

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado em Educação
Curso de Mestrado em Educação



Lorena Arero Albuquerque Monteiro

**O ensino de Sistema de Numeração Decimal,
problemas aditivos e multiplicativos no 5º ano por
meio de atividades experimentais**

Belém-PA

2023



Lorena Arero Albuquerque Monteiro

O ensino de Sistema de Numeração Decimal, problemas aditivos e multiplicativos no 5º ano por meio de atividades experimentais

Trabalho apresentado ao programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará como exigência parcial para obtenção de título de Mestre em Educação.

Linha: Formação de Professores e Práticas Pedagógicas.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Belém-PA

2023

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Monteiro, Lorena Arero Albuquerque

O ensino de sistema de numeração decimal, problemas aditivos e multiplicativos no 5º ano por meio de atividades experimentais / Lorena Arero Albuquerque Monteiro; orientador Pedro Franco de Sá. – Belém, 2023.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-graduação em Educação. Belém. 2023.

1. Matemática-Problemas, questões, exercícios. 2. Sistema decimal. 3. Atividades experimentais. I. Sá, Pedro Franco de (orient.) II. Título.

CDD. 23º ed. 510.7

Regina Coeli A. Ribeiro – CRB-2/739

Lorena Arero Albuquerque Monteiro

O ensino de Sistema de Numeração Decimal, problemas aditivos e multiplicativos no 5º ano por meio de atividades experimentais

Trabalho apresentado ao programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará como exigência parcial para obtenção de título de Mestre em Educação.

Linha: Formação de Professores e Práticas Pedagógicas.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Data da Avaliação: ___/___/_____

Banca Examinadora:

_____ Orientador

Prof. Pedro Franco de Sá

Doutor em Educação - Universidade do Estado do Pará

_____ Membro externo

Prof. Claudianny Amorim Noronha

Doutora em Educação - Universidade Federal de Rio Grande do Norte.

_____ Membro interno

Prof. Rosineide de Sousa Jucá

Doutora em Educação, Ciências e Matemática - Universidade do Estado do Pará.

À minha mãe (*in memoriam*) e ao meu pai pela minha educação, pelo exemplo de caráter e por todo incentivo que sempre deram à minha vida acadêmica e profissional. À minha avó (*in memoriam*) por ter proporcionado os meus estudos. Ao meu esposo por toda compreensão e auxílios em todas as fases. À minha filha por aceitar os momentos distantes e à minha irmã pela parceria e apoio.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela força e luz em todos os momentos, em especial, naqueles em que acreditei não conseguir.

Aos meus familiares, principalmente meu pai, minha mãe (*in memoriam*) e minha irmã, por acreditarem em mim.

Ao meu esposo por todo o companheirismo e incentivo em cada fase desse projeto.

À minha filha, pelas vezes em que compreendeu minha ausência.

À Universidade do Estado do Pará pela oportunidade de cursar o Mestrado em Educação, a todos os professores e demais funcionários pelas orientações e atendimento sempre que necessário.

Ao meu orientador, professor doutor Pedro Franco de Sá, por todas as orientações, dúvidas sanadas e parceria durante a construção desse trabalho, sempre com muita dedicação e paciência.

Aos membros da banca examinadora, professora doutora Claudianny Amorim Noronha e professora doutora Rosineide de Sousa Jucá, pelas contribuições no texto de qualificação, fundamentais para o curso da pesquisa e para o do desenvolvimento do texto final.

À Secretaria de Estado de Educação do Pará (SEDUC) por me conceder Licença Aprimoramento, fato que proporcionou tempo para os estudos necessários.

À Secretaria Municipal de Educação de Belém (SEMEC) e a escola *Iócus* da pesquisa, por permitirem a realização do experimento relatado nesse trabalho.

À Secretaria do Programa de Pós-graduação em Educação (PPGED) da Universidade do Estado do Pará, especialmente aos servidores Jorge Farias de Figueiredo, Carlos Campelo e Raquel Victória Rodrigues da Silva, pela solicitude e por todo auxílio prestado nos diversos momentos solicitados.

“O professor não ensina, mas arranja modos de a própria criança descobrir” (Jean Piaget).

Resumo

MONTEIRO, Lorena Arero Albuquerque. **O ensino de Sistema de Numeração Decimal e de problemas aditivos e multiplicativos no 5º ano por meio de atividades experimentais**. 2023. 228f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023.

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa sobre o ensino de Sistema de Numeração Decimal, problemas aditivos e problemas multiplicativos com números naturais, que objetivou analisar os possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino por atividades experimentais do Sistema de Numeração Decimal e dos problemas aditivos e multiplicativos aos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. O problema norteador deste estudo foi: Quais os possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino por atividades experimentais de Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos e multiplicativos aos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental? O trabalho teve como método de pesquisa a Engenharia Didática. A Experimentação ocorreu em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola da SEMEC – Belém com 31 estudantes e correspondeu à aplicação da Sequência Didática. Concluiu-se que a sequência didática aplicada alcançou os seguintes efeitos: no Sistema de Numeração Decimal, os alunos apresentaram avanços na leitura e na escrita dos numerais; nos problemas aditivos e nos problemas multiplicativos, os discentes obtiveram melhoria de desempenhos nos testes, especialmente relativa à escolha da operação, com destaque para a segunda etapa, onde houve um salto no rendimento da maioria dos estudantes; ademais, os estudantes demonstraram enriquecimento na precisão das conclusões formuladas e aumento de protagonismo e interesse nas aulas. Contudo, essa pesquisa encontrou algumas limitações, referentes às composições e decomposições numéricas e ao uso dos algoritmos, que apresentaram resultados menos exitosos, dando indícios da necessidade de estudos futuros relativos a esses domínios.

Palavras-chave: Engenharia Didática; Ensino de matemática por atividades experimentais; Resolução de problemas; Sistema numeração decimal; Problemas aditivos e multiplicativos.

Abstract

MONTEIRO, Lorena Arero Albuquerque. **Theaching the Decimal Number System and additive and multiplicative problems in the 5th year through experimental activities**. 2023. 228f. Dissertation (Master's in Education) – State University of Pará, Belém, 2023.

This work presents the results of a research on the teaching of Decimal Numeral System, additive problems and multiplicative problems with natural numbers, which aimed to analyze the possible effects of the application of a didactic sequence for teaching by experimental activities of the Decimal Numeral System and the additive and multiplicative problems to students of the 5th year of Elementary School. The guiding problem of this study was: What are the possible effects of the application of a didactic sequence for teaching by experimental activities of Decimal Numbering System and additive and multiplicative problems to students of the 5th year of Elementary School? The research method of the work was Didactic Engineering. The Experimentation took place in a 5th grade class of Elementary School of a SEMEC – Belém school with 31 students and corresponded to the application of the Didactic Sequence. It was concluded that the didactic sequence applied achieved the following effects: in the Decimal Numbering System, the students showed advances in reading and writing numerals; In the additive and multiplicative problems, the students obtained an improvement in their performance in the tests, especially in relation to the choice of the operation, with emphasis on the second stage, where there was a jump in the performance of the majority of the students; In addition, the students showed enrichment in the accuracy of the conclusions formulated and an increase in protagonism and interest in the classes. However, this research found some limitations, related to numerical compositions and decompositions and the use of algorithms, which presented less successful results, indicating the need for future studies related to these domains.

Keywords: Didactic Engineering; Teaching through experimental activities; Problem solving; Decimal numbering system; Additive and multiplicative problems.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Primeira categoria aditiva.....	48
Figura 2 – Segunda categoria aditiva.....	49
Figura 3 – Segunda categoria aditiva.....	49
Figura 4 – Terceira categoria aditiva.....	49
Figura 5 – Quarta categoria aditiva.....	49
Figura 6 – Quinta categoria aditiva.....	50
Figura 7 – Sexta categoria aditiva.....	50
Figura 8 – Sexta categoria aditiva.....	50
Figura 9 – Erros de Representação 1 e 2 no pré-teste: aluna A2.....	148
Figura 10 – Erro de Representação 3 no pós-teste: aluno A13.....	149
Figura 11 – Erro de Representação 4 no pré-teste: aluno A16.....	149
Figura 12 - Erro de Representação 4 no pós-teste: aluno A16.....	150
Figura 13 – Resposta sem Erro de Escrita 1 no pré-teste: aluna A19.....	150
Figura 14 – Erro de Escrita 1 no pós-teste: aluna A19.....	150
Figura 15 – Erro de Escrita 2 no pré-teste: aluna A3.....	151
Figura 16 – Erro de Escrita 2 no pós-teste: aluna A3.....	151
Figura 17 – Erro de Escrita 3 no pós-teste: aluno A29.....	151
Figura 18 – Erro de Escrita 4 no pós-teste: aluna A30.....	152
Figura 19 – Erro de Composição 2 no pré-teste: aluno A29.....	152
Figura 20 – Erro de Composição 2 no pós-teste: aluna A1.....	152
Figura 21 – Erro de Composição 4 no pré-teste: aluna A19.....	153
Figura 22 – Erro de Composição 4 no pós-teste: aluna A19.....	153
Figura 23 – Erro de Composição 1 no pré-teste: aluna A30.....	153
Figura 24 – Erro de Composição 1 no pós-teste: aluna A22.....	153
Figura 25 – Erro de Composição 3 no pré-teste: aluno A15.....	154
Figura 26 – Erro de Composição 3 no pós-teste: aluna A1.....	154
Figura 27 – Erro de Composição 5 no pré-teste: aluna A20.....	154
Figura 28 – Erro de Composição 5 no pós-teste: aluna A9.....	154
Figura 29 – Erro de Decomposição 1 no pós-teste: aluna A1.....	155
Figura 30 – Erro de Decomposição 2 no pré-teste: aluno A29.....	155
Figura 31 – Erro de Decomposição 2 no pós-teste: aluna A2.....	155

Figura 32 – Erro de Decomposição 3 no pré-teste: aluno A17.....	156
Figura 33 – Erro de Decomposição 3 no pré-teste: aluno A15.....	156
Figura 34 – Erro de Decomposição 3 no pós-teste: aluno A15	156
Figura 35 – Erro de Decomposição 3 no pós-teste: aluna A18	156
Figura 36 – Erro de Interpretação no pré-teste: aluno A14	157
Figura 37 – Erro de Interpretação no pós-teste: aluna A19.....	157
Figura 38 – Erro de Registro no pré-teste: aluna A30	168
Figura 39 – Erro de Registro no pós-teste: aluno A15	168
Figura 40 – Erro de Armação: alunos A15 (pré-teste) e A1 (pós-teste)	168
Figura 41 – Erro de Cálculo 1 no pré-teste: aluno A8	169
Figura 42 – Erro de Cálculo 1 no pós-teste: aluna A1	169
Figura 43 – Erro de Cálculo 2: alunas A3 (pré-teste) e A9 (pós-teste).....	170
Figura 44 – Erro de Cálculo 3 no pré-teste: aluno A7	171
Figura 45 – Erro de Cálculo 3 no pós-teste: aluna A30.....	171
Figura 46 – Erro de Cálculo 4 no pós-teste: aluna A1	172
Figura 47 – Erro de Cálculo 5 no pré-teste: aluno A17	172
Figura 48 – Erro de Cálculo 5 no pós-teste: aluna A3.....	172
Figura 49 – Erro de Cálculo 6 no pré-teste: aluna A2	173
Figura 50 – Erro de Cálculo 6 no pós-teste: aluno A24.....	173
Figura 51 – Erro de Cálculo 7 no pós-teste: aluna A1	174
Figura 52 – Erro de Cálculo 8 no pós-teste: aluno A14.....	174
Figura 53 – Erro na escolha da operação e no algoritmo: teste II	175
Figura 54 – Erro na escolha da operação: teste II.....	175
Figura 55 – Exemplo de questão em branco (Q.2) no pré-teste: aluna A1	186
Figura 56 – Exemplo da questão 2 (Q.2) com erro no pós-teste: aluna A1.....	186
Figura 57 – Exemplo de questão em branco (Q.3) no pré-teste: aluno A8	187
Figura 58 – Exemplo da questão 3 (Q.3) com erro no pós-teste: aluno A8.....	187
Figura 59 – Erro de Registro no pré-teste multiplicativo: aluna A20.....	187
Figura 60 – Erro de Registro no pré-teste multiplicativo: aluno A23.....	188
Figura 61 – Erro de Cálculo 1 no pré-teste multiplicativo: aluna A6	188
Figura 62 – Erro de Cálculo 1 no pré-teste multiplicativo: aluna A1	189
Figura 63 – Erro de Cálculo 1 no pós-teste multiplicativo: aluno A24	189
Figura 64 – Erro de Cálculo 1 no pós-teste multiplicativo: aluno A25	190
Figura 65 – Erro de Cálculo 2 no pré-teste multiplicativo: aluna A9	190

Figura 66 – Erro de Cálculo 2 no pós-teste multiplicativo: aluno A29	191
Figura 67 – Erro de Cálculo 2 no pós-teste multiplicativo: aluna A4	191
Figura 68 – Erro de Cálculo 3 no pré-teste multiplicativo: aluna A30	192
Figura 69 – Erro de Cálculo 3 no pós-teste multiplicativo: aluno A13	192
Figura 70 – Erro de Cálculo 3 no pós-teste multiplicativo: aluna A11	192
Figura 71 – Erro de Cálculo 4 no pós-teste multiplicativo: aluna A18	193

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Grau de dificuldade nos conteúdos de Matemática do 1º ao 5º	55
Gráfico 2 - Grau de dificuldade nos conteúdos de Matemática do 4º e do 5º	56
Gráfico 3 – Tempo de duração das atividades da experimentação.....	139
Gráfico 4 – Comparativo das validades das conclusões	203

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Momentos do Ensino da Matemática por Atividades Experimentais ...	36
Quadro 2 – Modelação e exemplos de problemas aritméticos.....	41
Quadro 3 – Modelação e exemplo de problemas algébricos.....	42
Quadro 4 – Estudos sobre a resolução de problemas envolvendo as operações aritméticas.....	43
Quadro 5 – Categorização das relações aditivas.....	47
Quadro 6 – Símbolos de representação das relações das situações-problemas..	48
Quadro 7 – Categoria de problemas multiplicativos.....	50
Quadro 8 - Exemplo de relação quaternária.....	51
Quadro 9 – Exemplo de relação ternária.....	51
Quadro 10 – Domínio das habilidades na transição do 5º para o 6º.....	57
Quadro 11 – Domínio das habilidades matemáticas pelos egressos do 5º.....	57
Quadro 12 – Momento de estudo em casa.....	60
Quadro 13 – Categorias das conclusões.....	67
Quadro 14 – Atividade 1.....	67
Quadro 15 – Previsão das conclusões para a atividade 1.....	68
Quadro 16 – Atividade 2.....	69
Quadro 17 – Previsão de conclusão para a atividade 2.....	70
Quadro 18 – Atividade 03.....	70
Quadro 19 – Previsão de conclusão para a atividade 3.....	72
Quadro 20 – Atividade 4.....	72
Quadro 21 – Previsão de conclusão para a atividade 4.....	74
Quadro 22 – Atividade 5.....	74
Quadro 23 – Previsão de conclusão para atividade 5.....	76
Quadro 24 – Atividade 6.....	76
Quadro 25 – Previsão de conclusão para atividade 6.....	78
Quadro 26 – Atividade 7.....	78
Quadro 27 – Atividade 8.....	79
Quadro 28 – Quadro preenchido da atividade 8.....	81
Quadro 29 – Previsão de conclusão para a atividade 8.....	81
Quadro 30 – Atividade 9.....	82

Quadro 31 – Atividade 10.....	84
Quadro 32 – Atividade 11.....	84
Quadro 33 – Atividade 12.....	88
Quadro 34 – Previsão de conclusão para a atividade 12.....	89
Quadro 35 – Atividade 13.....	90
Quadro 36 – Previsão de conclusão para a atividade 13.....	91
Quadro 37 – Atividade 14.....	91
Quadro 38 – Atividade 15.....	92
Quadro 39 - Quadro preenchido da atividade 15.....	95
Quadro 40 – Previsão de conclusão para a atividade 15.....	95
Quadro 41 – Atividade 16.....	95
Quadro 42 – Previsão de conclusão para a atividade 16.....	98
Quadro 43 – Atividade 17.....	98
Quadro 44 – Atividade 18.....	99
Quadro 45 – atividade 19.....	99
Quadro 46 – Atividade 20.....	100
Quadro 47 – Previsão de conclusão para a atividade 20.....	101
Quadro 48 – Atividade 21.....	101
Quadro 49 – Atividade 22.....	102
Quadro 50 – Previsão de conclusão para a atividade 22.....	104
Quadro 51 – Atividade 23.....	104
Quadro 52 – Atividade 24.....	105
Quadro 53 - Cronograma de Atividades da Fase de Experimentação.....	108
Quadro 54 – Conclusões dos grupos para atividade 1.....	110
Quadro 55 – Distribuição das conclusões para a atividade 1.....	111
Quadro 56 – Conclusões dos grupos para a atividade 2.....	112
Quadro 57 – Distribuição das conclusões para a atividade 2.....	113
Quadro 58 – Conclusões dos grupos da atividade 3.....	114
Quadro 59 – Distribuição das conclusões para a atividade 3.....	114
Quadro 60 – Conclusões dos grupos da atividade 4.....	115
Quadro 61 – Distribuição das conclusões para a atividade 4.....	116
Quadro 62 – Conclusões dos grupos para a atividade 5.....	117
Quadro 63 – Distribuição das conclusões para a atividade 5.....	117
Quadro 64 – Conclusão dos grupos para a atividade 6.....	118

Quadro 65 – Distribuição das conclusões para a atividade 6.....	119
Quadro 66 – Conclusões dos grupos para a atividade 8.....	121
Quadro 67 – Distribuição das conclusões para a atividade 8.....	121
Quadro 68 – Conclusão dos grupos para atividade 12	124
Quadro 69 – Distribuição das conclusões para a atividade 12.....	124
Quadro 70 – Conclusão dos grupos para a atividade 13	125
Quadro 71 – Distribuição das conclusões para a atividade 13.....	126
Quadro 72 – Conclusões dos grupos para a atividade 15.....	127
Quadro 73 – Distribuição das conclusões para a atividade 15.....	128
Quadro 74 – Conclusões dos grupos para a atividade 16.....	128
Quadro 75 – Distribuição das conclusões para a atividade 16.....	129
Quadro 76 – Conclusões dos grupos para a atividade 20.....	131
Quadro 77 – Distribuição das conclusões para a atividade 20.....	132
Quadro 78 – Conclusões dos grupos para a atividade 22.....	133
Quadro 79 – Distribuição das conclusões para a atividade 20.....	133
Quadro 80 – Frequência da etapa de Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos	135
Quadro 81 – Frequência da etapa de problemas multiplicativos.....	136
Quadro 82 – Tempo de duração das atividades da etapa de Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos.....	138
Quadro 83 – Tempo de duração das atividades da etapa de problemas multiplicativos	138
Quadro 84 – Desempenho por questão: Sistema de Numeração Decimal	142
Quadro 85 - Desempenho por aluno: Sistema de Numeração Decimal.....	144
Quadro 86 – Tipificação dos erros: teste de Sistema de Numeração Decimal....	147
Quadro 87 – Quantitativo de erros por classificação nos testes de Sistema de Numeração Decimal.....	147
Quadro 88 – Categorização para análise dos resultados do teste aditivo.....	158
Quadro 89 – Desempenho por questão do teste aditivo: escolha da operação ..	158
Quadro 90 – Desempenho por questão do teste aditivo: uso do algoritmo.....	161
Quadro 91 – Desempenho por aluno no teste aditivo: escolha da operação	162
Quadro 92 – Desempenho por aluno do teste aditivo: uso algoritmo.....	164
Quadro 93 – Tipificação dos erros no teste aditivo	166
Quadro 94 – Quantitativo de erros no teste aditivo	167

Quadro 95 – Desempenho por item do teste multiplicativo quanto à escolha da operação	176
Quadro 96 – Desempenho por item no teste multiplicativo: uso do algoritmo.....	179
Quadro 97 – Desempenho por aluno no teste multiplicativo quanto à escolha da operação	180
Quadro 98 - Desempenho por aluno no teste multiplicativo: uso do algoritmo ...	182
Quadro 99 – Tipificação dos erros no teste multiplicativo	185
Quadro 100 – Quantitativo de erros por tipificação	185
Quadro 101 – Níveis de Proficiência do SisPAE	194
Quadro 102 – Níveis de Proficiência da Experimentação	194
Quadro 103 – Síntese dos Testes Exatos de Fisher	200
Quadro 104 – Distribuição das conclusões da etapa de Sistema de Numeração Decimal e de problemas aditivos.....	201
Quadro 105 – Distribuição das conclusões da etapa de problemas multiplicativos	202
Quadro 106 – Comparativo de validade das conclusões	202
Quadro 107 – Comparação entre as análises e validação da etapa de Sistema de Numeração Decimal e de problemas aditivos	204
Quadro 108 – Comparação entre as análises e validação da etapa de problemas multiplicativos	207

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Teste Fisher para associação entre momentos de estudo em casa e a proficiência no pós-teste da etapa aditiva	196
Tabela 2 – Teste de Fisher para associação entre momentos de estudo em casa e a proficiência no pós-teste da etapa multiplicativa	197
Tabela 3 – Teste de Fisher para associação entre quem auxilia e a proficiência na etapa aditiva	198
Tabela 4 – Teste de Fisher para associação entre quem auxilia e a proficiência na etapa multiplicativa	199

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	21
2 ENGENHARIA DIDÁTICA	25
2.1 Gerações da Engenharia Didática	26
2.2 Análises preliminares	30
2.3 Concepção e análise a priori	31
2.4 Experimentação	31
2.5 Análise a posteriori e validação	32
3 ANÁLISES PRELIMINARES	34
3.1 O ensino por atividade	34
3.2 Resolução de problemas	38
3.2.1 Problemas com estruturas aditivas e multiplicativas	46
3.3 Estudos sobre Sistema de Numeração Decimal	52
3.4 Compreendendo a realidade pesquisada	54
3.4.1 Contexto pandêmico e características da turma	59
4 CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI	62
4.1 Etapa I: Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos	62
4.1.1 Teste I: Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos	63
4.1.2 Atividades da etapa I: Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos .	
.....	66
4.2 Etapa II: problemas multiplicativos	85
4.2.1 Teste II: problemas multiplicativos	85
4.2.2 Atividades da etapa II: problemas multiplicativos	88
5 EXPERIMENTAÇÃO	107
5.1 Primeiro encontro	109
5.2 Segundo encontro	109
5.3 Terceiro encontro	110
5.4 Quarto encontro	111
5.5 Quinto encontro	113
5.6 Sexto encontro	113
5.7 Sétimo encontro	114
5.8 Oitavo encontro	116

5.9 Nono encontro	118
5.10 Décimo encontro	119
5.11 Décimo primeiro encontro	119
5.12 Décimo segundo encontro	120
5.13 Décimo terceiro encontro	122
5.14 Décimo quarto encontro	122
5.15 Décimo quinto encontro	123
5.16 Décimo sexto encontro	123
5.17 Décimo sétimo encontro	123
5.18 Décimo oitavo encontro	125
5.19 Décimo nono encontro	126
5.20 Vigésimo encontro	127
5.21 Vigésimo primeiro encontro	129
5.22 Vigésimo segundo encontro	130
5.23 Vigésimo terceiro encontro	130
5.24 Vigésimo quarto encontro	131
5.25 Vigésimo quinto encontro	132
5.26 Vigésimo sexto encontro	133
5.27 Vigésimo sétimo encontro	134
5.28 Vigésimo oitavo encontro	134
5.29 Frequência e participação nas atividades	135
5.30 Tempo de duração das atividades	137
6 ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO	141
6.1 Análise do teste I: Sistema de Numeração Decimal	142
6.1.1 Desempenho por aluno no teste de Sistema de Numeração Decimal	144
6.1.2 Tipos de erros no teste de Sistema de Numeração Decimal.....	146
6.2 Análise do teste I: problemas aditivos	157
6.2.1 Desempenho por aluno no teste aditivo	162
6.2.2 Tipificação dos erros no teste aditivo	166
6.3 Análise do teste II: problemas multiplicativos	175
6.3.1 Desempenho por aluno no teste multiplicativo	180
6.3.2 Categorização dos erros no teste multiplicativo	184
6.4 Teste de Associação de Fisher	193
6.4.1 Associação entre momentos de estudo em casa e desempenho dos alunos	

nos pós-testes	195
6.4.2 Associação entre quem auxilia nos estudos e o desempenho dos alunos nos pós-testes.....	198
6.4.3 Conclusão do Teste Exato de Fisher	200
6.5 Considerações sobre as formulações das equipes	201
6.6 Comparação entre a análise a <i>priori</i> e a análise a <i>posteriori</i> e validação	204
6.7 Discussão dos resultados	211
7 CONCLUSÃO	213
REFERÊNCIAS.....	216
ANEXO A	223
ANEXO B	224

1 INTRODUÇÃO

A prática docente encontra diversos desafios e algumas áreas cruciais para o desenvolvimento do educando retratam dificuldades significativas. É o caso da matemática nos anos iniciais de estudo, o que tem colocado o ensino dessa disciplina como objeto de diversas pesquisas na área educacional.

Fazer com que os alunos dominem os cálculos elementares é um dos maiores desafios das escolas, que devem atuar no sentido de proporcionar esse aprendizado. Ferreiro e Teberosky (1999) consideram essencial que os alunos desenvolvam as habilidades relativas aos números, resolução das operações aritméticas básicas e raciocínio lógico-matemático na primeira etapa do ensino fundamental.

Esse alcance, contudo, tem sido instigante para os professores, por variados motivos, tais como: aulas tradicionais e pouco atrativas ao alunado, falta de recursos pedagógicos, dificuldade discente na compreensão do pensamento matemático, falta de continuidade de estudo em casa, dentre outros.

No tocante à atuação docente, Bertini e Carneiro (2016) enfatizam os prejuízos na vida escolar dos alunos, ocasionados por aulas mecânicas com memorização de fórmulas e algoritmos, provocando medos, traumas e aversão à disciplina. Assim, a maneira pouco didática com que os conhecimentos matemáticos são transmitidos, pode gerar como consequência as dificuldades dos alunos em torno de sua aprendizagem.

Uma perspectiva de ensino não tradicional que envolva os discentes os leva a participar das aulas com engajamento, favorecendo uma aprendizagem mais sólida. Nesse sentido, D'Ambrósio (2012) salienta um ensino da matemática que objetive o desenvolvimento da criatividade, da autonomia e da cidadania dos alunos, devendo ser esses elementos cruciais no trabalho da disciplina em questão.

Sá (2020), por seu turno, sugere que o ensino da matemática deve promover raciocínio lógico e a construção de conhecimentos de forma mais densa, a partir de metodologias docentes que atraiam a atenção e o interesse dos estudantes, fazendo-os gostar e participar efetivamente das aulas com autonomia de forma que realmente protagonizem o aprendizado.

Em concordância com o referido autor, compreende-se que sem a ação como mediadora do processo de aprendizagem, a assimilação ocorre de forma rarefeita,

portanto, sem que haja consolidação dos conhecimentos matemáticos, empreendendo saberes vazios, o que reflete diretamente no desempenho acadêmico do aluno. Além disso, as aulas meramente repetitivas podem prejudicar a compreensão dos conceitos trabalhados, gerando dificuldades na sua vida escolar.

Essa realidade parece ser mais evidente quando se fala da educação pública. O que se tem observado ao longo de dez anos de trabalho na Rede Municipal de Ensino de Belém é que a escola recebe alunos no 2º ano do Ciclo II (5º ano do ensino fundamental) que ainda não dominam o conhecimento dos números, o que se apresenta como empecilho para o desenvolvimento de atividades fundamentais dessa etapa da educação.

Dessa forma, investigar o ensino de sistema de numeração decimal, problemas aditivos e multiplicativos no 5º ano por meio de atividades experimentais justifica-se pela necessidade de estudar práticas pedagógicas que possam permitir o alcance do sucesso na aprendizagem desses alunos, garantindo, assim, sua real consolidação. Prática pedagógica que o presente trabalho o faz por meio do ensino por atividades experimentais.

Considerando o contexto acima mencionado nossa questão de pesquisa é a seguinte: Quais os possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino por atividades experimentais de Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos e multiplicativos aos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental?

Por conseguinte, o objetivo geral da pesquisa foi: analisar os possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino por atividades experimentais de Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos e multiplicativos aos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.

Tratou-se de uma pesquisa de intervenção realizada em uma escola da Rede Municipal de Ensino de Belém, localizada na cidade de Belém, que optou pelo Ensino da Matemática por Atividades Experimentais (Sá, 1999, 2009, 2019, 2020), relacionando-o com a Resolução de Problemas, conforme Sá (2005, 2009), Vergnaud (1993, 2014), Polya (1995) e Onuchic (1999). O estudo teve o seguinte público alvo: alunos de uma turma do 5º ano do ensino fundamental.

O método de pesquisa do trabalho foi a Engenharia Didática, método sistematizado por Michelle Artigue, a partir das ideias desenvolvidas por Guy Brousseau sobre Situações e Sequências Didáticas (Artigue, Douady e Moreno, 1995). Segundo os autores, trata-se de um método de investigação com traços de

uma ação experimental, realizadas nas situações de ensino ocorridas em sala de aula, envolvendo concepção, aplicação, observação e análise de sequências didáticas. A pesquisa foi, então, composta por quatro etapas: análises preliminares, concepção e análise *a priori*, experimentação, análise *a posteriori* e validação (Giordan, *et al.* 2011).

A primeira etapa, análises preliminares, consistiu em levantamento teórico e de dados. O primeiro se deu por meio de estudos sobre o ensino da matemática por atividades (Sá, 2019, 2020; Santos, 2017; Miranda, 2021), resolução de problemas (Sá, 2020; Vergnaud, 2014) e sobre o sistema de numeração decimal (Araújo, 2020; Milan, 2017; Neves, 2019). O segundo, através de aplicação de questionários aos docentes da escola pesquisada, via Google *Forms*, e de informações acerca da realidade do distrito onde está localizada a escola em questão, que culminou no artigo “A transição do egresso do 5º para o 6º ano: visão docente” (Monteiro, Sá e Quintela, 2023).

A segunda etapa, concepção e análise *a priori*, constou da elaboração da Sequência Didática, além de análise e levantamento de hipóteses sobre o comportamento dos alunos diante de cada atividade proposta, quais as possíveis dificuldades enfrentadas e os prováveis efeitos da Sequência Didática.

A terceira etapa, experimentação, se deu através da aplicação da Sequência Didática aos alunos da turma. A sequência foi composta de atividades envolvendo os conteúdos de Sistema de Numeração Decimal, problemas aditivos e problemas multiplicativos.

A quarta etapa, análise *a posteriori* e validação, reuniu a análise das informações obtidas na fase de experimentação (produções, avaliações dos alunos e observações), o confronto das hipóteses levantadas na fase de concepção e análise *a priori* e dos resultados obtidos na última fase, além da validação do experimento.

Assim sendo, o presente trabalho está dividido em seis tópicos, a saber: 1. Introdução; 2. Engenharia Didática; 3. Análises Preliminares; 4. Concepção e Análise *a priori*; 5. Experimentação; 6. Análise *a posteriori* e Validação e 7. Conclusão.

Nesse sentido, após a introdução, o tópico 2 traz um breve histórico da Engenharia Didática e esmiúça as características de cada uma das suas quatro fases. Na sequência, o tópico 3 aborda os levantamentos teóricos e de dados

realizados na fase de Análises preliminares. O tópico 4, por sua vez, apresenta as atividades, os testes e a análise a *priori* de cada um deles. O tópico 5 demonstra como a fase de experimentação ocorreu, incluindo, além da execução das atividades, os registros de frequência e tempo de duração de cada uma delas. O tópico 6, traz a análise a *posteriori* e a validação da pesquisa, onde foram observados e discutidos o resultado de cada estudante nos testes, os tipos de erros cometidos, a verificação de associação entre fator externo e o desempenho discente, além do confronto entre as análises a *priori* e a *posteriori*. Por fim, o tópico 7 apresenta a conclusão do trabalho.

Na próxima seção, portanto, encontram-se maiores detalhes sobre o método utilizado, incluindo um breve apanhado sobre suas gerações, e as fases que o compõem.

2 ENGENHARIA DIDÁTICA

O método Engenharia Didática foi sistematizado por Michelle Artigue, tomando como base as ideias de Guy Brousseau sobre situações didáticas. Na Teoria das Situações Didáticas, o autor buscou analisar e refletir sobre as situações educacionais ocorridas no contexto de sala de aula. Segundo a teoria, a partir dessas situações é possível a troca de conhecimentos matemáticos entre professor e aluno que, uma vez se dando de forma eficaz, proporciona a verdadeira aprendizagem.

Pode-se definir que:

(...) o objetivo da *teoria das situações* é caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos. Essa modificação é característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos, da ocorrência de uma aprendizagem significativa” (Almouloud, 2007, p. 31 e 32).

Depreende-se daí que a teoria pretende evidenciar o processo de ensino-aprendizagem decorrido de uma sequência de situações reprodutíveis (Sequência Didática), planejadas com o foco de promover transformações cognitivas nos alunos, por meio da aquisição do saber. O conhecimento, na perspectiva da teoria, é um conjunto de verdades e conceitos apresentados pelo docente em sala de aula e que, por meio da interação do aluno com esse conhecimento, será possível a síntese do próprio saber (Brousseau, 2007).

Segundo Teixeira e Passos (2014) foi Michelle Artigue que desenvolveu a Engenharia Didática como método de pesquisa na área educacional, onde traçou ações específicas para cada uma de suas quatro fases, culminando na validação ou não da aplicação de uma Sequência Didática. Desse modo, o método abraça os conhecimentos científicos e ao aplicá-los em sala de aula, por meio do experimento, registra, acompanha e enfrenta problemas e obstáculos que ali surjam, além de contorná-los, para depois, analisar e ponderar sobre a eficácia do ensino proposto.

Por comparar o trabalho do pesquisador ao do engenheiro, a Engenharia Didática recebe esse nome, assim:

[...] este termo foi “cunhado” para o trabalho didático como sendo aquele que é comparável ao trabalho do engenheiro que para realizar um projeto

preciso se apoia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle do tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados da ciência e, portanto, a enfrentar praticamente, com todos os meios de que dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta (Artigue, 1988, p. 283 *apud* Teixeira e Passos, 2014).

A Engenharia Didática objetiva, dentre outros, aplicar e analisar os efeitos que o uso de determinada Sequência Didática alcança. Inicialmente utilizada em pesquisas na didática da matemática, transpôs tais muros, abrangendo outras áreas curriculares, como o ensino da física (Ferreira; Ferreira; Souza, 2016) e da ciência (Silva, 2019).

Pode-se dizer que a Engenharia Didática vem para unir teoria e prática, pois é um método de pesquisa que dá conta “de estudar os fenômenos da sala de aula relacionados com procedimentos didáticos” (Sá; Alves, 2011, p. 355). Segundo os autores, ela vence, assim, as limitações que outras técnicas de pesquisa encontram ao se deparar com esse contexto.

Além disso, é inconteste que a Engenharia Didática se trata de “uma metodologia importante e eficiente para se investigar o processo de ensino aprendizagem de matemática e útil para desenvolver novos métodos de ensino” (Miranda; Santos; Sá, 2023, p. 20). Conforme os autores, essa parceria entre o referido método de pesquisa e novas metodologias de ensino é ratificada em diversas pesquisas que se valem da Engenharia Didática para alcançar os resultados traçados a partir do aditamento de dada metodologia educacional. Os pesquisadores elencam, pelo menos vinte estudos nessas condições, fato que reitera a abrangência didática e investigativa do método em questão.

De acordo com Giordan *et al.* (2011), a Engenharia Didática, contém as seguintes etapas: análise preliminar, concepção e análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori* e validação. Antes de descrever cada uma das etapas, convém uma breve discussão acerca de suas gerações.

2.1 Gerações da Engenharia Didática

A Engenharia Didática passou por revisões de literatura desde que foi sistematizada pela escola francesa. De forma sucinta, podem-se identificar, hoje em dia, as seguintes gerações: Engenharia Didática de 1ª Geração, a Engenharia

Didática de 2ª geração, a Engenharia Didática de PER e a Engenharia de Domínio de Experiência (Almouloud; Silva, 2012).

A Engenharia Didática de 1ª Geração, também conhecida como Engenharia Didática Clássica ou Engenharia Didática de Investigação (IDR) corresponde às primeiras engenharias didáticas, sistematizada por Michelle Artigue, baseada nas ideias de Brousseau (Artigue; Douady; Moreno, 1995), que tomam como foco a investigação das situações de ensino e a transposição didática deste ensino, envolvendo a elaboração e aplicação da sequência didática, seguida de análise comparativa e validação (Almouloud; Silva, 2012).

A Engenharia Didática de 2ª Geração, também chamada de Engenharia Didática do Conhecimento ou Engenharia Didática do Desenvolvimento (IDD) tem como objetivo principal a construção de recursos para o ensino, seja ele regular ou com vistas à formação docente, inicial ou continuada (Almouloud e Silva, 2012).

Ela foi sistematizada por Perrin-Glorian (2009 *apud* Almouloud; Silva, 2012) e acrescenta à engenharia clássica, dentre outros, um olhar para as possíveis adaptações às situações didáticas e aos meios para conduzi-las, permitindo previsão de maior flexibilidade ao docente diante do contexto educacional, além de sugerir investimento material e de tempo conforme as condições do professor.

Segundo Kasahara e Sá (2023) a principal diferença entre as Engenharias Didáticas de 1ª e de 2ª geração gira em torno do questionamento preambular da pesquisa e, conseqüentemente de seu objetivo. Nesse viés, a Engenharia Didática de 1ª geração limita-se à produção de resultados, sem focar na divulgação das situações desenvolvidas no estudo, ao passo que a de 2ª geração objetiva alcançar a formação de professores, a partir da difusão desses resultados.

A Engenharia Didática de PER (Percurso de Estudo e Pesquisa - um dispositivo didático e metodológico, originado no sistema de ensino francês proposto por Chevallard, 2011 *apud* Almouloud, 2012) apresenta como aspectos centrais: o conhecimento gerado a partir da situação de investigação didática em diálogo com os discentes; as questões surgidas com a metodologia de PER devem ser consideradas para um melhor processo investigativo; os professores precisam revisar o saber e há a necessidade de uma infraestrutura adequada.

Segundo Almouloud e Silva (2012), a Engenharia Didática de PER objetiva:

Categorizar um conjunto de práticas sociais de conhecimento; Sistema didático S (X, Y, Q), sendo Q a questão a ser respondida, X o grupo de estudo e Y a equipe responsável em auxiliar o estudo (Almouloud; Silva, 2012, p. 47).

Nesse sentido, o Sistema didático (S) é composto com a finalidade de desvendar a questão a ser investigada (Q) para se alcançar uma resposta (R). O sistema, portanto, envolve, além da questão (Q), o grupo de estudo (X), que pode ser uma turma ou alguns alunos, por exemplo, e a equipe que conduz o processo, como professores e tutores (Y). Além disso, ainda em consonância com os autores, o sistema também conta com o levantamento de um *milieu* (M) que congrega os recursos a serem utilizados por X.

Para Chevallard (2009 *apud* Almouloud; Silva, 2012) uma investigação nesse patamar, significa envolver-se em um Percurso de Estudo e Pesquisa (PER). A noção de PER permite ao pesquisador investigar o assunto de seu interesse com as ferramentas praxeológicas inerentes à sua formação e exige uma revisão de conhecimentos dos professores.

Trata-se de um “dispositivo [...] estratégico para a formação inicial e continuada de professores [...]” (Chevallard, 2009 *apud* Almouloud; Silva, 2012, p. 40), pois permite ao docente a possibilidade de modificação, se necessário, dos Equipamentos Praxeológicos (EP) utilizados e eventualmente reformulados durante a formação. Além disso, se faz necessária uma infraestrutura didática que, segundo o autor, está para além do alcance dos docentes, tornando-se, por isso, difícil e incomum.

A Engenharia de Domínio de Experiência foi apresentada por Boero (2009 *apud* Almouloud e Silva, 2012) como uma metodologia com abordagem disciplinar baseada em Vygotsky, voltada para o aproveitamento de experiências extraescolares das crianças, relacionadas a conhecimentos disciplinares (aqui matemáticos) com a mediação do docente. A metodologia busca aguçar o interesse estudantil e fornecer um conhecimento científico útil para sua vida prática.

Pode-se definir por “Domínio de Experiência”:

[...] uma área da cultura humana que se desenvolve na classe pelo intermédio da ação de mediação do professor que se apoia nos signos, objetos e nas restrições do domínio, visado para guiar, segundo sua cultura e suas intenções, a evolução das práticas e concepções dos alunos sobre esse domínio. Os Domínios de Experiência dizem respeito ao início da escola primária, à realidade extracurricular acessível a todos os alunos

(como por exemplo, a moeda e os preços para seis anos, ou o crescimento de plantas para os alunos de sete anos). [...] em um determinado nível de escolaridade, alguns domínios da matemática (como a aritmética) também se tornaram domínio de experiência para os alunos, que agora têm um extenso repertório de fatos e comportamentos matemáticos para desenvolver seus conceitos. (Boero 2009 *apud* Almouloud; Silva, 2012, p. 34-35).

Dessa forma, por meio dessa metodologia, os alunos são levados a recrutar todo seu repertório decorrente de experiências cotidianas, através de atividades voltadas para a disciplina em questão, para alcançar os conceitos esperados pelo professor.

Além dessas tendências, os autores Kasahara e Sá (2023) apontam outra vertente dentro da Engenharia Didática, a Engenharia Didática com Enfoque Ontossemiótico (EOS) desenvolvida por Godino, Rivas, Arteaga, Lesa e Wilhelmi (2014, *apud* Kasahara e Sá, 2023). Em conformidade com os autores, essa perspectiva considera a linguagem simbólica e os conceitos lógicos dentro da matemática, a partir da utilização de resolução de problemas, considerando as seguintes dimensões ou facetas: epistêmica, cognitiva, ecológica, afetiva, mediacional e instrucional.

Assim, a Engenharia Didática com Enfoque Ontossemiótico delinea as seguintes etapas de pesquisa:

1) Estudo Preliminar das dimensões epistêmica, ecológica, cognitiva, afetiva e instrucional; 2) Desenho, que envolve a trajetória didática, seleção dos problemas, sequência e análise a priori; 3) Implementação da trajetória didática e; 4) Avaliação ou Análise Retrospectiva, que realiza confronto entre o que foi previsto e o que foi observado, análise das normas do processo instrucional e da idoneidade didática (Godino, Rivas, Arteaga, Lesa e Wilhelmi, 2014 *apud* Kasahara e Sá, 2023, p. 10)

Para maior esclarecimento, a noção de idoneidade didática faz referência ao uso dos conhecimentos matemáticos aliados a avaliação das ações didáticas ocorridas dentro do processo instrucional, permitindo as adaptações necessárias, no intuito de alcançar melhor efetivação da aprendizagem, considerando as dimensões e os atores ali envolvidos (Breda, Font e Lima, 2015).

Para tanto, cada uma das facetas desse enfoque deve estar em harmonia com os seguintes indicadores de idoneidade: noção epistêmica, relativa ao conteúdo em forma de representações dos objetos; ecológica, referente a adaptação do processo de ensino e aprendizagem ao ambiente no qual se desenvolve; cognitiva,

concernente à própria compreensão dos avanços educacionais de cada aluno; afetiva, tangente ao envolvimento discente no processo; mediacional, tocante aos recursos disponíveis para a mediação do processo; e interacional, alusivo a atuação didática passível de detectar obstáculos oriundos do processo de apropriação dos signos pelos alunos (Kasahara; Sá, 2023).

Dentre as gerações da Engenharia Didática comentadas, a presente pesquisa debruçou-se na primeira, a clássica, sistematizada por Michelle Artigue. Para proporcionar maior conhecimento acerca do referido método de pesquisa, cada uma das quatro etapas que compõe a Engenharia Didática é esclarecida no subtópico a seguir.

2.2 Análises preliminares

Essa etapa, segundo Artigue, Douady e Moreno (1995), se caracteriza pela análise epistemológica dos conteúdos a serem trabalhados, do ensino e sua consequência, das concepções dos estudantes e dificuldades encontradas no processo de ensino e das limitações identificadas no campo onde as situações ocorrerão. Em outras palavras, corresponde a um levantamento dos fatores que influenciam aquele contexto a ser investigado, desde os relativos ao conhecimento propriamente dito até aqueles tangentes ao público da pesquisa (alunos/ situação didática), passando pelas restrições que ali se evidenciam.

Brousseau (1976 *apud* Artigue Douady; Moreno, 1995), definiu três origens de obstáculos: os epistemológicos, relacionados a questões sobre conhecimento, os cognitivos, voltados para questões cognitivas dos envolvidos no processo, e os didáticos, atinentes ao funcionamento do sistema de ensino.

Conhecer o campo onde a pesquisa será desenvolvida, identificando a situação na qual aqueles sujeitos estão imersos é objetivo dessa etapa, pois faz uma análise preambular do contexto a ser estudado. Assim:

[...] recomenda-se fazer uma descrição dos principais aspectos que definem o fenômeno em questão, tais como epistemológica didática e cognitiva [...] Nesta fase, busca-se analisar as possíveis causas do problema a ser pesquisado [...] (Berenguer, 2010, p. 12).

Do mesmo modo que ocorre na primeira etapa de um processo de pesquisa, a análise preliminar ou prévia responsabiliza-se pela reunião de informações sobre o problema a ser investigado e serve de base para a próxima fase, a concepção e análise *a priori*.

2.3 Concepção e análise *a priori*

Na etapa de Concepção e Análise *a priori*, conforme Artigue Douady e Moreno (1995), há a necessidade de reunir um determinado número de variáveis de comando do sistema de ensino que podem influenciar a concepção do fenômeno. Essas variáveis de comando podem ser globais (macrodidáticas), quando se referem à organização plena da Engenharia Didática, ou locais (microdidáticas), quando se relacionam a uma fase específica dela ou a uma sequência, e são relevantes, pois contarão no decorrer da Sequência Didática.

Essa fase também se volta para a elaboração da Sequência Didática, o que é possível a partir da análise prévia e do levantamento teórico realizado pelo pesquisador. Além disso, pela análise das variáveis é possível delimitar quais delas se apresentam como problema e serão, por conseguinte, alvo de ações durante o processo de ensino. Ademais, há que se considerar que na fase em tela ocorre a análise da Sequência Didática e de sua relação com o possível significado que provocará nas situações, bem como permite prever e controlar o comportamento dos estudantes diante da sequência aplicada (Artigue; Douady; Moreno, 1995).

Essa etapa, portanto, permite o levantamento de hipóteses sobre como os sujeitos envolvidos na pesquisa reagirão em face da aplicação da Sequência Didática, cuja concepção também aí ocorre, e é essencial para a fase seguinte. Essas hipóteses implicam a necessidade de previsão de ações para contornar os obstáculos previstos ao processo de aprendizagem do assunto tratado na Sequência Didática, que é justamente a função da análise *a priori* e que favorece a condução docente durante o experimento.

2.4 Experimentação

A experimentação, como o próprio nome já diz, se caracteriza pela experimentação, ou seja, pela aplicação da Sequência Didática, previamente

concebida. Nesta etapa, ocorrem de fato as aulas, onde o pesquisador pode implementar as ações planejadas e desenhadas na fase anterior.

De acordo com Sá e Alves (2011) é relevante que aquilo praticado em sala seja o mais fiel possível ao que fora planejado na etapa de concepção e análise *a priori*. Em outras palavras, para que a fase de experimentação possa ser bem sucedida, é crucial um minucioso planejamento, bem como que o docente se esforce para cumprir o que foi programado.

É na experimentação que ocorre o diálogo do “pesquisador/professor/observadores com a população de alunos, sujeitos da pesquisa, e são explicitados os objetivos e condições em que se realizará a investigação” (Berenguer, 2010, p. 14). Portanto, nessa fase se dá a interação entre quem ensina e, ao mesmo tempo pesquisa e observa, e o discente, além de ser o momento em que deve ser esclarecido todo o processo e as regras para sua execução.

Outro ponto importante, que é salientado por Sá e Alves (2011), é o fato de ser nessas sessões que se faz possível as observações e maior quantidade e variedade de registros capazes, para que se possa ter dados suficientes para a análise *a posteriori*. Inclusive, os autores consideram difícil para uma única pessoa conciliar as duas tarefas (professor/observador). Além disso, discorrem sobre as formas de registros, não se limitando às produções dos alunos e aos registros escritos, mas podendo abranger gravações auditivas ou até mesmo vídeos, conforme seja delimitado pelo pesquisador.

Assim, é através da experimentação que se torna possível a reunião dos dados da pesquisa, uma vez que nela são realizados os trabalhos com os alunos, onde há, preferencialmente, ações autônomas que promovam o seu desenvolvimento cognitivo, garantindo, dessa forma, instrumentos para a próxima etapa da investigação, a análise *a posteriori* e validação.

2.5 Análise a *posteriori* e validação

A fase de análise *a posteriori* e validação, conforme Artigue, Douady e Moreno (1995), se caracteriza pela análise dos dados obtidos durante a experimentação, tais como as produções dos alunos e as observações registradas no decorrer da aplicação da Sequência Didática.

Ainda segundo os autores, é nessa etapa que é realizado o confronto das análises *a priori* e *a posteriori*, identificando e a consequente validação das hipóteses levantadas durante a pesquisa. Nesse momento, têm-se uma ampla visão de todo o processo, sendo exequível a comparação entre o que se identificou como problemas e soluções adequadas e o que realmente sucedeu no período de aplicação.

Igualmente como mencionado na fase anterior, para que essa ocorra com êxito, é necessário a máxima informação produzida na experimentação (Sá; Alves, 2011). É possível, inclusive, a validação de toda a pesquisa, ratificando os resultados obtidos, em conformidade com a teoria utilizada.

Pantoja e Silva (*apud* Sá; Alves, 2011) compreendem que a validação se dá constantemente, desde o início da aplicação do experimento até a presente fase, em que é possível um confronto frequente entre as análises *a priori* e *a posteriori*, notando-se se as hipóteses levantadas na primeira se confirmam na segunda.

Assim como na experimentação, antes da análise *a posteriori* e validação, o pesquisador deve determinar quais serão as técnicas de análises das informações produzidas durante a experimentação. Tal providência auxilia no provisionamento de recursos metodológicos ou tecnológicos que serão necessários na última etapa da Engenharia Didática.

Não há conflito de se usar métodos estatísticos, além dos métodos qualitativos, para analisar os resultados. Isso já ocorreu em trabalhos anteriores entre eles Santos (2017), Miranda (2021) e Jucá (2008).

As sessões a seguir apresentam os resultados de cada uma das etapas da Engenharia Didática dentro do presente estudo.

3 ANÁLISES PRELIMINARES

Esse tópico trata do levantamento epistemológico e de dados da realidade pesquisada no presente relato. Assim, aqui é abordado o ensino por atividade e a resolução de problemas, incluindo o levantamento de alguns trabalhos que utilizaram essas duas metodologias de ensino, além de estudos relativos ao Sistema de Numeração Decimal, bem como das informações referentes ao universo no qual a escola participante da pesquisa se encontra.

3.1 O ensino por atividade

O ensino por atividade é uma tendência na educação matemática que busca oportunizar a construção do conhecimento por meio da realização de atividades direcionadas para o desenvolvimento de determinadas habilidades matemáticas.

Para Sá (2020), a ideia de atividade foi iniciada com Hegel, seguida por Marx, que a considerou como produto da ação humana e transformadora da natureza, na qual Vygotsky se baseou para desenvolver o conceito de mediação cultural da ação humana (ponto chave da Teoria da Atividade).

O autor menciona a colaboração de Leontiev (1984) com a diferenciação entre ação individual e coletiva e entre ação e atividade, além da tipificação de Atividade Principal. Entende-se por atividade principal aquela que ao desenvolver-se promove modificações relevantes na personalidade do sujeito, dentro daquele estágio de desenvolvimento específico, em que ele se encontra (Leontiev, 2010).

Sucintamente, pode-se dizer que a Atividade é composta por sujeito, objeto, necessidade, motivo, objetivo, ação e produto (Leontiev, 1984 *apud* Sá, 2020). Outro importante colaborador para a Teoria da Atividade foi Vaily Davydov que, segundo Sá (2020), acrescentou mais um elemento para a Atividade: o desejo.

De forma geral, a Atividade é estruturada da seguinte forma “a) um sujeito da atividade, b) um objeto da atividade, c) motivos, d) um objetivo, e) sistema de operações, f) a base orientadora da ação, g) os meios, h) as condições, i) o produto (Nuñez e Pacheco, 1997 *apud* Sá, 2020, p.147).

Seguindo à estruturação acima, Sá (2020) esclarece: um sujeito é aquele que realiza uma atividade, podendo ser individual ou coletivo; o objeto é a matéria-prima (material ou ideal); os motivos são as motivações que levam o sujeito a realizar a

Atividade; o objetivo é representação imaginária dos possíveis resultados da Atividade; o sistema de operações são os procedimentos para a realização da Atividade; a base orientadora é a imagem que o sujeito prospecta da ação em si e do produto alcançado pela ação; os meios são os instrumentos e o produto é o resultado obtido das mudanças promovidas pelo sujeito no objeto e precisam igualar-se aos objetivos da Atividade.

As Atividades realizadas pelos docentes, com traços que apresentem os elementos citados anteriormente, são denominadas de Atividades Didáticas e contam como uma de suas vertentes a Atividade de Estudo proposta por Davydov (1988 *apud* Sá, 2020). Em conformidade com o autor, Davydov (1988) considerava que o raciocínio desenvolvido pelos alunos durante a realização das atividades de estudo é similar ao dos cientistas que precisam mostrar o produto de sua pesquisa através de abstrações, generalizações e conceitos (Sá, 2020).

É possível utilizar as Atividades como forma de desenvolver um trabalho mais dinâmico e participativo, envolvendo docentes e alunos, através de atividades experimentais realizadas pelos discentes com a observação do professor, conforme defende Sá (2020).

Para esta metodologia, inicialmente, o autor utilizou a expressão Ensino da Matemática por Atividade (Sá, 2019), acrescentando, posteriormente o termo “experimental”, ficando, assim, Ensino da Matemática por Atividades Experimentais e considerou incluí-lo como uma das tendências matemáticas (Sá, 2020).

Esse tipo de ensino apresenta como característica a diretividade, o compromisso com o conteúdo e com o desenvolvimento de habilidades que superem aquele, a estrutura, a sequência, a consideração dos conhecimentos prévios do estudante, além de não estar obrigado a utilizar a resolução de problemas, envolve, ainda, a participação do professor e do aluno de forma reiterada, os resultados são institucionalizados ao término da atividade e permite a formação de conceitos e contato com dados operacionais (Sá, 2019).

Destarte, conforme o autor, trata-se de um método de ensino capaz de permitir o desenvolvimento cognitivo, investigativo e autônomo do aluno, colocando-o em um lugar central da sua aprendizagem, sem, com isso, dispensar a atuação docente.

Ainda segundo Sá (2019), o ensino por atividade pode ser de conceituação ou de redescoberta. No caso da primeira, o objetivo é fazer com o estudante chegue à

definição do objeto percebido na atividade. No caso da segunda, a descoberta de uma dada relação ou propriedade daquele objeto ou operação, trabalhado na atividade.

O autor define também o ensino por atividade de demonstração ou experimental. No primeiro modo, as ações são realizadas pelo professor, seguida de análise e registro dos resultados pelos alunos, para, então, concluírem o resultado da atividade. No segundo modo, o experimento é organizado pelo docente, mas realizado pelos alunos. Tanto um quanto outro, pode ser desenvolvido dentro das atividades de conceituação e de redescoberta (Sá, 2019).

Independentemente de ser por conceituação ou redescoberta, o Ensino da Matemática por Atividades Experimentais tem seis momentos: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização (Sá, 2019), conforme se pode observar no Quadro 1.

Quadro 1 – Momentos do Ensino da Matemática por Atividades Experimentais

Momentos		Definição
1º Momento	Organização	Corresponde à fase de preparo da turma, divisão de alunos em grupos (de 2 a 4 alunos por grupo), não podendo ser de forma impositiva, nem a escolha do grupo nem a obrigatoriedade de participar de um. Nesse momento é importante que o professor demonstre segurança e planejamento.
2º Momento	Apresentação	Momento em que a atividade é apresentada. O professor distribui o material a ser utilizado, preferencialmente em kits para otimizar o tempo, e um roteiro, impresso ou redigido no quadro branco.
3º Momento	Execução	É quando os alunos, acompanhando as instruções dadas, realizam de fato a experimentação, de forma livre e autônoma, mas sob supervisão e auxílio, se necessário, do docente
4º Momento	Registro	Momento em que se dá a sistematização das informações. Cada grupo deve fazer o seu registro sob supervisão do professor e ajuda, caso seja necessário
5º Momento	Análise	Trata-se de quando os grupos analisam os registros feitos anteriormente e podem relacionar com o objeto matemático da conceituação ou redescoberta
6º Momento	Institucionalização	Utilizando-se das conclusões realizadas pelos alunos, o professor poderá perguntar qual delas melhor define a situação para alguém que não participou da atividade e, em seguida, mostrar o conceito ou a definição que foi planejada para a esta atividade

Fonte: Criado a partir de Sá (2019).

Durante o momento da Análise, se houver dificuldade por alguma equipe de estabelecer relações válidas, o docente deve auxiliar com questionamentos que a faça chegar à relação desejada. Caso não ocorra, deve-se aguardar o momento da

institucionalização. No término do 5º momento, o grupo deve elaborar uma conclusão que será apresentada no momento da institucionalização, como já explicitado no Quadro 1.

É importante destacar, que o Ensino da Matemática por Atividades Experimentais deve ser realizado de forma planejada, com a participação e conhecimentos do docente e antes da exposição do assunto abordado, para que o próprio aluno consiga construir o saber, ao invés de apenas recebê-lo.

