcionem um debate mais amplo sobre o que e como ensinar os objetos desse bloco, para que não se encontrem mais inconsistências no aprendizado das grandezas e medidas, e assim, outros saberes de qualquer outro campo do conhecimento não sejam comprometidos.

## **REFERÊNCIAS**

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, LDB. 9394/1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

CARVALHO, Maria Regina Viveiros de. **Perfil do professor da educação básica**. Brasília, DF: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Série Documental. Relatos de Pesquisa, ISSN 0140-6551; n. 41 2018. 67 p.

COSTA, André Pereira da; VILAÇA, Marcel Muniz; MELO, Larisse Vieira de. **O ensino de Grandezas e Medidas em um documento curricular oficial para o ensino básico**. Ensino Em Re-Vista. Uberlândia - MG, v.27, n.3, p.934-955, set./dez./2020. ISSN: 1983-1730.

KIKUCHI, Luzia Maya; TREVIZAN, Wanessa Aparecida. **Obstáculos Epistemológicos na aprendizagem de Grandezas e Medidas na escola básica**. XIV EBRAPEM – Campo Grande - MS, 2010.

GODOY, Elenilton Vieira; Santos, Vinício de Macedo. **O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática**. Práxis Educacional, Vitória da Conquista, v. 8, n. 13, p. 253-280, jul./dez. 2012.

MELLO, Guiomar Namó de. **Currículo da Educação Básica no Brasil: Concepções e políticas**. São Paulo: USP, 2014.

RIBEIRO, João Pedro Mardegan. **Grandezas e Medidas: da origem histórica à contextualização curricular**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática - Volume 06, Número 18, 35 – 52, 2019.

SOUZA, Juliana Boanova. **Mulheres na Matemática: discurso e poder**. Rio Grande do Sul – Universidade Federal do Rio Grande. Set./2018.

## **DIAGNÓSTICO DO ENSINO DE GRANDEZAS E MEDIDAS NO 6º ANO COM PROFESSORES DA REDE ESTADUAL DO PARÁ.**

Natali de Jesus Ferreira de Miranda  
Ana Kely Martins da Silva  
Maria de Lourdes Silva Santos

### **RESUMO**

Este trabalho apresenta resultados de uma pesquisa, os quais buscaram esclarecer como os professores ensinam grandezas e medidas para os alunos da educação básica em escolas públicas estaduais do Pará. A pesquisa teve como objetivo realizar um levantamento diagnóstico do processo de ensino-aprendizagem de grandezas e medidas a partir da opinião de professores de Matemática. As informações foram produzidas nos meses de maio a julho, por meio da consulta de 40 docentes do ensino fundamental da Rede Pública Estadual de Ensino do Pará, mediante a aplicação de um questionário online via Google Forms e também através de leituras de bibliografias que tratam sobre a temática. A sistematização das informações produzidas ocorreu por meio da construção de quadros e gráficos estatísticos relativos a questões do questionário. Os resultados indicaram que, segundo a amostra de professores, há divergências de opiniões a respeito da importância do ensino de Grandezas e Medidas, pois para alguns estes saberes é base para outros, e outros disseram não haver necessidade de aprofundar o conhecimento, e também sobre quais as melhores metodologias e ferramentas que efetivem de modo eficiente esse conhecimento no aprendizado dos alunos. Concluímos que a maioria dos assuntos relacionados ao conteúdo em tela necessitam de melhor atenção por parte dos professores e pesquisadores de educação, para que as inconsistências e equívocos presentes no ensino e na aprendizagem do conhecimento em questão, para que não sejam abordados de modo superficial, e assim possam propiciar com empenho o desenvolvimento do público discente.

**Palavras Chaves:** Grandezas e Medidas. Ensino de Grandezas e Medidas. Currículo Escolar.

### **1.INTRODUÇÃO**

Em todas as fases de escolarização, tanto alunos quanto professores de matemática percebem os desafios de ensinar e aprender Matemática. Indubitavelmente, os conhecimentos dessa área científica estão presentes no cotidiano dos alunos. No entanto, a tarefa de formalizar e generalizar seus diversos conceitos para que o aluno obtenha o seu pleno entendimento é de extrema complexidade.

Dentre os diversos saberes matemáticos contidos em nossos documentos curriculares estão os relacionados às Grandezas e Medidas, que atuam como uma das importantes Unidades Temáticas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A relevância dos conhecimentos contidos nessa unidade dá-se não só pela sua presença na maioria das atividades que praticamos diariamente, mas também pela sua interação com outros saberes pertencentes tanto a outros campos da própria Matemática quanto com outras áreas do conhecimento, tais como a Física e a Química. Tendo em vista isso, encontramos também nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) a importância que



deve ser atribuída aos estudos das Grandezas e Medidas em toda a educação básica, porém percebemos nessas prescrições que há uma conscientização sobre a maneira como o ensino desse objeto do conhecimento é tratado quando relata-se que:

“No entanto, as medidas têm tido pouco destaque nas aulas de Matemática, em especial nas últimas séries do ensino fundamental, pois muitos professores, apesar de reconhecerem sua importância, preferem que elas sejam estudadas de forma mais detalhada em Ciências Naturais.” (BRASIL, 1998 p. 129).

Questões como essas bem como as que circundam a maneira equivocada que os alunos estão sendo submetidos no ensino dos conceitos dessa Unidade, mobilizaram nossas inquietações a respeito do tratamento desse conhecimento nas aulas de matemática, e nos impulsionaram a dissertar neste artigo sobre como os professores ensinam o bloco Grandezas e Medidas no ensino fundamental, especificamente para alunos do 6º ano em escolas do Estado do Pará.

Realizar um diagnóstico de como os professores estão dispendo esses conceitos em sua prática no âmbito escolar não foi fácil, pois sobre eles recai a complexa tarefa de desenvolver um conhecimento matemático contido no currículo escolar como um amplo e importante bloco de conteúdo. E ainda buscar as melhores metodologias cabíveis, tanto para facilitar o aprendizado do aluno quanto para relacioná-los com os costumes socioculturais de cada público discente.

E para que entendêssemos melhor como esse objeto matemático é abordado, apoiamos -nos em nossas referências curriculares, tais como, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação 9.394/1996 (LDB), a BNCC, os PCN, e também nos dados coletados com professores de Matemática. Aliados a estes, também nos sustentamos em pesquisas advindas de Costa, Vilaça e Melo (2020), Kikuchi e Trevizan (2010), Godoy e Santos (2012), Melo (2014), Ribeiro (2019) e Souza (2018) entre outros que, com rigor, nos fornecem um suporte teórico admirável a respeito do currículo escolar de Matemática, do Ensino de Grandezas e Medidas na educação básica, além de reflexões sobre outros aspectos do campo da Matemática.

O contato com essas literaturas ajudou a ratificar o problema desta pesquisa, pois segundo Ribeiro (2019, p. 37) “muitas vezes em sala de aula a forma como o professor ministra este conteúdo, acaba se tornando algo muito abstrato, difícil e confuso”. Devido a isso, os alunos criam aversão a estes conteúdos e por meio de abordagens certamente equivocadas desse objeto do conhecimento, os alunos acabam se desinteressando por saberes de outros blocos e até mesmo de outras áreas e isso enfatiza ainda mais a relevância desses conceitos em toda a formação do indivíduo.

Além da leitura das bibliografias citadas, para o desenvolvimento deste artigo foi necessária a aplicação de um questionário que foi elaborado e disponibilizado a 40 professores de Matemática da educação básica da rede pública estadual do Pará. As perguntas contidas no questionário visavam obter informações primordiais para a realização do diagnóstico, o qual trata este artigo. Essas informações foram baseadas não só no perfil desses professores, mas também nas metodologias que utilizam em sala de aula no ensino de grandezas e medidas, e sobre como eles costumam avaliar o aprendizado dos alunos a respeito da temática em tela.

Posterior a essa introdução, foram explorados outros tópicos que decorreram sobre informações oriundas da revisão de literatura, procedimentos metodológicos, dos resultados das análises, que foram feitas a partir das informações coletadas dos professores através do questionário aplicado, e um tópico que expõe aspectos do ensino de grandezas e medidas. Assim, pudemos executar a diagnose sobre como os professores ensinam Grandezas e Medidas e quais as metodologias utilizadas, e por fim, outros pontos importantes da temática foram abordados nas considerações finais deste trabalho.

## 2. REVISÃO DE LITERATURA

Esta revisão de literatura voltou-se a apreensão de conhecimentos o que se tem hoje no currículo escolar de Matemática da educação básica, e também sobre como se estruturou a evolução dele, desde o século XIX até os dias atuais. Aliado ao entendimento do currículo de Matemática está a identificação da inserção do bloco “Grandezas e Medidas” como um dos principais conhecimentos a serem explorados com os alunos em toda sua escolarização.

Os debates que podem surgir a respeito do currículo escolar são infinitos, e podem compor tanto a história do processo de evolução quanto sua aplicabilidade no dia a dia escolar. Melo (2014) nos mostrou como foram as primeiras concepções de currículo, pois em um dado momento a parte central era o conhecimento, e em outro o centro era o aluno. Atualmente, as características com maior ênfase em nossos currículos estão voltadas para as preocupações com o aprendizado do indivíduo, ou seja, mais centrado no aluno. E também deixar clara a importância de elucidar o "porquê?" ensinar/aprender, o “como?” ensinar/aprender e “para quem?” ensinar os conhecimentos presentes nos currículos escolares.

De acordo com Melo (2014) e Godoy, Santos (2012), às mudanças curriculares que aconteceram no Brasil partiram das necessidades temporais da sociedade, e se tratando do currículo de Matemática, estas mudanças se firmaram a partir do Movimento

da Matemática Moderna e das emergências tecnológicas as quais o mundo científico estava adentrando em meados do século XX.

