

ESTUDOS SOBRE TEORIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



ORGANIZADORES

JOSÉ RICARDO E SOUZA MAFRA
PEDRO FRANCO DE SÁ

Estudos sobre Teorias da Educação Matemática

José Ricardo e Souza Mafra

Pedro Franco de Sá

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Estudos sobre teorias da educação matemática
[livro eletrônico] / organização José Ricardo e
Souza Mafra , Pedro Franco de Sá. --
Belém, PA : Ed. dos Autores, 2026.
PDF

Vários autores.
Bibliografia.
ISBN 978-65-02-43394-2

1. Educação matemática 2. Matemática - Estudo
e ensino I. Mafra, José Ricardo e Souza. II. Sá,
Pedro Franco de.

26-405280.0

CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Estudo e ensino 510.7

Aline Grazielle Benitez - Bibliotecária - CRB-1/3129



Reitor
Vice-Reitor
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Pró-Reitoria de Graduação
Pró-Reitoria de Extensão
Pró-Reitor de Gestão

Universidade do Estado do Pará

Clay Anderson Nunes Chagas
Ilma Pastana Ferreira
Jofre Jacob da Silva Freitas
Ednalvo Apóstolo Campos
Vera Regina da Cunha M. Palácios
Carlos José Capela Bispo



Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação
Vice-Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Educação

Programa de Pós-Graduação em Educação

Profa. Dra. Lucélia de Moraes Braga Bassalo
Prof. Dr. João Colares da Mota Neto

Linha de Pesquisa: Formação de Professores, Docência e Práticas Educativas

Coordenador da Linha de Pesquisa

Prof. Dr. Raimundo Sérgio de Farias Júnior



Líder do Grupo de Estudos em Cognição e Educação Matemática

Grupo de Estudos e Cognição em Educação Matemática

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Sumário

Apresentação

José Ricardo e Souza Mafra e Pedro Franco de Sá

Capítulo 1: A Aranha Fleumática e a sua Esmerada Teia

John A. Fossa

Capítulo 2: Jogo de Quadros (*Mudança de Quadros*): um estudo teórico

Rita de Cássia Florêncio Rocha Kasahara

Pedro Franco de Sá

Capítulo 3: Um estudo de revisão de literatura sobre o uso da Teoria da Análise Instrumental de Pierre Rabardel em algumas pesquisas sobre o ensino de Matemática: contribuições e limitações

Márcio José Silva

Pedro Franco de Sá

Capítulo 4: Teoria da Atividade e suas contribuições para o Ensino de Matemática

Anderson Portal Ferreira

Pedro Franco de Sá

Capítulo 5: O modelo dos campos semânticos na educação matemática

Gilson Pedroso dos Santos

José Ricardo e Souza Mafra

Capítulo 6: Teoria da Objetivação: um panorama das publicações no ensino da matemática de 2016-2020

Neliane Mota Rabelo

José Ricardo e Souza Mafra

Capítulo 7: Um estudo sobre a Teoria Antropológica do Didático

Ellen Cristina Carvalho Rodrigues

Pedro Franco de Sá

Capítulo 8: Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau: aspectos, contribuições e produções científicas

Lorena Arero Albuquerque Monteiro

Pedro Franco de Sá

Capítulo 9: Teoria dos Campos Conceituais: considerações teóricas, filosóficas epistemológicas e análise das produções *stricto sensu* nacionais

Augusto Lacerda Lopes de Carvalho Júnior

Pedro Franco de Sá

Capítulo 10: Estado do Conhecimento da Teoria dos Registros de Representação Semiótica: um olhar no estado do Pará

Francisco Robson Alves da Silva

José Ricardo e Souza Mafra

Apresentação

José Ricardo Mafra

Pedro Franco de Sá

Métodos e técnicas de pesquisa são mais bem escolhidos e adaptados as nossas necessidades, quando se tem uma ideia do que se está procurando ou delineando, visando a produção de conhecimento. Um método está correlacionado com uma respectiva teoria, a medida em que produzem indicadores pertinentes a investigação em curso, bem como apresentam diretrizes associadas a organicidade e sistematização das ideias e argumentos, do pesquisador, a medida em que a investigação avança. Nesse sentido, métodos estão correlacionados com teorias. Independente se é utilizado, em um estudo a abordagem *a*, *b*, ou *c* na qual se utilizam técnicas e instrumentos *d*, *e* ou *f* há necessidade de uma conexão teórica entre as informações a serem obtidas, visando resultados e conclusões.

Um aspecto crucial em se tratando de validação e originalidade de uma pesquisa é verificar se técnicas e instrumentos fazem sentido e se há diálogo entre os instrumentos metodológicos, de tal forma que a configuração metodológica (que pode variar de pesquisa a pesquisa) permita estabelecer organicidade e parâmetros satisfatórios de confiabilidade e de respostas aos objetivos propostos. Assim, uma teoria geral ou específica de uma determinada área de conhecimento como, por exemplo, a matemática e o seu ensino, são produzidas com base em diferentes percepções e entendimento sobre fenômenos de ensino e educação.

Teorias sempre são passíveis de mudanças. Não são consideradas imutáveis, pois, ao longo da linha do tempo podem sofrer revisões, obsolescência e transformações. Na Educação e no Ensino as teorias associadas a Educação Matemática se nutrem de diferentes bases epistemológicas e fundamentos associados a diversas áreas ou subáreas de conhecimento.

O objetivo desta obra é de apresentar um panorama de diferentes teorias associadas a produção de conhecimento ao Ensino de Matemática, bem como suas

características principais, suas bases e elementos fundantes, além de trazer um breve panorama de trabalhos produzidos a uma determinada teoria.

Entendemos ser de grande urgência a necessidade de implementação, em cursos de graduação e de pós-graduação, componentes curriculares em que o estudo e compreensão de diferentes teorias para o ensino da matemática possam ser estudadas com ênfase e que possam subsidiar teoricamente a diversidade de pesquisas produzidas em Educação Matemática.

Resultado de experiências acumuladas, tanto de pesquisas desenvolvidas na graduação e na pós-graduação as discussões apresentadas aqui apresentam uma perspectiva possível para o ensino, o que pode possibilitar a troca de experiências e de efetividade de aprendizagens, essenciais para o desenvolvimento de práticas relacionais entre teorias e métodos de ensino. Estas teorias, certamente, se efetivados na prática de sala de aula, e associadas a um método coerente de ensino, possibilitarão a socialização de iniciativas educacionais e o aprofundamento de ações e discussões, a serem produzidas e realizadas, em diferentes ambientes educacionais, visando o conhecimento e a valorização das iniciativas e experiências a serem proporcionadas, com base nas teorias aqui apresentadas.

Esperamos assim, com essa obra, contribuir para o fornecimento de conhecimentos teóricos que possam subsidiar elementos experimentais possíveis, com base na utilização das diferentes teorias em diferentes estudos associados. Em especial, acreditamos que estes conhecimentos teóricos são significativos aos professores que atuam na educação básica, porém, percebe-se que quase não possuem conhecimento sobre elas. Assim, conhecimentos como estes, se bem encaminhados e estudados em cursos que formam professores de matemática e em programas de mestrado e doutorado, sejam eles acadêmicos ou profissionais, podem fornecer um efeito positivo nas práticas de ensino associada a matemática e, conseqüentemente, tenham um efeito semelhante nas aprendizagens dos alunos.

Finalizando, acreditamos que o livro Teoria no Ensino de Matemática, se torne uma fonte de suporte e de compreensão para as ações diárias do professor e do pesquisador, no intuito de fornecer elementos satisfatórios de conhecimentos e ensinamentos para o aperfeiçoamento contínuo de suas práticas, além de uma possível

fonte de inspiração para novas atividades e possibilidades de situações possíveis, com base em teorias para o ensino.

Em nossa jornada permanente por melhorias e aperfeiçoamentos aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, é importante registrar o compromisso e a parceria dos autores, em relação as produções associadas a Educação e ao Ensino, desejando uma boa leitura e uso das informações aqui apresentadas.

José Ricardo e Souza Mafra (UFOPA)

Pedro Franco de Sá (UEPA)

Estado do Pará/Amazônia, Julho de 2026.

Capítulo 1

A Aranha Fleumática e a sua Esmerada Teia

John A. Fossa

Uma Propedêutica Teórica

Rosalina, Victória e Simone estão a conversar na sombra de um frondoso umbuzeiro. Escutemos um pouco da conversa:

Rosalina: A Teoria da Evolução está quase tão bem comprovada quanto a Teoria de Determinantes!

Victória: É *tua* teoria.

Simone: É, Rosalina, a evolução é muito bonita em teoria, mas, na prática, não vale nada!

É interessante como as três interlocutoras utilizam a palavra “teoria” em sentidos distintos. Para Rosalina, significa algo como *doutrina*, enquanto, para Victória, quer dizer *opinião*. Finalmente, para Simone, “teoria” significa *delusão*. As diferenças ficam exacerbadas quando consideramos as expectativas subjacentes referentes à sua veridicidade. A doutrina matemática é suposta absolutamente verificada¹ pelo método dedutivo e a ciência altamente comprovada pelo método científico. A opinião, em contraste, é algo duvidoso, enquanto a delusão é simplesmente falsa. Também há uma diferença em abrangência entre os três usos da referida palavra, pois a teoria no sentido de Rosalina é bastante geral, enquanto os outros dois sentidos são mais restritos.

Apesar das diferenças elencadas, porém, há algo em comum nos três sentidos, que, afinal, seria indicado pelo próprio fato de que a mesma palavra foi empregada nas três situações diversas. Ao tentarmos especificar essa comunalidade chegamos ao conceito de *explicação*. Isto fica óbvio no caso da “doutrina”, pois, nos exemplos dados, a Teoria de Determinantes é uma explicação do que são e como funcionam os determinantes, enquanto a Teoria de Evolução é uma explicação de como as espécies se modificam no tempo. Mas também vale para os outros dois sentidos. A “opinião”,

¹ Para uma outra visão sobre a suposta indubitabilidade da matemática, ver Fossa (2023a).

como usada por Victória, não se refere apenas a um vago sentimento da parte de Rosalina, mas a uma tentativa de explicação que Rosalina profere sobre a verdade da evolução – embora a explicação proposta seja, na caracterização de Victória, duvidosa. Mesmo a delusão é uma tentativa de explicação, aceita pelo deludido decerto, mas rejeitada pelos mais “esclarecidos”.

Mas, mesmo que a teoria seja uma explicação, ou pelo menos uma tentativa de explicação, isto não significa que toda explicação é uma teoria. Ao contrário do que aconteceu com a Victória e a Simone, reservamos, na ciência, o termo “teoria” para explicações com um certo grau de generalidade. Assim, teorias tendem a articular vários aspectos de uma situação e/ou congregam numa unidade várias explicações sobre assuntos relacionados. É nisto, de fato, que consiste sua generalidade.

Dado tudo isso, então, podemos definir “teoria” da seguinte forma:

Uma *teoria* é uma explicação plausível para uma variedade de fenômenos, que realça interrelações entre eles e nos permite concebê-los de um ponto de vista unificado.

Observe que a definição proposta aqui faz com que a palavra “teoria” seja valorativa, pois nem toda putativa explicação geral é uma teoria. Para merecer o título de “teoria”, uma explicação também precisa ser plausível; senão, é mero devaneio.

Uma consequência imediata da definição proposta é que a aceitabilidade fundamental de uma teoria depende da adequação da explicação. Uma teoria que não explica os fenômenos a serem elucidados não é uma teoria aceitável. Ressaltamos que a aceitabilidade é um critério mais forte do que o da plausibilidade. Há, por exemplo, muitas teorias sobre o Número Nupcial de Platão; são plausíveis no sentido de que fazem articulações interessantes sobre a estrutura matemática intimada no texto platônico e, portanto, merecem consideração séria. Ao considera-las, porém, descobrimos que não explicam como a estrutura proposta determina “os melhores e piores nascimentos”, que é, segundo o próprio Platão, o propósito do Número Nupcial. Em consequência, essas teorias, embora inicialmente plausíveis, não são aceitáveis e têm de ser rejeitadas. A teoria de Erickson e Fossa (2006), em contraste, não somente articula a estrutura matemática, mas também mostra como ela determina os referentes nascimentos, e, portanto, é uma teoria aceitável.

Ao contrário do que possa transparecer da discussão do parágrafo anterior, a avaliação da aceitabilidade de teorias e, ainda mais, a comparação da aceitabilidade entre teorias antagônicas, é frequentemente uma tarefa muito difícil. Isso se deve a natureza complexa das teorias, pois geralmente pretendem explicar não somente um único fenômeno, mas um conjunto de fenômenos. Desta forma, a adequação da explicação proposta poderá ser apenas parcial. Assim, especialmente quando há teorias antagônicas parciais, poderá ser inviável decidir qual delas oferece a melhor explicação. Mesmo no caso em que há apenas uma teoria parcial, porém, poderá ser extremamente difícil determinar até que ponto ela seja confiável – pois “parcial” não equivale “inútil” – e como proceder para melhorar a explicação.

Outro fator complicador referente a teorias parciais antagônicas é que há diferentes graus de antagonismo. Geralmente, queremos poder considerar um problema de vários pontos de vista, mesmo quando é necessário suspender a aceitabilidade de uma teoria para contemplar um rival. A teoria marxista da história, por exemplo, sustenta que a explicação dos acontecimentos históricos é econômica. Embora não seja completamente aceitável, a referida teoria tem mostrado que é necessário contemplar a economia em explicações históricas.

É forçoso lembrar também que às vezes uma teoria plausível, mas inaceitável, poderá ser reformulada de tal forma a fazê-la aceitável. Isso acontece quando conseguimos modificar as premissas da explicação a fim de torna a explicação mais cogente – o que nem sempre é uma tarefa evidente, pois além de decidir como modificar as premissas, necessita-se determinar quais entre a multitude das premissas devem ser modificadas². Naturalmente, é também mister evitar a introdução de círculos viciosos.

Observamos, finalmente, que as considerações elencadas nos parágrafos anteriores não são apenas possibilidades lógicas, largamente irrelevantes. Antes, são problemáticas vivenciadas pelo teórico, pois a elaboração de uma explicação adequada é um processo histórico que está sempre em evolução (por não dizer rebuliço!).

A Hierarquização de Teorias

² Hempel (1965) discute um ponto análogo (basicamente) em referência à física.

A estória ingênua sobre teorias é a de que as mesmas são constituídas por fatos e leis. São, no entanto, constituídas por esses elementos de tal forma que a sua aceitabilidade é assentada sobre as leis e, especialmente, os fatos. Segundo essa estória, os fatos têm existência independente e são, na verdade, os fenômenos que carecem de explicações. As leis, por sua vez, codificam as relações causais que explicam os acontecimentos no mundo fenomenal, enquanto a teoria emerge de um conjunto de leis, dando ao conjunto uma explicação generalizada e unificada. Desta forma, fatos, leis e teorias perfazem uma estrutura hierarquizada, idealizada na Figura 1.

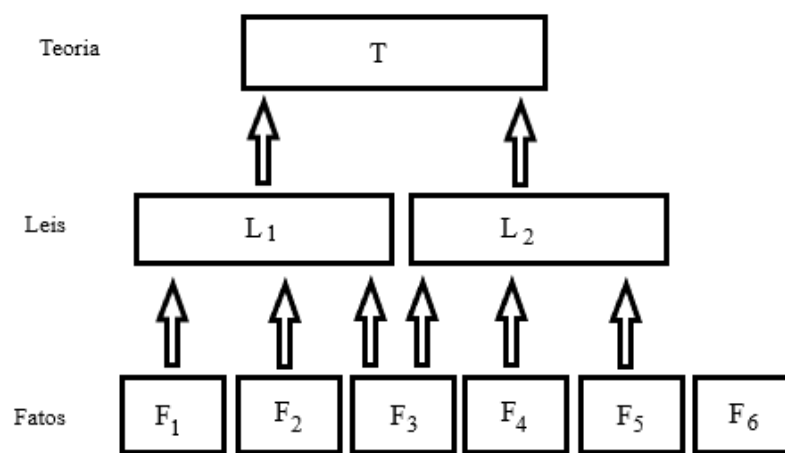


Figura 1. A hierarquização da estória ingênua.

Há também uma estória antagônica à estória ingênua, que podemos batizar de “estória crítica”. O enredo dela é que o que é fundamental é a teoria e, assim, até o que é aceito como fato é determinado pela teoria, às vezes mediado pelas leis. A estória crítica é um pouco menos intuitiva do que a estória ingênua, mas ganhou muitos adeptos com a publicação de Kuhn (1962). Para Kuhn, a ciência é governada por uma espécie de teoria muito geral, que ele denomina de “paradigma”. Quando se muda de um paradigma para outro, o significado dos termos e, portanto, a determinação dos fatos, também se modifica. Assim, ao mudar da Teoria de Gravitação de Newton para a Teoria da Relatividade, o termo “massa”, por exemplo, deixa de significar uma quantidade inerente a, digamos, uma partícula e passa a significar uma quantidade que depende da velocidade da partícula. Desta forma, os fatos são compreendidos como sendo dependentes da teoria.

A matemática aparentemente nos fornece um belo exemplo da dependência teórica dos fatos. Trata-se do caso notório dos números negativos (e imaginários). A um certo ponto na história, os números negativos foram considerados aberrações lógicas, mas acabaram aceitos entre os fatos fundamentais da matemática para que o Teorema Fundamental da Álgebra (isto é, basicamente, que um polinômio de grau n tem n raízes) pudesse ser sustentada.³

Seja isto como for, a hierarquização da estória crítica é idealizada na Figura 2.

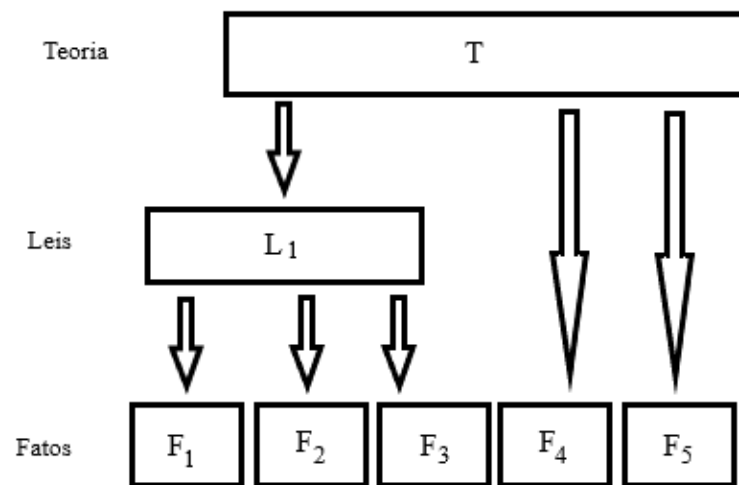


Figura 2. A hierarquização da estória crítica.

Ora, um pouco antes de Figura 2, havíamos dito que os números negativos “aparentemente” fornecem um exemplo da estória crítica. Porque “aparentemente”? Do ponto de vista retórico, os matemáticos, no referido caso, valoraram sim a teoria mais do que os fatos e modificaram seu conjunto de fatos por causa da teoria. Isto, decerto, parece apoiar a estória crítica. Do ponto de vista lógico, porém, o Teorema Fundamental da Álgebra e os números negativos andam de mãos dadas, cada um nos levando ao outro (o que, de fato, deu ao exemplo sua força retórica). Isto implica que há uma certa dialética entre a teoria e os fatos, cada um mutuamente constituindo o outro numa dinâmica recíproca. Assim, a idealização das relações entre teoria, lei e fato não deve utilizar setas de uma só cabeça, mas de duas cabeças, como na Figura 3.

³ Para mais detalhes, ver Fossa (2023a).

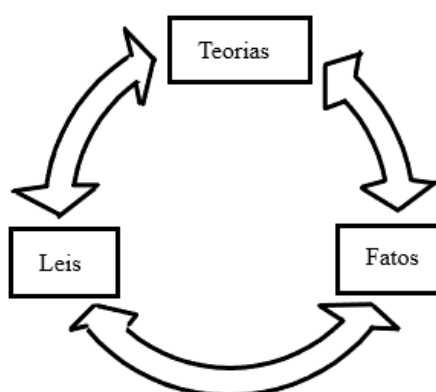


Figura 3. Relações dialéticas entre teorias, leis e fatos.

Agora, se estivermos corretos e a relação entre teorias, leis e fatos é, de fato, uma de constituição dialética mútua, então explicação não deve ser uma mera implicação lógica, como é pressuposto tanto pela estória ingênua, quanto pela estória crítica. Nem ajudaria se concebêssemos a referida implicação como sendo simétrica, pois a própria simetria acarretaria certos paradoxos, visto que o *explanadum* e o *explanans* seriam cognitivamente equivalentes e, portanto, nenhum dos dois explicaria o outro. Tudo isso indica que a atividade de explicar deve ser articulada de forma mais holisticamente.

A Teia da Aranha

Para conceber a conjuntura de relações entre teorias, leis e fatos como um complexo holístico, será útil lançar mão a uma metáfora. A primeira que vem à mente talvez seja a do ímã. Quando queremos um ímã, não procuramos primeiro um polo norte e um polo sul, colocando-os numa barra de ferro para depois obter um campo de força magnética, como pretende a estória ingênua. Nem procuramos primeiro um campo de força magnética para destilar dele uma barra de ferro com dois polos, como pretende a estória crítica. Antes, pegamos um ímã complexo-holístico, com polos, barra e campo de força todos juntos e inseparáveis.

Esta, como toda metáfora, tem as suas limitações. Uma delas, porém, é muito séria. Trata-se da circunstância de que o ímã é algo de descobrimos, enquanto a teoria é algo que criamos. Assim, para realçarmos o importante papel do homem como o criador de teorias, elegemos a metáfora da aranha e a sua teia, conforme indicado pela Figura 4.



A noiseless patient spider,
I mark'd where on a little promontory it stood isolated,
Mark'd how to explore the vacant vast surrounding,
It launch'd forth filament, filament, filament, out of itself,
Ever unreeling them, ever tirelessly speeding them.
And you O my soul where you stand,
Surrounded, detached, in measureless oceans of space,
Ceaselessly musing, venturing, throwing, seeking the
spheres to connect them,
Till the bridge you will need be form'd, till the ductile
anchor hold,
Till the gossamer thread you fling catch somewhere, O
my soul.

Fonte: Esquerda: capa de Hawthorne (1883), detalhe. Direito: Whitman (2013).

A aranha do poema na Figura 4 é paciente, exatamente como o teórico, que é, afinal, um contemplativo. Embora seja paciente, não é por isso indolente. Antes, é extremamente ativa, não somente produzindo continuamente, de si mesmo, os fios de que a teia será composta, mas também jogando os mesmos no ar até acham um ancoradouro. Isto retrata fielmente o ativo processo criativo em que o teórico está engajado quando pensa. Na medida em que a teia se forma, os fatos – isto é, os nódulos da teia – e as leis – os pedaços da teia juntando os nódulos – emergem conjuntamente. Finalmente, observamos que um outro nome para teia de aranha é “casa de aranha” e que a referida casa é tanto o meio de sobrevivência, quanto a fonte de conforto da aranha. Da mesma forma, a teoria é o mais importante meio de sobrevivência do homem; além disso, é também a atividade que lhe proporciona uma vida humana rica e plena.

De fato, as conclusões a que temos chegado até esse ponto serão reforçadas por uma investigação histórica sobre o conceito de teoria.⁴

A Genealogia do Conceito de Teoria

Quando voltarmos a nossa atenção para a etimologia da palavra “teoria”, descobrimos que veio, naturalmente, da palavra latina *theoria*. Esta, porém, remonta do grego *θεορία* (*theoría*), que significava, primordialmente, “mira”, “mirada” ou “vista”.

⁴ As próximas cinco seções são tomadas, com poucas modificações, de Fossa (2023).

O próprio nome grego evoluiu de θεωρὸς (*theorós*), “espectador”, que, por sua vez, vem do verbo θεᾶσθαι (*theâsthai*) “mirar”, “olhar”. Interessantemente, a palavra “teatro” também remonta ao mesmo verbo grego. Assim, teoria é, para Aristóteles, como veremos, um tipo de contemplação; não é, porém, o mero registro passivo do que aparece à consciência, como a palavra “contemplação” poderá sugerir no português. É algo bastante ativo, mais como “lançar o olho para” ou “investigar visualmente”, como a aranha é ativa, lançando sempre os seus fios.

Segundo Andrea Nightingale (ver Kim, 2006), a palavra grega para “mira”, na forma θεωρία (*theôria*) foi usada no período clássico (século IV a.C.) para referir a viagens rituais para centros religiosos. Devemos lembrar que, na Antiguidade, qualquer tipo de viagem era árdua e perigosa. Dessa forma, o viajante, pelos próprios rigores da viagem, acoplados com os fins religiosos, fazia, mesmo de forma inconsciente, uma espécie de purgação que o preparava para entrar no santuário. Frequentemente, a viagem, que assim se assemelhava com uma romaria, era feita na ocasião de festividades dedicadas à divindade do lugar. Depois do que era certamente uma experiência altamente comovente, foi ainda necessário enfrentar de novo os rigores e perigos do retorno à cidade natal do viajante. Como resultado da sua participação nas atividades do santuário, esperava-se que o viajante fosse “mudado” de tal forma que teria uma nova compreensão do mundo e que, em consequência, poderia contribuir de forma mais contundente ao bem-estar da sua cidade. A viagem de retorno era um tipo de “descompressão” da exaltação da experiência no santuário – algo parecido com a necessidade dos mergulhadores quando voltam à tona das profundezas do mar – para que poderiam voltar a conviver na sociedade mundana.

O santuário, objeto da *theôria*, não foi uma igreja ou basílica no sentido moderno. Foi, no entanto, um lugar dedicado a uma divindade, onde se praticava a divinação. No momento culminante do ritual, o viajante contemplava os instrumentos misteriosos do oráculo. É importante observar que o participante do ritual, o viajante, não consultava o oráculo. Isto é, não fazia a viagem para pôr uma questão ao oráculo, como foi feito, segundo se conta, pela comitiva de Delos, uma ilha localizada aproximadamente 150 quilômetros a sueste de Atenas, perante o oráculo do seu santuário dedicado a Apolo. Segundo a história (ver, por exemplo, Lasserre, 1966, p. 114), uma seca terrível castigava a ilha por muito tempo e, assim, os delanos recorreram ao famoso oráculo de

Apolo, localizado na própria ilha. O oráculo respondeu que Apolo estava irritado com o tamanho do seu altar e queria um outro que fosse exatamente o dobro em tamanho; assim, originou-se o problema da duplicação do cubo.⁵ Nesse caso, temos um exemplo claro da prática, pois a comitiva buscava uma solução de um problema – como pôr fim à seca que assolava a ilha? – do seu interesse. Na *theôria*, em contraste, os instrumentos do oráculo não são utilizados para obter um conselho do deus; são apenas apresentados ao viajante e, por este, contemplados.

Ainda não é inteiramente claro como a *theôria*, a contemplação ritual dos instrumentos misteriosos do oráculo, se transmutou em teoria, um tipo privilegiado de conhecimento. Parte da explicação, no entanto, deve já estar clara. A contemplação dos instrumentos misteriosos do oráculo leva o viajante a uma exaltação mística, proporcionando a ele uma ligação sutil com a divindade, fonte do conhecimento absolutamente verdadeiro. O mesmo não acontece na atividade prática de buscar conselhos do oráculo. Em primeiro lugar, a atitude de interesse próprio do homem prático, em contraste a atitude de reverência da *theôria*, não conduz à exaltação necessária para fazer contato místico com a divindade e assim obter um discernimento, embora fugaz, do conhecimento sagrado. Muito pelo contrário, a resposta divina é sempre dada em termos paradoxais ou problemáticos e é frequentemente entendida de forma errada ou de forma parcial.

A teoria, portanto, por causa da sua ligação com o conhecimento divino, é o protótipo da verdade pura e absoluta. A prática, em contraste, embora vem ultimamente da divindade e, portanto, é verossímil – ou seja, semelhante à verdade –, não é pura, nem absoluta. É uma “verdade” provável, mas sujeita a erros de interpretação.

Três Viagens Platônicas

É interessante observar que *A República*, uma das obras centrais de Platão, é repleta de viagens. O livro, de fato, abre com uma viagem que é claramente uma *theôria*, pois, no primeiro parágrafo do mesmo, Sócrates reconta sua viagem ao Pireus para participar das festividades da deusa Bendis. A viagem não é uma das mais rigorosas,

⁵ O problema é construir, com régua e compasso, um cubo cujo volume seja o dobro do volume de qualquer dado cubo. Pelo que consta, Apolo estava bastante irritado, pois é impossível resolver o problema apenas com os recursos estipulados.

pois o Pireus, a cidade portuária da Atenas antiga, dista apenas uns oito quilômetros desta cidade e Sócrates vai e volta a pé. Mesmo assim, é de grande valor simbólico, especialmente devido a sua colocação na abertura do livro.

Bendis foi uma deusa da Trácia, um país antigo na área que é hoje Bulgária, o nordeste da Grécia e regiões adjacentes. Os trácios eram considerados bárbaros pelos gregos, mas haviam desenvolvido importantes tradições nas artes, especialmente na música e poesia. Bendis foi a deusa trácia da lua e, assim, foi identificada pelos gregos com a deusa Ártemis. Na Trácia, o seu culto envolveu ritos orgíacos, mas parece que esse aspecto do culto foi perdido quando foi importado para a Grécia, provavelmente por uns trácios ricos que moravam no Pireus. Mesmo assim, as festividades eram bastante espetaculares, até contendo, segundo Platão, uma corrida noturna de cavalos em que os membros de cada equipe passavam uma tocha de um para o outro. Também houve duas procissões: um dos emigrantes trácios que moravam no Pireus e outra dos atenienses. O importante em tudo isso é que Sócrates não é um dos participantes no espetáculo – não faz parte, por exemplo, da procissão dos atenienses. É um espectador; ou seja, ele contempla as festividades.

O contraponto harmônico da viagem da abertura de *A República* é somente tocado com o Mito de Er nos últimos parágrafos da obra. Sócrates reconta a história de Er, um jovem valente, morto em batalha. Passaram-se dez dias após o combate para que seus compatriotas pudessem recolher os corpos dos que pereceram na referida batalha. Mesmo assim, o corpo de Er, em notável contraste aos outros corpos recolhidos, não apresentou o mínimo sinal de decomposição. Embora maravilhados, os patrícios de Er preparavam seu corpo para o enterro, que aconteceria alguns dias mais adiante. Depois de mais dois dias, porém, Er acordou-se e explicou aos amigos que havia visitado o mundo dos mortos, onde testemunhou a maneira a qual as almas escolheram suas novas vidas em preparação para a reencarnação.

O referido mito tem a estrutura de uma *theôria*, pois consiste em uma viagem de ida e volta, em que o momento culminante é a contemplação de coisas sagradas e misteriosas. De fato, é mostrada para Er não somente a preparação das almas para a reencarnação, mas também as engrenagens do próprio universo. Essa é uma visão sublime de dez esferas encaixadas, sendo a maior a das estrelas fixas e as demais,

descendo em tamanho, contendo os outros corpos celestiais, até, no centro, onde se acha a Terra. O mecanismo foi controlado pelas três Parcas – Lachesis, Clotho e Atropos.

É claro que o Mito de Er é uma metáfora para a *theôria* da reencarnação: a libertação da alma e a visita ao “mundo dos mortos” são vistas como uma viagem ritual, onde o ponto culminante é a contemplação da sua própria vida. A reencarnação num novo corpo é a viagem de volta. Tudo isso, porém, não é o mais importante para os nossos propósitos. Contudo, o mero fato de que a referida obra se situa entre uma *theôria* inicial e uma *theôria* final enfatiza esse conceito como a estrutura literária principal de *A República*, como se fosse o grande refrão harmonioso dessa obra-prima platônica. Ainda mais, bem no meio (do texto grego) – ou melhor, algumas páginas depois⁶ – o refrão aparece, com um grande *crescendo*, dando-o primazia de lugar, no Mito da Caverna. Antes de analisar o referido “mito”, porém, queremos investigar mais uma viagem platônica, uma que acontece fora dos parâmetros de *A República*. Trata-se da viagem de Platão à Magna Grécia.

Magna Grécia é o nome dado às colônias gregas na Sicília e no sul da península itálica. Conta-se⁷ que Platão visitou a cidade de Siracusa, na Sicília, e, enquanto lá, conheceu Arquitas (428-347 a.C.), tirano⁸ da colônia grega de Tarento, localizado no “calcanhar” da referida península. Conforme se conta, Platão foi injustamente preso em Siracusa e somente conseguiu sua libertação através da interferência do tirano de Tarento. Em consequência, Platão passou a visitar a corte tarentina. Arquitas, porém, não era apenas o chefe político e militar de Tarento – era também um dos mais importantes pitagóricos da sua geração e um matemático habilidoso. Assim, foi através do seu contato com Arquitas que Platão conheceu a doutrina pitagórica esotérica, isto é, a doutrina reservada para os adeptos, e, armado com esse novo conhecimento, voltou a Atenas com o intuito de reformular o seu pensamento. De fato, quando voltou para sua cidade natalícia, entrou na terceira e mais profunda fase do seu pensamento.

⁶ Na versão anterior do presente trabalho, errei em identificar essa localização com a média geométrica. Como se sabe, a referida média não é maior que a média aritmética.

⁷ Ha várias versões da estória da viagem de Platão a Siracusa. Nem temos certeza que a referida viagem realmente aconteceu. Seu valor simbólico, no entanto, é indiscutível e é precisamente isso que é importante para os nossos propósitos. Ver Erickson e Fossa (2006) para mais detalhes.

⁸ A palavra grega traduzida por “tirano” nem sempre continha conotações desfavoráveis e, portanto, não devemos concluir que Arquitas foi um déspota. De fato, foi escolhido pelos pares, várias vezes, para exercer o ofício de tirano para um período fixo.

Mais uma vez, vemos que a viagem deve ser entendida como uma *theôria*. Há uma longa e perigosa viagem que culmina na contemplação (intelectual) da doutrina esotérica misteriosa dos pitagóricos. Na volta a Atenas, Platão descobriu que a experiência o mudou, pois desenvolveu teorias muito mais profundas e consistentes.

Ainda falta esclarecer exatamente o que, no pensamento pitagórico, ocasionou o desenvolvimento notável de Platão. Mas, a doutrina fundamental dos pitagóricos é bem conhecida: tudo é número e harmonia. Isto é, o *lóγος* (*logos*), ou seja, a inteligibilidade do mundo, é dada pela Matemática. É, de fato, exatamente esse princípio que foi adotado – e desenvolvido de forma brilhante – por Platão no seu pensamento mais maduro. Assim, é nessa estória da viagem de Platão para a Sicília – seja ela literalmente verdadeira ou não – que começamos a vislumbrar a ligação mais profunda entre o conceito de teoria e a Matemática, pois a *theôria* de Platão para a corte de Arquitas o leva para a contemplação da Matemática. Uma maior apreciação da referida ligação, porém, requer uma análise da quarta viagem platônica, dada no Mito da Caverna e sua explicação na Analogia da Linha Dividida, a qual voltaremos a nossa atenção em seguida.

Uma Quarta Viagem Platônica

Como já indicamos, o Mito da Caverna é mais um exemplo de uma *theôria*. Isso será evidente na narrativa do mesmo. O mito, então, abre com um grupo de prisioneiros amarrados nas profundezas de uma caverna, de tal maneira, que só podem ver as sombras jogadas na parede da caverna. Ironicamente, as sombras nem são sombras das coisas originais, mas de estatuas carregadas nas cabeças de trabalhadores. Esses passam por um caminho por trás de um parapeito suficientemente alto para que só as sombras das estatuas, mas não as dos trabalhadores, sejam jogadas na parede. Os prisioneiros naturalmente acreditam que as sombras, que em realidade não passam de cópias de cópias, são as coisas reais do mundo.

Um dia, porém, um dos prisioneiros é libertado e, dessa forma, percebe que a realidade é bastante diferente do que ele havia pensado. Mas, o que ele agora toma para a realidade é nada mais do que uma cópia da mesma, pois agora vê só as estatuas, não as coisas originais das quais as estatuas são cópias. Para poder ver as

próprias coisas, é necessário subir uma ladeira que vai para fora da caverna. Tanto a inclinação da ladeira quanto o aumento da intensidade da luz do sol fazem a caminhada bastante difícil para o prisioneiro que estava acostumado a se sentar, preso no seu canto, a vida toda. No entanto, quando se acostuma à luz do dia, é apresentado com mais uma nova realidade, muito mais maravilhosa do que a da caverna. Mesmo assim, o prisioneiro ainda não pode apreciar a realidade mais alta, o sol, pois só pode vê-lo através da sua reflexão na água. Com o tempo e o treinamento adequado, porém, ele adquire a habilidade de contemplar o próprio sol, conhecendo-o como realmente é. Nesse ponto, volta a descer na caverna para ajudar seus companheiros ainda presos na mesma.

A estrutura do Mito da Caverna, então, é claramente a de uma *teôria*, pois há uma viagem, tipicamente difícil, em que o prisioneiro sai da caverna, culminando com a contemplação do sol. A experiência muda o prisioneiro – de fato, altera completamente a maneira que compreende o mundo – e, em consequência, ele pode ser mais útil aos seus companheiros quando voltar à caverna.

Tudo isso posto, ainda precisamos fazer uma interpretação do mito, pois um mito é uma representação simbólica e, assim, é necessário desvendar o que os símbolos representam. Aqui, porém, Platão nos dá uma mão, visto que logo depois da sua narrativa do mito, ele mesmo faz uma interpretação. Como sempre, no entanto, as explicações de Platão são apenas parciais, ou melhor, só refletem um nível de que é um pensamento de várias camadas, baseadas em uma estrutura matemática que, por sua vez, é apenas parcialmente exposta. Felizmente, precisaremos somente de alguns desses elementos para o nosso propósito de esclarecer mais o conceito de teoria.⁹

A explicação platônica é dada na analogia da Linha Dividida, uma das mais importantes e influentes passagens de toda a Antiguidade. Divide, diz Platão, um segmento de uma reta em duas partes desiguais e, em seguida, divide cada parte na mesma razão quanto a divisão original. O resultado é um segmento com quatro partes, em que as duas partes inferiores (ver a Figura 5) são uma “cópia” das duas partes superiores. A “cópia”, porém, não é uma reprodução exatamente igual ao original. É uma cópia no sentido em que a sombra de algo é uma cópia da coisa:

⁹ Para mais detalhes, ver Erickson e Fossa (2006).

reconhecemos o contorno da coisa, o que nos permite saber do que é uma sombra, mas os tamanhos são distorcidos. Trata-se de semelhança, não congruência. Mesmo assim, é relativamente fácil mostrar que as partes intermediárias são congruentes e que cada uma dessas partes é a média geométrica das partes extremas. Dessa forma, sendo a , b , b e c as medidas dos segmentos (ver a Figura 5), temos $a : b :: b : c$ e $b^2 = ac$.

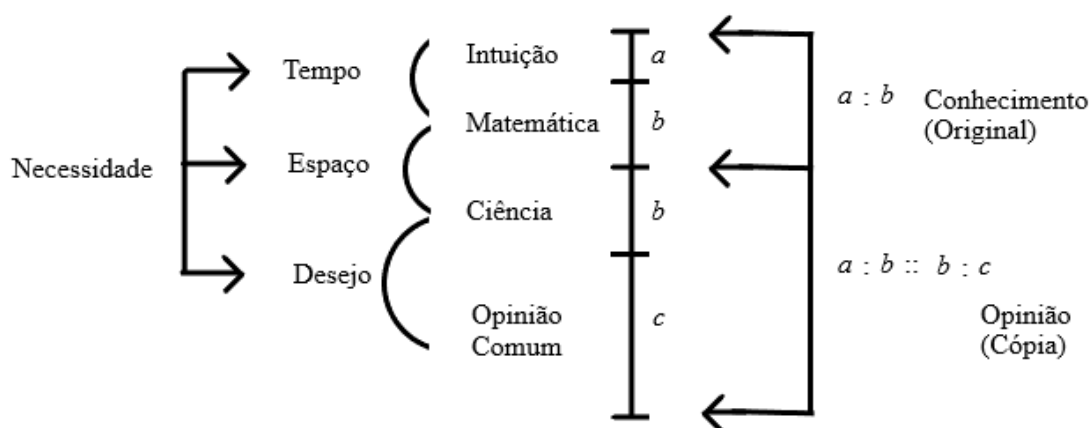


Figura 5. A linha dividida.
Fonte: Fossa (2023, p. 25).

As duas partes superiores do segmento representam Conhecimento seguro, enquanto as duas partes inferiores representam Opinião, ou seja, algo semelhante ao Conhecimento, mas sem o aspecto de ser absolutamente verdadeiro. Cada tipo de conhecimento tem seu próprio objeto e, em geral, podemos pensar em Opinião como o tipo de conhecimento que usamos para “ir levando” na vida. A *theôria* do sábio é, então, uma viagem intelectual da Opinião Comum a Intuição que acontece com a reflexão crítica sobre nossos modos de apreensão. A Opinião Comum corresponde ao mundo das sombras, as “cópias de cópias”. É um modo de apreensão de objetos do nosso mundo material, em que lidamos com esses objetos revestidos com nossos desejos e interesses. Quando, porém, conseguimos entender o mundo de forma desinteressada, passamos para a Ciência. Os objetos de apreensão da Ciência são chamados de formas cosmológicas e lidam com objetos materiais, conhecidos através dos sentidos. Assim, a Ciência é um tipo de Opinião mais segura, mas continua sendo Opinião, pois os sentidos não são completamente confiáveis. Dessa forma, precisamos nos livrar dos objetos materiais do espaço, para atender aos objetos intelectuais da

Matemática. Esses objetos, as formas matemáticas, são puras – isto é, sem qualquer parte material. Finalmente, chegamos a verdades absolutas que podem ser conhecidas pelo intelecto. Em contraste aos objetos materiais, que são em fluxo contínuo e, portanto, não podem ser conhecidos com segurança, os objetos intelectuais, sendo puros e abstratos, são estáveis; são, dessa forma, apreensíveis pelo intelecto com segurança absoluta. Apesar de serem estáveis – isto é, não mudam no tempo –, o conhecimento matemático é imbuído no tempo no sentido de que é um tipo de pensamento linear. Passa sempre de premissas para conclusões, justificando essas em termos daquelas. Mas isso significa que a Matemática não pode justificar suas próprias premissas, seus pontos de partida. A justificação das premissas básicas (os axiomas) da Matemática só pode ser feita por um tipo de apreensão não-linear e não-temporal, que é a Intuição das Ideias Transcendentais. Visto em termos ontológicos, em vez de epistemológicos, e partindo da parte superior do segmento, vemos que as Ideias Transcendentais são o que é “realmente real”. Os outros níveis de existência são cópias imperfeitas dessas Ideias que são obtidas, por assim dizer, pela adjunção sucessiva de tempo, espaço e desejo. Essas três imperfeições são as componentes da Necessidade, de que Platão fala muito, embora de forma parcial, no *Timeo*.

Lembremos agora o conceito grego de teoria: conhecimento puro e absolutamente verdadeiro. A prática, em contraste, é conhecimento concreto, geralmente relacionado com os objetos do mundo, e não inteiramente confiável. Assim, a distinção entre teoria e prática é precisamente a distinção entre conhecimento e opinião da Linha Dividida platônica. Opinião Comum e Ciência, portanto, são atividades práticas, enquanto Matemática e Intuição são atividades teóricas. A ascensão do sábio através da hierarquia dos modos de apreensão e a volta ao mundo cotidiano (correspondendo à saída do prisioneiro da caverna e seu subsequente retorno) é, como já vimos, uma *theôria* intelectual. Assim, a palavra *theôria* foi particularizada e, em vez de referir a viagem ritual como um todo, foi usada para a parte mais importante da viagem, ou seja, a parte contemplativa. Isto é, de certa forma, natural porque resgata seu significado primordial de “contemplação”. Observamos ainda que as conotações modernas da nossa palavra “contemplação” poderão indicar que seja aplicável à Intuição, mas nem tanto à Matemática. Quando lembramos, porém, que para o grego antigo “contemplação” significava algo como

“investigação visual” – a ser entendida, no presente contexto, como “investigação intelectual” –, a inclusão da Matemática no significado da palavra se torna bastante apropriada.

Fenomenologicamente, então, *theôria*, na nova acepção dos gregos, é a demonstração de teoremas a partir de axiomas intuitivamente verdadeiros, onde “intuitivamente verdadeiro” quer dizer “garantido pela Intuição”, a união mística do conhecedor com o objeto de conhecimento.¹⁰ Em consequência, vemos que a própria distinção entre a teoria e a prática – uma distinção ubíqua e importante na cultura ocidental – é uma resposta filosófica ao desenvolvimento do método axiomático na Matemática. O referido método foi formulado de forma contundente por Aristóteles, mas mesmo antes disso, foi certamente praticado na Academia platônica, pelo menos de uma forma menos articulada. Seja como for, é importante reconhecer que essa influente doutrina filosófica se desenvolveu a partir de acontecimentos matemáticos. Isto, por sua vez, explica porque a distinção entre a teoria e a prática se acha primordialmente entre os gregos e as culturas influenciadas pelos gregos, pois toda a evidência histórica que temos aponta para a conclusão de que a axiomatização foi uma invenção dos gregos. Na ausência da axiomatização na Matemática, teria sido virtualmente impossível desenvolver o conceito de teoria e, de fato, a história mostra que, em culturas que não conheceram o método axiomático na Matemática, o conceito de teoria também está ausente.

De certa forma, não é surpreendente que o desenvolvimento do conceito de teoria foi uma resposta filosófica a uma inovação matemática, pois a Academia era um grande reduto do pitagorismo (de um tipo muito sofisticado) e, como já vimos, o preceito básico desse grupo de pensadores foi o de que o *lógos* do mundo é dado pela Matemática. Não obstante, registramos aqui, de forma postulacional, que novas descobertas matemáticas têm ocasionado inovações filosóficas muito mais frequentemente do que se pensa. Esperamos colocar mais evidência para essa proposição à disposição do leitor em outras oportunidades. Por enquanto, porém, resta investigar os conceitos de teoria e prática no pensamento de Aristóteles para ver se confirma ou não a análise dada acima. Antes, porém, queremos fazer uma

¹⁰ Para uma descrição do conceito antigo de axiomatização e como difere do conceito moderno, ver o artigo do presente autor, intitulado “O que há de errado com o Quinto Postulado de Euclides?”, Capítulo 10 de Fossa (2001).

pequena investigação de uma questão linguística.

“Restituírias a Espada de um Doido?”

A questão central de *A República*, pelo menos putativamente, é a definição do conceito de justiça. O primeiro livro da mesma procede, em certa medida, de forma parecida com os primeiros diálogos platônicos: várias definições são propostas pelos interlocutores, às quais Sócrates põe contraexemplos. A primeira tentativa de dar uma resposta à questão “O que é a justiça?” é a de Céfalos: justiça é, segundo Céfalos, dizer sempre a verdade e dar de volta a todo mundo o que a ele pertence. Sócrates responde em seguida por imaginar uma situação em que a definição de Céfalos não seria aplicável. Imagine, Sócrates pede, que um amigo havia confiado a nós a sua espada, instruindo-nos a guardá-la cuidadosamente até o dia em que ele a pedisse de volta. Ficamos sabendo que o amigo, depois de nos confiar a arma, endoideceu e ficou ameaçando pessoas inocentes. Nessa condição, volta para nós e pede a espada de volta. Seria justo, nesse caso, restituir a ele o que lhe pertence?

Não é nossa intenção investigar aqui os méritos da questão posta por Sócrates. Antes, queremos voltar a nossa atenção para a forma do raciocínio nela contida. A forma da referida questão é a de um condicional contrafactual. Condicionais desse tipo contêm, na hipótese, uma ou mais condições que são patentemente falsas. No exemplo, se teu amigo fosse doido (embora não é), restituírias a espada? Assim, os condicionais contrafactuais geralmente têm a seguinte forma gramatical¹¹: se A fosse B (embora não é), então C seria D(?) (.) A frase parentética geralmente não é explicitada, mas é geralmente evidente. Também escrevemos (?) (.) para indicar que o condicional não é necessariamente uma pergunta, pois pode ser uma afirmação: se Céfalos fosse doido, eu não devolveria a arma dele. Finalmente, observamos que o verbo da cláusula que contém a condição está no pretérito imperfeito do subjuntivo (“fosse”) ou, quando composto, no pretérito mais-que-perfeito do subjuntivo (“tivesse sido”). O verbo da cláusula

¹¹ Se outros verbos (diferentes de *ser*) fossem usadas, poderíamos reformular a sentença da forma indicada. Por exemplo, “se gastasse demais ontem, não poderia pagar a entrada hoje” pode ser reformulado como “se a situação fosse que ela gastou demais ontem, então a situação hoje seria que ela não pode pagar a entrada”. Assim, não nos preocuparemos com essas pequenas variações.

que contém o resultado, em contraste, está no futuro do pretérito simples ("seria") ou composto ("teria sido").

No seu comentário sobre o curso de instrução de dez anos em Matemática definido por Platão, Cornford (ver Plato, 1969, p. 227) atesta que

Plato's ten years' course of pure mathematics is to habituate the intellect to abstract reasoning before moral ideas are called in question.

Isto é, a Matemática é necessária para proporcionar à mente treinamento em raciocínio abstrato para que seja apta a questionar conceitos relacionadas à moralidade. Mas, o que é exatamente a ligação entre o raciocínio abstrato e o questionamento de ideias morais? Ainda mais, como devemos questionar as ideias morais?

Certamente Platão não queria questionar se ou não deveríamos ser justos. Tampouco parece interessado em questionar os rituais religiosos do ponto de vista de uma moralidade racional. Antes, ele queria esclarecer os conceitos e obter uma compreensão profunda das ideias morais. Para tanto, precisa testar os conceitos contra situações imaginárias. Precisa fazer tais questões como a seguinte: "se Céfalos fosse doido, restituirias a espada para ele?"; ou como a seguinte: "se matasse um homem sem saber que foi teu irmão, serias um fratricídio?" Assim, é necessário raciocinar sobre condicionais contrafactuais.

Quando lembramos que a cultura grega foi muito sofisticada e que a Atenas da época de Platão foi especialmente brilhante, poderá ser difícil acreditar que os homens dessa cidade tiveram dificuldades em lidar com condicionais contrafactuais. O depoimento de Platão, no entanto, parece indicar que de fato tiveram. Ainda mais, visto que o treinamento iria durar por dez anos, as dificuldades não parecem ser pequenas.

O fato de que o referido curso levaria dez anos também indica que, para Platão, era importante poder raciocinar com condicionais contrafactuais. Suponhamos, por exemplo, que, em resposta às perguntas citadas no penúltimo parágrafo, o interlocutor tivesse respondido "Que coisa! Céfalos não é doido!", ou "Seu canalha! Não matei meu irmão!" Nesses casos, o diálogo filosófico nem poderia ser iniciado. Mas, é exatamente esse tipo de resposta aos condicionais contrafactuais

que é típico de pessoas mais “primitivas” e de crianças de uma certa idade. Quando se pergunta ao primitivo algo como: “se tivesses um cavalo, poderias plantar uma área maior?”, ele responde “não tenho cavalo; cavalos são muito caros!” Da mesma forma, a criança, quando perguntada “se tivesses um cachorro, qual seria o nome dele?”, responde “eu não tenho cachorro não, bem que eu queria, mas minha mãe não deixa!” O desenvolvimento da capacidade de entender condicionais contrafactuais na criança foi estudado pelo psicólogo suíço Jean Piaget (1896-1980) e seus seguidores. Eles afirmam, em especial, que essa capacidade é uma condição necessária para a emergência da ciência moderna.

Pode-se pensar que, no caso da criança, o desenvolvimento da habilidade de lidar com condicionais contrafactuais é só uma questão de assimilar as estruturas linguísticas apropriadas. Assim, pode-se desconfiar que tais povos como os romanos e os gregos talvez não tivessem grandes problemas com os referidos condicionais, pois eles tinham as necessárias estruturas linguísticas, como atesta o modo condicional no português. Isso, porém, não parece correto. Em primeiro lugar, no caso da criança, não é uma questão linguística, mas uma questão conceitual. Em segundo lugar, a chave ao problema é dada pela reforma recente da nomenclatura gramatical. De fato, o nome “modo condicional” era o nome dado para certas formas do verbo, tais como “seria”, “teria”, “teria sido” *etc.* O nome reflete o uso dessas formas para expressar o resultado de um condicional, conforme explicado acima. Os gramáticos contemporâneos, porém, sustentam que o modo condicional não existe. As formas acima mencionadas são agora denominadas “futuro do pretérito” (simples e composto) do modo indicativo. Isso reflete seu uso para indicar o futuro em relação a um ponto de tempo no passado, como no seguinte exemplo: “Descartes ficou decepcionado quando não pôde resolver o problema, mas ele resolvê-lo-ia dentro de mais alguns dias”. De fato, esse uso é mais primordial do que a expressão de condicionais. O uso de várias das formas verbais, na verdade, tem sua origem na sequência dos tempos, pois as línguas mais antigas tiveram regras complexas e inflexíveis para o uso dessas formas. Com o desenvolvimento conceitual, porém, as formas verbais ganharam outras funções. Assim, o desenvolvimento do condicional contrafactual é relativamente recente, sendo ainda não completamente dominado por todo o mundo na época de Platão.

Se, de fato, o condicional contrafactual apresentava dificuldades para o homem da Grécia Clássica, o que seriam as implicações para o homem de, digamos, há 30.000 anos? Desse período, não temos livros, nem tratados, nem qualquer outro registro escrito. Temos, porém, registros não linguísticos na forma de pinturas nas paredes de certas cavernas europeias.

A maior parte das pinturas das cavernas são desenhos de animais. Assim, a teoria prevalente é que representavam algum tipo de magia que “ajudasse” o homem pré-histórico na caça. Isso é provavelmente correto, como veremos logo a seguir, mas não na maneira em que é geralmente explicado. Há ainda, contudo, um outro tipo de desenho que aparece com certa frequência. Tratam-se de figuras híbridas, tendo, geralmente, o corpo de um homem e a cabeça de um leão, rinoceronte (um animal comum na Europa nessa época), ou outro tipo de animal. Segundo Randall White (ver Baltar, 2000), um arqueólogo afiliado com a Universidade de New York, as figuras híbridas são abstrações, representando algo que não existe na realidade. Mas, já vimos que a imaginação do homem mais primitivo é limitada pela incapacidade de se desassociar do real – a não ser, é claro, que seja através da mentira, o que é, no entanto, uma categoria inteiramente diferente! Uma sugestão mais interessante é dada por David Lewis-Williams (ver Morell, 1999), um arqueólogo da Universidade de Witwatersrand na África do Sul. Para ele, as pinturas foram feitas por pajés ou feiticeiros, depois de ver as imagens em estado de êxtase. Como evidência para sua teoria¹², Lewis-Williams aponta para povos primitivos atuais que praticam o feiticismo, pois esses também produzem obras representando as visões que experimentam em estados extáticos, sejam os mesmos induzidos, ou não, por drogas.

Com certeza, a sobrevivência do grupo seria favorecida se pudesse treinar os jovens nas técnicas da caça, em vez de simplesmente contar com a imitação das práticas dos velhos. As exigências da própria caça, contudo, dificultariam a observação nítida dessa atividade. Assim, precisava-se da recriação imaginativa das condições da referida atividade. Precisava-se, por assim dizer, do teatro.

Mas, já sabemos que isso seria quase impossível, pois se o “diretor” dissesse “vamos fazer de conta que Zé Narigudo é um rinoceronte”, todo o mundo iria responder que Zé é um homem, não um rinoceronte. Ajudaria se Zé se cobrisse na

¹² Observe o uso aqui da palavra “teoria” numa outra acepção, a de “hipótese”.

pele de um rinoceronte e se botasse o crânio desse animal na sua cabeça. Ajudaria ainda muito mais, porém, se o palco estivesse na escuridão de uma caverna, mal iluminado por uma pequena fogueira e repleto de sombras pululando de tal forma a proporcionar aparências estranhas. Finalmente, as visões poderiam ser intensificadas se os participantes entrassem em estados estáticos, induzidos por drogas ou simplesmente pela privação sensorial ocasionada por ficar por longos períodos na caverna. Teríamos, de fato, uma *theôria* pré-histórica (e patentemente não grega!): uma viagem ritual perigosa (as cavernas eram habitadas por ursos), culminando na contemplação da recriação das atividades da caça, através de que os participantes voltariam como caçadores mais hábeis.

Com o tempo, Zé seria identificado com o rinoceronte, mesmo fora da caverna, e, assim, seria visto como alguém que teria poderes especiais devido à sua ligação com o animal. Dessa forma, surgiria a figura do pajé e o sistema de feiticismo se desenvolveria gradativamente.

Filho de Peixe Peixinho É

Aristóteles foi o aluno mais genial de Platão. Isso é certamente o julgamento da história, mas foi também o julgamento do próprio Aristóteles, pois, quando o mestre morreu, ele esperava ser escolhido como o novo líder da Academia. A esperança, porém, foi frustrada com a escolha de Speusippus, o sobrinho de Platão, para o referido posto, o que levou Aristóteles a deixar a Academia. Embora tenha deixado a Academia, não deixou a doutrina básica do seu mestre, o que ele desenvolveu de forma criativa. De fato, bem no início da *Metafísica*, ele afirma que todo o mundo deseja conhecer e aponta, como evidência para isso, o prazer que temos nos sentidos, não somente devido a utilidade deles, mas também no próprio exercício da sensação. Na primeira página dessa obra, então, Aristóteles parece estar prefigurando, de modo metafórico, a distinção entre a teoria, que fazemos para si, e a prática, feita para conseguir outra coisa. A impressão é fortalecida na sequência, em que Aristóteles afirma que a visão é o mais nobre dos sentidos, lembrando a contemplação platônica.

Teoria, para Aristóteles trata do universal e necessário; também proporciona sabedoria, pois se baseia nos primeiros princípios e nas causas. A prática, em contraste, trata do indivíduo e o contingente; não nos dá sabedoria, mas visa a

produção de algo concreto. A prática, enfim, nos diz que algo existe, enquanto a teoria nos diz porque existe.

Na *Ética Nicomacheia*, Aristóteles explica que a alma tem uma parte racional e uma parte irracional. A parte racional, por sua vez se divide na parte cognoscível e a parte deliberativa. Lembramos que Platão também havia dividida a alma em três partes: uma parte racional, uma parte briosa e uma apetitiva. Essa última lida com os desejos, interesses e emoções, que, para Platão são irracionais. Dessa forma, a parte irracional da alma na classificação de Aristóteles claramente corresponde à parte apetitiva na classificação de Platão. A parte deliberativa, segundo Aristóteles, lida com objetos mutáveis, pois ninguém iria deliberar sobre o que é inevitável. A parte briosa da alma para Platão visa o bem-estar da República e, portanto, lida com o mutável; logo, as partes deliberativa e briosa são partes correspondentes dos dois sistemas. Finalmente, a parte cognoscível, para Aristóteles, lida com objetos invariáveis e imutáveis, exatamente como a parte racional no esquema platônico. Assim, há uma correspondência bastante contundente entre os dois sistemas.

Em termos dos modos de apreensão, Aristóteles fazia distinção entre arte, sabedoria-prática, conhecimento, razão intuitiva e sabedoria filosófica. Uma arte visa a produção de algo, enquanto a sabedoria prática visa agir com respeito a um bem humano. Assim, esses dois modos lidam com o que é variável e, portanto, são práticos. Em termos do sistema platônico se encontram na terceira divisão da Linha Dividida, a de ciência. Conhecimento apreende o que é necessário através de demonstrações. Razão intuitiva é a apreensão dos primeiros princípios que fundamentam todo o conhecimento. Claramente, esses dois modos correspondem respectivamente ao que Platão chama Matemática e Intuição. Finalmente, sabedoria é a junção de conhecimento e razão intuitiva, isto é a categoria platônica maior, contendo as duas partes mais altas da Linha Dividida. Assim, mais uma vez, vemos uma estreita relação entre o pensamento aristotélico e o platônico. Antes, de voltar a nossa atenção para a caracterização conceitual da teoria em Aristóteles, podemos explicitar a divisão entre teoria e prática através da assim chamada Árvore do Conhecimento (ver a Figura 8).

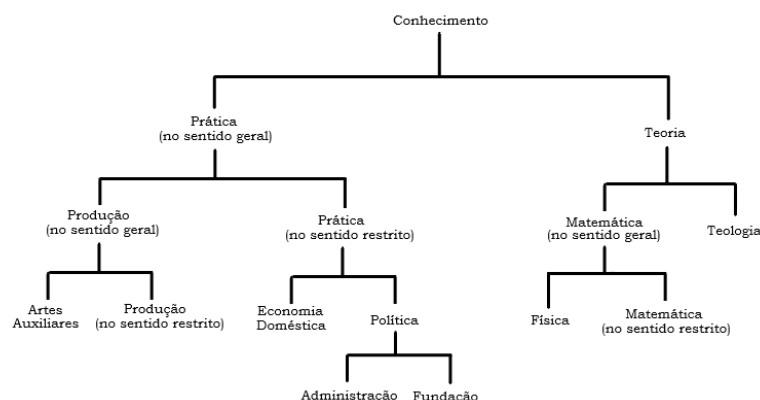


Figura 6. A Árvore do Conhecimento

Fonte: Fossa (2023, p. 39).

Para uma investigação mais detalhada da Árvore do Conhecimento, o leitor poderá consultar Erickson e Fossa (2006). Para os nossos propósitos, porém, alguns poucos comentários serão suficientes. Em primeiro lugar, temos de ter um pouco de cuidado com alguns dos nomes, pois seu significado com referência ao mundo da antiguidade difere dos seus homônimos modernos. Assim, a física não é uma ciência experimental, mas uma investigação *a priori* decorrente da doutrina aristotélica das quatro causas. Ainda mais, a teologia não é um estudo da revelação divina; é a primeira filosofia, que, como a dialética platônica, prepara o aluno para a apreensão dos primeiros princípios.

Não será necessário abordar aqui todos os tipos de prática. Basta observar que a prática é dividida em duas subcategorias, que podemos rotular como “fabricando” e “agindo”. Na primeira subcategoria, a de fabricando (produção), temos uma atividade que visa produzir algo concreto. Na segunda subcategoria, em contraste, a atividade consiste em uma ação. A teoria é bastante diferente: não visa a fabricação nem a ação, mas apenas a apreensão dos primeiros princípios e o seu desabrochamento nas várias formas de conhecimento absoluto através da contemplação de consequências necessárias. Assim, vemos que, exatamente como para Platão, a teoria é associada à Matemática e, em especial, ao método axiomático.

O exposto, junto com a Linha Dividida, nos permite discernir com mais nitidez o que é envolvido na fórmula tradicional na qual, para Aristóteles, teoria é uma atividade noética, pura, desinteressada e inútil, pois cada um desses adjetivos tem um significado preciso. Em primeiro lugar, a teoria é inútil em contradistinação à prática. Isto é, a prática é útil porque é produtiva – ou de uma coisa concreta (fabricando) ou

de um estado de bem-estar (agindo). A teoria também é desinteressada, ou seja, não lida com interesses e desejos, o tipo de Necessidade que caracteriza o mundo das sombras. Além disso, é pura e, em consequência, não lida com a matéria nem o espaço, o tipo de Necessidade que caracteriza a ciência. Assim, a teoria não pertence às duas divisões mais baixas da Linha Dividida – as correspondentes à opinião. Portanto, teoria é conhecimento na acepção platônica dessa palavra de conhecimento absoluto. Finalmente, a teoria é noética. A palavra *nóesis*, contudo, foi a palavra usada por Platão para indicar a Intuição. Assim, a teoria, sendo noética, é caracterizada pelas qualidades essenciais da Intuição: universalidade, necessidade e verdade absoluta.

Ainda com referência ao caráter noético da teoria, poderia se pensar que esse adjetivo implica que é apenas a Intuição e não a Matemática que é teórica. Isto, no entanto, seria um erro. Se Aristóteles quisesse eliminar a Matemática, como eliminou as sombras e a ciência, ele teria dito que a teoria é atemporal, ou não-linear, pois é o tempo, ou seja a linearidade do pensamento matemático que é o tipo de Necessidade que caracteriza a Matemática. Observe que inútil, desinteressado, puro e atemporal são características negativas, pois “inútil” quer dizer “não-prático”, “desinteressado” significa “não do mundo das sombras”, “puro” – apesar da sua aparência positiva – denota o que é “não-material” e “atemporal” quer dizer, “não-matemático”. Mas, Aristóteles não usou o adjetivo negativo “atemporal”; usou o adjetivo positivo “noético”. Além disso, a Matemática é claramente investida com a qualidade de ser noético porque a verdade absoluta dos primeiros princípios, apreendidos pela Intuição, garante a verdade absoluta dos teoremas matemáticos e, assim, devemos classificar a Matemática como parte da teoria, exatamente como o próprio Aristóteles faz na Árvore do Conhecimento.

A nossa investigação do conceito aristotélico de teoria, então, confirma plenamente que o referido conceito é uma resposta filosófica ao desenvolvimento do método axiomático na Matemática. Aristóteles, na verdade, diz explicitamente (ver Aristotle, 1941, VI, 6) que a teoria consiste da demonstração de conclusões a partir dos primeiros princípios.

Teorias Associadas e Teorias Embutidas

Já observamos, no início do presente trabalho, que a definição que demos ao termo “teoria” o faz um termo valorativa. Como nossa revisão histórica mostra, porém, a conceituação de “teoria” feita pelos antigos é valorativa num sentido muito mais radical. Isto acontece porque, para eles, o conhecimento consiste em a verdade absoluta, imutável e *a priori*. Também indicamos¹³ brevemente que tal tipo de conhecimento é uma quimera. O referido conceito grego, no entanto, teve muitas consequências infelizes, dentro das quais mencionamos apenas as seguintes: dificultou a legitimação de explicações distintas em disciplinas distintas, coibiu uma apreciação do papel de explicações parciais e favoreceu o desenvolvimento do “esnobismo”, especialmente nos meios acadêmicos. Para obter uma conceituação mais moderno de que seja uma teoria, porém, será útil ver como as teorias se interagem estruturalmente.

Claramente, há teorias que são incompatíveis, tais como as teorias sobre a luz nos séculos XVIII e XIX. Alguns, por exemplo, seguiram a teoria de Isaac Newton (1642 OS - 1727) de que a luz é composta de partículas, enquanto outros eram partidárias da teoria de Gottfried Leibniz (1646-1716) de que é composta de ondas. De fato, enquanto concebemos de teorias como sendo monolitos, como a herança grega implicaria, teorias distintas terão a tendência de serem vistas como antagônicas. A incompatibilidade percebida é, no entanto, frequentemente menos radical do que se pensa. O exemplo da natureza da luz, de novo, fornece um exemplo, pois no século XX a teoria newtoniana e a leibniziana foram combinadas numa nova teoria em que a luz é vista como tendo tanto aspectos de partículas, quanto de ondas.

De fato, teorias se interrelacionam em pelo menos dois modos importantes. Primeiro, teorias podem ser associadas uma à outra para explicar aspectos diferentes de um dado fenômeno. Um exemplo disto, seria as três teorias de determinantes, de matrizes e de resolução de equações que se associam para resolver sistemas de equações lineares. Segundo, uma ou mais teorias pode(m) ser embutida(s) em uma teoria mais geral. Continuando com o mesmo exemplo, as três teorias mencionadas são embutidas da teoria da Álgebra Linear. A Figura 7 idealiza, de forma muito simplificada, essas relações.

¹³ Ver a indicação feita em Nota 1.

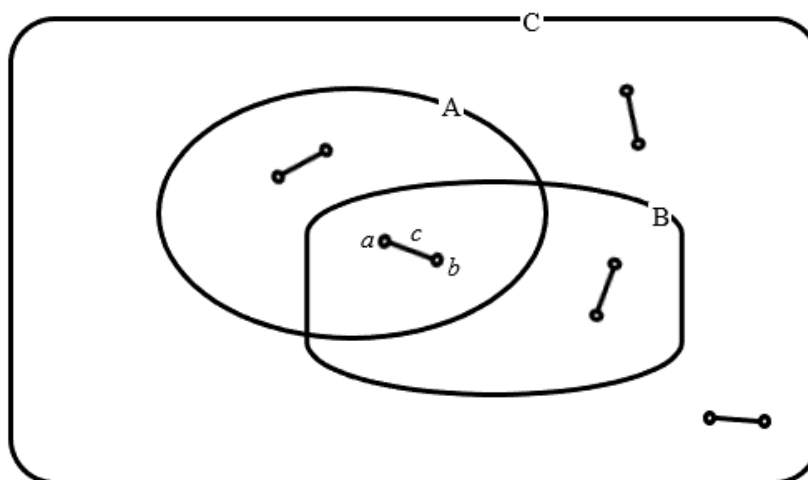


Figura 7. Teorias associadas e embutidas.

As áreas A, B e C, na Figura 7, representam teorias. Devemos imaginar cada uma delas como sendo composta de teias de aranhas, embora incluamos na figura apenas umas partes muito pequenas dessas teias. Os pontos sinalizados pelas letras *a* e *b* representam nódulos da teia, ou seja, conforme já explicado, (conjuntos de) fatos que emergem juntos com a teia, enquanto o segmento *c* representa o fio ligando os nódulos, ou seja uma lei. Embora as leis não tenham a generalidade de teorias, são, como explicações, parecidas com teorias e, assim, podem ser consideradas como teorias degeneradas. As teorias A e B são distintas, mas são teorias associadas na explicação do complexo fatos-lei *a-b-c*, bem como no relacionamento de *a-b-c* com outros complexos da mesma natureza (não retratados na figura). Apesar de ser teorias associadas – e, portanto, não antagônicas –, as teorias A e B acarretam uma dualidade que enfraquece o seu poder explicativo porque revela uma certa arbitrariedade na explanação proposta. Essa dualidade é eliminada, no entanto, uma vez que A e B são embutidas na teoria mais abrangente C, pois C nos permite unificar A e B e compreendê-las de um ponto de vista mais coerente.

