UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Benedita das Graças Sardinha da Silva

Ensino de problemas envolvendo as quatro operações por meio de atividades

Belém - PA
2015

Benedita das Graças Sardinha da Silva

Ensino de problemas envolvendo as quatro operações por meio de atividades

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará como exigência parcial para obtenção de título de Mestre em Educação.
Linha: Formação de professores.
Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Belém – PA
2015

Dados Internacionais de Catalogação na publicação
Biblioteca do Centro de Ciências Sociais e Educação da UEPA

Silva, Benedita das Graças Sardinha da

Ensino de problemas envolvendo as quatro operações por meio de atividades. / Benedita das Graças Sardinha da Silva; orientador Pedro Franco de Sá. Belém, 2016.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará. Belém, 2015.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Aritmética – Estudo e ensino. I. Sá, Pedro Franco (Orientador). II. Título.

CDD: 21 ed. 510.7

Benedita das Graças Sardinha da Silva

Ensino de problemas envolvendo as quatro operações por meio de atividades

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará como exigência parcial para obtenção de título de Mestre em Educação.
Linha: Formação de professores. Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Data da Avaliação:

Banca Examinadora

______________________________________. Orientador
Pedro Franco de Sá
Doutor em Educação - Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Universidade do Estado do Pará

______________________________________. Membro externo
Prof. Dr. John Andrew Fossa
Doutor em Educação Matemática – Texas A & M University
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

______________________________________. Membro interno
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves
Doutor em Geofísica - Universidade Federal do Pará
Universidade do Estado do Pará.

A minha família, especialmente meus amados pais, Benedito Silva, Emília Sardinha meus quatro irmãos e meu companheiro Sebastião Silva.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus que me protegeu, me deu entendimento, sabedoria e discernimento no período das disciplinas, do desenvolvimento da pesquisa e da escrita do texto.

A meus familiares, especialmente meu pai Benedito Silva e minha mãe Emília Sardinha que me apoiaram, se preocupavam com minha saúde, alimentação, segurança e me incentivaram nos momentos de dificuldade. E a meu companheiro Sebastião Sardinha pelo apoio e companheirismo nestes dois anos de curso.

A Universidade do Estado do Pará, pela disponibilidade da vaga no Programa de Pós-Graduação em Educação, pela recepção no primeiro dia de aula e pela qualidade da formação recebida no decorrer do curso.

A meu orientador Pedro Franco de Sá, pela paciência nas incontáveis orientações, pelo aclaramento das atividades e da escrita do texto em momentos de dúvidas que eu não conseguiria resolver sozinha. Foi um profissional que conheci e passei a admirar pela competência e compromisso com o ensino de Matemática nas escolas públicas paraenses.

Aos membros da banca avaliadora professores Fábio José da Costa Alves e John Andrew Fossa pelas considerações no texto da qualificação que muito contribuíram para o desenvolvimento da pesquisa e a avaliação do texto final.

A todos os professores do curso que muito sabiamente contribuíram com uma formação de qualidade nas disciplinas. Especialmente aos professores Ivanildes Apoluceno, Graça Silva, Maria Betânia Albuquerque, Josefa Távora, Maria do Perpétuo Socorro Cardoso, Marta Jenu, Albene Monteiro, Pedro Franco de Sá, Fábio José Alves, Miguel Chaquiam e Denise Simões Rodrigues.

Aos funcionários do PPGED que muito contribuíram com as questões administrativas do curso, especialmente Antônio Daniel e Jorge Figueiredo (“Jorginho”).

A meu grande amigo Marcos Formigosa pelas inúmeras contribuições na parte gráfica do texto; aos colegas de turma Hugo Machado e Adrielle Mendelo pelas consultas correspondidas nos momentos de dúvidas e a Renata Matni que muito contribuiu com a análise estatística dos dados.

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino de questões envolvendo as quatro operações com números naturais, que trabalhou inicialmente a elaboração da sentença natural correspondente ao enunciado da questão e em seguida a determinação da operação sobre a habilidade de escolher corretamente a operação e o desempenho na resolução de questões envolvendo as quatro operações com números naturais. A parte experimental da pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública municipal de Abaetetuba/PA com 23 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, adotou-se como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática. A análise dos resultados se deu pela comparação percentual entre os resultados do pré-teste com o pós-teste, análise dos tipos de erros ocorridos nos pré- e pós-testes, bem como pela aplicação do Coeficiente de Correlação Linear de Pearson e do Teste de Hipótese. Os resultados da comparação apontaram aumento significativo nas notas do pós-teste; o teste de hipótese comprovou que as notas do pós-teste tiveram melhora significativa estatisticamente em relação ao pré-teste e a análise das correlações mostrou que nenhum dos fatores socioeconômicos levantados teve interferência direta nos resultados obtidos, constatando que o bom resultado do experimento, deveu-se sobretudo a metodologia utilizada.

Palavras-chave: Educação. Educação Matemática. Ensino de Problemas. Problemas envolvendo as quatro operações fundamentais.

ABSTRACT

This paper presents the results of a study that aimed at evaluating the effects of a didactic sequence for the teaching of issues involving the four operations with natural numbers, which initially worked with the preparation of the natural sentence corresponding to the enunciation of the question and then with the determination of the operation on the ability to correctly choose the operation and the performance in resolving issues involving the four operations with natural numbers. The experimental part of the research was performed in a municipal public school in Abaetetuba/PA with 23 students of the 5th year of elementary school, and adopted as the research methodology Didactic Engineering. Analysis of the results occurred by percentage comparison between the pre-test results with post-test, analysis of the types of errors that occurred in the pre- and post-tests as well as the application of the linear correlation coefficient of Pearson and Hypothesis Testing. The comparison results show a significant increase in the post-examination notes; the test of the hypothesis proved that the notes of the post-test were a statistically significant improvement compared to pre-test and the analysis of correlations showed that none of the socioeconomic factors had direct influence on the results, realizing that the good result of the experiment was mainly due to the methodology used.

Keywords: Education. Mathematics education. Teaching of problems. Problems involving the four basic operations.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Ao tratar do ensino de Matemática é necessário compreender a importância de um trabalho, o qual possibilite ao aluno o reconhecimento de fenômenos naturais e sociais, contudo, sem perder de vista suas principais características como abstração, precisão, generalização e aplicação. Em relação aos problemas envolvendo as quatro operações fundamentais, embora seja temas presentes no currículo desde os primeiros anos do Ensino Fundamental e ter grande utilidade para a compreensão de outros assuntos, tem sido apontado por pesquisadores como não sendo tão simples de ser ensinado, e tão pouco de ser compreendido pelos alunos.

Assim sendo, há uma série de significados intrinsecamente ligados a ele que precisam ser apreendidos para que haja de fato um aprendizado significativo e duradouro. Significados estes que vão desde sua interpretação, identificação da operação, conhecimento da tabuada e procedimentos dos algoritmos. Sá e Pinheiro (2002, p. 135) a esse respeito, destacam que:

> A habilidade de resolver os problemas com as quatro operações fundamentais é um dos objetivos que a escola procura alcançar desde o início da nossa educação. Entretanto, ainda é grande o número de pessoas que ao encontrar-se de frente com problemas que envolvem as quatro operações sentem dificuldade em determinar quais as operações mais adequadas para encontrar a solução desejada.

Neste sentido, a pesquisa aqui descrita trata de um experimento didático sobre o ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais. A necessidade de enveredar por este percurso pedagógico-investigativo surgiu a partir de dois momentos complementares de minha vida profissional: o primeiro na atuação docente e o segundo como formadora de docentes. A inquietação inicial ocorreu em 2011 durante atuação em uma turma do 5º ano, em que observei sérias dificuldades dos alunos na resolução de problemas, em consequência da não compreensão do significado ou ideia de cada uma das operações e da execução do algoritmo.

O amadurecimento dessa ideia ocorreu concomitantemente a esse período, quando fui trabalhar, em Abaetetuba, como tutora da disciplina Matemática, no Programa de Formação Continuada Pró-Letramento. Ao iniciarmos o estudo das quatro operações fundamentais, os professores descreveram uma série de dificuldades relacionadas ao assunto, que vinham de encontro com as quais estava vivenciando em sala de aula. E alguns deles assumiram ter pouco conhecimento de como contribuir para que seus alunos o compreendessem em sua totalidade, pois observavam que muitos deles até entendiam as ideias de cada uma das operações, mas alguns apresentavam dificuldade na modelação, outros na execução do algoritmo ou no domínio da tabuada.

Tais evidências caracterizavam, sobretudo, a não uniformidade do aprendizado dos alunos, que para Soares (2009, p. 16) “Talvez o maior desafio dos educadores seja criar condições para que os alunos conquistem certa igualdade no domínio dos conteúdos e habilidades escolares”. E, embora o Pró-Letramento propusesse recursos e metodologias que aspirassem favorecer o ensino desse assunto, através de materiais concretos, jogos e resolução de problemas, ainda assim, senti necessidade de buscar alternativas que viessem somar com a proposta do Programa.

Então, durante o processo seletivo do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará, me interessei em participar do certame e propus uma pesquisa que utilizasse o Ensino por Atividades por possibilitar um trabalho pedagógico mais dinâmica e envolvendo os alunos no processo de descoberta e sistematização de seus conhecimentos. A pretensão da proposta foi criar atividades que possibilitem ao aluno a interpretação do problema; sua correta modelação; a identificação da operação e a execução do algoritmo.

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública municipal de Abaetetuba/PA, tendo como **sujeitos** vinte e três alunos do 5º ano do Ensino Fundamental a fim de investigar de que forma o ensino por atividade influencia no desenvolvimento da resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais. Para tanto, tem como **objetivo** avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino de questões envolvendo as quatro operações com números naturais, que trabalhou inicialmente a elaboração da sentença natural correspondente ao enunciado da questão e em seguida a determinação da operação sobre a habilidade de escolher corretamente a operação e o desempenho na resolução de questões envolvendo as quatro operações com números naturais.

A **metodologia** que conduziu a pesquisa foi a Engenharia Didática cuja mentora Michelle Artigue (1996, p. 196) assim descreve:

> A engenharia didática, vista como metodologia de investigação, caracteriza-se antes de mais por um esquema experimental baseado em 'realizações didáticas' na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino.

A justificativa dessa escolha deve-se, nomeadamente, ao fato desta metodologia "ser utilizada em pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem de um dado objeto matemático". (ALMOULOUD, 2007, p.171) Nesse contexto, ela possibilita a articulação entre conhecimentos didáticos e matemáticos, tornando a prática docente, também uma prática de investigação, permitindo que as experiências vividas em sala de aula se tornem produtos, em alguns casos reprodutíveis, para o ensino de Matemática.

A Engenharia Didática está organizada em quatro fases. São sequencialmente elas: a) análises prévias; b) concepção e análise *a priori*; c) experimentação e análise a *posteriori* e c) validação, as quais serão detalhadas adiante, de modo articulado com as ações a utilizarmos em nossa pesquisa.

A primeira fase, denominada análises prévias, compreende, segundo Artigue (1996), a análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino; o ensino habitual e seus efeitos; as concepções dos alunos com suas dificuldades e obstáculos que marcam sua evolução; o campo de constrangimento no qual se estabelecerá a realização didática e os objetivos da pesquisa.

Nesta primeira etapa da investigação, realizamos um levantamento de pesquisas já desenvolvidas acerca do ensino-aprendizagem de problemas envolvendo as quatro operações intentando mapear as conclusões que tais pesquisas obtiveram; verificamos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PNC) as orientações elencadas para o ensino deste assunto, e analisamos os livros didáticos do 5º ano para examinar como este assunto estava sendo apresentado.

A segunda fase, concepção e análise *a priori,* é o momento da produção do material necessário ao trabalho pedagógico, baseado nas análises prévias e nas habilidades que o pesquisador espera que seus alunos adquiram. Pautados na fase anterior, elaboramos uma sequência didática tomando cuidado com a linguagem adotada para que as atividades fossem de fato compreensíveis e executáveis pelos alunos, de modo a analisarem o problema; traduzirem para a linguagem matemática; identificarem a operação e a executarem o cálculo.

A experimentação é o momento da aplicação, em sala de aula, das atividades, anteriormente planejadas. De acordo com Pais (2002, p. 102) nestas aulas

> [...] é preciso estar atento ao maior número possível de informações que podem contribuir no desvelamento do fenômeno investigado. Além disso, é preciso defender o princípio de que as circunstâncias reais da experiência sejam claramente descritas no relatório final da pesquisa.

A articulação desta etapa com a pesquisa ocorreu *in loco* quando implementada a proposta de intervenção antes planejada. Inicialmente será apresentado o perfil socioeconômico dos alunos, levantado por meio da aplicação de um questionário no primeiro dia da experimentação, seguida da descrição de como ocorreu *in loco* a implementação da proposta planejada na fase anterior.

A experimentação foi dividida em duas etapas: a primeira para problemas aditivos, iniciada com a aplicação do pré-teste, seguida do desenvolvimento da sequência didática tendo como metodologia de ensino o Ensino por Atividade e por fim o pós-teste aditivo. A segunda etapa para problemas multiplicativos teve início com o pré-teste multiplicativo, aplicação das atividades com problemas multiplicativos e pós-teste multiplicativo. O diário de campo também foi utilizado, para registrar as informações obtidas no transcursar da investigação que não estiveram presentes nos testes e questionários.

A última fase denominada análise a *posteriori* e validação, refere-se à apreciação dos resultados obtidos na experimentação. Ela “se apoia no conjunto dos dados recolhidos aquando da experimentação: observações realizadas nas sessões de ensino, mas também produções dos alunos em sala de aula ou fora dela” (ARTIGUE, 1996, p. 208). Esta análise considerou todas as informações obtidas na investigação: os questionários; os testes; as anotações do diário de campo e as produções dos alunos. E por fim, é “no confronto das duas análises, *a priori* e *a posteriori,* que se funda essencialmente a validação das hipóteses envolvidas na investigação”. (ARTIGUE, 1996, p. 208).

A análise dos dados foi feita por meio de quatro procedimentos. Iniciou com a comparação percentual dos índices de erros, acertos e em branco, sendo consideradas as notas obtidas nos dois testes. Esta análise foi disposta em tabelas e gráficos, buscando conferir se houve alguma alteração do primeiro para o último teste.

Em seguida foram verificados os tipos de erros mais comuns nos dois testes e, com base nas etapas seguidas nas resoluções, foram considerados os erros na montagem da sentença, na escolha da operação e na realização do cálculo. Neste caso, os processos de resoluções dos alunos foram imprescindíveis para identificar o erro de maior incidência e a origem destes tanto no pré-teste quanto no pós-teste.

A terceira análise teve embasamento estatístico desenvolvido pela aplicação do teste de hipótese para dados pareados. O objetivo deste teste foi avaliar se, estatisticamente, era possível abstrair conclusões favoráveis ao experimento com base na diferença das notas dos alunos do pré- para o pós-teste.

E por fim, o Coeficiente de Correlação Linear de Pearson, pretendeu identificar se os fatores sócio econômicos levantados no primeiro dia do experimento como exercer atividade remunerada; hábitos de fazer compras; escolaridade dos pais; dificuldade e notas obtidas na disciplina Matemática e domínio da tabuada tiveram alguma influência nos resultados.

De tal modo, o texto está organizado em quatro seções. Na primeira seção apresentamos os estudos e levantamentos correspondentes às análises prévias. A segunda seção contém os testes e a sequência de atividades planejadas para a experimentação. Na terceira seção descrevemos como procedemos, *in loco*, em cada encontro da experimentação. E, a última seção apresenta a forma como realizamos a análise dos dados coletados na fase anterior, seguida das considerações acerca destes resultados.

2. ANÁLISE PRÉVIAS

Nesta seção apresentamos considerações teóricas acerca de problemas algébricos e aritméticos e do Ensino por Atividade como metodologia de ensino adotada em nossa pesquisa. Em seguida, trazemos os resultados das análises prévias, constituídos pelos estudos sobre o ensino-aprendizagem de problemas envolvendo as quatro operações; a análise nos PCN do Ensino Fundamental e a análise dos livros didáticos do 5º ano. Serão sequencialmente essas etapas descritas a seguir.

2.1 PROBLEMAS ARITMÉTICOS E ALGÉBRICOS

Sá (2003) desenvolveu um estudo acerca dos problemas envolvendo as quatro operações e suas multiplicidades de significados, que interferem diretamente na formalização de conceitos. Fundamentado em estudos de Vergnaud (1991) sobre a Teoria dos Campos Conceituais enfatiza que esta teoria tem como pressuposto a existência de uma série de fatores, os quais intervêm no desenvolvimento dos conceitos e que o conhecimento conceitual deve emergir dentro das situações problemas.

Vergnaud (1996, p. 167) define esses dois campos como sendo:

> [...] o campo conceptual das estruturas aditivas, o conjunto das situações que exigem uma adição, uma subtração ou uma combinação destas duas operações e, para as estruturas multiplicativas, o conjunto de situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações.

De acordo com esta teoria, o conhecimento é adquirido por intermédio de uma série de situações e pela diversidade destas. E para o desenvolvimento do conceito, além da diversidade das situações, este requer ainda a combinação da tríade (S, I, R), em que S é um conjunto de situações que tornam o conhecimento significativo; I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações e R é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar essas invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles. (MAGINA *et al*, 2008, p. 7)

E, em se tratando das operações aritméticas fundamentais, o estudo de Sá (2003, p. 64) assinala relações a dois aspectos: o aspecto semântico, relacionado à pergunta que a operação responde e o aspecto simbólico, concernente ao resultado da manipulação dos símbolos envolvidos na realização de cada operação e pode ser feito unicamente consultando a tabuada da operação, ou seja, sem nenhuma interpretação. Além disso, Sá (2003, p.66) define problema de uma operação e problema que usa uma operação.

> Um problema é de uma das operações fundamentais da aritmética quando este pode ser resolvido apenas utilizando uma destas operações, sendo esta determinada diretamente a partir do seu enunciado e do significado semântico da operação [...] os problemas que usam uma operação são aqueles problemas que no algoritmo de resolução a operação utilizada não é determinada diretamente por seu sentido semântico.

O autor supra, apresenta também a existência de duas categorias de problemas verbais: os problemas aritméticos e os algébricos. Estes estão relacionados à sua modelação, isto é, a tradução dos dados para linguagem matemática. Nos problemas aritméticos a pergunta está isolada em um dos membros da igualdade, sendo utilizada para indicar o resultado da operação, representando assim transformação ou resultado. Na resolução operacional de um problema aritmético não são usadas as propriedades aditivas ou multiplicativas da igualdade.

Já nos problemas algébricos a pergunta não está isolada em um dos membros da igualdade e esta é utilizada para indicar a relação de equilíbrio exigida entre os dados. E na resolução operacional, são utilizadas as propriedades aditivas ou multiplicativas da igualdade (SÁ, 2003, p. 71).

As afirmativas anteriores levam a modelação de um problema aritmético, em que o valor desconhecido fica isolado em um dos membros da igualdade e a escolha da operação é efetuada a partir do contexto do problema, conforme indicação a seguir.

Quadro 1 - Modelação dos problemas aritméticos

OPERAÇÃO	MODELAÇÃO
Adição	a + b = ?
Subtração	a - b = ?
Multiplicação	a x b = ?
Divisão	a : b = ?

Fonte: Adaptado de Sá (2003, p. 70)

Enquanto a modelação de um problema algébrico sempre resulta em uma expressão em que o valor desconhecido não fica isolado. Com isso, a escolha da operação não é feita a partir do contexto do problema e sim pela propriedade da operação inversa. Vejamos:

Quadro 2 - Modelação dos problemas algébricos

OPERAÇÃO	**MODELAÇÃO**
Adição	a + ? = b
	? + a = b
Subtração	a - ? = b[1]
	? - a = b
Multiplicação	a x ? = b
	? x a = b
Divisão	a : ? = b
	? : a = b

Fonte: Adaptado de Sá (2003, p. 70)

Com isso, pelas modelações anteriores é possível apreender que problemas aritméticos são da operação ou de uma das operações fundamentais, pois a identificação da operação é determinada por seu enunciado, enquanto problemas algébricos utilizam uma operação, visto que, embora a modelação indique a existência de uma operação, não necessariamente, esta será utilizada na resolução, ou seja, usa a operação, mas não é daquela operação.

2.2 ENSINO POR ATIVIDADE

Conforme indicamos anteriormente, nossa pesquisa consistiu na realização de um experimento didático sobre resolução de problemas envolvendo as quatro operações com números naturais considerando suas etapas, que vão desde a interpretação da situação, correta modelação, identificação da operação e execução do cálculo. Acreditamos que nessa perspectiva estaremos corroborando com Dante (2010, p. 21), quando pondera que:

> [...] não basta, por exemplo, saber executar mecanicamente os algoritmos das quatro operações ou as passagens na resolução de uma equação. É preciso saber como e quando usá-las convenientemente na resolução de situações–problema.

[1] Este caso está além do domínio dos naturais. Requer conhecimento do conjunto dos números inteiros, pois a - ? = b resulta em -? = b – a.

Para tanto, utilizamos como metodologia de ensino, o Ensino por Atividade, por acreditarmos em seu potencial de trabalho mais dinâmico e envolvente, cujo princípio norteador é o processo de descoberta e sistematização do conhecimento pelo próprio aluno por meio de sua participação efetiva.

O Ensino por Atividade é uma metodologia de ensino que busca trabalhar os conteúdos matemáticos, levando o aluno a descobrir as leis gerais, ou generalizações sem que o professor inicialmente tenha dado essa informação. De tal modo, por meio das atividades os alunos vão fazendo suas descobertas, como sujeitos ativos e participativos de seu aprendizado. Sá (2009, p. 14-15) propõe que:

> [...] a prática metodológica do ensino de Matemática por atividade dá oportunidade ao aluno de construir sua aprendizagem, por meio da aquisição de conhecimentos e redescoberta de princípios. Esse tipo de abordagem interativa permite ao aluno realizar um grande número de experimentos, interpretá-los para depois discuti-lo em classe com o professor e colegas.

Nessa perspectiva de ensino, o professor não encaminha sua aula iniciando pela apresentação de conceitos, seguida de definições, exemplos e exercício. Neste caso, a aula é introduzida com a apresentação da atividade e os itens interrogativos desta, vão conduzindo os alunos a perceberem e descobrirem uma lei geral ou uma regularidade que o auxilie na compreensão e resolução da atividade. Com isso, o aluno vai construindo/descobrindo noções matemáticas a partir do objetivo proposto para cada atividade, pois pressupõe sua ação direta com as situações apresentadas.

Fossa (2009, p. 10 - 11) também destaca que:

> O professor, geralmente, determina a agenda proposta, orienta a construção e valida os resultados, mas ao final das contas é o aluno quem deve fazer as construções. Dessa forma, as avaliações são feitas com o intuito de determinar o que o aluno construiu para que o professor possa determinar como continuar a sua orientação.

Esses aspectos do Ensino por Atividade colaboram para que o aluno desenvolver muitas habilidades como analisar, planejar, testar, concluir e generalizar. Para tanto, no processo de planejamento e execução do plano alguns cuidados devem ser considerados para haver um aprendizado efetivo. Sá (2009, p. 18) elenca alguns deles:

> • As atividades devem apresentar-se de maneira auto-orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem;
> • Toda atividade deve procurar conduzir o aluno à construção das noções matemáticas através de três fases: a experimentação, a comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica das noções construídas;
> • As atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele;

Assim, vemos o Ensino por Atividade como metodologia de ensino capaz de conduzir o aluno a desenvolver ou ampliar seu encanto pela Matemática, uma vez que se torna um agente ativo nos processos de descobertas e generalizações das leis gerais que são intrínsecas a natureza matemática. E, em se tratando da resolução de problemas envolvendo as quatro operações, caso o aluno adquira esses conhecimentos por seus próprios méritos e achados, certamente este conhecimento será mais duradouro e significativo.

2.3 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO SOBRE O ENSINO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO AS QUATRO OPERAÇÕES

O levantamento bibliográfico consistiu na revisão de pesquisas já realizadas acerca do ensino-aprendizagem de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais. Por isso, foram levantados textos que tratavam de problemas envolvendo as quatro operações, ou de um dos campos conceituais (aditivo e multiplicativo) ou ainda de, pelo menos, uma das operações fundamentais.

A busca por estas produções ocorreu inicialmente nos anais dos onze Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM), porém foram selecionados apenas os textos da VIII a XI edição, visto que nas edições anteriores, foram publicados apenas o resumo dos textos das seções de comunicação. Também, foram elegidas dissertações e teses dispostas no site da CAPES; artigos publicados em alguns periódicos e Trabalhos de Conclusão de Curso, realizados em algumas cidades do estado do Pará.

Neste sentido, foram encontrados e analisados um total de cinquenta e cinco trabalhos, divididos em três categorias, a saber: trinta e nove trabalhos de cunho diagnóstico, quatorze trabalhos de intervenção e dois estudos documentais. Os estudos diagnósticos identificaram as dificuldades dos alunos e dos professores no ensino da resolução de problemas envolvendo as quatro operações. Os de intervenção propuseram e realizaram atividades de ensino em sala de aula. E os documentais analisaram textos de referência sobre o ensino de matemática ou material usado como subsídio didático. Na escrita dessas pesquisas procuramos ser fieis as expressões utilizadas por seus autores, principalmente no que diz respeito aos objetivos e as conclusões. A seguir apresentamos cada uma dessas categorias.

2.3.1 Pesquisas Diagnósticas

Neste item apresentamos os resultados das pesquisas referentes aos estudos diagnósticos sobre o ensino e aprendizagem das quatro operações fundamentais, destacando principalmente os objetivos das pesquisas, os sujeitos, o lócus, os instrumentos de coletas e análise de dados, as conclusões e, se houver, apontamentos para estudos futuros.

Iniciamos pelo trabalho de Fonseca (2011) que teve por objetivo diagnosticar as habilidades dos alunos de 3ª a 6ª série em resolver problemas envolvendo os campos conceituais aditivo e multiplicativo. Participaram do levantamento 210 alunos de uma escola pública da zona rural de Igarapé-Miri/PA, que responderam a um questionário contendo dez questões.

Os dados apontaram que o desempenho dos alunos de 3ª, 5ª e 6ª séries foi melhor em questões algébricas e os de 4ª série em questões aritméticas. Além disso, uma das duas turmas da 4ª série superou as demais, por ter obtido maior número de acerto e as duas turmas de 5ª série apresentaram as menores notas da pesquisa. Vejamos no quadro 3 os intervalos de acertos de todas as séries.

Quadro 3 - Intervalo de acerto no teste

TURMAS	**INTERVALO DE ACERTO (%)**
3ª série A	7,7 – 53,8
3ª série B	5,3 – 73,7
4ª série A	43 – 85,7
4ª série B	0 – 87
5ª série A	3,3 – 20
5ª série B	2,9 – 31,4
6ª série A	9,7 – 61,3
6ª série B	8,1 – 62

Fonte: Fonseca (2011)

A pesquisadora aponta que possivelmente os resultados pouco satisfatório da 5ª e 6ª série se devam ao fato destas turmas serem modulares o que acarreta um aceleramento do trabalho e apresentação muito resumida dos assuntos, visto que os professores dispunham apenas de 50 dias para cada disciplina na localidade. Já as turmas de 3ª e 4ª séries eram regulares, consequentemente o trabalho era desenvolvido com mais tempo.

Batista (1995) realizou um levantamento junto a sete turmas de 2ª a 4ª séries do Ensino Fundamental, com o objetivo de verificar a compreensão de 185 alunos acerca da resolução de problemas envolvendo operações aritméticas. Os dados do teste apontaram que as dificuldades nas resoluções dos problemas diminuem nos alunos com mais escolaridade e que as maiores dificuldades não residiram na compreensão da operação em si, mas na realização do cálculo em situações mais complexas como somar com o "vai um" (decorrente da não-compreensão do valor posicional); na subtração com "empréstimo"; na multiplicação e divisão por números com dois algarismos.

A autora finaliza apontando que a solução para tais dificuldades está na utilização de estratégias que favoreçam o entendimento do valor posicional e o significado das operações aritméticas e não apenas no ensino de algoritmos padronizados, que são úteis em fases mais avançadas do processo.

A pesquisa de Costa (2007) objetivou investigar se a concepção dos professores sobre a complexidade de um problema aditivo é determinante no rendimento dos alunos. Os sujeitos foram sete professores e seus respectivos 205 alunos de oito turmas (sete de escolas públicas e uma privada) de 4ª série de três municípios paraense. Os alunos responderam a um questionário com 17 problemas aditivos. Com base no número de acertos os problemas foram classificados em três níveis: baixa complexidade para os problemas com altos índices de respostas corretas (entre 72,10% e 89,51%); média complexidade para os problemas com intervalo de acerto entre 54,69% e 72,10% e alta complexidade para os problemas de menor rendimento, com intervalo de acerto entre 37,28% e 54,69%.

Os mesmos problemas foram apresentados aos professores, para que os classificassem em baixa, média e alta complexidade. Analisando os resultados a pesquisadora observou que os professores tiveram dificuldade em prever, com garantia de sucesso, o grau de dificuldade dos problemas, pois quanto maior a complexidade de um problema para os alunos, maior a dificuldade dos professores em prevê-la. Um exemplo disso foi que os seis problemas considerados de pouca complexidade, pelo rendimento dos alunos, foram previstos corretamente pelos professores em um percentual elevado de 75% de acerto. Enquanto os problemas considerados de alta complexidade, a partir do rendimento dos alunos, a taxa de sucesso de previsão dos professores foi de apenas 32,5%.

Magina et al. (2010) desenvolveram um estudo com o objetivo de diagnosticar as estratégias utilizadas por alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental ao resolverem problemas envolvendo estruturas aditivas. Tiveram como lócus 26 escolas públicas do Sul da Bahia e sujeitos 1021 estudantes das quatro primeiras séries do Ensino Fundamental que resolveram um teste contendo 12 problemas. 86,2% dos alunos acertaram ao problema de composição da classe protótipo. Já o problema de composição de 1ª extensão, foi apontado pelos alunos como um dos mais difícil o que angustiou as pesquisadoras, pois esperavam percentuais de acertos mais elevados em todas as séries e conjeturaram que esse tipo de problema, possivelmente era pouco trabalhado na escola.

O problema protótipo com uma transformação positiva e congruência semântica entre palavra-chave e a operação de adição teve 81,1% de acerto, apenas alunos da 1ª série apresentaram maior dificuldade. Já o problema de transformação prototípica negativa, embora apresentasse congruência semântica entre a palavra-chave e a operação, teve queda de 10% no percentual de acertos. Para as pesquisadoras os resultados apontaram que, quanto mais complexa a estrutura do problema, menor a taxa de acerto e quando não há proximidade semântica entre as palavras-chave e a operação, os estudantes tendem a escolher a operação errada, o que diminui sensivelmente quando essa semelhança existe.

O estudo de Queiroz e Lins (2011) investigou os conhecimentos adquiridos por adolescentes, que frequentam a modalidade de Educação de Jovens e Adultos, buscando identificar as dificuldades que, de alguma forma, os impediam de avançar em seus estudos. Participaram da pesquisa nove alunos da quarta etapa da EJA de uma escola pública estadual do Recife. Eles responderam uma ficha com dez problemas aritméticos de estruturas aditivas e outra ficha com apenas operações aritméticas já armadas para os alunos efetuarem o cálculo e envolviam os mesmos números apresentados nos problemas da primeira ficha.

Na ficha com problemas, os alunos apresentaram dificuldade em sua compreensão nos casos envolvendo a subtração e na execução do cálculo, pois quando compreendiam o problema e elaboravam o plano, sentiam dificuldade em operar com os algorítmicos, inclusive no problema que obteve 78% de erros, 33% foram na escolha da operação e 45% no cálculo. Na ficha com operações armadas, a subtração foi a operação com maior entrave, sendo 34% de erros ocorridos quando o subtraendo era maior que o minuendo e os alunos invertiam suas posições, para evitar a decomposição do algarismo; 30% de erros, com zero no minuendo e os alunos o repetiam no resto, como na multiplicação em que multiplicando qualquer valor por 0, o produto é 0; em 27% de erros, realizavam a decomposição ou a composição do número, mas no momento de operar usavam a mesma quantidade que tinham antes desse procedimento. E, em 9% dos erros, o zero do minuendo era ignorado, sendo repetido o valor do subtraendo.

Spinillo e Lautert (2011) desenvolveram um estudo a fim de examinar como crianças com diferentes níveis de instrução sobre a divisão lidam com este conceito em problemas verbais e operações. A pesquisa ocorreu em uma escola particular do Recife, com 60 alunos com idades entre 6 e 9 anos. Os referidos alunos foram solicitados a representar operações e problemas de divisão através de grafismos e de material concreto. Foram tomados para análise a maneira como os alunos representavam a divisão e a maneira como lidavam com seus elementos em operações e problemas de divisão inexata.