Dadas todas essas preocupações provenientes das questões curriculares, emergiram as relacionadas ao currículo de Matemática que circundavam as seguintes vertentes: conteúdo Matemático a ser ministrado, ordem dos conteúdos (quais conteúdos deverão ser ministrados em cada ano escolar), conceituação dos conteúdos, metodologias a serem utilizadas, avaliação etc.

Através das pesquisas de Costa, Vilaça e Melo (2020), Godoy e Santos (2012), Kikuchi e Trevizan (2010), Melo (2014) e Ribeiro (2019) percebemos que é imprescindível tratar sobre as questões curriculares sem se respaldar em nossas principais bases curriculares nacionais atuais. E se tratando da temática deste artigo sobre Grandezas e Medidas, temos que

Este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social devido a seu caráter prático e utilitário, e pela possibilidade de variadas conexões com outras áreas do conhecimento. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano. As atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas. São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da idéia de proporcionalidade e um campo fértil para uma abordagem histórica. (BRASIL, 1998, p. 39-40)

Kikuchi e Trevizan (2010) afirmam que o trecho acima, que trata esse bloco no ensino fundamental, demonstra a relevância do aprendizado de grandezas e medidas para que o aluno possa compreender a relação do objeto do conhecimento com sua realidade. Visto que esse indivíduo é exposto às situações, de maneira corriqueira, que envolvam grandezas em suas variadas unidades de medidas, tais como, no simples ato de conferir a hora (tempo), regular o ar condicionado (temperatura), estimar distância (comprimento) ou minuto (tempo) decorrido, quantidade de quilogramas a serem compradas de um determinado produto (massa), e contabilização de dinheiro (monetária).

Para Godoy e Santos (2012) os espaços para tratar sobre o currículo de Matemática ainda são poucos, e isso interfere diretamente tanto na coerente presença da Unidade Temática Grandezas e Medidas na BNCC e nos PCN, quanto no ensino desta, pois com baixas pesquisas e debates que explorem História, Conceitos, Aplicação, Metodologia, Inter-Relação entre as áreas do conhecimento, podem levar o aprendizado do aluno ao caminho de uma compreensão errônea ou vaga desse saber.

Isso se deve a uma antiga relação que se construiu entre a Geometria e Grandezas e Medidas, que atualmente estão dispostos como duas grandes áreas distintas da Matemática, porém antes da atualidade, o conhecimento de grandezas e medidas vinha atrelado ao que se aprendia em geometria, e isso por muito tempo foi ensinado pelos professores e aprendido pelos alunos de maneira equivocada (COSTA, VILAÇA, MELO, 2020). Tais equívocos ocorridos no ensino, como afirmam Costa, Vilaça, Melo (2020) e Kikuchi, Trevizan (2010) levam o aluno a obstáculos epistemológicos como a não identificação da grandeza Área associada no cálculo de qualquer figura geométrica.

### **3.PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.**

A metodologia desenvolvida no decorrer da pesquisa teve caráter qualitativo, cujas características da mesma foram constituídas através de análises de dados da pesquisa de campo de modo virtual, e teve como objetivo principal a realização de um diagnóstico do Ensino de Grandezas e Medidas. Que se consolidou a partir da opinião dos professores de Matemática da educação básica e de leituras bibliográficas cujas temáticas envolvam a presença do bloco de grandezas e suas unidades de medidas nos currículos de matemática da educação básica.

Este resultado foi obtido através da leitura das pesquisas de Costa, Vilaça e Melo (2020), Godoy e Santos (2012), Ribeiro (2019), Melo (2014) e Kikuchi e Trevizan (2010), e também com a construção de um questionário para aplicação, com perguntas fechadas e abertas, na busca de coletar de dados. Este questionário foi composto por 36 perguntas que visaram extrair informações sobre o perfil dos professores, as metodologias utilizadas no ensino de Grandezas e Medidas e também sobre como avaliam os alunos a respeito do conteúdo dessa Unidade Temática.

A aplicação do questionário foi realizada a partir de 11 de maio de 2021 e se estendeu até o fim do mês posterior, cujo público alvo foi professores de Matemática da Rede Pública Estadual do Pará, que aceitaram participar da pesquisa preenchendo um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, anexado ao questionário.

Nesse período, tivemos que contactar professores que aceitassem dispor de tempo para responder o questionário, que foi construído no Google Forms, já que devido a Pandemia instalada em 2020, não conseguiríamos coletar os dados pessoalmente. Então, o questionário foi disponibilizado através de um link e direcionado por diversas vias de comunicação virtual.

Devido ao questionário ter sido disponibilizado virtualmente, pensávamos que seria mais fácil a aplicação do mesmo, entretanto, percebemos que a dificuldade foi

maior, pois tivemos que aguardar que os professores contactados respondessem as perguntas em seu momento mais conveniente e com isso corríamos o risco de que eles esquecessem o preenchimento. Para que alcançássemos um número significativo de respostas, foi preciso mandar mensagens para alguns no intuito de lembrá-los de responder o questionário.

Como ponto de partida inicial, foram contactados os professores que fazem parte do nosso círculo de amigos, então esse contato pôde ser feito facilmente através de mensagens via WhatsApp, e através desses amigos alcançamos um número de aproximadamente 15 respostas. Posteriormente, a dificuldade começou quando nós já tínhamos esgotados nossas opções de professores próximos, então partimos para as redes sociais, tais como, Instagram e Facebook.

Essa ação nos fez alcançar, após um mês e meio de pesquisa, a marca de 40 respostas ao nosso questionário. Esse quantitativo foi extremamente relevante para que o diagnóstico feito ficasse rico de informações que caracterizam o ensino de Grandezas e Medidas.

#### **4. ANÁLISES E RESULTADOS DA PESQUISA**

Neste tópico do artigo discorreremos sobre as reflexões resultantes das leituras bibliográficas associadas aos dados obtidos da aplicação do questionário. As análises feitas a partir das respostas dos discentes circundaram três categorias, tais como, as características desses professores, as metodologias que utilizam nas aulas de Matemática e os tipos de avaliações que costumam aplicar. Os subitens a seguir buscaram elucidar cada aspecto que compõe essas categorias, respectivamente.

##### *4.1 Características do professor de Matemática.*

A respeito do perfil dos professores da rede pública estadual do Pará, observamos que dos quarenta professores que participaram do preenchimento do questionário, a maioria é do sexo masculino e somente 11 contribuintes eram do sexo feminino.

De acordo com a pesquisa, percebemos que há maior presença do público masculino em relação ao feminino. Esse cenário corrobora com fatos que ocorrem na sociedade ligados a função de gênero, fatos estes originados em contextos históricos e culturais. Souza (2019) em sua pesquisa sobre o poder da mulher na Matemática relata que

Os argumentos biológicos para tratar da diferença de inserção da mulher na Matemática ainda resiste. Não é incomum a existência de falas que reafirmam o discurso de que as áreas que envolvem cálculos, são áreas masculinas. Discursos que tratam a Matemática, a Física e as Engenharias como áreas não adequadas para mulheres, ainda persistem. (SOUZA, 2019, p. 2).

Em nossa investigação constatamos essa realidade de diferença em percentual, onde apenas 27,5% dos professores que responderam ao questionário eram mulheres e os homens abarcaram 72,5% do total. Esse disparato pode ser percebido no mercado de trabalho como consequência ao baixo quantitativo de meninas nas graduações ou pós-graduação do curso de Matemática, fato este, confirmado a partir de uma exclusão social do patriarcado antigo que resiste até hoje, e é fidelizado muitas vezes pelas próprias mulheres, que acabam por não se sentirem capazes de se integrar às exatas.

Além disso, foram extraídos dados sobre a faixa etária dos professores, e obteve-se uma enfática presença de professores com mais de 41 anos, exatamente 65% dos participantes da pesquisa. Comprovando que não há presença assídua de educadores matemáticos mais jovens, e além disso, do total da nossa amostra nenhum tinha idade menor que 26 anos.

Isso implica a uma reflexão direta sobre a prática desses professores, pois de acordo com suas idades os mesmos obtiveram formação inicial na primeira década deste século, ou seja, concomitante com a tentativa de se executar nossas bases curriculares da melhor forma, mesmo com todo esse contexto rodeado de equívocos e/ou falta de interpretação aos quais foram estruturados os currículos, que “ditam” os conteúdos, metodologias, finalidades etc.

Sobre a importante influência decorrida da idade do docente, em sala de aula, Carvalho (2018) expõe que

A faixa etária do professor pode ser relacionada, também, com a postura que o professor assume em relação ao uso de novas tecnologias. Professores mais jovens, a princípio, por terem maior familiaridade na utilização desses recursos, teriam maior facilidade em assimilá-las em sua prática docente. Professores mais antigos, por outro lado, mais acostumados às práticas tradicionais de ensino, podem mostrar uma postura mais passiva diante do uso de ferramentas tecnológicas. (CARVALHO, 2018, p. 28)

É visível que, independentemente de idade, os professores precisam se apropriar constantemente de conhecimentos que pertençam a todas as gerações, principalmente a que compõe o ensino fundamental, já que esta, por sua vez, está envolta de tecnologias que, possivelmente, nenhum de seus professores tenham usufruído em suas infâncias. Isso nos faz refletir sobre a formação de cada professor, que de acordo com os dados da pesquisa, observou-se que todos os 40 discentes possuem formação inicial em Licenciatura em Matemática, 17 têm especialização, 12 têm mestrado e 1 professor têm doutorado.