Paradigmas e Metáforas

A partir de Kuhn (1962) o termo “paradigma” tem sido usado frequentemente para referir a teorias muito gerais, mesmo quando essas teorias não se enquadram no referido conceito como delineado na mencionada obra. A ideia geral, porém, é que um paradigma é tão geral que ele subsume várias outras teorias, menos gerais, numa

visão unificada, como a teoria C na Figura 7. Esses paradigmas são muito importantes porque determinam o caráter de todo o empreendimento por eles subsumido. Isto é, validam parcialmente – ou, pelo menos, psicologicamente – os pressupostos das ciências que governam, delineiam os tipos de problemas que são admissíveis a serem considerados, estipulam os métodos de pesquisa permitidos, indicam quais tipos de soluções serão esperados e estabelecem os tipos legítimos de validação.

A própria generalidade desses paradigmas às vezes os faz difíceis de ser formulados e/ou compreendidos pelas pessoas envolvidas nas atividades por eles governadas. Nesses casos, poderá haver uma ou mais metáfora(s) que desempenham o papel do paradigma, fornecendo um direcionamento generalizado, embora frequentemente vago e impreciso, para a atividade empreendida.

Teorias Matemáticas

A disciplina que melhor se enquadra à conceituação da herança platônica-aristotélica sobre a explicação é a matemática. O maior problema é a notória dificuldade em definir conceitualmente o que seja a matemática. A dificuldade, porém, não se origina com qualquer embaraço em reconhecer uma ou outra atividade como sendo uma atividade matemática, mas é ocasionada pelo fato de que a matemática pode ser utilizada para modelar virtualmente todas as outras atividades cognoscíveis. Isto, por sua vez, leva muitos pensadores a confundir o modelado com o modelador. Uma vez que é feita a preconizada distinção, contudo, é relativamente fácil definir a matemática ou pela sua metodologia, ou pela sua tradição histórica.

O procedimento matemático, no entanto, é muito claro. Definições cuidadosas são utilizadas para tornar preciso o conteúdo das suas proposições e demonstrações dedutivas são empregadas para validá-las. Desde a antiguidade grega, esse método dedutivo se assenta na axiomatização, em que algumas proposições são tomadas como o ponto de partida e todas as outras são demonstradas a partir destas. Originalmente, os axiomas eram tomados como indubitáveis e, visto que as técnicas de demonstração ostensivamente preservam a verdade, os teoremas matemáticos eram considerados verdades absolutas. Com a queda da indubitabilidade dos axiomas, no entanto, parece mais consistente negar a absolutismo da matemática e/ou encarar teoremas matemáticos como enunciados formais que são nem

verdadeiros, nem falsos, mas cujas instâncias são verdadeiras ou falsas dependendo da interpretação em que são aplicadas.

Outra característica importante da matemática é sua forte tendência a desenvolver teorias sempre mais globais que embutem teorias menos gerais a partir de uma explicação unificada. Um exemplo simples, embora historicamente importante, disto é a unificação do conceito da derivada (oriundo de questões relacionadas a taxas de variação) com o da integral (oriundo de questões relacionadas a áreas e volumes) através do Teorema Fundamental do Cálculo. De fato, há um projeto de pesquisa, chamado o Projeto Langlands¹⁴, que visa a unificação de toda a matemática através de uma só grande teoria em que todas as outras teorias seriam embutidas.

Teorias Científicas (Naturais)

Nas explicações das ciências naturais, visto que contêm um componente forte de matemática devida à modelagem matemática feita nessas ciências, há uma parcela considerável de raciocínio dedutivo. No entanto, enquanto a matemática é, por assim dizer, autocontida, a ciência, em contraste, precisa de *inputs*, ou dados do mundo físico, em pelo menos três momentos: na interpretação, na validação e na aplicação específica.

Na interpretação, a ciência identifica uma estrutura matemática com algum conceito oriundo da teoria científica. Assim, por exemplo, uma integral pode representar, entre outras coisas, trabalho, pressão de líquidos ou centro de massa de uma substância. Naturalmente, uma integral não é um trabalho ou um centro de massa, mas representa algum aspecto deles que pode ser manipulado nas experiências científicas; geralmente representa algum aspecto quantificável ou mensurável da situação física. Desta forma, a adequação da identificação para os propósitos da ciência afetarà a validação da explicação.

Feita a interpretação, métodos matemáticos são utilizados para deduzir novas conclusões, as quais podem ser codificadas como, por exemplo, uma nova lei científica. A lei faz certas predições – que, por exemplo, a pressão de um gás depende

¹⁴ Foi concebido originalmente por Robert P. Langlands (nasc. 1936), um matemático canadense que trabalhou muito tempo em Princeton, com uma unificação da geometria e a teoria dos números.

do volume do recipiente que o contém – que precisam ser verificadas empiricamente. Para fazer isto, no entanto, é geralmente necessário medir uma aplicação específica, o que se obtém via a introdução de condições iniciais.

Muitas leis científicas têm a forma de generalizações universais (“Todo A é B”). O paradigma científico, porém, não admite toda generalização universal verdadeira como uma lei. Geralmente exige, entre outras coisas, que a generalização sustenta os já mencionados condicionais contrafactuais. Suponha que temos a generalização de que “todo cisne é branco”. Para ser concebida como uma lei, essa generalização precisa sustentar tais proposições como “se esse corvo fosse um cisne, ele seria branco”. Contraste isto com a generalização de que “só tem feijão preto neste mercado”, o que claramente não sustenta a proposição “se esses feijões verdes estivessem no mercado, eles seriam pretos”. Portanto, o paradigma científico não admite “só tem feijão preto neste mercado” nem como candidato de ser uma lei.

Dado a “lei” sobre os cisnes, surge novos questionamentos. Porque são todos brancos? Descobre-se que há um gene que determina a cor. Como? Faz com que a luz é refletida/absorvida de tal e qual maneira. Com isto, vemos não somente teorias embutidas em outras teorias, conforme mostrado na Figura 7, mas também vislumbramos (de forma bastante simplificada) a existência de uma teoria extremamente geral, que pretende reduzir todas as outras ciências naturais à física. Seria o análogo científico (embora historicamente prévio) ao Programa Langlands. Caso se encontre um cisne que não seja branco, no entanto, a “lei” seria falsificada.

Teorias Científicas (Sociais)

Como acabamos de ver, as ciências naturais, tipificadas pela física, utilizam, preferencialmente, o paradigma quantitativo, em que uma quantidade variável é manipulada para determinar como outra(s) quantidade(s) reage(m). Em certos casos, porém, a variável de interesse não pode ser manipulada, ou por problemas de acesso (não podemos modificar a órbita de um planeta) ou por questões éticas (não devemos aplicar procedimentos perigosos a pessoas). Nas ciências sociais, em contraste, devido ao fato de que elas geralmente lidam com seres humanos, as duas preocupações de acesso (como alcançar informação sobre a mente) e de ética (como

não infringir os direitos das pessoas) são a norma e, portanto, outros métodos de investigação e/ou validação são empregados.

Métodos estatísticos são usados com frequência para determinar como a mudança de uma variável afeta grupos de pessoas, especialmente quando afeta diversos indivíduos de forma diferente ou em grau diferente. Naturalmente, a explicação forte de causa-efeito é enfraquecida, mas o método ainda se enquadra no paradigma quantitativo na medida em que os estudos conseguem formar grupos aleatórios para fazer comparações, porque isto é uma maneira indireta de controlar as variáveis que não são o objeto do estudo. Quando não é possível compor grupos aleatórios, métodos estatísticos ainda podem ser usados, mas, neste caso, chamado de quase-experimento, as conclusões são enfraquecidas ainda mais devido à inabilidade de haver um controle maior sobre as variáveis alheias à investigação.

As ciências sociais também, com frequência, adotam o paradigma qualitativa que visa explicações individualizadas sobre um ou mais indivíduos (considerados como um grupo em interação), em vez do estabelecimento de uma lei universal. Isto é frequentemente esquecido por investigadores que usam esse paradigma quando tentam generalizar seus resultados. A generalização não pode ser feita como se fosse determinada por uma explicação universal, mas só pode ser feita por analogia. Isto, contudo, não quer dizer que a generalização é completamente ilegítima, pois é de esperar que indivíduos ou grupos com características parecidas terão reações semelhantes. Entre os métodos mais usados neste paradigma consta a introspeção, a entrevista sociológica ou antropológica, estudos de caso e atividades participantes.

Teorias de Educação Matemática

A Educação Matemática se enquadra nas Ciências Sociais e, portanto, as suas teorias se conformam às considerações feitas na seção anterior. Como as outras áreas de Educação, no entanto, é bastante dependente, na sua teorização, de teorias associadas oriundas de outras disciplinas. Mesmo assim, há uma especificidade que é devida ao fato de que o seu objetivo se relaciona à matemática.

Uma teoria muito geral sobre a Educação Matemática deveria especificar pelo menos três conjuntos de pressuposições, a saber, uma teoria geral sobre o

conhecimento, uma teoria geral sobre a natureza da matemática, e uma teoria ética. O ensino e aprendizagem claramente depende das maneiras em que o ser humano vem a adquirir o conhecimento e, portanto, a eficácia de qualquer programa pedagógico será atrelada à sua coerência com os modos de apreensão empregados pelos alunos. Não é menos claro, no entanto, que a natureza do objeto a ser conhecido afeta a maneira em que a apreensão procede. Se concebemos a matemática como conhecimento formal, por exemplo, ou se a concebemos como uma resposta à experiência vivida, nossas escolhas pedagógicas poderão ser bastante diferenciadas. Assim, é necessário entender como as pessoas vêm a conhecer aquele algo chamado de matemática, ou seja, queremos a interseção de uma teoria de conhecimento com uma teoria da natureza da matemática, conforme idealizada por teorias A e B na Figura 7.

É notório o fato de que tanto o conhecimento, quanto a própria matemática, são fenômenos complexos que apresentam, como a luz nos seus aspectos de partículas e de ondas, aspectos diferenciados em contextos diferentes. Isto será necessariamente refletido na complexidade das duas referidas teorias e, ainda pior, as ponderações teóricas aos diversos aspectos poderão ser conflitantes. Em consequência, a teoria geral de Educação Matemática – teoria C na Figura 7 – na qual as duas referidas teorias são embutidas precisa, como a teia da aranha na Figura 4, organizar e disciplinar tais diferenças num todo consistente e objetivo.

O terceiro conjunto de preocupações que deve ser abordado por uma teoria geral de Educação Matemática é frequentemente esquecido, pois o ensino – e, em especial, o ensino de matemática – é geralmente encarado como um assunto técnico e, assim, é fácil perder de vista os participantes. Não obstante, os participantes – primordialmente os alunos e os professores, mas por extensão todos que dão apoio à escola – são seres humanos e, como tais, têm obrigações e direitos. Quais são os papéis, objetivos e até recompensas (não necessariamente monetárias) de cada um? Como é a estrutura de poder (pois certamente a haverá) na instituição e qual lugar cada participante tem nela? Quais são as proteções contra abusos e quais os apoios aos que são de alguma forma necessitados? A definir tais questões e diretrizes, a teoria também delineia a natureza da escola como uma instituição social.

Definidas, então, essas diretrizes, haverá outras teorias de menor escala embutidas nestas, que serão direcionadas à explicação de situações menos gerais e, portanto, à resolução de problemas específicos. Entre tais tópicos, acharemos, entre outros, a organização do currículo (o que ensinar?, em qual sequência?), as práticas pedagógicas (como ensinar?), e abordagens para conceitos espinhosos (por exemplo, os já mencionados exasperadores números negativos).

Um Adeus à Aranha e à sua Teia

Ao prepararmos agora a dar um pequeno adeus à aranha e à sua esmerada teia, observamos a nossa paciência, bem como a do leitor em nos acompanhar nossa viagem teórica. De fato, o presente capítulo poderia ter sido bem curto, se resumindo na nossa definição do que seja uma teoria. Tal procedimento, porém, teria pouca utilidade. Preferimos agir com paciência, como a aranha no poema de Whitman (Figura 4), para podermos teorizar sobre a referida definição, articulando-a tanto historicamente quanto conceitualmente. Desta forma, chegamos a contemplar a esmerada estrutura de teorias associadas embutidas em uma hierarquia holística e unificada, o que redonda afinal na força e na profundidade da explicação.

Ora, os construtivistas nos ensinam que o conhecimento é a construção de redes conceituais e que o próprio conhecimento será mais profunda na medida em que as redes construídas estiveram ricas em interconexões entre os conceitos nelas contidos. Uma teia, no entanto, é uma rede! Logo, teorizar é conhecer. Assim, é essencial à vida humana plena, pois não é somente a nossa casa, mas também a esmerada criação de beleza.

Referência

ARISTOTLE. *The Basic Works of Aristotle*. Ed. Richard MCKEON. New York: Random House, 1941.

BALTAR, Michael. Paintings in Italian Cave May be Oldest Yet. *Science*, v. 290, n. 5491, p. 419-421, 2000.

ERICKSON, Glenn W., & FOSSA, John A. *A Linha Dividida: Uma Abordagem Matemática à Filosofia Platônica*. Rio de Janeiro: Relume Dumará, 2006.

FOSSA, John A. *Cabelos Negros, Olhos Azuis e Outras Feições das Matemáticas Puras e Aplicadas*. Segunda edição, ampliada. Natal: AN CRANN GO MAITH PUBLICATIONS, 2023. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/John-Fossa/research>.

FOSSA, John A. *The Frenzied Goat-Song and the Steadfast Oak*. Natal: AN CRANN GO MAITH PUBLICATIONS, 2023. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/371864479_The_Frenzied_Goat-Song_and_The_Steadfast_Oak.

FOSSA, John A. Some Considerations Concerning the Teaching of Negative Numbers. *REMATEC*. Vol. 18, n. 43, p. 1-16, 2023a.

FOSSA, John A. *Ensaíos sobre a Educação Matemática*. Belém: EDUEPA, 2001.

HAWTHORNE, Nathaniel. *Dr. Grimshawe's Secret*. Boston: James R. Osgood, 1883.

HEMPEL, Carl G. *Aspects of Scientific Explanation and other Essays in the Philosophy of Science*. New York: Free Press, 1965.

KIM, Alan. Spectacles of Truth in Classical Greek Philosophy: theoria in its cultural context. *Norte Dame Philosophical Reviews*. Disponível em: <http://ndpr.nd.edu/review.Cfm?id=2461>. Acesso em: 09/10/2006.

KUHN, Thomas. *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago: University of Chicago Press, 1962.

LASSERRE, François. *The Birth of Mathematics in the Age of Plato*. Cleveland & New York: The World Publishing Company, 1966.

MORELL, Virginia. Jean Clottes: rock art's jovial cave bear. *Science*, v. 283, n. 5404, p. 920-921, 1999.

PLATO. *The Republic*. Tradução e comentário de Francis MacDonald Cornford. New York & London: Oxford University Press, 1969.

WHITMAN, Walt. A noiseless patient spider. De: *Leaves of Grass*, New York: Signet Classics, 2013. [Originalmente 1855, com frequentes edições aumentadas.]

Capítulo 2

JOGO DE QUADROS (*Mudança de Quadros*): um estudo teórico

Rita de Cássia Florêncio Rocha Kasahara

Pedro Franco de Sá

1. INTRODUÇÃO

Desde o século passado uma gama de teorias, modelos de ensino e processos de aprendizagem vêm sendo propostas e discutidas por vários pesquisadores da Educação Matemática. A grande quantidade de estudos nessa área pode ser justificada pela complexa apreensão de conceitos matemáticos, bem como, de processos de ensino-aprendizagem.

Nesse sentido, as teorias surgem para fundamentar e subsidiar a compreensão desses processos e a análise dos dados coletados para a pesquisa; direcionando, dessa forma, a fundamentação e a investigação do objeto de estudo. Portanto, as teorias devem ter papel de destaque nos estudos científicos.

Lester (2012, p.174-175, *apud* Almouloud, 2017, p. 09) aponta três motivos pelos quais as teorias são indispensáveis em nossas pesquisas, quais sejam:

- a) Não existem dados sem teoria: a perspectiva teórica utilizada permite dar sentido a um conjunto de dados coletados pelo pesquisador.
- b) Uma boa teoria transcende o senso comum: um profundo conhecimento proveniente da preocupação com a teoria em construção é muitas vezes essencial para lidar com problemas realmente importantes.
- c) Há necessidade de compreensão profunda: não se deve simplesmente encontrar soluções para problemas imediatos, mas desenvolver uma compreensão densa acerca do conhecimento. (Lester, 2012, p.174-175, *apud* Almouloud, 2017, p. 09)

Diante do exposto, esse artigo tem como objetivo principal fazer um estudo teórico da Teoria de Jogo de Quadros proposta por Douady (1986a) para ser utilizado como material de consulta e aporte teórico para estudantes e interessados da área de Educação Matemática.

Para isso, inicialmente será feita uma descrição da Contextualização e Motivação a partir de aspectos históricos, epistemológicos e didáticos; em seguida, há a apresentação da Teoria de Jogos de Quadros com destaque para a diferença entre

quadro, registro e ponto de vista. Vários exemplos são utilizados ao longo da explanação retirados de diversos estudos.

Por fim, há uma seção com uma breve discussão das limitações e articulação dessa teoria com outras; uma sobre as pesquisas que utilizaram a teoria no Brasil e as considerações finais.

2. CONTEXTUALIZAÇÃO E MOTIVAÇÃO

A reunião de professores de matemática para pensar o ensino, data do início do século XX. Na década de 50, tendo por marco a criação da UNESCO, vários congressos foram organizados para discutir a Educação Matemática e, conseqüentemente, para promover um outro olhar sobre o ensino na área.

É nesse contexto de reforma, envolto pelo fracasso da reforma da matemática, que os pesquisadores franceses se sentiram motivados a pesquisar questões de ensino e aprendizagem matemática, surgindo assim, na França, na década de 70, os Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática (IREM). Para Almouloud (2007, p. 17)

[...] O movimento da matemática moderna levou pesquisadores franceses, dentre outros, a se interessarem pelo estudo e pela investigação de problemas relativos ao ensino e à aprendizagem da matemática, bem como, propor ações fundamentadas para resolver, pelo menos, parcialmente, tais problemas, as primeiras pesquisas apoiaram-se, essencialmente, nas teorias psicológicas de Piaget. (ALMOULLOUD, 2007, p. 17)

As primeiras pesquisas em educação matemática tinham por referência a teoria do psicológico Piaget baseada na noção de “equilíbrio”. A influência da teoria do desenvolvimento do conhecimento de Piaget também é destacada por Sriraman e English (2010, *apud* Almouloud, 2017) como aporte para a construção das teorias de Educação Matemática. Contudo, o modelo Piagetiano não enfatiza, de acordo com Almouloud (2007, p. 23) “a dimensão institucional da aprendizagem por meio das relações professor-aluno e das relações entre alunos”.

A partir dessas perspectivas, surge a abordagem via construtivismo didático baseada em Piaget, porém sob outra perspectiva, centralizada no sujeito epistêmico, estruturado pela própria atividade; e, também, privilegia os saberes matemáticos e científicos como um domínio específico do conhecimento. De acordo com Almouloud (2007, p. 25)

O construtivismo didático dá ênfase à dimensão social e, em escala menor, à dimensão histórica, na aquisição dos conhecimentos. Os processos de aquisição de conhecimentos não são unicamente situados do lado dos sujeitos individualmente, mas da classe; a aquisição deve ser o resultado de um processo de adaptação dos sujeitos às situações que o professor organizou, nas quais as interações com os outros alunos terão um papel importante. (ALMOULOU, 2007, p. 25).

Pommer (2013, p. 2) destaca que, “O construtivismo Didático foi uma proposta alternativa dentro da Psicologia Cognitiva que se baseou em alguns conceitos do construtivismo Piagetiano como desequilíbrio, adaptação e acomodação, mas rejeita a ideia de fases de desenvolvimento infantil”. Nessa abordagem, o professor deve organizar situação ou situações que permitam a aprendizagem cujo centro é o Sujeito Epistêmico.

O conceito de sujeito epistêmico vai além de sua individualidade; ele é construído a partir de sua própria atividade, com autonomia em relação ao ambiente e condições mentais e psicológicas. O objetivo é permitir ao aluno uma aprendizagem autônoma que possibilite a relação com o meio e com os outros a partir da compreensão do mundo e de si mesmo.

A busca pela solução de problemas de ensino de conceitos matemáticos e de abordagens para o desenvolvimento de um Sujeito Epistêmico, levaram ao desenvolvimento de várias teorias de Didática da Matemática na França, dentre estas, a da Ferramenta Dialética-Objeto e de Jogo de Quadros propostas por Douady (1986a) em sua tese de doutorado, sendo, esta última objeto de análise nesse artigo.

Régine Douady, figura 01, era professora-pesquisadora do IREM da Universidade de Paris VII e, atualmente, está aposentada. Com interesse no como se deve aprender matemática trabalha com a hipótese de que “O ensino deve integrar na sua organização momentos em que a aula simula uma sociedade de investigadores em atividade” (DOUADY, 1983, *apud* DERIARD, 2017, p. 19, tradução nossa).

Figura 01 – Régine Douady



Fonte: <https://www.babelio.com/auteur/Regine-Douady/412943/photos>

Segundo relatos de Douady (1983, *apud* DERIARD, 2017) o convívio com estudiosos e com seu esposo, o matemático francês Adrien Douady membro de um grupo de pesquisa chamado Bourbaky, antes da década de 70, e a observação da relação destes com a matemática e como conciliavam a simplicidade, a imaginação e o rigor despertaram na autora o “especial interesse sobre a maneira que deve ser aprendida na escola” (DOUADY, 1983, *apud* DERIARD, 2017, p. 19, tradução nossa).

Douady (1983, *apud* DERIARD, 2017, p. 19, tradução nossa) diz que,

Em minha vida privada, estava cercada por matemáticos de todos os níveis; estudantes e especialistas. Adrien, meu marido, era um matemático renomado. Sempre me maravilhei com a maneira como os matemáticos discutiam matemática em suas reuniões, trocando argumentos ... sobre a maneira como viviam a matemática. Havia algo natural em sua relação com a matemática que me fascinou. Eu vi como eles reconciliaram simplicidade, imaginação e rigor. Ele havia descoberto um novo mundo. Por isso comecei a observá-los mais de perto e a ouvi-los com muita atenção. (DOUADY, 1983, *apud* DERIARD, 2017, p. 20, tradução nossa)

Almouloud (2007, p. 62), justifica a inspiração para a elaboração da teoria ao dizer que “Analisando um pesquisador em matemática resolvendo uma questão matemática (ainda não resolvida), Douady buscou características da ação efetivada pelo pesquisador que pudessem inspirar o trabalho que o professor realiza em sala de aula”.

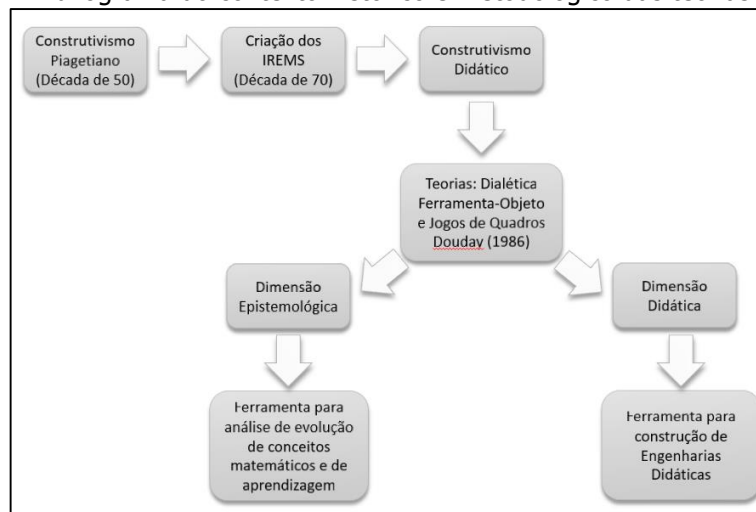
As teorias propostas por Douady (1986a), Dialética ferramenta-objeto e Jogos de Quadros, são excelentes ferramentas de análise para o processo de ensino aprendizagem; Douady (1993, *apud* Almouloud, 2007) destaca que suas teorias podem ser vistas a partir de uma dupla dimensão: Epistemológica e Didática.

Epistemologicamente, permitem poderosas análises de evoluções de noções matemáticas e de aprendizagem efetiva existente; em sua dimensão didática, são ferramentas poderosas para a construção de Engenharias Didáticas. (DOUADY, 1995, *apud* ALMOULOU, 2007).

A figura 02 apresenta um fluxograma com o percurso histórico e metodológico para chegar as teorias de Douady; iniciando com os primeiros estudos a partir de Piaget, a criação dos IREMS impulsionado pelas mudanças de perspectivas em relação as pesquisas em didática da matemática, em especial, a abordagem via Construtivismo

Didático e o nascimento das teorias propostas por Douady vistas a partir de uma dimensão Epistemológica e Didática.

Figura 02 – Fluxograma do contexto histórico e metodológico das teorias de Douady



Fonte: elaborado a partir do estudo da Teoria de Jogo de Quadros

Portanto, as teorias de Douady nascem a partir da observação da autora do método utilizado por pesquisadores para a resolução de problemas matemáticos levando em consideração a importância da ação, do equilíbrio-reequilíbrio e dos conflitos cognitivos de Piaget e da Escola de Psicologia Social de Genebra e são importantes ferramentas de análise de aprendizagem e de construção de Engenharias Didáticas.

3. A TEORIA DE JOGO DE QUADROS

Ao observar como os professores e pesquisadores de matemática resolviam problemas, Douady (1986a), verificou uma característica primordial para a resolução de determinadas questões, em especial, em geometria: a necessidade de mudança de contexto, de mudança de domínio. Essa mudança de contexto, por vezes, era uma exigência da própria questão ou por necessidade de demonstrar alguma propriedade, teorema, etc.

Para essa mudança de contexto, Douady (1986a) chamou de mudança de quadro, a partir de então definiu a teoria de Jogo de Quadros. Porém, para a compreensão dessa teoria é necessário entender, primeiramente, os conceitos de quadro, ferramenta e objeto.

Portanto, o que vem a ser um quadro? Douady (1986, p. 11, *apud* Santos e Curi, 2009, p. 60) define quadro da seguinte maneira,

Um quadro é constituído de objetos de um ramo da Matemática, de relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e de imagens mentais associadas a esses objetos e essas relações. Essas imagens têm um papel essencial no funcionamento dos objetos do quadro como ferramentas. Dois quadros podem comportar os mesmos objetos e diferir pelas imagens mentais e a problemática desenvolvida. (DOUADY, 1986, p. 11, *apud* SANTOS e CURI, 2009, p. 60)

A autora caracteriza um **quadro** a partir de conceitos de **objeto** e **ferramenta** utilizados em sua teoria sobre a Dialética ferramenta-objeto. Assim, um conceito matemático é visto como objeto ao ser identificado como um conteúdo de aprendizagem, um conhecimento científico reconhecido socialmente, e como ferramenta quando utilizado para a resolução de um determinado problema (DOUADY, 1986a).

Uma ferramenta pode ser utilizada em vários problemas e adaptadas à resolução destes. Essas ferramentas podem ser implícitas, quando o aluno não a conhece, ou explícitas, quando o aluno sabe como implementá-las para justificar suas ações. O uso de ferramentas explícitas varia de acordo com o nível de escolaridade.

Para diferenciar ferramenta implícita de explícita, Douady (1986b, p. 9-10, tradução nossa) apresenta a seguinte atividade:

Um aluno, em uma atividade matemática, pode fazer uso de uma ferramenta implícita ou explicitamente. Vamos dar um exemplo. Considere o seguinte problema: "Existe um quadrado de 12cm^2 de área?" E a resposta de um aluno: "para um quadrado lateral de 3cm a área é de 9cm^2 , para um quadrado de lado de 4cm a área é de 16cm^2 , quando o lado passa de 3cm para 4cm há um momento em que a área será de 12cm^2 ". Reconhecemos a relação entre dimensão e área de um quadrado como uma ferramenta explícita. No entanto, a função numérica $x \rightarrow x^2$, sua continuidade, o teorema do valor intermediário são necessários para justificar a afirmação do aluno. Dizemos que todos esses elementos intervêm como ferramentas implícitas. Seus desígnios lhe permitem iniciar um procedimento cuja justificativa se refere a noções que ele não sabe formular ou que expressa em termos de ações em um determinado contexto. [...] (DOUADY, 1986b, p. 9-10, tradução nossa)

A partir do entendimento dos conceitos de quadro, ferramenta e objeto, é perceptível a articulação lógica, clara e interdependente entre as teorias da dialética ferramenta-objeto e o Jogo de Quadros; portanto, a análise dos objetos matemáticos

permite a verificação de diversos tipos de quadros que podem ser “manipulados” por ferramentas diversas.

Para cada quadro, conceitos podem ser associados de acordo com o objeto e para cada atividade vários quadros podem ser considerados; por exemplo, na atividade proposta por Melo (2010), os quadros gráfico, algébrico e numérico foram utilizados para a resolução do problema. Alguns quadros citados por Wielewski (2013) são:

- Quadro numérico: uso de conjuntos numéricos e suas operações, sendo que este quadro normalmente permeia
 - muitas etapas da resolução de um problema em qualquer que seja o quadro utilizado, elaboração de uma tabela etc.
 - Quadro algébrico: dentre as diversas ferramentas pertencentes a esse quadro, que podem ser utilizadas para reformular, de outro modo, o problema, citam-se as equações, as incógnitas, as soluções de uma equação etc.
 - Quadro geométrico: figuras geométricas, dimensões, áreas, volumes etc.
 - Quadro de funções: o estudo das variações de duas ou mais variáveis relacionadas e a determinação de variáveis ligadas por relações.
 - Quadro da geometria analítica: representação gráfica de uma função, determinação de informações a partir da leitura e interpretação do gráfico, tais como: determinação dos zeros da função, intersecções com a abscissa e a ordenada.
- (WIELEWSKI, 2013, *apud* WIELEWSKI e BANDEIRA, 2017, p. 3).

Teixeira (2014) destaca outros tipos de quadros como o da estatística e o vetorial. Um quadro também pode ser dividido em outros quadros.

Assim por exemplo o quadro geométrico pode ser dividido em quadro da geometria euclidiana, quadro da geometria hiperbólica, quadro da geometria esférica, quadro da geometria projetiva, quadro da geometria afim, quadro da geometria das transformações, quadro da perspectiva cônica, quando da perspectiva cavaleira, quadro da geometria descritiva, quadro da geometria analítica etc. (TEIXEIRA, 2014, p. 147).

Nesse sentido, pode-se destacar a necessidade de mudanças de quadros para obter novas formas de resolução de problemas, por vezes, não identificadas, inicialmente, pelos alunos, como uma estratégia fundamental a ser utilizada pelos docentes de forma planejada e intencional; o Jogo de Quadros permite a evolução do pensamento matemático, consolidando conceitos e concepções, até então, despercebidas, a partir da mudança de quadro incentivada pelo docente.

Para Melo (2010, p.44)

O jogo de quadros, conforme Maranhão (2008), é uma mudança de quadro na qual o professor intencionalmente apresenta atividades nas quais o aluno deverá mudar de quadro, em movimento de ida e volta entre os mesmos para apresentar suas respostas, isto é, o professor intencionalmente provoca a mudança de quadro e assim conduz à construção de uma nova aprendizagem pelo aluno. (MELO, 2010, p. 44).

É importante enfatizar que a teoria de Jogo de Quadros proposta por Douady utiliza a mudança de quadro como estratégia para aprendizagem a partir da resolução de problemas e estas, devem, necessariamente, ser provocadas pelo professor e não espontâneas. Almouloud (2007, p. 65) enfatiza que:

Assim, uma *mudança de quadro*, de acordo com Douady (1986), é um meio de se obter formulações diferentes para um problema que, sem serem necessariamente equivalentes, permitem ter uma nova visão para as dificuldades encontradas, disponibilizando ferramentas e técnicas que não transparecem em uma primeira formulação. Já os *jogos de quadros* são, segundo a autora, mudanças de quadros provocadas por iniciativas do docente, quando escolhe problemas convenientes para fazer avançar as fases de pesquisa e evoluir as concepções dos alunos. (ALMOULOU, 2007, p. 65).

O Jogo de Quadros deve ser utilizado sempre que necessário, porém é importante que o aluno também compreenda os conceitos e, a partir de então, saiba transitar de um quadro a outro durante a resolução de problemas; cabe ao professor propor tarefas e utilizar métodos de ensino que o estimulem e promova articulação entre os quadros e que levam a descobertas de ferramentas até então desconhecidas.

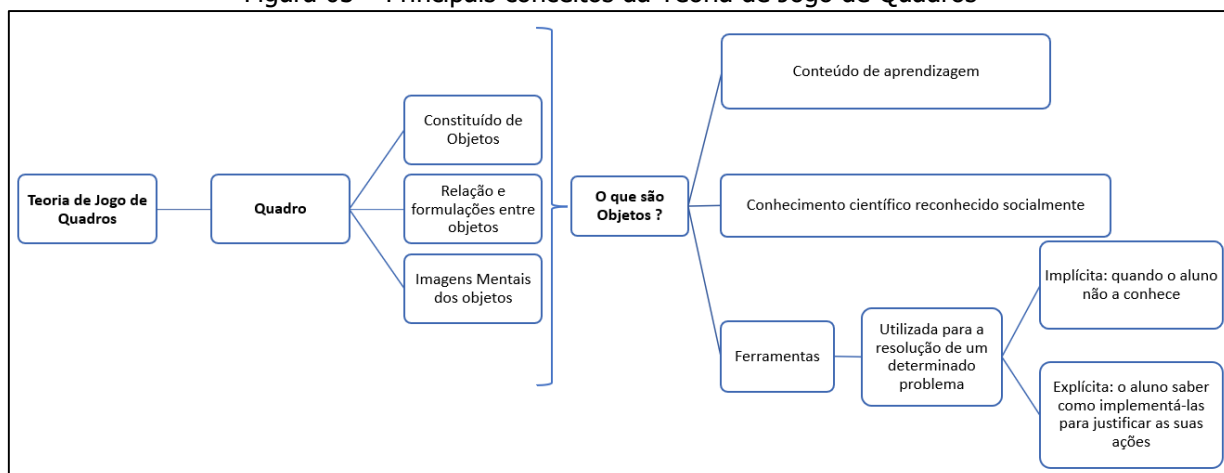
Em relação a importância da teoria, Teixeira (2015, p. 33) destaca que,

O avanço nas pesquisas empreendidas por Douady (1986) foi o de transportar alguns elementos deste procedimento de mudança de quadro – próprio dos matemáticos – para os alunos da Educação Básica ou Superior, com o propósito de contribuir para a melhoria da aprendizagem de novos conceitos e as relações entre diferentes conceitos da matemática. (TEIXEIRA, 2015, p. 33).

Além disso a Teoria de Douady vem suscitar questões importantes sobre a didática e a prática docente; traz a reflexão que formas de resolução de problemas a partir de diferentes quadros deve sair da esfera científica, e ser vista, como forma de ensinar, de facilitar ou de criar alternativas que devem ser utilizadas durante o processo de ensino aprendizagem e, principalmente, deve fazer parte do planejamento

pedagógico e didático da aula. A figura 03, apresenta uma síntese dos principais conceitos utilizados na teoria.

Figura 03 – Principais conceitos da Teoria de Jogo de Quadros



Fonte: elaborado a partir do estudo da teoria.

A seguir será apresentado um exemplo de Douady(1986b) que descreve como deve se dá o processo de resolução de problemas a partir da teoria de Jogo de Quadros, desde a sua concepção pelos docentes até a aplicação aos estudantes.

3.1. O Exemplo de Douady (1986b)

Utilizar a mudança de quadros durante o processo de resolução de um problema permite ampliar o conhecimento de um dado objeto e suas correlações com outros conceitos, (re)significando as ferramentas utilizadas pelos alunos durante esse processo. Para isso, Douady (1986b) estabelece algumas condições aos problemas propostos pelos docentes aos alunos, quais sejam:

- o contexto e questões devem fazer sentido aos alunos;
- os alunos podem iniciar a resolução do problema, a partir de conhecimentos prévios, mas não podem resolver o problema completamente;
- os conhecimentos visados pela aprendizagem (conteúdo ou método) são ferramentas adaptadas ao problema;
- o problema pode ser formulado em, pelo menos, dois quadros diferentes. (DOUADY, 1986b, p. 13, tradução nossa).

Portanto, a busca da solução de um problema deve percorrer três fases: 1) Transferência e Interpretação: apresentação do problema ao aluno dentro de um quadro e, conseqüente, tentativa de resolução a partir de seus conhecimentos prévios; 2) Combinações imperfeitas: situação de desequilíbrio devido a mudanças de quadros

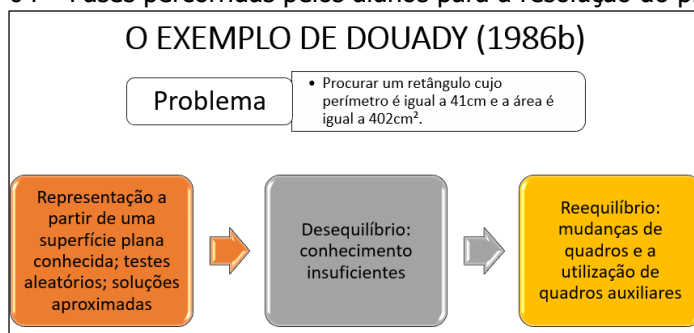
incorretas ou que estão além do seu conhecimento; 3) Melhoria de correspondência e progresso do conhecimento: situação de reequilíbrio onde os alunos devem entender a necessidade de mudanças de quadros que levam a resolução do problema. (Douady, 1986b).

Douady (1986b), sugere o seguinte problema, a ser proposto pelos professores aos alunos, formulado a partir de uma estrutura geométrica: procurar um retângulo cujo perímetro é igual a 41cm e a área é igual a 402cm². O objetivo do problema é mostrar as fases percorridas durante a resolução de problemas por mudanças de quadros.

A autora relata que em um primeiro momento os alunos irão tentar representar o problema a partir de uma superfície plana conhecida com fórmulas de perímetro e área conhecidas; representarão a soma de a e b , sejam a e b lados da estrutura, igual a 42 e o produto a 142 e farão testes aleatórios de números mesmo com a calculadora sem chance de sucesso. Nesse momento, os alunos devem procurar soluções aproximadas.

Há o desequilíbrio provocado por incertezas matemáticas advindas do conhecimento insuficiente; acontece a manipulação de forma implícita de funções para encontrar pares (a,b) que satisfaçam as condições. As mudanças de quadros e a utilização de quadros auxiliares tendem a provocar o reequilíbrio. A figura 04 ilustra as fases percorridas pelos alunos durante a resolução do problema.

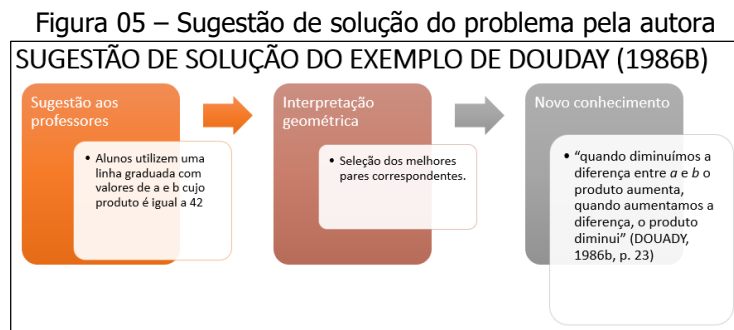
Figura 04 – Fases percorridas pelos alunos para a resolução do problema



Fonte: elaborado a partir do Exemplo de Douady (1986b)

Como solução, a autora sugere que os professores devem incentivar os alunos a utilizar uma linha graduada com valores de a e b cujo produto é igual a 142; fazendo isso, os alunos poderão selecionar os melhores pares correspondentes a retângulos com meio perímetro igual a 42. Essa interpretação geométrica pode levar a conclusões

do tipo “quando diminuimos a diferença entre a e b o produto aumenta, quando aumentamos a diferença, o produto diminui” (Douady, 1986b, p. 23). A figura 05 ilustra a sugestão da autora para a solução do problema.



Fonte: elaborado a partir do Exemplo de Douady (1986b)

Através do problema proposto por Douady (1986b) pode-se perceber a interação entre quadros, do geométrico para o algébrico e deste para o gráfico para chegar à resolução da questão, que além de prover a resolução em si, possibilitou a aquisição de novos conhecimentos a partir da interpretação geométrica.

4. QUADROS, REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO E PONTO DE VISTA

É importante diferenciar o conceito de quadro proposto por Douady (1986a) do de Registro proposto por Duval em sua Teoria de Registros de Representação Semióticas. Para Almouloud (2007, p. 71), “um registro de representação é, segundo Duval (1999), um sistema semiótico que tem as funções fundamentais no funcionamento cognitivo consciente”.

Duval (2012), cita vários tipos de registros, quais sejam: o da língua natural, o registro simbólico, a figura geométrica, a fórmula algébrica. Ressalta que:

“o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações” (Duval, 2012, p. 270).

Para realizar a mudança de quadros são necessários conhecimentos matemáticos, algumas vezes, inerentes apenas ao professor e acontece de forma natural, pois foi planejada por este; para fazer uma mudança de registros é necessário a compreensão dos conceitos pelos alunos e deve ser perceptível a estes, o que permite uma avaliação da apreensão do objeto em estudo (Almoulod, 2007).

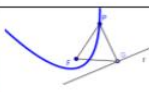
Por fim, é necessário, ainda, conhecer a noção de ponto de vista. Para Rogalski (2001, p. 16, *apud* Siqueira, 2016, p. 64), “o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações”.

Para Almouloud (2007, p. 81),

[...] Pontos de vista diferentes, para um objeto matemático, são maneiras diferentes de olhá-lo, de fazê-lo funcionar e, eventualmente, de defini-lo. Nesse sentido, olhar um objeto em diferentes quadros é ter diferentes pontos de vista, embora se possam ter vários pontos de vista no mesmo quadro. Por exemplo, uma curva C do plano pode ser definida no quadro da geometria analítica a partir de dois pontos de vista no mesmo quadro: cartesiano e paramétrico (Almouloud, 2007, p. 81).

Portanto, a noção de ponto de vista é intrínseca a forma de olhar o objeto, podendo ser vista ao mudar de quadro ou registro, por exemplo, ou ao permanecer no mesmo quadro ou registro. A figura 06, adaptada de Siqueira (2015) apresenta a parábola a partir do quadro da geometria e quatro diferentes formas de representação semiótica (material, figural, língua materna e algébrico) e os pontos de vista associados a cada tipo de representação.

Figura 06 – Quadro, Registro de Representações Semióticas e Pontos de Vista para a parábola.

QUADRO DA GEOMETRIA PARA A PARÁBOLA				
Registros de Representação Semiótica	Material	Figural	Língua Materna	Algébrico
			A parábola é definida como o conjunto dos pontos no plano, equidistantes de um ponto e de uma reta fixos, o ponto é denominado foco e a reta, diretriz.	$\vec{a}(F, P) = \vec{a}(P, r)$
Pontos de Vista	Da Dobradura	Da geometria de Representação Dinâmica ou do Desenho Geométrico	Das Definições	Das Equações

Fonte: adaptação de Siqueira (2015).

Observa-se, a partir da figura 06, que em um mesmo quadro pode ter diferentes tipos de representações e pontos de vista; e se fosse colocado um novo quadro, por

exemplo, o da geometria analítica para representar a parábola novos tipos de representações e pontos de vista poderiam ser associados a esse objeto.

Almouloud (2007, p. 88) conclui de forma brilhante que

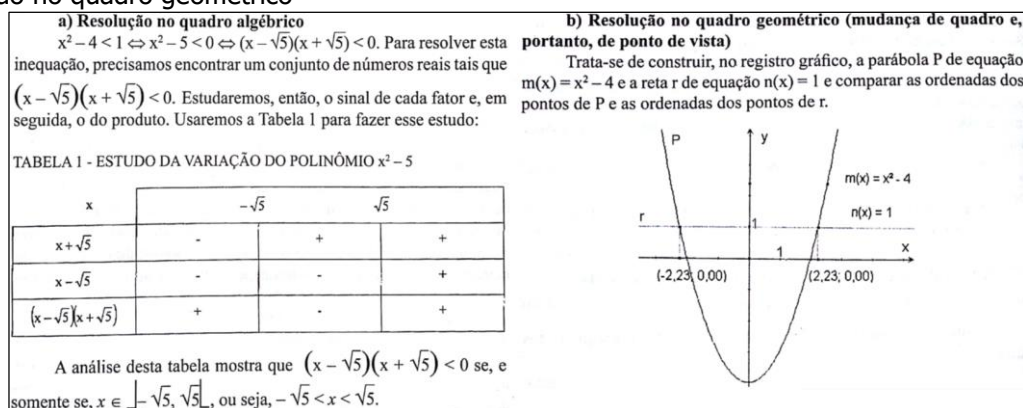
Para compreender um conceito é necessário saber em que quadros ele funciona e compreender os pontos de vista que lhe são associados. Para provar teoremas ou resolver problemas, a mudança de quadro e a escolha judiciosa de registros de representação são fundamentais no cumprimento da tarefa pedida, além de serem fundamentais na distinção entre o objeto matemático (conceito) e suas diferentes representações num dado registro. (ALMOULOU, 2007, p. 88).

Entender, caracterizar e diferenciar diferentes quadros, representações e pontos de vista é importante para resolução de problemas e validação de conhecimentos. Contudo, é importante ter a consciência da necessidade de ensinar e aprender a partir dessa perspectiva.

O exemplo de Almouloud (2007) tem por objetivo mostrar as mudanças de quadros e pontos de vista a partir do processo de resolução de uma inequação de duas formas diferentes. O problema é assim proposto: “Resolver a inequação: $x^2 - 4 < 1$, no conjunto dos números reais” (Almouloud, 2007, p. 87).

A resoluções são apresentadas pelo autor no quadro algébrico e no quadro geométrico; é interessante notar que a mudança de quadro não foi fundamental para a resolução da questão, porém a mudança de quadro pode propiciar para alguns um melhor entendimento, ou compreensão de conceitos e do próprio problema. As duas resoluções propostas pelo autor estão representadas na Figura 07.

Figura 07 – Diferentes formas de resolução da questão proposta: a) resolução no quadro algébrico; b) resolução no quadro geométrico



Fonte: Adaptação de Almouloud (2007, p. 87 e 88)

Em termos de aprendizagem matemática, a visualização da solução em diferentes quadros pode permitir ao aluno uma melhor interpretação dos resultados. Em termos de didática, a resolução em dois quadros diferentes mostrou diferentes pontos de vista e a necessidade de articulação de ferramentas e conceitos, que devem fomentar o processo de ensino aprendizagem com a finalidade de garantir a compreensão de diversos conceitos matemáticos.

5. LIMITAÇÕES E CONEXÕES COM OUTRAS TEORIAS

Além da articulação genuína entre as teorias propostas por Douady, Dialética Ferramenta-objeto e Jogo de Quadros, alguns trabalhos, por vezes, utilizam a teoria de Douady (1986a) sobre mudanças de quadros associada a teoria de Duval (1993) sobre as representações semióticas como ferramentas de análise.

Santos e Curi (2009) fazem um estudo sobre a articulação entre as teorias de Douady (1992), Duval (1993) e de Robert (1997), que distingue os diferentes níveis de conhecimentos dos educandos. Essas teorias foram selecionadas pois, levam em consideração os aspectos cognitivos utilizados pelos educandos durante o processo de resolução de tarefas. A pesquisa é justificada a partir da teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1980), que preconiza o ensino a partir de materiais potencialmente significativos para o alcance de uma aprendizagem significativa em detrimento da mecânica.

Os autores consideram que utilizar as teorias de forma articulada pode fornecer subsídios para a construção de materiais potencialmente significativos da teoria de Ausubel, que não indica fonte para construção desses materiais; e de análise da passagem dos níveis de conhecimentos de Robert, considerando, também, a ausência de indicações das escolhas didáticas que devem ser feitas pelos professores durante a transposição entre esses níveis apesar da latente contribuição sobre a distinção entre os diversos níveis de conhecimento. Segundo os autores,

Assim quando articulamos as teorias de Duval (1993) e Douady (1992), podemos entender que a passagem dos níveis está relacionada a mudança de quadro e aos tipos de registros de representação utilizados de forma implícita ou explícita em uma determinada tarefa, observamos que se houver um trabalho diferenciado que leve em consideração estas linguagens próprias da matemática poderemos entender melhor as dificuldades encontradas pelos

educandos e até mesmo estratégias de ajudá-los a alcançar êxito na resolução destas tarefas. (Santos e Curi, 2009, p. 64).

A articulação entre as teorias de Douady (1986a) e Duval (1993, 1994, 1995) também foi utilizada como subsídio para a aplicação de uma sequência didática em Facco e Almouloud (2004), com o objetivo de “apresentar um estudo que tem como objetos os fenômenos de ensino e aprendizagem da construção do conceito de superfície e de área no Ensino Fundamental” (Facco e Almouloud, 2004, p. 1).

O uso das teorias é justificado pois as atividades propostas são apoiadas em uma figura como ponto de partida, tendo a forma e o conteúdo como elementos da construção do conhecimento e a reconfiguração de figuras como necessários para o processo de ensino aprendizagem e desenvolvimento do raciocínio lógico matemático. Para os autores,

[...] Entendemos, portanto, que a ferramenta-objeto – que para nós são os conceitos matemáticos que estão por trás da decomposição e composição – e o jogo de quadros – que se refere às identidades do figural (geométrico) e à aferição da medida de área, perímetro e superfície. As representações semióticas de forma e de conteúdo, explicitadas nas figuras estudadas, subsidiadas pelas apreensões observadas por Duval, evidenciam uma evolução de construção de sentido e de operações que levam à interpretação de raciocínio e de resoluções. (Facco e Almouloud, 2004, p. 9).

Portanto, pode-se perceber a importância da articulação entre as teorias de Douady e Duval para analisar aspectos cognitivos de aprendizagem viabilizando articulação de objetos e ferramentas para a resolução de problemas e a representação semiótica dos objetos de forma adequada.

Teixeira (2015, p. 34) diz que,

Porém, de maneira a justificar a necessidade de fazer-se uma mudança de quadro no ensino da Matemática é preciso contar com os conceitos presentes na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de autoria de Raymond Duval (2009), uma vez que essa teoria é forte aliada nesse processo por conta de estar diretamente relacionada com os procedimentos que precisam ser feitos por conta da utilização de novos registros e representações presentes no novo quadro e a correta correlação com os registros e representações do quadro anterior. (Teixeira, 2015, p. 34).

Assim, o aluno desenvolve a capacidade de transitar em diferentes quadros e registros de forma adequada e quando for necessário. Cabe ressaltar, novamente, que não se pode confundir quadro e registro, sendo, este último, relacionado a dimensão semiótica para a compreensão dos objetos matemáticos.

Sobre a articulação entre as teorias de Douady (1986a) e Brousseau (1986), Almouload (2007, p. 68) diz que “podemos criar um modelo possível para uma organização da relação ensino-aprendizagem de um saber matemático”. Para Brousseau, a resolução da atividade deve ser iniciada pelo aluno e o processo de buscar novos conhecimentos para chegar à solução os conduz a situações adidáticas.

Para Gálvez (1996), o desenvolvimento de atividades cujo processo de resolução conduzem a um Jogo de Quadros está de acordo com a existência de situações adidáticas propostas por Brousseau (1986) em sua Teoria das Situações Didáticas.

No entanto, Melo (2010, p. 47) diz que,

para Maranhão (2009), Brousseau ao discutir a obra de Douady, considera que do ponto de vista didático é interessante o aluno utilizar diversos quadros durante a resolução de um problema, desde que a iniciativa seja dele. Desse modo, Brousseau divulga seu reconhecimento e sua visão sobre possíveis limitações dos elementos teóricos propostos por Douady. (Melo, 2010, p. 4).

Nesse sentido, pode-se perceber a importância da utilização do Jogo de Quadros articulado com demais teorias de forma a enriquece a análise do processo de ensino aprendizagem a partir da representação de objetos em diferentes quadros, o processo de resolução e a validação dos resultados. Porém, cabe ao docente propor atividades potencialmente significativas que estimulem o aluno e os conduza a situações adidáticas permitindo a sua autonomia e a compreensão e transposição de conceitos para o alcance de diferentes níveis de conhecimentos.

Para ilustrar o uso da teoria de Jogo de Quadros em articulação com outras, será utilizado o estudo realizado por Melo e Freitas (2011).

5.1. O exemplo de Melo e Freitas (2011)

Em Mello e Freitas (2011, p. 96), o objetivo principal é “o estudo dos procedimentos de verificação de igualdades de expressões algébricas utilizadas por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, ao realizarem cálculo algébrico utilizando os quadros aritmético, algébrico e geométrico”.

Teve por aporte teórico a Teoria das Situações Didáticas proposta por Brousseau e noção de Jogos de Quadros de Douady; para a parte experimental, em relação a coleta de dados, a Engenharia Didática proposta por Michèle Artigue foi utilizada.

A fase experimental se deu em turma de 32 alunos de uma Escola Municipal de Ensino Fundamental de Campo Grande/MS. Duas atividades são propostas e são apresentadas a análise *a priori* e a *posteriori*; a resolução de um único aluno é analisada. Para esse trabalho, será descrita, apenas, a atividade 01.

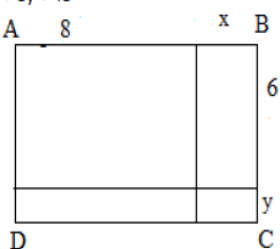
A atividade 01, figura 08, tinha por “objetivo principal propiciar ao aluno a retomada dos conceitos de área e perímetro como ferramenta para verificar a validade de igualdades envolvendo expressões algébricas do tipo $(a+b).(c+d)$ e $2(a+b)+2(c+d)$ ” (Melo e Freitas, 2011, p. 99). As variáveis didáticas utilizadas foram: a presença da figura no enunciado, tipo de expressão e conceitos de área e perímetro.

Figura 08 – Atividade Proposta

Atividade 1 – Carlos ao calcular a área e o perímetro da figura abaixo encontrou:

Perímetro (ABCD) = $28 + 2x + 2y$

Área (ABCD) = $xy + 6x + 8y + 48$



A resposta apresentada por Carlos está correta? Justifique.

Fonte: Melo e Freitas, 2011, p. 99

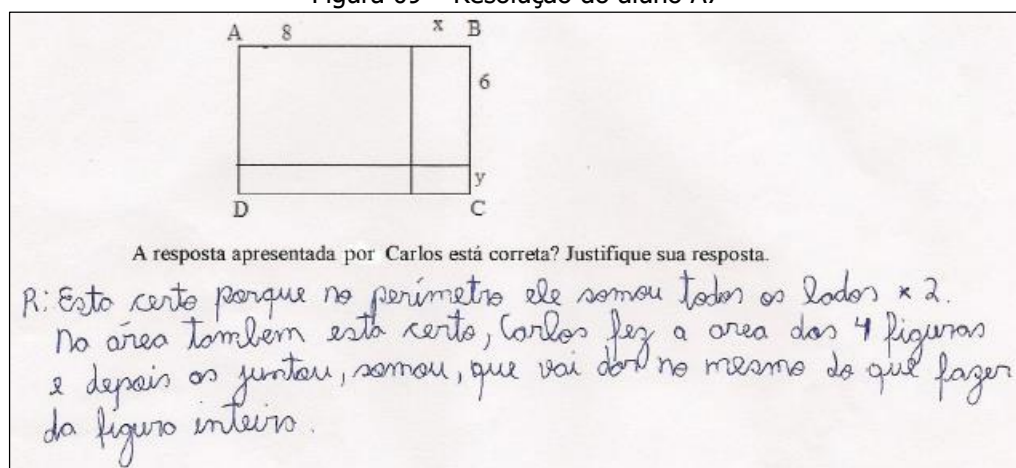
No enunciado da questão é possível perceber a presença dos quadros algébrico e geométrico, dando indícios de estratégias da resolução da questão aos alunos, podendo também utilizar o quadro aritmético. Os autores esperavam que os alunos encontrassem o valor do perímetro e área utilizando conhecimentos prévios e, a partir daí, confrontasse o seu resultado com o de “Carlos”, o aluno fictício da questão, via cálculo algébrico.

Ou ainda, que os alunos atribuíssem valores a x e y e os substituíssem nos quadros apresentados. Em relação a justificativa da pergunta da questão, era esperado que alguns não a fizessem, nesse caso, deveria ocorrer a intervenção do professor.

Na análise *a priori*, baseado em outras pesquisas sobre distinção entre perímetro e área, os autores consideraram ser provável o cálculo errado pelos alunos, considerando, dessa forma, a resposta de “Carlos” errada; ou ainda poderiam somar letras distintas ou fazer substituições incorretas dos números por justaposição confundindo, por exemplo, 2.3 (duas vezes três) com 23 (vinte e três).

A figura 09, mostra a justificativa do aluno A7. O aluno utilizou o quadro algébrico para validar a resposta e mostrou domínio em composição e decomposição de figuras; e o “quadro geométrico para comparar o resultado apresentado no enunciado com a sua resolução, caracterizando o uso do jogo de quadros para realizar a verificação, validando as respostas apresentadas” (Melo e Freitas, 2011, p. 101).

Figura 09 – Resolução do aluno A7



Fonte: Melo e Freitas, 2011, p. 99

Vale observar, uma característica interessante na resposta do aluno que além de utilizar mudança de quadros para validar sua resposta, apresentou traços de interação entre os quadros algébrico, numérico e aritmético.

Na análise *a posteriori*, os autores categorizaram o processo de validação em dois grupos de acordo com os quadros e os processos de ida e vinda, quais sejam: dois quadros com o sentido de mudança de quadro e a interação entre os quadros.

Em relação a primeira categoria, os autores concluíram que houve, apenas, a transferência de quadro não retornando para o inicial, esse processo foi realizado pela maioria dos alunos; na segunda categoria, há o retorno para o quadro inicial para validar o processo, processo realizado por uma pequena quantidade de alunos.

É importante destacar que algumas das atividades funcionaram como ferramentas para que alguns alunos identificassem seus erros e partissem em busca da sua superação. Alguns tiveram maior segurança, em responder as atividades, no momento em que passaram a trabalhar com os três quadros, de forma autônoma, que consideramos com uma superação de superação em relação ao conteúdo matemático. (Melo e Freitas, 2011, p. 105).

É importante destacar que durante a aplicação do trabalho a intervenção do professor seria apenas, em relação, a escrita da justificativa da questão, pois os

autores consideraram que os alunos teriam dificuldades; portanto, dessa forma, a limitação da teoria criticada por Brousseau foi, de certa forma, contornada, ao permitir maior autonomia aos estudantes.

Pode-se afirmar que o Jogo de Quadros são mudanças de quadros necessárias para facilitar a resolução de determinados problemas a partir de objetos e ferramentas matemáticas culminando na formação de novos conceitos, na consolidação dos antigos e/ou na validação de identidades algébricas favorecendo, dessa forma, o processo de ensino aprendizagem (Melo e Freitas, 2011).

Além disso, destacaram alguns resultados alcançados com a utilização do Jogo de Quadros no processo de ensino aprendizagem aos alunos, tais como: segurança, domínio, autonomia, mudança de atitude, superação, motivação.

Portanto, para que isso seja possível é necessário que atividades com Jogos de Quadros façam parte do planejamento da aula pelo processo e, não seja visto, apenas, como parte integrante do processo de resolução das questões. É preciso dar significado ao que é proposto pela teoria.

6. ESTUDOS BRASILEIROS ENVOLVENDO A TEORIA DE JOGO DE QUADROS

Nessa seção será apresentado um breve estudo sobre as pesquisas envolvendo a teoria de Jogos de Quadros. Para isso, buscou-se dissertações e teses publicadas desde 2007 no Banco Digital Brasileiro de Dissertações e Teses (BDTD), no Catálogo CAPES e no repositório da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) por termos identificados muitos trabalhos nessa Instituição. Foram encontrados 29 trabalhos, sendo 04 teses.

O Quadro 01, apresenta os trabalhos encontrados em ordem cronológica de defesa, destacando os itens: tipo D para Doutorado e M para mestrado, autor/ano de defesa, título e objetivo.

Quadro 01 – Trabalhos defendidos no Brasil tendo por aporte teórico a Teoria de Jogos

TIPO	AUTOR/ANO	TÍTULO	OBJETIVO
M	Silva (1997)	Teorema de Tales: uma engenharia didática utilizando o cabri-Geometre	Permitir o professor estudar o Teorema de Tales através da construção de uma Sequência Didática.

M	Gomes (2000)	Um estudo de áreas com alunos da 6ª série do ensino fundamental.	Estudar a evolução de conhecimentos a respeito do conceito de área ao se aplicar uma Sequência Didática.
M	Modanez (2003)	Das Sequências de padrões Geométricos à introdução ao pensamento algébrico.	Estudar a introdução ao pensamento algébrico, por meio de sequências de padrões geométricos
M	Ferreira (2003)	Atribuindo significado ao seno e cosseno utilizando o software cabri-géomètre	Introduzir o conceito de seno e cosseno de forma coordenada tentando propiciar aos alunos, condições para atribuir significado a tais conceitos.
M	Oliveira (2004)	Relações lógicas estabelecidas por alunos de uma quarta série do ensino fundamental.	Estudar a produção de relações numéricas por alunos.
M	Corbo (2005)	Seção áurea: um contexto para desenvolver a noção de incomensurabilidade de segmentos de reta.	Contribuir para a formação inicial de professores de matemática, propondo a utilização da seção áurea como contexto para explorar a noção de incomensurabilidade de segmentos de reta.
M	Souza (2006)	Enquadramento de números racionais em intervalos de racionais: uma investigação com professores do ensino fundamental.	Atualizar as atividades de Régine Douady (1986a) envolvendo enquadramento de números racionais em intervalos
M	Lage (2006)	Enquadramento de números racionais em intervalos de racionais: uma investigação com alunos do ensino fundamental.	Investigar quais conceitos, propriedades e procedimentos matemáticos, bem como quais domínios são utilizados por estudantes na resolução de atividades.
M	Fontalva (2006)	Um estudo sobre inequações: entre alunos do ensino médio.	Investigar os recursos utilizados por estudantes para a resolução de inequações.
M	Pontes (2007)	Interação entre estruturas algébricas e geométricas na prática pedagógica do professor de matemática da 8ª série do ensino fundamental.	Identificar na prática pedagógica dos professores os conhecimentos algébricos e geométricos que possibilitam a interação entre as estruturas algébricas e geométricas
M	Cardia (2007)	Integrando a geometria com a álgebra na construção de expressões algébricas.	Estudar os fenômenos que interferem no sistema de ensino-aprendizagem do conceito de expressões algébricas no ensino fundamental.
M	Clara (2007)	Resolução de inequações logarítmicas: um olhar sobre a produção dos alunos.	Investigar procedimentos utilizados por alunos na resolução de problemas que envolvessem desigualdade ou inequações logarítmicas.
M	Saldanha (2007)	Análise de uma intervenção didática sobre desigualdades e inequações logarítmicas no ensino médio.	Analisar o processo ensino-aprendizagem, envolvendo professor, aluno e saber matemático na resolução de problemas
M	Anacleto (2007)	Uma investigação sobre a aprendizagem do teorema fundamental do cálculo.	Investigar os conhecimentos mobilizados por alunos que já haviam estudado o teorema fundamental do cálculo (TFC)
M	Santos (2007)	Formação continuada de professores em geometria por meio de uma plataforma de educação a distância: uma experiência com professores de ensino médio	Apresentar uma proposta de capacitação em geometria para o professor de matemática
M	Paranhos (2009)	Geometria dinâmica e o cálculo diferencial e integral.	Apresentar idéias fundamentais do cálculo diferencial e integral e suas aplicações na resolução de problemas.

M	Facco (2009)	Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem	Estudar os fenômenos que interferem no ensino aprendizagem do conceito de área no ensino fundamental.
M	Melo (2010)	Estudo de procedimentos de validação de igualdades de expressões algébricas por meio de mudanças de quadros	Estudar procedimentos de verificação de igualdades de expressões algébricas utilizados por alunos
M	Silva (2012)	A noção de função quadrática na transição entre os ensinos fundamental, médio e superior	Estudar as relações institucionais associadas à noção de função quadrática, com o objetivo de identificar os tipos de tarefas que sobrevivem/reconstróem quando se considera a transição entre os ensinos fundamental, médio e superior.
M	Andrade (2012)	Expectativas institucionais relacionadas à transição entre o ensino médio e ensino superior para o caso da noção de função exponencial	Caracterizar a transição para o caso da noção de função exponencial na transição entre o ensino médio e o ensino superior para compreender os diferentes processos de estudo
M	Almeida (2012)	Progressões aritméticas e geométricas: praxeologias em livros didáticos de matemática	Investigar como os livros didáticos propõem o estudo das progressões aritméticas e geométricas no primeiro ano do ensino médio.
M	Vidal (2013)	Seções cônicas: uma sequência didática no ensino médio utilizando o geogebra	Proporcionar ao professor de matemática do ensino médio uma sequência didática para o ensino de cônicas utilizando o software geogebra
M	Mateus (2014)	Derivadas de funções reais de uma variável real e integral de riemann: construção e aprendizagem de conceitos mediadas por mídias e práticas usuais	Estudar as praxeologias didático-matemáticas existentes em alguns materiais de ensino
D	Lino (2014)	As transformações geométricas em um jogo interativo entre quadros: um estudo teórico	Apresentar uma concepção ampla desse conteúdo, uma visão de geometria com uma nova organização destas transformações e dar mais significado ao seu estudo.
D	Martins (2015)	Estudos sobre aspectos da álgebra na passagem da aritmética para a álgebra	Apresentar uma concepção ampla desse conteúdo, uma visão de geometria com uma nova organização destas transformações e dar mais significado ao seu estudo
M	Siqueira (2016)	Um estudo didático das cônicas: quadros, registros e pontos de vista	Construir um estudo matemático e didático das cônicas no âmbito da geometria e da geometria analítica a partir do delineamento da metodologia da pesquisa bibliográfica
D	Cavalcante (2018)	Um estudo das expectativas institucionais sobre a noção de polígono na transição entre os ensinos fundamental anos iniciais, fundamental anos finais e ensino médio	Estudar das expectativas institucionais relacionadas à noção de polígonos
D	Galvão (2018)	Análise combinatória: expectativas institucionais relacionadas à transição entre o ensino médio e ensino superior.	Identificar e Compreender as dificuldades que os estudantes apresentam mediante o estudo das noções de análise combinatória.

Fonte: elaborado a partir da análise dos trabalhos.

Ao verificar a quantidade de trabalhos defendidos por ano, não é possível concluir ou afirmar que não há trabalhos sendo desenvolvidos a partir dessa teoria, porém o último trabalho defendido e encontrado em nossa busca foi em 2018. O gráfico 01, mostra a quantidade de trabalhos defendidos por ano que utilizaram o Jogo de Quadros.

Gráfico 01 – Quantidade de trabalhos defendidos por Ano que utilizaram o Jogo de Quadros



Fonte: elaborado a partir da análise dos trabalhos.

Outro aspecto observado, foi em relação a instituição de vinculação dos trabalhos, a maioria dos trabalhos foram defendidos na PUC-SP, sob orientação, especialmente, dos professores Doutores Saddo Ag Almouloud e, principalmente, Maria Maranhão nos períodos de 1997 e 2007. Sendo o ano de 2007, o que mais teve trabalhos envolvendo essa teoria. Vale ressaltar, que o nome de Régine Douady consta no rol de docentes visitantes do programa de Educação Matemática da PUC-SP.

Outras instituições com destaque são a União Bandeirante de Ensino (Uni-Ban) e a Universidade Anhanguera de São Paulo, inclusive com os trabalhos mais recentes. Todos os trabalhos defendidos nessas instituições foram orientados pela professora Dra. Marlene Alves Dias. O quadro 02 apresenta os dados por instituição e orientadores, com destaque para o Grupo/Linha de Pesquisa de cada professor Orientador.

Quadro 02 – Trabalhos por Instituição e Professor Orientador

INSTITUIÇÃO	TOT AL	PROFESSOR(a) ORIENTADOR(a) / Grupo (Linha) de Pesquisa	TRABALHOS
PUC - SP	65% (18)	Dra. Tânia Maria Mendonça Campos / Professora Externa	Silva (1997)
		Dra. Maria Maranhão / Educação Algébrica; Professor de Matemática: formação, Profissão, Saberes e Trabalho Docente	Gomes (2000); Souza (2006); Lage (2006); Fontalva (2006); Clara (2007); Saldanha (2007); Anacleto (2007)
		Dr. Saddo Ag. Almouloud / Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática	Modanez (2003); Corbo (2005); Facco (2003); Cardia (2007)
		Dr. Benedito Antônio da Silva / O Elementar e o Superior em Matemática	Ferreira (2003)
		Dra. Janete Bolite Frant / Educação Matemática: Corpo, tecnologia e linguagem	Oliveira (2004)
		Dra. Maria José Ferreira da Silva	Lino (2014); Siqueira (2016)
		Dr. Vincenzo Bongiovanni / Geometria, novas tecnologias, formação de professores e história da matemática	Santos (2007)
		Dra. Ana Lúcia Manrique / Educação Algébrica; Professor de Matemática: formação, profissão, saberes e trabalho docente.	Paranhos (2009)
Universidade Anhanguera – SP	14% (4)	Dra. Marlene Alves Dias / Níveis de conhecimento, flexibilidade cognitiva, matemática, registros de representação semiótica e quadro ou domínio	Mateus (2014); Martins (2015); Galvão (2018); Cavalcante (2018)
UNIBAN - SP	7 % (2)		Silva (2012); Andrade (2012)
UFCE	3,5% (1)	Dra. Marcília Chagas Barreto / Formação de Professores: Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino	Pontes (2007)
UFMS	3,5% (1)	Dr. José Luiz Magalhães de Freitas / Grupo de Estudos em Didática da Matemática	Melo (2010)
UFMT	3,5% (1)	Dra. Gladys Denise Wielwski / Educação em Ciências e Matemática: História da Educação Matemática, História da Matemática, Didática da Matemática, Resolução de Problemas, Pensamento Matemático	Almeida (2012)
UFAL	3,5% (1)	Dr. Givaldo Oliveira dos Santos / Ensino de Matemática: meio ambiente, educação ambiental, ensino aprendizagem, proteção ambiental e algoritmo	Vidal (2013)

Fonte: elaborado a partir da análise dos trabalhos.