Segundo Loss (2016 *apud* Sá, 2019) o ensino-aprendizagem da matemática na perspectiva da atividade proporciona ação e participação dos alunos através das atividades experimentais lúdicas e com materiais manipuláveis, ocasionando um processo de descoberta.

Algumas pesquisas envolvendo o ensino por atividade foram realizadas por Silva (2015), Santos (2017), Alves (2018), Cardoso (2018), Barbosa (2021), Miranda (2021), Felix (2021). Nelas, os autores apresentaram resultados exitosos ao trabalharem os conhecimentos matemáticos por meio de atividades.

Silva (2015), em sua dissertação de mestrado, pesquisou problemas envolvendo as quatro operações aritméticas por meio de atividades com crianças do 5º ano do ensino fundamental em uma escola pública do município de Abaetetuba. Comparando os resultados do pré-teste e do pós-teste, após a aplicação da Sequência Didática, os alunos tiveram seus rendimentos aumentados para no, mínimo 58% no teste aditivo e 66% no teste multiplicativo. Embora os avanços tenham sido verificados nas duas etapas, eles foram mais significativos na etapa multiplicativa.

Santos (2017) estudou a resolução de problemas de estruturas aditivas e multiplicativas por meio do ensino por atividades para alunos do 6º ano do ensino fundamental. O autor também obteve resultados satisfatórios na comparação dos testes, indicando aumento expressivo de acertos, redução de erros e de questões deixadas em branco.

Felix (2021), por sua vez, pesquisou somente os problemas aditivos com uma ou mais de uma operação, também por meio de atividades, com alunos do 6º ano do ensino fundamental. A autora realizou atividades envolvendo questões auxiliares nas situações-problemas, além de jogos, e observou melhoria de desempenho nos alunos quanto à escolha da operação e uso da sentença, além de maior participação.

Barbosa (2021) utilizou o ensino por atividade para desenvolver sua pesquisa relativa ao princípio fundamental da contagem, com alunos do 5º do ensino fundamental. A Sequência Didática contou com atividades de descoberta da propriedade aditiva da igualdade, situações-problema com questões norteadoras e uso de recursos manipulativos para a descoberta do princípio fundamental da contagem. Os resultados do pós-teste foram bastante positivos em termos de acertos na escolha, nos algoritmos e melhora na participação das aulas.

Miranda (2021) também observou resultados positivos em seu trabalho, envolvendo o ensino por atividade de problemas multiplicativos com disposição retangular, realizada com alunos do 6º ano do ensino fundamental. Com atividades envolvendo problemas e uso de retângulos para a descoberta acerca da resolução de questões abordando a multiplicação com disposição retangular o autor observou melhora de desempenho dos alunos relacionada à escolha da operação e a solução dos problemas desta categoria.

3.2 Resolução de problemas

A Resolução de Problemas é uma alternativa metodológica que almeja promover o desenvolvimento do raciocínio cognitivo da criança por meio de situações que instiguem o aluno a buscar estratégias e mecanismos para solucioná-la. Vergnaud (1993), Polya (1995), Onuchic (2012), Sá (2009), Stancaneli (2001), Cavalcanti (2001) e outros nomes desenvolveram pesquisas relativas a essa tendência na educação matemática que merecem destaque.

Para Vergnaud (1993) a aprendizagem da criança se solidifica por meio de situações que a instiguem a solucioná-las. Nas palavras do autor é “através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança” (Vergnaud, 1993, p.1). A resolução de problemas, assim, é uma prática educativa que provoca o raciocínio do estudante e o faz mobilizar os esquemas previamente desenvolvidos, favorecendo a construção de novos esquemas. O autor apresenta o conceito de problemas aditivos e multiplicativos dentro da teoria que estuda os campos conceituais, desenvolvida por ele.

Polya (1995), por sua vez, realizou um estudo sobre como resolver problemas. Nele o autor sugere que na resolução de problemas os alunos devem ser ensinados a indagar e questionar para desenvolver uma estratégia de resolução.

Considera, portanto, a resolução de problemas como uma atividade prática, onde se aprende observando, repetindo, errando e tentando.

A proposta heurística de Polya foi questionada sobre sua real aplicação em sala de aula, contudo suas contribuições são inestimáveis. Com um olhar mais afinado às necessidades do cotidiano dos seres humanos, Onuchic (2012), por seu turno, defende a participação eficaz da resolução de problemas em diversos setores da sociedade e acima de tudo na educação matemática. Em suas palavras, a autora define:

[...] a necessidade urgente de levar em consideração a natureza da resolução de problemas em várias áreas do mundo de hoje e para, de acordo com isso, modernizar nossas perspectivas sobre o ensino e a aprendizagem de resolução de problemas e de conteúdo matemático através da resolução de problemas (English, Lesh, Fennewald, 2008, *apud* Onuchic, 2012, p.6).

Nesse viés, a aprendizagem se torna mais significativa a partir do momento em que se reconhece a importância de ensinar numa perspectiva que aguace a curiosidade dos estudantes e os coloque para raciocinar, questionar, duvidar, testar hipóteses, errar e, enfim chegar a uma descoberta.

O grupo de pesquisa da autora (GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas) defende uma:

“Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas”, onde o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual de avaliação. Ela, a avaliação, é construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino (Onuchic, 2012, p. 12).

Nesta perspectiva, a resolução de problemas vem como método de ensino, no qual a aprendizagem ocorre concomitantemente, sendo os alunos participantes da sua construção de conhecimento juntamente com o docente.

E não manter esta metodologia restrita aos muros matemáticos é uma interessante estratégia que deveria ser mais utilizada nas outras áreas do conhecimento, principalmente se considerar-se o ser humano como um ser integral, e não fragmentado. Nesta perspectiva, “o aluno resolve situações-problema, aprende matemática, desenvolve procedimentos e modos de pensar, desenvolve

habilidades básicas, como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em Matemática e nas áreas de conhecimento envolvidas nas situações propostas” (Diniz, 2001, p. 95).

Lima e Noronha (2014) firmam a importância do trabalho com a linguagem na matemática, como forma de desenvolver a habilidade de interpretação de comandos e conceitos. Os autores elaboraram um Questionário Reflexivo Analítico (QRA) para cada situação-problema utilizada nas propostas de atividades para o ensino de proporcionalidade por meio da modelagem matemática.

Com esse questionário, os alunos são levados a refletir em torno das informações contidas no comando do problema, retirando destes os dados essenciais para sua resolução. Além disso, permite que o discente explique aquilo que compreendeu e o que não compreendeu da questão, favorecendo a interpretação do problema e o desenvolvimento do raciocínio (Lima e Noronha, 2014).

Atividades como esta, que impulsionam o pensamento em cima do assunto abordado no problema, coloca o aluno no papel de protagonista do processo de ensino-aprendizagem. A resolução de problemas, nesse contexto, é um caminho interessante na busca do aprendizado.

Corroborando com essa ideia Van De Walle (2009 *apud* Cordeiro; Oliveira; Cunha, 2020) que considera a resolução de problemas uma metodologia crucial a ser usada no ensino da Matemática, pois valoriza o aluno como ser ativo, criativo e autônomo na construção de conhecimento.

Essa metodologia não precisa estar atrelada a formas únicas de solução. Sá (2009) mostra que é possível trabalhar a resolução de problemas de diversas maneiras, inclusive sem o necessário uso dos algoritmos de uma operação, como, por exemplo, a representação gráfica. Nesta mesma linha, Stancanelli (2001) faz uma análise de várias formas de problemas, envolvendo desenhos, algoritmos, tabelas, dinheiro fictício, dentre outros, descrevendo as possibilidades de solução.

A resolução de problema apresenta para a criança uma forma de raciocínio muito mais do que de método para chegar a um resultado preestabelecido:

[...] elas estão em busca de um caminho próprio [...] resolver um problema nesse momento, está muito longe da tarefa de identificação do algoritmo que solucione a situação apresentada (Cavalcanti, 2001, p.122).

Proporcionar aulas envolvendo a resolução de problemas enriquece o momento didático, permitindo aos alunos possibilidades de raciocínio não só restrita a resolução de cálculos, mas para, além disso, desenvolvendo a ação de pensar.

Sá (2003), em sua tese de doutorado, definiu que os problemas que envolvem as operações aritméticas fundamentais devem ser considerados sob dois aspectos: o aspecto semântico e o aspecto simbólico. O aspecto semântico é referente à pergunta constante do problema a ser respondido por uma dada operação. O aspecto simbólico, por sua vez, relaciona-se ao uso dos símbolos disponíveis para a realização das operações. Nesse último caso, o aluno não precisa estabelecer necessariamente uma interpretação do problema, sendo suficiente a utilização das técnicas de resolução das operações.

Sá (2003) distingue ainda dois tipos de problemas quando relacionados ao uso da operação: problema de uma operação e problema que usa uma operação. O autor considera problema de uma operação quando a operação a ser usada para resolução do problema está diretamente visualizada no enunciado deste problema e o sentido semântico é o mesmo. Já o problema que usa uma operação, trata-se de problemas que utilizam determinada operação aritmética, cujo sentido semântico não se identifica no enunciado do problema.

Outra categorização realizada por Sá (2003) faz referência à modelação dos problemas, ou seja, a retirada das sentenças que representam matematicamente as informações contidas no enunciado dos problemas. Nessa classificação, o autor conceitua dois tipos de problemas: problemas aritméticos e problemas algébricos.

Sá (2003) considera problemas aritméticos aqueles nos quais o termo desconhecido está isolado em um dos lados da igualdade e sua solução é dada por meio da mesma operação que se identifica no enunciado do problema. O Quadro 2 mostra a sentença e exemplos de problemas aritméticos.

Quadro 2 – Modelação e exemplos de problemas aritméticos

Operação	Sentença	Exemplo de problema
Adição	$a + b = ?$	João tinha R\$ 25,00 e ganhou R\$ 30,00. Com quantos reais ele ficou?
Subtração	$a - b = ?$	Antônio tinha 15 petecas, deu 5 para seu irmão. Com quantas petecas ele ficou?
Multiplicação	$a \times b = ?$	Um caderno custa R\$23,00. Quanto pagarei por 3 cadernos desse?
Divisão	$a \div b = ?$	Maria tinha 12 bombons e distribuiu aos seus 4 netos. Com quantos bombons cada um ficou?

Fonte: Construído a partir de Sá (2003).

Como problemas algébricos, Sá (2003) define aqueles nos quais o termo desconhecido não está isolado em um dos membros da igualdade e sua solução se dará, na maioria das vezes, pela operação inversa a que aparece no enunciado. Vale ressaltar, que isso ocorre porque é possível aplicar as propriedades da igualdade, aditiva e multiplicativa (Sá, 2003). Ou seja, para chegar à solução do problema, deve-se adicionar subtrair, multiplicar ou dividir o mesmo valor dos dois lados da igualdade. O Quadro 3 apresenta as modelações e exemplos de problemas algébricos.

Quadro 3 – Modelação e exemplo de problemas algébricos

Operação	Sentença	Exemplo de problema
Adição	$a + ? = b$	André tinha R\$ 74,00, ganhou certa quantia de seu tio e ficou com R\$ 100,00. Quanto André ganhou de seu tio?
	$? + a = b$	Lara tinha certa quantidade de peças de roupa em sua loja. Recebeu 90 peças a mais e ficou com 170 peças. Quantas peças de roupa Lara tinha em seu estoque inicialmente?
Subtração	$a - ? = b$	Amélia tinha 26 bonecas, deu algumas para doação e ficou com 12 bonecas. Quantas bonecas Amélia entregou para doação?
	$? - a = b$	Fernando tinha certa quantia de dinheiro, deu R\$ 215,00 para seu filho e ficou com R\$ 311,00. Quantos reais Fernando tinha antes de dar o valor ao seu filho?
Multiplicação	$a \times ? = b$	Na escola Saber há 14 turmas. Sabendo que há um total de 420 alunos na escola, quantos alunos há em cada turma?
	$? \times a = b$	Em um teatro há certo número de fileiras. Em cada fileira cabem 15 cadeiras. Sabendo que o total de pessoas que o teatro comporta é 300, quantas fileiras há no teatro?
Divisão	$a \div ? = b$	Mariana tinha 42 bombons e Laura tinha 7. A quantidade de bombons de Laura é menor que a de Mariana quantas vezes?
	$? \div a = b$	Ana comprou um livro e um estojo. O livro custou certa quantia e o estojo custou tem 5 vezes menos que esse valor. Sabendo que o estojo foi R\$12,00, quantos reais custou o livro?

Fonte: Construído a partir de Sá (2003).

Dessa maneira, pode-se estabelecer a seguinte relação: os problemas aritméticos são problemas da operação, pois usam a mesma operação descrita no enunciado; os problemas algébricos são problemas que usam a operação, pois, na maioria das vezes, a solução será dada pela operação inversa daquela escrita no enunciado.

Essa compreensão é necessária no momento da escolha da operação e frequentemente falta ao aluno, que acaba sendo conduzido ao erro pela semântica apresentada no problema. Por esse motivo, a escolha da operação dentro de questões aritméticas e algébricas é alvo de pesquisas relacionadas à didática da matemática, é o que o acusam Lopes e Sá (2023) ao encontrarem trinta e quatro

trabalhos com essa vertente, dentre publicações na Língua Portuguesa e Inglesa. Nesse estudo, os autores reafirmam as dificuldades acerca da relação entre as informações contidas nas questões e a definição da operação a ser utilizada.

Outros trabalhos, na linha de pesquisas sobre resolução de problemas envolvendo as quatro operações ou, apenas a parte aditiva ou a multiplicativa delas, foram lidos durante a revisão de literatura e seguem agrupados no Quadro 4.

Quadro 4 – Estudos sobre a resolução de problemas envolvendo as operações aritméticas

Classificação	Estudos sobre a resolução de problemas envolvendo as operações aritméticas		
	Aditivos	Multiplicativos	Aditivos e multiplicativos
Teóricos	Justo (2012)	--	Jenske (2011); Barros e Boaventura (2019); Sá e Fossa (2008);
Diagnósticos	--	Cardoso, Schio e Oliveira (2018); Rodrigues, Rodrigues, Jucá e Almeida (2016).	--
Experimentais/ Intervenção	Felix (2021); Oliveira, Pereira e Reges (2022).	Barbosa (2021); Miranda (2021)	Silva (2015); Santos (2017)

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Os estudos foram organizados segundo Santos (2017) considerando os trabalhos teóricos como aqueles que envolvem o levantamento conceitual em torno dos problemas envolvendo as operações; os diagnósticos, aqueles que apontam dificuldades no processo de ensino abordando problemas com as operações; os experimentais, aqueles que realizam intervenções em sala de aula utilizando em sua proposta a resolução de problemas com as operações.

Dentre os trabalhos teóricos, pode-se citar Justo (2012) que pesquisou a variedade de situações e categorias semânticas do campo aditivo e a importância do docente dominar tais conhecimentos para ensiná-los e avaliá-los, uma vez que desconhecendo a diversidade e complexidade de cada tipo de problema corre o risco de propor ao aluno algo que não tenha trabalhado antes. O autor reuniu vinte problemas em quatro categorias semânticas: transformação, combinação, comparação e igualação.

Como categoria semântica de transformação endente-se os problemas nos quais uma quantidade inicial sofre transformação, por meio de aumento ou redução, chegando à outra situação final (ex.: André tinha 21 figurinhas, deu 13 ao seu amigo. Com quantas ele ficou?). Já na categoria de combinação ocorre a relação parte-todo, em que duas partes se juntam para chegar ao todo ou do todo se subtrai uma

parte para chegar à outra parte (ex.: Beto tem 15 petecas e Guto tem 12. Quantas petecas eles têm ao todo?). Na categoria de comparação, há a comparação de quantidades (ex.: Luana tem 6 bonecas e Lana tem duas. Quantas bonecas Luana tem a mais?). Na categoria de igualação, ocorre a comparação de duas quantidades e transformação de uma delas para chegar a uma situação de igualdade (ex.: Vera tem 14 vestidos e Flávia tem 9 vestidos. Quanto vestidos Flávia tem que comprar para ficar com a mesma quantidade de Vera?) (Justo, 2012).

Segundo o autor, para cada categoria dessas podem existir problemas canônicos e não canônicos. Como problemas canônicos entendem-se aqueles nos quais a operação a ser usada para sua resolução é mesma da situação apresentada no problema. Não canônicos, por sua vez, são aqueles nos quais a operação utilizada para sua resolução é a inversa da que aparece no comando (Justo, 2012).

Sá e Fossa (2008), a seu tempo, propõem uma análise dos tipos de problemas diferenciados entre aritméticos (simples ou combinados) e algébricos (imediatos simples, imediato combinado e estruturado). Segundo os autores, os problemas aritméticos são aqueles que não fazem uso das propriedades aditivas e multiplicativas da igualdade, ou seja, a incógnita fica isolada em um lado da igualdade, sendo os aritméticos simples os que envolvem somente uma operação para sua resolução e os combinados, os que usam mais de uma operação.

Já os problemas algébricos utilizam as propriedades aditivas e multiplicativas da igualdade, assim sendo, a incógnita não fica isolada em um dos lados da igualdade (Sá; Fossa, 2008). Estes problemas foram subdivididos pelos autores em: problema algébrico imediato simples, problema algébrico imediato combinado e algébrico estruturado. O problema algébrico simples utiliza somente uma operação para sua resolução e a incógnita não aparece explicitamente, pode-se citar como exemplo “Dez iogurtes custam R\$60,00. Quanto custa um desses iogurtes?”.

O problema algébrico imediato combinado usa mais de uma operação e não explicita a incógnita, ou pode ser decomposto em problema aritmético simples e problema algébrico imediato, como no seguinte exemplo “Dez iogurtes custam R\$60,00. Quanto custa quatro iogurtes desses?”. No problema algébrico estruturado as incógnitas precisam estar expressas para que se possa identificar todas as etapas de sua resolução, como no exemplo “Reparti R\$210,00 entre três pessoas, de tal modo que o segundo receba R\$50,00 a mais que o primeiro e o terceiro receba R\$80,00 a mais que o segundo” (Sá; Fossa, 2008, p. 271).

Dos trabalhos diagnósticos revisados destaca-se o realizado por Rodrigues, Rodrigues, Jucá e Almeida (2016) que discutem o conhecimento dos discentes do curso de pedagogia, entre o 6º e o 7º semestre, acerca dos problemas multiplicativos. Os participantes precisaram classificar os problemas como fáceis, regulares ou difíceis, conforme o tipo de problema, podendo ser de isomorfismo de medida, produto de medida, proporção múltipla, grupos equivalentes, comparação multiplicativa e produto cartesiano.

As autoras identificaram que alguns participantes da pesquisa, embora alegassem conhecimento do assunto, apresentaram dificuldade em certos problemas e erros na escolha da operação e no uso do algoritmo. Os problemas classificados como isomorfismo de medida, grupos equivalentes e comparações multiplicativas foram indicados como mais fáceis. Ficou evidenciado na pesquisa, a necessidade de discussão sobre as estruturas dos problemas multiplicativos na formação inicial dos professores permitindo-lhes condições de ensinar possibilidades e estratégias de resolução para cada tipo de problema aos seus futuros alunos.

Em relação a estudos experimentais pode-se citar o artigo publicado por Oliveira, Pereira e Reges (2022) que estabelece uma discussão a respeito das situações-problemas do campo aditivo da classe das extensões na formação inicial dos professores. Os autores ressaltaram a importância do conhecimento acerca do campo aditivo como forma de evidenciar o processo pelo qual crianças e adolescentes passam durante a aprendizagem desses conceitos, o que permitiria ao docente a criação de melhores estratégias para o ensino.

Eles realizaram capacitação teórica com alunos do curso de pedagogia, estabelecendo a criação e análise de situações-problemas à luz da Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1993). Os pesquisadores identificaram maior concentração de problemas de composição e de transformação e menor número de problemas pertencentes à classe das extensões e, portanto, mais complexos.

Silva (2015) e Santos (2017) realizaram pesquisas referentes à resolução de problemas de estruturas aditivas e multiplicativas por meio do ensino por atividades. Felix (2021) desenvolveu pesquisa de intervenção utilizando os problemas aditivos, também por meio de atividades. Já Barbosa (2021) e Miranda (2021) aplicaram Sequência Didática abordando o princípio fundamental da contagem e a multiplicação com disposição retangular, respectivamente. Estes trabalhos foram comentados com mais detalhes na subseção anterior.

Dentre os tipos de problemas apresentados, a pesquisa aqui relatada tomou como referência a ideia de problemas aritméticos e algébricos apresentadas por Sá (2003), para classificar, tanto os problemas com estrutura aditiva quanto com estrutura multiplicativa. Por esse motivo, convém uma breve discussão em torno da Teoria dos Campos Conceituais e das estruturas aditivas e multiplicativas dos problemas (Vergnaud, 1993).

3.2.1 Problemas com estruturas aditivas e multiplicativas

Os problemas com estruturas aditivas e multiplicativas são definidos na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) desenvolvida por Gérard Vergnaud, psicólogo francês, doutor em matemática que teve como orientador Jean Piaget. A Teoria dos Campos Conceituais trata-se de:

[...] uma teoria cognitivista que busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos aos estudos do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, sobretudo as que dependem da ciência e da técnica. Por fornecer uma estrutura à aprendizagem, ela envolve a didática, embora não seja em si uma teoria didática. Sua principal finalidade é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos em crianças e adolescentes, entendendo-se por conhecimento tanto as habilidades quanto as informações expressas (Vergnaud, 1993, p.1).

Em outras palavras, a teoria se propõe a explicar como os conhecimentos são construídos pelas crianças. Nesse processo, há a formação de conceitos, possíveis através das variadas situações vivenciadas pelo sujeito, e nessa relação o aluno usa os esquemas já disponíveis e constrói novos esquemas. “Esquema” para Vergnaud é a “organização invariante do comportamento para uma classe de situações dadas” (Vergnaud, 1993, p. 2). O autor acredita que nos esquemas se evidenciam os elementos cognitivos daquela ação vivida pela criança.

Para ele, o conhecimento pode ser operatório, assim compreendido como aqueles conhecimentos dos quais a criança já dispõe em seus esquemas, e não-operatório, aqueles dos quais ela ainda não dispõe, precisando, portanto, de tempo e reflexão para conseguir tratar e explorar as informações novas.

Os esquemas seriam para Vergnaud (1993) o que ele chama de “invariantes operatórios”, que são as ações e estratégias utilizadas pelas crianças no trato de determinadas situações, conforme os conhecimentos previamente estabelecidos.

Dessa forma, os três pilares: conjunto de situações (S), conjunto de invariantes operatórios (I) e conjunto de representações simbólicas (R) formam os conceitos (Oliveira, Pereira e Reges, 2022).

Segundo Vergnaud (1993), um campo conceitual pode ser definido como um conjunto de situações, de forma que o campo conceitual aditivo envolve situações que utilizam as operações de adição, de subtração ou de ambas e o campo conceitual multiplicativo, abarca as situações de multiplicação, de divisão ou das duas (Vergnaud, 1993).

O campo conceitual aditivo abrange uma série de situações que exigem o uso da adição e/ou da subtração para solucioná-las, além de conceitos e teoremas que propiciem ao aluno tratar as informações contidas na situação como tarefas matemáticas (Vergnaud, 1993).

O campo conceitual aditivo compreende como estruturas os seguintes componentes:

[...] conceitos de cardinal e de medida, de transformação temporal por aumento ou diminuição (perder ou gastar certa quantia), de relação de comparação quantificada (ter bombons ou três anos a mais que) de composição binária de medidas (quanto no total?), de composição de transformações e relações, de operação unitária, de inversão, de número natural e número relativo... (Vergnaud, 1993, p.9-10).

Como são diferentes e variadas as relações aditivas, o autor, em sua teoria, organizou seis grandes categorias, conforme evidencia o Quadro 5 a seguir.

Quadro 5 – Categorização das relações aditivas

	Categoria	Definição	Tipos de relação
I	Primeira categoria	Duas medidas se compõem para resultar em uma terceira.	Conhecendo duas medidas para achar a composta.
		Da terceira medida, retira-se uma das elementares para chegar à outra	Conhecendo a composta e uma das elementares para achar a outra.
II	Segunda categoria	Uma medida sofre uma transformação resultando em outra medida.	O termo desconhecido pode ser o inicial, o final ou a transformação.
III	Terceira categoria	Uma relação liga duas medidas	Um valor (referente) é comparado, por meio de relação positiva ou negativa, a outro valor (referido).
IV	Quarta categoria	Duas transformações se compõem para resultar em uma transformação	Conhecendo duas transformações

			elementares ou a composta e uma das elementares
V	Quinta categoria	Uma transformação opera sobre um estado relativo para resultar em um estado relativo	O termo desconhecido pode ser o inicial, o final ou a transformação.
VI	Sexta categoria	Dois estados relativos se compõem para resultar em um estado relativo.	Assemelha-se a primeira, porém sem ordem temporal.

Fonte: Construído a partir de informações adaptadas de Jenske (2011).

Cada uma dessas categorias se ramifica em classes de problemas conforme seja a relação existente: composição, transformação ou comparação, com alterações de medidas positivas ou negativas. Vergnaud (2014) criou símbolos para a organização dos esquemas de relação, conforme Quadro 6 a seguir.

Quadro 6 – Símbolos de representação das relações das situações-problemas

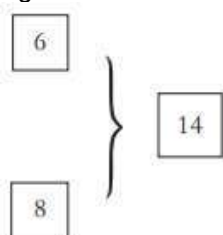
Símbolo	Representação
□	Número natural.
○	Número relativo (conforme os estados)
}	Composição de elementos da mesma natureza
→	Transformação
↑	Relação entre estados

Fonte: Construído a partir de Vergnaud (2014, p.201).

Abaixo, seguem exemplos de esquemas para cada uma das categorias supracitadas.

Primeira categoria: duas medidas se compõem para resultar em uma medida (Vergnaud, 2014, p. 202).

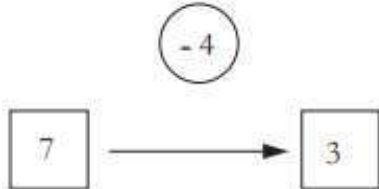
Figura 1 – Primeira categoria aditiva



Fonte: Retirado de Vergnaud (2014, p. 202).

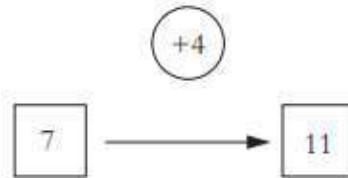
Segunda categoria: uma transformação opera em uma medida para resultar em uma medida (Vergnaud, 2014, p. 202).

Figura 2 – Segunda categoria aditiva



Fonte: Retirado de Vergnaud (2014, p. 203).

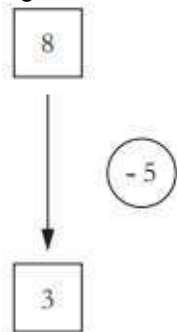
Figura 3 – Segunda categoria aditiva



Fonte: Retirado de Vergnaud (2014, p. 203).

Terceira categoria: uma relação liga duas medidas (Vergnaud, 2014, p. 203).

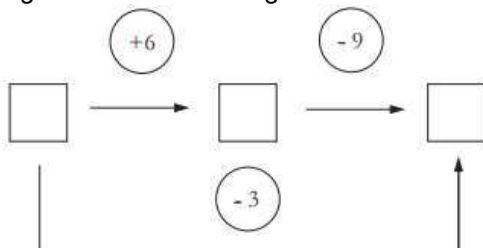
Figura 4 – Terceira categoria aditiva



Fonte: Retirado de Vergnaud (2014, p. 203).

Quarta categoria: duas transformações se compõem para resultar em duas transformações (Vergnaud, 2014, p. 204).

Figura 5 – Quarta categoria aditiva



Fonte: Retirado de Vergnaud (2014, p. 204).

Quinta categoria: uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo (Vergnaud, 2014, p. 204).

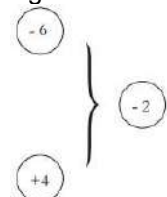
Figura 6 – Quinta categoria aditiva



Fonte: Retirado de Vergnaud (2014, p. 204).

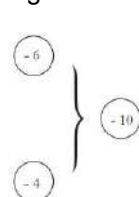
Sexta categoria: dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo (Vergnaud, 2014, p. 205).

Figura 7 – Sexta categoria aditiva



Fonte: Retirado de Vergnaud (2014, p. 205).

Figura 8 – Sexta categoria aditiva



Fonte: Retirado de Vergnaud (2014, p. 206).

A seu turno, o campo conceitual multiplicativo abrange as variadas situações que exigem a utilização das operações de multiplicação, divisão ou ambas, além dos conceitos e teoremas que possibilitem a análise dessas situações. Esse campo conceitual engloba conceitos como “proporção simples e proporção múltipla, função linear e não-linear, razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração...” (Vergnaud, 1993, p. 10).

Os problemas multiplicativos, conforme Vergnaud (2014) podem ser organizados em duas grandes categorias: isomorfismo de medidas e produto de medidas, conforme se observa no Quadro 7.

Quadro 7 – Categoria de problemas multiplicativos

Categoria	Definição	Tipo de relação
Isomorfismo de medidas	Problemas nos quais existe uma relação quaternária, ou seja, proporção simples de duas variáveis, uma relacionada à outra.	Multiplicação, ex.: Uma caixa de bombom custa R\$ 8,00. Quanto pagarei por 4 caixas dessas?
		Divisão: determinar o valor unitário.
		Divisão: determinar a quantidade de unidades.
Produto de medidas	Problemas nos quais existe uma relação ternária, ou seja, o produto de duas medidas para chegar a uma terceira.	Conhecendo-se as medidas elementares, chega-se ao produto. Dado o valor do produto e de uma das medidas elementares, encontra-se a outra medida elementar.

Fonte: Construído a partir de Vergnaud (1993).

Nos problemas do tipo isomorfismo de medida, a relação existente é quaternária, pois envolve quatro medidas ou valores que seguem uma proporção simples. Para melhor compreensão, no exemplo citado no quadro, 1 caixa de bombons custa R\$8,00, determinar o valor de 4 caixas, a relação entre as medidas segue representada no Quadro 8.

Quadro 8 - Exemplo de relação quaternária

Problema	Relação									
Uma caixa de bombom custa R\$ 8,00. Quanto pagarei por 4 caixas dessas?	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">caixas</td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">valor</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">→</td> <td style="padding: 5px;">8</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">→</td> <td style="padding: 5px;">x</td> </tr> </table>	caixas		valor	1	→	8	4	→	x
caixas		valor								
1	→	8								
4	→	x								

Fonte: Construído a partir de Vergnaud (2014).

Nos problemas do tipo produto de medidas, a relação entre os valores é ternária, pois envolve três medidas, podendo-se conhecer duas para chegar a uma terceira ou, a partir do produto e de uma das medidas, chegar à outra. A seguir, o Quadro 9 traz exemplo de uma relação ternária.

Quadro 9 – Exemplo de relação ternária

Problema	Relação								
Tenho 4 blusas e 5 saias. Quantas seriam as combinações possíveis?	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center; padding: 10px;">$4 \times 5 = X$ possibilidades</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↙</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↘</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">para os números</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">para as dimensões de possibilidades</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$X = 4 \times 5$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">blusas \times saias</td> </tr> </table>	$4 \times 5 = X$ possibilidades		↙	↘	para os números	para as dimensões de possibilidades	$X = 4 \times 5$	blusas \times saias
$4 \times 5 = X$ possibilidades									
↙	↘								
para os números	para as dimensões de possibilidades								
$X = 4 \times 5$	blusas \times saias								

Fonte: Construído a partir de Vergnaud (2014).

Cada categoria dessas se subdivide em variadas classes, conforme sejam as situações-problemas.

Desse modo, a Resolução de Problemas abarca uma série de classificações, de acordo com o viés tomado para análise. Além disso, proporciona uma infinidade de possibilidades de desenvolvimento e aprimoramento do pensamento matemático.

3.3 Estudos sobre Sistema de Numeração Decimal

O Sistema de Numeração Decimal (SND), também conhecido como sistema hindu-arábico, foi desenvolvido pelo povo hindu e difundido pelos árabes, mundo a fora. É um conteúdo extremamente importante, presente durante todo o ciclo referente às séries iniciais do ensino fundamental e sua compreensão é necessária para a aprendizagem de outros conhecimentos matemáticos, como as quatro operações, por exemplo.

Milan (2017) considera que as regularidades que compõem do Sistema de Numeração Decimal são complexas, especialmente em relação à posicionalidade dos algarismos, o que provoca dificuldades em seu processo de ensino-aprendizagem. Pode-se considerar que:

O posicionamento dos algarismos no número (o valor do algarismo no sistema decimal depende do lugar que ele ocupa no número) é um dos aspectos importantes do sistema de numeração decimal. Outro aspecto importante é que esse sistema se baseia em agrupamentos de dez (Milan, 2017, p. 25).

Reconhecer o valor posicional dos algarismos dentro de um número é crucial tanto para realizar a leitura e a escrita dos números, quanto para quantificá-los. Por sua vez, relacionar os agrupamentos de dez e as consequentes trocas são fundamentais para a compreensão dos “empréstimos” da subtração ou do “vai 1” da adição, por exemplo.

Para Neves e Farias (2019) existem dificuldades evidenciadas pelos alunos tanto na conceitualização quanto na representação numérica. Araújo (2020), por sua vez, acusa a forma mecânica com a qual os professores polivalentes ensinam o Sistema de Numeração Decimal e as operações fundamentais, muitas vezes por não terem o domínio necessário desse conteúdo. Essa inapropriação docente acarreta obstáculos na aprendizagem do estudante.

De acordo com Teixeira (2006 *apud* Milan, 2017), Kamii e Declarck (1986 *apud* Milan, 2017), Nunes e Bryant (1997 *apud* Milan, 2017) a falta de domínio do Sistema de Numeração Decimal pelos alunos reflete em dificuldades vivenciadas na disciplina de matemática durante todos os anos que compõem o ensino fundamental. Zunino (1995 *apud* Milan, 2017) aponta que a metodologia utilizada para o ensino do Sistema de Numeração Decimal não beneficia o uso de estratégias

dos quais a criança dispõe para compreendê-lo. Brizuela (2006 *apud* Milan, 2017) define essas estratégias como inventivas, são criações próprias das crianças, aliadas aos saberes ou informações que ela recebe pela sociedade, e são extremamente importantes para o desenvolvimento da aprendizagem.

Milan (2017) também concorda com a visão de que o método de trabalho docente para o conteúdo em questão muitas vezes desfavorece o processo de aprendizagem. A autora relata que as regularidades existentes no Sistema de Numeração Decimal devem ser consideradas durante o seu ensino. Corroboram com essa ideia os autores Parra e Saiz (1996 *apud* Milan, 2017) que consideram o raciocínio e a construção de conhecimentos desenvolvidos pela criança nesse processo. Os autores dizem que:

(...) as regularidades podem ser observadas em atividades com situação de comparação e nos argumentos construídos pelas crianças para fundamentar ou rejeitar uma escrita numérica. [...] estabelecendo regularidades, as crianças podem explicitar a organização do SND e avançar no uso da numeração escrita (Parra e Saiz, 1996 *apud* Milan, 2017 p. 25).

O ensino do Sistema de Numeração Decimal, logo, deve transcender as escritas repetitivas dos números realizados sem contextualização. Assim, é importante estabelecer uma forma de trabalhá-lo, proporcionando problemas ou atividades que permitam desenvolvimento do pensamento matemático e de estratégias na criança.

Na assimilação da noção de número, por vezes a criança enfrenta dificuldades que “se situam, essencialmente, no plano do conceito. Porém, elas se combinam rapidamente com dificuldades próprias do sistema de numeração decimal e com as operações que a acompanham” (Vergnaud, 2014, p. 167).

Dessa forma, ratifica-se a importância da aquisição dos conhecimentos numéricos para o aprendizado do Sistema de Numeração Decimal, como base para o alcance do domínio das operações aritméticas, além disso, firma-se a necessidade de abordar esse conteúdo com dinamicidade e eficácia.

3.4 Compreendendo a realidade pesquisada

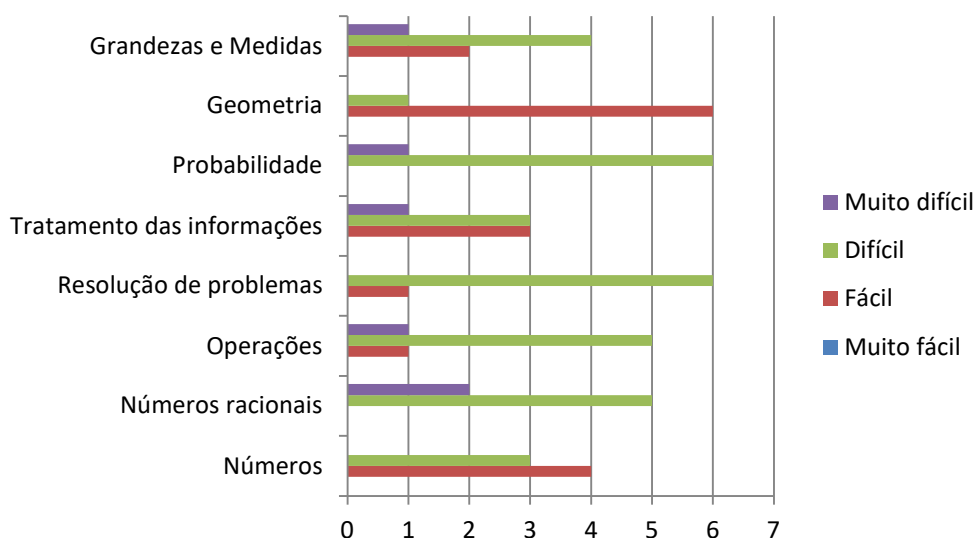
Objetivando sondar a realidade na qual a pesquisa de intervenção relatada em tela ocorreu, promoveu-se um levantamento prévio do referido contexto. Foram aplicados questionários pelo *Forms* aos professores do 1º ao 5º ano da escola municipal na qual a pesquisa de campo se efetivou, para identificar as áreas onde as dificuldades de aprendizagem em matemática se acentuavam na visão dos docentes.

O público desse levantamento foi exclusivamente feminino por não haverem homens lotados como professores de Educação Geral nessa escola, no momento da pesquisa. Ao todo, foram aplicados questionários a sete docentes, sendo que duas lecionam no 1º ano, uma no 2º, uma no 3º, duas no 4º e uma no 5º ano.

As questões solicitavam que fossem apontados os graus de dificuldade que os alunos geralmente apresentam em cada habilidade esperada dentro dos conteúdos de matemática. Assim, foram organizados os seguintes blocos de conteúdo: Números (leitura, escrita, e características do sistema de numeração decimal); Números racionais (representação fracionária e decimal); Operações; Tratamento da informação; Probabilidade (análise de chances de acontecimento); Geometria e Medidas e Grandezas, além da habilidade de Resolução de problemas.

As docentes deveriam responder se consideram os conteúdos Muito Fácil, Fácil, Difícil, Muito Difícil ou Conteúdo não trabalhado no ano. Apenas uma professora, a do 3º ano, indicou que Tratamento da informação e Probabilidade não é trabalhado no referido ano. Os dados desse levantamento seguem no Gráfico 1.

Gráfico 1 - Grau de dificuldade nos conteúdos de Matemática do 1º ao 5º

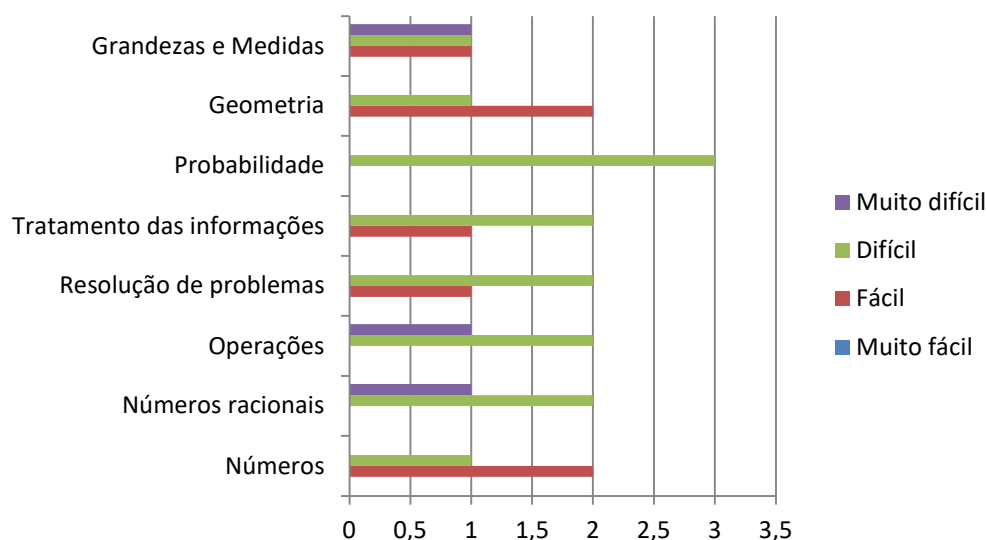


Fonte: Construído a partir dos dados da pesquisa (2021).

De maneira geral, observa-se que do 1º ao 5º ano, uma pequena quantidade de docentes considerou algum conteúdo como Muito Difícil: os Números racionais (2), Operações, Tratamento da informação, Probabilidade e Grandezas e Medidas (1 cada). Foram tidos como difíceis, pela maioria das participantes, a habilidade de Resolução de problemas e o conteúdo de Probabilidade, ambas com 6 cada, seguidos de Operações e Números racionais, com 5, Medidas e Grandezas, com 4, Números e Tratamento da informação com 3. Por conseguinte, a habilidade de Resolução de problemas e os conteúdos de Probabilidade, Operações e Números racionais lideram as dificuldades que os alunos enfrentam na hora da aprendizagem, segundo essas professoras. Os conteúdos considerados fáceis por uma quantidade expressiva de participantes foi Geometria (6) e Números (4). Nenhum assunto foi visto como muito fácil.

Deixando à margem os questionários das professoras lotadas nos três primeiros anos da escola consultada e mantendo o foco nos questionários aplicados às docentes do Ciclo II (4º e 5º ano), público alvo desta pesquisa, observa-se que das 3 docentes, todas vislumbram o conteúdo de probabilidade como difícil, 2 delas concordam que Operações, Números racionais, Tratamento da informação e a habilidade de Resolução de problemas são difíceis. Uma aponta como Muito difícil os Números racionais, as Operações e as Medidas e Grandezas. Novamente são considerados fáceis pela maioria Geometria e Números (vide Gráfico 2).

Gráfico 2 - Grau de dificuldade nos conteúdos de Matemática do 4º e do 5º



Fonte: Construído a partir dos dados da pesquisa (2021).

Considerando a necessidade de compreender melhor o universo, um levantamento da percepção docente em relação ao domínio das habilidades de matemática apresentado pelos alunos na transição do 5º para o 6º ano do ensino fundamental foi realizado, contudo, por compreender que não cabia no presente trabalho, foi publicado em forma de artigo (Monteiro, Sá e Quintela, 2023). Os autores consultaram os docentes que atuam nas escolas componentes do mesmo distrito da Rede Municipal de Ensino de Belém (RME), onde está situada a escola alvo da pesquisa aqui relatada.

Os professores responderam a um questionário apontando se os alunos realizavam a transição do 5º para o 6º ano do ensino fundamental com o domínio adequado das habilidades contidas no Registro Síntese (documento oficial para registro avaliativo na RME - Belém) das disciplinas de Língua Portuguesa e de Matemática. Como dados importantes para a análise prévia da realidade pesquisada no presente trabalho, foram consideradas apenas as informações referentes à matemática. No perfil docente, os autores relataram que os professores são todos graduados em Pedagogia, no caso do 5º ano, e em matemática, no caso do 6º.

Os docentes consultados nessa pesquisa relataram, em sua maioria, que grande parte dos alunos faz a transição entre os dois anos com conhecimento apenas parcial das habilidades, conforme Quadro 10.

Quadro 10 – Domínio das habilidades na transição do 5º para o 6º

Questão	A maioria dos alunos domina as habilidades matemáticas no término do 5º ano? (%)	
	Docente do	
Resposta	5º ano	6º ano
Sim	22,22	0,00
Parcial	66,66	66,66
Não	0,00	33,33
Não informou	11,11	0,00

Fonte: Monteiro, Sá e Quintela (2023).

Ao realizarem a comparação dos dados referentes às habilidades específicas, contudo, os autores evidenciaram que, para um número significativo de docentes, a visão desses domínios é diferente. Monteiro, Sá e Quintela (2023) organizaram os dados em quadros seguindo os blocos de conteúdo sugeridos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), sendo demonstrado aqui somente o que se refere aos números naturais e álgebra. As habilidades são representadas por meio de códigos, conforme Quadro 11.

Quadro 11 – Domínio das habilidades matemáticas pelos egressos do 5º

Nível de domínio das habilidades de matemática pelos egressos do 5º ano – Tratamento da informação, Números naturais e Álgebra (%)								
Código das habilidades	Ano de atuação docente							
	5º	6º	5º	6º	5º	6º	5º	6º
	Pleno		Parcial		Não Domina		Não Informou	
M13	44,44	0,00	55,55	33,33	0,00	33,33	0,00	33,33
M14	55,55	0,00	44,44	33,33	0,00	33,33	0,00	33,33
M15	55,55	0,00	44,44	33,33	0,00	33,33	0,00	33,33
M16	55,55	0,00	44,44	66,66	0,00	0,00	0,00	33,33
M17	66,66	66,66	33,33	0,00	0,00	0,00	0,00	33,33
M18	66,66	0,00	33,33	66,66	0,00	0,00	0,00	33,33
M19	22,22	0,00	77,77	66,66	0,00	0,00	0,00	33,33
M20	44,44	0,00	33,33	66,66	22,22	0,00	0,00	33,33
M21	44,44	0,00	44,44	66,66	11,11	0,00	0,00	33,33
M22	55,55	0,00	44,44	66,66	0,00	0,00	0,00	33,33
M23	33,33	0,00	44,44	66,66	11,11	0,00	11,11	33,33
M24	66,66	0,00	11,11	33,33	22,22	33,33	0,00	33,33
M34	66,66	0,00	33,33	66,66	0,00	0,00	0,00	33,33

Fonte: Monteiro, Sá e Quintela (2023).

Nesse quadro, os autores evidenciam a divergência de percepção entre os docentes do 5º e do 6º ano. Um número expressivo de professores do 5º considerou que os alunos dominam as habilidades relativas à Tratamento da informação,

números naturais e álgebra, já os do 6º são quase unânimes em apontar domínio parcial dos alunos para a maioria das habilidades. Os autores também ressaltam que essa diferença de percepção aparece com mais ênfase exatamente nesse bloco de conteúdo.

Para as habilidades relativas ao Sistema de Numeração Decimal, especificamente agrupamentos e trocas na base dez, composição e decomposição numérica e leitura e escrita de números naturais (M13, M14, M15 e M16, respectivamente), e as habilidades referentes à resolução de problemas aditivos e ao uso dos algoritmos da adição e da subtração (M18 e M22, respectivamente), os docentes do 5º, em sua maioria consideraram domínio pleno e os do 6º, domínio parcial das habilidades (Monteiro; Sá; Quintela, 2023).

Nas habilidades relacionadas aos problemas multiplicativos e ao uso dos algoritmos da multiplicação e da divisão (M19 e M23, respectivamente) a visão dos professores dos dois anos se aproxima, uma vez que em relação aos problemas multiplicativos, cerca de 77% dos docentes do 5º ano consideram domínio parcial, visão essa mantida para quase a metade deles (44%) no que tange ao uso do algoritmo. Em consonância, os professores do 6º ano consideram ambas as habilidades como parcial (Monteiro; Sá; Quintela, 2023).

Nesse contexto, considerando as duas pesquisas citadas anteriormente, aquela realizada com as docentes da escola *Lócus*, via *Google Forms*, e a que fora publicada em forma de artigo sobre a transição do 5º para o 6º ano (Monteiro; Sá; Quintela, 2023) direcionam a necessidade de intervenção em alguns aspectos fundamentais. Na primeira pesquisa, ficou evidenciado que é nas habilidades de Resolução de problemas e nas Operações, dentre outros, que os alunos enfrentam maiores obstáculos para aprender, ratificando, assim, a importância de desenvolver uma intervenção que abrace a resolução de problemas e as operações dentro deste universo.

A segunda pesquisa, por sua vez, evidencia a importância de trabalhar o ensino de Sistema de Numeração Decimal e de Operações fazendo uso da metodologia de Resolução de problemas, uma vez que é consenso entre os docentes do 6º ano e de alguns do 5º ano, do distrito onde o universo pesquisado se encontra, que os alunos finalizam o 5º ano sem o domínio necessário das habilidades referentes aos conhecimentos citados.

Dessa forma, esses dados corroboram com a necessidade de intervenção em turmas do 5º ano, no intuito de desenvolver melhor as habilidades relativas ao Sistema de Numeração Decimal, à resolução de problemas e às quatro operações, com foco na melhoria de desempenho desses discentes.

Ainda em prol de melhor conhecer o público participante da pesquisa dissertada neste trabalho, segue esclarecida, no próximo subtópico, a realidade educacional em que esses alunos estavam inseridos.

3.4.1. Contexto pandêmico e característica da turma

A fase de experimentação da pesquisa ocorreu em uma turma do 5º ano do ensino fundamental que vivenciou, nos dois anos antecessores, a pandemia da Covid-19, fato que ocasionou aulas remotas influenciando substancialmente a aprendizagem desses alunos.

Por motivo de falta de acesso à internet de qualidade da maioria dos estudantes e de alguns docentes, a escola *Lócus* da pesquisa ofertou um ensino remoto efetivado mediante entrega bimestral de apostilas contendo conteúdo e algumas questões, de forma a intercalar as disciplinas, no primeiro ano de pandemia (2020), e passou a contar com livro didático de algumas disciplinas no segundo ano de pandemia (2021). Desse modo, nesses dois anos, os alunos tiveram de fato apenas cerca de dois meses e meio de aula presencial: no início do ano de 2020 (até 15.03.2020), antes das medidas protetivas de segurança; no final de 2021 (de outubro ao início de dezembro), após o relaxamento de algumas medidas, nesse caso, com alternância de alunos.

Nesse contexto, pode-se considerar, que os alunos cursaram um ano letivo completo apenas em 2019, retomando com as atividades em 2022, após quase dois anos sem aula. Esse fato interferiu consideravelmente na aprendizagem dos alunos e em seu desempenho durante as atividades, já que os problemas relativos à leitura e interpretação de texto e conhecimentos básicos da matemática, que deveriam ser desenvolvidos no 3º ano do ensino fundamental e refinados no 4º ano, foram acumulados e trabalhados apenas no 5º ano.

Os alunos que participaram da pesquisa tinham idade entre nove e doze anos, sendo 16 meninas e 15 meninos. Era uma turma bastante agitada, mas realizava as atividades propostas em sala de aula, embora, muitas vezes, sem

manifestar interesse. A organização da turma é outro aspecto importante de ressaltar, já que se dava de forma tradicional, portanto os alunos ficavam em seus devidos lugares e realizavam as tarefas individualmente.

De acordo com a documentação escolar dos alunos, a maioria morava no bairro do Marco ou no Curió-Utinga, mas alguns alunos tinham residência no bairro da Pedreira.

Com base em documentos do Conselho de Ciclo, momento de reunião entre a equipe docente, a coordenação pedagógica e os pais ou responsáveis pelos alunos, foi possível agrupar as informações referentes ao acompanhamento familiar, no sentido de garantir as tarefas de casa e momentos para a realização de estudos. O quantitativo de discentes que costumam estudar em casa e quem os auxilia seguem registrados no Quadro 12.

Quadro 12 – Momento de estudo em casa x Quem auxilia

Hábito de estudo		Quem auxilia no estudo em casa			
		Familiar	Professor Particular	Estuda sozinho	Total
Estuda em casa	22	05	14	03	22
Não estuda em casa	09	---	---	---	09
Total	31	05	14	03	31

Fonte: Construído com dados da pesquisa (2022).

Conforme o Quadro 12, dos 31 alunos que participaram da pesquisa, 22 tinham o hábito de estudar em casa. Destes discentes, 14 estudavam com professor particular, 5 com algum familiar e 3 costumavam estudar sozinhos. Os demais (9 alunos) não reservavam momento de estudo em casa.

Os educandos A2, A8, A10, A13, A16, A21, A29 e A30 apresentavam dificuldade na aprendizagem, desde o início do ano letivo, por não dominarem plenamente a leitura e a interpretação de comandos simples e textos pequenos, bem como na leitura, escrita e representação de números. Por esse motivo, esses estudantes faziam parte do Plano de Apoio Pedagógico (PAP), momento ou atividades diferenciadas que eram aplicadas em sala de aula, pelo próprio professor lotado na turma e, na maioria das vezes, se davam durante as aulas regulares e na presença de todos os discentes.

Dos 9 alunos que não tinham o hábito de estudar em casa, 5 faziam parte do PAP (A2, A13, A16, A29, A30). Os demais alunos que não costumavam estudar fora

da classe (A3, A4, A11, A12) não participavam do PAP por já conseguirem ler e entender os enunciados, ainda que pudessem apresentar algumas limitações na interpretação de texto. Dentre os estudantes do PAP o A8 e o A10, embora tivessem dificuldade, normalmente estudavam em casa. Essas características auxiliaram o momento da análise de resultado no desempenho dos alunos.

4 CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI

Este tópico apresenta a fase da pesquisa em que foi elaborada a Sequência Didática e realizada a análise a *priori* dos testes e das atividades, nela contidos. Como o público-alvo da pesquisa é uma turma do 5º do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Ensino de Belém – RME/SEMEC, as atividades da Sequência Didática foram construídas ou adaptadas para este nível de ensino e tem como foco o ensino da matemática por atividades experimentais. A Sequência Didática foi dividida em duas etapas: 4.1 Etapa I: Sistema de Numeração Decimal (SND) e Problemas aditivos; 4.2 Etapa II: Problemas Multiplicativos.

As atividades relativas ao Sistema de Numeração Decimal foram construídas nessa fase da pesquisa. As atividades relativas aos problemas aditivos e multiplicativos foram adaptadas dos autores Santos (2017), Barbosa (2021) e Miranda (2021), já sendo por eles validada em outra ocasião. Ressalta-se que as atividades aditivas e multiplicativas validadas por Santos (2017) foram aplicadas a alunos do 6º ano do ensino fundamental, fato que influenciou nas modificações realizadas, bem como nos resultados obtidos, uma vez que a pesquisa aqui dissertada teve como público-alvo alunos do 5º ano do ensino fundamental.

Para facilitar a avaliação da aprendizagem, foram organizados dois testes, aplicados antes e após o término da realização de cada etapa da sequência. Dessa forma, o Teste I, aborda os conhecimentos sobre Sistema de Numeração Decimal e Problemas Aditivos e o Teste II, sobre Problemas Multiplicativos.

Os testes, as atividades componentes de cada etapa e suas respectivas análises a *priori* estão detalhadas em cada um dos tópicos a seguir.

4.1 Etapa I: Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos

Nessa etapa da Sequência Didática foram trabalhados os conhecimentos relativos ao Sistema de Numeração Decimal (agrupamentos, trocas na base 10, leitura e escrita dos números, composição e decomposição numérica e valor de lugar) e aos problemas aditivos, assim envolvendo as operações de adição e subtração. A etapa foi composta de Teste I (pré-teste e pós-teste), que foram aplicados antes e depois da realização das atividades, e de 11 atividades que a compuseram, totalizando 15 encontros.

4.1.1 Teste I: Sistema Numeração Decimal e problemas aditivos

Apresenta-se nesse tópico o Teste I que contém 10 questões envolvendo o Sistema de Numeração Decimal e os problemas aditivos que abarcam as operações de adição e subtração. As três primeiras questões referem-se ao Sistema de Numeração Decimal e as sete questões restantes às operações citadas e estão distribuídas entre problemas aritméticos e algébricos, que foram adaptadas de Santos (2017).

01. No caixa de uma loja, constavam os seguintes recibos. Complete-os:

RECIBO					
Recebi	a	quantia	de	R\$	2.605,00
(_____)					referente à
compra de calçados.					
Belém, 27 de abril de 2021.					
Ass.: José Antônio de Oliveira					

RECIBO	
Recebi a quantia de R\$ _____	(mil quinhentos e noventa e sete reais), referente à
compra de calçados.	
Belém, 27 de abril de 2021.	
Ass.: João Gumercindo Santos	

Análise a priori da Questão 01: Esta questão tem como objetivo verificar se os alunos dominam a escrita por extenso dos números naturais e a representação dos seus valores de forma numérica. Acredita-se que os alunos não terão dificuldade em resolvê-la, contudo, podem cometer erros relativos às unidades de milhar e à supressão na dezena, no caso do primeiro recibo.

02. Durante a aula de matemática, Manoel precisava resolver as solicitações abaixo. Ajude Manoel a fazer esta atividade:

a) Escreva por extenso os números a seguir:

358.607: _____

265.490: _____

15.782: _____

b) Represente em forma numérica os números a abaixo:

Cinco mil trezentos e trinta: _____

Noventa e seis mil quinhentos e quatro: _____

Trezentos e sete mil quatrocentos e vinte seis: _____

Análise a priori da Questão 02: Esta questão apresenta dois itens. O item a tem como objetivo verificar se os alunos conseguem escrever por extenso os números. O item b objetiva identificar se os alunos sabem registrar de forma numérica a escrita por extenso dos números. Acredita-se que a maioria da turma conseguirá resolvê-la, podendo ocorrer erros de ordem ortográfica e relativos à representação da classe dos milhares.

03. Em uma atividade da aula de matemática, Leonardo precisa resolver as composições e decomposições numéricas abaixo. Vamos ajudá-lo!

a) $5000 + 60 + 8 =$ _____

b) $2.000 + 300 + 70 + 3 =$ _____.

c) $3 \times 10.000 + 4 \times 1.000 + 9 \times 10 + 2 \times 1 =$ _____.

d) $87.402 =$ _____.

e) $105.329 =$ _____

f) $523 =$ _____

Análise a priori da Questão 03: Esta questão objetiva identificar se os alunos sabem realizar a composição e a decomposição numérica em suas diversas ordens e na forma polinomial. Acredita-se que os alunos não terão dificuldade em realizar a composição, uma vez que o sinal de adição já sugere a soma dos valores. Contudo, erros podem ocorrer nas casas em que não há preenchimento e na composição de forma polinomial, por envolver outra operação (multiplicação).