Sobre a reflexão posterior às análises desses números discorreremos a respeito da importância da “reciclagem” do professor para a eficácia na aprendizagem dos estudantes, e percebemos com esses dados que os docentes demonstraram interesse em aprimorar seus conhecimentos de alguma forma, agregando assim, mais valor qualitativo no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Mas é necessário que se tenha em mente que a formação progressiva do profissional da educação é, acima de tudo, um caminho para alcançar o bom desempenho do aluno e não somente para aumentar o índice de remuneração mensal do salário, sobre isso Carvalho (2018) afirma que

Têm sido cada vez maiores as pressões para uma mudança no perfil de formação do docente, o que pode ser percebido tanto pelas exigências legais estabelecidas quanto por propostas de redesenho da carreira docente, ao associarem remuneração com melhor formação. [...]. Existem, no entanto, dúvidas sobre a permanência mais prolongada das contribuições desses cursos sobre a prática de ensino, mesmo que inicialmente os cursos possam ter apresentado efeitos positivos. (CARALHO, 2020, p. 35-36)

Nessa perspectiva, buscar pôr em prática as teorias advindas dos cursos de formação, de maneira assídua em sala de aula, pode levar o professor a descobrir quais são os melhores recursos didáticos, metodologias e ferramentas educacionais que tanto almejam se apropriar. Para que assim sejam capazes de propor aos estudantes caminhos que aperfeiçoem seu desempenho na sociedade.

#### 4.2 *Metodologias dos professores.*

Diante dos desafios em sala de aula estão presentes as escolhas metodológicas, afim de executar processos que facilitem o alcance pleno das atividades de ensino e aprendizagem. Nesse aspecto, percebemos que desde a segunda metade do século XX as articulações perante os currículos se intensificaram, pois neles são encontradas as ações que envolvem o processo de escolarização, dentre elas as metodologias.

No campo da Matemática esse processo teve início, no Brasil, a partir do Movimento da Matemática Moderna (mesmo com vistas a sociedade da época, de maneira desorganizada e com foco na acelerada expansão industrial), onde professores pesquisadores da área objetivavam reformular linguagens, métodos, metodologias, conteúdos etc. (GODOY, SANTOS, 2014).

Assim, as análises feitas a partir das metodologias que os professores utilizam nas aulas, temos que 30 professores disseram selecionar seus conteúdos através da BNCC, torna-se imprescindível uma breve explanação sobre o que ela expõe nesse sentido, tal qual, descreve que toda a comunidade escolar deve

selecionar e aplicar metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas, recorrendo a ritmos diferenciados e a conteúdos

complementares, se necessário, para trabalhar com as necessidades de diferentes grupos de alunos, suas famílias e cultura de origem, suas comunidades, seus grupos de socialização etc. (BRASIL, 2018, p.17).

As metodologias a serem escolhidas pelos professores precisam passar por um certo filtro para que se encaixem em grupos específicos de alunos, na tentativa de reduzir ao máximo a inconsistência no ensino de determinado conteúdo. De acordo com os dados coletados, muitos de seus alunos, em suas aulas, têm dificuldades em compreender os conceitos, resolver os problemas e realizar os cálculos. E caso essas dificuldades não tenham sido minimizadas, o aprendizado se tornou insuficiente e o conhecimento matemático se constituiu vago.

Muitas dessas dificuldades dos alunos estão relacionadas ao seu primeiro contato com o objeto matemático dentro da escola. Através da pesquisa detectamos a principal forma de o professor introduzir um conceito matemático, que é através da exposição de um conhecimento a partir de um problema, e este normalmente está contextualizado com uma situação do cotidiano do alunado. À luz na BNCC temos que

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL, 2018, p. 266).

Para evitar que o aluno desenvolva desinteresse no aprendizado, e se empenhe em apreender os saberes matemáticos que lhe facilitem o desenvolvimento pleno para o mercado de trabalho e cidadania, é importante atentar para a maneira de como ocorre a introdução inicial dos mesmos. Visto que, ainda detectamos práticas de professores que iniciam o assunto matemático sistematizando-o para posteriormente expor uma sequência de exercícios de fixação, na tentativa de que o aluno aprenda esse conhecimento.

De acordo com os dados, 14 dos 40 professores de matemática introduzem o conhecimento pelos conceitos, e seguem com exemplos e exercícios. Isso mostra que os docentes sentem dificuldade de se desvencilhar dessa prática de ensino tratada como tradicional, antiga e ultrapassada. Posicionamentos como estes, no ensino de matemática, podem acarretar diversos obstáculos no percurso de aprendizagem, sobre isso tem-se que “Um Obstáculo não é a ausência de conhecimento, mas um conhecimento, válido em um campo restrito de atuação, o qual se torna obstáculo e/ou motor para outro conhecimento” (KIKUCHI, TREVIZAN, 2010, p. 17).



A aplicação prévia dos conceitos, seguida de atividades de fixação também podem promover circunstâncias mais complexas, como a repetência de ano culminando a uma possível evasão escolar, pois “Em nosso país o ensino de Matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão” (BRASIL, 1998, p. 19). Isso nos leva a priorizar ações que façam o discente se integrar ao conhecimento matemático, de modo que ele se sinta parte do processo de construção do saber, e não apenas que memorize, execute e aplique regras e propriedades matemáticas de forma mecanizada e osmótica, que tornam a aprendizagem ineficiente.

#### 4.3 *Como os professores avaliam os alunos.*

A avaliação compõe o processo de construção e desenvolvimento das aprendizagens na escola, tal que, a partir dela o professor irá averiguar a eficiência do desempenho tanto do seu ensino quanto da aprendizagem dos alunos nos conceitos trabalhados. Já que todas as movimentações ocorridas nas escolas estão presentes em nossos currículos, temos nos PCN o seguinte conceito de avaliação

a avaliação é parte do processo de ensino e aprendizagem. Ela incide sobre uma grande variedade de aspectos relativos ao desempenho dos alunos, como aquisição de conceitos, domínio de procedimentos e desenvolvimento de atitudes. Mas também devem ser avaliados aspectos como seleção e dimensionamento dos conteúdos, práticas pedagógicas, condições em que se processam o trabalho escolar e as próprias formas de avaliação. (BRASIL, 1998, p. 57).

A investigação que detecta se os objetivos de aprendizagem dos alunos foram alcançados é desenvolvida através de mecanismos como provas orais e/ou escritas, trabalhos individuais e/ou em grupos, atividades elaboradas no caderno, performance em sala de aula por parte do aluno, atividades do livro didático, e também através de provas municipais, estaduais ou nacionais, como exemplo desta última temos o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica).

A respeito dos instrumentos avaliativos foi perguntado aos professores como costumam avaliar seus alunos, e quase 100% da amostra de docentes pontuaram que provas escritas são seus principais meios para observar a evolução de um aluno perante aos conhecimentos trabalhados. Por outro lado, há também o desenvolvimento de trabalhos em grupos/individuais e produções dos alunos nos cadernos.

Percebemos que não tem como um processo avaliativo fugir da ideia de haver prova escrita como parte comprobatória do desempenho do discente, pois mesmo que não existisse o SAEB e todo o ensino fundamental fosse adepto a outras formas de avaliação,

quando chegassem no ensino médio sofreriam o impacto da aplicação de provas, cuja idealização está exposta na LBD:

§ 8o Os conteúdos, as metodologias e as formas de avaliação processual e formativa serão organizados nas redes de ensino por meio de atividades teóricas e práticas, provas orais e escritas, seminários, projetos e atividades on-line, de tal forma que ao final do ensino médio o educando demonstre: I – domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna; II – conhecimento das formas contemporâneas de linguagem. (BRASIL, 1996, p. 61).

Esse instrumento avaliativo culmina também para o preparo do aluno junto a aplicação do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), que atualmente, é porta de entrada para quase todas as universidades brasileiras, e também para quem deseja conquistar uma vaga num concurso público ou seguir a vida acadêmica (cuja seleção muitas vezes é feita de forma integral ou parcial através de provas escritas). Em suma, o que se pretende em todo processo avaliativo é investigar o alcance dos objetivos de ensino e aprendizagem, seja por meio de provas, dinâmicas em sala de aula, jogos, desempenho individual/grupo, ou qualquer outro meio capaz de transparecer o desenvolvimento dos alunos.

Outras ferramentas de avaliação foram selecionadas de maneira assídua pelos professores de matemática participantes da pesquisa, como os trabalhos individuais ou em grupo (85% dos professores) e as produções no caderno (62,5% dos professores). Alguns professores disseram avaliar seus alunos também através de jogos, seminários e confecções de jogos, que do nosso ponto de vista podem demonstrar de maneira diferenciada o quão o aluno está aprendendo determinado conceito matemático.

### **Considerações finais**

Após a exploração histórica sobre a maneira como se deu a construção dos currículos escolares brasileiros, percebemos que a dificuldade em interpretar o que se deve ensinar ao estudante sobre determinado conteúdo matemático e o que este deve saber e/ou saber fazer ao sair da aula de matemática, é correspondente ao desenvolvimento desordenado das situações educacionais que tangenciaram os currículos em contextos passados. E esse desarranjo influenciou e ainda influencia diretamente no que devemos de fato ensinar de conhecimento matemático na escola.

Por enquanto há uma anuência entre a Base Nacional Comum Curricular e os Parâmetros Curriculares Nacionais a respeito dos campos matemáticos a serem desenvolvidos na sala de aula, são eles: Geometria, Grandezas e Medidas, Números e Operações, Álgebra e Probabilidade e Estatísticas. Mas há de se convir que “O desafio

que se apresenta é o de identificar, dentro de cada um desses vastos campos, que conceitos, procedimentos e atitudes são socialmente relevantes.” (BRASIL, 1998, p. 49).

Para entender como os educadores matemáticos lidam com suas escolhas de ensino, didáticas e metodológicas na temática referida neste artigo, e sanar nossas inquietações sobre como os professores estão ensinando o saber grandezas e medidas em escolas Paraenses, buscou-se mapear o perfil, as metodologias e tipos de avaliações elaboradas por esse público.

Nesse sentido, constatamos que parte dos professores que estão em sala de aula ainda tem somente a graduação ao que confere seu perfil profissional, e diante da função docente concluímos que isso já não seja mais suficiente para o bom desempenho no ensino dos objetos matemáticos. De acordo com Costa, Vilaça e Melo (2020) parece que na formação inicial do educador matemático existem barreiras que o impedem de conseguir aprofundar com efetividade os conceitos de Grandezas e Medidas, pois pouco é debatido na academia os impasses e incoerências dentro desse campo de conhecimento.