Em relação aos grupos de pesquisa e linhas de pesquisa, não foi encontrado nenhum grupo de pesquisa específico que estude essa teoria, mas há vários grupos ligados a discussão da Didática da Matemática como os de Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática e Educação Algébrica da PUC-SP, o de Didática da Matemática da UFMS, o de Ensino e Aprendizagem de Matemática e suas tecnologias da Universidade Anhanguera - SP, dentre outros.

Internacionalmente, há vários grupos que se dedicam aos estudos em Didática da Matemática, com destaque para Instituto de Pesquisa em Educação na França (*Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques*, IREM), na França, do qual Régine Douady fez parte e o Grupo de Ensino, Capacitação e Investigação em Ciências Naturais e Matemática (*Grupo de Enseñanza, Capacitación e Investigación em Cs. Naturales y Matemática*, GECICNaMa), na Argentina, que, também, teve a contribuição da autora.

Sobre o uso da teoria articulada com outras, foi observado a utilização por diversos pesquisadores, na maioria das vezes, como ferramenta de análise, aporte teórico e, também, como subsídio para fomentar e ratificar observações e questões tendo por fundamentação teórica outras teorias.

O Quadro 03, apresenta uma relação com as principais teorias utilizadas juntamente com a de Jogos de Quadros e o percentual de trabalhos em cada categoria de teorias considerada. Com destaque, para a utilização deste como aporte para a Teoria Antropológica do Didático (TAD), a de Níveis de Conhecimento de Robert, a Teoria das Representações Semióticas e a Dialética Ferramenta-Objeto.

Quadro 03 – Principais teorias utilizadas nos trabalhos juntamente com o Jogo de Quadros

PRINCIPAIS TEORIAS UTILIZADAS	RELAÇÃO DE TRABALHOS	Total (%)
SOMENTE JOGOS DE QUADROS	Gomes (2000); Corbo (2005); Fontalva (2006)	11% (3)
JOGOS DE QUADROS, DIALÉTICA FERRAMENTA-OBJETO	Silva (1997); Ferreira (2003); Oliveira (2004), Souza (2006), Lage (2006); Clara (2007); Saldanha (2007); Anacleto (2007); Paranhos (2009)	32% (9)
JOGOS DE QUADROS, DIALÉTICA FERRAMENTA-OBJETO, TEORIA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS	Facco (2003); Pontes (2007); Cardia (2007); Santos (2007).	14,5% (4)
JOGOS DE QUADROS, TEORIA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS	Modanez (2003); Lino (2014); Siqueira (2016)	11% (3)
JOGOS DE QUADROS, TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS	Melo (2010)	3,5% (1)
JOGOS DE QUADROS, TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO	Almeida (2012)	3,5% (1)
JOGOS DE QUADROS, TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO, NÍVEIS DE CONHECIMENTO	Silva (2012); Galvão (2018); Andrade (2012); Martins (2015); Cavalcante (2018)	17,5% (5)
JOGOS DE QUADROS E TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA	Vidal (2013)	3,5% (1)
JOGOS DE QUADROS, TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO, TEORIA DA INSTRUMENTAÇÃO DE RABARDEL, NÍVEIS DE CONHECIMENTO	Mateus (2014)	3,5% (1)

Fonte: elaborado a partir da análise dos trabalhos.

O Jogos de Quadros, a Dialética Ferramenta-Objeto e teoria de Representação Semióticas são teorias que podem ser utilizadas como instrumentos para análise de fenômenos de ensino aprendizagem da matemática, sendo que, a proposta por Douady permite verificar a interação entre domínios e a diferenciação de conceitos em termos de objetos e ferramentas, respectivamente, e a de Duval leva em consideração aspectos cognitivos baseados em formas de representação e registros, em especial, quando envolve quadros e representações algébricas e geométricas.

A utilização do Jogo de Quadros tendo por fundamentação a TSD é justificada por permitir a compreensão das relações existentes entre alunos, professores e o meio auxiliando a moldar o processo de ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos permitindo a criação de situações didáticas e adidáticas e para analisar se o uso dos objetos matemáticos em diferentes quadros favoreceu a construção do conhecimento.

Trabalhos que utilizaram como fundamentação Teórica a TAD, Teoria de Instrumentação e Níveis de Conhecimento tinham por objetivo análises de Livros Didáticos, documentos Institucionais e Oficiais, sendo que, essas teorias foram utilizadas como complementares.

Portanto, em alguns estudos, o Jogos de Quadros foi a teoria de apoio para a analisar as tarefas disponibilizadas aos estudantes; em outros, foi a teoria principal para delinear o processo investigativo com suporte das demais para analisar se as relações institucionais existentes permitem criar condições para a mudança de quadros.

Também, foi observado, a constante utilização da teoria em trabalhos de resolução de problemas que envolvem conceitos algébricos e geométricos, bem como, na formação inicial de professores como ferramenta de construção e análise de uma sequência didática.

Nesse sentido, para observar de que forma a teoria de Jogos de Quadros foi utilizada de acordo com a pesquisa do trabalho utilizamos a seguinte categorização: análise e proposta de sequências didáticas para professores, experimento em sala de aula, análise de objeto de ensino sem experimentação. O Quadro 04, apresenta os resultados.

Quadro 04 – Utilização da Teoria de Jogos de acordo com a Pesquisa

CATEGORIAS DE TRABALHOS	RELAÇÃO DE TRABALHOS	Total (%)
Experimento em sala de Aula	Gomes (2000); Facco (2003) ; Ferreira (2003) ; Oliveira (2004); Lage (2006); Fontalva (2006); Cardia (2007); Clara (2007); Saldanha (2007); Anacleto (2007); Melo (2010); Martins (2015).	43% (12)
Análise de objeto de ensino sem experimentação	Paranhos (2009); Silva (2012); Andrade (2012); Almeida (2012); Mateus (2014); Lino (2014); Siqueira (2016); Cavalcante (2018); Galvão (2018).	32% (9)
Análise e proposta de Sequências didáticas para professores	Silva (1997); Modanez (2003); Corbo (2005); Souza (2006); Pontes (2007); Santos (2007); Vidal (2013)	25% (7)

Fonte: elaborado a partir da análise dos trabalhos.

O Quadro 04 nos permite afirmar que grande parte dos trabalhos utilizam a teoria de Jogos para análise de experimentos realizados em sala de aula, porém o estudo de objeto de ensino a partir dessa teoria, sem a experimentação, permite um melhor planejamento da aula e do ensinar, permitindo a previsão de resultados e de escolhas de formas de resolução de problemas para facilitar o processo de ensino aprendizagem.

A partir desse breve estudo pode-se observar que não é possível afirmar sobre a tendência de utilização dessa teoria em grande quantidade nos trabalhos e nos grupos de pesquisa, em especial, os que estudam a Didática da Matemática Francesa, mesmo porque ela não aparece de forma específica como estudo específico dos grupos.

Contudo, é perceptível a importância e riqueza de análises de processos de conhecimento matemático quando utilizada a teoria em estudo em articulação com outras e em experimentos em sala de aula, como suporte ao estudo de algum objeto de ensino e/ou para a elaboração de sequências didáticas.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo de uma teoria é de grande relevância para a fundamentação de pesquisas, discussão e entendimento de processos. Na área de Didática da Matemática, a partir da década de 70, vários estudos que buscavam fundamentar processo de ensino, aprendizagem, avaliação, resolução de problemas, dentre outros, foram propostos.

As pesquisas iniciais utilizaram a abordagem de Piaget para o seu desenvolvimento; contudo, aspectos relacionados ao meio no qual a Instituição de Ensino como um todo está inserido não eram levados em consideração. Nesse sentido, passou-se a utilizar, nas teorias da Didática Matemática Francesa, a abordagem via construtivismo didático.

Essa abordagem além de considerar aspectos piagetianos, também, insere o meio como dimensão institucional da aprendizagem a partir da centralização em um Sujeito Epistémico que está inserido no meio e é estruturado a partir da sua própria ação e atividades que desenvolve.

É nesse contexto, que Douady (1986) propõe duas teorias matemáticas; sendo a de Jogo de Quadros objeto de estudo nesse artigo. As teorias de Douady surgem a partir da observação de como os professores e pesquisadores matemáticos resolviam questões, em especial de geometria. A autora observou uma característica primordial: a necessidade de mudança de quadros.

Portanto, segundo Douady (1986), a teoria de Jogo de Quadros são mudanças de quadros incentivadas pelo professor quando da resolução de problemas com o objetivo de explicar algum novo conhecimento, fixar conceitos antigos e analisar a evolução das noções matemáticas e aprendizagem efetiva em sua dimensão epistemológica. Didaticamente, a teoria de Douady pode ser utilizada como ferramenta para a construção de Engenharias Didáticas.

Um quadro é constituído de vários objetos e pode ser dividido em sub-quadros; os objetos podem ser entendidos como conceitos matemáticos em um conteúdo de aprendizagem; por outro lado, esses objetos também podem ser ferramentas utilizadas para a resolução de problema. Quando o aluno conhece a ferramenta e a implementa, essa é classificada como explícita; porém, quando a desconhece é chamada implícita.

É importante entender a diferença entre quadro e Registro de Representação Semiótica da Teoria de Duval, esse último considera aspectos cognitivos consciente dos alunos e um recurso utilizado para que os objetos não sejam confundidos com suas representações. Em relação a apreensão, para a mudança de quadros conhecimentos matemáticos, às vezes, restritos ao professor, são necessários;

enquanto, para a mudança de registro os alunos devem compreender os conceitos e percebê-los para que se possa avaliar a apreensão do objeto em estudo.

Vale destacar, também, que um quadro pode ser visto a partir de vários pontos de vista e um ponto de vista pode ser visto a partir de vários quadros. A noção de ponto de vista está ligada a forma como o objeto é visto, por exemplo, durante o processo de resolução de um problema.

A teoria de Jogos de Quadros, constantemente, é utilizada articulada com outras seja como aporte teórico principal, seja de forma complementar a outras teorias, podendo dar indícios para a construção de materiais didáticos e potencialmente significativos, o desenvolvimento de habilidades, capacidades cognitivas e de transitar entre quadros, quando utilizada com a teoria de Duval (1993) e de Robert (1997).

Quando articulada com a teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), foi observado um grande potencial para organização de processos de ensino aprendizagem; contudo, para Brousseau a teoria é uma grande ferramenta didática, porém o mesmo critica o fato de que a mudança de quadros deve ser iniciativa do professor, como proposto por Douady (1986a).

No Brasil, no período de 1997 a 2021, foram encontrados 28 trabalhos envolvendo a teoria de Jogos de Quadros, seja como principal, ou como complementar, em especial, na PUC-SP em 2007. Não é possível afirmar que novas pesquisas estão sendo desenvolvidas utilizando essa teoria, apesar de poucos trabalhos recentes com a teoria. Trabalhos articulados com outras teorias, em especial, Dialética Ferramenta-Objeto e Registro de Representação Semiótica são destaques para avaliar processos de ensino aprendizagem, e com experimentos em sala de aula.

Portanto, a teoria de Douady traz uma importante reflexão sobre o planejamento de aula, a importância de inserir a mudança de quadros durante a explicação de um assunto e de dar ênfase as mudanças de quadros durante o processo de resolução de problemas. Jogos de quadros podem promover a aprendizagem de novos conhecimentos, fixação dos antigos, evolução do pensamento matemático, dentre outras coisas.

Vale frisar, a importância, também, da resolução de uma mesma questão utilizando tipos de quadros diferentes, destacando diferentes pontos de vista, a compreensão pelos estudantes e as diferentes possibilidades de resolução

desenvolvendo autonomia e aprendizagens e manipulação de objetos e ferramentas diversas. Nesse sentido, mudanças de quadros, não devem ser aleatórias, devem ser planejadas e inseridas dentro do contexto do ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Eliane Aparecida Martins de. **Progressões Aritméticas e Geométricas: Praxeologias em livros didáticos de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Federal do Mato Grosso, Mato Grosso, 2012. Disponível em:

<https://ri.ufmt.br/bitstream/1/877/1/DISS_2012_Eliane%20Aparecida%20Martins%20de%20Almeida.pdf>. Acesso em: 10/10/2021.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. ed. atual. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

ALMOULOUD, Saddo Ag. Fundamentos Norteadores das teorias da Educação Matemática: perspectivas e diversidade. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemática**, Belém, Pará, v. 13, n. 27, Set. 2017, p. 05-35. ISSN (versão online): 2317-5125. Disponível em:

<<https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/issue/view/285>>. Acesso em: 10/10/2021.

ANACLETO, Grácia Maria Catelli. **Uma investigação sobre a aprendizagem do teorema fundamental do cálculo**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em:

<<https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11280/1/Gracia%20Maria%20Catelli%20Anacleto.pdf>>. Acesso em: 10/10/2021.

ANDRADE, Sirlene Neves de. **Expectativas institucionais relacionadas à transição entre o Ensino Médio e Ensino Superior para o caso da Noção de Função Exponencial**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Bandeirantes, São Paulo, 2007. Disponível em:

<<https://repositorio.pgsskroton.com/bitstream/123456789/3668/1/SIRLENE%20NEVES%20DE%20ANDRADE.pdf>>. Acesso em: 10/10/2021.

BANDEIRA, Nadyne Paulino Batista ; WIELEWSKI, Gladys Denise. Jogos de Quadros na aquisição do conhecimento matemática: polinômio de terceiro grau. **Latin American Journal of Science Education**, v. 04, n. 2, Nov. 2017, p. 01-13. Disponível em: <http://www.lajse.org/nov17/22030_Paulino_2017.pdf>. Acesso em: 10/10/2021.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et méthodes de la didactique des Mathématiques. **Recherches en Didactique de Mathématiques**. Vol. 7 N° 2. p 33-115. 1986.

Disponível em: <<https://revue-rdm.com/1986/fondements-et-methodes-de-la/>>.
Acesso em: 10/10/2021.

CARDIA, Luciana Simoneti Ferreira. **Integrando a geometria com a álgebra na construção de expressões algébricas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

Disponível em: <

<https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11246/1/Luciana%20Simoneti%20Ferreira%20Cardia.pdf> >. Acesso em: 10/10/2021.

CAVALCANTE, Anderson Brasil Silva. **Um estudo das expectativas institucionais sobre a Noção de Polígono na transição entre os Ensinos Fundamental anos iniciais, Fundamental anos finais e Ensino Médio**. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Anhanguera, São Paulo, 2018. Disponível em: <
<http://docplayer.com.br/218616279-Universidade-anhanguera-de-sao-paulo-anderson-brasil-silva-cavalcante.html> >. Acesso em: 10/10/2021.

CLARA, Margarete da Silva Hungria Castro. **Resolução de inequações logarítmicas: um olhar sobre a produção dos alunos**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <
<https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11202/1/Margarete%20da%20Silva%20%20Hungria%20Castro%20Clara.pdf> >. Acesso em: 10/10/2021.

CORBO, Olga. **Seção áurea: um contexto para desenvolver a noção de incomensurabilidade de segmentos de reta**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005. Disponível em: < <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/10820> >. Acesso em: 10/10/2021.

DERIARD, Alejandra. Un recorrido histórico detrás de los conceptos de Regine Douady. **Didáctica Sin Fronteras**, Argentina, ed. 03, 2017. ISBN: 978-987-42-6359-9. Disponível em:< <https://docplayer.es/75933981-Publicacion-de-gecicnama.html> >. Acesso em: 10/10/2021.

DOUADY, Régine. **Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques**. Tese (Doutorado), Universidade de Paris, Paris, 1986a. Disponível em:< <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01250665/document> >. Acesso em: 10/10/2021.

DOUADY, Régine. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 07, n. 02, p. 5-31, 1986b. Disponível em:< <https://revue-rdm.com/1986/jeux-de-cadres-et-dialectique/> >. Acesso em: 10/10/2021.

DOUADY, Régine. Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. **Repères**, IREM, n 6, Topiques Editins, Janvier, p. 132-158, 1992. Disponível em:<

<https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/WR/IWR97038/IWR97038.pdf> >. Acesso em: 10/10/2021.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Méricles thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT**, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012. Título Original: Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Disponível em: < <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266/23465> >. Acesso em: 10/10/2021.

DUVAL, Raymond. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *In*: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, v.5. IREM de Strasbourg, 1993. **Anais** [...]. Strasbourg, Alemanha, 1993, p.37- 65. Disponível em: < <http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/documents/documents-smd/registres-de-representation-semiotique-et-fonctionnement-cognitif-de-la-pensee-raymond-duval/view> >. Acesso em: 10/10/2021.

DUVAL, Raymond. Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. **Rèperes**, IREM, Strasbourg, Alemanha, n. 17, p.121-137, 1994. Disponível em: < https://www.univ-irem.fr/reperes/articles/17_article_119.pdf >. Acesso em: 10/10/2021.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Paris: Peter Lang, 1995.

LINO, Eliedete Pinheiro. **As transformações geométricas em um jogo interativo entre quadros**: um estudo teórico. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: < <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11015> >. Acesso em: 10/10/2021.

FACCO, Sônia Regina. **Conceito de área**: uma proposta de ensino-aprendizagem. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: < https://www.pucsp.br/pensamentomatematico/dissertacao_sonia_facco.pdf >. Acesso em: 10/10/2021.

FACCO, Sonia Regina; ALMOULOU, Saddy Ag. Uma abordagem de Ensino-aprendizagem do conceito de área. *In*: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Universidade Federal de Pernambuco, 2004. **Anais** [...]. Recife – PE, 2004, p.1-11. Disponível em: < <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/07/CC00192772880.pdf> >. Acesso em: 10/10/2021.

FONTALVA, Gerson Martins. **Um estudo sobre inequações**: entre alunos do Ensino Médio. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia

Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006. Disponível em: < <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11056> >. Acesso em: 10/10/2021.

GALVÃO, Cláudio de Sousa. **Análise combinatória**: expectativas institucionais relacionadas à transição entre o Ensino Médio e Ensino Superior. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Anhanguera, São Paulo, 2018. Disponível em: < <https://repositorio.pgsskroton.com//handle/123456789/32034> >. Acesso em: 10/10/2021.

GÁLVEZ, Grecia. A didática da matemática. In. PARRA, Cecília; Saiz, Irma. **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Trad. LLORENS, J. A., Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GOMES, Gisela Hernandez. **Um estudo de áreas com alunos da 6ª série do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000. Disponível em: < <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11215> >. Acesso em: 10/10/2021.

LAGE, Luciana. **Enquadramento de números racionais em intervalos racionais**: uma investigação com alunos do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006. Disponível em: < <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11063> >. Acesso em: 10/10/2021.

MARTINS, Vera Lúcia de Oliveira Ferreira. **Atribuindo significado ao seno e cosseno utilizando o software Cabri-Géomètre**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: < <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11234> >. Acesso em: 10/10/2021.

MARTINS, Lourival Pereira. **Estudos sobre aspectos da álgebra na passagem da aritmética para a álgebra**. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015. Disponível em: < <https://repositorio.pgsskroton.com//handle/123456789/3485> >. Acesso em: 10/10/2021.

MATEUS, Pedro. **Derivadas de funções reais de uma variável real e integral de Riemann**: construção e aprendizagem de conceitos mediadas por mídias e práticas usuais. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Anhanguera, São Paulo – SP, 2014. Disponível em: < <https://repositorio.pgsskroton.com//handle/123456789/3495> >. Acesso em: 10/10/2021.

MELO, Adriano da Fonseca. **Estudo de procedimentos de validação de igualdades de expressões algébricas por meio de mudanças de quadros**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande – MS, 2010. Disponível em: < <http://grupoddm.pro.br/wp->

<content/uploads/2017/03/Disserta%C3%A7%C3%A3o.-2010.-MELO-A.-F.-159f.pdf>
>. Acesso em: 10/10/2021.

MELO, Adriano da Fonseca; FREITAS, José Luiz Magalhães de. Verificação de igualdades algébricas por meio de mudança de quadros no Ensino Fundamental. *In*: V Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, 2011. **Anais** [...]. Campo Grande – MS, 2011, p. 95-106. Disponível em: <
<https://periodicos.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/2949>>. Acesso em: 10/10/2021.

MODANEZ, Leila. **Das seqüências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: <
<https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11235>>. Acesso em: 10/10/2021.

OLIVEIRA, Cecília Aparecida Virgílio de. **Relações lógicas estabelecidas por alunos de uma quarta série do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em: < <https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/18477>>. Acesso em: 10/10/2021.

PARANHOS, Marcos de Miranda. **Geometria dinâmica e o cálculo diferencial e integral**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: <
<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11408?mode=full>>. Acesso em: 10/10/2021.

POMMER, Wagner Macedo. A teoria das situações didáticas e a dialética ferramenta-objeto: um quadro comparativo. *In*: V Seminário de Educação Matemática de Nova Andradina, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, 2013. **Anais** [...]. Nova Andradina – MS, 2013, p.1-13. Disponível em:
<https://www.academia.edu/39043671/A_TEORIA_DAS_SITUA%C3%87%C3%95ES_DID%C3%81TICAS_E_A_DIAL%C3%89TICA_FERRAMENTA_OBJETO_UM_QUADRO_COMPARATIVO?from=cover_page>. Acesso em: 10/10/2021.

PONTES, Mércia de Oliveira. **Interação entre estruturas algébricas e geométricas na prática pedagógica do professo de Matemática da 8ª série do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2007. Disponível em: <
http://www.uece.br/ppge/wp-content/uploads/sites/29/2019/06/Disserta%C3%A7%C3%A3o_M%C3%89RCIA-DE-OLIVEIRA-PONTES.pdf>. Acesso em: 10/10/2021.

ROBERT, Aline. Quelques outils d'analyse épistémologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. **Recherches en didactique des mathématiques**, v 18, n 2, Houlgate, França, p. 139-190, 1997. Disponível: <

[https://www.researchgate.net/publication/301350052_A_Robert_1998_Outils_d'analyses des contenus mathematiques a enseigner au lycee et a l'universite Recherches en didactique des mathematiques Vol 18 2 pp 139-190](https://www.researchgate.net/publication/301350052_A_Robert_1998_Outils_d'analyses_des_contenus_mathematiques_a_enseigner_au_lycee_et_a_l'universite_Recherches_en_didactique_des_mathematiques_Vol_18_2_pp_139-190)>. Acesso em: 10/10/2021.

SALDANHA, Maria Sueli Gomes. **Análise de uma intervenção didática sobre desigualdades e inequações logarítmicas no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: < <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11194> >. Acesso em: 10/10/2021.

SANTOS, Cíntia Aparecida Bento dos; CURI, Edda. Alguns aspectos de articulação entre as teorias da didática francesa e suas contribuições para formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT**, Florianópolis, v. 45, p. 53-66, 2009. Disponível em: < <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2009v4n1p53> >. Acesso em: 10/10/2021.

SANTOS, Jefferson Almeida. **Formação continuada de professores em geometria por meio de uma plataforma de educação a distância: uma experiência com professores de ensino médio**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: < <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11278> >. Acesso em: 10/10/2021.

SIQUEIRA, Carlos Alberto Fernandes de. **Um estudo didático das cônicas: quadros, registros e pontos de vista**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: < <https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/19695> >. Acesso em: 10/10/2021.

SIQUEIRA, Carlos Alberto Fernandes de. Um estudo didático das cônicas: quadros, registros e pontos de vista. *In*: XIX EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015. **Anais [...]**. Juiz de Fora – MG, 2015, p.1-9. Disponível em: < https://www.ufjf.br/ebrape2015/files/2015/10/gd3_Carlos_Alberto_Siqueira-A1.pdf >. Acesso em: 10/10/2021.

SILVA, Alessandra Azzolini da. **A noção de função quadrática na transição entre os ensinamentos Fundamental, Médio e Superior**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Bandeirantes, São Paulo, 2012. Disponível em: < <https://repositorio.pgsskroton.com/bitstream/123456789/3508/1/ALESSANDRA%20AZZOLINI%20DA%20SILVA.pdf> >. Acesso em: 10/10/2021.

SILVA, Maria Célia Leme da. **Teorema de Tales: uma engenharia didática utilizando o Cabri-Geometre**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997. Disponível em: < <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11369> > Acesso em: 10/10/2021.

SOUZA, Janaína Maria Lage de. **Enquadramento de números racionais em intervalos de racionais: uma investigação com professores do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006. Disponível em: < <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11062> > Acesso em: 10/10/2021.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. Jogos de quadros na perspectiva de Régine Douady. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT**, Florianópolis, v. 9, n. 2, p. 145-165, 2014. DOI:<<https://doi.org/10.5007/1981-1322.2014v9n2p145>> Acesso em: 10/10/2021.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. Entendendo problemas e conceitos em quadros diferentes da matemática. **Revista Eletrônica da Sociedade Brasileira de Matemática**, Rio de Janeiro - RJ, v. 3, n. 1, p. 31-50, 2015. ISSN 2319-023X. Disponível em: < <https://silo.tips/download/entendendo-problemas-e-conceitos-em-quadros-diferentes-da-matematica> >. Acesso em: 10/10/2021.

VIDAL, Francisco Aureliano. **Seções Cônicas**: uma sequência didática no Ensino Médio utilizando o Geogebra. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Federal de Alagoas, Alagoas, 2013. Disponível em: < https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=511899 >. Acesso em: 10/10/2021.

Capítulo 3

Um estudo de revisão de literatura sobre o uso da Teoria da Análise Instrumental de Pierre Rabardel em algumas pesquisas sobre o ensino de Matemática: contribuições e limitações

Márcio José Silva

Pedro Franco de Sá

1. Introdução

A pesquisa em questão tratou de uma análise preliminar de literaturas produzidas nos últimos anos envolvendo o uso da Teoria da Gênese Instrumental (T.G.I) proposta por Pierre Rabardel na visão de alguns pesquisadores a fim de se obter um panorama prévio do uso dessa teoria em sala de aula.

Assim, vale frisar que este estudo foi requisito avaliativo da disciplina Fundamentos da Educação Matemática, ministrada pelo Professor Dr. Pedro Franco de Sá e, pelo Professor Dr. José Ricardo e Souza Mafra.

Tal estudo é justificado pela grande importância e relevância social e acadêmica, pois, seu uso trará contribuições para o ensino de matemática e, também, no que tange a conteúdos relacionados a outras áreas e para a própria formação do professor por ajudar a esclarecer o elo existente entre sujeito e objeto.

Desse modo, um ensino mais eficaz será consolidado a partir de um olhar do ponto de vista psicológico que envolve tanto o professor quanto o aluno ajudando a ambos a se construírem enquanto indivíduos críticos e autônomos no sentido deste ter maior nitidez e clareza sobre o uso de um artefato ou instrumento didático em uma determinada pesquisa ou para o ensino de alguma teoria.

Metodologicamente, esta pesquisa tem como caminhos metodológicos basilares de sustentação teórica o viés qualitativo e quantitativo deste estudo que de acordo com Minayo (1994) primeira visa trabalhar com uma grande quantidade de significados que envolve em seu bojo, valores, atitudes, relações entre processos e fenômenos que não podem ser quantificados.

Por outro lado, não há uma oposição entre dados qualitativos e quantitativos, e sim uma complementação entre estes, pois, “a realidade abrangida por eles interage dinamicamente, excluindo qualquer dicotomia”, (Minayo, 2011, 22).

Nesse viés, a pesquisa de revisão de literatura é importante para este estudo por se tratar de um levantamento bibliográfico que ajuda na

localização e a obtenção de documentos para avaliar a disponibilidade de material que subsidiará o tema do trabalho de pesquisa. Este levantamento é realizado junto às bibliotecas ou serviços de informações existentes. (Gonçalves, 2019, p. 34).

Nesse sentido, ressaltamos que os caminhos de aquisição das literaturas encontrados e que fazem parte do constructo basilar e teórico desta pesquisa tiveram como fonte de pesquisa nas bases do *google* acadêmico, Google escolar etc., cujas palavras chaves usadas foram, “Teoria da Instrumentação”; “Situações de Atividades Instrumentais”; “Teoria da Análise Instrumental”; dentre outras.

Usamos também, como instrumento de análise dos dados elaborados de acordo com categorizações referente a região demográfica e Instituições de Ensino Superior (IES), onde os estudos foram publicados com a finalidade de poder ter uma melhor visão da difusão das literaturas estudadas sobre o assunto em questão. Para tanto, foram feitas análises estatísticas da quantificação dessas produções encontradas segundo as categorias citadas.

Nessa perspectiva, o estudo sobre a construção dessa teoria, epistemologicamente, tem grande valor teórico por ajudar a contribuir para a melhoria do ensino de Matemática. Assim, esta pesquisa está estruturada da seguinte forma, a saber.

Na primeira fase será tratado a respeito das análises preliminares sobre a T.G.I. O segundo momento tratará de algumas ponderações teóricas sobre Gênese Instrumental como metodologia de pesquisa em estudos sobre o ensino de Matemática e Probabilidade.

No terceiro momento será apresentado o caminho metodológico da pesquisa. O quarto momento desta pesquisa abordará sobre algumas definições sobre o significado de técnica, instrumentos, artefatos e esquemas. Em quinto lugar será apresentada uma breve revisão de literatura onde serão apontados alguns pontos

positivos e pontos limitantes do uso da teoria instrumental de Pierre Rabardel na visão de alguns pesquisadores.

Em seguida serão apresentados os resultados as análises dos dados construídos por categorização: Região demográfica e IES e, por fim serão feitas algumas considerações a respeito dos resultados preliminares alcançados nesta pesquisa.

2. Estudos preliminares sobre a Teoria da Gênese Instrumental ou (T.G.I), no Brasil nos últimos 5 anos.

Saber como o professor mobiliza os vários recursos existentes e disponíveis para ensinar um determinado conteúdo e realizar tarefas em sala de aula ajuda a melhorar e a tornar mais eficaz seu trabalho enquanto docente. Nessa ótica acreditamos que o uso de um instrumento apropriado em sala de aula que venha contribuir no sentido de compreender de que forma o professor “combina/integra diferentes recursos para construir suas aulas e como ocorre sua evolução profissional”, (Xavier Neto e Silva, 2017, P.6).

A respeito do aspecto teórico da Gênese Instrumental, teoria proposta por Pierre Rabardel, é fundamental que o professor em suas atividades didática em sala de aula possa ter conhecimento claro e compreensão profunda que durante o processo de ensino de um conceito ou conteúdo ao serem ensinados aponte entre o sujeito e o objeto precisa de um ponto de mediação, portanto, partindo dessa premissa, podemos afirmar que “a apropriação e a transformação do artefato em instrumento nos diversos contextos de utilização para uma mesma classe de situações”, (Pereira, Silva e Santana, 2016, p.2).

Nessa direção a teoria da Abordagem Instrumental de Pierre Rabardel tem como base teórica de apoio:

a teoria da ergonomia cognitiva, referente aos processos mentais (percepção, memória, raciocínio etc.) que afetam as interações entre seres humanos e outros elementos de um sistema, sendo a interação entre homem e computador um exemplo disso, (Abar, 2016, p.3).

De acordo com esses mesmos autores, essa mediação tem como pontos fundamentais os processos de instrumentalização e instrumentação (gênese instrumental), respectivamente, uma vez que conforme o artefato evolui para instrumento por meio de um processo de reorganização e transformação dos

esquemas usados por alunos em uma atividade, os conceitos aprendidos por estes, sejam eles matemáticos ou de outra natureza, são aprimorados.

Já para Notare e Basso (2017, p.2), o processo da gênese instrumental está alicerçada em dois pontos-chaves, isto é, " artefato e instrumento, e o processo de transformação do primeiro no segundo", a qual engloba dois outros processos, a instrumentalização e a instrumentação.

Nessa direção, essa abordagem é versada também por Pereira, Silva e Santana (2016, p.5), os quais afirmam que a gênese instrumental visa tratar da " distinção entre o artefato e o instrumento e descreve uma relação existente entre o sujeito (que desenvolve a ação), a ferramenta (artefato) e os Esquemas de utilização".

Nesse viés, trazemos os estudos de Hila (2010), afirma que pesquisas referentes a gênese instrumental remontam de estudos do campo da psicologia Vigotskiana e que seu uso deve ser, discutido, estudado e apropriado por outras ciências devido a sua grande gama de diversidade instrumentais imbricadas no cerne da atividade humana, (Hila,2010).

Já no entendimento de Silva (2019), a teoria da Instrumentação proposta por Pierre Rabardel tem suas raízes filosóficas inerentes ao campo da Ergonomia Cognitiva, ou seja, para esse autor, essa teoria é definida como o campo teórico voltado para a análise de processos mentais, do raciocínio e do interacionismo entre indivíduos que compõem um sistema.

Para um melhor entendimento do exposto acima apresentaremos um quadro-resumo das pesquisas citadas no que concerne a alguns apontamentos encontrados nas pesquisas citadas. Vejamos:

Quadro 1- Resumo das pesquisas sobre a teoria da (G.I)

Autor	Ano	Título	Alguns Apontamentos
Hila	2010	Teoria da Instrumentação e a formação inicial de professores de Português	Necessidade de alargar mais a teoria.
Bittar	2011	Abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática	A necessidade de complementação de outra teoria como a TAD (Teoria do Antropológico do Didático)
Vita	2012	Análise instrumental de uma Maquete Tátil para a Aprendizagem de Probabilidade por alunos cegos	Necessidade da transformação do espaço escolar de modo que este esteja compatível com as necessidades dos alunos e que , além disso, seu uso tem grande potencial para ser usado como

			material didático na aprendizagem da teoria de probabilidade por estudantes cegos.
Silveira	2015	Investigando a Gênese Instrumental no uso de uma maquete tátil por alunos cegos e videntes em atividades envolvendo probabilidade	O uso da teoria da Gênese Instrumental é um importante instrumento de contribuição de práticas de professores em sala de aula que contenham alunos cegos
Pereira, Silva e Santana	2016	Abordagem instrumental e a apropriação do artefato tecnológico <i>Apprenti Géométri 2</i> em uma situação proposta	O uso da teoria da Gênese Instrumental ajudou cada participante a desenvolver seu próprio instrumento de aprendizagem ao resolverem as atividades propostas em sala
Xavier Neto e Silva	2017	Gênese Instrumental do artefato simbólico função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas em um ambiente não digital	Constatação da transformação do artefato função de uma variável real em instrumento pelos sujeitos ao resolverem as atividades propostas sobre o artefato para tanto é necessário a inserção de mais atividades diversificadas para se ter uma visão mais sólida sobre o processo de instrumentalização
Lucena, Gitirana e Trouche	2018	O ensino de matemática com integração de recursos digitais: Um olhar sobre aulas a luz da Orquestração Instrumental	Os recursos tecnológicos pouco ou nada acrescentam a <i>práx</i> docente e para a aprendizagem do estudante. Além disso, o uso do modelo da Orquestração Instrumental (O.I) permitiu a modelagem de diversas situações de ensino de forma sistêmica e intencional com a ajuda das tecnologias digitais
Silva	2019	O raciocínio proporcional e o uso do <i>excel</i>	A necessidade de mais pesquisas que levem a uma compreensão mais profunda das estruturas de esquemas construídas pelos estudantes no que tange a outros objetos matemáticos referentes ao raciocínio proporcional
Abar	2016	A mediação semiótica na Gênese Instrumental: Um estudo da transformação de artefatos em instrumentos	A Gênese Instrumental como base teórica ajudou a entender os diferentes uso de estratégias para a instrumentação e instrumentalização na transformação do artefato em instrumento ao se utilizar o <i>Geogebra</i>
Notare e Basso	2017	Gênese Instrumental Pessoal e Conceitos Matemáticos em Processo de Criação com o GeoGebra	O uso profissional e apropriação da tecnologia por meio da construção de bons instrumentos didáticos dependem do conhecimento matemático do professor

Fonte: Autoria própria, 2021

Concomitante as informações contidas no quadro (1), a cima, o termo ergonomia, de acordo com os estudos de Vita (2012, p.50), surgiu durante a Segunda Guerra Mundial a qual é definida como a ciência que estuda a “interação entre homem e tecnologia, adaptando tarefas, sistemas, produtos e ambientes as habilidades e limitações físicas e mentais das pessoas”. Ou seja, a Ergonomia Cognitiva busca “compreender as interações entre os seres humanos e os elementos de um sistema”, (Vita, 2012, p.54).

Sobre isso, Vita (2012, p.47), ratifica que essa teoria tem como fundamentos basilares “os conceitos de assimilação e acomodação de Piaget, na ideia de esquemas de Vergnaud e no conceito de mediação de Vygotsky”

Já para Silveira (2015, p.4), a gênese instrumental tem como alicerce, três polos, ou seja, o “sujeito da atividade, instrumento mediador e objeto de estudo”

Segundo Silva (2019), essa teoria tem como bases teóricas e antagônicas, o tecnocentrismo onde o ser humano está em segundo lugar diante da técnica e, a abordagem antropocêntrica na qual o homem assume papel central no sentido de refletir sobre a forma de uso e fins de uma determinada técnica, máquina e sistema.

Neste sentido, a teoria da instrumentação de Rabardel frisada por Hila (2010), está relacionada ao uso de instrumentos físicos/matérias e psicológicos que segundo essa autora não é suficiente para dar conta de suprir o simples uso de um instrumento para o homem realizar suas ações ou tarefas por terem, segundo ela, características reducionistas. Daí a importância de um “alargamento da noção de instrumento”, com a condição de “desvincular o instrumento da atividade na qual o sujeito se insere, nem tão pouco o artefato da história e da cultura humana na qual ele se coloca” (Hila,2010, p.67).

Por esse motivo, acreditamos que de modo específico, o uso da teoria da análise instrumental proposta por Pierre Rabardel é de suma importância não só para a formação do professor de matemática enquanto ferramenta teórica e didática para auxiliar e nortear o professor em sua *práxis*.

Assim, essa mesma autora (2010), esclarece que o fato do professor buscar compreender o papel do uso de um instrumento didático facilita não só a compreensão da criança mais também, melhora seu aprendizado e potencializa seu desenvolvimento enquanto sujeito além de ser um instrumento mediador entre instrumentos materiais e simbólicos, como por exemplo, signos e “sistemas de signos como a linguagem, a escrita, as obras de artes, os esquemas, os vários sistemas de cálculo, os mapas- os quais assumem papéis fundamentais para a formação psíquica do indivíduo”.(Hila,2010,p.63).

Isto é, sob essa perspectiva, toda atividade exercida por um indivíduo tem caráter “tripolar” entre “o sujeito, o instrumento e o objeto”, (Silva, 2019, p.81).

Sobre isso, Bittar (2011, p.160), esclarece que “a teoria da instrumentação permite investigar a ação com instrumentos no campo social e no campo científico; ou seja, não se aplica somente à educação”.

Nessa direção, Silva (2019, p.54), afirma sobre a importância define instrumento como uma “entidade mista, de artefatos e esquemas”. Para ela essa teoria está relacionada aos campos, social, educacional e também científicos, como por exemplo, o campo da psicologia, da didática e da ergonomia cujo objetivo é compreender não só as ações do sujeito por meio do uso de um dado instrumento, mas a forma de como o sujeito conceitua artefato e instrumento, ou seja, existe uma relação polarizada entre sujeito e objeto segundo a teoria da gênese instrumental (T.G.I).

Nessa ótica, Hila (2010), esclarece que quaisquer que sejam os instrumentos usados, do ponto de vista psicológico, enquanto instrumentos de mediação na visão Vigotskyna, estão vinculados a três tipos de relações:

- Do próprio sujeito com a atividade exercida, externa e/ou situação;
- Relação do próprio sujeito com si mesmo;
- Relação do próprio sujeito com os demais indivíduos em sua volta, ou com o coletivo;

Assim, a autora em questão destaca a importância de se diferenciar instrumento de artefato afirmando que o primeiro tem o objetivo de gerar o desenvolvimento de um indivíduo; já o segundo, o artefato, é quando o instrumento é usado meramente como função prática de uma atividade sem que o estudante tenha conhecimento aprofundado de suas estruturas internas, ou, o conheça a fundo, isto é, de forma ampliada, essa autora defende que o artefato está relacionado “a zona de valor funcional partilhado”,(Hila,2010). Tem como objetivo “responder objetivos pré-estabelecidos por seus criadores”, (Silva, 2019, p.56).

Segundo Hila (2010), a zona de valor compartilhado é estável por depender de fatores como o meio sócio-histórico uma vez que esta pode ser alterada ou ter diversos vieses interpretativos pelo ser humano devido sua inserção está associada ao mundo, as línguas e artefatos, os quais, de acordo com essa autora, são mutáveis. Além disso, essa mesma autora destaca sobre a importância das fases e características do desenvolvimento instrumental, a seguir.

- ✓ Nível 1: O uso do instrumento como prolongamento da ação da criança;
- ✓ Nível 2: O Instrumento ajuda a criança a adquirir novas funções;
- ✓ Nível 3: O instrumento é regulado representativamente;
- ✓ Nível 4: O instrumento é regulado para os objetivos a ação;

Em consonância a isso, os estudos de Silva (2019, p.57), apontam que os artefatos são vistos do ponto de vista instrumental como “um meio social e cultural, único do sujeito, que faz parte também dos seus anseios. O ato de apropriação gera novas propriedades ao artefato, transformando-o”, um exemplo disso, foi o *Excel*, artefato usado por esse autor em sua pesquisa.

Dessa forma, esclarece Hila (2010), ao tratar sob a perspectiva de uma visão ampliada sobre a ideia de instrumento, que suas características principais:

1. Envolvem quaisquer tipos de instrumentos (materiais, psicológicos, simbólicos, externos ao sujeito, internos, coletivos e também o próprio sujeito).
2. Convoca diferentes campos epistemológicos para sua análise, para além da Psicologia.
3. Integra as dimensões da atividade, como a afetividade, a necessidade e o objetivo para sua caracterização e estudo.
4. Apresenta uma zona de valor compartilhado, que depende do contexto e da situação de uso, podendo ser variável, que depende do contexto e da situação, incorporados no interior de uma atividade humana.

Itens 1 a 4.

Isto é, de acordo com Silveira (2015, p.4), a gênese instrumental é definida como “um processo gradual que permite ao sujeito tomar posse do instrumento” cujo seus elementos de acordo com Lucena, Gitirana e Trouche (2018), conforme mostra a figura 1, a seguir, são:

Figura1 elementos componentes da Gênese Instrumental



Fonte: Lucena, Gitirana e Trouche (2018,p.243)

Didaticamente, no que tange ao caráter mediador em sala de aula, o uso de um instrumento é crucial nas atividades de todo professor pois, permite “permite o encontro do aluno com o objeto a ser ensinado(Hila, 2010, p.74)”, além de contribuir para a formação do professor na medida que seu uso mediado por objetos ou ferramentas norteiam no seu agir contribuindo, dessa forma, para sua formação docente por influenciar bruscamente em seus hábitos no que tange as diversas situações didáticas vivenciadas pela maioria dos professor como:

- A escolha de um instrumento didática adequado para o objeto a ser ensinado levando em consideração sua apropriação de seus esquemas evitando assim, seu uso como um artefato, apenas;
- Ou, pela escolha de um instrumento adequado no tocante ao tratamento adequado de suas partes, como, por exemplo, o tratamento profundo e detalhado das tarefas e atividades desenvolvidas pelo docente em sala de aula.

A seguir, serão feitos alguns apontamentos sobre a importância teoria da Gênese Instrumental de Pierre Rabardel em pesquisas sobre ensino de Matemática. Vejamos

3. A Gênese Instrumental como metodologia de pesquisa em estudos sobre o ensino de Matemática e Probabilidade: algumas ponderações teóricas

Ao tratarmos de pressupostos teóricos concernente ao ensino de Matemática voltados para a utilização da Teoria da Instrumentação, autores como, Padilha e Bittar

(2012); Xavier Neto e Silva(2017); Medeiros (2018), entre outros, afirmam que o uso de tecnologias digitais são recursos aliados que facilitam o processo de ensino e aprendizagem de seus conteúdos pois ajudam tanto o professor quanto o estudante a terem uma melhor compreensão do que é ensinado e aprendido, respectivamente, devido seu dinamismo, livre movimentação, interação e por possibilitar a ambos várias formas de comunicação, dentre outras.

Por outro lado, segundo as conclusões de Medeiros (2018, p.1), a maioria dos alunos “possuem medo de enfrentarem situações que a TD proporciona em relação aos conceitos matemáticos, que por sua vez, influenciam na resistência à incorporação de tal tecnologia na prática docente” o que segundo esse autor pode estar relacionado a falta de domínio da tecnologia, bem como, a falta de domínio de conceitos matemáticos.

Além disso, Padilha e Bittar (2012), aludem que a maioria das dificuldades enfrentadas por professor ao ensinar algum conteúdo de matemática está relacionada ao fato de que a maioria destes não possuem aprofundamento teórico ou domínio do conhecimento específico para ensinar. Para esses autores:

A gênese instrumental é um processo complexo que busca a integração entre as características do artefato (potencialidades e limitações) e as atividades do sujeito. Este processo ocorre em duas direções: na direção interna, do próprio sujeito, denominada instrumentação, e na direção externa, do artefato, denominada instrumentalização. (Padilha e Bittar,2021,p.6)

Nesse sentido, a gênese instrumental é um processo que sempre está evoluindo, onde o *software geogebra* é um instrumento que facilita a compreender o processo de construção geométrica e ajuda a melhorar seu ensino.

Em consonância a isso, os estudos de Xavier Neto e Silva (2017, p.124), esclarecem a esse respeito que “ a mobilização dos esquemas de uso, ação instrumental e ação coletiva instrumentada, caracterizando assim o fenômeno da Gênese Instrumental para esses sujeitos e não igualmente”

A seguir, elencaremos alguns exemplos de artefatos, sujeitos, objetos e esquemas usados no ensino de matemática, segundo pesquisas realizadas.

Quadro 2- Tipos de Artefatos, sujeitos e Objetos

Autor	Artefato	Sujeitos	Objeto
Padilha e Bittar (2012)	Geogebra	Professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental	Figuras planas: triângulo, quadrado etc.
Silveira, Vita e Kataoka (2015)	Peças de uma maquete tátil	Licenciandos em Matemática do PARFOR	Probabilidade
Farias e Souza (2015)	Calculadora	Professor de Matemática do Ensino Fundamental	Potenciação
Pereira, Silva e Santana (2016)	<i>Apprenti géomètre 2</i>	Estudantes de Pós-graduação (Especialização em Ensino de Matemática)	Probabilidade
Xavier Neto e Silva (2017)	Artefato função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas	Estudantes do Ensino Médio	Função de um varável real
Medeiros (2018)	<i>Geogebra</i>	Acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática	Hexágono Regular

Fonte: Autoria própria, 2021

Podemos observar nas pesquisas citadas que, a maioria dos artefatos usados pelo professor estão relacionados a *softwares* matemáticos como, por exemplo, o Geogebra, (Medeiros, 2018) e, que a “forte presença dos computadores introduziu novos olhares tanto na simbologia quanto na cognição em matemática”, (Aumouloud, 2017, p.10).

Ou seja, de acordo com Pereira, Silva e Santana (2016, p.4), o uso de um software, como por exemplo, o *Apprenti géomètre 2* ajuda a oferecer muitas e diferentes “ferramentas que possibilitam ao usuário arrastar, fazer rotação, reflexão, compor, decompor, recompor, fundir e duplicar diferentes figuras geométricas desenhadas em sua interface”.

Concomitante a isso, Rabardel (2011), elucida ao tratar um artefato:

Como um termo alternativo, neutro, que nos permite pensar em diferentes tipos de sujeito com o objeto e com o sistema antropológico: como estrutura técnica, dispositivo que funciona, instrumento. Enfatizamos que, além de objetos materiais, a noção de artefatos incluem objetos simbólicos. (Rabardel, 2011, p.10, Tradução nossa)

Enfim, podemos notar, previamente, nas pesquisas levantadas acima que há uma diversidade de artefatos, bem como, de sujeitos e objetos; porém, em sua maioria, no tocante aos artefatos usados por esses pesquisadores, estão relacionados ao uso de alguma tecnologia digital.

Antes de apresentar as análises apresentaremos um breve estudo a respeito do significado de dos termos, técnica, instrumentos, artefatos e esquemas, a saber:

4. Técnica, instrumentos, artefatos e esquemas: algumas definições

Nesta fase da pesquisa serão apresentadas algumas definições referentes aos termos técnicos de instrumentos, artefatos e esquemas segundo os estudos de Hila (2010); Bittar (2011); Silva (2019), Silva, Pereira e Santana (2016), dentre outros. Vejamos

Sobre isso, Silva (2019), esclarece que um artefato ou objeto técnico que serve para auxiliar o professor em suas atividades didáticas em sala de aula.

Já a definição de esquemas segundo Silva (2019), está voltado para uma “organização invariante do comportamento para uma dada classe de situações”(p.58), ou seja, são um conjunto de transformações, condições e técnicas provocadas pela atividade em diferentes etapas da utilização dos artefatos, cuja suas partes são:

- antecipações da meta, do objetivo a atingir, dos efeitos que são de esperar e das eventuais etapas intermediárias;
- regras-de-ação do tipo ‘se... então’, que permitem gerar a sequências das ações do sujeito;
- inferências (ou raciocínios) que permitem ‘calcular’ as regras e as antecipações a partir das informações e do sistema de invariantes operatórios de que o sujeito dispõe;
- invariantes operatórios (conceitos-em-ação e teoremas-em-ação) que pilotam o reconhecimento pelo sujeito dos elementos pertinentes da situação, e a recolha de informação sobre a situação a tratar.(Silva, 2019,p.60).

Desse modo, afirma esse mesmo autor, a antecipação de metas e regras de ação ajudam a organizar o comportamento do sujeito. Além disso, Silva (2019), esclarece que no interior dos esquemas, os invariantes operatórios são fundamentais pois, segundo ele são elementos com aspecto voltado ao cognitivo permitindo que este possa concretizar sua ação em termos operatórios, fora isso, só resta uma invariante, como é o caso de uma determinada propriedade ou relação matemática ensinada em sala de aula.

Por outro lado, como todo esquema está relacionado de forma implícita por estar ligado a ação ou com o modo de como cada indivíduo organiza seus invariantes é importante a valorização de sua função operatória o qual possui duas dimensões, a

primaria a qual trata de atividades principais onde o artefato é usado como um meio para o desempenho do aluno e, a dimensão secundaria, ou atividades que gerenciam características e propriedades oriundas do artefato, (Silva, 2019, p. 64) e, que esses esquemas são classificados como “esquemas de uso; os esquemas de ação instrumentada e os esquemas de ação coletiva instrumentada”.

Sobre a definição de instrumento no sentido psicológico, Bittar (2011, p.170), ressalta três definições, a saber.

- a medida que o sujeito continua a manipular o instrumento, vai construindo novos esquemas que vão transformando o instrumento. Estes esquemas são modificados pelo sujeito de acordo com suas necessidades;
- um mesmo artefato dá origem a diferentes instrumentos construídos por diferentes sujeitos.

Assim, Silva (2019, p.66), define instrumento como “o resultado da relação do sujeito sobre/com o artefato, em uma dada atividade, [...] como recurso para “enxergar” o saber”, isto é, em outras palavras, a construção do instrumento pelo sujeito se dá a partir do uso dos artefatos. Nesse viés, a gênese instrumental se constitui na relação entre o sujeito e o objeto mediada por um dado instrumento moldado a partir de um processo de instrumentação que transforma o uso do artefato em um instrumento conforme é exemplificado, por Silva (2010), na figura a baixo:

Figura 1: Esquema entre o sujeito e objeto



Fonte: Silva (2019, p.70)

Isto é, conforme se pode notar, o esquema acima depende de dois processos, o de instrumentação que é constituído pela “evolução dos esquemas de utilização dos artefatos, ou seja, sobre a ação e a atividade” e do processo de instrumentalização, ou, da “transformação dos artefatos durante a sua apropriação”. (Silva, Pereira e Santana, 2016, p.6)

Conforme se pode notar para que a estrutura acima mencionada nos estudos de Silva (2019, p.72), possa ser materializada no campo do ensino é preciso se ter conhecimento dos tipos de mediação ou seja:

- a mediação epistêmica, do objeto ao sujeito, na qual o instrumento é o elo para a adaptação do objeto em estudo pelo sujeito;
- a mediação pragmática, do sujeito ao objeto, na qual o instrumento é o elo para uma ação transformadora, dirigida para o objeto

Em suma podemos notar nas análise prévias dos estudos feitos por autores como Hila (2010); Silva (2010); Silva, Pereira e Santana (2016); dentre outros, que estas pesquisas apontam para uma certa ordem estrutural, segundo os pressupostos da teoria proposta por Pierre Rabardel, ou seja:

O Sujeito que é mediado pelo uso de um instrumento, como por exemplo, um determinado artefato didático (jogo, *software* etc) o que por sua vez está diretamente condicionado a evolução dos esquemas dos alunos ao usarem um artefato-processo de instrumentação, o que depende diretamente da etapa de instrumentalização ou apropriação do artefato e sua transformação em instrumento que ocorre no cerne da ação do indivíduo sobre o objeto por meio de atividades e/ou conteúdo, resultando dessa forma na gênese instrumental.

Sendo que essa articulação perpassa por várias interações entre o sujeito e instrumento (S.I); entre sujeito e objeto (S.O); entre Objeto e Instrumento (O.I) e, entre Sujeito, Instrumento e Objeto (S.I.O), até alcançar o Objeto a ser estudado e ensinado.

Portanto, partindo, teoricamente, do fato de que todo instrumento só existe quando o "sujeito é capaz de atribuir significados e integrar seu valor funcional" (Silva, Pereira e Santana, 2016, p.8), de quaisquer que sejam os artefatos que este venha utilizar em suas atividades o que, por sua vez pode contribuir para a transformação de um determinado artefato ou parte dele em um instrumento de modo que o aluno possa usar este último como uma extensão do objeto ou uma parte funcional, advogam esses autores.

Para um melhor esclarecimento a respeito do que foi abordado até agora, apresentaremos um quadro resumo de alguns conceitos elencados nos estudos

supracitados sobre Instrumento, artefato, objeto, instrumentação instrumentalização e instrumentalização, conforme mostra o Quadro 3. Vejamos.

Quadro 3- Definições de artefato, instrumentos, instrumentação e instrumentalização

Autor	Ano	Título	Artefato	Esquema	Instrumento	Instrumentalização	Instrumentação
Bittar	2001	Abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática	Meio material: linguagem simbólica(algébica ou vetorial); <i>software</i> -o <i>Cabri-Géomètre</i> ou o <i>Super Logo</i>	Ação do sujeito sobre um objeto	Artefato acrescido de um ou vários esquemas de uso desse artefato, ou, a transformação de um ou mais artefatos por meio do uso de esquemas pelo sujeito. Algo mutável	Evolução dos componentes artefato do instrumento	Evolução dos esquemas de utilização
Bittar e Rocha	2013	Uma discussão sobre os conhecimentos e os processos vivenciados por professores tendo em vista a integração da tecnologia em sua prática	É um meio material ou simbólico, como por exemplo, um mapa; linguagem; Softwares ou um simples lápis	“São organizações mentais que dentre outras funções coordenam o saber fazer”,(p.4743)	Elemento mediador da ação entre o sujeito e o objeto; -variáveis didáticas; -Próprio artefato;	_____	_____
Silveira	2015	Investigando a Gênese Instrumental no uso de uma maquete tátil por alunos cegos e videntes em atividades envolvendo Probabilidade	Objeto material como, caneta, lousa, computador etc.	Ação do sujeito por meio de um artefato para realizar uma determinada atividade e que estão ligados a forma de como o estudante gerir as propriedades e características de um artefato; os de ação instrumental e os relacionados a atividades coletivas instrumentais.	Maquete tátil, ou seja, um objeto material de ensino	Conhecimento e uso das propriedades do artefato pelo sujeito a fim de desempenhar uma ou várias atividades	Fase em que o sujeito constrói e desenvolve esquemas por meio de seus conhecimentos prévios para o uso de um artefato para a realização de uma atividade proposta.
Farias e Souza	2015	DE ARTEFATO A INSTRUMENTO: a integração da calculadora simples por um	Ferramenta puramente direcionada para um determinado uso potencial, ou dispositivo material	É a forma de como o aluno usa o artefato para	Resultante de um longo processo em que o sujeito busca se	Ajuda a enriquecer as propriedades do artefato. É uma relação entre o sujeito e o objeto	É a relação existente entre o sujeito e instrumento, ou seja, ela está

		professor do 6º ano para o ensino de potência	usado pelo estudante como "um meio de ação"	resolver uma atividade proposta que pode ser categorizada do como: esquemas de uso, esquemas de ação instrumental e esquemas de atividades instrumentais coletivas	apropriar das várias formas de uso que um determinado artefato lhe possibilita durante o qual o artefato é transformado gradativamente em instrumento	mediada por um instrumento. E uma relação que vai além das propriedades e funções de um instrumento no sentido de estabelecer novas funções além de ampliar o potencial de um instrumento	diretamente orientado para o sujeito, ou seja, é a evolução dos esquemas de utilização e de ação instrumental
Silva, Pereira e Santana	2016	Abordagem Instrumental e a apropriação do artefato tecnológico Apprenti Géometre 2 em uma situação proposta	Ferramenta	Forma de como o sujeito organiza suas atividades, individual e socialmente e por meio dos processos de instrumentalização e instrumentalização	Entidade mista que tem componente um artefato para efetuar uma determinada tarefa e, um componente psicológico ou, formas que o sujeito tem em organizar suas atividades	Processo em que o sujeito transforma o artefato durante sua apropriação	Processo de ação do sujeito sobre o artefato para efetuar uma determinada atividade etc.
Tsuji Junior	2016	Um estudo do processo de gênese instrumental vivenciados por alunos do 9º ano do ensino fundamental	"meio material ou simbólico"	Uso em atividades referente ao artefato; Ação instrumental ligadas ao objeto de ação onde o artefato é um meio de ação do indivíduo	Entidade mista composta por artefatos e esquemas desenvolvidos pelo sujeito para o uso deste artefato	São elaborações instrumentais para o artefato	São elaborações instrumentais direcionada para o sujeito
Notare e Basso	2017	Gênese Instrumental Pessoal e Conceitos Matemáticos em Processo de Criação com o GeoGebra	"Objeto material ou simbólico em si"	É a maneira de como o sujeito se relaciona como o objeto e com o sujeito por meio de possibilidades que este desenvolve para efetuar uma atividade	"entidade mista, composta pelo artefato mais os esquemas de utilização elaborados pelo sujeito"(p.2)	Reconhecimento contínuo das potencialidades e limites do artefato pelo sujeito	Consiste no desenvolvimento de esquemas de uso pelo sujeito

Fonte: Autoria própria, 2021.

De acordo com o quadro acima, podemos notar que a maioria das pesquisas convergem em termos de significados atribuídos pelos autores estudados no tocante a conceituação de instrumentos, esquemas, artefatos, instrumentalização e instrumentação, ou seja, para esses autores, a definição de esquema está relacionado a ação do sujeito perante o uso de um determinado objeto ou meio material que dependem de um sistema de linguagens e/ou símbolos onde o sujeito tem a possibilidade de organizar sua mente para saber como fazer.

Já, no que tange ao significado de artefato, podemos notar que os autores corroboram em afirmar que este é o meio material ou símbolo (objeto e/ou ferramenta). Por outro lado, esses mesmos autores compilados cronologicamente no Quadro 3, esclarecem que o instrumento é um elemento de mediação entre o sujeito e o objeto, em outras palavras, uma entidade que envolve tanto artefatos quanto esquemas de uso dos estudantes.

Além disso, conforme podemos visualizar nas definições apresentados pelos autores do Quadro 3, a gênese instrumental depende de dois processos que são a instrumentação que são ações instrumentais em que o sujeito desenvolve seus esquemas de uso tendo como base seu pré-saber estreitando a relação entre o sujeito e o instrumento. Já esses mesmos autores, isto é, Bittar (2001); Bittar e Rocha (2013); Silva, Pereira e Santana (2013); Silveira (2015); Farias e Souza (2015); Tsuji Junior (2016); Notare e Basso (2017), são comuns em afirmar que o processo de instrumentalização é uma relação entre sujeito e objeto onde as propriedades do artefato em uso são potencializadas e enriquecidas pelo aluno ou sujeito durante a efetuação de uma atividade.

Somado a tudo o que foi enunciado até o momento, trazemos outros estudos por meio de pesquisas realizadas nos bancos de dados da CAPES Sobre a teoria da Gênese Instrumental de Pierre Rabardel, por meio de palavras chaves como, "Gênese Instrumental" e, "Gênese Instrumental de Pierre Rabardel", tais como as dissertações e teses dispostas no quadro a seguir.

Quadro 4: Resumo das pesquisas encontradas

Autor	Data	Título	Tipo
Cavalcante	2011	O uso de vídeos do tv escola pelos professores de Matemática da rede municipal de ensino do Recife: uma perspectiva instrumental do trabalho didático	Dissertação
Alencar	2012	A Gênese Instrumental na interação com o Geogebra: proposta de uma oficina para professores de Matemática	Dissertação
Padilha	2013	Integração do computador na prática pedagógica de professores de Matemática que atuam em sala de tecnologia: Uma abordagem instrumental	Dissertação
Tsuji Junior	2016	A calculadora científica na transição de artefato a instrumento: Uma abordagem instrumental nos cursos de engenharia	Dissertação
Xavier Neto	2016	Um estudo da Gênese Instrumental para função de uma variável real com várias sentenças	Dissertação
Silveira	2016	A Gênese Instrumental na interação de alunas, cega e vidente, com uma maquete tátil no estudo de Probabilidade	Dissertação
Pacheco	2016	O Apprenti Géomètre 2 como uma ferramenta tecnológica para a abordagem da grandeza área: um estudo com licenciandos em matemática sob a ótica da gênese instrumental	Dissertação
Salazar	2009	Gênese instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo de transformações geométricas no espaço	Tese
Jesus	2012	As construções geométricas e a Gênese Instrumental: O caso da mediatriz	Tese
Dainese	2013	Os usos das tecnologias digitais de informação e comunicação em um curso na modalidade a distância: uma abordagem na teoria da atividade e na gênese instrumental	Tese
Riciolli	2015	Artefatos ou instrumentos no Métier do professor de língua inglesa da rede pública: recursos tecnológicos e o agir docente nos textos de instrução ao sócia'	Tese
Narimoto	2015	" Gênese das gêneses instrumentais: o projeto no uso de máquinas colhedoras de cana-de-açúcar no Brasil e na Austrália	Tese

Fonte: Autoria própria, 2021

Conforme podemos notar, além das literaturas evidenciadas neste estudo, existem muitas outras, referentes ao uso da teoria da Gênese Instrumental, das quais destacamos algumas acima.

Tomando como ponto de partida as pesquisas e definições exposta anteriormente, acima e, considerando a importância do Teoria da Instrumentação de Pierre Rabardel versada pelos autores supracitados, apontamos alguns pontos de contribuição e limites da teoria em questão por meio de uma breve revisão das literaturas ora mencionadas nesta pesquisa, a saber.

5. Revisão de literatura: alguns pontos positivos e pontos limitantes do uso da teoria instrumental de Pierre Rabardel

Neste momento, elencaremos alguns pontos de contribuição e limitantes da teoria da Análise Instrumental. Vejamos.

Os estudos de Silva (2019), sobre “O raciocínio Proporcional e o uso do excel”, apontam para a necessidade de pesquisas que enfatizem de modo ampliado, discussões sobre a importância do uso de ferramentas didáticas para a formação docente no sentido de proverem reflexão; na orientação do trabalho docente e para a modificação da forma de agir e pensar do tanto do aluno quanto do professor,

Como resultado esse mesmo autor ressalta que O estudo da gênese instrumental colaborou em desenvolver o raciocínio proporcional nos alunos a partir da adaptação e mobilização dos esquemas de utilização; na obtenção das razões e taxas em situações problemas e que são necessárias mais pesquisas que objetivem, por meio da utilização da Teoria da Análise Instrumental, a compreensão de esquemas usados por muitos alunos considerando seus conhecimentos prévios.

Já nas pesquisas de Silva, Pereira e Santana (2016), que trataram de uma “Abordagem instrumental e a apropriação do artefato tecnológico *Apprenti Géométri 2* em uma situação proposta”, esses autores concluíram que a maioria dos estudantes conseguiram apresentaram diferentes esquemas de utilização, para a resolução de uma mesma tarefa, que nos permitiu observar uma diversidade de procedimentos utilizados por meio das diferentes ferramentas presentes nos menus do *software Aprendi Geometri 2*, pertinentes e importante para o trabalho envolvendo representação e cálculos de áreas de figuras planas como é o caso de grandezas citado por

Nesse viés, os estudos de Bittar (2011), sobre “Abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática”, apontam que o uso da A.T.I aliado a tecnologia contribuiu bastante para a mudança de postura dos participantes da pesquisa.

Analizamos também as pesquisas de Rocha e Bittar (2013), que trataram de “Uma discussão sobre os conhecimentos e os processos vivenciados por professores tendo em vista a integração da tecnologia em sua prática”, onde essas autoras usaram como teoria para analisar o processo de integração da tecnologia com a prática pedagógica dos professor, as Teorias da Instrumentação e da Abordagem dos Conhecimentos Pedagógicos Tecnológicos do Conteúdo com a finalidade de saber “como e quais conhecimentos são mobilizados quando se tem em vista a integração da tecnologia na prática de futuras professoras dos anos iniciais?”, no que tange ao

ensino de geometria plana por estudantes do curso de Pedagogia tendo como instrumento o *superlogo*.

Como resultado, a autoras afirmam que o estudo ajudou a favorecer o processo de construção dos conhecimentos de futuros professores para o ensino.

Os estudos de Silveira, Vita e Kataoka (2015), que versou sobre “A gênese Instrumental na relação de licenciandos em Matemática com uma maquete tátil no estudo de Probabilidade”, por meio da Teoria da Instrumentação com intuito de saber “que elementos sinalizam a transformação da maquete tátil de artefato a instrumento durante seu manuseio por licenciandos em Matemática na resolução das tarefas que envolvem conceitos básicos de Probabilidade?”. Como resultado essas autoras apontam o amadurecimento dos estudantes participantes das atividades no conceito de chance e que o uso da maquete tátil contribuiu muito potencializou o ensino de probabilidade e a mudança de esquemas de uso do artefato maquete tátil.

Além disso, essas mesmas autoras evidenciam a importância e a necessidade de uso de outras tarefas viáveis na maquete tátil para se trabalhar o conceito de chance.

Ao examinarmos a pesquisa de Xavier Neto e Silva (2017), intitulada de “Um panorama atual das pesquisas realizadas sobre a abordagem documental” cuja finalidade foi proporcionar um panorama atual das pesquisas que envolvem a utilização da abordagem documental como ferramenta de análise da prática do professor de matemática apresentados no II International Conference on Mathematics Textbooks Research and Development (ICMT) e do I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática (LADIMA) e teve como metodologia de pesquisa foi usada a análise documental sobre os tipos de metodologias de pesquisa, tipos de conteúdo e recursos usados por professores de matemática em sala de aula.

Os resultados mostraram a existência de uma gama de pesquisas em diferentes trabalhos envolvendo análise documental e que a maioria dos conteúdos adotados não estavam em consonância com o tipo de recurso escolhido, além disso, Xavier Neto e Silva (2017), afirmam que a maior parte das pesquisas mostraram forte indicio com relação ao uso do livro didático como recurso de ensino. Ressaltam também ser preciso a:

utilização de diversos recursos em processos coletivos que possam articular as abordagens documental, instrumental e a orquestração instrumental dentro ou fora do ambiente digital a fim de que os professores consigam implementar suas aulas (Xavier Neto e Silva ,2017, p.16).

Os estudos de Abar (2016), sobre “A mediação semiótica na gênese instrumental: Um estudo da transformação de artefatos em instrumentos”, que objetivou saber que recursos podem ser considerados como artefatos em pesquisas embasadas na Gênese Instrumental e que papel exerce a mediação semiótica durante a transformação destes em instrumento por meio de uma meta análise das bibliografias encontradas. Como resultado foi constatado o uso de outras e referencias teóricas como complementação o tratamento dos conteúdos matemáticos abordados a fim de que os artefatos usados pudessem ser configurados como instrumentos segundo aspectos semióticos e da Gênese Instrumental.

Corroborando com os estudos citados, trazemos as pesquisas Padilha e Bittar (2013), que trataram da “Apropriação da tecnologia por professores de Matemática para fins pedagógicos: Uma abordagem instrumental”

Considerando o exposto na revisão de literatura feita acima, apresentaremos, neste momento, algumas contribuições e limitações sobre a utilização da T.G.I no ensino, conforme é mostrado no quadro 3, a seguir.