É possível, também, que surjam erros na decomposição, especialmente nas ordens que estão preenchidas com o zero. Além disso, os alunos podem ser levados a escrever por extenso, ao invés de decompor, erro comum entre eles no início do ano letivo.

04 (Adaptada de Santos, 2017). Ana tem R\$65,00 e sua irmã tem R\$55,00. Quanto elas têm juntas?

Análise a priori do pré-teste Questão 04: Trata-se de uma questão

aritmética que envolve a operação de adição. Acredita-se que os alunos resolverão esta questão sem dificuldades, podendo haver erros relativos ao domínio do algoritmo.

05 (Adaptada de Santos, 2017). Neto tinha 85 figurinhas. Deu 26 para seu primo Carlos. Com quantas figurinhas Neto ficou?

Análise a priori do pré-teste Questão 05: trata-se de um problema aritmético, cuja escolha da operação pode ocorrer com certa facilidade, pela ideia de redução de quantidade que o verbo “dar” apresenta, contudo é possível que surjam erros relativos ao empréstimo necessário entre as ordens da unidade e da dezena.

06 (Adaptada de Santos, 2017). Pedro e Marcus têm juntos 72 bolinhas de gude. Pedro tem 54. Quantas bolinhas de gude tem Marcus?

Análise a priori do pré-teste Questão 06: trata-se de um problema algébrico, na qual acredita-se que os alunos terão dificuldade de identificar a operação subtração, já que o termo “têm juntos” pode dar ideia de adição. Além disso, podem cometer erros relativos à transferência de valores entre as ordens ou à subtração invertida.

07 (Adaptada de Santos, 2017). Mauro tinha R\$37,00, ganhou certa quantia de seu irmão e ficou com R\$99,00. Quanto Mauro ganhou de seu irmão?

Análise a priori do pré-teste Questão 07: trata-se de um problema algébrico, por isso, acredita-se que os alunos poderão apresentar dificuldades para identificar a operação, já que sua solução está na subtração do valor final pelo valor inicial. Também podem ocorrer erros relativos à disposição dos algarismos nas suas respectivas ordens.

08 (Adaptada de Santos, 2017). Lucas tinha R\$ 70,00, emprestou certa quantia para Mateus e ficou com R\$28,00. Quanto Lucas emprestou para Mateus?

Análise a priori do pré-teste Questão 08: trata-se de um problema algébrico, envolvendo a operação de subtração. Acredita-se que os alunos poderão ter certa facilidade para identificar a operação, em decorrência dos termos “emprestou” e “ficou”, que apresentam, respectivamente, a ideia de “dar

algo” e de “restante”, levando os alunos ao conceito de subtração. Contudo, poderão cometer erros referentes ao algoritmo da operação.

09 (Adaptada de Santos, 2017). Mario tinha certa quantia em dinheiro. Ganhou R\$ 50,00 de seu pai e ficou com R\$184,00. Quanto Mario tinha antes de ganhar dinheiro de seu pai?

Análise a priori do pré-teste Questão 09: é um problema algébrico envolvendo a operação de subtração. Acredita-se que os alunos terão dificuldades em identificar a operação, uma vez que o termo “ganhou” apresenta a ideia de soma. Ademais, podem ocorrer erros relativos à disposição dos algarismos nas suas respectivas ordens.

10 (Adaptada de Santos, 2017). Fernanda comprou 2 camisetas. Uma custou R\$21,00, e a outra, R\$63,00. Como havia levado uma nota de R\$100,00, com quanto ela ficou de troco?

Análise a priori do pré-teste Questão 10: trata-se de um problema aritmético combinado que envolve duas operações (adição e subtração) ou a repetição de uma (subtração). Acredita-se que os alunos podem ter dificuldade em resolvê-lo, com possibilidade de identificar somente uma das operações, ou realizá-la apenas uma vez, além da ocorrência dos erros relativos ao algoritmo da subtração com reserva.

4.1.2 Atividades da etapa I: SND e problemas aditivos

As atividades desta seção da Sequência Didática têm como objetivo proporcionar a aprendizagem das características gerais do sistema de numeração decimal, tais como leitura de números, agrupamentos, troca na base 10, ordenação (até a 6ª ordem), composição e decomposição numérica, e dos problemas aditivos, envolvendo, assim, as operações de adição e de subtração. As três primeiras atividades são de Sistema de Numeração Decimal, foram produzidas durante esta etapa da pesquisa, as demais atividades desta etapa são de estruturas aditivas, sendo uma (atividade 4) igualmente construída e as adaptadas de Santos (2017).

As conclusões formuladas pelos alunos serão analisadas conforme Quadro 13, seguindo Barbosa (2021).





Quadro 13 – Categorias das conclusões

Conclusões esperadas	Tipo de conclusão
Quando a conclusão é correta e se aproxima da conclusão esperada.	Válida, prevista e desejada
Está correta, foi prevista nas análises, e não se relaciona com a conclusão esperada.	Válida, prevista e não desejada
A conclusão está parcialmente correta, pois se relaciona em parte com a conclusão esperada.	Parcialmente válida, prevista e parcialmente desejada
É uma conclusão incorreta, pode ter sido prevista nas análises e não se relaciona com a conclusão esperada.	Inválida, prevista e não desejada.
Quando o grupo não transcreveu a conclusão	Não formulada

Fonte: Adaptada de Barbosa (2021).

A seguir, o Quadro 14 apresenta o roteiro da atividade 1.

Quadro 14 – Atividade 1

ATIVIDADE 1				
TÍTULO: Representação numérica de quantidades				
OBJETIVO: Descobrir uma regularidade na representação numérica de quantidades				
MATERIAL: Banco fictício, roteiro da atividade				
PROCEDIMENTO:				
<ul style="list-style-type: none"> • Pegue as quantias solicitadas em cada questão sempre utilizando a menor quantidade possível de notas do banco; • Após pegar cada quantia solicitada registre no quadro a quantidade de notas que foram utilizadas. 				
Questões				
1) Pegue doze reais;				
2) Pegue vinte um reais;				
3) Pegue novecentos e noventa e nove reais;				
4) Pegue novecentos e dois reais;				
5) Pegue cinquenta reais;				
6) Pegue cento e um reais;				
7) Pegue mil, duzentos e trinta e quatro reais;				
8) Pegue dois mil, quinhentos e quarenta reais;				
9) Pegue três mil reais;				
10) Pegue quatro mil e trinta e nove reais;				
11) Pegue mil e dois reais;				
12) Pegue dois mil e dez reais;				
13) Pegue três mil e cem reais.				
	Quantidade utilizada de notas de			
Quantias				
1ª quantia				
2ª quantia				
3ª quantia				
4ª quantia				
5ª quantia				

6ª quantia				
7ª quantia				
8ª quantia				
9ª quantia				
10ª quantia				
11ª quantia				
12ª quantia				
13ª quantia				

Responda:

a) No número 1.234 o algarismo 4 ocupa que ordem? _____

b) No número 4.039 o algarismo 4 ocupa que ordem? _____

c) No número 3.100 o algarismo 3 ocupa quais ordem? _____

d) No número 1.234 o algarismo 3 ocupa que ordem? _____

e) No número 1.002 o algarismo 2 ocupa que ordem? _____

f) No número 2.010 o algarismo 2 ocupa que ordem? _____

g) No número 2.540 que algarismo ocupa a ordem da unidade de milhar? _____

h) No número 902 que algarismo ocupa a ordem da centena? _____

i) No número 1.002 que algarismo ocupa a ordem da dezena? _____

Observação:

Conclusão:

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021).

Análise a priori da atividade 1: Esta atividade tem como objetivo a percepção de uma regularidade na representação numérica das quantidades. Dessa forma, pretende-se que os alunos compreendam o valor relativo que um algarismo apresenta ao ocupar determinada ordem e possam chegar à seguinte conclusão: cada algarismo tem a sua ordem ou lugar dentro de um número e o seu valor é relativo ao lugar que ocupa, ou seja, muda de acordo com a posição.

Acredita-se que os alunos conseguirão resolver as questões e o preenchimento do quadro, por conta do manuseio do dinheiro fictício, contudo pode haver confusões para identificar, inicialmente, em que coluna devem registrar os valores. É possível, ainda, que apresentem dificuldade para desenvolver a conclusão, uma vez que não estão acostumados com esse tipo de atividade. O Quadro 15 demonstra as previsões de conclusão para esta atividade.

Quadro 15 – Previsão das conclusões para a atividade 1

Conclusão	Classificação
Cada número tem a sua ordem e valor dele pode mudar de acordo com ela.	Válida e desejada
Cada algarismo tem o seu lugar e o valor muda.	Válida e desejada
Cada número tem sua casa e o valor dele muda	Válida e parcialmente desejada
Cada número tem seu valor.	Inválida e não desejada.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2021).

No Quadro 16, a seguir, apresenta-se a atividade 02.

Quadro 16 – Atividade 2

ATIVIDADE 2					
TÍTULO: Agrupamentos e troca na base 10					
OBJETIVO: Perceber uma regularidade nas trocas entre as diversas ordens.					
MATERIAL: Banco financeiro fictício, liga de elástico, papel, lápis ou caneta, borracha, quadro branco.					
PROCEDIMENTO: Resolver os problemas manipulando o dinheiro fictício.					
1 - Manoel tem uma nota de R\$ 1.000,00 para trocar por cédulas de R\$ 100,00.					
a) Quantas cédulas de R\$ 100,00 serão necessárias? _____.					
b) Quantas notas de R\$ 100,00 cabem em R\$ 1.000,00? _____.					
2 – Henrique juntou R\$ 1.000,00 em notas de R\$ 100,00.					
a) Quantas notas de R\$ 100,00 Henrique tem? _____.					
b) Quantas notas de R\$ 100,00 cabem em R\$ 1.000,00? _____.					
3 – Os amigos Jardel, Marieta e Laura fizeram uma poupança. Jardel tem R\$ 2.000,00, Marieta tem R\$ 3.000,00 e Laura tem R\$ 5.000,00.					
a) Quantas notas de R\$ 1.000,00 cabem em R\$ 2.000,00? _____.					
b) Quantas notas de R\$ 1.000,00 cabem em R\$ 3.000,00? _____.					
c) Quantas notas de R\$ 1.000,00 cabem em R\$ 5.000,00? _____.					
4 – João Paulo tem R\$ 2.000,00 em notas de R\$ 100,00.					
a) Ele deve organizar as notas de R\$ 100,00 em 2 ligas com a mesma quantidade de cédulas em cada. Quantas notas de R\$ 100,00 ficarão em cada liga? _____.					
b) Ele deve trocar todas as notas de R\$ 100,00 de cada uma das ligas, por uma única nota que tenha o mesmo valor. Que nota é essa? _____.					
c) Quantas dessas notas serão necessárias? _____.					
d) Quantas notas de R\$ 1.000,00 cabem em R\$ 2.000,00.					
5 – Nazaré organizou em uma tabela os valores que os participantes de uma caixinha têm guardado. Ajude Nazaré a organizar quantas cédulas de cada valor eles têm.					
NOME	VALOR TOTAL (R\$)	QUANTAS NOTAS DE R\$ 1.000,00?	QUANTAS NOTAS DE R\$ 100,00?	QUANTAS NOTAS DE R\$ 10,00?	QUANTAS NOTAS DE R\$ 1,00?
Rafael	1.232,00				
Laurence	2.475,00				
Heitor	3.850,00				
Érika	4.128,00				
Geraldo	5.739,00				
Maria	6.143,00				
Pedro	7.380,00				
Vera	8.151,00				
Marcela	8.340,00				
Anício	9.782,00				
Sérgio	9.146,00				
Observações:					
Conclusões:					

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021).

Análise a priori da atividade 2: esta atividade objetiva a percepção de uma regularidade nas trocas na base 10 ocorridas entre as ordens. Acredita-se que os conseguirão resolver as questões e o preenchimento do quadro, mas, em um primeiro momento, pode haver dificuldade nas trocas das notas. Espera-se que os

alunos cheguem à seguinte conclusão: para cada 10 notas iguais é possível efetivar a troca por 1 nota com o mesmo valor. No Quadro 17, estão demonstradas as previsões de conclusão das equipes para esta atividade.

Quadro 17 – Previsão de conclusão para a atividade 2

Conclusão	Classificação
Quando junta 10 notas iguais dá para trocar por 1 de valor igual.	Válida e desejada
Quando juntamos um bloco de 10 notas iguais podemos trocar por uma só nota com o mesmo valor.	Válida e desejada
Cada bloco de 10 notas vale 1 nota do mesmo valor.	Válida e parcialmente desejada
Pode trocar um bloco de notas por uma nota.	Inválida e não desejada.

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021).

O Quadro 18, abaixo, apresenta a atividade 3.

Quadro 18 – Atividade 3

ATIVIDADE 3
<p>TÍTULO: Composição e decomposição numérica em suas diversas ordens e na forma polinomial</p> <p>OBJETIVO: Realizar a composição e a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens e polinomial.</p> <p>MATERIAL: Banco financeiro fictício, liga de elástico, papel, lápis ou caneta, borracha, quadro branco.</p> <p>PROCEDIMENTO: Resolver os problemas manipulando o dinheiro fictício.</p> <p>1 – Edney precisa calcular quanto arrecadou pela venda de suas frutas na feira. Ele tem os seguintes valores: R\$2.000,00; R\$ 300,00;R\$ 50,00;R\$ 3,00. Quanto ele arrecadou ao todo?</p> <p>a) Qual o total arrecadado?</p> <p>b) No número obtido, os algarismos têm o mesmo valor?</p> <p>c) O número tem algarismos repetidos?</p> <p>d) Quais são?</p> <p>e) Esses algarismos têm o mesmo valor?</p> <p>f) Quais são os valores deles?</p> <p>2 – Para a festa de aniversário de Ana, seu pai juntou dinheiro em um porquinho. Ao conferir, viu que tinha: R\$1.000,00; R\$ R\$ 200,00; R\$ 10,00 e R\$ 4,00.</p> <p>a) Qual o total arrecadado?</p> <p>b) No número obtido, os algarismos tem o mesmo valor?</p> <p>c) O número tem algarismos repetidos?</p> <p>d) Quais são?</p> <p>e) Esses algarismos tem o mesmo valor?</p> <p>f) Quais são os valores deles?</p> <p>3 – Jerônimo recebeu seu salário e viu que tinha os seguintes valores: R\$ 2.000,00, R\$ 700,00 e R\$ 7,00. Quanto Jerônimo recebeu?</p> <p>a) Qual é o salário de Jerônimo?</p> <p>b) No número obtido, os algarismos têm o mesmo valor?</p> <p>c) O número tem algarismos repetidos?</p> <p>d) Quais são?</p> <p>e) Esses algarismos têm o mesmo valor?</p> <p>f) Quais são os valores deles?</p>

4 – Manoel recebeu de seu pai R\$ 1.535,00. Esse valor foi organizado de acordo com sua decomposição nas respectivas ordens (Unidade de Milhar, Centena, Dezena e Unidade simples).

- Como o número 1.535,00 fica decomposto? _____ + _____ + _____ + _____
- No número 1.535,00 os algarismos têm o mesmo valor?
- O número tem algarismos repetidos?
- Quais são?
- Esses algarismos tem o mesmo valor?
- Quais são os valores deles?

5 – Felipe e Laura têm juntos R\$ 1.808,00. Organizaram essa quantia dentro das suas respectivas ordens. Quantos reais foram organizados na centena?

- Como o número 1.808,00 fica decomposto? _____ + _____ + _____ + _____
- No número 1.808,00 os algarismos têm o mesmo valor?
- O número tem algarismos repetidos?
- Quais são?
- Esses algarismos tem o mesmo valor?
- Quais são os valores deles?

6 – Seu Sebastião arrecadou, ao final de um dia de venda, o montante de R\$ 6.960,00. Organizou o valor de acordo com suas ordens. Quantas unidades de milhar tem nesse valor?

- Como o número 6.960,00 fica decomposto? _____ + _____ + _____ + _____
- No número 6.960,00 os algarismos tem o mesmo valor?
- O número tem algarismos repetidos?
- Quais são?
- Esses algarismos tem o mesmo valor?
- Quais são os valores deles?

7 – Em um jogo, Vanessa retirou as cartas com os seguintes valores:

2 x 1.000

8 x 100

4 x 10

3 x 1

Ajude Vanessa a descobrir qual é este número. _____

- Que algarismo representa a unidade de milhar? _____
- Que algarismo representa a centena? _____
- Que algarismo representa a dezena? _____
- Que algarismo representa a unidade? _____

8 – Ao organizar sua poupança, Pedro percebeu que tem o seguinte valor: 3 x R\$ 100,00; 8 x R\$ 10,00 e 2 x R\$ 1,00.

Quanto Pedro tem? _____

- Que algarismo representa a unidade de milhar? _____
- Que algarismo representa a centena? _____
- Que algarismo representa a dezena? _____
- Que algarismo representa a unidade? _____

9 – Em uma compra, Clarita recebeu a seguinte quantidade de notas: 2x R\$ 10.000; 3 x R\$ 1.000,00; 5 x R\$ 100,00 e 6 x R\$ 1,00.

Quanto Clarita recebeu? _____

- Que algarismo representa a unidade de milhar? _____
- Que algarismo representa a centena? _____
- Que algarismo representa a dezena? _____
- Que algarismo representa a unidade? _____

10 – Manoel recebeu de seu pai R\$ 536,00. Ajude Manoel a organizá-los de forma que perceba quantas notas de cada valor ele tem.

a) Quantas notas de cada cédula ele tem?
R\$ 536,00 = _____ x 100,00 + _____ x 10,00 + _____ x 1,00

- Quantas notas de R\$ 100,00? _____
- Quantas notas de R\$ 10,00? _____

d) Quantas notas de R\$ 1,00? _____

Observações:

Conclusões:

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021)

Análise a priori da atividade 3: essa atividade tem como objetivo a efetuação, pelos alunos, das composições e das decomposições numéricas em suas diversas ordens e na forma e polinomial. Julga-se que os alunos podem encontrar um pouco de dificuldade em realizá-la, por não terem um modelo a seguir. Ademais, é possível que surjam obstáculos para a resolução das composições e das decomposições polinomiais, pois envolvem, além da operação de adição, a operação de multiplicação.

Nessa atividade, espera-se que os alunos possam chegar à seguinte conclusão: por meio da adição e da multiplicação podemos compor os números, organizando os algarismos em suas ordens, e decompô-los, escrevendo os valores posicionais de cada algarismo do número. Mais uma vez, é provável que os educandos tenham dificuldade para formular a conclusão, por não ter habito de resolver este tipo de questão. O Quadro 19, a seguir, apresenta a previsão de conclusões para esta atividade.

Quadro 19 – Previsão de conclusão para a atividade 3

Conclusão	Classificação
Podemos compor e decompor os números usando adição e multiplicação.	Válida e desejada
Os números podem ser montados e desmontados.	Válida e desejada
Podemos formar os números somando e multiplicando. Também podemos desmontar os números mostrando quanto eles valem.	Válida e parcialmente desejada
Podemos escrever vários números.	Inválida e não desejada.

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021).

No Quadro 20, apresenta-se a atividade 4.

Quadro 20 – Atividade 4

ATIVIDADE 4
<p>TÍTULO: Adição e subtração</p> <p>OBJETIVO: Descobrir uma regularidade nos cálculos de adição e de subtração de números naturais.</p> <p>MATERIAL: Roteiro da atividade, banco fictício, QVL, papel, lápis ou caneta e borracha.</p> <p>PROCEDIMENTO: Entrega do roteiro com as seguintes orientações:</p> <ul style="list-style-type: none"> • resolva os problemas aditivos usando o dinheiro fictício; • deposite os valores de cada problema no QVL, na casa (ordem) correspondente; • só pode ter um algarismo em cada ordem (Unidade de Milhar, Centena, Dezena, Unidade); • em cada ordem só podem ter algarismos entre 0 e 9.

Resolva:

1. Pedro ganhou R\$ 14,00 de seu pai e R\$ 15,00 de seu avô. Com quanto ele ficou?
2. Ana tinha R\$18,00 e ganhou R\$ 12,00. Com quanto ela ficou?
3. Fernando tem R\$ 145,00 e Fábio tem R\$ 69,00. Quanto eles têm juntos?
4. Marieta ganhou R\$ 233,00 de aniversário. Sabendo que ela já tinha R\$ 87,00, com quantos reais ela ficou?
5. Maria tinha R\$ 159,00 e recebeu mais R\$ 83,00. Com quanto ela ficou?
6. Pablo realizou uma compra pela internet no valor de R\$ 950,00 e pagou de R\$ 15,00 de taxa de entrega. Quanto ele gastou ao todo?
7. Laura tinha R\$ 26,00 e deu R\$ 14,00 para sua irmã. Com quantos reais ela ficou?
8. João pagou sua passagem de ônibus no valor de R\$ 4,00 com uma nota de R\$ 20,00. Quanto ele teve de troco?
9. Pâmela e Letícia têm juntas R\$ 57,00. Sabendo que Pâmela tem R\$ 28,00. Quanto Letícia tem?
10. Felipe tinha R\$ 140,00, mas perdeu R\$ 63,00. Com quanto ele ficou?
11. Antônio tinha R\$ 374,00 e deu para Marcos R\$ 196,00. Com quantos reais ele ficou?
12. Mônica tinha guardado em sua poupança R\$ 1 200,00. Usou R\$ 754,00. Quanto sobrou em sua poupança?

QVL
Quadro Valor Lugar

Classe dos Milhares	Classe das Unidades Simples		
Unidade de Milhar 1 000,00	Centena 100,00	Dezena 10,00	Unidade 1,00
4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem

Observações:

Conclusão:

Fonte: Construída durante a pesquisa (2021).

Análise a priori da atividade 4: trata-se de uma atividade que objetiva descobrir uma regularidade nos cálculos de adição e de subtração de números naturais. Os alunos receberão o roteiro da atividade contendo 12 problemas envolvendo o Sistema Monetário Brasileiro e o Quadro Valor de Lugar (QVL), onde os alunos contarão com o banco fictício para “depositarem” o número de notas adequado em cada ordem com vista a facilitar as trocas necessárias entre as ordens para realizar os cálculos de adição e subtração. Acredita-se que os alunos devem ter dificuldade em realizar as trocas entre as ordens, contudo espera-se que a atividade 02, relativa à troca na base 10, favoreça a compreensão e a resolução dessa atividade. É possível, contudo, que não consigam registrar conclusões válidas que relacionem as trocas entre as ordens e as operações de adição e de subtração de forma adequada.

Ao término da análise e das observações, os alunos devem chegar as seguintes conclusões: na adição, acrescentamos valores, realizando a soma dos algarismos em cada ordem, caso o resultado seja maior que 9, devemos acrescentar esta quantidade à ordem seguinte e na subtração, retiramos valores, realizando o

cálculo com os algarismos da mesma ordem. Quando uma ordem não tem o suficiente para subtrair, a ordem seguinte transfere (empresta) o valor necessário.

A seguir, o Quadro 21 mostra as previsões de conclusão para esta atividade.

Quadro 21 – Previsão de conclusão para a atividade 4

Conclusão	Classificação
Na adição, somamos os valores, se o resultado da soma for maior que 9 damos o valor para a próxima casa; na subtração tiramos os valores, se na casa não tiver a quantidade necessária, emprestamos da próxima casa.	Válida e desejada
Na soma, quando dá mais de 10, jogamos o valor pra outra casa; na subtração, quando o número de cima é menor, emprestamos o valor da outra casa.	Válida e não desejada
Na adição a gente soma e na subtração a gente tira.	Parcialmente válida e parcialmente desejada
A gente soma e diminui os números.	Inválida e não desejada.

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021).

No Quadro 22, demonstra-se a atividade 5, adaptada de Santos (2017).

Quadro 22 – Atividade 5

ATIVIDADE 5						
Título: Adição na igualdade						
Objetivo: descobrir quando por meio da adição uma igualdade permanece verdadeira.						
Material: roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.						
Procedimento: preencha o quadro a seguir.						
Valores	$a = b$	A expressão		$a + c = b + d$	A expressão	
		$a = b$ é verdadeira?			$a + c = b + d$ é verdadeira?	
		Sim	Não		Sim	Não
$a = 3$						
$b = 3$						
$c = 5$						
$d = 5$						
$a = 6$						
$b = 6$						
$c = 4$						
$d = 4$						
$a = 7$						
$b = 7$						
$c = 2$						
$d = 2$						
$a = 12$						
$b = 12$						
$c = 8$						
$d = 8$						

$a = 3$							
$b = 3$							
$c = 4$							
$d = 2$							
$a = 8$							
$b = 8$							
$c = 1$							
$d = 6$							
$a = 5$							
$b = 5$							
$c = 4$							
$d = 7$							
$a = 9$							
$b = 2$							
$c = 3$							
$d = 3$							
$a = 10$							
$b = 5$							
$c = 4$							
$d = 4$							
$a = 7$							
$b = 1$							
$c = 6$							
$d = 6$							
$a = 3$							
$b = 5$							
$c = 4$							
$d = 2$							
$a = 9$							
$b = 8$							
$c = 3$							
$d = 4$							
$a = 6$							
$b = 1$							
$c = 6$							
$d = 11$							

Observação:
Conclusão:

Fonte: Adaptada de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 5: trata-se de uma atividade de redescoberta, envolvendo a ideia de igualdade, a qual os alunos, provavelmente, não estão habituados a realizar, por isso, acredita-se que terão dificuldade, especialmente, para identificar as regularidades ou irregularidades e para chegar à seguinte conclusão: quando uma igualdade é verdadeira, ao adicionar o mesmo número aos dois membros da igualdade, ela permanecerá verdadeira.

Novamente, há a possibilidade dos estudantes encontrarem obstáculos na formulação da conclusão, podendo fazer registros mais evasivos, apenas referente a mudança dos números iniciais e finais, sem relacioná-la à adição de valores iguais aos dois lados da igualdade, ou ainda, de só identificarem que efetuaram a operação de adição, sem perceber sua correlação com a mudança dos valores e com a situação de igualdade.

É possível, também, que os discentes tenham dificuldade para compreender a relação de igualdade entre os números, além de se confundirem com o uso de letras, o que não é comum nas aulas de matemática do 5º ano. Portanto, julga-se que será necessária alguma orientação para consigam de fato iniciar a atividade.

A seguir, no Quadro 23, estão demonstradas as previsões de conclusão para a atividade 5.

Quadro 23 – Previsão de conclusão para atividade 5

Conclusão	Classificação
Quando tem uma igualdade se somar o mesmo valor nos dois lados continua igual.	Válida, prevista e desejada
A gente tem uma igualdade e quando soma números iguais dos dois lados, continua igual.	Válida, prevista e desejada
Tinha uma igualdade e somou valores e ficou igual.	Parcialmente válida, prevista e parcialmente desejada
Tinha um número antes, nós somamos e mudou.	Inválida, prevista e não desejada.

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021).

O Quadro 24 apresenta a atividade 6, adaptada de Santos (2017).

Quadro 24 – Atividade 6

Atividade 6						
Título: Subtração na igualdade						
Objetivo: descobrir quando por meio da subtração uma igualdade permanece verdadeira.						
Material: roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.						
Procedimento: preencha o quadro a seguir.						
Valores	a = b	A expressão a = b é verdadeira?		a - c = b - d	A expressão a - c = b - d é verdadeira?	
		Sim	Não		Sim	Não
a = 5 b = 5 c = 2 d = 2						
a = 8 b = 8 c = 3 d = 3						
a = 10						

b = 10 c = 6 d = 6						
a = 15 b = 15 c = 9 d = 9						
a = 7 b = 7 c = 2 d = 5						
a = 9 b = 9 c = 8 d = 3						
a = 13 b = 13 c = 7 d = 10						
a = 4 b = 3 c = 1 d = 1						
a = 10 b = 8 c = 5 d = 5						
a = 11 b = 7 c = 6 d = 6						
a = 5 b = 8 c = 3 d = 6						
a = 9 b = 7 c = 5 d = 3						
a = 10 b = 13 c = 1 d = 4						
Observações:						
Conclusões:						

Fonte: Santos (2017).

Análise a priori da atividade 6: essa é uma atividade de redescoberta que objetiva levar os alunos a formalizar a seguinte conclusão: se uma igualdade é verdadeira, subtraindo-se o mesmo número dos dois elementos desta igualdade, ela permanecerá verdadeira. Acredita-se que os alunos não terão dificuldades em realizá-la, por já terem experienciado a atividade anterior. Abaixo, o Quadro 25 apresenta as previsões de conclusão para esta atividade.

Quadro 25 – Previsão de conclusão para atividade 6

Conclusão	Classificação
Quando tem uma igualdade, se subtrairmos o mesmo valor dos dois lados, ela continua.	Válida e desejada
Nós temos uma igualdade e se tirarmos o mesmo número dos dois lados a igualdade continua.	Válida e desejada
Antes tinha uma igualdade e tiramos valores e continuou a igualdade.	Parcialmente válida e parcialmente desejada
Antes era igual e tiramos e ficou igual.	Inválida e não desejada.

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021).

Na sequência, o Quadro 26 traz a atividade 7.

Quadro 26 – Atividade 7

Atividade 7	
Título: Sentenças aditivas	
Objetivo: Praticar a determinação de valor desconhecido em sentenças matemáticas aditivas.	
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta	
Procedimento: Entregar a cada aluno uma lista com as questões, solicitar que resolvam individualmente.	
<p>a) $5 + 7 = ?$</p> <p>c) $16 + 13 = ?$</p> <p>e) $? + 2 = 6$</p> <p>g) $? + 16 = 30$</p> <p>i) $6 + ? = 9$</p> <p>k) $32 + ? = 50$</p> <p>m) $8 - 3 = ?$</p> <p>o) $20 - 12 = ?$</p> <p>q) $? - 4 = 6$</p> <p>s) $? - 10 = 15$</p> <p>u) $4 - ? = 1$</p> <p>x) $25 - ? = 10$</p>	<p>b) $9 + 8 = ?$</p> <p>d) $20 + 30 = ?$</p> <p>f) $? + 7 = 15$</p> <p>h) $? + 75 = 100$</p> <p>j) $17 + ? = 28$</p> <p>l) $65 + ? = 100$</p> <p>n) $14 - 9 = ?$</p> <p>p) $50 - 15 = ?$</p> <p>r) $? - 18 = 9$</p> <p>t) $? - 55 = 100$</p> <p>v) $12 - ? = 5$</p> <p>z) $100 - ? = 70$</p>

Fonte: Santos (2017).

Análise a priori da atividade 7: trata-se de uma atividade que objetiva a ratificação dos conhecimentos sobre sentenças aditivas trabalhados na atividade anterior. Por não se tratar de algo novo, espera-se que os alunos não tenham

dificuldade em realizá-la, contudo é possível que apareçam dúvidas referentes a solução das sentenças, podendo haver a necessidade de orientação docente.

O Quadro 27, a seguir, espelha a Atividade 8 adaptada de Santos (2017).

Quadro 27 – Atividade 8

Atividade 8	
Título: Questões aditivas I	
Objetivos:	
Desenvolver a habilidade de:	
Identificar as informações contidas no enunciado de questões aditivas em situações com valores monetários;	
Elaborar a sentença correspondente à questão;	
Determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão.	
Materiais necessários: Lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis.	
Procedimentos: dividir a turma em grupos de 3 a 4 alunos, entregar a cada grupo uma lista com questões e solicitar que a resolvam.	
1. Carlos tem R\$12,00 e Paulo R\$26,00. Quanto eles têm juntos?	
a) Quanto tem Carlos?	_____
b) Quanto tem Paulo?	_____
c) O que a questão pede?	_____
d) Que sentença representa a situação?	_____
e) Quanto eles têm juntos?	_____
f) Qual a operação usada para resolver a questão?	_____
2. Tinha R\$54,00. Ganhei R\$35,00 de meu irmão. Quanto tenho agora?	
a) Quanto eu tinha?	_____
b) Quanto ganhei de meu irmão?	_____
c) O que a questão pede?	_____
d) Que sentença representa a situação?	_____
e) Quanto tenho agora?	_____
f) Qual a operação usada para resolver a questão?	_____
3. Rafael tinha R\$87,00. Empréstou R\$60,00 para seu irmão. Quanto Rafael tem agora?	
a) Quanto tinha Rafael?	_____
b) Quanto Rafael empréstou para seu irmão?	_____
c) O que a questão pede?	_____
d) Que sentença representa a situação?	_____
e) Quanto Rafael tem agora?	_____
f) Qual a operação usada para resolver a questão?	_____
4. Carla tinha R\$50,00 e deu R\$18,00 à sua irmã. Com quanto Carla ficou?	
a) Quanto Carla tinha?	_____
b) Quanto Carla deu à sua irmã?	_____
c) O que a questão pede?	_____
d) Que sentença representa a situação?	_____
e) Com quanto Carla ficou?	_____
f) Qual a operação usada para resolver a questão?	_____
5. João e Carlos têm juntos R\$48,00. João tem R\$25,00. Quanto tem Carlos?	
a) Quanto João e Carlos têm juntos?	_____
b) Quanto tem João?	_____
c) O que a questão pede?	_____
d) Que sentença representa a situação?	_____
e) Quanto tem Carlos?	_____
f) Qual a operação usada para resolver a questão?	_____
6. Vinicius tinha R\$125,00. Ganhou certa quantia de seu pai e ficou com R\$200,00. Quanto Vinicius ganhou de seu pai?	
a) Quanto tinha Vinicius?	_____
b) Com quanto Vinicius ficou após ter ganhado dinheiro de seu pai?	_____
c) O que a questão pede?	_____

- d) Que sentença representa a situação? _____
- e) Quanto Vinicius ganhou de seu pai? _____
- f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
7. Bia tinha R\$96,00, emprestou certa quantia para seu irmão e ficou com R\$46,00. Quanto Bia emprestou para seu irmão?
- a) Quanto tinha Bia? _____
- b) Com quanto Bia ficou após emprestar dinheiro para seu irmão? _____
- c) O que a questão pede? _____
- d) Que sentença representa a situação? _____
- e) Quanto Bia emprestou para seu irmão? _____
- f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
8. André tem R\$76,00. Ele tem R\$34,00 a mais que Bruno. Quanto tem Bruno?
- a) Quanto tem André? _____
- b) Quanto ele tem a mais que Bruno? _____
- c) O que a questão pede? _____
- d) Que sentença representa a situação? _____
- e) Quanto tem Bruno? _____
- f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
9. Breno tinha certo valor em dinheiro. Perdeu R\$40,00 e ainda ficou com R\$28,00. Quanto Breno tinha antes de perder dinheiro?
- a) Quanto Breno perdeu? _____
- b) Com quanto Breno ficou após perder dinheiro? _____
- c) O que a questão pede? _____
- d) Que sentença representa a situação? _____
- e) Quanto Breno tinha antes de perder o dinheiro? _____
- f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
10. Henrique tinha certo valor em dinheiro. Fez uma compra no valor de R\$57,00 e ficou com R\$30,00. Quanto ele tinha antes da compra?
- a) Quanto custou a compra que Henrique fez? _____
- b) Com quanto ele ficou após a compra? _____
- c) O que a questão pede? _____
- d) Que sentença representa a questão? _____
- e) Quanto Henrique tinha antes de fazer a compra? _____
- f) Qual a operação usada para resolver a compra? _____
- Com base nas resoluções anteriores preencha o quadro abaixo.

QUESTÕES	SENTENÇA	CÁLCULO	OPERAÇÃO
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Observações:

Conclusões:

Fonte: Santos (2017).

Análise a priori da atividade 8: essa atividade contém problemas aritméticos e algébricos, com estruturas aditivas. Os alunos devem responder as questões e

depois preencher o quadro branco, localizado ao final dela, com as seguintes informações: sentença, cálculo, resolução, conforme ilustra o quadro 28.

Quadro 28 – Quadro preenchido da atividade 8

QUESTÕES	SENTENÇA	CÁLCULO	OPERAÇÃO
1	$12 + 26 = ?$	$12 + 26 =$	Adição
2	$54 + 35 = ?$	$54 + 35 =$	Adição
3	$87 - 60 = ?$	$87 - 60 =$	Subtração
4	$25 + ? = 48$	$48 - 25 =$	Subtração
5	$125 + ? = 200$	$200 - 125 =$	Subtração
6	$96 - ? = 49$	$96 - 49 =$	Subtração
7	$? + 18 = 50$	$50 - 18 =$	Subtração
8	$? + 34 = 76$	$76 - 34 =$	Subtração
9	$? - 40 = 28$	$40 + 28 =$	Adição

Fonte: Adaptada de Santos (2017).

Este quadro permite que o aluno reúna os principais passos pelos quais desenvolveu os problemas e compreenda que conforme seja o tipo de problema aditivo, haverá diferença no modelo de sentença.

Imagina-se que os alunos resolverão os problemas podendo apresentar erros quanto à escolha da operação, especialmente nos problemas algébricos (Q₄, Q₅, Q₆, Q₇, Q₈, Q₉), e que podem ter dificuldade para identificar a relação entre os problemas e os modelos de sentença. Além disso, é presumível que eles enfrentem obstáculos para retirar a sentença dos problemas, por essa habilidade ainda estar em construção, contudo acredita-se que as questões auxiliares, favorecerão a interpretação adequada, aliado ao fato de conterem valores monetários.

Nesta atividade espera-se que os alunos concluam o seguinte: quando o termo desconhecido está isolado em um dos lados da igualdade (problema aritmético) sua solução se dá pela mesma operação que aparece na sentença; quando o termo desconhecido não está isolado em um dos lados da igualdade (problema algébrico), sua solução pode se dá pela operação inversa da que aparece na sentença. O Quadro 29 a seguir mostra a previsão de conclusões para esta atividade.

Quadro 29 – Previsão de conclusão para a atividade 8

Conclusão	Classificação
Quando a interrogação está sozinha em um lado, a operação usada é a mesma da sentença, mas quando ela não está só, a operação é a inversa.	Válida e desejada
Quando a interrogação fica sozinha, a conta é a mesma da sentença e quando não tá só, a conta é a oposta.	Válida e desejada

Se a interrogação tiver só a conta é a mesma e se ela não tiver só a conta é diferente.	Parcialmente válida e parcialmente desejada
A gente pode somar ou subtrair.	Inválida e não desejada.

Fonte: Construída durante a pesquisa (2021).

A seguir, o Quadro 30 apresenta a atividade 9, adaptada de Santos (2017) sobre questões aditivas.

Quadro 30 – Atividade 9

ATIVIDADE 9	
Título: Questões aditivas II	
Objetivos: Desenvolver a habilidade de:	
1) Identificar as informações contidas no enunciado de questões aditivas em situações sem valores monetários;	
2) Elaborar a sentença correspondente à questão;	
3) Determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão.	
Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis.	
Procedimentos: dividir a turma em grupos de 3 a 4 alunos, entregar a cada grupo uma lista com questões e solicitar que a resolvam.	
1. Uma pessoa nasceu em 1928 e viveu 72 anos. Em que ano essa pessoa faleceu?	
a)	Em que ano essa pessoa nasceu? _____
b)	Quantos anos ela viveu? _____
c)	O que a questão pede? _____
d)	Que sentença representa a situação? _____
e)	Em que ano essa pessoa faleceu? _____
f)	Qual a operação usada para resolver a questão? _____
2. Tiago tem 24 figurinhas. Bruno tem 17 figurinhas a menos que Tiago. Quantas figurinhas tem Bruno?	
a)	Quantas figurinhas tem Tiago? _____
b)	Quantas figurinhas Bruno tem a menos que Tiago? _____
c)	O que a questão pede? _____
d)	Que sentença representa a situação? _____
e)	Quantas figurinhas tem Bruno? _____
f)	Qual a operação usada para resolver a questão? _____
3. Daniela tem 32 bonecas. Ana tem 12 bonecas a menos que Daniela. Quantas bonecas tem Ana?	
a)	Quantas bonecas tem Daniela? _____
b)	Quantas bonecas Ana tem a menos que Daniela? _____
c)	O que a questão pede? _____
d)	Que sentença representa a situação? _____
e)	Quantas bonecas tem Ana? _____
f)	Qual a operação usada para resolver a questão? _____
4. Uma pessoa nasceu em 1980 e faleceu em 2015. Quantos anos essa pessoa viveu?	
a)	Em que ano essa pessoa nasceu? _____
b)	Em que ano ela faleceu? _____
c)	O que a questão pede? _____
d)	Que sentença representa a situação? _____
e)	Quantos anos essa pessoa viveu? _____
f)	Qual a operação usada para resolver a questão? _____
5. Fernanda tem 11 pares de brincos e Rafaela 34. Quantos pares de brincos Fernanda	

tem a menos que Rafaela?
a) Quantos pares de brincos tem Fernanda? _____
b) Quantos pares de brincos tem Rafaela? _____
c) O que a questão pede? _____
d) Que sentença representa a situação? _____
e) Quantos pares de brincos Fernanda tem a menos que Rafaela? _____
f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
6. Pedro tem 53 petecas e João tem 75. Quantas petecas Pedro tem a menos que João?
a) Quantas petecas tem Pedro? _____
b) Quantas petecas tem João? _____
c) O que a questão pede? _____
d) O que a sentença representa? _____
e) Quantas petecas Pedro tem a menos que João? _____
f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
7. Uma pessoa viveu 84 anos e faleceu no ano de 1997. Em que ano esta pessoa nasceu?
a) Quantos anos essa pessoa viveu? _____
b) Em que ano ela faleceu? _____
c) O que a questão pede? _____
d) Que sentença representa a situação? _____
e) Em que ano essa pessoa nasceu? _____
f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
8. Daniel tem 56 figurinhas. Ele tem 19 figurinhas a menos que Fábio. Quantas figurinhas tem Fábio?
a) Quantas figurinhas tem Daniel? _____
b) Quantas figurinhas ele tem a menos que Fábio? _____
c) O que a questão pede? _____
d) Que sentença representa a situação? _____
e) Quantas figurinhas tem Fábio? _____
f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
9. Gabriela tem 44 livros. Ela tem 36 livros a menos que Paula. Quantos livros tem Paula?
a) Quantos livros tem Gabriela? _____
b) Quantos livros ela tem a menos que Paula? _____
c) O que a questão pede? _____
d) Que sentença representa a situação? _____
e) Quantos livros tem Paula? _____
f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
Escreva como você fez para resolver as questões desta atividade.

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 9: trata-se de uma atividade de resolução de problemas aditivos sem uso do sistema monetário, o que pode provocar certa dificuldade aos alunos para sua resolução. Contudo, considerando a experiência da atividade anterior, acredita-se que essas dificuldades possam ser superadas e a atividade concluída.

Abaixo o Quadro 31 apresenta a atividade 10, adaptada de Santos (2017).

Quadro 31 – Atividade 10

ATIVIDADE 10	
Título:	Problemas aditivos I
Objetivo:	praticar a resolução de problemas aditivos com uma operação.
Materiais necessários:	lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis.
Procedimentos:	entregar a cada aluno uma lista com as questões, solicitar que resolvam individualmente.
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Tiago tem R\$27,00 e Felipe R\$51,00. Quanto eles têm juntos? 2. Uma pessoa nasceu em 1934 e viveu 62 anos. Em que ano essa pessoa faleceu? 3. Mateus tem R\$38,00. Augusto tem R\$25,00 a mais que Mateus. Quanto tem Augusto? 4. Aline tem 59 bonecas. Bete tem 15 bonecas a menos que Aline. Quantas bonecas tem Bete? 5. Alex tinha R\$135,00. Deu R\$83,00 para seu primo Marcos. Com quanto Alex ficou? 6. Ruan e Alex têm juntos 120 bolinhas de gude. Ruan tem 80. Quantas bolinhas de gude tem Alex? 7. Lucas tinha R\$73,00, ganhou certa quantia de seu irmão e ficou com R\$100,00. Quanto Lucas ganhou de seu irmão? 8. Pedro tem 60 figurinhas e Carlos tem 35. Quantas figurinhas Pedro tem a mais que Carlos? 9. Ana tinha R\$39,00, emprestou certa quantia para Flávia e ficou com R\$24,00. Quanto Ana emprestou para Flávia? 10. Maria tem 38 livros e Bianca tem 76. Quantos livros Maria tem a menos que Bianca? 11. Fernanda tinha certa quantia em dinheiro. Ganhou R\$45,00 de seu pai e ficou com R\$97,00. Quanto Fernanda tinha antes de ganhar dinheiro de seu pai? 12. Pedro tem 81 petecas. Ele tem 53 petecas a mais que José. Quantas petecas tem José? 13. Davi tem R\$68,00. Ele tem R\$32,00 a menos que Paulo. Quanto tem Paulo? 14. Eliana tinha alguns livros. Deu 39 livros para Keila e ficou com 40. Quantos livros tinha Eliana?

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 10: esses problemas aditivos se diferenciam dos anteriores por não terem as questões auxiliares orientando os passos a seguir, o que pode acarretar certa dificuldade na resolução, contudo, acredita-se que com a vivência das atividades anteriores, os alunos consigam fazê-la.

A seguir o Quadro 32 demonstra a atividade 11 sobre problemas aditivos.

Quadro 32 – Atividade 11

ATIVIDADE 11 (Adaptado de Santos, 2017)	
Título:	Problemas aditivos II
Objetivo:	praticar a resolução de problemas aditivos com mais de uma operação.
Materiais necessários:	lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis.
Procedimentos:	entregar a cada aluno uma lista com as questões, solicitar que resolvam individualmente.
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Beto tinha R\$18,00. Ganhou R\$35,00 de sua mãe e R\$13,00 de seu pai. Quanto Beto tem agora? 2. Mauro tinha 40 figurinhas. Seu pai lhe deu 21 figurinhas e seu primo 32. Com quantas figurinhas Mauro ficou? 3. Mariana tinha 23 bonecas. Ganhou 8 bonecas de sua mãe e 6 de sua prima. Com quantas bonecas Mariana ficou? 4. Denise tinha R\$87,00. Gastou R\$14,00 com lanches e R\$39,00 com roupas. Com quanto Denise ficou? 5. Bia tinha 54 pares de brincos. Ela deu 12 pares para sua irmã e 15 para sua amiga Carla. Com quantos pares de brincos Bia ficou?

6. Bernardo comprou seu uniforme escolar, a camisa custou R\$31,00, a calça R\$63,00. Ele pagou com uma nota de R\$100,00, quanto recebeu de troco?
7. Gabriel comprou 2 camisas. Uma custou R\$45,00 e a outra R\$35,00. Como havia levado uma nota de R\$100,00, com quanto ele ficou de troco?
8. Bruno tinha 82 bolinhas de gude. Ele perdeu 39 bolinhas de gude numa partida e ganhou 55 em outra. Com quantas bolinhas de gude ele ficou?
9. Talita tinha R\$150,00. Com esse dinheiro, pagou uma dívida de R\$90,00. Em seguida, Talita ganhou R\$25,00. Quanto Talita tem agora?

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 11: essa atividade é composta de problemas aritméticos combinados, nos quais devem ser efetuadas duas ou mais operações ou a repetição de uma operação. Acredita-se que os alunos conseguirão resolver, podendo apresentar dificuldade ou erros decorrentes da identificação da ou das operações a serem efetuadas. Contudo, espera-se que as habilidades adquiridas nas atividades anteriores permitam o desenvolvimento desta.

4.2 Etapa II: Problemas Multiplicativos

A segunda etapa da Sequência Didática aborda os problemas multiplicativos. Assim como a outra etapa, iniciará com o Teste II (pré-teste multiplicativo), seguido de realização de 14 atividades e culminará com a reaplicação do Teste II (pós-teste multiplicativo).

4.2.1. Teste II: problemas multiplicativos

Este teste foi adaptado de Santos (2017), sofrendo modificações em algumas questões, para deixá-lo ao nível da turma pesquisada (5º ano), e está composto de 09 questões, contendo problemas aritméticos e algébricos. Ele tem como objetivo verificar o domínio dos alunos na resolução de problemas multiplicativos antes e depois da aplicação desta etapa da Sequência Didática. Para que seja possível esse comparativo, ele será realizado pelos alunos tanto no pré-teste como no pós-teste multiplicativo. A seguir serão esmiuçadas as questões e suas análises *a priori*.

01. Uma barra de chocolate custa R\$7,00. Quanto pagarei se comprar 9 dessas barras?

Análise a priori do pré-teste II Questão 01: trata-se de um problema aritmético que envolve a operação de multiplicação. Acredita-se que os alunos não terão dificuldades para identificar e resolver a operação, contudo é possível que resolvam com a soma de parcelas iguais ou ainda que ocorram erros relativos ao domínio da tabuada.

02. Pedro distribuiu R\$96,00 entre seus 8 amigos. Quanto cada um recebeu?

Análise a priori do pré-teste II Questão 02: trata-se de um problema aritmético que envolve a operação de divisão distributiva. Espera-se que os alunos não tenham dificuldades em identificar e resolver a operação, contudo podem ocorrer erros relativos ao domínio do algoritmo da divisão.

03. Comprei 6 camisas iguais e paguei R\$84,00. Quanto custou cada camisa?

Análise a priori do pré-teste II Questão 03: este é um problema algébrico que envolve a operação de divisão. Acredita-se que os alunos terão dificuldades em resolvê-lo pois precisam compreender que um dos termos se refere ao produto da multiplicação e o outro ao multiplicando ($6 \times ? = 84$) e que sua solução está na divisão dos termos presentes no comando ($84 : 6 = ?$).

04. Comprei um caderno por R\$24,00 e uma caneta por R\$6,00. Quantas vezes o caderno foi mais caro que a caneta?

Análise a priori do pré-teste II Questão 04: trata-se de um problema algébrico, que encontra solução na operação de divisão. Acredita-se que os alunos terão dificuldades em resolvê-lo, uma vez que precisam compreender a ideia de quantas vezes o 6 cabe em 24 ($24 : 6 = ?$). O termo “vezes” ainda pode levá-los a multiplicar os valores (24×6).

05. (adaptada). O teatro de uma escola tem seus lugares distribuídos em 8 fileiras e 10 colunas. Quantos lugares há ao todo neste teatro?

Análise a priori do pré-teste II Questão 05: trata-se de um problema aritmético multiplicativo com disposição retangular, por este motivo, acredita-se que os alunos terão dificuldades em resolvê-lo.

06. As 56 cadeiras de uma sala estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 4 as fileiras, quantas são as colunas?

Análise a priori do pré-teste II Questão 06: trata-se de um problema algébrico que encontra solução na operação de divisão. Acredita-se que os alunos terão dificuldades em identificar a operação, podendo multiplicar os valores ao invés de dividi-los.

07. Uma panificadora prepara bolos deliciosos. Os bolos podem ser de 3 tamanhos (pequeno, médio ou grande) e de 4 tipos diferentes de sabores (morango, chocolate, brigadeiro ou laranja). Quantos tipos diferentes de bolo a panificadora pode preparar?

Análise a priori do pré-teste II Questão 07: trata-se de um problema aritmético que envolve multiplicação combinatória e apresenta a seguinte sentença natural “ $3 \times 4 = ?$ ”. Acredita-se que os alunos terão dificuldades para resolvê-lo, podendo somar os valores ao invés de multiplicá-los.

08. Luana tem 5 saias e 8 blusas. De quantas formas diferentes ela poderá combinar essas peças de roupa?

Análise a priori do pré-teste II Questão 08: trata-se de uma questão aritmética que envolve o princípio fundamental da contagem. Por ser assunto novo aos estudantes, é concebível que eles tenham dificuldades para resolver, sendo levados, inclusive a somar os valores, em vez de multiplica-los.

09. Em um passeio da escola serão levados 660 estudantes em ônibus com capacidade para 50 passageiros. Sabendo que vão todos sentados, quantos ônibus serão necessários?

Análise a priori do pré-teste II Questão 09: trata-se de uma questão algébrica, cuja sentença natural é “ $50 \times ? = 660$ ”. Sua resolução se dá por meio da divisão. Espera-se que os alunos consigam resolvê-la, contudo é possível que errem a escolha da operação, efetuando multiplicação ao invés de divisão, ou cometam deslizes no algoritmo da operação. Além disso, após a divisão, o discente deve interpretar os dados, pois como terá o reste 10, serão necessários 14 ônibus e não 13, valor que aparecerá no quociente, no caso de acerto do algoritmo.

4.2.2. Atividades da etapa II: problemas multiplicativos

Esta etapa envolve problemas multiplicativos e está organizada em 13 atividades que objetivam proporcionar aos alunos a aprendizagem relativa à resolução deste tipo de problema, identificando as regularidades e irregularidades das sentenças e dos problemas multiplicativos e encontrando uma regra geral para resolvê-los.

A seguir o Quadro 33 apresenta a primeira atividade desta etapa referente a multiplicação na igualdade que foi adaptada de Santos (2017).

Quadro 33 – Atividade 12

ATIVIDADE12						
Título: Multiplicação na igualdade						
Objetivo: Descobrir quando por meio da multiplicação uma igualdade permanece verdadeira.						
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.						
Procedimento: Preencha o quadro a seguir						
Valores	a = b	A expressão a = b é verdadeira?		a × c = b × d	A expressão a × c = b × d é verdadeira?	
		Sim	Não		Sim	Não
a = 5 b = 5 c = 3 d = 3						
a = 4 b = 4 c = 6 d = 6						
a = 2 b = 2 c = 7 d = 7						
a = 8 b = 8 c = 4 d = 4						
a = 3 b = 3 c = 4 d = 2						
a = 5 b = 5 c = 1 d = 6						
a = 2 b = 2 c = 4 d = 7						
a = 9 b = 2 c = 3 d = 3						

a = 10 b = 5 c = 4 d = 4						
a = 7 b = 1 c = 6 d = 6						
a = 2 b = 8 c = 12 d = 3						
a = 4 b = 5 c = 10 d = 8						
a = 6 b = 9 c = 6 d = 4						
Observações:						
Conclusões:						

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 12: acredita-se que os alunos terão certa dificuldade, inicialmente, por não estarem habituados a este tipo de questão, contudo, posteriormente, espera-se que consigam perceber que quando uma igualdade é verdadeira, ao multiplicarem-se os dois termos da igualdade por um mesmo número, ela permanecerá verdadeira, especialmente, pela experiência decorrente das de igualdade da etapa aditiva.

Também poderão ocorrer dificuldades relativas ao domínio da tabuada. Esta atividade foi validada, em outro momento, por Santos (2017) e Miranda (2021).

O Quadro 34 apresenta a previsão de conclusão desta atividade.

Quadro 34 – Previsão de conclusão para a atividade 12

Conclusão	Classificação
Uma igualdade permanece verdadeira quando multiplicamos os dois membros dela pelo mesmo número.	Válida e desejada
Multiplicamos pelo mesmo número nos dois lados e continuou igual.	Válida e não desejada
O resultado fica igual quando multiplicamos pelo mesmo número.	Parcialmente válida e não desejada
A gente tinha um número e multiplicou por outro.	Inválida e não desejada

Fonte: Construído durante a pesquisa de campo (2021).

O Quadro 35 mostra a atividade 13, relativa à divisão na igualdade.

Quadro 35 – Atividade 13

ATIVIDADE 13 (Adaptada de Santos, 2017)						
Título: Divisão na igualdade						
Objetivo: Descobrir quando, por meio da divisão, uma igualdade permanece verdadeira.						
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.						
Procedimento: preencha o quadro a seguir.						
Valores	$a = b$	A expressão $a = b$ é verdadeira?		$a \div c = b \div d$	A expressão $a \div c = b \div d$ é verdadeira?	
		Sim	Não		Sim	Não
a = 14 b = 14 c = 2 d = 2						
a = 8 b = 8 c = 4 d = 4						
a = 15 b = 15 c = 5 d = 5						
a = 9 b = 9 c = 3 d = 3						
a = 12 b = 12 c = 2 d = 3						
a = 18 b = 18 c = 6 d = 9						
a = 24 b = 24 c = 4 d = 3						
a = 4 b = 3 c = 1 d = 1						
a = 10 b = 20 c = 5 d = 5						
a = 12 b = 18 c = 6 d = 6						
a = 8 b = 16 c = 2 d = 4						
a = 9 b = 21 c = 3 d = 7						

a = 10							
b = 25							
c = 2							
d = 5							

Observações:

Conclusões:

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 13: trata-se de uma atividade de descoberta que visa a confirmação de uma igualdade por meio da divisão, envolvendo divisores com um algarismo, variando de 2 a 9. Acredita-se que os alunos poderão ter dificuldades relativas ao domínio da operação de divisão, bem como, no raciocínio necessário para fazer a comparação entre as igualdades e chegar à conclusão desejada: uma igualdade se mantém verdadeira, ao dividirem-se os dois termos desta igualdade por um mesmo número diferente de zero. Espera-se, contudo, que a experiência da atividade anterior favoreça o caminho para esta conclusão. Ressalta-se que esta atividade foi validada anteriormente por Santos (2017) e Miranda (2021). A seguir, o Quadro 36 apresenta a previsão de conclusões para esta atividade.

Quadro 36 – Previsão de conclusão para a atividade 13

Conclusão	Classificação
Uma igualdade permanece verdadeira quando dividimos os dois membros dela pelo mesmo número.	Válida e desejada
Quando tem uma igualdade se dividirmos por números iguais dos dois lados, ela continua igual.	Válida e desejada
O resultado fica igual quando dividimos pelo mesmo número.	Parcialmente válida e não desejada
A gente tinha um número e dividiu.	Inválida e não desejada.

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021).

O Quadro 37 apresenta a atividade 14 relativa às sentenças multiplicativas, adaptada de Santos (2017).