Para isso, os alunos foram divididos em três grupos: o primeiro não havia sido formalmente instruído sobre a divisão; o segundo já iniciado o aprendizado formal sobre a divisão, resolvendo problemas e operações de divisão exata com um algarismo no divisor e o terceiro já instruído sobre a divisão, usando operações e problemas de divisão exata e inexata com dois algarismos no divisor. Ao final, a operação divisão foi representada pelos três grupos, predominantemente, por meio de grafismos simbólicos, que são símbolos convencionais como números e sinais, que fazem uso da linguagem natural. A porcentagem dessa representação em cada um dos grupos está no quadro a seguir.

Quadro 4 - Representação da operação divisão

GRUPOS	REPRESENTAÇÃO POR MEIO DE GRAFISMOS SIMBÓLICOS (%)
1	92,5
2	100
3	95

Fonte: Spinillo e Lautert (2011)

Em relação aos problemas, os alunos utilizaram quatro meios de representação: grafismo simbólico; grafismos pictográficos, que são desenhos relativos aos referentes das quantidades presentes no enunciado dos problemas como carros, caixas, flores, vasos; grafismo idiossincrático, que possuem pouca ou nenhuma relação com o problema apresentado e grafismo Icônico, que usam traços; riscos; círculos, relativos aos elementos e às quantidades da operação ou do problema. Vejamos a seguir o percentual dessas representações.

Tabela 1 - Representações dos problemas de divisão

GRUPOS	**TIPO DE GRAFISMO (%)**			
	Simbólico	**Pictográfico**	**Idiossincrático**	**Icônico**
G_1	47,5	47,5	5	5
G_2	87,5	7,5	0	5
G_3	87,5	5	0	7,5

Fonte: Spinillo e Lautert (2011)

Para representar as operações com material concreto, o grupo 1 utilizou as fichas para o divisor e o dividendo. E os grupos 2 e 3 operaram a divisão, com pouca representação**.** Nos problemas, quase todas as representações envolveu o dividendo, o divisor, a resolução e o quociente, com índices de 82,5% no grupo 2 e 97,5% no grupo 3. O resto foi raramente representado em todos os grupos, mesmo quando a resolução estava correta. Como as operações não forneciam pistas acerca dos referentes das quantidades e os problemas especificavam as quantidades e seus referentes, representar os procedimentos foi mais frequente nos problemas que nas operações. Com isso, as pesquisadoras inferiram que, mais importante que a presença de material concreto era as quantidades terem um referente que as tornassem significativas.

O estudo de Araújo e Sá (2010) objetivou avaliar o desempenho de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de problemas envolvendo mais de uma operação com números naturais. Tiveram como sujeitos 184 alunos de 3ª a 6ª série do Ensino Fundamental de duas escolas públicas de Vigia de Nazaré/PA, que responderam a um formulário contendo 10 problemas envolvendo os campos conceituais aditivo e multiplicativo. Os resultados indicaram que o desempenho dos alunos de 3ª e 4ª série foi melhor que dos alunos de 5ª e 6ª, tanto nos problemas algébricos quanto nos aritméticos. Tendo os alunos da 4ª série melhor desempenho que as demais séries.

A pesquisa não aponta a diferença de desempenho em relação ao tipo de problema: aritmético ou algébrico, talvez porque das 10 questões propostas apenas três eram algébricas, ficando desproporcional a comparação entre elas. Os autores finalizam pontuando a necessidade de estudos que analisem, por meio da observação, o desenvolvimento das atividades pedagógicas realizadas pelos docentes das 3ª e 4ª séries do município onde foi desenvolvida a pesquisa a fim de avaliar como é desenvolvido o ensino da resolução de problemas com mais de uma operação aritmética.

Ribeiro e Santana (2010) apresentaram um recorte de uma pesquisa realizada em nove regiões do Estado da Bahia, com o objetivo de analisar o desempenho dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, em situações-problema do campo aditivo. 28 estudantes responderam a um questionário composto por 18 situações-problema. O desempenho geral dos estudantes foi de 44% de acerto. As pesquisadoras apontaram que esse percentual estava muito abaixo do esperado para alunos do 5º ano e que tais dificuldades estavam relacionadas à falta de domínio na leitura; na interpretação das situações-problema; na realização das operações e até mesmo no desinteresse dos estudantes.

E concluíram que esses resultados trazem indícios de que os estudantes ainda chegam ao 5º ano do Ensino Fundamental sem dominar conceitos simples do campo conceitual aditivo e que os resultados abrem novas interrogações, como por exemplo: essas tendências se confirmariam num maior número de estudantes no Estado da Bahia? Este fenômeno ocorre também nas escolas particulares? Quais as categorias de situações-problema que os alunos apresentam mais dificuldade? E como os professores abordam o campo aditivo?

O estudo de Santos e Santana (2010) teve como objetivo diagnosticar o atuação de estudantes do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental na solução de problemas com estruturas aditivas. Os sujeitos foram 773 estudantes de 10 escolas públicas de oito municípios da região Norte da Bahia, submetidos a resolução de um questionário com 18 problemas aditivos com pequenos números. O desempenho médio dos estudantes foi de 35%, o que surpreendeu as pesquisadoras, uma vez que as situações-problema abordavam números cuja soma não ultrapassava duas dezenas, além de ter deixado de fora situações de maior complexidade.

De um modo geral, nenhum dos anos escolares alcançou a média de 50% de acerto. E, embora tenha havido um aumento de desempenho de um ano para outro na medida em que as séries aumentavam, as pesquisadoras ressaltaram que esse aumento é pequeno se considerada a passagem de três anos escolares do 2º para o 5º ano. As médias de acerto estão no quadro 5, vejamos.

Quadro 5 - Indice de acerto no teste

ANOS ESCOLARES	MÉDIAS DE ACERTO (%)
2º ano	24,7
3º ano	29,9
4º ano	37,2
5º ano	45,4

Fonte: Santos e Santana (2010)

Diante de tais resultados, constataram que alguns aspectos didáticos podem ter influenciado na resolução dos alunos como a falta da leitura compreensiva para interpretação da situação; o desenvolvimento da intuição, do cálculo mental, da estimativa e a proposição de situações diversificadas para explorar as contradições das palavras que funcionam como pistas.

Etcheverria (2010) buscou diagnosticar os estágios de desenvolvimento do campo aditivo de 331 estudantes e suas 11 professoras, dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Trata-se de um estudo exploratório, desenvolvido em três escolas municipais de Amargosa/BA. Primeiramente as professoras foram solicitadas a elaborar 6 problemas cada uma, totalizando 66. Obteve-se as seguintes categorias: 34,4 % de composição; 32,7 de transformação; 15,5% de comparação e 17,2% misto. Contudo, 56,8% dos problemas apresentavam pouca complexidade, o que evidenciou que, apesar de serem variados, possuíam o mesmo grau de complexidade, dificultando a expansão do campo conceitual aditivo pelos estudantes.

A segunda parte da pesquisa ocorreu com os alunos resolvendo dezoito problemas elaborados pelo pesquisador, onde observou-se que nos problemas de adição envolvendo o esquema de juntar e ganhar houve um desempenho de 65,8%. Já nas situações abrangendo a subtração com a ideia de retirar, apenas 47,4% dos estudantes acertaram. E os problemas de comparação, que as professoras não elaboraram nenhum problema, apresentaram índice de apenas 25,8% de acertos.

Depois que o pesquisador classificou os problemas elaborados pelas professoras e obteve os resultados das resoluções dos alunos nos problemas por ele formulados, verificou que, em geral, há uma relação entre os índices apresentados, pois as situações prototípicas de composição e transformação que representou 56,8% dos problemas elaborados pelas professoras tiveram o maior índice de acerto pelos alunos (61,2%) e os modelos que não foram elaborados pelas professoras os alunos não obtiveram sucesso.

O trabalho de Rufino, Feliciano e Silva (2010) buscou levantar as principais dificuldades dos professores em auxiliar seus alunos a compreenderem enunciados aditivos. Cinco professores do município de Chã de Alegria/PE, responderam a um questionário com 4 perguntas, sendo as duas primeiras para verificar a base conceitual aditiva dos professores e as outras duas identificar se os professores apontavam situações desenvolver o repertório de representações dos alunos. Nas duas primeiras questões, apenas um dos professores reconheceu uma das características da operação adição, que foi a ideia de juntar e as dificuldades relacionadas ao não reconhecimento dos invariantes operatórios aditivos (como conceitos e teoremas em ação) foi citada por quatro dos professores investigados.

Nas duas últimas questões, nenhum dos professores pontuou situações frutíferas para dirimir as dificuldades dos alunos com problemas aditivos, detiveram-se apenas em citar alguns recursos como paletas de picolé, material dourado e tampas de garrafas. Os pesquisadores concluíram que estes professores não reconheciam a base inicial conceitual aditiva e não se identificavam com o papel de mediadores da aprendizagem para o desenvolvimento do repertório de esquemas e representações de seus alunos.

O estudo de Andrade, Souza e Luna (2010) objetivou avaliar o desempenho dos alunos em resolução de problemas aditivos. Foi desenvolvido com alunos do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental e professores de três escolas públicas do município de Feira de Santana. Os alunos do 2º ao 4º ano responderam a 18 questões. Os do 5º ano, além destas, também responderam a um questionário com aspectos sociais e pedagógicos, composto de 15 questões, relativas ao perfil social de sua família, aos hábitos de estudo e sua relação com o professor de Matemática. E os professores responderam a 39 questões avaliando sua relação com problemas aditivos; sua formação; seu desenvolvimento profissional; suas concepções sobre o livro didático e hábitos no ensino de matemática.

Constataram que nos diferentes anos do Ensino Fundamental, há um maior investimento das práticas docentes nos problemas protótipos, pois foi a categoria que os alunos demonstraram maior conhecimento com 29,8% de êxito nos alunos do 2º ano e 82% nos alunos do 5ª ano. Já nos problemas de extensão,que apresentavam maior complexidade, os índices não ultrapassaram 75% no 5º ano, o que foi considerado baixo, pelos pesquisadores, tendo em vista que este assunto começa a ser trabalhado, normalmente, desde o 2º ano.

Estes achados deram indícios de que os professores trabalhavam sempre com a ideia de juntar as partes para alcançar o todo ou subtrair uma parte do todo para obter a outra parte, a qual diz respeito aos problemas de composição, que são mais presentes nos livros didáticos. E finalizam esclarecendo que estes dados são resultados da primeira etapa da pesquisa diagnóstica realizada com os alunos. A segunda etapa será a análise do questionário dos professores, o qual pretende propiciar a reflexão destes sobre sua prática.

Santos (2010) realizou um estudo descritivo do desempenho de 331 estudantes do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental de três escolas públicas municipais da Bahia. Os dados foram coletados pela aplicação de um pré-teste contendo 18 problemas aditivos. Os resultados revelaram um desempenho muito baixo dos alunos nos problemas de mesma classe quando estes abordavam situações diferentes e em problemas de comparação. Apresentaram um percentual de acerto de 67% nos problemas protótipos de composição e 55% nos de transformação. Este desempenho foi considerado baixo pela pesquisadora, uma vez que a ideia envolvida nestes problemas era de acrescentar partes para obter o todo.

Também nos problemas de segunda extensão os alunos obtiveram 42% de acerto e nos de quarta apenas 25%. A pesquisadora, ressaltou que, a complexidade desses problemas vai aumentando conforme as extensões, por isso requerem maior raciocínio. Os problemas de transformação chegaram a 35% de acertos os de comparação a 25%. A hipótese foi que os primeiros modelos de problemas não são trabalhados pelos professores durante os anos inicias. A pesquisadora também levantou as seguintes questões: os professores abordam de maneiras diferentes os problemas com adição e subtração? Eles trabalham os problemas de forma diversificada? Desenvolvem, a partir dos problemas, habilidades como ler e interpretar, identificar os componentes dos problemas?

O estudo de Brandt et al. (2010) teve por objetivo interpretar as dificuldades dos alunos do 5° ano do Ensino Fundamental de duas escolas públicas na resolução de problemas aditivos. Estes responderam a um teste contendo cinco problemas aditivos. Problemas envolvendo comparação de quantidades, trouxeram maior dificuldade para os alunos, pois, dos dois problemas com esse modelo, o percentual de erro em um foi 37% e no outro 44%. O problema de adição com a ideia de juntar apresentou apenas 3% de erro. Já o problema do tipo parte-todo, no qual o todo e uma parte são conhecidos e a pergunta é feita sobre a outra parte apresentou 11% de erros.

Para as pesquisadoras, o primeiro tipo de problema é melhor compreendido pelos alunos devido à ideia de juntar partes ser mais acessível. Destacaram ainda que, embora as questões propostas tenham contribuído para a identificação das dificuldades dos alunos no campo aditivo, há a necessidade de um estudo que permita a intervenção em sala de aula, principalmente, na maneira como tais problemas são apresentados aos alunos, para que haja a superação das dificuldades nesses problemas.

A pesquisa de Vieira, Santana e Correia (2010) teve por objetivo analisar o desempenho de 969 estudantes do 2º ao 5º ano em situações-problema do campo aditivo. Participaram 11 escolas públicas de 9 cidades do Sul da Bahia. A coleta de dados ocorreu através de 18 situações-problema aditivas. O desempenho médio dos estudantes foi de 35% e nenhum dos anos escolares alcançou média de 50%. No 2º ano a média foi de 24,7%, no 3º de 29,9%, no 4º de 37,2% e no 5º de 45,4%. Apesar do 5º ano ter se sobressaído, os pesquisadores consideraram esse percentual muito baixo, visto que o domínio de conceitos aditivos esperado deste ano ser bem mais elevado. Também observaram que os melhores desempenhos foram nos problemas de composição e transformação de uma relação. E os mais baixos os problemas de composição de várias transformações.

Mariano (2013) analisou se os 42 alunos do 3º ano uma escola pública municipal de São Paulo, construíam enunciados envolvendo diferentes significados da adição e da subtração. Inicialmente a pesquisadora apresentou aos alunos as sentenças matemáticas já montadas com posições diversificadas do termo desconhecido (algumas no estado inicial; outras no estado intermediário e outras no final). E os alunos elaboravam os enunciados dos problemas com base nos dados da sentença. Os resultados apontaram que os alunos utilizaram mais de uma interpretação da sentença matemática na formulação de seus problemas, priorizando os significados de transformação, enquanto os significados de comparação e composição praticamente não foram utilizados.

Além disso, na subtração, quando a sentença apresentava incógnita no estado inicial ou no intermediário, os alunos tiveram maior dificuldade na elaboração do enunciado, pois muitos deles não desenvolveram textos condizentes com a sentença matemática e alguns devolveram em branco a atividade. Também houve certa dificuldade em estabelecer uma conexão entre as operações de adição e subtração. Para a pesquisadora, a maior incidência na elaboração de problemas de transformação é um indício de que este significado é mais trabalhado em sala de aula que os de composição e comparação. E concluiu ressaltando a importância do professor trabalhar também, e com a mesma intensidade, os outros significados.

O trabalho de Castro Filho, Barreto e Gomes (2004) objetivou avaliar o domínio conceitual dos alunos do primeiro e segundo ciclos do Ensino Fundamental de 30 escolas da capital cearense e 74 do interior do estado em problemas com estruturas aditivas e multiplicativas. O primeiro ciclo respondeu a um teste, contendo 18 questões e o segundo, além destas, mais 6 com maior grau de complexidade, totalizando 24 questões. Após a resolução, a criança era entrevistada, para explicitar as estratégias utilizadas. Esta última fase ocorreu com doze alunos da capital e oito do interior, sendo usados cinco problemas com os alunos do primeiro ciclo e oito do segundo.

Foram examinadas as representações usadas pelos alunos para simular quantidades contidas nos problemas e foram encontradas cinco tipos: simbólica (símbolos matemáticos formais); gráfica (desenho de objetos); mental (sem nenhum registro gráfico, simbólico ou material); concreta (objetos físicos como dedos) e mista (duas representações em uma única resolução). Também foram observadas as estratégias de resolução e detectadas duas categorias: heurística (resolução informal e sem generalização) e algorítmica (manipulação de símbolo com aplicação de um conjunto de regras).

Nos aspectos quantitativos, inicialmente foram analisadas as 18 questões aplicadas ao primeiro ciclo e as 18 primeiras do segundo, a fim de comparar os resultados tendo como parâmetro o mesmo conjunto de problemas. Observou-se que os alunos do primeiro ciclo acertaram em média 22,2% das questões e os do segundo ciclo 39,4%. Ao considerar todas as 24 questões do teste no segundo ciclo a média de acertos foi de 36,7% indicando pouca alteração de desempenho quando consideradas as seis questões adicionais. Ao comparar o desempenho dos alunos em função de sua localização, capital ou interior, as diferenças não foram muito expressiva, conforme indica o quadro 6.

Quadro 6 - Indice de acerto por localização

CICLOS ESCOLARES	LOCALIZAÇÃO DO ALUNO	MÉDIAS DE ACERTO (%)
1º Ciclo	Capital	23,3
	Interior	21,7
2º Ciclo	Capital	38,3
	Interior	35,4%

Fonte: Castro Filho, Barreto e Gomes

A ligeira superioridade dos alunos da capital em relação aos do interior, para os pesquisadores, são explicados muito mais pelo tamanho da amostra que pelo desempenho específico da região. Ainda segundo eles, o desempenho dos alunos investigados, embora não tenha ultrapassado 50% de acertos, são considerados satisfatórios por mostrarem que os alunos apresentaram vasto conhecimento matemático, mesmo quando sua resposta não estava de forma convencional e que o elenco de descrição apresentado na análise qualitativa, pode ser de grande utilidade para os profissionais de educação.

Gonçalves (2007) buscou identificar falas e gestos que indicassem o uso do conhecimento matemático em situações do cotidiano dos alunos. Tratou-se de uma pesquisa com abordagem qualitativa, do tipo participante tendo como sujeitos seis estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental, com idades entre 10 e 11 anos. Eles realizaram oralmente uma atividade contendo situações relacionadas a dinheiro, enquanto eram filmados e entrevistados. As entrevistas revelaram que os alunos tendem a transformar a subtração, a multiplicação e a divisão, numa adição simples, pela decomposição ou agrupamento e que, na maioria dos casos, as estratégias de cálculo tinham uma base no conhecimento escolar, como o sistema de numeração decimal, mas a forma como procederam dificilmente teria haver com a resolução de problemas escolar.

No que diz respeito a vídeo-gravação, como recurso de coleta de dados, o pesquisador, a considerou extremamente eficaz, por possibilitar captar sons diversos e imagens, como o uso das mãos, gestos e expressões faciais, principalmente porque a pesquisa manuseou, essencialmente, as estratégias de cálculo oral e não dispôs do registro escrito. Na finalização apontou como sugestão para pesquisas posteriores que, um número maior e mais diversificado de alunos poderia trazer maior diversidade de dados, nas estratégias de cálculo.

Cruciol e Silva (2013) buscaram avaliar o nível de aprendizagem de 12 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Brasília na resolução de problemas multiplicativos, analisando as estratégias e os obstáculos evidenciados por eles em suas resoluções. Os alunos responderam a 16 problemas, mas as pesquisadoras optaram em analisar um problema de cada um dos significados do campo multiplicativo. No problema que envolvia a multiplicação comparativa, 10 alunos responderam corretamente e os outros dois, embora demonstrassem compreender o algoritmo, 1 deles apresentou dificuldade na interpretação do problema e outro não conhecia o significado do termo quádruplo.

No problema de divisão com ideia de proporcionalidade, nenhum aluno acertou integralmente o problema. 10 deles não desenvolveram nenhuma sentença matemática, nem algoritmo e 2 pensaram na estratégia correta, mas não chegaram ao resultado correto, indicando que a interpretação do enunciado representou o maior obstáculo para a resolução desse problema. No problema com significado de configuração retangular, 6 alunos, acertaram, 2 escolheram a estratégia adequada, mas não desenvolveram os cálculos corretamente e 4 erraram integralmente o problema. Neste caso houve um avanço em relação ao anterior.

No problema com sentido de combinatória, apenas 3 alunos chegaram ao resultado correto e 9 erraram integralmente. As pesquisadoras destacaram que durante a atividade os alunos disseram não ter visto esse conteúdo em sala de aula. Na quantificação dos dados, utilizaram a seguinte estratégia: multiplicaram os 12 alunos da pesquisa por 16 problemas resolvido por cada um, obtendo 192. Destes, 45 questões (23,44%) foram respondidas corretamente, 108 (56,25%) incorretas e 39 (20,31%) com estratégias adequadas, mas com erros na execução ou no algoritmo. Para as autoras esses alunos estavam concluindo o 6º ano com muitas dificuldades em interpretar problemas, executar uma estratégia que os levassem à resolução e validar ou avaliar a estratégia e a solução obtida.

Zaran e Santos (2013) analisaram os procedimentos adotados por 53 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de São Paulo em resoluções de problemas multiplicativos. A coleta de dados ocorreu com a aplicação de 4 problemas com a ideia de “muitos a muitos”. As pesquisadoras observaram que os alunos não compreenderam a ideia envolvida nos problemas, não identificaram os procedimentos pertencentes ao campo multiplicativo e nos problemas que requeriam a apropriação do pensamento proporcional, apresentaram grande dificuldade nos procedimentos de divisão, já na multiplicação as dificuldades foram menores.

E finalizaram apontando que um possível facilitador para o ensino destas operações fosse um trabalho articulado entre elas, para que fossem estabelecidas as devidas relações entre ambas, o que também poderia contribuir com a diminuição das dificuldades nos procedimentos da divisão, uma vez que, ao perceberem sua relação com a multiplicação, esses processos poderiam ser compreendidos mais claramente.

O trabalho de Merlini, Magina e Santos (2010) teve como objetivo observar o desempenho de 349 estudantes de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental na resolução de situações problemas envolvendo estruturas multiplicativas. Tratou-se de um estudo descritivo diagnóstico, que teve como lócus uma escola pública estadual de São Paulo, onde os alunos resolveram sete problemas com estruturas multiplicativas. A análise do teste foi dividida em duas categorias. Na categoria global quantitativa foi analisado o desempenho geral dos estudantes, constatando que tiveram desempenho regular de 54% de acertos e na análise por questão, em três das sete questões propostas alcançaram patamares inferiores a 45%.

Analisando os desempenhos de acordo com a classe de problema, constatou-se que nos dois problemas da classe de proporção simples, com correspondência “um para muitos”, os estudantes tiveram 66% de acerto em um e 78% no outro. Na correspondência “muitos para muitos” o índice caiu para 26%. Em relação à classe proporção múltipla os estudantes tiveram 44% de acerto; na comparação multiplicativa 65% e na classe produto de medidas na subclasse configuração retangular 72%, em detrimento do raciocínio combinatório que atingiu apenas 28%. Isso mostra um desempenho heterogêneo, oscilando entre 26% e 78% de acerto, o que, segundo os pesquisadores, indicam lacunas no ensino dos problemas dentro das classes, numa clara denotação que as mesmas não vem sendo minimamente trabalhadas na escola.

Lima (2013) investigou as diferentes estratégias de resolução de problemas de divisão com as ideias de partição e quotição, com 105 alunos do 4º ano do Ensino Fundamental de três escolas públicas de Maceió, que resolveram a uma atividade com quatro problemas de divisão. A pesquisadora observou, na análise da atividade, que os alunos apresentavam dificuldade na compreensão do problema e na organização do algoritmo, pois se apoiaram insistentemente no desenho para entender o enunciado. Para ela o ensino da multiplicação e divisão com base na tabuada estava se dando de forma mecânica, o que dificultou a compreensão na operacionalização dos cálculos.

Foi solicitado aos alunos que, além de resolverem ao problema, explicassem o raciocínio adotado para sua resolução. Contudo, estes demonstraram não ter vivenciado situações em que eram convidados a analisar, comparar e explicar seu pensamento matemático, o que dificultou sua participação em justificar suas soluções. A autora concluiu que os alunos participantes da pesquisa ainda se pautavam no campo aditivo para a solução de problemas envolvendo a divisão e não diferenciavam a especificidade do campo multiplicativo.

O estudo de Piva e Wielewski (2013) objetivou verificar quais estratégias os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental mobilizavam na resolução de problemas de divisão. 8 alunos responderam a um teste com sete problemas de divisão. A abordagem metodológica foi qualitativa do tipo estudo de caso. Na análise dos dados constataram que os alunos valorizaram os algoritmos de chave longa (procedimento convencionalmente), em detrimento do algoritmo com chave breve, pois, de um total de oito alunos, cinco adotaram o primeiro método. Em relação às operações escolhidas, houve maior incidência na multiplicação e subtração, enquanto a adição e o desenho foram menos priorizados.

Dois outros aspectos foram observados: maior dificuldade na operação de divisão com dois algarismos no divisor e essa insegurança os conduziam a testarem várias operações na resolução, demonstrando que ainda não conseguiam identificar as operações e por isso faziam tentativas. O estudo concluiu que, as estratégias mobilizadas pelos alunos para a resolução dos problemas, de um modo geral, foram os algoritmos convencionais. Os desenhos, risquinhos, bolinhas, só estiveram presentes quando induzidos pelo pesquisador, propondo outras formas de representar e resolver a questão.

Campos (2010) investigou as representações do conceito de divisão expressas em dois problemas criados pelos alunos para um dado cálculo de divisão. Os sujeitos foram 45 alunos do 5º, 6º e 8º ano do Ensino Fundamental e o lócus uma escola estadual de Campo Grande/MS. Inicialmente os alunos receberam os valores do dividendo, do divisor, do quociente e do resto e construíram um problema com os dados. No segundo momento receberam o valor da solução e criaram um problema em forma de estória, usando a divisão.

A maioria dos alunos teve dificuldade em elaborar problemas com os valores apresentados, pois, na primeira situação, dos 45 alunos, apenas 14 construíram um problema com enredo contendo os termos da divisão. No segundo caso, dos 45 alunos, apenas 15 elaboraram uma estória envolvendo alguns termos da divisão e o resultado indicado pela pesquisadora. Além disso, 13 alunos elaboraram problemas relacionados a outras operações como adição e subtração. E as estórias criadas, embora contemplassem todos os dados na ordem que deveriam ser usadas na aplicação do algoritmo, eram bastante simples, semelhante àquelas do livro didático, contendo de uma a duas frases curtas, apresentando a situação e as quantidades. Para as pesquisadoras predominou a divisão como distribuição e dificuldade em compreender as relações entre os termos da divisão; o significado das operações no problema e em tratar o resto adequadamente.

Borba et al. (2004) objetivou investigar os significados da divisão e as representações simbólicas usadas na resolução de problemas de divisão com resto diferente de zero. Participaram do estudo 128 crianças de 3ª e 5ª séries de duas escolas públicas do Recife, que realizaram inicialmente um exame com seis problemas (2 de multiplicação e 4 de divisão) e de acordo com a homogeneidade dos resultados foram aparelhados em quatro grupos recebendo materiais diferentes para resolução dos problemas. O grupo 1 recebeu fichas; o grupo 2 papel e lápis; o grupo 3 calculadora e o 4 não recebeu nenhum material e respondeu aos problemas oralmente. Nesta etapa os pesquisadores liam o problema e estimulavam as crianças a usarem o material recebido pelo grupo.

Na apresentação dos resultados não fizeram referência as resoluções dos alunos da 5ª série, apenas as da 3ª. Foram utilizados quatro critérios de análise: o primeiro se os problemas de partição foram tratados de modo diferente dos de quotição e concluiu que muitas crianças utilizaram procedimentos diferenciados para lidar com cada um destes significados. Outro critério analisou às representações usadas nas resoluções como a oralidade, a calculadora, o desenho e o material manipulativo. Neste caso o cálculo oral e a calculadora foram menos transparentes por exigirem maior controle de quanto do total já foi dividido e quanto ainda está por dividir. Já com o material manipulativo ou desenho, as subdivisões foram efetuadas com maior visibilidade.

O terceiro critério referiu-se ao tratamento dado aos problemas com resto pequeno e resto grande e apontaram que não havia tratamento diferenciado para o resto em função de seu tamanho. O mais comum entre os alunos era dar um novo fim a ele, independente de seu tamanho. E o último critério que verificou se o desempenho de crianças de 3ª serie era diferente do desempenho de crianças de 5ª serie, ficou para ser apresentado em pesquisas posteriores.

A pesquisa de Starepravo (2007) buscou descrever os procedimentos gráficos apresentados por 4 crianças de 3ª série do Ensino Fundamental, diante de situações-problemas envolvendo multiplicação e divisão. O lócus foi uma escola particular de Curitiba, que oferecia, gratuitamente, Educação Infantil e Ensino Fundamental, de 1ª a 4ª série, para as famílias de baixa renda. Os alunos resolveram 6 problemas com situações de compra, tendo como recurso encartes de ofertas de supermercado. A análise qualitativa dos dados confirmou que procedimentos aditivos foram mais usados pelas crianças, porém com sentidos diferentes nos diversos tipos de problemas.

A pesquisadora destacou que as representações simbólicas convencionais deveriam ser construídas pelas crianças, a partir de suas próprias representações e não impostas pelo professor e suscitou os seguintes questionamentos para estudos futuro: como uma intervenção pedagógica deste tipo pode ocorrer em sala de aula? Como o professor pode trabalhar as estruturas multiplicativas, na perspectiva da resolução de problemas, com um grande número de alunos? Como as crianças lidam com as estruturas multiplicativas, mediante uma intervenção deste tipo, em sala de aula, considerando a interação com os colegas da turma?

Gonçalves (2010) objetivou investigar as relações entre o que o professor diz ser importante para o ensino das quatro operações e o que diz ensinar em relação aos algoritmos destas operações. O levantamento foi realizado com 4 professores de Campina Grande do Sul/Paraná, sendo 2 da 4ª série e 2 da 5ª. Eles responderam a um questionário e participaram de três entrevistas. No questionário deveriam classificar a importância de recursos como calculadora, tabuada, cálculo mental, resolução de problemas, livro didático, materiais manipuláveis, exercícios de arme e efetue, para o ensino das quatro operações e apontar quais desses mais utilizavam em suas aulas. O arme e efetue foi considerado mais importante pelos professores com formação em matemática que pelos sem formação em matemática.

Após a análise do questionário, foi realizada uma entrevista com palavras chaves, cujas falas dos entrevistados eram orientadas pelas palavras dispostas sobre uma mesa, a fim de identificar os recursos considerados mais importantes e a forma como eram trabalhados. Apenas uma professora manteve sua opinião inicial sobre o recurso que julgava importante para o ensino das quatro operações. Os outros falaram pouco ou nada sobre como costumavam trabalhar com esses recursos.

Em outro momento foram recolhidas fichas avaliativas utilizadas pelo município; os dados da primeira entrevista; os cadernos dos alunos e uma avaliação aplicada às turmas nas quais os professores lecionavam, sendo que a escolha desses dois últimos ficou a critério de cada professor. Com essas fontes em mãos, o pesquisador realizou uma entrevista semiestruturada, com perguntas comuns a todos e outras específicas a cada entrevistado, a fim de levantar as contradições observadas nessas fontes de dados.

Constatou, então, que não havia evidência de trabalho com materiais manipuláveis nos cadernos, embora tenha sido citado nas entrevistas. Os professores reconheceram que trabalhavam resolução de problema para treinar as operações e o caderno mostrou isso, mas disseram que o aluno poderia resolver como preferisse. Nas dificuldades com a divisão as atribuíram ao desconhecimento da tabuada e, embora uma professora tenha apontado a calculadora como recurso, afirmou não usar, por falta de material. Outro admirava material manipulável e jogo, mas, disse não ter tempo para desenvolvê-los. E, apesar de citarem o material dourado como importante para a decomposição do número, uma professora afirmou não usar e outra assumiu resistir em deixar o arme e efetue.

A última entrevista foi em grupo, onde foram apresentados trechos das entrevistas aos professores, sem identificá-los a fim de provocar a discussão acerca do que o outro falou, já que todos tinham lido os depoimentos que deram, mas não conheciam o depoimento dos outros entrevistados. A ênfase no trabalho com algoritmo foi percebida nos cadernos e nas falas dos professores e, embora tenham falado de cálculo mental, jogos e resolução de problema, o treino algoritmo apareceu como principal objetivo do ensino das quatro operações. Nas entrevistas, a memorização da tabuada foi apontada como essencial para o cálculo da divisão e da multiplicação.

Também foi destacada uma ordem linear no ensino das operações em que primeiro se trabalha os algoritmos para depois os problemas, confirmando o que a literatura atual apresenta. E as dificuldades apontadas pelos professores como insegurança, falta de conhecimento, falta de tempo, entre outros, reforçam a tendência de considerar algumas metodologias e recursos importantes para o ensino das quatro operações, mas, não utilizarem em suas aulas.