Essa limitação, durante a graduação em Licenciatura em Matemática, implica as escolhas metodológicas e formas avaliativas aos quais os professores decidam considerar em sua jornada profissional no meio educacional. E sobre as escolhas metodológicas verificamos no decorrer da pesquisa que a maioria dos docentes utilizam procedimentos que se adequam às instruções contemporâneas, as quais permitem que o alunado desenvolva o raciocínio matemático, fazendo-o se sentir parte integrante na construção dos saberes.

No mais, não nos passou despercebida a existência de práticas tradicionais no modo de ensinar grandezas e suas unidades de medida, por parte de alguns professores. E enquanto houver essas barreiras, cujas articulações impedem a evolução da prática docente, conceitos equivocados sobre os conteúdos desse campo ainda serão perpetuados em nosso sistema de ensino, e isso acarreta ao aluno, fora da sala de aula, a incapacidade de comparar, distinguir, estimar, medir e quantificar; que é basicamente tudo que nos deparamos e precisamos fazer no cotidiano.

A educação escolar tem em seu escopo o modo de avaliar o desempenho do aluno em todas as suas fases escolares, e infelizmente, uma dessas estratégias é tornar o estudante apto a realização de provas escritas. Essa categoria de avaliação ganhou destaque entre os professores participantes dessa pesquisa, e em segundo lugar se fez presente a opção de avaliar através de trabalhos em grupo ou individual.

A elaboração de provas e preparação dos alunos para executá-las são atividades coerentes com as ideias contidas em nossos currículos escolares brasileiro. Entretanto, do nosso ponto de vista, faz-se necessário uma reflexão sobre esse modelo avaliativo, pois não podemos desconsiderar a individualidade do aluno perante as circunstâncias de prova escrita, que muitas vezes pressiona o estudante a não fracassar (nesse único e pontual momento), e com isso o objetivo principal, que é saber se o aluno aprendeu de fato os conceitos expostos, fica de lado, dando espaço a um aprendizado mecânico e reprodutivo.

Destarte, concluímos que a maneira a qual o ensino de Grandezas e Medidas tem se apresentado precisa ser refletida, por parte do corpo docente e de toda comunidade de pesquisa científica. Nesse sentido, é necessário que se construam mais espaços que proporcionem um debate mais amplo sobre o que e como ensinar os objetos desse bloco, para que não se encontrem mais inconsistências no aprendizado das grandezas e medidas, e assim, outros saberes de qualquer outro campo do conhecimento não sejam comprometidos.

## **REFERÊNCIAS**

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, LDB. 9394/1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

CARVALHO, Maria Regina Viveiros de. **Perfil do professor da educação básica**. Brasília, DF: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Série Documental. Relatos de Pesquisa, ISSN 0140-6551; n. 41 2018. 67 p.

COSTA, André Pereira da; VILAÇA, Marcel Muniz; MELO, Larisse Vieira de. **O ensino de Grandezas e Medidas em um documento curricular oficial para o ensino básico**. Ensino Em Re-Vista. Uberlândia - MG, v.27, n.3, p.934-955, set./dez./2020. ISSN: 1983-1730.

KIKUCHI, Luzia Maya; TREVIZAN, Wanessa Aparecida. **Obstáculos Epistemológicos na aprendizagem de Grandezas e Medidas na escola básica**. XIV EBRAPEM – Campo Grande - MS, 2010.

GODOY, Elenilton Vieira; Santos, Vinício de Macedo. **O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática**. Práxis Educacional, Vitória da Conquista, v. 8, n. 13, p. 253-280, jul./dez. 2012.

MELLO, Guiomar Namó de. **Currículo da Educação Básica no Brasil: Concepções e políticas**. São Paulo: USP, 2014.

RIBEIRO, João Pedro Mardegan. **Grandezas e Medidas: da origem histórica à contextualização curricular**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática - Volume 06, Número 18, 35 – 52, 2019.

SOUZA, Juliana Boanova. **Mulheres na Matemática: discurso e poder**. Rio Grande do Sul – Universidade Federal do Rio Grande. Set./2018.

## O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

Edivan Mendes  
Universidade do Estado do Pará (UEPA) /Instituto Federal do Maranhão (IFMA)  
edivan.mendes@aluno.uepa.br

José Henrique Pereira  
Universidade do Estado do Pará (UEPA)/Instituto Federal do Maranhão (IFMA)  
jose.hpereira@aluno.uepa.br

Ana Kely Martins da Silva  
Universidade do Estado do Pará (UEPA)  
anakely2@yahoo.com.br

### RESUMO

Neste artigo tratamos sobre o uso da Modelagem Matemática na Sala de Aula, cujo objetivo é apresentar a Modelagem Matemática como alternativa para o Ensino de Matemática, destacando as concepções de alguns autores e os aspectos relacionados a essa Tendência em Educação Matemática. O processo de obtenção dessas informações, foi feito a partir de um levantamento bibliográfico em trabalhos acadêmicos. Assim, abordamos os tópicos acerca do histórico do surgimento da Modelagem, destacamos os precursores da Modelagem no ensino no Brasil, os ciclos ou etapas da Modelagem, vantagens e obstáculos do uso da Modelagem em sala de aula e apresentamos alguns trabalhos realizados com Modelagem em sala de aula. Dessa forma, visamos propiciar aos professores de Matemática informações úteis a respeito da Modelagem Matemática e seu uso em sala de aula. Por meio das quais conclui-se que a Modelagem Matemática se constitui como mais uma alternativa de ensino diferente da tradicional, que pode conduzir o processo de ensino e aprendizagem de Matemática a alcançar melhores resultados.

**Palavras-chave:** Ensino. Modelagem Matemática. Ciclos de Modelagem.

### INTRODUÇÃO

O ensino de matemática tem passado por muitas transformações, movidas pelo desejo de melhorar a aprendizagem dos alunos em relação a essa disciplina. Não são poucas as pesquisas e estudos realizados a fim de encontrar meios que favoreçam o ensino de matemática.

Conforme Almeida (2018, p.9) as discussões em torno do ensino de matemática, realizadas no século XIX, fez surgir a Educação Matemática, interligada com a filosofia, a matemática, a psicologia, a sociologia, dentre outros campos científicos. Desde então, a Educação Matemática tem procurado aperfeiçoar o processo de ensino e aprendizagem de matemática. Nesse contexto, surgem as Tendências em Educação Matemática: Modelagem Matemática, Etnomatemática, Resolução de Problemas, Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), Jogos e Materiais Manipulativos e História da Matemática.

As Tendências em Educação Matemática, ampliaram o leque de opções de metodologias para o ensino de matemática, possibilitando aos professores diversas

formas de desenvolver o ensino em sala de aula. Dentre essas Tendências, destacamos neste trabalho a Modelagem Matemática, que surge com o objetivo de aproximar situações reais e o cotidiano, da sala de aula.

No entanto para que seja possível o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, é preciso que o professor saiba o que é Modelagem Matemática, como se dar a sua aplicação e desenvolvimento em sala de aula, além de, entender os aspectos relacionados a essa metodologia de ensino. Mas para que isso aconteça, os professores devem buscar compreender a Modelagem Matemática, a fim de poder utilizá-la em sala de aula.

Tendo em vista, a necessidade que os professores possuem de compreensão em relação a Modelagem Matemática, produzimos este trabalho com o objetivo de apresentar a Modelagem Matemática como alternativa para o Ensino de Matemática, destacando as concepções de alguns autores e os aspectos relacionados a essa Tendência em Educação Matemática.

Neste artigo abordamos um pouco sobre o histórico do surgimento da Modelagem, destacamos os precursores da Modelagem no ensino no Brasil, os ciclos ou etapas da Modelagem, vantagens e obstáculos do uso da Modelagem em sala de aula e apresentamos alguns trabalhos realizados com Modelagem em sala de aula. Dessa forma, visamos propiciar aos professores de matemática informações úteis a respeito da Modelagem Matemática.

Assim esperamos que este trabalho sirva para estimular os professores a utilizar a Modelagem Matemática em sala de aula, além de possibilitar uma visão mais ampla a respeito dos benefícios que a metodologia de ensino baseada nessa Tendência pode ter.

## **MODELAGEM MATEMÁTICA: BREVE HISTÓRICO**

Desde a antiguidade o homem vivia na busca por conhecer e compreender o seu meio. Nesse processo descreviam os fenômenos naturais por meio de modelos, matemáticos ou não (MAGNUS, 2018, p.46). Os modelos matemáticos constituíam uma forma do homem estudar o mundo em que viviam, estabelecendo padrões matemáticos para representá-los.

Assim, constatamos que a Modelagem Matemática está presente no cotidiano desde os tempos primitivos, sendo tão antiga como a própria matemática, aparecendo em muitas aplicações dos povos antigos (ALMEIDA, 2018, p.9 -10). Nesse sentido, podemos afirmar “que a modelagem é um método natural de estudo, visto que em sua essência, nada mais é que buscar soluções para problemas reais” (BORGES, 2020, p. 41).

Um exemplo desse uso, foi apresentado por Santos e Santos (2016, p. 49) ao tratarem sobre a música. Segundo esses autores, provavelmente Pitágoras tenha sido o primeiro a relacionar a matemática e a música, por meio da criação da escala musical pitagórica. Ressaltam que “a articulação da matemática e da música, encontra-se nos anos 570-500 A.C., período em que se acredita que tenha vivido o filósofo e matemático Pitágoras”.

Biembengut e Hein (2014, apud SANTOS & SANTOS, 2016, p.49), destacam que Pitágoras descobriu que os sons musicais têm durações diferentes. Segundo esses autores, Pitágoras realizou um experimento com um fio e descobriu que à medida que fixava o fio começando pelo meio, obtinha um som (nota) diferente, desenvolvendo um modelo matemático padrão para os sons emitidos pelo fio.