Quadro 37 – Atividade 14

ATIVIDADE 14		
Título: Sentenças multiplicativas		
Objetivo: Praticar a resolução de sentenças matemáticas multiplicativas.		
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.		
Procedimento: Entregar a cada aluno uma lista com as questões, solicitar que resolvam individualmente.		
a) $2 \times 7 = ?$	b) $5 \times 4 = ?$	c) $6 \times 3 = ?$

d) $9 \times 8 = ?$	e) $? \times 2 = 12$	f) $? \times 4 = 28$
g) $? \times 16 = 32$	h) $? \times 9 = 45$	i) $6 \times ? = 24$
j) $15 \times ? = 60$	k) $5 \times ? = 50$	l) $20 \times ? = 160$
m) $8 \div 2 = ?$	n) $18 \div 6 = ?$	o) $36 \div 4 = ?$
p) $90 \div 15 = ?$	q) $? \div 5 = 11$	r) $? \div 8 = 12$
s) $? \div 10 = 20$	t) $? \div 25 = 14$	u) $30 \div ? = 6$
v) $56 \div ? = 7$	x) $84 \div ? = 12$	z) $100 \div ? = 2$

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 14: trata-se de uma atividade voltada para solidificar os conhecimentos adquiridos nas tarefas anteriores referentes a sentenças multiplicativas. Vale ressaltar que ela já foi validada por Santos (2017). Acredita-se que com a experiência vivida pelos alunos, seja possível desenvolvê-la sem dificuldades. Contudo, erros podem surgir nas sentenças onde o termo desconhecido é o dividendo ou o divisor, já que precisarão dividir ou multiplicar pelo outro valor existente no quesito.

O Quadro 38 exibe a atividade 15, adaptada de Santos (2017).

Quadro 38 – Atividade 15

ATIVIDADE 15	
Título: Questões multiplicativas I	
Objetivo: Descobrir uma regra geral para resolver problemas multiplicativos com uma operação em situações que utilizem o Sistema Monetário Brasileiro.	
Materiais necessários: Lista de questões, papel, dinheiro fictício, borracha e caneta ou lápis.	
Procedimentos: dividir a turma em grupos de 3 a 4 alunos, entregar a cada grupo uma lista com questões e solicitar que a resolvam.	
<p>1. Bruna comprou 3 camisetas a R\$21,00 cada uma. Qual o valor total gasto na compra das 3 camisetas?</p> <p>a) Quantas camisetas Bruna comprou? _____</p> <p>b) Qual o valor de cada camiseta? _____</p> <p>c) O que a questão pede? _____</p> <p>d) Que sentença representa a situação? _____</p> <p>e) Qual o valor total gasto na compra das 3 camisetas? _____</p> <p>f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____</p> <p>Como você fez para determinar o valor total a pagar na compra das camisetas?</p> <p>_____</p>	
<p>2. Luan comprou 7 canetas a R\$8,00 cada uma. Quanto ele pagou pelas 7 canetas?</p> <p>a) Quantas canetas Luan comprou? _____</p> <p>b) Qual o preço de uma caneta? _____</p>	

c) O que a questão pede? _____
d) Que sentença representa a situação? _____
e) Quanto ele pagou pelas 7 canetas? _____
f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
Como você fez para determinar o valor total a pagar na compra das canetas?
Paulo dividiu igualmente R\$36,00 entre seus três sobrinhos. Quanto cada um recebeu?
a) Quanto Paulo dividiu entre seus três sobrinhos? _____
b) Quantos sobrinhos tem Paulo? _____
c) O que a questão pede? _____
d) Que sentença representa a situação? _____
e) Quanto cada sobrinho recebeu? _____
f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
3. Aline comprou 6 garrafas de refrigerante e pagou um total de R\$42,00. Quanto custou cada garrafa de refrigerante?
a) Quantas garrafas de refrigerante Aline comprou? _____
b) Quanto Aline pagou no total? _____
c) O que a questão pede? _____
d) Que sentença representa a situação? _____
e) Quanto custou cada garrafa de refrigerante? _____
f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
4. Comprei 8 blusas iguais e paguei um total de R\$72,00. Qual o preço de cada blusa?
a) Quantas blusas comprei? _____
b) Quanto gastei no total? _____
c) O que a questão pede? _____
d) Que sentença representa a situação? _____
e) Qual o preço de cada blusa? _____
f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
Como você fez para determinar o preço de cada blusa?
5. Fábio dividiu igualmente R\$100,00 entre alguns amigos e cada um recebeu R\$20,00. Entre quantos amigos Fábio dividiu o dinheiro?
a) Quanto Fábio dividiu entre seus amigos? _____
b) Quanto cada um recebeu? _____
c) O que a questão pede? _____
d) Que sentença representa a situação? _____
e) Entre quantos amigos Fábio dividiu o dinheiro? _____
f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
6. André comprou alguns doces a R\$5,00 cada um e pagou R\$60,00. Quantos doces André comprou?
a) Quanto custou cada doce? _____
b) Quanto André pagou pelos doces? _____
c) O que a questão pede? _____
d) Que sentença representa a situação? _____
e) Quantos doces André comprou? _____
f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
7. Bia comprou alguns brinquedos a R\$12,00 cada um e pagou um total de R\$120,00. Quantos brinquedos Bia comprou?
a) Quanto custou cada brinquedo? _____
b) Quanto Bia pagou pelos brinquedos? _____
c) O que a questão pede? _____
d) Que sentença representa a situação? _____

- e) Quantos brinquedos Bia comprou? _____
 f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar a quantidade de brinquedos comprados por Bia?

8. Comprei uma bicicleta por certo valor e vou pagá-la em 4 prestações iguais de R\$80,00 cada uma. Qual o valor total pago pela bicicleta?

- a) Em quantas prestações a bicicleta será paga? _____
 b) Qual o preço de cada prestação? _____
 c) O que a questão pede? _____
 d) Que sentença representa a situação? _____
 e) Qual o valor total pago pela bicicleta? _____
 f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

De acordo com as resoluções anteriores, como fazer para determinar o valor total a pagar na compra de objetos iguais?

Vamos organizar as informações das questões na tabela.

QUESTÃO	Quantidade de mercadoria	Preço	Valor Total
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

Observações:

Conclusão:

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 15: trata-se de uma atividade que objetiva a formulação de uma regra geral para resolver problemas que envolvem valores monetários. Espera-se que os alunos cheguem a seguinte compreensão: Quantidade de mercadoria x Valor por unidade = Valor total a pagar.

Acredita-se que os alunos podem ter certa dificuldade para realizá-la, especialmente nos problemas algébricos, contudo, espera-se que as perguntas no decorrer de cada questão devem auxiliar na condução da atividade.

O quadro existente no final da atividade, reúne as informações sobre a quantidade de mercadoria, o preço de cada mercadoria e o valor total das questões propostas. Segue abaixo o Quadro 39 com o preenchimento esperado.

Quadro 39 - Quadro preenchido da atividade 15

QUESTÃO	Quantidade de mercadoria	Preço (R\$)	Valor Total (R\$)
1	3	21,00	63,00
2	7	8,00	56,00
3	8	9,00	72,00
4	5	32,00	160,00
5	3	12,00	36,00

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021).

A sistematização desse quadro objetiva a compreensão pelos alunos da seguinte conclusão: para descobrir o valor total, basta multiplicar a quantidade de mercadoria pelo preço unitário delas. É possível que os alunos tenham dificuldade para chegar a referida conclusão, uma vez que precisarão abstrair das situações práticas sugeridas nos problemas para chegar a uma formulação geral. No Quadro 40 seguem as previsões de conclusão desta atividade.

Quadro 40 – Previsão de conclusão para a atividade 15

Conclusão	Classificação
Quando multiplicamos a quantidade de mercadoria pelo preço de cada uma chegamos ao valor total.	Válida e desejada
Se multiplicar o preço pelo número de coisas dá o valor total.	Válida e não desejada
Se multiplicar os valores dá o valor total.	Parcialmente válida e não desejada
Quando multiplica dá o resultado.	Inválida e não desejada.

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021).

O Quadro 41 demonstra a atividade 16, adaptada de Santos 2017.

Quadro 41 – Atividade 16

ATIVIDADE 16	
Título: Questões multiplicativas II	
Objetivo: descobrir uma regra geral para resolver problemas multiplicativos com uma operação em situações sem a utilização de valores monetários.	
Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis.	
Procedimentos: dividir a turma em grupos de 3 a 4 alunos, entregar a cada grupo uma lista com questões e solicitar que a resolvam.	
<p>1. Uma doceira gasta 4 ovos em cada bolo. Ela vai fazer 6 bolos. Quantos ovos ela precisará comprar?</p> <p>a) Quantos ovos a doceira gasta em cada bolo? _____</p> <p>b) Quantos bolos ela vai fazer? _____</p> <p>c) O que a questão pede? _____</p> <p>d) Que sentença representa a situação? _____</p>	

- e) Quantos ovos ela precisa comprar? _____
 f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
- Como você fez para determinar o total de ovos gastos com os 6 bolos?

2. Tiago tem 35 quilos de arroz para distribuir igualmente em 5 pacotes. Quantos quilos de arroz ficarão em cada pacote?

- a) Quantos quilos de arroz Tiago tem para distribuir? _____
 b) Quantos pacotes serão formados? _____
 c) O que a questão pede? _____
 d) Que sentença representa a situação? _____
 e) Quantos quilos de arroz ficarão em cada pacote? _____
 f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

3. Rafael tem 189 livros para dividir igualmente em 9 caixas. Quantos livros ficarão em cada caixa?

- a) Quantos livros Rafael tem para dividir? _____
 b) Em quantas caixas eles serão colocados? _____
 c) O que a questão pede? _____
 d) Que sentença representa a situação? _____
 e) Quantos livros ficarão em cada caixa? _____
 f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

4. O médico mandou André tomar 28 comprimidos em 7 dias. Ele tem que tomar a mesma quantidade de comprimidos todos os dias. Quantos comprimidos ele tem que tomar por dia?

- a) Quantos comprimidos o médico mandou André tomar? _____
 b) Durante quantos dias André tomará os comprimidos? _____
 c) O que a questão pede? _____
 d) Que sentença representa a situação? _____
 e) Quantos comprimidos ele tem que tomar por dia? _____
 f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar quantos comprimidos André tem que tomar por dia?

5. A mãe de Bruna preparou 90 doces para a festinha de seu aniversário. Ela distribuiu igualmente essa quantidade entre seus convidados e cada um recebeu 6 doces. Quantos convidados havia no aniversário de Bruna?

- a) Quantos doces a mãe de Bruna preparou? _____
 b) Quantos doces cada convidado recebeu? _____
 c) O que a questão pede? _____
 d) Que sentença representa a situação? _____
 e) Quantos convidados havia no aniversário de Bruna? _____
 f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

6. Flávio distribuiu igualmente 70 bombons em alguns pacotes. Cada pacote ficou com 10 bombons. Quantos pacotes de bombons Flávio fez?

- a) Quantos bombons Flávio distribuiu? _____
 b) Quantos bombons ficaram em cada pacote? _____
 c) O que a questão pede? _____
 d) Que sentença representa a situação? _____
 e) Quantos pacotes de bombons Flávio fez? _____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

7. Júnior comprou 56 bombons. Eles vieram embalados em algumas caixas com 4 bombons em cada caixa. Quantas caixas de bombons Júnior comprou?

a) Quantos bombons Júnior comprou? _____

b) Quantos bombons havia em cada caixa? _____

c) O que a questão pede? _____

d) Que sentença representa a situação? _____

e) Quantas caixas de bombons Júnior comprou? _____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar a quantidade de caixas de bombons que Júnior comprou? _____

8. Carlos dividiu igualmente certa quantidade de bolas de gude entre seus 17 alunos. Cada um recebeu 3 bolas, quantas bolas de gude Carlos tinha para dividir com seus alunos?

a) Quantos alunos Carlos tem? _____

b) Quantas bolas de gude cada aluno recebeu? _____

c) O que a questão pede? _____

d) Que sentença representa a situação? _____

e) Quantas bolas de gude Carlos tinha para dividir entre seus alunos? _____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

9. José preparou alguns docinhos em seu aniversário e os distribuiu igualmente entre seus 30 colegas. Cada um recebeu 8 docinhos. Quantos docinhos José preparou para distribuir?

a) Entre quantos colegas José distribuiu os docinhos? _____

b) Quantos docinhos cada colega recebeu? _____

c) O que a questão pede? _____

d) Que sentença representa a situação? _____

e) Quantos docinhos José preparou para distribuir? _____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

De acordo com as resoluções anteriores, como fazer para determinar a quantidade total de objetos?

Observações:

Conclusão:

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 16: trata-se de uma atividade que envolve problemas multiplicativos aritméticos e algébricos, em situações que não usam os valores monetários, por este motivo, é possível que os alunos tenham certa dificuldade em resolvê-la, especialmente nas questões algébricas (Q₄, Q₅, Q₆, Q₇, Q₈ e Q₉) uma vez que a operação utilizada para sua resolução é a inversa da que aparece na sentença. Contudo, espera-se que as questões presentes em cada item os conduzam na resolução. Esta atividade já foi validada anteriormente por Santos (2017).

A conclusão esperada para esta atividade é: para calcularmos o total, basta multiplicarmos a quantidade de grupos pela quantidade de elementos de cada

grupo. No Quadro 42, seguem as previsões de conclusão para esta atividade.

Quadro 42 – Previsão de conclusão para a atividade 16

Conclusão	Classificação
Quando multiplicamos a quantidade de grupos pela quantidade de elementos de cada grupo chegamos ao total.	Válida e desejada
Se multiplicar os grupos pelos elementos dá o total.	Válida e não desejada
Se multiplicarmos os números chegamos no total.	Parcialmente válida e não desejada
Quando a gente multiplica dá o resultado.	Inválida e não desejada.

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021).

O Quadro 43 apresenta a atividade 17, adaptada de Santos (2017).

Quadro 43 – Atividade 17

ATIVIDADE 17
<p>Título: Questões multiplicativas III</p> <p>Objetivo: praticar a resolução de problemas multiplicativos em situações com e sem valores monetários.</p> <p>Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e lápis ou caneta.</p> <p>Procedimentos: entregar uma lista de questões a cada aluno e pedir que resolvam individualmente.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Uma barra de chocolate custa R\$15,00. Quanto pagarei por 3 dessas barras? 2. Marcelo tem R\$65,00. Gabriel tem 2 vezes mais dinheiro que Marcelo. Quanto tem Gabriel? 3. Ana distribui R\$150,00 entre suas 5 amigas. Quanto cada uma recebeu? 4. Danilo tem R\$240,00. Lucas 6 vezes menos dinheiro que Danilo. Quanto tem Lucas? 5. Comprei 4 bermudas iguais e paguei R\$136,00. Quanto custou cada bermuda? 6. Luísa tem 5 vezes mais bonecas que Ane. Luísa tem 65 bonecas. Quantas bonecas tem Ane? 7. Pedro tem R\$20,00 e Tadeu tem R\$140,00. Pedro tem quantas vezes menos dinheiro que Tadeu? 8. Maria tem 15 bonecas e Talita tem 30. Maria tem quantas vezes menos bonecas que Talita? 9. Camila comprou algumas bonecas a R\$10,00 cada uma e pagou um total de R\$200,00. Qual a quantidade de bonecas que Camila comprou? 10. Comprei um caderno por R\$36,00 e uma caneta por R\$4,00. Quantas vezes o caderno foi mais caro que a caneta? 11. Carlos tem 2 vezes menos dinheiro que João. Carlos tem R\$38,00. Quanto tem João? 12. Bia tem 7 vezes menos figurinhas que Carol. Bia tem 8 figurinhas. Quantas figurinhas tem Carol?

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 17: esta atividade foi validada anteriormente por Santos (2017) e objetiva fixar os conhecimentos adquiridos acerca da resolução de problemas multiplicativos já trabalhados nas atividades anteriores. Acredita-se

que os alunos conseguirão resolvê-la sem dificuldades, em decorrência do que já foi vivenciado.

O Quadro 44 mostra a atividade 18.

Quadro 44 – Atividade 18

Atividade 18
<p>Título: Questões multiplicativas IV</p> <p>Objetivo: praticar a resolução de problemas multiplicativos com mais de uma operação.</p> <p>Materiais necessários: lista de questões, papel, borracha e caneta ou lápis.</p> <p>Procedimentos: entregar uma lista de questões a cada aluno e pedir que resolvam individualmente.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Dois abacaxis custam R\$14,00. Quanto pagarei por 5 desses abacaxis? 2. Dona Benta usa 18 ovos para fazer 6 bolos. Quantos ovos ela precisa para fazer 7 bolos? 3. Paguei R\$45,00 por 5 Kg de carne. Quanto custam 3 Kg dessa carne? 4. Dona Bete usa 28 latas de chocolate para confeitaria 7 bolos. Quantas latas de chocolate ela usará para confeitaria 3 bolos? 5. Quatro quilos de camarão custam R\$32,00. Paguei R\$48,00 por alguns quilos de camarão. Quantos quilos de camarão comprei? 6. Dona Maria usa 12 ovos para fazer 3 bolos. Ela usou 28 ovos para fazer alguns bolos. Quantos bolos ela fez? 7. Seis maçãs custam R\$12,00. Paguei R\$32,00 por algumas maçãs. Quantas maçãs comprei? 8. Carla usa 54 novelos de lã para fazer 9 cachecóis. Ela usou 30 novelos de lã para fazer alguns cachecóis. Quantos cachecóis ela fez?

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 18: trata-se de uma atividade que envolve problemas multiplicativos algébricos combinados (ou seja, com duas operações ou repetição da mesma operação). Por este motivo, acredita-se que os alunos terão dificuldade em resolvê-la, contudo, com base nas atividades já desenvolvidas, espera-se que os mesmos consigam concluí-la. Ressalta-se que esta atividade foi validada, em outro momento, por Santos (2017).

O Quadro 45 apresenta a atividade 19.

Quadro 45 – Atividade 19

Atividade 19
<p>Título: Questões Multiplicativas V</p> <p>Objetivo: praticar a resolução de questões multiplicativas</p> <p>Material necessário: roteiro da atividade, lápis ou caneta.</p> <p>Procedimento: entregar o roteiro aos alunos e solicitar que resolvam individualmente.</p> <p>Resolva:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Uma blusa custa R\$18,00. Quanto pagarei por 4 dessas blusas? 2. Uma boneca custa R\$48,00. Ana comprou duas bonecas. 3. Uma barra de chocolate custa R\$8,00. Na caixa tem 7 barras. Quanto custa a caixa toda? 4. Na escola A, tem 9 turmas com 35 alunos cada. Quantos alunos há ao todo? 5. Paulo tem 6 pacotes contendo 12 bombons cada. Quantos bombons ele tem ao todo? 6. Ivo tem 15 pacotes com 5 figurinhas da copa do mundo em cada um. Quantas figurinhas ele tem?

Fonte: Construído na pesquisa de campo (2022).

Análise a priori da atividade 19: trata-se de uma atividade que envolve problemas multiplicativos aritméticos simples utilizando o seguinte princípio: valor unitário x quantidade de mercadoria = valor total. Esta atividade foi incluída durante a experimentação, ao identificar-se que alguns alunos apresentaram dificuldade para retirar este princípio com facilidade das atividades de problemas multiplicativos desta ordem. Espera-se que os alunos consigam identificar a referida relação, especialmente, por tratar-se de uma atividade resumida, todas as questões sendo aritméticas e com valores pequenos.

A seguir o Quadro 46 mostra a atividade 20, adaptada de Santos (2017) e Miranda (2021).

Quadro 46 – Atividade 20

Atividade 20										
Título: Total de quadradinhos										
Objetivo: Descobrir uma maneira prática de determinar o total de quadradinhos contidos em um retângulo.										
Materiais necessários: Folha de retângulos (Apêndice I), roteiro da atividade, lápis ou caneta.										
Procedimentos:										
<ul style="list-style-type: none"> • dividir a turma em grupos de 3 a 4 alunos, entregar a cada grupo o roteiro da atividade; • determine o número de quadradinhos em cada linha dos retângulos da folha de retângulos; • determine o número de quadradinhos em cada coluna dos retângulos da folha de retângulos; • determine o total de quadradinhos em cada retângulo da folha de retângulos. 										
Com os dados obtidos preencha o quadro abaixo:										
Figura	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de quadradinhos em cada linha										
Nº de quadradinhos em cada coluna										
Total de Quadradinhos										
Descubra uma maneira de se obter o total de quadradinhos de um retângulo sem contar os quadradinhos.										
Conclusão:										

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 20: trata-se de uma atividade de descoberta que utiliza a contagem dos quadradinhos de cada figura para se chegar ao

quantitativo total de quadrados em cada retângulo (Anexo A). Esta atividade foi validada por Santos (2017) e Miranda (2021).

Acredita-se que os alunos não terão dificuldades em desenvolver a primeira parte dessa atividade. Contudo, ao final, devem descobrir uma forma de chegar a esse valor sem realizar a conta, portanto através do produto da multiplicação do número de linhas pelo número de colunas.

É plausível que, nessa etapa, os discentes encontrem obstáculos em sua resolução ou cometam erros, tentando somar os valores, ao invés de multiplicá-los. Entretanto, espera-se que, com a devida orientação docente, eles consigam vencer os entraves surgidos e possam, assim, realizar a atividade e finalizá-la com êxito.

A conclusão almejada para essa atividade é a seguinte: o número de quadradinhos da linha multiplicado pelo número de quadradinhos da coluna dá o total de quadradinhos do retângulo. Da mesma forma que se deu nas atividades anteriores, foram levantadas hipóteses de conclusão das equipes para essa atividade, que seguem esclarecidas no Quadro 47.

Quadro 47 – Previsão de conclusão para a atividade 20

Conclusão	Classificação
O número de quadradinhos de cada linha vezes o número de quadradinhos de cada coluna dá o total de quadradinhos.	Válida e desejada
Se a gente multiplicar o total de quadradinhos da linha pelo da coluna dá o valor certo.	Válida e não desejada
Multiplicando o número de quadradinhos dá o valor total de quadradinhos.	Parcialmente válida e não desejada

Fonte: Construído durante a pesquisa (2021).

O Quadro 48 mostra a atividade 21, adaptada de Santos (2017).

Quadro 48 – Atividade 21

Atividade 21
<p>Título: Questões multiplicativas V</p> <p>Objetivo: Praticar a resolução de questões com ideia de configuração retangular.</p> <p>Materiais necessários: Lista de questões, papel, borracha e lápis ou caneta.</p> <p>Procedimentos: Dividir a turma em grupos de 3 a 4 alunos, entregar a cada grupo uma lista com questões e solicitar que a resolvam.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Um retângulo tem 5 quadradinhos em cada linha e 8 quadradinhos em cada coluna. Quantos quadradinhos há no total neste retângulo? 2. Numa sala as cadeiras estão dispostas em 6 fileiras e 7 colunas. Quantas cadeiras há nessa sala? 3. Num auditório, as cadeiras estão dispostas em 12 fileiras e 15 colunas. Quantas cadeiras há no auditório? 4. Um retângulo contém 96 quadrados de um metro de lado. Se em cada linha do retângulo

- há 6 quadrados, então quantos quadrados há em cada coluna desse retângulo?
5. As 20 cadeiras de uma sala estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 4 as fileiras, quantas são as colunas?
6. Para azulejar uma parede de sua casa, seu Armando precisa de 72 azulejos. Se eles estão dispostos em 9 fileiras, quantos azulejos há em cada fileira?
7. Um retângulo contém 32 quadrados de um metro de lado. Se em cada coluna do retângulo há 4 quadrados, então quantos quadrados há em cada linha desse retângulo?
8. Um teatro possui 180 poltronas, dispostas em fileiras e colunas. Se são 9 as colunas, quantas são as fileiras?
9. Em um ônibus escolar cabem 48 estudantes sentados. Cada fileira do ônibus tem 6 poltronas. Quantas fileiras há nesse ônibus?

Fonte: Adaptado de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 21: trata-se de uma atividade que envolve problemas (aritméticos e algébricos) sobre produto de medidas de configuração retangular que foi validada anteriormente por Santos (2017). Por serem alunos do 5º ano, acredita-se que terão dificuldades, especialmente nas questões algébricas (Q₄, Q₅, Q₆, Q₇, Q₈, Q₉). Contudo, espera-se que as atividades vivenciadas anteriormente auxiliem os alunos na condução desta.

O Quadro 49 apresenta a atividade 22, adaptada de Barbosa (2021).

Quadro 49 – Atividade 22

Atividade 22

Título: Questões multiplicativas VI – problemas de contagem

Objetivo: Descobrir uma maneira prática para resolver questões de contagem.

Materiais necessários: Lista de questões, kit contendo as figuras, papel, borracha e lápis ou caneta.

Procedimentos: Resolva as questões da Lista de questões e preencha o quadro a seguir.

1. Joana vai à festa de aniversário de sua prima; ela ganhou de presente de natal três calças (marrom, cinza e azul) e três blusas (preta, amarela e rosa). De quantas maneiras diferentes Joana pode ir vestida para essa festa?
2. Numa lanchonete há 4 tipos de sucos. Eles são servidos em copos de 3 tamanhos diferentes. De quantas maneiras você pode tomar um suco?
3. Pedro tem 2 calças (branca e preta), 3 camisas (vermelha, amarela e verde), 4 chapéus. De quantas maneiras diferentes ele pode ser arrumar usando uma calça, uma camisa chapéu?
4. Numa lanchonete há 3 sabores de suco(morango, taperebá e abacaxi), 2 tipos de salgados(hambúrguer e pizza) e 3 tipos de doces (brigadeiro, sorvete e bolo). De quantas maneiras diferentes você pode escolher um lanche, comprando um suco, um salgado e um doce?
5. Vou dar uma festa de aniversário e servirei sanduíches. Para fazer os sanduíches comprei 2 tipos de queijo, 3 tipos de patê e 5 tipos de pães. Quantos tipos diferentes de sanduíches podem ser preparados, sabendo que todos são acompanhados de um tipo de pão, um tipo de queijo e um tipo de patê?
6. Uma panificadora prepara bolos deliciosos. Os bolos podem ser de 2 tamanhos (pequeno ou grande), de duas formas (quadrada ou redonda) e de 4 tipos diferentes de sabores (morango, brigadeiro, banana ou laranja). Quantos tipos diferentes de bolo a panificadora pode preparar?
7. Maricota quer ir de Belém para Alter do Chão, para isso necessita passar em Santarém. Para ir de Belém para Santarém temos as opções (barco, ônibus, carro e avião) e para ir de Santarém para Alter do Chão temos a opção (barco ou balsa). De quantas maneiras diferentes ela pode ir de Belém para Alter do Chão?

Observações:							
Preencha o quadro a seguir. Questão	O que a questão pedia?	As etapas são independentes	Qual o número de etapas independentes?	Qual é o número de possibilidades da:			Qual o total de possibilidades?
				1ª etapa?	2ª etapa?	3ª etapa?	
1ª	De quantas maneiras diferentes Joana pode ir vestida para essa festa?						
2ª	De quantas maneiras você pode tomar um suco nessa lanchonete?						
3ª	De quantas maneiras diferentes ele pode ser arrumar usando uma calça, uma camisa e um chapéu?						
4ª	De quantas maneiras diferentes você pode escolher um lanche, comprando um suco, um salgado e um doce?						
5ª	Quantos tipos diferentes de sanduíches podem ser preparados, sabendo que todos vêm acompanhados de um tipo de pão, um tipo de queijo e um tipo de patê?						
6ª	Quantos tipos diferentes de bolo a panificadora pode preparar?						
7ª	De quantas maneiras diferentes ela pode ir de Belém para Alter do Chão?						

Fonte: Adaptado de Barbosa (2021).

Análise a priori da atividade 22: esta atividade foi validada por Barbosa (2021) e objetiva trabalhar a ideia do princípio fundamental da contagem com questões aritméticas em duas ou três etapas de escolha. Para auxiliar o raciocínio, os alunos receberão, além do roteiro, um kit contendo figurinhas para manipular e favorecer as combinações de possibilidades. Acredita-se que os alunos conseguirão resolver com facilidade, principalmente pelo uso do material manipulativo, porém é possível que surgiam dificuldades nos problemas que envolvem três etapas.

Após a resolução dos problemas, os alunos deverão preencher um quadro contendo a situação, o número de etapas, o número de possibilidades de cada etapa e o total de possibilidades. O termo “etapas” pode provocar mais dificuldade, uma vez que não traduz diretamente a ideia de números que compõem a questão, por isso, é possível que necessitem do auxílio docente para chegar a essa compreensão.

Espera-se que os alunos cheguem à seguinte conclusão: multiplicando as possibilidades de cada etapa, chegamos ao total de possibilidades. A seguir, o Quadro 50 contém as previsões de conclusão para a atividade do princípio fundamental da contagem.

Quadro 50 – Previsão de conclusão para a atividade 22

Conclusão	Classificação
Quando multiplicamos as possibilidades de cada etapa chegamos ao total de possibilidades.	Válida e desejada
Se a gente multiplicar as etapas, descobre o total de possibilidades.	Válida e não desejada
É só multiplicar as etapas.	Parcialmente válida e não desejada
A gente somou tudo.	Inválida e não desejada.

Fonte: Construído durante a pesquisa de campo (2021).

O Quadro 51 apresenta a atividade 23, adaptada de Barbosa (2021).

Quadro 51 – Atividade 23

Atividade 23
<p>Título: Questões multiplicativas VII – problemas de contagem</p> <p>Objetivo: Praticar a resolução de problemas envolvendo o princípio fundamental da contagem</p> <p>Material: Roteiro da atividade, papel, lápis ou caneta e borracha</p> <p>Procedimento: Resolva as questões abaixo.</p> <p>Resolva:</p> <p>Um parque de diversões tem duas entradas (A e B) e quatro saídas (1,2,3 e 4). De quantas maneiras você poderia entrar e sair desse parque?</p>



2. Numa lanchonete há quatro tipos de suco. Eles são servidos em copos de dois tamanhos. De quantas maneiras diferentes você pode escolher um suco para tomar?
3. Beto tem 12 camisetas e 5 bermudas. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir, usando uma camiseta e uma bermuda?
4. Douglas foi a uma lanchonete. No cardápio havia três opções de comida (sanduíche, pizza e coxinha), dois tipos de bebida (suco e refrigerante) e cinco opções de sobremesa (sorvete, pudim, creme, brigadeiro e churros). De quantas maneiras diferentes Douglas poderá lanchar combinando um tipo de comida, um tipo de bebida e um tipo de sobremesa?
5. Uma panificadora prepara bolos deliciosos. Os bolos podem ser de 3 tamanhos, de três formas e de 4 tipos diferentes de sabores. Quantos tipos diferentes de bolo a panificadora pode preparar?
6. Maria ganhou algumas saias e 9 blusas de presente em seu aniversário. Ela percebeu que com as peças de roupa que ganhou poderia se arrumar de 36 maneiras diferentes, usando uma saia e uma blusa. Quantas saias a Maria ganhou de presente?
7. Um comerciante possui 8 tipos de sucos e deseja preparar alguns tipos de sanduíches, para poder oferecer 48 tipos de lanches aos seus clientes. Quantos tipos de sanduíche ele precisa preparar?
8. Há 24 caminhos diferentes para uma pessoa ir da cidade A para a cidade C passando por B. Se há 4 caminhos da cidade A para cidade B, então existem quantos caminhos da cidade B para a cidade C?

Fonte: Adaptado de Barbosa (2021).

Análise a priori da atividade 23: Esta atividade foi validada por Barbosa (2021) e objetiva a fixação dos conhecimentos descobertos acerca dos problemas de contagem trabalhados na atividade anterior. Os problemas são de ordem aritmética e algébrica constituídos de duas ou três etapas de escolha. Acredita-se que os alunos terão dificuldade em solucionar os problemas algébricos, pois precisam da noção de reversibilidade das operações de multiplicação e divisão. Contudo, acredita-se que a experiência da atividade anterior favorecerá a condução desta.

O Quadro 52 mostra a última atividade da etapa multiplicativa, adaptada de Santos (2017).

Quadro 52 – Atividade 24

Atividade 24

Título: Questões multiplicativas VIII

Objetivo: Exercitar a resolução de problemas multiplicativos.

Material: Roteiro da atividade, papel, lápis ou caneta e borracha.

- 1 - Uma barra de chocolate custa R\$4,00. Quanto pagarei se comprar 5 dessas barras?
- 2 - Carlos tem 36 livros. Bruna tem 5 vezes mais livros que Carlos. Quantos livros tem Bruna?
- 3 - Lucas tem 8 vezes mais bolinhas de gude que Arnaldo. Lucas tem 72 bolinhas de gude.

Quantas bolinhas de gude tem Arnaldo?

4 - Camila comprou algumas bonecas a R\$9,00 cada uma e pagou um total de R\$351,00. Qual a quantidade de bonecas que Camila comprou?

5 - Maria tem 48 bonecas. Daniela tem 6 vezes menos bonecas que Maria. Quantas bonecas tem Daniela?

6- Pedro tem R\$15,00 e Danilo tem R\$60,00. Pedro tem quantas vezes menos dinheiro que Danilo?

7- Paula tem cinco vezes menos dinheiro que Renata. Paula tem R\$40,00. Quanto tem Renata?

8 - Um retângulo tem 6 quadradinhos em cada linha e 7 quadradinhos em cada coluna. Quantos quadradinhos há no total nesse retângulo?

9 - As 320 cadeiras de um auditório estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 8 as fileiras, quantas são as colunas?

10 - Uma panificadora prepara bolos deliciosos. Os bolos podem ser de 2 tamanhos e de 9 tipos diferentes de sabores. Quantos tipos diferentes de bolo a panificadora pode preparar?

11 - Romário ganhou algumas bermudas e 9 camisas de presente. Ele percebeu que poderia se arrumar de 45 maneiras diferentes, usando uma bermuda e uma camisa. Quantas bermudas Romário ganhou de presente?

Fonte: Adaptada de Santos (2017).

Análise a priori da atividade 24: Esta atividade foi validada anteriormente por Santos (2017). Trata-se de uma atividade que reúne problemas aritméticos e algébricos, com e sem valores monetários, abrangendo os problemas de contagem e de multiplicação com disposição retangular, e objetiva revisar os conteúdos trabalhados nos problemas multiplicativos. Espera-se que os educandos consigam resolvê-la com facilidade, contudo é possível que surjam dificuldades especialmente em relação a retirada da sentença dos problemas e na resolução dos algoritmos das operações. Esta é a última atividade desta etapa.

A sessão a seguir apresenta a fase de experimentação deste trabalho.

5 EXPERIMENTAÇÃO

A fase de experimentação da pesquisa em relato ocorreu desde o momento da aplicação do pré-teste, passando pela realização da Sequência Didática e finalizou com a aplicação do pós-teste, totalizando vinte e oito encontros.

O experimento se desenvolveu com uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Municipal de Ensino de Belém, localizada no bairro do Marco.

No decorrer da experimentação foram produzidas informações que envolvem:

- Os conhecimentos prévios que os alunos detinham relativos aos conteúdos matemáticos do 5º ano, obtidos por meio de aplicação do pré-teste de cada uma das duas etapas da experimentação;
- O tempo gasto em cada atividade, bem como a participação dos discentes, registradas por meio das observações e dos registros em fichas e diários da pesquisa;
- Observações e conclusões das atividades, por meio de registro fotográfico e digitalização das produções;
- Desempenho final dos estudantes através da aplicação do pós-teste de cada uma das duas etapas da experimentação;
- A frequência dos alunos, por meio do registro no diário de frequência das aulas.

As informações levantadas nesta fase foram sistematizadas em quadros, tabelas e gráficos para análises qualitativas e quantitativas esclarecidas na etapa seguinte.

A Sequência Didática aplicada foi dividida em duas etapas. A Etapa I contou com doze encontros, nos quais foram aplicadas 11 atividades envolvendo os conhecimentos relativos ao Sistema de Numeração Decimal e aos problemas aditivos, além de pré-teste e pós-teste, denominado de Teste I. Esta etapa objetivou a aprendizagem dos conteúdos mencionados numa perspectiva não tradicional possibilitando o envolvimento prático dos alunos com os conhecimentos abordados. As atividades foram impressas com questões que exigiram raciocínio dos alunos, além do uso de recursos manipulativos como o dinheiro fictício e a calculadora. Estas atividades ocorreram entre o mês de Maio e Junho de 2022.

A Etapa II contou com dezesseis encontros, correspondentes a treze atividades envolvendo os conhecimentos relativos aos problemas multiplicativos, além do Teste II, aplicado antes e depois das atividades. Nesta etapa da Sequência Didática foram trabalhadas as ideias de multiplicação e divisão na igualdade, sentenças multiplicativas e os problemas multiplicativos, inclusive com disposição retangular e com o princípio fundamental da contagem.

Além disso, esta etapa teve como finalidade a resolução de problemas envolvendo as operações de multiplicação e divisão de forma construtiva, onde os alunos pudessem desenvolver com autonomia as situações propostas. As atividades desta etapa ocorreram entre os meses de setembro e novembro de 2022.

No quadro 53, segue o cronograma da fase de experimentação.

Quadro 53 - Cronograma de Atividades da Fase de Experimentação

Período	Data	Encontro	Atividades
Etapa I	11.05.2022	1º	Pré-teste aditivo
	13.05.2022	2º	1 - Unidade, Dezena, Centena e Unidade de Milhar
	16.05.2023	3º	
	17.05.2022	4º	
	24.05.2022	5º	3 - Composição e decomposição numérica polinomial e em suas diversas ordens
	26.05.2023	6º	
	31.05.2022	7º	4 – Adição e subtração
	02.06.2022	8º	5 - Adição na igualdade;
	03.06.2022	9º	6 - Subtração na igualdade;
	07.06.2022	10º	7 - Sentenças aditivas
	08.06.2022	11º	8 - Questões aditivas I
	09.06.2022	12º	
	10.06.2022	13º	9 - Questões aditivas II
	22.06.2022	14º	10 - Problemas aditivos I
	23.06.2022	15º	11 - Problemas aditivos II
Etapa II	24.08.2022	16º	Pré-teste multiplicativo
	25.08.2022	17º	12 - Multiplicação na igualdade
	26.08.2022	18º	13 - Divisão na igualdade
	31.08.2022	19º	14 - Sentenças multiplicativas
	01.09.2022	20º	15 - Questões multiplicativas I
			16 - Questões multiplicativas II
	15.09.2022	21º	17 - Questões multiplicativas III
	16.09.2022	22º	18 - Questões multiplicativas IV
	04.10.2022	23º	19 – Questões multiplicativas V
	20.10.2022	24º	20 - Total de quadrinhos
			21 - Questões multiplicativas VI
	26.10.2022	25º	22 – Princípio fundamental da contagem
	03.11.2022	26º	23 - Questões multiplicativas VII
09.11.2022	27º	24 – Questões multiplicativas VIII	
23.11.2022	28º	Pós-teste multiplicativo	

Fonte: Construído com dados da pesquisa (2022).

A seguir, foram detalhados cada um dos encontros ocorridos com a turma.

5.1 Primeiro encontro

O primeiro encontro ocorreu na data de 11.05.2022 para realização do pré-teste da Etapa I, tendo início às 07h50, após organização da turma, e término às 10h horas, com duração de 2h10. Participaram deste momento 27 dos 33 alunos da turma, havendo ausência de 06 alunos.

Destes 27 alunos, apenas 24 fizeram todas as atividades e o pós-teste da Etapa I, sendo estes alunos, portanto, os que serviram de base para análise e levantamento de resultado dessa etapa do experimento.

5.2 Segundo encontro

O segundo encontro ocorreu na data de 13.05.2022, uma sexta-feira, para a aplicação da atividade 1, com duração de 1h10, tendo início às 10h20 e término às 11h30. Tratou-se de uma atividade realizada em grupos de dois a quatro alunos. A atividade consistia no preenchimento do Quadro Valor de Lugar (QVL) Monetário a partir dos valores solicitados em uma lista de questões, usando o dinheiro fictício como recurso manipulativo. Posteriormente, os alunos deveriam responder questões norteadoras para facilitar seu raciocínio e favorecer a formulação da seguinte conclusão: cada algarismo tem a sua ordem ou lugar dentro de um número e o seu valor é relativo ao lugar que ocupa, ou seja, muda de acordo com a posição. O objetivo desta atividade era descobrir uma regularidade na representação numérica de quantidades.

Desde o início do encontro, os alunos apresentaram postura positiva, demonstrando curiosidade com a atividade, especialmente por terem sido organizados em grupos, o que não era comum até então, e por estarem utilizando o dinheiro fictício.

No decorrer, surgiram as seguintes situações: os alunos tiveram dificuldade, inicialmente, para o preenchimento do QVL, pois tentaram registrar em suas colunas os valores das notas, ao invés de suas quantidades, contudo, esclarecidas as dúvidas, fizeram o preenchimento do quadro; os alunos A13, A24 e A29 registraram os valores na primeira linha sem atentar para a relação existente entre os comandos das questões, as notas e suas respectivas ordens; os alunos A25 e A22 fizeram este

questionamento: “tia, ordem é o mesmo que unidade, dezena, centena, né?”. As dúvidas foram sanadas e a atividade teve prosseguimento.

Os alunos A29 e A14 permaneceram com dificuldade no preenchimento do QVL, mesmo após os esclarecimentos realizados pela pesquisadora, além disso, também tiveram dificuldade para identificar quais notas usavam, especialmente no valor de R\$999,00, tentaram usar as notas de R\$ 1000,00 e de R\$10,00 para compor o R\$900,00. Nesse momento, a pesquisadora questionou “tem mil reais em novecentos?”, os alunos responderam que não, a pesquisadora seguiu dizendo: “então, que nota pode ser usada para chegar a novecentos?”, ao que o aluno A14 respondeu “a de cem” e, a partir daí, conseguiram realizar esta questão.

Quase todos os alunos finalizaram o preenchimento do quadro e a resolução das questões, posteriores a esse preenchimento. Apenas os alunos A29 e A14 não conseguiram finalizar o preenchimento do quadro a tempo e, conseqüentemente, não responderam às questões norteadoras. Os alunos não chegaram a fazer suas conclusões, já que a atividade teve que ser interrompida às 11h30m, pois bateu a campã da saída, devendo ser retomada na aula seguinte.

5.3 Terceiro encontro

A atividade 01 foi retomada na segunda-feira seguinte, dia 16.05.2022, para que os alunos pudessem finalizar as questões pendentes e suas conclusões. Teve início às 9h10 e término às 10h45, totalizando 1h15 de duração, pois houve parada de 15 minutos para o intervalo, entre 10h e 10h15. Os alunos apresentaram dificuldade na construção das suas conclusões, provavelmente por não estarem habituados a atividades que promovam esse tipo de raciocínio. Ainda assim, realizaram-na. A seguir, no Quadro 54, estão discriminadas as conclusões dos grupos para a atividade 1.

Quadro 54 – Conclusões dos grupos para atividade 1

Grupo	Alunos	Conclusões	Classificação
1	A6 e A9	Cada número tem a sua ordem ele pode mudar de lugar e a quantidade muda junto.	Válida, prevista e desejada.
2	A1, A3, A7, A18	Cada algarismo ocupa uma ordem diferente e nem sempre eles vão ficar na mesma ordem.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
3	A15, A17, A20	Entendemos as ordens de unidade, dezena e centena e também que os números têm ordens, os números podem mudar de lugar e fazer com que as	Válida, não prevista e desejada

		contas e os números fiquem “maior” ou “menor”, dependendo de onde o número “ta”.	
4	A2, A16, A19, A22	Cada algarismo tem seu lugar dentro de um número. Quando um número muda de lugar ele pode “almentar” ou “abaixa” o seu valor.	Válida, não prevista e desejada
5	A14, A24, A29	Cada número tem o seu lugar.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
6	A21, A25, A28, A31	Cada número tem sua própria casa.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
7	A8 e A13	Porque o número pode mudar.	Inválida, não prevista e não desejada.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

As conclusões dos grupos 1, 3 e 4 foram consideradas válidas e desejadas. As formulações dos grupos 2, 5 e 6 foram classificadas como parcialmente válidas, pois os alunos demonstraram compreensão em relação à ocupação que cada algarismo tem dentro de um número, contudo, não ligaram sua localização aos seus respectivos valores. A conclusão do grupo 7 foi vista como inválida. O Quadro 55, em sequência, apresenta a distribuição, em termos de frequência e percentual, das conclusões desta atividade.

Quadro 55 – Distribuição das conclusões para a atividade 1

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	1	14,28
Válida, prevista e não desejada	0	0,00
Válida, não prevista e desejada	2	28,57
Válida, não prevista e não desejada	0	0,00
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	3	42,85
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	1	14,28
Não formulada	0	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

5.4 Quarto encontro

O quarto encontro aconteceu no dia 17.05.2022 para a realização da atividade 2, com duração de 2h50, iniciando às 8h15 e terminando às 10h50, com intervalo de quinze minutos entre 10h e 10h15. Para esta atividade, os alunos foram organizados em grupos, receberam como recursos materiais o dinheiro fictício, ligas de elástico e uma lista contendo 5 problemas com questões norteadoras e um Quadro Valor de Lugar Monetário para que os alunos registrassem a quantidade de notas utilizadas em cada valor.

No início, a maioria dos alunos tentou resolver sem usar o dinheiro, contudo, ao encontrarem dificuldade, passaram a usar o recurso e conseguiram realizar a atividade. O grupo 6 precisou de orientações para realizar o preenchimento do quadro. O grupo 1 chegou à sua conclusão às 9h e às 10h50m todos os grupos haviam finalizado a atividade. O objetivo da atividade era perceber uma regularidade nas trocas entre as diversas ordens e os alunos deveriam, ao seu término, chegar à seguinte conclusão “para cada 10 notas iguais é possível efetivar a troca por 1 nota com o mesmo valor”.

Alguns grupos sentiram dificuldade em realizar a conclusão, foi o caso do grupo 3 que disse “tia, eu juntei as notas e troquei”. Foi necessário, nesse momento, uma intervenção, com os seguintes questionamentos: “quais notas você juntou?” e “Você trocou essas notas por quantas?” “De que valor?”. Após isso, o grupo conseguiu chegar à conclusão. O Quadro 56 mostra as conclusões das equipes para a atividade 2.

Quadro 56 – Conclusões dos grupos para a atividade 2

Grupo	Alunos	Conclusões	Classificação
1	A3, A22	Os “número” pode ser dividido em grupo de 10 e também pode ser trocado por uma única nota do mesmo.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
2	A1, A6, A9	Eles ficaram em grupos de 10. A gente pode trocar um grupo de notas de 10 por uma só nota com o mesmo valor.	Válida, prevista e desejada.
3	A15, A17, A20	Organizar em grupos de 10 em 10 para trocar por um que tem o mesmo valor só que em uma nota.	Válida, não prevista e desejada
4	A5, A14, A30	Podem trocar os valores, trocar 10 por um da ordem seguinte.	Válida, prevista e desejada
5	A21, A24, A25, A31	Que a gente precisa organizar em grupos de 10 e trocar, “tipo”, troca grupos de números por uma nota que representa o mesmo valor.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
6	A8, A13, A29	Com o grupo de 10 trocar 10 notas por uma só na ordem seguinte.	Válida, não prevista e desejada

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Acredita-se que o grupo 1, ao registrar sua conclusão, deva ter esquecido de escrever a última palavra, que concluiria o raciocínio formado pelos alunos, fato muito comum nessa fase quando os alunos escrevem textos. Por esse motivo, considerou-se nesta atividade que a conclusão da equipe foi parcialmente válida. No Quadro 57 abaixo tem-se as distribuições das conclusões.

Quadro 57 – Distribuição das conclusões para a atividade 2

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	2	33,33
Válida, prevista e não desejada	0	0,00
Válida, não prevista e desejada	2	33,33
Válida, não prevista e não desejada	0	0,00
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	2	33,33
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	0	0,00
Não formulada	0	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

5.5 Quinto encontro

O quinto encontro ocorreu no dia 24.05.2022, para aplicação da atividade 3, com duração de 2h30, tendo início às 8h, término às 11h30 e dois momentos de interrupção, o primeiro por vinte minutos, decorrente de uma palestra sobre assédio infantil, e o segundo por quinze minutos, desta vez, por conta do intervalo.

Nesta atividade os alunos foram organizados em grupo e receberam uma lista de questões, além do dinheiro fictício para auxiliar nas resoluções. Novamente, os alunos tentaram fazer sem o dinheiro, provavelmente, por causa do ventilador da sala que fazia com que o dinheiro voasse, contudo, após perceberem a dificuldade, tornaram a usá-lo.

O objetivo da atividade era efetuar a composição e a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens e polinomial. Os alunos tiveram dificuldade em realizar as composições, alguns registraram os nomes das ordens ao invés dos valores, mas fizeram as devidas correções após orientação docente. Os grupos 2, 3 e 4 não concluíram a atividade, que teve que ser retomada em outro dia.

5.6 Sexto encontro

A atividade 3 foi retomada no dia 26.05.2022 às 07h45 e finalizada às 8h40, com duração de 55 minutos, para que os grupos 2, 3, e 4 pudessem concluí-la. Esses grupos tiveram dificuldade para formular suas conclusões. A conclusão esperada para esta atividade era: por meio da adição e da multiplicação podemos compor os números, organizando os algarismos em suas ordens, e decompô-los,

escrevendo os valores posicionais de cada algarismo do número. O Quadro 58 mostra as conclusões dos grupos para a atividade 3.

Quadro 58 – Conclusões dos grupos da atividade 3

Grupo	Alunos	Conclusões	Classificação
1	A3, A6 e A9	Nós conseguimos compor e decompor os números. A decomposição e a composição podem ser “uzadas” a multiplicação e a soma.	Válida, prevista e desejada.
2	A1 e A22	Com os números podemos montar qualquer outro número, também podemos separá-los. O outro é adição e esse é multiplicação e adição.	Válida, prevista e desejada.
3	A2 e A30	Os números podem ser montados e desmontados e tem significado diferente e “símbolo” diferente e de “veze”.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
4	A8, A15 e A17	Cada número tem sua casa e podemos decompor e compor os números e podem ser montados de forma diferente que podemos montar com contas de vezes ou de mais.	Válida, não prevista e desejada.
5	A18 e A25	Os números podem “cer” “composto” e “decomposto” de duas formas, uma com “o vezes” e o “jeito” normal.	Válida, não prevista e não desejada.
6	A14, A16, A24 e A29	Os números foram juntados e separados de diferentes formas usando “o veses”	Válida, não prevista e desejada.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Os grupos 1,2, 4, 5 e 6 apresentaram conclusões classificadas como válidas. O grupo 3 teve sua conclusão considerada parcialmente válida. Quadro 59 apresenta a distribuição das conclusões da atividade 3.

Quadro 59 – Distribuição das conclusões para a atividade 3

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	2	33,33
Válida, prevista e não desejada	0	0,00
Válida, não prevista e desejada	2	33,33
Válida, não prevista e não desejada	1	16,66
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	1	16,66
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	0	0,00
Não formulada	0	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

5.7 Sétimo encontro

O sétimo encontro ocorreu no dia 31.05.2022 para aplicação da atividade 4, relativa à cálculos de adição e subtração, com duração de 1h30, tendo início às 08h30 e término às 10h. Nesta atividade, os alunos foram organizados em grupos e receberam como material o banco fictício, uma lista de doze questões com

problemas aditivos e o QVL monetário, onde os alunos deveriam depositar as notas em suas respectivas ordens para auxiliar nas trocas e nos cálculos. O objetivo desta atividade era descobrir uma regularidade nos cálculos de adição e subtração de números naturais.

A turma demonstrou bastante interesse na realização da atividade, porém, inicialmente, tiveram dificuldade para realizar as trocas de cédulas nas ordens e precisaram de orientação docente, especialmente nos cálculos de subtração. Os alunos tiveram dificuldade inicialmente, para realizar as trocas, especialmente, nas contas que envolviam a operação de subtração, mas após orientação docente, conseguiram fazê-la. Apenas o grupo 4 não fez a conclusão da atividade. O grupo 1 tentou resolver sem o dinheiro fictício e teve dificuldade em realizar, contudo após orientação da professora, fizeram a atividade.

Ao final, os alunos deveriam chegar à seguintes conclusões: “na adição, acrescentamos valores, realizando a soma dos algarismos em cada ordem, caso o resultado seja maior que 9, devemos acrescentar esta quantidade à ordem seguinte” e “na subtração, retiramos valores, realizando o cálculo com os algarismos da mesma ordem. Quando uma ordem não tem o suficiente para subtrair, a ordem seguinte transfere (empresta) o valor necessário”. No Quadro 60 tem-se as conclusões alcançadas pelos grupos para a atividade 4.

Quadro 60 – Conclusões dos grupos da atividade 4

Grupo	Aluno	Conclusões	Classificação
1	A3, A6, A9	Na adição a gente teve que trocar da unidade pra dezena e da dezena pra centena. Na subtração a gente teve que fazer várias trocas da centena pra dezena e da dezena pra unidade.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
2	A19, A20	Na subtração nós podemos trocar as notas “tipo assim” do menor para o maior e na adição do maior para o menor.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
3	A1, A16	Podemos trocar os números.	Inválida, não prevista e não desejada
4	A2, A8, A30	-----	Não formulada.
5	A7, A14, A24, A31	Na adição tivemos que trocar as ordens.	Inválida, não prevista e não desejada
6	A15, A17, A21, A29	Aprendemos a trocar 10 números em um que tem o mesmo valor só que em subtração trocamos os números maiores em números que tem o mesmo valor só que menores.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
7	A5, A13, A18	Nós podemos trocar os números “de unidade de dezena para centena para unidade de milhar”.	Inválida, não prevista e não desejada

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

A conclusão do grupo 1 foi classificada como parcialmente válida, já que a equipe compreendeu de onde as trocas devem partir no caso da adição e da subtração. A conclusão do grupo 2 foi considerada parcialmente válida, uma vez que ao utilizar o banco fictício para a resolução dos problemas, em adição os alunos realizaram trocas de notas de um real para nota de dez reais, de dez reais para cem reais e assim sucessivamente, ao passo que na subtração, os alunos precisaram trocar as notas de cem reais em notas de dez reais e de dez reais em notas de um real, ocasionando, provavelmente, o raciocínio de que, na adição, troca do maior para o menor e na subtração do menor para o maior. Raciocínio similar apresentou o grupo 6, cuja conclusão também foi vista como parcialmente válida. O Quadro 61 abaixo mostra a distribuição das conclusões da atividade 4.

Quadro 61 – Distribuição das conclusões para a atividade 4

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	0	0,00
Válida, prevista e não desejada	0	0,00
Válida, não prevista e desejada	0	0,00
Válida, não prevista e não desejada	0	0,00
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	3	42,85
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	3	42,85
Não formulada	1	14,28

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

5.8 Oitavo encontro

O oitavo encontro ocorreu no dia 02.06.2022, para aplicação da atividade 5, relativa à adição na igualdade, com duração de 2h, iniciando às 8h e terminando às 10h. Inicialmente, os alunos foram esclarecidos pela professora/pesquisadora sobre o que significa uma igualdade, com exemplos registrados no quadro branco e realização da primeira igualdade pela docente para melhor compreensão da atividade. A turma foi organizada em grupos de 2 a 4 alunos. Cada grupo recebeu o roteiro da atividade, contendo o quadro com as igualdades e uma calculadora.

O objetivo desta atividade era descobrir quando por meio da adição uma igualdade permanece verdadeira. Os alunos fizeram a atividade sem grandes dificuldades, mas alguns encontraram problemas em montar as expressões. Para o registro das conclusões, a maioria dos grupos precisou ouvir algumas orientações docentes, tais como “observem os valores acrescidos e os valores finais”. A

conclusão esperada era: quando uma igualdade é verdadeira, ao adicionar o mesmo número aos dois membros da igualdade, ela permanecerá verdadeira. A seguir o Quadro 62 com as conclusões das equipes.

Quadro 62 – Conclusões dos grupos para a atividade 5

Grupo	Alunos	Conclusões	Classificação
1	A6, A9 e A18	Quando a gente “bota” um número diferente em números iguais o total vai ser diferente e se coloca um número igual o total vai ser igual.	Válida, não prevista e não desejada.
2	A3, A15 e A22	Quando são diferentes não fica igual e quando bota número igual fica certo.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
3	A1, A8, A19 e A20	Nem sempre os números são iguais dos dois lados e quando não são dá errado.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
4	A16 e A21	Números são diferentes e iguais.	Inválida, não prevista e não desejada
5	A14, A17 e A28	Os valores podem ser iguais, mas se acrescentar valores diferentes o valor pode mudar.	Parcialmente válida, prevista e não desejada.
6	A2 e A30	-----	Não formulada.
7	A7, A24, A25 e A31	Nós precisamos somar os números e ver se “der” o mesmo número, “tipo” se “nos” “somar” números iguais vai dar números iguais se somar números diferentes vai dar números diferentes.	Parcialmente válida, prevista e não desejada.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Das conclusões desta atividade, as dos grupos 2, 3, 5 e 7, foram analisadas como parcialmente válidas, pois as equipes identificaram a relação entre o acréscimo de valores diferentes nos lados da igualdade e a quebra desta igualdade, embora não tenham se expressado corretamente. O grupo 4 formulou uma conclusão inválida e o grupo 6 não desenvolveu nenhuma conclusão. O Quadro 63 demonstra a distribuição das conclusões da atividade 5.

Quadro 63 – Distribuição das conclusões para a atividade 5

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	0	0,00
Válida, prevista e não desejada	0	0,00
Válida, não prevista e desejada	0	0,00
Válida, não prevista e não desejada	1	14,28
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	4	57,14
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	1	14,28
Não formulada	1	14,28

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

5.9 Nono encontro

O nono encontro aconteceu no dia 03.06.2022 para aplicação da atividade 6, referente à subtração na igualdade, e teve duração de 2h10, tendo início às 7h50 e término às 10h. Para esta atividade, a turma foi organizada em grupos de 2 a 4 alunos. Cada grupo recebeu o roteiro da atividade que continha o quadro para registro das informações relativas à igualdade e formulação das expressões, além de uma calculadora.