Quadro 5- Pontos de contribuição e limites de abordagem teórica da G.I

Autor	Ano	Contribuições	Limites
Hila	2010	<ul style="list-style-type: none"> • Contribui na compreensão do valor do uso de diferentes ferramentas dependem dos contextos de seu uso • Permite a integração de elementos mediadores, como signos e instrumentos físicos, outros instrumentos com natureza distinta, como o próprio sujeito, o tempo e a afetividade 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Ampliação da noção de instrumento
Bittar	2011	<ul style="list-style-type: none"> • Ajuda a saber como o sujeito elabora seus instrumentos e a forma de como o estudante aprende mediante um instrumento, isto é, ajuda a melhorar a compreensão de “como o professor aprende e incorpora a tecnologia a sua pratica pedagógica”(p.169) 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Precisa da complementação de outras teorias, como, por exemplo, a Teoria do Antropológico do Didático (TAD)
Vita	2012	<ul style="list-style-type: none"> • Contribuiu para que os alunos pudessem desenvolver habilidades 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Precisa de um ambiente educacional favorável e

		e estratégias similares ao resolverem uma atividade	compatível para atender as mais diversas do estudante por ser um processo complexo que alia artefato e atividades do sujeito
Silveira, Vita e Kataoka	2015	<ul style="list-style-type: none"> • Contribui para autonomia dos estudantes em manipular artefato; mudança na construção dos esquemas dos alunos 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Necessita de elementos que passam realmente garantir sua materialização e ocorrência durante uma atividade didática
Silva, pereira e Santana	2016	<ul style="list-style-type: none"> • Contribui para que o estudante tenha a possibilidade de criar diferentes esquemas perante a realização de uma tarefa; • Ajuda a diversificar os procedimentos usados por meio do uso de diferentes ferramentas; 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Necessita de um certo grau de conhecimento prévio de instrumentos tecnológico, como, por exemplo, no caso da matemática, conhecimento de informática.
Abar	2016	<ul style="list-style-type: none"> • Ajudou a compreender como o professor aprende e subjetiva a tecnologia em sua pratica docente • Possibilitou o uso de diferentes estratégias "para mobilizar a instrumentação e a instrumentalização no processo da passagem de um artefato para instrumento na utilização do GeoGebra", (p.13) 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Necessitou de outras metodologias e aportes teóricos para complementar e tornar Gênese Instrumental mais eficaz.
Silva	2019	<ul style="list-style-type: none"> • Auxiliam o sujeito em suas estratégias em suas atividades 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Precisa-se que haja a ampliação da ideia de instrumento no que tange ao o afeto, os gestos didáticos, os estilos de cada professor, a volição dos próprios sujeitos em formação

Fonte: Autoria própria, 2021

Partindo dos apontamentos acima, a fim de enfatizar sobre a importância de vislumbrarmos a forma de como estão distribuídos esses estudos realizados até o momento nas literaturas estudadas nesta pesquisa com intuito de ampliar e detalhar os dados construídos sobre esses estudos, decidimos categorizar as pesquisas encontradas por regiões demográficas e, por Instituições de Ensino Superior. Vejamos.

6. Análise dos dados construídos por região demográfica e IES.

Nesta fase da pesquisa adotaremos os seguintes critérios de análise de dados. Vejamos:

- Categorização das pesquisas analisadas por região demográfica

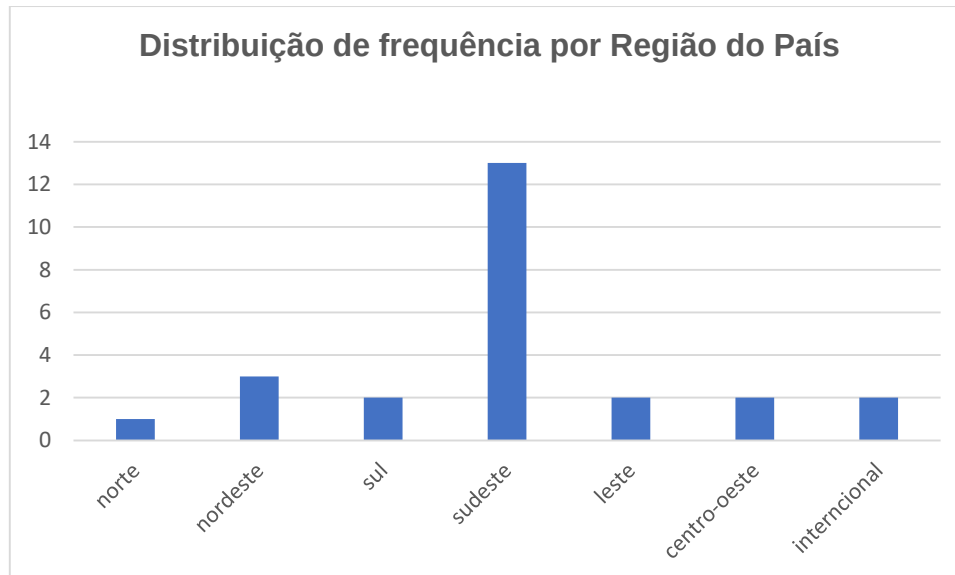
Tabela 1- Distribuição de frequência por Região do País

REGIÕES	Frequência
Norte	1
Nordeste	3
Sul	2
Sudeste	13
Leste	2
centro-oeste	2
Internacional	2

Fonte: Dados da pesquisa, 2021

Conforme nos mostra a Tabela 1, as regiões Leste, Centro-Oeste, Sul e Pesquisas Internacionais sobre a teoria da Gênese Instrumental aparecem apenas com duas publicações cada. Seguidas de 1 publicação na Região Norte; 3 publicações na Região Nordeste e 13 publicações na Região Sudeste, região com maior concentração de trabalhos publicados. Esses dados estão representados no gráfico abaixo. Vejamos

Gráfico 1: Distribuição geográfica das pesquisas nas regiões do País



Fonte: Dados da pesquisa, 2021

Os dados acima, nos mostram que a região que apresentou o maior número de publicações foi a região Sudeste, cerca de 0,52%. Já na região Norte o percentual de publicações encontradas corresponde a 0,04% a respeito do tema em questão. Já no que concerne ao volume de publicações nas regiões Leste, Centro-Oeste, Sul e em

pesquisas internacionais, o percentual encontrado foi de 0,08% em cada. O que mostra a necessidade de mais publicações a respeito da importância do uso da Teoria da Gênese Instrumental, principalmente na Região Norte, talvez por que, poucos pesquisadores a conheçam ou façam uso da mesma.

- Categorização das pesquisas analisadas por dependências administrativas das IES.

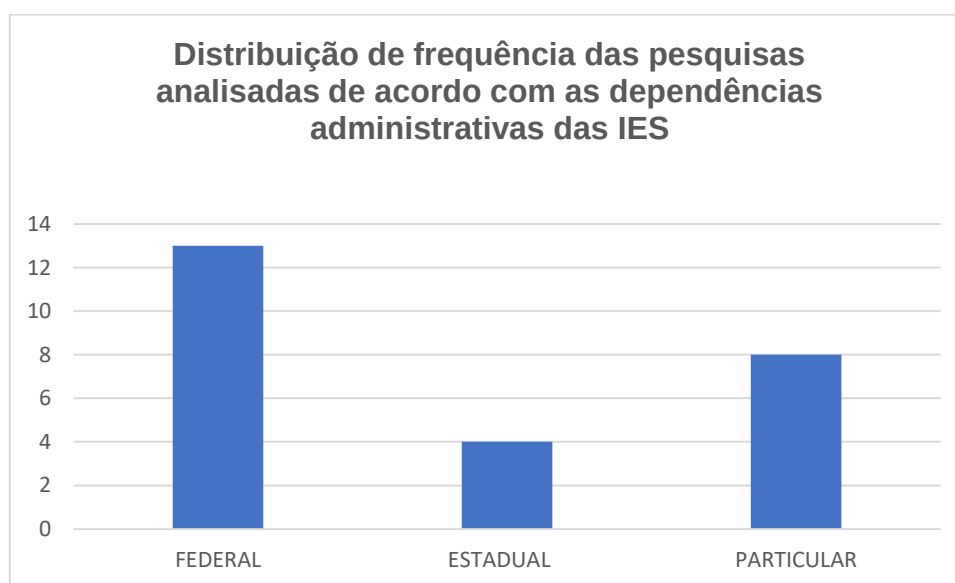
Tabela 2: Distribuição de frequência das pesquisas analisadas de acordo com as dependências administrativas das IES

Dependências administrativas das IES	Frequência
FEDERAL	13
ESTADUAL	4
PARTICULAR	8

Fonte: Dados da pesquisa, 2021

A Tabela 2, nos apresenta de forma resumida a frequência de publicações encontradas onde podemos, ou seja, a instituição com maior frequência de trabalhos publicados são as IES Federais. Em segundo lugar podemos notar que as IES particulares aparecem com uma frequência de 8 publicações, seguida das IES estaduais com cerca de 4 publicações. Para entendermos com maior clareza esses dados observemos o gráfico (2), a seguir.

Gráfico 2: Distribuição de frequência das pesquisas analisadas de acordo com as dependências administrativas das IES



Fonte: Dados da pesquisa, 2021

No que tange as dependências administrativas das IES, podemos perceber no gráfico 2, apontado nessa nossa análise prévia, que o percentual com maior concentração de publicações pertence às IES federais, cerca de 0,52%, seguido de 0,32% de trabalhos publicados em universidades particulares e, 0,16%, dessas publicações pertencem a universidades estaduais sobre o uso da teoria citada.

Portanto, os dados levantados nos levam a refletir sobre a importância de mais pesquisas não só na área de matemática, mas em outras áreas como ciências Naturais, letras, entre outras.

Conforme podemos notar nos resultados alcançados existem um número limitado de pesquisas que tratam do uso dessa teoria em estudos no campo da Educação Matemática que venham tratar um artefato fora do âmbito tecnológico, isto é:

Poucos estudos no âmbito da Educação Matemática que utilizam a Teoria da Instrumentação como referencial teórico ocupam-se do estudo da Gênese Instrumental de um artefato "fora" de ambientes tecnológicos, sobretudo o digital. Em consequência, é comum encontrarmos pesquisas que tratam, por exemplo, do ensino e/ou da aprendizagem de objetos matemáticos de Geometria utilizando os softwares Cabri-3D, ou *Geogebra*, ou ainda a calculadora no ambiente da Álgebra. (Xavier Neto e Silva, 2017, p.108).

Notamos também, alguns pontos teóricos limitantes da Teoria da Instrumentação, tais como:

1. Ampliar a noção ou significado de instrumento;
2. Incompletude;
3. Complementação de mais elementos didáticos, etc.
4. Falta de transposição do uso da maioria dos artefatos e instrumentos no sentido de ir além das tecnologias digitais;

Além disso, os estudos mostram indícios da falta de mais publicações em outras áreas; a falta de pesquisas na região Norte e uma grande concentração de estudos nas IES federais em detrimento das outras IES, como as estaduais e particulares.

Consoante aos resultados prévios apontados neste trabalho, trazemos uma inferência no que tange evidência de grupos de pesquisa que tratam sobre a teoria em questão como é o caso Grupo de Estudos de Tecnologia e Educação Matemática (GETECMAT) da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, e um exemplo disso está claro nas pesquisas de Padilha e Bitar (2013); o Programa de Pós graduação,

PPGEMat/UFRGS, ressaltado nos estudos de Notare (2017) e, também o trabalho de Junior e Nunes (2019), publicado no periódico do programa de pós graduação em educação da UEPA, Revista Cocar, e também produções a respeito da Teoria da Gênese Instrumental no Institut Français de l'Education ou instituo frances de educação(IFE)-ENS-LYON, liderado por Luc Trouche etc., ou seja, existem indícios de trabalhos publicados a respeito da teoria em questão; porém, não encontramos grupos de pesquisa que tratem especificamente ou desenvolvam pesquisas sobra a teoria da (G.I).

7. Algumas considerações

A pesquisa em questão tentou trazer algumas contribuições a respeito da importância do uso da teoria da Instrumentação de Pierre Rabardel cujo objetivo principal foi apresentar um breve panorama a respeito de seu uso. Os resultados prévios mostraram que a maioria dos estudos publicados são de origem didática voltadas para o ensino de matemática e um, como é o caso dos estudos de Hila (2010), em língua portuguesa, ou seja, precisamos de mais pesquisas em outras áreas.

Além disso, os resultados mostraram indícios de que a região demográfica que contem maior número de publicação sobre a Gênese Instrumental estão concentrados na região Sudeste com aproximadamente, 0,52%, ficando em segundo lugar a região Norte, com cerca de 0,04%, e; nas demais regiões citadas neste estudo, se constatou um volume de publicação de 0,08%.

Em consonância a isso, outro resultado importante diz respeito a quantidade de estudos publicados por IES onde cerca de 0,52 % das pesquisas analisadas pertencem a universidades federais; 0,32 % são oriundas de universidades particulares e, em terceiro lugar estão as IES com cerca de 0,16 %, estão as IES estaduais

Somado a isso, os dados mostram também, que a maioria desses estudos revelaram que há uma grande concentração de atividades voltadas ao ensino de matemática por meio do uso de tecnologias como, *softwares* matemáticos (cabri *geometri*, geogebra etc.) e, poucos pesquisas sobre a (G.I) em outras áreas. Além disso, notamos o uso de diferentes artefatos nos estudos analisados, porém, todos como ferramenta de uso dentro do campo da tecnologia digital, isto é, *softwares* matemáticos.

Ou seja, de acordo com Rabardel (2011), há uma grande importância se estudar formas superiores de atividades que envolvam a noção de instrumento na originalidade de suas próprias formas, especialmente no que tange a suas raízes no tocante a complexidade, a diversidade e singularidade das situações diversas de vida social e cotidiana.

Enfim, precisamos de mais pesquisas voltadas em outras áreas e que possam dar maior uso e significado a Teoria da Gênese Instrumental ou Teoria da Instrumentação, pois, segundo os dados preliminares analisados essa teoria é bastante profícuo no sentido de contribuir para um estreitamento de relação e compreensão entre o sujeito e o objeto por meio de um dado instrumento didático, apontam as pesquisas neste estudo

Isso, certamente, sanaria, pelo menos gradativamente, as lacunas apontadas aqui como, por exemplo, o tratamento da noção de instrumento num âmbito maior ou a necessidade de complementação de outras teorias a Teoria da Gênese instrumental, dentre outras citadas neste estudo.

Vale ressaltar, que os dados apresentados podem mudar drasticamente, pois, apenas apresentamos indícios prévios a respeito das análises feitas e pelo fato de termos encontrado, por ora, poucas pesquisas o que significa que em um estudo mais aprofundado considerando um certo espaço temporal etc., a realidade dos dados analisados poderá se inverter ou acentuar esses resultados obtidos.

Referências

ABAR, Celina Aparecida Almeida Pereira. A mediação semiótica na Gênese Instrumental: um estudo da transformação de artefatos em instrumentos. In: **I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática**. Bonito, MS, 2016. Disponível em: <https://grupoddmат.pro.br/wp-content/uploads/2020/05/ABAR.pdf>. Acesso: 8 jun. 2026

ALENCAR, Sérgio Vicente. **A Gênese Instrumental na interação com o GeoGebra**: proposta de uma oficina para professores de Matemática. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

ALMOULOU, Saddo Ag. Fundamentos norteadores das teorias da Educação Matemática: perspectivas e diversidade. **AMAZÔNIA: Revista de Educação em Ciências e Matemática**, Belém, v. 13, n. 27, 2017. Disponível em:

<https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/5514>. Acesso: 8 jun. 2026.

BITTAR, Marilena. Abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 1, p. 157-171, 2011. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/er/a/XtVYn634Y95PPjHRBLQG4kp/abstract/?lang=pt>. Acesso: 8 jun. 2026.

CAVALCANTE, Gutemberg dos Santos. **O uso de vídeos do TV Escola pelos professores de Matemática da Rede Municipal de Ensino do Recife**: uma perspectiva instrumental do trabalho didático. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

DAINESE, Carlos Alberto. **Os usos das tecnologias digitais de informação e comunicação em um curso na modalidade a distância**: uma abordagem na teoria da atividade e na gênese instrumental. 2013. Tese (Doutorado em Educação e Currículo) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

FARIAS, Luiz Márcio Santos; SOUZA, Eliane Santana de. De artefato a instrumento: a integração da calculadora simples por um professor do 6º ano para o ensino de potência. **EM TEIA**, Recife, v. 6, n. 3, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2247>. Acesso: 8 jun. 2026.

GONÇALVES, Jonas Rodrigo. Como escrever um artigo de revisão de literatura. **Revista JRG de Estudos Acadêmicos**, Brasília, v. 2, n. 5, 2019. Disponível em: <https://www.revistajrg.com/index.php/jrg/article/view/122>. Acesso: 8 jun. 2026.

HILA, Cláudia Valéria Doná. Teoria da Instrumentação e a formação inicial de professores de Português. **Revista Uniletras**, Ponta Grossa, n. 1, p. 61-67, 2010. Disponível em: https://revistas.uepg.br/index.php/uniletras/pt_BR/article/view/2528. Acesso: 8 jun. 2026.

JESUS, Gilson Bispo de. **As construções geométricas e a gênese instrumental**: o caso da mediatriz. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

LUCENA, Rosilangela; GITIRANA, Verônica; TROUCHE, Luc. **O ensino de matemática com integração de recursos digitais**: um olhar sobre aulas à luz da Orquestração Instrumental. São Paulo: EMD, 2018.

MEDEIROS, Margarete Farias; BASSO, Marcus. Incorporação da tecnologia digital à prática docente: compreendendo a gênese instrumental de licenciandos em Matemática. **CINTED – Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 16, n. 1, 2018. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/85995>. Acesso: 8 jun. 2026.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 1994.

NARIMOTO, Lidiane Regina. **A gênese das gêneses instrumentais: o projeto no uso de máquinas colhedoras de cana-de-açúcar no Brasil e na Austrália**. 2015. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, São Carlos, 2015.

NOTARE, Márcia; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. Gênese instrumental pessoal e conceitos matemáticos em processo de criação com o GeoGebra. **CINTED – Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, 2017. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/79238>. Acesso: 8 jun. 2026.

PADILHA, Luiz Cleber Soares. **Integração do computador na prática pedagógica de professores de Matemática que atuam em sala de tecnologia: uma abordagem instrumental**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2013.

PADILHA, Luiz Cleber Soares; BITTAR, Marilena. O ciclo de ações e a gênese instrumental na apropriação de um software para o ensino de matemática. In: **3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEMAT)**. 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/3764>. Acesso: 8 jun. 2026.

PEREIRA, José Wilson; SILVA, Anderson Douglas Pereira Rodrigues da; SANTANA, Walenska Maysa Gomes de. A abordagem instrumental e a apropriação do artefato tecnológico *Apprenti Géomètre 2* em uma situação proposta. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-12. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/8170_4362_ID.pdf. Acesso: 8 jun. 2026.

RABARDEL, Pierre. **Los hombres y las tecnologías: visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos**. Colômbia: Ediciones Universidad Industrial de Santander, 2011.

RICIOLI, Ana Maria Barbosa Varanda. **Artefatos ou instrumentos no métier do professor de língua inglesa da rede pública: recursos tecnológicos e o agir docente nos textos de instrução ao sócio**. 2015. Tese (Doutorado em Linguística e Língua Portuguesa) – Universidade Estadual Paulista, Araraquara, 2015.

ROCHA, Katiane Moraes; BITTAR, Marilena. Uma discussão sobre os conhecimentos e os processos vivenciados por professores tendo em vista a integração da tecnologia em sua prática. In: II Congresso Iberoamericano de Educação Matemática., 2012, Montevideu. **Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática**, 2013.

SALAZAR, Jesus Victoria Flores. **Gênese instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo de transformações geométricas no espaço.** 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SILVA, Ricardo Araújo da. **O raciocínio proporcional e o uso do Excel: um olhar para a Gênese Instrumental.** 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Itapetinga, 2019.

SILVEIRA, Érica Santana. **A gênese instrumental na interação de alunas, cega e vidente, com uma maquete tátil no estudo de probabilidade.** 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2016.

SILVEIRA, Érica Santana; VITA, Aida Carvalho; KATAOKA, Veronica Yumi. A gênese instrumental na relação de licenciandos em Matemática com uma maquete tátil no estudo de Probabilidade. **EM TEIA**, Recife, v. 6, n. 3, 2015. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/343721960_A_Genese_Instrumental_na_interacao_de_licenciandos_em_matematica_com_uma_maquete_tatil_no_estudo_de_Probabilidade. Acesso: 8 jun. 2026.

SOUSA JÚNIOR, Mário Alexandre. **A calculadora científica na transição de artefato a instrumento: uma abordagem instrumental nos cursos de engenharia.** 2016. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

TSUJI JUNIOR, Nelson. Um estudo do processo de gênese instrumental vivenciado por alunos do 9º ano do ensino fundamental. In: **XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM).** Curitiba, 2016. Disponível em: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd6_nelson_junior.pdf. Acesso: 8 jun. 2026.

VITA, Aida Carvalho. **Análise instrumental de uma maquete tátil para a aprendizagem de probabilidade por alunos cegos.** 2021. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021.

XAVIER NETO, Armênio Lannes. **Um estudo da gênese instrumental para função de uma variável real com várias sentenças.** 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

XAVIER NETO, Armênio Lannes; SILVA, Maria José Ferreira da. Gênese instrumental do artefato simbólico função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas em um ambiente não digital. **UNIÓN: Revista Iberoamericana de**

Educación Matemática, n. 52, p. 107-124, 2017. Disponível em:

[https://www.researchgate.net/publication/332863708 Número 51-](https://www.researchgate.net/publication/332863708_Número_51-Diciembre_2017_-Página_107_Genese_Instrumental_do_artefato_simbolico_funcao_de_uma_variavel_real_definida_por_varias_sentencas_matematicas_em_um_ambiente_nao_digital)

[Diciembre 2017 -](https://www.researchgate.net/publication/332863708_Número_51-Diciembre_2017_-Página_107_Genese_Instrumental_do_artefato_simbolico_funcao_de_uma_variavel_real_definida_por_varias_sentencas_matematicas_em_um_ambiente_nao_digital)

[Página 107 Genese Instrumental do artefato simbolico funcao de uma variavel real definida por varias sentencas matematicas em um ambiente nao digital.](https://www.researchgate.net/publication/332863708_Número_51-Diciembre_2017_-Página_107_Genese_Instrumental_do_artefato_simbolico_funcao_de_uma_variavel_real_definida_por_varias_sentencas_matematicas_em_um_ambiente_nao_digital)

Acesso: 8 jun. 2026.

XAVIER NETO, Armênio Lannes; SILVA, Maria José Ferreira da. Panorama atual das pesquisas realizadas sobre abordagem documental. **Revista de Produção**

Discente em Educação Matemática, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 5-17, 2017.

Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/35416>.

Acesso: 8 jun. 2026.

Capítulo 4

Teoria da Atividade e suas contribuições para o Ensino de Matemática

Anderson Portal Ferreira

Pedro Franco de Sá

1. FUNDAMENTOS DA TEORIA DA ATIVIDADE

Segundo Braga (2015, p. 43) a Teoria da Atividade tem suas bases filosóficas na filosofia clássica de Immanuel Kant (1724 - 1804) e Georg Wilhelm Friedrich Hegel (1770 – 1831), nas obras de Karl Marx (1818 – 1883) e Friedrich Engels (1896 – 1895). Foi desenvolvida, principalmente, pela psicologia sócio histórica e cultural de Lev Semyonovitch Vygotsky (1896 – 1934) e seus sucessores Alexei Nikolaevich Leontiev (1904-1979), Alexander Romanovich Luria (1902 - 1977), sendo que, mais recentemente, contribuições teóricas e experimentais foram realizadas pelo psicólogo finlandês Yrjö Engeström (1948 -).

Assim a Teoria da Atividade inicia-se com as investigações de Vygotsky na então União Soviética da década de 30 do século XX apoiando-se na psicologia sócio histórica e cultural, trazendo grandes contribuições para os campos da relação entre pensamento e linguagem, natureza do processo de desenvolvimento cognitivo e o papel da instrução no desenvolvimento.

Segundo Rolindo (2007), o trabalho de Vygotsky resultou em cinco teses que estão expressas no quadro 1 a seguir.

QUADRO 1- TESES DE VYGOTSKY

Teses	Enunciado da tese
Primeira	As características tipicamente humanas não estão presentes desde o nascimento do indivíduo, nem são mero resultados das pressões do meio externo.
Segunda	O desenvolvimento humano não é dado a priori, não é mutável e universal, não é passivo nem tampouco independente do desenvolvimento histórico e das formas sociais da vida humana.
Terceira	O cérebro pode servir a novas funções, criadas na história do homem, sem que sejam necessárias transformações no órgão físico.

Quarta	São instrumentos técnicos e sistemas de signos, construídos historicamente, que fazem a mediação dos seres humanos entre si e deles com o mundo.
Quinta	A análise psicológica deve ser capaz de conservar as características básicas dos processos psicológicos, exclusivamente humanos.

Fonte: Rolindo (2007, p. 52)

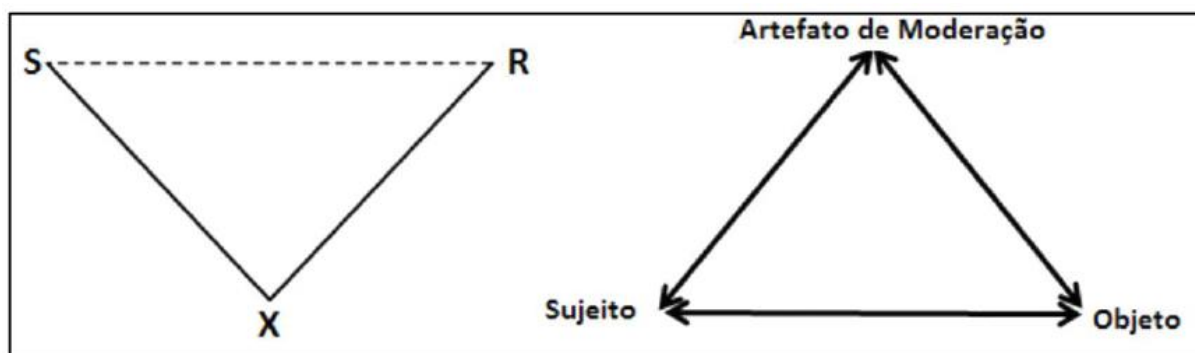
A partir das teses enunciadas acima, Vygotsky traz sua contribuição para a Teoria da Atividade de forma decisiva com o conceito de Mediação

Para Vygotsky o individual e o cultural devem ser entendidos como elementos mutuamente formativos de um único sistema, interativo e a interação do sujeito com o mundo é mediada por uma ferramenta de natureza semiótica, dotada de significado, visto em Daniels (2003, p.12)

A mediação é considerada um dos pilares da teoria de Vygotsky, de tal forma que a mediação ocorre através de um signo externo como elemento intermediário entre estímulo e resposta de um comportamento elementar.

O conceito básico da Teoria da Atividade encontra-se no modelo triangular proposto por Vygotsky que “associa a mediação por um signo externo (x) como intermediário na relação entre Estímulo (S) e resposta (R), caracterizados como elementos binários ($S \rightarrow R$) de um comportamento elementar” conforme visto em Braga (2015, p. 44).

Figura 1: Mediação(x) entre estímulo (S) e Resposta (R)



Fonte: Braga (2015, p. 44)

Esta configuração mostra a mediação por ferramentas como um dos princípios da Teoria da Atividade, onde essas ferramentas podem ser materiais concretos ou ferramentas de origem psicológicas e de natureza semiótica como signos que são utilizados para orientar e potencializar os processos mentais.

Após o falecimento de Vygotsky em 11 de junho de 1934, vítima de tuberculose aos 38 anos, Alexis Nicolaevich Leontiev (1903-1979) e Alexander Romanovich Luria (1902-1977) deram continuidade as linhas de pesquisas e teses levantadas por Vygotsky no Instituto de Psicologia de Moscou.

A contribuição de Leontiev veio como continuação do trabalho de Vygotsky por meio da expansão da unidade de análise que em Vygotsky era focada nos indivíduos e que Leontiev estendeu por meio da distinção entre ação individual e ação coletiva. Outra contribuição importante de Leontiev foi a distinção entre ação e atividade. Querol, Cassandre e Bulgacov (2014), essa distinção pode ser entendida quando compreendemos a atividade como práxis, como expressão comportamental desenvolvimento intelectual, enquanto que a ação reduz-se a operações sem conexões entre si

Leontiev (2021, p. 97) mostra que o sistema binário $S \rightarrow R$ é insuficiente visto que exclui do campo de visão da pesquisa o processo substancial no qual se realizam as relações reais do sujeito com o mundo objetivo, sua atividade objetiva.

Para a Psicologia histórico-cultural a atividade humana inicia-se necessariamente na forma objetiva para, em momento posterior, transformar-se em atividade na forma subjetiva, passando a constituir o psiquismo humano Edit (2009. p. 198)

A Teoria da Atividade nos estudos e pesquisa em educação deve abordar a alienação produzida nas relações sociais de produção da sociedade capitalista, sob pena de perda de potencial de contribuição desta teoria como visto no trecho:

Para a pessoa, a sociedade que constitui apenas o meio exterior ao qual ela se vê forçada a se ajustar, para não ser “não adaptada”, e sobreviver, exatamente como um animal é obrigado a se adaptar ao mundo natural exterior. A partir desse ponto de vista, a atividade humana se forma como resultado de esforço, ainda que não direto (por exemplo, por meio da avaliação expressa por um grupo “de referência”). Com isso, perde-se o principal, isto é o fato de que a pessoa encontra na sociedade não apenas condições exteriores em relação às quais ele precisa ajustar sua atividade, mas que essas condições sociais carregam motivos e objetivos de sua

atividade, seus meios e modos: em resumo: a sociedade produz a atividade dos indivíduos que a formam (LEONTIEV, 2021, p. 105).

A alienação está permanentemente presente na sociedade capitalista, já que este modelo social promove um distanciamento entre as condições materiais e intelectuais do ser humano da vida de cada pessoa. Assim, a alienação torna-se um processo social que tem sua origem na atividade produtiva sendo, portanto, fundamental o debate da atividade como expressão prática do desenvolvimento intelectual para superação do processo de alienação.

2. Estrutura Geral de uma Atividade

Leontiev apresenta na estrutura geral da atividade *o objeto* como o elemento central da atividade, sendo também composta pela *necessidade* e pelo *motivo* que pode ser de natureza interna ou externa e a ação, como visto no trecho “Sempre lidamos com atividades específicas, cada qual responde a uma determinada necessidade do sujeito, sendo dirigida ao objeto dessa necessidade, extingue-se em decorrência de sua satisfação”. Leontiev (2021, p.123).

Sá (2020), afirma que, para Leontiev, a atividade é direcionada a um objetivo é consequência das relações sociais, que englobam a divisão do trabalho, sendo essa atividade estimulada por seu produto, o qual, por sua vez, corresponde às necessidades de cada indivíduo envolvido no trabalho. No quadro 2 abaixo, apresentamos os elementos estruturantes de uma atividade.

QUADRO 2: ELEMENTOS DE UMA ATIVIDADE

Elementos de uma Atividade	
Sujeito(s)	É quem realiza a atividade, podendo ser individual ou coletivo
Objeto	É a matéria prima com a qual o(s) sujeito(s) da Atividade começa(m) a atuar para obter um determinado produto, podendo ser material ou abstrato
Necessidade	É o desejo de se obter o produto da Atividade

Motivo	São as motivações que levam o(s) sujeito(s) a realizar(em) as ações relacionadas a Atividade
Objetivo	É a representação imaginária dos resultados possíveis de se alcançar com a realização de uma ação concreta
Ação	É o processo que se vê subordinado a um objetivo consciente, para transformar o objeto no produto desejado
Produto	É o resultado obtido das transformações sobre o objeto da Atividade

Fonte: Criação e adaptação a partir Sá (2020)

Com base na Estrutura e elementos de uma atividade, entendemos o fluxo geral da atividade descrito da seguinte forma: o motivo de uma atividade é governado por uma necessidade de transformação de um objeto, que pode ser material ou imaterial, regendo as ações que estão direcionadas a determinado objetivo e essas ações estão atreladas das condições materiais para a realização de um resultado, um produto.

3. Trabalhos que associam a Educação Matemática e Teoria da Atividade

A escola, como ambiente formal de aprendizagem, incorpora métodos de ensino que assumem movimentos claros na centralidade do processo de aprendizagem: Normalmente nas séries iniciais valoriza-se o estudante como elemento central na produção do seu conhecimento e aprendizagem, colocando o professor num papel secundário, com o passar dos anos percebe-se a valorização dos conteúdos de forma explícita, normalmente em instituições que priorizam a preparação de provas em larga escala, como ENEM, concursos, etc. assim, o estudante e a atividade de ensino/aprendizagem ficam relegados a um segundo plano. Por fim, o modo de produção capitalista, torna-se mais importante que os sujeitos e torna-se o centro de convergência do produto da atividade educativa.

Nesse movimento analisamos que o modelo de ensino tradicional torna-se método de ensino voltado para o modo de produção, direcionando o ensino aprendizagem para a formação técnica, para a produção do trabalho, levando a não problematização do sistema e suas contradições de humanização e respeito a liberdade de atividade, consciência e personalidade futura do estudante.

Essa discussão do modelo de ensino e aprendizagem, deve ser antecedida pela finalidade deste modelo. Numa sociedade capitalista, o conhecimento é concedido de forma desigual entre as classes sociais, como visto em Moraes (2003), apud Edit e Duarte (2007, p. 57) que nos apresenta dois cenários. Para alguns, poucos, o conhecimento exige níveis mais altos de aprendizagem no campo teórico-metodológico que a experiência empírica não é capaz de suprir, a estes é proporcionado modelos de ensino críticos e reflexivos, enquanto outros, maioria, precisam das “competências” e “habilidades” para satisfazerem ao mercado de trabalho, onde as características do ensino tradicional encaixam-se com as características de reprodução de operações, num processo de reprodução mecânica.

Nesse sentido nos posicionamos favoráveis a um modelo de ensino de matemática aplicada em metodologias de ensino que extrapolem apenas do ensino de métodos e procedimentos formais, proporcionando a criticidade, a autonomia e o crescimento político dos estudantes, atuando na formação de um estudante crítico, problematizador de seus anseios sociais, consciente do seu papel enquanto ser histórico e cultural e construtor ativo de sua personalidade. Para Tal, apoiamo-nos nos fundamentos da Psicologia sócio histórica e cultural e na Teoria da Atividade de Leontiev.

Para nos apropriarmos da forma como a Teoria da Atividade tem sido utilizada em trabalhos publicados (artigos, dissertações e teses) que associaram a teoria da atividade com a educação e em especial a educação matemática, selecionamos os seguintes trabalhos apresentados sistematicamente no quadro 3, cabe ressaltar que tivemos com fontes de pesquisa nesta pesquisa bibliográfica os bancos de dados de instituições de ensino superior com validação científica, para artigos, e no endereço <http://bdtd.ibict.br/vufind/> da biblioteca digital de teses e dissertações para essas publicações, sendo buscado trabalhos em âmbito nacional que discutiram a Teoria da atividade e o ensino de matemática, associados ou não.

Quadro 3: Trabalhos Nacionais acerca da Teoria da Atividade e o ensino de matemática, associados ou não.

Categoria	Autor(es)	Ano	Título do Trabalho	Tipo de trabalho
------------------	------------------	------------	---------------------------	-------------------------

Teoria da Atividade	Newton Duarte	2002	A teoria da atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação	Artigo
Teoria da Atividade	Lígia Márcia Martins	2004	A natureza histórico-social da personalidade	Artigo
Teoria da Atividade e Prática Pedagógica	Nadia Mara Eidt Newton Duarte	2007	Contribuições da teoria da atividade para o debate sobre a natureza da atividade de ensino escolar	Artigo
Teoria da Atividade e Prática Pedagógica	Nadia Mara Eidt	2009	A educação escolar e a relação entre o desenvolvimento do pensamento e a apropriação da cultura: a psicologia de a. n. leontiev como referência nuclear de análise	Tese
Teoria da Atividade e Ensino de Matemática	Wellington lima cedro Sílvia pereira gonzaga de Moraes Josélia euzébio da rosa	2010	A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em matemática	Artigo
Teoria da Atividade e Prática Pedagógica	Manoel Oriosvaldo de Moura; Elaine Sampaio Araújo; Vanessa Dias Moretti; Lúcia Maria Panossian; Flávia Dias Ribeiro.	2010	Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem	Artigo
Teoria da Atividade e Prática Pedagógica	Armando marino filho	2011	A atividade de estudo no ensino fundamental: necessidade e motivação.	Tese
Teoria da Atividade e Ensino de Matemática	Juliana da Silva Euzébio	2015	Criança, infância e conhecimento matemático: um estudo a partir da teoria histórico-cultural	Dissertação
Teoria da Atividade e Ensino de Matemática	Pedro Franco de Sá	2020	As atividades experimentais no ensino de matemática	Artigo

Fonte: Pesquisa Bibliográfica (2021)

Vamos apresentar os dados dos trabalhos selecionados na seguinte perspectiva:
Objetivo do trabalho, procedimento metodológico utilizado e resultado obtido.

4. Estudos acerca da Teoria da Atividade

A primeira pesquisa selecionada nesta seção apresenta o trabalho Duarte (2002), que objetivou analisar a do potencial da teoria da atividade como referencial teórico-metodológico multidisciplinar a pesquisa em educação, para compor esta análise o autor apoia-se em três frentes, a primeira consiste nos trabalhos já clássicos de Leontiev, a segunda nos fundamentos filosóficos da teoria da atividade e por fim, a terceira aborda estudo de pesquisadores contemporâneos que trabalham com a teoria da atividade.

Em se tratando dos trabalhos clássicos de Leontiev, o autor cita duas obras importantes: *Problems of Development of the Mind e Activity, Consciousness, and Personality*, e afirma que para uma adequada compreensão da teoria da atividade, aos moldes de Leontiev, necessita do estudo detalhado dessas duas obras. O autor coloca que não é possível tratar sequer dos principais aspectos enfocados por Leontiev nessas suas duas obras no espaço do artigo, entretanto o autor tece algumas considerações no debate para uma questão que considera central na Teoria da Atividade que é a relação entre a estrutura objetiva da atividade humana e a estrutura subjetiva da consciência, destacando duas implicações da análise de Leontiev dessa relação.

- ✓ O avanço alcançado nos estudos da Teoria Marxista no que tange as relações complexas entre indivíduo e sociedade;
- ✓ O enriquecimento dos instrumentos metodológicos de análise dos processos de alienação produzidos pelas atividades que dão o sentido (ou o sem-sentido) da vida dos seres humanos na sociedade capitalista.

Em os fundamentos filosóficos da Teoria da Atividade, o ponto de partida é dado para uma breve apresentação da obra de Evald Vasilyevich Ilyenkov (1924-1979), que é um membro da escola do marxismo soviético formada principalmente por filósofos e psicólogos, denominada de escola de Vygotsky, e cita quatro textos de Ilyenkov que são seus objeto de estudo: *A dialética do abstrato e do concreto no capital de Marx*; *Lógica dialética – ensaios sobre sua história e teoria*; *O conceito de ideal e A dialética leninista e a metafísica do positivismo*.

Para o estudo de pesquisadores contemporâneos que trabalham com a teoria da Atividade o autor afirma que o caráter multidisciplinar desta teoria, atuando no campo da psicologia, filosofia, linguística à pedagogia.

O autor destaca temas que esses trabalhos estão abordando os seguintes temas: O primeiro trata de processos de produção e transmissão de conhecimento nas atividades da sociedade contemporânea, o segundo O segundo tema está relacionado à questão da alienação presente nas atividades no interior da sociedade contemporânea e por fim, um terceiro tema a ser investigado nesta pesquisa, no tocante às relações entre a teoria da atividade e a educação na sociedade contemporânea.

Em Duarte (2002), consideramos pertinentes algumas considerações feitas pelo autor ao registrar a impossibilidade de se trabalhar com a teoria da atividade, de maneira coerente e com seus pressupostos básicos se essa questão da alienação produzida pela sociedade de classes não estiver no centro das análises teóricas e práticas que venham a ser desenvolvidas.

Outra consideração importante trazida pelo autor faz alusão a análise dos estudos contemporâneos cujos trabalhos tomam por referência a teoria da atividade, já que não são considerados, na maioria das vezes, a análise dos processos de alienação produzidos pelas atividades que dão o sentido (ou o sem-sentido) da vida dos seres humanos na sociedade capitalista, parte fundamental da teoria de Leontyev, levando a uma assepsia ideológica, descaracterizando-a de sua explícita e consistente filiação filosófica ao marxismo.

Martins (2004), objetivou analisar o processo de formação da personalidade a partir da perspectiva do materialismo histórico e dialético, apontando o quanto esse processo condiciona e é condicionado pelas condições objetivas de existência dos indivíduos. A autora apoia-se nos pensadores A. N. Leotiev e Lucien Sève, onde o homem é visto como um sujeito histórico que vai desenvolvendo-se a partir das condições sociais e biológicas.

Essas condições representam as bases a partir das quais, ao longo de uma histórica evolução, desenvolve-se, por meio da atividade, o psiquismo humano. A atividade humana, que por sua natureza é consciente, determina nas diversas formas de sua manifestação a formação de capacidades, motivos, finalidades, sentidos, sentimentos etc., enfim engendra um conjunto

de processos pelos quais o indivíduo adquire existência psicológica. O estudo desses processos psíquicos nos leva necessariamente ao plano da pessoa, do homem como indivíduo social real: que faz, pensa e sente, e é neste plano que nos deparamos com a personalidade (MARTINS, 2004, p. 84).

A autora apresenta a compreensão da personalidade, definida por Sève como um complexo sistema configurado por relações sociais entre atividades, de tal forma que seu desenvolvimento torna o resultado da atividade subjetiva condicionada por condições objetivas, onde a personalidade não é produzida individualmente, isoladamente pelo indivíduo, mas é fruto de atividade social, ou seja, das relações que o indivíduo estabelece em sociedade.

Em seu tratando do desenvolvimento da personalidade no transcurso das relações ativas indivíduo-mundo a autora aponta os seguintes princípios, apoiada em Martins (2001).

O primeiro princípio trata da qualidade dos vínculos do indivíduo com o mundo, a partir dos quais constroem-se as estruturas emocionais e motivacionais que formam a base da cadeia de acontecimentos que levam à formação da personalidade. O segundo princípio refere-se ao grau e à organização da hierarquização das atividades com relação aos motivos, de tal forma que a desarticulação entre atividades e motivos ou a inexistência desta unidade na personalidade cria as condições internas para que o homem viva fragmentariamente, em consonância com motivos-estímulo em detrimento dos motivos vitais.

O terceiro princípio do desenvolvimento da personalidade é o grau de subordinação dessa organização à consciência sobre si e à autoconsciência, o nível de consciência interno está no âmbito da individualidade, enquanto que o da autoconsciência, está no âmbito das relações sociais e permite ao homem a efetivação de sua essência como um ser que trabalha, consciente, universal e livre.

Em uma sociedade capitalista, onde há o empobrecimento da individualidade humana sob condições de alienação tanto do trabalho social quanto da vida pessoal, uma vez que a ordem política e econômica vigente subordina a si o próprio desenvolvimento do psiquismo, os indivíduos perdem o papel de autoria da sua própria vida, tornando-se coatores, ou mesmo expectadores.

Por fim, a autora mostra que a educação deve se afirmar como elemento para superação desta alienação, para além de um papel pedagógico, mas para um trabalho

de conscientização em um processo prático e revolucionário, para o pleno desenvolvimento de sua personalidade.

5. Estudos acerca da Teoria da Atividade e Prática pedagógica

Em Edit e Duarte (2007) apresentaram um trabalho que objetivou discutir a natureza da atividade de ensino, visando a efetiva promoção do desenvolvimento psicológico da criança à luz do referencial da teoria da atividade.

Segundo os autores, Leontiev (1975) afirma que a efetiva aprendizagem depende de duas questões fundamentais: *o que* a criança conscientiza daquilo que lhe é ensinado e *como* esse conteúdo se torna consciente para a criança sendo imprescindível analisar a qualidade do ensino escolar, a atividade de ensino escolar e a atividade e estudo.

Para *o que* se adquire: A qualidade do ensino escolar e o desenvolvimento psíquico, os autores apontam que para a teoria da atividade, a função da escola é a de socialização do conhecimento científico, filosófico e artístico, em suas formas mais elevadas, tendo como meta o desenvolvimento da psíquico como um todo dos estudantes, sua capacidade de analisar e generalizar os fenômenos da realidade material, bem como de raciocinar corretamente.

Em se tratando *de como* se adquire: Algumas considerações sobre a atividade de ensino escolar, os autores apontam que as atividades de ensino devem visar o desenvolvimento do pensamento dos estudantes, o desenvolvimento da capacidade de analisar e generalizar os fenômenos da realidade material, bem como de raciocinar corretamente. Em uma atividade de ensino, é papel do(a) professor(a) refletir sobre os processos psíquicos que se deseja mobilizar nos estudantes e adaptar a metodologia para que a atividade seja compatível com sua motivação, um conteúdo realmente conscientizado é aquele que se manifesta diante do sujeito como objeto para o qual está diretamente dirigida sua ação.

Os autores concluem afirmando que a formação de novas operações e estruturas mentais não acontecem espontaneamente, mas depende do processo de apropriação pelos estudantes, de uma atividade material e intelectual integradas ao conhecimento científico, filosóficos e artísticos em suas formas mais desenvolvidas.

Em sua Tese de Doutorado, Edit (2009) centrou-se na relação entre a função social da educação e o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, em especial, o pensamento. Realizando uma pesquisa bibliográfica, a autora objetivou investigar as proposições acerca do desenvolvimento do pensamento nas obras de Dewey, Piaget e de defensores contemporâneos do aprender a aprender, como Perrenoud, Delval, Schön e Tardif, que mantém sua filiação filosófica ao pragmatismo e ao liberalismo, em contraposição à produção de Leontiev, cujo fundamento filosófico encontra-se no materialismo histórico dialético, para alcançar tal objetivo a autora lançou mão de cinco hipóteses, dispostas no quadro 4.

Quadro 4: Hipóteses levantadas por Edit (2009)

Hipóteses	
1	As proposições teóricas que fundamentam o “aprender a aprender”, concebendo o desenvolvimento do pensamento mediante a mínima apropriação dos conhecimentos científicos, não ultrapassa os estreitos limites do pensamento empírico;
2	A alienação que impera na sociedade de classe capitalista engendra oportunidades educacionais também de classe e nela, o ideário do “aprender a aprender” desponta como ferramenta ideológica para a formação da classe trabalhadora;
3	A teoria psicológica marxista de A. N. Leontiev encerra as possibilidades para a decodificação do pleno desenvolvimento humano na mesma medida em que evidencia os limites impostos pelo capitalismo a este desenvolvimento;
4	O ideário pedagógico hegemônico na atualidade – o “aprender a aprender” – pretere a análise radical da sociedade capitalista, bem como a análise do desenvolvimento do pensamento como síntese de múltiplas determinações;
5	Parte dos autores brasileiros que defenderam dissertações e teses em Programas de Pós-Graduação em Educação no período de 1987 a 2004 e que anunciaram respaldo teórico nas produções de A. N. Leontiev desconsiderou a radicalidade de seus fundamentos filosóficos marxistas, realizando aproximações equivocadas entre a obra do referido autor e o ideário pedagógico do aprender a aprender, especificamente no que se refere à relação entre o desenvolvimento das funções psicológicas superiores e a apropriação dos conhecimentos científicos

Fonte: Criado a partir de Edit (2009, p.13)

A autora comprova sua primeira hipótese afirmando que “a lógica tem sua base na apropriação da atividade objetivada nas mais elevadas produções humanas ao longo da história, transformadas em conteúdos curriculares” Edit (2009, p.89) estando apoiada na afirmação de Leontiev (1978, p. 169-170), de que “a aptidão do pensamento lógico só pode ser resultado da apropriação da lógica, produto objetivo da prática social da humanidade”, indo de encontro a educação defendida pelo ideário do aprender a aprender, concebendo o desenvolvimento do pensamento mediante a mínima apropriação dos conhecimentos científicos, não ultrapassa os estreitos limites do pensamento empírico.

Em relação a segunda hipótese a autora aponta que ao contrário do trazem os documentos oficiais sobre a reflexão sobre a ação, na prática pedagógica não passa de uma maneira de mascarar a impossibilidade, imposta pelo modo de produção capitalista, de todos os indivíduos se apropriarem do patrimônio humano genético, condição necessária para superar por incorporação o pensamento prático, ascendendo ao abstrato.

Para a terceira hipótese, a autora afirma que,

Uma educação que leva à apropriação da cultura em suas formas mais desenvolvidas é capaz de engendrar consciências críticas, condição necessária – embora não suficiente – para a superação do atual sistema de produção, que produz alienação e miserabilidade em escala crescente. Ao contrário, uma educação pragmática e perpassada por pressupostos irracionalistas contribui para que os indivíduos aceitem a sociedade tal como está posta, colaborando para a manutenção da formação de consciências alienadas. (EDIT, 2009, p.121)

Assim a superação da alienação somente será possível mediante a superação da sociedade capitalista e quanto mais o homem se relaciona com o trabalho alienado, mais a consciência e a personalidade ficam empobrecidas.

Para a quarta hipótese, o ideário pedagógico hegemônico na atualidade, a autora aponta que a sociedade capitalista busca excluir qualquer possibilidade de revolução dos trabalhadores, já que tem no individualismo uma de suas premissas centrais promovendo a competição entre os indivíduos e buscando explicar os sucessos ou fracassos de cada indivíduo a partir do próprio sujeito, desconsiderando as condições sociais, afastando assim uma análise profunda da sociedade capitalista e dos sujeitos nela inseridos.

Para a quinta e última hipótese, a autora analisou 43 trabalhos, entres dissertações e teses que compuseram o *Corpus da pesquisa*, e percebeu que os livros mais utilizados de Leontiev nessas obras são "O desenvolvimento do Psiquismo", seguido de "Actividad, conciencia y personalidad", enquanto que em se tratando de textos, os mais utilizados foram "Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil" seguido de "Os princípios psicológicos da brincadeira pré-escolar", entretanto apesar dos textos anunciarem e utilizarem o respaldo teórico de Leontiev desconsideram a radicalidade de seus fundamentos filosóficos marxistas, realizando aproximações equivocadas entre a obra do referido autor e o ideário pedagógico do aprender a aprender.

Em Edit (2009), vimos que as proposições acerca do desenvolvimento do pensamento mediante a mínima apropriação dos conteúdos escolares inferida das obras de Dewey, Piaget e de defensores contemporâneos do ideário do aprender a aprender submetem o desenvolvimento humano à ordem do capital. Tais proposições se contrapõem ao objetivo humanizador da educação escolar pressuposto na produção teórica de Leontiev, que preconiza que o desenvolvimento das funções psicofisiológicas, exclusivamente humanas, desenvolvidas mediante a apropriação da cultura (ou, segundo Vigotski, das funções psicológicas superiores), dentre elas o pensamento, está condicionado, sobremaneira, à apropriação da cultura acumulada nos conceitos científicos".

Por fim, a autora conclui que as aproximações entre a psicologia histórico-cultural e outras perspectivas teóricas - tal como as obras de Dewey, Piaget e os defensores contemporâneos das pedagogias do aprender a aprender - se mostram profundamente equivocadas, pois conduziriam a descaracterização dos conceitos da psicologia histórico-cultural, afastando os pressupostos filosóficos que visam à superação da sociedade capitalista, legitimando então esse modo de produção.

O trabalho de Moura (2010) et al. busca discutir como o conceito de Atividade, compreendido como unidade de análise do desenvolvimento humano, pode fundamentar o trabalho do professor na organização do ensino, de acordo com os pressupostos teórico-metodológicos da psicologia histórico-cultural.

Para apropriação de conceitos historicamente construídos, os autores elencam três componentes (tarefas de estudos, ações de estudos e ações de auto avaliação e

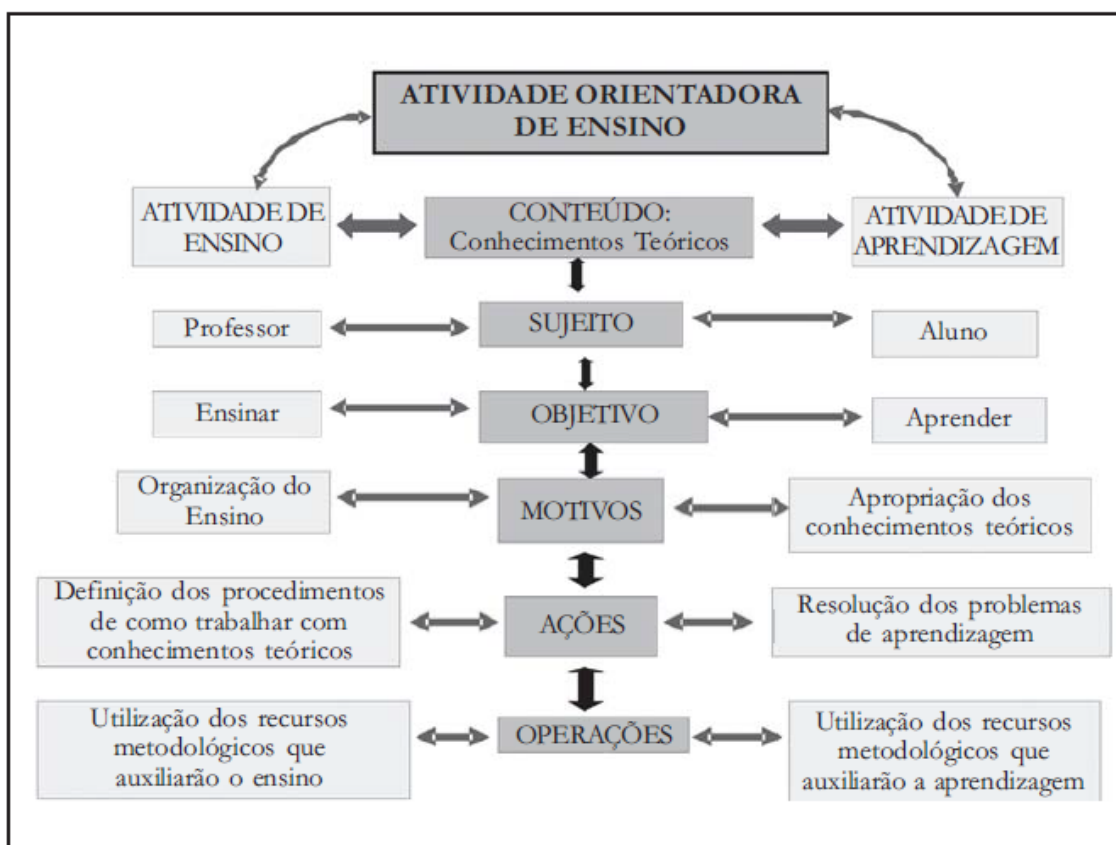
regulação) que se trabalhados de forma integrada e mediados pelo professor de forma sistematizada e intencional permitiram que os estudantes se desenvolvam intelectualmente, apropriando-se de sua cultura, com vistas ao pensamento teórico.

A tarefa de estudo é a unidade fundamental da atividade de estudo e tem por finalidade a transformação do próprio sujeito, já as ações de estudo permitem aos estudantes individualizar relações gerais, identificar ideias-chave da área de conhecimento, modelar relações, dominar procedimentos de passagem das relações gerais à sua concretização e vice-versa. Enquanto que, as ações de auto avaliação e regulação que dão parâmetros para avaliar suas próprias condições no início de seu trabalho, de seu percurso e dos resultados alcançados no decorrer da atividade.

Os autores apoiam-se nas ideias de Davydov (1987) em relação ao método de ascensão do abstrato ao concreto, como um dos princípios didáticos necessários para a organização do ensino, permitindo que se reproduzam teoricamente as formas de representação e contemplação sensorial, o concreto real.

Assim a organização do ensino torna-se um desafio ao professor na medida em que esta busca transformar o processo educativo escolar em atividade de estudo para o estudante e de trabalho para o professor. Nesse sentido, a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) proposta por Moura (1996), segue os pressupostos da estrutura de atividade proposta por Leontiev, ao indicar uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propõe ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar, como visto na figura abaixo:

Figura 2: Características da Atividade Orientadora de Ensino para atividade de ensino e atividade de aprendizagem proposta por Moraes (2008)



Fonte: Moura et al. (2010, p. 219)

Para os autores a Atividade Orientadora de Ensino possui características que permitem a mediação entre as atividades de ensino e atividades de aprendizagem, de tal forma que uma não existe sem a outra e são separadas apenas para fins didáticos e não há sentido na atividade de ensino se ela não se concretiza na atividade de aprendizagem.

Os autores concluem que o ensino e a pesquisa podem fundamentar-se na Atividade Orientada de Ensino, onde os pesquisadores podem usar a estrutura da AOE para identificar motivos, necessidades, ações desencadeadas e sentidos atribuídos pelos sujeitos no processo de ensino.

A Tese do pesquisador Filho (2011) teve como objetivo a compreensão da vinculação do aprendiz com a atividade de estudo e com a produção de conhecimento, contribuindo com o conhecimento sobre a possibilidade de criação intencional da necessidade e da motivação intrínseca para o estudo. Para tal, o autor realizou uma pesquisa bibliográfica onde buscou conhecer de que forma na atividade de estudo

desenvolvem-se as necessidades e motivações humanas relacionadas ao conhecimento.

O autor aponta que a atividade de estudo pode ser descrita como um fenômeno social de produção de conhecimento de forma individual, ou seja, manifesta-se como consciência desenvolvida social e historicamente mas que dependem de uma ação interpsicológica. Enquanto que a atividade cognitiva, como processo gradual e histórico, é um processamento das informações que entram na orientação e controle da existência pelos próprios seres vivos e possui como principal característica busca de sinais que se transformam em informações como processo intelectual de orientação das atividades vitais.

As atividades de estudo devem primar pelo envolvimento dos estudantes e na produção de significados na atividade, assim no envolvimento dos estudantes, como sujeitos conscientes do valor social e individual que o conteúdo da atividade de estudo proporciona, que afloram a necessidade e a motivação para a produção de um objetivo, qual seja, a produção de conhecimento.

Para Leontiev (1978, p. 108) toda atividade precisa de uma necessidade que por si só não a norteia, a atividade ocorre a partir de um objetivo que determina e transforma-se em motivo para a atividade. Esse movimento de transformação ocorre no campo psicológico como direcionamento das ações por meio do processo de apropriação dos significados sociais que são mediadores da conduta humana.

Para Filho (2011), a constituição das relações da consciência com as necessidades tem como mediador o sentido da existência do indivíduo nas suas atividades, neste sentido as correlações entre a atividade, a necessidade e a consciência se dão pelo fato de que a atividade viva cria a necessidade de outras atividades, as culturais.

Outro ponto importante apontado pelo autor trata do caráter afetivo no surgimento de novas necessidades, já que um processo de significação está atrelado a determinada afetividade sensível atual ou recuperada pela memória, de vivências anteriores. Assim para possibilitarmos a criação intencional de novas necessidades e o envolvimento dos indivíduos no processo educativo é fundamental levar em consideração a individualidade, porque sintetiza a atividade e a consciência como processo de individuação

Para o autor, a motivação não pode ser entendida desatrelada da necessidade, e esta da Atividade, como visto no trecho “A motivação é plena de sentido e orientação, representa a complexidade do caráter ativo do sujeito diante de sua atividade, e está direcionada ao conteúdo da necessidade, isto é, ao seu objeto.” Filho (2011, p. 128). Neste sentido, o autor afirma que ao pensarmos sobre a motivação para as atividades escolares, não se deve preocupar-se com as aparências, mas com a qualidade do envolvimento dos estudantes na atividade, com o valor intrínseco atribuído pelo sujeito à atividade.

Por fim, o autor aponta que análise das inter-relações entre necessidade, motivação e envolvimento com a atividade pode assim ser considerada:

as necessidades existem nas atividades e nelas são transformadas ou criadas por novas situações concretas; a motivação, expressão das capacidades psicológicas e motoras pertinentes a um sujeito e que permitem a efetivação de ações, é definida pelas características do objeto da necessidade e desenvolvida nas próprias relações com ele; o envolvimento com a atividade se dá pela efetivação da ligação entre o objeto da necessidade e as capacidades psicológicas, mediados pela afetividade da situação em suas condições materiais, sociais e de significação (FILHO, 2011, p. 195).

Para o desenvolvimento de uma atividade pedagógica devemos considerar as inter-relações entre as exigências sociais de aprendizagem (os conteúdos), as capacidades necessárias para o cumprimento dessas exigências e as necessidades afetivas, emocionais e cognitivas do estudante sua motivação intrínseca e extrínseca, assim poderá ocorrer a vinculação entre a atividade de estudo e o estudante.

6. Teoria da Atividade e Ensino de Matemática

Em Cedro, Moraes e Rosa (2010) observamos que estudos fundamentados em textos de autores como Vygotsky, Leontiev e Davydov, trouxeram importantes contribuições para a educação atual, em especial, o ensino de Matemática, nessa linha, os autores apresentaram um trabalho que objetivou buscar refletir sobre a formação do pensamento teórico-matemático nos estudantes, ampliando o debate acerca da relação entre o ensino, a aprendizagem e a formação do pensamento teórico em Matemática, tendo como base os pressupostos da perspectiva histórico-cultural e a atividade de ensino.

Os autores defendem que trabalhar com a unidade lógico-histórica no ensino de Matemática constitui um modo de desenvolver os conhecimentos matemáticos considerando o seu processo de produção, ou seja, eles são entendidos como produto da atividade humana diante das necessidades objetivas enfrentadas pelos homens.

Para isso é necessário que o estudante assuma o papel central na atividade de ensino está associada com a possibilidade ativa de apropriação do conhecimento, ou seja, a formação do pensamento teórico, diferentemente do pensamento empírico que tem caráter externo e imediato, contendo nas atividades práticas as representações gerais.

Quadro 5: Comparação entre conhecimento empírico e conhecimento teórico

Características	Conhecimento empírico	Conhecimento teórico
Elaboração	Comparação dos objetos às suas representações, valorizando-se as propriedades comuns aos objetos.	Análise do papel e da função de certa relação entre as coisas no interior de um sistema.
Tipo de generalização	Generalização formal das propriedades dos objetos que permite situar os objetos específicos no interior de uma dada classe formal.	Forma universal que caracteriza simultaneamente um representante de uma classe e um objeto particular.
Fundamentação	Observação dos objetos.	Transformação dos objetos.
Tipo de representação	Representações concretas do objeto.	Relação entre as propriedades do objeto e as suas ligações internas.
Relações	A propriedade formal comum é análoga às propriedades dos objetos.	Ligação entre o geral e o particular.
Concretização	Seleção de exemplos relativos a certa classe formal.	Transformação do saber em uma teoria desenvolvida por meio de uma dedução e uma explicação.
Forma de expressão	Um termo.	Diferentes sistemas semióticos.

Fonte: Cedro, Moraes e Rosa (2010, p.431)

Os autores apontam que existem certas limitações na teoria empirista do pensamento no ensino dos conceitos científicos visto que suas características são insuficientes para a assimilação do espírito contemporânea e os princípios de uma relação criativa, ativa de profundo conteúdo face à realidade, conforme (DAVÍDOV, 1987, p. 144).

Para se desenvolver o pensamento teórico matemático é necessário um modelo de ensino que se fundamente nos conhecimentos científicos dessa área, sendo necessário organizar o ensino de modo que o estudante realize atividades adequadas para a formação desse tipo de pensamento, portanto é imprescindível a substituição do modelo de ensino tradicional baseado na memorização e repetição, visto que a perspectiva empirista acaba por limitar o processo de pensamento dos estudantes e, com isso, o desenvolvimento humano.

Outra afirmação importante trazida pelos autores nos aponta que:

Ao ancorar o ensino de Matemática na memorização e repetição, a perspectiva empirista acaba por limitar o processo de pensamento dos estudantes e, com isso, o desenvolvimento humano. Esse se revela na qualidade dos vínculos do indivíduo com o mundo, no grau de organização das atividades em relação aos seus fins e motivos, bem como no grau de subordinação dessa organização à consciência sobre si e autoconsciência. Acreditamos que o indivíduo que tem a possibilidade de interagir com o mundo matematicamente, utilizando esses conhecimentos como ferramenta do seu pensamento, terá a oportunidade de atingir os princípios gerais que proporcionam o seu desenvolvimento (CEDRO, MORAES E ROSA, 2010, p. 432).

Neste sentido, uma das formas de organizar o ensino como atividade, trazidas pelos autores trata-se da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), com os seguintes pressupostos apontados por Moura (2001, p.155), onde a atividade orientadora de ensino tem uma necessidade, que é a de ensinar a partir de ações e com instrumentos auxiliares de ensino.

Por fim, os autores concluem que as atividades de ensino que possibilitam aos indivíduos a apropriação do conhecimento teórico, também proporcionam a formação do pensamento teórico, levando ao seu desenvolvimento.

A pesquisa de Euzébio (2015), teve como objetivo compreender as relações entre criança, infância e conhecimento matemático com fundamento na análise do referencial curricular nacional para a educação infantil, tendo como base os aportes da Teoria Histórico-Cultural, configurando-se como uma pesquisa bibliográfica, sobre

as bases históricas das políticas de Educação Infantil no Brasil. Assim foram tratados algumas considerações sobre os conceitos de Criança, Infância, Escola, Educação e Matemática e Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (RCNEI) e as relações entre criança, infância e conhecimento matemático.

Para a autora a escola tem papel fundamental na promoção de uma educação humanizadora, e deve ir além de garantir as crianças a formação elementar, de tal forma que possibilite a criança a apropriação do legado cultural, desenvolvendo sua imaginação, criatividade, enfim, oportunizando a tornar-se humano. Nesse sentido a atividade pedagógica tem como finalidade fundamental a apropriação da cultura humana elaborada pela sociedade no movimento histórico e social.

A autora aponta que conceber a infância como condição social de ser criança traz implicações para a prática pedagógica, visto que é necessário compreender que a criança é um ser humano com pouca idade, e que necessita desenvolver certas capacidades psíquicas específicas que lhe possibilitarão criar bases para formações psíquicas superiores, como visto o trecho:

É na infância que a criança desenvolve o processo de formação das qualidades humanas e, para isso, ela necessita se apropriar da cultura para se tornar humana, o que ocorre em um contexto social. Ao entender a infância por meio desse pressuposto, estamos reconhecendo-a com relação ao seu movimento histórico e social de constituição, o que leva a desmistificar da ideia de infância como algo natural (EUZÉBIO, 2015, p. 46).

Assim, é necessário adequar as atividades pedagógicas para esta fase, visto que tais atividades estão direcionadas para a aprendizagem e o desenvolvimento das crianças. Nesta direção a autora afirma que a escola possui a responsabilidade de ser um espaço de aprendizagem que possibilite a apropriação de conhecimentos teóricos e para tal, as atividades de ensino devem incluir novos membros de um determinado grupo social, as crianças, em seu coletivo.

Portanto a matemática, como produto das necessidades humanas e conhecimento sócio histórico, tem papel significativo para as crianças, ao compreenderem seus usos e as formas de aplicar esses conhecimentos no seu mundo, mesmo assim, segundo a autora, existem poucos trabalhos sobre as relações entre criança, infância e conhecimento matemático.

Outra conclusão importante do trabalho da pesquisadora foi que, o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil desconsidera a existência de experiências e propostas curriculares que valorizavam a criança como ser humano histórico e social, e a cultura como necessária para o desenvolvimento humano da criança

Por fim, Euzébio (2015), aponta que as atividades de ensino formadas a partir da Teoria Histórico-Cultural consideram o pressuposto da necessidade de humanização da criança, motivando-a a buscar compreender o movimento lógico-histórico no processo de construção de conceitos e que certas políticas não consideraram o movimento histórico de luta pela Educação Infantil no Brasil, particularmente de defesa de finalidades formativas que valorizam a cultura e a criança, como ser historicamente concreto.

O trabalho de Sá (2020), teve como objetivo distinguir as atividades utilizadas no ensino de matemática no Brasil, a partir da análise das seguintes tendências da Educação matemática: Modelagem, Investigação Matemática, Uso de jogos, Uso da História da Matemática, Resolução de Problemas, Etnomatemática e Uso de Tecnologias. O autor, apoiado nos pressupostos na Teoria da Atividade de Leontiev, aponta que a ação é um dos componentes da atividade, entretanto não podem teoricamente ser consideradas como sinônimos, como ocorre costumeiramente em nosso dia a dia. Assim, o autor caracteriza três tipos de atividades, a saber, Atividades didáticas, Atividades de Estudo e Atividades do ensino de Matemática.

O autor aponta os elementos característicos de uma Atividade, como sujeito, objeto, motivos, objetivo, sistema de operações, base orientadora da ação, meios, condições e produto, com base em Nuñez e Pacheco (1997). As Atividades didáticas, quais sejam, Planejamento, Organização, Execução do ensino, Aprofundamento, Revisão, Avaliação e Feedback possuem tais características, estando portando inclusas no roll das Atividades preconizadas por Leontiev.

Ainda em Sá (2020), as atividades de estudo, eram consideradas por Leontiev, como as atividades predominantes das crianças em idade escolar. Entretanto não podem ser equiparadas a atividades mais desenvolvidas como dos cientistas, artistas e filósofos, essas atividades devem ser proporcional a quem as realiza e proporcionar momentos pedagógicos de ações mentais, neste sentido, o autor trouxe as seguintes recomendações para as atividades de estudo feitas por Davydov (1988).

- ✓ Transformação dos dados da tarefa a fim de revelar a relação universal do objeto estudado;
- ✓ Modelação da relação diferenciada em forma objetivada, gráfica ou por meio de letras;
- ✓ Transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades em "forma pura";
- ✓ Construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral;
- ✓ Controle da realização das ações anteriores;
- ✓ Avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem dada. (DAVYDOV, 1988, p. 173)

Apontando para que as atividades de estudo coloquem o estudante no papel principal e o docente assuma a mediação entre sujeito e objetos de aprendizagem.