Segundo Santos e Santos (2016, p.50) existiam outros modelos matemáticos para a música, mas o de Pitágoras foi o mais aceito pela comunidade musical do Ocidente até a Idade Média. No entanto, destacam que esse modelo “apresentava “falhas” em relação ao intervalo entre duas notas da escala, que não poderia ser sempre o mesmo”, e isso era resultado da não aceitação dos pitagóricos aos números irracionais, pelo fato de não ser possível escrevê-los como a razão entre dois inteiros. Isso criava um “entrave para a possibilidade de “corrigir os erros” inerentes à escala pitagórica”.

Em 1691 foi resolvido o problema por Andréas Weckmeister, através de um processo chamado de Escala Temperada. Nesse momento foi feito o acréscimo de cinco notas as sete já existentes, ocorrendo uma mudança de paradigma, onde a escala temperada deveria ter 12 sons sendo que o intervalo entre esses, por sua vez, deveria ser o mesmo. Tal situação gerou um problema matemático interessante: como encaixar 12 sons, com o mesmo espaçamento, entre os valores 1 e 2, que seriam os valores de referência estipulados entre duas oitavas consecutivas? (SANTOS E SANTOS, 2016, p.50)

De acordo com os autores Santos e Santos (2016, p.50) O problema foi resolvido no século XVII, utilizando-se a Progressão Geométrica. Em que se verificou que o temperamento era a interpolação de 11 meios geométricos entre 1 e 2. E a partir da fórmula do termo geral da P.G., ficou mais simples determinar a relação numérica entre os sons.

A situação expressa nesse exemplo histórico, remete ao uso da Modelagem Matemática para resolver determinado problema de outra área do conhecimento, no caso a música, que também retrata uma situação do mundo real. Dessa forma, por meio do



conceito de Progressão Geométrica, modelou-se a organização dos sons (SANTOS; SANTOS, 2016, p 50).

Biembengut (2015, p.2) afirma que “o termo ‘modelagem matemática’ como processo para descrever, formular, modelar e resolver uma situação problema de alguma área do conhecimento encontra-se no início do século XX na literatura de Engenharia e Ciências Econômicas”. Nesse contexto, segundo essa autora (p.3) ocorre na década de 1960 um debate internacional promovido movimento chamado “utilitarista” sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática. Esse movimento impulsionou a formação de grupos de pesquisadores sobre esse tema, visto que, tinham como visão a aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade.

Em 1968 ocorreu na Suíça o evento chamado Lausanne Symposium, cujo tema era “como ensinar matemática de modo que seja útil, com situações do cotidiano do estudante e não aplicações 'padronizadas', mas que favorecessem a habilidade para matematizar e modelar problemas e situações da realidade” (BIEMBENGUT, 2015, p.3). Esse evento fortaleceu a Modelagem Matemática na Educação, pois as discussões giraram em torno do uso das situações reais na sala de aula e a Modelagem Matemática era uma boa opção para alcançar esse objetivo.

Com esse propósito na Europa surge o grupo liderado por Hans Freudenthall, denominado IOWO (Holanda), e outro, coordenado por Bernhelm Booss e Mogens Niss (Dinamarca). Em 1978, em Roskilde, ocorreu um congresso sobre o tema Matemática e Realidade, o qual teve importante contribuição para a consolidação em 1983 do Grupo Internacional de Modelagem Matemática e Aplicações – ICTMA, (BIEMBENGUT, 2015, p.3). A partir da criação e consolidação do ICTMA, houve um crescimento significativo do interesse pelas Conferências Internacionais de Modelagem e Aplicações, dando origem a uma comunidade organizada, com a mesma sigla ICTMA – *International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications* – que além de promover as Conferências faz parte do *International Congress on Mathematical Education* – ICME (BIEMBENGUT, 2015, p.5).

Conforme Ferreira Silveira e Silva (2013) no Brasil surge os primeiros trabalhos de Modelagem Matemática no ensino na década de 1970, promovidos pelos professores Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D’Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi. Segundo esses autores, na década de 1980 surgem os primeiros Cursos de Pós-graduação em Modelagem Matemática, momento em que a Modelagem Matemática se torna mais forte como estratégia de ensino aprendizagem. Assim 2001 é criado o Grupo de Trabalho (GT)

de Modelagem Matemática pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM e em 2006 surge em Blumenau, Santa Catarina o Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino, CREMM.

**Quadro 1. Precusores da Modelagem Matemática na Educação brasileira**

PESSOA	BIOGRAFIA
<p><b>Aristides Camargo Barreto</b></p>	<p>Aristides C. Barreto tomou conhecimento sobre modelagem matemática quando cursou Engenharia na década de 1960. A ideia de usar a modelagem em Educação Matemática começou na metade dos anos de 1970, na PUC-Rio ao passar atuar como professor nesta Instituição. Na PUC-Rio, Barreto sempre procurava utilizar-se de modelos como estratégia de ensino nas disciplinas de Fundamentos da Matemática, Prática de Ensino e Cálculo Diferencial Integral. Em 1976, realizou a primeira experiência pedagógica com 212 alunos de um Curso de Engenharia. Conjuntamente com os alunos, elaborou vários modelos em áreas específicas como Linguística, Ecologia, Biologia, dentre outras.</p> <p>Essas experiências realizadas levaram-no a crer que a modelagem no ensino tornava os estudantes mais motivados e interessados, descartando a constante e inquietante pergunta ‘para que serve isto?’ Diante das teorias, ele estimulava a criatividade e o espírito crítico. A partir de 1989, Barreto passou a interpretar e produzir textos literários em prosa e verso, com ênfase em letras de música. Muitos desses trabalhos ele divulgou por meio de artigos (em revistas e anais de congressos) e de eventos. Nesse ínterim, a convite do professor D’ Ambrosio, faz palestra na UNICAMP, momento em que Bassanezi teve o primeiro contato com o tema e o termo modelagem matemática.</p>
<p><b>Ubiratan D’Ambrósio</b></p>	<p>Na década de 1960, D’Ambrosio, professor e pesquisador na Brown University, em Providence, Rhode Island; na University of Rhode Island, em Kingston - Rhode Island e na State University of New York, em Búfalo- New York, tomou ciência do movimento que vinha ocorrendo nos Estados Unidos em relação ao ensino e a aprendizagem de matemática. Formava-se nessa época o Undergraduate Mathematics Application Program – UMAP que objetivava preparar módulos de aprendizagem de matemática por temas. Isto é, elegia-se um tema matemático e, então, procurava-se preparar um material de apoio didático com aplicações desse tema nas mais diversas áreas do conhecimento, com o fim de melhorar a aprendizagem matemática de alunos da Educação Superior.</p> <p>Muito embora não se denominava de modelos matemáticos, os módulos apresentavam esta abordagem. Em 1972 D’Ambrósio retorna ao Brasil para atuar na UNICAMP. Com o apoio da UNESCO e da OEA, D’Ambrosio tem a oportunidade de implantar propostas de educação matemática no Brasil semelhantes às que ocorriam em alguns países da Europa e Estados Unidos. Dentre as propostas implantadas nesse período, destacam-se duas: a produção de materiais de apoio didático na forma de módulos e a criação do 1º Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática na UNICAMP. Foram produzidos novos materiais de apoio didático sobre vários temas matemáticos, todos voltados ao Ensino Fundamental. O mestrado, projeto da OEA, teve 4 turmas, com ingressos nos anos de 1975, 1976, 1977 e 1978. Cada turma tinha em média 32 alunos. A maioria dos mestrandos era professores de Instituições de Educação Superior de diversos estados brasileiros e países das Américas do Sul e Central. O Curso tinha mais ou menos o modelo proposto na Universidade de Roskilde na Dinamarca, isto é, um modelo interdisciplinar, não linear. O modelo adotado nesse Mestrado deu origem a trabalhos em Modelagem e Etnomatemática.</p>
	<p>Na década de 1980, Rodney Carlos Bassanezi coordena um outro Curso, também com o apoio da OEA e promovido na IMECC-UNICAMP, para 30 professores de Cálculo Diferencial Integral, de diversas Instituições de Educação Superior da região sul do Brasil, com duração de uma semana. Nesse curso não havia método pré-estabelecido, ou melhor, não se pretendia fazer uso do método</p>

<p><b>Rodney Carlos Bassanezi</b></p>	<p>tradicional de ensino. Assim, em primeiro momento, após ‘bate-papo’ com os participantes, foi proposto a eles que se reunissem por 2h e apresentassem um problema que envolvesse o Cálculo Diferencial e Integral para a solução. Duas horas depois, a maioria dos problemas propostos era igual aos que se apresentava nos livros texto, sem criatividade. Esse momento foi crucial para Bassanezi propor a modelagem matemática, em particular, na resolução de problemas de biologia aplicados ao Cálculo Diferencial Integral (biomatemática).</p> <p>Em 1982, é organizado um Curso de Pós-Graduação na Universidade Estadual de Guarapuava- PR e convidados professores da UNICAMP para ministrar, dentre eles, Bassanezi como coordenador. Assim, Bassanezi propõe uma alteração no programa tradicional de pós-graduação, que é aceita pelos participantes: fazer uma visita a empresas da cidade e, a partir do primeiro contato com as questões da realidade, levantar problemas de interesse para serem investigados. Assim, questões relativas às abelhas, ao chimarrão, a fabricação de papel, a suinocultura, dentre outras, impulsionaram a realização do 1o Curso de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e, por consequência, a realização de dezenas de outros Cursos sob a coordenação de Bassanezi nas mais diversas instituições de Educação Superior do Brasil. Atualmente, ele contabiliza dezenas e dezenas destes cursos de pós-graduação e de formação continuada e palestras, em várias cidades de todas as regiões brasileiras, promovidos por Instituições de Ensino ou Secretarias Estaduais e Municipais de Educação.</p> <p>Os cursos realizados e as orientações de alunos de iniciação científica e de pós-graduação lato e stricto sensu, ao longo dos anos, levaram Bassanezi a (re)orientar o método, as estratégias, os instrumentos e a própria pesquisa, passando a atuar mais na Matemática Aplicada, em particular, na linha de pesquisa em biomatemática. Parte deste trabalho encontra-se no último livro que publicou - Modelagem no Ensino Aprendizagem (2002) que tem sido adotado em vários programas de graduação e pós-graduação no país.</p>
---------------------------------------	---

Fonte: <https://www.furb.br/cremm/portugues/cremm.php?secao=Precursos>

## **CICLOS OU ETAPAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA**

A modelagem matemática é considerada um processo cíclico, dividido em etapas, fases ou estágios, em que se desenvolve uma atividade de modelagem. A correspondência entre essas etapas é chamada de ciclos de modelagem (ALMEIDA; SILVA, 2021).