O objetivo desta atividade era descobrir quando por meio da subtração uma igualdade permanece verdadeira. Os alunos demonstraram facilidade para execução da atividade, mas precisaram de auxílio docente para formulação das conclusões necessitando de questionamentos como “observaram os valores iniciais, os retirados e os finais?” para que pudessem concluir a atividade. Nesta atividade os alunos deveriam chegar à seguinte conclusão: se uma igualdade é verdadeira, subtraindo-se o mesmo número dos dois elementos desta igualdade, ela permanecerá verdadeira. A seguir, no Quadro 64, as conclusões dos grupos para esta atividade.

Quadro 64 – Conclusão dos grupos para a atividade 6

Grupo	Alunos	Conclusões	Classificação
1	A1, A3, A6 e A9	Quando a gente tira o mesmo valor da diferença o número fica igual e quando tira um valor diferente o total fica diferente.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
2	A19, A22	Se tirar os mesmos números dará sempre o mesmo resultado “mais” se tirar os números “diferente” dará resultados diferentes.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
3	A15 e A20	Para dar o mesmo valor, o número tirado tem que ser igual e se o número não for o mesmo o valor não dá igual	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
4	A16, A17, A21 e A28	Se tirar valores iguais de uma igualdade o valor dará o mesmo mas se tirar valores diferentes o valor muda.	Válida, não prevista e desejada
5	A2, A8, A18, A30	No começo os números eram iguais e tiramos números iguais e ainda ficaram iguais.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
6	A7, A25 e A31	Se a gente subtrair os números iguais os resultados vão ficar iguais mas se a gente subtrair os números diferentes o resultado vai ficar diferente.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

O grupo 4 apresentou uma conclusão considerada válida. Os demais grupos compreenderam a necessidade de retirar o mesmo valor para manter a igualdade, contudo, não esclareceram que o valor retirado assim o deve ser dos dois lados da igualdade, por este motivo, suas conclusões foram classificadas como parcialmente

válidas. Acredita-se que o grupo 1, em sua conclusão, tenha confundido os termos “diferença” com “igualdade”. Como a equipe compreendeu que o valor subtraído deve ser igual para que a igualdade se mantenha verdadeira, foi considerada parcialmente válida. O Quadro 65 a seguir apresenta a distribuição das conclusões da atividade 6.

Quadro 65 – Distribuição das conclusões para a atividade 6

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	0	0,00
Válida, prevista e não desejada	0	0,00
Válida, não prevista e desejada	1	16,66
Válida, não prevista e não desejada	0	0,00
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	5	83,33
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	0	0,00
Não formulada	0	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

5.10 Décimo encontro

O décimo encontro foi realizado no dia 07.06.2022, com duração de 2 horas, tendo início às 8h e término às 10h, para aplicação da atividade 7, relativa às sentenças aditivas. O objetivo desta atividade era praticar determinação de valor desconhecido em sentenças matemáticas aditivas.

Os alunos resolveram individualmente e receberam o roteiro da atividade contendo as sentenças aditivas. Apesar de se tratar de atividade individual e de alguns alunos manifestarem insatisfação ao perceber que o trabalho não seria em grupo, após o início do exercício, os estudantes se empenharam para fazê-lo, expressando interesse em solucionar as sentenças.

De maneira geral, os discentes tiveram dificuldade em relacionar a ideia de adição e de subtração na igualdade e de registrar as sentenças, dessa forma, a maioria preferiu resolver sem aplicar a sentença, contudo compreenderam a ideia de operação inversa.

5.11 Décimo primeiro encontro

O décimo primeiro encontro aconteceu dia 08.06.2022 para aplicação da atividade 8 que se tratou de resolução de problemas aditivos com valores

monetários, em que cada problema apresentava questões auxiliares para facilitar a retirada de informações e a identificação da sentença e da operação. Ao final, os alunos preencheram um quadro onde sintetizaram a pergunta, a sentença e a operação para sua resolução. O intuito do quadro foi favorecer a análise dos problemas e compreender a relação existente entre a localização do valor desconhecido na sentença e a escolha da operação indicada para sua resolução.

A turma foi organizada em grupos de 2 a 4 alunos e cada aluno recebeu o roteiro da atividade, contendo os problemas. A maioria dos alunos expressou interesse e contentamento decorrente de ser atividade em grupo e realizaram-na em parceria no intuito de interpretar os problemas propostos. Os alunos apresentaram dificuldade para retirar a sentença dos problemas e alguns fizeram seu registro parcial, sem usar os sinais de igualdade (=) e de interrogação (?).

O tempo de aplicação ficou reduzido, pois nesse dia os alunos precisaram ensaiar, de última hora, para a festa junina e foram liberados em seguida, às 10h, por problemas estruturais da escola. Dessa forma, a atividade neste dia durou 50 minutos, com início 8h10 e interrupção às 9h, para retomada no próximo encontro.

5.12 Décimo segundo encontro

No décimo segundo encontro, foi necessária a retomada da atividade 8, interrompida por questões estruturais e pedagógicas da escola. O encontro aconteceu no dia 09.06.2022, com início às 8h, término às 09h50, totalizando 1h50 de duração, neste dia. Os alunos tiveram dificuldade na definição das sentenças, na análise do quadro e na construção da conclusão, contudo com auxílio docente, conseguiram realizá-la.

A atividade tinha como conclusão almejada a seguinte: quando a interrogação está isolada em um dos lados da igualdade (problema aritmético), o valor desconhecido é encontrado por meio da mesma operação que aparece na sentença; quando a interrogação não está isolada em um dos lados da igualdade (problema algébrico), a operação usada para encontrar o valor desconhecido é, na maioria das vezes, inversa àquela que aparece na sentença.

O Quadro 66 a seguir mostra a conclusão redigida pelos grupos nesta atividade.

Quadro 66 – Conclusões dos grupos para a atividade 8

Grupo	Alunos	Conclusões	Classificação
1	A1, A6 e A9	A sentença pode ser diferente quando a interrogação está junto com alguns dos números e às vezes quando a interrogação está sozinha o cálculo pode ser igual.	Válida, não prevista e desejada.
2	A3, A5, A19 e A30	Quando a operação “esta” sozinha operação “iguais”, “as” vezes quando não fica sozinha as “conta” são “diferente”.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
3	A8, A20, A22	Quando a interrogação está junto a operação fica diferente e quando a interrogação fica separada a operação “ficam iguais”.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
4	A2, A24	Percebemos que na sentença colocamos uma conta diferente que a do cálculo quando o ponto de interrogação está com outros números.	Válida, não prevista e não desejada
5	A15, A17, A28	Quando a interrogação “ta” isolada a sentença e a operação é a mesma “mais” quando a interrogação não “ta” isolada a operação muda.	Válida, não prevista e desejada.
6	A14, A21 e A29	Nem sempre a interrogação fica sozinha.	Inválida, não prevista e não desejada.
7	A13 e A18	—	Não formulada.
8	A7, A25 e A31	As operações são iguais quando a interrogação está sozinha e quando a interrogação está junta a operação não será igual.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

As conclusões dos grupos 1, 4 e 5 foram consideradas válidas, pois os alunos compreenderam a relação existente entre a localização isolada ou não da interrogação e o uso da operação diretamente igual ou inversa à da sentença. As conclusões dos grupos 2, 3 e 8 foram analisadas como parcialmente válidas. Nos casos dos grupos 3 e 8 elas ficaram próximas ao que foi formulado como parcialmente válida para esta atividade, na análise *a priori*. Além disso, no grupo 2, acredita-se que os alunos confundiram o termo “operação” com “interrogação”, repetindo a primeira palavra duas vezes, fato bastante comum em textos deste ano escolar. O Quadro 67 mostra a distribuição das conclusões da atividade 8.

Quadro 67 – Distribuição das conclusões para a atividade 8

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	0	0,00
Válida, prevista e não desejada	0	0,00
Válida, não prevista e desejada	2	25,00
Válida, não prevista e não desejada	1	12,50
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	3	37,50
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	1	12,50
Não formulada	1	12,50

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

5.13 Décimo terceiro encontro

O décimo terceiro encontro ocorreu no dia 10.06.2022, para a realização das atividades 9 e 10. A atividade 9 envolveu a realização de questões aditivas sem valores monetários e teve duração de 1h40, com início às 8h10 e término às 9h40. A turma foi organizada em grupos de 2 a 4 alunos e as 12 questões foram distribuídas de forma que cada grupo resolvesse 6 questões, o tempo de duração desta resolução foi de 36 minutos. Após isso, houve o momento de registro das resoluções e sentenças no quadro branco para que os grupos copiassem as questões que não realizaram no quadro de sentenças aditivas constante da apostila, posteriormente, passaram à análise e a chegada das referidas conclusões.

O objetivo dessa atividade foi à descoberta de uma regra geral para a resolução de problemas aditivos. Os grupos mostraram vontade em realizá-la e tiveram facilidade em responder as questões, mas precisaram de questionamentos docentes para registrar o raciocínio desenvolvido no decorrer da atividade, embora conseguissem, sem dificuldade, identificar a relação entre a sentença e a escolha da operação.

A atividade 10 foi iniciada às 10h30 e concluída às 11h30, com duração de 1h. Tratou-se de resolução individual de problemas aditivos sem a presença das questões auxiliares. Os alunos conseguiram identificar a operação e resolver a maioria dos problemas. As questões que contavam com duas operações em sua resolução causaram dificuldade, no início, para alguns alunos que, após orientação docente, conseguiram realizá-las.

5.14 Décimo quarto encontro

Por fatores particulares e imprescindíveis da pesquisadora, além de modificação no horário de saída das turmas da escola, decorrente de obras realizadas no espaço, o décimo quarto encontro aconteceu somente no dia 22.06.2022 para aplicação da atividade 11, com duração de 50m, iniciando às 8h e terminando às 9h.

A turma foi organizada em grupos de 3 a 4 alunos e cada grupo resolveu de um a dois problemas. Em seguida, houve o registro das resoluções no quadro

branco, com participação oral da turma. De modo geral, os alunos resolveram sem dificuldade, demonstrando bastante interesse na resolução e na participação oral.

5.15 Décimo quinto encontro

O décimo quinto encontro ocorreu no dia 23.06.2022 para aplicação do pós-teste aditivo com início às 7h55, término às 10h e duração de 2h05. Às 08h30 os alunos A3, A8, A13, A15, A16, A19, A21, A22, A23 e A31 precisaram interromper o teste para participar do ensaio junino, retornando às 9h para finalizá-lo.

5.16 Décimo sexto encontro

O décimo sexto encontro ocorreu no dia 24.08.2022 para aplicação do pré-teste multiplicativo, com duração de 2h20, tendo início às 7h50 e término às 10h10. Os alunos demonstraram preocupação em não saber resolver a maioria das questões, após tranquilização da docente, conseguiram relaxar e se concentrar para fazer o teste.

5.17 Décimo sétimo encontro

O décimo sétimo encontro aconteceu no dia 25.08.2022 para aplicação da atividade 12 (multiplicação na igualdade), com duração de 2h10, tendo início às 8h10 e término às 10h40, com intervalo de 15 minutos para o recreio. Para esta atividade, os alunos foram organizados em grupo, com a intenção de poderem dialogar entre si para favorecer o raciocínio necessário. Apesar disso, estavam resolvendo individualmente, contudo, após orientação docente, passaram a fazê-lo coletivamente.

Os alunos não apresentaram dificuldade para realizar a atividade, concluindo as igualdades após 30 minutos do início. Mais uma vez a dificuldade mais acentuada se fez presente nas formulações das conclusões que, para essa atividade, tinha os seguintes termos: quando uma igualdade é verdadeira, ao multiplicarem-se os dois termos da igualdade por um mesmo número, ela permanecerá verdadeira. A seguir, o Quadro 68 apresenta o registro das conclusões dos grupos para a atividade 12.

Quadro 68 – Conclusão dos grupos para atividade 12

Grupo	Alunos	Conclusões	Classificação
1	A1, A6, A9 e A20	Antes do valor certo os números já “era” iguais e multiplicamos valores iguais para dar resultados verdadeiros.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
2	A3, A26 e A27	Nós tínhamos uma igualdade e quando a gente multiplicou deu errado, porque os números eram diferentes, também multiplicou e deu certo porque os números eram iguais.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
3	A4 e A19	No começo, tínhamos uma igualdade, somamos com os mesmos números e deram os mesmos resultados e depois não tínhamos mais igualdade porque os números eram diferentes.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada
4	A11 e A12	A gente tinha uma igualdade que quando multiplicado com o mesmo valor continua igual e com número diferente a conta não ficou igual.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
5	A2, A8 e A30	A gente tinha os números iguais e os mesmo valores e ficou igual.	Inválida, não prevista e não desejada.
6	A14, A21, A29	A gente começou com números iguais e multiplicou e continuou sendo igual.	Inválida, não prevista e não desejada.
7	A13, A18, A23 e A24	No começo a gente tinha uma igualdade, multiplicou com outro número, acabou a igualdade.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
8	A7, A25 e A31	Quando os primeiros números são iguais a gente tem uma igualdade mas quando multiplica números diferentes a gente não tem mais uma igualdade.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

As conclusões dos grupos 1, 2, 3, 4, 7 e 8 foram consideradas parcialmente válidas, pois os alunos compreenderam a relação existente entre a multiplicação de valores iguais para manutenção da igualdade, contudo, não registraram que esses valores multiplicados, assim precisam ser, dos dois lados da igualdade.

A frequência das conclusões desenvolvidas para esta atividade segue distribuída no Quadro 69.

Quadro 69 – Distribuição das conclusões para a atividade 12

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	0	0,00
Válida, prevista e não desejada	0	0,00
Válida, não prevista e desejada	0	0,00
Válida, não prevista e não desejada	0	0,00
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	6	75,00
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	2	25,00
Não formulada	0	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

5.18 Décimo oitavo encontro

O décimo oitavo encontro ocorreu no dia 26.08.2022, para realização da atividade 13 relativa à divisão na igualdade, com início às 8h e término às 9h45, totalizando 1h45 de duração. Os alunos foram novamente organizados em grupos de 3 a 4 e desta vez cada grupo ficou com uma igualdade para resolver, o que fizeram em cerca de cinco minutos. Posterior a isso, as igualdades foram registradas no quadro branco, com a participação oral da turma. Em seguida, os alunos copiaram as igualdades que não haviam resolvido e partiram para a análise e o registro de observações e de conclusões.

Os alunos tiveram mais facilidade para fazer e pareceram mais dispostos para o raciocínio em torno da análise. O grupo 5, formado pelos alunos A4 e A8, formularam e relataram para a professora a sua conclusão, mas tiveram dificuldade para registrá-la no roteiro. A atividade teve como objetivo descobrir quando, por meio da divisão, uma igualdade permanece verdadeira. Para isso os alunos receberam o roteiro com as igualdades para resolverem, analisarem e chegarem à seguinte conclusão: uma igualdade se mantém verdadeira, ao dividirem-se os dois termos desta igualdade por um mesmo número diferente de zero. A seguir, o Quadro 70 apresenta as conclusões das equipes para a atividade 13.

Quadro 70 – Conclusão dos grupos para a atividade 13

Grupo	Alunos	Conclusões	Classificação
1	A26, A22, A27	Temos que dividir por valores iguais para dar o mesmo resultado, mas se dividirmos por valores diferentes dá diferente.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
2	A1, A9, A11 e A20	A gente dividiu números iguais para dar o resultado certo, mas quando os números não eram iguais o resultado não era o mesmo.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
3	A6 e A19	Para que tivéssemos uma igualdade tínhamos que ter o mesmo número e mesmo tanto de pessoas a ser dividido e assim iriam ter igualdades.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
4	A17, A24 e A28	Quando todos os números são iguais os resultados não “vai” mudar mas se trocar algum número o resultado pode mudar.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
5	A14 e A29	Nem toda igualdade fica igual quando a gente muda o número a gente “bota” divisão e os números iguais e também ficam diferentes.	Inválida, não prevista e não desejada.
6	A4 e A8	Nós observamos que quando a gente faz a divisão dos números iguais é quando as contas “dá” certas e quando as contas dão erradas com valores diferentes.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
7	A2, A12 e A30	Quando os números são divisão eles ficaram iguais e diferente das letras.	Inválida, não prevista e não desejada.
8	A21, A25	Os primeiros números podem ter uma igualdade, mas	Parcialmente válida,

	e A31	se os segundos números forem diferentes a gente não tem mais uma igualdade.	não prevista e não desejada.
9	A13, A18 e A23	A gente dividiu com os números iguais e ficaram iguais e a gente dividiu por números diferentes e ficou diferente	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Com exceção dos grupos 5 e 7, que apresentaram conclusões inválidas, os demais grupos demonstraram a compreensão da necessidade de divisão por mesmos valores para se manter uma igualdade, contudo, por não usarem expressões relativas aos dois membros desta igualdade, suas conclusões foram classificadas como parcialmente válidas. As conclusões foram organizadas no Quadro 71.

Quadro 71 – Distribuição das conclusões para a atividade 13

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	0	0,00
Válida, prevista e não desejada	0	0,00
Válida, não prevista e desejada	0	0,00
Válida, não prevista e não desejada	0	0,00
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	7	77,77
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	2	22,22
Não formulada	0	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

5.19 Décimo nono encontro

No dia 31.08.2021 ocorreu o décimo nono encontro para aplicação da atividade 14 referente à sentença multiplicativa. A atividade teve início às 8h05, término às 9h35 e duração de 1h35. A atividade teve como objetivo praticar a resolução de sentenças matemáticas multiplicativas. Para tanto, a turma foi organizada em grupos de 3 a 4 alunos, cada grupo recebeu as folhas com as sentenças multiplicativas e uma calculadora.

Os estudantes ficaram entusiasmados com o uso do referido recurso, contudo, tiveram dificuldade para resolver as sentenças nas quais a interrogação não ficava isolada. Muitos alunos resolveram utilizando a operação inversa, sem aplicarem a regra descoberta a respeito das igualdades.

5.20 Vigésimo encontro

O vigésimo encontro aconteceu no dia 01.09.2022 para aplicação das atividades 15 e 16, ambas relativas às questões multiplicativas, sendo a turma organizada novamente em grupos de 3 a 4 alunos. A atividade 15 teve duração de 1h27, sendo iniciada às 8h03 e finalizada às 9h30. Esta atividade teve como objetivo descobrir uma regra geral para resolver problemas multiplicativos com uma operação em situações que utilizem o Sistema Monetário Brasileiro.

A turma demonstrou interesse na atividade e os alunos, de maneira geral, participaram com entusiasmo, contudo a estudante A12, pertencente ao grupo 5, apresentou baixa concentração e dispersou-se diversas vezes, tumultuando a atividade, em alguns momentos.

Os discentes resolveram os problemas do roteiro e em seguida preencheram as informações contidas no quadro, relativas à questão, quantidade de mercadoria, valor unitário e valor total. Os alunos resolveram sem grandes dificuldades, mas precisaram de questionamentos docente para compreenderem a relação entre a quantidade de mercadorias e o valor unitário para chegar ao valor final do produto. Suas conclusões estão agrupadas no Quadro 72.

Quadro 72 – Conclusões dos grupos para a atividade 15

Grupo	Alunos	Conclusões	Classificação
1	A6 e A19	Multiplicamos a quantidade de mercadoria pelo preço.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
2	A1, A9 e A20	Nós multiplicamos o número do quadro a quantidade de mercadoria e o preço.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
3	A3, A8, A22 e A26	Multiplicamos a quantidade de mercadoria pelo preço para saber o valor total.	Válida, prevista e desejada.
4	A11 e A30	Nós multiplicamos a quantidade de mercadoria e o preço para dar o valor total.	Válida, prevista e desejada.
5	A12, A23, A24 e A31	A gente usou a multiplicação na quantidade de mercadoria e preço para colocar o cálculo certo no valor total.	Válida, não prevista e não desejada.
6	A17, A18 e A28	Multiplica a quantidade de mercadoria pelo preço.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
7	A21 e A29	A gente multiplicou o preço pela quantidade de mercadoria.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
8	A7, A13, A14 e A25	A gente multiplicou as mercadorias pelo preço delas para chegar no preço total.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

As conclusões dos grupos 3, 4, 5 e 8 foram consideradas válidas. As conclusões dos grupos 1, 2, 6 e 7 foram classificadas como parcialmente válidas, uma vez que os alunos identificaram a necessidade de multiplicar a quantidade de mercadoria pelo preço unitário delas, contudo não especificaram que dessa relação resulta o valor total. Não houve conclusão vista como inválida para essa atividade. A distribuição das conclusões foi registrada no Quadro 73.

Quadro 73 – Distribuição das conclusões para a atividade 15

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	3	37,50
Válida, prevista e não desejada	0	0,00
Válida, não prevista e desejada	0	0,00
Válida, não prevista e não desejada	1	12,50
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	4	50,00
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	0	0,00
Não formulada	0	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

A atividade 16 foi iniciada às 9h45 e concluída às 11h26, com duração de 1h21, já subtraídos daí os quinze minutos de recreio. Tratou-se de uma atividade com o seguinte objetivo: descobrir uma regra geral para resolver problemas multiplicativos com uma operação em situações que não utilizem o Sistema Monetário Brasileiro. Os alunos resolveram os problemas do roteiro e em seguida preencheram as informações referentes à questão, quantidade de grupos, quantidade de elementos e total.

Nesse momento, foi necessária uma explicação aos alunos sobre o significado de grupos e elementos contido no quadro, fazendo alusão às situações da atividade 15 para que compreendessem. No término da atividade, era solicitado que escrevessem como fizeram para obter os resultados nessa atividade. Embora, não tenha sido usado o termo conclusão, considera-se aqui, que este questionamento provoca o mesmo processo nos alunos, por isso, seus registros foram sintetizados no Quadro 74, a seguir, como conclusões.

Quadro 74 – Conclusões dos grupos para a atividade 16

Grupo	Alunos	Conclusões	Classificação
1	A6 e A19	Se nós multiplicamos “os grupo” pelos elementos dá o total.	Válida, prevista e desejada.
2	A1, A12 e A20	Nós multiplicamos a quantidade de grupos e a quantidade de elementos.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.

3	A9, A11, e A23	Multiplicando a quantidade de grupos com a quantidade de elementos.	Parcialmente válida, não prevista e não desejada.
4	A3, A8, A22 e A26	_____	Não formulada.
5	A21 e A30	Nós multiplicamos as “quantidade” de grupos com a quantidade de elementos para “da” o valor total.	Válida, não prevista e desejada.
6	A17, A18 e A28	Nós multiplicamos as quantidades de grupos e de elementos para dar o total.	Válida, prevista e desejada.
7	A13 e A29	Os “número” e as “multiplicação” “ingualzinho” a divisão.	Inválida, não prevista e não desejada.
8	A7 e A14	A gente multiplicou a quantidade de grupos e a quantidade de elementos e tivemos um total.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Foram consideradas válidas as conclusões dos grupos 1, 5, 6 e 8. Os grupos 2 e 3 compreenderam a relação multiplicativa entre a quantidade de grupos e a quantidade de elementos de cada grupo, contudo não esclareceram que dela resulta o total, portanto, suas conclusões foram consideradas parcialmente válidas. O grupo 7 desenvolveu uma conclusão inválida e o grupo 4 não formulou nenhuma conclusão. O Quadro 75 mostra a distribuição das conclusões da atividade 16.

Quadro 75 – Distribuição das conclusões para a atividade 16

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	3	37,50
Válida, prevista e não desejada	0	0,00
Válida, não prevista e desejada	1	12,50
Válida, não prevista e não desejada	0	0,00
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	2	25,00
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	1	12,50
Não formulada	1	12,50

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

5.21 Vigésimo primeiro encontro

O vigésimo primeiro encontro ocorreu no dia 15.09.2022 para a realização da atividade 17. O encontro teve duração de 1h25, com início às 7h35 e término às 9h. Esta atividade teve como objetivo a prática de questões multiplicativas com e sem valores monetários. Os alunos apresentaram dificuldade na realização das questões algébricas e a maioria não estava extraindo a sentença do problema, mesmo após orientação docente.

Os alunos A2, A21 e A29 tiveram dificuldade na resolução da atividade em decorrência de não dominarem a habilidade de leitura. Os alunos A2, A11, A12 e A29 também apresentaram dificuldade por ainda não dominarem os algoritmos da multiplicação e da divisão. Além disso, as estudantes A11 e A12 dispersaram-se, constantemente com conversas e brincadeiras paralelas.

Mesmo com as dificuldades encontradas, os alunos solucionaram os problemas e conseguiram identificar a operação adequada para sua resolução, na maioria das questões.

5.22 Vigésimo segundo encontro

O vigésimo segundo encontro ocorreu no dia 16.09.2022 para aplicação da atividade 18 relativa à prática de resolução de problemas multiplicativos envolvendo mais de uma operação. A atividade teve duração de 1h35, com início às 07h35 e término às 09h10. Mais uma vez, os alunos resolveram sem extrair a sentença e tiveram dificuldade para chegar à operação adequada. Apesar das dificuldades, conseguiram realizar a atividade, identificando a operação adequada para solucionar os problemas.

5.23 Vigésimo terceiro encontro

O vigésimo terceiro encontro ocorreu no dia 04.10.2022 para aplicação da atividade 19, cujo objetivo foi praticar a retirada da sentença dos problemas que apresentavam os seguintes princípios: Quantidade de mercadoria x Valor unitário = Total gasto; Quantidade de grupos x número de elementos do grupo = total. A atividade teve duração de 1h10m, com início às 08h e término às 09h10.

A pesquisadora/professora registrou no quadro branco os princípios citados anteriormente e que foram descobertos nas atividades 15 e 16 pelos alunos. Após revisão e resolução de uma questão com cada princípio no quadro, os alunos iniciaram a atividade e realizaram-na com facilidade.

5.24 Vigésimo quarto encontro

O vigésimo quarto encontro ocorreu no dia 20.10.2022 para aplicação das atividades 20 e 21. A atividade 20 teve com duração de 1h08, com início às 08h02 e término às 09h10. O objetivo desta atividade foi: descobrir uma maneira prática de determinar o total de quadradinhos contidos em um retângulo. Para isso, a turma foi organizada em grupos de 3 a 4 alunos, cada grupo recebeu o roteiro da atividade e uma folha de retângulos. Os educandos entenderam a relação e fizeram suas conclusões. O grupo 7, composto pelos alunos A7, A24 e A25, só conseguiram generalizar a relação que identificaram, após orientação docente. Os alunos A11 e A12, do grupo 5, ficaram dispersos e não participaram com proveito no momento da análise. A conclusão esperada para esta atividade foi: ao multiplicarmos a quantidade de quadradinhos de uma linha pela quantidade de quadradinhos de uma coluna chegaremos ao total de quadradinhos do retângulo. A seguir, o Quadro 76 mostra as conclusões desenvolvidas pelas equipes nesta atividade.

Quadro 76 – Conclusões dos grupos para a atividade 20

Grupo	Alunos	Conclusões	Classificação
1	A1, A9 e A19	Multiplicamos os quadradinhos de cada linha pelos quadradinhos da coluna para dar o resultado certo.	Válida, prevista e desejada.
2	A3, A6 e A20	Nós temos que multiplicar o valor da coluna pela linha para dar o valor total de quadradinhos.	Válida, prevista e desejada.
3	A4, A22 e A26	Se multiplicar a quantidade de quadradinhos em cada linha “por” a quantidade de quadradinhos em cada coluna “da” o resultado total de quadradinhos.	Válida, prevista e desejada.
4	A17, A21 e A28	Multiplicando os números de quadradinhos de cada linha pelo número em cada coluna vai dar o resultado total.	Válida, prevista e desejada.
5	A2, A11 e A12	As colunas tem 8 e as linhas 2 e deu 16 ao todo.	Inválida, não prevista e não desejada.
6	A8, A13, A18 e A30	A gente teve que “multiplicamos” os números de quadradinhos de cada linha e dos quadradinhos em cada coluna e deu o resultado certo.	Válida, não prevista e desejada.
7	A7, A24, A25 e A31	A gente multiplicou o número de linha pelo número de coluna que deu o número de quadradinhos.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Os grupos 1, 2, 3, 4, 6 e 7 apresentaram conclusões válidas. O grupo 5 registrou na conclusão a análise apenas da figura 5 da folha de retângulos, não conseguiu fazer a generalização, portanto, sua conclusão foi considerada inválida. A distribuição das conclusões desta atividade está registrada no Quadro 77.

Quadro 77 – Distribuição das conclusões para a atividade 20

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	5	71,42
Válida, prevista e não desejada	0	0,00
Válida, não prevista e desejada	1	14,28
Válida, não prevista e não desejada	0	0,00
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	1	14,28
Não formulada	0	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

A atividade 21 teve duração de 1h34, com início às 09h30, término às 11h26 e intervalo de vinte minutos para o recreio e reorganização da turma. O objetivo da atividade foi praticar a resolução de questões multiplicativas com disposição retangular. Os alunos continuaram em grupos e, de maneira geral, tiveram dúvida para retirar a sentença nas questões algébricas, mas após orientação docente conseguiram realizar a atividade sem dificuldades.

5.25 Vigésimo quinto encontro

O vigésimo quinto encontro ocorreu no dia 26.10.2022 para realização da atividade 22, relativa ao princípio fundamental da contagem, com duração de 2h20, tendo início às 08h50, término às 11h30 e intervalo de vinte minutos para o recreio e reorganização da turma.

A atividade teve com objetivo: descobrir uma maneira prática para resolver questões de contagem. Para tanto, a turma foi organizada em grupos de 3 a 4 alunos, cada grupo recebeu um kit com figurinhas representando as situações registradas nos problemas, folhas A4 e o roteiro da atividade, contendo uma lista de problemas e um quadro para registro das questões solicitadas em cada problema, o número de etapas, número de possibilidades de cada etapa e o total de possibilidades.

Os alunos misturaram o material, ocasionando prejuízo na contagem de algumas questões. Foi necessária intervenção docente para reorganizar, o que acabou levando alguns minutos e interferiu no tempo de realização da atividade. Os grupos 3, 6 e 5 precisaram de orientação docente para conseguirem realizar a análise. A partir da 3ª questão, os grupos 1, 2 e 4 resolveram pela operação de

multiplicação, sem precisar utilizar as figurinhas para mediar o processo. Os estudantes gostaram bastante da atividade por envolver o uso do referido recurso.

Para essa atividade, esperava-se que os alunos chegassem à seguinte conclusão: ao multiplicarmos o número de possibilidades de cada etapa descobrimos o total de possibilidades. A seguir, o Quadro 78 apresenta as conclusões das equipes para esta atividade.

Quadro 78 – Conclusões dos grupos para a atividade 22

Grupo	Alunos	Conclusões	Classificação
1	A4, A19, A22 e A26	Tivemos que multiplicar a quantidade de uma etapa com a outra.	Válida, não prevista e não desejada.
2	A1, A9 e A20	Multiplicamos a 1ª etapa pela 2ª e, se tiver, pela 3ª para dar o resultado.	Válida, prevista e desejada.
3	A2, A3, A6 e A11	Para saber o total de possibilidades é só multiplicar as etapas.	Válida, prevista e não desejada.
4	A17 e A21	Multiplicando todas as possibilidades das etapas vai dar o total de possibilidades	Válida, prevista e desejada.
5	A10, A14, A24 e A25	A gente multiplicou o número de uma etapa pela segunda etapa para chegar no total de possibilidades, mas as vezes a gente também precisou multiplicar o número da etapa 3 para conseguir o resultado.	Válida, não prevista e não desejada.
6	A8, A13, A18 e A30	A gente tem que multiplicar as etapas para chegar no total de possibilidades.	Válida, prevista e não desejada.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Todas as conclusões dos grupos foram classificadas como válidas. A seguir o Quadro 79 apresenta a frequência com que as classificações apareceram.

Quadro 79 – Distribuição das conclusões para a atividade 22

Tipo de conclusão	Frequência	(%)
Válida, prevista e desejada	2	33,33
Válida, prevista e não desejada	2	33,33
Válida, não prevista e desejada	0	0,00
Válida, não prevista e não desejada	2	33,33
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, prevista e não desejada	0	0,00
Inválida, não prevista e não desejada	0	0,00
Não formulada	0	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

5.26 Vigésimo sexto encontro

No vigésimo sexto encontro, ocorrido no dia 03.11.2022, houve a aplicação da atividade 23, referente à prática de problemas de contagem. A atividade durou 1h39, com início às 09h20, término às 11h30, interrupção de onze minutos para realização

de palestra sobre saúde bucal e intervalo de vinte minutos para o recreio e reorganização da turma.

A atividade foi realizada individualmente e teve como objetivo: praticar a resolução de problemas de contagem. Os alunos A19, A22 e A26 precisaram de auxílio para retirar a sentença da questão 08. Os alunos A24 e A25 precisaram de orientação nas questões algébricas. De maneira geral, os alunos realizaram a atividade sem maiores dificuldades, conseguindo aplicar a relação de multiplicação entre as possibilidades de cada etapa e o total de possibilidades.

5.27 Vigésimo sétimo encontro

No vigésimo sétimo encontro, ocorrido no dia 09.11.2022, houve a aplicação da atividade 24, relativa à prática de questões multiplicativas gerais, com duração de 2h, tendo iniciado às 8h e terminado às 10h. A atividade teve o seguinte objetivo: praticar a resolução de questões multiplicativas. A pesquisadora/docente iniciou a atividade com uma breve revisão no quadro, envolvendo os problemas multiplicativos trabalhados ao longo da etapa II. Em seguida, os alunos iniciaram a realização da atividade com facilidade, precisando de orientação na questão 4, relativa ao princípio “Quantidade de mercadoria x Valor unitário = Valor total”. Os alunos A2, A11, A12 e A29 tiveram dificuldade para extrair a sentença e desses, as alunas A2 e A11 não conseguiram usar o algoritmo da divisão na resolução de algumas questões. Mais uma vez, a educanda A12 não se dedicou com afinco a aula, brincando constantemente. De maneira geral, os alunos realizaram com êxito esta atividade e com boa duração, porém, os alunos que tiveram dificuldades em relação a sentença e ao algoritmo, precisaram de mais tempo para sua conclusão.

5.28 Vigésimo oitavo encontro

No vigésimo oitavo encontro, ocorrido no dia 23.11.2022, houve a aplicação do pós-teste multiplicativo com duração de 1h45m, tendo início às 08h e término às 09h45m. A coordenação da escola solicitou a presença dos alunos A2, A8 e A13 para tratar de questões pedagógicas e comportamentais o que interrompeu o processo. Cada aluno ficou cerca de quinze minutos na coordenação, depois

22	A22	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P
23	A23	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
24	A24	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P
25	A25	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P
26	A26	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
27	A27	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
28	A28	P	P	P	F	F	F	F	P	P	P	P	P	P	F	P
29	A29	P	P	P	P	P	P	P	F	F	F	P	P	P	P	P
30	A30	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P
31	A31	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P

Fonte: Construído com dados da experimentação (2022).

A etapa I contou com 15 momentos. Pode-se observar neste quadro, que a maioria dos alunos que participou da pesquisa esteve presente em quase todos os encontros da primeira etapa. Os estudantes A19 e A28 tiveram cinco faltas na etapa I, contudo este fato não interferiu no desempenho deles. O que não ocorreu com o aluno A16, que teve quatro faltas e modesta elevação de desempenho na reaplicação do teste, variável que pode ter interferido no processo. Os alunos A7, A13 e A29 se ausentaram em três atividades. Estas ausências não influenciaram na melhora de rendimento dos alunos A7 e A29, porém pode ter influenciado no desempenho do aluno A13.

A seguir, o Quadro 81 apresenta a frequência dos alunos na segunda etapa do experimento.

Quadro 81 – Frequência da etapa de problemas multiplicativos

Mês		Etapa II: Multiplicativa												
		Agosto				Setembro			Outubro			Novembro		
Nº	Aluno	24	25	26	31	01	15	16	04	20	26	03	09	23
1	A1	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
2	A2	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
3	A3	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
4	A4	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	F	P	P
5	A5	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
6	A6	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
7	A7	P	P	F	P	P	P	P	F	P	F	P	P	P
8	A8	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P
9	A9	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10	A10	P	F	F	P	F	P	P	F	F	P	F	P	P
11	A11	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P
12	A12	P	P	P	F	P	P	P	F	P	F	F	P	P
13	A13	P	P	F	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P
14	A14	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P
15	A15	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
16	A16	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
17	A17	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
18	A18	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
19	A19	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
20	A20	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P

21	A21	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
22	A22	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
23	A23	P	P	F	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P
24	A24	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
25	A25	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
26	A26	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
27	A27	P	P	P	P	P	P	P	F	F	F	F	F	P
28	A28	P	F	P	P	P	P	P	F	P	F	P	P	P
29	A29	P	P	P	P	P	P	P	P	F	F	P	P	P
30	A30	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
31	A31	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P

Fonte: Construído com dados da experimentação (2022).

A frequência dos alunos, de maneira geral, foi boa, pois a maioria participou de quase todos os encontros. Nos 13 momentos dessa etapa, alguns alunos foram bastante faltosos, como é o caso dos alunos A10, A12 e A27, que apresentaram 6, 4 e 5 faltas, respectivamente. Essas ausências não influenciaram os resultados, uma vez que todos tiveram seu desempenho elevado, embora, no caso do aluno A12, pudesse ter sido maior.

Dessa forma, considerando o total de encontros, nos quais os alunos estiveram presentes na maioria, considera-se a frequência dos estudantes no experimento como foi satisfatória.

Outro ponto positivo foi o interesse dos estudantes em participar das atividades, principalmente as que foram realizadas em grupo. A maioria dos alunos gostava das aulas, demonstrando interesse em realizar as atividades e descobrir as regularidades solicitadas, sempre tirando dúvidas quando necessário. Não houve atividade que os alunos se negassem a fazer, ao contrário, questionavam os dias que não ocorria. Portanto, considera-se satisfatória a participação dos discentes.

5.30 Tempo de duração das atividades

O tempo de duração das atividades foi computado e registrado durante toda a fase de experimentação. Os dados foram organizados em dois quadros, um relativo à etapa de Sistema de Numeração Decimal e aditiva e o outro relativo à etapa multiplicativa. Essas informações seguem registradas no Quadro 82.

Quadro 82 – Tempo de duração das atividades da etapa de Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos

Atividades Etapa I	Tipo de atividade	Título	Tempo (min.)
1	Descoberta	Representação numérica de quantidades	145
2	Descoberta	Agrupamentos e trocas na base 10	170
3	Descoberta	Composição e decomposição numérica	205
4	Descoberta	Adição e subtração	90
5	Descoberta	Adição na igualdade	60
6	Descoberta	Subtração na igualdade	70
7	Fixação	Sentenças aditivas	60
8	Descoberta	Questões aditivas com valores monetários	160
9	Fixação	Questões aditivas sem valores monetários	100
10	Fixação	Problemas aditivos	60
11	Fixação	Problemas aditivos	50

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

As primeiras atividades da Etapa I tiveram tempo de duração elevados, chegando a 205 minutos. A partir da atividade 4, na maioria dos casos, o tempo foi diminuindo, com duração variando entre 50 e 90 minutos. As atividades 8 e 9 apresentaram maior duração, 160 minutos e 100 minutos, respectivamente. A atividade 8 era de descoberta, envolvia questões aditivas e exigia que os alunos identificassem a relação existente entre a posição do termo desconhecido e a escolha da operação a ser usada para resolução do problema, demandando mais tempo para sua execução. A atividade 9 também tratava de resolução de questões aditivas, desta vez sem valores monetários.

O tempo de duração das atividades da Etapa II segue registrado no Quadro 83.

Quadro 83 – Tempo de duração das atividades da etapa de problemas multiplicativos

Atividade - Etapa I	Tipo de atividade	Assunto	Tempo (min.)
12	Descoberta	Multiplicação na igualdade	70
13	Descoberta	Divisão na igualdade	105
14	Fixação	Sentenças multiplicativas	95
15	Descoberta	Problemas envolvendo mercadoria e valor total	87
16	Descoberta	Problemas envolvendo quantidade de grupos e elementos	81
17	Fixação	Resolução de problemas	85
18	Fixação	Resolução de problemas	95
19	Fixação	Resolução de problemas	70
20	Descoberta	Multiplicação com disposição retangular	68

21	Fixação	Resolução de problemas de multiplicação com disposição retangular	94
22	Descoberta	Princípio da contagem	140
23	Fixação	Resolução de problemas	99
24	Fixação	Questões multiplicativas gerais	120

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

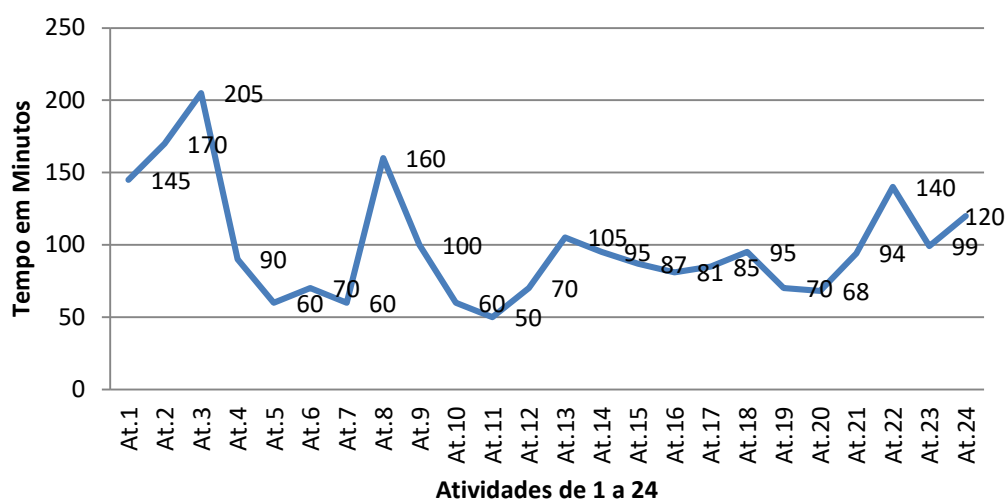
Na etapa multiplicativa, a maioria das atividades teve o tempo de duração variado entre 70 minutos e 90 minutos. As atividades com execuções mais duradouras foram a 13, a 22 e a 24. A atividade 13 era de descoberta e envolvia a divisão na igualdade, o que provocou dificuldade na resolução, culminando em tempo um pouco maior para sua concretização.

A atividade 22, também de descoberta, abordava o princípio fundamental da contagem e, como já esclarecido nos relatos deste encontro, os alunos perderam tempo reorganizando as figuras que foram por eles misturadas.

A atividade 24, referente a resolução de problemas que envolviam todos os princípios e tipos de multiplicação trabalhados na etapa II, embora tenha sido resolvido em tempo bom para a maior parte da turma, alguns alunos tiveram dificuldade, especialmente no uso dos algoritmos, por esse motivo demorou mais tempo que o esperado.

Como forma de obter um panorama geral do experimento, as informações relativas ao tempo de duração de todas as atividades da fase de experimentação, reunindo a etapa I e a etapa II, foram sintetizadas no Gráfico 3.

Gráfico 3 – Tempo de duração das atividades da experimentação



Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

De maneira geral, o tempo de atividade reduziu, à exceção das atividades que já foram esclarecidas nos parágrafos anteriores. A partir da quarta atividade o tempo de duração caiu consideravelmente e das 24 atividades, a maioria (16) não chegou a 100 minutos, fato que denota a evolução da agilidade do raciocínio no decorrer do processo de aprendizagem por meio de atividades experimentais.

6 ANÁLISE A *POSTERIORI* E VALIDAÇÃO

Nesta fase da pesquisa foram analisados os dados e os registros obtidos durante a aplicação da sequência didática. Para que este levantamento possa ser feito, foi construído, ao longo da experimentação, um relatório das aulas com o intuito de registrar as observações a respeito da postura dos alunos e suas dificuldades durante a aplicação das atividades. Posteriormente, ocorreu a sistematização, em quadros e gráficos, das informações obtidas sobre o desempenho dos alunos nos pré-testes e pós-testes de cada etapa.

Para análise de desempenho, foi desenvolvido um quadro comparativo do pré-teste e do pós-teste, organizando as questões, seu tipo, se aritmética ou algébrica, as sentenças e o resultado obtido pelos alunos, se acertos (questões resolvidas de forma correta), se erros (questões resolvidas de forma errada) ou se não respondido (questões não resolvidas), conforme Santos (2017) e Miranda (2021).

Foram analisados, em cada questão, os erros para identificar se são relativos à interpretação do problema e, conseqüente escolha da operação adequada, à formulação da sentença, ao algoritmo da operação ou ao domínio da tabuada.

Por meio do comparativo de desempenho entre pré-teste e pós-teste de cada etapa da Sequência Didática, foi possível perceber os efeitos alcançados pela mesma no ensino da matemática por atividade para o público alvo da pesquisa.

Outra análise efetuada foi relativa ao desempenho de cada aluno no pré e no pós-teste de cada uma das etapas, de modo a avaliar a efetiva aprendizagem em todos os conteúdos trabalhados ao longo do ano e às possíveis lacunas ainda existentes. Além disso, foram observados e classificados os tipos de erros, bem como produzidos dados relativos à verificação de associação entre variáveis externas (acompanhamento familiar extraescolar) e o rendimento alcançado pelo aluno.

A análise a *posteriori* foi subdividida de acordo com as duas etapas desenvolvidas na experimentação. Assim, um tópico tratou dos dados da etapa I (SND e problemas aditivos) e outro tópico analisou os dados referentes a etapa II (problemas multiplicativos). Para facilitar a análise da primeira etapa da Sequência Didática, ela ocorreu em dois momentos: um para a parte referente ao Sistema de Numeração Decimal e outra para a parte relativa aos problemas aditivos.

6.1 Análise do teste I: Sistema de Numeração Decimal

Na análise comparativa do pré-teste e do pós-teste da primeira etapa da Sequência Didática, para o caso das questões envolvendo o Sistema de Numeração Decimal, considerou-se como acerto (A) as questões que tiveram respostas corretas, ainda que apresentando erros ortográficos, como erro (E) as questões que tiveram respostas incorretas e como não respondido (N.R.) as questões deixadas em branco ou nas quais o aluno repetiu algum trecho do comando. O Quadro 84 mostra o percentual do pré-teste e o do pós-teste de Sistema de Numeração Decimal (SND).

Quadro 84 – Desempenho por questão: Sistema de Numeração Decimal

QUESTÕES	ACERTOS(%)		ERROS(%)		NÃO RESPONDIDO(%)	
	PRÉ-	PÓS-	PRÉ-	PÓS-	PRÉ-	PÓS-
Q.1.a.	50,00	75,00	25,00	12,50	25,00	12,50
Q.1. b.	54,16	70,83	25,00	12,50	20,83	16,66
Q.2.a.I	58,33	75,00	25,00	20,83	16,66	4,16
Q.2. a.II	58,33	66,66	29,16	29,16	12,50	4,16
Q.2.a.III	66,66	75,00	16,66	20,83	16,66	4,16
Q.2. b.I	70,83	83,33	16,66	12,50	12,50	4,16
Q.2.b.II	70,83	79,16	16,66	16,66	12,50	4,16
Q.2.b.III	54,16	62,50	33,33	33,33	12,50	4,16
Q.3.a.	54,16	66,66	33,33	29,16	12,50	4,16
Q.3.b	66,66	83,33	20,83	4,16	12,50	12,50
Q.3.c	12,50	41,66	54,16	37,50	33,33	20,83
Q.3.d	8,33	41,66	54,16	37,50	37,50	20,83
Q.3.e.	8,33	37,50	50,00	41,66	41,66	20,83
Q.3.f.	20,83	54,16	37,50	20,83	41,66	25,00

Fonte: Construído a partir da pesquisa de campo (2022).

Analisando os dados expostos no quadro acima, observa-se que todas as questões do teste de Sistema de Numeração Decimal apresentaram aumento nos acertos. Além disso, o percentual de respostas corretas já havia sido bom no pré-teste, uma vez que a maioria das questões teve mais de 50% de precisão. Somente a questão 3, em seus itens *c*, *d*, *e*, *f*, apresentou percentual baixo de acertos no pré-teste.

A questão 1 do teste simulou o preenchimento de um recibo, com o objetivo de verificar os conhecimentos dos alunos acerca da leitura, escrita e representação de um número, de forma contextualizada. Para a análise, considerou-se a primeira resposta da questão, referente à leitura e escrita do número, como item *a*, e a segunda resposta, relativa à representação numérica, como item *b*. No primeiro item

da questão houve aumento de acertos de 50,00% no pré-teste para 75,00% no pós-teste e redução na metade do percentual de erros e de respostas nulas. Já para o segundo item da questão houve aumento de acertos de 54,16% para 70,83%, redução de erros pela metade e de ausência de resposta de 20,83% para 16,66%.

A questão 2 do teste solicitou a escrita dos números por extenso, nas três primeiras respostas do item *a*, e a representação numérica do valor escrito por extenso, nas três respostas do item *b*. No item *a* da questão, as respostas I e II aumentaram seus acertos de 58,33% para 75,00% e 66,66%, respectivamente. No item III, os acertos saíram de 66,66% para 75,00%.

Já nas duas primeiras respostas (I e II) do item *b* da questão 2, os acertos saíram de 70,83% para 83,33% e 79,16%, respectivamente. Na resposta III deste item, os acertos aumentaram de 54,16% para 62,50%.

A questão 3 solicitou a composição dos números, nos itens *a*, *b*, *c*, e a decomposição em suas diversas ordens ou na forma polinomial, nos itens *d*, *e*, *f*. Nos itens *a* e *b* da questão 3 os acertos saíram de 54,16% e de 66,66% para 66,66% e 83,33%, respectivamente. O item *a* reduziu o percentual de questões não respondidas de 12,50% para 4,16% e o item *b* apresentou queda nos erros de 20,83% para 4,16%. O item *c* desta questão, um dos que obteve percentual baixo de acertos no pré-teste, saiu de 12,50% para 41,66% no pós-teste.

Os três itens finais da questão 3 (*d*, *e*, *f*) tratavam da decomposição numérica, e também apresentaram baixo índice de acertos no pré-teste. Na comparação dos testes, o item *d* e o item *e* demonstraram aumento de 8,33% no pré-teste para 41,66% e 37,50%, respectivamente, no pós-teste. Já o item *f* teve aumento de percentual de 20,83% para 54,16%. Os itens *c*, *d*, *e*, *f* desta questão demonstraram queda no percentual de erros e de questão não respondidas.

Embora apresentando elevação no percentual de acertos, os itens referentes a decomposição numérica e a composição polinomial se mantiveram, em sua maioria, abaixo de 50%, sinalizando notória necessidade de mais momentos de fixação ou, até mesmo, da elaboração de atividades que promovam melhor a assimilação essencial aos alunos.

Assim, na maioria das questões houve redução tanto de erros quanto de questões deixadas sem resposta, com destaque para as questões Q.3b., cujos erros despencaram de cerca de 20% para 4% e das questões Q.1.a. e Q.1.b. que tiveram os erros reduzidos pela metade. As questões que ainda se mantiveram com

percentual de erros de cerca de 30% a 40% de erros, foram: Q.3.e, Q.3.d, Q.3.c, Q.2.b.II, sugerindo serem questões que merecem mais atenção durante as aulas.

A seguir, será analisado o desempenho de cada aluno dentro da parte relativa ao Sistema de Numeração Decimal, constante do Teste I.

6.1.1 Desempenho por aluno no teste de Sistema de Numeração Decimal

Nessa etapa da pesquisa, os estudantes A10, A11, A12, A23, A26 e A27 não tiveram seu desempenho considerado, pois faltaram o pré-teste ou o pós-teste. Analisando o desempenho por aluno no teste I, a partir dos conhecimentos relacionados ao Sistema de Numeração Decimal, observa-se que 60% dos discentes teve acerto acima de 50% ainda no pré-teste, conforme Quadro 85.

Quadro 85 - Desempenho por aluno: Sistema de Numeração Decimal

Estudante	Acertos		Erros		Não respondido	
	Pré- (%)	Pós- (%)	Pré- (%)	Pós- (%)	Pré- (%)	Pós- (%)
A1	42,85	64,28	28,57	35,71	28,57	0,00
A2	35,71	14,28	21,42	78,57	42,85	7,14
A3	50,00	50,00	21,42	28,57	28,57	21,42
A5	0,00	7,14	0,00	0,00	100,00	92,85
A6	71,42	100,00	28,57	0,00	0,00	0,00
A7	78,57	100,00	14,28	0,00	7,14	0,00
A8	35,71	57,14	7,14	0,00	57,14	42,85
A9	64,28	71,42	35,71	28,57	0,00	0,00
A10	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A11	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A12	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A13	0,00	0,00	7,14	42,85	92,85	57,14
A14	64,28	100,00	28,57	0,00	7,14	0,00
A15	42,85	64,28	57,14	35,71	0,00	0,00
A16	0,00	28,57	100,00	71,42	0,00	0,00
A17	78,57	100,00	21,42	0,00	0,00	0,00
A18	50,00	78,57	0,00	14,28	50,00	7,14
A19	57,14	64,28	42,85	35,71	0,00	0,00
A20	71,42	100,00	28,57	0,00	0,00	0,00
A21	71,42	92,85	28,57	7,14	0,00	0,00
A22	57,14	57,14	35,71	35,71	7,14	7,14
A23	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A24	71,42	92,85	28,57	7,14	0,00	0,00
A25	64,28	92,85	35,71	7,14	0,00	0,00
A26	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----

A27	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A28	71,42	64,28	7,14	35,71	21,42	0,00
A29	14,28	28,57	71,42	35,71	14,28	35,71
A30	35,71	64,28	64,28	35,71	0,00	0,00
A31	21,42	85,71	0,00	7,14	78,57	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Obtiveram acertos inferiores a 50%, no pré-teste de Sistema de Numeração Decimal, os alunos A1, A2, A5, A8, A13, A15, A16, A29, A30 e A31, totalizando cerca de 40% dos alunos participantes da etapa I do experimento. Somente os alunos A3 e A18 tiveram exatamente 50% de acerto. Contudo, 50% dos alunos (A6, A7, A9, A14, A17, A19, A20, A21, A22, A24, A25, A28) apresentou acertos acima de 50%.

Por sua vez, no pós-teste, os alunos A6, A7, A14, A17, A20 chegaram a 100% de acerto. Os estudantes A21, A24 e A25 alcançaram 92,85% de acertos no pós-teste. O aluno A31 saltou de 21,42% no pré-teste pra 85,71% no pós-teste. O aluno A18 chegou a 78,57% de aumento de desempenho no pós-teste. O educando A9 chegou a 71,52% de acertos no pós-teste. Os discentes A1, A15, A19, e A30 elevaram seu desempenho para 64,28% de acertos no pós-teste. Obteve esse mesmo percentual, o aluno A28, porém, neste caso, houve redução de desempenho, pois o mesmo havia alcançado 71,42% no pré-teste.

O estudante A8 aumentaram os acertos para 57,14% no pós-teste e a aluna A22 permaneceu com esse mesmo percentual em ambos os testes. Os alunos A5, A13 e A16 não acertaram nenhuma questão no pré-teste, contudo o A16 elevou seu acerto para 28,57% no pós-teste, mesmo percentual alcançado pelo aluno A29. O aluno A5 trata-se de estudante com necessidades especiais ainda em investigação e obteve aumento de 7,14%, contudo recebeu auxílio da estagiária. O aluno A13 não acertou nenhuma questão no pós-teste, ainda teve o percentual de erros aumentados de 7,14% para 42,85%, porém reduziu o número de questões não respondidas de 92,55% no pré-teste para 57,14% no pós-teste de Sistema de Numeração Decimal. A discente A2 reduziu os acertos no pós-teste.

Mais uma vez, vale destacar que os discentes A2, A13, A16 e A29 apresentavam dificuldades relativas à leitura, interpretação e domínios mais

elementares da matemática, inclusive os três primeiros participavam do apoio direcionado que ocorria em sala de aula no intuito de vencer tais obstáculos educacionais. É plausível pensar que esse fato interferiu no rendimento dos estudantes, aliado, ainda, a momentos de dispersão, especialmente promovidos pela aluna A2.

Após a realização do levantamento de erros, foi possível analisá-los e classificá-los e seguem demonstrados na próxima sessão.

6.1.2 Tipos de erros no teste de Sistema de Numeração Decimal

Este subtópico apresenta a análise dos tipos de erros encontrados nos testes referentes ao Sistema de Numeração Decimal. A partir desse levantamento, foi permitido classificar os erros como: **Erros de Representação (ER)**, assim chamados os erros nos quais os alunos não conseguiram representar de forma correta os valores solicitados por extenso; **Erros de Escrita (EE)**, foram aqueles em que o discente escreveu incorretamente por extenso os valores registrados na forma numérica, sendo ignorados os erros ortográficos; **Erros de Composição numérica (EC)**, sendo esses os erros em que o discente não realiza corretamente a composição dos números, solicitada na questão, suprimindo ordens ou registrando-as a mais; **Erros de Decomposição numérica (ED)**, foram os erros identificados na decomposição dos números, referentes à supressão de ordem ou registro de algarismos a mais; **Erros de Interpretação (EI)**, compreendidos dessa forma os erros em que houve compreensão indevida da questão, situação na qual os estudantes registraram os valores por extenso, ao invés de realizar as composições ou decomposições numéricas.

Os erros relativos à representação numérica (ER) foram subdivididos em quatro tipos de erros, os de escrita (EE), por sua vez, em quatro tipos, os de composição (EC) foram fragmentados em cinco tipos e, por fim, os de decomposição (ED) em três. Para melhor análise, a categorização dos erros segue registrada no Quadro 86.

