



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e da Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação - Mestrado

Ivanete Maria Barroso Moreira

**O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES
ENVOLVENDO CALCULADORA**

Belém
2010

Ivanete Maria Barroso Moreira

O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES ENVOLVENDO CALCULADORA

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará, como exigência para obtenção do título de Mestre em Educação.

Linha: Formação de Professores.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Belém
2010

Dados Internacionais de catalogação na publicação
Biblioteca do Centro de Ciências Sociais e Educação da UEPA

Moreira, Ivanete Maria Barroso

O Ensino das operações envolvendo frações com calculadora / Ivanete Maria Barroso Moreira. Belém, 2010.

137p.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2010.
Orientação de: Pedro Franco de Sá.

1. Matemática – Estudo e ensino 2. Frações 3. Jogos I. Sá, Pedro Franco de (Orientador). II. Título.

CDD: 21 ed. 510.7

Ivanete Maria Barroso Moreira

O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES ENVOLVENDO CALCULADORA

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

Linha: Formação de Professores.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Data de aprovação: 19/05/2010

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá (Orientador)

Instituição: UEPA/UNAMA

Prof. Dr. Emmanuel Ribeiro Cunha (Examinador 1)

Instituição: UEPA/UNAMA

Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva (Examinador 2)

Instituição: UFGA

Belém
2010

A minha família por todo o incentivo, em especial aos meus filhos que foram a minha inspiração.

Aos meus amigos(as) que sempre estiveram ao meu lado.

Ao meu orientador, pela paciência e dedicação.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelas bênçãos.

A Universidade do Estado do Pará pela acolhida.

Ao meu orientador, o Professor Dr. Pedro Franco de Sá, pela orientação e colaboração na realização deste trabalho.

Aos professores Drs. Francisco Hermes Santos da Silva e Emmanuel Ribeiro Cunha, pelas contribuições por ocasião da minha qualificação.

Aos sujeitos da pesquisa e a professora colaboradora, sem os quais este trabalho não seria possível.

A todos os professores do Programa de Pós-graduação - Mestrado, pelas contribuições e por terem me permitido multiplicar e construir meus próprios conhecimentos.

A meus amigos(as) por todo o apoio recebido nos momentos difíceis.

A meus filhos amados por terem me acompanhado, ajudado nas atividades da pesquisa e por terem compreendido os meus momentos de estresse.

A todas as pessoas que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

O ser humano está preparado para quase tudo, mas o problema está exatamente em se adaptar ao “quase”.

MOREIRA (2006)

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo investigar a viabilidade do ensino das operações com frações por meio de atividades desenvolvidas a partir de situações-problema mediadas por uma calculadora virtual de fração e jogos. O experimento foi desenvolvido em uma escola pública do Município de Ananindeua no Estado do Pará, os sujeitos foram 45 alunos da 5ª série (6º ano) do ensino fundamental. A metodologia utilizada foi a Engenharia Didática, os estudos prévios foram realizados a partir de uma revisão de trabalhos sobre o ensino de frações e uma consulta a 100 docentes sobre o processo de ensino aprendizagem de frações; a parte experimental deu-se por meio de atividades tendo situações problemas como ponto de partida e uma calculadora virtual de frações como recurso didático. Durante o experimento os alunos foram solicitados a solucionar questões envolvendo as operações com fração, sem que eles já tivessem estudado o assunto em questão. Os cálculos necessários ao desenvolvimento das atividades foram executados com a calculadora virtual. Após a resolução de cada atividade, os discentes eram desafiados a descobrirem uma maneira de obter os mesmos resultados produzidos pela máquina sem a utilizarem novamente. A maioria dos alunos conseguiu descobrir algoritmos válidos para o cálculo das operações com frações. A comparação entre o desempenho nos pré e pós-testes indicou que os discentes internalizaram os algoritmos construídos durante as atividades, devido o significativo aumento do percentual de acertos no pós-teste em relação ao pré-teste, apontando para viabilidade da metodologia de ensino adotada. Este experimento trouxe entre outros, os seguintes resultados: a viabilidade da calculadora virtual de fração como recurso didático para o ensino de operações com frações; a sensibilização para novas reflexões na formação de professores sobre o uso de novas metodologias e um novo olhar na resolução das operações de frações com denominadores diferentes sem a utilização da ferramenta m.m.c.

Palavras-chave: Educação. Formação de Professores. Engenharia Didática. Ensino de Frações.

ABSTRACT

This work presents the results of a research that aimed to investigate the feasibility of teaching operations with fractions through activities developed from problem situations mediated by a virtual calculator of fraction and games. The experiment was developed at a public school in the city of Ananindeua in Pará, the subjects were 45 students from 5th grade (6th grade) of the elementary school. The methodology used was the didactic Engineering, the previous studies were accomplished from a review of studies on the teaching learning process of fractions and a consultation with 100 educators on the teaching learning process of fractions; the experimental were made through activities and problem situations as a starting point and a virtual calculator fractions as a teaching resource. During the experiment students were asked to resolve issues involving operations with fractions, that they never have studied before. The calculations required for the development of the activities were performed with the use of the virtual calculator. After the resolution of each activity the students were challenged to find a way to get the same results produced by the machine without it's use. Most students managed to discover valid algorithms for the calculation of operations with fractions. The comparison between the performance in pre and post-tests indicated that the students have internalized the algorithms built during activities because of the significant increase in the percentage of correct answers at post-test compared to pre-test, indicating viability of the teaching methodology adopted. Some of the results brought by this experiment are: the feasibility of virtual calculator fraction as a resource for the teaching of operations with fractions; awareness of new ideas in teachers formation on the use of new methodologies and a new perspective in addressing the operations of different denominators fractions without using the tool mmc.

Key words: Education. Teachers formation. Didactic engineering. Teaching fractions.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01	Interface do software educativo	79
Figura 02	Interface da área de representação fracionária	79
Figura 03	Ícones da interface inicial	80
Figura 04	Interface do “Modo: Normal”	80
Figura 05	Interface do “Modo: Ensino de Fração”	81
Figura 06	Interface dos créditos do software	81
Figura 07	Registro do aluno A20	96
Figura 08	1ª Situação problema operando a multiplicação	102
Figura 09	Situação problema operando com a multiplicação	104
Figura 10	Resolução da adição operando com a divisão	104
Figura 11	Resolução com a troca de sinal para a multiplicação	105
Figura 12	Resolução com troca de sinal para a subtração	105
Figura 13	Resolução com troca de sinal para a adição	106
Figura 14	Fórmula da adição de frações com denominadores diferentes	107

LISTA DE TABELAS

Tabela 01	Faixa etária e Gênero	61
Tabela 02	Tempo de serviço e Formação	62
Tabela 03	Níveis de ensino que está lecionando	62
Tabela 04	Níveis de ensino que já lecionou	63
Tabela 05	Categoria administrativa da Instituição de ensino	64
Tabela 06	Você já ministrou <i>fração</i> na 5ª série?	64
Tabela 07	Ensino de Fração	65
Tabela 07a	Forma de ensino, Formação e Faixa etária	66
Tabela 08	Fixação do conteúdo de Matemática na 5ª série	68
Tabela 08a	Fixação do conteúdo, Formação e Faixa etária	69
Tabela08b	Fixação do conteúdo (uso de jogos), Formação e Faixa etária.	69
Tabela 09	Graus de dificuldade no ensino aprendizagem de Fração.	70
Tabela 10	Faixa etária e Gênero	84
Tabela 11	Tipo de instituição e Dificuldade na aprendizagem em Matemática	84
Tabela 12	As notas em Matemática e Atenção ou distração	85
Tabela 13	Dificuldades nas operações e Domínio na tabuada	86
Tabela 14	Comparativo dos resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste das questões de adição e subtração com frações	110
Tabela 15	Comparativo dos resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste das questões de multiplicação e divisão com frações	112

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1- PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	16
1.1. O USO DA CALCULADORA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	16
1.2. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	18
1.3. O JOGO NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM	21
1.4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	23
1.4.1. Teoria das Situações Didáticas	23
1.4.2. A Engenharia Didática	24
1.4.3. Técnica da Redescoberta	31
2 – REVISÃO DE INVESTIGAÇÃO SOBRE FRAÇÃO	34
2.1. OS DIFERENTES SIGNIFICADOS DA FRAÇÃO	34
2.2. PROPOSTAS METODOLÓGICAS E PRÁTICAS DOCENTES PARA O ENSINO DE FRAÇÕES	42
2.3. O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES	51
2.4. O USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS NO ENSINO DE FRAÇÕES	53
3 – METODOLOGIA DE PESQUISA	56
3.1. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	56
3.1.1. Estudos Preliminares	57
3.1.2. Análise <i>a priori</i>	57

3.1.3. Experimentação	59
3.1.4. Análise a posteriori	60
4 – CONSULTA AOS PROFESSORES	60
4.1. PERFIL DOS PROFESSORES	61
4.2. ANÁLISES DAS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS DOS PROFESSORES NO ENSINO DE FRAÇÕES	65
4.3. ANÁLISE DOS PROFESSORES DO GRAU DE DIFICULDADES NO ENSINO DE FRAÇÕES	70
5 – A SEQUÊNCIA DIDÁTICA	76
5.1. OBJETIVO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	76
5.2. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA	77
5.3. A APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA	78
5.4. UNIVERSO DO ESTUDO	82
5.4.1. A Amostra	82
5.4.2. Perfil da Turma	83
5.5. EXPERIMENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	87
6 – ANÁLISES DOS RESULTADOS DO PRÉ E PÓS-TESTE	109
CONSIDERAÇÕES FINAIS	114
REFERÊNCIAS	117
APÊNDICE	121
ANEXO	131

INTRODUÇÃO

Considerando que somente a palavra Matemática já é capaz de despertar os mais diferentes sentimentos em crianças/alunos de todos os níveis de ensino, desde a completa aversão até o eufórico entusiasmo, estando esses sentimentos diretamente ou indiretamente ligados a influência escolar, familiar e do círculo de amizades, relacionadas às más experiências sofridas por um ou mais elementos desses grupos, das quais essas crianças/alunos fazem parte (SILVA, 1997).

Nesse contexto torna-se natural na trajetória profissional do docente, observar, nos alunos das séries finais do Ensino Fundamental a curiosidade em conhecer, a alegria em descobrir, as angústias em fracassar, as dificuldades no aprender, os medos de errar e o desespero de não compreender conteúdos matemáticos, características que devam também ser observadas nos outros níveis de ensino como o Ensino Médio e o Ensino Superior. Uma dessas dificuldades de aprendizagem apresentadas no Ensino Fundamental (6º ano em especial), que nos chamou a atenção pela quantidade de estudos referentes, foi a Fração, e alguns exemplos neste sentido foram: a comparação de fração; representação de fração na forma decimal e *operações com frações*. Essas dificuldades no ensino de Fração são advindas de diversos fatores, um deles pode ocorrer do seu estudo inicial tradicional, onde na maioria das vezes é apresentada como parte-todo, com desenhos de pizzas, retângulos ou com materiais concretos (blocos lógicos, tangran, dobraduras de papel, etc.), passando pela concepção da existência de modelos.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN¹ (BRASIL, 1997), o conjunto dos números racionais é considerado um assunto importante na escolaridade básica de Matemática, em muitas oportunidades, este conteúdo, apresenta-se aos alunos como um obstáculo para a plena compreensão, afirma Romanatto (1997: p. 101), que ainda ressalta que “o número racional deve ser entendido como uma teia de relações onde noções, princípios e procedimentos matemáticos distintos são construídos ou adquiridos a partir de diferentes contextos”.

Atualmente encontram-se diversas pesquisas, que comprovam esses obstáculos no ensino e a aprendizagem do conteúdo Fração, de forma a contribuir

¹ A partir deste ponto utilizaremos apenas a sigla PCN para representar os Parâmetros Curriculares Nacionais e os anos – 1997/1998 - de produção do referido documento.

para o desenvolvimento da aprendizagem deste conteúdo. Algumas delas dizem respeito as metodologias de ensino e aos conhecimentos dos professores a cerca do assunto, algumas delas são: Silva (1997) e Bezerra (2001) e outras ainda no que dizem respeito aos alunos, são referentes à aprendizagem e compreensão dos conceitos que fazem parte do conteúdo essas são evidenciadas em: Magina e Campos (2008) e Notari (2002), entre outros. A grande maioria desses resultados expressa angústia/limites dos pesquisadores.

A dificuldade referente as metodologias de ensino e conhecimento dos conteúdos específicos dos docentes, para Silva (1997), está diretamente ligada a formação profissional docente, que se encontra de certa maneira estática ou adormecida, ou ainda nos moldes tradicionais. A decorrência desse fator na Educação encontra-se em um estágio preocupante.

O estudo dos fatores que acarretam dificuldades no ensino se faz necessário para que possamos refletir de forma profunda sobre a realidade educacional vigente, a fim de construirmos outros paradigmas no processo de ensino aprendizagem e nos processos formativos do profissional docente, para que se consiga romper barreiras e estigmas, valorizando o saber reflexivo do docente e sua práxis educativa, para a melhoria do quadro educacional precário que se encontram as Escolas Públicas existentes no país.

Partindo desse contexto que se reflete em experiências docentes nas salas de aula atualmente, nos propomos responder a seguinte questão de pesquisa: ***Qual a viabilidade do ensino das operações com frações por meio de atividades desenvolvidas a partir de situações problema mediadas por uma calculadora virtual de fração e jogos para alunos do 6º ano (5ª série)?***

Tendo como objetivo principal investigar a viabilidade do ensino das operações com frações por meio de atividades desenvolvidas a partir de situações-problema mediadas por uma calculadora virtual de fração e jogos com alunos do 6º ano (5ª série) do Ensino Fundamental.

Nossa intenção foi construir a seqüência a partir de resolução de problemas que permitiram aos alunos descobrirem as regras das operações com frações e, a partir da sua produção, a sistematização dessas regras, verificando se, ao introduzir essa seqüência, em situação de sala de aula, utilizando recursos didáticos como a calculadora virtual de fração e jogos, os efeitos são significantes para o ensino das operações com frações.

A fundamentação teórica circulou entre: a Engenharia Didática com Artigue (1996) e Pais (2002); as Sobre Situações Didáticas de Brousseau (1996); a Técnica da Redescoberta trabalhada por Sá (1999/2004) e Mendes e Sá (2006) e o uso da Resolução de Problemas como ponto de partida mencionada por Bezerra (2001) e Sá (2006), entre outras.

Com a finalidade de formalizar o desenvolvimento do estudo em questão apresentamos a organização das seções:

Na Seção 1, que traz um resumo breve sobre o processo do ensino aprendizagem da Matemática relacionada à calculadora, resolução de problemas e o uso de jogos, além de apresentar a base da fundamentação teórica que nos apóiam durante o estudo.

Na Seção 2, denominado “Investigações sobre o ensino-aprendizagem de Fração”, realizou-se uma análise dos estudos desenvolvidos sobre o ensino de Fração, para reconhecimento das dificuldades, metodologias e práticas existentes na área a partir de uma revisão bibliográfica.

Na Seção 3, será apresentada a metodologia de pesquisa e os procedimentos metodológicos, para isso nos fundamentamos nos princípios da Engenharia Didática proposta por Artigue (1996).

Na Seção 4, trazemos o resultado de uma consulta feita com professores do ensino fundamental de escolas variadas do Município de Belém, para termos uma visão das dificuldades existentes no ensino de Fração, no 6º ano, essa consulta serviu também como base para uma das etapas da metodologia.

Na Seção 5, será exposta a elaboração e efetivação da sequência didática para o ensino do conteúdo em questão, Fração.

E finalmente na Seção 6, divulgaremos a análise dos resultados dos instrumentos da pesquisa.

1 – O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Este capítulo tem o objetivo de fazer um apanhado sobre os vários pontos que circundam o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, como: ‘O uso da calculadora’, ‘O jogo’ e ‘A resolução de problemas’ relacionados ao processo de ensino-aprendizagem de Matemática e de Fração, que servirão de apoio para este estudo, também apresenta a fundamentação teórica para a consolidação da pesquisa em campo com; a Teoria das Situações Didáticas, a Engenharia Didática e a Técnica da Redescoberta.

1.1. O USO DA CALCULADORA NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

A importância do uso de recursos tecnológicos no ensino de matemática vem sendo discutida ao longo das últimas décadas.

As pesquisas vêm mostrando, no que diz respeito à inclusão de tecnologias em sala de aula, como computadores e calculadoras (convencional, científica ou virtual), que a sua utilização como recurso didático torna as crianças mais aptas tanto na resolução de cálculos e problemas quanto na escolha de artifícios para realizá-los (GROVES, 1994; 1995).

Os PCN (1997) recomendam os recursos tecnológicos no ensino de matemática, por constituírem um dos “principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas conseqüências no cotidiano das pessoas” (p. 43), também porque esses recursos tecnológicos (calculadoras e computadores) estão presentes em diferentes atividades da população mundial.

Nesse contexto o uso desse recurso traz significativas contribuições para se repensar sobre o processo de ensino e aprendizagem de Matemática à medida que:

- ✓ Relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio de instrumentos esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente;
- ✓ Evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas;
- ✓ Possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem;

- ✓ Permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo (BRASIL, 1997: p. 42-3).

Apesar das recomendações feitas pelos parâmetros, não se tem observado um uso freqüente de calculadoras nas salas de aula, principalmente nas séries iniciais do ensino fundamental. Este aspecto é evidenciado em estudos como o de; Ruthven (1994), que observou a partir da resposta a questionários de alunos ingleses, na transição entre as escolas primárias e secundárias, que a calculadora não era tida como uma ferramenta com a qual eles podiam aprender, havendo também a consideração desse instrumento como prejudicial para a aprendizagem, por levarem os alunos a ter dificuldades no aprendizado de outros tipos de cálculo.

Os estudos de Groves (1994) comparam um grupo de crianças de 3ª e 4ª séries que tiveram oportunidade de usar a calculadora na resolução de problemas em sala de aula (grupo experimental) com um grupo que não teve essa mesma oportunidade (grupo controle). Os resultados obtidos indicaram que o uso da calculadora a longo prazo favoreceu significativamente o desempenho das crianças no que se refere à escolha de artifícios de cálculo para resolução dos problemas e na computação de questões que envolviam o conhecimento de: valor de lugar dos números, subtração com resposta negativa, divisão com resto, multiplicação e divisão de valores monetários (dinheiro). A autora concluiu enfatizando a oportunidade dada através do uso da calculadora para que crianças se engajassem em investigações matemáticas, partilhassem suas descobertas com os professores e colegas, contribuindo para uma genuína discussão matemática em sala de aula.

A partir das recomendações dos PCN (1997) e os estudos realizados nesta área, compreendemos o uso da calculadora na atividade de resolução de problemas, não apenas como um cálculo automático de algoritmos, mas de exploração de aspectos relativos ao próprio campo conceitual e computacional dos conteúdos matemáticos, se tornando um recurso com múltiplas oportunidades de resultados positivos.

1.2. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Atualmente existem amplos estudos e literatura sobre Resolução de Problemas, com a intenção de demonstrar que o desenvolvimento da capacidade desse tipo de operacionalização merece especial atenção por propiciar habilidades em raciocinar, planejar, efetuar, testar, inferir e concluir situações de vida diária, mas não foi sempre assim, de acordo com Curi (2004), os problemas ocuparam um lugar essencial na Matemática desde a antiguidade, porém nos currículos de Matemática, o enfoque da resolução de problemas é bastante recente. Esta situação iniciou sua mudança, somente a partir da década de 80, nos Estados Unidos e no final do século XX no Brasil, quando apareceram educadores matemáticos defendendo esta idéia.

Os PCN (1997) trazem no tópico “A resolução de problemas e o ensino-aprendizagem de Matemática”, que a resolução de problemas como um eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, resumida nos seguintes princípios (p. 40-1):

- A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- Aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;
- Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular; a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

De forma a confirmar ou afirmar esses princípios norteadores, os PCN ainda completam divulgando que “educadores matemáticos apontam a resolução de

problemas como ponto de partida da atividade matemática”, demonstrando que “o conhecimento matemático, ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução” (1997, p. 39-40).

Outros autores também trazem a resolução de problemas como ponto de partida para o ensino de Matemática, um deles é Bezerra (2001), que em seu estudo utiliza a resolução de problemas como ponto de partida, explicando em seus procedimentos de pesquisa que; “Em relação à seqüência de ensino desenvolvida no grupo experimental, pretendemos que o ponto de partida sempre fosse por intermédio de situações-problema, fazendo um paralelo com as situações significativas e desafiadoras para os alunos” (p. 72). Outro autor a ter esse pensamento é Sá (2004, p. 161), que chama a atenção para a importância da resolução de problemas, mesmo nas aulas clássicas, afirmando que é possível o uso da resolução de problemas como ponto de partida para o ensino de Matemática.

Mendonça (1999, p.16-17), *apud* Sá (2004: p. 149-150), traz o que seria uma compreensão/conceito da expressão resolução de problemas:

Como um objetivo, um processo e um ponto de partida. Assim descritos:

- Como objetivo, a resolução de problemas significa que se ensina matemática para resolver problemas;
- Como processo, a resolução de problemas significa olhar para o desempenho/transformação dos alunos como resolvidores de problemas. Analisam-se as estratégias dos alunos;
- Como ponto de partida, os problemas são usados como recurso pedagógico para iniciar o processo de construção de um dado conhecimento específico.

Ainda segundo a autora (p. 150):

- A maneira de pensar a resolução de problemas como objetivos implica em ser suficiente no processo de ensino da matemática, expor a teoria e em seguida propor problemas mais ou menos engenhosos.
- Na concepção de processo o desenvolvimento do ensino está centrado na proposição de estratégias de solução.
- Já como ponto de partida, o desenvolvimento do ensino é iniciado pela apresentação de um problema que permitirá desencadear o processo de aprendizagem, culminando na sistematização de conhecimentos matemáticos previamente determinados pelo professor.

Outros autores que estão em consonância com os acima citados são Oliveira e Águila (2005), que também se referem ao uso da resolução de problemas como ponto de partida, e trazem o seguinte comentário em sua pesquisa “tendo na [...] resoluções de problemas o ponto mais alto de nosso trabalho, o referido instrumento pretende minimizar o caráter de ‘bicho Papão’ que a matemática possui na cultura e na Educação Matemática” (p. 13). As autoras completam explicando especificamente que, “todo trabalho com frações pode ser feito a partir de situações-problema; isto é, desafios para que os alunos descubram soluções de pequenos problemas” (p. 36).

Entendemos a partir do que foi adotado pelos autores que a proposta de se trabalhar com a resolução de problemas como ponto de partida, pode ser encarado como uma metodologia de ensino, em que o professor propõe aos alunos situações em forma de problemas, caracterizado por investigação e exploração de conhecimentos novos e validação ou confirmação de antigos. Podendo ainda com essa proposta visar a construção de conceitos matemáticos pelo aluno por meio de situações que estimulam a curiosidade matemática, o ato de investigar, testar, confirmar e validar estruturas conceituais.

A nosso ver, para os alunos que se encontram atualmente nas práticas docentes, resolver um problema pode significar fazer cálculos com os números expressos no enunciado ou diretamente computar quando visualizar uma operação, aplicar as fórmulas estudadas, sem necessariamente apropriar-se da situação ou mesmo buscar compreender e legitimar os resultados encontrados. Em função disso, pode-se dizer que o conhecimento matemático, para esses alunos, não se apresenta como um conjunto de conceitos inter-relacionados, que lhes permite resolver um conjunto de problemas, mas como um conceito sem compreensão, abstrato e incompreensível. O que torna a aprendizagem da Matemática um processo de memorização e reprodução.

Com esses argumentos a resolução de problemas como ponto de partida, tem como finalidade, nesta pesquisa, fazer com que os alunos usem conhecimentos e informações que estão ao seu alcance, se apropriando de subsídios palpáveis em seu convívio diário, para resolver das situações mais simples as mais complexas.

1.3. O JOGO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Compreender, quanto educador, que ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas, além de mesclar essas habilidades com outras áreas de conhecimento como História, Geografia, Língua Portuguesa, Química, entre outras de forma interdisciplinar, traz ao educando um desenvolvimento abrangente de “o que é?”, “onde utilizar?”, “como utilizar?” e “porque utilizar?” a Matemática na sociedade em que está inserido. O educador matemática também deve procurar alternativas, para aumentar a motivação da aprendizagem, melhorar e/ou resgatar a autoconfiança, a organização, concentração, atenção, raciocínio-lógico e dedutivo e o senso cooperativo do aluno, desenvolvendo com isso a socialização e ampliando as interações do indivíduo com outras pessoas e com a sociedade da qual faz parte. Uma dessas alternativas pode ser o jogo, um aliado ideal, se convenientemente planejado, sendo um recurso pedagógico eficaz para a construção do conhecimento, principalmente o matemático (LARA, 2004).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino de Matemática nas séries finais tem sido referência para práticas docentes no que se refere à utilização dos jogos como recursos didáticos. E expressam ainda que, com a utilização dos jogos as crianças passam a compreender e a utilizar convenções e regras que são empregadas no processo ensino-aprendizagem, favorecendo sua integração com o mundo social complexo em que vivem. Os jogos também podem ser utilizados para inserir, fixar conteúdos e preparar o aluno para aprofundar os itens já trabalhados (BRASIL, 1997).

As referências ao uso do jogo, segundo Moura (1994), vêm assumindo grande importância nas propostas de ensino de Matemática nos variados níveis de ensino. Nos eventos que discutem a Educação Matemática e nos grupos de pesquisas das universidades, atualmente, o tema jogo está sempre presente.

Alguns comportamentos podem surgir com o jogo, de acordo com Carrasco (1992), como; agir aleatoriamente, por tentativas, por cálculos antecipados, por análises cuidadosas, por atitudes intuitivas e arriscadas, mas segundo a autora, o mais importante, parece ser, que o próprio jogo propicia a evolução destes procedimentos.

Neste contexto o papel do aluno centra-se nas atividades de observação, relacionamento, comparação, levantamento de hipóteses e argumentação; ao

professor, cabe apenas a tarefa de orientar e mediar à busca de soluções para as jogadas. A importância do uso de jogos está ligada também, ao desenvolvimento de atitudes de convívio social, pois acreditamos que o aluno, ao atuar em equipe, supera, pelo menos em parte, seu individualismo natural.

Conforme afirmam Fiorentini e Miorim (1996, p. 9), a aplicação de jogos no ensino de Matemática “não garante uma melhor aprendizagem desta disciplina”, pois “nenhum material” lúdico ou concreto “é válido por si só”.

Com isso, percebemos a importância do professor conhecer o jogo, pois mesmo quando este o elabora, não significa que tenha total domínio sobre ele, e também em ter claros os objetivos que se deseja alcançar, os pré-requisitos necessários, as regras, os diferentes modos de jogá-lo e as perguntas que podem surgir desse jogo.

Apesar de não ser uma prática frequente dos professores, é de grande ajuda que o jogo construído seja testado antes de apresentado em sala de aula, pois ao participar de oficinas durante a Disciplina Prática de Ensino e Estágio Supervisionado I e II no Núcleo do Baixo Tocantins da Universidade do Estado do Pará, com alunos de graduação e professores de salas regulares, oferecidas nas escolas escolhidas para as atividades de campo foi possível observar tal fato.

Para Borin (1995), quando se aplica em sala de aula, um jogo testado previamente pode-se possibilitar um melhor entendimento de como ele funciona, admitindo a possibilidade de modificação, caso seja necessário. Também proporciona a análise das jogadas, permitindo a reflexão do professor sobre os possíveis erros que os alunos possam apresentar, além de colaborar na avaliação de como o aluno se comporta e joga obtendo resultados mais precisos. Portanto, o jogo não deve ser fácil demais e nem tão difícil, para que os alunos não se desestimulem.

De acordo com Groenwald e Timm (2002, p.1),

a aprendizagem através de jogos, como dominó, palavras cruzadas, memória e outros permite que o aluno faça da aprendizagem um processo interessante e até divertido. Para isso, eles devem ser utilizados ocasionalmente para sanar as lacunas que se produzem na atividade escolar diária.

Ferrero (1991), por sua vez, aponta que o fato dos jogos possibilitarem o processo de ensino-aprendizagem mais divertido, interessante e motivador não

significa negligenciar a prática pedagógica. Não devendo essa prática ser confundida como um conjunto de atividades sem ordem nem conexão, demonstrando não existir objetivos implícitos importantes para o processo em questão.

Nesse contexto, ao se elaborar um jogo com diferentes níveis é interessante colocar-se situações-problema que variam do simples ao complexo em seu decorrer e que represente um desafio novo para o aluno, exigindo a construção e reorganização de seu raciocínio. Essa elaboração ou a escolha do jogo que se vai usar é classificada por Lara (2003) em: **Jogos de Construção**, que trazem ao aluno um assunto novo a ser trabalhado a partir da resolução de um problema, seu uso vai além da memorização e auxilia o estudante a atingir níveis mais avançados de conhecimento; **Jogos de Treinamento**, que servem para treinar alguma habilidade, como memorizar (conceitos, fórmulas, regras), também pode ser usado quando o professor prefere substituir listas de exercício por um recurso mais ágil, tendo como principal característica a repetição; **Jogos de Aprofundamento**, que são aplicados após o estudo de um determinado assunto, permitindo que o aluno avance no seu aprendizado; e os **Jogos de Estratégia** que tem como meta desenvolver o raciocínio dedutivo, o que se evidencia na escolha das jogadas, levando o jogador a elaborar e reelaborar suas hipóteses a todo instante, para descobrir não só a estratégia que permitirá vencer, mas também para neutralizar a do adversário.

Em síntese, além de proporcionar prazer e diversão, o jogo pode e deve representar um desafio, provocando o pensamento reflexivo do aluno. Essas podem ser algumas razões, para que se defenda seu uso no ensino de Matemática.

1.4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este subtópico apresentar o apoio teórico utilizado durante todo o estudo de campo. Esses subsídios fundamentais nos acompanharam durante a pesquisa e a construção da sequência didática a qual nos propusemos.

1.4.1. Teoria das Situações Didáticas

A Teoria das Situações Didáticas foi proposta por Brousseau (1996), considerado um dos pioneiros da Didática da Matemática e dedicado nessa área a

mais de quarenta anos como um campo de pesquisa científica. De acordo com Monteiro (2009), esse estudo desenvolve uma teoria para compreender as relações que acontecem entre alunos, professor e saber em sala de aula, ao mesmo tempo, em que propõe situações que foram experimentadas e analisadas cientificamente.

Em geral, o foco dessa teoria, concentra-se na caracterização e organização do ambiente sócio-cultural no qual o aluno está inserido, permitindo a aprendizagem de um dado saber matemático. Esta teoria serve de referência para Vergnaud (1993), quando este se refere às situações presentes nos campos conceituais. Sendo assim, Brousseau (1996) analisa os fenômenos ligados à atividade do ensino, enfatizando o que eles têm de específico em relação ao conhecimento a ser ensinado, um sistema didático mínimo, ou seja, analisa as iterações entre professor e aluno relativas ao saber nas situações de ensino.

A teoria, conforme Brousseau (1996) apóia-se em três hipóteses:

1. O saber é apreendido pelo aluno quando ele se adapta a um meio, enfrentando dificuldades, contradições. Esse saber, fruto do processo adaptativo, manifesta-se pelas novas respostas do aluno, que se curva frente à aprendizagem;
2. O professor deve criar e organizar o ambiente sócio-cultural do aluno, por meio de situações que encaminhem a aprendizagem dele, visando à aquisição do saber matemático;
3. Um novo conhecimento é construído a partir de conhecimentos antigos ou na adaptação desses mesmos conhecimentos antigos.