A pesquisa de Benvenutte (2008) objetivou caracterizar as estratégias de resolução, produzidas por 41 alunos de 5ª série para a solução de problemas de divisão. Os alunos, de uma escola pública estadual de SC, responderam a um questionário com 4 problemas de divisão. Do total de 164 respostas (41 alunos vezes os 4 problemas), 116 estavam corretas e 48 incorretas. As soluções foram diversas e, apesar da predominância do algoritmo de divisão, com 140 resposta (108 corretas e 32 incorretas), foram apresentadas respostas com algoritmos de todas as operações, além de desenho e outras formas não convencionais. Os erros mais frequentes foram na tabuada, principalmente na subtração e divisão, com 14 das 32 respostas incorretas e na execução do algoritmo, com 10 respostas incorretas, quando o aluno armava a conta, mas não executava o procedimento correto.

O estudo de Ferreira e Lautert (2003) teve por objetivo elucidar a tomada de consciência do conceito de divisão. Entendendo a tomada de consciência como uma construção decorrente das relações do sujeito com o objeto, vista como uma conceituação. Para sua concretização, uma criança de 6 anos, cursando alfabetização em uma escola particular de Recife, foi entrevistada e solicitada a representar um problema de duas formas: uma gráfica, em que, após os pesquisadores lerem o problema, a criança usava lápis e papel para representar seus elementos e resolvê-lo e outra concreta em que foram disponibilizados fichas e objetos idênticos aos contidos no problema.

A análise qualitativa da observação e da entrevista apontaram que a criança apresentou graus diferenciados de tomada de consciência da divisão, sem, no entanto, atingir a conceituação. E, ao lidar com um dado novo, ela recorria a seus esquemas de adição já construídos, sem reelaborar ou construir novos esquemas para tomar consciência das relações entre o resto e os outros termos da divisão. Além disso, apesar dos referentes como palavras ou objetos relacionados à quantidades apresentadas no problema e presentes na linguagem do examinador terem sido relevantes na construção de tomada de consciência por parte da criança, não lhe possibilitou o entendimento, de que a divisão remete à ideia de totalidade e interdependência entre seus termos.

O estudo de Lautert e Spinillo (2002) buscou investigar a relação entre o desempenho das crianças em problemas de divisão e suas concepções sobre a divisão. Participaram da pesquisa 80 crianças de escolas particulares do Recife, com idades entre 5 e 9 anos, que resolveram a dois problemas de divisão, sendo um de partição e outro por quotas, seguida de uma entrevista clínica para falarem de suas concepções sobre a divisão. Para a aplicação do questionário os alunos foram divididos em dois grupos: um com alunos sem instrução sobre a divisão e outro com instrução sobre a divisão.

O resultado apontou que as crianças com instrução sobre a divisão apresentaram 75% de acerto no problema de partição e 67,5% no problema por quota. E as crianças sem instrução acertaram 2,5% dos problemas de partição e 5% dos problemas por quotas. Além disso, 62,5% das crianças com instrução acertaram ambos os problemas, enquanto 92,5% das crianças sem instrução erraram. Em relação a concepção desses alunos sobre a divisão, 40% dos que erraram ambos os problemas, forneceram definições sem significado matemático; enquanto 80% dos que acertaram ambos os problemas apresentam definições relacionadas à divisão.

Para as pesquisadoras isto indica que crianças com baixo desempenho na resolução dos problemas apresentaram definições que não expressavam um significado matemático e sim a definição da divisão apenas como uma conta. Por outro lado, as crianças com bom desempenho nos problemas, forneceram definições que expressaram não apenas um sentido matemático geral, mas também a ideia de partição ou de quotas. Uma informação comum tanto nas crianças com instrução, quanto nas sem instrução é que as definições relacionadas à ideia de partição são mais frequentes do que as relacionadas à ideia de quotas.

A pesquisa de Moro (2005) objetivou descrever concepções de divisão por partição expressas em tarefas de repartir coleções numéricas. Seis alunos com idades entre 7 e 8 anos, de 1ª e 2ª série de uma escola pública de Curitiba participaram da pesquisa. Eles foram agrupados em duas tríades e submetidos a resolução de tarefas de divisão por partição propostas oralmente pela pesquisadora, tendo como material 20 fichas, uma caixa com uma divisória repartida em duas partes, dois bonecos, folhas de cartolina e canetas. Todas as ações e verbalizações das crianças foram gravadas.

Os alunos foram orientados a escolher muitas fichas para repartirem entre os dois bonecos ou entre eles mesmos, em seguida reproduziram na cartolina as notações do que foi executado, identificando o número de partes obtidas na repartição e a quantidade total repartida. A atividade retratou hierarquias de concepções da divisão por partição, pois inicialmente imperou a distribuição de uma coleção em duas e, depois, em mais partes, porém sem relação entre a ação efetuada e seus resultados. Depois, predominou as relações aditivas, com identificação dos resultados da partição e no terceiro momento esteve ausente a distinção entre as grandezas e as medidas sobre as quais eles operaram.

Gregolon e Nehring (2004) realizaram um estudo em uma escola estadual pública do interior do Rio Grande do Sul, envolvendo 55 sujeitos entre professores e alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental, a fim de avaliar como a intervenção pedagógica pode intervir na aquisição do conhecimento de multiplicação por parte dos educandos. Os professores foram entrevistados para identificar as interpretações e conceitos que possuíam acerca do ensino da multiplicação e visitas à escola foram feitas para verificar como se processa a construção da operação multiplicação, bem como os materiais e procedimentos utilizados.

Os pesquisadores observaram uma visão simplista dos professores em relação à multiplicação, pois acreditavam que ela era apenas uma adição de parcelas iguais, porém um pouco mais difícil que a adição e que esta última era a base para sua realização. E ressaltaram que, para haver uma mudança na prática pedagógica, há necessidade de mudanças na filosofia de aprendizagem e na formação de conceitos, pois a multiplicação envolve um novo entendimento em relação a um conjunto de sentidos e invariáveis, os quais não são contemplados no ensino da adição.

O trabalho de Lacerda (2010) tinha como objetivo compreender os dizeres e as produções escritas das regras matemáticas de 8 alunos de 5ª série de uma escola pública de Belém na resolução de problemas individuais e em díades. Inicialmente os alunos resolveram individualmente dois problemas de divisão inexata e, em outro momento, dois problemas com o mesmo grau de complexidade, em díades. Esta última etapa tinha o propósito de observar as duplas a partir de três enfoques: a leitura e o diálogo; a escrita e a comunicação e as regras matemáticas e seus contextos.

A resolução individual apontou maior dificuldade dos alunos em aplicar as etapas do algoritmo, pois, mesmo quando conseguiam aplicar a regra corretamente, havia dificuldade em interpretar o resto da divisão. Na análise do enfoque "leitura e diálogo" da resolução em dupla, o estudo assinalou que a leitura possibilitou a compreensão das regras matemáticas, a busca de significados, o reconhecimento de informações implícitas no texto e a identificação da operação a ser utilizada. E que o diálogo entre os interlocutores foram imprescindíveis para a compreensão e interpretação do enunciado do problema matemático.

O enfoque "escrita e comunicação" apontou a importância da linguagem para a construção do conhecimento, uma vez que o gesto, a oralidade e a escrita dos alunos foram fundamentais para organização a elaboração de seu pensamento, ou seja, a comunicação estabelecida entre eles, sobre as regras matemáticas na resolução de problemas, ajudou-os na mudança de pontos de vistas e permitiu que o colega agisse como co-orientador de seu parceiro mostrando a aplicação de regras que o aluno ainda não tinha disponível em seu repertório. E no enfoque "regras matemáticas e seus contextos" a linguagem e a comunicação estabeleceram um meio para compreensão da sequência e passos de um procedimento e assim compreender as regras matemáticas e o uso que se faz dela.

O trabalho de Santana (2008) verificou se as crianças, compreendiam, interpretavam e expressavam na forma escrita problemas de estrutura multiplicativa. Para tanto, aplicou um questionário a 45 alunos de três turmas da 4ª série do Ensino Fundamental, sendo duas do interior e uma da capital do Estado do Pará. O questionário continha 14 problemas multiplicativos e 6 perguntas sobre a leitura do aluno; se encontrou palavra que não entendeu o significado; se compreendeu o que estava sendo pedido no problema; se apresentou a resolução conforme seu entendimento; se apresentou na forma escrita o raciocínio por ele utilizado e se apresentou a resposta do problema quando acabou de resolvê-lo.

Com base nos dois primeiros itens desse questionário o pesquisador perguntou aos alunos se encontraram dificuldade em alguma palavra ou frase e pedia que eles lessem. Com isso formou dois grupos: um com 11 alunos sem problema de leitura e um com 34 alunos com problema de leitura. No grupo que não apresentava problemas na compreensão de palavras ou frases, a porcentagem de problemas resolvidos foi de 34,09% e de problemas não resolvidos foi de 65,91%. E nos alunos com problemas de compreensão houve 26,1% de problemas resolvidos e 73,9% não resolvidos.

Ao investigar se os sujeitos apresentavam explicação para as soluções dadas, o grupo sem problema de leitura apresentou 25% de explicação das respostas encontradas nos problemas, contra 9,56% dos alunos com problema de leitura. Ao comparar as soluções corretas dos problemas na forma escrita, encontrou 25% de respostas corretas para o grupo sem dificuldade de leitura e 7% para o grupo com dificuldade de leitura. O pesquisador destacou que os alunos sem problema de leitura tiveram melhores resultados quantitativo e as dificuldades dos alunos com problema de leitura estavam nos problemas sem identificação da palavra-chave ou enunciados que não traziam todos os dados necessários à resolução.

Barata e Lobato (2011) objetivaram registrar os procedimentos pedagógicos adotados por uma professora de matemática em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental do Município de Vigia. Tal pesquisa se desenvolveu a partir dos resultados obtidos por Silva e Araújo (2009) que constatou que os alunos desta turma apresentavam excelente desempenho na resolução de questões envolvendo mais de uma operação com números naturais. Durante o processo investigativo, além de observarem as aulas da professora sobre resolução de problemas envolvendo as quatro operações, aplicaram 3 questionários aos alunos, sendo o primeiro com questões aditivas de uma operação; o segundo com questões multiplicativas de uma operação e o terceiro com questões aditivas e multiplicativas com mais de uma operação.

Por meio da observação, as pesquisadoras concluíram que a metodologia utilizada pela docente colaborou grandiosamente para os bons resultados da turma, pois, além da utilização do quadro e giz, dispunha de outros recursos como material concreto, calculadora, jogos e criava situações envolvendo dinheiro e desafios. Tal constatação foi ratificada pelo bom desempenho dos alunos nos questionários, pois, no primeiro questionário, não houve nenhuma questão deixada em branco; o número de acertos superou o de erros e muitas delas tiveram 100% de acerto.

No segundo questionário, apesar de nenhuma questão ter alcançado 100% de acerto, houve um menor percentual de erros em relação ao primeiro. E no terceiro, pelas questões apresentarem um índice de dificuldade mais elevado, houve um índice maior de questões deixadas em branco e um desempenho um pouco mais diversificado em relação aos questionários 1 e 2. As autoras reforçaram que o bom rendimento demonstrado pelos alunos na resolução de problemas envolvendo as operações, devem-se, sobretudo as aulas diversificadas e motivadoras desenvolvidas pela professora que constituem um diferencial para despertar no aluno o interesse pela Matemática.

Pombo e Costa (2010) desenvolveram um estudo com objetivo de verificar o desempenho dos alunos em resolver problemas envolvendo as quatro operações. Os sujeitos foram 185 alunos de oito turmas do 4º ao 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Belém/PA, que resolveram a um questionário contendo problemas com as quatro operações. Para analisar os resultados, as pesquisadoras criaram uma escala classificatória: se o percentual de acerto estivesse entre 0 e 20%, o conceito seria insatisfatório; se estivesse entre 20 e 45% seria baixo; entre 45 e 65%, regular; entre 65 e 85% bom e entre 85 e 100% excelente.

Ao final, nenhuma questão obteve conceito regular, bom ou excelente em nenhum dos anos escolaras, prevalecendo os conceitos insatisfatório e baixo. Problemas algébricos apresentaram pior desempenho em quase todas as turmas, com exceção do 4º ano que obteve 100% de índice insatisfatório, nos problemas aritméticos. As pesquisadoras observaram certa dificuldade dos alunos em interpretar questões contextualizadas e envolvendo mais de uma operação. E apontaram a necessidade de estudos futuros levantarem questões sociais dos alunos como a escolaridade dos responsáveis, as pessoas que os auxiliam nas atividades escolares e o interesse em relação a matemática a fim de verificar se estas questões influenciam no desempenho do aluno.

Pereira *et al.* (2006) desenvolveram uma pesquisa, inicialmente, teórica sobre as dificuldades na resolução de problemas matemáticos e, com base nos estudos de alguns autores, perceberam que tais dificuldades estavam relacionadas a interpretação, a argumentação e a generalização dos dados. Construíram, então, uma lista com doze problemas envolvendo as quatro operações, como proposta para contribuir com o ensino em sala de aula. Como a pesquisa ocorreu em Tucuruí/PA, refletiram que tais problemas deveriam partir de situações vivenciadas pelos alunos nesta cidade. Optaram por abordar, nos problemas, as atividades econômicas desenvolvidas no município como o torneio de pesca esportiva da Amazônia e o festival do tucunaré.

Exploraram também os aspectos semânticos (dentro da linguagem aritmética) e os aspectos sintáticos (dentro da linguagem algébrica) que são subjacentes aos contextos verbais e reais como um meio fundamental para superar a resolução mecânica de problemas matemáticos em sala de aula. Finalizaram se mostrando defensoras da ideia de que a resolução de problemas pode se tornar um instrumento ideal para o desenvolvimento do raciocínio e da criatividade dos alunos, enfatizando a necessidade de procurar soluções alternativas, além da natural, que vão além da mera aplicação das operações, tornando os alunos mais autônomos no processo de aprendizagem.

O estudo de Silva (2012) investigou as concepções de professores que atuam nos anos iniciais da Educação Básica a respeito do campo aditivo. Os sujeitos foram três professoras participantes do Programa de Formação Continuada, no Projeto Observatório da Educação, da Universidade Bandeirante de São Paulo. Os instrumentos de coleta de dados incluíram a observação, gravação das sessões de formação do projeto, questionários, entrevistas semiestruturadas e relatórios sobre as atividades aplicadas aos alunos.

O acompanhamento feitos com as professoras ocorreram antes, durante e depois dos encontros de formação. Inicialmente o pesquisador solicitou que cada uma delas elaborasse seis problemas do campo aditivo e, mesmo sem fazer perguntas sobre a teoria dos campos conceituais, procurou implicitamente indícios de aproximação com a teoria. Observou que duas professoras desconheciam os pressupostos da teoria acerca do campo aditivo. Após três encontros de formação foi solicitado que, em grupo, as professoras formulassem outros problemas aditivos para verificar a influência da formação na (re) construção de seus conceitos. Dos 5 problemas formulados 4 envolviam a ideia de composição e 1 transformação.

Nove meses após as formações, o pesquisador entrevistou as professoras, que mencionaram sobre a dificuldade dos alunos com problema de transformação e sua falta de conhecimento para elaborar problemas desta categoria, por serem mais complexos. Também destacaram a importância das experiências vivenciadas na formação, por favorecerem a reflexão sobre a prática pedagógica que adotavam; ampliar seus conhecimentos acerca do campo aditivo e contribuir na mudança da fala, da didática e do método. O pesquisador concluiu que, quando os professores atuantes nos anos iniciais, são inseridos em um programa de formação continuada podem (re) construir seus conhecimentos acerca do campo aditivo.

Sá (2003) em sua pesquisa sobre os problemas envolvendo as quatro operações buscou responder as seguintes questões: O que é um problema de uma operação aritmética? O que é um problema aritmético? Qual a relação entre um problema aritmético e um problema algébrico? Por que alguns problemas, dentro da mesma categoria nos campos conceituais são mais difíceis que outros? Qual é a estrutura que conecta os problemas dos campos conceituais aditivo e multiplicativo?

Primeiro definiu como problema de uma operação, o problema que pode ser resolvido apenas utilizando uma das operações aritméticas, sendo esta determinada diretamente a partir de seu enunciado e do significado semântico da operação. Já os problemas que usam uma operação são os que, no algoritmo de resolução, a operação utilizada não é determinada diretamente por seu sentido semântico. Em relação a segunda pergunta o autor indica que os problemas aritméticos são os que, em sua resolução operacional, não são usadas de maneira implícita ou explicita as propriedades aditivas ou multiplicativas da igualdade. E nos problemas algébricos, são usadas.

Para a terceira questão assinalou que o problema aritmético sempre resulta numa expressão em que o valor desconhecido fica isolado no segundo membro da igualdade. Já um problema algébrico sempre resulta numa modelação em que o valor desconhecido não fica isolado. Neste sentido, a relação entre eles é que o conjunto dos problemas aritméticos cobre o conjunto dos de uma operação e o algébrico é um problema que usa uma operação, embora a recíproca não seja verdadeira. Para o quarto questionamento, no campo conceitual aditivo, um dos motivos é sua estrutura aritmética ou algébrica e no campo multiplicativo é que os problemas do tipo grupos iguais são problemas da operação multiplicação e os problemas do tipo produto cartesiano são problemas que usam esta operação.

Por fim, para responder a última inquietação, destacou que a estrutura que conecta os campos conceituais aditivos e multiplicativos é a unidade do pensamento aritmético-algébrico, pois com essa unidade o indivíduo é capaz de resolver os problemas que envolvem a combinação de operações dos campos conceituais aditivos e multiplicativos.

Finalizamos a apresentação do estudo diagnóstico, no próximo item apresentamos os trabalhos de intervenção.

2.3.2 Pesquisas de Intervenção

Os trabalhos aqui apresentados são de intervenção em sala de aula, ou seja, os pesquisadores propuseram e implementaram alguma metodologia de ensino e/ou recurso didático para os ensino das quatro operações fundamentais. Serão pontuados os objetivos; os sujeitos; o lócus; o tipo de pesquisa; os procedimentos adotados no decorrer da intervenção; os resultados obtidos; os impasses e dificuldades que, por ventura, tenham surgido durante a execução da proposta e os apontamentos para estudos futuros. Novamente seremos fiéis a descrição feita pelos autores, inclusive reproduzindo, termos e expressões por eles utilizados.

Iniciamos por Bezerra (2008) que buscou analisar as possibilidades de elaboração/reelaborarão de procedimentos algorítmicos para as quatro operações fundamentais e as principais dificuldades a eles relacionados. Tratou-se de uma pesquisa-ação, realizada em uma escola pública de João Pessoa/PB com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Inicialmente aplicou dois pré-testes aos alunos: um com 12 questões de aplicação direta do algoritmo e outro com problemas envolvendo as quatro operações. Em seguida desenvolveu uma sequência didática com cinco atividades. E por fim o pós-teste com cinco questões, a primeira de aplicação direta do algoritmo e as demais, problemas com as quatro operações.

No pré-teste de aplicação do algoritmo, 100% dos alunos efetuaram corretamente as adições sem reserva. Nas subtrações sem desagrupamento, 50% dos alunos acertaram e com desagrupamento nenhum aluno acertou. Na multiplicação, as dificuldades foram no desconhecimento da tabuada. A divisão, com resultado não exato, teve 21,7% de acertos; com zero intercalado no quociente, nenhum aluno acertou e muitas perguntas tiveram um alto índice de respostas em branco. No segundo pré-teste com problemas, apenas em um problema o número de acertos superou o de erros em uma situação envolvendo a adição com a idéia de juntar.

Na realização da primeira atividade, usou o material dourado; na segunda bingo, jogos e figuras mágicas para aplicação lúdica da tabuada; na terceira a calculadora, pesquisa em internet e no dicionário acerca do significado dos termos da adição, subtração, multiplicação e divisão; na quarta usou o dinheiro chinês e na última os alunos elaboraram problemas. Analisando comparativamente os dados do pré-teste com o pós-teste, constatou-se que o resultado deste último foi bem mais satisfatório que os do primeiro, pois não houve nenhuma resposta deixada em branco e o índice de respostas certas foi superior ao do pré-teste.

Como sugestão para posterior investigação a pesquisadora aponta analisar se na série seguinte, os alunos que participaram da pesquisa, manterão seu nível de compreensão; avaliar se a compreensão demonstrada nos algoritmos envolvendo os números naturais será ampliada quando for trabalhado com números racionais na forma decimal e analisar até que ponto a compreensão relacional demonstrada, se manterá quando forem apresentadas mudanças na estrutura dos problemas.

Barbosa e Santos (2012) desenvolveram uma pesquisa com o objetivo de avaliar a potencialidade do ensino de problemas envolvendo as quatro operações com números naturais por meio de atividades. O lócus foi uma escola pública de Salvaterra/PA e os sujeitos 18 alunos de 5ª série do Ensino Fundamental. A pesquisa buscava responder a seguinte inquietação: a correta modelação de problemas envolvendo as quatro operações com números naturais, dar subsídios para a melhoria do desempenho de alunos na resolução destes problemas?

Foi realizada em quatro etapas: primeiro a realização do pré-teste geral, com problemas envolvendo as quatro operações; depois a aplicação do pré-teste aditivo, o jogo intitulado trilha das operações com adição e subtração e o pós-teste aditivo. A terceira etapa foi constituída pelo pré-teste multiplicativo; atividades de aprendizagem para a modelação dos problemas; o jogo intitulado Pif-Paf com multiplicação e divisão e o pós-teste multiplicativo. E a última etapa foi o jogo Pif-Paf das quatro operações e o pós-teste geral.

No pré-teste geral 44% dos alunos responderam incorretamente as questões e, em três questões, não houve nenhum acerto. Também 61% dos alunos apresentaram índice de erro maior que o de acerto e nenhum acertou 100% do pré-teste. A comparação do pré- com o pós-teste geral estão na tabela a seguir em que os dados do último teste foram bem mais satisfatórios que o primeiro, pelo aumento do número de acerto e diminuição de erros e em branco.

Tabela 2 -Pré-teste e pós-teste geral

CATEGORIAS	PRÉ-TESTE GERAL (%)	PÓS-TESTE GERAL (%)
Acerto	31,09	57,98
Erro	44,54	31,51
Em branco	24,37	10,50

Fonte: Barbosa e Santos (2012)

Em relação aos questionários aditivos, foram adotadas as mesmas categorias de análise do pré-teste geral. Os resultados do pós-teste aditivo mostraram melhora nos resultados, conforme descrito a seguir.

Tabela 3 - Pré-teste e pós-teste aditivo

CATEGORIAS	PRÉ-TESTE ADITIVO (%)	PÓS-TESTE ADITIVO (%)
Acerto	41,21	67,27
Erro	43,64	33,33
Em branco	15,15	8,48

Fonte: Barbosa e Santos (2012)

No pós-teste multiplicativo os resultados foram bem mais discretos, pois, embora tenha havido melhora no número de acerto e diminuído de erro, as questões em branco sofreram pouca mudança.

Tabela 4 - Pré-teste e pós-teste multiplicativo

CATEGORIAS	PRÉ-TESTE MULTIPLICATIVO (%)	PÓS-TESTE MULTIPLICATIVO (%)
Acerto	25,78	44,00
Erro	53,78	36,89
Em branco	20,44	19,11

Fonte: Barbosa e Santos (2012)

Para as pesquisadoras o resultado indicou que questões envolvendo o campo multiplicativo são mais difíceis que as do campo aditivo e que a correta modelação dos problemas contribuiu para a melhoria do desempenho dos alunos na resolução dos problemas. E finalizaram sugerindo em pesquisas futuras investigar se, caso haja mais tempo para as atividades voltadas para as operações de multiplicação e divisão, o desempenho das quatro operações melhorará.

A pesquisa de Spinillo e Lautert (2007) pretendia responder a seguinte questão: as crianças poderiam superar suas dificuldades se a partir da resolução de problemas de divisão inexata fossem encorajadas a refletir sobre os termos da divisão e suas relações? Participaram 100 crianças de 3ª série do Ensino Fundamental, com idade entre 8 e 11 anos, de escolas públicas do Recife que apresentavam dificuldades na divisão. Utilizaram um pré-teste; uma entrevista gravada e um pós-teste, com as mesmas questões do pré-teste mudando apenas os números e os referentes no enunciado dos problemas. Após o pré-teste os alunos foram divididos em dois grupos: um grupo experimental e um grupo controle.

O grupo experimental participou da intervenção com quatro atividades e entrevista. O grupo controle permaneceu com o ensino usual em sala de aula. No pós-teste o grupo experimental obteve maior média de acerto que o grupo controle e suas respostas refletiam uma compreensão matemática da divisão respeitando as invariantes. A média de acerto do grupo experimental foi de 1,5 no pré-teste e 2,84 no pós-teste. E do grupo controle 1,47 no pré-teste e 1,68 no pós-teste. Para as pesquisadoras as respostas do grupo experimental, demonstravam um nível de compreensão sobre o significado do resto mais elaborado que as do grupo controle, reconhecendo o resto como parte do processo de divisão e passaram a explicitar verbalmente invariantes operatórios relevantes para a compreensão da divisão.

O estudo de Selva e Borba (2007) teve o objetivo de auxiliar 33 crianças da 3ª série de uma escola pública a compreenderem as relações existentes entre o resto inteiro da divisão e o decimal obtido da subdivisão deste resto na calculadora. As crianças realizaram inicialmente um pré-teste e a partir do resultado, foram divididas em três grupos para intervenção. O grupo 1 resolveu os problemas a partir dos desenhos das quantidades que seriam particionadas; o grupo 2utilizou a calculadora e o 3 usou primeiro os desenhos e em seguida contrastou o resultado com a calculadora. A final realizaram um pós-teste. As médias de acerto do pré-teste mostraram que a variável grupo não foi significativa e pós-teste confirmou desempenho superior do grupo 3.

Tabela 5: Médias de acerto nos testes

GRUPOS	MÉDIA PRÉ-TESTE	MÉDIA PÓS-TESTE
Grupo 1	3,36	3,18
Grupo 2	3,73	3,82
Grupo 3	3,36	4,09

Selva e Borba (2007)

O uso do contexto monetário durante a intervenção mostrou grande facilidade das crianças em relacionar os valores decimais encontrados com os centavos. Os que usaram a calculadora tiveram sucesso ao lidar com resultados em metades (0,5), porém, as pesquisadoras destacaram a necessidade de um trabalho com as subdivisões com o resto mais fracionado, como 0,25. E concluíram que o confronto de representação desenvolvido pelo grupo 3 resultou em melhores desempenhos, quando comparados os dois testes. Este dado reforça a importância dessa estratégia, por levar a criança a pensar mais sobre o resultado e gerar procedimentos mais coerentes.

Nascimento e Selva (2007) tinham como objetivo verificar a viabilidade da resolução de problemas com estruturas aditivas a partir de jogos com intervenção; de resolução de problemas e jogo livre. Participaram da pesquisa 36 crianças de uma escola municipal do Recife com idades entre 5 e 6 anos. O experimento consistiu em pré-teste; intervenção; pós-teste imediato e pós-teste posterior (seis semanas após o pós-teste imediato). Após o pré-teste as crianças foram emparelhadas em três grupos para intervenções distintas: grupo 1 jogo com intervenção, grupo 2 resolução de problemas e grupo 3 jogo livre. Vejamos os resultados.

Tabela 6 -Médias obtidas nos testes

GRUPOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO	PÓS-TESTE POSTERIOR
Grupo 1	2,16	4,83	4,75
Grupo 2	2,08	4,16	3,41
Grupo 3	2,08	2,58	2,50

Fonte: Nascimento e Selva (2007)

Os resultados anteriores mostraram a superioridade do grupo 1 em relação aos demais grupos, mesmo após seis semanas. As pesquisadoras ressaltaram que, embora as crianças não estivessem acostumadas a resolver problemas com frequência, a metodologia do jogo com intervenção foi uma alternativa interessante. Para elas o pouco avanço no grupo jogo livre, revela que o jogo pelo jogo não garante a aprendizagem, ainda que favoreça a socialização e a cooperação. E ainda que, a queda do grupo resolução de problemas no pós-teste posterior, possivelmente se deva ao uso de problemas padrão na escola, levando a criança a centrar-se em palavras chave, dificultando o entendimento das relações envolvidas.

A pesquisa de Ventura e Selva (2007) investigou como crianças resolvem problemas com estruturas aditivas, usando representações como materiais manipulativos, reta numérica e algoritmo. Participaram da pesquisa 39 crianças de 1ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública. Inicialmente responderam a um pré-teste com problemas aditivos e, de acordo com seus acertos, foram distribuídas em três grupos, para participarem de intervenções distintas. O grupo 1 resolveu problemas com o uso da reta numérica; o 2 com materiais manipulativos e o 3 papel e lápis. Dois dias após a intervenção realizaram um pós-teste imediato e, quatro semanas após este, um pós-teste posterior. Vejamos os resultados.

Tabela 7: Médias de acertos nos testes

GRUPOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE IMEDIATO	PÓS-TESTE POSTERIOR
Grupo 1	3,30	4,69	4,69
Grupo 2	3,23	4,07	5,23
Grupo 3	3,30	2,92	3,84

Fonte: Ventura e Selva (2007)

Estes dados mostraram uma estabilidade do grupo 1, tanto no pós-teste imediato, quanto no posterior. E a existência de uma aprendizagem consolidada com a reta numérica e material manipulativo. Para os pesquisadores, as melhoras significativas do grupo 2, devem-se ao fato da professora começar a trabalhar mais especificamente os problemas aditivos com o auxílio de material manipulativo neste período. E, apesar do avanço do grupo 3, sua média de acerto ainda ficou inferior aos demais, pois o material manipulativo serviu como apoio para os cálculos, mas, no processo da resolução, os alunos buscavam "palavras-chave" presentes no enunciado do problema, ao invés de analisar as relações envolvidas.

Silva e Menezes (2007) desenvolveram uma pesquisa experimental com uma turma da 4ª série do Ensino Fundamental da rede pública de Carpina/PE. Inicialmente os alunos responderam a um pré-teste. Os seis alunos que acertaram menos de 50% no pré-teste e não apresentaram erro no cálculo numérico, formaram três duplas para as atividades de intervenção e por fim estas três duplas fizeram o pós-teste. Durante a intervenção, uma dupla resolveu os problemas usando diagrama; outra o jogo da carta mágica e retrataram as situações do jogo em forma de diagrama e a última, além do Jogo da carta mágica, dispunha de caneta e papel para efetuar os cálculos do jogo que tivessem dificuldade em fazer mentalmente.

O pós-teste, foi realizado com as três duplas participantes da intervenção e mais uma dupla com baixo rendimento no pré-teste, que não participou da intervenção. Os dados apontaram que, na dupla do diagrama, uma aluna aumentou seu desempenho no pós-teste em 37% e o outro apresentou um decréscimo de 25%. As pesquisadoras justificam que este último resultado se deve ao fato do referido aluno não manifestar interesse em participar do pós-teste. Na dupla do jogo, seguido da representação com diagrama os resultados foram satisfatórios, pois uma aluna obteve aumento de 63% e outra de 50%.

A dupla que usou jogo, caneta e papel obteve aumento de 50% e 12%. E na dupla que não participou da intervenção, um aluno manteve o mesmo índice de 25% de acerto e outro aumentou para 50%. Segundo o referido aluno, ele participou com mais seriedade do último teste. As investigadoras finalizam seu estudo apontando algumas lacunas desta pesquisa que poderão ser contempladas em outras posteriores, a saber: aumentar o número de duplas no universo de pesquisa; aplicar um segundo pós-teste no intervalo de 8 semanas; analisar com mais detalhes as estratégias utilizadas por cada aluno após a intervenção.

O estudo de Conceição e Silva Júnior (2011) objetivou estimular 15 alunos da 4ª série de uma escola pública de Salvaterra/PA a traduzirem enunciados em linguagem matemática através de jogos e atividades. Aplicaram dois testes, intercalados por um conjunto de atividades e jogos, que pretendiam facilitar a compreensão da leitura e tradução de problemas envolvendo as quatro operações. No pós-teste, houve uma diminuição de 92% do número de erros em relação ao pré-teste; na escolha da operação houve uma diminuição de 75% e na execução do cálculo uma queda de 67% dos erros. Em relação ao tipo de problema, houve melhor desempenho nos problemas aritméticos, pois, 34% dos alunos alcançaram conceito excelente nesses problemas nos dois testes e 66% obtiveram conceito insatisfatório nos algébricos.

O estudo de Justo (2009) teve por objetivo investigar as influências da formação continuada de professores para o processo ensino-aprendizagem do campo conceitual aditivo. Para tanto, foi implantado um programa de formação junto a 7 professores de uma escola pública e outra particular, atuantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental de Porto Alegre/RS. A pesquisa iniciou com a aplicação de um questionário contendo 20 problemas aditivos a 320 estudantes do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental.