Quadro 86 – Tipificação dos erros: testes de Sistema de Numeração Decimal

Tipos de Erros	Descrição dos Erros
Erro de Representação 1 (ER1)	Troca ou suprime ordens.
Erro de Representação 2 (ER2)	Registra algarismos não correspondentes ao valor solicitado.
Erro de Representação 3 (ER3)	Na representação, escreve somente o termo “mil” por extenso.
Erro de Representação 4 (ER4)	Apenas repete os valores por extenso.
Erro de Escrita 1 (EE1)	Na escrita por extenso, troca as ordens.
Erro de Escrita 2 (EE2)	Na escrita por extenso, suprime as ordens ou o termo “mil”.
Erro de Escrita 3 (EE3)	Escreve por extenso cada um dos algarismos, considerando seus valores absolutos.
Erro de Escrita 4 (EE4)	Na escrita por extenso, posiciona indevidamente o termo “mil”.
Erro de Composição numérica 1 (EC1)	Na composição, suprime zeros ou ordens.
Erro de Composição numérica 2 (EC2)	Na composição dos números, registra o valor integral das ordens, ao invés do algarismo que a representam.
Erro de Composição numérica 3 (EC3)	Na composição dos números, confunde as ordens.
Erro de Composição numérica 4 (EC4)	Na composição, registra valores não correspondentes.
Erro de Composição numérica 5 (EC5)	Registra os algarismos que aparecem no número decomposto de forma polinomial.
Erro de Decomposição numérica 1 (ED1)	Apenas repete o número da questão.
Erro de Decomposição numérica 2 (ED2)	Na decomposição, registra números não correspondentes.
Erro de Decomposição numérica 3 (ED3)	Na decomposição dos números, em suas diversas ordens ou na forma polinomial, suprime zeros ou ordens, confunde as ordens, acrescenta valores não correspondentes ou troca os sinais.
Erro de Interpretação (EI)	Ao invés de compor ou decompor os números, o discente escreve-os por extenso.

Fonte: Construído a partir da pesquisa de campo (2022).

Após a classificação dos erros encontrados, tornou-se possível identificar suas repetições para quantificá-los. Como alguns alunos apresentaram mais de um erro na mesma questão, foi contabilizado o número de vezes em que os tipos de erros apareceram no pré-teste e no pós-teste. O Quadro 87 demonstra o quantitativo de cada um desses erros no referido teste.

Quadro 87 – Quantitativo de Erros por Classificação nos testes de Sistema de Numeração Decimal

Tipos de Erros	Quantitativo de Erros	
	Pré-teste	Pós-teste
Erro de Representação 1 (ER1)	8	8
Erro de Representação 2 (ER2)	8	3
Erro de Representação 3 (ER3)	0	2
Erro de Representação 4 (ER4)	3	0
Erro de Escrita 1 (EE1)	3	7
Erro de Escrita 2 (EE2)	10	5

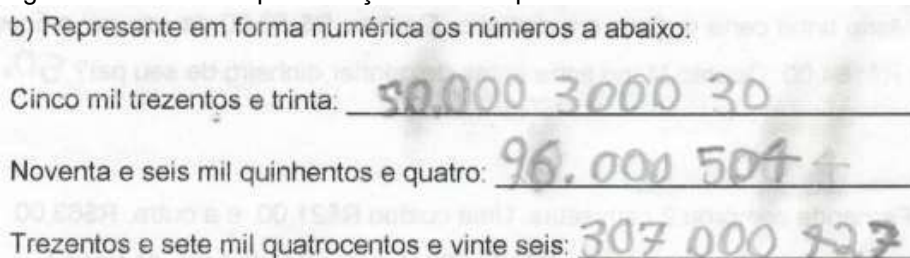
Erro de Escrita 3 (EE3)	1	3
Erro de Escrita 4 (EE4)	2	5
Erro de Composição numérica 1 (EC1)	4	4
Erro de Composição numérica 2 (EC2)	8	3
Erro de Composição numérica 3 (EC3)	1	4
Erro de Composição numérica 4 (EC4)	14	8
Erro de Composição numérica 5 (EC5)	4	1
Erro de Decomposição numérica 1 (ED1)	0	3
Erro de Decomposição numérica 2 (ED2)	2	3
Erro de Decomposição numérica 3 (ED3)	11	10
Erro de Interpretação	18	6

Fonte: Construído a partir da pesquisa de campo (2022).

Alguns erros identificados no pré-teste já não foram observados no pós-teste ou apareceram em menor número. Os Erros de Interpretação, Erros de Composição numérica 4, Erros de Decomposição numérica 3 e Erros de Escrita 2 foram os que mais ocorreram no pré-teste e, com exceção do erro de decomposição 3, igualmente sofreram maior queda na comparação dos testes de sistema de numeração decimal. Entretanto, houve erros que tiveram aumento de quantitativo de um teste para outro. Vale ressaltar que o número de questões não respondidas foi consideravelmente maior no pré-teste do que no pós-teste, fato que possibilitou a elevação do número de erros. Os tipos de erros quantificados acima seguem exemplificados, a seguir, com as discussões pertinentes a cada caso.

Dos Erros de Representação, os que mais se observaram foram os de número 1 e 2 (ER1 e ER2), com 8 repetições cada, em ambos os testes. A Figura 9 exibe exemplos dos dois tipos de erros citados.

Figura 9 – Erro de Representação 1 e 2 no pré-teste: aluna A2



Fontes: Pesquisa de campo (2022).

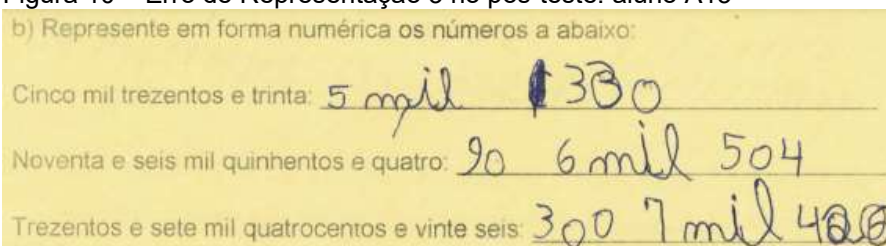
Nesse caso, a aluna A2, em seu pós-teste, representou incorretamente os valores solicitados, pois, na primeira resposta do item *b*, a discente trocou as ordens, escrevendo três mil ao invés de trezentos, exemplificando o tipo de Erro de Representação 1. Nas demais respostas do referido item, a estudante registrou, pelo

menos, parte dos algarismos em valores integrais, incorrendo no Erro de Representação 2.

Esse tipo de registro espelha a falta de domínio de alguns estudantes a respeito da representação numérica, o que também pode afetar seu aprendizado nos conhecimentos sucessivos a este, tais como as quatro operações aritméticas, igualmente discutidas no presente trabalho.

O Erro de Representação 3 (ER3), aquele em que o aluno ainda não consegue representar numericamente a classe dos milhares, expressando por extenso o termo “mil”, apareceu somente no pós-teste, sendo as duas únicas vezes com o mesmo discente, o aluno A13. Vale ressaltar que esse estudante, em seu pré-teste, deixou essa questão em branco. A Figura 10 demonstra esse tipo de erro.

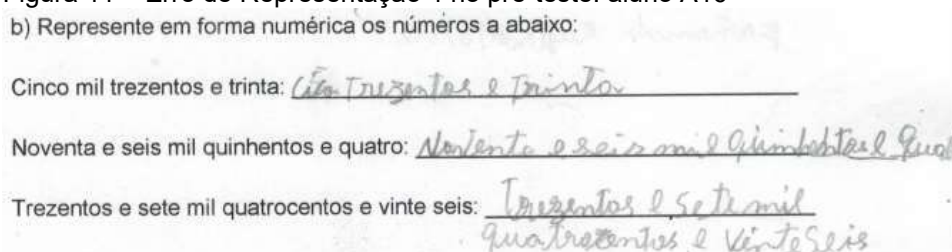
Figura 10 – Erro de Representação 3 no pós-teste: aluno A13



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

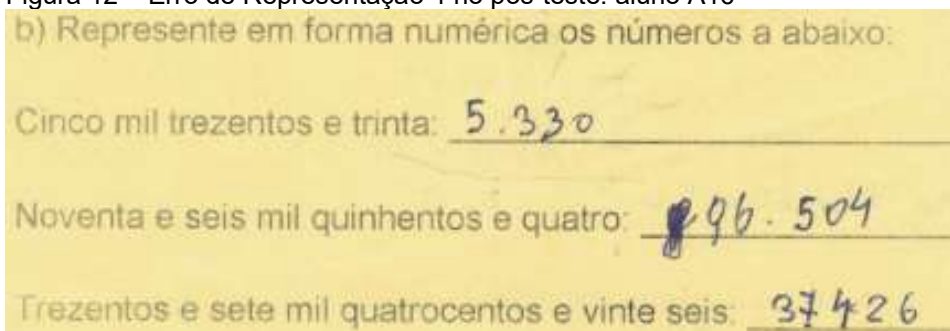
No que tange ao Erro de Representação 4 (ER4), em que há repetição por extenso dos valores, tal qual estavam na solicitação da questão, este apareceu no pré-teste, somente com o aluno A16 e foi sanado no pós-teste, como se pode verificar nas Figuras 11 e 12.

Figura 11 – Erro de Representação 4 no pré-teste: aluno A16



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 12 – Erro de Representação 4 no pós-teste: aluno A16

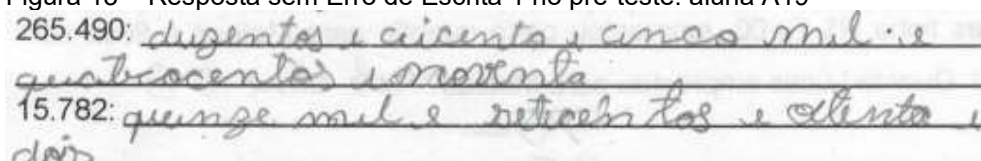


Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Depreende-se desses exemplos, que o estudante no pré-teste ainda não havia consolidado os conhecimentos relativos à representação numérica, contudo o alcançou no pós-teste. Entretanto, na terceira resposta do item *b*, o discente incorre no Erro de Representação 1 (ER1), pois suprime o zero necessário a representação correta das ordens da dezena e da centena.

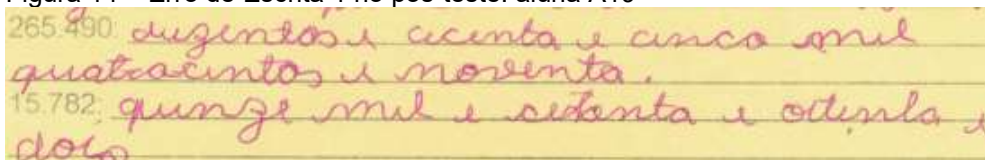
Dentre os erros relativos à escrita por extenso, o EE1 apresentou aumento no pós-teste, passando de três para sete. Esse erro trata das trocas de ordens na escrita do número. O aumento percebido foi praticado pelos alunos A16 e A19. As Figuras 13 e 14 espelham exemplo desse tipo de erro, bem como a ausência dele no pré-teste.

Figura 13 – Resposta sem Erro de Escrita 1 no pré-teste: aluna A19



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 14 – Erro de Escrita 1 no pós-teste: aluna A19



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Nas figuras acima citadas, é possível observar provável falta de atenção da aluna A19, uma vez que escreveu corretamente o mesmo número no pré-teste.

O Erro de Escrita 2 (EE2), por seu turno, caiu pela metade, reduzindo de 10 para 5, dando indícios de que mais alunos se apropriaram dessa habilidade, já conseguindo, portanto, identificar a divisão entre as classes das unidades simples e

a dos milhares, representada pelo uso do termo “mil”. As Figuras 15 e 16 mostram exemplos de Erros de Escrita 2 que apareceram no pré-teste e que foram sanados no pós-teste.

Figura 15 – Erro de Escrita 2 no pré-teste: aluna A3

265.490: *duzentos e sessenta e cinco
quatrocentos e noventa*

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 16 – Erros de Escrita 2 no pós-teste: aluna A3

265.490 *duzentos e sessenta e cinco mil
quatrocentos e noventa*

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Como se verifica nas Figuras 15 e 16, o erro relativo à supressão da expressão “mil” (EE2), outrora evidenciado no pré-teste da aluna A3, não se repete em seu pós-teste, ratificando a consolidação desse conhecimento na discente em questão.

O Erro de Escrita 3, em que o estudante escreve por extenso os valores absolutos de cada algarismo que compõe o número, foi notado uma vez no pré-teste e três vezes no pós-teste, cometidos pelo aluno A29. Esse erro segue exemplificado na Figura 17.

Figura 17 – Erro de Escrita 3 no pós-teste: aluno A29

a) Escreva por extenso os números a seguir:

358.607: *três cinco oito seis zero sete*

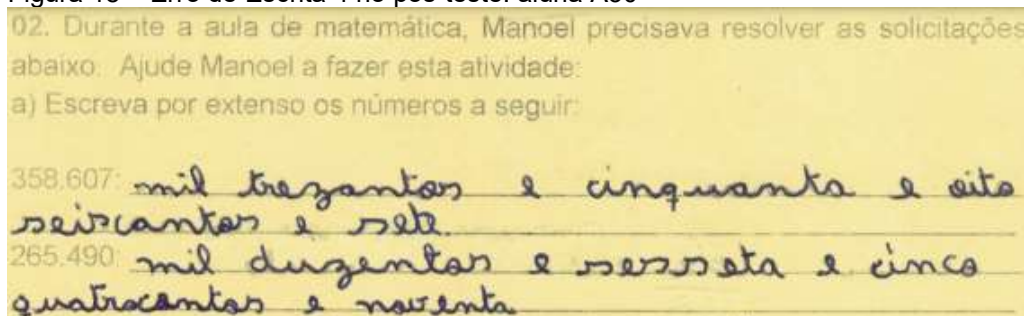
265.490: *dois seis cinco quatro nove zero*

15.782: *um cinco sete oito dois*

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O Erro de Escrita 4 (EE4) cresceu de 2 para 5 no pós-teste, cometidos pelos alunos A16 e A30. Nesse tipo de erro, o discente posiciona indevidamente o termo *mil*, como mostra a Figura 18.

Figura 18 – Erro de Escrita 4 no pós-teste: aluna A30



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Dentre os erros de composição, aqueles relacionados a alguma falha no momento da composição do número, os mais frequentes foram o Erro de Composição 2 e o Erro de Composição 4. O Erro de Composição 2, em que o discente registra o valor integral do algarismo que compõe o número ao invés de registrar apenas o algarismo responsável por sua representação na respectiva ordem, foi identificado oito vezes no pré-teste e, apenas três vezes, no pós-teste. As Figuras 19 e 20 demonstram exemplos desse erro.

Figura 19 – Erro de Composição 2 no pré-teste: aluno A29

b) $2.000 + 300 + 70 + 3 = 2.300 + 3$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 20 – Erro de Composição 2 no pós-teste: aluna A1

a) $5000 + 60 + 8 = 5000,68$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A Figura 19 apresenta o Erro de Composição 2 vislumbrado no pré-teste do aluno A29 e a Figura 20 espelha o mesmo tipo de erro, desta vez, encontrado no pós-teste da aluna A1. No caso da Figura 19, o aluno A29 registra a ordem da centena de forma integral, tal qual aparece no número decomposto. Por sua vez, na Figura 20, a educanda A1 comete o erro na representação da ordem da unidade de milhar, por ter sido representada na sua integralidade, além da supressão do zero relativo à ordem da centena, incorrendo, também no Erro de Composição 1.

O Erro de Composição 4 (EC4) reduziu de 14 para 8, denotando mais domínio dos estudantes na composição numérica, uma vez que o número de

discentes que registrou valores não correspondentes aqueles ali expressos, diminuiu.

As Figuras 21 e 22 exemplificam esse tipo de erro ocorrido no primeiro teste e solucionado no segundo.

Figura 21 – Erro de Composição 4 no pré-teste: aluna A19

c) $3 \times 10.000 + 4 \times 1.000 + 9 \times 10 + 2 \times 1 = 16200$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 22 – Erro de Composição 4 no pós-teste: aluna A19

$3 \times 10.000 + 4 \times 1.000 + 9 \times 10 + 2 \times 1 = 34.092$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Nas Figuras 21 e 22, a aluna A19, no pré-teste, registra algarismos aleatórios e divergentes do que está ilustrado no item c da terceira questão do teste, contudo, já o compõe corretamente no pós-teste, revelando um saber já adquirido.

O Erro de Composição 1, o que ocorre supressão de alguma ordem, foi observado quatro vezes tanto no pré-teste quanto no pós-teste. As Figuras 23 e 24 ilustram o erro em discussão.

Figura 23 – Erro de Composição 1 no pré-teste: aluna A30

a) $5000 + 60 + 8 = 568$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 24 – Erro de Composição 1 no pós-teste: aluna A22

a) $5000 + 60 + 8 = 568$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Nos dois casos simbolizados pelas Figuras 23 e 24, as estudantes suprimiram o zero necessário para a representação da centena e, conseqüentemente, identificação da unidade de milhar.

O Erro de composição 3, referente a confusão na composição das ordens, apareceu três vezes no pré-teste e quatro no pós-teste. As Figuras 25 e 26 demonstram o erro citado.

Figura 25 – Erro de Composição 3 no pré-teste: aluno A15

$$a) 5000 + 60 + 8 = \underline{56088}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 26 – Erro de Composição 3 no pós-teste: aluna A1

$$c) 3 \times 10.000 + 4 \times 1.000 + 9 \times 10 + 2 \times 1 = \underline{30.492}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na Figura 25, o aluno A15 troca as ordens da dezena e da centena. Por sua vez, na Figura 26, ocorre confusão entre as ordens da centena e da unidade de milhar, promovidos pela aluna A1.

Por fim, o Erro de Composição 5, assim compreendidos aqueles nos quais o discente retira do número, decomposto em sua forma polinomial, os algarismos diferentes de zero, para compô-lo. Esse tipo de erro segue exemplificado nas Figuras 27 e 28.

Figura 27 – Erro de Composição 5 no pré-teste: aluno A20

$$c) 3 \times 10.000 + 4 \times 1.000 + 9 \times 10 + 2 \times 1 = \underline{14092}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 28 – Erro de Composição 5 no pós-teste: aluna A9

$$c) 3 \times 10.000 + 4 \times 1.000 + 9 \times 10 + 2 \times 1 = \underline{31419121}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na Figura 27, a aluna A20 registra alguns dos algarismos que aparecem no número decomposto em sua forma polinomial, tais como “0” e “1” correspondentes a “10.000” e “1.000”, além de “4”, “9” e “2”. Na Figura 28, a aluna A9 escreve todos os algarismos diferentes de zero que estão no número decomposto. Ambos os exemplos apontam situação em que o discente não compreende o processo de composição polinomial, sendo levado a tão somente repetir os algarismos observados na questão.

No que se refere aos Erros de Decomposição, o Erro de Decomposição 1, que faz alusão a repetição do número solicitado na questão, apareceu três vezes e somente no pós-teste. A Figura 29 demonstra exemplo deste tipo de erro.

Figura 29 – Erro de Decomposição 1 no pós-teste: aluna A1

d) $87.402 = 87.402$
 e) $105.329 = 105.329$
 f) $523 = 523$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Neste exemplo, a aluna A1 apenas repete o valor solicitado nos itens avaliados, configurando falta de domínio da habilidade de decomposição numérica. Embora esse erro possa ser considerado o mais elementar de todos desta categoria, pois o discente apenas copia os números vistos, sem sequer tentar de fato solucionar a decomposição, ele foi cometido por uma única aluna, em seu pós-teste, e que havia deixado a respectiva questão em branco pré-teste.

O Erro decomposição 2, relativo ao registro de valores não correspondentes ao do número da questão, a seu turno, ocorreu duas vezes no pré-teste e três vezes no pós-teste. As Figuras 30 e 31, a seguir, demonstram esse erro.

Figura 30 – Erro de Decomposição 2 no pré-teste: aluno A29

d) $87.402 = 109$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 31 – Erro de Decomposição 2 no pós-teste: aluna A2

d) $87.402 = 1.272$
 e) $105.329 = 934$
 f) $523 = 186$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Esses exemplos também apontam a conjuntura em que os discentes desconhecem o processo de decomposição dos números, contudo desta vez, para resolver a questão, acrescentaram algoritmos divergentes daqueles registrados no item.

O Erro de decomposição 3, aquele em que o estudante suprime zeros ou ordens, podendo ainda trocar ordens ou sinais, no caso da decomposição polinomial, foi observado 12 vezes no pré-teste e 10 vezes no pós-teste. As Figuras 32 e 33 exemplificam o tipo de erro de decomposição 3 ocorridos no pré-teste.

Figura 32 – Erro de Decomposição 3 no pré-teste: aluno A17

d) $87.402 = 80 + 7 + 400 + 2$
 e) $105.329 = 100 + 5 + 300 + 20 + 9$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 33 – Erro de Decomposição 3 no pré-teste: aluno A15

d) $87.402 = 87 + 402$
 e) $105.329 = 105 + 329$
 f) $523 = 5 + 2 + 3$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Esse erro tornou a aparecer no pós-teste, conforme se identifica nas Figuras 34 e 35 cometidos pelos alunos A15 e A18.

Figura 34 – Erro de Decomposição 3 no pós-teste: aluno A15

d) $87.402 = 87 + 402 = 87 + 400 + 2 = 402$
 e) $105.329 = 105 + 329 = 105 + 300 + 20 + 9 = 329$
 f) $523 = 5 + 2 + 3 = 323$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 35 – Erro de Decomposição 3 no pós-teste: aluno A18

d) $87.402 = 80 + 7 + 400 + 2$
 e) $105.329 = 100 + 5 + 300 + 20 + 9$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Nesse tipo de erro, o aluno já inicia o processo de decomposição, todavia ainda não compreende corretamente a ordem correspondente aos algarismos verificados nos números, fato evidenciado pela supressão dos zeros.

Por fim, o Erro de Interpretação, relacionado à compreensão equivocada do estudante sobre aquilo que deveria fazer, ocorreu 18 vezes no pré-teste, porém despencou para 6 aparições no pós-teste, configurando que grande parte dos discentes que cometeram esse tipo de erro, desenvolveram habilidade relativa a identificação do que a questão pedia. As Figuras 36 e 37 espelham esse tipo de erro.

Figura 36 – Erro de Interpretação no pré-teste: aluno A14

d) 87.402 = Oitenta e sete mil e quatro centos e dois.
 e) 105.329 = centa e cinco mil e trezentos e vinte nove
 f) 523 = Quinhentos e vinte e três

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 37 – Erro de Interpretação no pós-teste: aluna A19

d) 87.402 = Oitenta e sete mil e quatrocentos e dois
 e) 105.329 = centa e cinco mil e trezentos e vinte nove
 f) 523 = quinhentos e vinte três

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Vale ressaltar, que os erros dessa categoria foram verificados somente nas questões que solicitavam a decomposição, por isso os exemplos utilizados foram sempre da mesma questão. Outro aspecto importante para destaque é que, em todos os casos, os alunos escreveram por extenso os valores, ao invés de decompor, ratificando a interpretação errônea sobre aquilo que devia ser feito.

Os tipos de erros de Sistema de Numeração Decimal observados foram analisados e classificados com vistas a favorecer futuras construções de atividades que intentem sanar esse tipo de dificuldade referente ao Sistema de Numeração Decimal. A seguir, o próximo tópico analisa a parte aditiva do teste.

6.2 Análise do teste I: problemas aditivos

Para a análise dos resultados referentes aos problemas aditivos, os dados foram organizados em dois quadros, um para a analisar a escolha da operação e outro para a analisar o uso correto do algoritmo. Para tanto, foi determinado aquilo

se pensou para acertos, erros ou questões sem resposta. Como forma de promover maior arguição sob este aspecto, O Quadro 88, esclarece como esta análise considerou os acertos, os erros e os não respondidos em cada um dos testes aditivos.

Quadro 88 – Categorização para análise dos resultados do teste aditivo

	ACERTO	ERRO	NÃO RESPONDIDO
Escolha da operação	Escolheu corretamente a operação adequada para a resolução da questão.	Escolheu incorretamente a operação para resolução da questão.	Não apresentou nenhuma resolução ou copiou trechos do comando.
Algoritmo	Fez uso correto do algoritmo escolhido para a resolução.	Fez uso incorreto do algoritmo escolhido para a resolução.	Não apresentou nenhuma resolução ou copiou trechos do comando.

Fonte: Construído durante a pesquisa (2022).

Para sintetizar as informações retiradas dos testes dos alunos, montou-se um quadro especificando o tipo de questão (aritmética ou algébrica), o tipo de problema (composição ou transformação) e o percentual de acertos, erros e não respondidos de cada questão da parte aditiva do teste I. As classificações das questões em aritméticas ou algébricas seguiram Sá e Fossa (2008) e a categorização dos problemas, como de composição ou de transformação, se deram conforme Vergnaud (2014).

Essa parte do teste é composta das questões de 4 a 10, sendo que esta última solicita o uso de duas operações ou a repetição da mesma operação. Para garantir que a escolha e o uso do algoritmo das duas operações requisitadas na questão fossem computados, definiu-se aqui, como questão 10.I., a primeira operação escolhida e algoritmo resolvido, e 10.II., a segunda operação escolhida e algoritmo resolvido. Assim, apesar de serem sete questões, considerou-se o total de oito itens a serem resolvidos. O Quadro 89 apresenta o comparativo de percentual do pré-teste e do pós-teste da parte aditiva, referente à escolha da operação.

Quadro 89 – Desempenho por questão do teste aditivo: Escolha da operação

Questões	Tipo de questão	Tipo de problema	ACERTOS		ERROS		NÃO RESPONDIDO	
			PRÉ-	PÓS-	PRÉ-	PÓS-	PRÉ-	PÓS-
Q.4	Aritmética	Composição	87,50	87,50	0,00	0,00	12,50	12,50
Q.5	Aritmética	Composição	91,67	83,33	4,17	14,29	4,17	4,17
Q.6	Algébrica	Composição	62,50	79,17	29,17	4,76	8,33	16,67
Q.7	Algébrica	Transformação	62,50	66,67	20,83	19,05	16,67	16,67
Q.8	Algébrica	Transformação	75,00	95,83	4,17	0,00	20,83	4,17

Q.9	Algébrica	Transformação	45,83	75,00	16,67	0,00	37,50	25,00
Q.10- I	Aritmética	Composição	54,17	75,00	12,50	14,29	33,33	12,50
Q.10-II	Aritmética	Composição	50,00	58,33	0,00	4,76	33,33	25,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Examinando o Quadro 89, notou-se que, em relação a escolha da operação, o percentual de acertos no pré-teste foi bom, uma vez que a maioria das questões obteve mais de 50% de acertos, com destaque para as questões 4 e 5 que apresentaram índice elevado (87,50% e 91,67%). Apenas a questão 9 apresentou percentual abaixo de 50% no pré-teste. Mesmo considerando um resultado positivo ainda na primeira aplicação do teste aditivo, no pós-teste, a maioria das questões demonstrou aumento de acertos e redução no quantitativo de erros. O tipo de questão e o respectivo resultado segue discutido no decorrer deste tópico.

A questão 4 é aritmética, envolve a operação de adição e apresenta a seguinte sentença “ $65+55=?$ ”. Essa questão teve percentual de acerto alto no pré-teste, mantendo-se em 87,50% no pós-teste. Em ambos os testes, o número de erros se manteve nulo e o percentual não respondido ficou em 12,50%.

A questão 5 também é aritmética, dessa vez envolvendo a operação de subtração para sua resolução, e tem como sentença natural a seguinte “ $85-26=?$ ”. O quantitativo de acertos no pré-teste foi o mais alto do teste, chegando à 91,67%, contudo no pós-teste reduziu para 83,33%. O percentual de erros para esta questão aumentou de 4,17% para 14,29% e não houve alteração no quantitativo de respostas nulas, permanecendo em 4,17%.

As questões 6 e 7 tiveram aumento de acertos de 62,50% para 79,17% e 66,67%, respectivamente no pós-teste. A questão 6 é algébrica e tem como sentença “ $54+?=72$ ”. Ela apresentou significativa queda nos erros, saindo de 29,17% no pré-teste para 4,76% no pós-teste, contudo o percentual de respostas nulas da referida questão aumentou 8,34%.

A questão 7 também é uma questão algébrica e apresenta a seguinte sentença natural “ $37+?=99$ ”. O valor desconhecido não estando isolado, aliado a expressão *ganhou* que aparece no problema levou alguns alunos a realizarem cálculo de adição ao invés da subtração, conforme fora suposto na análise *a priori*.

A questão 8 apresentou aumento 75% no pré-teste para 95,83% no pós-teste. Tratava-se de uma questão algébrica, com a seguinte sentença “ $70-?=28$ ”. Apesar do fato de o valor desconhecido não está isolado, o número de erros não foi

expressivo no pré-teste (4,17%) e foi nulo no pós-teste, além disso, o percentual não respondido para essa questão caiu de 20,83% no pré-teste para 4,17% no pós-teste.

A questão 9 teve o maior aumento de desempenho por questão, no comparativo do pré e do pós-teste, saindo de 45,00% para 75,00%. Também é uma questão algébrica com a seguinte sentença “ $?+50=184$ ”. Mesmo apresentando o termo desconhecido acompanhado de outros valores, o quantitativo de testes sem respostas para essa questão caiu 37,50% para 25,00% e o de erros caiu de 16,67% para 0,00%.

Já a questão 10, envolvia mais de uma operação ou a repetição da mesma operação, com as seguintes possibilidades de sentenças “ $21+63=?$ ” seguida de “ $100-84=?$ ” ou “ $100-21=?$ ” seguida de “ $79-63=?$ ”. Como essa questão envolvia dois cálculos, para a análise, ela foi subdividida em questão 10.I e questão 10.II. A identificação da primeira operação subiu de 54,17% para 75,00%, contudo os erros também aumentaram de 12,50% para 14,29%, mas houve queda no percentual não respondido de 33,33% para 12,50%.

A identificação da segunda operação ou da repetição da mesma operação na questão 10 teve elevação de 50,00% para 58,33% no pós-teste, houve redução também no percentual de respostas não registradas de 33,33% para 25,00%, contudo apresentou aumento de 4,76% de erros, que haviam sido nulos no pré-teste.

No que se refere ao tipo de questão, houve aumento de acertos tanto para questões aritméticas, quanto algébricas, não havendo diferença significativa entre esses tipos de questão. A questão 8, por exemplo, chegou a 95% de acertos aproximadamente, mesmo sendo algébrica. As demais questões algébricas tiveram desempenho na escolha entre cerca 66% e 79%. Já a maioria das questões aritméticas teve desempenho de 75% a 87%, aproximadamente. É notório que mesmo considerando o teor de complexidade das questões algébricas, em detrimento das aritméticas, ambas alcançaram aumento de acertos, o que pontua como positivo na aprendizagem dos alunos.

No que tange ao tipo de problema (composição ou transformação), os problemas do tipo composição (Q.4, Q.5, Q.6 e Q.10) tiveram desempenho de 75% a 87% para a maioria das questões, apenas a segunda operação da questão obteve 58% de acertos no pós-teste. Já os problemas do tipo transformação (Q.7, Q.8, Q.9) tiveram o número de acertos aumentado, alcançando 69% e 75% de acertos, nas

questões 7 e 9, e chegando a 95%, no caso da questão 8. De maneira geral, não houve diferença significativa de acertos entre os tipos de problema de composição e de transformação, de forma que ambos apresentaram desempenho satisfatório na maioria das questões.

Em relação aos erros, as questões que mais apresentaram redução no pós-teste, algumas chegando a zerar, foram: Q.6, Q.8, Q.9. As três questões são algébricas, sendo a primeira de composição e as duas últimas de transformação. Em contrapartida, a Q.7 (algébrica e de transformação) quase não apresentou redução de erros e as questões Q.5 e Q.10.I (aritmética e de composição) obtiveram aumento nos erros.

A redução no percentual de itens não respondidos foi identificada nas questões Q.8, Q.9 e Q.10, com destaque para a questão Q.8, que saiu de cerca de 20% para 4%. As demais questões se mantiveram iguais, com exceção da questão Q.6 que apresentou aumento.

Analisando o uso correto do algoritmo da operação escolhida para a resolução do problema, a maioria das questões apresentou acertos superiores a 50% ainda no pré-teste, apenas as questões 8, 9 e a segunda operação da questão 10 obtiveram acerto inferior a 50%. Esses dados estão registrados no Quadro 90.

Quadro 90 - Desempenho por questão do teste aditivo: uso do algoritmo

Questões	Tipo de questão	Tipo de problema	ACERTOS (%)		ERROS (%)		NÃO RESPONDIDO (%)	
			PRÉ-	PÓS-	PRÉ-	PÓS-	PRÉ-	PÓS-
Q.4	Aritmética	Composição	66,67	58,33	20,83	29,17	12,50	12,50
Q.5	Aritmética	Composição	50,00	62,50	45,83	33,33	4,17	4,17
Q.6	Algébrica	Composição	58,33	45,83	33,33	37,50	8,33	16,67
Q.7	Algébrica	Transformação	50,00	58,33	33,33	25,00	16,67	16,67
Q.8	Algébrica	Transformação	37,50	50,00	45,83	45,83	20,83	4,17
Q.9	Algébrica	Transformação	45,83	41,67	16,67	33,33	37,50	25,00
Q.10-I	Aritmética	Composição	58,33	66,67	8,33	20,83	33,33	12,50
Q.10-II	Aritmética	Composição	33,33	54,17	16,67	8,33	33,33	25,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

No pós-teste, as questões 5, 7, 8 e 10 apresentaram aumento no percentual de acertos, em relação ao algoritmo. A questão 5 saiu de 50,00% para 62,50%, a questão 7, de 50,00% para 58,33% e a questão 10 de 58,33% para 66,67% na primeira operação e de 33,33% para 54,17% na segunda. As questões 5, 7 e 10.II também apresentaram redução no percentual de erros. A questão 8 manteve o

mesmo quantitativo de erros, mas reduziu de 20,83% para 4,17% o percentual de questões não respondidas.

As questões 4, 6 e 9 apresentaram redução no percentual de acertos. A questão 4 caiu de 66,67% para 58,33%, a questão 6, de 58,33% para 45,83% e a questão 9, de 45,83% para 41,67%. No caso específico destas questões (4, 6 e 9), considerando que os alunos acertaram no pré-teste, conjectura-se que estes

tenham tido falta de atenção na resolução das mesmas questões, levando-os ao erro no pós-teste. Essas questões também obtiveram aumento de erros.

A análise do desempenho de cada aluno desta etapa está discriminada no subtópico abaixo.

6.2.1 Desempenho por aluno no teste aditivo

O desempenho por aluno no teste aditivo foi organizado em dois quadros, um relativo à escolha da operação e outro referente ao uso do algoritmo. Novamente ressalta-se que discentes A10, A11, A12, A23, A26 e A27 não tiveram seus dados computados por não estarem presentes no dia de um dos testes. A seguir, no Quadro 89, encontra-se a análise da parte aditiva do Teste I, relacionada à escolha da operação.

Quadro 91 - Desempenho por aluno no teste aditivo: escolha da operação

Estudante	Acertos		Erros		Não respondido	
	Pré- (%)	Pós- (%)	Pré- (%)	Pós- (%)	Pré- (%)	Pós- (%)
A1	62,50	75,00	0,00	25,00	37,50	0,00
A2	37,50	12,50	25,00	25,00	37,50	62,50
A3	87,50	75,00	0,00	0,00	12,50	25,00
A5	0,00	0,00	0,00	0,00	100,00	100,00
A6	87,50	100,00	12,50	0,00	0,00	0,00
A7	100,00	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A8	25,00	37,50	12,50	12,50	62,50	50,00
A9	50,00	87,50	12,50	0,00	37,50	12,50
A10	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A11	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A12	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A13	25,00	37,50	12,50	0,00	62,50	62,50
A14	100,00	62,50	0,00	12,50	0,00	25,00
A15	75,00	87,50	0,00	0,00	250	12,50
A16	50,00	62,50	50,00	37,50	0,00	0,00

A17	100,00	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A18	25,00	50,00	0,00	37,50	87,50	12,50
A19	75,00	87,50	12,50	0,00	12,50	12,50
A20	100,00	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A21	100,00	87,50	0,00	12,50	0,00	0,00
A22	37,50	75,00	50,00	12,50	12,50	12,50
A23	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A24	100,00	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A25	75,00	100,00	25,00	0,00	0,00	0,00
A26	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A27	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A28	87,50	100,00	0,00	0,00	12,50	0,00
A29	62,50	75,00	37,50	12,50	0,00	12,50
A30	75,00	100,00	0,00	0,00	25,00	0,00
A31	75,00	100,00	0,00	0,00	25,00	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Na parte aditiva do pré-teste, 25% dos alunos (A2, A5, A8, A13, A18, A22) apresentaram desempenho abaixo de 50%. Os estudantes A9 e A16 obtiveram exatos 50% de acerto no pré-teste. Já 66,66%% dos educandos (A1, A3, A6, A7, A14, A15, A17, A19, A20, A21, A24, A25, A28, A29, A30, A31) tiveram desempenho acima de 50%. Desses, os alunos A7, A14, A17, A20, A21 e A24 apresentaram desempenho de 100% no pré-teste, totalizando 25% dos discentes. Contudo, os estudantes A14 e A21 tiveram queda de rendimento no pós-teste, reduzindo de 100% de acertos para 62,50% e 87,50%, respectivamente. Os alunos A7, A17, A 20 e A24 se mantiveram com 100% de acertos na escolha da operação do pós-teste aditivo.

Os educandos A9, A15 e A19 aumentaram para 87,50% o aumento de acertos no pós-teste aditivo. Os discentes A3, A22 e A29 tiveram 75% de acertos no pós-teste. Vale ressaltar, que a aluna A3 apresentou redução de desempenho no pós-teste em relação ao pré-teste, já que havia acertado 87,50% na escolha da operação.

O estudante A25 aumentou 25% de acerto na escolha e reduziu esse mesmo percentual nos erros. A educanda A18 apresentou aumento de 25% no pós-teste em relação ao pré-teste, aumento de 37,50% de erros, em compensação, reduziu de 87,50% para 12,50% o número de questões não respondidas. A aluna A9 teve aumento de 37,50%, chegando a 87,50% de acerto na escolha da operação do pós-

teste. A discente também reduziu em 12,50% os erros e em 25% às questões não respondidas.

A aluna A22 obteve aumento de desempenho de 37,50% do pré-teste para o pós-teste, redução desse mesmo percentual dos erros e manteve 12,50% das questões não respondidas. Os discentes A30 e A31 tiveram aumento de 25% de desempenho na comparação dos dois testes, chegando a 100% de acerto na escolha das operações. Ambos se mantiveram sem apresentar erros e com redução de 25% para 0% de questões em branco. A estudante A6 teve aumento de 12,50%, chegando a 100% na escolha da operação no pós-teste. Esse mesmo percentual foi reduzido dos erros. O aluno A28 também teve 12,50% de aumento na escolha da operação. Esse percentual migrou de questões não respondidas no pré-teste para acertos no pós-teste.

O educando A8 também teve aumento de 12,50% de acerto, saindo de 25% para 37,50% na escolha da operação. Esse percentual foi reduzido do número de questões não respondidas, que diminuiu de 67,50 para 50%. O discente A1 melhorou seu desempenho em 12,50%, apresentando aumento de 25% nos erros e redução de 37,50% nas questões não respondidas. O aluno A13 apresentou aumento de 12,50% de acerto, redução de 12,50% nos erros e manutenção de 62,50% de questões não respondidas. Vale ressaltar que esse é um dos alunos que participa do Plano de Apoio Pedagógico (PAP).

Igualmente, o aluno A15 teve aumento de 12,50%, deduzido esse valor do número de questões não respondidas. O estudante A16 teve aumento de 12,00 % de acertos na escolha, mesmo percentual reduzido de erros e se manteve sem apresentar nenhuma questão não respondida, nos dois testes aditivos. O educando A19 aumentou 12,50% de acertos na escolha, reduziu esse percentual dos erros e manteve os mesmos 12,50% em questões não respondidas.

A seguir, o Quadro 92 apresenta a análise de desempenho por aluno no teste aditivo, dessa vez relativo ao uso do algoritmo.

Quadro 92 - Desempenho por aluno do teste aditivo: uso do algoritmo

Estudante	Acertos		Erros		Não respondido	
	Pré- (%)	Pós- (%)	Pré- (%)	Pós- (%)	Pré- (%)	Pós- (%)
A1	12,50	12,50	50,00	87,50	37,50	0,00
A2	0,00	0,00	62,50	37,50	37,50	62,50
A3	62,50	25,00	25,00	50,00	12,50	25,00
A5	0,00	0,00	0,00	0,00	100,00	100,00

A6	100,00	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A7	50,00	75,00	50,00	25,00	0,00	0,00
A8	12,50	25,00	25,00	25,00	62,50	50,00
A9	37,50	25,00	25,00	62,50	37,50	12,50
A10	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A11	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A12	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A13	0,00	25,00	37,50	12,50	62,50	62,50
A14	37,50	12,50	62,50	50,00	0,00	25,00
A15	62,50	75,00	12,50	12,50	25,00	12,50
A16	75,00	62,50	25,00	37,50	0,00	0,00
A17	87,50	100,00	12,50	0,00	0,00	0,00
A18	25,00	0,00	0,00	87,50	75,00	12,50
A19	50,00	50,00	37,50	37,50	12,50	12,50
A20	100,00	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A21	87,50	87,50	12,50	12,50	0,00	0,00
A22	75,00	50,00	12,50	37,50	12,50	12,50
A23	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A24	100,00	87,50	0,00	12,50	0,00	0,00
A25	50,00	100,00	50,00	0,00	0,00	0,00
A26	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A27	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A28	50,00	100,00	37,50	0,00	12,50	0,00
A29	25,00	25,00	75,00	62,50	0,00	12,50
A30	37,50	87,50	37,50	12,50	25,00	0,00
A31	75,00	50,00	0,00	50,00	25,00	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Em relação a utilização do algoritmo da operação, cerca de 29% dos alunos (A1, A2, A5, A8, A13, A18, A29) obtiveram desempenho inferior a 30% no pré-teste aditivo. Outrossim, 29% dos discentes (A9, A7, A14, A19, A25, A28, A30) tiveram desempenho entre 30% e 50%. Os 47% restantes, relativos aos estudantes A3, A6, A15, A16, A17, A20, A21, A22, A24 e A31, apresentaram desempenho superior a 50% no pré-teste. Destes, os educandos A6 e A20 alcançaram 100% de rendimento em ambos os testes, já o aluno A24 caiu de 100% para 87,50% e o estudante A21 manteve os mesmos 87,50% nos dois testes.

O discente A30 saltou de 37,50% para 87,50% no pós-teste. Os alunos A7 e A15 chegaram à 75% de acertos no pós-teste. Os estudantes A8 e A13 chegaram a 25% de acertos no pós-teste. Os discentes A1, A2, A5, A19 e A29 mantiveram seus percentuais iguais no pré-teste e no pós-teste. Já os educandos A3, A9, A14, A16,

A18, A22 e A31 reduziram seu desempenho, relacionado ao uso do algoritmo, no pós-teste aditivo.

Na sequência, serão especificados e discutidos os tipos de erros identificados nos testes aditivos.

6.2.2 Tipificação dos erros no teste aditivo

A partir da análise do teste aditivo, tomando como base a resolução dos cálculos, portanto desconsiderando se a escolha da operação foi acertada ou não, uma vez que essa análise já se efetuou, foi possível classificar os tipos de erros encontrados, conforme a seguinte tipificação: **Erros de Registro (ER)**, assim compreendidos aqueles relativos ao registro de valores divergentes dos que apareciam na questão; **Erros de Armação (EA)**, referentes à armação da operação de forma equivocada e **Erros de Cálculos (EC)**, aqueles nos quais houve falhas no processamento do algoritmo ou do cálculo propriamente dito. Esse último se subdividiu em oito tipos de erros. A classificação dos erros segue discriminada no Quadro 93.

Quadro 93 – Tipificação dos erros no teste aditivo

Tipos de Erros	Classificação
Erros de Registro (ER)	O aluno registra um ou mais algarismos que não correspondem aos valores encontrados nas questões.
Erros de Armação (EA)	O aluno arma de forma incorreta e, em decorrência disso, erra o cálculo.
Erros de Cálculo 1 (EC1)	O aluno soma ou subtrai errado, porém o erro não está necessariamente ligado ao domínio do algoritmo da operação.
Erros de Cálculo 2 (EC3)	Na adição, o aluno não transfere ou não adiciona o valor na ordem seguinte, ou adiciona valor incorreto.
Erros de Cálculo 3 (EC3)	Na subtração, o aluno realiza o cálculo de baixo para cima.
Erros de Cálculo 4 (EC4)	Na subtração, o aluno transfere o valor 10 para a ordem anterior, mas nela, adiciona o valor de 1 unidade.
Erros de Cálculo 5 (EC5)	Na subtração, o aluno transfere o valor para a ordem anterior, mas não retira esse valor da ordem de origem.
Erros de Cálculo 6 (EC6)	O aluno resolve apenas uma parte da adição ou da subtração, deixando o restante sem resolução.
Erros de Cálculo 7 (EC7)	Na subtração ou na adição o aluno apenas baixa o algarismo zero de um dos números que compõem a operação.
Erros de Cálculo 8 (EC8)	O aluno faz as operações de adição e de subtração na mesma conta, confundindo o algoritmo das duas operações.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Os Erros de Registro e de Armação ocorreram tanto nas operações de adição como de subtração. Da mesma forma, os Erros de Cálculo 1, 6, 7 e 8 englobam ambas as operações. Em contrapartida, os Erros de Cálculo 2 fazem referência

somente a operação de adição e os Erros de Cálculo 3, 4 e 5 envolvem somente a operação de subtração. Uma vez classificados e contabilizados os erros percebidos no pré-teste e no pós-teste aditivo, os dados foram sistematizados e para facilitar a discussão, seguem demonstrados no Quadro 94.

Quadro 94 – Quantitativo de erros no teste aditivo

Tipos de Erros (Teste aditivo)	Quantitativo de Erros	
	Pré-teste	Pós-teste
Erros de Registro (ER)	4	2
Erros de Armação (EA)	10	7
Erros de Cálculo 1 (EC1)	25	21
Erros de Cálculo 2 (EC2)	4	2
Erros de Cálculo 3 (EC3)	12	14
Erros de Cálculo 4 (EC4)	0	1
Erros de Cálculo 5 (EC5)	2	3
Erros de Cálculo 6 (EC6)	1	1
Erros de Cálculo 7 (EC7)	0	3
Erros de Cálculo 8 (EC8)	0	2

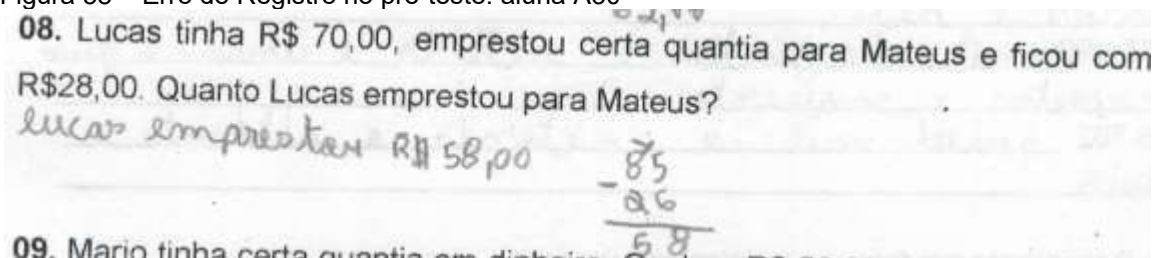
Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Dentre os tipos de erros identificados, os que tiveram maior incidência foram os Erros de Cálculo 1 (EC1), com 25 repetições no pré-teste e 21 no pós-teste, os Erros de Cálculo 3 (EC3) ocorrendo 12 vezes no pré-teste e 14 vezes no pós-teste, e os Erros de Armação (EA), percebidos 10 vezes no pré-teste e 7 vezes no pós-teste.

Em linhas gerais, esses números apontam a lacuna existente na aprendizagem do uso do algoritmo das operações, seja em relação à armação correta, seja a respeito do cálculo dos valores ou do domínio do processo de transferências necessário a realização das operações. Nesse ponto, é válido destacar que as transferências entre as ordens parecem mais prejudicadas nas operações de subtração (EC3, EC4, EC5) do que nas de adição (EC2), conforme evidenciam as ocorrências registradas no Quadro 90. Esse fato é revelado pelo número elevado de repetições dos Erros de Cálculo 3, relativos à subtração, além do aumento de deslizos nos cálculos desta operação, e redução dos erros nos cálculos de adição, do pré-teste para o pós-teste. Cada um dos tipos de erros encontrados nos testes segue analisado, com sua respectiva especificidade e exemplo.

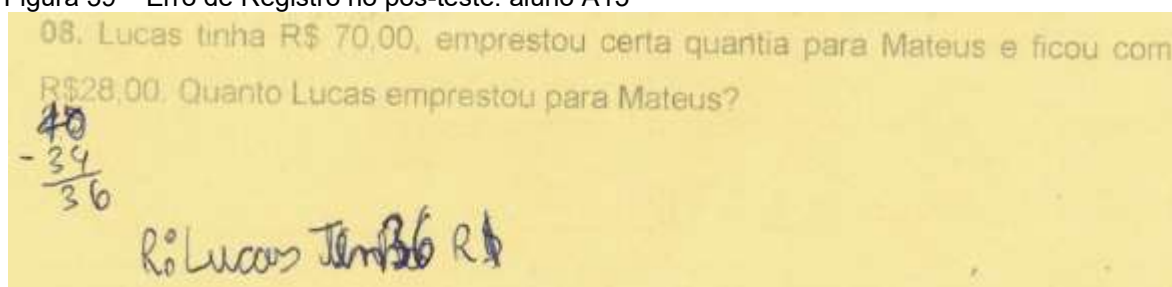
Os Erros de Registros (ER), relacionados ao registro de algarismos divergentes daqueles encontrados nas questões, ocorreram quatro vezes no pré-teste e duas vezes no pós-teste. As Figuras 38 e 39 apresentam esse tipo de erro.

Figura 38 – Erro de Registro no pré-teste: aluna A30



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 39 – Erro de Registro no pós-teste: aluno A15

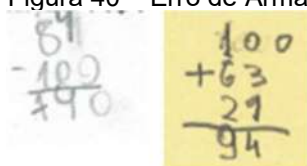


Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Ambos os casos exemplificados acima, ocorreram na questão 8, que tratava de uma subtração. Na Figura 38, a estudante A30 registrou tanto o minuendo, quanto o subtraendo, diferentes daqueles apresentados na questão e, conseqüentemente errou a solução do problema, pois subtraiu $85 - 26$, ao invés de $70 - 28$. Os valores utilizados pela aluna eram os mesmos da questão 4 do teste, indicando possível confusão da estudante durante a resolução. Por sua vez, no pós-teste do aluno A15, ilustrado na Figura 39, o mesmo trocou o subtraendo da questão, que era 28, por 34, ocasionando o erro. Nessa situação, é provável que o discente tenha cometido a falha por falta de atenção.

Os Erros de Armação (EA), sendo assim vistos aqueles em que a armação da operação de adição ou de subtração se deu incorretamente, provocando erro no resultado do cálculo, sofreram redução no pós-teste, mas ainda assim, ocuparam terceiro lugar em repetições, dentre os erros notados em sua reaplicação. A Figura 40 mostra exemplos do Erro de Armação.

Figura 40 – Erro de Armação: alunos A15 (pré-teste) e A1 (pós-teste)

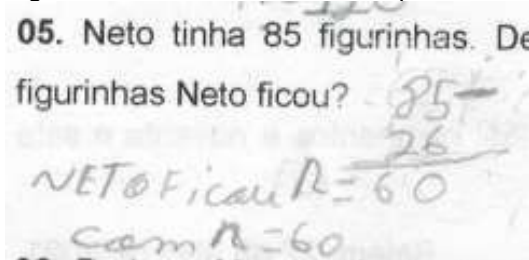


Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O primeiro Erro de Armação da Figura 40 foi cometido pelo aluno A15, no pré-teste, em que o minuendo deveria ser 100 e o subtraendo 84, valores que foram invertidos e posicionados indevidamente, desembocando em um resultado errado, já que o discente foi levado a subtrair $4 - 0$ e $8 - 1$. No segundo Erro de Armação da respectiva figura, a estudante A1 incorreu em deslize relacionado à posição dos algarismos da dezena e da centena nas duas últimas parcelas, o que a levou a adicionar a centena da primeira parcela às dezenas da segunda e da terceira parcelas. Vale ressaltar, que nesse problema, os valores 63 e 21 deveriam ser somados e o resultado dessa adição subtraído de 100, contudo, nesse exemplo, houve também erro na escolha de uma das operações, falha que não será discutida aqui, pois já foi contemplada anteriormente.

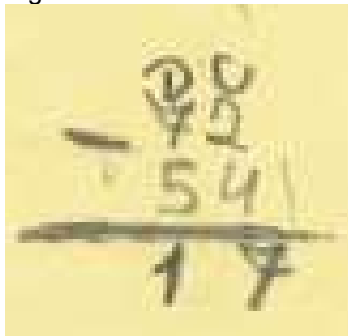
O Erro de Cálculo 1 (EC1), alusivo a erros essencialmente de cálculo, uma vez que sua execução não está estritamente ligada ao domínio dos algoritmos de adição ou de subtração, podendo ocorrer por falta de atenção ou falhas na contagem dos valores, foi o mais evidenciado em ambos os testes, sendo cometido 25 vezes no pré-teste e 21 vezes no pós-teste. As Figuras 41 e 42 mostram o tipo de erro de cálculo 1 cometidos no pré-teste e no pós-teste, respectivamente.

Figura 41 – Erro de Cálculo 1 no pré-teste: aluno A8



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 42 – Erro de Cálculo 1 no pós-teste: aluna A1



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na primeira situação, verificada na Figura 41, o aluno A8 armou corretamente a operação e não demonstrou falta de domínio no algoritmo em si, entretanto errou no momento da subtração dos algarismos “5” e “6”, não fazendo a transferência necessária entre as ordens da dezena e da unidade para solucionar a questão, porém também não tentou subtrair de baixo para cima, erro muito comum aos discentes que ainda não compreendem a operação em questão. Pode-se supor que tenha sido falta de atenção, o que o fez, provavelmente subtrair seis de seis ou cinco de cinco, resultando em zero na ordem da unidade.

Na segunda situação, vislumbrada na Figura 42, executada no pós-teste da aluna A1, embora não esteja explícita a transferência entre a dezena e a unidade, deduz-se erro na contagem dos valores, uma vez que o resultado apresentado na ordem da unidade (7) ficou apenas uma unidade abaixo do valor correto que seria 8, indicando que a discente realizou a subtração $12 - 4$, contudo errou o cálculo.

O Erro de Cálculo 2 (EC2), relativo à adição, sendo aquele em que o aluno não transfere o valor da ordem anterior, não adiciona o valor à ordem seguinte ou adiciona o valor incorretamente, aconteceu quatro vezes no pré-teste e duas vezes no pós-teste. A seguir, a Figura 43 exemplifica o Erro de Cálculo 2.

Figura 43 – Erro de Cálculo 2: alunas A3 (pré-teste) e A9 (pós-teste)

The image shows two handwritten addition problems. The left problem is $65 + 55 = 130$. The right problem is $65 + 55 = 110$.

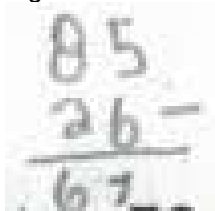
Fonte: Pesquisa de campo (2022).

No primeiro exemplo de Erro de Cálculo 2, da Figura 43, em seu pré-teste, a estudante A3 soma corretamente os valores da unidade, transfere o valor sobresselente para a dezena, contudo não adiciona o valor transferido à referida ordem. Além disso, ela cometeu deslizos na armação, entretanto, não foram identificados reflexos desse erro no resultado da conta. No segundo exemplo de erros da Figura 43, a discente A9, no pós-teste, soma os valores da unidade, transfere para a ordem seguinte, porém não adiciona esse valor a ordem da dezena.

O Erro de Cálculo 3 é aquele em que o aluno subtrai de baixo para cima, quando, em alguma ordem, o algarismo do minuendo é menor que o do subtraendo.

Esse tipo de erro aumentou de 12, no pré-teste, para 14, no pós-teste, comprovando que esse é um dos erros mais recorrentes nessa etapa do aprendizado, se tratando da operação de subtração. Na sequência, a Figuras 44 espelham o Erro de Cálculo 3 no pré-teste.

Figura 44 – Erro de Cálculo 3 pré-teste: aluno A7

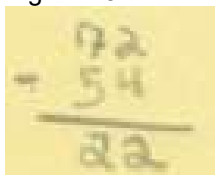


$$\begin{array}{r} 85 \\ - 26 \\ \hline 67 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Da mesma forma, a Figura 45 demonstra o Erro de Cálculo 3, no pós-teste.

Figura 45 – Erro de Cálculo 3 no pós-teste: aluna A30



$$\begin{array}{r} 72 \\ + 54 \\ \hline 22 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Tanto na Figura 44, quanto na Figura 45, os estudantes A7 e A30, respectivamente, subtraem de baixo para cima, realizando os cálculos $6 - 5$ e $4 - 2$, ao invés de efetivarem a transferência de valor da dezena para a unidade. Dentre os erros de cálculo, esse foi o segundo mais ocorrido e denota falta de domínio da operação de subtração, em uma de suas características mais peculiares que é a necessidade de transposição de valores da ordem seguinte para a ordem anterior. Assim, ao perceber que não pode retirar um valor maior de um menor, o estudante encontra como solução a subtração invertida, ignorando o fato de que o número localizado no subtraendo, na verdade, é um valor inferior ao daquele encontrado no minuendo.

O Erro de Cálculo 4, em que, durante a subtração, o aluno transfere o valor da ordem seguinte para a anterior, mas nela adiciona o valor de apenas uma unidade, ocorreu somente uma vez no pós-teste, não sendo identificado no pré-teste de nenhum aluno. A Figura 46 mostra o único Erro de Cálculo 4 do teste.

Figura 46 – Erro de Cálculo 4 no pós-teste: aluna A1

$$\begin{array}{r} 52,084,56 \\ - 06 \\ \hline 52,084,56 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Nesse caso, a aluna A1 fez a transferência de uma dezena para a ordem da unidade, contudo adicionou o número 1 ao invés de 10, ocasionando o erro dessa conta de subtração.

O Erro de Cálculo 5 (EC5), aquele no qual o valor é transferido para a ordem anterior, mas não é devidamente retirado da ordem de origem, ocasionando erro no cálculo da referida ordem. Esse tipo de erro aconteceu duas vezes no pré-teste e três vezes no pós-teste. As Figuras 47 e 48 exemplificam o Erro de Cálculo 5 cometidos pelos alunos A17 e A3.