Para Brousseau (1996) existem dois tipos de situações em sala de aula; a situação didática e a situação adidática. Segundo este autor elas não devem ser entendidas separadamente, já que a situação adidática faz parte da situação didática, ou seja, na situação adidática, há o aprendizado, o aluno reage frente a um problema, sem a intervenção direta do professor. Por exemplo, quando o professor propõe uma atividade de aprendizagem em sala de aula, o aluno deve: agir, fazer, falar, refletir, evoluir, por sua própria iniciativa. O professor, em um primeiro momento, não interfere propondo conhecimentos. O aluno adquire novos conhecimentos inteiramente justificado pela lógica interna da situação, sem interferência direta do professor.

Já a situação didática, caracteriza-se pelas interações do professor com o problema que ele propõe ao aluno. Este professor procura devolver, ao aluno a situação proposta, sendo que a palavra 'devolver', neste caso significa a retro-ação

da situação, ou seja, o professor deve fazer com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema, com este professor aceitando as conseqüências dessa devolução.

Brousseau (1996) compara as situações adidáticas a um jogo, uma situação que pode provocar aprendizagem, aquela onde o aluno conhece a estratégia básica para começar o jogo, que permite compreender o problema, as regras do jogo, e aonde as interações com o meio lhe permitirá saber se essa estratégia é boa ou não. Uma boa estratégia, por exemplo, poderia ser criada pelo próprio conhecimento em questão.

O autor classifica as situações adidáticas em quatro tipos, de acordo com Monteiro (2009), a saber:

- ✓ *Situação adidática da Ação* - Os participantes tomam decisões, colocando seus saberes em prática para resolver o problema. É quando surge um conhecimento não formulado matematicamente.
- ✓ *Situação adidática da Formulação* - Os alunos são levados a explicitar as estratégias usadas. Para isso, precisam formulá-las verbalmente, transformando o conhecimento implícito em explícito. O aluno retoma sua ação em outro nível e se apropria do conhecimento de maneira consciente. Esta situação nos remete a Metacognição trabalhada por Flavell (1976: p. 232, apud DAVIS; NUNES; NUNES, 2004: p. 211-212) quando ele comenta que “Metacognição refere-se ao conhecimento que se tem sobre os próprios processos cognitivos, e produtos ou qualquer coisa relacionada a eles, isto é, o aprendizado das propriedades relevantes da informação ou dos dados”, ainda, “metacognição refere-se, entre outras coisas, ao monitoramento ativo e à conseqüente regulação e orquestração desses processos em relação aos objetos cognitivos ou dados sobre os quais eles incidem usualmente a serviço de alguma meta ou objetivo concreto”. Fica claro, portanto, que, ao fazer uso da metacognição, o sujeito torna-se um espectador de seus próprios modos de pensar e das estratégias que emprega para resolver problemas, buscando identificar como aprimorá-los.
- ✓ *Situação adidática da Validação* - A estratégia é demonstrada para interlocutores. “O aluno não só deve comunicar uma informação como também precisa afirmar que o que diz é verdadeiro dentro de um sistema

determinado”, diz Brousseau. Cada equipe propõe o enunciado de sua estratégia para ganhar, contestando o do adversário.

- ✓ *Situação adidática da Institucionalização* - Aqui aparece o caráter matemático do que as crianças validaram. "É uma síntese do que foi construído durante o processo e tem um significado socialmente estabelecido", explica Monteiro (2009). O professor tem um papel ativo, selecionando e organizando as situações que serão registradas.

A partir desse estudo Brousseau (1996), trouxe com a Teoria das Situações Didáticas uma concepção inovadora do erro, que deixa de ser um desvio imprevisível para se tornar um obstáculo valioso e parte da aquisição do saber que se deseja. Ele é visto como o efeito de um conhecimento anterior, que já teve sua utilidade, mas agora se revela inadequado ou falso. O autor se vale de uma concepção do filósofo francês Gaston Bachelard (1884-1962) segundo a qual, só erramos a partir de um conhecimento anterior, ou que se refere ao saber construído anteriormente. No trabalho dentro dessa concepção, acontece também uma inversão do ensino tradicional de Matemática, pautado na repetição, memorização.

O saber parte do institucionalizado, seguindo na tentativa de detalhá-lo para as crianças. Ao contrário deste, os alunos são conduzidos a buscar suas soluções, chegando aos conhecimentos dos conceitos necessários, através de suas próprias construções. Porém sempre com o acompanhamento do professor (BROUSSEAU, 1996).

1.4.2. A Engenharia Didática

Semelhante a Teoria das Situações Didáticas, mas com suas especificidades, para a Engenharia Didática o professor tem a oportunidade de refletir e avaliar a sua ação educativa e é diante desse processo de reflexão que redireciona e resignifica o trabalho que desenvolve em passar o saber para o aluno. Desta forma o professor é capaz de entender a complexidade dos fatos ocorridos em sala de aula, ou seja, entender as dúvidas e dificuldades que os alunos apresentam, por isso, é ele quem deve procurar entender os motivos que impedem o aprendizado dos alunos investigando e refletindo sobre suas próprias ações educativas efetuadas em sala de aula.

Em seus estudos Artigue (1996, p. 196), tem a Engenharia Didática como uma abordagem tratada na Didática da Matemática, que se caracteriza como uma forma particular de organizar os procedimentos metodológicos de pesquisas desenvolvidas no contexto de sala de aula, ou seja, “um esquema experimental baseado sobre ‘realizações didáticas’ em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de uma seqüência de ensino”.

Para se desenvolver uma pesquisa no campo da Educação Matemática tendo como principio metodológico, a Engenharia Didática articula-se a construção do saber matemático a uma prática reflexiva investigativa diante de uma seqüência didática experimental, que se refere a procedimentos de ensino usados por professores em sala de aula para desenvolver determinado conteúdo escolar.

Na medida, em que os professores vão trabalhando os saberes escolares, as dúvidas vêm ser discutidas para que os alunos tenham consciência da complexidade dos objetos estudados. É partindo dessa abordagem metodológica que a aprendizagem se consolida, pois o que importa é a compreensão a respeito do conhecimento trabalhado.

No trabalho com a Engenharia Didática o professor faz da sua ação pedagógica um objeto de investigação, por meio do qual estabelece uma dependência entre saber teórico e saber prático na busca da construção de conhecimento conforme afirma Pais (2002, p. 99):

A engenharia didática possibilita uma sistematização metodológica para a realização da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre teoria e prática. Esse é um dos argumentos que valoriza sua escolha na conduta de investigação do fenômeno didático, pois sem articulação entre a pesquisa e a ação pedagógica, cada uma destas dimensões tem seu significado reduzido.

A origem desta abordagem metodológica está na preocupação com certas práticas presentes no campo educativo, que abrem caminho para qualquer tipo de experiência em sala de aula, ao mesmo tempo, está relacionada com o movimento de valorização do saber prático do professor com a consciência de que as teorias desenvolvidas fora da sala são insuficientes para captar a complexidade do processo de ensino e aprendizagem.

Nessa perspectiva, a questão consiste em afirmar a possibilidade de agir de forma racional, com base em conhecimentos matemáticos e didáticos, destacando a importância da realização didática na sala de aula como prática de investigação.

Para Artigue (1996), é trabalhando com a Engenharia Didática que o professor tem a oportunidade de refletir e avaliar a sua ação educativa e é diante desse processo de reflexão que redireciona e dá novo significado ao trabalho que desenvolve. Não existe ninguém melhor que o próprio professor para entender a complexidade dos fatos ocorridos em sala de aula, ninguém melhor para entender as dúvidas e dificuldades que os alunos apresentam, por isso, é ele quem deve buscar entender os motivos que impedem o aprendizado dos alunos, investigando e refletindo as próprias ações educativas efetuadas em sala.

A Engenharia Didática como método de pesquisa se constitui a partir das etapas da pesquisa, que serão apresentadas a seguir:

❖ **Análises Preliminares ou Prévias**

Nessa etapa, o pesquisador reunirá informações sobre os quais será elaborada a seqüência didática, a partir de: conhecimentos didáticos que o pesquisador possui; da análise epistemológica e histórica do assunto; do ensino em questão e seus efeitos; das concepções dos alunos; das concepções dos professores e das dificuldades do processo de ensino e aprendizagem.

A respeito da análise preliminar, Pais (2002, p. 101) revela que para melhor organizar esta análise “é recomendável proceder a uma descrição das principais dimensões” que determinam o fenômeno a ser estudado e “que se relacionam com o sistema de ensino, tais como a epistemologia cognitiva, pedagógica, entre outras. Cada uma dessas dimensões participa na constituição do objeto de estudo”.

Alguns pontos servem de apoio para a construção da seqüência didática utilizada para os estudos em Engenharia Didática, são eles:

- A revisão de literatura realizada para conhecer as dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de um determinado tema, e as propostas de ensino existentes.
- Fundamentação Teórica que apóia os estudos.
- Consulta aos profissionais da área de conhecimento que se pretende estudar. Essa consulta pode trazer dados sobre a formação, a metodologia e concepções dos profissionais envolvidos.

- Aplicação de instrumentos que elucidem como se encontra a real situação na determinada área de conhecimento que se pretende estudar.

❖ **Análise a priori e Elaboração da Seqüência**

Nessa etapa, estão presentes duas fases que são a descrição do objeto e as escolhas feitas, que caracterizam cada situação didática, ponderando a importância dessas situações para o aluno. Para isso, fundamenta-se em hipóteses, também é nesta etapa que são delimitadas as variáveis de controle, as quais permitem conhecer o que se pretende experimentar. Segundo Artigue (1996), essas variáveis são classificadas como:

- Variáveis globais referem-se ao planejamento geral da engenharia. Essas variáveis, em nosso estudo, se encontram envolvidas desde a elaboração do pré-teste, das atividades até a institucionalização dos conteúdos da seqüência.
- Variáveis locais são aquelas que dizem respeito ao planejamento específico de uma sessão da seqüência didática, portanto é restrita a uma fase da pesquisa.
- Variáveis de situação, na nossa seqüência, se referem à escolha das atividades, à forma de trabalho e o tempo necessário para trabalhá-las.

A elaboração da seqüência didática constitui-se de atividades voltadas para a área de conhecimento escolhida, visando proporcionar aos sujeitos pesquisados condições para uma melhor compreensão e construção de seu próprio aprendizado. Para a construção da seqüência didática leva-se em conta o campo de conhecimento sobre o tema determinado e os resultados obtidos nos instrumentos de pesquisa utilizados para recolhimento de informações.

❖ **Experimentação**

Após a realização da análise *a priori*, o pesquisador parte para a experimentação ou aplicação da seqüência didática.

A aplicação da seqüência didática é a etapa da realização da Engenharia desenvolvida com a amostra escolhida. Ela se inicia no momento em que se dá o contato do pesquisador/observador com o professor e os alunos que fazem parte da investigação.

Nessa etapa, acontece a aplicação da seqüência didática que será formada, de acordo com Pais (2002, p. 102):

Por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas sessões, tendo em vista o seu caráter específico para a pesquisa. Em outros termos, não são aulas no sentido da rotina da sala de aula. Tal como acontece na execução de todo projeto, é preciso estar atento ao maior número possível de informações que podem contribuir no desvelamento do fenômeno investigatório.

O autor esclarece também que na fase experimental da seqüência didática faz-se necessário deixar claro, os seguintes pontos:

- ✓ Explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa;
- ✓ Estabelecimento do contrato didático²;
- ✓ Aplicação dos instrumentos de pesquisa (questionários, testes individuais ou em pequenos grupos), realizados em diversos momentos do ensino ou no final;
- ✓ Registros das observações feitas durante a experimentação.

Portanto, cabe aos professores, diante do posicionamento assumido frente ao objeto de ensino, elaborar abordagens metodológicas que sigam os princípios acima evidenciados.

❖ **Análise a posteriori e Validação**

Nessa etapa, ocorre o tratamento dos dados obtidos durante a fase experimental da seqüência. Segundo Artigue (1996), essa fase se apóia no conjunto dos dados recolhidos na experimentação, observações realizadas nas sessões de ensino, nas produções dos alunos dentro e fora da sala de aula. Esses dados são completados por dados obtidos de metodologias externas, tais como: questionários, testes individuais ou em grupos, realizados em diversos momentos do ensino ou no final.

² Brousseau (1996) define contrato didático como sendo um conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos dos alunos que são esperados pelo professor. Esse contrato é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas, sobretudo implicitamente, que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, um terá de prestar conta perante o outro.

Para Pais (2001), a análise *a posteriori* tende a enriquecer os dados que foram obtidos por outros meios, como entrevistas, questionários, gravações, dentre outros.

Na validação será feito o confronto entre a análise *a priori* e a *a posteriori* para a verificação das hipóteses feitas no início da pesquisa. Conforme Pais (2001), a validação, do ponto de vista metodológico, é uma etapa em que a vigilância deve ser ampliada, pois ela irá garantir o caráter científico.

A fase de validação da seqüência didática é feita durante todo o processo de desenvolvimento da proposta em meio a uma constante confrontação entre os dados obtidos na análise *a priori* e na análise *a posteriori*, onde é verificado se as hipóteses feitas no início da pesquisa foram confirmadas. Nesta fase é verificado se o aprendizado foi consolidado e se a autonomia intelectual foi alcançada determinando assim a validação, ou não, da seqüência didática empregada.

A Engenharia Didática oferece a oportunidade de pesquisa, reflexão e correção das seqüências trabalhadas sobre os dados coletados, com chance de nova intervenção, caso o estudo necessite, sempre respaldados pelos confrontos das etapas que a constitui.

Neste estudo a Engenharia Didática foi a base do experimento, pois nos valem de uma seqüência didática para efetivar a pesquisa.

1.4.3. Técnica da Redescoberta

Utilizamos a Técnica da Redescoberta como ferramenta metodológica, pois acreditamos que por ela se caracterizar pela diretividade do professor pode ser produzido de duas maneiras: **por demonstração e por trabalho experimental**. Este estudo utilizou esta segunda maneira para trabalhar com os sujeitos escolhidos.

De acordo com Sá (1999), um dos métodos que podem ser trabalhados com atividades, é o Método da Descoberta que tem como característica fundamental, a utilização das etapas do método científico³, no processo de ensino-aprendizagem e que possibilita aos alunos o desenvolvimento de certas habilidades tais como as de observar, analisar, pesquisar, avaliar, inferir, testar, planejar, medir e concluir. A

³- O método científico se mantém atrelado a algumas características como; experimentação, objetividade, previsibilidade, a comprovação, dentre outros.

Técnica da Redescoberta é uma técnica trabalhada dentro do Método da Descoberta, que se caracteriza pela gerencia do professor nas atividades.

Sá (1999), apresenta as duas maneiras de usar-se essa técnica como:

- **Por demonstração:** o experimento é concretizado pelo professor dando ao aluno a oportunidade de observar, registrar, levantar hipóteses e elaborar suas próprias conclusões. A demonstração é recomendada em situações de falta de material ou grande chance de acidente no experimento. Nesta modalidade, o professor esclarece inicialmente as regras, realiza o experimento e orienta o aluno na elaboração de conclusões.

- **Por trabalho experimental:** o experimento é efetivado pelos alunos. Ao professor cabe relacionar o material e procedimento da atividade podendo, também auxiliar na construção do experimento, induzindo a uma observação adequada e a conclusões coerentes com os objetivos.

Ressaltamos aqui, que alcançar os objetivos de qualquer técnica, com qualquer exemplo, dependerá sempre da habilidade do professor e receptividade dos alunos. Não é a técnica em si e nem os exemplos usados, o condicionante do sucesso ou fracasso instrucional, e sim, a competência do professor. A ele cabe conhecer as técnicas, selecioná-las segundo os objetos, escolher os exemplos de acordo com as circunstâncias, assumindo o júbilo de um sucesso ou arcando com o desapontamento de um fracasso.

Quando Sá (2004, p. 137), afirma que: “A resolução de problemas durante as aulas de matemática, é um dos momentos mais importantes, do processo do ensino-aprendizagem desta disciplina”, ele ressalta também, sobre a importância da contextualização de um determinado conteúdo matemático com as diversas áreas afins do Ensino Fundamental, bem como a maneira a qual é trabalhado nos PCN (1997) de Matemática.

Esse autor chama a atenção em seu artigo, para a importância da resolução de problemas, mesmo nas aulas tradicionais, afirma que é possível o uso da resolução de problemas como ponto de partida para um melhor ensino, e com base nessas experiências, fez as seguintes recomendações (SÁ, 2004; p. 161):

- ✓ Evitar aulas improvisadas, principalmente quando a operacionalização ainda não é costumeira.

- ✓ Determinar os problemas de forma simples e interessante, para a construção de conceitos matemáticos e operações, possibilitando o auxílio na compreensão e solução. O objetivo central é sistematizar conteúdos a partir de problemas, não testar o domínio do aluno.
- ✓ Incentivar a descoberta do processo de resolução do problema sem o uso da operação, normalmente esse processo envolve o uso de materiais manipulativos ou do uso de conceitos pré-existentes.
- ✓ Propor problemas, disponibilizando tempo para reflexão e solução com acesso simultâneo a todos os alunos.
- ✓ Solicitar da turma apresentação da solução do problema ou que apresente a solução de sua posse. Normalmente a solução conhecida é fruto da criatividade e trabalho de estudiosos de outras épocas, não sendo tão acessível aos alunos.
- ✓ A apresentação da solução do problema seja pelo aluno ou professor, deve ser oferecida, a todos os alunos, em forma de registro escrito e detalhado.
- ✓ Analisar com a turma os invariantes que surgirem na resolução do problema. Se com a resolução de problemas subseqüentes não surgirem, proponha outros similares visando a percepção do invariante desejado.
- ✓ A partir da consciência da turma da existência do invariante, solicitar da turma uma conclusão operacional evitando o processo anterior. Nesse ponto o processo está quase completo.
- ✓ Sistematizar o conceito/conteúdo, ou seja, formalizar e registrar por escrito a definição objetivada no trabalho do conteúdo ou operação.
- ✓ Apresentar a solução do problema proposto com o uso do conteúdo sistematizado, destacando a importância e vantagens, e utilizando, para isso, se possível e viável seu desenvolvimento histórico.
- ✓ Propor novos problemas em variados contextos, com o assunto sistematizado, para a inserção do conceito trabalhado.

A Técnica da Redescoberta, tem como uma de suas principais metas, induzir o aluno a desvendar/ampliar o prazer em ler, escrever, perguntar, pesquisar, inventar, observar, analisar e criar, ou seja, fazer com que os alunos visualizem formas diferenciadas de aprender Matemática significativamente.

Em nossa percepção, o três aportes teóricos com os quais trabalhamos tem maiores condições de proporcionar ao aluno a oportunidade de apreender

Matemática de maneira diferente da habitual, proporcionando a busca do conhecimento por meio da pesquisa, da experiência, da ludicidade entre outras ferramentas, ao invés de ter este conhecimento pronto e acabado.

2 – REVISÃO DE INVESTIGAÇÕES SOBRE O ENSINO DE FRAÇÃO

Para diversos pesquisadores, as frações quando são empregadas em situações cotidianas e analisadas no cenário pedagógico, assumem interpretações que variam de acordo com a visão, interesse e questionamentos aos quais determinadas pesquisas desejam responder.

O objetivo deste capítulo é revisar alguns estudos que foram realizados sobre o ensino dos números racionais na forma fracionária, com o intuito de relacionar as dificuldades de aprendizagem referentes a esse conteúdo encontradas nas pesquisas com as que surgiram durante o experimento.

Foram considerados dezessete estudos sobre a problemática do processo de ensino-aprendizagem das frações. Desses estudos: seis discutem sobre os diferentes significados da fração; seis apresentam propostas e relatam sobre práticas docentes no ensino de frações; três explanam sobre o ensino das operações com frações; e dois apresentam o uso de recursos tecnológicos no ensino de frações.

A seguir está uma pequena análise desses estudos, apresentados por categorias:

2.1. OS DIFERENTES SIGNIFICADOS DA FRAÇÃO

As pesquisas que compõem esta categoria estão relacionadas aos diferentes significados das frações; parte-todo, operador multiplicativo, medida e quociente e as discussões que giram em torno dos benefícios ou não que eles trazem para o ensino-aprendizagem das frações.

Na pesquisa de Bezerra (2001), encontramos o estudo da aquisição de conceitos dos números fracionários e suas representações com base em situações-problemas, considerando o contato inédito dos discentes com este conceito. A abordagem do conteúdo Fração é feita a partir das concepções parte-todo e quociente, contemplando tanto quantidade contínua como quantidade discreta.

O trabalho deste autor teve como objetivo, identificar aspectos do conceito de número racional cuja construção não se tem revelado eficaz no período da educação básica, quando são trabalhados em sala de aula, e que permanecem sem ser apropriados pelos alunos por longo tempo, durante o processo de escolarização para alunos de 3ª série do Ensino Fundamental.

Para isso, busca-se a resposta para a seguinte questão de pesquisa: “Que aspectos do conceito de fração nos significados parte-todo e quociente permanecem sem ser apropriados por alunos de oitava série do Ensino Fundamental, terceira série do Ensino Médio e Ensino Superior na área de exatas?”, a qual remete a uma segunda questão: “Que ligações existem entre essas dificuldades e as deficiências, já apontadas por outras pesquisas, da prática pedagógica?”.

Para validar seus estudos o pesquisador elaborou e aplicou instrumentos diagnósticos, em duas turmas da terceira série do ensino fundamental, divididas em dois grupos, aos quais chamou: Grupo Experimental - GE (com intervenção planejada sobre o tema) e o Grupo de Controle - GC (sem intervenções sobre o tema). Os dois grupos foram submetidos a dois testes individuais: um pré-teste, antes da aquisição dos conceitos de fração e outro, pós-teste, depois de ter tido contato com o conteúdo.

Bezerra (2001) finaliza esse estudo esclarecendo que, um dos modos de inserir os números fracionários, seria baseado em situações que buscassem oferecer significado ao aluno. O autor apresenta situações com o modelo parte-todo; e entende que esse modelo é importante, mas não deve ser o único e tão pouco o início para o aprendizado dos alunos, pois oferece barreiras entre os números naturais e os fracionários.

A pesquisa de Rodrigues (2005) teve como objetivo identificar aspectos do conceito de fração, relativos aos significados parte-todo e quociente, que permanecem não apropriados por alunos em fase de escolarização posterior ao ensino formal.

O autor trabalha a partir de três idéias, que nortearam seus fundamentos teóricos: a gênese do número racional, focando-se as idéias de Caraça; os princípios da psicologia cognitivista, fundamentados nas idéias de Vygotsky e Vergnaud; as idéias de alguns educadores matemáticos, que propõem modelos específicos para o estudo dos números racionais, com destaque para Kieren, Nunes e Bryant.

Em relação à gênese dos números racionais e sua introdução no conhecimento matemático, Rodrigues (2005), descreve o surgimento do campo dos números racionais a partir das necessidades humanas e de princípios gerais em que se fundamenta a construção da Matemática, envolvendo três aspectos distintos: a escolha da unidade, a comparação com a unidade e a expressão do resultado dessa comparação por um número.

Para o autor, do ponto de vista da psicologia cognitivista, a visão de Vygotsky a respeito da formação e evolução do conceito, faz considerações sobre a interação entre a vida escolar e as experiências cotidianas do sujeito no processo de construção do conceito. E já nas idéias de Vergnaud, entende o conceito como algo construído ao longo do tempo, dentro de um conjunto de situações, operações mentais e representações. As duas visões, de acordo com Rodrigues (2005), se mostram adequadas ao estudo, uma vez que só teria sentido considerar as concepções dos sujeitos sobre um assunto tipicamente escolar, fora do período em que ele é estudado na escola, se a construção do conceito for entendida como um processo dinâmico que se completa e se sofisticava ao longo da vida do indivíduo.

Com relação aos aspectos peculiares à aprendizagem do número racional, o autor comenta que; diversos autores têm proposto bases teóricas para esse estudo, com destaque para Kieren (1981, 1988, 1993), que propõe que os números racionais sejam compreendidos segundo quatro subconstrutos, e que em seu estudo sejam considerados tanto elementos intuitivos quanto formais; e Nunes e Bryant (1997, 2003), que propõem uma classificação do número racional em significados, o qual o autor tomou como base em sua pesquisa.

Os resultados obtidos no estudo por Rodrigues (2005) mostram que os números, partiram da elaboração de um instrumento composto de 48 questões envolvendo o conceito de fração nos significados parte-todo e quociente, em três níveis de dificuldade, aplicado a 13 alunos de oitava série, 31 alunos do terceiro ano do Ensino Médio e 29 alunos do Ensino Superior, na área de exatas.

O autor resumiu suas conclusões em quatro considerações que seguem:

- ✓ Diante de situações em que o aluno tem a responsabilidade de estabelecer o referencial de como responder a questão, com pequena preocupação em relação à fixação desse referencial, se torna tendencioso em evitar a fração imprópria, por mais enfáticas que sejam as indicações acerca do referencial desejado;

- ✓ Nas situações de quociente envolvendo quantidades discretas, há uma disposição da maioria dos alunos a usar, na resolução, a cardinalidade do conjunto a ser repartido, mesmo quando essa cardinalidade é dispensável, levando com isso a um grande percentual de erros;
- ✓ Ainda nas situações de quociente envolvendo quantidades discretas, há uma obstinação a assumir um número natural como uma fração, predominando respostas, explicitadas erroneamente ou mesmo ignorando a cardinalidade, em um processo semelhante à divisão de grandezas contínuas;
- ✓ Nas situações de quociente, resolvidas por uma divisão entre um número natural e uma fração, os alunos que tinham conhecimento de como resolvê-las por procedimentos intuitivos, ou mesmo outras estratégias, mas não foram capazes de formalizá-las.

Outro estudo que retrata o mesmo tema, os diferentes significados da fração é Malaspina (2007), que em sua pesquisa, objetivou uma intervenção com o uso de material manipulativo, sobre a introdução do conceito de fração com alunos de segunda série do ensino fundamental, com o intuito, de descobrir quais os efeitos que cada um dos quatro significados para fração; parte-todo, quociente, operador multiplicativo e medida, trazem para a aprendizagem inicial dos alunos da segunda série.

A autora, para a efetivação de sua pesquisa, realizou um estudo com 61 alunos, advindos de duas turmas de uma escola pública estadual da região de Santo André, que compuseram dois grupos: um chamado Grupo Experimental (GE), que passou por uma intervenção planejada sobre o tema fração; e o outro de Grupo Controle (GC), que não passou por intervenção planejada, porém os dois grupos resolveram os instrumentos propostos.

Para a efetivação do estudo Malaspina (2007), elaborou uma seqüência didática com 28 situações-problema em forma de livro, abarcando os significados de frações: parte-todo, operador multiplicativo, medida e quociente, propostos por Nunes et al (2003); e considerou as variáveis contínuas e discretas e sua representação icônica versus não icônica.

Malaspina (2007) se fundamentou na Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1988; 2001). De acordo com a autora, a pretensão da pesquisa, não era qualificar qual é o “melhor” ou “pior” significado para ensinar o conceito de fração, também não é generalizar os resultados para além do universo

pesquisado, pois, concorda que se trata de um estudo com um pequeno número de sujeitos.

A autora acredita, no entanto, que os resultados poderão trazer contribuições significativas para a discussão científica sobre: a participação de cada um desses significados, no que diz respeito à construção do conceito de fração em crianças, nos níveis iniciais de ensino; a série em que já seria pertinente iniciar o estudo dos rudimentos do conceito de fração e a influência que cada um dos significados tem em relação à iniciação da formação de conceitos, no seu ensino escolar.

Malaspina (2007), em suas conclusões, afirma que em relação aos quatro significados trabalhados na intervenção de ensino, os resultados apontaram a predominância expressiva do significado parte-todo, em seus valores absolutos, em todos os testes-diagnóstico. Em relação às variáveis contínuas e discretas constatou-se uma diferença significativa em favor da variável contínua no pré-teste (antes da intervenção), mas essa diferença desapareceu à medida que os testes-diagnóstico foram aplicados.

A autora analisa as variáveis contínuas e discretas dentro de suas representações icônicas⁴ versus representações não icônicas⁵ e constata que a variável contínua icônica sobressai-se em relação às outras variáveis, indicando interferência, para os alunos, na resolução de situações com essa variável.

Os estudos de Vasconcelos (2007), sobre o conceito de número racional na sua representação fracionária objetivou comparar as estratégias cognitivas utilizadas por alunos com bom e baixo desempenho escolar em Matemática, durante o processo de aquisição dos diferentes conceitos dos números fracionários; parte-todo, quociente e operador multiplicativo.

Esta autora trabalhou com cinquenta alunos de 4^a a 8^a séries, sendo dez alunos de cada série, cinco com bom desempenho em Matemática e cinco com baixo desempenho em Matemática, do Ensino Fundamental de uma escola privada de Porto Alegre. Os alunos foram divididos em dois grupos: GRUPO I com vinte e cinco alunos com bom desempenho escolar em Matemática e o GRUPO II com vinte e cinco alunos com baixo desempenho escolar em Matemática.

⁴ Representação icônica, expressa seu pensamento através de desenhos, não tendo a noção de escrita no sentido propriamente dito. Escrever é a mesma coisa que desenhar.

⁵ Representação não icônica, além do desenho, expressa seu pensamento através de garatuja ou rabiscos (representação não icônica); aqui, a criança inicia o conceito de escrita, mas ainda não reconhece as letras do alfabeto e seu valor sonoro.

Os instrumentos utilizados por Vasconcelos (2007) foram; uma atividade com sete questões-problemas que envolviam situações com números fracionários e entrevista com encontro pré-estabelecido.

Em seus resultados, a autora afirma que existem semelhanças no tipo de estratégias utilizadas pelos alunos dos dois grupos, sendo que há diferenças no resgate memorial de algumas ferramentas que afetam a resolução dos problemas mais complexos. A autora também coloca que o GRUPO II precisou de maior tempo para a resolução de cada problema, necessitando de material de apoio e grande diversidade de estratégias, enquanto o GRUPO I teve melhor raciocínio e rapidez, agilidade com os cálculos mentais e utilizou estratégias mais simples e eficazes.

Magina e Campos (2008), em seu texto discutem o ensino e a aprendizagem do conceito de fração nas séries iniciais do Ensino Fundamental. O estudo em questão iniciou-se a partir de uma pesquisa diagnóstica aplicada paralelamente a 70 professores polivalentes e 131 alunos que cursavam 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental em sete escolas da rede pública de São Paulo.

As autoras tiveram como objetivo em seu estudo, compreender como a fração vem sendo concebida, aprendida e ensinada no 2º ciclo do Ensino Fundamental. As informações foram obtidas a partir da análise de dois instrumentos aplicados entre os sujeitos, um para os professores e outro para os alunos, que oferecem indícios de que; os professores têm, em geral, um prognóstico do desempenho dos alunos longe do real, havendo uma tendência de superestimar o nível de acertos, principalmente no que se refere aos alunos da 4ª série.