Já para as Atividades do ensino de Matemática, o autor mostra que o protagonismo dos estudantes é essencial para que as atividades desenvolvidas possam ser consideradas Atividades, de acordo com os pressupostos da Teoria da Atividade de Leontiev. Assim, as atividades que proporcionam o protagonismo dos estudantes são denominadas de tendências da Educação Matemática.

Assim o autor analisa os elementos característicos de uma atividade nas seguintes tendências da Educação Matemática Modelagem, Investigação Matemática, Uso de jogos, Uso da História da Matemática, Resolução de Problemas, Etnomatemática e Uso de Tecnologias e conclui que em todas atendem a todas as condições de uma Atividade de um modo geral e em particular de uma Atividade de Estudo.

O autor apresenta uma outra tendência do ensino de matemática onde o protagonismo é compartilhado entre docente e estudantes e que apresenta as características de uma Atividade, a saber, o Ensino de Matemática por atividades Experimentais.

Essa estratégia metodológica tem como característica ser a aula desenvolvida por meio da realização de tarefas experimentais, elaboradas e acompanhadas pelo docente, com o objetivo de levar o estudante ao encontro com um conhecimento matemático específico após a execução de tarefas, registro de resultados, análise e reflexões sobre os resultados obtidos culminando com a sistematização do conteúdo (SÁ, 2020, p. 155).

O ensino de matemática por atividades experimentais apresenta-se como um procedimento didático, estruturado com as seguintes etapas: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização, direcionadas para a

realização de tarefas experimentais com a utilização de material concreto ou ideias, organizadas pelo docente que tem por objetivo o encontro entre os estudantes e conhecimento matemático após a realização da tarefa proposta e das reflexões e análise dos resultados obtidos.

Após apresentar e descrever todas as etapas do ensino de matemática por atividades experimentais o autor demonstra que essa tendência não se caracteriza como nenhuma das Tendências da Educação Matemática anteriormente analisadas e julga adequado incluir doravante o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais como uma das Tendências da Educação Matemática.

Uma das conclusões importantes de Sá (2020), consiste em que de alguma forma, consciente ou não, os docentes organizam seu planejamento de ensino apoiados teoricamente em uma das atuais Tendências da Educação Matemática, que por sua vez, sustentam pressupostos relacionados com a Teoria da Atividade - em particular da Atividade de Estudo - mostrando o quanto é importante que essa teoria seja cada vez mais estudada e difundida entre os docentes que atuam na disciplina matemática.

7. Considerações Finais

O trabalho até aqui apresentado teve como objetivo apresentar alguns apontamentos sobre a Teoria da Atividade, sua estrutura e elementos e como esta teoria tem contribuído para trabalhos acadêmicos em educação, em especial em educação matemática. Assim, percebemos que, para a Psicologia histórico cultural a educação consiste na relação do sujeito com os objetos por meio da relação com outros sujeitos mediados pela linguagem, com o objetivo primeiro do desenvolvimento intelectual e cultural do sujeito ao apropriar-se das obras humanas, da história social humana, em outras palavras, o produto da atividade humana é o conhecimento.

Para a superação do Ensino Tradicional em Matemática pautado em metodologias e avaliações que baseiam-se na transmissão de conhecimento do professor para o estudante, devendo reproduzir o que lhe foi transmitido, num processo de repetição mecânica, dando pouca ou nenhuma oportunidade para que o estudante seja conduzido ao desenvolvimento do pensamento criativo, crítico e

independente. É imprescindível que teorias, como a Teoria da Atividade ganhem mais visibilidade e aplicação na prática pedagógica dos docentes atuais, buscando o desenvolvimento e o protagonismo dos estudantes em todas as suas Atividades para a vida, em especial, nas Atividades de estudo.

Foi possível concluir ainda, por meio da análise dos trabalhos selecionados, que a prática docente quando sustentada por novas formas de metodologias de ensino e voltadas para o desenvolvimento do estudante como ser humano, sustenta-se em elementos da Teoria da Atividade mesmo que não cite diretamente essa teoria.

Por fim, percebemos o baixo número de teses e dissertações encontrados que utilizam o Ensino por Atividades baseadas na Teoria da Atividade de Leontiev aplicadas na Educação Matemática, Neste sentido, esperamos que este trabalho possa contribuir para a motivação de futuros trabalhos direcionados à formação de professores e/ou outros objetos de estudo dentro desta perspectiva teórica.

REFERÊNCIAS

BRAGA, Roberta Modesto. **Aprendizagem em modelagem matemática pelas interações dos elementos de um sistema de atividade na perspectiva da Teoria da Atividade de Engeström**. 2015. 133f. Tese (Doutorado em Educação em ciências e matemáticas) – Programa de Pós-Graduação em Educação em ciências e matemáticas, Universidade Federal do Pará, 2015. Disponível em http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/8523?locale=pt_BR

CEDRO, Wellington Lima, MORAES, Silvia Pereira Gonzaga de, ROSA, Josélia Euzébio da. **A ATIVIDADE DE ENSINO E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO TEÓRICO EM MATEMÁTICA** *Ciência & Educação*, v. 16, n. 2, p. 427-445, 2010. Disponível em <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/pY6vL4SykdzjPLGnZCM8Qjz/abstract/?lang=pt>

DANIELS, Harry. Abordagens atuais da teoria sociocultural e da teoria da atividade. In: DANIELS, Harry. **Vygotsky e a pedagogia**. São Paulo: Loyola, 2003, p. 93-125
DAVÍDOV, V. V. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. In: SHUARE, M. (Org.). **La Psicología evolutiva y pedagógica em la URSS**: antologia. Moscou: Progreso, 1987. p. 143-142.

DAVIDOV, V. Problemas del desarrollo psíquico de los niños. In. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: Investigación psicológica, teórica y experimental. Moscu: Editorial Progreso, 1988. p.46-92.

EIDT, Nadia Mara. **A Educação Escolar e a Relação entre o Desenvolvimento do Pensamento e a Apropriação da Cultura: a Psicologia de A. N. Leontiev como Referência Nuclear de Análise.** 2009. 257f. Tese (Doutorado em Educação Escolar) - Programa de Pós-Graduação em Educação Escolar, Universidade Estadual Paulista, 2009. Disponível em <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/101573>

EIDT, Nadia Mara. DUARTE, Newton. **Contribuições da Teoria da Atividade para o debate sobre a natureza da atividade de ensino escolar.** Psic. da Ed., São Paulo, 24, 1º sem. de 2007, pp. 51-72. Disponível em <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/psie/n24/v24a05.pdf>

EUZÉBIO, Juliana da Silva. **CRIANÇA, INFÂNCIA E CONHECIMENTO MATEMÁTICO: UM ESTUDO A PARTIR DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL.** 2015. 191 fls. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, 2015. Disponível em <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/157342>

MARINHO FILHO, A. **A ATIVIDADE DE ESTUDO NO ENSINO FUNDAMENTAL: necessidade e motivação.** 2011. 236 fls Tese (Doutorado em Educação) – PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA, 2011. Disponível em <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/102224>

LEONTIEV, Alexei. Uma Contribuição à Teoria do Psique. In Vygotsky, L.S., LURIA, A.R., LEONTIEV, A.N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** São Paulo, Ícone, 1988.

LEONTIEV, Aleksei. **Atividade Consciência Personalidade.** 1 ed. SP.Mireveja, 2021

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo.** Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LEONTIEV, A. N. **Actividade, conciencia, personalidad.** Habana, Editorial Pueblo y Educación. 1975

MARTINS, L.M. **Análise sócio-histórica do processo de personalização de professores.** 2001. Tese (Doutorado) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2001. Disponível em https://formacaodocente.files.wordpress.com/2012/09/martins_ligia_-_analise_socio-historica_do_processo_de_personalizacao_de_professores.pdf

MARTINS, L.M. **A Natureza Histórico-Social da Personalidade.** Cad.Cedes, Campinas, vol. 24, n. 62, p. 82-99, abril 2004 Disponível em <http://www.cedes.unicamp.br>

MOURA, Anderson da Silva. **Matemática na Escola: Prática Interdisciplinar apoiada pela Teoria da Atividade.** 2016. 120f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2016. Disponível em <https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/4491/1/andersondasilvamoura.pdf>

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **A atividade de ensino como ação formadora**. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (Orgs.). *Ensinar a ensinar*. São Paulo: Pioneira, 2001. p. 143-162. Disponível em https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4291951/mod_resource/content/1/Texto%205%20Manoel%20Oriosvaldo%20de%20Moura.pdf

MOURA, Manoel Oriosvaldo de; ARAÚJO, Elaine Sampaio; MORETTI, Vanessa Dias; Panossian, Maria Lúcia; RIBEIRO, Flávia Dias. **ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO: unidade entre ensino e aprendizagem**. *Revista Diálogo Educacional*, vol. 10, nº 29, enero-abril, 2010, pp. 205-229 Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Paraná, Brasil. Disponível em <https://periodicos.pucpr.br/dialogoeducacional/article/view/3094>

NUÑEZ, Isauro Beltrán, PACHECO, Otmara Gonzalez. **La formación de conceptos científicos: una perspectiva desde la Teoría da Actividade**. Natal: EDUFN, 1997. Disponível em http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2238-12792018000300386&lng=es&nrm=iso

QUEROL, Marco Antonio Pereira; CASSANDRE Marcio Pascoal e BULGACOV, Yára Lúcia Mazziotti. **Teoria da Atividade: contribuições conceituais e metodológicas para o estudo da aprendizagem organizacional**. *Gest. Prod.*, São Carlos, v. 21, n. 2, p. 405-416, 2014. Disponível em <https://www.scielo.br/j/gp/a/WRzz3r9zXJPJwNKZPmxrh9J/abstract/?lang=pt>

ROLINDO, Joicy Mara Rezende. **Contribuições da Teoria Histórico-cultural e da Teoria da Atividade a Educação atual**. *Revista de Educação*. 10, nº 10, p.48-57, 2007 Disponível em <https://revista.pgsskroton.com/index.php/educ/article/view/2136>

SÁ. Pedro Franco de. **Possibilidades do ensino de Matemática por Atividades**. Belém: SINEPEM, 2019 Disponível em <http://sinepem.sbempara.com.br/file/V7.pdf>

SÁ. Pedro Franco de. **As atividades experimentais no ensino de matemática**. REMATEC: *Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, Ano 15, nº 35, p.143-162, 2020 disponível em <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/290>

VYGOTSKY, Lev Semynovitch. **A Formação Social da Mente**. 4 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, Lev Semynovitch. *Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar*. In. VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R. & LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 1988. p. 103-118

Capítulo 5

O modelo dos campos semânticos na educação matemática

Gilson Pedroso dos Santos

José Ricardo e Souza Mafra

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta conceitos, informações e exemplos acerca do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), também denominado de Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS). Nesse trabalho utilizaremos o termo MCS.

Essa teorização foi criada por Romulo Campos Lins, o qual era licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo (1986) e doutor em Educação Matemática pela University of Nottingham, UK (1992). Trabalhou desde 1992 no Departamento de Matemática e no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, ambos no IGCE-UNESP, Rio Claro (SP).

O objetivo deste trabalho é apresentar as principais ideias que compõe o MCS e os estudos realizados no Brasil, nas mais diversas instituições, que tratam dessa abordagem.

Como procedimentos metodológicos, realizou-se uma pesquisa bibliográfica do tipo narrativa sobre a Educação Matemática (EM) e um levantamento na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações e no site do Sigma-t Rede de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática acerca de investigações que versam sobre o Modelo dos Campos Semânticos.

O trabalho está organizado nas seguintes seções: **Educação Matemática**, a qual busca discutir breves definições do que é a EM na visão de diversos teóricos; **O Modelo dos Campos Semânticos**, na qual são apresentadas as principais noções desse modelo teórico; **Pesquisas sobre o MCS**, onde é mostrado um levantamento sobre as pesquisas científicas que abordam o MCS; Em **Perspectivas e Desafios**, são abordadas algumas informações sobre a Sigma-t Rede e do futuro do MCS; Por fim, nas **Considerações Finais**, relata-se o que se alcançou com este trabalho.

2. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Educação Matemática (EM) se apresenta como uma área complexa de atuação, porque traz, de modo estrutural, em seu núcleo constitutivo, a Matemática e a Educação com suas especificidades, as quais se revelam nas atividades práticas pautadas nessas ciências, como aquelas de ensino ou de aplicação do conhecimento, assim como no que se refere ao próprio processo de produção de conhecimento (BICUDO, 2013).

Para o professor Romulo Campos Lins, exercer uma educação através da Matemática pressupõe a escolha de conteúdos apenas como uma escolha do que lhe vai ser mais útil como professor e, nunca, como uma escolha "do que deve ser ensinado" (LINS, 2004).

A Educação Matemática, constituiu-se, ao longo dos últimos cinquenta anos, como uma região de inquérito em torno de questionamentos específicos e busca de procedimentos apropriados às ações de educar e ensinar Matemática. De forma ingênua, foi vista como a união da Educação e a Matemática, como se fosse possível tomar os conteúdos matemáticos e adaptados aos níveis de desenvolvimento do aluno em consonância com as formas adequadas de ensiná-los (BICUDO, 2013).

A Educação Matemática, constituída pelo que se estabelece entre a Matemática e a Educação, exige posturas investigativas inter, multi e transdisciplinares. Exigência esta que requer que possamos ficar atentos às especificidades das disciplinas que convergem para a interdisciplinaridade, que pode ser entendida como pautada na lógica das disciplinas, operando de modo a conectá-las (BICUDO; 2008, 2013).

No âmbito da Matemática, enquanto ciência do mundo ocidental, falar de seus aspectos ontológicos e epistemológicos não é algo fácil. Os aspectos ontológicos da Matemática, que dizem de concepções da realidade do objeto matemático, e os epistemológicos, sobre modos de conhecer consonantes com elas, solicitam estudos no âmbito da Filosofia e da História da Matemática, visando à compreensão das diferentes concepções que tratam desses temas (BICUDO, 2013).

O futuro da Educação Matemática não depende de revisões de conteúdos, mas da dinamização da Matemática, buscando levar a prática à geração de conhecimento. Não depende de uma metodologia "mágica", mas essencialmente de que o professor possa assumir sua nova posição, reconhecer que ele é um companheiro de seus estudantes na busca de conhecimento, e que a Matemática é parte integrante desse

conhecimento, o qual dia a dia se renova e se enriquece pela experiência vivida por todos os indivíduos do planeta (D'AMBROSIO, 1993).

Há uma naturalização na formação inicial de professores de matemática de que disciplinas como Cálculo Diferencial Integral, Estruturas Algébricas, Álgebra Linear, Análise Real, para citar algumas, são fundamentais e impossíveis de serem retiradas de uma formação matemática dos licenciandos. Além disso, nas discussões de formação de professores surgem ideias tais como: formação sólida em matemática, formação básica, formação nos fundamentos da matemática. E essas ideias acabam sendo tomadas como verdades e nunca são questionadas (LUCHETTA; SANTOS, 2020).

Ademais, quando se discute sobre a prática profissional de professores da Educação Básica, outras ideias são movimentadas, tais como: eu aprendo mesmo é na prática; não me serviu de nada a formação matemática que tive em disciplinas de Análise Real, por exemplo; uma coisa é a matemática acadêmica, outra coisa é a matemática escolar. Nessas falas, pode-se observar a existência de um abismo entre essas ideias, um descompasso entre o que é "ensinado" na licenciatura, em termos de formação matemática e o que é "movimentado" na escola, em termos de prática profissional (LUCHETTA; SANTOS, 2020).

São encontradas diversas especificidades quando enfoca-se a Matemática como produção de teoria e respectivas possibilidades de aplicação; como ensino dessa produção; e como reflexão sobre o produzido e respectivo processo de produção. Contudo, as concepções ontológicas e epistemológicas da Matemática se diversificam e coexistem ao longo da história dessa ciência. Muitas vezes, conceitos com significados diferentes são nomeados da mesma forma; outras vezes, ideias que sustentam uma visão de Matemática aparecem recortadas e inseridas em visões diferentes; outras, ainda, são encontradas explicações que esclarecem o buscado em visões antagônicas àquela em que as propostas de investigação em andamento encontram seu solo. Essa situação faz com que a prática pedagógica e a investigativa careçam de sustentação, por não se encontrar uma linha que conecte os passos dados, nem clareza do solo onde o pesquisador está se movendo e que pode conferir sentido às suas perguntas e encaminhamentos (BICUDO, 2013). Assim, dentre os modelos teóricos que integram a EM, podemos citar o MCS, modelo que é abordado a seguir.

3. O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

Nesta seção, são apresentadas ideias, conceitos, informações e relações que constituem o Modelo dos Campos Semânticos.

O que é o MCS?

Quando desenvolveu o MCS, Romulo Campos Lins buscava dar conta de caracterizar o que os alunos estavam pensando quando 'erravam', entretanto, sem recorrer à 'ideia de erro', para que estes passassem a se autoquestionar sobre suas próprias respostas, produzindo significados. Com isso, neste modelo epistemológico, propôs um tratamento àquilo que recorrentemente considera-se como "erro", da mesma maneira que as coisas consideradas "certas". Para tanto, recorreu-se ao conceito de conhecimento e a outras ideias presentes no MCS, na qual não há restrição a seu estudo enquanto uma teoria, mas a preocupação em se constituir como teorização adotada, pois segundo Lins, o Modelo só existe em ação e o aspecto central de toda aprendizagem é a produção de significados (CHAVES et al., 2021; LINS, 1999).

O MCS nasceu e cresceu no interior da Educação Matemática e constitui-se em um pequeno número de noções e nas relações entre elas. Ele foi idealizado como um quadro de referência, a partir do qual o que vai existindo é tratado: a complexidade é somente um possível resultado de um processo de produção de conhecimento e de significado, e o Modelo apenas existe enquanto está em movimento, "em ação". Ele não é uma teoria para ser estudada, é uma teorização para ser usada (LINS, 2012).

Além disso, as primeiras ideias do MCS são do ano de 1986 ou 1987, surgindo de inquietações e perguntas relacionadas à sala de aula. Tinha como objetivo caracterizar o que os alunos estavam pensando quando "erravam", mas sem recorrer a esta ideia do erro. Por exemplo, quando os alunos somam frações, somando numeradores e somando denominadores. Os alunos realizam essa operação pensando em alguma coisa, e o professor Rômulo tinha a inquietação de poder tratar destas outras coisas do mesmo modo (com o mesmo referencial teórico) que as coisas "certas". Em sua tese de doutorado, usou a noção de campo semântico, mas a escrita da teoria somente foi iniciada no ano 1992 (LINS, 2012).

Relacionando o MCS e a Matemática, Lins (1994, p. 29) conceitua o modelo como:

um modelo epistemológico que propõe que conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação para a crença-afirmação. Indicamos, desta forma, que conhecimento é algo do domínio da enunciação - e que, portanto, todo conhecimento tem um sujeito - e não do domínio do enunciado; podemos também expressar este fato dizendo que conhecimento é do domínio da fala, e não do texto. Desde este ponto de vista, a Matemática é um texto, e não conhecimento; tem-se conhecimento apenas na medida em que pessoas se dispõem a enunciar este texto. A um conhecimento que fala deste texto - a Matemática - chamaremos, naturalmente, de conhecimento matemático.

A seguir, apresentam-se alguns conceitos, ideias e informações importantes para que se conheça e utilize o MCS:

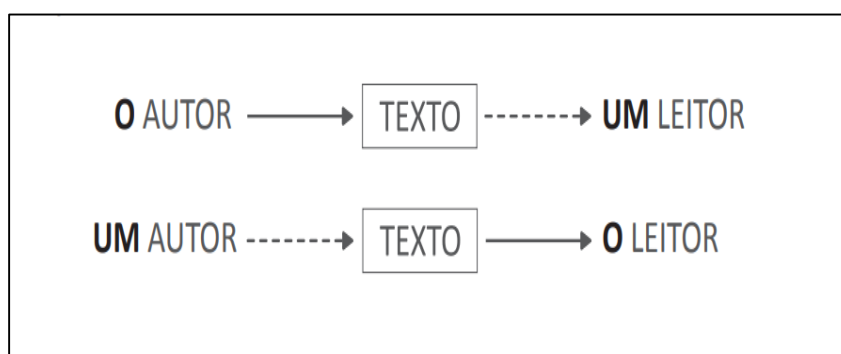
CONHECIMENTO - À luz do MCS, um conhecimento consiste em uma crença-afirmação (quando o sujeito enuncia algo em que acredita) juntamente com uma justificação (que é aquilo que o sujeito entende como lhe autorizando a dizer o que diz). O conhecimento existe em sua enunciação e deixa de existir quando essa enunciação termina. Ele é constituído de três elementos que são: a justificação; aquilo que é afirmado; e a crença no que é afirmado. Essa constituição é o que faz o MCS se diferenciar de outras teorizações sobre conhecimento. No conhecimento produzido, a crença-afirmação irá corresponder ao que é novo, ao passo que a justificação corresponderá ao que é dado. Justificações estabelecem um vínculo entre crenças-afirmações e núcleos, que são um conjunto de objetos já estabelecidos e em relação aos quais os significados estão sendo produzidos. Um núcleo pode ser constituído por um diagrama, por um desenho, por uma balança, por um conjunto de princípios (axiomas, por exemplo), por uma situação “realista” ou ficcional (CHAVES et al., 2021; LINS; GIMÉNEZ, 1997; LINS, 2012).

Para que um conhecimento seja produzido, de fato, é preciso que o sujeito (da enunciação, epistêmico) justifique suas crenças-afirmações; não é suficiente somente acreditar naquilo que está afirmando. Ou seja, conhecimento é da ordem do sujeito que faz uma enunciação e não da ordem do enunciado: não há conhecimentos em livros. Do ponto de vista do Modelo dos Campos Semânticos, conhecimentos com justificações diferentes são conhecimentos diferentes, ainda que tenham uma mesma crença-afirmação (LUCHETTA; SANTOS, 2020).

ACREDITAR (CRENÇA) - Uma pessoa acredita em algo que diz se ela age de maneira coerente com o que diz. Por exemplo, se alguém diz que não é possível uma pessoa ver através de paredes, caso essa pessoa perca as suas chaves, não seria coerente ficar olhando para a parede, tentando saber se as chaves estão na sala ao lado. Outro exemplo apresentado pelo professor Romulo, afirma que quando uma aluna diz, em sala de aula, que não acredita que todo número elevado a zero dá um, o professor pergunta o que ela fazia nas provas quando aparecia uma potência com expoente zero, e a aluna disse que ela mentia e colocava um, na verdade, segundo o MCS, ela não mentia, apenas estava em outro lugar (LINS, 2012).

AUTOR-TEXTO-LEITOR - Quem produz uma enunciação é o autor. O autor fala sempre na direção de um leitor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o autor. Quem produz significado para um resíduo de enunciação é o leitor. O leitor sempre fala na direção de um autor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o leitor. Uma vez que a produção de significado acontece numa enunciação, o leitor só se institui como tal na medida em que é autor, o autor. No MCS, existe a diferenciação entre sujeito cognitivo e sujeito biológico, onde o sujeito cognitivo se encontra com o que acredita ser um resíduo de enunciação, isto é, algo que acredita que foi dito por alguém (um autor). Para o professor Romulo Campos Lins, o “Eu” (ser cognitivo) pode ser um interlocutor (ser cognitivo) para mim mesmo, embora o “eu-interlocutor” seja um outro “eu” (LINS, 2012). A figura 1 apresenta o esquema proposto pelo professor Romulo Campos Lins.

Figura 1 – Relação Autor-Texto-Leitor



Fonte: Lins (2012).

CAMPO SEMÂNTICO - Consiste num processo de produção de significado, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade. Um campo semântico, de maneira geral, é como se fosse um jogo no qual as regras (se existem) podem mudar o tempo todo e mesmo serem diferentes para os diversos jogadores dentro de limites; que limites são estes, só sabemos a posteriori: enquanto a interação continua, tudo indica que as pessoas estão operando em um mesmo campo semântico. Além disso, um campo semântico pressupõe um modo legítimo de produção de significado. Legítimo porque está acontecendo. É no interior dos campos semânticos que se produz conhecimento e significado e que objetos são constituídos (LINS, 2012).

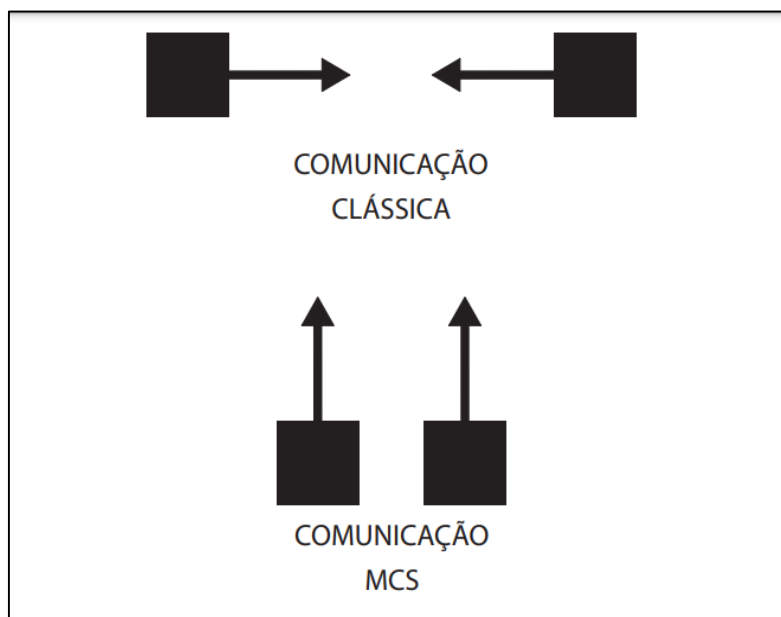
INTERLOCUTOR - O interlocutor é uma direção na qual se fala. Quando se fala na direção de um interlocutor é porque se acredita que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo. O interlocutor consiste num ser cognitivo, não um ser biológico. Quem fala não espera que um interlocutor responda, entretanto, a mera existência do interlocutor (a impossibilidade da solidão) instaura a dialogia. É dessa forma que a “fala interior” também é dialógica. Toda fala é dialógica (LINS, 2012). A noção de interlocutor também é caracterizada como uma direção na qual um sujeito produz significados e constitui objetos (LUCHETTA; SANTOS, 2020). Nossos interlocutores marcam um horizonte cultural, isto é, os limites do que pode ser dito, porque eles são as marcas da legitimidade (LINS, 2012).

JUSTIFICAÇÃO - Não é justificativa e muito menos é explicação para o que digo. Não é algum tipo de conexão lógica com coisas sabidas. É somente o que o sujeito do conhecimento (aquele que o produz, o enuncia) acredita que o autoriza a dizer o que diz. O professor Romulo relata que se fosse perguntado qual a equação da Teoria da Relatividade de Einstein que relaciona massa e energia, ele responderia sem piscar: “a energia total em um corpo é igual a sua massa vezes o quadrado da velocidade da luz”. Qual a justificação que lhe autoriza a dizer isto? A autoridade (de um professor, de um livro, de um filme; talvez uma lembrança autorizada sem se saber bem quem disse que é assim) (LINS, 2012).

LEGITIMIDADE/VERDADE - Para o MCS, “verdadeiro” não é um atributo daquilo que se afirma (quando há produção de conhecimento), mas sim um atributo do conhecimento produzido. Já a legitimidade aplica-se (ou não) a modos de produção

de significado. Além disso, como consequência de ser enunciado na direção de um determinado interlocutor, e de ter mesmo sido produzido, todo conhecimento é verdadeiro, no entanto não quer dizer que aquilo que é afirmado seja “verdade” (LINS, 2012).

LEITURA PLAUSÍVEL/LEITURA POSITIVA - Plausível porque “faz sentido”, “é aceitável neste contexto”, “parece ser que é assim”; e positiva porque é o oposto de uma “leitura pela falta”. As noções de leitura plausível/leitura positiva têm sido utilizadas como equivalentes, contudo é necessário fazer uma distinção. A leitura plausível se aplica, de modo geral, aos processos de produção de conhecimento e significado. Ela pressupõe um processo no qual o todo do que eu acredito que foi dito faz sentido. Outra maneira de dizer que faz sentido em seu todo, é dizer que o todo é coerente (nos termos de quem eu constituo como um autor do que estou lendo) (LINS, 2012). No Modelo dos Campos Semânticos, a noção de comunicação é substituída pela noção de espaço comunicativo, que consiste num processo de interação onde interlocutores são compartilhados. Numa inversão conceitual, “comunicação” não se refere mais a algo do tipo “duas pessoas falando uma para a outra”, mas sim a “dois sujeitos cognitivos falando na direção de um mesmo interlocutor”, conforme figura 2.

Figura 2 – Comunicação Clássica e Comunicação MCS

Fonte: Lins (2012).

NÚCLEO - O núcleo de um campo semântico constitui-se por estipulações locais, que são, localmente, verdades absolutas, que não requerem, localmente, justificação. Pode acontecer de uma afirmação produzida no interior de um campo semântico vir a tornar-se, por motivos diversos, parte do núcleo. É o caso, comumente, de teoremas. A princípio eles demandam demonstração. Posteriormente, aos poucos, os teoremas mais utilizados (mais centrais, mais importantes, mais usados por determinado autor x), eles passam a ser usados como se fossem axiomas (LINS, 2012).

RESÍDUO DE ENUNCIÇÃO - Algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém. Ressalta-se que se denomina resíduo, e não detrito. O resíduo é o que resta de um processo. Um resíduo de enunciação não é nem menos, nem mais importante que uma enunciação: ele é de outra ordem (LINS, 2012). Quando nos propomos a produzir significado para o resíduo de uma dada enunciação, na perspectiva do MCS, observamos o desencadeamento de um processo de produção de significados que envolve necessariamente identificar alguns elementos que denominamos de noções categorias e que são primordiais para lermos um aluno, para

procurarmos entender o quê e de que lugar ele fala, para que possamos então compreender o porquê de dizer o que diz (CHAVES et. al., 2021; SILVA, 2003).

SIGNIFICADO/OBJETO - Significado de um objeto é aquilo que efetivamente se diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade. Objeto é considerado aquilo para que se produz significado (LINS, 2012). Entretanto, isto não quer dizer que significado é qualquer coisa que falamos, já que é sempre local. Além disso, em um processo, um sujeito produz significados e constitui objetos (LUCHETTA; SANTOS, 2020).

Um objeto é, no MCS, qualquer coisa sobre a qual uma pessoa está falando, seja ela “concreta”, como por exemplo uma cadeira em frente a mim, ou “simbólica”, como por exemplo letras em um pedaço de papel. Para esse modelo teórico não existe o significado de um “objeto” sem referência ao contexto em que se fala de um objeto (que se pensa com ele, que se pensa sobre ele). Dessa forma, talvez seja útil dizer que significado é sempre local (LINS, 2004, 2012; LUCHETTA; SANTOS, 2020).

SUJEITO BIOLÓGICO, SUJEITO COGNITIVO - Se todos os sujeitos biológicos morrerem, isto não implica que eu, como sujeito biológico, morra por causa disto. Se todos os sujeitos cognitivos morrerem, isto implica que eu, como sujeito cognitivo, morro (LINS, 2012).

O processo de análise de produção de significados constitui-se uma ferramenta epistemológica que nos permite ler o aluno, saber onde ele está, em que direção ele fala e a partir de que lugar diz o que diz (CHAVES et al., 2021).

Esse processo de análise da produção de significado como um método que, em linhas gerais, é desenvolvido considerando: (i) o processo de comunicação proposto no MCS, que toma como sustentáculo a tríade autor-texto-leitor, com vistas ao compartilhamento de um espaço comunicativo, que é o processo de interação no qual interlocutores são compartilhados (LINS, 2012). A ideia de interlocutor adotada refere-se a “[...] uma direção na qual se fala, um ser cognitivo [...]” (LINS, 2012, p. 19); (ii) atividade tal como proposto por Leontiev, ou seja, um processo na qual os níveis de funcionamento da atividade humana dividem-se em: (a) atividade propriamente dita; (b) ação; (c) operação; (iii) a realização de uma leitura da produção de significado dos atores envolvidos no processo. Por produção de significado entendemos como “[...] o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda a

cognição humana” (LINS, 1999, p. 86). Neste processo, três grandes categorias interagem, que são: o novo, a justificação e o dado. Vale ressaltar que estas categorias estão presentes na produção de conhecimento (CHAVES et. al., 2021; SILVA, 2003).

Os currículos escolares geralmente colocam ênfase em conteúdos e técnicas ou então em competências e habilidades, enquanto para o Modelo dos Campos Semântico o conteúdo possui um papel importante, mas o foco da prática profissional de professores está nos significados sendo produzidos no interior de atividades (LINS; GIMÉNEZ, 1997; JULIO; FERREIRA, 2020).

Vale lembrar que os significados não são estáticos, não podem ser delineados rigidamente, mas são produzidos por aqueles que se comunicam em dada situação. Ou seja, o significado das coisas – linguagens, gestos, imagens - depende exclusivamente da situação (comunicação ou atividade) em que ela está sendo usada

Além disso, o MCS constitui conhecimento de maneira a constituir sempre um sujeito do conhecimento, e ao preconizar que conhecimento é algo do domínio da enunciação, estabelecemos o que é fundamental para que se desconstrua a noção de indivíduo até aqui prevalente. Como consequência, é natural a aproximação com as ideias de Vygotsky, e natural o afastamento com relação às posições de Piaget. Esta ruptura com uma noção de indivíduo baseada na aplicação da distinção interno/externo à cognição, permite novas perspectivas no estudo do processo de ensino-aprendizagem, por mostrar que o processo de produção de significado deve ser explicitamente tratado nas salas de aula, ao invés de comparecer apenas na fundamentação das posições em didática (LINS, 1994).

Afirmar que todo conhecimento é contextualizado, não pode ser somente dizer que ele depende das experiências vividas por quem o produz; é necessário ir além e afirmar que todo conhecimento é utilizado para o outro, e inverter a afirmação de que "todo conhecimento é contextualizado," para afirmar que todo contexto é "conhecimentizado". Modos de produzir significado são modos de produzir o real, e é deste processo, em última instância, que o MCS se preocupa (LINS, 1994).

Para exemplificar como o MCS pode ser aplicado na sala de aula, apresentamos um relato de Júlio e Ferreira (2020, p. 13):

O tema de uma aula da disciplina Matemática: fundamentos e metodologias II, para uma turma de 8º período do curso de Pedagogia, era cálculo de áreas. Existia um planejamento para esta aula, mas quando foi anunciado o tema a ser trabalhado, uma aluna disse que era exatamente sobre isso que ela tinha

conversado com uma amiga antes de ir para a aula. A amiga dessa aluna disse que comprou um terreno de área 250 m^2 , mas que não sabia quantos metros ele tinha de frente e nem de lateral e gostaria de saber se só com a área dava para encontrar as medidas dos lados do terreno. A partir dessa fala, outra aluna disse que um vizinho dela construiu o muro uns 20 cm para dentro do terreno dela e que ela não sabia quanto de área tinha perdido. Tendo em vista essas falas que se tornaram um problema para as alunas da sala e estavam na direção do que tinha sido planejado, a aula continuou com o questionamento do que significa calcular área e como poderíamos resolver o problema da amiga da aluna. Essa situação se insere na frente i) ao colocar em jogo as habilidades de resolver problemas e de investigar e explorar situações.

Júlio e Ferreira (2020, pp. 13-14) ainda informam como as situações relatadas pelas alunas foram aproveitadas na aula:

Para o questionamento de como se calcula área de retângulos, muitas alunas disseram que bastava multiplicar um lado pelo outro. A partir disso, foi explorado quais seriam os lados do terreno de 250 m^2 . Uma fala foi: 10 m e 25 m, pois 10 vezes 25 é igual a 250. A professora da turma perguntou se haveria mais possibilidades. Uma outra aluna respondeu: 11 m e 24 m. Feito o cálculo do produto destas novas medidas, o resultado foi 264 m^2 . Esse resultado chocou muitas alunas, porque muitas concordaram com a medida. A aluna somou um em 10 m e subtraiu um em 25 m, achando que teria o mesmo produto. Aqui, a frente ii) entrou em movimento, porque os modos de produção de significados das alunas foram discutidos, em outras palavras, os modos como elas pensaram e operaram entraram em discussão. As diferentes medidas para a frente e para a lateral do terreno gerou uma discussão sobre o terreno ser estreito ou largo demais e sobre como isso afeta as construções. Um terreno não poderia ter 2 m de frente e 125 m de lateral na visão das alunas, porque não daria nem para fazer uma garagem para um carro e os cômodos da casa seriam muito estreitos.

Vale lembrar que o Modelo dos Campos Semânticos pode ser aplicado em diversas áreas do conhecimento, além da Matemática, porque no MCS o aspecto central de toda aprendizagem escolar é a produção de significados no interior de atividades preparadas e propostas pelo professor aos seus alunos ou de situações que surgem no decorrer da atividade docente (JULIO; FERREIRA, 2020).

A escola, no ideal de utilizar contextos diários para trabalhar as noções matemáticas, acaba criando enunciados que não possui sentido fora dela, na rua. Para o MCS, é fundamental que os professores reconheçam a possibilidade das atividades da rua e da escola apresentarem diferentes legitimidades entre si, que podem ser tematizadas na escola com os alunos (JULIO; FERREIRA, 2020).

Dessa forma, foram apresentadas, nesta seção, breves considerações acerca dos elementos constitutivos do Modelo dos Campos Semânticos, modelo este que foi idealizado para ser utilizado na prática, sobretudo, no processo de ensino-

aprendizagem. Na seção seguinte, serão apresentadas investigações que versam sobre o MCS.

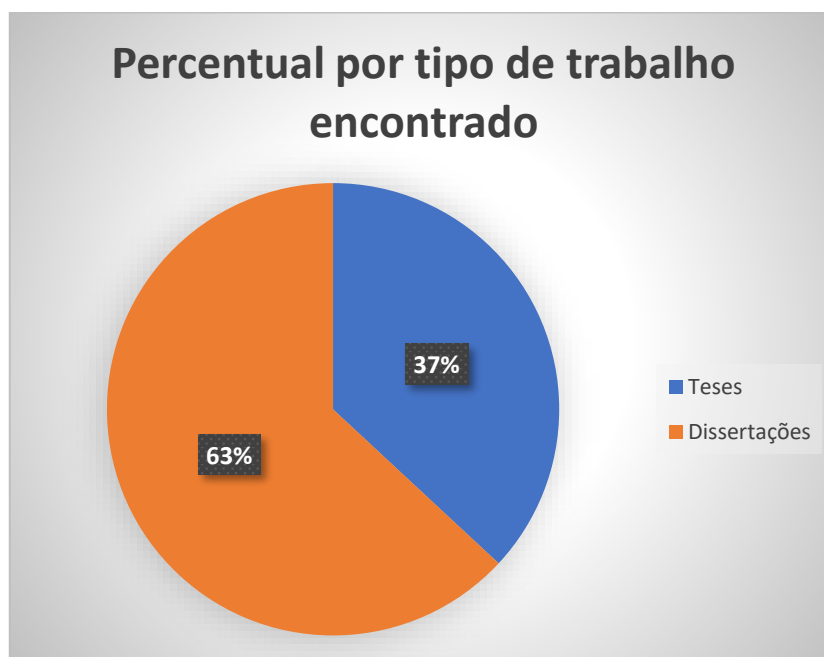
4. PESQUISAS SOBRE O MCS

Foi realizado um levantamento na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações e no site do Sigma-t Rede de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática. Utilizou-se de descritores como “Modelo dos Campos Semânticos”, “Campos Semânticos” e “MCS”.

Como critérios de inclusão, destacam-se: 1 – Pesquisa relacionada à educação matemática; 2 – Tipo de trabalho sendo dissertação ou tese. Já como critérios de exclusão, têm-se: 1 – Pesquisa não relacionada à educação matemática; 2 – Tipo de trabalho que não seja tese ou dissertação.

No levantamento realizado, foram encontrados 65 (sessenta e cinco) trabalhos, sendo 24 (37%) teses e 41(63%) dissertações, conforme gráfico 1.

Gráfico 1 - Percentual por tipo de trabalho encontrado



Fonte: Autores (2022).

Constatou-se, conforme gráfico 2, que dos trabalhos realizados, 64 (98%) foram em instituições públicas de ensino superior e apenas 1 (2%) em instituições privadas.

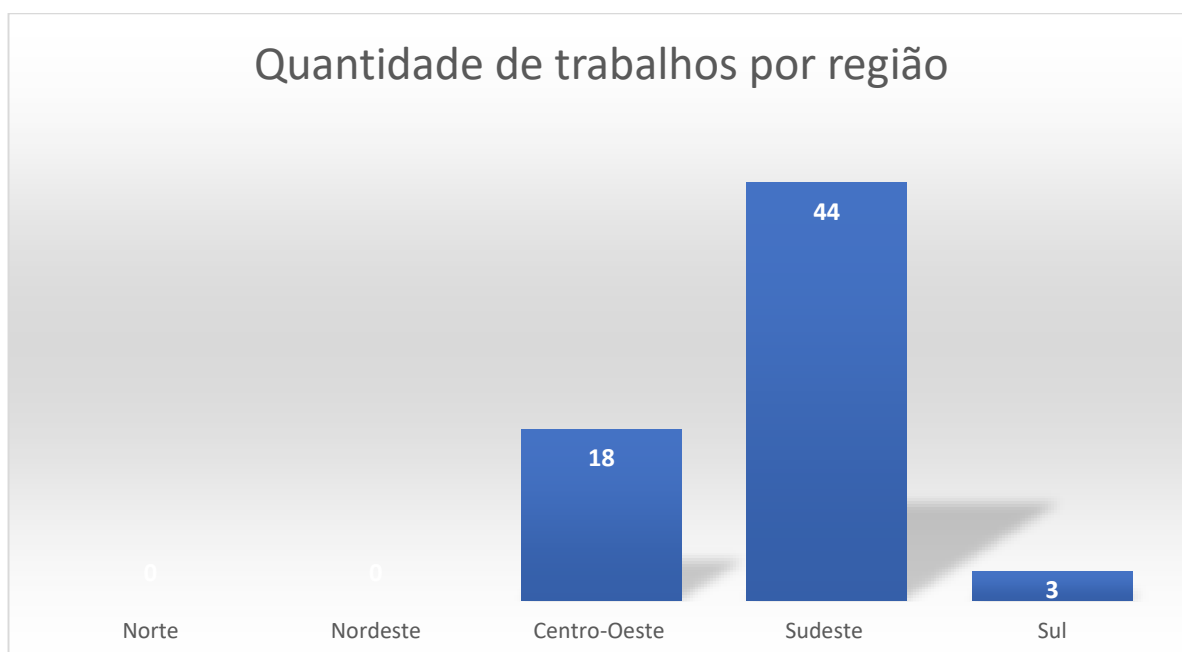
Gráfico 2 – Trabalhos por tipo de instituição



Fonte: Autores (2022).

Quando levamos em consideração o quantitativo de trabalhos por região, verificou-se que não há publicações nas regiões norte e nordeste. 18 trabalhos foram produzidos por pesquisadores da região centro-oeste, 3 trabalhos na região sul e 44 foram elaborados na região sudeste, como pode ser observado no gráfico 3.

Cabe destacar, ainda, que do total de trabalhos produzidos na região sudeste, 29 são da Universidade Estadual Paulista (Unesp), instituição da qual fazia parte o professor Romulo Lins.

Gráfico 3 – Quantidade de trabalho por região

Fonte: Autores (2022).

Em relação à quantidade de trabalhos publicados ao longo dos anos, foi observado que há publicações desde o ano de 2002 até o ano de 2020 e que os anos que tiveram mais publicações, foram os anos de 2015, 2016 e 2020, conforme gráfico 4.

Gráfico 4 – Quantidade de trabalhos publicados ao longo dos anos

Fonte: Autores (2022)

No quadro 1, destacam-se quatro estudos acerca do MCS, os quais foram encontrados durante o levantamento.

Quadro 1 – Pesquisas sobre o MCS

TRABALHO	AUTOR	TIPO	INSTITUIÇÃO	ANO	UF
Uma sequência de atividades de letramento probabilístico em uma abordagem pelo Modelo Teórico dos Campos Semântico	Maxwell Rodrigues da Silva	Dissertação	UFJF	2020	MG
Modelo dos campos semânticos: produção de significados para as noções de áreas e perímetro no ensino fundamental II	Dilene Gomes de Miranda	Dissertação	IFGO	2017	GO
Compreendendo formação de professores no âmbito do Modelo dos Campos Semânticos	João Pedro Antunes de Paulo	Tese	Unesp	2020	SP
Ensino de conceitos de função de 1º grau: contribuições do software Geogebra sob a ótica do modelo de campos semânticos	Antonio Divino Santos de Souza	Dissertação	IFGO	2018	GO

Fonte: Autores (2022).

Silva (2020), avaliou a produção de significados pelos estudantes envolvidos em uma sequência didática de letramento probabilístico a partir da perspectiva proposta do Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS). A pesquisa é caracterizada pelo desenvolvimento de uma abordagem qualitativa, sendo o trabalho de campo desenvolvido em uma sala de aula da disciplina de Matemática para alunos do 3º ano do Ensino Médio, da esfera particular de ensino. A investigação se deu a partir da proposição, pelo professor, de uma sequência de atividades de letramento probabilístico que deveriam ser realizadas pela turma. Os alunos foram divididos em grupos, os quais investigaram e propuseram procedimentos sobre a resolução das atividades propostas. A análise se deu a partir do processo de produção de significados pelos estudantes na busca da solução dessas atividades, por meio da Leitura Positiva,

formulado a partir do referencial teórico adotado. A investigação permitiu o reconhecimento de importantes elementos do referido processo e a elaboração de estratégias para uma sequência de atividades que resultaram em um produto educacional que visa proporcionar reflexões e pode auxiliar o professor em sua prática, sobretudo, na educação básica.

Miranda (2017), realizou um estudo para responder ao seguinte problema: Que significados são produzidos para as noções de área e perímetro de figuras planas, por alunos do ensino fundamental II, na determinação da quantidade de papel utilizada para confeccionar embalagens para presente em formatos variados? Para isso, utilizou-se o método de coleta de dados por videografia, registro dos alunos e da professora pesquisadora, elegendo como metodologia a pesquisa qualitativa, por meio de estudo de caso, tendo como referencial teórico e instrumento de leitura positiva da produção de significados propiciada pelo Modelo dos Campos Semânticos. A pesquisa foi realizada no Colégio Estadual Dr. José Feliciano Ferreira em Itumbiara, Goiás, em uma turma de reagrupamento de alunos do sexto ao nono ano, de ensino em tempo integral. A partir da análise de dados, constatou-se a importância de ouvir os alunos para entender a forma pela qual pensam e produzem os significados para determinados assuntos, permitindo, assim, identificar suas dificuldades e propor intervenções. Foi elaborado um produto educacional denominado "Confeção de embalagens. Percebeu-se que o Modelo dos Campos Semânticos acontece em ação, isto é, apenas acontece quando ele é colocado em prática, porque só há produção de significado no processo e na execução de uma atividade ou tarefa realizada pelos alunos.

Paulo (2020), realizou um estudo que objetivou elaborar compreensões acerca de que modo um projeto de formação de professores pode ser produzido, considerando trabalhos que tomam o Modelo dos Campos Semânticos como referencial teórico no período de 1992 a 2012. A partir dos trabalhos tomados como significativos, problematizou-se sobre a constituição do modelo teórico destacando as premissas que sustentam o projeto de formação. Situados na plausibilidade da leitura produzida, dois ensaios foram constituídos objetivando uma resposta para a questão de pesquisa. Nesses ensaios são tratados temas como: as noções nucleares de um Modelo Didático dos Campos Semânticos; e as possibilidades do MCS dar sustentação às discussões no

contexto da Filosofia da Educação Matemática. Além desses ensaios, são tratados nas demais seções temas como a Leitura Plausível como método de análise; as noções “interação”, “conhecimento”, “diferença”, “estranhamento” e “descentramento” e relações possíveis entre o modo como elas são mobilizadas no MCS e pelos autores citados nos trabalhos que foram analisados.

Souza (2018), discutiu a aplicação do software Geogebra no ambiente escolar, através da Investigação Matemática, aplicada na turma do 1º ano do Ensino Médio, em uma escola estadual no município de Mineiros – GO, com a finalidade de verificar as possíveis contribuições ao ensino e à aprendizagem. Investigou-se, por meio da tecnologia, como os alunos se apropriam do conceito de função de 1º grau. Após o levantamento bibliográfico, propôs-se o uso da pesquisa de abordagem qualitativa, que foi desenvolvida em seis aulas, cada uma com duração de cinquenta minutos. A pesquisa buscou responder a seguinte indagação: Quais as possíveis contribuições do *software* Geogebra no ensino dos conceitos de Funções de 1º grau por meio de uma ação investigativa utilizando o *software* Geogebra? De acordo com a produção de significados, constatou-se que o *software* Geogebra contribuiu para a experimentação e a validação das indagações referentes à função de 1º grau, para formulação do conceito de função e resolução de atividades, bem como possibilitou a investigação matemática.

Com base nas pesquisas apresentadas, foi observado a importância do Modelo dos Campos Semânticos para as pesquisas que envolvem o ensino da matemática, porque o MCS consiste num modelo teórico sólido e bem fundamentado capaz de auxiliar nas mais diversas investigações que estejam relacionadas com a Matemática.

5. PERSPECTIVAS E DESAFIOS

Não tem como falar sobre o MCS, sem falar sobre a Sigma-t Rede de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática¹⁵, que consiste em uma rede de pesquisa que concentra e propaga os estudos sobre o Modelo dos Campos Semânticos.

É também um espaço no qual são apresentados textos, vídeos, mídias sobre o MCS. São produções de autoras e autores que estão interessados na profundidade da

¹⁵ Disponível em: <<https://sigma-t.org/>>.

leitura que podem realizar, de maneira vivida, a teoria e teorização, a leitura como autoria, o discurso como lócus da construção da realidade e, por consequência e em graus variados, contribuem para mostrar que “relativismo” não pode ser reduzido a um repertório, um cardápio no qual escolhemos a realidade na qual viveremos; a relatividade da existência é incessante e incerta, sendo sua única certeza a impossibilidade da solidão.

É uma rede que visa disseminar as informações sobre as pesquisas realizadas pelo professor Romulo Campos Lins, pelos seus orientados e amigos, além dos demais membros dos grupos de pesquisas, descritos a seguir.

Gepemem – Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (IFES);

FAEM – Grupo de Pesquisa em Formação, Avaliação e Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS);

NIDEEM – Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF);

Além disso, pode-citar alguns projetos recentes, segundo a Sigma-t Rede de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática, que envolvem o MCS, tais como: “Pitágoras: em (e Além do) Teorema”, “Cálculo Diferencial e Integral como Curso de Serviço para a Licenciatura em Matemática” e “Design e Desenvolvimento de um Programa de Educação Financeira para a Formação de Estudantes e Professores da Educação Básica”. A seguir, apresentam-se algumas informações sobre esses projetos: *Pitágoras: em (e Além do) Teorema*, está em vigor desde 2017 até os dias atuais, e envolve, indissociavelmente, ensino e extensão, cadastrado junto ao Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes – campus Vitória, em setembro de 2017, no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem). O projeto tem como eixos norteadores: as demonstrações históricas do teorema de Pitágoras; a Aritmética pitagórica; a História da Matemática. O propósito final é o desenvolvimento e a produção de materiais didático-pedagógicos (MDP) nas linhas de Materiais Concreto-Manipulativos e Jogos, uso de Tecnologia da informação (TI) e a produção de textos. Essa produção desenvolve-se a partir da sistemática adotada pelo Gepemem, no viés do desenvolvimento de Práticas

Educativas Investigativas (PEI). *Cálculo Diferencial e Integral como Curso de Serviço para a Licenciatura em Matemática*, também está em vigor desde 2017 até atualmente, e caracteriza-se como um projeto de pesquisa e desenvolvimento em Educação Matemática e tem como objetivo investigar o papel que deverá desempenhar a disciplina Cálculo Diferencial e Integral no processo de educar matematicamente estudantes em sua formação inicial no interior das Licenciaturas em Matemática. Enquanto projeto de pesquisa, o objetivo será o de entender a seguinte questão: quais devem ser as características da referida disciplina para que seja entendida como um Curso de Serviço voltada para a formação do futuro professor de matemática? Enquanto projeto de desenvolvimento, o foco está na produção de material didático, referenciado teoricamente, e elaborado sob uma perspectiva diferente da tradicional, para uso em sala de aula nas Licenciaturas em Matemática. *Design e Desenvolvimento de um Programa de Educação Financeira para a Formação de Estudantes e Professores da Educação Básica*, desde 2014 até os dias atuais, é um projeto de pesquisa e desenvolvimento em Educação Matemática e tem como meta reforçar as ações brasileiras de inserção do tema Educação Financeira nas escolas públicas em atendimento às recomendações da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). A pesquisa propõe a inserção da Educação Financeira como tema transversal no currículo de matemática a partir de uma investigação que visa a formação de estudantes e professores de matemática da Educação Básica. Enquanto projeto de pesquisa, nosso objetivo será o de investigar o conhecimento que estudantes e professores de matemática possuem e necessitam adquirir sobre Educação Financeira a partir de abordagens quantitativa e qualitativa de investigação de modo a orientar as ações de desenvolvimento. Os sujeitos de pesquisa serão estudantes e professores de matemática da Educação Básica de escolas públicas da cidade de Juiz de Fora/MG. Enquanto projeto de desenvolvimento, o objetivo será produzir material didático para o ensino de Educação Financeira, para uso em salas de aula de matemática e o desenvolvimento e implementação de cursos de capacitação de professores de escolas públicas para lecionarem Educação Financeira.

Por fim, vale ressaltar que dentre os desafios desse modelo, destaca-se a necessidade do desenvolvimento de pesquisas por instituições de outras regiões do Brasil, além das regiões Sudeste e Centro-Oeste.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base no que foi exposto, pode-se perceber que o Modelo dos Campos Semânticos, idealizado pelo professor Romulo Campos Lins, é um modelo teórico da Educação Matemática, desenvolvido para tentar entender o “erro” dos alunos durante o processo de ensino-aprendizagem da matemática.

O Modelo dos Campos Semânticos é um quadro de referências que apresenta diversas noções e relações sobre como ocorre a produção de significado. É um importante modelo para auxiliar no ensino da matemática, mas também de outras áreas.

Neste trabalho buscou-se apresentar as principais ideias que envolvem o MCS, tais como: conhecimento, crença, autor-texto-leitor, campo semântico, interlocutor, justificação, legitimidade/verdade, leitura plausível/leitura positiva, núcleo, resíduo de enunciação, significado/objeto, sujeito biológico/sujeito cognitivo, dentre outros.

Há várias pesquisas realizadas no Brasil que abordam o MCS, mas estas principalmente se encontram nas regiões sudeste e centro-oeste, concentrando a maior parte na Universidade Estadual Paulista (UNESP).

Há a necessidade de discussões acerca do MCS também chegarem nas instituições de ensino superior localizadas nas regiões norte e nordeste, porque de acordo com o levantamento realizado, estas regiões não apresentaram publicações sobre o MCS.

Outro ponto importante para fortalecimento da educação matemática e do modelo proposto pelo professor Romulo, é abordar o MCS em atividades de formação de professores, porque nesse modelo teórico, o aspecto central de toda aprendizagem escolar é a produção de significados no interior de atividades preparadas e propostas pelo professor aos seus alunos ou de situações que surgem no decorrer da atividade docente.

Ressalta-se também a importância da Rede Sigma-t para manter viva as ideias do professor Romulo Campos Lins e para propagar o Modelo dos Campos Semânticos, modelo teórico este que pode contribuir significativamente no ensino da matemática.

REFERÊNCIAS

- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. A pesquisa interdisciplinar: uma possibilidade de construção do trabalho científico/acadêmico. In: **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 137 -150, 2008. Disponível em: < <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/1647> >. Acesso em: 09 Dez. 2021.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Educação Matemática: Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento. In: FLORES, C. R.; CASIANI, S. (Org.). **Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua (da educação matemática) prática pedagógica e produção de conhecimento**. 1. ed. Campinas: Mercado de Letras, 2013. v. 01, p. 17-40. Disponível em: < <http://www.mariabicudo.com.br/cap%C3%ADtulos-de-livros.php> >. Acesso em: 10 Dez. 2021.
- CHAVES, Rodolfo; DE SOUZA DUTRA, Tiago Magno; DE ANDRADE, Filyppe Neves. Noções categorias no Modelo dos Campos Semânticos a partir de vieses entre triângulo de Pascal, números tetraédricos e números figurados triangulares. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática**, v. 5, n. 1, 2021. Disponível em: < <https://periodicos.ufjf.br/index.php/ridema/article/view/33323> >. Acesso em: 12 Jan. 2021.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação Matemática: uma visão do estado da arte. **Proposições**, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 7-17, 1993. Disponível em: < <https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1754/10-artigos-ambrosiou.pdf> >. Acesso em: 10 Dez. 2021.
- JULIO, Rejane Siqueira; FERREIRA, Guilherme Francisco. O modelo dos campos semânticos para pensar a multiplicação em sala de aula. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 15, n. 2, p. 1-18, 2020. Disponível em: < <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e70688> >. Acesso em: 13 Jan. 2022.
- LINS, Romulo Campos. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Laus et al (org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30. Disponível em: < <http://sigma-t.org/permanente/2012.pdf> >. Acesso em: 13 Dez. 2021.
- LINS, Romulo Campos. Matemática, monstros, significados e educação matemática. **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, p. 92-120, 2004. Disponível em: < <http://sigma-t.org/permanente/2004a.pdf> >. Acesso: 10 Nov. 2021.
- LINS, Romulo Campos. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis, Blumenau**, v. 1, n. 7, p. 29-39, 1994. Disponível em: < <http://sigma-t.org/permanente/1994a.pdf> >. Acesso em: 10 Nov. 2021.

LINS, Romulo Campos. Porque discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.75-94 (Seminários DEBATES Unesp). Disponível em: < <http://sigma-t.org/permanente/1999.pdf> >. Acesso em: 02 Dez. 2021.

LINS, Romulo Campos; GIMÉNEZ, Joaquin. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 3. ed. Campinas: Papirus, 1997. (Perspectivas em Educação Matemática). Disponível em: < <http://sigma-t.org/permanente/1997a.pdf> >. Acesso em: 03 Nov. 2021.

LOPES, Antônio José. Contribuições da Teoria dos Campos Semânticos de Romulo Lins para a Educação Matemática. In. **SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. Belém: SCEM 2021. Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=ZAs2CP_04Sg&t=13641s >. Acesso em: 01 Nov. 2021.

LUCHETTA, Valéria Ostete Jannis; SANTOS, João Ricardo Viola dos. Euler não sabia nada de Matemática?. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 9, n. 19, p. 145-171, 10 dez. 2020. Disponível em: < <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/672> >. Acesso em: 14 Jan. 2022.

MIRANDA, Dilene Gomes de. **Modelo dos campos semânticos: produção de significados para as noções de área e perímetro no ensino fundamental II**. 2017. 121 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação para Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Jataí, 2017. Disponível em: < <https://repositorio.ifg.edu.br/handle/prefix/437> >. Acesso em: 01 Nov. 2021.

PAULO, João Pedro Antunes de. **Compreendendo formação de professores no âmbito do modelo dos campos semânticos**. 2020. 294 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2020. Disponível em: < <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/191665> >. Acesso em: 10 Nov. 2021.

SILVA, Maxwell Rodrigues da. **Uma sequência de atividades de letramento probabilístico em uma abordagem pelo Modelo Teórico dos Campos Semânticos**. 2020. 174 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora/MG, 2020. Disponível em: < <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/11916> >. Acesso em: 01 Nov. 2021.

SOUZA, Antônio Divino Santos de. **Ensino de conceitos de função de 1º grau: contribuições do software geogebra sob a ótica do modelo de campos semânticos**. 2018. 100 f. Dissertação de (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e

Tecnologia de Goiás, Jataí, 2018. Disponível em: < <https://repositorio.ifg.edu.br/handle/prefix/463> >. Acesso em: 01 Nov. 2021.

Capítulo 6

Teoria da Objetivação: um panorama das publicações no ensino da matemática de 2016-2020

Neliane Mota Rabelo

José Ricardo e Souza Mafra

1. INTRODUÇÃO

Este artigo surgiu como produto da disciplina Fundamentos da Matemática, ministrada no período de 20 de setembro a 29 de novembro de 2021 pelo Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará e tem como objetivo principal propiciar discussões acerca de uma teoria moderna e suas contribuições para a educação.

Através da disciplina foi possível um aprofundamento sobre a filosofia da Educação Matemática através das seguintes teorias: teorias da educação matemática; teoria da atividade; teoria dos campos conceituais; teoria dos campos semânticos; teoria dos registros de representação semióticas; teoria antropológica do didático; teoria das situações didáticas; teoria da gênese instrumental; **teoria da objetivação** e teoria da mudança de quadros.

Tomaremos como análise deste artigo a Teoria da Objetivação, buscando versar sobre as pesquisas desenvolvidas no Brasil que tomaram como base epistemológica a Teoria Cultural da Objetivação tendo como principal fonte de pesquisa o processo de ensino/aprendizagem da Matemática. A análise dos dados se dará através das dissertações e teses encontradas nos programas de pós-graduação do Brasil nos últimos 5 anos, equivalente ao período de 2016 a 2020.

Mas o que é a Teoria Cultural da Objetivação – TO? A TO teve seus primeiros pressupostos na década de 90 através do professor Luis Radford, na Laurentian University. A TO é uma teoria histórico-sociocultural, pautada em estudos desenvolvidos por Vygotsky, Leontiev, Helgel, Marx, percorrendo caminhos que defendem a desalienação dos sujeitos e se embasam no materialismo dialético. Pautase também na humanização dos sujeitos seguindo as premissas de Paulo Freire.

Este artigo busca apresentar a TO e seus fundamentos teóricos e epistemológicos, fazendo um panorama atual da revisão da literatura de publicação de

dissertações e teses no Brasil. Busca-se investigar e discutir o que já foi e está sendo pesquisado sobre a Teoria da Objetivação, tomando como base o ensino da matemática nos diversos níveis de ensino. Como metodologia utilizamos a pesquisa bibliográfica, na forma de um levantamento de estudos, em ambientes virtuais (repositórios).

Foi utilizado como descritor as seguintes palavras chaves: “teoria da objetivação” e “teoria cultural da objetivação”, para recuperar trabalhos, na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e alguns repositórios institucionais, cujo propósito de investigação estivesse de acordo com o escopo deste artigo.

2. TEORIA DA OBJETIVAÇÃO

A Teoria Cultural da Objetivação (TO) é proposta como uma teoria geral sobre ensino e aprendizagem contemporânea que visa a superar uma compreensão individualista dos processos educativos e, para isso, busca ressignificar os conceitos de saber, conhecimento e aprendizagem. A TO faz parte de um esforço político, social, histórico e cultural que visa uma proposta metodológica diferente daquele abordado pelo construtivismo¹⁶ e da Teoria das Situações didáticas (TSD)¹⁷. A TO tem seus fundamentos filosóficos baseados nos trabalhos dos filósofo alemão Georg Wilhelm Friedrich Hegel, seguindo os trabalhos dos filósofos de Karl Marx e a Teoria Dialética de Ilyenkov, Mikhailov, e Vygotsky, entre outros filósofos que contribuíram para a formulação desta teoria.

Radford nos coloca a TO como “[...] os processos sociais através dos quais os estudantes são confrontados com formas de pensamento e ação historicamente e culturalmente constituídas e gradualmente se familiarizam com eles de uma maneira crítica” (RADFORD, 2018a, p. 67, tradução nossa). Para o autor a relação entre o saber e o ser fundamentam a teoria em questão sendo considerada a base para o processo

¹⁶ Desenvolvido pelo psicólogo e epistemólogo suíço Jean Piaget, no início da década de 1920, o construtivismo considera que há uma construção do conhecimento e que, para que isso aconteça, a educação deve criar métodos que estimulem essa construção. Para maiores informações acesse <https://www.ufrgs.br/psicoeduc/piaget/o-construtivismo-e-sua-funcao-educacional/>

¹⁷ Guy Brousseau, professor e pesquisador do IREM da área da Educação Matemática, desenvolveu uma estrutura de ensino e aprendizagem, verificando e valorizando cada etapa deste processo de construção de conhecimento matemático, conceituando assim a chamada Teoria das Situações Didáticas (TSD). Para maiores informações acesse <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646602>

de ensino aprendizagem. Para Radford (2021, p. 15, tradução da autora) a aprendizagem se compreende:

a aprendizagem como um único processo o que implica conhecer e ser. TO se inscreve para um projeto educacional que não é o mesmo adotado pelo construtivismo e outras teorias contemporâneas, como a teoria francesa das situações didáticas (TSD).¹⁸

A TO não segue a linha de aprendizagem que se baseia pela/na epistemologia ou processo psicológico a teoria segue as premissas do esforço político, social, histórico e cultural, acreditando que:

Para a TO, o objetivo da educação matemática reside em um esforço político, social, histórico e cultural voltado para a criação dialética sujeitos reflexivos e éticos que se posicionam criticamente nas práticas matemática constituída histórica e culturalmente, refletindo sobre novas possibilidades de ação e pensamento (RADFORD, 2020, p. 15, tradução da autora)¹⁹.

A TO vem quebrando paradigmas já existentes sobre o processo de aprendizagem dos estudantes, RADFORD altera a concepção individualista da pedagogia centrada na criança e do professor como sendo mediador dos processos.

Em resumo, o conceito de professor e de estudante que a TO traz consigo não é o conceito de seres autossuficientes e feitos por si próprios, que já conhecem seus assuntos. Professores e estudantes são conceitualizados como subjetividades em elaboração, ou como projetos de vida. Em vez de serem considerados como algo já dado, como fontes de saber e intencionalidade, eles são considerados como abertura para o mundo. A TO concebe os professores e os estudantes como seres humanos em fluxo, como projetos inacabados, em busca de si mesmos, empenhados num mesmo esforço onde sofrem, lutam e encontram satisfação juntos (RADFORD, 2017, p. 242).

Para uma maior compreensão sobre como pode ocorrer o processo de ensino aprendizagem tendo como base a compreensão dos estudantes e professores através da interação e trabalho conjunto que permeiam cada fase das atividades desenvolvidas. Para RADFORD uma simples interação durante a realização das atividades possibilita o desenvolvimento de posturas éticas e críticas. A seguir apresentaremos as fases do trabalho conjunto apresentado por RADFORD (2020):

¹⁸ La TO se inscribe en un proyecto educativo que no es el mismo que adoptan el constructivismo y otras teorías contemporáneas, como la teoría francesa de las situaciones didácticas (TSD).

¹⁹ Para la TO el objetivo de la educación matemática reside en un esfuerzo político, social, histórico y cultural dirigido a la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en prácticas matemáticas constituidas histórica y culturalmente, y que reflexionan sobre nuevas posibilidades de acción y pensamiento.

Figura 01: As fases do trabalho conjunto.

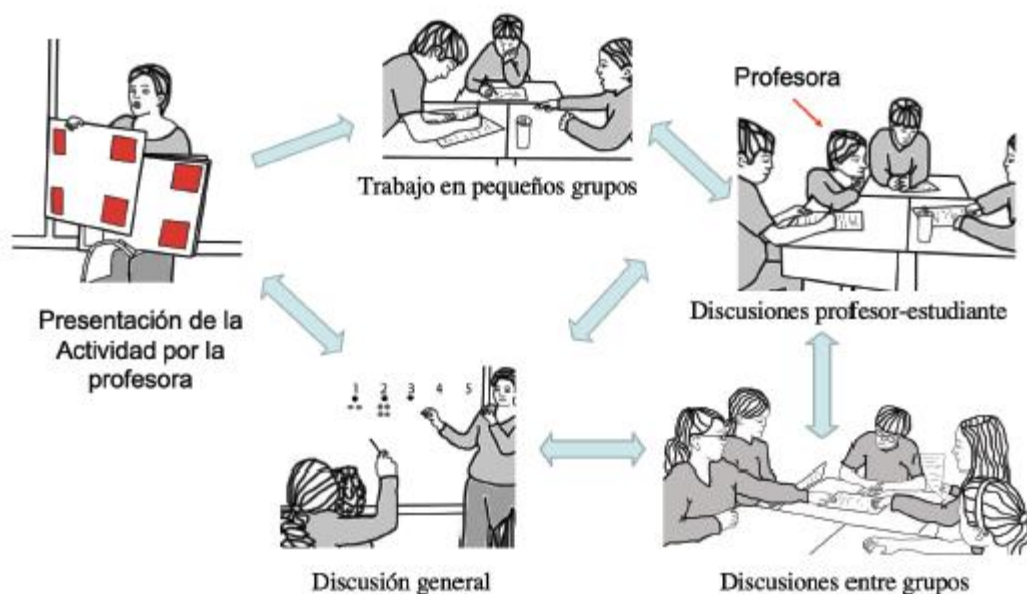


Figura 1: Las fases de la labor conjunta

Fonte: (RADFORD, 2020, p.30)

Após a apresentação do trabalho conjunto buscaremos explicar os conceitos de *saber*, *conhecimento* e *ser* que fundamentam a teoria.

Para essas conceitualizações, utilizaremos uma síntese de Radford (2017b). Sendo *O saber* na Teoria da Objetivação entendido com o que é concebida não de forma natural, mas sim de forma cultural. Para a teoria já nascemos com o saber. O *conhecimento* na TO é considerado como uma atualização e materialização do saber, o autor destaca que não deve ser considerado como uma simples repetição do saber, se fosse assim não haveria possibilidade do conhecimento evoluir. O autor apresenta três distinções sobre o conhecimento que serão apresentados no quadro a seguir e conceituados:

Quadro 1 – Concepções sobre conhecimento (2017b)

1 - Conhecimento como Entidade Geral	2 - O processo pelo qual o conhecimento é atualizado ou materializado	3 – O Conhecimento como atualização ou materialização do saber
Entende-se que o conhecimento não pode ser identificado com nenhuma de suas materializações ou atualizações.	Considera-se como um processo por meio do qual o conhecimento é atualizado em atividade: para que se materialize, o conhecimento	É o conhecimento é o conteúdo conceitual concreto em que é manifestado ou atualizado ou materializa ou incorpora conhecimento.

	tem que se mostrar em a atividade por meio da qual adquire seu conteúdo.	
--	--	--

Fonte: Adaptado de Radford (2017b).