Destes, 167 compuseram o grupo experimental, participando de um programa de ensino sobre problema aditivo e seus respectivos professores de um programa de formação continuada constituído de quatro oficinas. O restante compôs o grupo controle, não participando do programa de ensino e seus professores não receberam formação pela pesquisadora. Após a intervenção foi aplicado o pós-teste a todos os alunos e seis meses depois reaplicado para verificar se o aprendizado havia permanecido.

Os dados apontaram que, tanto a formação continuada, quanto o programa de ensino, influenciaram positivamente no avanço da aprendizagem, pois os alunos do grupo experimental apresentaram um avanço mais acentuado nas duas escolas em relação ao grupo controle por terem mantido seu desempenho, principalmente no pós-teste 1, aplicado logo após a intervenção. A pesquisadora ressalta que tais resultados evidenciam a importância de políticas e de ações de formação continuada para professores em exercício.

Comercio (2007), objetivou investigar a interação social ocorrida durante a resolução de problemas aritméticos rotineiros e não rotineiros de estrutura aditiva e multiplicativa de 24 alunos da 4ª série do Ensino Fundamental de uma escola municipal de São Paulo. A intervenção ocorreu por meio de um pré-teste, quatro sessões de interação social e um pós-teste. Para análise dos dados foram considerados três níveis de desempenho dos estudantes nos dois testes: de 0 a 49% baixo desempenho, de 50 a 80% médio desempenho e de 80 a 100% alto desempenho.

No pré-teste 45,8% dos alunos apresentaram médio desempenho e no pós-teste 62,5% alto desempenho. Além disso, nos dois testes houve menor desempenho nos problemas não rotineiros e maior dificuldade no cálculo relacional (compreensão das relações numéricas envolvidas) e não no cálculo numérico (uso do algoritmo). A consideração do estudo foi que a interação social entre os estudantes, durante a resolução dos problemas foi uma importante ferramenta no desenvolvimento cognitivo, social, afetivo e na aprendizagem matemática.

O estudo de Moura (2007) teve por objetivo elaborar, aplicar e avaliar um programa de intervenção com 72 crianças de 4ª série do Ensino Fundamental de quatro escolas públicas de São Paulo. O estudo se constituiu de um pré-teste; um programa de intervenção; um pós-teste imediato e um pós-teste postergado, 40 dias após a intervenção. Nos dois últimos testes, foram modificados os textos e as quantidades numéricas dos problemas em relação ao primeiro.

Após a aplicação do pré-teste os alunos foram divididos em dois grupos: 36 para compor o grupo experimental, participando de um programa de intervenção sobre leitura do enunciado do problema e sua representação com material concreto, desenho, diagrama ou dramatização. E os demais compuseram o grupo controle e não passaram pelo programa de ensino. Vejamos os resultados

Tabela 8: Médias de acertos nos testes

GRUPOS	PRÉ-TESTE (%)	PÓS-TESTE IMEDIATO (%)	PÓS-TESTE POSTERGADO (%)
Experimental	7,8	36,8	33,4
Controle	5,6	8,1	9,4
Papel e lápis	3,3	2,92	3,84

Fonte: Moura (2007)

A pesquisadora aponta que, apesar da queda na pontuação do grupo experimental, sua média permaneceu ainda alta e que, para os alunos deste grupo os problemas multiplicativos foram mais complexos de compreender sem o uso de material concreto, sendo a divisão a operação com maior dificuldade para ser representada na linguagem matemática. E também apresentaram dificuldade em compreender problemas com as expressões “a mais” e “a menos”, o que indica dificuldade em tratar problemas de comparação.

De um modo geral, o programa apontou que quando são trabalhadas atividades específicas para compreensão do enunciado e sua representação matemática é possível maximizar o aprendizado, pois com o passar do tempo os alunos foram percebendo quando suas respostas estavam incorretas e podiam corrigi-las a tempo. E ainda que, apesar do programa priorizar o uso de problemas aritméticos, oportunizou a mobilização de conhecimentos que servirão para lidarem com situações mais complexas.

No estudo de Calsa (2002), foi investigada a relação entre a variação da posição da incógnita e o desempenho de 105 estudantes da 4ª série de três escolas públicas de Maringá/PR na resolução de problemas multiplicativos. A amostra foi obtida por meio do pré-teste, pós-teste 1 e pós-teste postergado, 15 dias após o pós-teste 1. Os alunos foram organizados em dois grupos, antes do pré-teste: um experimental, com 45 alunos, para participarem da intervenção e outro controle com 60 alunos que participaram da intervenção. No pré-teste os grupos apresentaram resultados bem próximos, pois na faixa de notas entre 6 e 8 pontos o grupo experimental obteve 46,6% de acerto e o grupo controle 41,6%.

No primeiro pós-teste, a maioria obteve notas entre 6 e 8, tendo o grupo experimental 53,3% de acerto e o controle 46,6%. No segundo pós-teste, as notas entre 6 e 8 do grupo experimental cresceram para 62,2%. A pesquisa constatou ainda que, no pré-teste, a maioria do grupo experimental não apresentou domínio das estruturas simples da multiplicação ou não conhecia os algoritmos numéricos.

Enquanto nos testes subsequentes mostraram um domínio superior dos conceitos e procedimentos multiplicativos, bem como a tomada de consciência dos invariantes operatórios; de seus procedimentos e do cálculo mental. E, principalmente que a variação da posição da incógnita não exerceu influência sobre o desempenho dos alunos na resolução dos problemas.

Matni (2014) desenvolveu uma pesquisa experimental com objetivo de avaliar os efeitos de uma sequência didática no ensino de resolução de problemas envolvendo as quatro operações, junto a 32 alunos do 6º ano de uma escola pública de Belém/PA. Os alunos responderam a um pré-teste geral, contendo problemas aditivos e multiplicativos; participaram da intervenção usando jogos com o intuito de exercitar a tradução dos dados do problema para a linguagem matemática e, ao final, fizeram dois pós-testes, um aditivo, com as mesmas questões aditivas do pré-teste geral e outro multiplicativo com as mesmas questões multiplicativas do pré-teste geral. Os resultados mostraram que problemas aditivos, sofreram diminuição no número de erros e questões em branco.

Tabela 9: Resultado dos testes aditivos

CATEGORIAS	PRÉ-TESTE ADITIVO (%)	PÓS-TESTE ADITIVO (%)
Acerto	53,44	69,37
Erro	32,81	20,63
Em branco	13,75	10,00

Fonte: Matni (2014)

Já no campo multiplicativo as mudanças foram pouco expressivas, pois houve pouco aumento no número de acerto. Por outro lado, houve redução no número de erros e em branco, conforme exibe a tabela a seguir.

Tabela 10: Resultados dos testes multiplicativos

CATEGORIAS	PRÉ-TESTE MULTIPLICATIVO (%)	PÓS-TESTE MULTIPLICATIVO (%)
Acerto	17,50	20,94
Erro	49,69	36,88
Em branco	32,81	42,19

Fonte: Matni (2014)

A autora constatou que o índice de acerto em problemas aritméticos foi maior que em problemas algébricos no pós-teste; que os melhores resultados foram nos problemas aditivos e o campo multiplicativo ficou abaixo do esperado, devido os alunos apresentarem dificuldade de interpretação e no terem domínio da tabuada.

Finalizou destacando que o desempenho dos estudantes poderia ser melhor se houvesse uma sequência didática com atividades associadas ao domínio da tabuada e aos procedimentos de cálculo e ainda que, problemas que usam uma operação são um obstáculo, mas que poderiam ser amenizados se não fossem ensinados de forma separada dos problemas de uma operação.

Silva e Araújo (2010) buscaram diagnosticar os fatores que influenciavam no desempenho da resolução de problemas envolvendo mais de uma operação. A pesquisa foi realizada em duas escolas públicas de Vigia de Nazaré/PA, junto a 184 alunos de 3ª a 6ª séries, que resolveram a um questionário contendo problemas com mais de uma operação aritmética. Os resultados indicaram que o desempenho dos alunos da 5ª série ficou nivelado em relação aos da 3ª e que os alunos na 4ª série, apresentaram o maior rendimento em relação às outras séries. Os pesquisadores pontuaram que, o bom rendimento desses alunos deve-se ao fato de eles terem trabalhado com questões semelhantes a estas durante o ano letivo. Mostrou também que o desempenho dos alunos da 6ª série foi menor que as outras. Neste caso os pesquisadores justificam que estes alunos, apesar de serem os maiores em idade, não deram muita importância para a pesquisa, pois eram muito dispersos e de difícil diálogo.

E finalizam com a indicação que houve um elevado índice de acertos nos problemas, ficando os resultados entre os níveis bons e excelentes, sendo os algébricos os que apresentaram pior desempenho e os aritméticos os de melhor desempenho.

Finalizamos a apresentação dos estudos experimentais. Na sequência apresentamos os estudos documentais.

2.3.3 Pesquisas Documentais

Trazemos aqui os resultados dos estudos levantamentos que tinham como foco a análise documental, ressaltando os objetivos da investigação; os documentos analisados e os resultados obtidos.

Principiamos pela pesquisa de Coral (2010) que em seu estudo junto aos Parâmetros Curriculares Nacionais, buscou investigar como este documento trata o campo conceitual multiplicativo para o 2º ciclo do Ensino Fundamental. Pelo estudo foi possível identificar a existência de aproximação entre a proposta textual dos PCN e as argumentações teóricas usadas como embasamento, principalmente nas categorias de Vergnaud, no que diz respeito às ideias e significações da operação que caracterizam os conceitos, em detrimento dos procedimentos algorítmicos da multiplicação e divisão.

A pesquisa também verificou semelhanças dos PCN com os pressupostos de Vergnaud no que tange a aproximação do conhecimento científico com o conhecimento escolar, pois ambos propõem que o ensino do referido campo conceitual tenha como referência situações problemas com características do cotidiano. As categorias de análise adotadas nos PCN foram: isomorfismo de medida, produto de medida e proporções múltiplas. Constatando que a maior ênfase foi para categoria isomorfismo de medida, porque contemplam todas as suas subclasses.

O produto de medida, também aparece dentre os grupos de conceitos matemáticos elencados pelos PCN, com maior detalhamento para a subclasse do produto cartesiano. Os pontos de divergências entre o documento e a teoria de Vergnaud foi que não houve, por parte do documento, qualquer menção à classe da proporção múltipla sendo a operação de multiplicação enfocada nos PCN, a partir de tratamentos da adição sucessiva, trazendo com certa ressalva um tom de tradicionalismo.

Nascimento e Morelatti (2013) desenvolveram uma pesquisa com o objetivo de analisar a abordagem metodológica presente no material do Projeto Intensivo no Ciclo (PIC), referentes aos problemas envolvendo as quatro operações fundamentais. O PIC é um projeto de recuperação desenvolvido no Estado de São Paulo e visa a ampliação de competências relacionadas à leitura, escrita e Matemática para atender alunos do 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. A pesquisa, de natureza qualitativa, envolveu entre outras etapas a análise documental do material do PIC de 4º e 5º anos em relação à Matemática.

As pesquisadoras observaram que algumas atividades do material poderiam contribuir para que o aluno elaborasse enunciados de problemas e escolhessem a operação correta para resolvê-lo e ainda no material do 4º ano, havia atividades que envolviam a comparação de procedimentos e estratégias de resolução de problemas. O material adotava também, como perspectiva metodológica, a teoria dos campos conceituais de Vergnaud com os campos conceituais, contudo, no 4º ano a ênfase estava no campo aditivo e no 5º no campo multiplicativo.

Outra característica do material diz respeito ao foco dado apenas a dois tipos de raciocínios do campo aditivo, que foram problemas de composição e de transformação, atribuindo menos importância a problemas de comparação e mistos. E problemas associados à ideia comparativa foram poucos trabalhados e os associados à ideia de configuração retangular apareceram apenas no último volume.

Assim, as autoras concluem que, apesar do material pautar-se na teoria dos campos conceituais, apresentando uma diversidade de situações que envolviam os conceitos relacionados às operações e propondo uma mudança nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, pecaram em alguns aspectos, pois dada à importância de trabalhar com os diferentes significados e raciocínios associados à multiplicação e divisão, o material, não os abordaram na mesma proporção e em todos os volumes.

2.4 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO AS QUATRO OPERAÇÕES NOS PCN

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental constituem um referencial para a educação neste nível de ensino com a finalidade de orientar o sistema educacional brasileiro. Nossa análise neste documento buscou verificar quais as orientações nele contida em relação ao objeto desta investigação: o ensino da resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais.

A primeira indicação do documento é referente ao papel da Matemática no Ensino Fundamental, ressaltando a importância dos conhecimentos desta disciplina para a vida prática, visto que ela:

> [...] faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades. Nos cálculos relativos a salários, pagamentos e consumo [...] se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade. (BRASIL, 1996, p. 24-25).

Ao tratar das quatro operações fundamentais, o documento elenca que, o trabalho pedagógico com o segundo ciclo, deve priorizar o desenvolvimento do cálculo; a compreensão dos significados de cada uma das operações, as relações existentes entre elas e a resolução de problemas como um dos caminhos importantíssimos para fazer Matemática na sala de aula. Um dos pontos mais evidentes do texto trata dos objetivos da Matemática para este ciclo. Nele encontramos as habilidades que se espera desenvolver até o final do estudo em relação ao ensino das quatro operações fundamentais e da resolução de problemas, como:

> Ampliar o significado do número natural pelo seu uso em situações-problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades. Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos [...] Ampliar os procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pelo conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados. Refletir sobre procedimentos de cálculo que levem à ampliação do significado do número e das operações [...] Utilizar diferentes registros gráficos - desenhos, esquemas, escritas numéricas - como recurso para expressar ideias, ajudar a descobrir formas de resolução e comunicar estratégias e resultados. Vivenciar processos de resolução de problemas, percebendo que para resolvê-los é preciso compreender, propor e executar um plano de solução, verificar e comunicar a resposta. (BRASIL, 1997, p. 55-57)

Posteriormente a esta análise, pretendemos em nossa pesquisa, propor e testar uma metodologia de ensino que priorize a compreensão da resolução de problemas envolvendo as quatro operações em todas as suas etapas, ou seja, desde o entendimento do significado das operações; perpassando pela tradução do problema para a linguagem matemática, por meio da montagem da sentença; o conhecimento da tabuada e a execução do algoritmo.

Acreditamos que essa forma de trabalho poderá caracterizar um salto de qualidade no aprendizado dos alunos. Pois, ainda segundo Brasil (1996, p. 57), quando trata do bloco de conteúdo números e operações ressalta que os significados já trabalhados no ciclo anterior devem ser consolidados e novas situações devem ser propostas com vistas a ampliar o conceito de cada uma dessas operações.

O documento destaca ainda que os recursos de cálculo necessitam ser ampliados neste ciclo, pelo fato de o aluno ter uma compreensão mais ampla do sistema de numeração decimal, além de uma flexibilidade de pensamento para construção do seu cálculo mental. E ainda que os procedimentos de validação de estratégias e de resultados obtidos na resolução de problemas sejam aperfeiçoados. Nesse contexto, a calculadora pode ser utilizada como um recurso didático, tanto para o aluno analisar resultados apresentados, como para controlar e corrigir sua própria produção.

Assim, levando em consideração estes aspectos, constatamos que nossa investigação está coerente com as orientações contidas nos PCN para o ensino e aprendizagem da resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais, por ser pensada e planejada com vistas a levar os alunos, sujeitos da pesquisa, a desenvolverem a habilidade de resolver os problemas considerando todas as suas etapas.

2.5 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO AS QUATRO OPERAÇÕES NOS LIVROS DIDÁTICOS

Para a análise do livro didático adotamos os livros destinados ao professor, os quais fazem parte do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) que a escola, onde desenvolveremos nossa pesquisa, dispunha em sua biblioteca para consulta e planejamento dos professores em suas aulas. Com base neste critério encontramos 03(três) livros do 5º ano, cujas indicações estão no quadro a seguir.

Quadro 7 -Livros analisados

TÍTULO	AUTOR (ES)	ANO	EDITORA
Novo Bem-Me-Quer	Ana Lúcia Bordeaux Cléa Rubinstein Elizabeth França Elizabeth Ogliari Vânia Miguel	2011	Editora do Brasil
Fazer, compreender e criar em Matemática	Ainda Ferreira Munhoz Helenalda Nazareth Marília Toledo	2011	IBEP
Aprender juntos Matemática	Roberta Taboada Angela Leite	2011	Edições SM

Fonte: pesquisa bibliográfica (2014)

Nesta análise optamos pela adoção de três critérios avaliativos. Inicialmente avaliamos os aspectos teórico-metodológicos que dizem respeito à articulação com conhecimento já abordado; a clareza na apresentação do assunto; e a utilização e articulação entre diferentes representações matemáticas como a linguagem simbólica, desenhos, gráficos e tabelas.

No quesito “aspectos teórico-metodológicos” o livro “Novo Bem-Me-Quer” inicia a apresentação das operações retomando as ideias já vistas em séries anteriores, por meio de uma situação-problema e posterior resolução algorítmica. Porém, a exposição do assunto é feita de modo muito sucinta, no formato de revisão. Com isso as ideias de cada uma das operações não são tratadas, há apenas situações que contemplam esse quesito, todavia sem explicá-las, mesmo que elas estejam imbricadas no texto. Na utilização das representações matemáticas o livro apresenta bastantes ilustrações e são utilizadas tabelas com informações retiradas dos problemas e algumas para os alunos preencherem.

Já no livro “Fazer, compreender e criar em Matemática”, assuntos vistos em anos anteriores, não foram retomados na apresentação do novo conhecimento; havia pouca utilização de símbolo, desenho, gráfico, tabela. A exposição do assunto era concretizada sem uma explicação mais aprofundada.

O livro “Aprender juntos Matemática” compõe a coleção do material didático distribuído aos alunos no início do ano letivo. Isso indica que, mesmo o professor adotando outros subsídios em suas aulas a referência se tornara sempre este livro, e o único que o aluno dispunha para a consulta, uma vez que a biblioteca da escola era destinada apenas ao professor, logo, o aluno não tinha acesso ao acervo bibliográfico da escola.

Analisando os aspetos teórico-metodológicos, observamos que este livro avança em relação aos demais porque trata das quatro operações por meio da apresentação de texto, da resolução de problema e, no decorrer da resolução, são formalizados os conceitos. Contudo, o espaço destinado a este assunto é muito reduzido e não são feitas referências a conhecimentos já abordados. No emprego da linguagem simbólica, o livro traz ilustrações referentes aos elementos ou personagem dos textos, mas com pouquíssima utilização de gráficos ou tabelas.

Para o segundo critério, buscamos identificar em que medida estes livros possibilitavam a formação de conceitos, habilidades e atitudes pelos alunos, como observar, explorar, estabelecer relações, generalizar e criticar. E ainda, se apresentavam desafios e problemas com diferentes ou nenhuma resolução, estímulo ao cálculo mental e a utilização de algum recurso didático como jogo, material concreto e tecnologia.

Observamos que o livro “*Novo Bem-Me-Quer*” possuía problemas que instigavam o aluno a pensar e criar estratégias de resolução, apresentando alguns desafios e um tópico intitulado “defenda sua ideia”, o qual permitia ao aluno manifestar suas conclusões acerca do problema apresentado. Também oferecia indicação de alguns materiais pedagógicos, ensinando como utilizar e um espaço destinado ao material de apoio com exemplares para serem recortados e confeccionados em sala.

O livro “*Fazer, compreender e criar em Matemática*”, embora procurasse trabalhar os assuntos a partir de um texto, não apresentavam grandes desafios nas questões propostas, nem um espaço destinado às conclusões e críticas dos alunos. Por outro lado, estimulava o cálculo mental, o uso de material concreto e de jogos, mostrando como o professor poderia empregar naquele assunto.

E o livro “*Aprender juntos Matemática*” proporcionava condições para o aluno observar, explorar e estabelecer relações, a partir da resolução dos problemas apresentados, mas, não possuía grandes desafios, nem problemas com diferentes resoluções. Também mostrava como ensinar o algoritmo de algumas operações a partir do quadro de ordens e do ábaco.

Já para o último critério, analisamos como se versava acerca da resolução de problemas envolvendo as quatro operações, verificando se eram apresentadas as etapas da modelação, da identificação da operação, da execução do algoritmo e da tabuada.

Neste item o livro “*Novo Bem-Me-Quer*”, inicia a apresentação das operações por meio de uma situação-problema e resolução algorítmica, porém sua modelação é explorada para mostrar os termos das operações ou suas propriedades e não para justificar a escolha da operação. Também não há a resolução de vários problemas para o aluno observar a diversidade de resolução de acordo com o tipo de problema.

O livro “*Fazer, compreender e criar em Matemática*”, embora iniciasse o assunto por um texto, as questões propostas apresentavam pouca complexidade, sem exploração da modelagem do problema. Em seguida, disponibilizava várias questões de aplicação do algoritmo e problemas sem resolução. De um modo geral, as etapas de resolução não eram priorizadas neste livro.

E no livro “*Aprender juntos Matemática*”, inicia a apresentação das operações por meio de uma situação-problema, contudo, as etapas não são detalhadas em seu processo de resolução, pois a sentença matemática buscava mostrar apenas os termos e propriedades das operações. No espaço destinado aos exercícios dava-se ênfase a aplicação direta do algoritmo e fixação das propriedades, com poucos problemas.

O quadro a seguir sintetiza a análise do livro didático com as considerações de cada critério em cada um dos livros.

Quadro 8 - Síntese da análise do livro didático

LIVRO	ASPECTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS	POSSIBILITA A FORMAÇÃO DE CONCEITOS, HABILIDADES E ATITUDES	ETAPAS DA RESOLUÇÃO
Novo Bem-Me-Quer	Retoma ideias anteriores; apresenta ilustrações; tabelas preenchidas ou para os alunos preencherem com base nas informações dos textos ou do problema. Exposição muito sucinta; as ideias das operações não são tratadas, mesmo que estejam imbricadas no texto.	Presença de desafios e situações para o aluno pensar, criar estratégias de resolução e manifestar suas conclusões; há material de apoio.	Inicia a apresentação das operações por uma situação-problema. Modelação pouco explorada; sem apresentação de problemas com diversas resoluções.
Fazer, compreender e criar em Matemática	Não retoma assuntos já vistos; utiliza poucos símbolos, desenhos, gráficos e tabelas; exposição sucinta e sem grandes explicações.	Estimula o cálculo mental, o uso de material concreto e jogos. Poucos desafios; sem espaço para as conclusões e críticas dos alunos.	Pouca complexidade das questões; sem exploração da modelação; problemas sem resolução.
Aprender juntos Matemática	Inicia pelo texto e resolução de problema. Assunto muito reduzido; sem referência a conhecimentos já abordados; pouquíssima utilização de gráfico e tabela.	Ensina o algoritmo de algumas operações a partir do quadro de ordens e do ábaco. Pouco desafio; sem problemas com diferentes resoluções; sem referência ao uso de jogos e tecnologias.	Sem exploração das etapas da resolução; sentença usada para mostrar os termos das operações e propriedades; poucos problemas; exercício para aplicação do algoritmo e fixação das propriedades.

Fonte: pesquisa bibliográfica (2014)

Assim, finalizamos a análise nos livros didáticos observando que, embora alguns deles iniciassem a apresentação do assunto por meio de problema, não possibilitavam aos alunos desenvolverem seu potencial criativo e sua capacidade de questionar, visto que o problema não era explorado em seu processo de resolução, no sentido de mostrar as etapas, as escolhas feitas e resoluções diferenciadas em um mesmo problema para o aluno analisar e tecer suas próprias considerações. Esses destaques confirmam as conclusões de Lima (2013), de que os alunos desta série não têm vivenciado situações que se lhes possibilite analisar, comparar e explicar seu pensamento matemático e isso tem dificultado sua participação em justificativas suas soluções.

Observamos ainda uma supervalorização das questões de aplicação direta do algoritmo em detrimento de situações mais complexas que pudessem de fato desafiar os alunos a tecerem suas considerações. Tais evidências confirmam as conclusões das pesquisas de Ribeiro e Santana (2010) e Cruciol e Silva (2013) de que os alunos finalizam o segundo ciclo do Ensino Fundamental com sérias dificuldades na resolução de problemas envolvendo as quatro operações, pois o livro didático é o principal subsídio que os professores dispõem para formular suas aulas e se ele apresenta lacunas, o planejamento do professor possivelmente o reproduzirá.

2.6 SÍNTESE DAS ANÁLISES PRÉVIAS

Nesta seção, apresentamos os resultados obtidos nas análises prévias, que constou do levantamento de pesquisas já desenvolvidas acerca de nosso objeto de estudo, a fim de identificar os obstáculos encontrados tanto por professores, quanto por alunos. Por meio desta etapa constatamos que são muitas as pesquisas que apontam que os alunos finalizam o segundo ciclo do Ensino Fundamental com pouca propriedade na resolução de problema com as quatro operações fundamentais e que há uma parcela significativa de professores que não possuem conhecimento aprofundado sobre os significados e conceitos que perpassam este assunto.

Outro aspecto observado nesta etapa é que muitos pesquisadores têm implantado propostas, com diversas metodologias de ensino para trabalhar este assunto como: o uso de material concreto, o desenho, o jogo, a calculadora e a construção dos problemas pelos próprios alunos, porém nenhum deles utilizou o Ensino por Atividade, o que demonstra o diferencial de nossa proposta de ensino.

Na consulta aos PCN observamos que as orientações destacaram a importância da resolução de problemas para o aluno desenvolver uma sequência de ações que lhe permitam chegar ao resultado; que se sintam desafiados pela situação apresentada; deem respostas corretas com base na análise dos passos e processos; desenvolvam suas capacidades criativas, por meio de estratégias próprias, de simulação e de tentativas.

Na análise dos livros didáticos do 5º ano do Ensino Fundamental, verificamos a pouca exploração da situação problema como motivadora da participação e criação do aluno. Com isso, não são seguidas as orientações dos PCN, no sentido de apontar a resolução de problemas como possibilidade de construção e ampliação de significados das operações e desenvolvimento de estratégias pessoais.

Por sua vez, o questionário aplicado aos alunos, possibilitou descortinar minimamente o perfil socioeconômico dos alunos, os quais iremos desenvolver nossa pesquisa e ainda, identificar um pouco da sua relação com a Matemática e o assunto que iremos abordar. Com base nessas análises delineamos nossos caminhos investigativos, construindo um conjunto de atividades para o ensino da resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais, as quais serão apresentadas na seção da concepção e análise a priori.

3. CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI

Nesta seção apresentamos o material elaborado para a etapa da experimentação: os testes e a sequência de atividades. As questões do teste e as atividades foram adaptadas de alguns livros didáticos, do estudo de Sá (2003) e de trabalhos consultados contidos na seção das análises prévias, como o de Matni (2014) e Barbosa e Santos (2012). Foi organizada a partir das análises preliminares e estão divididas em dois grupos: um aditivo e outro multiplicativo. O experimento envolvendo os dois grupos deverá ocorrer em dezessete encontros. O primeiro grupo compreenderá um pré-teste aditivo; cinco aulas com atividades contendo problemas aditivos e o pós-teste aditivo. O segundo abrangerá um pré-teste multiplicativo; sendo oito aulas com atividades contendo problemas multiplicativos e pós-teste multiplicativo.

O tempo destinado aos testes e a cada atividade será de duas horas de relógio[2]. O roteiro dos testes e das atividades iniciam pelo título, seguidos do objetivo, material e procedimentos, pois desta forma referendaremos a finalidade de cada um, os recursos físicos necessários a cada encontro e a metodologia adotada durante sua execução. Os testes e as atividades estão dispostos a seguir, divididos em etapa aditiva e etapa multiplicativa.

3.1 ETAPA ADITIVA

A primeira parte do experimento, envolvendo a etapa aditiva, está organizada em sete encontros. Iniciará com a aplicação do pré-teste aditivo, seguido de cinco aulas para o emprego das atividades e finalizará com o pós-teste aditivo. Vejamos os testes e as atividades que serão utilizadas em cada encontro.

3.1.1 Teste Aditivo

Aqui apresentamos o teste aditivo e suas respectivas hipóteses. Ele contém doze questões distribuídas entre problemas aritméticos e algébricos, sendo

---

[2] A hora referida neste trabalho é hora-relógio e não hora-aula, pois, na escola onde ocorreu o experimento, cada turno era dividido em dois períodos: um antes, outro depois do recreio, com duração de duas horas cada um.

cinco do primeiro tipo e sete do segundo, com posições diferentes dos termos desconhecidos. Vejamos.

TESTE ADITIVO

Objetivo: Verificar o desempenho dos alunos em problemas aditivos.

Material: Roteiro de atividade, lápis ou caneta.

Procedimentos: Entregar uma cópia da folha de teste para cada aluno e solicitar que resolvam os problemas.

1. Paulo tinha 10 bombons. Sua mãe lhe deu 4 bombons. Sua irmã lhe deu 3 bombons. Com quantos bombons Paulo ficou?

Análise *a priori* do pré-teste: os alunos não terão grandes dificuldades para resolver a questão, pois trata-se de um problema aritmético com pouca complexidade. Caso haja equívoco, estarão relacionados a falta de atenção nos dados presentes no enunciado, como esquecer de usar algum deles ou utilizá-los de forma indevida, como juntar 4 com 3 e formar 43.

Análise *a priori* do pós-teste: os alunos resolverão esta questão com grande facilidade e compreenderão que todos os valores contidos no enunciado deverão ser usados separadamente, sendo a adição, a operação indicada para somar 10 mais 3 mais 4. Dessa forma, encontrarão a resposta correta.

2. Pedro e Marcus tem juntos 18 bolas. Pedro tem 3 bolas. Quantas bolas têm Marcus?

Análise *a priori* do pré-teste: os alunos terão dificuldade em modelar a questão e identificar qual operação deve ser usada para resolvê-lo, pois a expressão “tem juntos” os induzirá a pensar em somar 18 com 3.

Análise *a priori* do pós-teste: A maioria dos alunos conseguirá resolver a questão por perceberem, na modelação, que se trata de um problema algébrico e que, portanto, uma das parcelas deve encontrada.

3. Uma pessoa nasceu em 1962 e viveu 45 anos. Em que ano esta pessoa faleceu?

Análise *a priori* do pré-teste: Nossa hipótese é de que os alunos não perceberão que a sentença necessária para resolução é o ano de nascimento mais os anos de vida, encontrando, assim, o ano do falecimento.

Análise *a priori* do pós-teste: a maioria dos alunos conseguirá resolver o problema por identificarem a sentença e a operação correta.

4. Lourdes tinha alguns brincos. Deu 5 para Isabel. Agora Lourdes tem 3 brincos. Quantos brincos Lourdes possuía?

Análise *a priori* do pré-teste: nossa hipótese é de que a expressão “alguns” confundirá o entendimento dos alunos e, como o enunciado indica que houve uma doação de brincos, eles pensarão na sentença subtraindo 3 de 5.

Análise *a priori* do pós-teste: a maioria dos alunos conseguirá resolver a questão por perceberem que se trata de um problema algébrico, cuja expressão “alguns” representa o valor que deve ser encontrado.

5. Aline comprou 2 camisetas. Uma custou R$12,00, e a outra, R$16,00. Como havia levado uma nota de R$50,00, com quanto ela ficou de troco?

Análise *a priori* do pré-teste: Nossa hipótese é que o número 2, indicando a quantidade de camisetas compradas, induzirá os alunos a incluí-lo em seus cálculos. Com isso, chegarão a um resultado equivocado.

Análise *a priori* do pós-teste: os alunos, em sua maioria, conseguirão resolver o problema por perceberem, na modelação, que o número 2 não deve ser utilizado.

6. Luís tinha 3 bolas. Meire lhe deu algumas bolas e 5 moedas. Agora Luís tem 18 bolas. Quantas bolas Meire deu para Luís?

Análise *a priori* do pré-teste: nossa hipótese é que alguns alunos vão incluir na sentença o número de moedas, que não deve ser utilizado na resolução e outros terão dificuldade por ser tratar de um problema algébrico.

Análise *a priori* do pós-teste: os alunos, em sua maioria, conseguirão resolver o problema por já saberem como proceder em problemas algébricos com este formato e não farão uso do valor adicional referindo-se a quantidade de moedas.

7. Iran tem 8 livros. Ele tem 5 livros a mais que Carlos. Quantos livros têm Carlos?

Análise *a priori* do pré-teste: os alunos cometerão o equívoco de relacionar a expressão “a mais” com a operação adição e montarão a sentença somando 8 com 5.

Análise *a priori* do pós-teste: a maioria dos alunos compreenderá que se trata de um problema algébrico, cuja operação necessária é a subtração.