De acordo com Magina e Campos (2008), uma das possíveis causas, para essa discrepância, é o fato da maioria dos professores não ter claro, os diferentes significados que as frações assumem, levando-os a apresentar estratégias de ensino, que se resumem a indicação do uso de material concreto e utilização do desenho para facilitar comparações, as quais nem sempre auxiliam os alunos a superarem falsas concepções sobre esse conceito.

Como parte das conclusões, as autoras, afirmam que embora a maioria dos professores conseguisse identificar e explicar, de maneira aceitável, os erros cometidos pelos alunos em diferentes situações, apenas apresentaram estratégias de ensino limitadas, não oferecendo condições aos alunos de superarem suas dificuldades. Além, das autoras concordarem, que parece não haver uma clareza desses professores sobre os diferentes significados que a fração e seus invariantes

assumem, o que os leva a propor situações que se restringem quanto à percepção e ao significado parte-todo.

De acordo com Magina e Campos (2008), os alunos, por sua vez, apresentaram desempenhos insuficientes em muitos dos problemas apresentados, principalmente naqueles cujos significados se relacionavam a “número” e “operador multiplicativo”, demonstrando a pouca compreensão da fração.

As autoras ainda comentam que é esperado não haver a evolução na apropriação do conceito de uma série para outra, se tanto na introdução do ensino de fração na 3ª série, quanto na continuação desse ensino na 4ª série, há uma preferência pela estratégia voltada para comparações perceptivas da fração e pouca ou nenhum destaque para a lógica dos invariantes.

Para Magina e Campos (2008), essas conclusões devem fazer com que os profissionais da educação reflitam sobre a relação direta entre as estratégias de ensino utilizadas em sala e o desempenho dos alunos.

Talvez estejam nestas questões as reflexões que se fazem necessárias para se obter uma maior aproximação entre o ideário pedagógico do professor e o desenvolvimento contínuo dos alunos. Esta adaptação dificilmente se estabelecerá se não houver uma relação dialógica entre professor e aluno, colocando-se o primeiro na condição de constante pesquisador das idéias e concepções espontâneas dos alunos. No entanto nada é possível fazer se os professores não eliminarem seus obstáculos didáticos decorrentes de seu próprio processo de aprendizagem, enquanto alunos, que os impedem de propor metodologias criativas de ensino para que se tenha a possibilidade de aprendizagem significativa.

Os autores Onuchic e Allevato (2008), também têm como objetivo, do seu estudo, a abordagem e análise das diferentes “personalidades” do número racional e o conceito de proporcionalidade, através das possibilidades de utilizar a Metodologia de Ensino – Aprendizagem - Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, partindo do princípio: “a construção do conhecimento pode ser realizada a partir de problemas geradores de novos conceitos e novos conteúdos”.

Os autores entendem que os diferentes significados do número racional: ponto racional, quociente, fração, razão e operador, são construtos que dependem das teorias matemáticas em que se inserem e das situações a que se referem na resolução de problemas.

O desenvolvimento do estudo desses autores realizou-se a partir de cursos/oficinas de formação continuada de professores visando à compreensão das diferentes “personalidades” do número racional, concordando que em geral, essas “personalidades” não são facilmente identificadas, por professores e alunos, razão das grandes dificuldades encontradas durante a resolução de problemas envolvendo números racionais. Uma dessas “personalidades”, a razão, fundamenta o conceito de proporcionalidade, relevante por ser uma idéia unificadora na Matemática.

O suporte teórico desses autores, para desenvolvimento do estudo, baseou-se em Van de Walle (2001), que enfatiza a utilização, pelos professores, de quatro componentes básicos em seu ensino: a valorização da disciplina Matemática em si mesma - o que significa “fazer matemática”; a compreensão da forma como os estudantes aprendem e constroem idéias; a habilidade em planejar e selecionar tarefas de modo que os estudantes aprendam matemática num ambiente de resolução de problemas, e a habilidade em integrar a avaliação ao processo de ensino para aumentar a aprendizagem, aprimorando-o no dia-a-dia.

Para Onuchic e Allevato (2008), quando se faz uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, ocorrem atividades de investigação, tanto por parte do professor quanto por parte do aluno, e por ambos sobre o processo.

Para a construção/uso desta metodologia, de acordo com os autores, o professor pesquisa e/ou cria problemas adequados à construção de determinado conhecimento, tópico do programa, série, quando: seleciona entre muitas, as estratégias adequadas à resolução de um problema; quando planeja as questões-chave para conduzir os alunos, numa reunião plenária com a classe, na análise dos resultados apresentados sobre os obtidos; quando prepara, através da pesquisa, a melhor formalização dos novos conceitos e conteúdos construídos a partir do problema dado.

Além disso, Onuchic e Allevato (2008), afirmam que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas integra uma concepção mais atual sobre avaliação, constituindo-a numa oportunidade de aprender, sendo construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino e aumentando a aprendizagem.

Os autores expressam em suas considerações, acreditar que as diferentes “personalidades” do número racional não são facilmente identificadas, sendo mal

compreendidas, ou ignoradas, ou ainda trabalhadas apenas superficialmente em sala de aula por docentes e discentes, razão das grandes dificuldades encontradas durante a resolução de problemas envolvendo números racionais. Um exemplo é a razão, considerada como fração, uma vez que, a partir de seu símbolo, a notação, barra fracionária, induz a um tratamento semelhante ao que fundamenta o conceito de proporcionalidade.

A natureza do número, de acordo com os autores, muda enquanto nos movemos de “adicionar e subtrair” para “multiplicar e dividir” números inteiros; e muda, mais ainda, quando passamos das operações com inteiros para as operações com números racionais.

Para os autores, os estudos já realizados nesta linha mostram que não há consenso absoluto sobre quais são as “personalidades” dos números racionais. Porém concordam que, a exploração desse conhecimento construído com os alunos leva tempo, precisando da conscientização sobre a importância de um trabalho sério com números racionais e proporcionalidade, que leve à consolidação de um conhecimento essencial, tanto conceitual quanto procedimental.

2.2. PROPOSTAS METODOLÓGICAS E PRÁTICAS DOCENTES PARA O ENSINO DE FRAÇÕES

Quanto a propostas metodológicas, os autores Monteiro, Pinto e Figueiredo (2005), trazem como objetivo a discussão de uma proposta alternativa para a primeira abordagem das frações, diferente da tradicional, onde o ponto de partida para a aprendizagem é a própria Matemática. Nomeadamente o conceito de fração é efetivado através de figuras, que funcionam como modelos visuais - usadas com alunos do 2º ciclo (3ª e 4ª séries) do ensino fundamental em Portugal.

A proposta partiu de uma experiência em sala com alunos de 5º ano (5ª série). Os autores explanam que através das estratégias informais, usadas pelos alunos na resolução de tarefas em contextos de partilha equitativa, o conceito de fração foi construído de forma significativa, valorizando ao mesmo tempo, a compreensão e a participação ativa do aluno no seu próprio processo de aprendizagem.

De acordo, com os autores, a abordagem apresentada, neste estudo, foi inspirada no trabalho de Stree (1986, 1991), sobre o ensino e aprendizagem das

frações e que se insere na corrente matemática designada por Matemática Realista. Esta teoria de Educação Matemática vem sendo desenvolvida nos últimos 35 anos aproximadamente, no Instituto Freudenthal na Holanda. É uma teoria em constante construção, mas que teve o seu ponto de partida na idéia de Freudenthal⁶, a Matemática é em primeira instância uma atividade humana, que passou a constituir um corpo organizado de conhecimentos, no entanto a sua essência esta no processo que conduz a estruturas matemáticas. Segundo o teórico, os alunos, deveriam aprender Matemática, através do fazer Matemática, matematizando assuntos da realidade do dia-a-dia e matematizando a sua própria atividade.

Monteiro, Pinto e Figueiredo (2005), apresentaram a fração, em situações de partilha equitativa, onde o dividendo é quase sempre um múltiplo do divisor; no caso do quociente não ser um número inteiro, os alunos, apresentaram os resultados na forma de numeral decimal. Os trabalhos eram em grupos à volta de variados problemas de partilha equitativa, sem que lhes tivesse sido explicado como podiam ou deveriam resolver.

Na experiência levada a cabo, pelos autores, no 5^o ano (5^a série), os alunos não tinham estudado frações no 1^o ciclo (1^a e 2^a séries), o que, aliás, acontece com grande parte dos alunos portugueses, apesar destas fazerem parte do programa do 1^o ciclo em vigor.

Em suas conclusões, os autores, verificaram que ao longo do tempo, os alunos, recorreram cada vez mais ao uso dos símbolos das frações, notando-se também que nenhum dos grupos apresentou respostas sem sentido, o que revela que possuem implicitamente conceitos significativos. No caso das frações decimais, as produções permitiram destacar a existência de diferentes designações para o mesmo número racional, especificamente os numerais decimais, as frações e as percentagens – com exemplo: $3/4 = 0,75 = 75\%$.

O fato dos autores partirem de estratégias informais dos alunos, dando espaço ao trabalho e ao nível de compreensão de cada grupo, possibilitou que todos

⁶ Hans Freudenthal, matemático holandês destacou-se por defender que as idéias matemáticas estivessem ao alcance não só de futuros matemáticos, mas de todos aqueles que um dia poderiam dela se utilizar. Propôs uma abordagem de matemática que possibilitasse aos estudantes reinventá-la, cabendo ao professor atuar como um explorador, propiciando tarefas educativas, durante as quais iriam reinventando o caminho. A essa maneira de fazer matemática Freudenthal denominou Matemática Realística (BRANCO, 2008).

os conceitos estudados, que são reconhecidos como complexos, fossem resgatados pelos alunos.

Notadamente o trabalho, de acordo com Monteiro, Pinto e Figueiredo (2005), não defendem exclusivamente os contextos de partilha equitativa, mas, pretendem exemplificar uma primeira abordagem às frações em contextos significativos para os alunos, proporcionando, às crianças, um trabalho em diversificadas situações, onde as frações surgem com diferentes significados.

Os autores ainda explicitam que é necessário, portanto, dar tempo aos alunos para agregar todos os conceitos fracionários e as suas relações, sem pressa em introduzir regras e algoritmos, correndo o risco de fazê-los antes que estes possam ter significado.

No trabalho de Oliveira e Aguilá (2005), encontramos os resultados de uma pesquisa que objetivou investigar uma abordagem crítico-construtiva no que tange ao processo de ensino e aprendizagem dos números fracionários, operações com frações, na 5ª série do Ensino Fundamental a partir de situações-problemas.

As autoras pontuaram alguns aspectos, de caráter teórico-metodológico a partir, de suas experiências profissionais no ensino das operações com frações e do uso da Técnica da redescoberta e Resolução de Problemas, almejando minimizar o caráter de “disciplina difícil” que a matemática possui na cultura e na Educação Matemática.

As autoras lançaram mão da análise de três livros didáticos, dos quais, dois foram distribuídos aos alunos através do programa de distribuição gratuita (PNLD-MEC), o terceiro livro não foi incluído nesta distribuição, sendo escolhido com o intuito de confrontar o conteúdo contido e também por apresentar características distintas na abordagem do conteúdo Fração.

Os instrumentos aplicados pelas autoras, para formalizar seus estudos foram; um pré-teste e um pós-teste, atividades de redescoberta e resolução de problemas, realizados com 27 alunos na faixa etária de 09 a 14 anos, de uma turma de 5ª série do ensino fundamental. O pré-teste teve como finalidade diagnosticar os conhecimentos dos alunos com relação aos números racionais na referida série e as dificuldades encontradas pelos alunos, nesse novo conjunto numérico e o Pós-teste, o qual se tratou das mesmas atividades do pré-teste, teve o intento de reavaliar e validar o estudo, através da melhoria na aprendizagem dos sujeitos da pesquisa.

Oliveira e Aguilá (2005) afirmam em suas conclusões, ser importante que as atividades ou situações-problemas, que expressam os mais diferentes contextos onde os números racionais estejam presentes, possam ser trabalhadas, como grandezas contínuas e grandezas discretas, e que isso tem implicações conceituais. Nesse caso, as frações necessitam que seus denominadores sejam divisores do número que expressa o total da quantidade, grandeza discreta, isso porque, no conjunto dos números racionais, a divisão nem sempre é exata.

De acordo com as autoras, são exatamente esses contextos onde os números racionais estão presentes que precisam ser trabalhados por meio de atividades ou situações-problemas de forma que novas situações matemáticas possam ser construídas ou adquiridas, assim como os seus significados.

Para Oliveira e Aguilá (2005), o importante é operar com os números racionais, nos contextos em que está presente, em situação determinante para garantir um bom rendimento quanto aos procedimentos numéricos, ou seja, utilizar certos princípios que precisam ter significado para os alunos, através de uma adequada fundamentação teórica.

Em Tácio Silva (2007), encontramos um estudo realizado com alunos da EJA (Educação de Jovens e Adultos), através de atividades mediadas e seqüência didática, com o intuito de melhorar a apreensão e compreensão no ensino e aprendizagem de números racionais em sua representação decimal e fracionária, considerando os conhecimentos prévios dos mesmos.

O autor tem como objetivo analisar o potencial de uma seqüência didática para a inclusão de alunos de EJA (Educação de Jovens e Adultos) no processo de ensino-aprendizagem das frações em suas formas fracionária e decimal.

Para a definição dos aspectos dos números racionais, o autor escolheu os seguintes temas: relação parte-todo, operador, equivalência, razão, quociente e decimal. Considerados a partir dos resultados obtidos na aplicação da atividade diagnóstica, em relação aos conhecimentos dos números racionais. A atividade diagnóstica foi baseada nos erros detectados por Perez (1988), em sua pesquisa sobre o ensino dos números racionais na representação decimal.

Tácio Silva (2007) considera os erros apontados por Perez (1988), como obstáculos à aprendizagem. Os erros abordados pelo autor foram: Erros relacionados com o zero; Erros relacionados com a ordem dos decimais e Erros relacionados com as operações.

Desta forma, o autor, propôs uma seqüência didática a ser desenvolvida em 10 aulas, dirigida a trinta alunos do III nível da EJA. As atividades mediadas foram elaboradas considerando os seguintes pontos: abordagem dos conhecimentos prévios, conceito, objetivos, material necessário e procedimentos que os alunos deverão realizar.

Em suas conclusões, o autor, apresenta alguns resultados positivos evidenciados na aplicação da seqüência didática elaborada:

- ✓ O aumento na freqüência escolar dos sujeitos da pesquisa e sua conseqüente inclusão no processo de ensino - aprendizagem.
- ✓ A oportunidade de compreensão dos sujeitos, do conteúdo fração em relação à concepção parte-todo e razão, a partir de situações problematizadoras.
- ✓ Superação de algumas hipóteses, que levaram a identificação dos racionais e os naturais.
- ✓ A compreensão entre números positivos e medida, a partir de figuras que representavam medidas.
- ✓ Obtenção da capacidade de relacionar os números racionais na representação fracionária e decimal, superando, ao menos neste caso, a fragmentação excessiva do conhecimento matemático.
- ✓ Obtenção de habilidade na resolução de algumas questões relacionadas a operações de adição e subtração, sem a utilização da técnica que utiliza o mínimo múltiplo comum.

Neste contexto, Tácio Silva (2007), afirma que, a seqüência didática de atividades aplicadas em sala de aula, colaborou para que os alunos superassem algumas dificuldades, detectadas anteriormente, na aprendizagem de conceitos fracionários. Apesar do pensamento do autor, em achar que os alunos adultos teriam resistência em trabalhar com material manipulativo, como palitos e material dourado, durante as aulas isto não ocorreu. O autor comenta ainda, que tais materiais foram de grande ajuda na compreensão das noções envolvidas nas atividades.

Nos estudos de Angélica Silva (2007), encontramos a análise de fatores que podem interferir no desenvolvimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, como resultado de uma formação continuada com a

finalidade de discutir questões relacionadas à abordagem da representação fracionária de números racionais e seus diferentes significados.

De acordo com a autora, esta pesquisa teve como objetivo realizar uma análise de diferentes fatores que podem interferir no desenvolvimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, quando estes estão inseridos em projeto de pesquisa.

As informações da autora são provenientes de coleta de dados, realizadas em 16 sessões de 4 horas cada, das quais: 3 sessões foram destinadas à aplicação de uma avaliação diagnóstica; 9 sessões foram dedicadas a estudos dos significados das frações e à vivência de metodologias diversificadas; uma das sessões foi dedicada à elaboração de uma seqüência de trabalho pelos professores, que foi desenvolvida com seus alunos em sala de aula. As sessões restantes, três, foram destinadas a entrevistas, sendo duas sessões, logo após a intervenção do professor em suas salas de aula, e a última sessão, ocorrida um ano após a intervenção, com o objetivo de verificar as reflexões feitas pelos docentes depois da pesquisa.

Angélica Silva (2007) afirma, em suas conclusões, que a análise das informações obtidas permitiu identificar alguns fatores que podem exercer influência sobre o processo de desenvolvimento profissional dos docentes. Um deles se refere às dificuldades relativas ao conhecimento matemático do professor. Outro seria a concepção dos professores sobre ensino e aprendizagem da Matemática e a constante reflexão sobre a prática, sobretudo em ambientes que propiciem um trabalho colaborativo.

A autora completa, articulando que a pesquisa mostra a necessidade de discutir as formas como os conteúdos matemáticos e, em especial, os números racionais, são introduzidos – quando o são – nos cursos de formação, tanto inicial quanto continuada, sendo possível constituir uma visão da influência das dificuldades relativas ao conhecimento matemático na prática do professor.

Já para Nascimento (2008), em um artigo, de caráter bibliográfico, voltado à formação do professor do Ensino Fundamental, objetivou investigar as concepções dos professores que atuam no Ensino Fundamental em relação ao conceito de número racional em sua representação fracionária – fração, com a preocupação central de compreender como se encontra o conceito de fração para professores desse nível do ensino escolar.

De acordo com a autora, a pesquisa foi realizada com 67 professores que atuam no nível fundamental de ensino em 7 escolas públicas da cidade de São Paulo.

A autora produziu suas informações a partir de revisão de literatura de autores que abordam o conceito de número racional e as representações de números fracionários. A análise dessas perspectivas, diferentes significações e implicações no ensino, vêm de autores como: Dante (1987), que faz um apanhado no ensino de matemática sobre a prevalência de métodos baseados na repetição e memorização; Valera (2003), em seu estudo sobre fração na forma decimal, esclarece a importância e a necessidade do aprendizado dos números racionais, como um caminho válido para a aprendizagem; David e Fonseca (1997), sobre o conceito de número racional em sua representação fracionária.

A visão oferecida por Nascimento (2008) das quatro perspectivas, utilizadas por David e Fonseca (1997), que acreditam fundamentar o trabalho com os números racionais, é:

- ✓ *Aspecto prático* - os números racionais estão relacionados em suas diferentes representações à demonstração de medidas e índices comparativos.
- ✓ *Aspecto psicológico* - o trabalho com os números racionais possibilita expansão de estruturas mentais que são necessárias ao desenvolvimento intelectual.
- ✓ *Aspecto da evolução conceitual da matemática* - o estudo com os números racionais nas primeiras séries do ensino fundamental, principalmente na forma fracionária é fundamental para o desenvolvimento do trabalho com as operações algébricas que se dará posteriormente, ao longo do ensino fundamental.
- ✓ *Aspecto didático-epistemológico* - o trabalho com os números racionais é de grande significação, pois proporciona a produção de conhecimento matemático, superando conflitos e dificuldades que surgem no campo dos números naturais e que se amplia na criação de um novo campo numérico, o dos números racionais.

Nascimento (2008), afirma que a partir das discussões e diálogos dos autores utilizados em seu estudo, compreende que aprender conceitos matemáticos significa mais que aprender técnicas e memorizar regras, na realidade deve-se; ter raciocínio

lógico, interpretar, construir conceitos, criar alternativas, equacionar, desenvolver essas habilidades dentre outras para a promoção da aprendizagem de conteúdos matemáticos. Esta autora também ressalta que ao iniciar o ensino dos números fracionários é preciso repensar as práticas docentes, métodos, metodologias e estratégias de ensino, pois, esses fatores são essenciais para definir o ponto de partida e o ponto de chegada no ensino e aprendizagem desse conteúdo.

Com base na análise dos problemas elaborados, a autora, pôde observar que houve uma tendência, tanto dos professores polivalentes como dos especialistas, em elaborar problemas partindo de situações próximas do cotidiano do aluno, resultando em três categorias nos tipos de resoluções, que são: algoritmo, icônica e mista.

Os resultados mostraram que a categoria algoritmo era a mais utilizada com uma tendência em valorizar um conjunto de regras e técnicas para resolver problemas envolvendo o conceito de fração. A partir destes resultados, a autora explica que, embora este dado seja positivo, constatou-se que foram cometidos certos equívocos na elaboração dos problemas, sendo em maior número pelos professores polivalentes. Estes equívocos levaram à suposição de problemas incoerentes, e a ocorrência deles estava relacionada, principalmente ao fato dos professores raciocinarem sobre as situações em que as frações estavam envolvidas, como extensão das situações envolvendo os números naturais, sem ressignificá-las. Isso nos remete aos erros sofridos pelos alunos, quando operacionalizam com as frações como continuação do conjunto dos números naturais, de certa forma semelhante ou mesmo um reflexo dos equívocos sofridos pelos professores.

Nascimento (2008) traz em suas considerações finais que a concepção dos professores, sujeitos da pesquisa, explícita nos momentos da elaboração e da resolução de problemas envolvendo o conceito de fração, sem apoio de nenhum tipo de material, carrega fortes marcas da própria escolaridade, que podem mantê-los inertes em adquirir novas concepções. Fazendo com que continuem disseminando equivocadamente compreensões preconcebidas de ensino e aprendizagem transmitidas em seu passado escolar. Neste contexto Santos *et al* (2005: p. 12) comenta que:

Quando nos referimos à formação inicial de professores de Matemática é preciso ter em conta que os futuros professores quando chegam à sua

formação inicial possuem um modelo implícito do que é ensinar matemática, adquirido durante a sua escolarização, assim como um conhecimento didático vivido durante a sua experiência como alunos.

Em Guerra e Silva (2008), encontramos uma proposta de ensino de operações entre frações, cuja relevância está no respeito à maturidade cognitiva dos alunos, bem como subsidiar a prática docente de professores não-especialistas do conhecimento matemático, mas que ensinam Matemática nas séries iniciais.

Os autores produziram suas informações, apoiados em pressupostos da geometria grega, evocando o *princípio da contagem* para a iniciação dos aprendizes sobre as operações com frações, admitindo que este conceito se constitua um dos conhecimentos prévios de excelência que deve estar presente na estrutura cognitiva dos alunos das séries iniciais, para a aprendizagem de número e das operações com números racionais.

Como parte das conclusões, os autores afirmam que o princípio da contagem evidenciado na contagem de unidade mostra a estreita relação operatória entre frações e números inteiros provendo de significados as técnicas algorítmicas adotadas no fazer escolar. Essas técnicas algorítmicas são práticas e estabelecem modos de se operar com frações que, posteriormente, são sistematizados em fazeres escolares, como o das regras operatórias para expressões algébricas, ditas racionais, não apresentando conexão com os números inteiros e, conseqüentemente, com o princípio de contagem.

Os autores também são favoráveis, em relação aos procedimentos se mostrarem inadequados para operar com mais de duas frações, embora possa ser empregado em operações com um número qualquer de frações, mas constituem os primeiros passos necessários para a valorização das técnicas empregadas nos livros didáticos, como o uso do m.m.c., para adicionar ou subtrair frações.

Guerra e Silva (2008), ainda completam relatando que as técnicas adotadas devem constituir um fazer matemático de evocação epistemológico-conceitual, podendo subsidiar outros fazeres docentes diretamente relacionados, como, por exemplo: o de medida de áreas de figuras planas; construção de números com vírgula em diferentes sistemas de base de numeração; a relação entre frações e áreas de retângulos que induz à construção de uma relação de equivalência usada amiúde em textos da matemática superior para o estudo da construção dos racionais; além de proporcionar, de modo direto, a construção do conceito de

grandezas comensuráveis; ou ainda, suscitar questões das relações entre esse conceito e do conceito de enumerável na construção dos números reais, entre outras.

2.3. O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Esta categoria mostra dois trabalhos sobre o ensino das operações com frações, demonstrando ser este tema pouco explorado por pesquisas acadêmicas.

O estudo de Notari (2002) objetivou diagnosticar sistematicamente os principais erros e dificuldades manifestados por alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio nas operações de simplificação de frações aritméticas e algébricas, procurando compreendê-los.

O autor, procura investigar os procedimentos utilizados por alunos do Ensino Fundamental e Médio na simplificação de frações aritméticas e algébricas, buscando, por um lado, verificar se estabelecem relações de equivalência entre a fração dada e a fração obtida pela simplificação; por outro, conhecer as manifestações dos sistemas conceituais aritméticos e algébricos no tratamento dessas expressões.

A produção das informações, de acordo com o autor, foram a partir de um estudo de caso com alunos da oitava série do ensino fundamental e do primeiro ano do ensino médio de duas escolas estaduais. Foi aplicada como instrumento a observação *in lócus*, o estudo piloto, a aplicação de um instrumento provisório para levantamento dos erros, que permitiu a identificação das dificuldades manifestadas pelos alunos e a elaboração do instrumento definitivo a ser aplicado. Outros instrumentos aplicados foram: as entrevistas, as quais, o autor não definiu o tipo; e os testes, que constavam de oito questões, divididas em dois grupos: a primeira com frações aritméticas e a segunda com frações algébricas.

Em suas considerações Notari (2002), afirma que os estudos apresentados apontaram dois resultados distintos: o elevado número de erros nas simplificações algébricas, devido a uma generalização de regras de uma situação para outra, sem uma análise das condições que validam essas generalizações; e no tratamento das expressões aritméticas, há um predomínio de procedimentos computacionais realizados automaticamente sem uma reflexão sobre a natureza da tarefa proposta.

O texto de Fonseca (2005), objetiva investigar a compreensão de alunos de 6ª série sobre a divisão de números racionais na forma decimal. Foram tomados como base em sua pesquisa, os seguintes questionamentos:

- ✓ Os alunos conhecem a técnica da divisão de números racionais?
- ✓ Os alunos utilizam a operação de divisão para resolver questões contextualizadas?
- ✓ Que relações os alunos estabelecem entre dividendos, divisor e quociente?
- ✓ Que significados os alunos atribuem aos restos parciais na operação de divisão?

O pesquisador lançou mão, para constituir suas informações, de um estudo preliminar em uma escola particular e a pesquisa propriamente dita, feita com uma classe de trinta alunos dos quais somente 24 alunos participaram do estudo, em uma turma de 6ª série do ensino fundamental de uma escola pública de São Paulo. A pesquisa constou de teste escrito, com dois tipos de questões, denominadas “operações aritméticas” e “questões contextualizadas”, seguido de entrevista semi-estruturada.

Como parte de suas considerações, Fonseca (2005), afirma que entre as relações; dividendo, divisor e quociente, são poucos os alunos que conhecem a técnica da divisão, a grande maioria dos alunos utilizam a operação sem saber que está utilizando a técnica. Dentre os que conhecem a técnica, os erros mais freqüentes, se dão no momento da colocação da vírgula e do zero no quociente. Todos os alunos que conhecem a técnica da divisão utilizam-na para resolver problemas contextualizados ou não. De acordo com Santos (2005: p. 13), o professor tem que ter conhecimento matemático aprofundado para poder, como neste caso esclarecer as técnicas da operacionalização que está sendo trabalhada. Este autor ainda afirma que:

Saber matemática para ensiná-la passa por compreender matemática. Compreender matemática no sentido a que aqui nos referimos envolve um conhecimento profundo: (i) dos conceitos, dos procedimentos e das estruturas matemáticas; (ii) da unidade da matemática; e (iii) dos tópicos da matemática elementar.

Em seu artigo, Silva e Almouloud (2008), fazem uma reflexão a respeito das operações com números fracionários focalizando a concepção parte-todo por meio de atividades que contribuam para a prática docente na escola básica.

Para os autores, focou-se a possibilidade do tratamento das operações com números fracionários a partir de representações de figuras planas, mobilizando a concepção parte-todo, a partir de uma breve caracterização da concepção, tratando a seguir das quatro operações fundamentais.

As informações foram produzidas pelos autores, a partir de observações da freqüência do conteúdo, tanto em livros didáticos, quanto na prática docente, provindas das várias formações em projetos do qual participaram. Como resultados dessas participações foram apresentados varias atividades, demonstrando a eficiência do estudo.

Silva e Almouloud (2008) acreditam que as atividades apresentadas podem auxiliar o aluno na compreensão das regras operatórias sobre números fracionários com significado, no entanto, são insuficientes para que sejam conceituadas adequadamente como números racionais. Os autores complementam explicitando a necessidade de descontextualizar as situações para que as habilidades com o cálculo se desenvolvam independente de representações visuais (figuras), oportunizando ao aluno um aprendizado significativo.

Os autores finalizam exclamando que, “se quisermos que o aluno construa conhecimentos matemáticos com significado, durante o ensino básico, o quadro da educação atual precisa ser mudado” (p. 76). Desta forma reconhecemos que o aluno precisa dos conhecimentos iniciais bem fundamentados para ter sucesso na aprendizagem de novos conteúdos matemáticos.

2.4. O USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS NO ENSINO DE FRAÇÃO

Esta categoria foi suscitada como está o ensino de frações por meio das tecnologias atuais. Para isso trouxemos a pesquisa de Fagundes (2005) comenta sobre o desenvolvimento de um software com fins educacionais para o ensino de frações nas séries fundamentais, este trabalho é apenas uma proposta, não sabemos na realidade se foi efetivada ou não. De acordo com o relatório do autor, o software, chamado “SAE-Fra”, foi construído e apresentado como um apoio, uma ferramenta, a professores de 4^a e 5^a série, onde o conteúdo Fração é inicialmente

trabalhado. O objetivo instrucional do SAE-Fra é permitir que os alunos construam um conceito de definição de frações e equivalência de frações.

O pesquisador produziu suas informações a partir de revisão de literatura como PCN, apresentação de software comercial e *freeware* e a proposta de software foi baseada no modelo concreto Frac-Soma 235⁷, descoberto por Howard Carter⁸, em 1922; onde o número 235 significa que este material possui 235 peças em 18 barras, em que a única inteira é uma barra branca e as outras estão divididas em frações. Seu desenvolvimento envolveu áreas do conhecimento como; Matemática, o Projeto de Interface, linguagem de programação e principalmente informática na Educação.

O autor, para a construção do software, contou com a colaboração de uma equipe interdisciplinar formada por; uma especialista em Matemática, uma especialista em Ciência da Computação e um graduando no curso de Ciência da Computação, que neste caso é o próprio autor, e professores de escolas de ensino fundamental, tendo que lidar com métodos, conteúdos sobre fração, procedimentos e ferramentas computacionais para validar a qualidade do produto. O software produzido por este grupo interdisciplinar teve a finalidade de interagir com o professor e o aluno, através de exercícios e jogos educativos, sendo o conteúdo introduzido por meios de textos, hipertextos, animações, sons, imagens e várias outras formas que a equipe julgou necessário.

Como partes de suas conclusões Fagundes (2005), afirma que o software poderá ser executado em qualquer microcomputador que possua o sistema operacional *Microsoft Windows* instalado, e/ou o *internet explorer*.