Sobre o *Ser* ele é compreendido como “uma natureza cultural”. Radford (2017b, p.143, tradução da autora) nos coloca que “Ser é uma categoria geral, cultural, ontológica, composta por formas historicamente codificadas de concepção sobre os indivíduos e as formas como estes são chamados a se apresentar ao mundo e interagir com outros indivíduos”²⁰.

Nosso proposito nessa seção foi apresentar de forma geral e sintética um pouco sobre os basilares que fundamentam a TO a seguir apresentaremos a metodologia para o desenvolvimento da pesquisa.

3. METODOLOGIA

Este artigo caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica tendo como objetivo o levantamento das pesquisas já desenvolvidas nos últimos 5 anos (2016/2020) que abordaram de forma direta a Teoria Cultural da Objetivação – TO. Para Gil (1999, p. 45), “a pesquisa é desenvolvida mediante o concurso dos conhecimentos disponíveis e a utilização cuidadosa de métodos, técnicas e outros procedimento científicos (...)” sendo construída ao longo de um percurso que envolve várias fases, desde a adequada formulação do problema até a satisfatória apresentação dos resultados.

Sobre a pesquisa bibliográfica:

A pesquisa bibliográfica é um apanhado geral sobre os principais trabalhos já realizados, revestidos de importância, por serem capazes de fornecer dados atuais e relevantes relacionados com o tema. O estudo da literatura pertinente pode ajudar a planificação do trabalho, evitar publicações e certos erros, e representa uma fonte indispensável de informações, podendo até orientar as indagações (MARCONI e LAKATOS, pg. 158, 2003).

Com base no levantamento bibliográfico buscou-se fazer uma revisão de estudos, que norteiam o uso da TO na formação do professor reflexivo e crítico

²⁰ El ser es una categoría general, cultural, ontológica, constituída de formas históricamente codificadas de concepción acerca de los individuos y de las maneras en que estos éstos son llamados a presentarse al mundo y a relacionarse con otros individuos

tomando como base o próprio pressuposto de Radford, através do estado do conhecimento.

O estado da arte também é conhecido como estado do conhecimento, toma como princípio a busca dos pesquisadores em estudar ou agregar mais conhecimento sobre um determinado assunto ou tema. Para Ferreira (2002):

A sensação que parece invadir esses pesquisadores é a do não conhecimento acerca da totalidade de estudos e pesquisas em determinada área de conhecimento que apresenta crescimento tanto quantitativo quanto qualitativo, principalmente reflexões desenvolvidas em nível de pós-graduação, produção está distribuída por inúmeros programas de pós e pouco divulgada (FERREIRA, 2002, p.258).

Ademais, a busca pelo conhecimento também está relacionada com a busca por novas epistemologias e perspectivas de investigações até então não visualizadas ou perceptíveis, no conjunto destes estudos.

Romanowski e Ens (2006, p.39) explicam que “[...]”

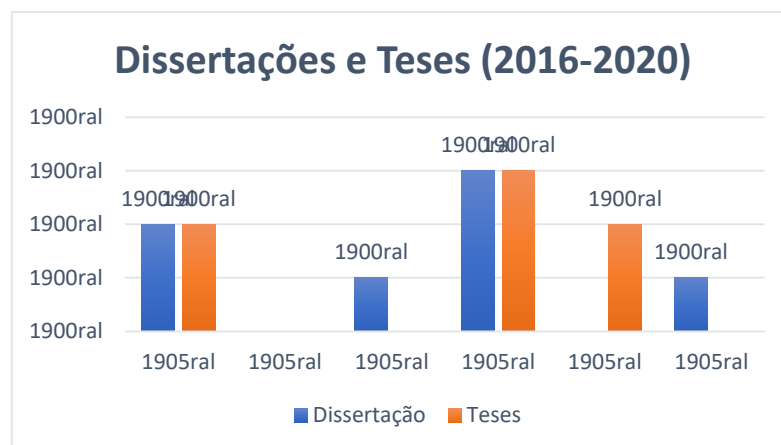
esses estudos são justificados por possibilitarem uma visão geral do que vem sendo produzido na área e uma ordenação que permite aos interessados perceberem a evolução das pesquisas na área, bem como suas características e foco, além de identificar as lacunas ainda existentes.

Diante do exposto, buscamos através deste artigo realizar uma breve síntese das pesquisas encontradas com o objetivo de localizar a utilização e aplicação da TO, seus resultados e produtos, além de possibilitar através do estado da arte a delimitação do campo de pesquisa que a TO tem se difundido no Brasil.

4. DISCUSSÃO DAS DISSERTAÇÕES E TESES

Iniciaremos a discussão apresentando as pesquisas encontradas no recorte temporal de 5 anos. Foram encontradas o total de 13 pesquisas, sendo 06 dissertações e 06 teses que foram defendidas no período de 2016 a 2020. A seguir apresenta-se o gráfico de distribuição por ano das dissertações e teses encontradas:

Gráfico 1 – Dissertações e Teses 2016-2020



Fonte: Autora (2021)

Destas, 07 dissertações são de instituições federais enquanto das 7 teses, 05 são de instituições federais e 01 de instituição estadual, nota-se que o maior número de defesas está agrupado no ano de 2019 perfazendo 47% das pesquisas encontradas, sendo 06 destas pesquisas desenvolvidas e defendidas pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Destaca-se que esta instituição apresenta a maior concentração de publicações sobre o tema.

Como síntese de informações, contendo ano, título, instituição e autores, apresenta-se o quadro a seguir:

Quadro 1 – Quadro de Dissertações e Teses (2016-2020)

DISSERTAÇÃO				
N	ANO	TÍTULO	INSTITUIÇÃO	AUTORES
01	2016	ÁLGEBRA E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: ANÁLISE DE UMA PROPOSTA DE ENSINO A PARTIR DA MATEMÁTICA DO ANTIGO EGITO	INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO	BISSI (2016)
02	2016	VOZES DAS MÃOS E SONS DOS OLHOS: DISCURSOS ALGÉBRICOS DE SURDOS USUÁRIOS DA LÍNGUA BRASILEIRA DE SINAIS – LIBRAS.	UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO	DONADO (2016)
03	2018	A MATEMÁTICA APLICADA À APICULTURA: UMA PROPOSTA DE AÇÃO PEDAGÓGICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO E DA PEDAGOGIA FREIREANA	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE	COSTA (2018)
04	2019	O PENSAMENTO ALGÉBRICO SOB A ÓTICA DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO: UMA ANÁLISE A PARTIR DE EPISÓDIOS DE TRABALHO CONJUNTO NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA	SILVA, J. (2019)

05	2019	OS SABERES ETNOMATEMÁTICOS DOS TECELÕES DE REDES DE DORMIR DE JAGUARUANA/CE E O CONTEXTO EDUCACIONAL: ENTRELACANDO UMA PROPOSTA DE AÇÃO PEDAGÓGICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA COM A TEORIA DA OBJETIVAÇÃO	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE	LIMA (2019)
06	2019	ABU JA'FAR MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI: CONTRIBUIÇÕES DA ÁLGEBRA PARA O ENSINO	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE	ARAÚJO (2019)
07	2021	PENSAMENTO ALGÉBRICO EM TAREFA COM PADRÕES: uma investigação nos anos finais do ensino fundamental	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PERNAMBUCO	SILVA, R. (2021)
TESES				
01	2016	DO CAMPO PARA SALA DE AULA: EXPERIÊNCIAS MATEMÁTICAS EM UM ASSENTAMENTO RURAL NO OESTE MARANHENSE	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ	SILVA, F. (2016)
02	2016	A EVOLUÇÃO DO SENTIDO PARA A NOÇÃO DE FUNÇÃO AFIM PARA UM GRUPO DE ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.	UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO	MINISINI (2016)
03	2019	ENTRECRUZAMENTO TEÓRICO-METODOLÓGICO ENTRE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO E TEORIA DA OBJETIVAÇÃO	UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL	MAGGIO (2019)
04	2019	DIÁLOGOS ENTRE CIÊNCIAS E FICÇÃO CIENTÍFICA: uma estratégia para discutir ética científica baseada na Teoria da Objetivação	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE	NOGUEIRA (2019)
05	2019	A TEORIA DA OBJETIVAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO DA ORIENTAÇÃO ESPACIAL NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE	PAIVA (2019)
06	2020	FORMAÇÃO DOCENTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: CAMINHOS TRILHADOS A PARTIR DA METODOLOGIA SEQUÊNCIA FEDATHI E DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO	UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE	MATOS (2020)
07	2020	INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: uma análise a partir da Teoria da Objetivação	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE	GOMES (2020)

Fonte: Autora (2021).

Dos trabalhos localizados, expostos no Quadro 1, foram selecionados somente os que de fato utilizaram a Teoria da Objetivação de Luís Radford seu marco teórico, como proposta de ação pedagógica e que envolvessem o ensino da matemática nos diversos níveis de Ensino, com base nos documentos analisados apresentaremos o Quadro 02 com as divisões por autores e níveis de ensino onde foi realizada a pesquisa.

Quadro 2 – Dissertações e Teses por Níveis de Ensino (2016-2020)

Educação Básica			Educação Superior
Ed. Infantil	Ensino Fundamental	Ensino Médio	
	Bissi (2016); Silva, J. (2019); Donado (2016); Silva, R. (2021); Gomes (2020); Paiva (2019); Silva F. (2016);	Costa (2018)	Maggio (2018) Lima (2019); Araújo (2019); Nogueira (2019); Matos (2019); Minisini (2016);

Fonte: Autora (2021).

Destaca-se com base no Quadro 2, que a maioria das pesquisas que envolvem o uso da TO, se encontram na Educação Fundamental, totalizando 07 pesquisas, que abordaram aplicação de tarefas aos estudantes com a utilização da TO, dentre estas destaca-se o conteúdo da Álgebra que se destacou em sua maioria. Em seguida temos a Educação Superior com 06 pesquisas, que versam sobre a formação inicial de futuros professores de Matemática, sendo uma focada para a formação de pedagogos, através de minicursos e oficinas. No Ensino Médio, encontramos 01 dissertação que versou sobre o ensino técnico através de formação aos apicultores. Na Educação Infantil não foram encontradas nenhuma pesquisa no Brasil.

A seguir apresentaremos uma síntese de cada pesquisa seguindo a disposição do quadro 01:

Bissi (2016), em sua dissertação intitulada "ÁLGEBRA E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: ANÁLISE DE UMA PROPOSTA DE ENSINO A PARTIR DA MATEMÁTICA DO ANTIGO EGITO" investigou sobre o processo de ensino aprendizagem em uma escola pública, com alunos do 9º ano tendo como problema de pesquisa: Como a História da Matemática, com ênfase na matemática egípcia, pode contribuir em atividades no ensino e aprendizagem da álgebra escolar? Como conclusão da pesquisa o autor coloca a importância de apresentar aos alunos a matemática que emerge de contextos culturais através da compreensão da Matemática como um processo histórico.

Radford (2021, p. 50, tradução da autora) nos coloca a importância dessa imersão na cultura através do ensino da matemática.

Concebemos o objetivo da educação matemática como um esforço político, social, histórico e cultural direcionado à criação dialética de sujeitos reflexivos e éticos que estão criticamente posicionados nas práticas matemática

constituída histórica e culturalmente, e refletindo sobre novas possibilidades de ação e pensamento.²¹

Bissi (2016), enfatiza também que a pesquisa colaborou na resolução de problemas matemáticos com apresentação de multiplicidade de métodos, forneceu contextos que subsidiaram um aprendizado em álgebra com mais significado enaltecendo a construção do pensamento matemático através de métodos didáticos alternativos para o ensino da Matemática.

Donado (2016) em seu trabalho intitulado as **Vozes das mãos e sons dos olhos: discursos algébricos de surdos usuários da Língua Brasileira de Sinais – Libras** buscou investigar os significados algébricos emergidos nos discursos de surdos usuários da Língua Brasileira de Sinais - Libras e suas relações com as características de generalização, de indeterminação, de analiticidade e de aritmeticismo com alunos do 7º e 8º anos do Ensino Fundamental. Apresentando como resultados que ao tratamento do símbolo de igualdade (" $=$ ") e aos processos metafóricos presentes nos discursos dos participantes. Também demonstrou que a estrutura do sinal " $=$ ", associada a palavra "igual" em Língua Portuguesa, traz em si sentidos de operação e de equivalência para os participantes. Os alunos tiveram diferentes leituras das noções de indeterminação e de analiticidade que foram motivadas com a emergência de discursos sobre a substituição dos símbolos por números, e as possibilidades de se colocar infinitos números dentro desses símbolos.

O problema da pesquisa de Costa (2018) nasceu de sua experiência ministrando a disciplina Matemática Aplicada à Apicultura do curso técnico em apicultura da Rede de Ensino Técnico Brasil (E-tec Brasil) no polo da Escola Agrícola de Jundiá (EAJ), Unidade de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Apresentando o seguinte problema de pesquisa: ***Como elaborar uma proposta de ação pedagógica de Matemática aplicada à apicultura que promova o debate e a cooperação entre indivíduos na busca de solução para os desafios que se colocam frente a atividade da apicultura?***

Após as discussões que cercaram sobre a importância do tema foi sistematizado um produto educacional intitulado *Matemática Aplicada à Apicultura: na*

²¹ Concebimos el objetivo de la educación matemática como um esfuerzo político, social, histórico y cultural dirigido a la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en prácticas matemáticas constituidas histórica y culturalmente, y que reflexionan sobre nuevas posibilidades de acción y pensamiento.

perspectiva da Teoria da Objetivação e Pedagogia Freireana que foi aplicado no assentamento de Reforma Agrária José Coelho Neto. O autor aplicou o produto através de minicurso proporcionando fornecer elementos para novas reflexões sobre o ensino, abrindo novas possibilidades para se pensar na sala de aula e colaborar com o avanço nas pesquisas relacionadas ao Ensino da Matemática.

Costa (2016) nos apresenta que a Teoria da Objetivação foi gerada em torno da Educação Matemática, em que as concepções anseiam a geração de pessoas éticas que se posicionam e têm um caráter crítico em práticas matemáticas.

Silva, J (2019) realizou uma pesquisa qualitativa e de campo com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental tendo como problema de sua pesquisa: **Se e como indícios de aprendizagem algébrica são evidenciados por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental em episódios de trabalho conjunto que abrangem o pensamento algébrico covariacional, adaptados segundo a Teoria da Objetivação, de Luis Radford?** A autora através de campos de trabalhos conjuntos pode inferir sobre as possibilidades de aplicação do pensamento algébrico covariacional. Tendo como conclusão que a regularidade das sequências é mais facilmente objetivada pelos estudantes.

A autora destaca que os alunos apresentaram indícios de aprendizagem algébrica através do trabalho conjunto, tanto em uma camada factual quanto contextual de compreensão. Destaca também como um ponto emergente a importância de pesquisas futuras sobre a temática.

Lima (2019) é autor do trabalho intitulado "OS SABERES ETNOMATEMÁTICOS DOS TECELÕES DE REDES DE DORMIR DE JAGUARUANA – CE E O CONTEXTO EDUCACIONAL: ENTRELAÇANDO UMA PROPOSTA DE AÇÃO PEDAGÓGICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA COM A TEORIA DA OBJETIVAÇÃO". A pesquisa foi realizada na cidade Jaguaruana/CE e teve como objetivo investigar as contribuições dos saberes etnomatemáticos dos tecelões de redes de dormir do município de Jaguaruana/CE que favoreçam a elaboração de uma proposta de ação pedagógica para o ensino de Matemática na Educação Básica, destacando os relatos orais dos artífices em sintonia com os objetos do conhecimento, habilidades e Unidades Temáticas de Matemática do Ensino Fundamental da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Teve como Produto Educacional *os saberes etnomatemáticos dos tecelões: tecendo redes de*

ensino e aprendizagem da Matemática com a Teoria da Objetivação. Abordando a Etnomatemática de D'Ambrósio (2011) de a Teoria da Objetivação Luís Radford (2011). O produto educacional teve uma boa aceitação girando em torno de 90% de satisfação entre os participantes sendo um recurso didático facilitador no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Araújo (2019), buscou através do estudo sobre a obra a obra intitulada *Al-Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wal-muqābala* (Livro de Restauração e Balanceamento), também conhecida como a *Álgebra de al-Khwarizmi*. Essa obra foi escrita pelo sábio islâmico, Abu Ja'far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi. A pesquisa de Araújo (2019) teve como problemática conhecer as potencialidades histórico-pedagógicas do o *Tratado de algébrico de al-Khwarizmi* (*Álgebra de al-Khwarizmi*) tendo como suporte teórico-metodológico a Teoria da Objetivação e buscou responder: como elaborar uma proposta de atividade que utilize as potencialidades do *Tratado Algébrico de al-Khwarizmi* no ensino?

A pesquisa foi de cunho bibliográfico e documental e teve como resultados que a *Álgebra de al-Khwarizmi* é um tratado consideravelmente importante para o desenvolvimento da álgebra apresentando um grande potencial para a formação docente. Destaca ainda que contribui não somente quanto aos aspectos matemáticos, mas também quanto aos aspectos históricos, sociais e políticos. O produto educacional que foi elaborado na forma de e-book é destinado aos professores de matemática em formação inicial ou continuada.

A pesquisa de Silva (2021), teve como como objetivo identificar as formas de pensamento algébrico mobilizados por estudantes dos anos finais do ensino fundamental através da aplicação de uma tarefa de generalização de padrões. Tomou como referência a definição de pensamento algébrico que tem por base a Teoria da Objetivação (TO). Teve como resultados a reflexão que os educadores precisam entender e compreender a relação dialética entre o saber e o ser que podem contribuir para a formação de cidadãos éticos e críticos.

Iniciaremos apresentação das teses encontradas a primeira é "DO CAMPO PARA SALA DE AULA: experiências matemáticas em um assentamento rural no oeste maranhense" da autora Silva, F. a pesquisa teve como objeto de estudo a busca pelo diálogo dos saberes emergidos das práticas socioculturais dos trabalhadores e trabalhadoras em um assentamento rural no oeste do estado do Maranhão e os

saberes disseminados pelo currículo oficial das escolas. Como questão de pesquisa apresenta: se existem matematizações originadas nas/das práticas socioculturais em um assentamento rural, como desenvolver um diálogo em entre essas práticas em sala de aula de matemática? Teve como participantes 04 professores e 04 moradores do assentamento investigado. A pesquisa apresentou como resultados a possibilidade de organizar uma proposta pedagógica para o ensino de matemática em assentamentos rurais nas práticas socioculturais.

Minisini (2016) teve como objetivo de sua pesquisa identificar e analisar a evolução da atribuição de sentido à noção de Função afim por parte de estudantes do 1º ao 6º semestre do curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição privada da grande São Paulo. Através da análise documental foi realizada via dois livros didáticos para o ensino médio e um livro didático de cálculo diferencial e integral do ensino superior e um livro específico para a formação inicial e continuada de professores. A partir dessa análise teve-se como resultados encontrados que o significado matemático da noção de função afim varia de acordo com o objetivo do autor e da abordagem proposta, o que possibilita um trabalho matemático em que os estudantes podem atribuir diferentes sentidos para a função afim antes de atingirem o significado matemático esperado para a etapa escolar considerada. Também foi realizada uma oficina com os estudantes.

O autor coloca que as discussões entre os estudantes dos grupos alimentadas pelo pesquisador permitem ponderar que um trabalho a longo prazo, em que se considerem os quatro níveis de ajuda de Vigotski se mostrou um meio importante para conduzir os estudantes a compreenderem os possíveis sentidos da noção de função afim de forma que estes possam atribuir-lhe o significado esperado para cada etapa da escolaridade.

Maggio (2018) teve como objeto de estudo a sala de aula, utilizando as aulas de Álgebra para responder a seguinte problemática da sua pesquisa: a argumentação no processo de ensino-aprendizagem de álgebra na Educação Superior. A produção de dados foi realizada através do Estado da Arte e de um entrecruzamento teórico-metodológico entre duas teorias semióticas: uma de natureza semio-cognitiva - teoria dos Registros de Representação Semiótica -, e outra de natureza semio-cultural - Teoria da Objetivação. Através da seguinte questão de pesquisa: como explicar a

progressão do pensamento algébrico em meio a um trabalho conjunto em situação de aula? Teve como conclusão após as análises os princípios metodológicos da TO não concebem a aprendizagem como um produto do ensino, mas como uma só atividade, em que professores e estudantes, em conjunto, produzem saberes e subjetividades coletivamente.

Nogueira (2019) apresenta como tese: *A Ficção Científica*, mediada pelos pressupostos filosófico-epistemológicos da Teoria da Objetivação, é uma linguagem pertinente para ampliar, facilitar e contextualizar o debate sobre a produção das ciências e seus aspectos éticos, podendo contribuir na educação científica de professores de ciências em formação. Produziu uma oficina didática exploratória que foi ministrada para os bolsistas Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID) tendo como participantes professores em formação inicial e continuada dos cursos de Química, Biologia, Física e Matemática intitulado: *Ficção Científica e Ética nas Ciências*. O autor nos coloca que

O conjunto de resultados e experiências produzidos pelo movimento dialógico entre as duas pulsões que moveram a investigação permitem sustentar a tese de que *A Ficção Científica, mediada pelos pressupostos filosófico-epistemológicos da Teoria da Objetivação, é uma linguagem pertinente para ampliar, facilitar e contextualizar o debate sobre a produção das ciências e seus aspectos éticos, podendo contribuir na educação científica de professores de ciências em formação*. (NOGUEIRA, 2019, p. 168)

Destaca a importância de desenvolver pesquisas que tomem a Sequência Fedathi (S)F como linguagem, além de demonstrar a plasticidade da TO enquanto teoria de ensino aprendizagem.

Paiva (2019) em sua pesquisa buscou analisar os meios semióticos mobilizados no processo de ensino-aprendizagem da orientação espacial, que possibilitam ao estudante estabelecer uma relação reflexiva e ética com o espaço. A pesquisa adotou como referencial teórico a Teoria da Objetivação desenvolvida por Luis Radford que tem como pressuposto que o saber é algo potencial, constituído historicamente e culturalmente e não uma construção individual. A autora evidenciou como os saberes e os meios semióticos mobilizados nesse processo, permitiram aos estudantes enxergarem o espaço de forma mais próxima e ampla, fortalecendo o sentimento de

pertencimento numa relação mais reflexiva com o espaço, e influenciaram na relação ética, possibilitando o surgimento de indivíduos com uma maior confiança e segurança na vivência e na comunicação com os outros, por meio de referências espaciais.

A tese intitulada "FORMAÇÃO DOCENTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: CAMINHOS TRILHADOS A PARTIR DA METODOLOGIA SEQUÊNCIA FEDATHI E DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO" de MATOS (2020) apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Ceará que vem abordando uma nova forma de aplicação da TO dentro da Formação Inicial. Apresentou como objetivo geral analisar uma proposta de formação em Matemática para os pedagogos, fundamentada na Metodologia Sequência Fedathi (SF) e na Teoria da Objetivação (TO). Os participantes foram estudantes do curso de Pedagogia que estavam cursando disciplina de Ensino da Matemática. A autora coloca que a metodologia SF e a TO contribuíram no desenvolvimento de conteúdos que envolvem teoria e prática, formados dentro do contexto da "*Práxis*" crítico-reflexiva, podendo ser um diferencial para os futuros pedagogos.

Gomes (2020) teve como objetivo geral da pesquisa caracterizar, a partir da Teoria da Objetivação, estratégias de pensamento demonstradas por crianças 4º e 5º ano do Ensino Fundamental do Núcleo de Educação da Infância – Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, no processo de introdução da álgebra, em tarefas que abordam sentenças matemáticas em que um dos termos é desconhecido. A autora buscou através da TO aprender e investigar o ensino-aprendizagem sistemático da álgebra nos anos iniciais pois a teoria considera o pensamento como forma de agir e refletir sobre o mundo.

A autora concluiu que a partir da análise das estratégias de pensamento demonstradas pelas crianças que: o pensamento algébrico apresenta uma ruptura ao pensamento aritmético, essa diferenciação pode ser demonstrada pela dificuldade das crianças em operar com o desconhecido; o emprego de estratégias aritméticas refinadas e o uso das propriedades de operações matemáticas colaboram no desenvolvimento e estruturação do pensamento algébrico; o pensamento aritmético ou algébrico pode ser expresso de múltiplos modos, por isso, é preciso proporcionar liberdade para as crianças resolverem problemas ao seu modo, bem como valorizar suas estratégias.

campo da educação e sua aplicabilidade nos variados níveis de ensino pode delimitar os seus pressupostos.

Através da pesquisa detectou-se que a TO está sendo abordada na Formação Inicial, buscando apresentar essa teoria como possibilidade para o processo de ensino aprendizagem ainda na formação dos futuros professores, além de desenvolverem produtos que podem ser utilizados como subsídios para as formações continuadas.

O conteúdo de Álgebra também foi um dos mais abordados através de minicursos e oficinas. Desta maneira, destaca-se a necessidade de termos novas pesquisas que realizem a aplicabilidade da TO nos diversos níveis de ensino, agregando mais estudos sobre essa nova teoria.

Ressalta-se a importância apresentada pelas pesquisas que envolveram ação de práticas pedagógicas, pois contribuem de forma direta para a melhoria do processo de ensino aprendizagem no Brasil além de delinear novas diretrizes educacionais.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Marlene Gorete de. **Abu ja'far muhammad ibn musa al-khwarizmi: contribuições da álgebra para o ensino**. 2019. 142f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/27790>. Acesso em: 01 nov. 2021.

BISSI, Thiago. **Álgebra e História da Matemática: Análise de uma proposta de ensino a partir da Matemática do Antigo Egito**. 2016. 151f. Tese Dissertação – Instituto Federal do Espírito Santo, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências da Matemática, Vitória (ES), 2016. Disponível em: <https://repositorio.ifes.edu.br/handle/123456789/119>. Acesso em: 21 nov. 2021.

COSTA, Gerson Eugênio. **A matemática aplicada à apicultura: uma proposta de ação pedagógica na perspectiva da teoria da objetivação e da pedagogia freireana**. 2018. 109f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/25794>. Acesso em: 21 nov. 2020.

DONADO, Cristiano Campos. **Vozes das mãos e sons dos olhos: discursos algébricos de surdos usuários da Língua Brasileira de Sinais – Libras**. 2016. 207f. Programa de pós-graduação em Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo, 2016. Disponível em: <http://repositorio.pgsskroton.com/handle/123456789/21793>. Acesso em: 01 nov. 2020.

GOMES, Luanna Priscila da Silva; PAIVA, Jussara Patrícia Andrade Alves; NORONHA, Claudianny Amorim. **Mapeamento investigativo acerca da Teoria Cultural da Objetivação no Brasil**. In: V SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Belém, **Anais...** Belém: SBEM-PA, 2018. Disponível em: <http://sipemat2018.sbempara.com.br/>. Acesso em: 20 jan 2020.

GOMES, Luanna Priscila da Silva. **Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação**. 2020. 180f. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/29327>. Acesso em: 30 nov. 2021.

LIMA, Edney Araújo. **Os saberes etnomatemáticos dos tecelões de redes de dormir de Jaguaruana/CE e o contexto educacional: entrelaçando uma proposta de ação pedagógica para o ensino e aprendizagem da matemática com a teoria da objetivação**. 2019. 225f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/27652>. Acesso em: 5 nov. 2021.

MAGGIO, Deise Pedroso. **Entrecruzamento teórico-metodológico entre registros de representação e teoria da objetivação**. 2018. 128f. Tese (Doutorado). Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. Pós- Graduação Scrito Senu em Educação nas Ciências. Ijuí, Rio Grade do Sul. 2018. Disponível em <<http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/handle/123456789/6061>>. Acesso em: 10 nov. 2021.

MATOS, Fernanda Cíntia Costa. **Formação docente em ensino de matemática anos iniciais do ensino fundamental: caminhos trilhados a partir da metodologia Sequência Fedathi e da Teoria da Objetivação**. 2020. 124f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2020. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/53925> . Acesso em: 10 nov. 2021.

MORETTI, V., Panossian, M. L., & Radford, L. (2018). **Questões em torno da Teoria da Objetivação**. *Obutchénie: Revista de Didat. E Psic. Pedag.* 2(1), pp.230-251. Disponível em: <http://luisradford.ca/publications/> . Acesso em: 11 out. 2021.

NOGUEIRA, Mayara Larrys Gomes de Assis. **Diálogos entre ciências e ficção científica: uma estratégia para discutir ética científica baseada na teoria da objetivação**. 2019. 210f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/27961> . Acesso em: 27 nov. 2021.

PAIVA, Jussara Patrícia Andrade Alves. **A teoria da objetivação e o desenvolvimento da orientação espacial no ensino-aprendizagem de**

geometria. 2019. 208f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/29055>. Acesso em: 7 nov. 2021.

RADFORD, Luis. (2020). **Un recorrido a través de la teoría de la objetivación [A journey through the theory of objectification]**. In S. Takeco Gobara & L. Radford (Eds.), *Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (pp. 15-42). São Paulo, Brazil: Livraria da Física. Disponível em: <http://luisradford.ca/publications> . Acesso em: 30 out 2021.

RADFORD, Luis. (2017a). **A teoria da objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática**. In V. Dias Moretti & W. Lima Cedro, *Educação Matemática e a teoria histórico-cultural* (pp. 229-261). Campinas, São Paulo: Mercado de Letras. Disponível em: <http://luisradford.ca/publications> . Acesso em: 28 out 2021.

RADFORD, Luis. **Saber y conocimiento desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación**. In: D'AMORE, Bruno; RADFORD, Luís. (Orgs.). **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos**. Bogotá: Editorial UD, 2017b, p. 97-114.

RADFORD, Luis. **Ser, subjetividad y alienación**. In: D'AMORE, Bruno; RADFORD, Luís. (Orgs.). **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos**. Bogotá: Editorial UD, 2017b, p. 137-161.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. **As pesquisas denominadas do tipo "estado da arte" em educação. Diálogo Educacional**. v. 6, n. 19, p. 37-50, set./dez., 2006. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=189116275004>. Acesso em: 19 fev. 2022.

SILVA, Filardes de Jesus Freitas da. **Do campo para sala de aula: experiências matemáticas em um assentamento rural no Oeste maranhense**. 2016. 179 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2016. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Disponível em: <http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/8945>. Acesso em: 15 nov. 2021.

SILVA, Jéssica Goulart da. **O pensamento algébrico sob a ótica da teoria da objetivação: uma análise a partir de episódios de trabalho conjunto no 5º ano do ensino fundamental**. 2019. 195f. Dissertação – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Santa Maria (RS), 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/20994?show=full> . Acesso em: 27 nov. 2021.

SILVA, Rayssa de Moraes da. **Pensamento algébrico em tarefa com padrões: uma investigação nos anos finais do ensino fundamental**. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de

Pernambuco, Recife, 2021. Disponível em:
<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/40608> . Acesso em 02 out. 2021

Capítulo 7

Um estudo sobre a Teoria Antropológica do Didático

Ellen Cristina Carvalho Rodrigues

Pedro Franco de Sá

INTRODUÇÃO

A Didática da Matemática vem sendo alvo de muitas pesquisas e tem gerado grandes resultados e avanços nesta área. Possibilitando a identificação de fenômenos importantes no processo de ensino e aprendizagem e a compreensão destes. Dentre os diversos ramos discutidos pelos pesquisadores da didática matemática, destacaremos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Yves Chevallard no âmbito da didática francesa.

Segundo Guerra e Andrade (2016), o foco na compreensão dos fenômenos emergentes do processo de ensino e aprendizagem fomentou a necessidade de uma padronização, um modelo teórico que viesse caracterizar os saberes matemáticos e os fatores que interferem nos processos de ensino.

Deste modo, a TAD possibilita a análise de situações de ensino e aprendizagem da matemática escolar, além de ser uma evolução do conceito de transposição didática, como afirma Santos (2020, p.18) quando pontua que a teoria amplia e colocar as discussões sobre o conhecimento matemático no nível das relações humanas, configurando, nesses termos, uma teoria amparada numa abordagem antropológica. Possibilita também inserir a didática no campo da antropologia, e enfatizar o estudo das organizações praxeológicas didáticas pensadas para o ensino e a aprendizagem de organizações matemáticas

Com isso, este trabalho apresenta reflexões de uma pesquisa do tipo bibliográfica que segundo Gil (2007, p. 50) é uma pesquisa realizada por meio de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos, embora em quase todos os estudos seja exigido algum tipo de trabalho desta natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas.

Assim, pesquisa bibliográfica configura-se como o método base e essencial de pesquisa, estando presente como partes de outros tipos de pesquisa, uma vez que “reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos

muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente” (GIL, 2007, p.51). Deste modo, esse tipo de pesquisa se torna indispensável, principalmente em estudos históricos, quando só há acesso as informações a partir de documentos.

Pelo exposto, buscaremos apresentar suas características enquanto teoria, discutindo sobre seus elementos fundamentais, bem como suas ferramentas e técnicas de análises, que contribuem para que o conteúdo ministrado obedeça uma organização lógica do saber a ajude na construção de uma aprendizagem significativa. Destacamos também trabalhos encontrados nas plataformas digitais de teses e dissertações pelo Brasil, com foco nos trabalhos encontrados no Estado do Pará.

A TEORIA ANTROPOLOGICA DO DIDÁTICO

Neste tópico, apresentamos uma breve discussão sobre a Teoria antropológica do didático e suas características, com base no levantamento de pesquisas já realizadas, e refletindo sobre essa teoria e a Educação Matemática.

A teoria antropológica do didático recebeu este nome em razão primeiros estudos formulados por Yves Chevallard, iniciou a discussão no contexto didático da Matemática francesa no período pós-segunda Guerra Mundial, com enfoque principal no ensino e aprendizagem desta disciplina diante de uma nova concepção epistemológica da matemática. Almoulloud (2000) enfatiza esta caracterização e vai além quando pontua que a teoria permite analisar situações de ensino e aprendizagem da matemática escolar, organizando e padronizando o conhecimento por meio de uma organização praxeológica e significativa.

Segundo Guerra e Andrade (2016), o precursor da TAD foi Guy Brousseau, quem iniciou os primeiros debates acerca da didática matemática na necessidade de transpor o modelo clássico e contribuir com novas perspectivas acerca da necessidade de um modelo de ensino da disciplina que preenchesse antigas lacunas relacionadas ao ensino desta ciência.

Santos e Menezes (2015), salientam que as bases filosóficas da TAD, foram sendo constituídas, com base na contribuição de estudos de Chevallard, Casabó, Bosch, Gascón, Réndon e Sales, cujas respectivas contribuições, foram sendo somadas para a constituição de um arcabouço teórico e fundamentado. As contribuições desses autores possibilitaram contribuições para o desenvolvimento de pesquisas que

direcionam o foco em direção ao didático da disciplina de matemática. Tal encaminhamento, contribuiu para a compreensão histórica e social que envolvem a disciplina, projetando elementos de análise e descrições de métodos que pudessem ser aplicados na prática pelos professores em sala de aula.

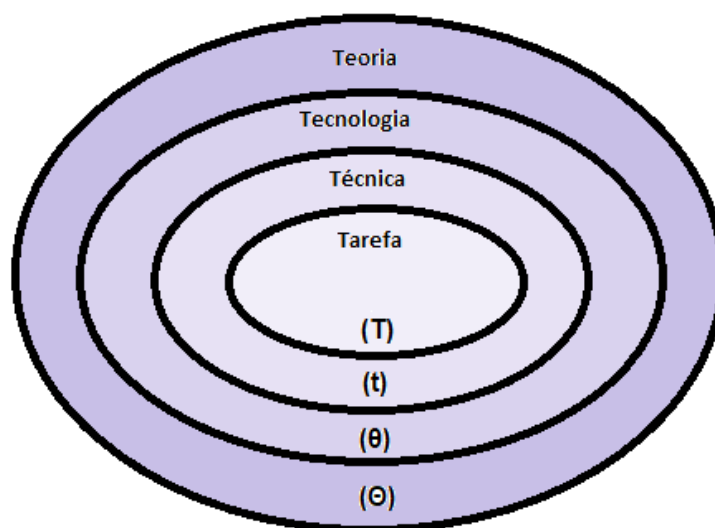
Para Chevallard (1998), esta teoria pode “[...] ser encarada como um desenvolvimento e uma articulação das noções cuja elaboração visa permitir pensar de maneira unificada um grande número de fenômenos didáticos, que surgem no final de múltiplas análises. ” (1998, p. 92). Deste modo, destacamos que há dois pontos muito importantes que essa teoria favorece no ensino de matemática, que são a proposta de analisar um dos maiores problemas do professor atualmente, que é a organização um objeto matemático em meio as atividades, além de permite observar unificadamente grandes quantidades de fenômenos didáticos que emergem desse processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com Santos (2017, apud Chevallard, 1991), o saber matemático é fruto das ações humanas institucionais, fazendo necessária elaboração de um método de análise, a descrição deste método e o estudo das condições de realização das práticas institucionais. O autor afirma que:

É a partir desse contexto que se originam as noções de tarefa (T), técnica (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ) que sustentam a praxeologia. Chevalard ainda identifica que uma praxeologia é formada por esses quatro elementos [T, τ , θ , Θ] e articula-se em dois blocos uma prático-técnico [T, τ] que ele chama de ‘saber-fazer’ e outro tecnológico-teórico [θ , Θ] chamado de o ‘saber’.
(SANTOS, 2017. p.13)

Deste modo, a análise é realizada por meio de uma organização praxeológica, guiada por essas quatro ferramentas, a tarefa, a técnica, a tecnologia e a teoria. A tarefa (T), pode ser entendida como “o que fazer”, o comando, a técnica (τ) é a forma como se deve executar a tarefa, ou seja, o “como fazer”. Tecnologia (θ) por sua vez auxilia no entendimento da técnica, para facilitar a compreensão da praxeologia, logo tecnologia e a justificativa da técnica. E por fim a teoria (Θ), assim como a tecnologia a justifica a técnica, a teoria é a justificativa da tecnologia. Deste modo, podemos observar na figura 01 um esquema dessa organização praxeológica.

Figura 01: Esquema da organização praxeológica



Fonte: Adaptado de SILVA, HENRIQUES e SERÔDIO (2017).

Vale ressaltar que a figura 01 nos permite pensar nessa teoria tanto partindo da teoria rumo à tarefa ou, da maneira tradicional, que é partindo da tarefa rumo a teoria, o que está de acordo com Henriques (2013), que destaca em sua pesquisa esses dois modelos praxeológicos de referência notáveis em análise de livros didáticos, organizados

De acordo com Guerra e Andrade (2016) a teoria possibilita identificar elementos de uma organização matemática, como por exemplo os níveis do saber fazer, que são formalizados por Chevallard como tarefas e técnicas. E do saber em si, que é chamado de tecnológico e teórico. Essas ferramentas permitem analisar uma organização didática, tanto na construção quanto na aplicação em sala de aula.

Portanto, compreende-se que para articulação e conhecimento do objeto de estudo era necessário elaborar uma articulação de fenômenos didáticos a fim de analisar situações de ensino e aprendizagem da Matemática escolar redirecionar o conhecimento físico por meio da organização praxiologia.

Neste sentido, o objeto engloba as instituições, os sujeitos e as posições que os mesmos desenvolvem nas instituições, para tanto concebe-se as diversas possibilidades de estudar determinados assuntos, propondo uma forma de relacionar o conhecimento e ensino traçando novos objetivos a serem alcançados com a tarefa proposta para o aluno medidas técnicas específicas em que o professor auxilia no desenvolvimento da aprendizagem do seu aluno de forma significativa.

ESTUDOS SOBRE A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Neste tópico, apresentamos alguns estudos sobre a Teoria antropológica do didático com base no levantamento feito no banco de dados da Capes e em um estado da arte já realizado por Silva (2019), afunilando para pesquisas realizadas por autores que estudam essa teoria em universidades do estado do Pará.

Silva (2019), em seu trabalho faz uma pesquisa mapeando pesquisas realizadas que utilizam a teoria antropológica do didático, a praxeologia, e ou discorrem sobre a teoria. Em seu levantamento utilizou dois descritores “teoria antropológica do didático” que denominou de D1 e “praxeologia” que denominou de D2, e encontrou 233 (duzentos e trinta e três) trabalhos que continham pelo menos um dos descritores. No entanto, após um crivo, detectou que 171 (cento e setenta e um) destes trabalhos se encaixavam nos descritores.

Para este estudo, realizamos buscas em plataformas digitais conforme indicação: Banco de Teses e Dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e Repositório Institucional da UFPA (Universidade Federal do Pará), vislumbrando o estado do Pará, destacamos 27 trabalhos homogeneamente na Universidade do Estado do Pará – UFPA, conforme Quadro 01, a seguir:

Quadro 01: Trabalhos referenciando a TAD no estado do Pará.

Nº	D1	D2	TÍTULO	AUTOR(ES)	UNIVERS.
1	X		A conexão na Matemática escolar: uma estratégia de ensino	Pinheiro, Aluizio Ribeiro	UFPA
2	X		A Educação à Distância no processo de (trans)formação de professores de Matemática	Travassos, Iza Helena Silva	UFPA
3	X	X	A invariável prática da Regra de Três na escola	Silva, Denivaldo Pantoja da	UFPA
4	X	X	A prática de ensino de Física no Ensino Médio e o conceito de proporcionalidade: conexão fundamental na construção e (re)construção de conhecimentos	Silva, Luís Carlos da	UFPA
5	X	X	A relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática	Silva, Itamar Miranda da	UFPA
6	X		A noção de tarefa fundamental como dispositivo didático para um percurso de formação de professores: o caso da geometria analítica	Andrade, Roberto Carlos Dantas	UFPA
7	X	X	Alterações e recombinações praxeológicas reveladas por professores de Matemática do Ensino Básico em	Pereira, José Carlos de Souza	UFPA

			formação continuada: a partir de um modelo epistemológico alternativo para o ensino da álgebra		
8	X	X	Análise de um processo de estudo de semelhança	Silva, Reginaldo da	UFPA
9	X	X	A transposição didática no ensino de física: o aquecimento global como objeto de estudo	Silva, Edilene da Silva e	UFPA
10	X	X	Análise praxeológica de conexões entre aritmética e álgebra no contexto do desenvolvimento profissional do professor de matemática	Pereira, José Carlos de Souza	UFPA
11	X	X	As dinâmicas praxeológicas e cognitivas e a construção do conhecimento didático do professor de matemática	Mesquita, Flávio Nazareno Araujo	UFPA
12		X	Contribuições da prática (in)formada por evidências para a formação do professor de matemática: uma análise das ações dos professores a partir das suas próprias práticas	Silva, Marcos Guilherme Moura	UFPA
13	X		Ecologia de um saber matemático em um Centro Familiar de Formação por Alternância (CEFFA): O método de redução à unidade nas praxeologias da Escola CEPE	Assunção, Carlos Alberto Gaia	UFPA
14	X		Ecologia do saber: o ensino de limite em um curso de engenharia	Fernandes, José Augusto Nunes	UFPA
15	X	X	Geometria analítica plana: praxeologias matemáticas no ensino médio	Andrade, Roberto Carlos Dantas	UFPA
16	X		Interdisciplinaridade na perspectiva da Pedagogia da Investigação: o caso da Licenciatura Integrada em Educação em Ciências e Matemática	Silvas, Aline Miranda da	UFPA
17	X	X	Investigando epistemologias espontâneas de professores de Matemática sobre o ensino de equações do primeiro grau	Santos, Alex Bruno Carvalho dos	UFPA
18	X	X	Juros: uma análise de livros didáticos e uma proposta de sequência de aulas com base na Teoria Antropológica do Didático	Ponte, Leônidas Carneiro da	UFPA
19	X	X	O conhecimento matemático-didático do professor do multisseriado: análise praxeológica	Silva, Reginaldo da	UFPA
20	X	X	O processo de (re)construção e gestão de organizações matemáticas e didáticas no estudo de funções logarítmicas mediado pelos ambientes papel e lápis e informatizado	Silva, George Christ Caraveo da	UFPA
21	X	X	Práticas com matemáticas na educação do campo: o caso da redução à unidade na Casa Escola da Pesca	Assunção, Carlos Alberto Gaia	UFPA
22	X		Praxeologias e modelos praxeológicos institucionais: o caso da Álgebra Linear	Matos, Ferandno Cardoso de	UFPA

23	X	X	Pró-letramento: relações com o saber e o aprender de tutores do pólo Itapecuru-Mirim/MA	Barbosa, Mauro Guterres	UFPA
24	X		Resolução de equações do 1º grau: um modelo epistemológico de referência	Almeida, Maysa da Silva Leite	UFPA
25	X	X	Transposição Didática Interna: as transformações adaptativas realizadas sobre o saber matemático função afim para o ensino na Educação de Jovens e Adultos	Pantoja, Lígia Françoise Lemos	UFPA
26	X	X	Transposição Didática: concepções de professores no contexto Gestar II	Souza, Emanuel Nogueira de	UFPA
27	X	X	Tarefas intermediárias: um modelo epistemológico de referência para o ensino das frações	Ferreira, Raquel Soares do Rêgo	UFPA

Fonte: Adaptado de SILVA (2019)

Vale ressaltar que os trabalhos citados no quadro 01 foram encontrados em plataformas digitais, e que há trabalhos de conclusão de curso de diversas instituições da região norte que não estão disponíveis nestas plataformas, porém instigam pesquisas mais profundas nesta área.

Destacando alguns destes trabalhos, os que conseguimos ter acesso de maneira digital, temos a Dissertação de mestrado de Travassos (2008) que trata das praxeologias de professores em formação e formadores que vivenciaram o processo de formação de professores de Matemática na modalidade de ensino à distância. Utilizando a Teoria Antropológica do Didático em suas análises, realizou uma pesquisa de cunho qualitativo com abordagem etnográfica. Como resultados a autora obteve apontamentos para uma transposição de praxeologias do ensino a distância para o ensino presencial.

Pantoja (2017), em sua tese de doutorado trata sobre a transposição didática com o objeto matemático de função afim, para o ensino de jovens e adultos, e destaca entre algumas questões que o Livro Didático ainda é uma relevante ferramenta, se não a única, usada pelo professor para nortear suas práticas docentes. A autora sobre a teoria, pontua que as características epistemológicas são pautadas no saber matemático, com o intuito de investigar a organização praxiologia da matemática e a organização praxiologia da didática, ambos são objetos de estudos que correspondem a prática de ensino e utiliza desta para a análise de questões.

Pereira (2012), nos traz uma pesquisa narrativa autobiográfica, discutindo as próprias análises de suas praxeologias, professor de matemática. O autor discorre em suas análises sobre suas vivências de conflitos praxeológicos durante a elaboração e aplicação em sala de aula de uma proposta didática para ensinar operações polinomiais na sétima série (oitavo ano) do ensino fundamental. Assumindo a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard como referencial teórico principal, o autor destaca em seus resultados que suas relações pessoais com tipos de objetos ostensivos e não ostensivos e tipos de tarefas e técnicas presentes ou não na proposta didática elaborada por ele, revelam que praxeologias passadas e presentes formavam seus momentos como profissional professor de matemática.

Os trabalhos destacados mostram, cada um à sua maneira, que a organização praxeológica é fundamental na organização do professor para o ensino de um objeto.

Vale pontuar que há trabalhos que não estão disponíveis nas plataformas de buscas digitais, isso acontece por conta da falta de informação/alimentação vindas das universidades, gerando algumas inconsistências. Outro ponto que é importante destacar é a falta do nome da teoria ou indícios de que está sendo utilizada nos trabalhos em seus resumos ou palavras chaves, há trabalhos que tratam da teoria, mas não citam em seus resumos ou palavras chaves.

Ressaltamos também em nossa pesquisa que na Universidade Federal do Pará há grupos de pesquisa que abordam temática como a Educação matemática e a Didática. Como o Grupo de Estudos e Pesquisas da Didática da Matemática, que tem como líderes o Prof. Dr José Messildo Viana Nunes, Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud e o Prof. Dr. Renato Borges Guerra. Destacamos também que grande maioria dos trabalhos expostos no quadro 01, foram orientados pelo professor Dr. Renato Borges Guerra, uma das grandes referências em estudos e pesquisas, no estado.

CONCLUSÃO

Com o intuito de apresentar as características da TAD, pontuamos neste trabalho que A teoria antropológica do didático permite a análise de fenômenos emergentes da educação matemática, e a análise destes sugere a organização praxeológica do objeto para o ensino de matemática. Percebendo também que suas contribuições tocam na construção de uma aprendizagem significativa. Desse modo, o

objetivo da teoria consiste em realizar o fazer e explicar com base em técnicas, tecnologias e teorias que possibilitem que os sujeitos consigam compreender o conhecimento matemático, elaborando a sua organização didática, no intuito de que a praxiologia matemática e didática se relacione de modo operante e interdependente.

Segundo Gerra (2013) a organização praxiológica consiste em corroborar ações para a tarefa, a técnica, a tecnologia e a teoria, deste modo ao apresentar esta proposta de conhecimento matemático em sala de aula, o aluno enquanto pesquisador pode aplicar a técnica matemática para desenvolver a sua tarefa, ou seja, incentiva proposição para estimular a utilização de técnicas pré-existentes ou criação de técnica própria para resolver atividades propostas pelo professor conforme o assunto desempenhado em cada série.

Pelo exposto, entendemos que se faz necessário fomentar pesquisas futuras tanto de conhecimento desta teoria quanto na divulgação, para utilização da mesma como ferramenta de organização do objeto e sugerindo uma nova relação do sujeito com o saber, de modo que o objeto, volta-se para a relação do aluno com novas tecnologias, tornando possível a transposição didática e transposição de praxiológica na medida em que possibilita se construir novos saberes dentro das instituições.

REFERÊNCIA

ALMOULLLOUD, Ag. Saddo. Mr-21 **A Geometria na escola básica: que espaços e formas tem hoje?** In: EPEM, 7. São Paulo: EPEM/USP, 2004. p.10. Disponível em: https://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/mesas_redondas/mr21-Pedro.doc. Acesso em 25/10/2021.

CHEVALLARD, Yves. **La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.** Grenoble: La pensée Sauvage, 1991.

CHEVALLARD, Yves. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. In : **L'UNIVERSITE D'ETE**, 1998, p.91-118. Actes de l'Université d'été La Rochelle. Clermont-Ferrand, France: IREM, 1998.

CHEVALLARD, Yves. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. In **Recherches en Didactique des Mathématiques 12(1)**.Grenoble: La Pensée Sauvage. 1992. P.73-111.16 Ver Bessa de Menezes, 2010.

CHEVALLARD, Yves. In: Duperret J.C., Fenice J.C.. L'accès au calcul littéral et algébrique: un enjeu du collège. In **Repères (34)**. Besançon: IREM, 1999. p.29-54.

CHEVALLARD, Yves. L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique. In: **Recherches en Didactiques des Mathématiques 19(2)**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1999. p. 221-266.

GUERRA, Renato Borges. ANDRADE, Roberto Carlos Dantas. Tarefas fundamentais no fazer matemático escolar: organização matemática para o ensino da geometria analítica. **Revista Interdisciplinar da divisão de pesquisa de pós-graduação (Margens)**, v. 6, n.8 (abr). Abaetetuba /PA: UFPA. 2013.

HENRIQUES, Afonso. **Análise Institucional e Sequência Didática**: Aplicação de conteúdos de Licenciatura em Matemática na Educação Básica. XV Encontro Baiano de Educação Matemática -EBEM, Educação Matemática na Formação de Professores: um novo olhar. UNEB CAMPUS X – Teixeira de Freitas – BA, 3 a 5 de julho de 2013.

KLUTH, Verilda Speridião. ALMOULLLOUD, Saddo Ag. Transposição didática em Chevallard: Conceitos e teorização primordiais para a teoria antropológica do didático. **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**, Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 01-22, 2020. ISSN 1981-1322. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e72961>

PANTOJA, Ligia Françoise Lemos. **Transposição Didática Interna**: as transformações adaptativas realizadas sobre o saber matemático função afim para o ensino na Educação de Jovens e Adultos. Tese de doutorado o em Educação em Ciências e Matemática, REAMEC, UFMG, 2017.

PEREIRA, José Carlos de Souza. **Análise praxeológica de conexões entre aritmética e álgebra no contexto do desenvolvimento profissional do professor de matemática**. 2012. 122 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2012. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas.

SANTOS, Jeremias Batista. **O conceito de função quadrática nos livros didáticos do ensino médio**: uma análise praxeológica das atividades propostas. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, 2017.

SANTOS, Marcelo Câmara.; MENEZES, Marcus Bessa. A Teoria Antropológica do Didático: uma Releitura Sobre a Teoria. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 18, 18 dez. 2015.

SANTOS, Sueli dos Prazeres. **A Teoria Antropológica do Didático: condições e restrições reveladas pelas teses e dissertações defendidas no Brasil na área da Educação matemática**. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e Histórias da Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Faculdade de Educação, Salvador, 2020.

SILVA, Helder Lima.; HENRIQUES, Afonso; SERÔDIO, Roberto Pedro Fernandes. Análise Praxeológica de Funções Trigonométricas em um Livro Didático do Ensino Médio. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 10, n. 22, 12 abr. 2017.

SILVA, Rafael. Estado da arte sobre a teoria antropológica do didático no Brasil. **Congresso Nacional de Educação - VI CONEDU (GT Matemática)**. Fortaleza/CE, 2019.

TRAVASSOS, Iza. Helena. Silva. **A educação a distância no processo de (trans)formação de professores de matemática**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará.

Capítulo 8

Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau: aspectos, contribuições e produções científicas

Lorena Arero Albuquerque Monteiro

Pedro Franco de Sá

1. Introdução

A Teoria das Situações Didáticas (TSD), desenvolvida por Guy Brousseau, teve seus estudos iniciados na década de 70 no Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IREM), na França. Ela surge num momento em que a visão cognitiva do desenvolvimento de Piaget, que dava considerado enfoque no aluno e nos processos cognitivos pelos quais ele passa na construção do conhecimento, prevalecia. A TSD, por sua vez, vem propondo um olhar para as situações didáticas, onde de fato a aprendizagem se dá (BROUSSEAU, 2007).

O contexto no qual a aprendizagem se desenvolve merece a devida atenção, uma vez que é neste espaço que a construção de conhecimento ocorre e onde avanços e obstáculos podem surgir e influenciar significativamente este processo.

Além do contexto, a participação do professor merece destaque. Segundo o autor, no início da década de 70, as situações didáticas eram aquelas nas quais se ensinavam matemática, sem, contudo, considerar o papel do professor. À luz da teoria, as situações didáticas se processam na relação entre a tríade aluno, professor e saberes, que devem ser desenvolvidos na interação entre aluno e o meio (*milieu*) proposto pelo docente.

Considerando o exposto, o presente artigo objetiva realizar uma análise da Teoria das Situações Didáticas, destacando suas contribuições para a educação matemática e pesquisas desenvolvidas no Brasil.

Esta pesquisa será de cunho qualitativo com breve esclarecimento dos aspectos principais da teoria, seguida de levantamento de trabalhos científicos realizados no Brasil sobre o tema em questão.

Para o esclarecimento a respeito da teoria, foram utilizadas leituras como Brousseau (2006 e 2007), Amoloud (2007), Teixeira e Passos (2013), dentre outros.

A pesquisa dos acervos foi feita de forma virtual, através de acesso aos sites das instituições.

2. TSD: sujeitos, elementos e aprendizagem.

A Teoria das Situações Didáticas teve sua origem na didática francesa e ganhou terreno em outros países por ser uma das abordagens da didática da matemática. Ela tem como objetivo:

(...) propiciar a reflexão sobre as relações entre os conteúdos do ensino e os métodos educacionais, e de modo mais amplo, abordar a didática como campo de investigação cujo objeto é a comunicação dos conhecimentos matemáticos e suas transformações (BROUSSAU, 2008 *apud* SILVA, FERREIRA e TOZETTI, 2015, p.19952).

Dessa forma, a teoria busca analisar e refletir acerca das situações educacionais desenvolvidas no contexto de sala de aula, permitindo a troca de conhecimentos matemáticos entre professor e aluno e, proporcionando neste, a verdadeira aprendizagem.

Amoloud (2007, p. 31 e 32), por sua vez, define que:

(...) o objetivo da *teoria das situações* é caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos. Essa modificação é característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos, da ocorrência de uma aprendizagem significativa”.

Pode-se depreender daí que a teoria pretende evidenciar o processo de ensino-aprendizagem decorrido de uma sequência de situações reprodutíveis (sequência didática), planejadas com o foco de promover transformações cognitivas nos alunos.

Brousseau (2007), compreende o conhecimento como o conjunto de verdades e conceitos apresentados pelo docente em sala de aula. Através da interação do aluno com esse conhecimento será possível que o aluno sintetize seu próprio saber.

Como forma de exemplificar a distinção feita pelo autor entre conhecimento e saber, ele sugere a lição “Quem vai dizer 20?”, na qual o conhecimento é trazido através da situação de jogo e os participantes vão construindo sua aprendizagem ao desenrolar a atividade. A lição:

Trata-se de um jogo entre dois oponentes, em que um deles inicia, escolhendo entre duas opções – o número “1” ou o número “2” –, e o adversário acrescenta mentalmente uma unidade ou duas, anunciando somente o resultado. O jogo prossegue, alternadamente, e vence quem obtiver primeiro

o número vinte. Após algumas partidas, os alunos percebem que não é uma boa estratégia responder aleatoriamente. A estratégia vencedora neste jogo consiste em utilizar inicialmente o número dois e escolher valores que resultem na sequência 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20. Quanto ao algoritmo vencedor, este é obtido pela divisão euclidiana do número 20 por 3, do que resultam, como quociente, 6; e como resto, 2, que é o termo inicial da sequência otimizada (Progressão Aritmética (PA) de razão 3 e primeiro termo 2; ou, então, a descoberta da sequência por subtrações sucessivas de 3, a partir do 20. Assim, a utilização dos números "1" e "2" não é casual - são os restos possíveis, diferentes de zero, para o divisor 3 (número subsequente aos próprios valores "1" e "2"). O jogador que inicia, se souber aplicar a estratégia descrita, sempre vence (TEIXEIRA e PASSOS, 2013, p.161).

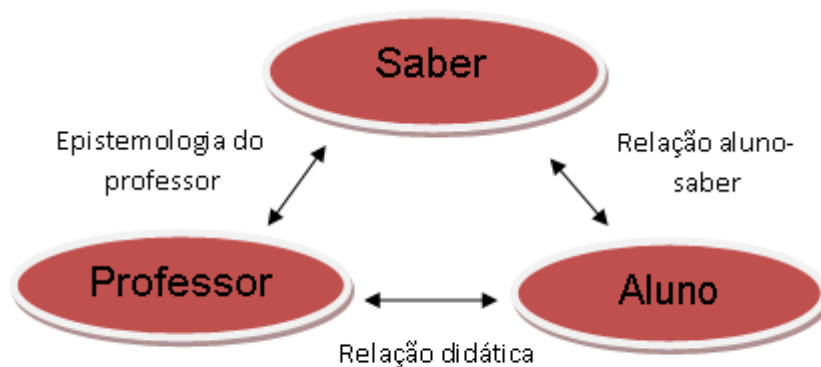
A lição acima esclarecida permite que o aluno crie estratégias e observe as consequências de suas ações até que consiga compreender qual a melhor opção de número e possa chegar ao aprendizado esperado na situação.

Assim, por intermédio de uma situação didática na qual o docente permite a interação do aluno com o conhecimento, acionando determinado meio para que o aluno possa desenvolver seu raciocínio, ocorre a construção do saber (aprendizagem) de forma significativa. Para que isso ocorra, alguns sujeitos têm papel basilar dentro da referida teoria.

2.1 Sujeitos da TSD

A Teoria das Situações Didáticas considera três sujeitos em sua composição, são eles: professor – aluno – saber. Essa tríade evidencia o papel fundamental destes autores em todo o processo de aprendizagem, sem que se sobreponha um sobre outro. Nessa interação, o professor traz o conhecimento de que dispõe e, numa relação pedagógica, o coloca a disposição do aluno, através do meio, que em comunicação com ele desenvolve sua aprendizagem, a partir do momento em que há construção de conhecimento significativo. Como se pode observar no diagrama abaixo.

Figura 1. Sujeitos da TSD.



Construído a partir de Brousseau (2007).

O professor, então, apresenta no contexto escolar seu arcabouço teórico proporcionando ao aluno um desenvolvimento cognitivo, em outras palavras:

A teoria das *situações didáticas* coloca que o papel do professores é suscitar a aparição dos conhecimentos e dos saberes nos alunos por uma gênese, artificial, mas transposta, da atividade da comunidade matemática. Ela mostra como o ensino é uma colocação em cena dos saberes nas práticas de uma sociedade: a classe (BROUSSEAU, 2006, p. 279).

A teoria reconhece, portanto, a atuação docente como a de promover a aprendizagem a partir da transposição dos conhecimentos matemáticos no contexto de sala de aula.

A concepção desse ensino ocorre através da relação didática entre o sistema educacional (professor) e o aluno. Assim:

(...) o ensino é concebido a partir de relações entre o sistema educacional e o aluno, vinculado à promoção de determinado conhecimento. Dessa forma, a relação didática é interpretada como uma comunicação de informações e essa atividade se consolida em dois processos: a *aculturação* e a *adaptação independente*. A *aculturação* está relacionada ao conjunto de mudanças resultantes do contato, de dois ou mais grupos de indivíduos, representantes de culturas diferentes ou até saberes diferentes, quando postos em contato direto e contínuo. A *adaptação independente* é o processo no qual o aluno ou os alunos vão se ajustando ao meio de forma natural no desenvolvimento das atividades (Brousseau, 2008, *apud* SILVA, FERREIRA E TOZETTI, 2015, p.19952 e 19953).

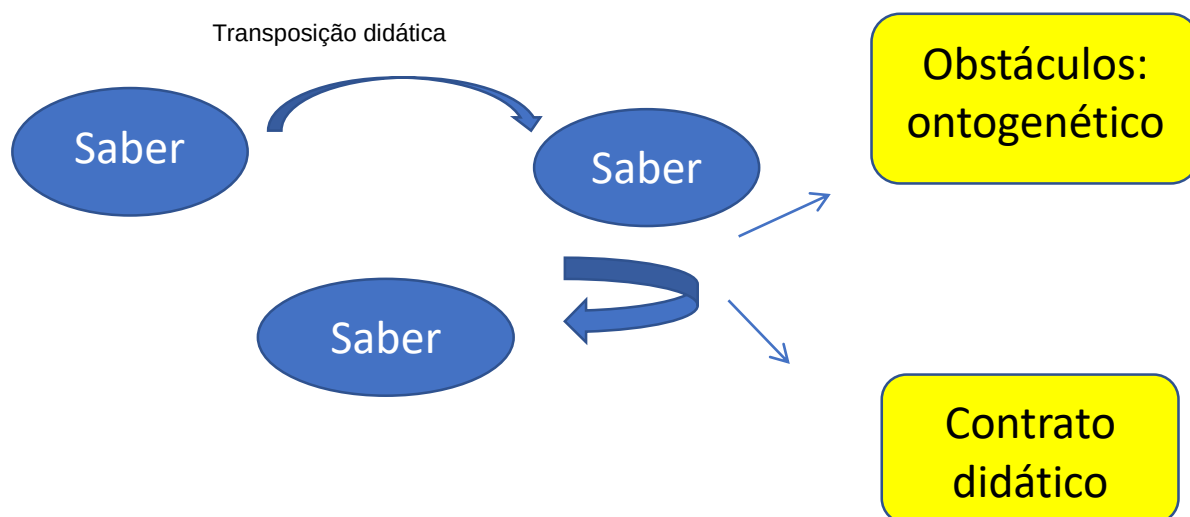
Em outras palavras, por meio da *aculturação* o aluno é colocado em contato direto com culturas ou conhecimentos diferentes dos seus, e da *adaptação independente* ele se modela ao meio proposto pelo professor. Daí a importância da autonomia e do protagonismo dos alunos dentro das situações didáticas.

Há que se concordar, portanto, que os três sujeitos (professor – aluno - saber) são essenciais no processo de ensino-aprendizagem, sem que se possa prescindir de alguma das partes, tal qual defende a Teoria das Situações Didáticas.

2.2 Elementos da TSD

A teoria de Guy Brousseau é composta por alguns elementos, tais como: a transposição didática, o salto informacional, os obstáculos epistemológicos e o contrato didático, como se pode observar na figura abaixo.

Figura 2. Elementos da TSD.



Construído a partir de Brousseau (2007).

Segundo Chavelart (1982, *apud* Amoloud e Kluth, 2020) o professor leva para a o espaço escolar o *saber sábio*, ou seja, o conhecimento científico, e transforma-o (interpreta-o) em *saber a ser ensinado*, isto é aquilo que de fato será levado para o espaço educacional e, posteriormente, em *saber ensinado*, numa linguagem compatível com a idade dos alunos, seu nível de desenvolvimento e o contexto educacional. Essa dinâmica recebe o nome de transposição didática. É por meio dessa transposição que se manifesta o *saber produzido*, ou seja, o conhecimento sintetizado pelos alunos.

Compreende-se, pois, que a troca de conhecimento ocorrida na relação educacional entre professor e aluno é possível a partir da transposição didática que

permite a tradução do saber científico num saber capaz de ser ensinado e apreendido pelos estudantes.

Neste processo, surgem possíveis obstáculos ao aprendizado, ou seja, entraves que podem atrapalhar o processo e devem, portanto, ser contornados. Além disso, se faz presente a figura do contrato didático, uma espécie de acordo ou regra estabelecida entre aluno e professor.

Segundo Brousseau (2007), existem três origens de obstáculos:

- a) Ontológica, decorrente de condições que escapam à situação de aprendizagem, como, por exemplo, as de ordem neurofisiológicas;
- b) Epistemológica, relativa às questões de conceitos e conhecimentos prévios;
- c) Didática, provocada pelo uso de simplificações (Efeito Topaze) ou metáforas (Efeito Jourdain) pelo docente, que serão esclarecidos mais a frente.

De acordo com Kikuchi e Trevizan (2010), o conceito de obstáculo epistemológico foi desenvolvido por Gaston Bachelart (1884 – 1962) que assim denominou os entraves identificados na aprendizagem decorrentes, por exemplo, do senso comum, e que atrapalhavam novas aprendizagens. Para o filósofo, esses obstáculos precisavam ser rompidos para que a aprendizagem acontecesse.

Segundo os autores, Guy Brousseau aplicou a noção de obstáculos de Bachelart à didática da matemática. Para ele, obstáculos são as dificuldades referidas a um determinado conhecimento que fora acomodado em uma situação anterior, mas que precisa sofrer ruptura para que novos conhecimentos sejam aprendidos. Contudo, o aluno resiste a essa nova acomodação em resguardo ao conhecimento previamente constituído, caracterizando um obstáculo na aprendizagem.

Além dos elementos já citados, a relação entre professor, aluno e saber, dentro do contexto educacional gera, segundo Amoloud (2007), um contrato didático que pode ser diferenciado do contrato pedagógico, pois este último dita normas e instruções, contudo não contempla a aprendizagem (saber), já o primeiro traz as regras de convívio, *lista de combinados*, fazendo referência aos conhecimentos em jogo, ao ensino-aprendizagem e às expectativas envolvidas no processo. Ainda segundo o autor, essas expectativas são mútuas, pois tanto o professor gera expectativas em relação ao aluno, quanto o contrário também ocorre.

Segundo Brousseau (2007), o contrato didático gera algumas conseqüências, são elas: a) o professor deve criar possibilidades para que o aluno de fato adquira o conhecimento e precisa identificar quando essa aquisição se efetiva; b) o aluno deve atender essas possibilidades; c) a situação didática deve permanecer.

Em outras palavras, esse contrato estabelecido na relação entre aluno, professor e saber, traz como conseqüência a importância tanto do professor pensar em situações, cujas condições de resolução sejam possíveis, quanto do aluno aceitar e corresponder à essas condições. Além disso, a despeito dos obstáculos que possam surgir e das eventuais quebras do contrato didático, a situação didática não deve ser interrompida.

Brousseau (2007), alerta, ainda, para o risco da ocorrência dos efeitos do contrato didático, decorrentes da ansiedade do professor diante da situação proposta e que devem ser evitados. O autor define cinco efeitos do contrato:

- I - Efeito *Topaze*: o professor sugere uma resposta de forma velada, portanto, previamente determinada, facilitando o processo com perguntas cada vez mais fáceis;
- II - Efeito *Jourdain*: o professor admite perceber indícios de conhecimento sábio na resposta do aluno, para evitar de debater o conhecimento que acabe por comprovar o fracasso;
- III - Deslizamentos metacognitivos e metadidáticos: ao perceber o fracasso da atividade de ensino o professor usa suas próprias explicações ao invés do conhecimento matemático;
- IV - Uso abusivo de analogias: deve ser evitado, pois o aluno pode ter a solução lendo as orientações didáticas e não por compromisso com o problema;
- V - Envelhecimento das situações de ensino: por dificuldade de reprodução da mesma aula, o professor precisa mudar sua estrutura (exposição, exemplos, exercícios).

O que se quer que seja apreendido, contudo, o será de forma significativa, a partir do momento em que aquela nova aquisição se mostrar de fato interessante ao aluno. Portanto, se uma nova forma de relacionar aquele saber se manifesta, despertando maior interesse no aluno, aí se configura o salto informacional (BROUSSEAU, 2007).