8. Renato foi à feira, comprou R$15,00 de verduras, R$8,00 de açaí e 1 kg de camarão. Pagou com uma nota de R$ 50,00 e recebeu de troco R$ 17,00. Quanto custou o camarão?

Análise *a priori* do pré-teste: os alunos sentirão dificuldade em sistematizar as informações e chegar ao resultado correta, por se tratar de um problema algébrico com certo grau de complexidade e por precisar de várias etapas e utilização de mais de uma operação para a resolução.

Análise *a priori* do pós-teste: Nossa hipótese é que ainda haja resultados incorretos, ocasionados pela complexidade da questão. Contudo, os alunos, em sua maioria, compreenderão a necessidade de organizar os dados e a sequência de realização das operações para chegar ao resultado correto.

9. Sabe-se que a profundidade do oceano Atlântico é de 3736m e do oceano Pacífico é de 4188m. Qual a diferença de profundidade entre eles?

Análise *a priori* do pré-teste: Nossa hipótese é de que os alunos não sentirão dificuldade em dispor os dados e realizar a operação se identificarem que a expressão “diferença” refere-se a subtração.

Análise *a priori* do pós-teste: a maioria compreenderá que se trata de um problema aritmético e na modelação farão a disposição correta dos dados.

10. Jorge ganhou certa quantia em dinheiro. Pagou uma dívida de R$479,00 e ficou com R$235,00. Quanto Jorge ganhou?

Análise *a priori* do pré-teste: A expressão “certa quantia” no início da questão possivelmente ainda não será muito comum no vocabulário dos alunos. Com isso, não farão a sentença iniciando pelo valor desconhecido. A pergunta “quanto Jorge ganhou?” por remeter a ganho, pode induzir os alunos a somarem os valores presentes no enunciado.

Análise *a priori* do pós-teste: Nossa hipótese é que os alunos vão perceber como montar a sentença iniciando pelo valor que se deseja encontrar.

11. Alexandre tinha R$548,00. Com esse dinheiro, pagou uma dívida de R$256,00. A seguir, Alexandre ganhou R$139,00. Que quantia ele tem agora?

Análise *a priori* do pré-teste: os alunos não entenderão que, embora seja um problema aritmético, são necessárias duas operação.

Análise *a priori* do pós-teste: os alunos em sua maioria compreenderão que são duas operações sucessivas e fazendo primeiramente a subtração e depois a adição, encontrarão a resposta correta.

12. Tinha R$690,00, emprestei certa quantia para meu irmão e fiquei com R$245,00. Quanto emprestei para meu irmão?

Análise *a priori* do pré-teste: os alunos não atentarão que se trata de um problema algébrico, cujo valor que se pretende encontrar está na expressão “certa quantia”.

Análise *a priori* do pós-teste: os alunos em sua maioria, ao modelarem a questão, entenderão o que se pretende encontrar e chegarão ao resultado correto.

3.1.2 Atividades com Problemas Aditivos

Apresentaremos agora as atividades concebidas para o primeiro grupo da experimentação, com problemas aditivos. As atividades 1, 2, 3, 4 e 5 aqui descritas foram planejadas para serem desenvolvidas em 05 (cinco) aulas, com duração de duas horas cada uma. As atividades têm por finalidade conduzir os alunos a perceberem as regularidades e irregularidades de cada tipo de problema e encontrar uma regra geral para resolvê-las.

As atividades, principalmente as de aprendizagens, possuem uma estrutura que, após cumpridas algumas etapas de resolução, deverão conduzir os alunos a algumas descobertas, que é umas das características do ensino por Atividade como metodologia de ensino. Neste sentido, nossa pretensão é seguir as seguintes passos na resolução das atividade:

PROPOR A ATIVIDADE

↓

PEDIR QUE OS ALUNOS RESOLVAM INDIVIDUALMENTE RESPONDENDO AOS ITENS

↓

DISCUTIR AS RESOLUÇÕES UMA A UMA

↓

MEDIAR AS FALAS E TIRAR ÀS DÚVIDAS DOS ALUNOS

↓

PREENCHIMENTO DO QUADRO E FORMALIZAÇÃO DAS CONCLUSÕES

Vejamos as atividades planejadas.

ATIVIDADE 1

Título: questões aditivas 1

Objetivo: desenvolver a habilidade de:

1) Identificar as informações contidas no enunciado de questões aditivas envolvendo valores monetários;
2) Elaborar a sentença correspondente a questão;
3) Determinar a operação que deve ser realizada para resolver a questão.

Materiais necessários: Lista de questões, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: entregar a cada aluno uma lista com questões e solicitar que resolvam individualmente.

1. João tinha R$890,00, ganhou R$475,00 de seu irmão. Com quanto João ficou?

a) Quanto João tinha? ______________________________

b) Quanto ganhou de seu irmão? _____________________

c) O que a questão pede? ______________________

d) Que sentença representa a situação?______________

e) Com quanto João ficou? _____________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão?______

2. Lílian comprou 2 canetas. Uma custou R$3,00 e a outra R$6,00. Como havia levado uma nota de R$20,00, quanto lhe sobrou de troco?

a) Quanto custou as duas canetas?__________________

b) Com quanto Lílian pagou? __________________

c) O que a questão pede? ________________________

d) Que sentença representa a situação?_______________

e) Quanto foi o troco de Lílian? ____________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão?______

3. Ana comprou uma geladeira no valor de R$1.598,00. Ela deu R$745,00 de entrada. Quanto ainda falta para Ana terminar de pagar a geladeira?

a) Quanto custou a geladeira? ______________________

b) Quanto Ana deu de entrada? _______________________

c) O que a questão pede? ___________________________

d) Que sentença representa a situação?_________________

e) Quanto falta para Ana terminar de pagar a geladeira? ____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ________

4. Tinha R$145,00, ganhei certa quantia de meu irmão e fiquei com R$780,00. Quanto ganhei de meu irmão?

a) Quanto tinha guardado? ____________________________

b) Com quanto fiquei após ter ganhado de meu irmão?_______

c) O que a questão pede? ______________________________

d) Que sentença representa a situação?___________________

e) Quanto ganhei de meu irmão? _________________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? __________

5. Felipe tinha R$245,00, ganhou certa quantia e ficou com R$690,00. Quanto Felipe ganhou?

a) Quanto Felipe tinha? __________________________________

b) Com quanto Felipe ficou após ter ganhado dinheiro?_________

c) O que a questão pede? _______________________________

d) Que sentença representa a situação?______________________

e) Quanto Felipe ganhou? ______________________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____________

6. Jorge tinha R$234,00. Ganhou certo valor e ficou com R$830,00. Quanto Jorge ganhou?

a) Quanto Jorge tinha? ______________________________

b) Com quanto ficou após ganhar dinheiro? ______________

c) O que a questão pede? ____________________________

d) Que sentença representa a situação? __________________

e) Quanto Jorge ganhou? ________________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _________

7. José tinha certa quantia em dinheiro. Pagou uma dívida de R$479,00 e ficou com R$235,00. Quanto José tinha?

a) Quanto José pagou de dívida? _______________________

b) Quanto ainda ficou de seu dinheiro? __________________

c) O que a questão pede? ____________________________

d) Que sentença representa a situação?____________________

e) Quanto José tinha? ________________________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ___________

8. Luiz tinha certa quantia guardada no banco. Emprestou R$650,00 para seu filho e ainda ficou com R$875,00. Quanto Luiz tinha no banco?

a) Quanto Luiz emprestou para seu filho? _______________

b) Quanto ainda ficou de seu dinheiro guardado?____________

c) O que a questão pede? _____________________________

d) Que sentença a situação?_____________________________

e) Quanto Luiz tinha no banco antes do empréstimo? ________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? __________

9. Igor tinha certo valor em dinheiro. Perdeu R$95,00 e ainda ficou com R$293,00. Quanto Igor tinha?

a) Quanto Igor perdeu? ____________________________

b) Com quanto ficou após a perda? ____________________

c) O que a questão pede? ___________________________

d) Que sentença representa a situação? ________________

e) Quanto Igor tinha? _______________________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão?_________

Com base nas resoluções anteriores preencha o quadro abaixo

Questões	**Sentença**	**Cálculo**	**Operação usada**

De acordo com as resoluções das questões e o preenchimento do quadro, como fazer para resolver situações problemas envolvendo adição e subtração? ____

Análise *a priori* da atividade 1

Ao lerem a atividade os alunos poderão se surpreender com a diversidade de situações e modelos de problemas nela contida, pelo fato de não serem comumente apresentadas na escola problemas com estas características, principalmente no que tange aos problemas algébricos. Cremos que, à medida que se identifiquem diferentes técnicas de escrita desses problemas em linguagem matemática (montagem da sentença) e da identificação da operação necessária a sua resolução, o desenvolvimento da atividade ficará mais acessível.

Ao final da atividade será disponibilizado um quadro em branco para os alunos preencherem com base em suas resoluções, contendo o número da questão, a sentença, o cálculo necessário e a operação utilizada. Este quadro foi pensado com objetivo de levar os alunos a perceberem, além da diferença no modelo de sentença de acordo com o tipo de problema: aritmético e algébrico, reverem todos os procedimentos desenvolvidos no decorre das resoluções e assim escrever suas considerações no final da atividade. Após o preenchimento do quadro os alunos terão a seguinte visualização:

Questões	**Sentença**	**Cálculo**	**Operação usada**
1	890 + 475 = ?	890 + 475 =	Adição
2	20 – 9 = ?	20 – 9 =	Subtração
3	1598 – 745 = ?	1598 – 745 =	Subtração
4	145 + ? = 780	780 – 145 =	Subtração
5	245 + ? = 690	690 – 245 =	Subtração
6	234 + ? =830	830 – 234 =	Subtração
7	? – 479 = 235	235 + 479 =	Adição
8	? – 560 = 875	875 + 560 =	Adição
9	? – 95 = 293	293 + 95 =	Adição

Almejamos que as dificuldades identificadas inicialmente sejam suplantadas à medida que forem aprimorados seu contato com as resoluções e com o preenchimento e análise do quadro no final da atividade. Ambicionamos que o quadro possibilite ainda, a percepção que a tradução e posterior identificação da operação estejam condicionadas ao tipo de problema. Vejamos a seguir a atividade 2, com questões aditivas.

ATIVIDADE 2

Título: questões aditivas 2

Objetivo: desenvolver a habilidade de:

1) Identificar as informações contidas no enunciado de questões aditivas não envolvendo valores monetários;
2) Elaborar a sentença correspondente a questão;
3) Determinar a operação necessária a resolução da questão.

Materiais necessários: Lista de questões, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: entregar a cada aluno uma lista com os problemas, solicitar que a leiam e resolvam.

1. Anderson tinha 3 bolas. Em seguida Sergio lhe deu 5 bolas. Com quantas bolas Anderson ficou?

a) Quantas bolas Anderson tinha? ____________________

b) Quantas bolas Sérgio lhe deu? ____________________

c) O que a questão pede? ____________________________

d) Que sentença representa a situação? __________________

e) Com quantas bolas Anderson ficou? __________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _________

2. Em uma cidade há dois prédios. A altura de um é de 691m e do outro 384m. Qual a diferença de altura entre eles?

a) Qual a altura do primeiro prédio? ___________________

b) Qual a altura do segundo prédio?____________________

c) O que a questão pede? ____________________________

d) Que sentença representa a situação?__________________

e) Qual a diferença de altura os prédios?_________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ________

3. Uma pessoa nasceu em 1962 e viveu 37 anos. Em que ano essa pessoa morreu?

a) Em que ano a pessoa nasceu? ____________________

b) Quantos anos a pessoa viveu? ___________________

c) O que a questão pede? ___________________________

d) Que sentença representa a situação?_________________

e) Em que ano essa pessoa morreu? ___________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _______

4. Kauê tinha 15 figurinhas comprou mais algumas e ficou com 20 figurinhas. Quantas figurinhas Kauê comprou?

a) Quantas figurinhas Kauê tinha? __________________

b) Com quantas figurinhas ficou depois da compra? ______

c) O que a questão pede? ________________________

d) Que sentença representa a situação? _________________

e) Quantas figurinhas Kauê comprou? ________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _______

5. Lucas tinha 6 lápis. Maria lhe deu algumas lápis e 3 canetas. Agora Lucas tem 15 lápis. Quantos lápis Maria deu para Lucas?

a) Quantos lápis Lucas tinha? _____________________

b) Com quantos lápis Lucas ficou após ter recebido lápis de Maria?_____

c) O que a questão pede? ________________________

d) Que sentença representa a situação? __________________

e) Quantos lápis Maria deu para Lucas? _________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? __________

6. Ricardo tinha 10 bombons. Sua irmã lhe deu alguns bombons e 4 moedas. Agora Ricardo tem 25 bombons. Quantos bombons a irmã de Ricardo lhe deu?

a) Quantos bombons Ricardo tinha? ___________________

b) Com quantos bombons Ricardo ficou após a doação? ________

c) O que a questão pede? ___________________________

d) Que sentença representa a situação? _____________________

e) Quantos bombons a irmã de Ricardo lhe deu?______________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____________

7. Leila tinha algumas bonecas, deu 4 para sua irmã e ficou com 3 bonecas. Quantas bonecas Leila tinha antes de fazer a doação para sua irmã?

a) Quantas bonecas Leila deupara sua irmã? _______________

b) Com quantas bonecas Leila ficou? _____________________

c) O que a questão pede? _______________________________

d) Que sentença representa a situação?_____________________

e) Quantas bonecas Leila tinha antes de fazer a doação? _______

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ____________

8. Suelen tinha alguns brincos e 7 anos, deu 3 brincos para Isabel e ficou com 5 brincos. Quantos brincos Suelen tinha antes da doação?

a) Quantos brincos Suelen deu para Isabel? _______________

b) Com quantos brincos Suelen ficou? ____________________

c) O que a questão pede? _____________________________

d) Que sentença representa a situação? ___________________

e) Quantos brincos Suelen tinha antes da doação? ___________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ___________

9. No início do ano Claudio tinha alguns livros. Em seu aniversário ganhou 3 livros e ficou com 9 livros. Quantos livros Cláudio tinha no início do ano?

a) Quantos livros Cláudio ganhou em seu aniversário? __________

b) Com quantos livros ficou depois de seu aniversário?__________

c) O que a questão pede? ______________________________

d) Que sentença representa a situação?________________________

e) Quantos livros Cláudio tinha no início do ano? _____________

f) Qual a operação usada para resolver o problema? ____________

Escreva como você fez para resolver as questões desta atividade

Análise *a priori* da atividade 2

Por se tratar de situações que não envolvem valores monetários, é possível que surjam dificuldades no manuseio dos dados e na execução dos cálculos. Contudo, esperamos que, além dos alunos lembrarem dos procedimentos utilizados na aula anterior, se sintam familiarizados com os modelos de problemas apresentados e, consequentemente, as dificuldades causadas pela não presença dos valores monetários sejam minimizadas.

As questões Q_5 e Q_6, trazem um diferencial em relação a atividade anterior e as demais questões desta atividade: dados excedentes no enunciado. Conforme observado a Q_5 “Lucas tinha 6 lápis. Maria lhe deu algumas lápis e 3 canetas. Agora Lucas tem 15 lápis. Quantos lápis Maria deu para Lucas?” está tratando de caneta e surge informações referente a lápis. E na Q_6 “Ricardo tinha 10 bombons. Sua irmã lhe deu alguns bombons e 4 moedas. Agora Ricardo tem 25 bombons. Quantos bombons a irmã de Ricardo lhe deu?” não haverá a necessidade de usar o valor referente a moedas.

Conforme encontramos nas conclusões de alguns textos das análises prévias, os alunos tende a considerar todos os valores presentes no enunciado. Então, é possível que, inicialmente, façam uso dessas informações excedentes e não atentem que estão se referindo a outros objetos que não fazem parte da situação problema analisada.

ATIVIDADE 3

Título: questões aditivas 3

Objetivo: Praticar a resolução de problemas aditivos.

Materiais necessários: Lista de questões, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: entregar a cada aluno uma lista com os questões, solicitar que resolvam individualmente.

1. Alex tinha R$680,00. Pagou uma dívida de R$250,00. No dia seguinte Alex ganhou R$125,00. Que quantia ele tem agora?

2. André tinha R$684,00. Com esse dinheiro, pagou uma dívida de R$562,00. Em seguida, André ganhou R$157,00. Quanto André tem agora?

3. Comprei uma sandália a R$13,00 e mais uma bolsa. Paguei com uma nota de R$50,00 e recebi R$6,00 de troco. Quanto custou a bolsa?

4. Gabriel tinha R$589,00, gastou certo valor e ficou com R$275,00. Quanto Gabriel gastou?

5. Fábio e Marcos tem juntos R$35,00. Se Fábio tem R$23,00. Quantos reais tem Marcus?

6. Sandra tem R$45,00 ele tem 8 reais a mais que Fábio. Quantos reais Sandra tem?

7. Beto tinha um cofre com certa quantia em dinheiro. No natal quebrou o cofre, comprou um presente para sua mãe de R$48,00 e ainda sobrou R$46,00. Quantos reais havia no cofre?

8. Vera pegou certa quantia em dinheiro de seu pai. Comprou uma mochila por R$53,00 e trouxe R$17,00 de troco. Quantos reais Vera tinha pegado de seu pai?

9. Luiz tinha certa quantia em dinheiro. Recebeu seu salário de R$749,00 e ficou com R$1.728,00. Quanto Luiz tinha antes de receber seu salário?

Análise *a priori* da atividade 3

Esta atividade, possui uma especificidade em relação as anteriores: a ausência dos itens interrogativos em cada questão como estavam presentes nas atividades 1 e 2. É possível que esta ausência traga um pouco mais de dificuldade, pois nas primeiras atividades estes itens conduzam o processo de resolução, indicando o passo a passo até chegar ao resultado. Com isso, é presumível equívocos ocasionados pelo formato da atividade que dispõe apenas do enunciado e do espaço para solução

Contudo, esperamos que as experiências obtidas nas aulas anteriores, deem subsídios para a compreensão desta e que, mesmo sem haver perguntas referentes ao modelo da sentença e a operação necessária, os alunos consiga captar as relações existentes nas sentenças e nas operações de acordo com o tipo de problema e assim, concluam suas respostas com êxito.

No mais, há a possibilidade dos alunos já desenvolverem suas próprias estratégias de resolução e que, se ainda houver dificuldades trazidas da aula anterior, elas sejam minimizadas nesta atividade. Enquanto professora da turma, faremos a devida mediação, a fim de ajudá-los a desenvolverem sua autonomia na resolução dos problemas.

ATIVIDADE 4

Título: questões aditivas 4

Objetivo: Praticar a resolução de problemas aditivos.

Materiais necessários: Lista de questões, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: entregar a cada aluno uma lista com os questões, solicitar que resolvam individualmente.

1. Carlos e Luís tem juntos 23 bolas. Se Carlos tem 12 bolas, quantas bolas tem Luís?

2. A altura do prédio Atalaia é de 736m e do prédio Pacífico é de 486m. Qual a diferença de altura entre eles?

3. Lucas e Jair tem juntos 11 livros. Lucas tem 5 livros a mais que Jair. Quantos livros Jair tem?
4. André tinha 7 pares de sapato. Doou alguns e ficou com 4 pares de sapato. Quantos pares de sapato André doou?
5. Miguel tinha 9 bolas de gude e 3 moedas. Ele deu algumas de suas bolas de gude para Tiago e ficou com 4 bolas de gude. Quantas bolas de gude ele deu para Tiago?
6. Amanda comprou 3 dúzias de lápis de cor. Deu alguns lápis de cor para seu colega e ficou com 18 lápis de cor. Quantos lápis de cor Amanda deu para seu colega?
7. Júnior tinha alguns brinquedos. No natal selecionou 11 brinquedos para doação e ficou com 9 brinquedos. Quantos brinquedos Júnior tinha antes da doação?
8. Cleber iniciou sua coleção de figurinhas com algumas figurinhas. No dia das crianças ganhou mais 23 e ficou com 39 figurinhas. Com quantas figurinhas Cleber iniciou sua coleção?
9. Antônio tinha algumas canetas. Deu 5 canetas para Maria e ficou com 8 canetas. Quantas canetas Antônio tinha?

Análise *a priori* da atividade 4

Esta atividade contém duas questões que possivelmente trará duvidas em sua resolução. A primeira é Q_1 com enunciado “Carlos e Luís tem juntos 23 bolas. Se Carlos tem 12 bolas. Quantas bolas tem Luís?”. Neste caso a expressão “tem juntos” pode induzir os alunos a pensarem diretamente na operação adição, sem antes analisar se de fato é esta a operação. E como não há os vários itens presentes nas atividades 1 e 2 para os alunos organizarem a informação, é possível que não construam a sentença $C + L = 23$, que resulta em $L = 23 – 12$. Assim, poderão não perceber a subtração necessária entre o total de bolas que os dois tem juntos e a quantidade de bola de Carlos.

A outra questão é a Q_3 **‘**Lucas e Jair tem juntos 11 livros. Lucas tem 5 livros a mais que Jair. Quantos livros Jair tem?” Já neste enunciado, além de considerar L + J = 11, precisam subtrair os 5 livros que Jair tem a mais, para, então, repartir o resultado entre os dois. Observemos que são duas expressões fazendo alusão a adição: “tem juntos” e “a mais”, sem necessariamente usar desta operação. Por estes motivos, possivelmente alguns alunos terão dificuldades.

Também a questão Q_5, **“**Miguel tinha 9 bolas de gude e 3 moedas. Ele deu algumas de suas bolas de gude para Tiago e ficou com 4 bolas de gude. Quantas bolas de gude ele deu para Tiago?” apresenta uma informação referente a moedas que não será usado na resolução, mas, como já foi visto esse modelo de questão na atividade 2, esta questão não será muito difícil.

Além disso, como a distribuição das questões, de acordo com o posicionamento do termo desconhecido, é o mesmo em todas as atividades, ou seja, as três primeiras são aritméticas e as seis últimas algébricas com posição diferente da interrogação, esperamos que a ideia já apresentada desde a primeira atividade, tenha continuidade nesta.

ATIVIDADE 5

Título: questões aditivas 5

Objetivo: exercitar a resolução de problemas aditivos.

Materiais necessários: Lista de questões, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: entregar a cada aluno uma lista com os questões, solicitar que resolvam individualmente.

1. Mário comprou seu uniforme escolar, a camisa custou R$15,00, a calça R$28,00. Ele pagou com uma nota de R$ 50,00, quanto recebeu de troco?

2. Uma pessoa nasceu em 1898 e viveu 89 anos. Em que ano essa pessoa faleceu?

3. Tinha R$780,00, emprestei certa quantia para meu irmão e fiquei com R$145,00. Quanto emprestei para meu irmão?

4. Davi tem 9 lápis. Ele tem 4 lápis a mais que Jonas. Quantos lápis tem Jonas?

5. Tinha certa quantia em dinheiro. Emprestei R$347,00 para meu irmão e ainda fiquei com R$545,00. Quanto tinha antes de emprestar dinheiro para meu irmão?

6. Cleiton ganhou certa quantia de bolas de gude. Deu 14 para seu irmão e ficou com 27 bolas de gude. Quantas bolas de gude Cleiton tinha ganhado?

Análise *a priori* da atividade 5

Esta é uma atividade de revisão que será realizada após quatro aulas com atividades deste modelo. Nela estão contidas seis questões com e sem situações envolvendo valores monetários. A distribuição da sequência é a mesma das anteriores, apenas com número menor de questões, pois inicia com duas questões aritméticas, seguida de quatro algébricas com posições diferentes do termo desconhecido.

No dia da aplicação desta atividade julgamos que os alunos já terão desenvolvido habilidades necessárias para resolver problemas, de modo a realizar a leitura, modelar o problema, identificar a operação e realizar o cálculo com maior segurança e autonomia. A ideia central é que os alunos percebam a relação entre a posição do termo desconhecido e a operação usada, o que está diretamente ligado ao tipo de problema.

Finalizamos a apresentação das atividades referentes ao campo aditivo. Uma semana após sua realização faremos a aplicação do pós-teste, com as mesmas questões do pré-teste, para verificar os efeitos da intervenção após as atividades. A seguir apresentamos o material construído para a etapa multiplicativa do experimento. Consta de um teste, que será aplicado antes e depois das aulas e sete atividades do campo multiplicativo.

3.2 ETAPA MULTIPLICATIVA

A segunda etapa do experimento, que compreende a etapa multiplicativa, será dividida em 10 (dez) encontros. Iniciará com a aplicação do pré-teste multiplicativo, seguido de 08 (oito) aulas, sendo a primeira de apresentação de ideias, conceitos e exercícios dos algoritmos e nas demais aula serão empregadas as atividades da sequência didática e finalizará com o pós-teste multiplicativo. Vejamos o material preparado para cada um desses momentos.

3.2.1 Teste Multiplicativo

Aqui apresentamos o teste multiplicativo. Ele será o instrumento utilizado para identificar o conhecimento dos alunos sobre problemas do campo multiplicativo, antes e após nossa intervenção. O tempo destinado para sua execução será de duas horas. Optamos pelo número de 12 (doze) questões por entendermos que essa quantidade abarca a diversidade de situações e o tipo de problema que interessa à pesquisa, que são os problemas aritméticos e algébricos, com uma e mais de uma operação e variedade no posicionamento do termo desconhecido.

TESTE MULTIPLICATIVO

Objetivo: Avaliar o desempenho dos alunos em problemas multiplicativos.

Material: Folha com os problemas, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: Entregar para cada aluno uma cópia do teste e solicitar que resolvam.

1. Um fogão custa R$689,00. Qual é o valor de três fogões?

Análise *a priori* do pré-teste: Nossa hipótese é de que os alunos não terão dificuldade em identificar o procedimento necessário à resolução, pois se trata de um problema aritmético com situação envolvendo pouca complexidade. É possível, porém, eles se confundirem na execução do algoritmo.

Análise *a priori* do pós-teste: Nossa hipótese é que a maioria dos alunos resolverá a operação corretamente, por ser pouco complexa esta questão.

2. Comprei 4 camisas e paguei R$88,00. Quanto custou cada camisa?

Análise *a priori* do pré-teste: Possivelmente os alunos se confundirão na disposição dos dados e farão a multiplicação do número de camisa pelo valor total pago, não atentando para a forma como o enunciado da questão está organizado e a forma como deve ser resolvido, ou seja, pela operação divisão.

Análise *a priori* do pós-teste: A maioria dos alunos compreenderá que na modelação do problema o termo desconhecido não está isolado e, portanto, é um problema algébrico, que deverá ser resolvido usando a operação divisão.

3. Uma doceira gasta 4 ovos em cada bolo. Ela vai fazer 6 bolos. Quantos ovos ela precisa comprar?

Análise *a priori* do pré-teste: Os alunos poderão não atentar que na modelação do problema a operação indicada é a multiplicação e resolverão usando a adição.

Análise *a priori* do pós-teste: Os alunos compreenderão que se trata da operação multiplicação tanto na modelação, quanto na realização do cálculo.

4. Comprei um computador por R$896,00 e paguei em 8 prestações iguais. Qual o valor de cada prestação?

Análise *a priori* do pré-teste: Nossa hipótese é que os alunos poderão se prender à disposição dos dados e usar a multiplicação.

Análise *a priori* do pós-teste: A maioria dos alunos organizará a sentença, fará a disposição correta dos dados e compreenderá que a operação indicada é a divisão.

5. Maria comprou algumas canetas e pagou R$28,00. Se o preço de cada caneta foi R$7,00, quantas canetas Maria comprou?

Análise *a priori* do pré-teste: A expressão “alguns” no início da questão possivelmente não levará os alunos a pensarem que este é o termo desconhecido. Com isso, não chegarão a modelação ? x a = b, que pode ser resolvido usando a divisão e usarão equivocadamente a multiplicação na execução do algoritmo.

Análise *a priori* do pós-teste: A maioria compreenderá que, embora na modelação apareça a multiplicação, a operação indicada é a divisão, pois se trata de um problema algébrico com sentença do tipo ? x a = b.

6. Leila precisa embalar 540 livros em caixas. Em cada caixa cabem 45 livros, quantas caixas serão necessárias para colocar todos os livros?

Análise *a priori* do pré-teste: Nossa hipótese é que os alunos não terão dificuldade em compreender que se trata de uma divisão. Possivelmente haverá confusão na realização algorítmica por envolver números altos.

Análise *a priori* do pós-teste: Os alunos compreenderão que se trata de um problema da operação divisão e farão os procedimentos corretamente.

7. Maria comprou alguns presentes e dividiu com seus 3 sobrinhos. Cada um recebeu 6 presentes. Quantos presentes Maria comprou para dividir com seus sobrinhos?

Análise *a priori* do pré-teste: Por desconhecerem questões cuja modelação é do tipo ? : a = b, sendo o termo desconhecido identificado pela expressão “alguns”, os alunos terão dificuldade em resolver a questão. Além disso, ao lerem a palavra “dividiu” poderá induzi-los a dividir 6 por 3.

Análise *a priori* do pós-teste: Os alunos, em sua maioria, farão a correta modelação do problema identificando-o como algébrico e que usa a operação divisão, mas não é desta operação.

8. Um pen-drive custa R$32,00. Larissa comprou alguns pen-drives e pagou R$256,00. Quantos pen-drives Larissa comprou?

Análise *a priori* do pré-teste: Nossa hipótese é que os alunos não resolverão o problema por ainda não compreenderem o significado da expressão “alguns” na elaboração da sentença.

Análise *a priori* do pós-teste: A maioria compreenderá que se trata de um problema algébrico que usa a operação divisão.

9. O médico receitou a Paulo que caminhasse 1250m todos os dias para melhorar seu estado físico. Quantos metros, Paulo caminhará em uma semana?

Análise *a priori* do pré-teste: Como o único dado numérico da questão é 1250, possivelmente os alunos sentirão falta de outro informação, não atentando que já está presente nos dias da semana.

Análise *a priori* do pós-teste: Os alunos compreenderão que o valor a ser multiplicado por 1250 é o número de dias da semana e que se trata de um problema da operação multiplicação.

10. Lílian foi comprar um sorvete. A sorveteria oferecia 3 opção de sabores: chocolate, tapioca e cupuaçu. Como seu sorvete era formado por 2 bolas, de quantas formas diferentes ela pode escolher seu sorvete sem repetir o mesmo sabor nas duas bolas?

Análise *a priori* do pré-teste: Nossa hipótese é que o excesso de informação desse modelo de questão confundirá o aluno em seu plano.

Análise *a priori* do pós-teste: Eles compreenderão que uma das forma de obter o resultado é fazendo a combinação dos sabores ou usando a sentença, pois trata-se de um caso aritmético com pouca complexidade.

11. Seu Luiz comprou uma caixa com 12 ursos de pelúcia para sua loja. A caixa com os 12 ursos custou R$288,00 quanto custou cada urso de pelúcia?

Análise *a priori* do pré-teste: Como os alunos ainda não possuem familiaridade com os problemas algébricos, nossa hipótese é que utilizarão a multiplicação e chegarão ao resulto incorreto.

Análise *a priori* do pós-teste: A maioria compreenderá que, embora na modelação apareça a multiplicação, a operação indicada é a divisão.

12. O professor de educação física organizou sua turma do 5º ano em 3 fileiras com 6 alunos em cada uma. Quantos alunos há nessa turma?

Análise *a priori* do pré-teste: Os alunos não identificarão a operação a ser usada.

Análise *a priori* do pós-teste: A maioria compreenderá que se trata de uma questão aritmética, cuja operação indicada é a multiplicação e resolverão sem grandes dificuldades.

3.2.2 Atividades com Problemas Multiplicativos

Aqui apresentamos as atividades planejadas para o segundo momento da experimentação, para trabalhar com problemas multiplicativos. Para esta etapa foram planejadas as atividades 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12 para serem desenvolvidas em sete aulas, com quatro horas em cada uma. O tempo destinado para as atividades deste campo foi maior que o anterior, pois, nosso tempo de docência e os textos consultados nas análises prévias constataram maior complexidade do campo multiplicativo em relação ao aditivo.

Assim como no campo aditivo, as atividades, especialmente as de aprendizagens, pretendem seguir etapas de resolução, que conduzam os alunos a descobertas da sentença. Para tanto, pretendemos apresentar a atividade; pedir para os alunos resolverem individualmente, na medida que forem resolvendo promover discussões reflexivas sobre elas; mediar as falas auxiliando os alunos na formalização de suas descobertas.

Conheçamos o conteúdo de cada uma delas.

ATIVIDADE 6

Título: questões multiplicativas 1

Objetivo: Descobrir uma lei geral para resolver problemas multiplicativos, com situações envolvendo valores monetários.

Materiais necessários: Lista de questões, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: entregar a cada aluno uma lista com os problemas, solicitar que resolvam individualmente.