Outra pesquisa que traz o uso de tecnologia é a de Rosa (2007), onde encontramos uma investigação que procurou determinar se o uso de planilha como recurso no ensino dos números racionais na Educação Básica contribui para a aprendizagem na compreensão e formação de conceitos que envolvem frações e número decimais, e uma maior retenção desses conceitos a médio e longo prazo.

⁷ Frac-Soma 235, material encontrado nas escavações da tumba de Tutankhamon, material constituído de várias peças em forma de barras, no período os estudiosos pensaram que se tratava de uma espécie de quebra-cabeças que a nobreza usaria como passatempo. Em 1984 o Professor Roberto Baldino, idealizou o Material Concreto Frac-Soma 235, com a finalidade de ensinar frações ordinárias através da manipulação de barras coloridas de diferentes tamanhos (BASSO, 2009).

⁸ Howard Carter, arqueólogo e egiptólogo britânico, descobridor da tumba de Tutankhamon no Vale dos Reis em 1922 (BASSO, 2009).

As informações da autora partiram de uma investigação realizada com uma amostra de 62 alunos, de duas turmas da sexta série de uma escola pública de Porto Alegre, em um ambiente informatizado. Sendo que apenas uma das turmas recebeu intervenção durante a pesquisa a outra não.

Nesse contexto a autora reforça que, a planilha, como recurso oferece a oportunidade de visualizar os procedimentos, analisar os resultados, deixando o aluno no comando de sua própria aprendizagem. Isso acontece porque não há necessidade do aluno perder tempo com cálculos, já que o computador os faz. De acordo com o autor, a planilha além de calcular também proporciona a visualização do processo que se está executando não apresentando somente os resultados finais. “Com a planilha o aluno é obrigado a saber o que quer fazer para poder comandar e ver os resultados”, diz a autora.

Em seus resultados, Rosa (2007), afirma que o uso da planilha favorece a aprendizagem e torna as aulas mais prazerosas para os alunos, que conseguiram visualizar os processos com os quais trabalharam. Um segundo teste aplicado cinco meses após o primeiro mostrou que os alunos que utilizaram a planilha apresentaram uma maior retenção do conteúdo. Para a autora os resultados apontaram ainda que os alunos sentem-se à vontade com a tecnologia e quase todos relataram melhoria em suas motivações nas aulas, quando utilizavam o computador, preferindo esse tipo de aula apesar das condições do laboratório utilizado não ser a ideal.

Esta investigação, diz a autora, não foi uma proposta simples de trabalho com um recurso de informática, pois, se fosse só para utilização da informática, se poderia utilizar qualquer jogo disponível para trabalhar o conteúdo. Tratou-se de uma proposta com o intuito de desenvolver um trabalho diferenciado levando em consideração outros fatores que a planilha oferece, como por exemplo, o fato de: o aluno assumir sua responsabilidade na aprendizagem, pois ele tem que comandar inserir dados, analisar resultados; além de ser de acesso fácil e ser um recurso utilizado no mercado de trabalho.

Rosa (2007), diante dessas dificuldades deixa sugestões para um novo repensar, sobre o uso de tecnologia nas escolas;

- ✓ Não se podem oferecer simplesmente os computadores para os professores utilizarem sem dar estrutura e treinamento, para um melhor desenvolvimento das aulas.

- ✓ O uso da planilha eletrônica no desenvolvimento de outros conteúdos.

Para concluir a autora, esclarece que nessa pesquisa foi possível comprovar, apesar das dificuldades, que ela é um recurso de informática que fez a diferença na formação dos conceitos de números racionais. Diante dessa constatação e sendo este um recurso acessível, recomenda-se a utilização dele no desenvolvimento de outros conceitos matemáticos.

Estes trabalhos demonstram a preocupação dos pesquisadores com relação ao ensino e aprendizagem dos números racionais na forma fracionária.

3 – METODOLOGIA DE PESQUISA

O objetivo deste capítulo é apresentar a metodologia de pesquisa utilizada no estudo, assim como os procedimentos metodológicos.

O estudo foi desenvolvido a partir da metodologia de pesquisa, Engenharia Didática, já esclarecida anteriormente, por acreditarmos que esse método é o mais adequado ao tipo de estudo que queremos realizar. Segundo Pais (2001), a Engenharia Didática é destacada como uma forma de organizar a pesquisa em didática da matemática, a partir da criação de uma seqüência de aulas, cuidadosamente, planejadas com a finalidade de obter informações para desvelar o fenômeno investigado. Este foi o intuito durante toda a pesquisa.

3.1. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O desenvolvimento da pesquisa teve como finalidade investigar uma seqüência de ensino para inserir as regras das operações com frações, por meio de situações didáticas, que enfatizam a resolução de problemas como ponto de partida. Para a efetivação do estudo foi elaborada, aplicada e discutida uma seqüência didática mediada por uma calculadora virtual, tendo os jogos para a fixação do conteúdo em questão, junto a alunos da 5ª série do Ensino Fundamental, desenvolvida dentro das quatro fases da Engenharia Didática.

Vejamos como o estudo se deu a seguir.

3.1.1. Estudos Preliminares

Os estudos preliminares tratam dos referenciais que serviram de apoio para a construção da seqüência didática.

As bases para o estudo partiram da:

- Revisão de literatura realizada para conhecer a problemática dos números decimais.
- Fundamentação teórica apoiada nos estudos da Teoria das Situações Didáticas e a Técnica da Redescoberta.
- Consulta a docentes da rede pública de ensino, que responderam a um questionário com questões fechadas sobre o perfil, à metodologia e concepções acerca dos números racionais na forma fracionária e o grau de dificuldade dos alunos referentes a este conteúdo. (Capítulo 4)
- Aplicação de um questionário e do pré-teste aos alunos da 5ª série que participaram da pesquisa. (Capítulo 5)

3.1.2. Análise *a priori*

As variáveis macro-didáticas do estudo referem-se à organização da seqüência didática. Essas variáveis se encontram envolvidas desde a elaboração do pré-teste, das atividades da seqüência, até a institucionalização dos conteúdos da seqüência. As variáveis de situação da seqüência da pesquisa se referem à escolha da atividade, à forma de trabalho e o tempo necessário para trabalhá-la.

Levando em conta o campo de conhecimento sobre as frações e os resultados obtidos no pré-teste, elaboramos uma seqüência didática constituída de atividades com a calculadora virtual e jogos, visando proporcionar aos alunos condições para uma melhor compreensão das regras das operações com frações.

A seqüência foi estruturada com uma atividade, subdividida em seis encontros referente aos temas: **adição de frações com mesmo denominador; subtração de frações com mesmo denominador, adição de frações com denominadores diferentes; subtração de frações com denominadores diferentes; multiplicação de frações e divisão de frações**, com o propósito de produzir significados para os alunos do 6º ano. A continuidade da aplicação das

situações-problema elaboradas da seqüência didática ocorreu considerando os resultados do pré-teste, pois, nessa fase, delimitamos as variáveis para que ficasse claro o que pretendíamos experimentar.

Apresentamos, no quadro a seguir (Quadro 01), a seqüência didática que foi constituída por uma atividade, que apresentou conjuntos de situações problemas de conteúdos diferenciados, utilizando como ferramenta metodológica a calculadora virtual para a construção gradual das regras das operações com frações. Esta seqüência foi distribuída inicialmente em 12 encontros, 9 para a efetivação da atividade e 3 para a aplicação dos instrumentos, que se realizou duas vezes por semana. Porém no 9º encontro, no qual trabalhamos adição de fração com denominadores diferentes, foi necessário reestruturar a ordem da seqüência, acrescentando mais um encontro (13º encontro), o motivo será esclarecido durante a experimentação.

Quadro 01 – Discriminação da Sequência Didática

Ordem dos encontros	Quantidade de Situações-problemas	Tempo	Objetivos	Jogo
1º Encontro	0	20min.	Aplicar o 1º instrumento da pesquisa, o QUESTIONÁRIO com o objetivo de descobrir o perfil e as dificuldades existentes na aprendizagem de alunos de 6º ano do ensino fundamental referentes a conhecimentos matemáticos	
2º Encontro	0	60min.	Aplicar o 2º instrumento de pesquisa, o PRÉ- TESTE, com o objetivo de averiguar o conhecimento em relação ao conteúdo escolhido para a pesquisa	
3º Encontro	10	90min.	A elaboração da regra da adição de frações com mesmos denominadores a partir de situações-problemas e da calculadora virtual	
4º Encontro	10	90min.	A elaboração da regra da subtração de frações com mesmos denominadores a partir de situações-problemas e da calculadora virtual	
5º Encontro	Determinada pelo jogo	90min.	Fixação do conteúdo por meio das habilidades de resolver problemas envolvendo adição e subtração de fração com o mesmo denominador	“Bingo das Frações”
6º Encontro	10	90min.	A elaboração da regra da multiplicação de frações a partir de situações-problemas e da calculadora virtual	
7º Encontro	10	90min.	A elaboração da regra da divisão de frações com mesmos denominadores a partir de situações-problemas e da calculadora virtual	

8º Encontro	Determinada pelo jogo	90min.	Fixação do conteúdo por meio das habilidades de resolver problemas envolvendo multiplicação e divisão de frações	“Qual é o resultado?”
9º Encontro	10	90min.	A elaboração da regra da adição de frações com denominadores diferentes a partir de situações-problemas e da calculadora virtual	
10º Encontro	Determinada pelo jogo	90min.	A elaboração da regra da adição de frações com denominadores diferentes a partir de situações-problemas e da calculadora virtual (continuação)	
11º Encontro	10	90min.	A elaboração da regra da subtração com denominadores diferentes a partir de situações-problemas e da calculadora virtual	
12º Encontro	10	90min.	Fixação do conteúdo por meio das habilidades de resolver problemas envolvendo adição e subtração com denominadores diferentes	“Trilha da corrida das frações”
13º Encontro	10	60min.	Aplicar o 3º instrumento da pesquisa, o PÓS-TESTES, com o objetivo de verificar se os resultados da pesquisa com alunos do 6º ano foram satisfatórios	

Fonte: Pesquisa de campo/2009

Após a realização da atividade e da aplicação dos jogos, foi realizado o pós-teste, o qual o resultado será comentado no último capítulo, para verificar se a sequência didática desenvolvida contribuiu, ou não, na abstração de conhecimentos dos conteúdos pretendidos no início da pesquisa por parte dos alunos.

3.1.3. Experimentação

Nesta etapa, a sequência foi aplicada a 45 alunos de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual, situada na cidade de Ananindeua. O conjunto da atividade elaborada foi composto por seis grupos (Apêndice) de situações problema sobre os conteúdos previamente selecionados, comentadas no quadro acima, utilizando como recurso didático a calculadora virtual e três jogos como elementos de fixação.

Os procedimentos utilizados durante os encontros foram:

- Formação de grupos com 3 alunos, no máximo;
- Distribuição das folhas com as situações problemas;
- Realização em grupo da resolução e construção das regras gerais;

- Institucionalização por parte da professora de sala e da pesquisadora, do conhecimento produzido pelos alunos;
- Recolhimento, ao final das aulas, do material impresso produzido pelos alunos.

3.1.4. Análise *a posteriori* e Validação

As análises *a posteriori* se apoiaram na produção dos alunos, tendo como base os registros recolhidos após cada encontro e os resultados dos pré e pós-testes.

A validação foi realizada a partir do confronto entre os resultados dos pré e pós-testes produzidas pelos alunos antes e após a aplicação da seqüência.

No capítulo seguinte, apresentamos os resultados da consulta realizada com os professores, de forma a conhecer suas opiniões a respeito do ensino e das dificuldades do conteúdo Fração.

4 – CONSULTA AOS PROFESSORES

O objetivo deste capítulo é apresentar o resultado de uma consulta sobre o ensino de frações realizado junto a 100 professores de Matemática, no município de Belém do Pará. A aplicação do questionário ocorreu no período do mês de maio ao mês de junho de 2009.

A consulta se deu por meio de um questionário que foi elaborado e aplicado aos professores, com o objetivo de caracterizá-los e suas concepções sobre o ensino da matemática, especificamente do ensino das frações. O questionário, dividido em três partes, constituiu-se de 11 questões. A primeira parte, com as questões da 1 a 7, eram sobre o perfil dos professores, que se referem aos dados pessoais, tempo de serviço, formação acadêmica e experiência profissional. Na segunda parte, as questões de 8 a 10, procuraram conhecer as atividades dos professores no ensino dos números decimais e a 11 questão, teve como finalidade ter uma visão das dificuldades que eles percebem por parte dos alunos.

4.1. PERFIL DOS PROFESSORES

As questões são apresentadas na ordem em que se encontram no questionário aplicado, podendo vir individualmente ou em conjunto com outro item, aos profissionais da área de Matemática. As sistematizações das informações obtidas estão nas tabelas a seguir.

A Tabela 01, a seguir, traz os dados referentes à faixa etária e gênero.

Tabela 01– Faixa Etária e Gênero

FAIXA ETÁRIA	MASCULINO	FEMININO	DADO NÃO INFORMADO	PERCENTUAL
15-30 anos	24	09	0	33%
31- 45 anos	25	18	03	46%
46-65 anos	12	02	01	15%
Dado Não Informado	03	02	01	06%
Total	64	31	05	100%

Fonte: Pesquisa de campo/2009

A primeira e a segunda questões, do perfil, demonstram que o maior percentual recaiu no gênero masculino na faixa etária variando entre 15 a 45 anos, dando uma somatória de 49% no total, já no gênero feminino os resultados são bem menos expressivos, mas com a mesma variação de idade, a somatória deu 27%, percebe-se uma diferença relevante do gênero masculino. Esses dados confirmam a prevalência do gênero masculino nos cursos de licenciatura em Matemática e a compatibilidade com a manifestação de Curi (2000, p. 62), que coloca a porcentagem de homens na docência, em Matemática, como sendo bem maior do que em algumas outras áreas do conhecimento.

Fazendo esta combinação podemos também apontar para uma classe de docentes mesclados entre a juventude e maturidade pessoal. Entendemos, a partir desta análise, que esses docentes já consigam optar por diversas escolhas como por uma formação continuada, uma reestruturação de metodologias, consciência política, além de outros fatores que virão a interferir ou propiciar mudanças relevantes para suas práticas docentes.

A Tabela 02 a seguir demonstra os dados da formação e tempo de serviço com resultados interessantes.

Tabela 02 – Tempo de Serviço e Formação

TEMPO DE SERVIÇO	GRADUAÇÃO	PÓS-GRADUAÇÃO	DADO NÃO INFORMADO	PERCENTUAL
Menos de 01-10 anos	30	20	01	51%
11-25 anos	11	28	01	40%
26-mais de 35 anos	01	06	01	08%
DNI	01	0	0	01%
Total	43	54	03	100%

Fonte: Pesquisa de campo/2009

Nesta seção os dados confirmam que 43% dos docentes pesquisados têm graduação, sendo que a maior quantidade de docentes, 30 deles, tem pouco tempo de serviço, de menos de um ano até 10 anos. Depois de uma somatória, no item pós-graduação, dos professores com maior tempo de serviço, que se concentram entre 11 a mais de 35 anos de serviço, são 34%, demonstrando uma preocupação com a própria formação continuada. A condição do amadurecimento e desenvolvimento profissional do professor de matemática reflete um interesse pela busca de melhoria em suas práticas pedagógicas.

Neste sentido Mizukami (1996), afirma que a reflexão e articulação sobre essas práticas possibilitam uma validação, compreensão e reconhecimento de seu desenvolvimento profissional.

A Tabela 03 mostrar os níveis de ensino em que os professores pesquisados estavam lecionando em 2009.

Tabela 03 – Níveis de ensino que está lecionando

NÍVEL(EIS) EM QUE ESTÁ LECIONANDO ATUALMENTE?	QUANTIDADE	PERCENTUAL
Ensino Fundamental	36	36%
Ensino Médio	08	08%
Ensino Fundamental/Médio	34	34%
Dado Não Informado	22	22%
Total	100	100%

Fonte: Pesquisa de campo/2009

Neste item trabalharemos com o único valor retirado da somatória do nível de ensino mais votado que é o Ensino Fundamental, como ele faz parte da categoria emergente da pesquisa, efetuamos uma somatória de valores, 36% e 34%, com o resultado de 70%.

Tratando-se de uma consulta que tem como principal característica o ensino das frações no 6º ano do Ensino Fundamental, é interessante notar que a maioria dos informantes se encontra neste nível de ensino. Não podemos precisar se nas etapas iniciais ou finais, mas confiamos que os sujeitos tenham passado por todas as fases do ensino de Fração que inicialmente aparece no 4º ano (3ª série).

O conteúdo Fração, de acordo com o currículo do Ensino Fundamental nas séries finais, deve ser apresentado pelos discentes às turmas do 6º ano (5ª série), no primeiro semestre, com isso podemos inferir que os sujeitos darão informações precisas no item 11, referente ao grau de dificuldades no ensino de fração, desta forma contribuindo para a análise.

Quanto a o nível de ensino, que os professores já haviam lecionado durante sua prática docente, a Tabela 04 traz algumas categorias que emergiram, como na tabela anterior.

Tabela 04 – Níveis de ensino que já lecionou

EM QUAIS NÍVEIS VOCÊ JÁ LECIONOU MATEMÁTICA?	QUANTIDADE	PERCENTUAL
Ensino Fundamental	25	25%
Ensino Médio	00	00%
Ensino Superior	00	00%
Ensino Fundamental/Médio	39	39%
Ensino Fundamental/ Superior	03	03%
Ensino Fundamental/Médio/Superior	21	21%
Dado Não Informado	12	12%
Total	100	100%

Fonte: Pesquisa de campo /2009

Neste item a maior resultado foi para a categoria emergente Ensino Fundamental/Médio com 39%, sendo que a opção Ensino Fundamental tem uma votação significativa, 25%, podemos somar e dizer que o percentual total para a análise equivale a 64%, ou seja, mais da metade dos participantes da consulta já lecionou no ensino fundamental (5ª a 8ª série), chegando próximo do resultado anterior.

Podemos inferir então que os informantes estão ministrando ou já ministraram aula para o 6º ano, conseqüentemente, o conteúdo fração foi, ou irá ser apresentado aos alunos entre o primeiro ou o segundo semestre do ano corrente.

Para a análise da Tabela 05, foram formadas outras categorias que surgiram durante a tabulação de dados, além das que foram estipuladas no questionário.

Tabela 05 – Categoria administrativa da instituição de ensino

TIPO DE ESCOLA QUE TRABALHA?	QUANTIDADE	PERCENTUAL
Pública Estadual	28	28%
Pública Municipal	18	18%
Privada	15	15%
Outra Modalidade (Federal, Conveniada etc.)	05	05%
<i>Pública Estadual e Pública Municipal</i>	11	11%
<i>Pública Estadual, Pública Municipal e Privada</i>	04	04%
<i>Pública Estadual, Pública Municipal e Outra Modalidade (Federal, Conveniada etc.)</i>	01	01%
<i>Pública Estadual e Privada</i>	07	07%
<i>Pública Estadual, Outra Modalidade (Federal, Conveniada etc.)</i>	01	01%
<i>Pública Municipal e Privada</i>	06	06%
<i>Privada e Outra Modalidade (Federal, Conveniada etc.)</i>	01	01%
Dado Não Informado	03	03%
Total	100	100%

Fonte: Pesquisa de campo /2009

Os dados desta tabela demonstram que os informantes em sua maioria, estão na rede pública, com 28% na rede estadual e 18% na municipal, se acrescentarmos a esses valores os percentuais inseridos nas outras categorias surgidas durante a pesquisa, os dados serão elevados para 52% na estadual e 40% na municipal. Esses dados confirmam a grande demanda de funcionários da área da Educação na rede pública, estadual e municipal, onde está o maior grupo do quadro funcional público.

A Tabela 06 foi colocada apenas para confirmar o critério principal da aplicação do questionário.

Tabela 06 – Você já ministrou *fração* na 5ª série?

VOCÊ JÁ MINISTROU FRAÇÃO NA 5ª SÉRIE?	QUANTIDADE	PERCENTUAL
SIM	100	100%
NÃO	00	00%
Total	100	100%

Fonte: Pesquisa de campo /2009

Esta questão apenas confirma o critério de seleção dos sujeitos para a consulta, sendo invariavelmente previsível o resultado de 100% nas respostas.

4.2. ANÁLISE DAS PRÁTICAS DOCENTES NO ENSINO DE FRAÇÕES

Nesta segunda parte do questionário, buscamos conhecer o saber docente que, segundo Mizukami (1996), as crenças, valores, suposições que os professores têm; sobre a disciplina, seu ensino, conteúdo curricular, alunos, aprendizagem, etc., estão inseridos na prática de sala de aula.

Vamos realizar uma análise breve das respostas dadas pelos professores sobre suas práticas em sala de aula em relação ao ensino das frações.

A Tabela 07 demonstra valores quanto a forma de ensinar fração em sala.

Tabela 07 – Ensino de *Fração*

QUANDO VOCÊ ENSINA O ASSUNTO FRAÇÃO, A MAIORIA DAS AULAS É:	QUANTIDADE	PERCENTUAL
Começando pela definição seguida de exemplos e exercícios	30	30%
Começando com uma situação problema para depois introduzir o assunto	42	42%
Criando um modelo para situação e em seguida analisando o modelo	08	08%
Iniciando com jogos para depois sistematizar os conceitos	11	11%
<i>Começando pela definição seguida de exemplos e exercícios e Começando com uma situação problema para depois introduzir o assunto</i>	01	01%
<i>Começando com uma situação problema para depois introduzir o assunto e Criando um modelo para situação e em seguida analisando o modelo</i>	02	02%
<i>Começando com uma situação problema para depois introduzir o assunto e Iniciando com jogos para depois sistematizar os conceitos</i>	01	01%
<i>Criando um modelo para situação e em seguida analisando o modelo e Iniciando com jogos para depois sistematizar os conceitos</i>	02	02%
Não Informou	03	03%
Total	100	100%

Fonte: Pesquisa de campo /2009

Neste item, das quatro opções de escolha apresentadas aos informantes, as mais votadas foram:

- 42% - Começando com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
- 30% - Começando pela definição seguida de exemplos e exercícios.

Esses dados acrescidos dos valores em conjunto com as categorias emergentes, podem ser elevados para 46% e 31%.

Para podermos analisar melhor os valores mais importantes que surgiram na Tabela 07, montamos outra tabela que traz esses valores relacionados com a Formação e Faixa etária, para melhoria da análise. A Tabela 07a demonstra que as maiores concentrações dos valores analisados de acordo com as duas formas de ensino estão nos docentes que tem graduação e pós-graduação com a faixa etária até 40 anos.

Tabela 07a - Forma de Ensino, Formação e Faixa Etária

QUANDO VOCÊ ENSINA O ASSUNTO FRAÇÃO, A MAIORIA DAS AULAS É:	COMEÇANDO PELA DEFINIÇÃO SEGUIDA DE EXEMPLOS E EXERCÍCIOS	COMEÇANDO POR UMA SITUAÇÃO PROBLEMA PARA DEPOIS INTRODUIR O ASSUNTO	%
Graduação com faixa etária de 15 a 40 anos	09	16	25%
Pós-Graduação com faixa etária de 15 a 40 anos	10	15	25%
Graduação com faixa etária de 41 a 65 anos	06	04	10%
Pós-Graduação com faixa etária de 41 a 65 anos	05	07	12%
Total	30	42	72%

Fonte: Pesquisa de Campo/2009

Esta nova tabela confirma que, os docentes que começam pela definição seguida de exemplos e exercícios, podem fazer parte de dois grupos distintos, formatados por nós:

- De jovens profissionais que por ter iniciado sua profissão abruptamente logo após a formação ou formação continuada, não tiveram noção de experiências em sala de aula, tem receio em pedir auxílio aos seus pares de profissão ou se baseiam em literatura ultrapassada, reproduzindo aos seus alunos o ensino que tiveram, sem relação com os contextos do cotidiano e de forma descontínua, indo e voltando nos

conteúdos sem conseguir chegar a um objetivo.

- De professores que podem se considerar maduros e experientes (30 a 40 anos de serviço), que se negam a deixar seus métodos antigos de exposição em prol de novidades, por terem a concepção de que ainda funcionam, e se funcionam não devem ser modificados, ou seja, a velha história de que “não se deve mexer em time que está ganhando”.

Quanto aos dos docentes que estão na graduação ou pós-graduação com idade entre 15 e 40 anos, e apresentam a fração através de situações problemas inicialmente, acreditamos ser um reflexo da formação continuada e experiência de prática docente, e que esses sujeitos reconheçam a dificuldade do ensino de frações, utilizando metodologias diferenciadas para minimizar o impacto causado pelo conteúdo em questão.

Neste contexto Micotti (1999) esclarece que educar é a principal função da escola, mas as variações do modo de ensinar determinam diferenças nos resultados obtidos. Afirma, também, que até bem pouco tempo, ensinar era sinônimo de transmitir informações, porém, as idéias pedagógicas mudaram e busca-se uma aprendizagem que extrapole a sala de aula, que o aluno consiga aplicar seus conhecimentos vida afora, em benefício próprio e da sociedade na qual está inserido.

Em Silva (2009, p. 25) encontramos que a Educação vem evoluindo, sobretudo em função da psicologia, mas

superado os procedimentos ditos tradicionais de uma escola excludente, passa-se a idéia de que a aprendizagem é/deveria ser natural, espontânea e prazerosa. [...] O que de fato é natural, espontâneo e prazeroso é o conhecimento epistemologicamente falando, não o conhecimento escolar que, uma vez sistematizado, torna-se passível de ser transposto didaticamente, mas desde que se considere exatamente que por não ser natural, espontâneo e prazeroso carecem de metodologias que cativem o aluno para aprender respeitando [o desenvolvimento de cada indivíduo] (p. 26).

Concordo com autor, em que devemos procurar experimentar e produzir novas metodologias que atraiam o aluno a aprender acatando seu desenvolvimento e suas limitações, dessa maneira tornando a aprendizagem natural, espontânea e prazerosa, com isso melhorando a Educação da sociedade da qual fazemos parte.

Tabela 08 – Fixação do conteúdo de Matemática na 5ª série.

PARA FIXAR O CONTEÚDO DE MATEMÁTICA NA 5ª SÉRIE VOCÊ COSTUMA:	QUANTIDADE	PERCENTUAL
Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos	24	24%
Apresentar jogos envolvendo o assunto	19	19%
Solicitar que os alunos resolvam os exercícios do livro didático	14	14%
Não propõe questões de fixação	01	01%
Solicita que os alunos procurem questões sobre o assunto para resolver	11	11%
<i>Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos e Apresentar jogos envolvendo o assunto</i>	04	04%
<i>Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos, Apresentar jogos envolvendo o assunto e Solicitar que os alunos resolvam os exercícios do livro didático</i>	04	04%
<i>Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos e Solicitar que os alunos resolvam os exercícios do livro didático</i>	07	07%
<i>Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos e Não propõe questões de fixação</i>	01	01%
<i>Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos e Solicita que os alunos procurem questões sobre o assunto para resolver</i>	02	02%
<i>Apresentar jogos envolvendo o assunto e Solicitar que os alunos resolvam os exercícios do livro didático</i>	05	05%
<i>Apresentar jogos envolvendo o assunto, Solicitar que os alunos resolvam os exercícios do livro didático e Solicita que os alunos procurem questões sobre o assunto para resolver</i>	01	01%
<i>Apresentar jogos envolvendo o assunto e Solicita que os alunos procurem questões sobre o assunto para resolver</i>	01	01%
<i>Solicitar que os alunos resolvam os exercícios do livro didático e Solicita que os alunos procurem questões sobre o assunto para resolver</i>	02	02%
Dado Não Informado	04	04%
Total	100	100%

Fonte: Pesquisa de campo /2009

Neste item as respostas estão relacionadas à fixação de conteúdos matemáticos para a 5ª série.

- 24% - Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos;
- 19% - Apresentar jogos envolvendo o assunto.

Esses índices se elevaram para 42% em relação à lista de exercícios e 34% para jogos, com a somatória dos dados das categorias que surgiram. O resultado dessa questão nos remete a refletir sobre dois tipos de ensino, que encontramos

atualmente em todos os níveis educacionais, em alguns momentos, um em maior evidência que o outro. O primeiro é o ensino tradicional, que valoriza a aula expositiva, seqüência predeterminada e a repetição de exercícios enfatizando a memorização, uma das atividades muito utilizadas é a lista de exercícios de fixação. O segundo, na Matemática, é o ensino através das atuais Tendências Matemáticas; o uso da História da Matemática, a Informática na matemática, a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, o *Uso de Jogos*, entre outras. A apresentação de jogos para fixação de conteúdos matemáticos revela a preocupação dos profissionais, que escolheram esta opção, em minimizar as dificuldades dos alunos em apreender de forma interessante, criativa e com significado.

As Tabelas 08a e 08b surgiram da necessidade de conhecermos o aumento dos valores encontrados nas opções 'Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos' e 'Apresentar jogos envolvendo', relacionando-os com outros itens, neste caso trabalharemos com a inclusão da Formação e Faixa etária, para uma confirmação ou não do tipo de ensino e de que docente serão encontrados.

Tabela 08a – Fixação do conteúdo (lista de exercício), Formação e Faixa etária

PARA FIXAR O CONTEÚDO DE MATEMÁTICA NA 5ª SERIE VOCÊ COSTUMA:	Graduação com faixa etária até 40 anos	Pós-Graduação com faixa etária até 40 anos	Graduação com faixa etária de 41 a 65 anos	Pós-Graduação com faixa etária de 41 a 65 anos	%
Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos	09	07	03	05	24%
Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos + outras maneiras de fixar o conteúdo	05	07	01	05	18%
Total	14	14	04	10	42%

Fonte: Pesquisa de Campo/2009

Tabela 08b – Fixação do conteúdo (uso de jogos), Formação e Faixa etária

PARA FIXAR O CONTEÚDO DE MATEMÁTICA NA 5ª SERIE VOCÊ COSTUMA:	Graduação com faixa etária até 40 anos	Pós-Graduação com faixa etária até 40 anos	Graduação com faixa etária de 41 a 65 anos	Pós-Graduação com faixa etária de 41 a 65 anos	%
Apresentar jogos envolvendo o assunto	12	05	00	02	19%

Apresentar jogos envolvendo o assunto + outras maneiras de fixar o conteúdo	03	07	01	04	15%
Total	15	12	01	06	34%

Fonte: Pesquisa de Campo/2009

Percebemos que os maiores valores continuam em evidência na graduação e pós-graduação com docentes na faixa etária até os 40 anos apresentando inicialmente a lista de exercício ou a apresentação de jogos, acrescidas de outras maneiras de fixar o conteúdo, confirmando os dados da tabela anterior. Com isto intuímos que a formação inicial e continuada, em certo nível de maturidade profissional, faz com que o uso da lista de exercícios e o uso de jogos para a fixação de conteúdos para fixação de conteúdos matemáticos mereçam o seu momento de uso, sem necessariamente cansar, saturar, ou desestimular os alunos, além de oportunizar a abertura de outros recursos. Entendemos que a criatividade docente em relação a métodos e técnicas de ensino deve ser o maior trunfo que os professores carecem ter para a melhoria de suas práticas docentes e para minimizar as dificuldades já existentes no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, aqui especificamente tratado, a Fração.

4.3. GRAU DE DIFICULDADES NO ENSINO DE FRAÇÃO

Solicitamos aos professores consultados que, com base na sua experiência docente, analisassem e classificassem alguns assuntos relacionados ao ensino-aprendizagem das frações. O objetivo foi conhecer e avaliar a percepção dos docentes sobre o grau de dificuldades na aprendizagem dos assuntos para os alunos.