Os ciclos da modelagem matemática estão relacionados ao processo de desenvolvimento das atividades de modelagem, indicando o que os alunos farão a cada etapa do processo de construção do modelo matemático (ALMEIDA; SILVA, 2015). Nessa perspectiva, para Almeida e Silva (2021, p. 5) “a finalidade do ciclo associa-se então à intenção de apresentar uma versão idealizada do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática no sentido de caracterizar um encaminhamento padrão para essas atividades”.

Ainda segundo Almeida e Silva (2021, p. 5) a estruturação dos ciclos de modelagem destaca que as ações dos modeladores não são lineares, ou seja, não seguem uma determinada linha, pois são recorrentes e relevantes as idas e vindas na atividade de modelagem.

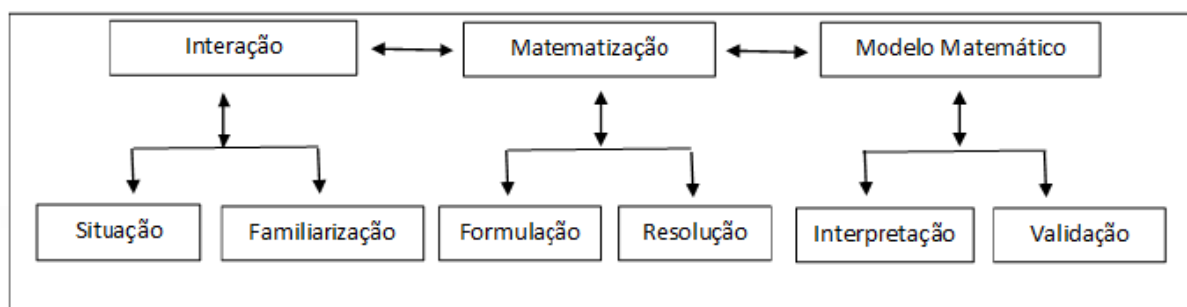
Contudo, conforme Lima e Araújo (2021) ainda existe nas literaturas muitos debates sobre as formas de como deve ser desenvolvida uma atividade de modelagem,

pois muitos autores trazem diferentes concepções a respeito das etapas do processo de modelagem. Júnior (2005, p. 31-32) reforça essa questão dizendo que existe um consenso em relação a ideia da modelagem matemática que é transformar situações problemas em modelos matemáticos, porém, em relação as formas de condução das atividades de modelagem para o processo de ensino e aprendizagem ainda levantam muitas divergências. Para ele há diversas perspectivas da utilização da modelagem matemática na educação matemática.

A seguir destacamos os ciclos ou etapas da modelagem baseados nas concepções Biembengut (1999), Bassanezi (2002) e Almeida e Silva (2012).

A figura a seguir mostra o ciclo da Modelagem Matemática segundo Biembengut (1999).

**Figura 1: Ciclo de modelagem apresentado em Biembengut (1999)**



Fonte: Biembengut (1999, p 23 apud ALMEIDA; SILVA, 2015, p. 216)

**Quadro 2. Etapas da modelagem matemática elaborado de acordo com a visão de Biembengut e Hein (2000)**

Etapas	Subetapas	Caracterização da etapa
1. <b>Interação com o assunto</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecimento da situação problema;</li> <li>• Familiarização com o assunto a ser modelado.</li> </ul>	Fase preliminar em que ocorre o envolvimento com o tema a ser estudado/problematizado. Nessa etapa a situação a ser estudada será delineada, e, para torná-la mais clara deverá ser feita uma pesquisa sobre o assunto escolhido através de livros, jornais, revistas especializadas e de dados obtidos junto a especialistas da área.
2. <b>Matematização</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formulação do problema;</li> <li>• Resolução do problema em termos do modelo.</li> </ul>	Etapa complexa e “desafiante”, pois é nessa fase que se faz a “tradução” da situação-problema para a linguagem matemática ( <i>formulação do problema</i> ), a partir da hipótese de que é fundamental no processo, pois permite identificar constantes envolvidas, generalizar e

		selecionar variáveis para descrever as relações em termos matemáticos. Elaborado o problema matemático, passa-se à sua análise com o “ferramental” matemático disponível, sempre buscando aproximações, que seria a resolução do problema em termos matemáticos.
3. <b>Modelo Matemático</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretação da solução;</li> <li>• Verificação ou validação.</li> </ul>	Para a conclusão e utilização do modelo, nessa fase ocorre uma testagem ou validação do modelo obtido para verificar em que nível este se aproxima da situação-problema. Assim, sua interpretação deve ser feita através de análise das implicações da solução, derivada do modelo que está sendo investigado, para então, verificar-se sua adequabilidade, retornando à situação problema investigado e avaliando o grau de confiabilidade.

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos textos de Machado Júnior (2005, p.28-29) e Klüber; Burak (2008, p.24)

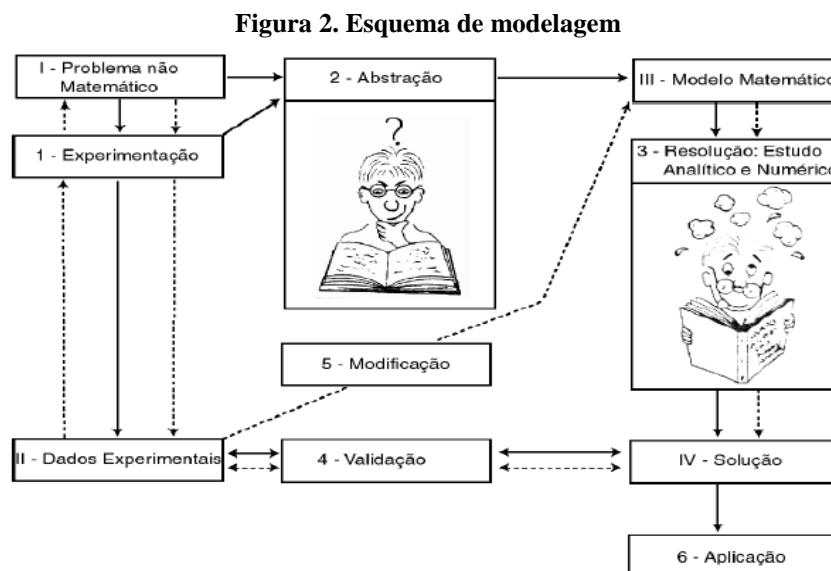
De acordo com Klüber e Burak (2008, p.24) a proposição apresentada nesse modelo são contrárias aos ideais das tendências em educação matemática, visto que, seus pressupostos estão relacionados a matematização da matemática aplicada. Segundo eles, a essência da modelagem matemática apresentada no quadro tem origem nas ciências naturais, em que o objetivo dos pesquisadores é modelar situações empíricas, a fim de explicar fenômenos mensuráveis. Porém ressaltam que não significa que isso seja ruim, contudo, é preciso deixar claro as finalidades da modelagem na educação matemática e na matemática aplicada.

A modelagem na escola não deve ter os mesmos parâmetros da modelagem experimental; nesta, os pesquisadores possuem um grande ferramental matemático para a resolução dos mais diferentes problemas. Os problemas que surgem na escola nem sempre ensejam problemas que possam ser modelados com a mesma intensidade das ciências naturais ou modelados matematicamente no sentido literal, muitas vezes, os primeiros problemas requerem interpretações bem mais simples, contudo, não menos significativas, pois essas podem conferir um outro significado e ordem aos conteúdos programáticos do currículo (KLÜBER; BURAK, 2008, p.25).

No pensamento desses autores a Modelagem em sala de aula deve ser mais simples e deve ser realizado em consonância com os conteúdos que estão sendo estudados, possibilitando uma aprendizagem mais interessante aos alunos. Klüber e Burak (2008, p.25) ainda destacam que nesse viés, o professor já “sabe” onde tem de chegar, e isso não permite o surgimento de muitos desafios, nem para ele, nem para os alunos. Esses autores enfatizam ainda, que os níveis de ensino devem ser considerados para alcance dessa

proposta, uma vez que, parece ser voltado mais para o ensino superior, onde os alunos teriam menos dificuldades de desenvolver os modelos matemáticos propostos nessa linha.

A figura abaixo mostra um esquema de modelagem de acordo com a concepção de Bassanezi (2002, p.27).



Fonte: Bassanezi (2002, p.27).

Nesse esquema segundo Bassanezi (2002, p.27) “as setas contínuas indicam a primeira aproximação. A busca de uma modelo matemático que melhor descreva o problema estudado torna o processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas”.

O quadro a seguir descreve as etapas do processo de modelagem na visão de Bassanezi (2002).

**Quadro 3. Etapas da modelagem matemática elaborado de acordo com Bassanezi (2002, p 27-30)**

<b>Etapas</b>	<b>Caracterização da etapa</b>
<b>1. Experimentação</b>	É uma atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados. Os métodos experimentais, quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e objetivo da pesquisa.
<b>2. Abstração</b>	É o procedimento que deve levar à formulação dos Modelos Matemáticos. Nesta fase procura-se estabelecer: Seleção das variáveis; Problematização ou formulação aos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando; Formulação de hipóteses; Simplificação.
<b>3. Resolução</b>	O modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente – e como num dicionário, a linguagem matemática admite “sinônimos” que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural.