1) João comprou 2 cadernos a R$14,00 cada um e pagou R$ 28,00.

a) Quantos cadernos João comprou? ________________

b) Qual o valor de cada caderno?___________________

d) Quanto custou os 2 cadernos? ___________________

e) Que sentença representa a situação? ______________

*Como foi feito para determinar o valor total a pagar na compra dos cadernos?*____

2) Ivan comprou 4 canetas a R$3,00 cada uma. Quanto ele gastou na compra das 4 canetas?

a) Quantas canetas Ivan comprou? _________________

b) Qual o preço de cada caneta? ____________________

c) O que a questão pede? __________________________

d) Que sentença representa a situação? _______________

e) Qual o valor gasto na compra das canetas?___________

f) Qual a operação usada para resolver a questão?________

*Como você fez para determinar o valor total a pagar na compra das canetas?*____

3) Maria comprou 3 camisetas a R$15,00 cada uma. Qual o valor total gasto nas 3 camisetas?

a) Quantas camisetas Maria comprou? ______________

b) Qual o valor de cada camiseta? ___________________

c) O que a questão pede? ___________________________

d) Que sentença representa a situação? _________________

e) Qual o valor total gasto nas 3 camisetas? _____________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _________

Como você fez para determinar o valor total a pagar na compra das camisetas?
____

4) Comprei 5 blusas e paguei um total de R$65,00. Qual o preço de cada blusa?

a) Quantas blusas comprei?________________________

b) Quanto gastei no total? _________________________

c) O que a questão pede? __________________________

d) Que sentença representa a situação? _______________

e) Quanto custou cada blusa? ______________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão?________

Como você fez para determinar o preço de cada blusa?
____

5) Comprei 3 cadernos e paguei R$36,00. Qual o preço de cada caderno?

a) Qual a quantidade de caderno comprado?_____________

b) Qual o valor total gasto nos cadernos? ______________

c) O que a questão pede?_____________________________

d) Que sentença representa a situação?__________________

e) Quanto custou cada caderno? ______________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _________

6) Eliana comprou 4 garrafas de refrigerante e pagou um total de R$24,00. Quanto custou cada garrafa de refrigerante?

a) Quantas garrafas de refrigerante Eliana comprou?________

b) Quanto Eliana pagou no total? _____________________

c) O que a questão pede? ___________________________

d) Que sentença representa a situação? __________________

e) Quanto custou cada garrafa de refrigerante? ____________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? __________

7) Edna comprou algumas canetas piloto e pagou R$24,00. Se o preço de cada caneta foi R$6,00, quantas canetas Edna comprou?

a) Quanto Edna pagou pelas canetas? ____________________

b) Quanto custou cada caneta? _______________________

c) O que a questão pede? __________________________

d) Que sentença representa a situação?___________________

e) Quantas canetas Edna comprou? ______________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? __________

Como você fez para determinar o total de canetas compradas por Edna? ____

8) Lia comprou alguns carrinhos a R$14,00 cada um e pagou um total de R$168,00. Qual a quantidade de carrinhos comprados?

a) Qual o preço unitário de cada carrinho? _______________

b) Qual o valor total gasto com os carrinhos? _____________

c) O que a questão pede? __________________________

d) Que sentença representa a situação? ____________________

e) Qual a quantidade de carrinhos comprados? _____________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ____________

9) José comprou alguns doces a R$2,00 cada um e pagou R$20,00. Quantos doces José comprou?

a) Qual o preço unitário de cada doce? ____________________

b) Qual o valor total gasto com os doces? __________________

c) O que a questão pede? _____________________________

d) Que sentença representa a situação? ______________________

e) Qual a quantidade de doces comprados? ___________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____________

De acordo com as resoluções anteriores, como fazer para determinar o valor total a pagar na compra de objetos iguais?______________________________

____

Vamos organizar as informações das questões na tabela

Questão	**Sentença**	**Cálculo**	**Operação**

Que conclusões podemos tirar a partir das resoluções e do preenchimento do quadro?

Análise *a priori* da atividade 6

Esta é a primeira atividade abordando o campo conceitual multiplicativo. Por isso foi planejada com a finalidade de conduzir os alunos a descobrirem uma lei geral para resolvê-la. A interrogação "*como foi feito para determinar o valor total a pagar na compra dos cadernos?"* após a primeira questão e "c*omo você fez para determinar o valor total a pagar na compra das canetas?"* após a segunda questão e as demais contidas após a terceira, quarta e sétima questões serão formas de levar os alunos a pensarem na sentença construída. Na questão Q_1, por exemplo, a sentença será reflexo da relação entre o valor da camiseta e a quantidade de camisetas compradas, pois é ela que determinará o total a pagar e dará embasamento para resolução das questões seguintes.

Ao final da atividade a interrogação “de acordo com as resoluções anteriores, como fazer para determinar o valor total a pagar na compra de objetos iguais?” pretende levar os alunos a descobrirem uma lei geral relacionada as situações de compra e venda, ou seja, que a quantidade total a pagar está diretamente ligada a relação existente entre o valor do produto e a quantidade comprada, mesmo nos problemas algébricos em que o total já é dado e pede-se para encontrar um dos outros dois valores: o valor do produto ou a quantidade comprada.

Inicialmente, é possível que os alunos sintam dificuldade em compreender como desenvolver esta atividade, uma vez que, são relações diferentes das presentes no campo aditivo. Requer habilidades e conhecimento de conceitos, algoritmos e regras para montagem das sentenças que vão além das presentes nas atividades anteriores. Ao final das resoluções, o quadro será um recurso de visualização e conversa sobre o que foi feito. Terá a seguinte composição.

Questão	**Sentença**	**Cálculo**	**Operação**
1	2 x 14 = 28	2 x 14 =	Multiplicação
2	4 x 3 = ?	4 x 3 =	Multiplicação
3	3 x 15 = ?	3 x 15 =	Multiplicação
4	5 x ? = 65	65 : 5 =	Divisão
5	3 x ? = 36	36 : 3 =	Divisão
6	4 x ? = 24	24 : 4 =	Divisão
7	? x 6 = 24	24 : 6 =	Divisão
8	? x 14 = 168	168 : 14 =	Divisão
9	? x 2 = 20	20 : 2 =	Divisão

A atividade a seguir é uma atividade de aprendizagem com situações problemas que não envolvem valores monetários. Contém nove questões distribuídas entre três aritméticas com sentença do tipo a x b = ? e seis algébricas, com as sentenças das três primeiras do tipo a x ? = b e as três últimas do tipo ? x a = b. Acompanhemos

ATIVIDADE 7

Título: questões multiplicativas 2

Objetivo: Descobrir uma lei geral para resolver problemas multiplicativos, com situações não envolvendo valores monetários.

Materiais necessários: Lista de questões, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: entregar uma lista de questões a cada aluno e solicitar que resolvam individualmente.

1. Uma doceira gasta 4 ovos em cada bolo. Ela vai fazer 5 bolos. Quantos ovos ela vai gastar?

a) Quantos ovos a doceira gasta em cada bolo?________________

b) Quantos bolos ele vai fazer? ____________________________

c) O que o problema pede? ________________________________

d) Que sentença representa a situação? _____________________

e) Quantos ovos a doceira vai gastar nos 5 bolos?______________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ______________

*Como você fez para determinar o total de ovos gastos nos 5 bolos?*____

2. Sueli comprou 3 pacotes de figurinhas com 7 figurinhas em cada pacote. Quantas figurinhas Sueli comprou?

a) Quantos pacotes de figurinhas Sueli comprou? _______________

b) Quantas figurinhas havia em cada pacote? ___________________

c) O que o problema pede? ___________________________________

d) Que sentença representa a situação? _________________________

e) Quantas figurinhas Sueli comprou? _________________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão?_________________

*Como você fez para determinar o total de figurinhas que Sueli comprou?*____

3. Na sala de aula de Luana há 5 filas com 8 carteiras cada uma. Quantas carteiras há na sala de Luana?

a) Quantas filas há na sala de Luana? ______________________

b) Quantas carteiras há em cada fila? ______________________

c) O que o problema pede? _______________________________

d) Que sentença representa a situação? _____________________

e) Quantas carteiras há na sala de Luana?____________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ____________

Como você fez para determinar o total de carteiras que há na sala de Luana? ____

4. Bianca comprou 4 pacotes de canetas com algumas canetas em cada pacote, totalizando 12 canetas. Quantos canetas havia em cada pacote?

a) Quantos pacotes de canetas Bianca comprou? ____________

b) Quantas canetas havia em cada pacote?__________________

c) O que a questão pede? ______________________________

d) Que sentença representa a situação? ____________________

e) Quantos canetas havia em cada pacote? _________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____________

*Como você fez para determinar a quantos pacotes de canetas Bianca comprou?*____

5. A mãe de Lucas comprou 5 caixas de doces para festa de seu aniversário com vários doces em cada caixa. Se as 5 caixas de doces totalizaram 615 doces, quantos doces havia em cada caixa?

a) Quantas caixas de doces a mãe de Lucas comprou?_________

b) Quantos doces havia em cada caixa? ____________________

c) O que a questão pede? ______________________________

d) Que sentença representa a situação? _____________________

e) Quantos doces havia em cada caixa?___________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ___________

6. Os uniformes de uma escola de futebol foram guardados em 6 armários com alguns uniformes em cada armário. Considerando que a escola tinha um total de 24 uniformes, quantos uniformes foram colocados em cada armário?

a) Em quantos armários os uniformes foram guardados? ___________

b) Quantos uniformes ficaram em cada armário? _________________

c) O que a questão pede? _________________________________

d) Que sentença representa a situação? ________________________

e) Quantos uniformes foram colocados em cada armário?____________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ________________

7. No último natal a escola de Luís recebeu a doação de algumas caixas de bolas com 7 bolas em cada caixa, totalizando 28 bolas. Quantas caixas com bolas a escola de Luís recebeu?

a) Quantas caixas com bolas a escola de Luís recebeu?__________

b) Quantos bolas havia em cada caixa? ______________________

c) Quantos bolas escola recebeu no total? ____________________

d) O que a questão pede? _______________________________

e) Que sentença representa a situação? _____________________

f) Quantas caixas com bolas a escola de Luís recebeu?__________

g) Qual a operação usada para resolver a questão? ____________

Como você fez para determinar a quantidade de caixas com bolas recebidas pela escola de Luís? ____

8. Paulo possui algumas prateleiras com 12 livros em cada uma totalizando 36 livros. Quantas prateleiras com livros Paulo possui?

a) Quantas prateleiras com livros Paulo possui? ________________

b) Quantos livros há em cada prateleira? ______________________

c) Quantos livros Paulo possui no total? _______________________

d) O que a questão pede? _______________________________

e) Que sentença representa a situação? ______________________

f) Quantas prateleiras com livros Paulo possui? _________________

g) Qual a operação usada para resolver a questão?______________

9. Gisele comprou alguns pacotes de bolas de gude com 4 bolas de gude em cada um, totalizando 52 bolas de gude. Quantos pacotes de bolas de gude Gisele comprou?

a) Quantos pacotes de bolas de gude Gisele comprou? _______________

b) Quantas bolas de gude havia em cada pacote?____________________

c) Quantas bolas de gude Gisele comprou no total? __________________

d) O que a questão pede? ____________________________________

e) Que sentença representa a situação? ____________________________

f) Quantos pacotes de bolas de gude Gisele comprou? ________________

g) Qual a operação usada para resolver a questão? __________________

De acordo com as resoluções anteriores, como fazer para determinar a quantidade total de objetos?____

____

Vamos organizar as informações das questões na tabela

Questão	**Sentença**	**Cálculo**	**Operação**

Que conclusões podemos tirar a partir das resoluções e do preenchimento do quadro?

Análise *a priori* da atividade 7

Esta atividade, embora envolva dados com valores relativamente baixos, os quais não exigirão a realização de grandes cálculos, poderá apresentar alguma dificuldade para os alunos, por se tratar de situações não envolvendo valores monetários como na atividade anterior, principalmente nos problemas algébricos, cuja modelação é sempre mais complexa.

Por isso, as três primeiras questões possuem uma interrogação após seus itens, como na questão Q_1, que interroga “como você fez para determinar o total de ovos gastos com os 5 bolos?", na Q_2 "como você fez para determinar a quantidade total de figurinhas que Sueli comprou?" e na Q_3 "como você fez para determinar o total de carteiras que há na sala de Luana?". Estas perguntas devem levar os alunos a refletirem sobre uma forma de organizar a sentença, com base na relação entre as variáveis.

E ao final da última atividade a interrogação "como fazer para determinar a quantidade total de objetos?" deve conduzir a uma generalização, que poderá ser usada por todas as questões. Acreditamos que, à medida que os alunos forem realizando a modelação dos problemas e identificando a operação, o desenvolvimento da atividade ficará mais acessível.

Novamente recorreremos ao preenchimento do quadro, com a finalidade de contribuir com a percepção da relação existente entre a posição do termo desconhecido na sentença e a operação utilizada na resolução, mesmo em casos em que não estão presentes situações com valores monetários. Assim sendo, ansiamos que a relação entre as variáveis seja compreendida no decorrer das resoluções e no quadro.

Questão	**Sentença**	**Cálculo**	**Operação**
1	4 x 5 = ?	4 x 5 =	Multiplicação
2	3 x 7 = ?	3 x 7 =	Multiplicação
3	5 x 8 = ?	5 x 8 =	Multiplicação
4	4 x ? = 12	12 : 4 =	Divisão
5	5 x ? = 615	615 : 5 =	Divisão
6	6 x ? = 24	24 : 6 =	Divisão
7	? x 7 = 28	28 : 7 =	Divisão
8	? x 12 = 36	36 : 12 =	Divisão
9	? x 4 = 52	52 : 4 =	Divisão

A seguir a atividade de fixação com situações problemas envolvendo valores monetários. São nove questões em que os alunos irão dispor apenas do enunciado e do espaço para a resolução. Vejamos seu conteúdo

ATIVIDADE 8

Título: questões multiplicativas 3

Objetivo: Praticar a resolução de problemas multiplicativos com situações envolvendo valores monetários.

Materiais necessários: Lista de questões, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: entregar uma lista de questões a cada aluno e solicitar que resolvam individualmente.

1) Bia comprou 4 bonecas a R$43,00 cada uma. Qual o valor total gasto nas 4 bonecas?

2. Um fogão custa R$742,00. Qual o valor de três fogões?

3. Comprei 3 cadernos a R$18,00 cada um. Qual o valor total gasto com os cadernos?

4. Lucas comprou algumas bolas a R$13,00 cada uma e pagou um total de R$39,00. Quantas bolas Lucas comprou?

5. Amanda comprou algumas canetas a R$4,00 cada uma e pagou um total de R$44,00. Quantas canetas Amanda comprou?

6. Comprei alguns pen-drives a R$21,00 cada um e paguei R$63,00. Qual o preço de cada pen-drive?

7. Comprei 4 cadernos e paguei um total de R$56,00. Qual o preço de cada caderno?

8. Augusto comprou 6 livros e pagou R$138,00. Qual o preço de cada livro?

9) Comprei 3 blusas e paguei um total de R$78,00. Qual o preço de cada blusa?

Análise *a priori* da atividade 8

Esta atividade ainda agrega a ideia de multiplicação em seu enunciado e situações envolvendo valores monetários. Sua finalidade é fixar as relações estabelecidas nas atividades anteriores, no que tange o preço do produto, a quantidade comprada e o total a pagar. Essas compreensões terão interferência direta na modelagem da sentença e na escolha da operação, dependendo do tipo de problema.

Como já terão sido trabalhadas outras atividades com estes modelos de questões, nesta os alunos não perceberão grandes dificuldades. Nossa postura será a de mediador. Ambicionando que os alunos compreendam que a melhor forma de organizar os dados é traduzindo-os para a linguagem matemática, pois, à medida que estes forem realizando a modelagem dos problemas e identificando a operação necessária, o desenvolvimento da atividade ficará mais compreensível.

A próxima atividade traz uma revisão de problemas envolvendo a ideia de multiplicação, mas sem valores monetários nas situações.

ATIVIDADE 9

Título: questões multiplicativas 4

Objetivo: Praticar a resolução de problemas multiplicativos sem situações envolvendo valores monetários.

Materiais necessários: Lista de questões, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: entregar uma lista de questões a cada aluno e pedir que resolvam individualmente.

1. Três caixas de suco foram levadas a uma festa. Cada caixa tinha 10 garrafas. Qual o total de garrafas levadas a festa?

2. Tiago caminha 150m todos os dias. Ele caminha 5 dias durante a semana. Quantos metros ele caminha nesses 5 dias?

3. Para brincar o jogo dos pontinhos João e Camila fizeram, em uma folha de papel, 5 linhas com 6 pontinhos em cada uma. Quantos pontinhos eles fizeram?

4. Luís comprou 18 bombons. Eles vieram embalados em algumas caixas com 6 bombons em cada caixa. Quantos caixas de bombons Luís comprou?

5. Os livros de uma biblioteca foram organizados em 3 prateleiras totalizando 36 livros. Quantos livros ficaram em cada prateleira?

6. Gabriela comprou 9 historinhas infantis. Elas vieram embalados em algumas caixas com 3 historinhas infantis em cada caixa. Quantas caixas de historinhas infantis Gabriela comprou?

7. A diretora Lúcia comprou 4 caixas de lápis que totalizaram 164 lápis. Quantos lápis havia em cada caixa?

8. A professora Gilda comprou 2 pacotes de pirulitos que totalizaram 32 pirulitos. Quantos pirulitos havia em cada pacote?

9. Beto comprou 3 pacotes de figurinhas totalizando 12 figurinhas. Quantas figurinhas havia em cada pacote?

Análise *a priori* da atividade 9

Esta é a última atividade com a ideia de multiplicação em seu enunciado e não envolve situações com valores monetários. As situações presentes nas questões são muito próximas das contidas nas atividades anteriores, pois sua finalidade é praticar a resolução de problemas multiplicativos sem situações envolvendo valores monetários.

Assim como na atividade anterior, esperamos que os alunos já tenham conhecimento e habilidade para realizar suas resoluções sem os itens presentes nas atividades 6 e 7, pois a ideia é que já identifiquem o que está sendo solicitado, realizem a modelação da questão e avancem com a resolução. Esta atividade servirá para fixar as estratégias vistas nas aulas anteriores e por meio dela passarão a desenvolver estratégias próprias de resolução.

Nas atividades subsequentes, serão apresentadas questões com enunciados fazendo referência a operação divisão. A escolha por estes modelos de atividades, ocorreu com base em alguns resultados dos estudos contidos nas análises prévias, onde os pesquisadores constataram que, dentre as quatro operações aritméticas fundamentais, a divisão causa maior dificuldade ao aprendizado do aluno.

ATIVIDADE 10

Título: questões multiplicativas 5

Objetivo: Encontrar uma lei geral para resolver problemas de divisão com situações envolvendo valores monetários.

Materiais necessários: Lista de questões, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: entregar uma lista de questões a cada aluno e pedir que resolvam individualmente.

1. José dividiu igualmente R$69,00 entre seus três sobrinhos. Quanto cada um recebeu?

a) Quantos reais José dividiu com seus sobrinhos?________

b) Quantos sobrinhos José tem? ____________________

c) O que a questão pede? ____________________________

d) Que sentença representa a situação? _________________

e) Quanto cada sobrinho recebeu? _____________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão?__________

2. Comprei um fogão por R$726,00 e dividi em 6 prestações iguais. Qual o valor de cada prestação?

a) Qual o preço total do fogão? ______________________

b) Em quantas prestações ele será pago?________________

c) O que a questão pede? __________________________

d) Que sentença representa a situação? _________________

e) Qual o valor de cada prestação? ____________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão?_________

3. João dividiu igualmente R$165,00 para seus 5 filhos comprarem brinquedos. Quanto cada filho recebeu?

a) Qual o valor que João dividiu?____________________

b) Quantos filhos João tem? ________________________

c) O que a questão pede? __________________________

d) Que sentença representa a situação?________________

e) Quanto cada filho recebeu? _______________________

f) Qual a operação usada para resolver a questão?________

4. Cleiton dividiu igualmente R$32,00 com alguns amigos e cada um recebeu 16 reais. Com quantos amigos Cleiton dividiu seu dinheiro?

a) Qual o valor que Cleiton dividiu com seus amigos?_____

b) Quanto cada um recebeu? ______________________

c) O que a questão pede? _________________________

d) Que sentença representa a situação? ________________

e) Com quantos amigos Cleiton dividiu seu dinheiro?_____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ________

5. Comprei uma mochila por R$84,00. Como dividi em algumas parcelas iguais, vou pagar R$21,00 em cada parcela. Em quantas parcelas dividi o valor da mochila?

a) Qual o preço total da mochila? ___________________

b) Em quantas prestações ela será paga? ______________

c) O que a questão pede? _________________________

d) Que sentença representa a situação?________________

e) Em quantas parcelas o valor da mochila foi dividido?____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _________

6. Seu Armando distribuiu igualmente R$39,00 com algumas crianças da vizinhança e cada uma recebeu R$13,00. Com quantas crianças seu Armando distribuiu seu dinheiro?

a) Qual o valor que seu Armando distribuiu?____________

b) Quanto cada criança recebeu? ____________________

c) O que a questão pede? ______________________

d) Que sentença representa a situação?_________________

e) Com quantas crianças seu Armando distribuiu seu dinheiro? ____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ______________

7. Cláudia dividiu igualmente certa quantia em dinheiro com 5 crianças e cada uma recebeu R$23,00. Qual o valor que Claudia dividiu com as crianças?

a) Com quantas crianças Cláudia dividiu seu dinheiro?_______

b) Quanto cada criança recebeu? ______________________

c) O que a questão pede? ________________________

d) Que sentença representa a situação?___________________

e) Qual o valor que Claudia dividiu com as crianças?________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? __________

8. Comprei uma bicicleta por certo valor e vou pagá-la em 6 prestações iguais de R$51,00 cada uma. Qual o valor total pago pela bicicleta?

a) Em quantas prestações a bicicleta será paga?___________

b) Qual o preço de cada prestação? ____________________

c) O que a questão pede? _____________________

d) Que sentença representa a situação? ________________

e) Qual o valor total pago pela bicicleta? _______________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _______________

9. No último natal Jorge dividiu igualmente todo dinheiro de sua mesada com 3 colegas da escola e cada um recebeu R$30,00. Qual o valor que Jorge dividiu com seus colegas?

a) Com quantos colegas Jorge dividiu seu dinheiro?_________

b) Quanto cada colega recebeu? _____________________

c) O que a questão pede? _______________________

d) Que sentença representa a situação? __________________

e) Qual o valor que Jorge dividiu com seus colegas?_________

f) Qual a operação usada para resolver a questão?____________

Vamos organizar as informações das questões na tabela

Questão	**Sentença**	**Cálculo**	**Operação**

Que conclusões poderia tirar a partir das resoluções?

Análise *a priori* da atividade 10

Esta atividade trabalha especificamente com situações envolvendo divisão, pois, a despeito de, nas atividades anteriores com problemas multiplicativos, ela não estar presente nas sentenças, esta foi utilizada nas resoluções dos problemas algébricos. A finalidade desta aula é levar os alunos a perceberem que, embora usem processos semelhantes aos das atividades anteriores, a modelação da sentença sempre usará divisão.

Iniciaremos a aula distribuindo a atividade e pedindo para os alunos olharem as questões e verificarem se há diferença em relação as anteriores. De posse das falas, pediremos que façam suas resoluções, respondendo aos itens de cada questão. Como será a primeira atividade com esta característica (envolvendo exclusivamente a divisão), possivelmente haverá dificuldade em modelar as questões.

As questões Q_4, Q_5 e Q_6 vão requerer maior cuidado em relação às anteriores do campo multiplicativo e as outras questões desta atividade, pois suas modelações são do tipo a: ? = b, no entanto, não seguirão os processos descobertos até então. Na execução desta aula ressaltaremos a importância da interpretação da situação e mostraremos a possibilidade de resolução por dois procedimentos diferentes.

O primeiro deles será distribuir a quantidade total (dividendo) pela quantidade que cada um recebeu (divisor) e descobrir em quantas partes o valor inicial foi distribuído (quociente). Neste caso, a questão Q_4 com sentença 32 : ? = 16, será resolvido pelo cálculo 32: 16. Outra forma de proceder será a multiplicação do quociente por valores sucessivos até obter o valor do dividendo e o número que multiplicado chegou ao dividendo, será o valor procurado. No caso da $Q_{4,}$ o resultado será encontrado facilmente, pois as tentativas serão: 16 x 1 = 16 (não serve) e 16 x 2 = 32, o valor procurado será 2.

Nas questões Q_7, Q_8 e Q_9, as modelações são do tipo ? : a = b, pois a quantidade a ser distribuída, ainda é desconhecida. Nestes casos, os alunos irão perceber que uma das alternativas será a utilização da operação inversa (multiplicação) para chegar ao resultado correto. Ao final, recorreremos à construção do quadro, por termos a convicção de que ele é um facilitador na compreensão das relações presentes nas questões e na visualização de tudo que foi feito no decorrer das resoluções. A intenção é chegar a este quadro:

Questão	Sentença	Cálculo	Operação
1	69 : 3 = ?	69 : 3 =	Divisão
2	726 : 6 = ?	726 : 6 =	Divisão
3	165 : 5 = ?	165 : 5 =	Divisão
4	32 : ? = 16	32 : 16 =	Divisão
5	84 : ? = 21	84 : 21 =	Divisão
6	39 : ? = 13	39 : 13 =	Divisão
7	? : 5 = 23	5 x 23 =	Multiplicação
8	? : 6 = 51	6 x 51 =	Multiplicação
9	? : 3 = 30	3 x 30 =	Multiplicação

A atividade 11 apresenta questões multiplicativas, mas com situações envolvendo a ideia de divisão. Além disso, não abarca dados referentes a valores monetários. Vejamos.

ATIVIDADE 11

Título: questões multiplicativas 6

Objetivo: Encontrar uma lei geral para resolver problemas de divisão sem situações envolvendo valores monetários.

Materiais necessários: Lista de questões, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: entregar uma lista de questões a cada aluno e pedir que resolvam individualmente.

1. Luís tem 20 livros para dividir igualmente em 4 caixas. Quantos livros ficarão em cada caixa?

a) Quantos livros Luís tem para dividir?_________________

b) Em quantas caixas eles serão colocados? ______________

c) O que a questão pede? _________________________

d) Que sentença representa a situação? ___________________

e) Quantos livros colocarão em cada caixa? ______________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? __________

2. As 104 carteiras de uma creche foram distribuídas igualmente em 4 salas de aula. Quantas carteiras ficaram em cada sala?

a) Quantas carteiras há na creche? ____________________

b) Em quantas salas elas foram distribuídas? _____________

c) O que a questão pede? ______________________

d) Que sentença representa a situação? _________________

e) Quantas carteiras ficaram em cada sala? _______________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ___________

3. Tiago tem 35 quilos de arroz para distribuir igualmente em 5 pacotes. Quantos quilos de arroz ficarão em cada pacote?

a) Quantos quilos de arroz Tiago tem para distribuir?________

b) Quantos pacotes serão formados? ___________________

c) O que a questão pede? ________________________

d) Que sentença representa a situação?__________________

e) Quantos quilos de arroz ficarão em cada pacote?__________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ___________

4. A mãe de Cláudio preparou 198 doces para a festinha de seu aniversário. Ela distribuiu igualmente essa quantidade entre seus convidados e cada um recebeu 18 doces. Quantos convidados havia no aniversário de Cláudio?

a) Quantos doces a mãe de Cláudio preparou?_______________

b) Quantos doces cada convidado recebeu?_________________

c) O que a questão pede? ___________________________

d) Que sentença representa a situação? ____________________

e) Quantos convidados havia no aniversário de Cláudio?________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____________

5. Toninho distribuiu igualmente 65 bombons em alguns pacotes. Cada pacote ficou com 5 bombons. Quantos pacotes de bombons Toninho fez?

a) Quantos bombons Tiago têm para distribuir?__________

b) Quantos bombons ficaram em cada pacote?___________

c) O que a questão pede? _______________________

d) Que sentença representa a situação? ________________

e) Quantos pacotes de bombons Toninho fez? ___________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _________

6. A diretora de uma escola dividiu igualmente as 15 caixas de lápis de uma escola em algumas prateleiras, ficando 5 caixas de lápis em cada prateleira. Em quantas prateiras as caixas de lápis foram colocadas?

a) Quantos caixas de lápis a diretora tinha para dividir?______

b) Quantas caixas de lápis ficou em cada prateleira? ________

c) O que a questão pede? _______________________

d) Que sentença representa a situação? __________________

e) Em quantas prateiras as caixas de lápis foram colocadas?___

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ___________

7. José preparou alguns docinhos e em seu aniversário os distribuiu igualmente entre seus 24 colegas. Cada um recebeu 9 docinhos. Quantos docinhos José preparou para distribuir?

a) Quantos colegas havia em seu aniversário? _______________

b) Quantos docinhos cada colega recebeu? _________________

c) O que a questão pede? __________________________

d) Que sentença representa a situação?_____________________

e) Quantos docinhos José preparou para distribuir com seus colegas?_____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____________

8. Maria comprou alguns ovos de páscoa e distribui-os igualmente entre seus 4 netos. Cada um recebeu 2 ovos de páscoa. Quantos ovos de páscoa Maria comprou?

a) Quantos netos Maria tem? ____________________

b) Quantos ovos cada neto recebeu? ________________

c) O que a questão pede? ______________________

d) Que sentença representa a situação? ______________

e) Quantos ovos de páscoa Maria comprou? __________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? ______

9. Carlos dividiu igualmente certa quantia de bolas de gude entre seus 17 alunos. Se cada um recebeu 3 bolas, quantas bolas de gude Carlos tinha para dividir com seus alunos?

a) Quantos alunos Carlos tem? ___________________

b) Quantas bolas de gude cada aluno recebeu? _________

c) O que a questão pede? ________________________

d) Que sentença representa a situação? _______________

e) Quantas bolas de gude Carlos tinha para dividir com seus alunos? ________

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _______

Vamos organizar as informações das questões na tabela

Questão	Sentença	Cálculo	Operação
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

Que conclusões você poderia tirar a partir de suas resoluções?

Análise *a priori* da atividade 11

Esta atividade também trabalha especificamente com a ideia da divisão em seu enunciado e não envolve valores monetários. Sua finalidade é avançar de modo mais significativo na compreensão desses modelos de questões, por abarcar situações, sem referência à compra e a venda que, normalmente, são mais acessíveis. Esperamos que a realização da primeira atividade com divisão, dê suporte para os alunos compreenderem a modelação das questões.

Por outro lado, assim como na ATIVIDADE 10, poderão surgir dificuldades nas questões Q_4, Q_5 e Q_6, com sentença do tipo a : ? = b. Nestes casos, a dificuldade não estará na montagem da sentença e sim na complexidade de compreender como organizar os dados na operação inversa. Pois, na questão Q_4, por exemplo, teremos que recorrer a multiplicação de diversos valores, até encontrar um que, multiplicado por 18, resulte em 198 e, em seguida, adotar o mesmo procedimento para as questões Q_5 e Q_6.

Também, poderão adotar outro procedimento usando a divisão e não a operação inversa. Neste caso, o dividendo será dividido pelo quociente, obtendo assim, o valor do divisor. A questão Q_4, por exemplo, terá sentença 198 : ? = 18 e cálculo do tipo 198 : 18. Além disso, a execução do cálculo demandará maior cautela, pois o algoritmo da divisão apresenta certo grau de complexidade que exigirão muita atenção e conhecimento do algoritmo. Ao final o quadro será novamente preenchido com a finalidade de auxiliar o aluno a melhor compreender os procedimentos desenvolvidos.

Questão	Sentença	Cálculo	Operação
1	20 : 4 = ?	20 : 4 =	Divisão
2	104 : 4 = ?	104 : 4 =	Divisão
3	35 : 5 = ?	35 : 5 =	Divisão
4	198 : ? = 18	198 : 18 =	Divisão
5	65 : ? = 5	65 : 5 =	Divisão
6	15 : ? =5	15 : 5 =	Divisão
7	? : 24 = 9	24 x 9 =	Multiplicação
8	? : 4 = 2	4 x 2 =	Multiplicação
9	? : 17 = 3	17 x 3 =	Multiplicação

ATIVIDADE 12

Título: questões multiplicativas 7

Objetivo: Exercitar a resolução de problemas com divisão envolvendo situações com e sem valores monetários.

Materiais necessários: Lista de questões, papel, caneta ou lápis, borracha.

Procedimentos: entregar uma lista de questões a cada aluno e pedir que resolvam individualmente.

1. Dividi R$140,00 entre 4 pessoa. Quanto cada um recebeu?

2. Júlia comprou um computador por R$1.120,00 e pagou em 8 prestações iguais. Qual o valor de cada prestação?

3. Luís tem 65 figurinhas para dividir igualmente em 5 páginas de seu álbum. Quantas figurinhas ficarão em cada página?

4. Cleber dividiu R$44,00 com algumas pessoas e cada um recebeu 11 reais. Com quantas pessoas Cleber dividiu seu dinheiro?