Tabela 09 - Graus de dificuldade no ensino aprendizagem de Fração

ASSUNTO	Grau de dificuldade para os alunos aprenderem					
	Dado não Informado	Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Conceito de fração	02%	05%	28%	44%	18%	03%
Tipos de fração	04%	01%	55%	27%	09%	04%
Simplificação de fração	05%	00%	18%	54%	22%	01%

Comparação de frações	05%	02%	20%	39%	29%	05%
Adição de frações de mesmo denominador	05%	12%	46%	28%	08%	01%
Subtração de frações de mesmo denominador	03%	10%	51%	31%	04%	01%
Adição de frações de denominadores diferentes	02%	02%	05%	29%	38%	24%
Subtração de frações de denominadores diferentes	02%	02%	01%	28%	39%	28%
Potência de fração	05%	02%	11%	43%	30%	09%
Resolução de problemas em que se conhece o todo e se deseja conhecer uma parte.	02%	02%	07%	47%	36%	06%
Resolução de problemas em que se conhece uma parte se deseja conhecer o todo	02%	03%	04%	22%	49%	20%
Resolução de problemas em que se conhece uma parte se deseja conhecer outra parte	02%	03%	05%	21%	48%	21%

Fonte: Pesquisa de campo /2009

Nesta questão, se faz necessário apresentar as análises de cada subitem de forma a fornecer uma visão ampla de como se encontra o entendimento dos profissionais em relação às dificuldades no ensino de fração de acordo com suas experiências na prática docente. Utilizando para análise sempre os maiores índices.

Esperamos que esses dados relacionados aos anteriores possam nos dar uma imagem, de como se encontra o ensino de Fração vislumbrado na percepção dos professores de Matemática consultados. E como respaldo, nas explanações das análises utilizou-se os PCN (1998, p. 95), por saber-se da existência de comentários sobre algumas dificuldades referentes ao ensino de conteúdos fracionários, que serão aqui apresentados em momentos oportunos.

➤ **Dificuldade: Conceito de Fração**

De acordo com os dados desta questão, os índices revelam que os informantes confiam que o grau de dificuldade para os alunos no aprendizado do conceito de fração, é regular para 44% e fácil para 28% dos informantes.

Se tratando de um conceito que está implícito, em nossa relação com o cotidiano, a partir do momento em que trabalhamos o ato de repartir, dividir, inteiros

atos que fazemos e refazemos durante nossas atividades diárias, tendo apenas o agravante “em partes iguais”, que não acontece com muita frequência, concordamos não ser um assunto tão fácil quanto parece.

Bezerra (2001), em analogia com o que vimos acima, esclarece em seu estudo que, um dos modos de inserir os números fracionários, seria baseado em situações que buscassem oferecer significado ao aluno. O autor também apresenta o que para nós pode ser a justificativa para a tendência de esse conteúdo ser regular, afirmando que em situações trabalhadas com o modelo parte-todo, para inserir o conceito de Fração é importante, mas, não deve ser o único e tão pouco o início para o aprendizado dos alunos, pois oferece barreiras entre o Conjunto dos Números Naturais e Fracionários.

➤ **Dificuldade: Tipos de Fração**

Os sujeitos pesquisados informaram que, o grau de dificuldades para o ensino de tipos de fração é de 55% fácil e 27% regular.

A nosso ver as respostas recaíram no item Fácil, por os docentes se referirem somente ao reconhecimento dos tipos de frações e não a sua operacionalização.

➤ **Dificuldade: Simplificação de Fração**

Para este item os informantes responderam que 54% do grau de dificuldade no ensino de simplificação de fração é regular, e 22% difícil.

Entendemos ser esse um conteúdo de difícil compreensão, por concordarmos com as considerações de Notari (2002), que em seus estudos aponta dois resultados distintos no ensino fundamental e médio: o elevado número de erros nas simplificações de frações algébricas, devido a uma generalização de regras de uma situação para outra, sem uma análise das condições que validam essas generalizações; e no tratamento das expressões de frações aritméticas, há um predomínio de procedimentos computacionais realizados automaticamente sem uma reflexão sobre a natureza da tarefa proposta.

➤ **Dificuldade: Comparação de Fração**

O item recebeu dos informantes 39% regular e 29% difícil.

Os Parâmetros Curriculares trazem que: a comparação entre racionais a partir dos que estão acostumados com a relação $3 > 2$, os alunos, terão de

compreender uma desigualdade que lhes parece contraditória, ou seja, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ (BRASIL, 1997: p. 101). Este assunto vem como um obstáculo que os alunos enfrentam no terceiro ciclo, na aprendizagem dos números racionais na forma fracionária. Podendo haver também equívoco na questão se; a seqüência dos números naturais permite estabelecer sucessor e antecessor, para o racional isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer são sempre possíveis encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$ estão uma infinidade de números como $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{25}$,...

Este conteúdo, a partir dessa análise torna-se de difícil compreensão para os alunos, pelo fato de ainda não relacionarem os números racionais, na forma fracionária, como um conjunto numérico novo, fazendo comparações e confusões com o conjunto dos números naturais. Contradizendo o resultado obtido.

➤ **Dificuldade: Adição e Subtração de Fração de mesmo denominador**

A maioria dos informantes escolheu estas questões como itens de fácil entendimento para o aluno com 46%, para adição e 51% para subtração. No item regular de 28% para adição e 31% para subtração.

Aparentemente essas operações são de fácil compreensão, mas de acordo com Monteiro e Pinto (2007), na adição de números representados por frações os alunos, tendem a se confundir e adicionar os numeradores e os denominadores, precisamente porque generalizam os algoritmos das operações com números inteiros, isto também acontece com a subtração. Concordando com este autor, acreditamos que este item seja de regular compreensão.

➤ **Dificuldade: Adição e Subtração de Fração de denominadores diferentes**

Estes itens trazem como resultado que 38% dos informantes acreditam ser um conteúdo de difícil aprendizagem, 29% acham um assunto regular e 24% crêm ser muito difícil para a adição com denominadores diferentes. Em relação a subtração temos como resultado que; 39% acham difícil a aprendizagem da subtração de fração com denominadores diferentes, regular e muito difícil empatando com 28%.

Este item se diferencia dos anteriores por necessitarem de elaboração nas respostas, ou seja, raciocínio lógico, habilidade em operações matemáticas, atenção e concentração, para realizar mais de uma resolução.

O autor Giovanni (1998), afirma neste sentido que o cálculo da adição e da subtração, envolvendo frações com denominadores diferentes, para ser resolvido de duas maneiras; convertendo as frações dadas, em frações com o mesmo denominador (não necessariamente o menor), aplicando as propriedades das frações equivalentes; ou ainda se encontrar o m.m.c. (mínimo múltiplo comum), para chegar a uma operação com fração de denominadores iguais, ou seja, o aluno deverá ter conhecimentos prévios sobre operações fundamentais com números naturais, e usar estes conhecimentos como ferramentas em auxílio na resolução da atividade.

Creemos ser o aprendizado deste conteúdo, de difícil apreensão para o aluno, pois, operar com variados conhecimentos distintos, dificulta a sua prática educativa. Não que estejamos menosprezando a capacidade cognitiva do aluno, ou suas habilidades de resolver problemas, mas o fato é que, temos consciência das dificuldades encontradas na aprendizagem das quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), principalmente com números racionais. Esta situação interfere diretamente na resolução desse tipo de operação, neste caso é notória a grande dificuldade encontrada neste tipo de resolução. Esta mesma dificuldade se apresenta no item a seguir.

➤ **Dificuldade: Resolução de problemas em que se conhece o todo e se deseja conhecer uma parte**

Nesta questão, 47% dos informantes responderam acham essa dificuldade regular e 36% concordam que é difícil.

Entendemos que o saber implícito que trazemos, de nossas vivências, em relação à parte-todo, colaboram com este assunto, pois, é visível a divisão de elementos em partes iguais de um todo (inteiro qualquer), percebendo de forma rápida a quantidade de partes que se deseja. Mas, como o aluno ainda tem dúvidas em alguns conceitos fracionários, e mesmo a interpretação do problema em determinadas situação pode se configurar em algo complexo, este tema pode ser considerado um aprendizado regular.

➤ **Dificuldade: Resolução de problemas em que se conhece uma parte e se deseja conhecer o todo**

Esta questão, em relação a anterior é mais complicada, por o aluno ter necessariamente que chegar ao todo, ou seja, uma imagem que o aluno ainda não tem, não conhece supostamente e complementar ou completar essa imagem torna-se algo mais trabalhoso. Nesta situação o raciocínio tem que ser mais bem elaborado, demonstrando uma dificuldade maior.

Os valores reconhecem ser este assunto difícil, por conseguinte, os informantes deram como resposta que; 49% acham um aprendizado difícil, 22% regular e 20% muito difícil.

➤ **Dificuldade: Resolução de problemas em que se conhece uma parte e se deseja conhecer outra parte**

Na questão com o grau de dificuldade relacionado a resolução de problemas em que se conhece uma parte e se deseja conhecer outra parte, os resultados foram. Para difícil o valor percentual é de 48%, e 21% para regular e muito difícil, ocasionando um empate.

Este item tem quase o mesmo raciocínio que o anterior, pois de qualquer forma o aluno tem que adquirir o conhecimento do todo, para que a parte que se tem possa ser relacionada a outras, já que vigora a idéia que: “as partes que forma um todo, são todas iguais”. A questão é que como em qualquer problema a interpretação pode nos levar a uma solução com diferentes caminhos percorridos.

Neste momento tem que se ter cuidado, com o embaralhar de conceitos entre parte-todo e parte-parte, além de compreender que o aluno ainda se encontra engatinhando em algumas definições e operações.

Acreditamos que as necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade que os remetem ao conhecimento fracionário, o que lhes permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado.

O estudo dos fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem de Fração pressupõe a análise de variáveis envolvidas nesse processo; aluno, professor e saber matemático, assim como das relações entre elas.

O estabelecimento de relações é fundamental para que o aluno compreenda efetivamente as alternativas existentes, para se chegar à solução que se deseja, trabalhando os conceitos fracionários e adquirindo a noção da diferença entre eles,

pois esses conteúdos matemáticos, abordados de forma isolada, não se tornam ferramentas eficazes, para resolver problemas e para a aprendizagem e construção de novos conceitos.

Diante das dificuldades na aprendizagem das operações com frações, apontadas pelos estudos revisados e pelos professores de Matemática consultados, desenvolvemos uma seqüência didática que venha a colaborar com o processo de ensino e aprendizagem das operações com frações. No capítulo a seguir, fazemos à apresentação e a descrição dessa seqüência.

5 - A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Temos como objetivo, neste momento, apresentar a seqüência didática e mostrar seu desenvolvimento. A seqüência didática desenvolveu uma metodologia de ensino para as operações com frações por meio de uma atividade mediada por uma calculadora virtual de fração a partir de situações-problemas para a formulação das regras gerais dos conteúdos escolhidos, levando em consideração os problemas de aprendizagem apontados nos diversos estudos, assim como, as dificuldades apresentadas na consulta feita aos professores.

A seqüência propôs desenvolver habilidades nos alunos de operar com as frações. As atividades da seqüência foram baseadas na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2004), principalmente nas situações adidáticas, que estão relacionadas a uma abordagem construtivista, pois se caracteriza em colocar o aluno numa situação na qual ele possa produzir seu próprio conhecimento, sem a interferência direta do professor.

5.1. OBJETIVO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O objetivo da seqüência foi desenvolver no aluno habilidades, a partir das resoluções de problemas mediadas pela calculadora e com jogos para fixação, como por exemplo: Resolver problemas envolvendo adição de fração com denominadores iguais; Resolver problemas envolvendo subtração de fração com denominadores iguais; Elaborar a regra geral da adição e subtração de fração com denominadores iguais; Resolver problemas envolvendo adição de fração com denominadores diferentes; Resolver problemas envolvendo subtração de fração com

denominadores diferentes; Elaborar a regra geral da adição e subtração de fração com denominadores diferentes; Resolver problemas envolvendo multiplicação de fração; Elaborar a regra geral da multiplicação de fração; Resolver problemas envolvendo divisão de fração; Elaborar a regra geral da divisão de fração; Resolver problemas envolvendo adição e subtração de fração; Resolver problemas envolvendo multiplicação e divisão de fração.

5.2. A SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

A seqüência didática foi composta por 01 atividade, contendo 09 conjuntos de situações problemas sobre os conteúdos das operações com frações e, 3 jogos, para fixação desses conteúdos. Cada conjunto de problemas referentes aos conteúdos foi distribuído em um encontro e, cada encontro foi realizado nas aulas semanais da turma escolhida como amostra, tendo esses encontros a duração de 90 minutos cada.

1ª Conjunto: Adição de fração com mesmo denominador

O objetivo da atividade é a elaboração da regra da adição de frações com mesmos denominadores a partir de situações problemas e mediadas pela calculadora virtual;

2ª Conjunto: Subtração de fração com mesmo denominador

O objetivo dessa atividade é a elaboração da regra da subtração de frações com mesmos denominadores a partir de situações problemas e mediadas pela calculadora virtual;

3ª Conjunto: Adição de fração com denominadores diferentes

O objetivo dessa atividade é a elaboração da regra da adição de frações com denominadores diferentes a partir de situações problemas e mediadas pela calculadora virtual.

4ª Conjunto: Subtração de fração com denominadores diferentes

O objetivo dessa atividade é a elaboração da regra da subtração de frações com denominadores diferentes a partir de situações problemas e mediadas pela calculadora virtual.

5ª Conjunto: Multiplicação de fração

O objetivo dessa atividade é a elaboração da regra da multiplicação com fração a partir de situações problemas e mediadas pela calculadora virtual.

6ª Conjunto: Divisão de fração

O objetivo desta atividade é a elaboração da regra da divisão com fração a partir de situações problemas e mediadas pela calculadora virtual.

1º Jogo: “Bingo das Frações”, com o objetivo de fixar e auxiliar na aprendizagem das operações de adição e subtração de fração com mesmos denominadores.

2º Jogo: “Qual é o resultado?”, com o objetivo de fixar e auxiliar na aprendizagem das operações de multiplicação e divisão de frações.

3º Jogo: “Trilha da Corrida das Frações”, com o objetivo de fixar e auxiliar na aprendizagem das operações de adição e subtração com denominadores diferentes.

Após a realização das atividades e dos jogos, deu-se a aplicação do pós-teste para verificar se as atividades desenvolvidas contribuíram, ou não, na aprendizagem dos alunos sobre as operações com frações.

5.3. A APLICAÇÃO DA SEQÜÊNCIA

O material utilizado no desenvolvimento da seqüência didática foi: lápis, caneta, a calculadora virtual, folha com as atividades e jogos. Os procedimentos utilizados durante os encontros foram: Formação dos grupos; Distribuição das folhas impressas com as situações problemas; Realização em grupo das atividades; Institucionalização por parte da professora de sala e da pesquisadora, do conhecimento produzido pelos alunos; Recolhimento, ao final das aulas, do material produzido pelos alunos.

Antes de iniciarmos a descrição da atividade que nos propusemos, achamos necessário apresentar a calculadora que foi parte integrante e de grande importância dentro deste experimento.

Esta ferramenta metodológica foi idealizada na Universidade do Estado do Pará, por dois profissionais docentes da área da matemática. A escolha deste recurso surgiu do grupo de pesquisa dos idealizadores, e da possibilidade de melhorias no ensino com o seu manuseio em salas de aula, além da facilidade de manuseio, rapidez e eficiência nas resoluções de problemas com números fracionários. Este recurso computacional não existe no comércio, encontra-se em período de experimentação.

A seguir faremos a descrição do instrumento computacional para termos uma visão de sua utilidade.

➤ A Calculadora de Fração

O instrumento utilizado na experimentação como recurso virtual, chama-se Calculadora de Fração (Figura 01). Software educativo, baseado em uma calculadora convencional.

Figura 01 – Interface do software educativo



Fonte: Calculadora de Fração

A área de trabalho construída é semelhante à de um aplicativo simples. O layout, na parte superior, possui uma barra vertical (Figura 02), e campos destinados a representar a fração numericamente.

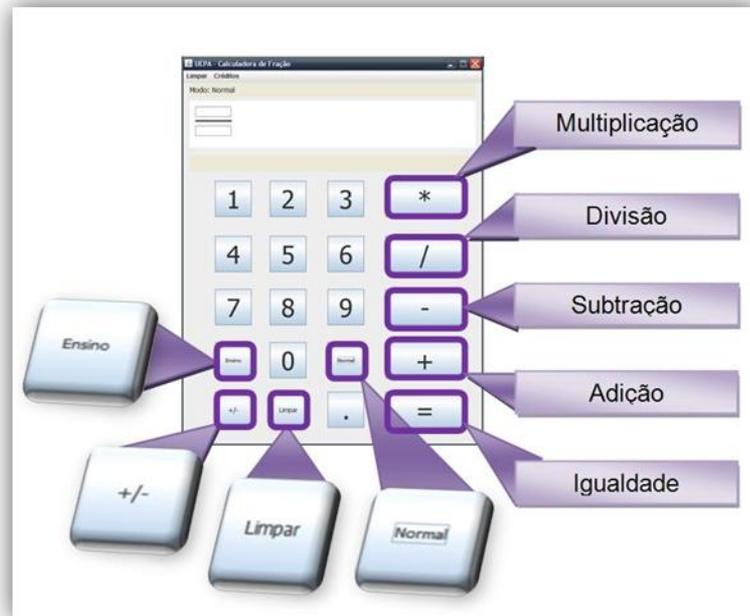
Figura 02 – Interface da área de representação fracionária



Fonte: Calculadora de Fração/2008

A interface possui também, teclas numéricas e de algoritmos (Figura 03), como a tecla: “Limpar”, que serve para reiniciar as operações; “+/-” reservada para efetuar operações com valores positivos e/ou negativos e; “Ensino” e “Normal”, esclarecidas a seguir.

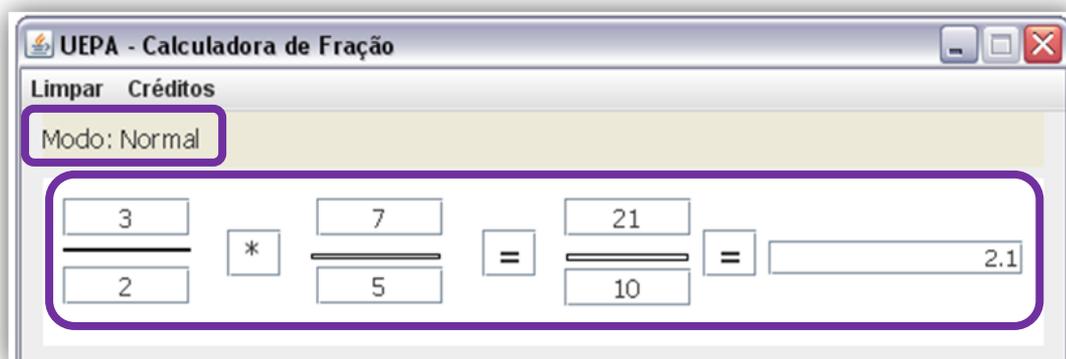
Figura 03 – Ícones da interface inicial



Fonte: Calculadora de Fração/2008

Os “modos”, procedimentos utilizados neste instrumento, são dois: “Modo: Normal”, ativada por meio da tecla “Normal” (Figura 04), representa os resultados, da operação desejada, na forma fracionária e na forma decimal; e “Modo: Ensino de Fração”, ativada por meio da tecla “Ensinho” (Figura 05), representa os resultados somente na forma fracionária, esta interface tem como vantagem a praticidade de execução das atividades.

Figura 04 – Interface do “Modo: Normal”



Fonte: Calculadora de Fração/2008

Figura 05 – Interface do “Modo: Ensino de Fração”

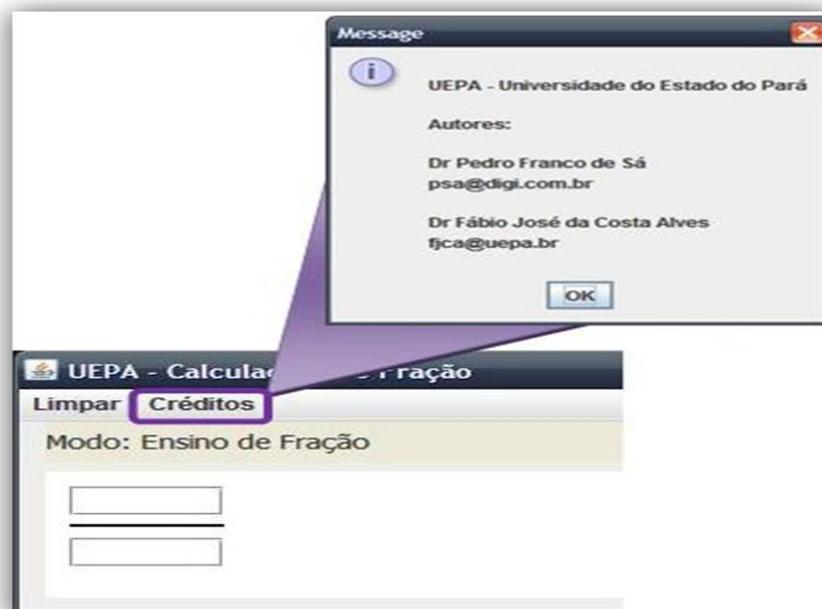


Fonte: Calculadora de Fração/2008

Destaca-se neste momento a importância do papel do professor, como mediador, que necessita estar atento, não somente às respostas que serão apresentadas pelo aluno, mas também na atitude em que este, individual ou coletivamente, tomará diante das soluções encontradas, pois nem sempre percorreram caminhos admissíveis.

Este software apresenta ainda, os créditos do instrumento (Figura 06), ou seja, a instituição onde foi realizado a construção da calculadora e os autores responsáveis.

Figura 06 – Interface dos créditos do software



Fonte: Calculadora de Fração/2008

Após esta apresentação, para você leitor, esperamos haver um melhor entendimento em relação a importância do uso desta ferramenta metodológica nesta pesquisa.

Durante a resolução das questões/situações problemas, os alunos utilizaram a calculadora para efetuar as operações, de uma a uma até a décima, sempre estimulados pela pesquisadora, a registrarem no papel e verbalmente o que estava acontecendo.

Para ilustrar os encontros, traremos no decorrer da atividade, alguns desses relatos para comprovar a efetivação da pesquisa e as dificuldades encontradas, que perduraram com maior ou menor intensidade, e alguns diferenciais entre as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, também nos registros das conclusões e à institucionalização das regras das operações que nos propusemos a trabalhar.

5.4. UNIVERSO DO ESTUDO

A escola escolhida para ser o universo do estudo foi uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio, situada no Município de Ananindeua, Estado do Pará.

O espaço físico da escola é composto por 26 salas de aula, contém funcionando: um laboratório de informática e outro multidisciplinar (química, física e biologia), sala de multimídia e biblioteca e possui uma sala de projetos especiais.

Apresenta um total de 2.127 alunos divididos em três turnos; matutino (24 turmas), vespertino (21 turmas) e noturno (26 turmas). Situada, na Cidade Nova I, contendo uma clientela bastante heterogênea, onde convivem alunos de variadas classes sociais.

5.4.1. A Amostra

A amostra do estudo foi a turma 501, 6º ano (5ª série) do turno matutino. A escolha da turma se deu pelo fato de os alunos estarem cursando pela primeira vez a 5ª série, o que foi confirmado em um dos itens do perfil dos alunos. A mesma possuía 45 alunos, e todos participaram da aplicação do pré-teste. Sendo assim levaremos em conta as análises de todas as respostas/resultados desses alunos.

Iniciamos a pesquisa no mês de agosto, e acompanhamos o seu desenvolvimento até o mês de outubro, essa oportunidade em trabalhar Fração no segundo semestre veio por um período de greve no sistema de ensino estadual que durou 40 dias.

A dificuldade maior durante a pesquisa foi preparar os computadores do laboratório de informática para “rodar” o programa que a calculadora virtual necessitava. Tentamos o programa Linux que foi implantado nos laboratórios das instituições educacionais públicas estaduais, mas não obtivemos resultados satisfatórios. Por sorte, um dos profissionais da instituição tomava conta da sala de projetos especiais (PDE, Escola de Portas Abertas, Laboratório Comunitário, entre outros), local amplo e que tinha disponível 20 computadores com o programa Windows, no qual a calculadora funcionava a contento.

Utilizando este espaço, iniciaram-se outras dificuldades de menor porte como: programação dos dias e horários que poderíamos usar a sala; adaptar esse dia e horário ao da professora de Matemática que se comprometeu colaborar conosco; driblar a má vontade da gestora em nos receber e ceder a sala e em aceitar a realização do estudo na instituição; agrupar os alunos de maneira que todos pudessem participar ativamente da atividade e finalmente trabalhar a atenção e participação dos alunos sem ocasionar comportamentos eufóricos.

5.4.2. Perfil da Turma

A pesquisa se iniciou com o questionário e o pré-teste, aplicados para os alunos de 5ª série, os instrumentos tiveram o objetivo de:

- Realizar um diagnóstico da turma para descobrir por meio de um instrumento que continha questões referentes a dados pessoais, conhecimentos oriundos das séries anteriores e as dificuldades que os alunos pudessem ter em matemática;
- Identificar com o teste qual o conhecimento prévio que esses alunos possuíam sobre as operações com frações.

Pela análise do questionário, conseguimos traçar um perfil da turma, e esses dados serão apresentados na sequência em que foram respondidos, porém virão relacionados entre si, para contribuir nas reflexões das análises.

As tabelas que seguem trazem os resultados das análises do questionário feito com os sujeitos da pesquisa.

Tabela10: Faixa etária e Gênero

FAIXA ETÁRIA	MASCULINO	FEMININO	QUANTIDADE
10 anos	02	03	05
11 anos	12	15	27
12 anos	04	02	06
13 anos	03	01	04
14 anos	01	01	02
Dado Não Informado	00	01	01
Percentual	49%	51%	100%

Fonte: Pesquisa de Campo/2009

Trazemos na primeira tabela a relação entre Gênero e Faixa Etária, com os maiores índices referentes a 15 sujeitos do gênero feminino e 12 do masculino, todos na faixa de 11 anos de idade. Nota-se pelos dados que a diferença entre o gênero masculino e feminino é bem pequena, mesmo estando na faixa etária base para o ano em questão, demonstrando que o interesse por adquirir conhecimento é maior que uma pretensa disputa de gêneros.

A Tabela a seguir nos apresenta os valores referentes as dificuldades que o discente tem em aprender Matemática e o tipo de escola em que estudou.

Tabela 11- Tipo de Instituição e Dificuldade na aprendizagem em Matemática

VOCÊ TEM DIFICULDADE EM APRENDER MATEMÁTICA	TIPO DE ESCOLA QUE ESTUDOU				QUANTIDADE
	ESTADUAL	MUNICIPAL	PARTICULAR	NÃO SEI	
SIM	24	07	05	01	37
NÃO	06	00	02	00	08
Percentual	67%	16%	16%	01%	100%

Fonte: Pesquisa de Campo/2009.

De acordo com a Tabela 11, existe uma elevada quantidade de alunos com dificuldades em Matemática nas escolas públicas, em sua maioria na rede Estadual, com 67%, que por fatores (social, político, econômico, etc.), que aqui não podemos precisar, cursaram o 5º ano (4ª série) em instituições públicas, Estadual e/ou Municipal. É notória para a população a necessidade de reestruturação, discussão, planejamento, incentivos financeiros, entre outros recursos na área da educação, no

sistema público educacional. Essa notoriedade vem da mídia, por meio das reportagens, entrevistas, projetos entre outras.

Em relação ao comportamento do aluno em sala a tabela abaixo nos traz dados interessantes.

Tabela12: As notas em Matemática e Atenção ou distração

VOCÊ SE DISTRAI NAS AULAS DE MATEMÁTICA	SUAS NOTAS EM MATEMÁTICA GERALMENTE SÃO:			QUANTIDADE
	ABAIXO DA MÉDIA	NA MÉDIA	ACIMA DA MÉDIA	
Não, eu sempre presto atenção.	00	04	13	17
Sim, eu não consigo prestar atenção	00	03	03	06
Na maioria das vezes	08	04	10	22
Percentual	18%	24%	58%	100%

Fonte: pesquisa de Campo/2009

A Tabela 12 apresenta o resultado sobre as notas e o comportamento durante as aulas de Matemática, dos sujeitos da pesquisa, sendo o maior valor quanto aos discentes que prestam atenção se mantém acima da média nas notas nesta disciplina, sendo que a média em particular nesta instituição de ensino é 5,0. Neste contexto, a nosso ver torna-se esperado que os 8 alunos que se estão abaixo da média, sejam por distraírem-se na maioria das vezes durante as aulas de Matemática.

O interessante deste resultado está no fato de que um grupo considerável de alunos que marcaram “sim, eu não consigo prestar atenção” e “na maioria das vezes” não presta atenção, respostas de certa forma semelhantes, efetuando uma soma desses valores, teremos 13 alunos, como no resultado que os sujeitos marcaram “não, eu sempre presto atenção”.

O que pode, para nós, influenciar estes resultados são: a ajuda dos pais nas tarefas de casa, aulas de reforço, o aluno reservar um tempo durante o dia para estudos, para o primeiro resultado e talvez uma manipulação dos resultados por parte dos sujeitos para o segundo resultado.

A tabela seguinte, sobre dificuldades nas operações e o domínio da tabuada, nos traz novos resultados.

Tabela 13: Dificuldades nas operações e Domínio na tabuada

QUAIS AS OPERAÇÕES QUE VOCÊ TEM MAIS DIFICULDADE EM EFETUAR	VOCÊ TEM DOMÍNIO DA TABUADA		QUANTIDADE
	SIM	NÃO	
Multiplicação	02	02	04
Divisão	10	13	23
Multiplicação e Divisão	01	08	09
Todas	00	02	02
Dado não informado	04	02	06
Nenhuma	01	00	01
Percentual	40%	60%	100%

Fonte: pesquisa de Campo/2009

Nesta tabela encontramos os resultados referentes às dificuldades em efetuar operações e o domínio da tabuada, sendo que não houve registro de nenhum aluno especificamente quanto às operações de adição e subtração e sim associada as outras, para os dois itens do questionário.

Podemos perceber a partir na Tabela 13 que as dificuldades nas operações com frações se concentram nas operações de multiplicação e divisão, que aparecem com a somatória de 38 alunos, dos quais 27 não têm domínio da tabuada. Também é interessante notar que mesmo os 13 alunos que tem domínio da tabuada, referem-se a dificuldades nas operações de multiplicação e divisão também apresentam dificuldades nessas operações. De acordo co Silva e Amouloud (2008) os alunos precisam de conhecimentos iniciais das operações fundamentais bem fundamentados para conseguirem abstrair com sucesso novos conhecimentos, como as operações com frações.

Após as análises deste instrumento de pesquisa, o questionário dos alunos, optamos em trabalhar com as análises do pré/pós-teste com situações-problema e por termos notado um índice significativamente alto das dificuldades desses alunos com as operações de multiplicação e divisão no questionário, preferimos acrescentar em nossa pesquisa todas as operações com frações (adição, subtração, multiplicação e divisão). A nosso ver esse acréscimo nos objetivos do estudo melhorou acrescentou um incentivo maior na aprendizagem e no desempenho dos alunos na resolução de problemas com frações.