Figura 47 – Erro de Cálculo 5 no pré-teste: aluno A17

$$\begin{array}{r} 100,00 \\ - 84,00 \\ \hline 20,00 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 48 – Erro de Cálculo 5 no pós-teste: aluna A3

$$\begin{array}{r} 70 \\ - 28 \\ \hline 52 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na Figura 47, embora não esteja registrada a transferência dos valores da centena para a dezena e desta para a unidade, pelo resultado da subtração, fica evidente que a transposição ocorreu, já que era necessária para que subtraísse 10 – 4, resultando em 6. Entretanto, esse valor não foi retirado nem da centena nem da dezena, por isso, o aluno A17 foi induzido ao erro, subtraindo 10 – 8 ao invés de 9 – 8.

Por sua vez, a Figura 48 mostra a situação em que a ordem da unidade recebeu a dezena, possibilitando a subtração de $10 - 8 = 2$, porém a ordem da dezena não sofreu a devida redução, levando a estudante A3 a errar por subtrair $7 - 2$ em vez de $6 - 2$.

O Erro de Cálculo 6 (EC6), em que o estudante realiza parcialmente a operação de adição ou de subtração, foi cometido uma vez em cada um dos testes e é admissível que tenha ocorrido por falta de atenção ou de domínio das operações em jogo.

Os exemplos do Tipo de Erro de Cálculo 6 seguem demonstrados nas Figuras 49 e 50 e foram as duas únicas aparições desse tipo de erro, tanto no pré-teste, quanto no pós-teste.

Figura 49 – Erro de Cálculo 6 no pré-teste: aluna A2

The image shows a handwritten subtraction problem: $908500 - 2600 = 900$. The student has correctly borrowed from the tens place to subtract 6 from 5, resulting in 9 in the tens place. However, they have not completed the subtraction for the remaining digits, leaving the result as 900 instead of the correct 905900.

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 50 – Erro de Cálculo 6 no pós-teste: aluno A24

The image shows a handwritten subtraction problem: $484 - 50 = 34$. The student has incorrectly subtracted 50 from 484, resulting in 34. This is a complete error in the calculation.

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

No primeiro caso, a Figura 49 apresenta o erro cometido pela aluna A2, que inicia o cálculo corretamente, realizando a transferência necessária entre a dezena e a unidade, fazendo a subtração $15 - 6 = 9$, porém, não conclui, deixando de realizar o restante da conta, que seria $7 - 2 = 5$, totalizando 59.

Nessa situação, é concebível que a estudante não tivesse certeza da retirada do valor da dezena, seguida da subtração dos valores desta ordem, ou apenas tivesse esquecido de concluir o cálculo. Além disso, vale salientar, que esse problema não envolvia valores monetários, contudo a discente utilizou os zeros, como se assim o fossem, contudo sem aplicar a vírgula.

No segundo caso, exemplificado na Figura 50, o aluno A24 realiza as subtrações das ordens da unidade e da dezena, porém não completa o cálculo da ordem da centena. Como se tratava apenas de baixar o valor, já que não havia algarismo representando a centena no número localizado no subtraendo, é provável que o estudante tenha ficado em dúvida sobre tal resolução com essa lacuna. Outra possibilidade, é que o discente tenha deixado de finalizar a conta por mera falta de atenção.

O Erro de Cálculo 7 (EC7) relativo às situações em que o discente apenas baixa o zero contido em um dos valores que compõe a adição ou a subtração, sem efetivar o cálculo, demonstrando previsível confusão com o algarismo zero em uma dessas operações, foi evidenciado três vezes no pós-teste e não aconteceu nenhuma vez no pré-teste. A Figura 51 exemplifica esse erro.

Figura 51 – Erro de Cálculo 7 no pós-teste: aluna A1

$$\begin{array}{r} 70 \\ - 28 \\ \hline 50 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A Figura 51 assevera esse deslize cometido na operação de subtração pela aluna A1, em que a mesma apenas baixa o algarismo zero, ao invés de realizar a subtração. É possível, que nesse caso, a estudante não tenha conseguido efetivar a transferência necessária, mas também não tentou subtrair de baixo para cima, encontrando saída apenas na repetição do zero.

O Erro de Cálculo 8 (EC8) referente à confusão entre as operações de adição e de subtração, situação em que o estudante realiza as duas operações na mesma conta, é o último tipo de erro identificado no teste aditivo. Ele ocorreu duas vezes somente no pós-teste. A Figura 52 espelha esse tipo de erro.

Figura 52 – Erro de Cálculo 8 no pós-teste: aluno A14

$$\begin{array}{r} 22 + \\ 63 \\ \hline 44 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O erro verificado na Figura 52 (EC8), ilustra a situação em que o aluno A14 armou e resolveu a operação de adição na ordem da unidade, porém subtraiu os algarismos na dezena, misturando as operações. Além disso, o discente incorre também no Erro de Cálculo 3, no momento em que pratica a subtração de baixo para cima.

Analisando os erros cometidos nos testes aditivos, referentes à resolução dos cálculos, à exceção dos Erros de Registro, que genuinamente ocorreram por provável falta de concentração, é verossímil afirmar que os demais erros envolvem, de alguma forma, a falta de domínio dos algoritmos das operações de adição e de subtração, seja em termos de cálculos realizados erroneamente, seja em relação armação incorreta ou, ainda, por falha nas transferências precisas entre as ordens.

6.3 Análise do teste II: problemas multiplicativos

Durante a análise dos testes multiplicativos foram identificados erros de escolha da operação e erros de uso do algoritmo. Os erros de escolha são aqueles nos quais os alunos optam pela operação indevida. Os erros de uso do algoritmo são aqueles em que há deslizes no desenvolvimento do algoritmo das operações de multiplicação e de divisão. As Figuras 53 e 54 ilustram exemplos desses dois tipos de erros.

Figura 53 – Erro na escolha da operação e no algoritmo: teste II

Comprei um caderno por R\$24,00 e uma caneta por R\$6,00. Quantas vezes o caderno foi mais caro que a caneta?

$$\begin{array}{r} 24 \\ - 6 \\ \hline 34 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 54 – Erro na escolha da operação: teste II

a panificadora pode prepara? R= Ela pode preparar 7 tipos de

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 4 \\ \hline 7 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

No exemplo da Figura 53, retirado da questão quatro do pré-teste, a solução do problema se daria por meio da operação de divisão, contudo o educando optou pela adição, escolhendo, portanto, a operação errada. Nesse caso, além do erro da escolha, houve também erro no uso do algoritmo, já que o discente somou errado os algarismos 4 e 6.

No exemplo apresentado na Figura 54, o erro identificado foi somente na escolha da operação da questão 7 do pré-teste, que deveria utilizar a multiplicação entre os números 3 e 4, contudo o aluno resolveu por meio da adição desses valores, fato corriqueiro quando os estudantes ainda não dominam a multiplicação combinatória.

Esses exemplos evidenciam, em linhas amplas, os erros ocorridos nos testes multiplicativos que no intuito de promover maior clareza, foram contabilizados e analisados separadamente. Assim sendo, da mesma forma que ocorreu na etapa aditiva, para a análise do resultado dos testes da Etapa II, os dados foram igualmente organizados em dois quadros, um relativo à escolha da operação e outro referente ao uso do algoritmo.

A seguir, o Quadro 95 apresenta os registros da escolha da operação para os testes multiplicativos.

Quadro 95 - Desempenho por questão do teste multiplicativo quanto à escolha da operação

Questões	Tipo de questão	Tipo de problema	Acertos (%)		Erros (%)		Não Respondidas (%)	
			Pré-	Pós-	Pré-	Pós-(%)	Pré-	Pós-
Q.1	Aritmética	Isomorfismo de medida	78,57	100	14,28	0,00	7,14	0,00
Q.2	Aritmética	Isomorfismo de medida	67,85	96,42	14,28	3,57	17,85	0,00
Q.3	Algébrica	Isomorfismo de medida	57,14	82,14	14,28	17,85	28,57	0,00
Q.4	Algébrica	Produto de medida	21,42	78,57	60,71	21,42	17,85	0,00
Q.5	Aritmética	Produto de medida	39,28	96,42	25,00	0,00	35,71	3,57
Q.6	Algébrica	Produto de medida	28,57	75,00	32,14	21,42	39,28	3,57
Q.7	Aritmética	Produto de medida	28,57	96,42	42,85	0,00	28,57	3,57
Q.8	Aritmética	Produto de medida	28,57	85,71	42,85	10,71	28,57	3,57
Q.9	Algébrica	Isomorfismo de medida	25,00	89,28	32,14	7,14	42,85	3,57

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Na análise comparativa do teste multiplicativo o aumento de acertos para a escolha da operação foi bastante significativo, pois apresentou, no pré-teste, média de 39,87% de acertos e, no pós-teste, média de 81,24% de acertos. Os erros caíram, em média, de 31,06% para 10,71% e o número de questões não respondidas reduziu, em média, de 24,10% no pré-teste para 2,49% no pós-teste. As questões com maiores índices de aumento de acertos foram as questões Q.1, Q.2 e Q.7. Cada questão segue discutida e analisada.

A questão 1 era aritmética e de isomorfismo de medida, utilizou a operação de multiplicação para sua resolução e tinha a seguinte sentença natural: $7 \times 9 = 63$. Foi a questão que apresentou maior número de acertos no pré-teste multiplicativo (78,57%), por isso seu aumento, no pós-teste, foi de apenas 21,43%, chegando a 100% de acertos na escolha da operação. A questão 2, também aritmética e de isomorfismo de medida, mas dessa vez utilizando a divisão para sua resolução, tinha como sentença $98 \div 8 = 12$, foi a que apresentou o segundo maior índice de acertos no pré-teste (67,85%) e chegou a 96,42% de acertos no pós-teste.

A questão 3 era algébrica e de isomorfismo de medida, tinha a sua resolução por meio da operação de divisão e apresentava a seguinte sentença: $6 \times ? = 84$. Essa questão teve aumento de 25% de acertos na comparação entre os testes, saindo de 57,14% para 87,14%, apresentando um rendimento bom, apesar do grau de complexidade ser maior.

Do mesmo modo ocorreu com a questão 4, algébrica e de produto de medida, que elevou o percentual de acertos de 21,42% no pré-teste para 78,57% no pós-teste, reduziu os erros de 60,71% para 21,42% e de questões não respondidas de 17,85% para 0,00%.

Por sua vez, a questão 5, aritmética e de produto de medida, saltou de 39,28% de acertos no pré-teste para 95,42% no pós-teste, seus erros caíram de 25,00% para 0,00% e as questões não respondidas, de 35,71% para 3,57%. Tratava-se de uma questão que tinha como sentença natural $8 \times 10 = ?$ e encontrava sua resolução na operação de multiplicação.

A questão 6 era algébrica e de produto de medida, fazia uso da divisão para sua resolução, tendo $4x ? = 56$ como sentença natural. Essa questão teve aumento de 28,57% para 75,00% de acertos, redução de 32,14% para 21,42% nos erros e de 39,28% para 3,57% de respostas não registradas no pós-teste.

A questão 7 apresentou aumento de acertos no pós-teste, saindo de 39,28% para 96,42%, teve baixa nos erros de 42,85% para nulo e de questões não respondidas de 28,57% para 3,57%. Era uma questão aritmética e de produto de medida, com sentença natural de $3 \times 4 = ?$ e tinha na multiplicação combinatória a sua solução.

A questão 8 era aritmética e de produto de medida, tinha como sentença natural $5 \times 8 = ?$ e resolução na operação de multiplicação. A referida questão aumentou seus acertos do pré-teste para o pós-teste, saindo de 28,57% para 85,71%, diminuiu os erros de 42,85% para 10,00% e de questões sem resposta, de 28,57% para 3,57%. A questão 9 teve aumento de 25,00% de acertos no pré-teste para 89,28% no pós-teste, redução nos erros de 32,14% para 7,14% e nas questões não respondidas, de 42,85% para 3,57%. Essa era uma questão algébrica e de isomorfismo de medida, que encontrava resolução na operação de divisão e apresentava a seguinte sentença natural: $50 \times ? = 660$.

Em uma análise geral, as questões aritméticas (Q.1, Q.2, Q.5, Q.7 e Q.8) obtiveram excelente desempenho no pós-teste, ficando entre 96% e 100% de acertos, aproximadamente, para a maioria das questões, e para a Q8, 85,71%. As questões algébricas (Q.3, Q.4, Q.6 e Q.9) também apresentaram aumento no percentual de acertos, ficando entre 75% e 89%. Se compararmos os dois tipos, as questões aritméticas tiveram melhor desempenho, o que já era aguardado pelo nível de complexidade das algébricas, que ainda assim, asseveraram resultado bastante positivo.

No que tange ao tipo de problema (isomorfismo de medida ou produto de medida) as questões do tipo isomorfismo de medida (Q.1, Q.2, Q.3, Q.9) apresentaram aumento de acertos entre 82% e 100%. As do tipo produto de medida (Q.4, Q.5, Q.6, Q.7, Q.8) elevaram os acertos entre 75% e 96%, aproximadamente, ficando a maioria delas acima de 80% de acertos.

Pode-se inferir que os problemas do tipo isomorfismo de medida apresentaram melhor desempenho já que em todas as questões o resultado ficou acima de 80% e em uma chegou a 100%.

Em relação ao uso do algoritmo, o desempenho nos testes também apresentou aumento, conforme fica evidenciado no Quadro 96.

Quadro 96 – Desempenho por questão do teste multiplicativo: uso do algoritmo

Questões	Tipo de questão	Tipo de problema	Acertos (%)		Erros (%)		Não Respondidas (%)	
			Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-
Q.1	Aritmética	Isomorfismo de medida	53,57	67,85	46,42	32,14	10,71	0,00
Q.2	Aritmética	Isomorfismo de medida	32,14	57,14	50,00	42,85	25,00	0,00
Q.3	Algébrica	Isomorfismo de medida	17,85	57,14	57,14	42,85	35,71	0,00
Q.4	Algébrica	Produto de medida	60,71	71,42	28,57	28,57	21,42	0,00
Q.5	Aritmética	Produto de medida	53,57	85,71	17,85	10,71	39,28	3,57
Q.6	Algébrica	Produto de medida	17,85	67,85	46,42	28,57	46,42	3,57
Q.7	Aritmética	Produto de medida	57,14	92,85	21,42	3,57	32,14	3,57
Q.8	Aritmética	Produto de medida	35,71	82,14	35,71	14,28	39,28	3,57
Q.9	Algébrica	Isomorfismo de medida	28,57	53,57	32,14	42,85	53,57	3,57

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Considerando o uso do algoritmo, no pré-teste, cinco das nove questões tiveram percentual de acertos inferior a 50% e dessas, três estavam abaixo de 30%. No pós-teste, quatro questões obtiveram acertos acima de 70% e não houve questões com percentual abaixo de 50%. As questões 1 e 5 saíram de 53,57% de acertos no pré-teste para 67,85% e 85,71%, respectivamente, no pós-teste. Ambas as questões eram aritméticas e encontram na multiplicação a operação adequada para sua resolução.

A questão 7 saiu de 57,14% no pré-teste para 92,85% no pós-teste e foi a questão e foi a que atingiu maior percentual de acertos no último teste. A questão 8 saltou de 35,17% no pré-teste para 82,14% de acertos no pós-teste. Ambas eram questões aritméticas resolvidas por meio da multiplicação combinatória. A questão 4 teve os acertos elevados de 60,71% para 71,42% no pós-teste. É uma questão algébrica, cuja solução se dava por meio da operação de divisão. Ressalta-se que o índice de acertos dessa questão foi o maior do pré-teste.

A questão 2 subiu de 32,14% para 57,14%, era uma questão aritmética solucionada por meio da divisão. A questão 9 aumentou o percentual de acertos para 53,57% no pós-teste, já no pré-teste havia alcançado apenas 28,57% de acertos. Essa questão era algébrica, resolvida pela operação de divisão. As questões 3 e 6 saíram de 17,85% para 57,14% e 67,85%. Essas duas questões eram algébricas e deveriam ser solucionadas por meio da divisão.

Tomando como referência a operação necessária para a resolução da questão, observou-se que aquelas solucionadas por meio da multiplicação

obtiveram melhores índices de acertos, uma vez que delas, somente a Q.1 teve 67%, ficando as demais acima de 80% (Q.5 com 85%, Q7 com 92%, Q8 com 82%). No que lhe concerne, das questões que usavam a divisão, a Q.4 apresentou 71%, a Q.6, 67%, as questões Q.2 e Q3 obtiveram 57% e a Q9, 53% de acertos, sinalizando ser este o algoritmo de maior dificuldade para os estudantes.

Entretanto, refletindo acerca dos erros, houve redução nesse quesito para quase todas as questões, com destaque para as questões Q. 6, Q.7 e Q.8 que apresentaram cerca de 20% de diminuição. Dessas, a primeira é algébrica e as últimas são aritméticas, sendo todas de produto de medida. A Q.4 manteve seu percentual igual nos dois testes e a Q.9 manifestou aumento de erros. Além dos resultados relativos às questões, o rendimento dos educandos também foi analisado, individualmente, e sua discussão segue no subtópico abaixo.

6.3.1 Desempenho por aluno no teste multiplicativo

Na etapa II do experimento, os alunos A5, A15 e A16 não participaram do momento do pré-teste ou do pós-teste, por isso não tiveram seus dados contabilizados. O levantamento do quantitativo de erros ocorridos no pré-teste e no pós-teste dos participantes permitiu a análise do desempenho, por discente, nos testes multiplicativos. A tabulação dos referidos dados segue apresentada no Quadro 97.

Quadro 97 – Desempenho por aluno no Teste Multiplicativo quanto à escolha da operação

Estudante	Acertos (%)		Erros (%)		Não Respondido (%)	
	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-
A1	33,33	100,00	22,22	0,00	44,44	0,00
A2	22,22	66,66	44,44	33,33	33,33	0,00
A3	33,33	33,33	44,44	11,11	22,22	55,55
A4	22,22	55,55	44,44	44,44	33,33	0,00
A5	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A6	88,88	100,00	11,11	0,00	0,00	0,00
A7	77,77	100,00	0,00	0,00	22,22	0,00
A8	22,22	77,77	0,00	22,22	77,77	0,00
A9	44,44	100,00	22,22	0,00	33,33	0,00
A10	44,44	77,77	44,44	22,22	11,11	0,00
A11	11,11	77,77	77,77	22,22	11,11	0,00
A12	22,22	55,55	77,77	44,44	0,00	0,00
A13	22,22	100,00	11,11	0,00	66,66	0,00
A14	33,33	100,00	0,00	0,00	66,66	0,00
A15	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A16	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A17	77,77	100,00	0,00	0,00	22,22	0,00

A18	11,11	77,77	55,55	22,22	33,33	0,00
A19	22,22	100,00	11,11	0,00	66,66	0,00
A20	66,66	100,00	0,00	0,00	33,33	0,00
A21	44,44	100,00	11,11	0,00	44,44	0,00
A22	11,11	77,77	11,11	22,22	77,77	0,00
A23	66,66	100,00	33,33	0,00	0,00	0,00
A24	11,11	100,00	22,22	0,00	66,66	0,00
A25	77,77	100,00	22,22	0,00	0,00	0,00
A26	44,44	100,00	0,00	0,00	55,55	0,00
A27	44,44	100,00	44,44	0,00	11,11	0,00
A28	88,88	88,88	0,00	11,11	11,11	0,00
A29	33,33	77,77	44,44	11,11	22,22	11,11
A30	66,66	100,00	11,11	0,00	22,22	0,00
A31	77,77	88,88	0,00	11,11	22,22	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

No pré-teste multiplicativo, 67,85% dos alunos (A1, A2, A3, A4, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A18, A19, A21, A22, A24, A26, A27, A29) tiveram desempenho inferior a 50% de acertos, 28,57% dos alunos (A6, A7, A17, A20, A23, A25, A28, A31) obtiveram desempenho superior a 50% e apenas o aluno A30 acertou exatamente 50% do pré-teste.

Já no pós-teste, 96,77% dos alunos acusaram acertos superior à 50% e 83,87% aumentaram seu desempenho quanto à escolha da operação. Do total de estudantes que participaram da segunda etapa do experimento, 51,61% (A1, A6, A7, A9, A13, A14, A17, A19, A20, A21, A23, A24, A25, A26, A27, A30) alcançaram 100% de acertos na escolha da operação, 25,80% dos discentes (A8, A10, A11, A18, A22, A28, A29, A31) ficaram entre 77,77% e 88,88% de acertos neste quesito.

Dos alunos que chegaram a 100% na escolha da operação no pós-teste, os estudantes A24, A13, A19, A1 e A14 apresentaram um salto de desempenho, porquanto saíram de 11,11%, 22,22%, 22,22%, 33,33% e 33,33% de acertos, respectivamente, no pré-teste. Não tão distante, os alunos A9, A21, A26 e A27 saíram de 44,44%. Por seu turno, os discentes A20, A23 e A30 saíram de 66,66% de desempenho no pré-teste, os educandos A7, A17 e A25, de 77,77%, e o aluno A6, de 88,88%.

Dos estudantes que chegaram a 88,88% de acertos no pós-teste, o aluno A31 obteve 77,77% no pré-teste, o discente A28 manteve o mesmo percentual em ambos os testes. Dos educandos que atingiram 77,77% de acertos no pós-teste, os discentes A11, A18 e A22 haviam obtido apenas de 11,11% de acertos no pré-teste, o aluno A8, 22,22% e o aluno A29, 33,33%.

Os discentes A2, A4 e A12 saíram de 22,22% de acertos no pré-teste para 66,66%, 55,55% e 55,55% de acertos, respectivamente, no pós-teste. Somente a aluna A3 apresentou acertos inferiores a 50% e também não demonstrou aumento de desempenho, mantendo os mesmos 33,33% no pré-teste e no pós-teste.

A maioria dos educandos expressou redução nos erros, muitos chegando ao percentual nulo. Contudo, há que se observar que alguns alunos ainda mantiveram percentual considerável nos erros, tais como as estudantes: A2 (33%), A4 (44%) e A12 (44%). As alunas A2 e A4 apresentavam muitas dificuldades de aprendizagem, tais como leitura, interpretação e resolução dos cálculos matemáticos, inclusive a discente A2 participava do Plano de Apoio Pedagógico da escola. A aluna A12, frequentemente, era dispersa e uma das que menos demonstrava empenho nas atividades, conforme mencionado no tópico relativo à fase de experimentação. Esses fatos podem ter influenciado o resultado citado acima.

O Quadro 98 traz os dados do desempenho dos alunos no teste multiplicativo, tendo em face o uso do algoritmo.

Quadro 98 - Desempenho por aluno no teste multiplicativo: algoritmo

Estudante	ACERTOS		ERROS		NÃO RESPONDIDO	
	Pré- (%)	Pós- (%)	Pré- (%)	Pós- (%)	Pré- (%)	Pós- (%)
A1	22,22	33,33	33,33	66,66	44,44	0,00
A2	22,22	55,55	44,44	44,44	33,33	0,00
A3	33,33	44,44	44,44	44,44	22,22	11,11
A4	11,11	11,11	55,55	88,88	33,33	0,00
A5	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A6	88,88	100,00	11,11	0,00	0,00	0,00
A7	55,55	100,00	0,00	0,00	44,44	0,00
A8	0,00	77,77	22,22	22,22	77,77	0,00
A9	33,33	55,55	33,33	44,44	33,33	0,00
A10	22,22	66,66	66,66	33,33	11,11	0,00
A11	33,33	33,33	55,55	66,66	11,11	0,00
A12	44,44	44,44	44,44	55,55	11,11	0,00
A13	11,11	66,66	22,22	33,33	66,66	0,00
A14	33,33	100,00	0,00	0,00	66,66	0,00
A15	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A16	NÃO	PARTICIPOU	DESTA	ETAPA	----	----
A17	77,77	100,00	0,00	0,00	22,22	0,00
A18	11,11	55,55	55,55	44,44	33,33	0,00
A19	22,22	88,88	0,00	11,11	77,77	0,00
A20	55,55	100,00	11,11	0,00	33,33	0,00
A21	22,22	88,88	33,33	11,11	44,44	0,00
A22	0,00	77,77	22,22	22,22	77,77	0,00
A23	44,44	100,00	55,55	0,00	0,00	0,00
A24	22,22	88,88	11,11	11,11	66,66	0,00
A25	66,66	66,66	33,33	33,33	0,00	0,00
A26	44,44	88,88	0,00	11,11	55,55	0,00
A27	33,33	100,00	55,55	33,33	11,11	0,00

A28	77,77	88,88	11,11	11,11	11,11	0,00
A29	22,22	55,55	55,55	33,33	22,22	11,11
A30	44,44	88,88	33,33	11,11	22,22	0,00
A31	55,55	77,77	22,22	22,22	22,22	0,00

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Em relação ao uso do algoritmo, na análise do pré-teste multiplicativo, observa-se que 75,00% dos alunos (A1, A2, A3, A4, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A18, A19, A21, A22, A23, A24, A26, A27, A29, A30) apresentaram desempenho abaixo de 50% e 25,00% dos alunos (A6, A7, A17, A20, A25, A28 e A31) obtiveram acertos acima de 50%, sendo que nenhum aluno alcançou 100% de acertos no referido teste.

No pós-teste, por sua vez, 82,14% dos alunos (A2, A6, A7, A8, A9, A10, A13, A14, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A26, A27, A28, A29, A30 e A31) expressaram rendimento superior a 50% de acertos, alguns chegando a 100%, ao passo que somente 17,85% dos alunos (A1, A3, A4, A11 e A12) manifestaram desempenho inferior a 50%.

No pós-teste, os alunos A6, A7, A14, A17, A20, A23 e A27 elevaram seu desempenho para 100% no uso do algoritmo, com destaque para os alunos A14, A27, A23, A7 e A20 que saltaram de 33,33%, 33,33%, 44,44%, 55,55% e 55,55%%, respectivamente, no pré-teste.

Os alunos A19, A21, A24, A26, A28 e A30 atingiram 88,88% de acertos no pós-teste, a maioria deles com aumento significativo, como é o caso dos discentes A19, A21 e A24 que saíram de 22,22% no pré-teste, e os alunos A26 e A30 que saíram de 44,44%. O educando A28 havia tido percentual de acertos de 77,77% ainda no pré-teste.

Os alunos A8, A22 e A31 alcançaram 77,77% de acertos no pós-teste, com destaques para os dois primeiros discentes, que não apresentaram nenhum acerto no pré-teste multiplicativo. Os alunos A13, A10 e A25 obtiveram 66,66% de acertos, sendo que os dois primeiros saíram de 11,11% e 22,22%, respectivamente, no pré-teste. Já o aluno A25 não apresentou aumento de desempenho, mantendo os mesmos 66,66% de acertos em ambos os testes.

Chegaram a 55,55% de acertos no pós-teste, os alunos A18, A22, A29 e A9. Estes estudantes haviam alcançado apenas 11,11%, 22,22%, 22,22% e 33,33% de acertos no pré-teste, respectivamente. A aluna A3 elevou o desempenho de 33,33% para 44,44%. A educanda A1 exprimiu aumento de 22,22% no pré-teste para

33,33% no pós-teste. Os discentes A4 e A11 não apresentaram aumento de desempenho, continuando com os mesmos 11,11% e 33,33%, respectivamente.

No que tange aos erros, alguns discentes apresentaram aumento nesse percentual, em compensação obtiveram redução no número de questões não respondidas, na maioria das vezes, manifestando uma relação proporcional entre ambas, como é o caso dos seguintes estudantes: A1, A4, A9, A11, A12, A13, A19.

Esse fato denota que os alunos em questão saíram de uma situação de inércia, ao considerar-se que eles sequer tentaram resolver as questões no pré-teste, para uma de ação, em que colocaram em prática os conhecimentos já adquiridos até aquele momento.

Os tipos de erros encontrados nos testes foram discutidos na subseção a seguir.

6.3.2 Categorização dos erros no teste multiplicativo

Os erros identificados nos testes multiplicativos fazem referência a erros de escolha ou especificamente sobre a realização dos cálculos. Como já foram discutidos os erros relacionados à opção da operação indevida, nesse tópico são observados somente os erros decorrentes do cálculo em si, independentemente de ter sido escolhida a operação correta ou não, para a resolução da questão.

A análise dos erros encontrados nos cálculos dos testes multiplicativos permitiu a formulação da seguinte classificação: **Erros de Registro (ER)**, assim considerados os erros decorrentes de registro indevido de um ou mais valores da questão; **Erros de Armação (EA)**, aqueles nos quais há falhas na armação do algoritmo da operação e **Erros de Cálculo (EC)**, assim designados os erros em que existem lapsos na realização do cálculo propriamente dito. Os Erros de Cálculo se subdividiram em quatro tipos: Erros de Cálculo 1, Erros de Cálculo 2, Erros de Cálculo 3 e Erros de Cálculo 4. Todos os erros mencionados estão especificados no Quadro 99.

Quadro 99 – Tipificação dos erros no teste multiplicativo

Tipos de Erros	Classificação
Erros de Registro (ER)	O aluno registra um ou mais algarismos que não correspondem aos valores encontrados nas questões.
Erros de Armação (EA)	O aluno arma de forma incorreta e, em decorrência disso, erra o cálculo.
Erros de Cálculo 1 (EC1)	Erro ocasionado pela falta de domínio da tabuada.
Erros de Cálculo 2 (EC2)	Erro decorrente da falta de domínio do algoritmo da multiplicação.
Erros de Cálculo 3 (EC3)	Erro proveniente da falta de domínio do algoritmo da divisão.
Erros de Cálculo 4 (EC4)	O aluno resolve a multiplicação ou a divisão por meio da adição ou da subtração de parcelas, mas erra ao realizar os cálculos.

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Nos testes multiplicativos, alguns alunos cometeram mais de um deslize na mesma questão, dessa forma, houve casos em que uma mesma resolução deu vazão a dois ou três tipos de erros.

O quantitativo de cada tipo de erro encontrado segue discriminado no Quadro 100.

Quadro 100 – Quantitativo de erros por tipificação.

TIPOS DE ERROS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
ER	3	0
EA	0	0
EC1	25	26
EC2	5	13
EC3	21	29
EC4	2	1
TOTAL	56	69

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

No pré-teste multiplicativo, apareceu um total de 56 repetições de erros, merecendo destaque os erros referentes a falta de domínio da tabuada (EC1), encontrado 25 vezes, e de domínio do algoritmo da divisão (EC3), registrado 21 vezes. No pós-teste, os erros totalizaram 69 repetições, sendo 29 referentes ao domínio do algoritmo da divisão (EC3), 26 ao domínio da tabuada (EC1) e 13 ao domínio do algoritmo da multiplicação (EC2).

Para essa análise, é preciso considerar que o número de questões deixadas sem resposta diminuiu abruptamente do primeiro para o segundo teste multiplicativo, pois, no pré-teste, o percentual de questões não respondidas ficou entre cerca de

20% e 50%, já no pós-teste, as questões sem respostas giraram em torno de 0% a 3%. Esse fato justifica o aumento de erros decorrentes da resolução dos cálculos, uma vez que mais questões foram respondidas.

Os dados apontados no Quadro 100 denotam, ainda, que as dificuldades enfrentadas pelos discentes concentram-se com maior evidência no domínio dos algoritmos das operações e da tabuada, peça essencial para facilitar a resolução dos cálculos. Isso corrobora com o levantamento de conteúdos em que os estudantes apresentavam dificuldade, apresentado nas análises preliminares do presente trabalho.

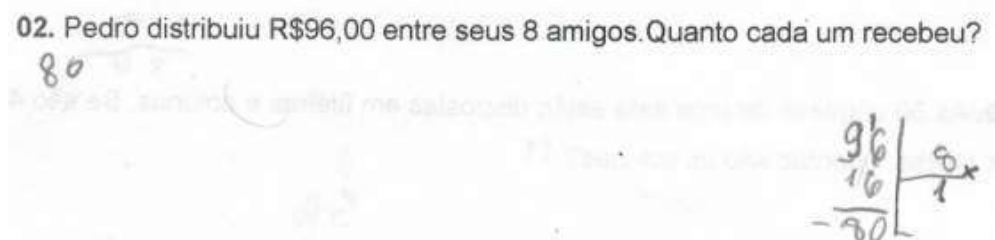
Como forma de espelhar o aumento de erros, na comparação dos testes, ocorrido, provavelmente, em função do número menor de questões não respondidas, as Figuras 55 e 56 trazem exemplo de um aluno que deixou a questão em branco no pré-teste e ao respondê-la no pós-teste, cometeu erro.

Figura 55 – Exemplo de questão em branco (Q.2) no pré-teste: aluno A1
Pedro distribuiu R\$96,00 entre seus 8 amigos. Quanto cada um recebeu?



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 56 – Exemplo da questão 2 com erro no pós-teste: aluno A1



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

As Figuras 55 e 56 elucidam que a discente A1 deixou em branco a questão 2 no pré-teste, porém a resolveu no pós-teste. Embora apresentando erro relativo à falta de domínio da operação de divisão, a estudante já conseguiu identificar a operação e armá-la.

Do mesmo modo, as Figuras 57 e 58 expressam outra situação de questão respondida erroneamente no pós-teste, que havia ficado em branco no pré-teste multiplicativo.

Figura 57 – Exemplo de questão em branco (Q.3) no pré-teste: aluno A8
 Comprei 6 camisas iguais e paguei R\$84,00. Quanto custou cada camisa?

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 58 – Exemplo da questão 3 (Q.3) com erro no pós-teste: aluno A8
 Comprei 6 camisas iguais e paguei R\$84,00. Quanto custou cada camisa?

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Nas Figuras 57 e 58 é possível observar que o aluno A8 resolveu a questão no pós-teste, apesar de errar tanto na escolha quanto no algoritmo da multiplicação, fato que não ocorreu no pré-teste, já que ele tinha deixado em branco.

Analisando que ambos não responderam nada no pré-teste, esses exemplos expõem que os discentes em questão estavam em processo de assimilação dos algoritmos das operações de multiplicação e divisão, no pós-teste, o que anuncia evolução se comparado a inatividade percebida na primeira aplicação do teste.

Os tipos de erros multiplicativos foram exemplificados por meio de figuras, como forma de maior esclarecimento daquilo que fora observado nos testes e seguem na ordem em que foram apresentados no início desse subtópico.

Os Erros de Registro, referentes à equívocos ocasionados pelo registro de valores divergentes daqueles solicitados pelo problema, ocorreram somente no pré-teste, aparecendo apenas três vezes, e foram sanados no segundo teste. As Figuras 59 e 60 exemplificam esse tipo de erro.

Figura 59 – Erro de Registro no pré-teste multiplicativo: aluna A20

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 60 – Erro de Registro no pré-teste multiplicativo: aluna A23

Comprei 6 camisas iguais e paguei R\$84,00. Quanto custou cada camisa?

$$\begin{array}{r} 3 \\ 26 \overline{) 84} \\ \underline{78} \\ 6 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

No Erro de Registro exemplificado na Figura 59, a aluna A20 efetuou a multiplicação 6×6 , contudo a questão solicitava a multiplicação 3×4 . A Figura 60 exprime o erro cometido pelo estudante A23, em que ele calcula a divisão entre 26 e 6, quando deveria fazê-lo entre 84 e 6. Ambos são erros provocados pelo registro errôneo de valores, que devem ter ocorrido por falta de concentração.

Os Erros de Armação foram considerados nulos nos testes multiplicativos, pois nas situações em que o aluno não armou a operação de forma exímia, também houve falhas no desenvolvimento do algoritmo da multiplicação ou da divisão, portanto, não foram erros específicos de armação, sendo assim, passaram a ser contabilizados nos erros de cálculos de domínio dos algoritmos da multiplicação (EC2) ou da divisão (EC3).

Os Erros de Cálculo 1, aquele em que o estudante comete deslizes decorrentes da falta de domínio da tabuada de multiplicação, foi verificado 25 vezes no pré-teste e 26 vezes no pós-teste, sendo, portanto, o segundo que mais ocorreu.

As Figuras 61 e 62 mostram exemplos de erros de domínio da tabuada (EC1) ocorridos no pré-teste.

Figura 61 – Erro de Cálculo 1 no pré-teste multiplicativo: aluna A6

$$\begin{array}{r} 84 \overline{) 6} \\ \underline{-6} \\ 0 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 62 – Erro de Cálculo 1 no pré-teste multiplicativo: aluna A1

Handwritten work showing a multiplication problem: $66 \times 6 = 66$. The student has written "66,00 Result" and a vertical multiplication of 66 by 6, resulting in 66.

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Nos exemplos acima, observa-se que as alunas em questão dominam os algoritmos das operações, contudo, erram o resultado, em decorrência da falta de domínio das tabuadas. Na Figura 61, a aluna A6, em seu pré-teste, não identifica que o algarismo correto para a multiplicação seria o 4 ao invés do 3, o que acusa a falta de conhecimento da tabuada no número 6.

Na Figura 62, a aluna A1 demonstra a mesma falta de domínio, dessa vez sobre as tabuadas do 7 e do 9, uma vez que erra por três algarismos o resultado, que deveria ser 63, dando indícios de ter resolvido pela adição de parcelas iguais. De uma forma ou de outra, esses erros poderiam ser evitados caso essas discentes dominassem as referidas tabuadas, ratificando, assim, a importância desse recurso cognitivo para a fluidez das operações citadas.

As Figuras 63 e 64 também exemplificam o Erro de Cálculo 1 (EC1), agora cometidos no pós-teste.

Figura 63 – Erro de Cálculo 1 no pós-teste multiplicativo: aluno A24

Handwritten work showing a multiplication problem: $66 \times 13 = 858$. The student has written "66" and "13" and a vertical multiplication of 66 by 13, resulting in 858.

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 64 – Erro de Cálculo 1 no pós-teste multiplicativo: aluno A25

$$\begin{array}{r} 84 \overline{) 6} \\ \underline{24} \\ 23 \end{array} \times$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na Figura 63, o aluno A24 aparenta dominar o algoritmo da divisão, contudo comete irregularidade proveniente do pouco entendimento da tabuada, uma vez que não identifica o valor exato a ser multiplicado pelo algarismo 6, que seria o 4 e não o 3, como o discente o fez.

Igualmente, o erro vislumbrado na Figura 64 faz referência a falta de compreensão da tabuada do 6, pois o aluno A25 escolhe o algarismo equivocado para a resolução do cálculo. Entretanto, nesse último exemplo, aparece conjuntamente o erro EC3, pois o estudante não finaliza o algoritmo da divisão.

Os Erros de Cálculo 2 (EC2) referem-se a falta de domínio do algoritmo da multiplicação e tiveram incidência maior no pós-teste do que no pré-teste, uma vez que foram evidenciados 5 vezes na primeira aplicação e 13 vezes na segunda.

Esse tipo de erro, encontrado no pré-teste da educanda A9, segue ilustrado na Figura 65.

Figura 65 – Erro de Cálculo 2 no pré-teste multiplicativo: aluna A9

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 4 \\ \hline 200 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O erro aparente na Figura 65, aponta que a estudante A9 não soma o valor que havia sido transferido para a ordem seguinte, não dominando, portanto, o algoritmo da multiplicação (EC2). Além disso, ela erra o resultado da multiplicação entre 4 e 6, evidenciando também falha no domínio da tabuada (EC1).

As Figuras 66 e 67 expressam os Erros de Cálculo 2 (EC2) que apareceram no pós-teste.

Figura 66 – Erro de Cálculo 2 no pós-teste multiplicativo: aluno A29

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 67 – Erro de Cálculo 2 no pós-teste multiplicativo: aluna A4

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

O erro de domínio do algoritmo da multiplicação (EC2) observado na Figura 66 evidencia que o aluno A29 ainda não compreende o processo de armação da referida operação, além de errar o cálculo da multiplicação entre os algarismos 4 e 5, sendo provável que tenha obtido o produto de 5×5 , resultando em 25 que somado ao 2, chega ao valor encontrado pelo aluno.

Outrossim, o erro encontrado na Figura 67, também acusa falta de destreza da aluna A4 para armar e solucionar a operação de multiplicação. Nesse exemplo, contudo, a julgar pelo resultado apresentado pela discente, é admissível que ela apenas tenha baixado o algarismo 8 do número 84 e o número 6 da segunda parcela da operação.

O Erro de Cálculo 3, referente a falta de domínio da divisão, figurou como de maior acontecimento nos testes da Etapa II. A Figura 68 ilustra exemplo de Erro de Cálculo 3, demonstrado pela aluna A30, em seu pré-teste.

Figura 68 – Erro de Cálculo 3 no pré-teste multiplicativo: aluna A30

$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 8} \\ \underline{12} \\ -0- \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Nesse caso, a estudante consegue chegar ao valor esperado para resolução da operação (12), contudo registra no lugar errado, além disso, registra os valores do “resto” erroneamente e no lugar do quociente, dando evidências de que não compreende todos os passos da operação de divisão.

No tocante ao pós-teste, o Erro de Cálculo 3 segue ilustrado nas Figuras 69 e 70.

Figura 69 – Erro de Cálculo 3 no pós-teste multiplicativo: aluno A13

$$\begin{array}{r} 660 \overline{) 50} \\ \underline{-10} \\ 14 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Figura 70 – Erro de Cálculo 3 no pós-teste multiplicativo: aluna A11

$$\begin{array}{r} 660 \overline{) 50} \\ \underline{110} \end{array} \times$$

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

As Figuras 69 e 70 denotam que os alunos já consolidaram seus conhecimentos em relação à armação da operação de divisão, contudo, evidenciam falta de domínio no desenvolvimento do algoritmo. A resolução correta desse problema teria como quociente o número 13 e como resto o número 10, indicando aos discentes que seriam necessários 14 ônibus para transportar os 660 alunos, já que ninguém ficaria de fora. No erro visualizado na Figura 69, o estudante A13 se aproxima do resultado correto, contudo nem ele nem a discente A11, exemplificado na Figura 70, demonstraram destreza na utilização do algoritmo, mesmo no pós-teste.

Por fim, os Erros de Cálculo 4, em que os discentes resolvem os problemas multiplicativos pelo uso da adição ou da subtração de parcelas e acabam errando,

também ocorreram duas vezes no pré-teste e uma vez no pós-teste. A Figura 71 mostra esse tipo de erro.

Figura 71 – Erro de Cálculo 4 no pós-teste multiplicativo: aluna A18

Handwritten student work for the calculation 7×9 . The student uses a grid to add 7 nine times. The final result is 62, which is circled in red, indicating an error.

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Nesse exemplo, a discente A18 tenta resolver o cálculo da primeira questão do pré-teste (Q.1), que deveria se dar pela multiplicação $7 \times 9 = 63$, por meio da soma de parcelas e incorre em erro, já que a adição dá 62. Esse cálculo foi realizado na folha de borrão da aluna.

Os erros observados nesses testes influenciaram no rendimento dos alunos, tanto no pré-teste quanto no pós-teste, por esse motivo, suas incidências mereceram a referida análise, como forma de depuração do raciocínio manifestado pelos estudantes durante o processo de construção de conhecimento.

O teste de associação utilizado no presente trabalho foi discriminado a seguir.

6.4 Teste de Associação de Fisher

Esse subtópico intencionou verificar se fatores extraescolares afetaram o desempenho dos alunos. As variáveis consideradas nessa análise fazem referência aos momentos de estudo em casa e quem os auxilia, buscando-se identificar a existência de associação entre elas e o desempenho alcançado pelos educandos nos pós-testes. Para tanto, convencionou-se usar o rendimento dos estudantes quanto a escolha da operação por ser o foco de atenção desse trabalho, tanto na etapa aditiva quanto na etapa multiplicativa da experimentação.

O desempenho dos estudantes no pós-testes foi analisado tomando como aporte os níveis de proficiência em Matemática estipulados pelo Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE), que se trata de uma avaliação de larga escala com objetivo de diagnosticar a educação pública do estado do Pará, com base em testes padronizados, apontando as proficiências alcançadas pelos estudantes (Pará, 2015). Tais níveis de proficiência são assim definidos: Abaixo do básico; Básico; Adequado e Avançado (Pará, 2015). Esses níveis estão discriminados no Quadro 101.

Quadro 101 – Níveis de Proficiência do SisPAE

Níveis de proficiência	Descrição
Abaixo do básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio insuficiente dos conhecimentos, habilidades e competências desejáveis para o ano escolar em que se encontram.
Básico	Os alunos, neste nível, demonstram domínio mínimo dos conhecimentos, habilidades e competências desejáveis para o ano escolar em que se encontram.
Adequado	Os alunos, neste nível, demonstram domínio pleno dos conhecimentos, habilidades e competências desejáveis para o ano escolar em que se encontram.
Avançado	Os alunos, neste nível, demonstram domínio dos conhecimentos, habilidades e competências acima do requerido na série escolar em que se encontram.

Fonte: Pará (2015).

Encontrando subsídios nessa definição, foram correlacionados os percentuais de acertos dos alunos nos testes e os referidos níveis e, a partir daí, determinou-se o nível em que os estudantes participantes da experimentação se encontravam, conforme designa o Quadro 102.

Quadro 102 – Níveis de Proficiência da Experimentação

Níveis de proficiência	Percentual de acertos nos testes
Abaixo do básico	De 0 a 50%
Básico	De 51% a 60%
Adequado	De 61% a 70%
Avançado	De 71% a 100%

Fonte: Construído a partir da pesquisa de campo (2022).

Dessa forma, os discentes que obtiveram até 50% de acertos nos testes foram alocados no nível abaixo do básico e à medida que o percentual de acertos aumentou os alunos foram distribuídos nos demais níveis, sendo considerado avançado aqueles que alcançaram acertos superiores a 71%.

Nessa perspectiva, os níveis de proficiência foram correlacionados com os momentos dedicados a estudo em casa e com a pessoa que auxiliava esses discentes, utilizando como método estatístico o Teste Exato de Fisher, na busca de observar a existência de relação ou não entre essas variáveis.

Este método pode ser definido da seguinte forma:

O teste exato de Fisher constitui técnica não paramétrica bastante útil à análise de dados discretos (nominais ou ordinais), quando o tamanho das duas amostras independentes é pequeno. É utilizado quando os escores das duas amostras aleatórias independentes se enquadram em uma ou outra de duas classes mutuamente exclusivas (sim/não, positivo/negativo) [Leal, Silva e Sopenete, 2005, p. 171-172].

Em outras palavras, o teste é utilizado para verificar a existência ou não de uma associação entre duas variáveis, podendo ser escolhido nos casos em que a amostra da pesquisa é pequena, como ocorreu no presente trabalho. Para efetivação do Teste Exato de Fisher foi utilizado o programa Jamovi, que é um software gratuito. Nessa análise, foram consideradas as seguintes hipóteses:

H₀: Hipótese nula, a variável X não interfere na variável Y.

H₁: Hipótese alternativa, a variável X interfere na variável Y.

De acordo com o Teste Exato de Fisher, a associação entre duas variáveis torna-se válida sempre que o valor de p ficar abaixo de 0,05 (Leal, Silva e Sopenete, 2005). Assim, para valores dentro dessa referência, haverá a confirmação de associação entre as variáveis analisadas, em outras palavras a variável X interfere na Y. Para valor de p acima de 5% torna-se notória a ausência de associação, ou seja, a variável X não interfere na variável Y. Dessa maneira, as associações foram tentadas e tiveram seus valores analisados, como forma de identificar sua existência ou não.

6.4.1 Associação entre momentos de estudo em casa e o desempenho dos alunos nos pós-testes

A primeira associação que se buscou verificar foi em relação aos hábitos de estudo fora do ambiente escolar e seu desempenho nos testes. Para essa análise, as hipóteses foram as seguintes:

Hipótese Nula (H_0): Não existe associação entre os momentos de estudo em casa e o desempenho nos testes.

Hipótese Alternativa (H_1): Há associação entre os momentos de estudo em casa e o desempenho nos testes.

A Tabela 1 apresenta os resultados do Teste de Fisher para a associação entre os momentos de estudo em casa e os níveis de proficiência observados nos testes da etapa aditiva da experimentação.

Tabela 1 – Teste de Fisher para associação entre momentos de estudo em casa e a proficiência na etapa aditiva

DESEMPENHO		MOMENTOS DE ESTUDO EM CASA		
		NÃO	SIM	Total
Abaixo do básico	Observado	2	3	5
	% do total	8.3 %	12.5 %	20.8 %
Adequado	Observado	1	1	2
	% do total	4.2 %	4.2 %	8.3 %
Avançado	Observado	3	14	17
	% do total	12.5 %	58.3 %	70.8 %
Total	Observado	6	18	24
	% do total	25.0 %	75.0 %	100.0 %

Testes χ^2	
Valor	p
Teste Exato de Fisher	0.416
N	24

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Analisando os dados da Tabela 1 foi possível compreender que mais da metade dos alunos (58%) que costumam estudar em casa, obtiveram desempenho avançado nos testes. Contudo, o resultado obtido no Teste de Fisher apresentou p no valor de 0,416 ($p > 0,05$), portanto acima do valor de referência que é de 5% ($\alpha = 0,05$), o que permite concluir que não houve associação entre os hábitos de estudo em casa e o desempenho alcançado nos testes da primeira etapa.

Os dados da etapa multiplicativa do experimento foram igualmente testados no intento de identificar a existência ou não de associação entre essas duas variáveis e seguem demonstrados na Tabela 2.

Tabela 2 – Teste de Fisher para associação entre momentos de estudo em casa e a proficiência na etapa multiplicativa

DESEMPENHO		MOMENTOS DE ESTUDO EM CASA		
		NÃO	SIM	Total
Abaixo do básico	Observado	1	0	1
	% do total	3.6 %	0.0 %	3.6 %
Básico	Observado	2	0	2
	% do total	7.1 %	0.0 %	7.1 %
Adequado	Observado	1	0	1
	% do total	3.6 %	0.0 %	3.6 %
Avançado	Observado	4	20	24
	% do total	14.3 %	71.4 %	85.7 %
Total	Observado	8	20	28
	% do total	28.6 %	71.4 %	100.0 %

Testes χ^2	
Valor	p
Teste Exato de Fisher	0.003
N	28

Fonte: Construído a partir dos dados da pesquisa de campo (2022).

Os números registrados na Tabela 2 mostram que a maioria (71%) dos estudantes que mantiveram hábitos de estudo em casa alcançaram desempenho avançado nos testes da etapa multiplicativa da experimentação. Para essa análise, o resultado do Teste de Fisher foi de 0,003 ($p < 0,05$), ficando, assim, abaixo do valor de referência para p ($\alpha = 0,05$), o que exprime a existência de associação entre os momentos destinados ao estudo em casa e o aumento da proficiência nos testes. Nesse contexto, é possível asseverar que o costume constante de estudo em casa tem reflexo direto no alcance de desempenho escolar satisfatório dos discentes.

6.4.2 Associação entre quem auxilia nos estudos e o desempenho dos alunos nos pós-testes

O nível de proficiência alcançado pelos alunos nos testes foi analisado com a intenção de perceber sua associação com a variável relativa à pessoa que auxilia esses momentos de estudo em casa. Nesse parâmetro, foi investigado se o estudo realizado com a intervenção de um professor particular ou até mesmo de um familiar traria benefícios expressos ao desempenho estudantil. Para essa análise, as hipóteses consideradas foram as seguintes:

Hipótese Nula (H_0): Não há associação entre quem auxilia nos momentos de estudo em casa e o desempenho nos testes.

Hipótese Alternativa (H_1): Existe associação entre quem auxilia nos momentos de estudo em casa e o desempenho nos testes.

Essa verificação se deu tanto na primeira quanto na segunda etapa da experimentação. A Tabela 3 manifesta os resultados do Teste Exato de Fisher para essa associação na etapa aditiva.

Tabela 3 – Teste de Fisher para associação entre quem auxilia e a proficiência na etapa aditiva

Quem auxilia?		Desempenho nos testes			Total
		Abaixo do básico	Adequado	Avançado	
Ninguém	Observado	2	1	5	8
	% do total	8.3 %	4.2 %	20.8 %	33.3 %
Professor Particular	Observado	3	0	10	13
	% do total	12.5 %	0.0 %	41.7 %	54.2 %
Familiar	Observado	0	1	2	3
	% do total	0.0 %	4.2 %	8.3 %	12.5 %
Total	Observado	5	2	17	24
	% do total	20.8 %	8.3 %	70.8 %	100.0 %

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.447
N	24	

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A análise do Teste de Fisher acusa que, na etapa I, não houve associação entre quem auxilia nos estudos fora da escola e o desempenho no teste, notado a partir do valor de p que ficou em 0,447 ($p > 0,05$), portanto acima do valor de referência ($\alpha = 0,05$). Apesar disso, foi possível observar os resultados decorrentes do auxílio do professor particular em relação ao alcance do nível avançado, no percentual de 41%, contudo 12,5% que estudaram com esse profissional obtiveram nível abaixo do básico e 20% dos discentes que não recebiam ajuda de ninguém chegaram no nível avançado. Esses números justificam a falta de associação verificada para essas duas variáveis.

A Tabela 4 exprime os resultados do Teste de Fisher para a associação entre a pessoa que auxilia nos estudos e o nível de proficiência demonstrado na etapa multiplicativa do experimento.

Tabela 4 - Teste de Fisher para associação entre quem auxilia e a proficiência na etapa multiplicativa

Quem auxilia?		Desempenho nos testes				Total
		Abaixo do básico	Básico	Adequado	Avançado	
Ninguém	Observado	1	2	1	7	11
	% do total	3.6 %	7.1 %	3.6 %	25.0 %	39.3 %
Professor Particular	Observado	0	0	0	13	13
	% do total	0.0 %	0.0 %	0.0 %	46.4 %	46.4 %
Familiar	Observado	0	0	0	4	4
	% do total	0.0 %	0.0 %	0.0 %	14.3 %	14.3 %
Total	Observado	1	2	1	24	28
	% do total	3.6 %	7.1 %	3.6 %	85.7 %	100.0 %

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.213
N	28	

Fonte: Pesquisa de campo (2022).

Na verificação da etapa II, foi possível analisar que dos alunos que atingiram o nível avançado, quase a metade (46%) tinham um professor particular para auxiliar nos estudos, porém 25% tiveram esse alcance sem auxílio de ninguém e 14% contaram com algum familiar. Esses dados, por si só, direcionam para o declínio de

associação entre esses fatores. Soma-se a isso, o resultado do teste estatístico, em que p ficou em 0,213 ($p > 0,05$), acima do valor de referência ($\alpha = 0,05$), portanto não se observou associação entre as variáveis referentes a pessoa que auxilia e o rendimento nos testes multiplicativos.

6.4.3 Conclusão do Teste Exato de Fisher

Considerando os testes estatísticos realizados neste tópico, o Quadro 103 reúne os resultados do Teste de Exatos de Fisher para a associação das variáveis analisadas.

Quadro 103 – Síntese dos Testes Exatos de Fisher

Variáveis	Valor de p	Hipóteses	Existência de associação
Momentos de estudo em casa X proficiência no pós-teste da etapa aditiva	0,416	H_0	Não
Momentos de estudo em casa X proficiência no pós-teste da etapa multiplicativa	0,003	H_1	Sim
Quem auxilia X proficiência no pós-testes da etapa aditiva	0,447	H_0	Não
Quem auxilia X proficiência no pós-testes da etapa multiplicativa	0,213	H_0	Não

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Observando os valores de p encontrados durante o teste estatístico, a segunda associação analisada foi considerada válida, pois registrou p na ordem 0,003 ($p < 0,05$). Nas demais, os valores de p ficaram acima do valor de referência ($\alpha = 0,05$), portanto as associações não foram válidas.

Em suma, a análise dos resultados do Teste Exato de Fisher para a interpretação entre a existência de associação entre as variáveis abrangentes ao estudo em casa e o rendimento nos testes permitiu verificar que o hábito de estudar em casa reflete positivamente no alcance de desempenho elevado no ambiente escolar, visão ratificada pela observância de associação entre essas variáveis na segunda etapa do teste.

Em contrapartida, não se pode afirmar que a presença de um professor particular ou de um familiar auxiliando nesses momentos de estudos seja essencial para obter êxito na proficiência do discente.

A seguir, foram discutidas as conclusões desenvolvidas pelas equipes durante todo o experimento.

6.5 Considerações sobre as formulações das equipes

Este subtópico apresenta a análise das conclusões formuladas pelas equipes nas duas etapas do experimento. Para tanto, foi considerada a seguinte classificação: válida, prevista e desejada; válida, prevista e não desejada; válida não prevista e desejada; válida não prevista e não desejada; parcialmente válida, não prevista e não desejada; inválida, prevista e não desejada; inválida, não prevista e não desejada.

Das 24 atividades realizadas durante a experimentação, 12 eram de descoberta ou redescoberta, exigindo dos alunos, portanto, a formulação de conclusões. A partir da comparação da distribuição das conclusões nas atividades pôde-se observar o desenvolvimento da turma ao longo da experiência. A referida distribuição foi organizada em dois quadros, um abordando a etapa aditiva, outro envolvendo a etapa multiplicativa. As informações relativas à Etapa I seguem sintetizadas no Quadro 104.

Quadro 104 – Distribuição das conclusões da etapa de Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos

Validade da conclusão	Atividades Experimentais Etapa I (%)						
	1	2	3	4	5	6	8
Válida, prevista e desejada	14,28	33,33	33,33	-	-	-	-
Válida, prevista e não desejada	-	-	-	-	-	-	-
Válida, não prevista e desejada	28,57	33,33	33,33	-	-	16,66	25
Válida, não prevista e não desejada	-	-	16,66	-	14,28	-	12,5
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	42,85	33,33	16,66	42,85	57,14	83,33	37,5
Inválida, prevista e não desejada	-	-	-	-	-	-	-
Inválida, não prevista e não desejada	14,28	-	-	42,85	14,28	-	12,5
Não formulada	-	-	-	14,28	14,28	-	12,5

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2021).