Destaca-se, novamente, a importância da proposição da atividade ter em seu repertório elementos que agucem a curiosidade do aluno, permitindo que este

identifique determinado conhecimento ou método como melhor opção do que a anterior.

Todos esses elementos encontram-se presentes no processo de aprendizagem produto das interações ocorridas nas situações didáticas, entre professor, aluno e saber.

2.3 As situações, o meio e a aprendizagem

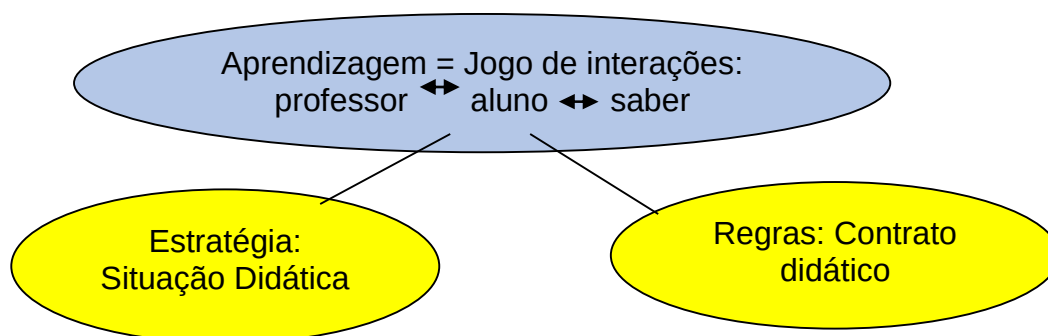
A Teoria das Situações Didáticas faz uma análise do contexto no qual a aprendizagem se desenvolve. Utilizada na educação matemática, permite a construção de um saber realmente significativo ao aluno:

O uso da Teoria das Situações Didáticas, de acordo com Brousseau (1996a), inserida dentro da metodologia de Engenharia Didática, vista como paradigma metodológico bem definido, contribui em sala de aula na medida em que é possível utilizar situações-problema propícias e jogos que podem propiciar significado a um objeto matemático (POMMER, 2010).

Assim, a teoria auxilia na construção do conhecimento matemático, através de situações investigativas que permitam o ato reflexivo e o desenvolvimento de aptidões intelectuais aos alunos.

Para Brousseau (2007), a aprendizagem se compara a um jogo de interação entre professor, aluno e saber, e, como tal, conta com estratégia e regras, conforme ilustrado a seguir.

Figura 3. Aprendizagem como jogo de interações.



Criado a partir de Brousseau (2007).

A aprendizagem flui, portanto, como um jogo, nesse contexto, há a necessidade do estabelecimento de regras, que se dão por meio do contrato didático, e de estratégias, que seriam as situações didáticas propostas na aula para aquisição do conhecimento.

Aquisição essa que precisa ser real e significativa, pois:

O saber – *sapere* – é o sabor dos conhecimentos. Os outros conhecimentos são maleáveis e fugitivos. Eles desaparecem rapidamente, senão foram traduzidos por saberes. Esses conhecimentos, esquemas de ação, formulações e elementos de convicção, são pouco adequados à apreensão. Têm, entretanto, um papel essencial na compreensão, no uso e na aprendizagem dos saberes. Os conhecimentos são o pano de fundo da atividade matemática que produz e manipula os saberes (BROUSSEAU, 2006, p. 272).

Portanto, os conhecimentos são necessários para a situação didática, pois serão eles apreendidos pelos alunos, desde que consigam sintetizá-los, torná-los realmente saberes.

Para que tal aquisição se processe, o aluno entra em contato com o conhecimento através do meio (*milieu*) que pode ser um problema, uma atividade, um exercício e etc., que despertem o interesse no aluno.

Segundo Silva, Ferreira e Tozetti (2015), o meio deve ser autônomo e antagônico, de forma que o aluno aja por conta própria, lhe sendo garantido o devido equilíbrio entre a atividade proposta e sua capacidade para condução do *milieu* (meio).

Assim, em interação com o meio, os alunos poderão refletir, levantar hipóteses e formular seus conceitos e conjecturas, construindo novos esquemas cognitivos e, portanto, uma aprendizagem significativa.

Ainda segundo os autores, o meio deve ser orquestrado pelo professor para que sua interação promova desequilíbrios, assimilações e acomodações, conforme teoria de Piaget, em que os alunos realizem reflexões sobre suas ações e retroações, respeitando as regras definidas.

Destarte, a escolha do meio é fundamental para que a situação didática alcance o objetivo almejado, optando por atividades desafiadoras, mas em consonância com o desenvolvimento cognitivo do aluno.

A utilização de situações-problema, por exemplo, para aguçar a curiosidade e o interesse investigativo dos alunos, mostra-se um eloqüente caminho, uma vez que:

(...) o indivíduo, ao refletir sobre seu próprio pensamento, aprimora o desempenho cognitivo diante dos desafios propostos. Isto se revela pelas decisões tomadas e pelo posicionamento através de argumentos para verificar e avaliar os procedimentos adotados em resultados obtidos – um agir que reflete o repensar sobre os próprios pensamentos. Um recurso que permite aflorar tais capacidades é a metodologia de resolução de problemas, pois favorece ao aluno maneiras de expressar diferentes estratégias para encontrar respostas aos desafios propostos e ainda, possibilidade de manifestar verbalmente

ou por outras representações o que está elaborando em situações de desafio (POMMER, 2010, p. 2).

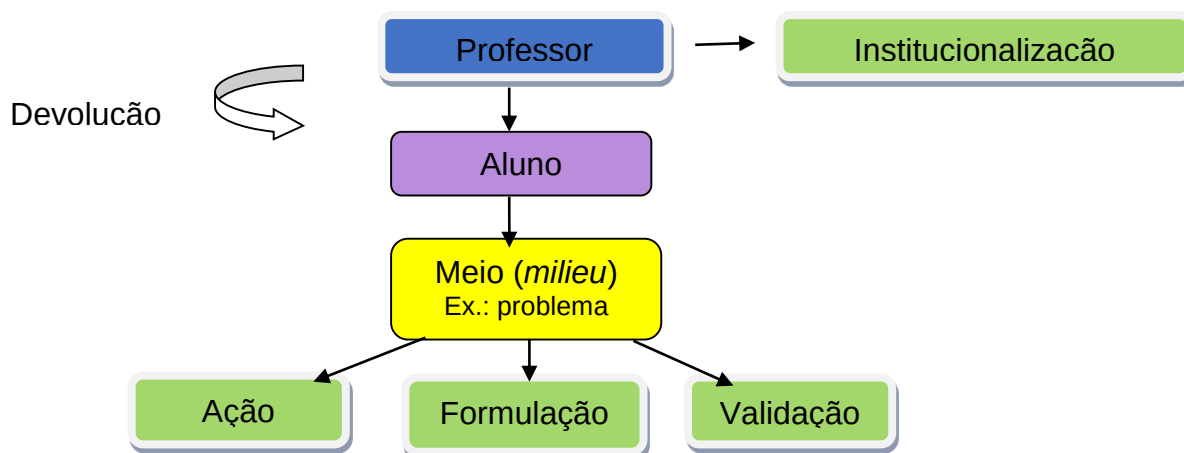
Provocar ação reflexiva do pensamento, desenvolvimento de estratégias e levantamento de hipóteses parece pois um objetivo que se pretende alcançar no processo de ensino-aprendizagem, especialmente ao tratar-se da educação matemática, o que faz dos problemas meios eficazes.

O contexto no qual ocorre a interação entre aluno e o saber, por intermédio do meio material (problema, jogo, atividade...) é a situação didática, que, na visão de Brousseau (2007), devem ser planejadas, desenhadas pelo professor para que todos os alunos se apropriem do conhecimento de forma significativa. Para isso, o professor deve propor ao aluno a situação com a intenção de ensinar determinado conhecimento, porém de forma velada, para que ele encontre sozinho a resposta e o conhecimento.

A situação didática engloba a situação adidática, assim denominada pelo autor como aquela em que o aluno toma as rédeas da situação de aprendizagem, ou seja, decide, faz escolhas, formula hipóteses, justifica suas ações, sem a interferência do professor, agindo de forma autônoma e com base em conhecimentos já construídos e institucionalizados anteriormente, em outras situações didáticas.

Nesse processo interativo, a teoria aponta o surgimento de quatro situações dialéticas: ação, formulação, validação e institucionalização. Toda essa dinâmica se inicia quando o professor, através da situação de Devolução, cede ao aluno parte da responsabilidade pela aprendizagem. A devolução se configura a partir do momento em que o aluno aceita essa transferência, protagonizando sua aprendizagem, que se desenvolverá nas etapas de ação, formulação e validação. Na última etapa, a institucionalização, o professor retoma a responsabilidade pela aprendizagem, conforme ilustra o diagrama a seguir.

Figura 4. Diagrama das situações didáticas.



Construído a partir de Brousseau (2007).

Essas etapas não são hierárquicas, podendo ocorrer em vários momentos durante as situações didáticas, conforme Brousseau (2007), essas situações dialéticas ou de interação entre aluno, professor e saber podem ser definidas assim:

- a) dialética de ação: o aluno protagoniza seu aprendizado, tomando decisões, fazendo escolhas, é um momento de produção de conhecimento mais operacional, pois ele não precisa justificar suas ações;
- b) dialética de formulação: O aluno faz uso da linguagem, que não precisa ser matemática, podendo ser mais contextualizada para que todos os envolvidos possam entender; formula informações ou debates.
- c) dialética de validação: É o momento de provar aquilo que foi descoberto ou redescoberto pelo aluno, ele valida ou invalida suas ações e formulações feitas nas etapas anteriores.
- d) dialética de institucionalização: O professor faz afirmações, traz informações adicionais, pode corrigir os eventuais erros que surjam no processo.

Pode-se dizer que as situações didáticas ficam evidentes nas etapas de ação, de formulação e de validação, onde o aluno está com parte da responsabilidade pela aprendizagem, assumindo a consequência disso, portanto, nelas ele cria estratégias, levanta possibilidades de resolução, formula conceitos, faz suas conjecturas e valida ou invalida as hipóteses e ações desenvolvidas nas outras etapas.

Finalizado estas três etapas, o professor retoma a responsabilidade pela aprendizagem na etapa de institucionalização, onde pode acrescentar informações,

validar ou invalidar as formulações dos alunos, ou seja, conferir se houve aquisição de conhecimento, e, por fim, institucionaliza o saber junto aos alunos.

Através das situações didáticas, portanto, é possível observar o desempenho autônomo e uma aprendizagem com real valor para os alunos. Suas contribuições na didática da matemática são indiscutíveis e serão melhor discutidas no próximo tópico.

3. Contribuições na educação matemática e produções científicas no Brasil.

A Teoria das Situações Didáticas foi desenvolvida com foco na didática da matemática, mas é utilizada também em outras áreas de conhecimento. Em um breve levantamento, foram encontrados trabalhos relativos ao seu conceito, a outras teorias da matemática, e ainda a conteúdos de ensino, tanto dentro da matemática, quanto em áreas do conhecimento, como ciências e física.

É na matemática, contudo, que ela se mostra mais expressiva. Pesquisas aplicando a teoria em sala de aula para o ensino de geometria, inequações, operações e tantos outros foram identificados.

A TSD também aparece relacionada a outras teorias, como a dos Campos Conceituais, a Antropológica do Didático, aos Jogos de Quadros e a Gênese Instrumental. Alguns dos trabalhos foram aqui selecionados, tomando como critério a publicação por universidades ou encontros e revistas educacionais. A pesquisa buscou trabalhos entre as décadas de 1990, 2000, 2010 e 2020. Estes trabalhos foram organizados no quadro abaixo, contendo seus títulos, autores, instituição e ano de publicação.

Quadro 1. Trabalhos envolvendo TSD e outras teorias matemáticas.

Trabalhos relacionados	Título	Autores	Instituição	Ano
TSD e Teoria dos Campos Conceituais	As Teorias de Guy Brousseau e Gerard Vergnaud Como Auxílio em uma Intervenção Matemática	Rafael José Alves do Rego Barros; Joseane Maria da Silva Souza; Monica Dias do Nascimento; Zélia Jófili	Educon – IV Colóquio Educação e Contemporaneidade	2010
	Fundamentos norteadores das teorias da Educação	Saddo Ag Almouloud	Amazônia – Revista de Educação em	2017

TSD e Teoria Antropológica do didático	Matemática: perspectivas e diversidade		Ciências e Matemática	
TSD e Jogo de quadros	A Teoria das Situações Didáticas e a dialética ferramenta-objeto: um quadro comparativo	Wagner Marcelo Pommer	UEMS	2013
TSD e Gênese Instrumental	A integração do instrumento ao campo da engenharia didática	Silvana Bernardes Rosa	UFSC	1998

A relação com essas teorias ratifica a importância dos aspectos contidos na Teoria das Situações Didáticas para a educação matemática. Foram encontrados, também, Teses de Doutorado, Dissertações de Mestrado e um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), datados a partir do final dos anos 2000, elencados no quadro abaixo informando o título, a autoria e a instituição de ensino.

Título	Tipo de trabalho	Autoria	Instituição
A neuroeducação e a teoria das situações didáticas: uma proposta de aproximação para atender à diversidade em sala de aula	Tese de doutorado	Ferreira (2020)	Universidade Federal do Pará –UFPA
Formação de professores que ensinam matemática: experiência fundamentada na teoria das situações didáticas explorando o campo conceitual multiplicativo	Tese de doutorado	Reges (2020)	Universidade Estadual do Ceará
Ensino e aprendizagem da integral de Riemann de funções de uma variável real: possibilidades de articulação da utilização de Mapas Conceituais com a teoria dos registros de representações semióticas	Tese de doutorado	Cargnin (2013)	Universidade Estadual de Maringá
Uma sequência didática para abordar O Sistema Internacional de Unidades	Dissertação de Mestrado	Rotondo (2021)	Universidade Federal de Uberlândia
Situações didáticas olímpicas para o ensino de sequências numéricas: um contributo da engenharia didática	Dissertação de Mestrado	Lima (2019)	Universidade Federal do Ceará

O desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações Funcionais com uso de padrões matemáticos: uma compreensão à luz da Teoria das Situações Didáticas	Dissertação de Mestrado	Silva Júnior (2016)	Universidade Estadual da Paraíba
Situações didáticas e educação estatística: uma Proposta de aprendizagem no estudo de centralidade Para o ensino médio	Dissertação de Mestrado	Nascimento (2015)	Universidade Federal de Juíz de Fora
Metodologia de ensino do conceito de função exponencial à luz da teoria das situações didáticas	Dissertação de Mestrado	Rozanski (2015)	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Analisando contribuições da Teoria das Situações Didáticas no ensino e na aprendizagem da estatística e das probabilidades no ensino fundamental	Dissertação de Mestrado	Silva (2015)	Universidade Federal de Ouro Preto
A Aprendizagem das Funções Trigonométricas na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas	Dissertação de Mestrado	Fonseca (2011)	Universidade Federal de Sergipe
A Teoria das Situações Didáticas para o ensino e aprendizagem de Parábolas no contexto do ensino remoto emergencial	TCC	Barzeque 2021	Universidade Federal do Pampa

Esses trabalhos serão aqui brevemente comentados, no tocante ao objeto de estudo e às conclusões as quais os autores chegaram. A tese de doutorado de Ferreira (2020), publicada pela Universidade Federal do Pará, intitulada “A neuroeducação e a teoria das situações didáticas: uma proposta de aproximação para atender à diversidade em sala de aula” relaciona a TSD com os processos de neuroeducação.

No estudo, o autor apresenta uma “Proposta Neuroeducacional de aplicação da TSD” e mostra que um acompanhamento individual do professor nas Situações em Contextos Didáticos (CSD) pode auxiliar os alunos que apresentam dificuldade na aprendizagem de matemática ou sinais de ansiedade matemática, favorecendo o desempenho nesta disciplina, além do aumento da auto-estima e de reações positivas face aos desafios das situações-problema da TSD.

Reges (2020) também pesquisou a TSD relacionando-a a formação dos professores de matemática. Na tese, que teve como título “Formação de professores

que ensinam matemática: experiência fundamentada na teoria das situações didáticas explorando o campo conceitual multiplicativo”, publicada pela Universidade Estadual do Ceará, a autora busca o elo entre a TSD e a Teoria dos Campos Conceituais para proporcionar aos professores em formação continuada condições de planejar uma sequência didática para alcançar determinado objetivo da aprendizagem matemática, neste caso os relativos ao campo conceitual multiplicativo.

Na pesquisa, envolvendo professoras do 4º e 5º de escolas públicas municipais, mostrou-se positiva a compreensão dos avanços provocados pelo trabalho em grupo e pelas manifestações espontâneas dos alunos na construção do conhecimento. Contudo, foi revelado o pouco conhecimento que as docentes detinham da TSD, a dificuldade que elas apresentaram para romper com o protagonismo do professor em prol das ações dos alunos e para formular, na sequência, atividades que de fato agucem a curiosidade e o interesse estudantil, necessários para a aplicação da teoria em tela.

Essa conclusão expõe o pouco conhecimento matemático das professoras primárias decorrente da formação inicial e a importância de existirem formações continuadas que possam preencher essas lacunas e modificar práticas enraizadas como, por exemplo, a necessidade do protagonismo docente.

Cargnin (2013) relaciona a Teoria de Registros das Representações Semióticas à Teoria das Situações Didáticas como suporte teórico para o ensino da Integral de Riemann. A tese recebe o título de “Ensino e aprendizagem da integral de Riemann de funções de uma variável real: possibilidades de articulação da utilização de Mapas Conceituais com a Teoria dos Registros de Representações Semióticas” e foi publicada pela Universidade Estadual de Maringá (PR).

A pesquisa teve a sequência didática aplicada a alunos dos cursos de Engenharia Civil, Engenharia Ambiental, Engenharia de Produção e Licenciatura em Química e envolveu a elaboração e/ou alteração de Mapa Conceitual utilizando *softwares*. A tese concluiu que as atividades que proporcionavam protagonismo dos alunos, além de desenvolver maior autonomia e um aprendizado mais significativo.

Rotondo (2021) em sua dissertação de mestrado, intitulada “Uma sequência didática para abordar O Sistema Internacional de Unidades” (Universidade Federal de Uberlândia) aplicou a TSD ao ensino do Sistema Internacional de Unidades (SI) a

alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola estadual (Franca/SP). A sequência didática atendeu as quatro fases da teoria e comprovou que sua utilização proporciona maior interesse e participação discente, além de desenvolver o raciocínio lógico e garantir uma aprendizagem com significado e eficácia.

Lima (2019), no intuito de pesquisar as situações-problema típicas daquelas encontradas na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), elaborou uma Sequência Didática Olímpica (SDO) para o ensino de sequências numéricas, tomando por base a TSD e tendo como recurso auxiliar o *software* Geogebra. A autora, na dissertação de mestrado "Situações didáticas olímpicas para o ensino de sequências numéricas: um contributo da engenharia didática", publicada pela Universidade Federal do Ceará, utilizou as quatro fases da TSD (ação, formulação, validação e institucionalização) e produziu um material contendo uma abordagem alternativa aos professores de matemática do ensino médio envolvendo Problemas Olímpicos (PO).

Na dissertação de mestrado com título "O desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais com uso de Padrões Matemáticos: uma compreensão à luz da Teoria das Situações Didáticas", da Universidade Estadual da Paraíba, Silva Júnior (2016) utilizou a TSD no ensino da Álgebra, trabalhando com Padrões Matemáticos. O autor concluiu que por meio da aplicação da teoria é possível alcançar a construção de um conhecimento significativo, permitindo o desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais.

Nascimento (2015) pesquisou a aplicação da TSD no ensino de medidas de centralidade em estatística, pela Universidade Federal de Juíz de Fora. Em sua dissertação de mestrado, intitulada "Situações didáticas e educação estatística: uma proposta de aprendizagem no estudo de centralidade para o ensino médio" concluiu que uma sequência didática pode oferecer aos alunos uma aprendizagem mais eficiente favorecendo sua postura diante de situações problemas do dia-a-dia.

Rozanski (2015) realizou a pesquisa "Metodologia de ensino do conceito de função exponencial à luz da Teoria das Situações Didáticas", encontrada no repositório da Universidade Tecnológica do Paraná. Na dissertação, a pesquisadora busca trabalhar o ensino deste componente curricular por meio das sequências didáticas, conforme sugere a TSD, e relacionando-a ao Registro de Representações Semióticas

de Duval. Conclui a autora, que a aprendizagem foi consideravelmente mais significativa, permitindo aos alunos compreender os aspectos da função exponencial, resolver e elaborar problemas com esse conteúdo.

Silva (2015) no trabalho de dissertação de mestrado “Analisando contribuições da Teoria das Situações Didáticas no ensino e na aprendizagem da Estatística e das Probabilidades no ensino fundamental”, pela Universidade Federal de Ouro Preto, pesquisou os efeitos da aplicação da TSD para o ensino da Estatística e das Probabilidades com uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. O autor pontuou que ficaram evidentes os retornos positivos da utilização desta teoria no ensino destes conteúdos, apontando para posturas mais propositivas e investigativas dos alunos, além do domínio dos referidos saberes matemáticos.

Fonseca (2011) publicou pela Universidade Federal de Sergipe a dissertação de mestrado “A Aprendizagem das Funções Trigonométricas na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas”, onde pesquisou o resultado da aplicação da TSD para o ensino das funções trigonométricas, utilizando como recurso tecnológico o computador. A sequência didática foi realizada com alunos do 1º ano de um curso médio técnico integrado, do estado de Sergipe, e concluiu que por meio da TSD a construção do conhecimento se deu de forma mais significativa permitindo a participação dos alunos no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Barzeque (2021) em seu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), intitulado “A Teoria das Situações Didáticas para o ensino e aprendizagem de Parábolas no contexto do ensino remoto emergencial”, realizado pela Universidade Federal do Pampa, o autor pesquisou os efeitos de uma sequência didática pautada na TSD para o ensino de Parábolas, na modalidade remota, tendo como público alvo os estudantes do componente curricular Geometria Analítica, da UNIPAMPA.

Foi revelada, no estudo, uma limitação da aplicação da TSD na modalidade remota, pela impossibilidade de realizar com eficácia as situações adidáticas, propostas pela teoria. Contudo, o autor evidencia a importância de se pensar em formas de utilizar os pressupostos da teoria de uma maneira remota, mas que garanta o protagonismo discente.

Estes trabalhos acadêmicos elucidam a importância da Teoria das Situações Didáticas para o ensino da matemática como aporte teórico para diversas situações

em que se pretenda um ensino propositivo e investigativo que favoreça a autonomia dos alunos e o desenvolvimento do seu pensamento reflexivo. O último deles (o TCC) expôs uma limitação da teoria, quando utilizada em condições não presenciais, especialmente pela ausência ou redução de interações entre os alunos e entre eles e o docente, além da dificuldade para que o professor possa observar a produção independente do aluno. Pode-se considerar, contudo, esta limitação como um desafio para a aplicação da teoria.

Além dos trabalhos obrigatórios para a conclusão de cursos ou obtenção de títulos, foram reunidos alguns artigos publicados em eventos ou revistas educacionais que serão brevemente discutidos a seguir, informando a autoria, o título, a instituição e um ligeiro comentário a respeito das conclusões obtidas após as pesquisas.

Lima, Bianchini e Gomes (2019), no artigo “Comparação entre a teoria das Situações Didáticas e a Matemática no Contexto das Ciências de Camarena”, comparam as duas abordagens da didática da matemática, evidenciando algumas semelhanças e diferenças, inclusive quanto ao nível de ensino nos quais podem ser aplicadas (MCC, de autoria da mexicana Patrícia Camarena, desenvolvida para o ensino superior e a TSD aplicável a qualquer nível). Os autores concluem que, apesar das diferenças, existem semelhanças significativas entre as duas teorias, tais como a construção do conhecimento pelo próprio aluno e momentos de contextualização e descontextualização no processo de ensino e aprendizagem, por exemplo.

Almeida, Nery, Sá e Santana (2019) publicaram o artigo “Situações didáticas com o Geogebra: construindo o arco capaz e quadriláteros inscritíveis”, pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). O trabalho investigou a aplicação de uma Sequência Didática (SD) com base na TSD, nas quais os alunos passaram pelas fases de ação, formulação, validação e institucionalização. Na conclusão dos autores os resultados obtidos foram positivos, já que houve aprendizado significativo, além da contribuição que o *software* Geogebra proporcionou durante a aplicação da SD, pelo seu caráter dinâmico.

Maranhão e Manrique (2014) publicaram o trabalho “Pesquisas que articulam a Teoria das Situações Didáticas em Matemática com outras Teorias: concepções sobre aprendizagem do professor”. Neste artigo, as autoras fazem uma *metassíntese* de artigos que relacionam a TSD com outras teorias, tais como a Perspectiva de Sistemas

e a Etnomatemática, expondo as concepções de aprendizagem do professor, que pode considerar o papel do formador como essencialmente acadêmico ou ter na *expertise* o direcionamento para sua formação, além de um importante aspecto da TSD, a curiosidade.

Miranda (2020) publicou “Teoria Das Situações Didáticas (TSD): Contextualização E Compreensão Na Educação Matemática”, no VII Congresso Nacional de Educação (CONEDU), onde relaciona a teoria e sua aplicação no cotidiano escolar. No artigo, a autora faz um breve apanhado das principais características da TSD, tais como fases, *milieu* (meio) e o triângulo didático e exemplifica a aplicação da teoria no ensino dos números primos. O modelo foi apresentado em seminário a outros alunos do curso de licenciatura em Matemática na busca de apresentar a TSD como uma teoria importante para cursos de formação docente por proporcionar aprendizado significativo e postura autônoma dos alunos.

Oliveira (2018), em seu trabalho “Os momentos da teoria das situações didáticas no ensino de matemática” buscou entender o uso da teoria no ensino da matemática, analisando as situações dialéticas de devolução, ação, formulação, validação e institucionalização. Neste artigo, o autor infere que a TSD mostra-se como uma importante aliada para o ensino da matemática, pois permite ao professor controlar e validar determinada atividade realizada durante a aula.

Nunes e Nunes (2019) realizaram uma pesquisa teórica, cujo título é “Modelos constitutivos de sequências didáticas: enfoque na Teoria das Situações Didáticas”, onde cunharam reflexões acerca do uso das sequências didáticas com base na TSD. Os autores defendem no artigo que o uso de sequências baseadas na referida teoria dá ao professor condições para contextualizar o saber científico e permitir ao aluno que se adapte, de forma autônoma, ao meio (*milieu*) o que favorecerá a construção do seu próprio conhecimento.

Brousseau (2006), no artigo “A Etnomatemática e a Teoria das Situações Didáticas”, relaciona a TSD e a Teoria das Situações Didáticas em Matemática (TSDM) à Etnomatemática, trazendo os pressupostos sobre professor, conhecimento, saber e cultura ligados às situações de ensino. Em poucas palavras, para o autor, a TSDM pode

incorporar práticas didáticas que envolvam os sujeitos de determinada cultura, promovendo assim o encontro desses dois campos da educação matemática.

Silva, Ferreira e Tozetti (2015), travaram algumas análises sobre aspectos da teoria no artigo "Um Estudo Sobre A Situação Didática De Guy Brousseau". Os autores definem pontos a respeito do conceito de situação didática e suas etapas, bem como sobre a importância do *milieu* (meio) no processo. Além disso, relacionam a TSD à Engenharia Didática, método de aplicação da TSD desenvolvido por Michelle Artigue (1996), caracterizando-se tanto como método de trabalho docente como de pesquisa qualitativa. Fica evidenciado no artigo como os aspectos da TSD proporcionam ao aluno momentos de produção autônoma do conhecimento.

Em congruência com esta pesquisa, elenca-se aqui o trabalho de Teixeira, Teixeira e Souza (2016), intitulado de "Teoria das Situações Didáticas e seus elementos para o ensino de Física e Matemática". Os autores apontam contribuições que a TSD apresenta no ensino da física, exemplificando com algumas pesquisas envolvendo a utilização de sequências didáticas para o ensino da referida ciência e o uso da Engenharia Didática como metodologia para analisar a aprendizagem sobre a propagação de ondas sonoras. Os autores concluem que a TSD traz contribuições significativas para o ensino da física e da matemática, permitindo ao aluno um papel ativo rumo ao desenvolvimento de um pensamento crítico.

Sousa, Azevedo e Alves (2021) publicaram "Engenharia Didática e a Teoria das Situações Didáticas: um contributo ao ensino de geometria analítica com o Software Geogebra". Os autores apresentam no artigo os benefícios que a TSD traz ao ensino da geometria analítica sem um viés tradicional, permitindo aos licenciandos de matemática o conhecimento de condições do trabalho docente mais propositivas que tenham como fruto uma produção autônoma do conhecimento discente.

Em linha similar, Silva, Alves e Menezes (2020) desenvolveram pesquisa com o título "Aspectos Da Teoria Das Situações Didáticas Aplicada Ao Ensino De Geometria Plana Referente A Problemas Das Olimpíadas De Matemática Com Amparo Do Software Geogebra", onde elaboraram uma Sequência Didática Olímpica (SDO) com os momentos da TSD (ação, formulação, validação e institucionalização) para o ensino da geometria plana com questões da OBMEP, tendo como principal recurso para a transposição didática o Geogebra. Os autores concluem que uma SDO é um importante

recurso metodológico para o docente e torna o processo de ensino e aprendizagem mais dinâmico favorecendo o desempenho dos alunos.

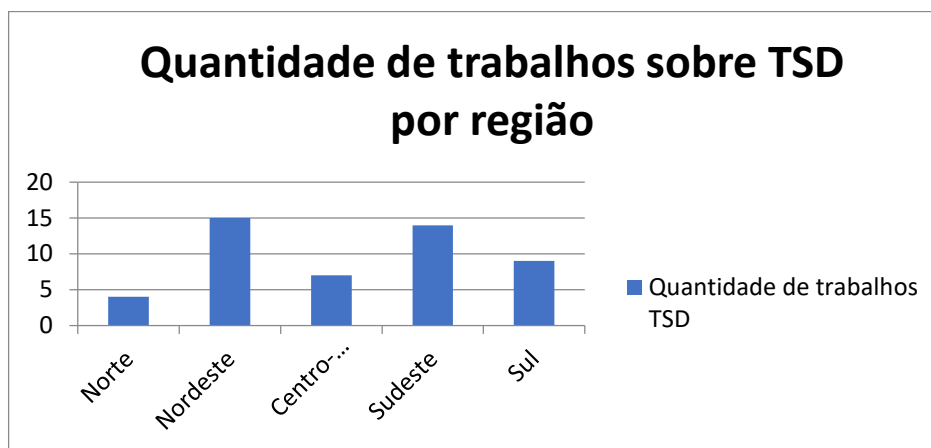
Silva, Nascimento, Freitas, Freitas e Fonseca (2019), no trabalho “A teoria das situações didáticas como metodologia de ensino e aprendizagem de concepções científicas em ciências e matemática” realizaram atividades experimentais envolvendo as propriedades da água, onde aplicaram as fases de ação, formulação, validação e institucionalização. Com a pesquisa, os autores compreendem que a TSD, aliada a atividades experimentais, favorece uma aprendizagem contextualizada, além disso, as práticas de reflexão e levantamento de hipóteses direcionam para o desenvolvimento de um pensamento crítico e reflexivo.

Lobo, Jesus e Madruga (2017) pesquisaram a “Teoria das Situações Didáticas: uma proposta de ensino de Inequações utilizando a Régua Trigonométrica”, onde fizeram uso de sequências didáticas envolvendo a régua trigonométrica como instrumento facilitador para o ensino das inequações. Foi observado pelos autores que a aprendizagem decorrente de uma sequência didática, aos moldes da TSD, aliada ao uso do recurso manipulável, mostrou-se mais significativa e oportunizou aos alunos a construção do seu próprio conhecimento.

Lamblém e Bittar (2018) publicaram o trabalho “Reflexões sobre a teoria das situações didáticas por duas pesquisadoras em diferentes estágios da vida acadêmica”, onde refletem sobre a TSD cada uma conforme o momento acadêmico em que vivem, uma jovem pesquisadora e a outra quem a orienta, mas ambas formadoras de professores. As autoras apontam que os conhecimentos relativos à Teoria das Situações Didáticas permitem aos docentes o planejamento de aulas mais ricas e interessantes, promovendo uma educação crítica e reflexiva aos discentes.

Esses e outros trabalhos se desenvolveram ao longo do território brasileiro, com maior concentração em algumas regiões, conforme se observa no gráfico a seguir.

Trabalhos sobre a Teoria das Situações Didáticas por Região Brasileira



Pode-se observar que as regiões Nordeste e Sudeste concentram a maior parte das produções científicas nessa área, com 15 e 14, respectivamente, seguidas da região Sul, com 9. As regiões com menor número de estudos sobre a TSD são Centro-Oeste, onde foram encontrados 7 trabalhos, e Norte com apenas 4.

Como mostram os trabalhos relatados, a Teoria das Situações Didáticas é utilizada tanto como teoria que pode ser aplicada ao contexto de sala de aula, favorecendo o processo de ensino e aprendizagem de forma significativa, quanto como método de pesquisa, através da Engenharia Didática, evidenciando a importância e as contribuições desta teoria para a educação matemática e para outras áreas do conhecimento.

Por trazer aspectos relativos à didática da matemática e, consequentemente, auxiliar no processo de ensino-aprendizagem, a Engenharia Didática mostra-se de relevante importância para os cursos de graduação e de pós-graduação em matemática e em pedagogia, uma vez que preparam profissionais para atuarem em sala de aula promovendo a educação dos futuros docentes do país.

4. Considerações finais

Este trabalho objetivou estabelecer uma análise sobre a Teoria das Situações Didáticas do francês Guy Brousseau, evidenciando algumas contribuições na educação matemática e pesquisas feitas no território brasileiro.

Foi realizada uma análise sobre os sujeitos da teoria e a tríade por eles formada (aluno – professor – saber), ficando esclarecido que, dentro da teoria, há uma intrínseca relação entre estes autores, não havendo prevalência de quaisquer que sejam. Além disso, foram discutidos os aspectos da teoria, tais como a transposição didática, o contrato didático, os efeitos decorrentes do contrato e a importância do *milieu* (meio) para que o aluno se relacione com aquele saber pretendido pelo docente.

No contexto de aprendizagem, foram esclarecidas as etapas das situações adidáticas, a saber: ação, formulação, validação e institucionalização, bem como a atuação do professor, como organizador/orientador nas três primeiras e com papel mais ativo na última, permitindo a autonomia discente no processo.

Na pesquisa realizada sobre os trabalhos científicos envolvendo a teoria, ficou demonstrado que a TSD é utilizada em áreas do conhecimento como a física e a ciência, contudo é em matemática que ela encontra expressividade. Seja relacionada a outras teorias da referida disciplina, como a Teoria dos Campos Conceituais, a Antropológica do Didático, os Jogos de Quadros ou a Gênese Instrumental, seja atrelada aos conteúdos matemáticos de variadas séries ou níveis de ensino, a teoria mostrou-se rica do ponto de vista da didática da matemática.

Nos trabalhos em que a teoria foi aplicada de forma empírica em sala de aula, houve retorno positivo dos discentes quanto à participação, interesse, e desenvolvimento da autonomia, tanto no ensino escolar, quanto em cursos de licenciatura, o que ratifica a importância da teoria no campo do ensino da matemática.

Concluiu-se que a teoria em tela apresenta pesquisas relacionadas à área educacional, além de outras, e contem aspectos relevantes para a educação matemática, uma vez que permite olhar para o contexto onde ocorre a aprendizagem, considerando professor, aluno e saber como sujeitos basilares da educação, proporcionando uma ação educativa com princípios de autonomia e desenvolvimento cognitivo capaz de promover um aprendizado significativo com consequente transformação do aluno.

6. REFERÊNCIA

ALMEIDA, Nery, Sá e Santana. Situações Didáticas Com O Geogebra: Construindo O Arco Capaz E Quadriláteros Inscritíveis. UFPE, 2019.

AMOLOUD, Saddo Ag. Fundamentos da didática da matemática. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

AMOLOUD, Saddo Ag; KLUTH, VeridaSperidião. TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA EM CHEVALLARD: conceitos e teorização primordiais para a Teoria Antropológica do Didático. Revista Eletrônica de Educação Matemática REVEMAT, UFSC, Florianópolis, v. 15, n 1, p. 01-22, 2020.

BAZERQUE, Vitor Lemos. A Teoria das Situações Didáticas para o ensino e aprendizagem de Parábolas no contexto do ensino remoto emergencial. 110 p. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, Bagé, 2021.

BROUSSEAU, Guy. "A etnomatemática e a teoria das situações didáticas". Tradução: Saddo Ag Almouloud – PUC-SP e Cileda de Queiroz e Silva Coutinho - PUC-SP. Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v. 8, n. 2, pp. 267-281, 2006.

BROUSSEAU, Guy. Iniciación al estudio de La teoria de las situaciones didáticas – 1ª ed. – Buenos Aires: Libros Del Zorzal, 2007. Traducido por: Dilma Fregona.

CARGNIN, Claudete. Ensino e aprendizagem da integral de Riemann de funções de uma variável real: possibilidades de articulação da utilização de Mapas Conceituais com a Teoria dos Registros de Representações Semióticas. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá. Maringá, p. 416, 2013.

FERREIRA, M. V. V.; FERREIRA, A. T.; SOUZA, M. A. V. F.; "Teoria das Situações Didáticas e seus elementos para o ensino de Física e Matemática", p. 25-27 . In: Anais do VII Encontro Científico de Física Aplicada [=BlucherPhysicsProceedings, v.3 n.1]. São Paulo: Blucher, 2016.

FERREIRA, Hércio da Silva. A neuroeducação e a teoria das situações didáticas: uma proposta de aproximação para atender à diversidade em sala de aula. Orientador: Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves. 2020. 121 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2020.

FONSECA, Laerte S. A Aprendizagem das Funções Trigonométricas na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Sergipe. São Cristovão, p. 195. 2011.

KIKUCHI, Luzia Maya; TREVIZAN, Wanessa Aparecida. Obstáculos Epistemológicos na Aprendizagem de Grandezas e Medidas na Escola Básica. XIV EBRAPEM, Campo Grande, MS. 2010.

LAMBLÉM, Regina Litz; BITTAR, Marilena. Reflexões sobre a teoria das situações didáticas por duas pesquisadoras em diferentes estágios da vida acadêmica. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.20, n.2, pp.202-221, 2018.

LIMA, Gabriel Loureiro De, BIANCHINI, Barbara Lutaif, GOMES, Eloiza. Comparação entre a teoria das Situações Didáticas de Brousseau e a Matemática no Contexto das Ciências de Camarena. EMP, PUC/SP, 2019.

LOBO, W., JESUS, G., & MADRUGA, Z. E. Teoria das Situações Didáticas: uma proposta de ensino de Inequações utilizando a Régua Trigonometrica. *Com a Palavra, O Professor*, 2017, 2(4), 25-46.

MARANHÃO, M. C. S. DE A.; MANRIQUE, A. L. Pesquisas que articulam a Teoria das Situações Didáticas em Matemática com outras Teorias: concepções sobre aprendizagem do professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 7, n. 15, 20 dez. 2014.

MIRANDA, Neiva Guimarães. Teoria das situações didáticas (tsd): contextualização e compreensão na educação matemática. VII CONEDU - Edição Online... Anais... Campina Grande: Realize Editora, 2020.

NASCIMENTO, Sandro Grossi. Situações didáticas e educação estatística: uma proposta de aprendizagem no estudo de centralidade para o ensino médio. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, p. 105. 2015.

NUNES, R. da S., NUNES, J. M. V.. Modelos constitutivos de sequências didáticas: enfoque na teoria das situações didáticas. *Revista Exitus*, 9(1), 148-174, 2019.

OLIVEIRA, F. W. S. Os momentos da teoria das situações didáticas no ensino de matemática. REMAT: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 4, n. 2, p. 10–20, 2018.

POMMER, Clarice Perez Carvalho Retroz; POMMER, Wagner Marcelo. Uma situação a-didática em sala de aula para introduzir a noção de multiplicação. Anais... [São Carlos]: [s.n.], 2010.

REGES, Maria Auricélia Gadelha. Formação de professores que ensinam matemática: experiência fundamentada na teoria das situações didáticas explorando o campo conceitual multiplicativo. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual do Ceará. Fortaleza, p. 196. 2020.

ROTONDO, Márcio Leandro. Uma sequência didática para abordar O Sistema Internacional de Unidades. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Uberlândia, p. 166. 2021.

ROZANSKI, Emilene Funez. Metodologia de ensino do conceito de função exponencial à luz da teoria das situações didáticas. 2015. 116 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2015.

SILVA, Fabrícia Lúcia Costa Ferreira da. Analisando contribuições da Teoria das Situações Didáticas no ensino e na aprendizagem da Estatística e das Probabilidades no ensino fundamental. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, p. 162. 2015.

SILVA, Nilson Alves da, FERREIRA, Marcus Vinícius Vieira e TOZETTI, Karla Dubberstein. "UM ESTUDO SOBRE A SITUAÇÃO DIDÁTICA DE GUY BROUSSEAU". Educere. PUC/ PR, 2015, p. 19950 - 19961.

SILVA, J. G. A.; ALVES, F. R. V.; MENEZES, D. B. Aspectos Da Teoria Das Situações Didáticas Aplicada Ao Ensino De Geometria Plana Referente A Problemas Das Olimpíadas De Matemática Com Amparo Do Software Geogebra. ReviSeM, SE, Ano 2020, Nº. 2, p. 328 – 342.

SILVA, Kleyfton Soares da, et al. A teoria das situações didáticas como metodologia de ensino e aprendizagem de concepções científicas em ciências e matemática. Caminhos da Educação Matemática em Revista, Aracaju, v. 9., n. 3, p. 25-36, 2019.

SILVA JÚNIOR, Luciano Moreira da. O desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais com uso de padrões matemáticos: uma compreensão à luz da Teoria das Situações Didáticas. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, p. 174. 2016.

SOUSA, Renata Teófilo de; AZEVEDO Italandia Ferreira de; ALVES, Francisco Régis Vieira. "ENGENHARIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UM CONTRIBUTO AO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA. Rev. Binacional Brasil-Argentina. Vit. Da Conq./ BH, Santa Fé/ Argentina, 2021.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães; PASSOS, Claudio Cesar Manso. Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau. Zetetiké – FE/Unicamp – v. 21, n. 39 – jan/jun 2013.

Capítulo 9

Teoria dos Campos Conceituais: considerações teóricas, filosóficas epistemológicas e análise das produções *stricto sensu* nacionais

Augusto Lacerda Lopes de Carvalho Júnior

Pedro Franco de Sá

1 INTRODUÇÃO

A Teoria dos Campos Conceituais foi elaborada pelo francês Gérard Vergnaud, matemático, filósofo, psicólogo, formado em Genebra, diretor de pesquisa do Centro Nacional de Pesquisa Científica da França e discípulo de Piaget. Trata-se de uma teoria psicológica do conceito, ou como Vergnaud define, teoria psicológica da conceitualização, tal teoria permite entender as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista de seu conteúdo conceitual (VERGNAUD, 1990).

A Teoria dos Campos Conceituais é tida como uma teoria cognitiva complexa, que resulta do processo paulatino de situações já adquiridas, de conceitualizações já firmadas, de métodos já internalizados, além da aquisição de palavras e símbolos necessários à significação dos conceitos e das operações envolvidas. Essa teoria tem por intuito refletir acerca do processo de aprendizagem em termos conceituais, de modo que torne a aprendizagem mais significativa por meio do contato com situações reais. Nesta teoria busca-se explicitar “como crianças e adolescentes adquirem e desenvolvem conceitos matemáticos, concebendo-os como sujeitos epistêmicos dotados de esquemas de pensamento e significações” (MUNIZ, 2009, p. 37).

O presente trabalho é fruto de diálogos e da construção coletiva do conhecimento no que tange as teorias de aprendizagem matemática que se efetivaram durante a disciplina de Fundamentos da Educação Matemática do Programa de Pós-graduação em Educação (PPGED) em nível de doutorado, da Universidade do Estado do Pará, oferecida no segundo semestre de 2021.

O presente trabalho tem por objetivo descrever os fundamentos teóricos, filosóficos e epistemológicos da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, além de investigar as produções contemporâneas em nível *stricto sensu* que se fundamentam nessa teoria da educação matemática.

No processo de ensino e aprendizagem é de suma importância compreender o modo como os sujeitos aprendem e as condições necessárias para tal aprendizagem, assim como é importante entender o papel do educador nesse processo, as teorias da aprendizagem tentam compreender essas relações, não obstante a Teoria dos Campos Conceituais auxilia nessa compreensão, por meio do processo de conceitualização, que é possível a partir de elementos bem determinados, a saber: campos conceituais, situações, esquemas, representações e invariantes operatórios.

Este texto, segundo Creswell e Creswell (2021), sustenta-se em uma pesquisa de caráter basicamente bibliográfico de abordagem qualitativa, por valer-se de materiais já publicados. Cabe destacar, que este texto também é fruto de investigações de teses e dissertações, constantes no Catálogo de Teses & Dissertações do banco de dados da plataforma mantida pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que se valeram em sua fundamentação teórica da Teoria dos Campos Conceituais. Nesta ótica, foi realizado um mapeamento das teses e dissertações com ênfase em seus títulos, ano de publicação, Instituições Programas de Pós-Graduação (PPG) e Grupos de Pesquisas às quais tais produções estavam vinculadas, além da observação quando a possíveis conexões com outras teorias de aprendizagem.

Este trabalho é composto, além desta introdução, por mais três seções. Na seção imediatamente seguinte, é dissertado sobre referências teóricas, filosóficas e epistemológicas que compõe a Teoria dos Campos Conceituais. Em seguida é apresentada considerações gerais sobre pesquisas nacionais *stricto sensu* que se valeram da Teoria dos Campos Conceituais para a fundamentação teórica de suas produções. Por fim é apresentado as considerações finais do texto e referências utilizadas.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS, FILOSÓFICOS E EPISTEMOLÓGICOS SOBRE A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

2.1 ALGUNS SUBSÍDIOS TEÓRICOS E/OU FILOSÓFICOS DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Para o desenvolvimento de sua teoria, Gerárd Vergnaud tomou por base, principalmente os pensamentos do biólogo Jean Piaget e do psicólogo Lev Vygotsky, devido à natureza cumulativa dos conhecimentos é natural que esses dois últimos pesquisadores tenham se apoiado em outros estudiosos – ver (LOPES, SÁ e DARSIE, 2018) - porém neste tópico nos atentaremos para as contribuições diretas destes pesquisadores.

Jean Piaget (1896-1980), foi orientador de doutoramento de Gérard Vergnaud, tendo, portanto, fortes influências na constituição da Teoria dos Campos Conceituais. A noção de esquema (ver tópico 2.5) foi a principal contribuição dos fundamentos de Piaget à Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, na perspectiva piagetiana os esquemas estão no âmago do processo de adaptação das estruturas cognitivas, na assimilação e na acomodação, porém, Vergnaud, em uma concepção mais ampla, entende os esquemas como inter-relacionados às situações (ver tópico 2.4) em que os requiere, assim Vergnaud propõe a interação esquema e situação, em contrapartida à ideia piagetina da interação sujeito-objeto.

Além do mais, para Vergnaud, Piaget não percebeu que o desenvolvimento cognitivo depende de situações e de conceitualizações apropriadas para o entendimento das mesmas. Para Moreira (2002, p. 7) Vergnaud enfatiza que Piaget “não percebeu o infrutífero que é tentar reduzir a complexidade conceitual, progressivamente dominada pelas crianças, a algum tipo de complexidade lógica geral”.

Vergnaud, no que tange a didática da matemática, estudou em profundidade as estruturas aditivas e as estruturas multiplicativas para tentar compreender as dificuldades dos sujeitos em relação a esses saberes. Para o pesquisados as dificuldades dos sujeitos não são as mesmas de um campo conceitual para outro (VERGNAUD, 1996).

Gerárd Vergnaud sugere que os conhecimentos estão estruturados em campos conceituais (ver tópico 2.2), internalizados pelos sujeitos que são ampliados ao longo do tempo, por meio das interações com diferentes situações.

Vergnaud toma como premissa que o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem (1982, p. 40). O

teórico, reconhece que sua teoria foi positivamente influenciada pelas concepções de campos conceituais gestados por Lev Vygotsky, além da importância que Vergnaud deu à interação social, à linguagem e à simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos (MOREIRA, 2002, p. 8).

A Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud é uma teoria cognitivista, cujo principal objetivo é sugerir uma estrutura para as investigações acerca das ações cognitivas complexas, visando compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos sob a ótica do conteúdo conceitual correlato, inicialmente esta teoria foi desenvolvida com o intento de “explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espço e da álgebra” (1993, p. 1).

A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, nomeadamente daquelas de relevância das ciências e das técnicas. (VERGNAUD, 1996, p.155)

Em síntese a Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria psicológica, pós piagetiana, que se refere ao desenvolvimento cognitivo dos indivíduos, está estruturada em elementos interligados entre si e que primam pela conceitualização dos mesmos, a saber: campo conceitual (contribuição vygotskyana), esquema (contribuição piagetiana), situação, representações e invariante operatório (conceitos-em-ação e teoremas em ação). Tais elementos serão apresentados nos tópicos seguintes.

2.2 CAMPOS CONCEITUAIS

Para Gérard Vergnaud (1993, p. 1) campos conceituais refere-se a um conjunto de situações/tarefas que requeiram a conceitualização de uma determinada estrutura do conhecimento, supõe que a obtenção de tais conhecimentos é resultante das interações das situações/tarefas com o sujeito. Como exemplo, podemos trazer o campo conceitual das estruturas aditivas, como o conjunto das situações/tarefas que necessitam em seu desenvolvimento de adições e/ou subtrações, além dos conceitos e teoremas aditivos que auxiliam na modelagem de tais situações/tarefas. Podemos ainda pensar no campo conceitual das estruturas multiplicativas, como o conjunto das

situações/tarefas que necessitam em seu desenvolvimento de multiplicações e/ou divisões, além dos conceitos e teoremas multiplicativos que auxiliam na modelagem de tais situações/tarefas.

Desse modo Vergnaud entende campo conceitual como um conjunto de situações que carecem para seu entendimento de um domínio de inúmeros conceitos já internalizados e outros que serão construídos durante a interação do sujeito com tais situações.

De forma mais ampla, Vergnaud compreende campos conceituais como um conjunto diversificado de problemas, situações, conceitos, estruturas, conteúdos e operações do pensamento (MOREIRA, 2002, p. 8). Para Vergnaud, a definição de campo conceitual está intimamente ligada a interrelação de três fatores muito importantes: 1º. Um conceito não se constrói por fundamento de uma só situação; 2º. Não se deve analisar uma situação sob a ótica de um só conceito; 3º. A fundamentação das propriedades inerentes a um conceito, assim como as diferentes perspectivas de uma situação são construídas através de experiência, maturidade e aprendizado, o que pode levar um longo período de tempo, podendo levar décadas para a compreensão mais detida. O campo conceitual é definido por um conjunto de situações, conceitos e representações simbólicas.

Um campo conceitual pode ser pensado primeiramente, como um conceito, por exemplo, a densidade. No entanto, a que se refere à ideia de densidade? Seria possível explicá-la usando uma definição por si própria, ou seja, sem elementos que constituem outros conceitos? Assim, parece-nos adequada a utilização do termo "campos conceituais" quando nos referimos a um fundamento, pois, um conceito nunca está isolado e sempre é formado em relação a outros conceitos e situações (VERGNAUD, apud CEDRAN, 2018, p. 22).

2.3 CONCEITOS

Para Vergnaud (1993, p. 8) a significação conceitual advém do contato e tentativa de entender e resolver situações problemas sejam elas práticas e/ou teóricas, no entanto, alerta para a importância da linguagem específica aos conceitos, principalmente no campo matemático, para o autor o conhecimento racional é operatório ou não.

Segundo o autor, a definição de conceito, está ligada à tríade (S, I, R), onde: S é um conjunto de situações que dão sentido (significado) ao conceito; I é um conjunto de invariantes-operatórios (teoremas-em-ação e dos conceitos-em-ação) que subsidiam as diferentes maneiras de organização da atividade (esquemas), podendo surgir a partir de tais situações; R é o conjunto de representações linguísticas e simbólicas (linguagem natural, gráficos, fluxogramas, diagramas, sentenças formais, sentenças simbólicas, etc.) que podem ser usadas para representar os conceitos e suas relações. Assim para se compreender a constituição do “conceito” é preciso observar os três elementos da tríade (S, I, R). “Para Vergnaud um conceito não pode ser examinado, apreendido isoladamente; são necessárias diversas situações para compreendê-lo. E, igualmente, uma única situação pode estar ligada a diversos outros conceitos. Daí justifica-se a ideia de campo conceitual”. (NOGUEIRA E REZENDE, 2014, p. 49).

Como visto, a compreensão de um conceito está relacionada a um conjunto de situações diversificadas que são apresentadas ao sujeito acerca do conceito que se pretende construir. Para lidar com as situações apresentadas o sujeito remeterá aos invariantes operatórios, isto é, os conceitos já internalizados e os teoremas e proposições já sabidos, a fim de entender e esquematizar, ou seja, a forma como o sujeito organiza as ideias, uma possível solução para tal situação, por fim, valer-se-á de representações linguísticas e/ou simbólicas que julgar condizentes, com a intenção de expressar os invariantes operatórios usados na construção significativa da resolução da situação apresentada.

Cabe destacar que a constituição de conceitos é subsidiada pelas situações apresentadas e o sujeito se vale de situações que já domina, desse modo é necessário a apresentação gradativa de diversificadas situações mais complexas para que os esquemas já internalizados pelo sujeito sejam ampliados. Vergnaud (2011), enfatiza que essa constituição de conceitos não acontece imediatamente ao se apresentar uma possível explicação, e sim através de um longo processo no qual novas situações são apresentadas, em níveis gradativos de complexidade, favorecendo a ampliação dos esquemas do sujeito.

2.4 SITUAÇÕES

De modo sintético, situação é toda tarefa ou combinações destas. Enfatiza-se que a definição de Vergnaud de situação não se remete a situação didática e sim à tarefa, considerando o autor que a combinação de tarefas representa uma situação complexa. Cabe destacar que, se tomarmos a situação complexa como um conjunto, as subtarefas contidas em tal situação, não representam em nível de dificuldade necessariamente uma partição desse conjunto, no sentido que a dificuldade da situação complexa não pode, necessariamente, ser entendida como a soma das subtarefas que a compõe, no entanto cada subtarefa representa um papel importante para a compreensão da situação complexa apresentada, e são essas subtarefas que o sujeito acessa para planejar e organizar as ideias a fim de constituir um esquema para uma possível solução de tal situação.

Em relação as situações, Vergnaud distingue:

- 1) classes de situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
- 2) classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso. (VERGNAUD, 1993, p. 2)

Ainda para o pesquisador, as situações dão significado aos conceitos matemáticos que se deseja apresentar, no entanto o significado em si não mora nas situações, assim como não está apenas em sua representação, para ele o conhecimento está em constante adaptação. Caso se pretenda construir um conceito, justifica-se a necessidade de se apresentar aos sujeitos situações que os estimule, que tenha significado, a fim de que estes consigam valer-se de situações já conhecidas, acessar teoremas e proposições já internalizados, para assim assimilarem o novo conceito.

Para Binni (2008), quando é apresentado a um sujeito uma situação nova, ele já dispõe de um campo conceitual inicial, ante a investigação das novas situações surgem os invariantes operatórios (conceito-em-ação e teorema-em-ação) que servem para organizar o pensamento do sujeito, esse novo repertório faz surgir um novo conceito, gestado no segundo tipo de classes de situações, conforme ao norte apresentado, no qual o sujeito não dispõe imediatamente de esquemas já

internalizados, mas que possibilita o desenvolvimento de um novo campo conceitual mais amplo.

O sentido surge de situações apresentadas, mas especificamente das relações de tais situações com os significantes (representação linguística e/ou simbólica), em tal relação surgem os esquemas que são responsáveis pela organização de ideias do sujeito, que vão dando sentido a resolução apresentada, assim como ao conceito construído.

2.5 ESQUEMAS

As diversas situações relativas a um mesmo campo conceitual instigam no sujeito a constituição de esquemas. Um “esquema é uma organização invariante da atividade para uma classe de situações dada” (VERGNAUD, 2007, p.21), isto é, o esquema, é a forma com que o sujeito organiza suas ideias, a partir da situação apresentada, e quais os recursos serão utilizados na construção da solução almejada.

Para Vergnaud (1993, p. 2) a denominação “esquemas”, apesar de servir para as duas classes de situações apresentadas em 2.4, condicionalmente configura-se distintamente para ambas. Para as situações apresentadas em 1) os esquemas são unicamente determinados e mecânicos, sendo as ações automáticas e invariantes, tendo em vista, que o sujeito já internalizou procedimentos e/ou métodos necessários a resolução da situação problema sugerida, já as situações descritas em 2) o sujeito utiliza-se de vários “esquemas” que por mais semelhantes ou conflitantes que sejam, podem convergir para a solução da situação problemas sugerido. Para o autor é nos esquemas que os sujeitos se valem de conhecimento-em-ação, ou seja, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória (MOREIRA, 2002, p. 12).

Os esquemas surgem da interação e necessidade de estabelecimento de um plano para situações ou classes de situações apresentadas, é possível que o sujeito disponha de situações semelhantes já internalizadas que proporcione a construção de uma possível solução. Um esquema pode acarretar em diferentes resultados, que serão determinados pelas representações linguísticas e/ou simbólicas. Desse modo podemos pensar nos seguintes elementos constitutivos dos esquemas:

- Metas, submetas e antecipações: primeiros intuitos do sujeito, compõem a intensão dos esquemas, as metas podem ser decompostas em submetas que são utilizadas, antes ou durante o processo;
- Regras de ação de tomada de informações e de controle: são as ações que permitem a sequência de uma determinada atividade, consistindo em regras para a busca de informações, são condicionadas pelas metas;

(Vergnaud, apud Cedran 2018, p. 37), assinala que os esquemas são formados progressivamente, considerando a ideia das filiações, e que não somente as ações observáveis, mas também, a busca por informações e controle das decisões, é organizada por este ingrediente. Ademais, esta regulação permite, inclusive, mudanças na condução da ação, envolvendo a concepção das rupturas.

- Invariantes operatórios: conceitos em ação e teoremas em ação;
- Possibilidades de inferências e previsões: constituem as considerações a partir dos invariantes operatórios que os sujeitos possuem.

Para um conjunto de situações é necessário que os sujeitos disponham de um “arsenal” de outras situações e conceitos, tais conceitos auxiliarão na escolha do plano ou esquema a ser trilhado até a solução da situação apresentada. Os esquemas, então, representam as ideias e ações do sujeito, além de sua estruturação que são determinados pelas particularidades de cada situação vivenciada.

Os esquemas constituem a organização das ideias que serão utilizadas para compreender a situação sugerida e de que modo se deve agir ante essa situação. O principal objetivo dos esquemas é permitir a inserção de novas ideias e informações que assegurem uma interação e interrelação entre elas que culminem na compreensão da situação, assim como, permitir traçar uma possível solução.

Nogueira e Rezende (2014) corroboram que a definição de esquema é de suma importância para a compreensão da atividade do sujeito que aprende. “Aprender é construir conhecimentos e o conhecimento, segundo a teoria piagetiana, é um processo de adaptação” (NOGUEIRA E REZENDE, 2014 p. 47).

2.6 INVARIANTES OPERATÓRIOS

Os conhecimentos presentes em um determinado esquema, são denominados por Vergnaud de conhecimentos-em-ação ou invariantes operatórios, que são

constituídos de conceitos-em-ação e teoremas-em-ação. O termo “em ação” refere-se ao fato de o sujeito usar esses conhecimentos durante a situação proposta. Os conceitos-em-ação são uma categoria de pensamento, não sendo necessariamente conceitos científicos; são eles que permitem ao sujeito verificar se uma determinada informação é ou não pertinente para enfrentar uma situação. Os conceitos-em-ação são os conceitos mobilizados pelo sujeito para pensar na situação. Um teorema-em-ação é uma proposição acerca do real considerada como verdadeira, podendo ser válida ou não. A articulação entre os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação determinam então os invariantes operatórios, que representam as relações entre teoria e prática.

Os invariantes operatórios é um dos elementos da composição dos esquemas. Concernem às propriedades estruturais de qualquer esquema, generalizáveis ou não a diversas situações, aos mais diversos objetos a conhecer. Estes conhecimentos, chamados de conhecimentos em ação, podem ser explicitáveis ou não, conscientes ou não. Os conhecimentos tornam-se explicitáveis quando há tomada de consciência do sujeito (NOGUEIRA E REZENDE, 2014, p. 51).

Os invariantes operatórios estão relacionados às atitudes dos sujeitos, os esquemas que ele usa para uma determinada situação e que se molda de acordo com os conceitos e situações que ela já dispõe. Como já dito os conhecimentos-em-ação articulam teoria e prática e para Vergnaud é necessário se considerar muito fortemente a maneira como o sujeito resolve uma dada situação, atentando especialmente para conceitos-em-ação e teoremas-em-ação de que ele se vale, “a observação de alunos em situação de solução de problemas, a análise de suas dúvidas e seus erros, mostra que os comportamentos em situação também são estruturados pelos esquemas” (VERGNAUD, 1993, p.4).

Os conceitos-em-ação permitem extrair das situações informações relevantes, além de ajudar na seleção dos teoremas-em-ação cabíveis ao estabelecimento das operações necessárias à concretização do esquema estabelecido, essas duas categorias de invariantes operatórios, são conceitualmente distintas, para Vergnaud teorema-em-ação pode ser verdadeiro ou falso, ao passo que conceito-em-ação apenas é pertinente ou não pertinente. “[...] dificilmente os sujeitos explicitam com palavras todos os seus conhecimentos, muitos deles permanecem implícitos” (VERGNAUD, 2007, p.13). Assim, “os teoremas-em-ação são definidos como relações

matemáticas que são levadas em consideração pelos alunos, quando estes escolhem uma operação, ou sequência de operações, para resolver um problema” (VERGNAUD, 2007, p.16).

Como exemplo de teoremas-em-ação consideremos a seguinte situação: “O consumo de farinha é, em média, 3,5 kg por semana para dez pessoas. Qual a quantidade de farinha necessária para cinquenta pessoas durante 28 dias?” (VERGNAUD apud MOREIRA, 2002, p. 14).

Segundo Moreira (2002, p. 14) baseado em Vergnaud, afirma que é “impossível dar conta desse raciocínio sem supor o seguinte teorema implícito na cabeça do aluno:

$f(n_1x_1, n_2x_2) = n_1n_2f(x_1, x_2)$, ou seja, $Consumo (5 \cdot 10, 4 \cdot 7) = 5 \cdot 4 Consumo (10, 7)$ ”.

Em conclusão Moreira (2002, p. 14) destaca que

Naturalmente, este teorema funciona porque as razões de 50 pessoas para 10 pessoas e 28 dias para 7 dias são simples e evidentes. Ele não seria tão facilmente aplicado a outros valores numéricos. Portanto, seu escopo de aplicação é limitado. Ainda assim, é um teorema que pode ser expresso, por exemplo, em palavras: O consumo é proporcional ao número de pessoas quando o número de dias é mantido constante; e é proporcional ao número de dias quando o número de pessoas é mantido constante. Pode também ser expresso pela fórmula $C = k \cdot P \cdot D$. onde C é o consumo, P o número de pessoas, D o número de dias e k o consumo por pessoa por dia.

Para exemplificar conceitos-em-ação considere as seguintes quatro situações

- A: Janete tinha 7 bolinhas de gude. Ela jogou e ganhou 5 bolinhas. Quantas bolinhas ela tem agora?
- B: Paulo tinha 12 bolinhas de gude. Ele jogou e perdeu 5 bolinhas. Quantas bolinhas ele tem agora?
- C: Hans tinha 9 bolinhas de gude. Ele jogou com Rute. Ele tem agora 14 bolinhas de gude. O que aconteceu no jogo?
- D: Rute jogou bolinhas de gude com Hans e perdeu 5 bolinhas. Ela agora tem 7 bolinhas de gude. Quantas ela tinha antes de jogar? (VERGNAUD apud MOREIRA, 2002, p. 15).

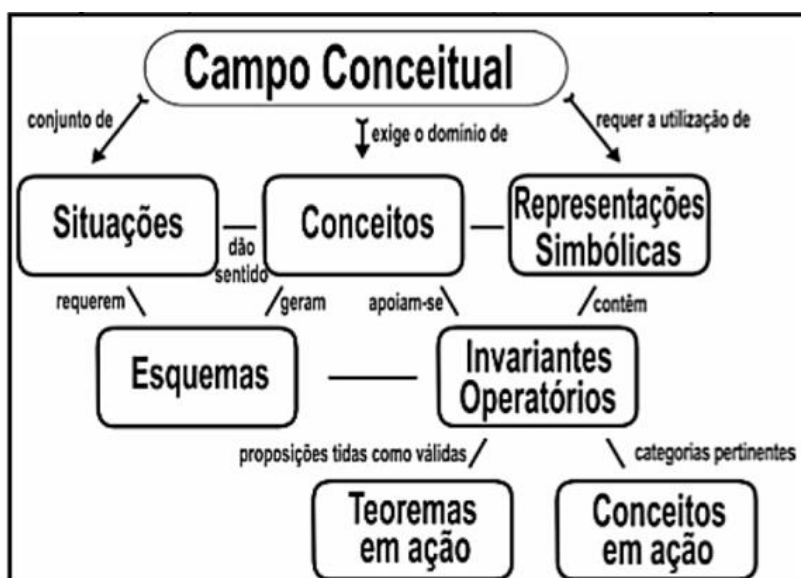
Percebemos diversos conceitos-em-ação diferentes implicitamente apresentados nas quatro situações acima: “número cardinal, ganho e perda, aumento e diminuição, transformação e estado, estado inicial e final, transformação positiva e negativa, adição e subtração” (MOREIRA, 2002, p. 15).

Existe uma relação intrínseca entre conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, os conceitos-em-ação são os instrumentos necessários para a constituição de teoremas-em-ação, e estes últimos são ferramentas que dão aos conceitos-em-ação seus

conteúdos. No entanto, são elementos distintos que compõe os conhecimentos-em-ação, ou seja, conceitos-em-ação não são teoremas-em-ação, pois não possibilitam fazer inferências ante uma situação apresentada, sendo apenas relevantes ou não relevantes, de todo modo não existem teoremas-em-ação sem conceitos-em-ação. De modo análogo, não há conceitos-em-ação sem a instituição de teoremas-em-ação, pois a necessidade de generalizar as representações simbólicas e/ou linguísticas das mais diversas situações e de ter concepções verdadeiras da mesma tornam necessários os conceitos-em-ação.

Reciprocamente, não há conceitos sem proposições, pois é a necessidade de derivar ações das representações do mundo e de ter concepções verdadeiras (ou pelo menos adequadas) do mundo que tornam necessários os conceitos. Um modelo computável do conhecimento intuitivo deve compreender conceitos-em-ação e teoremas-em-ação como ingredientes essenciais dos esquemas, conforme apresentamos abaixo, na Figura 1, informando uma estrutura de representação para a TCC.

Figura 1. Mapa conceitual da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud



Fonte: Jenske (2011)

Como dito, um conceito-em-ação não é um verdadeiro conceito científico, nem tampouco um teorema-em-ação é um verdadeiro teorema, a menos que se tornem explícitos. No campo acadêmico, conceitos e teoremas são explícitos e pode-se determinar sua pertinência e veracidade, mas esse não é necessariamente o caso dos invariantes operatórios. Segundo Moreira (2002), para Vergnaud os conceitos e teoremas científicos são apenas a parte visível do iceberg da conceitualização:

[..] sem a parte escondida formada pelos invariantes operatórios essa parte visível não seria nada. Reciprocamente, não se pode falar de invariantes operatórios integrados nos esquemas sem a ajuda de categorias do conhecimento explícito: proposições, funções proposicionais, objetos, argumentos". (MOREIRA, 2002, p. 16)

Cabe frisar que conceitos-em-ação e teoremas-em-ação podem vir a tornar-se em conceitos cientificamente pertinentes e teoremas academicamente válidos. Progressivamente, tornarem-se verdadeiros conceitos e teoremas científicos, desde que sejam explicitados e saiam do campo apenas da ação.

3. PESQUISAS NACIONAIS *STRICTO SENSU* ALICERÇADAS NA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE GÉRARD VERGNAUD REALIZADAS NO INTERSTÍCIO 2017 A 2020

Motivado pelas discussões e reflexões realizadas durante a disciplina de Fundamentos de Educação Matemática, ofertada pelo Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGED), em nível de Doutorado, pela Universidade do Estado do Pará (UEPA), no segundo semestre de 2021 foi realizado um levantamento de dados no Banco de Teses e Dissertações mantido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) que auxilia pesquisadores a localizar teses e dissertações, utilizando-se o descritor "teoria dos campos conceituais", objetivando encontrar trabalhos acadêmicos que usassem em sua fundamentação a Teoria dos Campos Conceituais. Decidiu-se utilizar o descritor "teoria dos campos conceituais" para tentar mensurar a relevância da temática, encontrou-se 288 resultados para o descritor mencionado, sendo preciso uma especificação mais detida na consulta, momento em que se optou por afinar a pesquisa, limitando o período das publicações

para se ter compreensão contemporânea das investigações sobre o objeto de estudo, que ficou entre 2017 e 2021. A quantidade de publicações diminuiu para 37 trabalhos, sendo 26 dissertações de mestrado e 11 teses de doutorado.