As situações-problema utilizadas no pré e pós-teste apresentaram questões sobre adição, subtração (com mesmo denominador e denominadores diferentes), multiplicação e divisão de frações, também com questões conjugadas entre si.

O próximo subtópico traz a descrição da experimentação da sequência didática na turma escolhida.

5.5. EXPERIMENTAÇÃO DA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

Antes deste ponto da pesquisa, esses alunos já tinham sido iniciados no conteúdo 'Fração', ou seja, já tinham conhecimento do conceito de fração, sua classificação, tipos, escrita e leitura. Em nosso entendimento a maioria destas informações, ou mesmo todas, podem ter sido apresentadas no ano anterior (5º ano/4ª série), ou não. Nada podemos afirmar por meio de dados, pois essas informações foram relatadas pela professora de sala durante uma conversa informal, não constando o diálogo nesta pesquisa.

Esta etapa teve a finalidade de descrever e analisar os encontros ocorridos na sequência didática.

Foram previstos inicialmente 10 encontros, mas devido ao acréscimo das atividades sobre multiplicação e divisão o número de encontros aumentou para 12. Cada um com duração de 90 min. Antes de iniciarmos os encontros tivemos que solucionar três dificuldades, que acreditamos ser primordiais em relação a outras que surgiram: a) a não aceitação inicial do experimento, pela gestora da escola escolhida; b) o uso do programa LINUX nos computadores do laboratório, que acarretaram a impossibilidade de rodar o software matemático 'a calculadora', que seria utilizado no estudo; c) a troca/demissão constante de professores pela Secretaria de Educação, que ocasionavam mudanças nos horários de aulas da turma que participou do estudo. Felizmente foi possível ultrapassar todas essas dificuldades.

Esclarecemos também neste momento que as falas apresentadas no estudo foram coletadas durante a efetivação de cada encontro, através de gravação em celular e registros feitos pela pesquisadora em "diário de bordo" - caderneta utilizada para registros diários - porém, algumas foram transcritas de forma indireta, considerando a fidelidade dos registros escritos e alguns equívocos lingüísticos.

Para a experimentação os alunos foram escolhidos e identificados aleatoriamente por meio da letra maiúscula do nosso alfabeto **A** acrescida de numerais (Ex: A01, A12, A33,...) e a letra **P** foi utilizada para identificar a professora.

A partir do exposto acima apresentamos os encontros realizados durante a efetivação da atividade.

1º encontro

Esse encontro teve como objetivo descortinar o perfil dos sujeitos da pesquisa e suas dificuldades em relação ao conhecimento matemático escolhido, fração. O instrumento utilizado foi o questionário fechado.

O encontro se realizou no dia 17/08/2009, com a apresentação da pesquisadora feita pela professora de classe, e o esclarecimento do que aconteceria durante o período da execução da pesquisa.

2º Encontro

Este ocorreu no dia 21/08/2009, com o objetivo de averiguar quais os conhecimentos existentes sobre o conteúdo 'Operações com frações' nos alunos da turma escolhida para o estudo. O instrumento usado foi o pré-teste.

Cada instrumento foi aplicado separadamente, por confiarmos que a análise do primeiro traria revelações importantes a respeito da turma, o que se concretizou. As dificuldades encontradas nas operações fundamentais (multiplicação e divisão), evidentes na análise prévia do questionário, deram subsídios para acrescentarmos mais 10 questões problemas as já existentes.

3º encontro

Realizou-se no dia 25/08/2009, com a finalidade de institucionalizar as regras gerais das operações com adição de frações com mesmos denominadores iniciando o experimento. Os alunos foram divididos em quinze grupos com três alunos cada e levados a sala destinada ao estudo, tendo que conservar essa organização até o final do estudo.

Os pequenos grupos receberam três folhas de papel, a primeira delas com questões problemas impressas, a segunda contendo no enunciado os itens:

Descubra qual a operação que deve ser realizada para resolvê-la;

Arme a operação;

Calcule com a calculadora;

Registre seu resultado.

Após a entrega das questões vinha o direcionamento em relação ao objetivo do estudo, também impresso na folha de respostas, com os itens:

Descubra uma maneira de obter os resultados sem usar a calculadora;

Fórmula.

A terceira folha de papel foi destinada aos registros das respostas/resoluções.

Os trios eram direcionados para um computador, no qual o software educativo, Calculadora de Fração, já havia sido instalado.

O início da experimentação aconteceu com o objetivo de estimular os alunos a descobrirem/construírem a regra da operação de adição de frações. Esta primeira fase da atividade constou de 10 situações-problemas com operações de adição de frações com o mesmo denominador, utilizando como ferramenta a calculadora virtual. Lembrando que o assunto 'operações com fração' foi sendo apresentado no decorrer de cada encontro e dos momentos que constituíram a atividade.

Cada situação problemas foi escrita no quadro para que os grupos pudessem visualizar o que estava sendo trabalhado/discutido e a sequência seguida na operacionalização das questões foi: responder o quesito a respeito de qual operação estava sendo abordado; armar e efetuar cada operação; utilizar o software no computador (calculadora) e após a resolução registrar o resultado obtido.

No início deste conjunto de situações problemas, os alunos tiveram a explanação de como manusear a calculadora virtual, quais as teclas que poderiam ser utilizadas e como limpar a tela após o uso nas resoluções. Após esses esclarecimentos surgiram as primeiras observações dos alunos. Trazemos aqui uma delas:

A1- A fração na calculadora fica como agente escreve no caderno. É mais fácil de resolver!

Com a observação do aluno **A1**, resolvemos apresentar a calculadora existente no programa do computador e compará-la com a calculadora virtual de fração utilizada no experimento.

A2- Essa calculadora é diferente da que eu tenho em casa e da que tem no computador, porque ela mostra a resposta escrita igual a que a professora ensina.

Dessa forma os alunos puderam perceber que há diferenças, pois a calculadora virtual de fração foi produzida especialmente para facilitar as operações com frações, já a existente no computador é como as convencionais, com uma grande quantidade de funções exceto a função para escrita de fração.

A seguir apresentamos os andamentos ocorridos nos primeiros questionamentos que faziam parte das folhas impressas com as situações problemas, mencionado anteriormente:

P- Qual é a operação que vocês irão efetuar nesta questão?

A05- Adição.

P- Como vocês sabem que a operação é de adição?

A26- Bom! Pra mim, quando eu leio a questão, parece que ele quer saber quanto é tudo.

P31- É! Parece que a resposta é o total dos dois números. Opa! Das frações que tem. Não é professora?

P- É sim! Agora tentem armar a operação no papel e depois na calculadora.

A12- Fica igual, como agente escreve no papel e na calculadora.

P- Agora efetuem/resolvam a operação.

A01- A resposta está igual.

P- Igual a quê?

A07- Igual a escrita da fração do caderno, com aquele traço no meio.

Os resultados da operação de cada questão que estavam obtendo, durante a resolução das questões, eram imediatos.

Após efetuarem todas as 10 situações-problema, sobre adição de frações com mesmo denominador, pedimos aos alunos que pensassem em uma maneira de executar essa mesma atividade sem a utilização da calculadora, como estava impresso na folha da atividade (Apêndice 03). Depois de mais ou menos cinco minutos, alguns alunos já tinham efetuado as questões sem dificuldades.

Em nosso pensamento, essas operações tornaram-se acessíveis, pela visualização na calculadora relacionada a semelhança com as anotações feitas na folha de papel, podendo levar os alunos a efetuarem as operação com maior rapidez. As resoluções foram finalizadas pelos grupos em vinte minutos no máximo.

Foi solicitado então, aos alunos, que registrassem na folha de papel a conclusão que chegaram. Neste momento encontramos a primeira dificuldade,

talvez pelo fato da maioria dos alunos ter problemas na escrita, informação oferecida pela professora de sala, os grupos não conseguiram, fazer as anotações. Tentamos então fazer com que eles organizassem o pensamento, em pequenos passos, de como tinham realizado a atividade e com isso fossem anotando.

P- Qual a primeira coisa que vocês fizeram?

A1- Escrevemos a conta.

P- E depois?

A2- Resolvemos.

P- A operação está com o sinal correspondente?

A3- Que sinal?

P- O sinal da operação que vocês efetuaram.

A4- A nossa está, a do 'mais'.

P- E depois de vocês fazerem a operação, o que vocês encontraram?

A5- Achamos o resultado.

P- Bom, então está aí como vocês devem fazer as anotação dos passos.

Basta seguir o que vocês me responderam.

No final da atividade realizamos a institucionalização da regra da operação de adição de fração com o mesmo denominador. Os alunos apresentaram dificuldades na ocasião dessa formulação de regras, o que nos parece ser natural, uma vez que não estavam acostumados a esse tipo de situação. Desta forma tentamos através de questionamentos, direcionar/organizar os pensamentos dos alunos para que pudessem construir seu conhecimento experimentando, participando, explorando a situação existente. Abaixo se encontram algumas falas que confirmam este momento.

P- Agora tentem formular uma regra para esta operação.

A1- Como agente faz isso?

P- Bom, em primeiro lugar olhem as operações que vocês efetuaram e vejam o que tem de semelhante.

'Depois de uns momentos em silêncio, com todos os alunos observando suas atividades. Um grupo se manifestou'

A2- Algumas das questões têm o mesmo número em baixo da barrinha.

P- Muito bem, e depois que vocês efetuam essas frações o que acontece?

A3- Agente somou os números de cima e repetimos o número de baixo.

A4- Todas as respostas ficaram com o de cima diferente e o de baixo igual ao que já tinha escrito na conta.

P- Muito bem, então nós adicionamos os numeradores, número que está em cima da barra fracionária, e conservamos, ou seja, repetimos os denominadores, número que está embaixo da barra fracionária.

- Agora, pensem em como nós podemos escrever isto de forma que tenha validade para todas as operações iguais a estas.

A5- Professora eu não tenho a menor idéia.

P- Bem, por que não pensamos em letras para representar esses numerais. Vamos pensar em letras que possam valer como regra geral para todas as operações de adição com denominadores iguais.

A6- Pode ser qualquer letra?

P- Sim, mas pra facilitar vamos adotar hoje as letras a, b, c e d. Tudo bem?

A7- Sim professora! Mas como faço isso.

P- Muito simples, nós temos duas frações, não é?

A8- Sim

P- Pegaremos uma delas primeiro, por exemplo, esta (a pesquisadora aponta no quadro a primeira fração da operação). Ela está escrita com os mesmos numerais?

A9- Não.

P- Então devemos escrever, para representá-los, letras diferentes, que tal se usarmos a letra **a**, para o numerador e **b** para o denominador?

A13- Tudo bem!

P- Então já temos a primeira fração escrita de forma generalizada, que possa representar qualquer fração numérica. Passemos agora para a segunda fração, lembrando de colocar o sinal correspondente da operação que estamos trabalhando. Para trocarmos a segunda fração por letras, me repitam o que vocês acharam semelhante nas frações desta questão? Sem olhar para o resultado.

A14- Ora professora, os números de baixo, denominadores eu acho, são iguais e os números de cima, numeradores são diferentes.

P- Muito bem, então, vamos escrever a segunda fração também com letras. O numerador, você falou certo 'A14', como é diferente dos outros numerais, colocaremos que letra?

A15- Vamos colocar a letra **c**.

P- OK! E o denominador desta fração, que letra devemos colocar?

A16- Eu acho que deve ser a letra **b**.

P- Por quê?

A17- Porque, esse número é igual ao denominador da primeira fração, e se colocamos a letra **b** para ser o denominador da primeira, temos que colocar ele também nesta fração, porque eles são iguais.

P- Ótimo, então com ficou a operação de adição de fração generalizada?

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} =$$

A17- Acho que assim está certo, . O que a senhora acha?

P- Muito bem, que tal, depois de vocês terem realizado está generalização, fazerem a operação também generalizada, ou seja, realizar a operação de adição com as letras. Vocês lembram de como se realiza a operação?

A18- Agente sempre soma os de cima e repete o numeral de baixo que são iguais.

P- Certo! Agora façam a generalização da operação de adição de fração com denominadores iguais.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

A17- *Que tal, professora,* *Está certo?*

P- *Sim.*

A17- *Ótimo!!! Eu acertei!*

É interessante destacar que, apesar do fato dos alunos não conhecerem/compreenderem muito bem alguns termos utilizados durante toda a explanação da atividade, percebemos as “facilidades” (considerando o fato de ser algo relativamente novo pra eles o ato de generalizar uma fórmula matemática) e as dificuldades encontradas por eles, durante a aplicação da primeira sequência da atividade, a partir de uma narrativa favorável aquisição/construção de um conceito (Redescoberta). E tal relação de facilidades e/ou dificuldades se apresentou durante toda a atividade, variando entre momentos intensos e momentos de pouca intensidade, que para esta análise se mostrou como um fator decisivo aos resultados, por confiarmos que; o fato das argumentações serem trabalhadas da mesma maneira, por meio da engenharia didática, pode-se compreender o como se realizou a “construção” do conhecimento, então nos prenderemos em compreender os resultados das abstrações do conhecimento através das análises do pré e pós-testes, não nos detendo em detalhar todos os acontecimentos, da efetivação/realização da sequência, no decorrer deste texto.

4º Encontro

O objetivo deste encontro foi institucionalizar as regras gerais das operações de subtração de frações com mesmos denominadores.

Este encontro por ter as operações parecidas com as anteriores, apenas modificando o tipo de operação (+ para -), subtração, “*foi mais tranquilo*”. A partir deste encontro os alunos já estavam acostumados com a nossa presença e auxílio, com isso a vergonha, a timidez e até mesmo a euforia já estavam controladas e os alunos descobriram com os encontros que não havia a necessidade da bagunça, dispersão ou qualquer comportamento para chamar atenção, pois eles tinham certeza da necessidade de se expressar oralmente para poderem ser atendidos nas necessidades que pudesse haver. Começaram a tirar suas dúvidas, a ser curiosos, a delinear a construção de seus próprios conhecimentos, a exemplo disso a construção da fórmula da operação de subtração de fração de mesmo denominador,

$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$. Não havendo a necessidade de apresentar os diálogos para esta construção, pois foram deveras semelhantes com o anterior.

5º Encontro

Neste encontro traremos o 1º jogo, como metodologia de fixação dos conteúdos já apresentados.

De um modo geral, o lúdico no cotidiano escolar da criança é considerado um elemento facilitador da aprendizagem, visto que as atividades do jogo esportivo são fundamentais no processo de construção do conhecimento. O encontro teve como objetivo fixar os conteúdos adição e subtração de frações com o mesmo denominador.

Registramos neste momento o sentimento de alegria que os alunos sentiram durante todo o jogo.

A1- Professora nós vamos jogar?

P- Sim, faremos o jogo do 'Bingo das Frações'.

A1- Que bom! Ei pessoal a aula hoje é para brincar.

P- Calma! A aula é para exercitar o que nós já vimos brincando.

A2- Se agente vai fazer isso brincando, tudo bem.

Todos os jogos foram recebidos com essa mesma alegria.

Após a abstração do conteúdo nos encontros anteriores, os alunos realizaram as operações no jogo com a maior facilidade, não precisando de auxílio ou interferência nossa, a maior intromissão se restringiu a mantê-los organizados e relativamente calmos, evitando algazaras.

6º encontro

Neste encontro, que teve como objetivo a descoberta da regra geral das operações de adição com frações de denominadores diferentes, foi trocado este objetivo por necessidade.

Iniciamos as atividades sobre o conteúdo de adição com denominadores diferentes. Entretanto ao tentarmos dar início aos procedimentos metodológicos para a resolução dos problemas, foi notório o desconforto por parte dos alunos ao resolverem os primeiros problemas com a calculadora, por não conseguirem abstrair de onde surgiam alguns elementos contidos nas respostas. Levando-nos a pensar

em alterar a ordem de apresentação dos conteúdos, no caso a troca da adição de fração com denominadores diferentes por multiplicação e/ou divisão de frações, por terem características peculiares, na resolução dos problemas, à adição de denominadores diferentes, poderia facilitar o entendimento e a construção da fórmula de maneira generalizada.

Deste modo percebemos que a sequência lógica, por nós criada, possuía falhas em determinados momentos de sua aplicação, necessitando assim de adaptações para melhorar a compreensão/aprendizagem dos alunos, conseguidos nos encontros anteriores.

Após nos depararmos com esta dificuldade, a troca de material impresso foi necessária. O primeiro conjunto de questões referentes a adição de frações de denominadores diferentes foi substituído pelo material impresso que continha questões de multiplicação de frações.

Um breve esclarecimento é indispensável neste momento, do 'porque', da troca dessas atividades. Este ato foi imprescindível, pois tínhamos que justificar uma ruptura para os alunos que poderia, ou não, nos acarretar o fracasso da pesquisa. O esclarecimento dado foi: "A necessidade de se obter determinados conhecimentos complementares advindos de outras operações como a multiplicação e divisão de frações, que tem semelhança com os existentes na operação de adição e subtração com denominadores diferentes".

A facilidade em mudar as atividades existiu, pelo fato da pesquisadora ter deixado cópias na posse da direção desta instituição de ensino, uma matriz de cada conjunto de situações problema foi anexada no projeto dado, quando da entrada para a efetivação do estudo, isso ajudou bastante na troca dos materiais.

Após este incidente reiniciamos o experimento, passando a apresentar a atividade com Multiplicação de Frações, o que surpreendentemente não acarretou nenhum prejuízo a pesquisa e aos alunos, pois neste conteúdo, a percepção das ações foi facilmente identificada após o uso da calculadora para resolver os problemas como ilustramos abaixo.

P- Depois de observar as operações de multiplicação de frações, como vocês acharam a respostas dos problemas?

A12- Professora, o que eu percebi, eu acho, é que na calculadora, parece que é "multiplicado o de cima, com o de cima e o de baixo com o de

baixo” vamos ter o resultado, tentei fazer isso no papel, e deu certo. [Sorrisos]

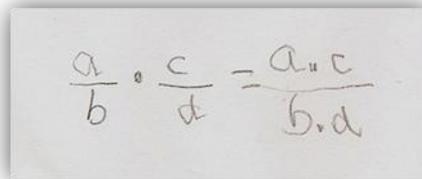
P- Muito bem A12, pode estar correto. Alguém concorda com a colega, que se multiplicamos os numerados e os denominadores entre si, nós teremos o resultado da operação?

Neste momento a maioria da turma, concordou com a resposta da aluna **A12**, e a minoria não se manifestou, neste momento, demos primazia a seguinte intervenção:

P- Muito bem, vocês estão corretos! Se multiplicarmos [apontando a uma operação no quadro] os elementos de cima entre si, e os de baixos do mesmo jeito, teremos o resultado correto para qualquer operação de multiplicação de frações.

Seguida a explanação, os alunos conseguiram construir rapidamente a fórmula genérica para a operação de multiplicação, independente dos denominadores iguais ou diferentes. Apresentada no registro a seguir.

Figura 07- Registro do aluno A20



$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Fonte: Pesquisa de campo/2009

Ao término, deste encontro, percebemos que após a construção dos primeiros saberes/conhecimentos, os alunos se mostraram interessados em aprender mais as operações com frações, como percebemos na seguinte exclamação:

A16- Professora podemos continuar a aula Hoje?

P- Não, vocês ainda tem aula com o professor de Língua Portuguesa.

A16- Mas que “meleca”!

A21- É muito melhor aprender com o computador e a senhora, pois fica mais fácil assim do que com a professora, colocando as questões no quadro.

7º encontro

Para a realização deste encontro também foi necessária a troca de objetivos, pois iríamos iniciar as operações de adição de frações com denominadores diferentes novamente, mas acreditando ainda não ser o momento adequado, por ainda precisarmos de outros pré-requisitos ou conhecimentos chaves, essa afirmação se esclarecerá mais adiante, apresentamos a divisão de frações, este passou a ter como objetivo a generalização das regras das operações de divisão de frações.

Neste encontro o nível de complexidade, apareceu mais uma vez aos alunos. Como sabemos quando resolvemos uma divisão de fração, de forma popular podemos dizer que “conservamos a primeira fração e multiplicamos essa pelo inverso da segunda fração”. Notamos então que pode ser algo realmente complexo para as crianças, pois mesmo sendo uma divisão a operação em questão, eles têm que resolver esta operação através da multiplicação.

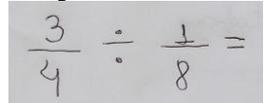
Ao iniciarmos as atividades deste encontro, após os alunos resolverem as duas primeiras situações problemas, e não compreenderem o que estava acontecendo, realizamos uma intercessão, solicitando que os alunos ficassem muito atentos a algum detalhe que lhes saltassem aos olhos durante o resultado da questão.

Antes do final das resoluções das situações problemas, um aluno, de um dos grupos, fez uma colocação muito interessante:

A12- Professora, a calculadora “ta bugando”!!!

P- Por quê? [espanto pela exclamação]

A12- Por que professora, ela não “tá” dividindo as frações, ela “tá”



$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} =$$

multiplicando! Olha só... Se eu tenho aqui a continha, quando eu aperto no Igual (=), os valores dos resultados aumentam, e parece que foram multiplicados!

Após isso, antes que pudéssemos responder ao comentário, outro aluno completou.

A35- E tem mais professora, a multiplicação ainda “tá” esquisita, por que parece que “tá” sendo multiplicado o número que “tá” em baixo da fração pelo que “ta” em cima da outra fração, e o que “ta” em cima de uma pelo que ta embaixo da “outra”, ou alguma coisa assim.

P- Verifiquem se isto acontece com as outras questões.

A20- Sim, com todas as que eu já fiz.

P- Bom! De acordo com o que vocês já observaram até agora, lembrando das outras operações anteriores, o que acham que está acontecendo?

A31- Se tudo for parecido com que nós vimos nas outras aulas [encontros], acho que no que a “A35” falou tem coisa certa e se agente ‘fuçar mais’ vai descobrir a resposta certa. To certo professora?

P- Por que você não continua tentando para ver se isso é verdade.

Posteriormente, a essas afirmações e questionamentos, percebemos que realmente as fases anteriores da atividade, construíram um significado para os alunos. Deste modo podemos perceber que todos os alunos já eram capazes de analisar a partir dos conhecimentos anteriores e chegarem a certas conclusões que por mais que pareçam equivocadas tem certa coerência. Demonstrando assim que a troca da ordem dos conteúdos durante as atividades foi algo que contribuiu comprovadamente à construção lógica dos resultados desta pesquisa.

Ao retornamos a atividade, depois desta interrupção produtiva, começamos a utilizar os próprios questionamentos dos alunos, com determinadas sugestões, para que eles buscassem corrigir os erros, apresentados em suas afirmações.

Com isso, os alunos começaram a perceber que realmente, para se resolver uma divisão de frações, em vez de utilizarem a operação ‘divisão’, eles precisavam usar a operação ‘multiplicação’. Vejamos o relato a seguir.

A16- Professora, “olha só”, se Eu pego e multiplico as frações assim [em forma de x], eu tenho o resultado dela. Certo?

P- Correto! E como ficaria isso de forma genérica, para Eu, você ou qualquer pessoa resolver qualquer operação desse tipo?

A16- Professora “aí” é muito fácil. Se eu tenho a conta assim

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$$

então vai ficar assim

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Certinho!? “Né” professora?

Assim, ao final deste encontro o que imaginamos que poderia ser uma grande dificuldade, mostrou-se mais um ponto curioso e instigante para os alunos. Talvez por concebermos que eles estão modificando o seu modo de refletir, solucionar, analisar os acontecimentos, por meio da atividade do estudo, pensando desta forma

matematicamente, o que ficou claro com o resultado da institucionalização da fórmula $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a.d}{b.c}$, obtida sem qualquer dificuldade.

8º Encontro:

Como no encontro de fixação anterior. O objetivo deste foi fixar, auxiliar os alunos no conhecimento acerca das operações de multiplicação e divisão com frações.

O jogo trabalhado neste encontro contou com 10 pacotes de baralho comum.

Como no jogo antecedente não houve necessidade de interferência para ajudar os alunos nas resoluções e sim na organização e controle da sala.

9º Encontro

Finalmente chegamos ao consenso de que poderíamos a partir deste ponto trazer para a experimentação as operações com frações de denominadores diferentes, tendo este encontro o objetivo esperado de generalizar as regras dessas operações. Esperamos que, depois de um caminhar cuidadosamente estruturado, quanto a construção de conhecimentos, possamos evitar os desconfortos sentidos anteriormente. Voltamos agora a parte da atividade correspondente a **Adição de fração com denominadores diferentes**, e as seguintes preocupações:

- 1- Os denominadores das frações são diferentes;
- 2- Não utilizaríamos o m.m.c. para igualar os denominadores e facilitar a operação.

Todavia, também confiando que eles já são capazes de abstrair soluções com um nível maior de complexidade, mesmo que parcialmente equivocadas, apresentamos a eles as situações problemas envolvendo o tema acima citado. E, mediante ao exposto, no 5º encontro, começamos a caminhar juntas com os alunos na construção deste conhecimento, uma vez que eles teriam que realizar mais de uma operação para obter o resultado. Então agora, não poderíamos mais deixá-los completamente a vontade para realizar as tarefas, e sim tentar encontrar uma maneira de induzi-los a resolvê-las uma a uma de forma coletiva (pesquisadora, demais colegas e a professora).

Ao darmos início as resoluções, foi solicitado novamente aos alunos que prestassem muita atenção a fatos que acontecessem durante o manuseio da calculadora.

Como era de se esperar, os alunos facilmente identificaram que os denominadores são multiplicados entre si.

A18- Professora, todos os resultados dessas contas, tem a parte de baixo multiplicada direto!

P- Boa observação, mas e o resultado dos numeradores? O que acontece?

Nenhum aluno até então soube responder a este questionamento. Neste ponto precisamos fazer uma intercessão, direcionando os alunos a uma ação específica.

P- Bom, já temos uma alternativa para a generalização que é os denominadores sendo multiplicados, $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{(?)}{b.d}$, [anotação feita no quadro] Agora o que faremos com os numeradores? Que tal se vocês fizerem algumas tentativas para ver se dá resultado. Exemplo: Algum de vocês percebeu nesta operação algo parecido com as operações anteriores, como por exemplo a multiplicação e a divisão?

A12- Sim, multiplicar os de baixo é igual a as questões de multiplicação que nós fizemos na aula passada.

P- Isso é certo, o seu colega já mostrou essa semelhança e nós já anotamos no quadro, mas o que precisamos fazer a mais. Tentem efetuar por meio de outras operações, como nesses dois momentos anteriores que nós tivemos, vejam o que vocês encontram.

A9- Eu não entendi? O que a senhora quer que agente faça?

P- Tente, ou melhor, todos os grupos, tentem efetuar a operação usando a resolução da multiplicação e da divisão e vamos ver o que conseguimos. Está bem?

[Depois de mais ou menos uns 30min, apareceu a primeira conclusão]

A7- Professora, já sei a resposta... É impossível fazer isso! [risos na sala]

Depois deste último argumento, sentimos a necessidade de uma interferência mais “manipuladora” à indução ao resultado. Para tanto, reiniciamos os diálogos com a turma, novamente com a sugestão de utilizarmos a multiplicação e a divisão, para resolver esta situação. Queremos neste ponto esclarecer que para chegarmos a esta organização de pensamento para a resolução deste tipo de operação foi necessário algumas experimentações extraclasse, antes de trazermos esta maneira

de resolver a questão, pois até então todas as formas que havíamos tentado, não estava nos agradando, essa operação nos deixou bastante preocupadas. Vejamos o que aconteceu por meio das falas descritas abaixo;

P- Primeiro vamos tentar resolver pela multiplicação e depois a mesma conta pela divisão, certo? Então façamos primeiro considerando uma multiplicação. Como ficaria?

A13- Eu acho Professora, que ficaria assim [o aluno apontou para o quadro, onde estava escrito a sua resolução da operação de adição com fração]

A13- [...] certo professora?

P- Certo. Mas o que esta correspondendo corretamente à resolução da adição de frações da sua folha?

A11- O resultado de baixo, "tá" igual ao da calculadora.

P- Correto. Agora tentem com as outras situações problemas e verifiquem se acontece o mesmo.

Todos os alunos foram unânimes em responder SIM, após realizarem a atividade com a calculadora. Em seguida, solicitamos aos alunos que resolvessem a mesma questão problema pela operação da divisão, sempre utilizando a calculadora, para agilizar o processo.

Ao terminarem de realizar esta tarefa, fui informada que nenhum resultado correspondeu ao resultado original. Neste momento, os instiguei confundindo-os com a seguinte afirmação

P- E se Eu disser que tem um resultado certo, mas com uma operação errada?

A45- Não é possível professora. Como é então?

A39- Agora não entendi mais nada.

Mesmo faltando alguns minutos para terminar o horário da atividade, encerrei as tarefas e solicitei que eles pensassem sobre isso nas suas casas, informando-os que daríamos continuidade a essa dúvida no próximo encontro.

10º encontro

Este encontro teve a finalidade de continuar o experimento do encontro antecedente, o qual deveria ser trabalhado de forma esclarecedora, pois ele poderia acarretar uma gama enorme de dificuldades como: a mistura de resoluções aparentemente semelhantes, que levariam o aluno a conclusões equivocadas; o

aparecimento do sentimento de desgosto por impossibilidade de compreensão de distinção das operações trabalhadas entre outras.

Daremos continuidade às atividades do 9º encontro, trazendo a tona os questionamentos do encontro passado.

P- E “ai”?!? Vocês conseguiram achar o porquê estava correta⁹ o resultado e errada¹⁰ a operação, na questão de divisão de frações, como lhes disse no encontro passado?

Todos- Não [gritando, eufóricos, aparentemente, por quererem o resultado]

P-Bom vamos tentar novamente, resolver a questão do encontro passado, mas dessa vez faremos por etapas. Primeiro vamos resolver a 1ª situação problema, com a calculadora, operando a multiplicação.

Figura 08: 1ª Situação problema operando a multiplicação

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{7} = \frac{2}{21}$$

↑
X

Fonte: Pesquisa de campo/2009

Depois desta tarefa, chegamos ao resultado, que o denominador está correto, logo temos o primeiro elemento da resolução. Então partimos para encontrar o elemento que falta na resposta. Para isso questionamos afirmando aos alunos que:

P- Separadas as operações estão todas erradas, mas e as duas juntas estão?

A02- “Tô” perdido!

A28- Se fosse só tu tava bom, é todo mundo. [risos].

P- Não digam isso... Vamos lá...

A02- “Tá” Professora, mas como faço isso?

P- Simples, colocamos o “certo” embaixo e o “errado” em cima.

A33- Ai meu Deus, a professora vai deixar a gente tudo perturbado. [risos na sala]

⁹ O termo ‘certo’ ou ‘correto’ será trabalhado a partir deste momento como o resultado correto, por meio da multiplicação dos denominadores, da operação divisão de frações

¹⁰ O termo ‘errado’ será trabalhado neste ponto como a resposta correta, apresentada pela calculadora, da operação de adição de frações com denominadores diferentes.

P- Tudo bem, então, façamos assim [apontando para o quadro, com o seguinte esquema] $\frac{\text{errado}}{\text{certo}}$. [Aconteceu o esclarecimento do significado dos termos 'certo' e 'errado', mas os alunos não deram muito importância por não entenderem ainda o que estava acontecendo]

A33- Ah professora, agora Eu não entendi mais nada...