Na Etapa I do experimento, há duas observações a se fazer. Nas três primeiras atividades, relativas ao Sistema de Numeração Decimal, houve aumento do número de conclusões válidas e redução do percentual de inválidas e de parcialmente válidas. Nas atividades referentes às estruturas aditivas (4, 5, 6, 8) o percentual de conclusões classificadas como inválidas caiu, ao passo que as conclusões consideradas válidas aumentaram, já o percentual de conclusões vistas como parcialmente válidas foi marcante em quase todas as atividades desta fase.

A seguir, o Quadro 105 apresenta os dados relativos à distribuição das conclusões desenvolvidas na Etapa II do experimento, referente às estruturas multiplicativas.

Quadro 105 – Distribuição das conclusões da etapa de problemas multiplicativos

Validade da conclusão	Atividades Experimentais Etapa II (%)					
	12	13	15	16	20	22
Válida, prevista e desejada	-	-	37,5	37,5	71,42	33,33
Válida, prevista e não desejada	-	-	-	-	-	33,33
Válida, não prevista e desejada	-	-	-	12,5	14,28	-
Válida, não prevista e não desejada	-	-	12,5	-	-	33,33
Parcialmente válida, não prevista e não desejada	75,00	77,77	50,00	25,00	-	-
Inválida, prevista e não desejada	-	-	-	-	-	-
Inválida, não prevista e não desejada	25,00	22,22	-	12,5	14,28	-
Não formulada	-	-	-	12,5	-	-

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2021).

Nas duas primeiras atividades da etapa multiplicativa (12, 13), o percentual de conclusões avaliadas como parcialmente válidas foi muito expressivo (75,00% e 77,77%, respectivamente), o percentual de inválidas ficou em cerca de 20,00% e não houve conclusão analisada como válida. A partir da atividade 15, esse cenário muda, com o aumento de conclusões válidas, chegando até 71,41% na atividade 20 e nenhuma conclusão vista como parcialmente válida ou inválida na última atividade do experimento (atividade 22).

Independentemente de ter sido prevista e de ser ou não desejada, o alcance de conclusões consideradas válidas pelos alunos é extremamente satisfatório, como fica evidenciado no Quadro 106.

Quadro 106 – Comparativo de validade das conclusões

Etapa	Atividade	Validade das conclusões (%)		
		Válida	Parcialmente válida	Inválida
I - SND	1	42,85	42,85	14,28
	2	66,66	33,33	0,00
	3	83,32	16,66	0,00
I - Aditiva	4	0,00	42,85	42,85
	5	14,28	57,14	28,56
	6	16,66	83,33	0,00
	8	37,50	37,50	25,00
II - Multiplicativa	12	0,00	75,00	25,00
	13	0,00	77,77	22,22
	15	50,00	50,00	0,00
	16	50,00	25,00	25,00
	20	85,70	0,00	14,28
	22	99,99	0,00	0,00

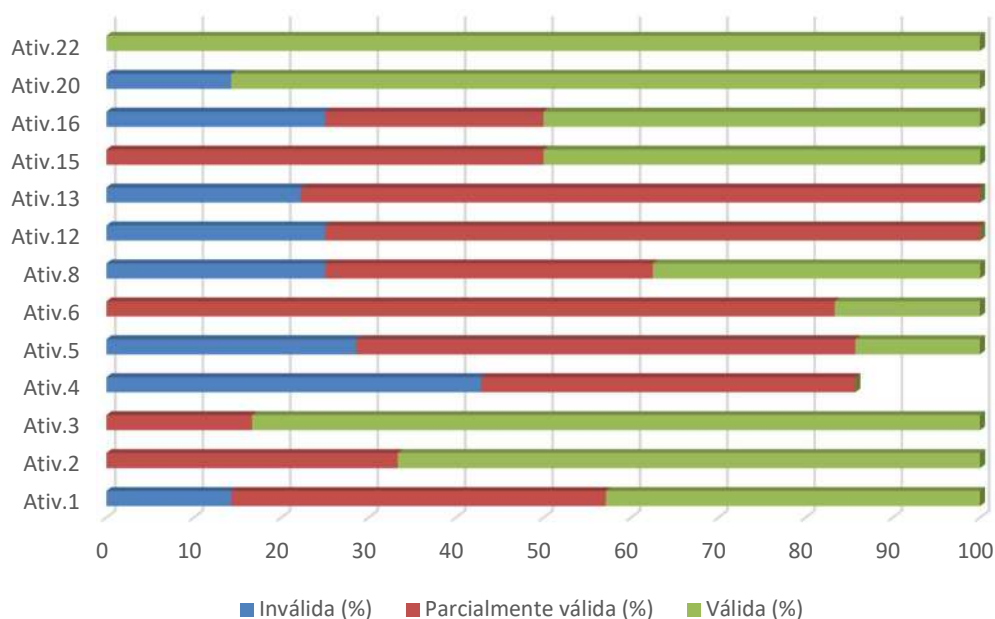
Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Analisando o Quadro 104 identifica-se que na atividade inicial de cada etapa o percentual de conclusões classificadas como válidas é baixo em relação ao valor alcançado no término das etapas. Assim, na parte de SND da etapa I, a atividade 1 apresentou 42,85% de formulações válidas, ao passo que a última (atividade 3) chegou a 83,32%. Na atividade 4, primeira relativa aos problemas aditivos, o percentual de conclusões válidas foi de 0,00% e na última atividade desta etapa (atividade 8), foi de 37,50%. A primeira atividade da etapa multiplicativa (atividade 12) também não apresentou formulações válidas (0,00%) e atingiu 99,99% na última atividade da referida etapa (atividade 22).

Em relação às conclusões consideradas parcialmente válidas, observa-se que, durante o processo, essa classificação esteve presente em quase todas as atividades e sempre com percentual significativo. Contudo, a partir da atividade 16, esse valor diminuiu para 25% e chega a 0,00% nas duas últimas atividades do experimento que solicitavam o desenrolar de conclusões (atividades 20 e 22).

No que tange às formulações vistas como inválidas, o percentual variou de 0,00% a 42,85% distribuído nas atividades, porém, na última atividade (22) esse valor foi inexistente. Esses dados foram organizados no Gráfico 4 para melhor comparação.

Gráfico 4 – Comparativo das validades das conclusões



Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2022).

Ao analisar o gráfico acima, ficam mais evidentes as três classificações de validação em cada uma das atividades que exigiam a formulação de conclusões. Ao comparar o percentual de validade das conclusões de todas as atividades, nota-se que houve aumento das formulações válidas e queda das formulações parcialmente válidas e inválidas, à medida que as atividades iam ocorrendo, ratificando a evolução ao longo do processo desenvolvido no experimento e o sucesso alcançado ao seu término.

Na sequência, foram confrontadas as análises *a priori* e *a posteriori* do presente trabalho.

6.6 Comparação entre análise *a priori* e análise *a posteriori* e validação

Esse tópico apresenta a comparação entre as análises *a priori* e *a posteriori*, com vistas a evidenciar a validação do experimento. Para tanto, os dados referentes às análises foram sistematizados em dois quadros, em consonância com as duas etapas do experimento.

Dessa forma, as análises *a priori* e *a posteriori* da Etapa I foram organizadas no Quadro 107 apresentando cada uma delas, para que fosse possível o confronto e, assim, estabelecer a validação, conforme Barbosa (2021).

Quadro 107 – Comparação entre análises e validação da etapa de Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos

Atividade	Análise <i>a priori</i>	Análise <i>a posteriori</i>	Validação
1	<p>Acredita-se que os alunos conseguirão resolver as questões e o preenchimento do quadro, por conta do manuseio do dinheiro fictício, contudo pode haver confusão para a identificação da coluna adequada para registro dos valores. É possível, ainda, que apresentem dificuldade para desenvolver a conclusão, uma vez que não estão acostumados com esse tipo de atividade.</p>	<p>Essa atividade envolvia a resolução de questões com auxílio do banco fictício e do Quadro Valor de Lugar para registrar a quantidade das cédulas em cada ordem. Os alunos tiveram dificuldade inicialmente para o preenchimento do QVL, pois tentaram registrar em suas colunas os valores das notas, ao invés de suas quantidades. Após os esclarecimentos necessários, conseguiram preenchê-lo. Os discentes também apresentaram dificuldade na formulação das suas conclusões, uma vez que não estavam habituados a atividades que promovam esse tipo de raciocínio. Apesar das</p>	POSITIVA

		dificuldades, os alunos conseguiram realiza-la com desempenho bom.	
2	<p>Acredita-se que os alunos conseguirão resolver as questões e o preenchimento do quadro, por conta do manuseio do dinheiro fictício. Espera-se que os alunos cheguem à seguinte conclusão: para cada 10 notas iguais é possível efetivar a troca por 1 nota com o mesmo valor.</p>	<p>Nessa atividade, os alunos tiveram que resolver problemas contendo questões norteadoras e um QVL para facilitar o raciocínio. Os alunos resolveram as questões utilizando o recurso (dinheiro), após perceberem que este facilitaria o processo. Assim, conseguiram compreender de forma satisfatória a ideia de troca na base 10 almejada para esta atividade.</p>	POSITIVA
3	<p>Acredita-se que os alunos podem encontrar um pouco de dificuldade em realizá-la por não terem um modelo a seguir, especialmente, nas decomposições polinomiais, por envolverem também a operação de multiplicação.</p> <p>Nesta atividade, espera-se que os alunos possam chegar à seguinte conclusão: por meio da adição e da multiplicação podemos compor os números, organizando os algarismos em suas ordens, e decompô-los, escrevendo os valores posicionais de cada algarismo do número.</p>	<p>Nessa atividade, os alunos resolveram problemas contendo questões norteadoras que solicitaram a realização de composições e decomposições numéricas em suas diversas formas e polinomial. Os alunos realizaram a atividade sem grandes dificuldades e alcançaram o raciocínio esperado, em torno das composições e decomposições.</p>	POSITIVA
4	<p>Acredita-se que os alunos devem ter dificuldade em realizar as trocas entre as ordens, contudo espera-se que a atividade 02, relativa à troca na base 10, favoreça a compreensão e a resolução desta atividade. É possível, contudo, que não consigam registrar conclusões válidas que relacionem as trocas entre as ordens e as operações adição e subtração de forma adequada.</p> <p>Ao término da análise e das observações, os alunos devem chegar às seguintes conclusões: na adição, acrescentamos valores, realizando a soma dos algarismos em cada ordem, caso o resultado seja maior que 9, devemos acrescentar esta quantidade à ordem seguinte e na subtração, retiramos valores, realizando o cálculo com os algarismos da mesma ordem. Quando uma ordem não tem o suficiente para subtrair, a ordem seguinte transfere (empresta) o valor necessário.</p>	<p>Nessa atividade, os alunos resolveram problemas aditivos usando como recurso o banco fictício e o QVL, onde depositaram os valores solicitados em cada questão, para facilitar as trocas entre as ordens na realização da adição e da subtração. Com as orientações do roteiro, a respeito do número de algarismos em cada ordem, sempre entre 0 e 9, os alunos conseguiram compreender as trocas realizadas entre as ordens e relacionaram essas trocas às operações de adição e subtração.</p>	POSITIVA
5	<p>Trata-se de uma atividade de redescoberta, envolvendo a ideia de igualdade, a qual os alunos,</p>	<p>Os alunos tiveram dificuldade para registrar as expressões e para desenvolver suas</p>	POSITIVA

	provavelmente, não estão habituados a realizar, por isso, acredita-se que terão dificuldade, especialmente, para identificar as regularidades ou irregularidades e para chegar à seguinte conclusão: quando uma igualdade é verdadeira, ao adicionar o mesmo número aos dois membros da igualdade, ela permanecerá verdadeira.	conclusões. Contudo, mesmo que não tenham expressado corretamente os termos “membros” ou “lados”, conseguiram compreender a relação entre os valores adicionados e o resultado provocado nas igualdades. Atividade foi considerada positiva.	
6	Trata-se de uma atividade de redescoberta que objetiva levar os alunos a formalizar a seguinte conclusão: se uma igualdade é verdadeira, subtraindo-se o mesmo número dos dois elementos desta igualdade, ela permanecerá verdadeira. Acredita-se que os alunos não terão dificuldades em realizá-la, por já terem experienciado a atividade anterior.	Os alunos realizaram essa atividade sem dificuldade, precisando de algumas orientações no momento das conclusões. De maneira geral, os discentes conseguiram compreender a relação entre os valores subtraídos e a manutenção ou não das igualdades.	POSITIVA
7	Esta atividade objetiva a ratificação dos conhecimentos sobre sentenças aditivas trabalhados na atividade anterior, por não se tratar de algo novo, acredita-se que os alunos não terão dificuldade de realizá-la, entretanto pode haver obstáculos relativos ao uso da sentença, nas quais os termos desconhecidos não estivessem isolados.	Essa atividade tratava da resolução de sentenças aditivas. Os estudantes tiveram dificuldade para registrar as sentenças e preferiram resolver as expressões sem aplicar a regra de adição ou subtração na igualdade, contudo, conseguiram compreender a relação entre operação diretamente igual à da sentença e a operação inversa, resolvendo com êxito as sentenças.	POSITIVA
8	<p>Acredita-se que os alunos resolverão os problemas podendo apresentar erros quanto à escolha da operação, especialmente nos problemas algébricos (Q₅, Q₆, Q₇, Q₈, Q₉ e Q₁₀), e que podem ter dificuldade para identificar a relação entre os problemas e os modelos de sentença.</p> <p>Nesta atividade espera-se que os alunos concluam o seguinte: quando o termo desconhecido está isolado em um dos lados da igualdade (problema aritmético) sua solução se dá pela mesma operação que aparece na sentença; quando o termo desconhecido não está isolado em um dos lados da igualdade (problema algébrico) sua solução se dá pela operação inversa da que aparece na sentença. O Quadro x a seguir mostra a previsão de conclusões para esta atividade.</p>	Essa atividade tratava-se da resolução de questões aditivas aritméticas e algébricas utilizando o Sistema Monetário Brasileiro. De maneira geral, os alunos identificaram a relação existente entre a localização do termo desconhecido e o uso da operação diretamente igual à que aparece na sentença ou da operação inversa, apresentando bom desempenho em sua resolução.	POSITIVA

9	Trata-se de uma atividade de resolução de problemas aditivos sem uso do sistema monetário, o que pode provocar certa dificuldade aos alunos para sua resolução. Contudo, considerando a experiência da atividade anterior, acredita-se que essas dificuldades possam ser superadas e a atividade concluída.	Essa atividade solicitou a resolução de questões aditivas sem uso do sistema monetário. Os discentes conseguiram realizar a atividade sem grandes dificuldades, identificando a operação a ser usada e sua relação com a sentença.	POSITIVA
10	Trata-se de uma atividade de resolução de problemas aditivos. Estes problemas aditivos se diferenciam dos anteriores por não terem itens que questionam cada passo de resolução do problema, o que pode acarretar certa dificuldade na resolução, contudo, acredita-se que com a vivência das atividades anteriores, os alunos consigam fazê-la.	Essa atividade, embora não houvessem as questões auxiliares que norteavam os passos da resolução dos problemas, foi resolvida sem dificuldades pelos alunos que conseguiram, em sua maioria, solucionar os problemas, tanto aritméticos quanto algébricos.	POSITIVA
11	Acredita-se que os alunos conseguirão resolver, podendo apresentar dificuldade ou erros decorrentes da identificação da ou das operações a serem efetuadas. Contudo, espera-se que as habilidades adquiridas nas atividades anteriores permitam o desenvolvimento desta.	Essa atividade abordava a resolução de problemas aditivos com mais de uma operação ou com a repetição da mesma operação. Os alunos resolveram os problemas sem dificuldade, conseguindo identificar as operações adequadas, na maioria das vezes.	POSITIVA

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2021).

Nota-se que as atividades da etapa I apresentaram análise *a posteriori* alinhadas ao que foi previsto na fase de análise *a priori*, bem como que os resultados foram considerados positivos, uma vez que alcançaram os objetivos propostos para o desenvolvimento das habilidades almeçadas para os alunos.

A seguir, O Quadro 108 mostra a comparação da análise *a priori* e da análise *a posteriori* e validação da segunda etapa do experimento.

Quadro 108 – Comparação entre as análises e validação da etapa de problemas multiplicativos

Atividade	Análise <i>a priori</i>	Análise <i>a posteriori</i>	Validação
12	Acredita-se que os alunos terão certa dificuldade, inicialmente, por não estarem habituados a este tipo de questão, contudo, posteriormente, espera-se que consigam perceber que quando uma igualdade é verdadeira, ao multiplicarem-se os dois termos da igualdade por um mesmo número, ela permanecerá verdadeira. Também poderão ocorrer dificuldades relativas ao domínio da tabuada.	Essa atividade tratava-se da multiplicação na igualdade. Os alunos resolveram as igualdades sem dificuldades e conseguiram realizar as conclusões. Embora não tenham registrado os termos “membro” e “lados”, os grupos conseguiram identificar a relação entre as multiplicações de valores iguais e a manutenção da igualdade.	POSITIVA
	Acredita-se que os alunos poderão ter	Essa era uma atividade de	

13	dificuldades relativas ao domínio da operação de divisão, bem como, no raciocínio necessário para fazer a comparação entre as igualdades e chegar à conclusão desejada: uma igualdade se mantém verdadeira, ao dividirem-se os dois termos desta igualdade por um mesmo número diferente de zero. Espera-se, contudo, que a experiência da atividade anterior favoreça o caminho para esta conclusão.	divisão na igualdade. Os alunos conseguiram realizar as divisões e identificar as relações existentes entre as divisões de valores iguais ou diferentes e a manutenção ou não da igualdade.	POSITIVA
14	Acredita-se que com a experiência vivida pelos alunos, seja possível desenvolvê-la sem dificuldades. Contudo, erros podem surgir nas sentenças onde o termo desconhecido é o dividendo ou o divisor, já que precisarão dividir ou multiplicar pelo outro valor existente no quesito.	Essa atividade solicitava a realização de sentenças multiplicativas. Os alunos conseguiram realizar as sentenças, compreendendo a relação entre a posição do termo desconhecido e o uso da operação em sua resolução.	POSITIVA
15	Acredita-se que os alunos podem ter certa dificuldade para realizá-la, especialmente nos problemas algébricos, contudo, espera-se que a experiência com esse tipo de questão, vivenciada nas atividades de problemas aditivos, possa ajudá-los, além disso, as perguntas no decorrer de cada questão devem auxiliar na condução da atividade.	Tratava-se de uma atividade que objetivou a formulação de uma regra geral para resolver problemas que envolvem valores monetários. Com o auxílio das questões e do quadro de registro dos valores de cada problema, a maioria dos estudantes compreendeu satisfatoriamente a seguinte relação: Quantidade de mercadoria x Valor por unidade = Valor total a pagar.	POSITIVA
16	Trata-se de uma atividade que envolve problemas multiplicativos aritméticos e algébricos, em situações que não usam os valores monetários, por este motivo, é possível que os alunos tenham certa dificuldade em resolvê-la, especialmente nas questões algébricas (Q4, Q5, Q6, Q7, Q8 e Q9) uma vez que a operação utilizada para sua resolução é a inversa da que aparece na sentença. Contudo, espera-se que as questões presentes em cada item os conduzam na resolução.	A presença do quadro ao término da atividade, permitindo a visualização dos valores e termos do problema favoreceu sua resolução. Assim, os alunos resolveram essa atividade sem grandes dificuldades e conseguiram compreender a relação almejada: quantidade de grupos x quantidade de elementos de cada grupo = total	POSITIVA
17	Acredita-se que os alunos conseguirão resolver esta atividade sem dificuldades, em decorrência do que já foi vivenciado.	Essa foi uma atividade de fixação dos conhecimentos adquiridos acerca da resolução de problemas multiplicativos já trabalhados nas atividades anteriores. Mesmo sem extraírem as sentenças dos	POSITIVA

		problemas, os alunos conseguiram solucioná-los demonstrando compreensão da operação adequada a ser utilizada.	
18	Trata-se de uma atividade que envolve problemas multiplicativos algébricos combinados (ou seja, com duas operações ou repetição da mesma operação). Por este motivo, acredita-se que os alunos terão dificuldade em resolvê-la, contudo, com base nas atividades já desenvolvidas, espera-se que os mesmos consigam concluí-la.	Os alunos realizaram esta atividade, apresentando dificuldades nos problemas algébricos e não retiraram suas sentenças. Contudo, os estudantes conseguiram solucionar os problemas identificando as operações adequadas.	POSITIVA
19	Trata-se de uma atividade de fixação que envolve problemas multiplicativos aritméticos simples utilizando o seguinte princípio: valor unitário x quantidade de mercadoria = valor total. Espera-se que os alunos consigam identificar a referida relação, especialmente, por tratar-se de uma atividade resumida, todas as questões sendo aritméticas e com valores pequenos.	Os alunos apresentaram bom desempenho na realização desta atividade e conseguiram fixar os conhecimentos adquiridos na atividade de descoberta (17).	POSITIVA
20	Trata-se de uma atividade de descoberta que utiliza a contagem dos quadradinhos de cada figura para se chegar ao quantitativo total de quadrados em cada retângulo. Esta atividade foi validada por Santos (2017) e Miranda (2021). Acredita-se que os alunos não terão dificuldades em desenvolver a primeira parte desta atividade. Contudo, ao final, devem descobrir uma forma de chegar a este valor sem realizar a conta, portanto através do produto da multiplicação do número de linhas pelo número de colunas, e acredita-se que, nesta etapa, podem ter dificuldade ou cometer o erro de tentar somar os valores, ao invés de multiplicá-los	Os alunos realizaram com êxito essa atividade, tanto em sua primeira parte, relativa a contagem dos quadradinhos, quanto em sua segunda parte, quando descobriram uma maneira de encontrar o total de quadradinhos sem precisar contá-los. Os alunos alcançaram a compreensão almejada para essa atividade.	POSITIVA
21	Trata-se de uma atividade que envolve problemas (aritméticos e algébricos) sobre produto de medidas de configuração retangular que foi validada anteriormente por Santos (2017). Por serem alunos do 5º ano, acredita-se que terão dificuldades, especialmente nas questões algébricas (Q ₄ , Q ₅ , Q ₆ , Q ₇ , Q ₈ , Q ₉). Contudo, espera-se que as atividades vivenciadas anteriormente auxiliem os alunos na condução desta.	Inicialmente os alunos apresentaram dificuldade nas questões algébricas, contudo conseguiram resolver com sucesso a atividade.	POSITIVA
	Esta atividade foi validada por Barbosa (2021) e objetiva trabalhar a ideia do princípio fundamental da contagem	Nessa atividade, os alunos receberam o roteiro e um kit contendo figurinhas para	

22	com questões aritméticas em duas ou três etapas de escolha. Acredita-se que os alunos conseguirão resolver com facilidade, principalmente pelo uso do material manipulativo. É possível que tenham dificuldade nos problemas que envolvem três etapas. O termo “etapas” pode provocar mais dificuldade uma vez que não traduz diretamente a ideia de números que compõem a questão, por isso, é possível que necessitem do auxílio docente para chegar a esta compreensão.	manipular e realizar as combinações. Após a resolução dos problemas, os alunos preencheram um quadro contendo a situação, o número de etapas, o número de possibilidades de cada etapa e o total de possibilidades. Os alunos realizaram a atividade de forma exitosa conseguindo compreender a relação entre a multiplicação das possibilidades de cada etapa e o total de possibilidades do problema.	POSITIVA
23	Esta atividade foi validada por Barbosa (2021) e objetiva a fixação dos conhecimentos descobertos acerca dos problemas de contagem trabalhados na atividade anterior. Os problemas são de ordem aritmética e algébrica constituídos de duas ou três etapas de escolha. Acredita-se que os alunos terão dificuldade em solucionar os problemas algébricos, pois precisam da noção de reversibilidade das operações de multiplicação e divisão. Contudo, acredita-se que a experiência da atividade anterior favorecerá a condução desta.	Inicialmente, os alunos encontraram dificuldade nas questões algébricas, mas realizaram-na satisfatoriamente e conseguiram aplicar na resolução dos problemas a relação descoberta na atividade anterior entre a multiplicação das possibilidades de cada etapa e o total de possibilidades.	POSITIVA
24	Esta atividade foi validada anteriormente por Santos (2017). Trata-se de uma atividade que reúne problemas aritméticos e algébricos, com e sem valores monetários, abrangendo os problemas de contagem e de multiplicação com disposição retangular, e objetiva revisar os conteúdos trabalhados nos problemas multiplicativos.	Nessa atividade, surgiram algumas dificuldades relativas aos problemas algébricos, contudo os alunos conseguiram resolvê-la apresentando bom desempenho.	POSITIVA

Fonte: Construído com dados da pesquisa de campo (2021).

Analisando as comparações realizadas entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori* das atividades da segunda etapa do experimento, observa-se que as previsões feitas quanto às dificuldades e possibilidades dos alunos foram ratificadas. Além disso, fica evidenciado o bom aproveitamento das atividades, especialmente, se forem consideradas as compreensões das relações e regularidades presentes.

Estabelecendo uma análise entre as duas etapas do experimento considera-se que, em ambas, os alunos nem sempre utilizaram os termos esperados em suas conclusões e não extraíram a sentença dos problemas, porém demonstraram assimilar as regularidades e relações constantes de cada atividade, bem como a

identificação da operação adequada para a resolução, especialmente na etapa multiplicativa. Dessa forma, as atividades foram consideradas positivas, fato que, aliado aos resultados dos testes, validou o experimento realizado.

6.7. Discussão dos Resultados

Para estabelecer uma discussão dos resultados apresentados, fez-se necessário analisar inicialmente de forma separada o que se alcançou em cada um dos testes aplicados. Para tanto, essa discussão abarca os resultados das questões e do desempenho dos alunos, primeiramente no teste I, referente ao Sistema de Numeração Decimal e aos problemas aditivos, posteriormente, teste II, relativo aos problemas multiplicativos.

Ao analisar o teste I, referente à parte de Sistema de Numeração Decimal, houve melhora de desempenho em todas as questões, com aumento de acertos que variaram entre 66% e 83% no pós-teste. Vale ressaltar, que no pré-teste, esses acertos ficaram em torno de 50% para a maioria das questões. Ao analisar o desempenho por aluno, no pré-teste, observou-se que 40% da turma teve acertos abaixo de 50%, esse número reduziu para 20% no pós-teste. Do total de alunos que participaram dessa etapa, 75% obteve aumento superior a 50% no pós-teste. Desses, a maioria apresentou acertos acima de 70%, dos quais 20% chegaram a 100% de acertos.

Analisando o teste I relativo aos problemas aditivos, a maioria das questões apresentou aumento de percentual de acertos no pós-teste, tanto na escolha quanto no uso do algoritmo, sendo mais expressivos os aumentos no primeiro caso. Em relação à escolha da operação, 70% dos alunos obteve aumento de desempenho, no pós-teste, com no mínimo 75% de acertos, alguns chegando a 100%. No que se refere ao uso do algoritmo, 58,33% dos alunos elevou seu desempenho para acima de 50% de acertos, sendo que 41,66% da turma apresentou no mínimo 75% de acertos.

Analisando o teste II, relativo aos problemas multiplicativos, foi possível observar melhoria de desempenho na escolha da operação e no uso do algoritmo. Na escolha da operação o aumento foi bastante expressivo, uma vez que os acertos saíram de cerca de 25% no pré-teste para no mínimo 75%, no pós-teste, sendo que na maioria das questões esse percentual ficou entre 80% e 100%. No que tange ao

uso do algoritmo de multiplicação, todas as questões tiveram acertos superior a 50% e grande parte ficou entre 70% e 90%, aproximadamente.

O desempenho dos alunos também melhorou, tanto a escolha da operação quanto no uso do algoritmo. Em relação à escolha da operação, 67% havia tido rendimento abaixo de 50% no pré-teste, já no pós-teste, cerca de 50% dos alunos chegou a 100% de acertos na escolha da operação e 25% ficou entre 77% e 88% de acertos.

Quanto ao uso do algoritmo 75% dos alunos haviam apresentado rendimento inferior a 50% no pré-teste, já no pós-teste, 82% dos discentes teve desempenho superior a 50%, sendo que para maioria deste os acertos foram de, no mínimo, 77%, alguns chegando a 100%.

A frequência dos discentes foi considerada satisfatória no percurso do processo. Durante o experimento, percebeu-se que os alunos apresentaram dificuldades preliminares para desenvolver suas conclusões, contudo, à medida que ganharam experiência, conseguiram formular suas ideias com mais facilidade, alcançando conclusões válidas.

Na comparação entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*, as hipóteses levantadas a respeito da resolução das atividades e das possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos, na análise *a priori*, foram confirmadas na análise *a posteriori*, o que permitiu considerar como positiva a aplicação da Sequência Didática.

Ao comparar o desempenho por aluno nos testes aditivos e multiplicativos, nota-se aumento de desempenho em ambos, tanto na escolha da operação como no uso do algoritmo. Percebe-se, também, que o resultado foi mais expressivo na etapa multiplicativa, o que reforça a importância do processo como um todo. A realização de atividades ao estilo das que foram trabalhadas ao longo das duas etapas do experimento, permitiu que os alunos refinassem suas habilidades na resolução de problemas, alcançando resultado satisfatório ao final do experimento.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho traz os resultados de uma pesquisa de intervenção sobre o ensino por atividades experimentais de Sistema de Numeração Decimal, problemas aditivos e problemas multiplicativos, que teve como objetivo analisar os possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino por atividades experimentais de Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos e multiplicativos aos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Por conseguinte, serviu de norte para esta pesquisa a seguinte pergunta: Quais os possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino por atividades experimentais de Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos e multiplicativos aos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental?

Inicialmente, foram realizados estudos preliminares acerca do ensino por atividade, da resolução de problemas e do ensino de Sistema de Numeração Decimal, além da Engenharia Didática, método de pesquisa utilizado. Igualmente, dados sobre a realidade pesquisada foram levantados, garantindo informações relevantes para a elaboração da Sequência Didática, que foi aplicada a uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola de Belém.

A Sequência Didática de Sistema de Numeração Decimal e problemas aditivos e multiplicativos, aplicada a discentes que apresentavam dificuldades peculiares, decorrentes dos dois anos quase sem aula, por conta do contexto pandêmico, alcançou a maioria dos alunos, envolvendo-os durante as aulas e promovendo participação ativa no processo de construção dos conhecimentos matemáticos em torno do que foi abordado.

Como docente lotada na turma, foi impossível ficar indiferente aos resultados alcançados. Pela primeira vez, em dez anos de experiência, uma turma venceu tantos obstáculos e desenvolveu com eficiência habilidades relativas à resolução de problemas e ao alcance, por si mesmo, da construção do saber matemático.

Dentro de Sistema de Numeração Decimal, os alunos desenvolveram a compreensão de como os números são formados, bem como sobre a leitura e a escrita deles, especialmente considerando a noção das ordens e classes numéricas.

As dificuldades iniciais referentes ao estilo das questões e, mais especificamente, à construção de conclusões a partir das observações feitas por

eles, foram paulatinamente vencidas, culminando em momentos de desenvolvimento do pensamento e da escrita matemática alcançados com êxito.

O interesse e empenho dos estudantes, nas aulas, evidenciaram a importância de um trabalho didático mais dinâmico e instigante com promoção de desenvolvimento da criatividade, do raciocínio lógico e da escrita autônoma, possível nos momentos em que os grupos precisaram analisar as informações disponíveis e formular as conclusões que abrangiam conceitos matemáticos.

Explorar atividades em grupo, o que inicialmente não ocorria durante as aulas, é outro ponto importante a ser mencionado. A organização da turma foi um grande diferencial no desejo discente de participar das aulas, pois ao invés de ir para a escola apenas para receber informações sobre determinado assunto individualmente e resolver exercícios de forma mecânica, os estudantes passaram a ver esses momentos como oportunidade de diálogo, troca de conhecimento, de solução de dúvidas e alcance de um objetivo comum entre os membros da equipe.

Igualmente, a frequência dos alunos nas atividades, bem como o tempo de duração destas, chamou a atenção. As faltas foram mais raras e pronúncias como “Poxa, tia, ontem não deu pra vir!” se fazia presente nos dias seguintes às ausências. O tempo destinado para desenvolver a atividade também se mostrou benéfico, já que gradualmente, dentro de cada etapa, foi reduzindo, na maioria das vezes.

A insegurança preambular acerca da operação adequada para resolver um problema foi substituída por precisão em sua escolha, vencendo as indagações como “Tia, essa conta é de quê?”, uma vez que os estudantes começaram a analisar os comandos e situações-problema de forma a interpretá-los matematicamente. Essa foi, inclusive, a grande conquista da pesquisa relatada, uma vez que o número de acertos na opção da operação correta demonstrou-se bastante elevado na fase final da experimentação.

A vontade em fazer parte das atividades era tão evidente que os discentes demonstravam alegria ao saber que era aula de matemática e ligeiro descontentamento quando não era, fato que impressionou a pesquisadora/docente. Grande parte dessa reação está diretamente ligada à disposição em grupos e ao estilo diferenciado de trabalho, pois os alunos se sentiam protagonistas do seu processo de aprendizagem.

Essa pesquisa, contudo, encontrou limitações, tais como promover maiores avanços aos alunos que apresentavam dificuldade na aprendizagem, quanto a decomposição numérica e à composição na forma polinomial, por exemplo, e melhor desempenho no uso dos algoritmos das operações, em termos de armação ou de domínio para sua conclusão com êxito.

Os alunos que, individualmente, não apresentaram maior rendimento contribuíram demasiadamente apontando a necessidade de se fazer alguns estudos mais aprofundados no intuito de compreender os possíveis passos a serem traçados para alcançá-los. Essa linha de raciocínio leva a considerar alguns questionamentos que podem nortear pesquisas futuras.

O primeiro grupo de questionamento que se apresenta gira em torno daqueles alunos, cujas dificuldades básicas relativas à alfabetização persistem, e que contam tão somente com o próprio docente lotado em sala para pôr em prática o Plano de Apoio Pedagógico. Assim, chega-se às seguintes perguntas: Quais os fatores que influenciam negativamente o letramento de alguns estudantes da educação pública? O Plano de Apoio Pedagógico da SEMEC, aos moldes de como se apresenta, de fato alcança os alunos?

O segundo rol de questionamento refere-se ao domínio, propriamente dito, dos algoritmos das operações, assim sendo, as indagações formuladas a esse respeito são: O que ocasiona as dificuldades de aprendizagem dos alunos relativas ao domínio das quatro operações aritméticas básicas? Quais os efeitos de uma Sequência Didática não tradicional para o ensino dos algoritmos das quatro operações matemáticas?

Enfim, a Sequência Didática estruturada com o viés de atividades experimentais alcançou efeitos para além do esperado, pois cumpriu seu papel de promover uma aprendizagem de qualidade, sólida, colocando o aluno no foco e no comando do seu desenvolvimento, sob orientação e auxílio docente, porém chegou mais longe, aguçando o interesse e o sentimento de autoconfiança nos estudantes, além de espelhar um método de ensino eficaz, dinâmico e propositivo, capaz de fazer das aulas de matemática um momento de prazer e descobertas, tanto para os discentes quanto para os docentes.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007, 218p. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/233324566> Fundamentos da didática da Matemática. Acesso em: 20 abr. 2023.
- ALMOULOUD, Saddo Ag; SILVA, Maria José Ferreira da. Engenharia Didática: evolução e diversidade. **Revmat: R. Eletr. de Edu. Matm**, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 22-52, 2012. <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p22>
- ALVES, Kamilly Suzany Félix. **O Ensino De Frações Por Atividades**. 2018. 313 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.
- ARAÚJO, José Acácio de. **Sistema de numeração decimal e operações fundamentais**: do rigor matemático a uma abordagem para professores polivalentes. 2020. 94 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/31407/1/SistemanumeracaodecimalAraujo_2020.pdf. Acesso em: 12/05/2023.
- ARTIGUE, Michèle Artigue. DOUADY, Régine. MORENO, Luis. **INGENIERÍA DIDÁCTICA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**: un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.
- BARBOSA, CiraNaiá Campos. **O ensino do Princípio Fundamental da Contagem por atividades experimentais**. 2021. 217 f. Dissertação (Mestrado em Educação). PPGED, Universidade do Estado do Pará, Pará, 2021.
- BARROS, Renata Arruda; BOAVENTURA, Taíssa da Silva Lima. Desenvolvimento dos Campos Conceituais Aditivo e Multiplicativo no Ensino dos Números Negativos: Uma Análise Crítica de Livros Didáticos. **EM - Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso Do Sul**, Mato Grosso do Sul, v. 12. n. 8, 2019.
- BERENQUER, Maria Izabel Salles. **Aplicação da Engenharia Didática no Ensino das Ciências Exatas**. 2010. 36 f. Monografia (Especialização em Docência do Ensino Superior) – Universidade Candido Mendes. Rio de Janeiro, 2010.
- BERTINI, Luciane de Fátima; CARNEIRO, Reginaldo Fernando. A aritmética na escola hoje! *In*: VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.) **A aritmética nos primeiros anos escolares**: história e perspectivas atuais. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016. 143p.
- BREDA, Adriana; FONT, Vicenç; LIMA, Valderez Marina do Rosário. A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. **Jornal**

Internacional de Estudos em Educação Matemática. [S.L.]. v.8, n. 2. 2015. Disponível em: <https://jjeem.pgsscogna.com.br/jjeem/issue/view/226>. Acesso em: 12/12/2023.

BROUSSEAU, Guy. **Iniciación al estudio de La teoría de las situaciones didácticas.** Traducido por: Dilma Fregona. 1ª ed. – Buenos Aires: Libros Del Zorzal, 2007.

CARDOSO, Gleiciely Oliveira; BASTOS, Suely Miranda Cavalcanti; MAGALHÃES, Lázaro Moreira de. Dificuldades de aprendizagem em matemática dos alunos do 5º ano do ensino fundamental. **Revista Mirante**, Anápolis-GO, v. 10, n.1, Jun. 2017.

CARDOSO, Jonathan da Silva. **Jogos para os descritores de resolução de problemas da Prova Brasil.** 2013. 51 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade do Estado do Pará. Belém, 2013.

CARDOSO, Rosinaldo da Trindade. **Ensino de Medida de Área de figuras planas por meio de Atividades.** 2018. 355 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará. Belém, 2018.

CARDOSO, Valdinei Cezar; SCHIO, Rubia Barcelos Amaral; OLIVEIRA, Samuel Rocha de. Um Estudo de Situações-problema do Campo Multiplicativo Exploradas por Professor e Estudantes do Ensino Fundamental. **Nuances: estudos sobre educação**, Presidente Prudente–SP, v. 29, n. 3, p. 192–214, Set/Dez. 2014.

CAVALCANTI, Claudia T. Diferentes Formas De Resolver Problemas. *In*: SMOLE, Kátia Stocco (org.); DINIZ, Maria Ignês (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2001. 204p.

CORDEIRO. Euzane Maria; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de; CUNHA, Ana Maria de Oliveira. Resolução de Problemas como Alternativa Metodológica no Ensino da Matemática. *In*: OLIVEIRA, Guilherme Saramago de (org.). **Metodologia do Ensino de Matemática: fundamentos teóricos e práticos.** Uberlândia, MG: FUCAMP, 2020. 154p.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Do saber matemático ao fazer pedagógico: o desafio da educação. **Revista Educação Matemática em Foco**, Campina Grande: EDUEPB, v. 1, n. 1, jan./jun. 2012.

DINIZ, Maria Ignês. Resolução de Problemas e Comunicação. *In*: SMOLE, Kátia Stocco (org.); DINIZ, Maria Ignês (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2001. 204p.

FERREIRO, Emília; TEBEROSKY, Ana. **Psicogênese da língua escrita.** Trad. Diana Myriam Lichtenstein, Liana Di Marco, Mário Corso. Porto Alegre: Ed. Artmed, 1999. 304p.

FERREIRA, M. V. V.; FERREIRA, A. T.; SOUZA, M. A. V. F. Teoria das Situações Didáticas e seus elementos para o ensino de Física e Matemática. *In*: Encontro Científico de Física Aplicada, n. 7, 2016, Vitória. **Anais [...]**. São Paulo: Blucher,

2016. p. 25-27. Disponível: <https://www.proceedings.blucher.com.br/article-details/teoria-das-situacoes-didaticas-e-seus-elementos-para-o-ensino-de-fisica-e-matematica-25241>. Acesso em: 15 jan. 2023.

FELIX, Ana Paula Nunes. **O ensino de problemas aditivos com mais de uma operação**. 2021. 288 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2021.

GIORDAN, Marcelo; GUIMARÃES, Yara A.F.; MASSI, Luciana. Uma análise das abordagens investigativas de trabalhos sobre sequências didáticas: tendências no ensino de ciências. *In: Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*, 8, 2011, Campinas. **Anais** [...]. Campinas: Abrapec, 2011. Disponível em: https://abrapec.com/atas_enpec/viii/enpec/resumos/R0875-3.pdf. Acesso em: 12 dez. 2022.

JENSKE, Grazielle. **A Teoria de Gerard Vergnaud como aporte para a superação da defasagem de aprendizagem de conteúdos básicos da matemática: um estudo de caso**. 2011. 86 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

KASAHARA, Rita de Cássia Florêncio Rocha; SÁ, Pedro Franco de. Engenharia Didática: overview. **Revista Cocar**. Belém, v. 19, n. 37, p. 1-21, 2023. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/7542/3196>. Acesso em: 12 dez. 2023.

LEAL, Geraldo Sadoyama; SILVA, Deise Aparecida de Oliveira; SOPELETE, Mônica Carvalho. Conceitos básicos de bioestatística. *In: MINEO, J.R.; SILVA, D.A.O.; SOPELETE, M.C.; LEAL, G.S.; VIDIGAL, L.H.G.; TÁPIA, L.E.R.; BACCHIN, M.I. Pesquisa na área biomédica: do planejamento à publicação*. Uberlândia: EDUFU, 2005, pp.137-180. *E-book*. <https://doi.org/10.7476/9788570785237.0007>.

LEONTIEVE, Alex. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. *In: Vigotskii, L. S.; Luria, A. R.; Leontieva, A. N., Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*, p. 59-83. São Paulo: Ed. Ícone, 2010.

LIMA, Pablo Jovellano dos Santos; NORONHA, Claudianny Amorim. **Leitura e ensino de matemática: propostas didáticas e avaliação para a prática escolar**. Natal: EDUFRN, 2014, 122p.

LOPES, Thiago Beirigo; SÁ, Pedro Franco de. Questões aritméticas, questões algébricas e escolha da operação: interrelações em uma revisão bibliográfica. **Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul**. [S.L.], v. 16, n. 41, p. 1-22, 2023. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/16617/12618>. Acesso em: 14 dez. 2023.

MAGALHÃE, Francisca Missilene Muniz. **O Ensino da Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica em Belém-Pa.** 2019. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará. Belém, 2019.

MENGALI, Brenda Leme da Silva. A resolução de problemas criando espaço para a produção de saberes nas aulas de matemática dos anos iniciais. *In*: CARNEIRO, Reginaldo Fernando; SOUZA, Antônio Carlos de; BERTINI, Luciane de Fátima. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: práticas de sala de aula e de formação de professores.** Brasília: SBEM, 2018.

MILAN, Ivonildes dos Santos. **O ensino do Sistema de Numeração Decimal nas séries iniciais do Ensino Fundamental: as relações com a aprendizagem do sistema posicional.** 2017. 149 f. Dissertação (mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2017.

MIRANDA, Denis do Socorro. **O ensino por atividades de problemas multiplicativos envolvendo a ideia de disposição retangular.** 2021. 183 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará. Belém, 2021.

MIRANDA, Natali de Jesus Ferreira de Miranda; SANTOS, Maria de Lourdes Silva de; SÁ, Pedro Franco de. Engenharia Didática como metodologia de pesquisa nos trabalhos publicados no EBRAPEM (2017-2021). **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 11, n. 1, e23090, jan./dez., 2023. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/15208/13048>. Acesso em: 14 dez. 2023.

MONTEIRO, Lorena Arero Albuquerque; SÁ, Pedro Franco de; QUINTELA, Elaine Cristina Monteiro. A transição do 5º para o 6º ano: visão docente. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v.11, n.1, p. e23056, jan./dez., 2023. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/15438>. Acesso em: 07 dez. 2023.

MORAES, Ideny Espirito Santo Queiroz. **O Ensino de Volume de Sólidos Geométricos por atividades.** 2018. 279 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará. Belém, 2018.

NEVES, Anderson Souza; FARIAS, Luiz Márcio Santos. O ensino de sistema de numeração decimal instrumentalizado através de jogos por meio de percursos de estudo e pesquisa. **Educação Matemática e Pesquisa – EMP**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 240-250, nov. 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/45511>. Acesso em: 07 dez. 2023.

OLIVEIRA, Adriana Nogueira de; PEREIRA, Ana Carolina Costa; REGES, Maria Auricélia Gadelha. Um Estudo Sobre o Campo Conceitual Aditivo e as Situações-Problemas da Classe das Extensões Elaboradas por estudantes da Licenciatura em Pedagogia. **Educação Matemática e Pesquisa – EMP**, São Paulo, v.24. n.1, p. 70-97, dez. 2022. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/55204>. Acesso em: 07 dez. 2023.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap. 12, p.199-218. Disponível em: https://www.im.ufrj.br/~nedir/disciplinas-Pagina/Lourdes_Onuchic_Resol_Problemas.pdf. Acesso em: 07 dez. 2023.

PARÁ. Secretaria de Estado de Educação. Sistema Paraense de Avaliação Educacional. Belém, 2015. Disponível em: <https://www.seduc.pa.gov.br/sispae/relatorio?ano=2022>. Acesso em: 12 dez. 2023.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

RESENDE, Giovani; MESQUITA, Maria da Glória Bastos de Freitas. Principais Dificuldades Percebidas no Processo Ensino-Aprendizagem de Matemática em Escolas do Município de Divinópolis, MG. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana**, Minas Gerais, v. 3. n.3. 2012. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/9841>. Acesso em: 07 dez. 2023.

RODRIGUES, Valdenira de Santana Barbosa; RODRIGUES, Bárbara Hamú; JUCÁ, Rosineide de Sousa; ALMEIDA, Maria Paula Duarte O' de. Problemas do campo multiplicativo: uma investigação com professores em formação inicial do curso de pedagogia. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 10, 2019, Salvador-BA. **Anais [...]**. São Paulo/SP, 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6255_3427_ID.pdf. Acesso em: 13 de Maio de 2023.

SANTOS, Robério Valente. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais**. 2017. 391 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará. Belém, 2017.

SÁ, Pedro Franco; PINHEIRO, Keily Leonez. Jogos e Problemas Aritméticos. *In*: CUNHA, Emmanuel Ribeiro (org.); SÁ, Pedro Franco de (org.). **Ensino e Formação Docente**: Proposta, reflexões e práticas. Belém [s.n.], 2002.

SÁ, Pedro Franco de. **Os problemas envolvendo as quatro operações e a unidade do pensamento linear**. 2003. 203 f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2003.

SÁ, Pedro Franco de; FOSSA, John Andrew. Uma distinção entre problemas aritméticos e algébricos. **Revista educação em questão**, Natal, v. 33, n. 19, p. 253-278, set./dez. 2008.

SÁ, Pedro Franco de. A resolução de problemas como ponto de partida nas aulas de matemática. **Trilhas**, Belém, v. 11, n. 22, p. 7-24, jan/dez. 2009.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino da matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, Pedro Franco de; ALVES, Fábio José da Costa. A pesquisa em educação matemática e os fenômenos da sala de aula. *In*: NASCIMENTO, Astronildo Chagas Araújo (org.); MOURÃO, Arminda Rachel Botelho (org.). **Educação, culturas e diversidades**. Manaus: EDUA, 2011.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do Ensino de Matemática Por Atividade**. Belém: SINEPEM, 2019.

SÁ, Pedro Franco de. Atividades Experimentais no Ensino da Matemática. **REMATEC: Revista de Matemática**, [S.L.], v. 15, n. 35, p. 143-162, nov. 2020. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/99>. Acesso em: 07 dez. 2023.

SÁ, Pedro Franco de; MATINI, Renata Cristina Alves; SANTOS, Maria de Lourdes Silva. Resultados de estudos brasileiros de 1996-2016 sobre atitudes de estudantes em relação à matemática. **Revista Prática Docente**, [S.L.], v. 5, n. 3, p. 1547-1567, set./dez., 2020. Disponível em: <https://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/419>. Acesso em: 07 dez. 2023.

SILVA, Benedita das Graças Sardinha. **Ensino de problemas envolvendo as quatro operações por meio de atividades**. 2016. 223 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2016.

SILVA, Kleyfton Soares da et al. A teoria das situações didáticas como metodologia de ensino e aprendizagem de concepções científicas em ciências e matemática. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, Aracaju, v. 9., n. 3, p. 25-36, 2019. Disponível em: https://periodicos.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/453. Acesso em: 07 dez. 2023.

SILVA, Nilson Alves da, FERREIRA, Marcus Vinícius Vieira e TOZETTI, Karla Dubberstein. Um estudo sobre a situação didática de Guy Brousseau. **Educere**, PUC/ PR, 2015, p. 19950-19961. Disponível em: https://www.academia.edu/36553983/UM_ESTUDO SOBRE A SITUA%C3%87%C3%83O DID%C3%81TICA DE GUY BROUSSEAU. Acesso em: 07 dez. 2023.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. Ler e Aprender Matemática. *In*: SMOLE, Kátia Stocco (org.); DINIZ, Maria Ignês (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. 204p.

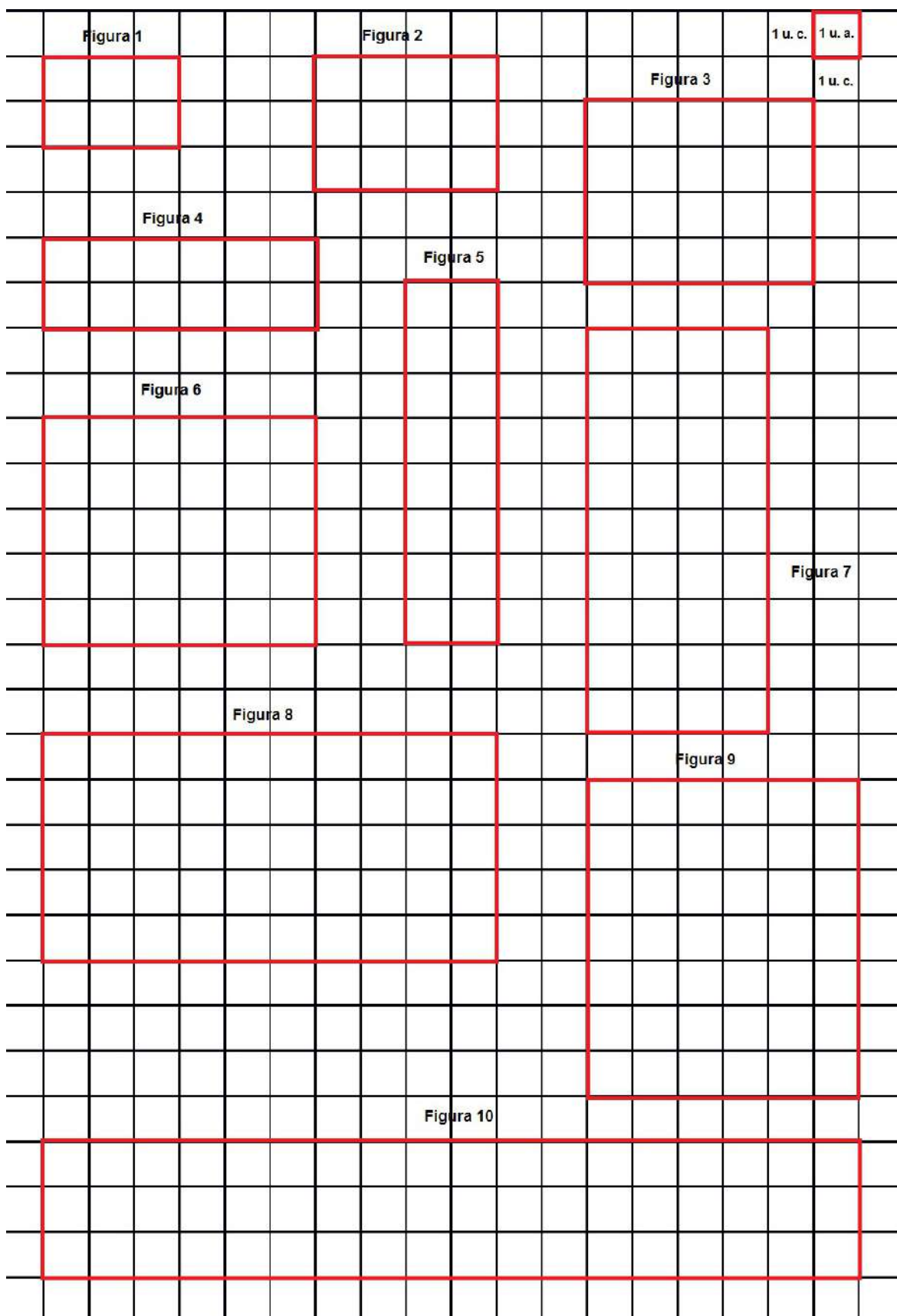
STANCANELLI, Renata. Conhecendo Diferentes Tipos de Problemas. *In*: SMOLE, Kátia Stocco (org.); DINIZ, Maria Ignês (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. 204p.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães; PASSOS, Claudio Cesar Manso. Um pouco da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Zetetiké**, Campinas-SP, v. 21, n. 1, p. 155-168, 2014. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/issue/view/1218>. Acesso em: 07 dez. 2023.

VERGNAUD, Gérard. Teoria dos campos conceituais. *In*: Nasser, L. (Ed.), Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1, 1993, Rio de Janeiro. **Anais** [...]. Rio de Janeiro, [s.n.] 1993. p. 1-26.

VERGNAUD, Gérard. (2014). **A criança, a realidade e a matemática**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução: Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009. 322p.

ANEXO A – FOLHA DE RETÂNGULOS (Adaptado de Miranda, 2021)



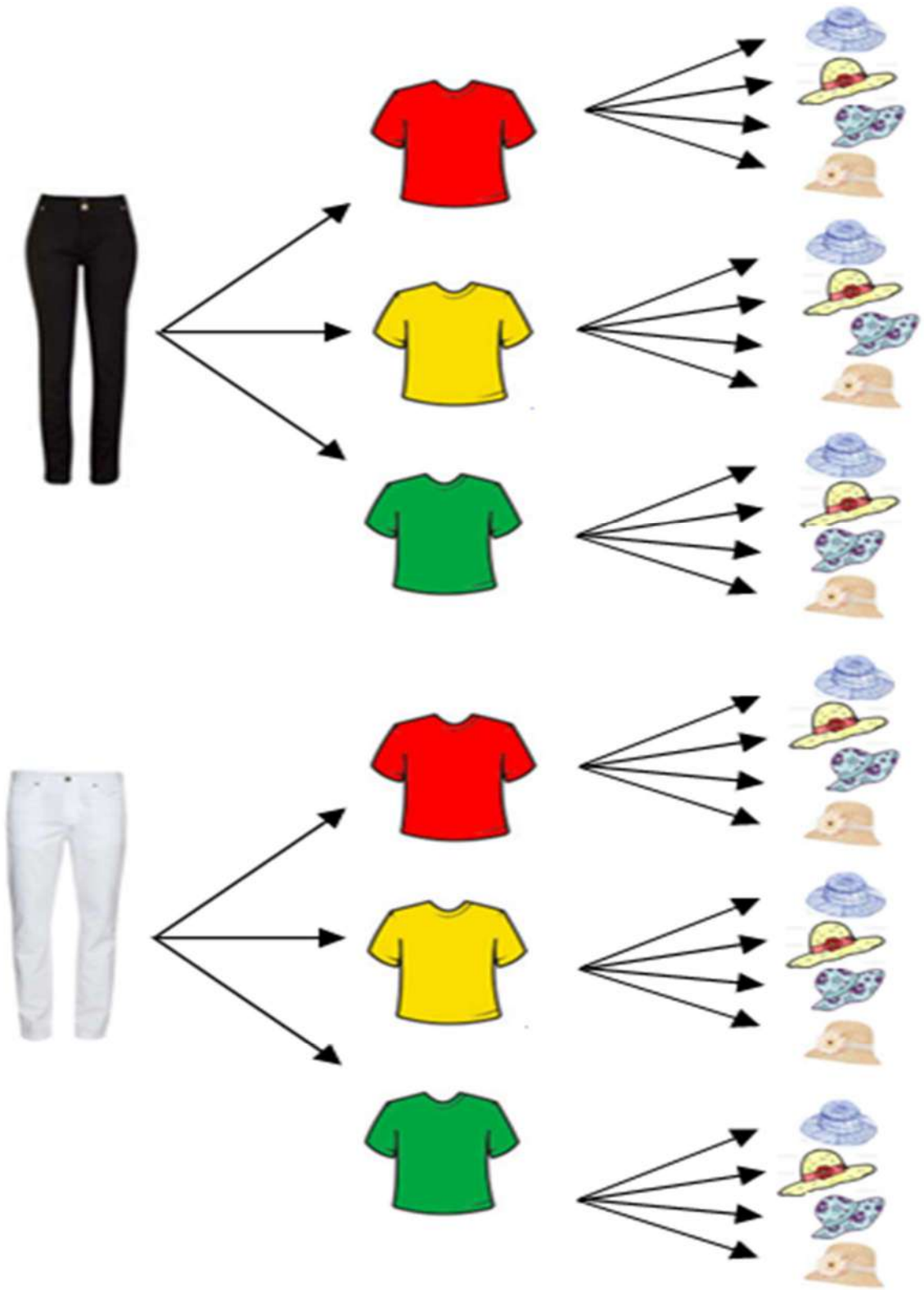
**ANEXO B – FIGURAS PROBLEMAS DE CONTAGEM (Adaptado de
Barbosa, 2021)**

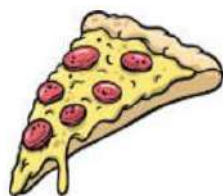


Resultado











Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado em Educação
Curso de Mestrado em Educação
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo.
66113 – 10 Belém – PA