5. Manoel distribuiu igualmente R$35,00 com algumas crianças e cada uma recebeu R$7,00. Com quantas crianças Manoel distribuiu seu dinheiro?

6. Carol dividiu igualmente suas 12 canetas coloridas em alguns estojos e cada estojo ficou com 3 canetas. Em quantos estojos Carol colocou suas canetas?

7. Lívia dividiu igualmente certa quantia em dinheiro com seus 3 irmãos e cada um recebeu R$29,00. Qual o valor que Lívia dividiu com seus irmãos?

8. Guilherme dividiu igualmente o dinheiro de seu cofre com 4 colegas e cada um recebeu R$25,00. Qual o valor que Guilherme dividiu com seus colegas?

9. Josué tinha algumas figurinhas e resolveu dividi-las igualmente com seus 6 colegas. Se cada colega recebeu 5 figurinhas, quantas figurinha Josué dividiu?

Análise *a priori* da atividade 12

Nesta atividade os alunos deverão seguir todos os procedimentos já apresentados anteriormente, no entanto sem a presença das perguntas em cada item, uma vez que se trata de uma atividade de fixação. Ela envolve situações com e sem valores monetários e com a mesma distribuição das questões de acordo com o tipo de problema (aritmético e algébrico) e com o modelo de sentença, ou seja, as três primeiras questões eram aritméticas com sentença do tipo a : b = ? e as seis últimas algébricas, sendo as três primeiras com sentença do tipo a : ? = b e as três últimas ? : a = b.

Como esta é a última atividade, esperamos segurança e autonomia dos alunos no transcorrer de sua resolução. Caso ainda haja alguma dúvida iremos auxiliá-los para o melhor desempenho no pós-teste. Provavelmente, serão raras as dúvidas tanto na compreensão dos passos utilizados, como na realização dos cálculos. Nossa função consistirá em auxiliar os alunos a minimizarem as dúvidas, se, por ventura, elas ainda existirem.

A seção a seguir é da experimentação. Nela descreveremos minuciosamente o passo a passo de implementação do planejamento contido nesta seção de concepção e análise *a priori*. Será apresentada desde a aproximação com a direção, perpassando pelo diálogo inicial com os alunos, as primeiras impressões, até a execução dos testes e atividades. Detalharemos o número de alunos participante em cada aula, sua duração, dificuldades e aprendizados observados em cada encontro. Sigamos a seção seguinte.

4. EXPERIMENTAÇÃO

Nesta seção temos como objetivo apresentar o desenvolvimento da etapa da experimentação. Nela trazemos a descrição de como executamos esta etapa com base no material descrito na seção anterior. A experimentação foi desenvolvida em uma escola pública municipal de Abaetetuba/PA, a qual atende desde o maternal ao 5º ano do Ensino Fundamental. A opção por esta escola justifica-se por ser uma das escolas do município onde já atuamos, portanto, temos facilidade de acesso e por ser uma instituição cuja equipe pedagógica anseia constantemente por novas metodologias para o ensino de Matemática e ainda desconhece o Ensino por Atividade.

Escolhemos o último ano do Ensino Fundamental por ser este o momento de consolidação do ensino das quatro operações fundamentais neste ciclo. A turma selecionada para a representação da população da pesquisa pertencia ao turno da manhã e possuía vinte e cinco alunos regularmente matriculados, dos quais apenas vinte e três participaram do experimento, pois, foram os que estiveram presentes tanto no momento do pré-teste, quanto no pós-teste.

A aproximação com a escola ocorreu no início do ano letivo de 2014, quando procedemos a apresentação da proposta junto à direção e coordenação pedagógica da escola, momento no qual explicamos a natureza e finalidade da pesquisa. Ambas se interessaram pela proposta e se disponibilizaram a ajudar no que fosse possível para a concretização da pesquisa. Naquele momento elas mostraram a disponibilidade de turmas e os horários e optamos, então, pela turma do 5º ano no horário da manhã. Indicaram o nome da professora responsável pela turma para que a procurássemos e acertássemos os dias e horários para realização do experimento.

Nesta instituição cada professor assume uma turma no início do ano e nela permanece durante todo o ano letivo, ministrando todas as disciplinas do currículo da referida série. Procuramos a professora do turno da manhã que disponibilizou seus dias de aula de Matemática para realização da pesquisa. Dizemos dias de aula, já que nos anos iniciais do Ensino Fundamental desta escola, não são contadas horas-aula para as disciplinas, como no Ensino Fundamental maior, normalmente é destinado um dia de aula para cada disciplina. Por isso, quando falarmos de hora, doravante no decurso do texto, estaremos nos referindo a hora de relógio e não hora-aula.

O experimento foi dividido em duas etapas: um para os problemas aditivos e outro para os multiplicativos, ocorridos em semestres diferentes, de acordo com o cronograma fornecido pela professora da turma para o período destinado a cada um dos dois campos. A primeira etapa ocorreu no 1º semestre de 2014 entre o final de abril, e início, de junho e a segunda no 2º semestre nos meses de novembro e dezembro do referido ano até o início de janeiro de 2015. Em ambos os momentos, as notas dos testes finais foram utilizados pela professora da turma para somar com a nota do bimestre na disciplina Matemática.

Os instrumentos de coletas de dados utilizados foram, além dos testes, questionários com informações sociais e econômicas, as resoluções dos alunos no decorrer das aulas e o diário de campo, onde registramos o desempenho, inquietações, inferências e conclusões dos envolvidos durante a execução do experimento. Estas anotações forneceram informações importantíssimas para a análise dos dados.

A etapa da experimentação foi distribuído em 17 (dezessete) encontros que nomeamos de seções de ensino. De acordo com Pais (2002) essas aulas são também denominadas sessões, por seu caráter específico para a pesquisa e não são aulas comuns no sentido da rotina de sala de aula. Vejamos a descrição de cada seção de ensino com suas respectivas datas no quadro a seguir.

Quadro 9 - Atividades desenvolvidas

Data	Atividades desenvolvidas
30/04/2014	Questionário socioeconômico e pré-teste aditivo
07/05/2014	Atividade de aprendizagem com situações aditivas envolvendo valores monetários
21/05/2014	Atividade de aprendizagem com situações aditivas não envolvendo valores monetários
28/05/2014	Atividade de fixação com situações aditivas envolvendo valores monetários
04/06/2014 (manhã)	Atividade de fixação com situações aditivas não envolvendo valores monetários
04/06/2014 (tarde)	Revisão envolvendo situações aditivas com e sem valores monetários
10/06/2014	Pós-teste aditivo
13/11/2014	Pré-teste multiplicativo
24/11/2014	Apresentação das ideias, conceitos e algoritmos das operações

	multiplicação e divisão
01/12/2014	Atividade de aprendizagem com situações multiplicativas envolvendo valores monetários
17/12/2014	Atividade de aprendizagem não envolvendo valores monetários
22/12/2014	Atividade de fixação com situações multiplicativas envolvendo valores monetários
29/12/2014	Atividade de fixação não envolvendo valores monetários
30/12/2014	Atividade de aprendizagem com divisão envolvendo valores monetários.
08/01/2015	Atividade de aprendizagem com divisão não envolvendo valores monetários
09/01/2015	Atividade de fixação com divisão, envolvendo situações com e sem valores monetários
12/01/2015	Pós-teste multiplicativo

Fonte: pesquisa de campo

4.1 PRIMEIRA SEÇÃO DE ENSINO

A primeira seção de ensino ocorreu no dia 30 de abril de 2014. Neste dia a professora nos apresentou aos alunos, justificou o motivo de nossa chegada à escola e principalmente a turma e informou que se tratava da realização de uma pesquisa sobre o ensino de Matemática. Aproveitou para avisar que nos dias destinados a essa atividade ela não estaria presente nas aulas (ressalte-se que a opção por não assistir as aulas do experimento se deu por decisão da professora, sem qualquer interferência nossa) e que os resultados obtidos na pesquisa seriam usados para somar com a nota da 2ª avaliação na disciplina Matemática.

Após esta conversa inicial, ela nos concedeu a fala. Procedemos, então, a nossa apresentação, destacando o nome da instituição a qual estamos vinculados; o local do curso e a finalidade da pesquisa com o ensino de Matemática. Pontuamos ainda a importância e a seriedade da mesma e, principalmente, de cada um dos presentes naquela sala para que sua concretização tivesse sucesso. Perguntamos se podiam colaborar conosco e todos se mostraram interessados e se dispuseram a contribuir.

Explicamos aos alunos que neste dia eles responderiam a dois questionários: sendo o primeiro, de cunho sócio econômico, relacionado a aspectos da vida escolar; sua relação com a matemática; formação escolar de seus familiares; hábitos de estudos e das atividades econômicas. Já para o segundo, sendo um teste para avaliar seus conhecimentos sobre o assunto abordado, pedindo que resolvessem as questões do jeito que julgassem correto, mas sem o uso da calculadora ou outro recurso didático. O primeiro questionário foi efetivado de 7h40min à 9h15min, pois no horário de 7h15min à 7h40min foi realizada a apresentação da proposta aos alunos. E o pré-teste após o intervalo, no horário de 9h30min à 11h30min. Ambos os questionários tiveram participação de vinte e quatro alunos.

4.1.1 Perfil dos Alunos

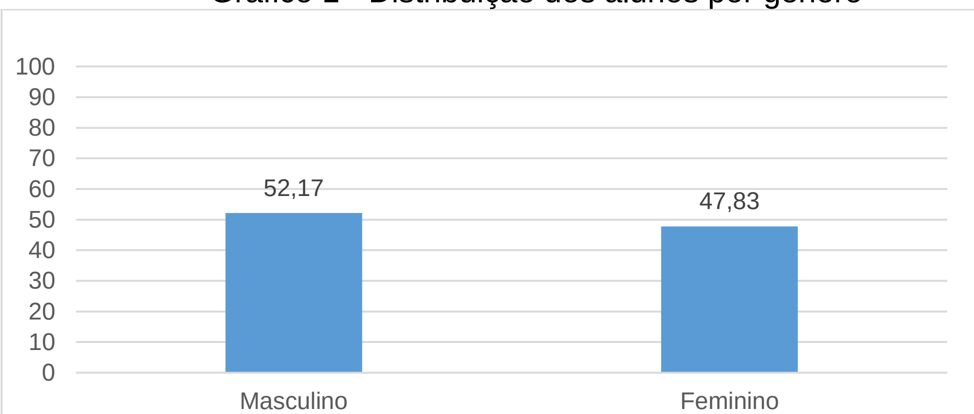
A fim da composição do perfil socioeconômico dos alunos e diagnosticar suas impressões acerca da resolução de problemas envolvendo as quatro operações, aplicamos um questionário à turma em seus 23 (vinte e três) alunos presentes. O instrumento estava dividido em duas partes. A primeira continha questões referentes a seu perfil social, econômico, familiar e estudantil. A segunda pretendia analisar a relação do aluno com a Matemática e o assunto abordado. A seguir apresentamos as informações coletadas neste questionário.

Tabela 11: Distribuição dos alunos por gênero

GÊNERO	Nº DE ALUNOS	%
Masculino	12	52,17
Feminino	11	47,83
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 1 - Distribuição dos alunos por gênero



Fonte: pesquisa de campo (2014)

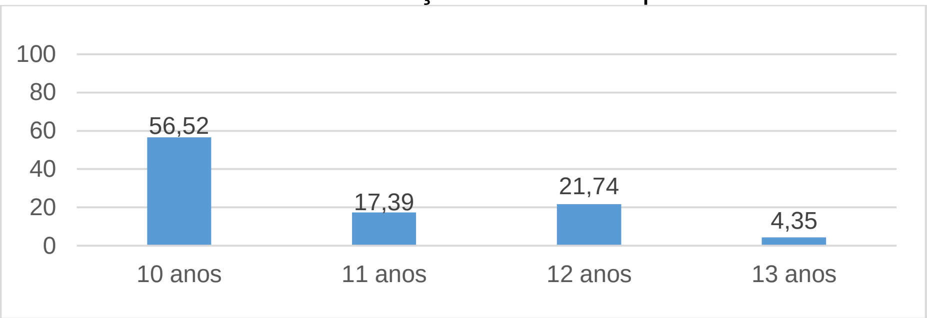
A diferença entre o número de alunos por gênero é bem pequena, pois, embora os alunos do sexo masculino sejam a maioria, com 52,17%, essa diferença não é muito expressiva. A seguir veremos as idades desses alunos.

Tabela 12 - Distribuição dos alunos por idade

IDADE	Nº DE ALUNOS	%
10 anos	13	56,52
11 anos	4	17,39
12 anos	5	21,74
13 anos	1	4,35
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 2 - Distribuição dos alunos por idade



Fonte: pesquisa de campo (2014)

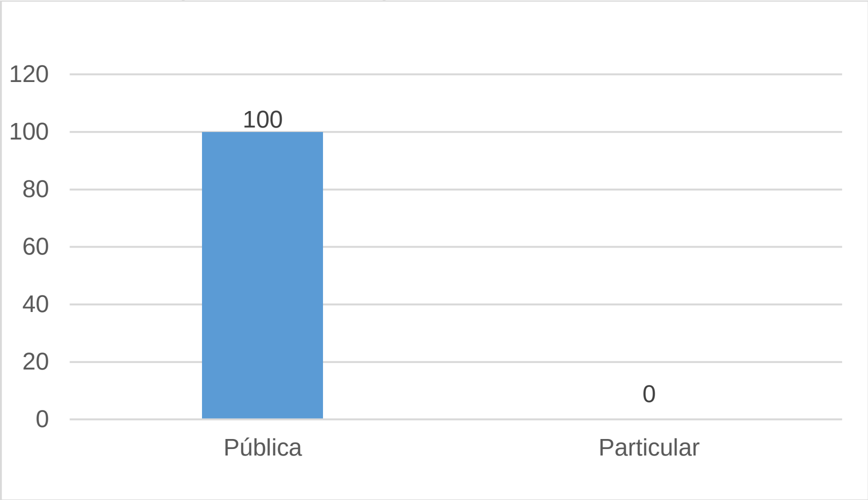
Os dados acima comprovam que apesar de 56,52% dos alunos estarem corretamente na correspondência idade-série, o percentual dos que ficaram retidos de um a três anos em série anteriores e estão no grupo de alunos que apresentam distorção série-idade é bastante expressivo. A próxima tabela apresenta o tipo de escola que estudaram o Ensino Fundamental.

Tabela 13:Tipo de escola que estudou o Ensino Fundamental

TIPO DE ESCOLA	Nº DE ALUNOS	%
Pública	23	100
Particular	00	0
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 3 - Tipo de escola que estudou o Ensino Fundamental



Fonte: pesquisa de campo (2014)

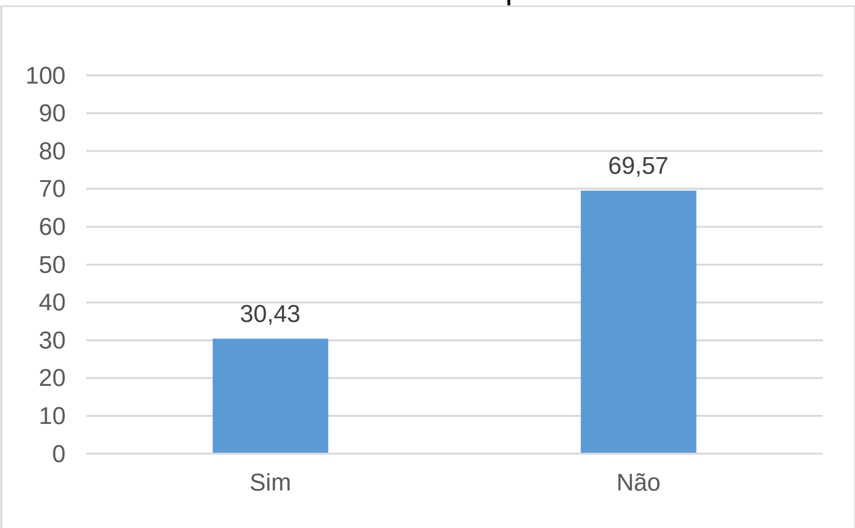
Sobre o tipo de escola, todos os participantes da pesquisa informaram ter estudado e continuam estudando em escola pública. Veremos a seguir o índice de repetência no 5º ano.

Tabela 14: Índice de repetência no 5º ano

REPETÊNCIA NO 5º ANO	Nº DE ALUNOS	(%)
Sim	7	30,43
Não	16	69,57
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 4 - Índice de repetência no 5º ano



Fonte: pesquisa de campo (2014)

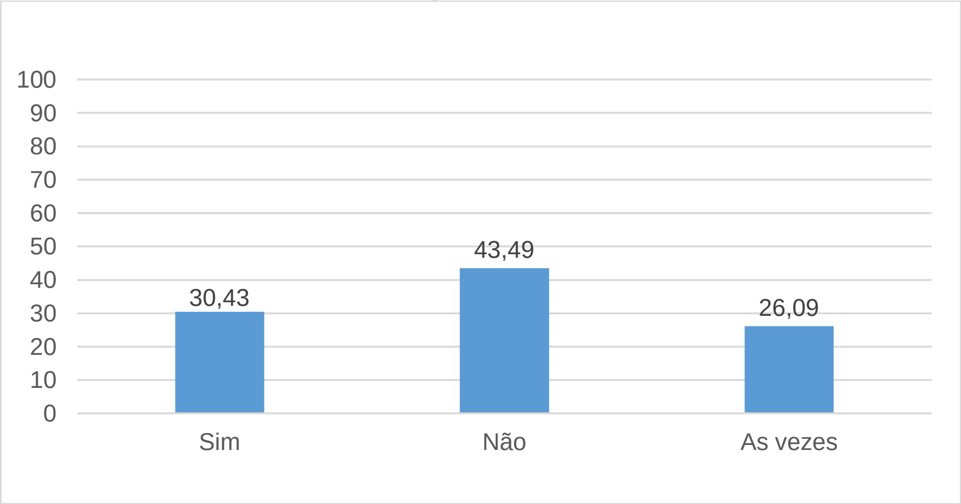
Pelas informações anteriores, constatamos que 30,43% dos alunos são repetentes do 5º ano, o que indica um número bem elevado de alunos que não tiveram êxito nesta série em anos anteriores. Investigamos também se os alunos trabalhavam de forma remunerada, os dados estão na tabela a seguir.

Tabela 15: Alunos que trabalham de forma remunerada

TRABALHA DE FORMA REMUNERADA	Nº DE ALUNOS	(%)
Sim	7	30,43
Não	10	43,49
As vezes	6	26,09
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 5 - Índice de alunos que trabalham de forma remunerada



Fonte: pesquisa de campo (2014)

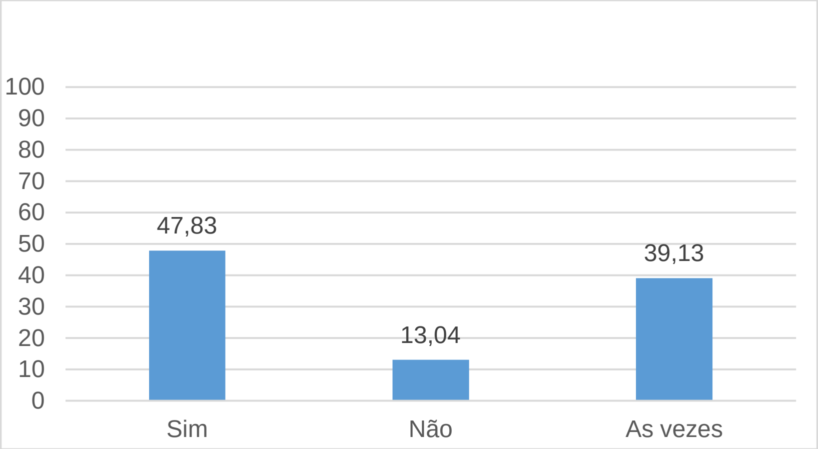
Em relação à atividade remunerada 30,43% dos alunos afirmaram exercer constantemente alguma atividade que lida com valores monetários. Este índice, embora possa contribuir com a pesquisa, pelo fato dos alunos realizarem algumas das operações aritméticas fundamentais, é alarmante do ponto de vista social, pois as idades dos alunos oscilam entre 10 e 13 anos, portanto ainda não estão em idade de trabalhar. E, se somarmos o número dos alunos que desempenham atividade remunerada constantemente, aos que trabalham às vezes, o índice sobe para 56,52%, dado que representa mais da metade dos alunos consultados desempenhando alguma atividade remunerada, quando deveriam estar estudando.

Tabela 16: Índice dos alunos que costumam fazer compra

FAZ COMPRAS	Nº DE ALUNOS	(%)
Sim	11	47,83
Não	3	13,04
As vezes	9	39,13
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 6 - Alunos que costumam fazer compra



Fonte: pesquisa de campo (2014)

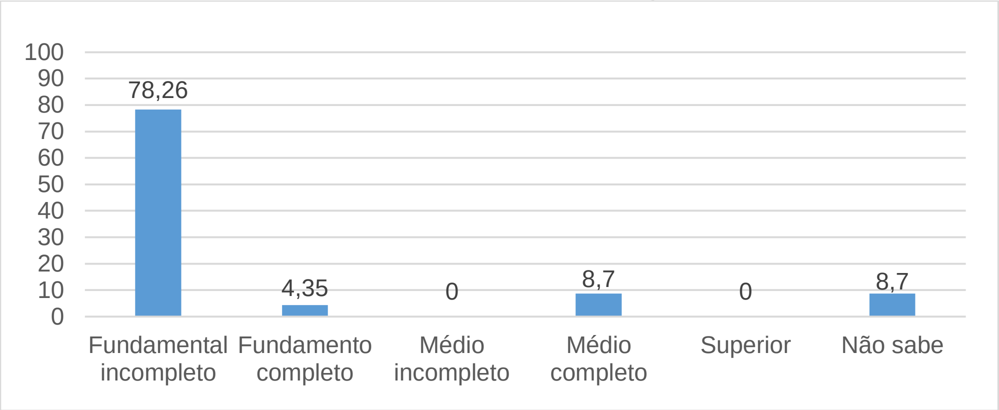
Quando interrogados se costumam fazer compras, apenas 13,04% não tem esse hábito, os demais ou fazem compras com frequência ou às vezes, totalizando 86,96% nessas duas categorias. Acreditamos que esse índice é muito bom para a pesquisa, pois indica que os alunos tem contato com dinheiro, consequentemente, com operações aritméticas elementares.

Tabela 17: Níveis de escolaridade do responsável masculino

ESCOLARIDADE DO RESPONSÁVEL MASCULINO	Nº DE ALUNO	(%)
Fundamental incompleto	18	78,26
Fundamento completo	1	4,35
Médio incompleto	0	0
Médio completo	2	8,7
Superior	0	0
Não sabe	2	8,7
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 7 - Níveis de escolaridade do responsável masculino



Fonte: pesquisa de campo (2014)

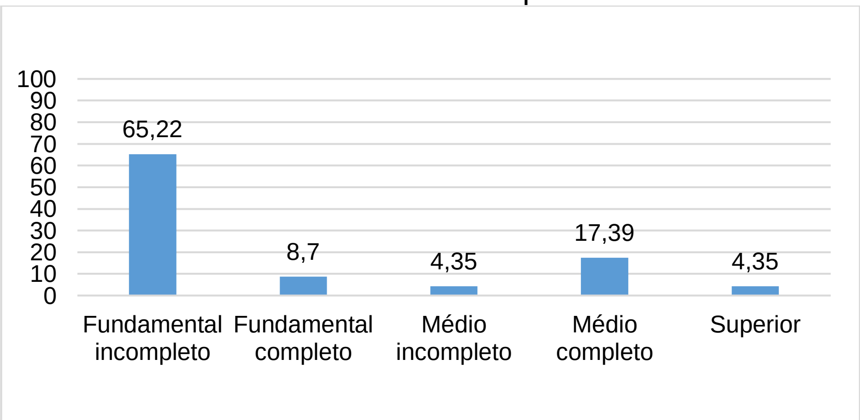
Os dados anteriores revelam que a grande maioria dos responsáveis masculinos não concluiu o Ensino Fundamental e nenhum possui nível superior. A seguir apresentamos a escolaridade do responsável feminino.

Tabela 18 - Escolaridade do responsável feminino

ESCOLARIDADE DO RESPONSÁVEL FEMININO	Nº DE ALUNO	%
Fundamental incompleto	15	65,22
Fundamental completo	2	8,7
Médio incompleto	1	4,35
Médio completo	4	17,39
Superior	1	4,35
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 8 - Escolaridade do responsável feminino



Fonte: pesquisa de campo (2014)

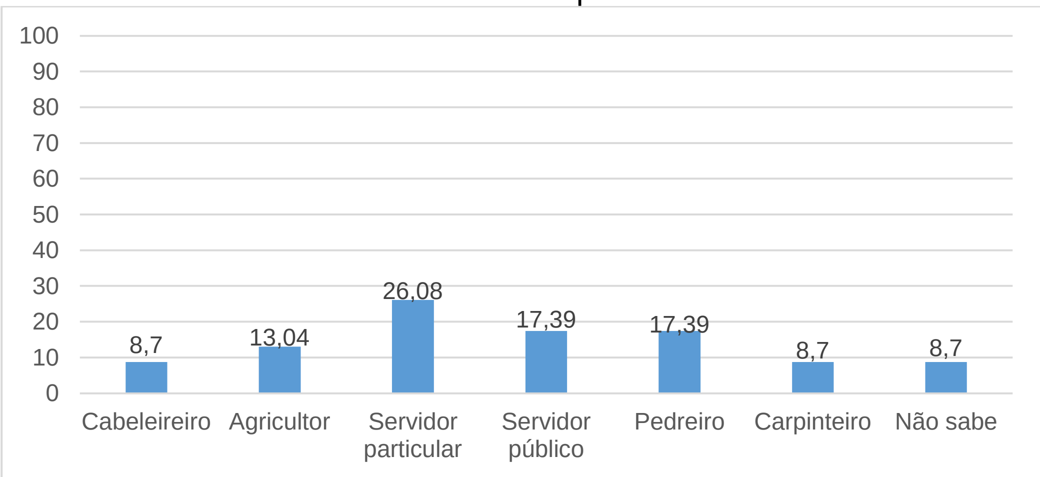
Neste quesito houve uma melhora significativa, pois o número de responsável feminino com Ensino Fundamental Incompleto diminuiu e, consequentemente, aumentou o de Fundamental Completo e médio. Também há uma pessoa com nível superior.

Tabela 19: Profissão do responsável masculino

TIPOS DE PROFISSÃO	Nº DE ALUNO	(%)
Cabeleireiro	2	8,7
Agricultor	3	13,04
Servidor particular	6	26,08
Servidor público	4	17,39
Pedreiro	4	17,39
Carpinteiro	2	8,7
Não sabe	2	8,7
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 9 - Profissão do responsável masculino



Fonte: pesquisa de campo (2014)

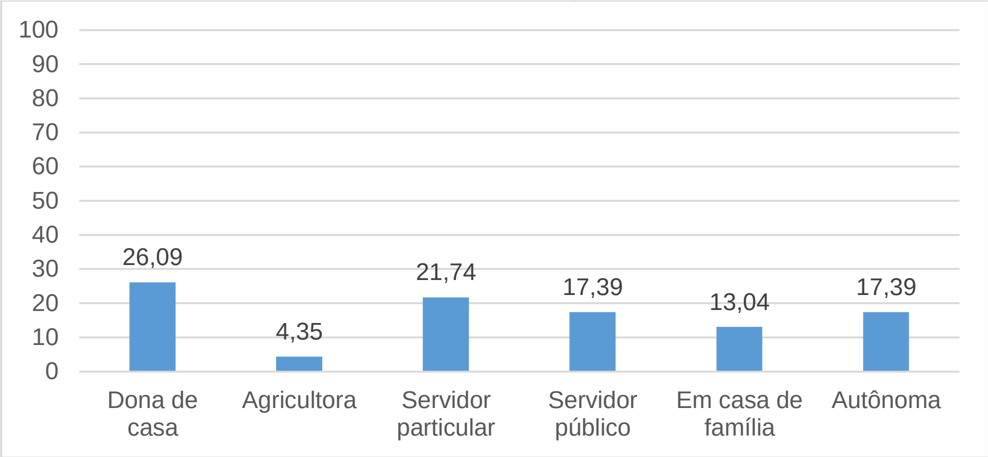
Os dados anteriores evidenciam uma diversidade de profissões dos responsáveis masculinos, com predominância de profissões informais e autônomas. Vejamos as profissões dos responsáveis femininos.

Tabela 20: Profissão do responsável feminino

TIPOS DE PROFISSÃO	NÚMERO DE ALUNO	(%)
Dona de casa	6	26,09
Agricultora	1	4,35
Servidor particular	5	21,74
Servidor público	4	17,39
Em casa de família	3	13,04
Autônoma	4	17,39
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 10 - Profissão do responsável feminino



Fonte: pesquisa de campo (2014)

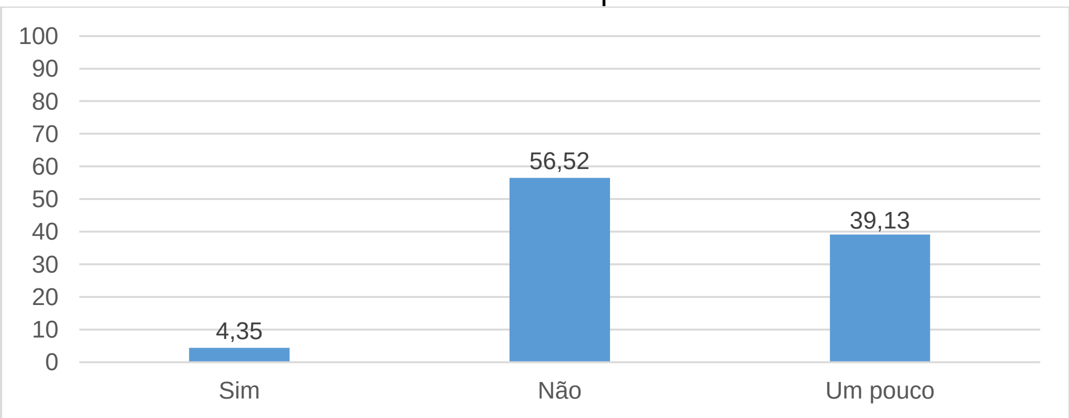
As profissões do responsável feminino, também foram diversas, algumas formais, outras informais, mas a predominância ainda foi de dona-de-casa. Os próximos dados referem-se à relação dos alunos com a Matemática e com o assunto abordado em nossa pesquisa. Vejamos

Tabela 21: Dificuldade em aprender Matemática

DIFICULDADE EM MATEMÁTICA	Nº DE ALUNO	(%)
Sim	1	4,35
Não	13	56,52
Um pouco	9	39,13
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 11 - Dificuldade em aprender Matemática



Fonte: pesquisa de campo (2014)

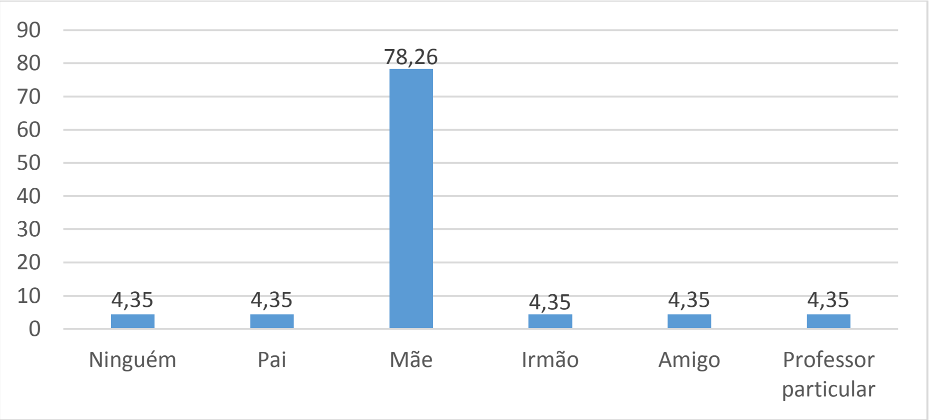
Os dados acima apontam que a maioria dos alunos relata não possuir dificuldade em aprender Matemática. Tais indícios poderão ser comprovados ou não durante a etapa da experimentação. Vejamos adiante quem os auxiliam nas tarefas escolares.