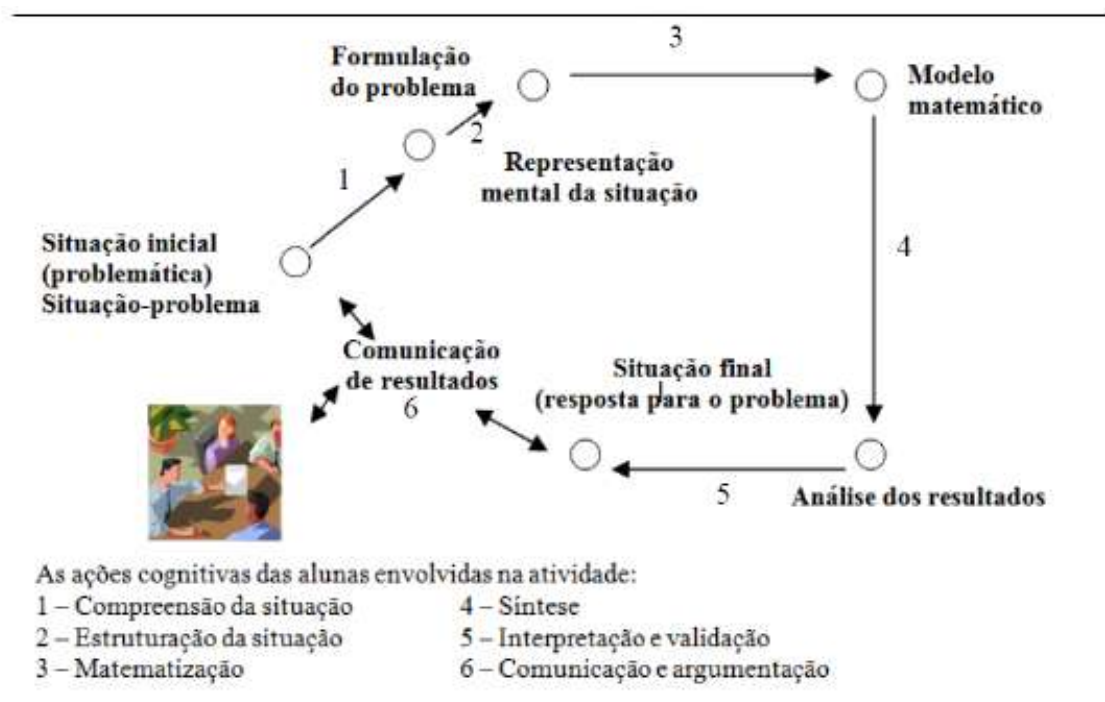
<b>4. Validação</b>	É o processo de aceitação ou não do modelo proposto – Nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real – O grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para sua validação.
<b>5. Modificação</b>	Alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação dos modelos. Quando os modelos são obtidos considerando simplificações e idealizações da realidade, suas soluções geralmente não conduzem as previsões corretas e definitivas. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado, e agora poderíamos dizer que um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos. A reformulação de modelos é uma das partes fundamentais do processo de modelagem.

Fonte: Elaborado pelos autores a partir do texto de Bassanezi (2002, p 27-30)

Segundo Almeida e Silva (2015, p.215) embora Bassanezi não se refira à matematização, pode se admitir que ele indica nas etapas denominadas de experimentação e abstração o ato de matematizar apresentado por outros autores.

A próxima figura representa um ciclo de modelagem matemática na visão de Almeida e Silva (2012).

Figura 3. Etapas da modelagem matemática e as ações cognitivas dos alunos conforme Almeida e Silva (2012)



Fonte: Almeida e Silva (2012, p. 630)

No esquema de Almeida e Silva (2012), as etapas da modelagem foram organizadas de acordo com as ações cognitivas dos alunos. Assim nesse esquema, a primeira etapa é a de **compreensão da situação**, onde é apresentado a situação problema aos alunos e eles tentarão compreender a situação, podendo representá-la mentalmente, feito isso, passarão para a segunda etapa que é a **estruturação da situação**, que resultará na formulação do problema, a partir de então, iniciará a terceira etapa chamada de **matematização**, na qual os alunos tentarão obter o modelo matemático da situação. Na quarta etapa que denominada **síntese**, é apresentado o modelo obtido, que posteriormente é analisado, chegando à etapa da **interpretação e validação** dos resultados obtidos, em que se verificará se o modelo obtido é resposta para o problema. Nesse momento começa a sexta e última etapa denominada de **comunicação e argumentação**, em que os alunos voltarão a situação-problema e apresentarão as justificativas que fizeram chegar ao modelo obtido.

Conforme foi exposto acima não existe um ciclo pré-determinado no processo de Modelagem Matemática, pois dependerá da visão do professor que realizará a atividade com Modelagem. Diante disto, sabemos que a atividade com Modelagem tem suas vantagens, mas também, possui obstáculos. Assim no próximo tópico apresentamos as vantagens e os obstáculos do uso da Modelagem Matemática na sala de aula.

## **VANTAGENS E OBSTÁCULOS DO USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA**

“A utilização da Modelagem Matemática como ferramenta de ensino da Matemática vem de encontro com as expectativas de professores que pretendem trabalhar algo diferente em sala de aula” (RENZ JÚNIOR, 2015, p. 31). Nesse sentido, Noronha, Pereira e Alves (2017) destacam que a modelagem matemática tem se tornado uma excelente metodologia de ensino, visto que, vincula a matemática da escola com a do dia a dia dos alunos.

No entanto, Barbosa (2001) afirma que de acordo com alguns estudos muitos professores ainda possuem receio de utilizar a modelagem no ensino. Diante dessa situação, é importante destacar as vantagens e desvantagens do uso da modelagem matemática na sala de aula.

Silveira e Caldeira (2012) fizeram um levantamento em algumas teses e dissertações sobre Modelagem produzidas no Brasil para verificar a resistência e os obstáculos apresentados por professores quanto ao uso da modelagem em sala de aula.



De acordo com o trabalho desses autores os obstáculos apresentados pelos professores foram:

- Maior exigência do professor na preparação e no momento da aula;
- Insegurança diante do novo;
- Não acompanhamento de um profissional mais experiente e que tenha domínio da modelagem matemática;
- Grande quantidade de alunos por turma;
- Não colaboração da parte administrativa da escola;
- Estrutura da escola;
- Objetivos diferentes dos objetivos da instituição;
- Preocupação em cumprir o conteúdo;
- Sequência de conteúdos diferente da sequência lógica;
- Falta de tempo ou preocupação com gasto excessivo do tempo;
- Preocupação com o processo de construção do conhecimento;
- Reação dos alunos;
- Indisposição e cansaço;
- Os alunos não gostam do novo método;
- Reação dos pais e ausência de colaboração por parte deles.

Para Renz Júnior (2015) mesmo que o professor tenha que cumprir o currículo, ele precisa ser flexível para incluir metodologias que possam favorecer o processo de aprendizagem significativa do aluno e a interdisciplinaridade. Para ele, mesmo que gaste tempo, o ensino com modelagem contribui para fixação dos conteúdos estudados em sala de aula. Em relação ao desenvolvimento da atividade de modelagem esse autor enfatiza que:

O aluno, ao primeiro momento, sentirá dificuldade em trabalhar com o novo, mas isto não deve servir de empecilho para o uso desta técnica, uma vez que, ao se ter experiência com a aplicação, barreiras serão vencidas. A escolha do tema e a falta de conhecimento para aplicação desta metodologia de ensino podem ser superadas com dedicação e compromisso por uma educação de qualidade, uma vez que as vantagens oferecidas para o aprendizado do aluno superam todos os obstáculos apresentados (RENZ JÚNIOR, 2015, p.32).

A seguir apresentamos algumas vantagens do uso da modelagem conforme a visão de Pedroso (1997, apud MOREIRA; MAGINA, 2013, p. 10). As quais são:

- Desperta maior motivação nos alunos para o aprendizado, atribuindo significado para o ensino da matemática;

<b>TIPO</b>	<b>AUTORES/ANO</b>	<b>TÍTULO</b>	<b>DESCRIÇÃO</b>
Produto Educacional	Joice Caroline Sander Pierobon Gomes (2018).	Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Algumas Possibilidades.	Nesse trabalho a autora apresenta um caderno de atividades que pode ser usado como apoio para desenvolvimento de uma prática pedagógica com o uso da Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.
Dissertação	Manassés da Silva Batista (2020).	Princípio fundamental da contagem e modelagem matemática nos anos finais do ensino fundamental.	O autor desenvolve uma prática com o uso de Projetos, onde cria um Ambiente de Aprendizagem de Modelagem Matemática voltado para os Princípios Fundamentais de Contagem com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.
Monografia	Zenaide Geraldi De Almeida Faedo (2014).	Modelagem Matemática: estratégia de ensino na aprendizagem de fração. estudo de caso: beneficiários do programa bolsa família.	A pesquisa é fundamentada nos conceitos da modelagem matemática como estratégia metodológica para o ensino de frações, a partir do estudo de caso dos beneficiários do bolsa família, desenvolvida com alunos do 4º ano do ensino fundamental.
Artigo	Cristiano de Lima Pedra; Jaqueline Vitorino Domingos e Antônio Sales (2019).	A Modelagem Matemática no ensino fundamental: contribuições de livros didáticos.	O autor analisa dois livros didáticos sobre o estudo de equações do 1º grau na perspectiva da Modelagem Matemática.
Dissertação	Cristina Maria Brucki (2011).	O uso de Modelagem Matemática no ensino de função exponencial.	O autor apresenta uma atividade de Modelagem para o ensino de função exponencial e a relação do modelo algébrico de função exponencial com o modelo do termo geral da progressão geométrica, desenvolvida com alunos do 1º ano do ensino médio.
Artigo de TCC	Otávio Bitencourt Bitencourt (2017)	O uso da modelagem matemática como recurso pedagógico no ensino de área de figuras espaciais.	O autor realiza oficinas de Modelagem para ensinar área de figuras espaciais com alunos do 2º ano do ensino médio.
Tese	Bárbara Cândido Braz (2017)	Aprendizagens sobre modelagem matemática em uma comunidade de prática de futuros professores de matemática.	Neste trabalho a autora realiza uma investigação ao participar do desenvolvimento de uma disciplina de Modelagem Matemática ao decorrer de um ano letivo em uma Universidade Pública do Paraná, onde analisou o Estudo da Modelagem por meio de atividades, as discussões de textos sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática realizadas em sala de aula, a prática pedagógica de Modelagem, os processos de negociação de significados sobre a Modelagem Matemática etc.
Dissertação	Roberto Antônio Cordeiro Prata (2016)	A interpolação de Lagrange: uma proposta ao Ensino Médio para a Modelagem Matemática de Polinômios.	Neste trabalho o autor apresenta como proposta de ensino da Interpolação de Lagrange no ensino médio, estratégias de complementação de algumas situações-problemas modelada no que diz respeito à análise de tendências e