Cabe destacar que este tópico não pretende fazer uma análise das características específicas de cada publicação, desse modo será apresentado uma análise das características gerais dos trabalhos, nessa ótica as teses e dissertações coletadas, que se valeram das concepções da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud para a fundamentação teórica de suas produções, foram classificadas por Nível [dissertação (D) ou tese (T)]; Título; Ano; Instituição; Programa de Pós-Graduação (PPG); Orientador; Área de Concentração; Conexões com outras teorias; e Grupo de Pesquisa Vinculado.

Foi construído, com suporte de planilhas eletrônicas, o Quadro 1 a seguir que apresenta a análise geral mencionada.

Quadro 1. Classificação geral das 37 publicações

Nível	Título	Ano	Instituição	PPG	Conexões com outras teorias	Grupo de pesquisa vinculado
D	Programação em <i>scratch</i> na sala de aula de matemática: investigações sobre a construção de conceito de ângulo	2017	Universidade Federal Do Rio Grande Do Sul	Ensino de matemática	-----	Processos de gênese instrumental de uso das tecnologias digitais por professores de matemática
D	Projeto de modelagem matemática e teoremas em ação: uma investigação sobre os conceitos de área e perímetro	2017	Universidade Estadual de Maringá	Educação para a ciência e a matemática	-----	-----
T	A produção de sinais em libras sobre os conceitos relacionados ao tema magnetismo a partir de um conjunto de situações experimentais	2017	Universidade de São Paulo	Educação	-----	-----
T	Uma investigação do processo de (re)construção de conceitos de física em atividades experimentais em cursos de física a distância	2017	Universidade Luterana do Brasil	Ensino de ciências e matemática	-----	Modelagem e experimentos didáticos: um estudo baseado na teoria dos campos conceituais
D	Permanência de elementos da formação continuada acerca da teoria dos campos conceituais na prática de professora que ensina matemática	2017	Universidade Estadual do Ceará	Educação	-----	-----
T	A construção de modelos no ensino de física: da realidade à conceitualização	2017	Centro Fed. de Ed. Tecn. Celso S. da Fonseca	Ciência tecnologia e educação	-----	Construção de conceitos matemáticos pertencentes ao campo numérico
D	As concepções e as crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão para ensinar crianças de anos iniciais	2017	Universidade do Estado do Rio de Janeiro	Educação, cultura e comunicação	-----	Avaliação do impacto de materiais paradidáticos de história e filosofia da ciência nas concepções sobre natureza da ciência de alunos de E.M.
D	Esquemas utilizados por crianças da educação infantil em situações envolvendo o campo conceitual de chance	2017	Universidade Estadual de Santa Cruz	Educação matemática	-----	Uso de uma maquete tátil na aprendizagem de probabilidade por alunos cegos e videntes de escolas públicas baianas de Itabuna e Ilhéus
D	Considerações sobre as relações conceituais entre o campo da cinética química e o campo estrutural estabelecidas por estudantes de graduação durante a resolução de tarefas	2017	Universidade Federal do ABC	Ensino e história das ciências e da matemática	-----	-----

T	A teoria dos campos conceituais e a aprendizagem do conceito de espaço vetorial	2017	Universidade Estadual de Campinas	Multiunidades em ens. de cien. e mat.	-----	-----
D	Uma proposta de UEPS para o ensino de indução eletromagnética	2017	Inst. Fed. de Ed., Cien. e Tecn. do Esp. Santo.	Ensino de Física - PROFIS	-----	-----
T	Um olhar para o ensino da matemática sob as lentes da psicologia cognitiva	2017	Universidade Católica de Petrópolis	Educação	Teoria Psicogenética	-----
D	Implementação das questões sociocientíficas (QSCS) no processo de ensino e aprendizagem da física no E.M. Manaus	2017	Universidade Federal do Amazonas	Ensino de ciências e matemática	-----	-----
D	As ideias da multiplicação em diferentes níveis do currículo nos anos iniciais do ensino fundamental: encontros e desencontros	2017	Universidade de Brasília	Educação	-----	Avaliação externa do programa seguro desemprego
D	Introduzindo a noção de proporcionalidade via resolução de problemas: uma análise acerca de esquemas mobilizados por estudantes do sétimo ano do ensino fundamental	2017	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Ensino de matemática	-----	Processos de gênese instrumental de uso das tecnologias digitais por professores de matemática
D	Solução de situações de comparação multiplicativa e a criatividade matemática	2017	Universidade Estadual de Santa Cruz	Educação matemática	-----	Um estudo sobre o domínio das estruturas multiplicativas no E.F.
D	Interdisciplinaridade entre física e biologia promovendo a compreensão de conceitos físicos.	2017	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Ensino de física	Teoria a Aprendizagem Significativa	-----
D	Alfabetização e letramento matemático: perspectivas e relações entre o PNAIC e o livro didático	2017	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Educação matemática	Teoria Antropológica do Didático	Educação estatística e educação financeira na escola básica
D	Atividades experimentais na formação continuada de professores de física da educação básica	2017	Universidade Estadual da Paraíba	Ensino de ciências e matemática	Teoria a Aprendizagem Significativa	-----
D	Formação de professores com dimensões colaborativas: as estruturas multiplicativas em foco	2017	Universidade Estadual de Santa Cruz	Educação matemática	-----	As estruturas multiplicativas e a formação de professores que ensinam matemática na Bahia
D	Formação continuada de professoras dos anos iniciais: a comparação multiplicativa	2017	Universidade Estadual de Santa Cruz	Educação matemática	-----	As estruturas multiplicativas e a formação de professores que ensinam matemática na Bahia
D	Ensino da divisão no primeiro ciclo do ensino fundamental: análise das práticas pedagógicas de professores	2017	Universidade federal de mato grosso	Educação	-----	Programa institucional de bolsa de iniciação à pesquisa - Capes

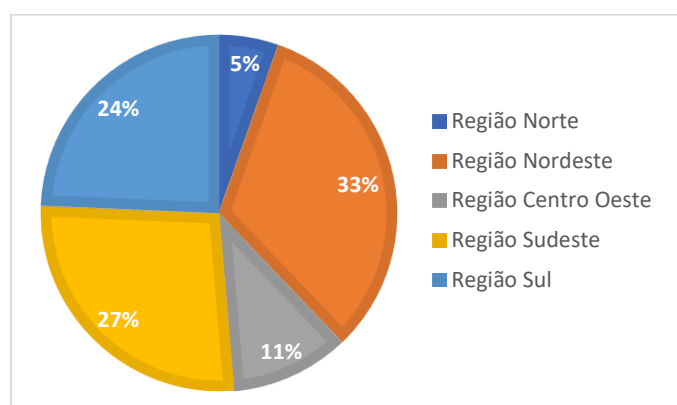
D	A construção do número pela criança com deficiência intelectual: a percepção entre diferentes ambientes escolares	2017	Universidade de Brasília	Educação	-----	Aprendizagem lúdica: fundamentos, estratégias e inovações para ensino básico, superior e especial
D	Proporção simples: análise de situações elaboradas por professores em um processo formativo	2017	Universidade Estadual de Santa Cruz	Educação matemática	-----	Um estudo sobre o domínio das estruturas multiplicativas no ensino fundamental
D	Jogo de tabuleiro com elementos de RPG "aventura de um livro mágico": contribuições para a educação matemática	2017	Universidade Federal de Pernambuco	Educação matemática e tecnológica	-----	-----
D	Divisão com números naturais: um estudo de saberes (re)construídos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental	2017	Inst. Fed. de Ed., Cien. e Tecn. do Esp. Santo	Educação em ciências e matemática	-----	Práticas pedagógicas e currículo em educação matemática
T	Uma base de conhecimentos para o ensino de taxa de variação na educação básica	2017	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Educação matemática	Teoria antropológica do didático; Teoria das Situações Didáticas; Teoria de Registros de Representação Semiótica	Processos de ensino e aprendizagem de matemática em ambientes tecnológicos
D	Multiplicação: ensinar e aprender em turmas de alunos surdos do ensino fundamental na escola especial professor Alfredo Dub	2018	Universidade Federal de Pelotas	Educação matemática	Teoria da Aprendizagem Significativa	As Tecn. Dig. como disposit. de produção de subjetividade e de aprendizagem
T	O processo de conceitualização da estequiometria: um estudo à luz da teoria dos campos conceituais	2018	Universidade Estadual De Maringá	Educação para a ciência e a matemática	-----	-----
D	Sequência didática sobre ensino de óptica geométrica e a visão do olho humano	2018	Universidade Federal do Maranhão	Ensino de Física - PROFIS	Teoria da Aprendizagem Significativa	-----
T	Reflexões com professoras acerca da teoria dos campos conceituais como fundamento de reelaboração da prática docente em matemática	2018	Universidade Estadual do Ceará	Educação	-----	Projeto Obeduc: formação de professores e aprendizagem matemática do campo multiplicativo
T	Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental: o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro	2018	Universidade Federal de Pernambuco	Educação matemática e tecnológica	Teoria Antropológica do Didático	-----

D	Campo aditivo no conjunto dos números inteiros: um estudo a partir da teoria dos campos conceituais	2019	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Ensino de matemática	Teoria dos Registros de Representação Semiótica	A aprendizagem da matemática escolar e o material didático
T	Um estudo sobre a aprendizagem do conceito de limite de função por estudantes nos contextos Brasil e França	2019	Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	Educação matemática	-----	-----
D	Uma sequência didática para o ensino de inequações quadráticas à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud	2020	Universidade do Estado do Pará	Ensino de matemática	-----	Estudos e aplicações das tendências da Ed. Mat. no ensino de matemática
D	A diferenciação entre os conceitos de temperatura e sensação térmica por meio de uma manifestação meteorológica à luz da teoria dos campos conceituais: uma investigação em uma escola do campo	2020	Fundação Universidade Federal do Pampa	Ensino de ciências	-----	Tecnologias educacionais no ensino de ciências
T	Un modèle didactique de reference pour la construction des savoirs et l'actualisation des connaissances sur la notion de limite au mali	2020	Universidade Federal da Bahia	Ensino, Filosofia e História das Ciências	Teoria das situações didáticas; Teoria Antropológica do didático; Teoria dos Registros de Representação Semiótica	T4tel: um quadro de referência para a formalização e a extensão do modelo praxeológico

Fonte: Repositório das instituições das publicações, baseado em Autor (2021).

O Quadro 1 nos mostra que das 37 publicações, 4 são privadas e 33 públicas, dentre as públicas 18 são instituições federais e 15 instituições estaduais, sendo a Universidade Estadual de Santa Cruz e a Universidade Federal do Rio Grande do Sul as instituições com maior quantidade de publicações, respectivamente 5 e 4 trabalhos. Pode-se perceber a diversidade territorial e institucional nas pesquisas, pois os trabalhos investigados, tem maior predominância nas Regiões Nordeste, Sudeste e Sul, com um total de 12, 10 e 9 trabalhos respectivamente, ficando as Regiões Centro Oeste e Norte com um total de 4 e 2 trabalhos.

Gráfico 01. Distribuição das publicações por região



Fonte: Autor (2021)

Em relação a temporalidade das publicações no período considerado [2017 a 2021], tem-se a seguinte distribuição:

Tabela 01. Frequência Temporal das Teses e Dissertações

Ano de Publicação	Frequência
2017	27
2018	5
2019	2
2020	3
2021	0
Total	37

Fonte: Repositório das instituições das publicações, baseado em Autor (2021).

Quanto ao Programa de Pós-Graduação à qual as publicações estão vinculadas, destaque o PPG em Educação Matemática, com 9 pesquisas, os demais de áreas afins à matemática e/ou ciências, conforme Tabela 02.

Tabela 02. PPGs das Teses e Dissertações

PPG	Frequência
Educação	7
Educação matemática	9
Educação matemática e tecnológica	2
Educação para a ciência e a matemática	2
Ensino de ciências e matemática	3
Ensino de Física	3
Ensino de matemática	4
Outros programas ²³	7
Total	37

Fonte: Repositório das instituições das publicações, baseado em Autor (2021).

Em relação a conexão com outras teorias da aprendizagem, foi possível perceber que 10 publicações [4 teses e 6 dissertações] fundamentaram teoricamente suas pesquisas, em consonância à Teoria dos Campos Conceituais, subsidiados pela: Teoria Antropológica do Didático formulada por Yves Chevallard; Teoria da Aprendizagem Significativa elaborada por David P. Ausubel; Teoria das Situações Didáticas desenvolvida por Guy Brousseau; Teoria de Registros de Representação Semiótica idealizada por Raymond Duval; e Teoria Psicogenética criada por Henri Wallon.

Tabela 03. Teorias da aprendizagem usadas em conexão com a Teoria dos Campos Conceituais nas publicações investigadas

PPG	Frequência
Teoria antropológica do didático	4
Teoria da aprendizagem significativa	4
Teoria das situações didáticas	2
Teoria de registros de representação semiótica	3
Teoria Psicogenética	1
Total	14²⁴

Fonte: Repositório das instituições das publicações, baseado em Autor (2021).

A última coluna do Quadro 01, apresenta diversos grupos de pesquisas que vem estudando e difundindo a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, cabe destacar que os grupos ali dispostos não são os únicos que

²³ Representa a quantidade de PPGs com frequência igual a 1.

²⁴ Tiveram publicações utilizando em consonância à Teoria dos Campos Conceituais, mais de uma das teorias elencadas na Tabela 03.

tratam da teoria, a fim de buscar outros grupos que tratam da mesma temática foi realizada uma consulta adicional acerca dos grupos de pesquisas nacionais que investigam teorias da educação matemática, especificamente a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, tal busca foi realizada na Plataforma do Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil mantida pelo CNPq, disponível em <http://lattes.cnpq.br/web/dgp> no campo “Buscar Grupos” utilizando o descritor “teoria dos campos conceituais” ampliando a consulta a todas as palavras relacionadas, obtendo 11 resultados em tal consulta parametrizada. Dentre os 11 grupos apresentados, destacaram-se os grupos apresentados no Quadro 02, cuja repercussão indicava o trabalho com a Teoria dos Campos Conceituais.

Quadro 02. Alguns grupos de pesquisa nacionais que estudam a Teoria dos Campos Conceituais

Grupo de pesquisa	Líder(es)	Área predominante	Instituição	Linhas de pesquisa
Educação e Inclusão Social	Lícia de Souza Leão Maia; Viviane de Bona	Ciências Humanas; Educação	Universidade Federal de Pernambuco	Educação e Diversidade; Infância e Tecnologia; Processos de ensino e aprendizagem na Educação Básica e no Ensino Superior.
GEPAM - Grupo de Estudo e Pesquisa em Aprendizagem da Matemática	Celia Finck Brandt	Ciências Humanas; Educação	Universidade Estadual de Ponta Grossa	Ensino e aprendizagem da matemática; O professor de matemática como profissional da educação matemática: a busca de uma identidade em centros formadores.
GPEF - Grupo de Pesquisa em Ensino de Física UAF – UFCG	Alexandre Campos; Mirleide Dantas Lopes.	Ciências Humanas; Educação	Universidade Federal de Campina Grande	----
Grupo de Estudos e Pesquisas da Didática da Matemática	José Messildo Viana Nunes; Saddo Ag Almouloud	Ciências Humanas; Educação	Universidade Federal do Pará	Percepção Matemática, Raciocínios, Saberes e Valores
Grupo de Estudos em Didática da Matemática - DDMat	Marilena Bittar	Ciências Humanas; Educação	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	Ensino e aprendizagem da matemática; Formação de professores; Tecnologia educacional
Grupo de Pesquisas em Campos Conceituais	Gabriel Dias de Carvalho Júnior	Ciências Humanas; Educação	Instituto Federal Minas Gerais	Centro de Ciências Humanas Letras e Artes; Unidade Acadêmica de Educação

Fonte: Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil mantida pelo CNPq, baseado em Autor

(2021)

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve por intuito descrever os fundamentos teóricos, filosóficos e epistemológicos da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, além de investigar as produções contemporâneas em nível *stricto sensu* que se fundamentam nessa teoria da educação matemática, especificamente o trabalho almejou apresentar um material frutífero para discussões e reflexões quanto esta teoria da educação matemática que pode e deve ser usada pelos diferentes atores e pesquisadores do meio educacional.

A Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud trata-se de uma teoria fundamentada nas concepções teóricas de seus contemporâneos Jean Piaget e Lev Vygotsky, desse modo refere-se a uma teoria cognitiva de aprendizagem neopiagetiana que estrutura-se, principalmente na conceitualização como poderosa ferramenta para a compreensão dos objetos matemáticos e das demais ciências, para tanto vale de conceitos importantes como o de campo conceitual, situações, tarefas, representações e invariantes operatórios.

Cabe frisar que a TCC Vergnaud se diferencia da Teoria Psicogenética por investigar o conhecimento por meio de uma análise conceitual, primando pela constituição de campos conceituais gradativamente ampliados no decorrer do tempo por meio da interação do sujeito com as situações apresentadas, ou seja, preocupa-se com o desenvolvimento cognitivo do sujeito-em-ação, diferentemente das concepções piagetianas pautadas em operações lógicas gerais e de estruturas gerais do pensamento.

O presente trabalho apresentou uma análise geral das produções *stricto sensu* realizadas no interstício de 2017 a 2021, com o intuito de verificar como vem sendo utilizada a teoria de Vergnaud no contexto acadêmico atual. A análise das publicações selecionadas evidenciou diferentes linhas de estudos pautadas na Teoria dos Campos Conceituais, as quais apontaram as potencialidades desta teoria para o ensino de matemática e ciências a partir de estudos teóricos e empíricos. Pôde-se perceber a riqueza das publicações que utilizam em sua fundamentação teórica os preceitos da Teoria dos Campos Conceituais, além,

ainda, da possível conexão que esta teoria têm com outras teorias da aprendizagem, foi possível perceber a diversidade nacional de estudos correlatos a esta teoria, tanto pela abrangência nacional de publicações sediadas em instituições presentes nas regiões brasileiras como pela investigação de inúmeros grupos de pesquisas que investigam a teoria de Vergnaud.

Concluindo, o presente trabalho não teve a pretensão de esgotar as inúmeras possibilidades pautadas na Teoria dos Campos Conceituais, que vem sendo utilizada por muitos pesquisadores nacionais e internacionais e é responsável por diferentes investigações no campo educacional, além do mais, essa pesquisa está longe de percorrer as inúmeras produções que investigam a teoria, que aparece em diferentes periódicos nacionais e internacionais, além de ser tema de importantes eventos educacionais, porém o presente texto evidenciou as muitas possibilidades de aplicação da teoria tanto para o trabalho docente quanto para futuras investigações, ressaltamos ainda a pertinência da pesquisa aqui desenvolvida por proporcionar fundamentações teóricas, filosóficas e epistemológicas da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, entendendo assim a importância de se discutir teorias da aprendizagem, especificamente a Teoria dos Campos Conceituais.

REFERÊNCIA

AGUIAR, Mariana Braun. **Introduzindo a noção de proporcionalidade via resolução de problemas**: uma análise acerca de esquemas mobilizados por estudantes do sétimo ano do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2017. 120f. Disponível em <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/169426>.

ALARCÃO, Clara Machado da Silva. **As ideias da multiplicação em diferentes níveis do currículo nos anos iniciais do ensino fundamental**: encontros e desencontros. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília. Brasília, 2017. 113f. Disponível em <https://repositorio.unb.br/handle/10482/27/browse?type=author&order=ASC&rp=20&value=Alarc%C3%A3o%2C+Clara+Machado+da+Silva>.

ALMEIDA Irlene Silva de. **Esquemas utilizados por crianças da educação infantil em situações envolvendo o campo conceitual de chance**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, 2017. 155f. Disponível em

https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5067939.

ALMEIDA, Luana Cerqueira de. **Solução de situações de comparação multiplicativa e a criatividade matemática**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação Matemática) - Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, 2017. 156f. Disponível em https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5067929.

ALVES, Fábio de Souza. **A produção de sinais em Libras sobre os conceitos relacionados ao tema magnetismo a partir de um conjunto de situações experimentais**. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2016. 254f. Disponível em <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/193715>.

AZEVEDO, Kelly de Lima. **Jogo de tabuleiro com elementos de RPG “aventura de um livro mágico”: contribuições para a educação matemática**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2017. 129f. Disponível em <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/25198>.

BECK, Miguel Melendo. **Campo aditivo no conjunto dos números inteiros: um estudo a partir da Teoria dos Campos Conceituais**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2019. 196f. Disponível em <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/196226>.

BELTRÃO, Alexandre Vieira. **Atividades experimentais na formação continuada de professores de Física da Educação Básica**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, 2017. 166f. Disponível em http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEPB_065ec815b021f2c881093a7b7766e88c.

BINI, Márcia Bárbara. **Atividades interativas como geradoras de situações no campo conceitual da Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação em ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2008. 134f. Disponível em: <http://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3305?mode=full>.

BOCCHI, José Antônio Afonso da Costa. **Interdisciplinaridade entre física e biologia promovendo a compreensão de conceitos físicos**. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Ensino de Física) - Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2017. 74f. Disponível em <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/175304>.

BOHM, Fabiane Carvalho. **Multiplicação: ensinar e aprender em turmas de alunos surdos do Ensino Fundamental na Escola Especial Professor Alfredo Dub.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Física e Matemática, Departamento de Educação Matemática, Universidade Federal de Pelotas. Pelotas, 2018. 117f. Disponível em <http://guaiaca.ufpel.edu.br:8080/handle/prefix/4572>.

BRANCO, Maurício Neves. **Uma sequência didática para o ensino de inequações quadráticas à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud.** Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Centro de Ciências Sociais e Educação, Universidade do Estado do Pará. Belém, 2020. 134f. Disponível em https://sigaa.uepa.br/sigaa/public/programa/defesas.jsf?lc=pt_BR&id=834&noticia=.

BRITO, Kariely Lopes Gomes de. **Divisão com números naturais: um estudo de saberes (re)construídos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental.** Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo. Vitória, 2017. 189f. Disponível em [https://repositorio.ifes.edu.br/handle/123456789/262#:~:text=Ver%20item-,Divis%C3%A3o%20com%20n%C3%BAmeros%20naturais%20%3A%20um%20estudo%20de%20saberes%20\(re\),anos%20iniciais%20do%20ensino%20fundamental&text=RESUMO%3A%20Esta%20pesquisa%20teve%20por,um%20curso%20de%20forma%C3%A7%C3%A3o%20continuada](https://repositorio.ifes.edu.br/handle/123456789/262#:~:text=Ver%20item-,Divis%C3%A3o%20com%20n%C3%BAmeros%20naturais%20%3A%20um%20estudo%20de%20saberes%20(re),anos%20iniciais%20do%20ensino%20fundamental&text=RESUMO%3A%20Esta%20pesquisa%20teve%20por,um%20curso%20de%20forma%C3%A7%C3%A3o%20continuada).

BURIGATO, Sonia Maria Monteiro da Silva. **Um estudo sobre a aprendizagem do conceito de limite de função por estudantes nos contextos Brasil e França.** Tese de Doutorado (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso Do Sul. Campo Grande, 2019. 257f. Disponível em https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7645622.

CAPES. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. **Serviços:** Catálogos de Teses e Dissertações. 2021. Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em 19 a 25 de novembro de 2021.

CARDOSO, Rogério dos Santos. **Sequência didática sobre ensino de óptica geométrica e a visão do olho humano.** Dissertação de Mestrado (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal do Maranhão. São Luís, 2018. 276f. Disponível em <http://www1.fisica.org.br/mnpef/sequ%C3%A2ncia-did%C3%A1tica-sobre-ensino-de-%C3%B3ptica-geom%C3%A9trica-e-vis%C3%A3o-do-olho-humano>.

CEDRAN, Débora Piai. **O processo de conceitualização da estequiometria: um estudo à luz da teoria dos campos conceituais.** Tese de Doutorado. (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Centro de Ciências

Exatas, Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2018. 386f. Disponível em <https://www.gpequem.com.br/disertacoes-teses>.

CNPq. Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. **Serviços:** Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil. 2021. Disponível em: <https://lattes.cnpq.br/web/dgp>. Acesso em 25 de novembro de 2021.

CRESWELL, John Ward.; CRESWELL, J. David. **Projeto de pesquisa:** Métodos qualitativo, quantitativo e misto. Tradução de Sandra Maria Mallmann da Rosa. 5a. ed. Porto Alegre: Penso, 2021.

DOUMBIA, Cheick Oumar. **Un modèle didactique de reference pour la construction des savoirs et l'actualisation des connaissances sur la notion de limite au mali.** Tese de Doutorado (Doutorado em Enseignement, Philosophie et Histoire des Sciences) - Université Fédérale de Bahia/ Université Étatique de Feira de Santana Brésil. Salvador, 2020. 288f. Disponível em <https://repositorio.ufba.br/handle/ri/31999>.

FERREIRA, Lúcia de Fátima Durão. **Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental:** o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2018. 386f. Disponível em <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/34164>.

FUZARI, Alexsandro Fernandes. **Uma proposta de UEPS para o ensino de indução eletromagnética.** Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Ensino de Física) - Instituto Federal do Espírito Santo. Cariacica, 2017. 117f. Disponível em <https://repositorio.ifes.edu.br/handle/123456789/384>.

JENSKE, Grazielle. **A teoria de Gérard Vergnaud como aporte para a superação da defasagem de aprendizagem de conteúdo básicos da matemática:** um estudo de caso. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2011. 130f. Disponível em <https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3412#:~:text=JENSKE%2C%20Grazielle.-,A%20teoria%20de%20G%C3%A9rard%20Vergnaud%20como%20aporte%20para%20a%20supera%C3%A7%C3%A3o,Sul%2C%20Porto%20Alegre%2C%202011>.

LOPES, Thiago Beirigo; SÁ, Pedro Franco; DARSIE, Marta Maria Pontin. Influências de epistemólogos anteriores e contemporâneos para a elaboração da teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud. **REVEMAT**, Florianópolis-SC, v.13, n.2, p.250-263, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2018v13n2p250>.

LUNA, Jéssica Maria Oliveira de. **As concepções e as crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão para ensinar crianças de anos iniciais.** Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação) - Centro de Educação e Humanidades, Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Duque de Caxias, 2017. 162f. Disponível em <https://www.bdt.d.uerj.br:8443/handle/1/10244>.

MACHADO, Juliana. **A construção de modelos no ensino de física:** da realidade à conceitualização. Tese de Doutorado (Doutorado em Ciência, Tecnologia e Educação) – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Rio de Janeiro, 2017. 268f. Disponível em https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5362539.

MILAGRE, Pedro Henrique. **Proporção simples:** análise de situações elaboradas por professores em um processo formativo. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação Matemática) - Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, 2017. 174f. Disponível em https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5067951.

MOREIRA, Marco Antonio. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 7, n. 1, pp. 7-29, 2002. Disponível em <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/569>.

MUNIZ, Cristiano Alberto; Bittar, Marilena. O conceito de "esquema" para um novo olhar para a produção matemática na escola: as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. In: Muniz, C.A.; Bittar, M.. (Org.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. 1ed. Curitiba: Editora CRV, 2009, v. 1, p. 1-93.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. RESENDE, Veridiana. A teoria dos campos conceituais no ensino de números irracionais: implicações da teoria Piagetiana no ensino de Matemática. **Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genética**. V.6, n.1, p.41-63, jan-jul, 2014. Disponível em: <https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/scheme/article/view/3950>.

NOLETO, Carine Almeida Silva. **A construção do número pela criança com deficiência intelectual: a percepção entre diferentes ambientes escolares.** Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Brasília. Brasília, 2017. 147f. Disponível em <https://repositorio.unb.br/handle/10482/23935>.

OLIVA, Izalina de Vargas. **A diferenciação entre os conceitos de temperatura e sensação térmica por meio de uma miniestação meteorológica à luz da teoria dos campos conceituais:** uma investigação em uma escola do campo. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino de

Ciências) - Universidade Federal do Pampa. Bagé, 2020. 130f. Disponível em <https://repositorio.unipampa.edu.br/jspui/handle/riu/5313>.

OLIVEIRA, Rayssa Melo de. **Permanência de elementos da formação continuada acerca da teoria dos campos conceituais na prática de professora que ensina matemática**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Estadual do Ceará. Fortaleza, 2017. 146f. Disponível em http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UECE-0_1736d35bd72fc803e920ad538da334c0.

PATRICIO, Maria de Fátima Godinho Morando Kalil. **Um olhar para o ensino da matemática sob as lentes da psicologia cognitiva**. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação) - Centro de Teologia e Humanidades, Universidade Católica de Petrópolis. Petrópolis, 2017. 177f. Disponível em https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6273864.

PEREIRA, Ricardo Alexandre Alves. **A teoria dos campos conceituais e a aprendizagem do conceito de espaço vetorial**. Tese de Doutorado (Doutorado em Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto de Física Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2017. 194f. Disponível em https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6179752.

ROCHA, Kátia Coelho da. **Programação em scratch na sala de aula de matemática**: investigações sobre a construção de conceito de ângulo. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2017. 2010f. Disponível em <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/170328>.

ROSA, Rozély Xavier. **Projeto de modelagem matemática e teoremas em ação**: uma investigação sobre os conceitos de área e perímetro. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2017. 123f. Disponível em <http://repositorio.uem.br:8080/jspui/handle/1/5761>.

SANTOS, Jaqueline Santana de Souza. **Formação de professores com dimensões colaborativas**: as estruturas multiplicativas em foco. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, 2017. 212f. Disponível em https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6302210.

SILVA, Alberdan Eupídio Magalhães da. **Implementação das questões sociocientíficas (QSCs) no processo de ensino e aprendizagem da física no ensino médio**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino de Ciências e

Matemática) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal do Amazonas. Manaus, 2017. 122f. Disponível em <https://tede.ufam.edu.br/handle/tede/6026>.

SILVA, Edson Rodrigues da. **Uma base de conhecimentos para o ensino de taxa de variação na Educação Básica**. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2017. 252f. Disponível em <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/20789>.

SILVA, Rodrigo Martins Santiago da. **Considerações sobre as relações conceituais entre o Campo da Cinética Química e o Campo Estrutural estabelecidas por estudantes de graduação durante a resolução de tarefas**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino e História das Ciências e Matemática) - Universidade Federal do ABC. Santo André, 2017. 113f. Disponível em https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5007429.

SILVA, Silvana Holanda da. **Reflexões com professoras acerca da teoria dos campos conceituais como fundamento de reelaboração da prática docente em matemática**. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Estadual do Ceará. Fortaleza, 2018. 177f. Disponível em https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6316456.

SOUZA, César Augusto Pimentel de. **Alfabetização e Letramento Matemático: perspectivas e relações entre o PNAIC e o Livro Didático**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2017. 141f. Disponível em <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/20624>.

TAROUCO, Vanessa Lacerda. **Ensino da divisão no primeiro ciclo do ensino fundamental: análise das práticas pedagógicas de professores**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso. Cuiabá, 2017. 121f. Disponível em <https://ri.ufmt.br/handle/1/2018>.

VELOSO, Maria Sônia Silva de Oliveira. **Uma investigação do processo de (re) construção de conceitos de física em atividades experimentais em cursos de física a distância**. Tese de Doutorado (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil. Canoas, 2017. 243f. Disponível em https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5526064.

VERGNAUD, Gérard. **A Aprendizagem Matemática na Perspectiva dos Campos Conceituais - O que é Aprender, Capítulo 01**, p.13-52, 2007.

VERGNAUD, Gérard. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEMPA**, Porto Alegre, n. 4, pp. 9-19, 1996.

VERGNAUD, Gérard. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista**, n. Especial 1/2011, Editora UFPR: Curitiba, p.15-27, 2011. Disponível em:
<https://www.scielo.br/j/er/a/x4HTcHwzHHhkH6bDw7k9Qgs/?lang=pt>.

VERGNAUD, Gérard. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, v. 1, p.75-90, 1986. Disponível em:
https://repositorio.ispa.pt/bitstream/10400.12/2150/1/1986_1_75.pdf.

VERGNAUD, Gérard. **Teoria dos campos conceituais**. In Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática, Rio de Janeiro, p. 1-26, 1993.

Capítulo 10

Estado do Conhecimento da Teoria dos Registros de Representação Semiótica: um olhar no estado do Pará

Francisco Robson Alves da Silva

José Ricardo e Souza Mafra

1 Introdução

A região norte brasileira é composta por sete Estados da federação: Acre, Amapá, Amazonas, Pará, Rondônia, Roraima e Tocantins. Em extensão, corresponde a aproximadamente 45% do território nacional. Mesmo contemplada com quase metade da extensão territorial do País, possui apenas onze universidades federais, sendo duas no Tocantins, Universidade Federal do Tocantins - UFT e Universidade Federal do Norte do Tocantins – UFNT, a Universidade Federal de Rondônia - UNIR em Rondônia, Universidade Federal do Acre - UFAC no Acre, Universidade Federal de Roraima - UFRR em Roraima, Universidade Federal do Amapá - UNIFAP no Amapá, Universidade Federal do Amazonas - UFAM no Estado do Amazonas e quatro localizadas no Estado do Pará, a Universidade Federal do Pará - UFPA, a Universidade Federal Rural da Amazônia - UFRA, a Universidade Federal do Oeste do Pará - UFOPA e a Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará - UNIFESSPA. Além das instituições federais citadas, cinco Estados contam com universidades estaduais: Amazonas com a Universidade do Estado do Amazonas - UEA, Pará com a Universidade do Estado do Pará - UEPA, Tocantins com a Universidade Estadual do Tocantins - UNITINS, Amapá com a Universidade do Estado do Amapá - UEAP e em Roraima a Universidade Estadual de Roraima - UERR.

Diante da relação de instituições acadêmicas públicas elencadas e vislumbrando apresentar aspectos da Educação Matemática, buscamos, dentre as cinco universidades públicas paraenses, mapear a produção acadêmica, em Teses e Dissertações desenvolvidas nos respectivos programas de pós-graduação da área de Educação Matemática e que estejam fundamentadas na Teoria dos Registros de Representação Semiótica - TRRS de Raymond Duval.

2 Procedimentos Metodológicos

Este trabalho de abordagem qualitativa e caráter bibliográfico, tem em sua essência “o Estado do Conhecimento”, uma metodologia que segundo Soares e Maciel (2000, p. 9) “caracteriza-se como um levantamento e uma avaliação da produção acadêmica e científica sobre o tema, primordialmente, de categorias que identifiquem, em cada texto e no conjunto deles as facetas sob as quais o fenômeno vem sendo analisado”, enfatiza a produção de teses e dissertações desenvolvidas em instituições públicas de ensino superior da região paraense, mais especificamente, na área da Educação Matemática e que tenham utilizado como suporte a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida pelo filósofo e psicólogo francês Raymond Duval.

Na busca das teses e dissertações que subsidiem a pesquisa, uma das fontes acessadas foi a biblioteca desenvolvida e coordenada pelo Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT). A base, que é denominada por Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), foi escolhida por integrar os sistemas de informação de teses e dissertações existentes nas instituições de ensino e pesquisa do Brasil e poderá fornecer dados relevantes ao trabalho.

A busca iniciada em janeiro de 2022 também contou com os dados disponibilizados por repositórios de teses e dissertações das universidades públicas da região norte, assim como dos bancos de dados dos programas de pós-graduação de instituições de ensino superior do Estado do Pará que correspondem ao escopo do trabalho proposto.

Os trabalhos localizados, no decorrer da pesquisa, por possuírem em sua estrutura (título, resumo, palavras-chave ou mesmo citações) referência a Teoria dos Registros de Representação Semiótica foram devidamente organizados e parcialmente lidos.

Após a leitura dos resumos e, em alguns casos, capítulos, foram selecionadas, para posterior análise, as teses e dissertações defendidas e/ou publicadas no recorte temporal dos últimos dez anos, ou seja, de 2012 a 2021, que atenderam os requisitos iniciais: desenvolvidas nas instituições públicas de

ensino superior da região paraense, na área da Educação Matemática e que tenham utilizado em sua fundamentação a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

3 A Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Ao considerarmos as últimas décadas, fica evidente a evolução da Educação Matemática no cenário nacional e principalmente internacional. Internacionalmente a Educação Matemática tem seus primórdios marcados pela Conferência Internacional de Educação Matemática em Royaumont na França, onde foram estabelecidas as bases do Movimento da Matemática Moderna (Miorim, 1998, p.108). Nesse contexto de evolução, Isabelle Bloch (apud Almouloud 2007, p. 13) destaca o nascimento da Didática da Matemática, como uma ciência humana portadora de uma ambição de construir teorias rigorosas que possam edificar modelos que analisem fenômenos de ensino e de aprendizagem da matemática. Almouloud (2007) enfatiza que o fracasso na reforma da matemática, ocorrido na década de 1970, origina o movimento de pesquisadores franceses, entre outros, pela investigação de problemas relativos ao ensino e a aprendizagem de matemática, apoiando-se inicialmente nas teorias psicológicas de Piaget.

Ainda segundo Almouloud (2007), Henriques e Almouloud (2016), resultados promissores, em questões complexas no desenvolvimento do aluno, indicaram a necessidade da interlocução entre diversas áreas do conhecimento como a matemática, a psicologia, a sociologia, a história da matemática, a linguística, a epistemologia, a filosofia e a informática aplicada a educação, acarretando o surgimento de modelos teóricos que pudessem caracterizar os conhecimentos e saberes, como também sua evolução.

Um dos modelos propostos é a Teoria dos Registros de Representação Semiótica - TRRS desenvolvida por Raymond Duval, que teve a primeira apresentação sistemática com a exposição da obra *Sémiosis et pensée humaine*, em 1995. A teoria trouxe contribuições significativas ao campo educacional e vem encontrando espaço expressivo nas pesquisas em Educação Matemática no Brasil. Segundo o próprio Duval (2018), a TRRS é essencialmente um instrumento

que foi elaborado para analisar a maneira de pensar e de trabalhar a matemática quaisquer que sejam os conceitos e domínios (geometria, álgebra, análise...) tratados.

A origem da TRRS está relacionada as pesquisas desenvolvidas por Duval em seu ambiente de trabalho, o Instituto de Pesquisa em Educação Matemática - IREM de Estrasburgo, na França, de 1970 a 1995. Neste período, Duval tomou consciência do caráter fundamentalmente semiótico da atividade matemática ao constatar que as dificuldades de compreensão na aprendizagem da matemática dos alunos não estão relacionadas aos conceitos, mas à variedade de representações semióticas utilizadas e o uso "confuso" que fazem delas. Seu achado o direcionou na busca por uma teoria que permitisse modelar *os dois tipos de transformações de representações semióticas* que são cognitivamente e epistemologicamente específicas da atividade matemática (FREITAS, 2020).

Um fator relevante na busca de Duval foi o entendimento da importância de compreender as representações semióticas, e como consequência o empenho em pesquisas envolvendo semiótica enquanto campo de conhecimento. As buscas de Duval foram então substanciadas por trabalhos de estudiosos renomados na elaboração de modelos que analisam as diversas representações do pensamento humano, como Friedrich Ludwig Gottlob Frege, Ferdinand de Saussure e Charles Sanders Pierce.

Para Duval (2013) os trabalhos de Frege e Saussure foram complementares em resposta a busca de uma teoria que permitiria modelar as transformações de representações semióticas. Frege possibilitou explicar como uma representação semiótica poderia ser convertida em outra representação semiótica. Saussure trouxe contribuições ao afirmar que era preciso considerar a língua natural como um sistema, no interior do qual *os jogos de oposições entre os elementos constituíam signos tendo um sentido, independentemente de qualquer referência a um objeto* (apud FREITAS 2020, p. 7). A teoria de Pierce contribuiu no tocante a afirmativa de que as pessoas exprimem o contexto a sua volta através de uma tríade: signo, interpretante e objeto.

A teoria defendida por Duval tem um caráter analítico dos procedimentos envoltos no controle de representações de objetos matemáticos no processo de

ensino e aprendizagem de Matemática. O que para o pesquisador são definidos como “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações” (DUVAL, 2012, p.4).

Duval (1999, apud ALMOULOU, 2007), define um registro de representação como sendo um sistema semiótico que tem as funções cognitivas fundamentais no nível de funcionamento cognitivo consciente. Tal definição pode ser verificada na diferenciação entre registro e código, que evidencia a oposição entre a classificação dos níveis de funcionamento consciente e o não consciente, assim como em internas e externas.

Para Duval (2009, p. 43), os cruzamentos entre as oposições consciente/não consciente e internas/externas permitem distinguir três grandes tipos de representações: a mental, a semiótica e a computacional. A representação mental é caracterizada por ser consciente e interna e fazer uso da função de objetivação, permitindo uma visão de objeto na ausência de todo significante perceptível, sendo geralmente identificada como “imagens mentais”. A representação computacional, sendo não consciente e externa, faz uso da função de tratamento automático ou quase instantâneo, podendo ser entendida como “todas as representações cujos significantes, de natureza homogênea, não requerem visão de objeto, e que permitem uma transformação algorítmica de uma sucessão de significantes em outra”. Diferenciando-se das anteriores, a representação semiótica, sendo consciente e externa, faz uso das funções de objetivação, expressão e tratamento intencional, permitindo uma “visão do objeto” através da percepção de estímulos (pontos, traços, caracteres, sons...), tendo o valor de significante.

A estruturação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica evidenciou a existência de duas importantes operações cognitivas interligadas: a semiose e a noesis. Sendo a semiose associada à produção e à absorção de uma representação semiótica, enquanto a noesis refere-se à absorção conceitual do objeto. Duval parte do princípio de que a noesis é inseparável da semiose, ao ponto de enunciar que *“não há noesis sem semiósis”* (DUVAL, 2009, p. 17).

Ainda segundo Duval (2012) para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação semiótica, o mesmo deverá permitir as atividades

cognitivas que estão fortemente ligadas a semiose, sendo elas, a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão. A formação de uma representação identificável implica basicamente na seleção de relações e de dados no conteúdo a representar, enquanto o tratamento e a conversão são transformações de representações, nas quais, o tratamento ocorre no mesmo registro onde foi formado e a conversão em uma interpretação em outro registro, conservando totalmente ou em parte o conteúdo da representação inicial.

No tocante a conversão de um registro de representação semiótica conservar, total ou parcialmente, a representação inicial, está envolta a equivalência semântica entre a representação do registro de partida com a representação do registro de chegada por meio dos fenômenos da congruência e da não congruência, fenômenos aos quais Duval (2009, p. 68-69) estabeleceu três critérios de comparação: Correspondência semântica dos elementos significantes; Univocidade semântica terminal e Ordem dentro da organização das unidades.

Nos critérios estabelecidos por Duval (2009), são chamadas conversões congruentes aquelas em que são atendidos os três critérios e não congruentes são aquelas que deixam de atender a pelo menos um desses critérios. O nível de não congruência está diretamente ligado a dificuldade de conversão em registros de representação semiótica pois, quanto maior o número de critérios não atendidos, maior a dificuldade de conversão.

4 Resultados e Discussões

O acesso e seleção de dados da BDTD possibilitou apresentar inicialmente um apanhado do cenário nacional, no tocante ao tema proposto, conforme Tabela 1. Para tanto, foram utilizados os descritores: "Teoria dos Registros de Representação Semiótica" ou "Registros de Representação Semiótica" gerando um total de 280 trabalhos, sendo 228 dissertações e 52 teses, distribuídos por 38 instituições diferentes. A busca apontou que 50% dos trabalhos registrados foram desenvolvidos em nove instituições da região sudeste brasileira com destaque a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo com 96 trabalhos, seguida pela Universidade Federal de São Carlos com 24 trabalhos. A

pesquisa no banco de dados da BDTD também indicou um dado inicialmente preocupante, pois apontou que na região norte brasileira, apenas a Universidade Federal do Pará registra 04 trabalhos que abordam a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Tabela 1 - Número de instituições e trabalhos que citam a TRRS por região

REGIÃO	Nº DE INSTITUIÇÕES	Nº DE TRABALHOS
SUDESTE	9	140
SUL	15	99
NORDESTE	9	30
CENTRO OESTE	4	7
NORTE	1	4
TOTAL	38	280

Fonte: Elaborada pelos autores com base em dados da BDTD.

O reduzido número de teses e dissertações encontradas na BDTD, referentes a região norte, que possuem em sua estrutura alguma referência vinculada a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, reforçou a necessidade de ampliar a busca nos repositórios institucionais, assim como, nos sites dos programas de pós-graduação das universidades públicas da região norte. A nova busca possibilitou encontrar 46 trabalhos, que foram mapeados por Estados e instituições de origem conforme a Tabela 2.

Tabela 2 - Número de trabalhos citando a TRRS por instituição e Estado da região norte

ESTADO	INSTITUIÇÃO	NÚMERO DE TRABALHOS
PARÁ	UFPA, UEPA, UFOPA	18
AMAZONAS	UFAM	10
TOCANTINS	UFT	09
RORAIMA	UERR	03
ACRE	UFAC	05
AMAPÁ	UNIFAP	01
RONDÔNIA	----	----
TOTAL		46

Fonte: Elaborada pelos autores com base em dados de sites institucionais.

A busca realizada nas universidades públicas paraenses: UFPA, UEPA, UFOPA, UFRA e UNIFESSPA, resultou num total de 18 trabalhos, embora nem todos atendam todos os critérios estabelecidos para este estudo, os mesmos

apresentam em algum momento o termo “Registros de Representação Semiótica”.

No Repositório Institucional da Universidade Federal do Pará (RIUFPA), site que permite o acesso aberto à produção científica e acadêmica da instituição, a pesquisa resultou em 10 trabalhos, sendo 03 teses e 07 dissertações. No entanto, mesmo não constando no RIUFPA, ainda localizamos mais 02 trabalhos, sendo 01 tese e 01 dissertação, que citam a TRRS em sua estrutura, desta forma, completando um total de 12 trabalhos.

Na sequência, buscou-se os trabalhos que citam a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e estão disponibilizados no site da Universidade do Estado do Pará. A busca foi viabilizada pelo acesso ao Sistema de Bibliotecas (SIBIUEPA) e reforçado com a relação de dissertações defendidas e postadas nos sites do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGED), do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGEM) e demais programas de pós-graduação da referida instituição. A pesquisa resultou em 05 dissertações que apresentaram citações da Teoria desenvolvida por Raymond Duval. Contudo, na contagem não foi inserida e nem analisada a dissertação de Martinho Mota Dias Junior, que consta como defendida em 2021, mas não está disponibilizada para leitura.

No repositório institucional da Universidade Federal do Oeste do Pará, foi localizada apenas a dissertação de Porto (2019), que possui em sua estrutura o termo “Registros de Representação Semiótica”, no entanto, não a utiliza em sua fundamentação teórica.

Na busca realizada no Centro de Biblioteca Universitária (CBIU) da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará e na Biblioteca Digital de Trabalhos Acadêmicos (BDTA) da Universidade Federal Rural da Amazônia (UFRA), não foram localizadas teses ou dissertações que utilizaram em sua composição a Teoria de Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Os trabalhos inicialmente localizados nos repositórios das universidades públicas paraenses por apresentarem em sua estrutura a citação ou fundamentação da TRRS foram relacionados no quadro 1, por ano de defesa/publicação, categoria (tese ou dissertação), instituição de origem e autor.

Quadro 1 - Relação de Teses e Dissertações localizadas e desenvolvidas em universidades públicas do Pará, que utilizaram a TRRS

ANO	CATEGORIA	INSTITUIÇÃO DE ORIGEM	AUTOR(A)
2008	DISSERTAÇÃO	UFPA	PANTOJA, Ligia Françoise Lemos
2009	DISSERTAÇÃO	UFPA	FEIO, Evandro dos Santos Paiva
2009	DISSERTAÇÃO	UFPA	NEVES, Sandra do Socorro de Miranda
2010	DISSERTAÇÃO	UFPA	SOUZA, Ednilson Sérgio Ramalho
2010	DISSERTAÇÃO	UFPA	PATRÍCIO, Rafael Silva
2012	TESE	UFPA	DIAS, Josete Leal
2013	DISSERTAÇÃO	UFPA	COSTA, Dailson Evangelista
2013	DISSERTAÇÃO	UFPA	MELO, Luciano Augusto Silva
2014	TESE	UFPA	SILVA, Neivaldo Oliveira
2015	DISSERTAÇÃO	UEPA	PINHEIRO, Tássia Cristina da Silva
2016	TESE	UFPA	TEIXEIRA Junior, Valdomiro
2017	DISSERTAÇÃO	UEPA	SILVA, Márcio José
2017	DISSERTAÇÃO	UEPA	MAUÉS, Janir Assunção
2018	DISSERTAÇÃO	UEPA	ALMEIDA JUNIOR, Deusarino Oliveira
2018	DISSERTAÇÃO	UEPA	BARRETO, Saul Rodrigo da Costa
2019	TESE	UFPA/REAMEC	BRAGA, Kayla Rocha
2019	DISSERTAÇÃO	UFPA	CABRAL, Clara Alice
2019	DISSERTAÇÃO	UFOPA	PORTO, Francirley Moura

Fonte: Elaborado pelos autores com base em sites das Universidades públicas do Pará.

Após a leitura dos resumos e, em alguns casos, capítulos dos trabalhos relacionados no quadro 1, foram selecionados, para posterior leitura e análise, as teses e dissertações defendidas e/ou publicadas no recorte temporal dos últimos dez anos, ou seja, de 2012 a 2021, que atenderam os requisitos iniciais: teses ou dissertações desenvolvidas nas instituições públicas de ensino superior da região paraense, na área da Educação Matemática e que tenham utilizado em sua fundamentação a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Considerados os critérios e procedimentos adotados para busca, seleção e análise dos trabalhos que utilizaram em sua fundamentação a Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida por Raymond Duval, os 18 trabalhos inicialmente localizados foram reduzidos a 06 dissertações e 01 tese. O quadro 2, busca representar os trabalhos destacando: autor, o título, o ano de defesa e a respectiva instituição.

Quadro 2 - Teses e Dissertações desenvolvidas em universidades públicas do Pará, que utilizaram a TRRS, na área de Educação Matemática de 2012 a 2021

Autor	Título	Ano	IES
-------	--------	-----	-----

PINHEIRO, Tássia Cristina da Silva	Análise de Registro de Representação Semiótica em uma Atividade Matemática com Ribeirinhos Muanenses	2015	UEPA
MAUÉS, Janir Assunção	Geometria Analítica a partir de Georreferenciamento: construindo aplicativos em sala de aula no Ensino Médio, via Modelagem Matemática	2017	UEPA
SILVA, Márcio José	Questões sociais via probabilidade	2017	UEPA
ALMEIDA JUNIOR, Deusarino Oliveira	Modelando a prática da pesca artesanal em Vigia de Nazaré – PA para o ensino de equação da reta	2018	UEPA
BARRETO, Saul Rodrigo da Costa	Ensino e Aprendizagem de Progressão Aritmética: uso e construção de aplicativos	2019	UEPA
CABRAL, Clara Alice Ferreira	Uma sequência de atividades com enfoque em representações dinâmicas para o desenvolvimento de conhecimentos de semelhança de triângulos	2019	UFPA
BRAGA, Kayla Rocha	Realidade Aumentada: organizações didático-matemáticas para o ensino de cálculo de área no nível superior com a utilização de um <i>software</i> .	2019	UFPA / REAMEC

Fonte: Elaborado pelos autores com base em sites das Universidades públicas do Pará.

Dentre os trabalhos analisados, a dissertação de Pinheiro (2015), intitulada “Análise de Registro de Representação Semiótica em uma Atividade Matemática com Ribeirinhos Muanenses”, é definida como uma pesquisa-ação, que objetivou analisar os registros de representação semiótica, assim como, a transcrição do conceito de função afim, no decorrer de uma atividade de Modelagem Matemática, desenvolvida com alunos do 1º ano do ensino médio modular de uma escola pública estadual do município de Muaná – PA. A atividade seguiu as etapas da Modelagem Matemática descritas por Barbosa (2001), gerando protocolos da atividade realizada, gravações de áudio realizadas durante a execução da pesquisa além um diagnóstico sociocultural por meio de formulário. De posse dos instrumentos coletados, junto aos participantes da pesquisa, a pesquisadora analisou os mesmos a luz da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. O resultado apresentado pela pesquisadora, destaca que a Modelagem influencia positivamente a interpretação de conceitos matemáticos relativos à função afim e permite discussões de assuntos diversos.

Maués (2017), inicia sua dissertação intitulada “Geometria analítica a partir de georreferenciamento: construindo aplicativos em sala de aula no ensino médio, via modelagem matemática”, fazendo o Estado da Arte no Ensino de Geometria Analítica, visto que tem como objetivo verificar se a aprendizagem de geometria analítica se torna mais satisfatória, a partir de uma sequência didática com construção de aplicativos, que envolvam dados georreferenciados. Buscou embasamento teórico na Modelagem Matemática de Bassanezi, Biembengut e Henn, na Engenharia Didática de Michelle Artigue, nas teorias da microgênese de Piaget e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2011) como técnicas de análise.

O trabalho “Questões sociais via probabilidade”, uma dissertação escrita por Silva (2017), buscou responder se uma sequência de atividades de probabilidade que envolva questões sociais torna sua aprendizagem significativa. A pesquisa de abordagem qualitativa, fundamentou-se em Passos (2008), Abreu (2012) e Reis (2010), quanto a Educação Matemática Crítica, além do ensino por redescoberta, de Jerome Bruner (1969). Como técnica de pesquisa fez uso da Engenharia Didática de Michelle Artigue, da teoria da microgênese de Piaget e da teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval (2011) para verificar se as atividades alcançaram seus objetivos.

A dissertação de Almeida Junior (2018), denominada “Modelando a prática da pesca artesanal em Vigia de Nazaré – PA para o ensino de equação da reta”, apresenta dados de uma pesquisa de abordagem qualitativa do tipo etnográfica, realizada inicialmente em uma pesquisa de campo com alunos do 1º ano do ensino médio de uma escola estadual e com proprietários de embarcações pesqueiras no município de Vigia de Nazaré – PA e posteriormente, com alunos egressos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola particular do mesmo município. O trabalho é fundamentado na Engenharia Didática e Modelagem Matemática, além da Teoria das Representações Semióticas e da Microgenética como técnicas de análise, buscou investigar o impacto de uma sequência de atividades de Modelagem Matemática na construção do conhecimento relacionado à equação da reta, desenvolvida a partir do contexto da pesca artesanal praticada no município. Para o pesquisador, “A eficiência da sequência

de atividades se justifica nos resultados obtidos a partir da análise dos registros semióticos fornecidos pelos alunos e pela análise de áudios gravados durante o período de aplicação das atividades”.

A dissertação desenvolvida por Barreto (2018), intitulada “Ensino e Aprendizagem de Progressão Aritmética: uso e construção de aplicativos”, consiste em uma pesquisa-ação, quali-quantitativa-interpretativa, de natureza aplicada, que por meio do uso e construção de aplicativos educacionais em dispositivos móveis, objetivou contribuir com o processo de ensino e aprendizagem de Progressões Aritméticas (PA). A pesquisa foi realizada em uma escola pública estadual localizada no município de Soure – PA, tendo como público-alvo alunos do 1º ano do ensino médio. Na busca de atingir o objetivo do trabalho, o autor, elaborou uma sequência didática com enfoque no ensino de PA baseada na Engenharia Didática de Artigue (1996), que após aplicada teve seus dados interpretados qualitativamente a luz da Abordagem Instrumental de Rabardel (1995), da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2009) e de uma análise entre o pré-teste e o pós-teste, com auxílio da técnica estatística: teste de hipótese.

A pesquisa, qualitativa do tipo pesquisa-ação, denominada “Uma sequência de atividades com enfoque em representações dinâmicas para o desenvolvimento de conhecimentos de semelhança de triângulos”, dissertação desenvolvida por Cabral (2019), de natureza qualitativa optou pela metodologia da pesquisa-ação objetivou verificar se uma sequência de atividades com enfoque em representações dinâmicas pode contribuir para o desenvolvimento de conhecimentos de alunos acerca de Semelhança de Triângulos. Para tanto, utilizou algumas aplicações do software Geogebra, com um grupo de oito alunos de uma escola pública municipal de Belém – PA. A pesquisadora fundamentou-se na perspectiva de Raymond Duval (2008) no que concerne ao aprendizado em geometria, destacando que o aprendizado em geometria envolve três tipos de processos cognitivos que estão estreitamente ligados: o processo de visualização, com respeito à como vemos uma figura; o processo de construção, por meio de ferramentas (régua; compasso; softwares) e o processo de raciocínio, que diz respeito ao que vai ser demonstrado e comprovado (teoremas; axiomas e

definições); e na teoria dos Registros de Representação Semiótica, para identificar e analisar quais os registros mobilizados podem contribuir para a aprendizagem de semelhança.

Na tese intitulada “Realidade aumentada: organizações didático-matemáticas para o ensino de cálculo de área no nível superior com a utilização de um *software*”, Braga (2019) buscou elaborar uma Organização Didático-Matemática (ODM) de ensino e aprendizagem de cálculo de área utilizando a tecnologia Realidade Aumentada – RA, numa turma de graduação do curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Maranhão. A fundamentação do trabalho é baseada, em grande parte, em teorias da didática francesa, perpassando pela Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard a qual subsidia a concepção do Percorso de Estudos e Pesquisas (PER), bem como a aplicação de tarefas e análise dos dados trazendo à tona a Transposição Didática; faz o uso da Gênese Instrumental de Pierre Rabardel possibilitando analisar o uso da tecnologia Realidade Aumentada na aprendizagem de cálculo de área. A pesquisadora também faz uso da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval no processo que subsidia a investigação das apreensões do conhecimento que ocorrem durante a resolução de tarefas que envolvem a noção de área como grandeza.

5 Considerações Finais

Esta pesquisa, que pode relacionar relevantes contribuições aos pesquisadores interessados no tema, é caracterizada como Estado do Conhecimento, por mapear uma certa produção acadêmica, neste caso, na área de Educação Matemática. O trabalho que buscou em teses e dissertações, produzidas em universidades públicas paraenses no período de 2012 a 2021, produções que em sua fundamentação teórica fizeram uso da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Embora o artigo apresente limitações na quantidade de trabalhos analisados, seja por situações de ordem tecnológica como a ausência dos dados que inicialmente foram localizados no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, e posteriormente desprezados em razão da instabilidade do site, seja pela indisponibilidade de alguns trabalhos nos

repositórios das instituições pesquisadas, trabalhos esses que, em alguns casos, foram localizados junto aos pesquisadores que os desenvolveram ou mesmo em repositórios de outras instituições.

Entre as características dos trabalhos selecionados e analisados, foi marcante a localização das pesquisas, que atenderam ao escopo inicial, estarem restritas apenas a duas instituições (UFPA E UEPA), situação que pode ser revertida com a propagação da teoria de Duval nas demais instituições paraenses. Outra evidência verificada, nos trabalhos analisados, é que a TRRS é utilizada basicamente como subsídio na investigação das apreensões, como identificador dos registros mobilizados ou mesmo como técnica de análise para verificar se as atividades matemáticas atingiram seu objetivo, fato que atende a descrição dada pelo próprio Duval (2018, p.2), ao afirmar que a teoria dos registros de representação semiótica é essencialmente um instrumento que foi elaborado para analisar a maneira de pensar e de trabalhar a matemática quaisquer que sejam os conceitos e domínios (geometria, álgebra, análise...) tratados.

REFERÊNCIA

ALMEIDA JUNIOR, Deusarino Oliveira. **Modelando a prática da pesca artesanal em Vigia de Nazaré – PA para o ensino de equação da reta**. 201 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Estado do Pará. Belém, 2018.

BARRETO, Saul Rodrigo da Costa. **Ensino e aprendizagem de progressão aritmética: uso e construção de aplicativos**. 188 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

BRAGA, Kayla Rocha. **Realidade aumentada: organizações didático-matemáticas para o ensino de cálculo de área no nível superior com a utilização de um software**. 189 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica - REAMEC, Universidade Federal do Pará. Belém, 2019.

CABRAL, Clara Alice Ferreira. **Uma sequência de atividades com enfoque em representações dinâmicas para o desenvolvimento de conhecimentos de semelhança de triângulos**. 160 f. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal do Pará. Belém, 2019.

COSTA, Dailson Evangelista. **O Processo de Construção de Sequência Didática como (Pro)Motor da Educação Matemática na Formação de Professores**. 195 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, 2013.

DIAS, Josete Leal. **Compreensão de professores de matemática sobre números fracionários**. 192 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, 2012.

FEIO, Evandro dos Santos Paiva. **Matemática e linguagem: um enfoque na conversão da língua natural para a linguagem matemática**. 101 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, 2009.

MAUES, Janir Assunção. **Geometria Analítica a partir de Georreferenciamento: construindo aplicativos em sala de aula no Ensino Médio, via Modelagem Matemática**. 159 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Estado do Pará. Belém, 2015.

MELO, Luciano Augusto Silva. **Dois jogos de linguagem: a Informática e a Matemática na aprendizagem de Função Quadrática**. 153 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, 2013.

NEVES, Sandra do Socorro de Miranda. **A MATEMÁTICA NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO AMBIENTAL**. 127 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, 2009.

PANTOJA, Ligia Françoise Lemos. **A conversão de registros de representações semióticas no estudo de sistemas de equações algébricas lineares**. 102 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, 2008.

PATRÍCIO, Rafael Silva. **As dificuldades relacionadas à aprendizagem do conceito de vetor à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. 102 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, 2010.

PINHEIRO, Tássia Cristina da Silva. **Análise de Registro de Representação Semiótica em uma Atividade Matemática com Ribeirinhos Muanenses**. 145 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Estado do Pará. Belém, 2015.

PORTO, Francirley Moura. **Uma engenharia didática para o ensino de operações com frações e produtos notáveis**. 104 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Oeste do Pará, 2019.

SILVA, Márcio José. **Questões Sociais via Probabilidade**. 239 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Estado do Pará. Belém, 2017.

SILVA, Neivaldo Oliveira. **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO PARÁ: genealogia, institucionalização e traços marcantes**. 221 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, 2014.

SOUZA, Ednilson Sérgio Ramalho. **MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA: Registros de Representação Semiótica**. 123 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, 2010.

TEIXEIRA JÚNIOR, Valdomiro Pinheiro. **A TERAPIA DE WITTGENSTEIN E O ENSINO DE ÁLGEBRA**. 356 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, 2016.

Referências

ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais** (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels). Tradução de L. F. Levy e M.R. A. da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. (Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée). Tradução de M. T. Moretti. In: **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**, Florianópolis (SC), v.7, n.2, p.266-297, 2012. Disponível em <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>> Acesso em 10 nov. 2021.

DUVAL, Raymond. Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática? **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**, v.13, n.2, p.1-27, 12 dez. 2018. Disponível em <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2018v13n2p1>>. Acesso em 10 nov. 2021.

FREITAS, José Luiz Magalhães de.; REZENDE, Veridiana. ENTREVISTA: RAYMOND DUVAL E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

SEMIÓTICA. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 2, n. 3, p. 10-34, 12 nov. 2020. Disponível em <<http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/401>>. Acesso em 10 nov. 2021.

HENRIQUES, Afonso; ALMOULOU, Saddy Ag. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. In: **Ciência & Educação**, Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016. Disponível em <<https://www.scielo.br/j/ciedu/a/QVbBDvRRtjvVXD6HXYXcxx/abstract/?lang=pt>>. Acesso em 10 nov. 2021.

SOARES, Magda Becker; MACIEL, Francisca (Org.). **Alfabetização**. Brasília: MEC/INEP/COMPED, 2000 (Série Estado do Conhecimento).

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual Editora, 1998.

Informações sobre autores e autoras do livro

José Ricardo e Souza Mafra

Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Pará (1999), Mestrado (2003) e Doutorado (2006) em Educação, área de concentração em Educação Matemática, pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professor Titular da Universidade Federal do Oeste do Pará/UFOPA. Professor permanente do Programa de Pós-graduação em Educação PPGE/UFOPA. Atua como professor permanente do Programa de Pós-graduação em Educação na Amazônia Doutorado em Educação em Rede PPGEDA/UFPA e no Programa de Doutorado em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM/UFMT) Associação em Rede intitulada Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC).

Pedro Franco de Sá

Possui graduação em Licenciatura Plena Em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1988). Mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1996) e Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2003). É professor Titular de Educação Matemática do Departamento de Matemática, Estatística e Informática desde 2013, na Universidade do Estado do Pará. É docente fundador do Programa de Mestrado em Educação do CCSE-UEPA, docente fundador da REAMEC e docente fundador do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do CCSE-UEPA.

John Andrew Fossa

Graduação em Filosofia pela College Of The Holy Cross (1972), em Filosofia pela Fordham University (1974) e em Educação Matemática pela Texas A&M University System (1994). Professor Adjunto da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN).

Rita de Cássia Florêncio Rocha Kasahara

Graduação em Sistema de Informação pela Faculdade Estácio de Belém (2018), Graduação em ENGENHARIA DE TELECOMUNICAÇÕES pela Faculdade Estácio de Belém (2006), Especialização em DOCÊNCIA PARA A EDUCAÇÃO PROFISSIONAL pelo INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA (2017). Especialização em Redes de Computadores pela Escola Superior Aberta do Brasil (2016), em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Pará (2009) e em Programa de Pós-Graduação em Educação pela Universidade do Estado do Pará (2025). Atualmente é PROFESSORA DO ENSINO BÁSICO, TÉCNICO E TECNOLÓGICO do INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Márcio José Silva

Professor efetivo do quadro da Universidade do Estado do Pará-UEPA. Doutor em Educação pela Universidade do Estado do Pará (UEPA), na Linha de Pesquisa "Saberes Culturais e Educação na Amazônia". Mestre em Educação pela UEPA, na Linha de pesquisa, Formação de Professores e Práticas Pedagógicas. Possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela (UEPA).

Anderson Portal Ferreira

É professor do Ensino Básico Técnico e Tecnológico do Instituto Federal do Pará desde 2020. Doutor em Educação pelo programa de Pós-Graduação em Educação de Universidade do Estado do Pará. Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Licenciado Pleno em Matemática pela Universidade do Estado do Pará.

Gilson Pedroso dos Santos

Possui graduação em Letras - Português e suas Literaturas pela Universidade Luterana do Brasil (2013), Graduação em Sistemas de Informação pela Universidade Federal do Oeste do Pará (2016), Mestrado em Educação pela Universidade Federal do Oeste do Pará (2018) e Doutorado em Educação na Amazônia pela Universidade Federal do Oeste do Pará (2024). Atualmente é professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará, Campus Paragominas.

Neliane Mota Rabelo

Graduação em PEDAGOGIA pela Universidade Federal do Pará (2008). Pedagoga da Universidade Federal do Oeste do Pará. Mestrado em Educação pela Ufopa (2018). Doutorado em Educação pelo EDUCANORTE - Programa de Pós-Graduação em Educação na Amazônia.

Ellen Cristina Carvalho Rodrigues

Tutora Presencial da Universidade Aberta do Brasil (UAB) no Curso de Especialização em Tecnologias Educacionais no Ensino Básico, ofertado pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Mestre em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGED) da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Especialista em Educação Especial e inclusiva, pela Faculdade Estratego. Licenciada em Matemática pela Universidade do Estado do Pará (UEPA).

Lorena Arero Albuquerque Monteiro

Mestre em Educação pela UEPA (2023). Pós-Graduação Lato Sensu em Psicologia Educacional com Ênfase em Psicopedagogia Preventiva pela Universidade do Estado do Pará (2010). Graduação em Pedagogia pela Universidade do Estado do Pará (2007). Especialista em Educação na Secretaria de Estado de Educação do Pará (SEDUC/PA). Docente na Secretaria Municipal de Educação de Belém (SEMEC).

Augusto Lacerda Lopes de Carvalho Júnior

Graduação em Matemática pela Universidade do Estado do Pará - UEPA em 2009. Mestrado Profissional em Matemática na Universidade Federal do Pará – UFPA em 2013. Professor no Instituto Federal do Pará - Campus Castanhal.

Francisco Robson Alves da Silva

Doutor em Educação na Amazônia pela Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), na linha de pesquisa Educação na Amazônia: formação do educador, práxis pedagógica e currículo (2024). Mestre em Engenharia Elétrica, com área de concentração em Computação Aplicada, pela Universidade Federal do Pará (UFPA) em 2009. Licenciado Pleno em Matemática pela UFPA (1997). Especialista em Educação Matemática pela Universidade do Estado do Pará (UEPA) (2001), em Estatísticas Educacionais pela UFPA (2007) e em Docência para a Educação Profissional, Científica e Tecnológica pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA) (2018). Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA), Campus Santarém. Atua principalmente nas áreas de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação na Educação, Modelagem Matemática e Análise de Modelos, desenvolvendo atividades de ensino, pesquisa e extensão em parceria com o Grupo de Estudos e Pesquisas Educacionais em Modelagem Matemática (GEPEMM/UFOPA) e com o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática e Interdisciplinaridade na Amazônia (GEPEIMAZ/UFOPA).

APRESENTAÇÃO

Estudos sobre Teorias da Educação Matemática reúne contribuições de pesquisadores comprometidos com a compreensão dos fundamentos teóricos que sustentam a Educação Matemática como campo científico. A obra promove um diálogo entre diferentes perspectivas epistemológicas, filosóficas, históricas e metodológicas, evidenciando a diversidade de abordagens que orientam a pesquisa, a formação de professores e as práticas de ensino.

Ao longo de seus capítulos, o leitor é convidado a refletir sobre o papel das teorias na produção do conhecimento, reconhecendo sua importância para a interpretação dos fenômenos educativos e para a construção de novas possibilidades de investigação e intervenção pedagógica.

Destinado a pesquisadores, professores, estudantes de graduação e pós-graduação, bem como a todos os interessados na Educação Matemática, este livro constitui uma referência para aqueles que buscam aprofundar seus estudos e ampliar a compreensão acerca dos diferentes referenciais teóricos que permeiam esse campo de conhecimento.

Mais do que apresentar teorias, esta obra convida o leitor a estabelecer um diálogo crítico com elas, fortalecendo uma prática investigativa comprometida com a produção de conhecimento, a formação humana e a transformação da educação.