P- [risos] Calma, não se preocupem, vamos construir e conseguir juntos. Pra isso vamos tentar fazer o seguinte; montar o resultado da divisão de frações, trocando a BARRA DE DIVISÃO, o traço entre os dois numerais, por outro sinal de operação, no caso a multiplicação, subtração e a adição.

A partir desta sugestão os alunos começaram a tentar resolver as situações problemas, utilizando a calculadora e registrando os resultados, com os sinais trocados, em uma folha de papel, para compará-los depois. Os alunos concentraram-se nas resoluções durante uns 25min.

No término desta tarefa, questionamos novamente, se eles haviam encontrado alguma resposta que correspondesse ao resultado da questão obtido na calculadora. E a resposta unânime foi 'Não'

Estas resoluções seguiram alguns passos, os quais serão divulgados, por meio de figuras, haverá além delas as falas, para ilustrar e ajudar na compreensão do que acontecia.

P- Terminaram?

[A maioria disse sim]

P- Algum resultado deu certo?

A12- Não deu nenhuma certa professora.

P- Tudo bem, mas e se nós trocarmos a barra fracionária, por outra operação, será que daria certo algum resultado?

A39- Como professora?

P- Simples, vamos organizar o nosso pensamento por passos; 1º trocamos a barra de divisão das frações pelo sinal de multiplicação, 2º pelo da subtração e o 3º e último passo, pelo sinal da adição. Vamos fazer os testes para ver o que acontece?

A23- "Beleza" professora.

[Após alguns minutos]

P- Quem já fez a 1ª passo?

[Quase todos os alunos disseram 'Eu']

P- E qual foi o resultado?

A33- O meu deu $\frac{2}{21}$.

P- Não meu anjo nós já operamos apenas com a multiplicação, mas tudo bem que este seja o 1º Passo.

- ✓ **1º Passo:** Resolver a situação problema, com a calculadora, operando com a multiplicação.

Figura 09: Situação problema operando com a multiplicação

Passo 1 - multiplicar.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{7} = \frac{2}{21}$$

2 vezes
certo para a soma de $D \neq$

Fonte: Pesquisa de campo/2009

P- Depois deste passo, qual o resultado que vocês conseguiram?

A12- Bom professora, não sei se está certo, o que era mesmo pra fazer? O que seria o segundo passo?

P- O 2º Passo é resolver a situação problema, com a calculadora, operando com a divisão. Alguém fez?

A33- Eu.

P- Sim, e qual foi o seu resultado?

A33- O meu foi:

- ✓ **2ª Passo:** Resolver a situação problema, com a calculadora, operando com a divisão.

Figura 10: Resolução da adição operando com a divisão

Passo 2 - Divisão e Troca de Símbolos.

Divisão.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{7} = \frac{14}{3}$$

Fonte: Pesquisa de campo/2009

P- Muito bem. E o próximo passo A33, como ficou? Para quem não lembra o próximo passo é fazer a troca da barra de divisão, essa barra também é conhecida como barra fracionária, vocês já estudaram isso, pelos sinais das operações de multiplicação, subtração e adição.

A33- Eu fiz do jeito que a senhora mandou. Espero que esteja certo. Olha ta aqui as três respostas.

P- É melhor esperar os outros terminarem. Algum de vocês ainda está resolvendo as questões?

[A turma unanime respondeu que já havia terminado]

[Abaixo se encontram as respostas da aluna A33]

- ✓ **3º Passo:** Operar a situação problema de adição de frações com denominadores diferentes com as trocas dos símbolos em ordem: multiplicação (X), subtração (-) e divisão (÷).

- Troca pelo sinal da multiplicação

Figura 11: Resolução com a troca de sinal para a multiplicação

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{7} = 14 \quad \text{(mult +)}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{7} = 14 \times \frac{3}{42}$$

Fonte: Pesquisa de campo/2009

- Troca pelo sinal da subtração

Figura 12: Resolução com a troca de sinal para a subtração

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{7} = 14 \quad \text{(Subtr)}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{7} = 14 - \frac{3}{11}$$

Fonte: Pesquisa de campo/2009

- Troca pelo sinal da adição

Figura 13: Resolução com a troca de sinal para a adição

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. At the top, the student has written the equation $\frac{2}{3} + \frac{1}{7} = 14$. Below this, there is a vertical line with a plus sign and the number 3 written to its right. Below the line, the number 17 is written. To the right of the vertical line, the word '(adição)' is written in parentheses, and the number 17 is written above it.

Fonte: Pesquisa de campo/2009

Após a apresentação das respostas da aluna A33, todos os alunos concordaram com as mesmas, ou seja, todos haviam chegado as mesmas soluções. Ao término dessa caminhada os alunos finalmente poderiam chegar a uma maneira de institucionalizar a regra geral da operação de adição de frações com denominadores diferentes.

P- Me respondam uma coisa, alguma dessas operações trouxe o resultado certo para a parte de cima da situação problema?

A16- Sim, quando agente trocou o sinal pelo da adição.

P- Bom, como nós poderíamos arrumar a questão.

A28- Acho que é colocando a resposta da multiplicação em baixo e fazendo o que nós fizemos quando trocamos o traço pelo sinal da adição.

A33- Deixa de ser 'hããã', nós vamos multiplicar em 'X' o de cima pelo de baixo, colocar o sinal de adição, depois o outro de baixo pelo de cima, e colocar tudo isso em cima e depois vamos multiplicar os dois de baixo e colocar em baixo. Eu não to certo professora?

P- Isso mesmo. Acho que agora vocês já conseguem escrever a operação, resolvam e vejam se o resultado é igual o da calculadora.

A02- [...] Já terminei e a resposta é igual sim professora.

Depois desta tarefa os alunos conseguiram chegar sem a menor dificuldade na escrita da formula generalizada da operação de adição de fração com denominadores diferentes, que ficou da seguinte maneira.

Figura 14: Formula da adição de frações com denominadores diferentes

geralmente

$$\frac{14 + 3}{21}$$

$$\frac{2,7 + 3 \cdot 1}{30}$$

$$\frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d \cdot c}$$

Fonte: Pesquisa de campo/2009

Chamamos a atenção para um fato mais que surpreendente, um aluno, ao conseguir chegar à fórmula generalizada da adição, fez o seguinte questionamento.

A33- Professora, se quando estávamos estudando adição e subtração de fração com denominadores iguais, a diferença entre as "formulinhas", era só trocar o mais (+) pelo menos (-), aqui [aponta para a resolução na folha de papel], não vai ser a mesma coisa?

Ao sermos questionados sobre isso, compreendemos que havíamos chegado ao resultado mais importante da pesquisa, a construção do conhecimento, por parte dos alunos, de forma independente, a partir da seqüência didática formulada. De acordo com Brousseau (1996) esse saber que o aluno adquire vem da adaptação a ao meio em que se encontra, enfrentando dificuldades, contradições e se manifesta nas respostas inéditas dos alunos frente à aprendizagem.

Na intenção de continuar instigando o conhecimento dos alunos, em especial do aluno curioso, aqui identificado como A33, não respondemos o questionamento recebido, deixando para ser esclarecido no encontro seguinte.

11º Encontro

Este encontro, que tinha como finalidade a institucionalização das regras gerais das operações de subtração com frações de denominadores diferentes, se mostrou sem nenhuma dificuldade, pois com a generalização da fórmula da operação anterior, tudo estava esclarecido, ou quase, na cabeça dos alunos.

Neste encontro era visível a alegria dos alunos em nos encontrar, pois eles queriam ter as respostas que ficaram pendentes no anterior. Também era notório a capacidade de abstração e a habilidade de reflexão que os alunos tinham adquirido no decorrer dos encontros. As falas que trazemos aqui denotam a euforia geral da sala, na descoberta da fórmula desta operação.

P- Olá, como vocês estão?

A21- Professora, eu já resolvi as questões em casa.

A12- Eu também, e deu certinho as respostas.

[Os alunos foram espontaneamente expressando suas respostas e conclusões]

P- Calma, vamos comprovar com a calculadora.

[Após poucos minutos, a alegria era geral e contagiante]

A21- Eu não disse!

A12- Eu também disse.

P- Muito bem, parabéns a todos. Agora me respondam vocês acham que conseguem resolver sozinhos, as questões que eu trouxe?

A33- Claro professora, nós já somos craque nessas continhas.

A21- Eu vou ser o primeiro a terminar tudo, vocês vão ver.

A33- Não vai não, eu é que vou.

P- Calma, todos devem fazer com cuidado e prestando atenção para não errarem, não há necessidade de correrias.

Após esse alvoroço o experimento continuou tranquilo e a calculadora foi usada para confirmar todos os resultados encontrados, sem a necessidade de nossa interferência.

Esse relato mostra a importância do encontro anterior e Brousseau (1996) corrobora quando em sua teoria, Teoria das Situações Didáticas, afirma em suas hipóteses que o docente cria e organiza o ambiente sócio-cultural para a aprendizagem do aluno visando à aquisição do saber matemático, mas esse novo saber é construído pelo aluno a partir de conhecimentos anteriores ou na adaptação deles, ou ainda pela sua adaptação em um novo ambiente de aprendizagem.

Desta forma temos o reconhecimento da realização do objetivo proposto no início deste estudo.

12º Encontro

Ao realizar a aplicação do jogo 'Trilha das corridas das frações', tínhamos como principal objetivo fazer com que os alunos exercitassem as operações de

adição e subtração com denominadores diferentes avançando assim no processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo.

Interessante notar que os alunos estavam ansiosos esperando sua vez de jogar, eles observavam atentamente a jogada do colega para verificar ele havia errado, alguns até resolviam as questões antecipadamente, pois se alguém errasse não haveria problema, pois os colegas do grupo os auxiliavam.

Os jogos sugeridos nesse trabalho não são os únicos que podemos utilizar para conseguirmos que as crianças construam seus conhecimentos matemáticos, mas sem dúvida, a partir deles, o professor que quiser utilizá-las tem a oportunidade de elaborar inúmeras possibilidades de atividades lúdicas, que exploram um trabalho com a matemática.

É importante dizer que além de proveitoso, trabalhar com o jogo é gratificante, porque em todos os momentos dessa realização estamos ensinando e aprendendo os conteúdos matemáticos, é muito importante o papel que o professor exerce durante essas ocasiões. É imprescindível a preocupação de sempre buscar metodologias que auxiliem nesse processo, e o jogo é uma das metodologias mais bem aceita pelos alunos.

Os alunos ficam totalmente envolvidos, o jogo é algo diferente, fora da realidade que acontece no dia a dia da sala de aula e isso aumenta o entusiasmo, há o encanto com a novidade e conseqüentemente a absorção do assunto trabalhado.

Gostaria de deixar registrado neste trabalho o contentamento ao perceber explicitamente o quanto a turma amadureceu os conhecimentos existentes e absorveu os novos de maneira clara e consistente, sendo extremamente gratificante ter podido fazer parte desse crescimento.

6- ANÁLISES DOS RESULTADOS DO PRÉ E PÓS-TESTE

Com o objetivo de avaliar os efeitos da aplicação da sequência didática foi aplicado um pós-teste com as mesmas questões do pré-teste. A comparação entre os instrumentos Pré e Pós-teste faz com que os resultados obtidos no estudo sejam evidenciados com clareza. Para realizarmos a análise dos resultados obtidos, criamos uma tabela comparativa entre os resultados obtidos no pré e no pós-teste.

Tabela 14: Comparativo dos resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste das questões de adição e subtração com frações.

INSTRUMENTOS	ERRO		ACERTO	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
1- Ana Maria está lendo um livro. Em um dia ela leu $\frac{1}{2}$ do livro e, no dia seguinte leu $\frac{1}{7}$ do livro. Que fração corresponde a parte que Ana Maria já leu do livro?	97,8%	11,1%	2,2%	88,9%
2- Uma escola oferece aos seus alunos duas atividades em educação física: basquete e vôlei. Entre os alunos da escola, $\frac{2}{4}$ se inscreveram em basquete e $\frac{1}{6}$ em vôlei. Que fração corresponde a todos os alunos inscritos?	97,8%	13,3%	2,2%	86,7%
3- Para encher um álbum de figurinhas, Leila contribuiu com $\frac{1}{2}$ das figurinhas enquanto Sandra contribuiu com $\frac{1}{4}$ das figurinhas. Que fração corresponde as figurinhas das duas juntas?	95,6%	6,7%	4,4%	93,3%
4- A área total de uma fazenda foi utilizada para o plantio. A plantação de milho foi feita em $\frac{3}{4}$ da fazenda, e o cultivo de frutas diversas em $\frac{1}{12}$. Qual é a fração que corresponde a área total da fazenda?	95,6%	4,4%	4,4%	95,6%
5- Dona Carmem deu uma caixa de bombons para seus filhos Carlos e Raimundo. Carlos comeu $\frac{5}{9}$ dos bombons dessa caixa e Raimundo comeu $\frac{3}{2}$. Qual é a fração que representa a parte dos bombons que eles comeram da caixa?	97,8%	11,1%	2,2%	88,9%
6- Em um loteamento com $\frac{3}{7}$ de terreno, foram vendidos avista $\frac{1}{4}$ dos lotes e o restante foi vendido a prazo. Que fração do loteamento foi vendida a prazo?	100%	22,2%	0%	77,8%
7- Em uma cidade, $\frac{3}{4}$ da população votou na eleição para prefeito. As mulheres correspondiam a $\frac{1}{2}$ das pessoas. Que fração representa os votos dos homens?	100%	8,9	0%	91,1%
8- Em uma lanchonete restam $\frac{5}{8}$ de um bolo para serem vendidos. No final da tarde foram vendidos $\frac{1}{3}$. Que fração do bolo não foi vendida?	100%	11,1%	0%	88,9%
9- Augusto levou $\frac{4}{3}$ de uma pizza para casa, mas só comeu $\frac{1}{12}$. Que fração da pizza Augusto não comeu?	97,8%	15,6%	2,2%	84,4%
10- Paulo foi ao parque de diversões e tem $\frac{8}{5}$ de sua mesada para gastar. Com os brinquedos ele já gastou $\frac{5}{2}$. Que fração restou de sua mesada para comprar um lanche?	100%	17,8%	0%	82,2%

Fonte: pesquisa de campo/2009.

De acordo com a tabela acima, podemos perceber a discrepância dos resultados entre o pré e o pós-teste tanto na adição e subtração de frações como na multiplicação e divisão de frações.

Analisando primeiramente a tabela comparativa das **QUESTÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO** de frações acima, podemos notar que em relação ao item “erro”, em todos os casos, há uma diminuição no número de alunos que entre o pré-teste e o pós-teste erraram as questões, e para nós esses resultados são tão expressivos quanto no item “acerto”. Uma comprovação dessa importância aparece nas questões que tiveram 0% de acertos (questões 6, 7, 8, 10), no primeiro momento, pré-teste, e o aumento deste percentual para 77,8%, 91,1%, 88,9% e 82,2% (valores das questões 6, 7, 8, 10 respectivamente) de acertos no segundo momento, pós-teste.

Quanto ao item “acerto”, que se repetiu entre 2,2% e 4,4%, no primeiro momento, houve um aumento expressivo desses valores, chegando ao percentual de 88,9% (maior valor) para os que tiveram 2,2% e 95,6% (maior valor) para os que tiraram 4,4% no segundo momento.

De acordo com Onuchic e Allevato (2008), as dificuldades encontradas durante a resolução de problemas envolvendo números racionais advêm de acreditar que as diferentes ‘personalidades’ desses números não serem facilmente identificadas, sendo conseqüentemente mal compreendidas, ignoradas, ou mesmo trabalhadas superficialmente por docentes e discentes.

Os autores ainda afirmam que essa dificuldade aumenta na mudança das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão a partir da natureza do número com o qual se está trabalhando.

O uso da Técnica da Redescoberta (SÁ, 2004), em nosso entendimento foi de grande valia, pois proporcionou ao nosso aluno habilidades como: ler e interpretar; perguntar e pesquisar; observar e analisar os conhecimentos matemáticos que estavam sendo adquirido durante o experimento, dando ao aluno a oportunidade de aprender e reaprender a Matemática significativamente.

A próxima tabela traz os resultados das operações de multiplicação e divisão de frações.

Tabela 15: Comparativo dos resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste das questões de multiplicação e divisão com frações.

QUESTÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO	ERRO		ACERTO	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
1- Uma bandeira tem três cores: vermelho, amarelo e branco. Nessa bandeira $\frac{1}{3}$ corresponde à faixa vermelha e, dessa faixa $\frac{1}{4}$ foi reservado para desenhar um emblema. Qual é a fração da bandeira na qual está o emblema?	62%	11%	38%	89%
2- Você dedica $\frac{1}{2}$ do tempo livre para estudar. Desse tempo de estudo $\frac{1}{5}$ você gasta estudando matemática. Qual é a fração do tempo livre que você utiliza para estudar matemática?	67%	7%	33%	93%
3- De uma folha de papel de seda. Rodrigo só tem a $\frac{1}{2}$. Dessa metade, ele usou $\frac{1}{3}$ para fazer um remendo em sua pipa. Que fração da folha de papel de seda ele usou para remendar a pipa?	64%	11%	36%	89%
4- Gastei $\frac{1}{4}$ de hora para ir a pé da escola até a casa da minha tia. Minha irmã foi de bicicleta e gastou $\frac{1}{6}$ do tempo que gastei. Que fração da hora ela gastou?	64%	4%	36%	96%
5- Uma jarra de suco está preenchida com $\frac{1}{3}$ de sua capacidade. Fabiana tomou $\frac{1}{7}$ do suco que havia na jarra. Que fração da jarra representa o que ela bebeu?	64%	7%	36%	93%
6- Quantos pacotes de $\frac{1}{6}$ kg de leite são necessário para obtermos pacotes de $\frac{1}{2}$ kg de leite?	100%	9%	0%	91%
7- Dona Marina quer embalar $\frac{2}{3}$ de kg de balas de coco em saquinhos com $\frac{4}{9}$ de Kg. Quantos saquinhos ela conseguiu encher?	100%	18%	0%	89%
8- Dona Carmem distribuiu $\frac{1}{3}$ do bolo, dando $\frac{1}{6}$ a cada um de seus sobrinhos. Quantos sobrinhos a dona Carmem tem?	100%	7%	0%	93%
9- Para fazer um vestido uma costureira gasta $\frac{3}{2}$ de metro de linha. Quantos vestidos iguais a esse podem ser feitos com $\frac{5}{9}$ de metros de linha?	100%	18%	0%	89%
10- Tatiana usa $\frac{1}{12}$ metros de fita para enfeitar toalhinhas. Quantas toalhinhas ela poderá enfeitar com $\frac{4}{3}$ de fita?	100%	13%	0%	87%

Fonte: Pesquisa de campo/2009

De acordo com os resultados das **QUESTÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO** de frações também houve resultados significativos na comparação entre o pré e o pós-teste, uma comprovação disso são os casos também de questões com 0% de acertos (6, 7, 8, 9 e 10) no pré-teste, como nas de adição e subtração,

chegando no pós-teste, essas mesmas questões (6, 7, 8, 9 e 10 respectivamente) com 91%, 89%, 93%, 89% e 87% de acerto.

Estes resultados indicam que o conteúdo trabalhado foi assimilado de forma significativa. Portanto, sugerem que o aprendizado ocorreu, com veemência. Desta maneira esses conhecimentos adquiridos serão extremamente importantes na aplicação de outros conteúdos no decorrer da vida acadêmica desses alunos.

Campos e Magina (2004) corroboram que uma das possíveis causas, para essa discrepância, neste caso entre o prognóstico do pré-teste e o desempenho dos alunos no pós-teste, está relacionada ao fato de que os professores, embora saibam resolver, de maneira geral, problemas com fração, conteúdo apresentado em suas bases na 4ª série do ensino fundamental, não têm explícitos os seus invariantes, e que existe uma tendência considerável em não levar em consideração o grau de dificuldade inerente em cada item do ensino deste conteúdo e sua operacionalização, encontrado nas séries posteriores.

Analisando os resultados dos erros e acertos do pré e pós-teste das operações com frações tem-se um crescimento considerável das melhorias nas resoluções, conseqüentemente nas construções dos algoritmos, com atividades mediadas pela Calculadora de Fração e sem o recurso do mmc.

Neste caso a metodologia utilizada, Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996), deu a oportunidade ao professor de sala e a pesquisadora de refletir, reavaliar redirecionar e resignificar suas práticas e o trabalho em sala de aula, com isso, levando os alunos, sujeitos escolhidos, a construir e reconstruir o saber matemático partindo das discussões surgidas neste processo. Assim garantimos a conquista do objetivo proposto no início deste trabalho e mais uma possível metodologia no uso do ensino-aprendizagem das operações com frações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve por objetivo principal investigar a viabilidade do ensino das operações com frações por meio de atividades desenvolvidas a partir de situações-problema mediadas por uma calculadora virtual de fração e jogos com alunos do 6º ano (5ª série) do Ensino Fundamental.

Com o intuito de avaliar os conhecimentos prévios dos alunos sobre as operações com frações, aplicamos um teste diagnóstico, no qual propusemos vinte situações-problema envolvendo essas operações.

Com a análise do teste realizado e os resultados das pesquisas correlatas, que apontaram práticas metodológicas e dificuldades que interferem na aprendizagem dos alunos, levantamos a seguinte questão de pesquisa: *Qual a viabilidade do ensino das operações com frações por meio de atividades desenvolvidas a partir situações problema mediadas por uma calculadora virtual de fração e jogos para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental?* Nossa proposta é de que os alunos descubram as regras das operações com frações com o auxílio da calculadora virtual, fugindo do método tradicional de ensino, em que estas são expostas pelo professor, memorizadas pelos alunos e seguidas de exercícios de fixação.

Na realização da seqüência de atividades, percebemos o entusiasmo dos alunos quanto ao recurso utilizado. Notamos que, ao trabalhar com a calculadora virtual, se mostraram motivados para a resolução dos conjuntos de questões que lhes eram entregue, visto que essa calculadora é uma inovação no ambiente escolar.

No que tange à questão das situações-problema como ponto de partida no processo de ensino-aprendizagem das operações com frações, pode-se considerar que nossos resultados foram favoráveis, e com o auxílio da calculadora virtual, os alunos tiveram condições de descobrir as regras das operações com frações sem tanta dificuldade.

As atividades com jogos também foram muito ricas, já que levaram os alunos a discutir sobre os resultados dos problemas e a trabalhar juntos, ajudando-se mutuamente; apesar de terem interesse em vencer o jogo, eles procuravam auxiliar o colega, quando esse apresentava dificuldade. Esse tipo de atividade foi importante por propiciar aos alunos participação, socialização, discussão e reflexão sobre o acontecia ao seu redor e nas questões trabalhadas favorecendo seu desenvolvimento intelectual e social.

Quanto à viabilidade da seqüência didática, acreditamos ter sido significativa para esta proposta de ensino, pois proporcionou uma estruturação e reestruturação mais detalhada do que se poderia fazer para obter um resultado satisfatório durante

o estudo, no ensino das operações com frações. E isso pode ser constatado pela descrição dos encontros realizados.

Na aplicação da seqüência didática, tivemos a oportunidade de reconstruir nossos conhecimentos e práticas, sendo um resultado da interação professor/aluno, pois ao perceber o interesse, euforia e empenho refletidos em seus atos nos encontros, deram vazão a um sentimento de satisfação em ter organizado/idealizado esta oportunidade, não apenas para os alunos, mas para nós mesmas.

Os jogos como atividade de fixação motivaram os discentes a exercitarem as operações envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão com frações com base nas regras por eles descobertas, demonstrando sua eficácia.

Os resultados obtidos indicaram que o experimento com o uso da 'Calculadora de Fração' (máquina virtual), como recurso didático na resolução de situações problema para o ensino das operações com frações, permite que os alunos acessem as regras operatórias, sem que as mesmas sejam previamente proporcionadas pelo professor, ou seja, este recurso é viável para o ensino deste conteúdo em questão.

A análise dos resultados dos pré e pós-testes nos permitem concluir que: o uso de situações problema como ponto de partida e a máquina virtual de calcular, para levar os alunos a descobrirem as regras das operações com adição e subtração de fração com denominadores diferentes; e o uso de jogos para fixar tais regras, são alternativas metodológicas que levam a bons resultados tanto no campo do conhecimento matemático, quanto na capacidade de observação, reflexão e criação lógicas.

Deixaremos explicito neste a necessidade de reflexões e mudanças na formação inicial e continuada de professores, sobre o uso de novas metodologias e o ensino das operações com frações sem a ferramenta m.m.c. Isso é comprovado pelos momentos durante a pesquisa onde se pode comprovar não somente a alegria dos alunos pela diferença na metodologia de ensino, como também, a dúvida por parte da professora em relação: ao desconhecimento de como se trabalha essas metodologias; da falta de habilidade em usar a regra dos algoritmos das operações com frações; e a falta de conhecimento de certas etapas na construção desses algoritmos. Neste sentido confiamos ser primordial o acréscimo ou reformulação dos currículos trabalhados na formação profissional do professor de disciplinas que nos dêem embasamento sobre os conteúdos que trabalhamos nas séries do ensino

fundamental, médio e superior, não somente direcionados a Matemática, nossa área de conhecimento, mas de modo interdisciplinar.

Para finalizar esperamos que este estudo possa colaborar na prática dos professores para o ensino e aprendizagem das operações com frações, pois no desenvolvimento desta pesquisa sentimos as transformações ocasionadas em direção da prática da professora de sala e na nossa, também na relação com o saber em questão. Com isso, acreditamos ser importante o desenvolvimento de outros trabalhos com a finalidade de potencializar estudos que envolvam novas práticas nesse campo de investigação.

Com essas considerações e em nosso saber, achamos que é possível fazer um retorno aos dois fatores mencionados na introdução, encontrados nos estudos revisados, que citam dois fatores que acarretam as diversas dificuldades no ensino e fazer uma reflexão a partir deste experimento.

No que diz respeito aos professores, quanto às metodologias de ensino, evidenciamos a necessidade de novas tentativas no ensino, não somente de conteúdos matemáticos, para que possamos oferecer condições de escolha nesta construção de conhecimento da qual fazemos parte, quanto aos conhecimentos a cerca dos conteúdos, deixamos a experiência com a metodologia da Engenharia Didática como inspiração, pois das etapas prévias até a análise *posteriori* o professor deve pesquisar, construir e reconstruir seus antigos e novos conhecimentos, tendo a certeza de que esses conhecimentos irão dar a seus alunos condições de também produção dos seus próprios conhecimentos.

No que diz respeito aos alunos referentes à aprendizagem e compreensão dos conceitos, acreditamos que ficou claro neste estudo o quanto a mediação do docente quando, este é conhecedor do que deseja e tem esclarecido o como deve fazer e o como fazer, o entendimento aos alunos virá de forma clara e precisa.

Desejamos que este estudo dê subsídios a outras pesquisas na área de “Ensino-aprendizagem de Conteúdos Matemáticos” e na área de “Uso de Tecnologia no Ensino de Matemática”. Motivando os professores a buscarem melhorias em suas práticas como docentes e como pessoas, visando novos avanços na Educação Matemática como um todo e na sociedade da qual fazemos parte.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, Michael. Engenharia Didáctica. *In*: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Coleção Horizontes Pedagógicos. Lisboa: INSTITUTO PIAGET, 1996.

BEZERRA, José Brabo. **Introdução do Conceito dos Números Fracionários e de suas Representações: uma abordagem criativa para a sala de aula**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC: São Paulo, 2001.

BORIN, Julia. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo: USP, 1995.

BRANCO, Eguimara Selma. **Hans Freudenthal e as tecnologias de informação e comunicação**, 2008. Disponível em: <<http://egui.blogspot.com/2008/11/hans-freudenthal-e-as-tecnologias-de.html>>. Acesso em: 22 de ago. de 2009 às 18h.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF, 1997.

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. *In*: PARRA, C.; SAIZ, I. et. al. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Trad. Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 48-72.

_____. Fundamentos e métodos da didática da matemática. *In*: BRUN, J. **Didáctica da Matemática**. Tradução Maria José Figueiredo. Lisboa, Portugal: Instituto Piaget, 1996. 35 -111p.

CARRASCO, Lucia Helena M. **Jogo versus realidade: implicações na educação matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), 305f. - Instituto de Geografia e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro: UNESP, 1992.

CURI, E. **Formação de professores de Matemática: realidade presente e perspectivas futuras**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC/SP, 2000.

_____. **Contextualização, Resolução de Problemas e Educação Matemática**. Anais do VIII ENEM – Minicurso GT 2 – Educação Matemática nas Séries Finais do Ensino Fundamental, 2004.

FAGUNDES, M. D. **SAE-Fra - software de apoio ao ensino de frações - FRAC-SOMA**. Relatório (Trabalho de Conclusão II). Rio Grande do Sul: PUC, 2005.

FERRERO, L.. **El Juego y la Matemática**. Madrid: La Muralla, 1991.

FIORENTINI, Dário, MIORIM, Maria A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática**. *Boletim SBEM*, São Paulo, v.4, n.7, p.4-9, 1996.

FONSECA, F. L. **A divisão de números racionais decimais: um estudo diagnóstico junto a alunos de 6ª série.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2005.

GROENWALD, C. L. O.; TIMM, U. T. **Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula.** Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/artigos/a1/>>. Acesso em: 14 jun. 2009.

GROVES, Susie. The effect of calculator use on third and fourth graders' computation and choice of calculating device. *In: PME 18, vol.3*, Lisboa/Portugal, 1994.

_____. The tension between curriculum goals and young children's construction of number: one teacher's experience in the calculators in primary mathematics project. *In: PME 19, vol. 3*. Recife /Brasil, 1995.

GUERRA, R. B. SILVA, F. H. S. **As operações com frações e o princípio da contagem.** Bolema, ano 21, nº 31: p. 41 a 54. Rio Claro-SP, 2008.

LARA, Isabel Cristina Machado de. **Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª série.** São Paulo: Editora: Rêspel, 2003.

_____. **O jogo como estratégia de ensino de 5ª a 8ª série.** Anais do VIII ENEM – Minicurso GT 2 – Educação Matemática nas Séries Iniciais, 2004.

MAGINA, S; CAMPOS, T. **A fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental.** Bolema, ano 21, nº 31: p. 23 a 40. Rio Claro-SP, 2008.

MALASPINA, M. da C. O. **O Início do Ensino de Fração: uma investigação com alunos de segunda série do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2007.

MENDES, Iran Abreu; SÁ, Pedro Franco de. **Matemática por atividades: sugestões para a sala de aula.** Natal: Flecha do Tempo, 2006

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. Docência, trajetórias pessoais desenvolvimento profissional. *In: Formação de professores: tendências atuais.* São Paulo: Universitária/UFSCAR, 1996.

MONTEIRO, Cecília; PINTO, Hélia; FIGUEIREDO, Nisa. **As frações e o desenvolvimento do sentido do número racional.** *Educação Matemática*, n. 84. 2005. Disponível em: <ese.ips.pt/ese/projectos/sentidonumero/Fraccoes_EM.pdf>. Acesso em 26 de jun. de 2009 às 21h14min.