			previsão de resultados de um experimento.
Dissertação	Douglas Daniel (2016)	Modelagem por Polinômios no Ensino Médio.	Neste trabalho o autor apresenta duas abordagens de modelagem por polinômios com alunos do ensino médio, cada uma relacionada à uma aplicação e envolvendo o uso de recursos computacionais. A primeira tem relação com as disciplinas de física e química. Trata-se da construção de um foguete (aeromodelo), seu lançamento e a modelagem de sua trajetória através de uma função polinomial de segundo grau. A segunda é a modelagem no computador de uma superfície de revolução através do estudo de polinômios e matrizes de rotação.
Dissertação	Claudio Fernandes Vasconcelos (2016)	Modelagem Matemática no Ensino Médio por Meio de Sequências e Séries Numéricas.	Neste trabalho o autor discorre a respeito da modelagem matemática como metodologia de ensino e pesquisa. Apresenta resultados da teoria de sequências e séries numéricas e desenvolve algumas propostas pedagógicas utilizando a modelagem matemática juntamente com a teoria de sequências e séries numéricas.

- Os alunos desenvolvem de habilidades como, hábito de pesquisa, capacidade de levantar hipóteses, selecionar dados e posteriormente adequá-los às suas necessidades;
- O professor evolui intelectualmente através da troca de experiências com os alunos e o meio social;
- O professor se caracteriza como orientador/pesquisador;
- Possibilidade da desfragmentação dos currículos matemáticos tradicionais pela introdução do estudo temático, sugerindo a possibilidade do currículo transdisciplinar;
- Propicia interação com as outras ciências, acarretando um processo formativo, muito mais abrangente do que podemos esperar pelos currículos tradicionais.

Assim verifica-se que embora haja obstáculos para utilização da modelagem matemática em sala de aula, eles devem ser superados, prevalecendo os pontos positivos e as vantagens do uso dessa estratégia de ensino em sala de aula.

### **ALGUNS TRABALHOS DESENVOLVIDOS SOBRE MODELAGEM**

Muitos trabalhos e pesquisas vem sendo feitos com a finalidade de mostrar a utilidade da Modelagem Matemática para a sala de aula, os quais, apresentam resultados que demonstram que a Modelagem Matemática se constitui uma boa alternativa de ensino para sala de aula.

Nesse sentido, fizemos um levantamento, listando no quadro a seguir 10 trabalhos realizados com base no uso da Modelagem com metodologia de ensino para a sala de aula.

#### **Quadro 4. Trabalhos na área de Modelagem Matemática**

**Fonte: levantamento feito pelos autores com auxílio do google e google acadêmico.**

Os trabalhos citados neste quadro são exemplos de aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula e um trabalho trata sobre como ela é apresentada em sala de aula a futuros professores.

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Neste artigo discorremos sobre a Modelagem Matemática, concepções, desenvolvimento na história, seu uso em sala de aula como metodologia de ensino, destacando como deve ser desenvolvido o processo de uma atividade de Modelagem Matemática na sala de aula, bem como as vantagens do seu uso e obstáculos que dificultam a utilização dessa estratégia de ensino e citamos como exemplo e fonte para consulta, alguns trabalhos que foram feitos com base nessa Tendência Pedagógica.

A finalidade foi apresentar a Modelagem Matemática como alternativa para o ensino de Matemática capaz de transformar a prática didática desenvolvida em sala de aula. E conforme o que foi discorrido no texto do trabalho, percebemos que o uso da Modelagem Matemática em sala de aula vem crescendo significativamente e tem se tornado uma boa opção metodológica para as aulas de Matemática.

Portanto, a Modelagem Matemática se constitui como mais uma alternativa de ensino diferente da tradicional, que pode conduzir o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, de modo a alcançar melhores resultados. Mas para que isso aconteça, é preciso que os professores que queiram transformar sua prática didática, buscando conhecer a Modelagem Matemática, a fim de aplicá-la em sala de aula, de modo que, o processo de ensino e aprendizagem de Matemática seja interessante e significativo para os alunos.

### **Referências**

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Heloísa Cristina da. A Matematização em Atividades de Modelagem Matemática. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 8, n. 3, p. 207-227, 26 nov. 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/issue/view/2327>. Acesso em: 18 abr. 2021.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. Ciclo de modelagem matemática interpretado à luz de estratégias heurísticas dos alunos. **Rencima**: Revista de ensino de ciências e matemática, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-27, 01 mar. 2021. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/>. Acesso em: 18 abr. 2021.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ALMEIDA, SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre os modos de inferência. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 18, n. 3, p. 623-642, 2012. Disponível em: <https://www.fc.unesp.br/>. Acesso em: 23 abr. 2021.

ALMEIDA, Vânia Horner de. A interconexão das tendências da educação matemática. **Coinspiração**: Revista de Professores que ensinam Matemática, Barra do Bugres, v. 1, n. 2, p. 1-15, jul. 2018. Disponível em: <https://sbemmatogrosso.com.br>. Acesso em: 03 maio 2021.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**: Boletim de educação matemática, Rio Claro, v. 14, n. 15, p. 5-23, fev. 2001. Disponível em: [www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br](http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br). Acesso em: 26 abr. 2021.

BASSANEZI, Rodnei Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. Editora Contexto, São Paulo 2002. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/256007243>. Acesso em: 21 abr. 2021.

BIEMBENGUT, Maria Salett. ICTMA: história das ideias e ideias da história. In: Conferência Interamericana de Educación Matemática, 14., 2015, Tuxtla Gutiérrez. **Anais [...]**. Tuxtla Gutiérrez, México: Ciaem-Iacme, 2015. p. 1-9. Disponível em: <https://funes.uniandes.edu.com>. Acesso em: 27 mar. 2021.

BORGES, Leila Bernardes. **Modelagem Matemática no Ensino de Trigonometria**. 2020. 156 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2020. Disponível em: <https://repositorio.bc.ufg.br>. Acesso em: 27 mar. 2021.

FERREIRA, Gessé Pereira; SILVEIRA, Alexis; SILVA, Leonardo Andrade da. A modelagem matemática ao longo da história e o surgimento da modelação matemática no Brasil. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais [...]**. Curitiba: Sbem, 2013. p. 1-16. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/>. Acesso em: 22 mar. 2021.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Emp**: Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/>. Acesso em: 20 abr. 2021.

LIMA, Fernando Henrique de; ARAÚJO, Jussara de Loiola. Em direção a uma caracterização da intervenção docente: ações de um professor em uma prática de modelagem matemática. **Rencima**: Revista de ensino de ciências e matemática, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-25, 01 mar. 2021. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/>. Acesso em: 20 abr. 2021.

MACHADO JÚNIOR, Arthur Gonçalves. **Modelagem matemática no ensino-aprendizagem: ação e resultados**. 2005. 146 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação em Ciências e Matemáticas, Núcleo Pedagógico de Apoio Ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Maranhão, Belém, 2005. Disponível em: <http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/1780>. Acesso em: 23 abr. 2021.

MAGNUS, Maria. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: história em movimento**. 2018. 227 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle>. Acesso em: 27 mar. 2021.

MOREIRA, Francis Miller Barbosa; MAGINA, Sandra Maria Pinto. Modelagem matemática como estratégia de ensino aprendizagem da matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais [...]**. Curitiba: Sbem, 2013. p. 1-14. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais>. Acesso em: 26 abr. 2021.

NORONHA, Claudianny Amorim; PEREIRA, Ducival Carvalho; ALVES, Fábio José da Costa. MODELAGEM MATEMÁTICA E SUAS POSSIBILIDADES. **Cocar**: Revista de pós-graduação em educação, Belém, n. 3, p. 187-206, 03 jul. 2017. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/>. Acesso em: 26 abr. 2021.

RENZ JÚNIOR, Herton. **A Importância da Modelagem Matemática no Ensino-Aprendizagem**. 2015. 62 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2015. Disponível em: <https://repositorio.bc.ufg.br/>. Acesso em: 26 abr. 2021.

SANTOS, João Dimas Saraiva dos; SANTOS, Douglas Borreio Maciel dos. Modelagem Matemática: a articulação da matemática e da música no ensino de progressão geométrica. **Emd**: Ensino de Matemática em Debate, São Paulo, v. 1, n. 3, p. 1-13, ago. 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/>. Acesso em: 27 mar. 2021.

SILVEIRA, Everaldo; CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem na Sala de Aula: resistências e obstáculos. **Bolema**: Boletim de educação matemática, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 1021-1047, ago. 2012. Disponível em: [www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br](http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br). Acesso em: 26 abr. 2021.

**Diálogos sobre a Área de Matemática na perspectiva do currículo do Ensino  
Médio do Estado do Pará**

Prof. Dr. Carlos Alberto de Miranda Pinheiro (UEPA)

prof. Dr. Natanael Freitas Cabral( UEPA)

Prof. Dr. Flávio Mesquita ( IFPA/ SEDUC

**Palestra: Contribuições da Teoria dos Campos Semânticos de Romulo Lins para a Educação Matemática**

Dr. Antônio José Lopes (Bigode