MONTEIRO, P. Aproveitamento Escolar - **Guy Brousseau: Os estudos do pai da Didática da Matemática definiram as condições de ensino e aprendizagem.** Nova Escola – eletrônica. [Paginação incorreta]. Disponível em:

<<http://www.educarparacrescer.abril.com.br/.../guy-brousseau-473927.shtml>>. Acesso em: 23 jul. 2009, às 14h45min.

MOURA, Manoel Oriosvaldo. **A séria busca no jogo: do lúdico na matemática**. Educação Matemática em Revista, v.2, n.3, p.17-24, 2 sem.1994.

NASCIMENTO, J. **Perspectiva para aprendizagem e ensino dos números racionais**. Revista de Iniciação Científica da FFC, v. 8, n. 2, p. 196 – 208, 2008.

NOTARI, Alexandre Marques. **Simplificação de frações aritméticas e algébricas: um diagnóstico comparativo dos procedimentos**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2002

OLIVEIRA, Maria S. S.; AGUILA, M. J. S. D. **Dificuldade no processo de ensino - aprendizagem na resolução de problemas envolvendo fração na 5ª série do Ensino Fundamental**. Monografia (Licenciatura Plena em Matemática). Belém: UEPA, 2005.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **As diferentes “Personalidades” do número racional trabalhadas através da resolução de problemas**. Bolema, ano 21, nº 31: p. 79 a102. Rio Claro-SP, 2008.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

_____. **Didática da Matemática, uma análise da influencia francesa**. 2ª ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

RODRIGUES, W. R. **Números racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2005.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **Numero racional: relações necessárias a sua compreensão**. Tese (Doutorado em Educação) Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Educação, 1997

ROSA, R. R. **Dificuldades na compreensão e na formação de conceitos de números racionais: uma proposta de solução**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Rio Grande do Sul: PUC, 2007.

RUTHVEN, R. Pupils'views of calculators and calculation. In: **PME 18**, vol. 4, Lisboa, Portugal. 1994.

SÁ, Pedro Franco de. A resolução de problemas nas aulas de Matemática. In: APOLUCENO, Ivanilde; TEIXEIRA, Elizabete. Org. **Investigações para Revelar: Aspectos da Educação na Amazônia**. Série Educação e Sociedade Amazônica: Belém, 2004.

SÁ, Pedro Franco de. **Ensinando Matemática Através da Redescoberta**. Traços: v. 3. Belém: UNAMA, 1999.

SANTOS, Leonor et al. **A Matemática na Formação Inicial dos Professores**. Documento para discussão. 2005. Disponível em: <www.mat.uc.pt/~emsa/TePEM/PrimarioCAcompanhamento.pdf> Acesso em 25 jan. 2010.

SILVA, M. J. F. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 1997.

SILVA, Angélica da F. G. **O desafio do desenvolvimento profissional: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações**. Tese (Doutorado em Educação Matemática), 308f. São Paulo: PUC, 2007.

SILVA, Tácio Vitaliano da. **A compreensão da idéia do número racional e suas operações na EJA: uma forma de inclusão em sala de aula**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) 132f. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Centro de Ciências Exatas e da Terra, 2007.

SILVA, M. J. F; AMOULOUD, S. A. **As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo**. Bolema, ano 21, nº 31: p. 55 a 78. Rio Claro-SP, 2008.

SILVA, Francisco Hermes Santos da. **Formação de professores: mitos do processo**. Belém: EDUFPA, 2009.

VERGNAUD, G., "Teoria dos Campos Conceituais", Anais do 1º Seminário Internacional de Educação do Rio de Janeiro: UFRJ, 1993.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O ensino e as propostas pedagógicas. In BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999.

APÊNDICE

APÊNDICE 01



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO E STRICTO SENSU CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO

Caro(a) Professor (a),

Este instrumento tem como objetivo obter informações para um estudo que pretende contribuir para superação dos obstáculos de ensino e aprendizagem de matemática, encontrados por professores e alunos durante as atividades em sala de aula. Nesse sentido, sua colaboração respondendo este questionário, é de grande importância para o bom êxito do estudo em questão. As informações obtidas terão um caráter confidencial e sua identidade será preservada.

Desde já agradecemos a sua colaboração com o nosso trabalho.

QUESTÕES

1- Sexo: Masculino () Feminino () – Data _____

2-Faixa Etária: () 15-20 anos () 21-25 anos () 26-30 anos () 31- 35 anos () 36-40 anos

() 41-45 anos () 46-50 anos () 51-55 anos () 56 –60 anos () 61-65 anos () 66-70 anos.

3 – Escolaridade (marque a sua maior)

() Ensino Superior completo. Curso: _____ Ano da Conclusão: _____

() Especialização. Curso: _____ Ano da Conclusão: _____

() Mestrado. Curso: _____ Ano da Conclusão: _____

() Doutorado. Curso: _____ Ano da Conclusão: _____

4 – Tempo de serviço como professor?

() Menos de um ano () 1-5 anos () 6-10 anos () 11-15 anos () 16-20 anos () 21-25 anos

() 26-30 anos () 31-35 () Mais de 35 anos

5 – Série (s) em que está lecionando atualmente?

No ensino fundamental: _____

No ensino Médio: _____

6 – Quais as séries que você já lecionou matemática?

No ensino fundamental: _____

No ensino Médio: _____

No ensino Superior: _____

7- Tipo de escola que trabalha:

() Pública Estadual () Pública Municipal () Privada () Outra Modalidade. Qual?

8 – Você já ministrou *Fração* na 5ª série?

() sim () não

9- Quando você ensina o assunto *Fração*, a maioria das aulas são:

() Começando pela definição seguida de exemplos e exercícios

() Começando com uma situação problema para depois introduzir o assunto

() Criando um modelo para situação e em seguida analisando o modelo

- () Iniciando com jogos para depois sistematizar os conceitos
- 10- Para fixar o conteúdo de Matemática na 5ª série você costuma:
- () Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos
- () Apresentar jogos envolvendo o assunto
- () Solicitar que os alunos resolvam os exercícios do livro didático
- () Não propõe questões de fixação
- () Solicita que os alunos procurem questões sobre o assunto para resolver
- 11- Preencha tabela abaixo com base na sua experiência de professor(a) da 5ª série do ensino fundamental

Assunto	Grau de dificuldade para os alunos aprenderem				
	Muito fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito difícil
Conceito de fração					
Tipos de fração					
Simplificação de fração					
Comparação de frações					
Adição de frações de mesmo denominador					
Subtração de frações de mesmo denominador					
Adição de frações de denominadores diferentes					
Subtração de frações de denominadores diferentes					
Potência de fração					
Resolução de problemas em que se conhece o todo e se deseja conhecer uma parte.					
Resolução de problemas em que se conhece uma parte se deseja conhecer o todo					
Resolução de problemas em que se conhece uma parte se deseja conhecer outra parte					

APÊNDICE 02



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ. CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO. PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Caro (a) Aluno (a),

Este instrumento tem como objetivo obter informações para um estudo que contribuirá para a superação dos obstáculos de ensino e aprendizagem da matemática, encontrados por professores e alunos durante as atividades de sala de aula. Nesse sentido, sua colaboração é de grande importância para o bom êxito do mesmo. As informações obtidas terão caráter confidencial, ou seja, sua identidade será preservada.

Desde já agradecemos a sua colaboração com o nosso trabalho.

Obrigado!

Questões

1. Idade: _____ Escola: _____

4. Você estudou a 4ª série em que tipo de escola:

() Estadual () Municipal () Particular () Outra.

Qual? _____

5. Você é dependente ou repetente desta série? () Não () Sim,

6. Você tem dificuldade em aprender matemática? () Não () um pouco () muito

7. Suas notas de matemática geralmente são:

() acima da média () na média () abaixo da média

8. Você se distrai nas aulas de matemática?

() não, eu sempre presto atenção

() sim, eu não consigo prestar atenção

() na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de matemática

9. Quais as operações que você tem mais dificuldade em efetuar?

Adição () Subtração () Multiplicação () Divisão ()

10. Você tem domínio da tabuada? () Sim () Não

11. Você costuma estudar matemática:

() só na véspera da prova () todo dia () semanalmente

APÊNDICE 03

1º CONJUNTO DE SITUAÇÕES PROBLEMA

Titulo: **SOMA DE FRAÇÃO COM DENOMINADORES IGUAIS**

Para cada questão abaixo:

Descubra qual a operação que deve ser realizada para resolvê-la;
Arme a operação;
Calcule com a calculadora virtual;
Registre seu resultado.

1- No dia do lançamento de um prédio de apartamentos $\frac{1}{6}$ desses apartamentos foi vendido e $\frac{1}{6}$ foi arrendado. Que fração corresponde ao total de apartamentos vendidos e arrendados?

2- Um motorista saiu de Belém para Brasília. No primeiro dia percorreu $\frac{1}{3}$ da distância que separa as duas cidades e no segundo dia mais $\frac{1}{3}$ dessa mesma distância. Qual é a fração que representa a distância após os dois dias de viagem?

3- Gastei $\frac{1}{5}$ do meu dinheiro que tinha em roupas e $\frac{1}{5}$ em brinquedos. Que fração representa o que gastei?

4- Um canteiro de margaridas ocupa $\frac{1}{6}$ de um terreno e o canteiro de rosas ocupa $\frac{3}{6}$ desse mesmo terreno. Qual é a fração que representa a parte ocupada pelos dois canteiros?

5- Uma dona de casa serviu o café da manhã e repartiu o pão para os seus filhos. Seu filho mais velho comeu $\frac{1}{7}$ e o mais novo comeu $\frac{5}{7}$. Que fração do pão eles comeram?

6- Em uma estufa $\frac{1}{5}$ das flores são vermelhas e $\frac{2}{5}$ amarelas. Qual a fração que representa as flores vermelhas e amarelas juntas?

7- Numa fazenda $\frac{1}{9}$ da área total são destinados à plantação de milho, enquanto $\frac{6}{9}$ são destinados ao cultivo de frutas diversas. Qual é a fração da área total da fazenda que está ocupada com as duas culturas, a de milho e frutas diversas?

8- Vovó para agradar os netos, fez uma torta de maçã que dividiu em oito pedaços iguais. Ela separou $\frac{3}{8}$ da torta para Sônia, $\frac{2}{8}$ para Ricardo e ficou com o restante. Que fração da torta Vovó separou para os dois netos?

9- Dona Branca usou $\frac{3}{10}$ das laranjas de uma caixa para fazer doces e $\frac{4}{10}$ para fazer sucos. Que fração das laranjas da caixa foi usada para fazer doces e sucos?

10- Uma pizza foi dividida em sete partes iguais. Rita comeu $\frac{2}{7}$ da pizza e Juca comeu $\frac{4}{7}$. Que fração da pizza eles comeram juntos?

Descubra uma maneira de obter os resultados sem usar a calculadora!

Fórmula

APÊNDICE 04

2º CONJUNTO DE SITUAÇÕES PROBLEMA

Titulo: **SUBTRAÇÃO DE FRAÇÃO COM DENOMINADORES IGUAIS**

Para cada questão abaixo:

Descubra qual a operação que deve ser realizada para resolvê-la;

Arme a operação;

Calcule com a calculadora;

Registre seu resultado.

1- Dona Benta reparte uma torta $\frac{4}{6}$ e deu para seus sobrinhos, Felipe e Tiago. Felipe ganha $\frac{1}{6}$ da torta. Que fração da torta, Tiago ganhou?

2- A fazenda de seu Francisco perde-se de vista. Ele reservou $\frac{8}{12}$ de sua fazenda para a agricultura, sendo que $\frac{2}{12}$ foi para o plantio de milho. Que fração da reserva ficou para o plantio de feijão?

3- Carlos e Ana ganharam $\frac{5}{8}$ de uma torta. Paulo ganhou $\frac{3}{8}$. Que fração da torta Ana ganhou?

4- Em um pacote há $\frac{6}{8}$ de quilogramas de açúcar. Maria usou $\frac{2}{8}$ para fazer um suco. Quantos quilogramas de açúcar ficou no pacote?

5- Paulo e Sergio acertaram $\frac{16}{20}$ de uma lista de exercícios, Paulo sozinho acertou $\frac{5}{20}$ das questões. Que fração dos exercícios Sergio acertou?

6- Para encher um álbum de figurinhas, Leila contribuiu com $\frac{5}{6}$ das figurinhas enquanto Sandra contribuiu com $\frac{2}{6}$ das figurinhas. Com que fração Leila contribuiu a mais que Sandra?

7- Raimundo e Francisca comeram juntos $\frac{9}{12}$ de uma caixa de bombons. Raimundo comeu sozinho $\frac{4}{12}$. Qual é a fração que representa a parte dos bombons dessa caixa que Francisca comeu?

8- Em uma lanchonete restam $\frac{8}{10}$ de um bolo para serem vendidos, no final da tarde foram vendidos $\frac{5}{10}$. Que fração do bolo não foi vendida?

9- Rodrigo toma $\frac{4}{7}$ de litro de suco de laranja de manhã, e $\frac{2}{7}$ litro durante o almoço. Que fração de litro de suco ele consome a mais pela manhã?

10- Em um pacote há $\frac{6}{8}$ de quilogramas de açúcar. Maria usou $\frac{2}{8}$ para fazer um suco. Quantos quilogramas de açúcar ficaram no pacote?

Descubra uma maneira de obter os resultados sem usar a calculadora!

Fórmula

APÊNDICE 05

3º CONJUNTO DE SITUAÇÕES PROBLEMA

Título: MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÃO

Para cada questão abaixo:

Descubra qual a operação que deve ser realizada para resolvê-la;

Arme a operação;

Calcule com a calculadora;

Registre seu resultado.

1- Tiago nadou $\frac{3}{4}$ do comprimento de uma piscina. Desse percurso ele fez $\frac{1}{3}$ em nado de peito e o restante em nado de costa. Que fração da piscina Tiago nadou de costa?

2- Em uma partida de basquete Carlos e Paulo fizeram $\frac{5}{8}$ dos pontos. Sendo que Carlos acertou $\frac{1}{2}$ desses pontos. Que fração representa os pontos que Carlos fez?

3- No passeio ao parque Alexandre levou $\frac{4}{5}$ da sua merenda. No final do dia ele havia comido $\frac{1}{3}$ da merenda. Que fração da merenda ele comeu no parque?

4- Num recipiente havia $\frac{7}{9}$ de litro de uma substância, quando retirei $\frac{1}{5}$ dessa quantidade. Qual a fração do litro que representa a quantidade retirada?

5- Um grupo de jovens é formado por $\frac{3}{5}$ de rapazes. Desse grupo, $\frac{1}{4}$ deles gosta de filmes de terror. Que fração desses jovens são rapazes e gostam de filmes de terror.

6- Numa pesquisa efetuada numa pequena cidade brasileira descobriu-se que $\frac{2}{5}$ da população eram formadas por estudantes. Desses estudantes $\frac{3}{7}$ freqüentavam a 5ª série. Que fração da população dessa cidade é formada por estudantes de 5ª série.

7- Para uma partida de futebol foram vendidos $\frac{5}{6}$ dos ingressos. Desses $\frac{3}{5}$ foram ingressos para crianças. Qual a fração que representa os ingressos vendidos para as crianças?

8-Diogo já percorreu $\frac{1}{4}$ da distância entre duas cidades. Durante a viagem $\frac{1}{3}$ deste percurso ele deu carona para um colega. Que fração da distância entre as duas cidades ele deu carona para o colega?

9- Mariana reservou $\frac{3}{5}$ de um terreno para plantar rosas. Ela resolveu que $\frac{2}{3}$ desse canteiro as rosas plantadas seriam vermelhas. Qual é a fração que corresponde à parte do terreno ocupada pelo canteiro de rosas vermelhas?

10- Uma pesquisa realizada na 5ª série A de um colégio revelou que $\frac{9}{10}$ dos alunos gostam de matemática e que, entre os que gostam de matemática, $\frac{7}{9}$

Descubra uma maneira de obter os resultados sem usar a calculadora.

Fórmula

APÊNDICE 06

4º CONJUNTO DE SITUAÇÕES PROBLEMA

Titulo: DIVISÃO DE FRAÇÃO

Para cada questão abaixo:

Descubra qual a operação que deve ser realizada para resolvê-la;

Arme a operação;

Calcule com a calculadora;

Registre seu resultado.

1- Quantos pacotes de $\frac{1}{6}$ kg de leite são necessário para obtermos pacotes de $\frac{1}{2}$ kg de leite?

2- Dona Marina quer embalar $\frac{1}{2}$ de kg de balas de coco em saquinhos com $\frac{1}{4}$ de Kg. Quantos saquinhos ela conseguira encher?

3- Dona Carmem distribuiu $\frac{1}{3}$ do bolo, dando $\frac{1}{6}$ a cada um de seus sobrinhos. Quantos sobrinhos a dona Carmem tem?

4- Para fazer um vestido uma costureira gasta $\frac{1}{3}$ de metro de linha. Quantos vestidos iguais a esse podem ser feitos com $\frac{1}{9}$ de metros de linha?

5- Tatiana usa $\frac{1}{6}$ metros de fita para enfeitar toalhinhas. Quantas toalhinhas ela poderá enfeitar com $\frac{2}{3}$ de fita?

6- Tenho um pacote com capacidade para $\frac{2}{3}$ de quilograma. Quantos pacotes de biscoito de $\frac{1}{9}$ de quilograma cabem neste pacote?

7- Em um balde há $\frac{3}{4}$ litros de água. Quantos recipientes com capacidade de $\frac{1}{8}$ de litros podem ser cheios com essa capacidade de água?

8- Quantos copos de $\frac{1}{4}$ de litros são necessários para encher, uma jarra com capacidade para $\frac{3}{6}$ de litro?

9- Elizabete distribuiu $\frac{4}{6}$ de um pudim de laranja, dando $\frac{1}{3}$ a cada um de seus irmãos. Quantos são os irmãos de Fernanda?

10-Para embrulhar uma caixa de presente uso $\frac{2}{8}$ de metro de fita. Quantas caixas iguais a essa podemos embrulhar com $\frac{3}{6}$ metros de fita?

Descubra uma maneira de obter os resultados sem usar a calculadora!

Fórmula

APÊNDICE 07

5º CONJUNTO DE SITUAÇÕES PROBLEMA

Título: ADIÇÃO DE FRAÇÃO COM DENOMINADORES DIFERENTES

Para cada questão abaixo:

Descubra qual a operação que deve ser realizada para resolvê-la;

Arme a operação;

Calcule com a calculadora;

Registre seu resultado.

1- De uma fazenda em Castanhal, $\frac{1}{2}$ da área total foi desatinada para a plantação de milho, enquanto $\frac{1}{3}$ da área total foram destinadas ao cultivo de frutas diversas. Qual é a fração da área total da fazenda que esta ocupada com a cultura de milho e frutas?

2- Dona Carmem deu uma caixa de bombons para seus filhos Carlos e Raimundo. Carlos comeu $\frac{1}{2}$ dos bombons dessa caixa e Raimundo comeu $\frac{1}{5}$ dos bombons. Qual é a fração que representa a parte dos bombons que eles comeram juntos

3- Marcos e Rui fizeram $\frac{1}{2}$ dos pontos de uma partida de basquete. Rui fez $\frac{1}{4}$ dos pontos da partida. Que fração de pontos dessa partida representa os pontos feitos por Marcos?

4- Para encher um álbum de figurinhas, Leila contribuiu com $\frac{1}{2}$ das figurinhas enquanto Sandra contribuiu com $\frac{1}{6}$ das figurinhas. Que fração das figurinhas as duas contribuíram juntas?

5- A fazenda de seu Benedito perde-se de vista. Ele reservou $\frac{2}{3}$ de sua fazenda para a plantação de soja e $\frac{1}{7}$ para a plantação de verduras. Que fração da fazenda seu Tônico reservou para a plantação?

6- Um motorista Saiu da cidade A em direção à cidade B. No primeiro dia percorreu $\frac{3}{6}$ da distancia que separa as duas cidade e no segundo dia $\frac{1}{5}$ dessa mesma distancia. Qual é a fração, que representa a distância percorrida após os dois dias de viagem?

7- No simulado de matemática e português, Sergio acertou $\frac{3}{8}$ dos exercícios do simulado, desses acertou $\frac{1}{5}$ das questões de matemática. Que fração dos exercícios de português Sergio acertou?

8- Na construção de um muro, Carlos construiu $\frac{3}{7}$ do muro e Paulo $\frac{2}{8}$ do muro. Que fração do muro eles construíram juntos?

9- José Luis decidiu colecionar figurinhas para um álbum. Na primeira compra de figurinhas conseguiu preencher $\frac{2}{7}$ do álbum e na segunda, $\frac{4}{6}$. Que fração do álbum ele preencheu?

10- Em um jogo de vôlei, Sandro fez $\frac{2}{4}$ de pontos da partida e Silvio fez $\frac{2}{8}$. Que fração representa o total de pontos que eles fizeram juntos?

Descubra uma maneira de obter os resultados sem usar a calculadora!

Fórmula

APÊNDICE 08

6º CONJUNTO DE SITUAÇÕES PROBLEMA

Título: SUBTRAÇÃO DE FRAÇÃO COM DENOMINADORES DIFERENTES

Para cada questão abaixo:

Descubra qual a operação que deve ser realizada para resolvê-la;

Arme a operação;

Calcule com a calculadora;

Registre seu resultado.

1- De uma caixa de bombons foi distribuído $\frac{1}{2}$ dos bombons para Luiz Carlos e Fabiana. Luiz Carlos ficou com $\frac{1}{4}$. Com que fração de bombons ficou Fabiana?

2- Roberto Carlos e Ronaldinho fizeram $\frac{1}{2}$ dos gols de uma partida de futebol de salão. Roberto Carlos fez $\frac{1}{6}$ dos pontos da partida. Qual a fração de pontos de Ronaldinho?

3- Carla e Bruna preencheram juntas $\frac{1}{2}$ do álbum de figurinha, Carla preencheu $\frac{1}{5}$ das figurinhas. Qual a fração do álbum de figurinha Bruna preencheu?

4- Dona Benta repartiu uma torta, e deu $\frac{1}{2}$ para seus sobrinhos Felipe e Tiago. Felipe ganhou $\frac{1}{3}$ da torta. Que fração da torta, Tiago ganhou?

5- Em uma indústria $\frac{1}{2}$ dos funcionários trabalham na produção de macarrão, sendo que $\frac{1}{7}$ desses funcionários são mulheres. Que fração representa os homens que trabalham na produção de macarrão?

6- Na fazenda do Sr. Joaquim localizada em Marituba foram reservados $\frac{2}{3}$ do terreno para a plantação de hortaliças e mandioca, sendo que $\frac{1}{4}$ foi para o plantio de mandioca. Que fração da reserva ficou para o plantio de hortaliças?

7- Augusto levou $\frac{7}{8}$ de um chocolate para a escola, mas só comeu $\frac{1}{6}$. Que fração do chocolate Augusto não comeu?

8- Em uma partida de basquete, $\frac{3}{5}$ dos pontos foram feitos por Oscar e Pedrinho. Se Pedrinho fez $\frac{1}{7}$ dos pontos da partida. Qual a fração corresponde aos pontos de Oscar?

9- Jonas e Fernando construíram juntos $\frac{4}{6}$ de um muro. Jonas construiu sozinho $\frac{2}{5}$. Que fração do muro Fernando construiu?

10- O loteamento Parque Verde conseguiu realizar a venda de $\frac{2}{3}$ dos lotes, sendo que $\frac{3}{5}$ foram vendidos a prazo. Que fração do loteamento foi vendida a vista?

Descubra uma maneira de obter os resultados sem usar a calculadora!

Fórmula

ANEXO

ANEXO 01

Jogo: **BINGO DAS FRAÇÕES** (MATEMÁTICA SEM FRONTEIRAS, 2008)

- **Conteúdo abordado:** Operações de adição e subtração de frações com o mesmo denominador
- **Objetivo do jogo:**
 - ✓ Desenvolver a capacidade de cálculo;
 - ✓ Ser capaz de resolver operações entre frações;
 - ✓ Fixar conteúdos matemáticos;
 - ✓ Criar estratégia de resolução.
- **Materiais utilizados:**
 - ✓ Folha de papel sem pauta; Caneta; Tesoura; Régua.
- **Regras do jogo:**
 - ✓ Uma cartela para cada jogador;
 - ✓ Cada jogador deverá marcar em sua cartela os valores dos resultados de cada pedra dada, que será em forma de uma operação;
 - ✓ Ganha o jogo quem completar os cinco números de sua respectiva cartela primeiro.
- **Procedimentos do jogo:**

Serão colocadas no quadro, as respostas das 20 questões que foram previamente selecionadas para esse jogo, o aluno receberá um pedaço de papel retangular no qual ele terá dividir em cinco partes, depois ele poderá escolher cinco respostas aleatoriamente dentre as expostas no quadro e escrever na cartela que confeccionou, lembrando que essas frações são os números da cartela do bingo que irão concorrer.

As “pedras” do bingo serão as questões com situações problema, que os alunos terão que resolver, os resultados das operações com frações serão as possíveis respostas que os alunos escreveram em suas cartelas.

Figura 1: Modelo da cartela de bingo

$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{13}{12}$	$\frac{3}{10}$
---------------	---------------	---------------	-----------------	----------------

Fonte: Matemática sem fronteiras/2008

ANEXO 02

Jogo: **QUAL É O RESULTADO?** (MENDES e SÁ, 2001)

- **Conteúdo abordado:** Operações de multiplicação e divisão de frações
- **Objetivo do jogo:**
 - ✓ Desenvolver a capacidade de cálculo;
 - ✓ Ser capaz de resolver operações entre frações;
 - ✓ Fixar conteúdos matemáticos;
 - ✓ Criar estratégia de resolução.
- **Materiais utilizados:**
 - ✓ Baralho, sem as letras J, K, Q
- **Regras do jogo:**
 - ✓ Formar grupos de quatro alunos;
 - ✓ Cada jogador receberá quatro cartas, duas de naipe vermelho e duas do naipe preto;
 - ✓ A multiplicação só poderá ser realizada no naipe vermelho e a divisão no naipe preto;
 - ✓ Cada jogador deve formar todas as frações possíveis com suas cartas (naipe vermelho e de naipe preto separadamente) e operacionalizá-las com os sinais de multiplicação e divisão (esse jogo pode ser usado para qualquer outra operação com frações);
 - ✓ Ganha a rodada quem conseguir resolver as equações em menor tempo;
 - ✓ Ganha o jogo quem conseguir vencer quatro rodadas.
- **Procedimentos do Jogo:**

Embaralhe as cartas e dê quatro cartas a cada jogador. Os jogadores usarão suas cartas para formar todas as frações possíveis. Quem conseguir resolver todas as questões em menor período de tempo vence a rodada.

As questões resolvidas erradamente eliminam o jogador na rodada.

As cartas de uma rodada não devem ser utilizadas na rodada seguinte.

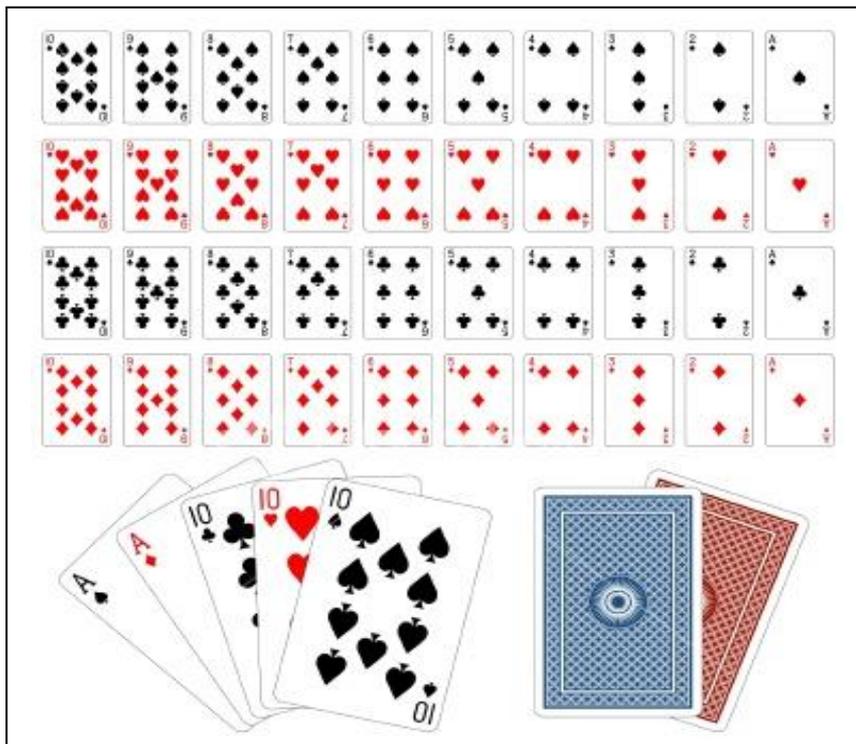
O ganhador da rodada é aquele que conseguir resolver todas as operações de multiplicação e divisão em menor período de tempo.

O vencedor do jogo é o jogador que vencer quatro rodadas.

Exemplo:

- ✓ Jogador A, tem 8 e 2 do naipe vermelho e 6 e 4 do naipe preto.
 - As equações podem ser $8/2$, $2/8$ para fazer a multiplicação e $6/4$, $4/6$ para fazer a divisão.
- ✓ O jogador B tem 1e 7 do naipe vermelho e 3, 2 do naipe preto.
 - As equações podem ser $1/7$, $7/1$ para fazer a multiplicação e $3/2$, $2/3$ para fazer a divisão.

Figura 6: Baralho comum sem as cartas j, k e q



Fonte: Aratransfer, 2008

ANEXO 03

Jogo: **TRILHA DA CORRIDA DAS FRAÇÕES** (ESPAÇO EDUCAR, 2009)

Conteúdo abordado: Operações de adição e subtração frações com denominador diferentes.

Objetivo do jogo:

- ✓ Desenvolver a capacidade de cálculo;
- ✓ Ampliar no aluno a habilidade em operacionalizar com questões de multiplicação e divisão de frações;
- ✓ Fixar conteúdos matemática;

Material utilizado:

- ✓ Folha de isopor; Canetinha, Tinta guache; Tesoura; Cola.

Regras do jogo:

- Escolher quatro jogadores para cada trilha;
- Deve ser escolhido a ordem dos jogadores, que irão participar do jogo;
- Cada jogador escolhe sua ficha e coloca na saída da trilha, cada ficha tem uma cor e representa o envelope do qual a professora irá retirar a fração que será utilizada na operação da jogada;
- Cada jogador deverá jogar dois dados, um com a cor do envelope que contém a operação da jogada e, o outro com o sinal para identificar a operação;
- O jogador só deverá andar se resolver corretamente a questão proposta;
- O jogador deverá obedecer às regras da trilha;
- Ganha o jogo quem chegar primeiro ao fim da trilha.

Procedimentos do Jogo:

Cada jogador escolhe uma ficha da cor que desejar e coloca na saída da trilha, essa ficha vai representá-lo durante todo o jogo da trilha. Em seguida, jogam-se os dados e, a fração e o sinal de operação que forem selecionados devem fazer par com a fração da trilha. Então dependendo da resolução, correta ou não, das frações escolhidas, os jogadores poderão caminhar da saída até linha de chegada, os demais jogadores deveram proceder da mesma forma, seguindo todas as regras da trilha.

Se o jogador parar no sinal vermelho deverá voltar duas casas, se ele parar no sinal amarelo ficará uma rodada sem jogar e se parar no sinal verde avançará três casas na trilha.



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br