Tabela 22: Quem auxilia o aluno na tarefa da escola

AJUDANTE NAS TAREFAS DA ESCOLA	NÚMERO DE ALUNOS	(%)
Ninguém	1	4,35
Pai	1	4,35
Mãe	18	78,26
Irmão	1	4,35
Amigo	1	4,35
Professor particular	1	4,35
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 12 - Quem auxilia o aluno na tarefa da escola



Fonte: pesquisa de campo (2014)

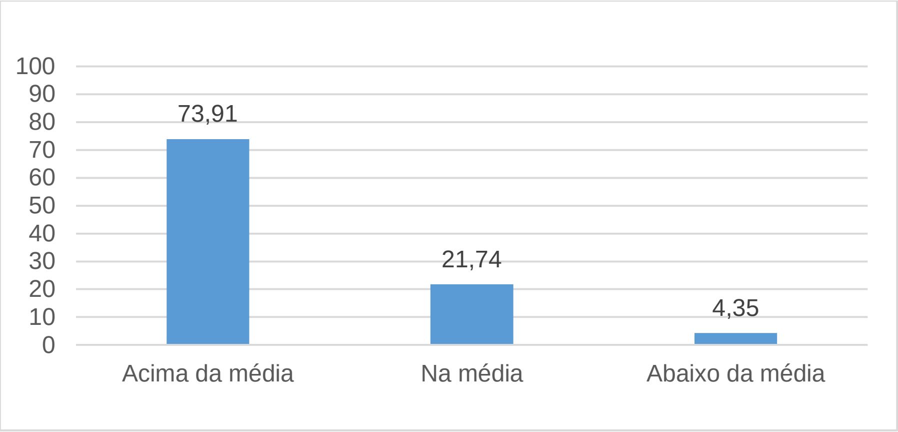
Conforme acompanhamos anteriormente, apenas um aluno realiza suas tarefas escolares sozinho, a maioria conta com a ajuda da mãe. E, mesmo observando que muitos dos responsáveis, masculinos e femininos, desses alunos não possuem o Ensino Fundamental completo, as mães são as que auxiliam no estudo dos filhos, talvez porque a maioria delas não trabalha fora de casa.

Tabela 23: Média das notas em Matemática

NOTAS	Nº DE ALUNO	(%)
Acima da média	17	73,91
Na média	5	21,74
Abaixo da média	1	4,35
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 13 - Média das notas em Matemática



Fonte: pesquisa de campo (2014)

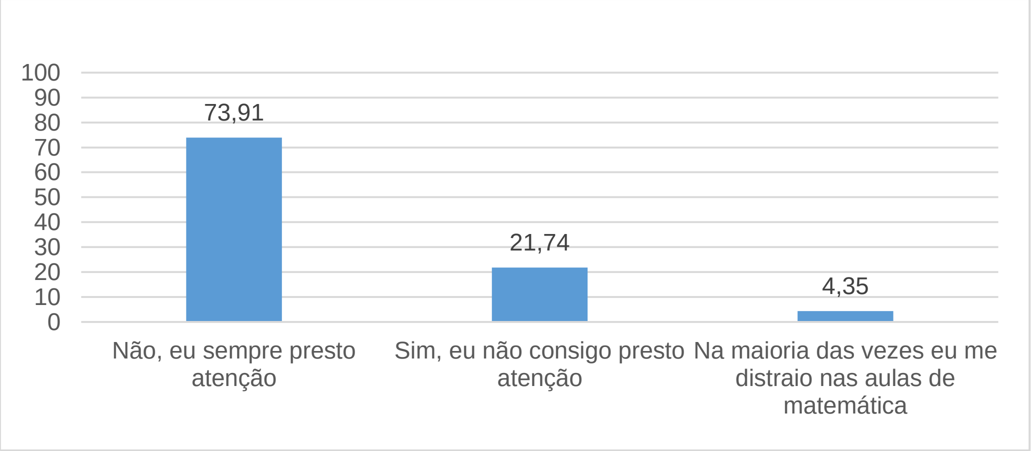
Estas informações nos revelam que a maioria dos alunos obtém notas acima da média em Matemática. Isso reforça dados anteriores, quando afirmaram não terem dificuldade em Matemática.

Tabela 24: Distração nas aulas de matemática

DISTRAÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA	Nº DE ALUNOS	(%)
Não, eu sempre presto atenção	17	73,91
Sim, eu não consigo presto atenção	5	21,74
Na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de matemática	1	4,35
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 14 - Distração nas aulas de matemática



Fonte: pesquisa de campo (2014)

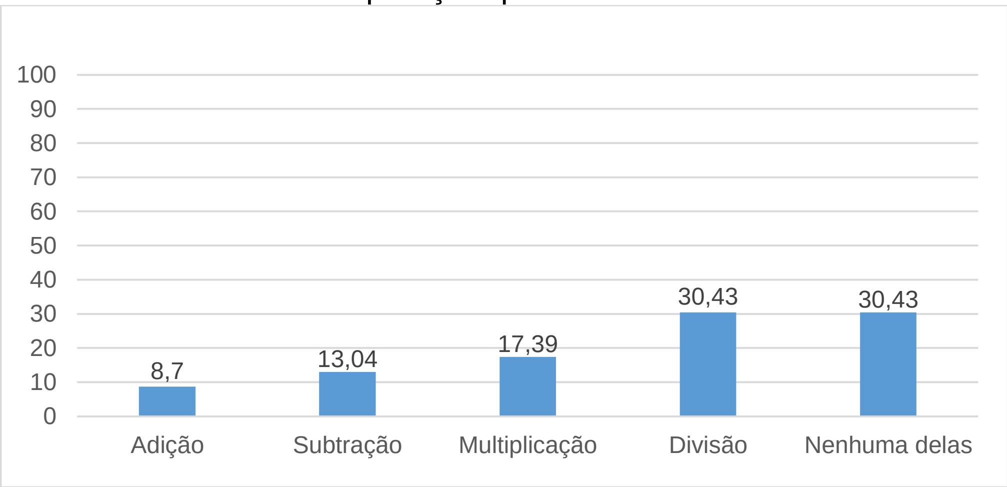
Novamente os alunos indicaram seu apresso pela disciplina, afirmando que não se distraiam e prestavam atenção nas aulas. Embora, pela experiência, tenhamos indicação de que os alunos nem sempre dão a devida atenção às aulas de Matemática, só poderemos constatar tais afirmação quando iniciarmos a experimentação.

Tabela 25: Operação que tem mais dificuldade

OPERAÇÕES	Nº DE ALUNOS	(%)
Adição	2	8,7
Subtração	3	13,04
Multiplicação	4	17,39
Divisão	7	30,43
Nenhuma delas	7	30,43
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 15 - Operação que tem mais dificuldade



Fonte: pesquisa de campo (2014)

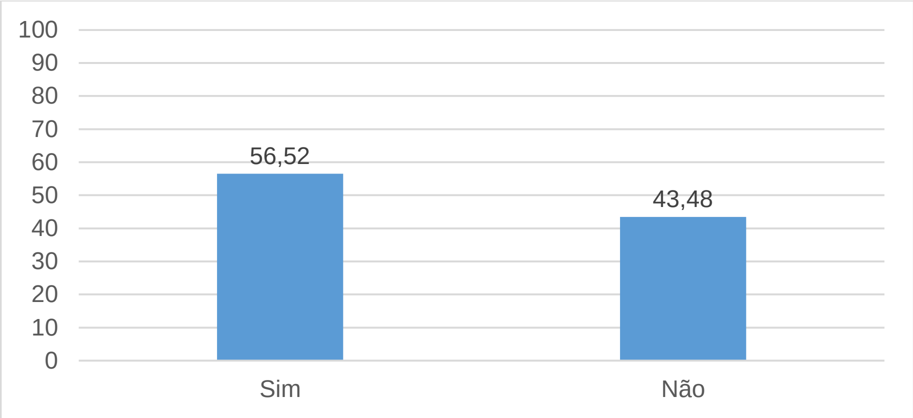
Os dados anteriores exibem um número expressivo de alunos que afirmaram ter dificuldade em resolver operações de divisão e multiplicação. Tais indícios vão de encontro ao estudo de Matni (2014), o qual comprovou melhores resultados em problemas aditivos, pois no campo multiplicativo, mesmo após a intervenção, o resultado foi abaixo do esperado. Além disso, a divisão surgiu como sendo a operação que os alunos encontravam mais dificuldade, concordando assim com o estudo de Zaran e Santos (2013) com alunos do 5º ano, que apresentaram grandes dificuldades nos procedimentos de divisão, já na multiplicação as dificuldades foram menores.

Tabela 26: Número de alunos que possuem domínio da tabuada

DOMÍNIO DA TABUADA	Nº DE ALUNOS	(%)
Sim	13	56,52
Não	10	43,48
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 16 - Número de alunos que possuem domínio da tabuada



Fonte: pesquisa de campo (2014)

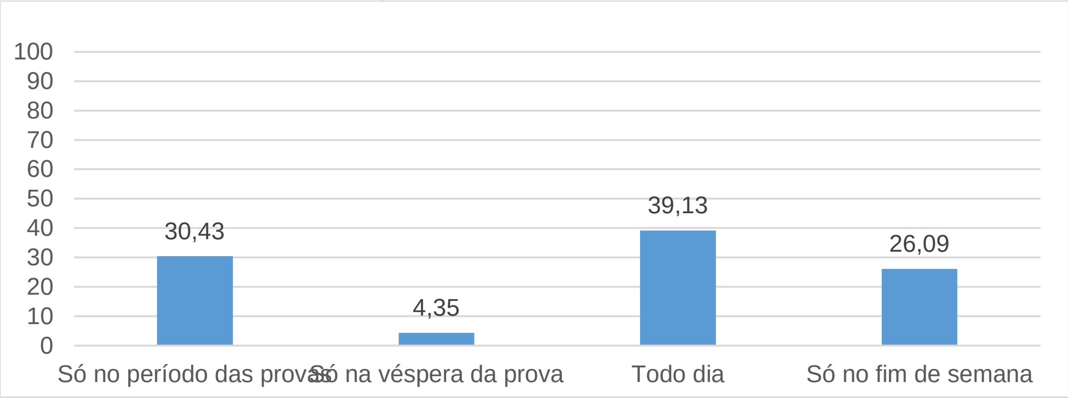
Neste caso, 56,52% dos alunos disseram ter domínio da tabuada, enquanto que 43,48% informaram ainda não ter esse domínio. Mas, conforme observamos no gráfico 17, muitos deles dizem ter dificuldade nas operações, principalmente multiplicação e divisão e isso ficará evidente quando realizarmos os testes.

Tabela 27 **-** Tempo destinado ao estudo da Matemática

ESTUDA MATEMÁTICA	Nº DE ALUNOS	(%)
Só no período das provas	7	30,43
Só na véspera da prova	1	4,35
Todo dia	9	39,13
Só no fim de semana	6	26,09
Total	23	100

Fonte: pesquisa de campo (2014)

Gráfico 17 - Tempo destinado ao estudo da Matemática



Fonte: pesquisa de campo (2014

Deste modo, este questionário aplicado aos alunos anteriormente mencionados revela que a Matemática não é uma disciplina que lhes causa grande temor, uma vez que a maioria afirmou que não possuía dificuldade em aprendê-la; que obtém notas acima da média na disciplina; que possuam domínio da tabuada; que estudam regularmente em casa, etc. Essas informações serão consultadas quando adentrarmos a escola para realizarmos nosso experimento, pois se de fato elas se confirmarem, serão fatores favoráveis e ajudarão significativamente em nossa pesquisa.

Neste primeiro encontro, foi possível observar certa dificuldade de alguns alunos na leitura dos questionários e isso interferiu na compreensão de alguns termos presentes no questionamento socioeconômico e na resolução dos aditivos. Também observamos muita preocupação dos alunos na busca de palavras que identificassem a operação no segundo questionários, mostrando que a leitura não lhes dava subsídios suficientes para interpretar as situações-problema. Na organização do material distribuído (folha com questionário e folha em branco para a resolução), os alunos esqueciam-se de numerar as resoluções; de passar as respostas para a primeira ficha, embora este quesito não fosse obrigatório; de seguir uma sequência nas questões. Com isso, na folha de resolução as respostas não estavam na mesma ordem do questionário de pergunta e algumas sem numeração.

4.2 SEGUNDA SEÇÃO DE ENSINO

A segunda seção de ensino ocorreu no dia 07 de maio de 2014 com a aplicação da primeira atividade de aprendizagem; teve duração de duas horas, de

7h15min às 9h15min, e participação de 22 (vinte e dois) alunos. O objetivo desta aula foi levar os alunos a descobrirem uma lei geral para a resolução dos problemas aditivos com uma e mais de uma operação e situações envolvendo valores monetários.

Esta atividade era constituída de 09 (nove) questões, com situações envolvendo dinheiro, constituída por três grupos de problemas de acordo com a classificação dada por Sá (2003) em problemas aritméticos e algébricos. O 1º grupo, formado pelas questões 1, 2 e 3 eram aritméticas com sentença do tipo a + b = ? ou a – b = ?. O 2º grupo constituído pelas questões 4, 5 e 6 eram algébricos com sentença do tipo a + ? = c ou a – ? = c. E o 3º grupo composto pelas questões 7, 8 e 9 também eram algébricos com sentença do tipo ? + b = c ou ? – b = c.

Neste caso, o 1º grupo de problemas são mais fáceis de serem compreendidos e resolvidos pelos alunos, que os do 2º e 3º grupos. Sá (2003, p. 70) destaca a dificuldade na resolução dos problemas algébricos, de acordo com ele:

> O motivo desta dificuldade pode estar no fato de que estes problemas são apresentados, normalmente, após o ensino de cada uma das operações fundamentais e que essas são apresentadas com grande apelo ao seu significado semântico, não destacando as relações entre as operações.

Outra característica da ATIVIDADE 1 é que o desenvolvimento das questões estava diretamente ligada as respostas dadas aos itens presentes em cada uma delas, ou seja, os alunos deveriam responder a vários questionamentos relacionados ao enunciado do problema. O objetivo dessa organização era levar os alunos a identificarem os dados e seguir algumas etapas na resolução. Etapas estas que os auxiliariam na compreensão de como organizar os dados presentes no enunciado por meio da sentença e, consequentemente, escolher a operação correta.

Inicialmente entregamos uma cópia da atividade a cada aluno e pedimos que fizessem uma leitura e nos dissessem sua impressão sobre como resolvê-la. Então, a sala ficou um pouco tumultuada, porque os alunos diziam não entender a dinâmica da resolução nem tampouco saber o que era para colocar como resposta em cada uma das perguntas nos itens da questão. Começaram a falar e reclamar simultaneamente. Pedimos silêncio e paciência e esclarecemos que as perguntas poderiam ser respondidas com os dados presentes nos enunciados das questões. Após uma conversa e a atenção dos alunos, a atividade começou a ser realizada.

O preenchimento da tabela foi um momento muito produtivo, porque eles perceberam a relação existente entre a posição do termo desconhecido e a seleção da operação. Consequentemente, perceberam que, quando a interrogação ficava isolada em um dos lados da igualdade (questão aritmética), o resultado era encontrado diretamente por meio da mesma operação presente na sentença. Já, quando a interrogação não ficava isolada em um dos lados da igualdade (questão algébrica), a operação usada era inversa ao que estava na sentença.

4.3 TERCEIRA SEÇÃO DE ENSINO

A terceira seção de ensino do experimento ocorreu no dia 21 de maio de 2014 com o emprego da atividade de aprendizagem contendo nove questões envolvendo situações sem valores monetários. A atividade teve duração de duas horas, de 7h15min às 9h15min, e participação de 21 (vinte e um) alunos e seguiu o modelo da atividade anterior: com 3 (três) questões aritméticas e 06 (seis) algébricas com posições diferentes no termo desconhecido. O objetivo desta atividade foi descobrir uma lei geral para resolver problemas aditivos com uma e mais de uma operação sem situações envolvendo dinheiro.

Inicialmente os alunos disseram que a atividade com dinheiro era mais fácil. Dissemos, então, que procedessem conforme resolução da atividade anterior, para encontrar uma forma de identificar a operação. Depois das primeiras resoluções perceberam a mesma regularidade descoberta na ATIVIDADE 1 e ficaram mais calmos. Alguns também apresentaram dificuldade nos problemas algébricos presentes a partir da terceira questão, por pensarem em resolver sem o uso da sentença. Aproveitamos a ocasião para ressaltar a importância da sentença como mecanismo facilitador na escolha da operação e demos continuidade.

Duas questões dessa atividade chamaram a atenção nas resoluções. Foram as questões 5 e 6 com enunciados “Lucas tinha 6 lápis. Maria lhe deu algumas lápis e 3 canetas. Agora Lucas tem 15 lápis. Quantos lápis Maria deu para Lucas?” e “Ricardo tinha 10 bombons. Sua irmã lhe deu alguns bombons e 4 moedas. Agora Ricardo tem 25 bombons. Quantos bombons a irmã de Ricardo lhe deu?”. Elas causaram certa confusão por possuírem excesso de informações (3 canetas e 4 moedas, respectivamente). Neste caso a distração e a preocupação em incluir qualquer valor numérico presente no enunciado induziram ao erro, pois, mesmo sendo elementos excessivos, os alunos acreditavam serem necessárias às resoluções.

Novamente motivamos os alunos a atentarem para a leitura cuidadosa do enunciado, pois se a questão estava falando de lápis não seria oportuno incluir na contagem, canetas. Ou se estava tratando de bombons, as moedas não poderiam ser incluídas. Usamos outros exemplos com situações envolvendo os alunos, eles perguntaram se as respostas não ficariam incorretas se não usassem aqueles termos. Esclarecemos que, se eles não fizessem parte da situação, mesmo estando no enunciado, não haveria problema.

De um modo geral, essa atividade foi muito produtiva, porque, além de ter possibilitado aos alunos o contato com situações e dados que não estavam relacionados a valores monetários, puderam estender sua compreensão para além das situações contidas na primeira atividade. E a dificuldade surgida nas duas questões supracitadas certamente aumentou seu repertório de compreensão e resolução.

4.4 QUARTA SEÇÃO DE ENSINO

A quarta seção de ensino ocorreu no dia 28 de maio de 2014, por meio da atividade de fixação com nove questões envolvendo valores monetários e também com três questões de cada modelo de sentença. A atividade teve duração de 2 horas, de 7h15min às 9h15min, frequência de 21(vinte e um) alunos e seguiu o modelo da atividade anterior: com 03 (três) questões aritméticas e 06 (seis) algébricas com posições diferentes no termo desconhecido. A finalidade deste dia de aula foi praticar a resolução de problemas aditivos.

Como se tratou de uma atividade de fixação, não havia os itens com várias perguntas em uma mesma questão para os alunos preencherem como nas atividades anteriores. Neste caso, os alunos dispunham somente do enunciado, seguido do espaço em branco para resolução. Por isso, incialmente não montavam a sentença, passavam direto para a resolução algorítmica e começaram a aparecer muitos casos de escolha incorreta da operarão e desacertos na disposição dos dados. Essas dificuldades estavam relacionadas à faltas dos itens interrogativos das atividades anteriores, que conduziam os alunos até a resolução algorítmica.

Novamente falamos da importância da sentença para evitar esses erros. Então, passaram a resolver seguindo os passos das atividades de aprendizagens anteriores e, paulatinamente, foram melhorando seus procedimentos.

Um fato desagradável ocorreu neste dia: após 40 minutos de aula a diretora da escola solicitou que 03 alunos da turma fossem dispensados para representarem a escola em uma programação da Secretaria Municipal de Educação, ficando somente 18 alunos na sala. Avaliamos que esta solicitação da diretora não favoreceu o andamento de nossa atividade, uma vez que, dos 03 alunos convocados, 02 eram repetentes desta série e tinham apresentado rendimento muito baixo no pré-teste.

Portanto, a sequência planejada para as atividades foram permitindo que, a cada atividade, o grau de dificuldade ou as particularidades fossem inseridas e, consequentemente, estendendo a compreensão dos alunos para outras situações e compreensões que não tinham no início dos encontros. Tal característica, mostra que é possível apresentar situações-problemas com grau de complexidade que vão muito além dos apresentados nos livros didáticos, que geralmente, são apenas aplicação do algoritmo.

4.5 QUINTA SEÇÃO DE ENSINO

A quinta seção de ensino ocorreu no dia 04 de junho de 2014 com a atividade de fixação contendo 09 (nove) questões não envolvendo valores monetários e seguia o mesmo modelo das atividades anteriores com 03 (três) questões para cada tipo de sentença. Esta atividade foi implementada em duas horas, teve frequência de 20 (vinte) alunos e a finalidade de exercitar a resolução de problemas aditivos.

Na questão Q_3, com enunciado “Lucas e Jair têm juntos 11 livros. Lucas tem 5 livros a mais que Jair. Quantos livros Jair tem?”, era um modelo que não estava presente nas atividades anteriores e os alunos manifestaram dificuldade em resolvê-la. Pedimos então que lessem com mais atenção para compreender a situação e, após fazermos algumas perguntas, perceberam que a soma dos livros de Lucas e Jair era 11; que Lucas tinha 5 livros a mais que Jair e deveriam responder quantos livros Jair tinha. Perguntamos se seria possível chegar aos resultados apenas subtraindo a quantidade de livros de Lucas do total. Alguns disseram que sim, mas uma aluna disse não e justificou dizendo que se os dois juntos tinham 11, se tirássemos a quantidade de um, estaríamos tirando a quantidade do outro também.

Como observamos que já estavam compreendendo a situação, demos um tempo para fazerem suas tentativas e os alunos A_6 e A_{11}, chegaram ao resultado pelos seguintes procedimentos: inicialmente subtraíram os 5 livros que Lucas tinha a mais que Jair, obtendo 6 livros. Repartiram igualmente 6 por 2, porque esse estante representava o total de livros dos dois ficando 3 livros para cada um. Para verificar se estava correto, somaram os 5 livros que Lucas tinha a mais com os 3, obtidos na divisão, chegando, Lucas a 8 livros. Jair ficou com 3 e, como 3 + 8 = 11, concluíram que seu resultado estava correto.

Socializamos a resolução, alguns copiaram e outros fizeram sozinhos. Avaliamos que foi uma aula muito produtiva porque, além do maior envolvimento da turma nas resoluções individuais, houve também menor dependência da professora; diminuiu, significativamente, o número de perguntas acerca de qual operação utilizar e os três alunos que se ausentaram na aula anterior, apesar da não participação na ATIVIDADE 4, conseguiram realizar toda a atividade e se mostraram interessados pela mesma.

4.6 SEXTA SEÇÃO DE ENSINO

A sexta seção de ensino da experimentação aconteceu também no dia 4 de junho no turno da tarde com duração de 1 hora e 30 minutos, de 14h à 15h30min, e frequência de 18 (dezoito) alunos. Esta última atividade foi constituída por 06 (seis) questões envolvendo situações com e sem valores monetários, sendo 02 (duas) questões para cada modelo de sentença. Esta aula ocorreu por conta de uma conversa com os alunos na aula do turno da manhã, em que perguntamos se eles teriam interesse e necessidade de uma revisão final e muitos deles se manifestaram em favor desta aula, pelo fato de alguns deles dizerem estar apreensivos com o pós-teste.

Diziam ter receio de esquecer o que aprenderam nas aulas, porque não tinham resolvido questões assim e podia "*dar um branco*" no teste. Entretanto, nem todos tinham disponibilidade ou possibilidade de participar da aula, pois uns já tinham compromisso agendado e outros residiam na zona rural do município e dependiam de transporte escolar público para chegar à cidade e disseram não poder participar. Conversamos então, com a direção da escola que disponibilizou uma sala para realizarmos a atividade de revisão no contra turno.

De um modo geral foi o momento de tirar as últimas dúvidas, principalmente dos alunos que, no decorrer das aulas anteriores, tiveram maior dificuldade em suas resoluções. Aproveitamos para deixá-los mais independentes, resolvendo sozinhos as questões e, posteriormente, mostrando suas resoluções, voluntariamente, no quadro. Conforme mencionado anteriormente, a sequência planejada para as atividades foi muito feliz, porque as dificuldades surgidas nas primeiras atividades foram sanadas após os esclarecimentos e deram subsídios para a resolução das subsequentes. Isso foi constatado na aplicação destas atividades, pela segurança que os alunos a resolveram, inclusive alguns se propuseram a mostrar seus procedimentos no quadro para os demais alunos, manifestando que, além de chegarem ao resultado correto, tinham segurança em suas respostas.

4.7 SETIMA SEÇÃO DE ENSINO

A sétima seção de ensino da etapa aditiva do experimento ocorreu no dia 10 de junho de 2014 com a aplicação do pós-teste aditivo com as mesmas 12 (doze) questões do pré-teste, sendo 5 (cinco) problemas aritméticos e 7 (sete) problemas algébricos. Teve como objetivo avaliar os conhecimentos adquiridos pelos alunos após a experimentação, com participação de 23 alunos (um a menos que no pré-teste) e duração de duas horas. Novamente os alunos não utilizaram calculadoras, nem qualquer outro recurso didático.

4.8 OITAVA SEÇÃO DE ENSINO

A oitava seção de ensino ocorreu com a aplicação do pré-teste multiplicativo contendo 12 (doze) questões, sendo 7 (sete) aritméticas e 5 (cinco) algébricas. O objetivo deste teste foi identificar o conhecimento dos alunos acerca da resolução de problemas multiplicativos. Foi realizado no dia 13 de novembro de 2014 com duração de duas horas e participação de 20 alunos. A distância entre o primeiro e o segundo grupo de atividades, ou seja, entre as atividades do campo aditivo e do multiplicativo, foi de aproximadamente cinco meses. Quem determinou o período que estes assuntos seriam tratados no decorrer do ano foi a professora lotada na turma. Então, quando finalizamos o pós-teste aditivo, os alunos ficaram de férias, em seguida a professora trabalhou outros assuntos e, quando se aproximou o período das aulas do campo multiplicativo, a mesma disponibilizou o espaço para prosseguirmos com o experimento.

No dia da realização do pré-teste, explicamos aos alunos que iríamos dar continuidade a pesquisa, iniciando naquele dia, sua segunda etapa. Entregamos a lista com as questões, mas não dissemos quais operações estariam envolvidas, apenas dissemos que resolvessem de acordo com seus conhecimentos, não podendo consultar o caderno, nem usar celular ou calculadora para efetuar os cálculos. No decorrer das resoluções, observamos que os alunos ainda não tinham identificado que seriam usadas as operações de multiplicação e divisão e foram utilizando várias operações. Também, houve grande procura por palavras-chave para identificar a operação e números-chave para identificar quais dados deveriam ser utilizados.

Ao final, estabelecemos um diálogo com os alunos a respeito de suas impressões do teste e estes o consideraram mais difícil do que a primeira parte da pesquisa (aditiva), destacando suas dificuldades especialmente nas questões 7, 9 e 11. Alguns disseram ter usado todas as quatro operações fundamentais, mas a maioria disse ter pouco conhecimento de multiplicação e não ter estudado divisão em séries anteriores, por isso não fez uso destas últimas operações. E todos reiteraram que aprenderam na escola a fazer conta com as quatro operações, mas sem resolver situações-problema.

A etapa subsequente realizada no planejamento foi a construção de uma tabuada de multiplicação. Contudo, os alunos já tinham disponível em seus cadernos este recurso e disseram ter sido construída no início do ano com a professora e que faziam uso dela esporadicamente. Com isso, demos início ao passo seguinte do experimento, que foi a apresentação das atividades com situações-problema do campo multiplicativo, descritas a seguir.

4.9 NONA SEÇÃO DE ENSINO

A nona seção de ensino ocorreu no dia 24 de novembro de 2014 com participação de 21 alunos e duração de quatro horas, de 7h15min às 11h30min. O objetivo deste encontro foi identificar os conhecimentos prévios dos alunos acerca das ideias de cada operação e sua resolução operacional. Como as situações envolvendo o campo multiplicativo eram um pouco mais complexas do que as do campo aditivo, a professora disponibilizou todo o seu horário nos dias de nossas aulas, ficando, portanto, quatro horas em cada aula. Preferimos fazer dessa forma por este assunto exigir maior atenção e maior tempo destinado a cada questão, pois, além do processo de entendimento, interpretação e organização dos dados, a realização dos cálculos também demandava maior cuidado.

Neste dia fizemos um levantamento e, posterior apresentação dos conceitos e ideias das operações de multiplicação e divisão; mostrando exemplos de situações-problema com divisão exata e inexata e questões diretas de aplicação dos algoritmos de multiplicação e divisão. A opção por esta aula antes da primeira atividade de aprendizagem justifica-se pelas falas dos alunos no dia do pré-teste multiplicativo, os quais demonstravam pouco ou nenhum conhecimento acerca do assunto e por compreendermos a necessidade dos alunos terem uma base conceitual das operações e de suas etapas de resolução algorítmica.

Então, neste dia fizemos uma aula expositiva buscando capturar relatos dos alunos que demonstrassem suas informações sobre a parte conceitual e operacional de cada uma das duas operações. Identificamos que em relação à base conceitual, a maioria possuía esclarecimento de situações do dia-a-dia em que são usadas a multiplicação ou a divisão, contudo, na parte do cálculo, apenas a multiplicação com um algarismo no multiplicador e divisões simples eram efetuadas com segurança pela maioria dos alunos. Na multiplicação com dois algarismos no multiplicador, poucos alunos lembravam-se dos procedimentos e na divisão com chave longa, nenhum aluno lembrava-se das etapas.

Aproveitamos a aula para entender cada uma das operações e exercitar o cálculo por meio da resolução direta do algoritmo, em que os alunos puderam fazer suas continhas, recorrendo a tabuada. Avaliamos que esta aula foi muito precisa para garantir o sucesso das atividades que viriam nas próximas aulas, pois sem estes conhecimentos, certamente os alunos teriam dificuldade nas aulas subsequentes, mesmo nas atividades 1, 2, 3 e 4 que ainda não eram específicas da operação divisão, mas havia a necessidade de utilizá-la, uma vez que nas questões algébricas elas iriam aparecer.

4.10 DÉCIMA SEÇÃO DE ENSINO

A décima seção de ensino ocorreu no dia 01 de dezembro de 2014 com apresentação da atividade de aprendizagem com situações envolvendo valores monetários e duração de quatro horas, de 7h15min às 11h30min, com intervalo de 15 minutos. Esta aula, que teve a participação de 21 alunos, pretendia descobrir uma lei geral para resolver problemas multiplicativos, com situações envolvendo valores monetários. Foram 09 (nove) questões divididas em três grupos, com 03 (três) questões para cada tipo de sentença, assim como na ATIVIDADE 1, de problemas aditivos, ou seja, as três primeiras questões eram aritméticas com sentença do tipo a x b = ?. As três seguintes, algébricas com sentença do tipo a x ? = c. E as três últimas também algébricas com sentença do tipo ? x b = c.

Embora os alunos já tivessem tido contato com esse modelo de atividade durante o trabalho com problemas do campo aditivo, esta primeira atividade com problemas do campo multiplicativo, se apresentou desconhecida para os alunos, pois eram outras situações, com outras particularidades e regularidades e também outras operações utilizadas. Por isso, nas primeiras questões, os alunos, embora se lembrassem das atividades desenvolvidas na primeira etapa do experimento, tiveram dificuldade em, a partir das respostas dadas a cada item da questão, pensar em uma sentença que representasse o enunciado.

Foi o momento de pedir que parassem suas resoluções por um tempo, nos dessem um pouco de atenção e nos ajudassem, enquanto íamos fazendo no quadro a retirada dos dados presentes no enunciado. Começamos, então, a interrogar os alunos à medida que íamos identificando cada valor presente na questão e, paulatinamente, foram percebendo que, após identificar os dados era preciso representá-los em uma sentença, que só poderia ser montada a partir da descoberta de uma regularidade presente na situação de compra e venda, que era a relação entre o preço do produto e a quantidade comprada.

O quadro, presente no final da atividade, foi o grande aliado nesta atividade, pois, mesmo após terminada a resolução de todas as questões, alguns alunos ainda não estavam familiarizados com a relação estabelecida entre compra e venda. E o quadro facilitou a sintetização das ideias; a visualização da regra geral e a verificação da relação entre a posição da interrogação e a operação necessária à resolução, dependendo do tipo de problema. Com isso, a síntese das questões no quadro, retomou algumas discussões surgidas nas resoluções e ajudou a tirar muitas dúvidas.

4.11 DÉCIMA PRIMEIRA SEÇÃO DE ENSINO

A décima primeira seção de ensino ocorreu no dia 17 de dezembro de 2014 com apresentação da atividade de aprendizagem sem situações envolvendo valores monetários. Com o objetivo de descobrir uma lei geral para resolver problemas multiplicativos, sem situações envolvendo valores monetários, esta aula teve participação de 21 alunos e duração de quatro horas.

Antes da distribuição das atividades, perguntamos aos alunos o que se lembravam da aula anterior e muitos logo ressaltaram ter sido um assunto muito difícil e que não tinham estudado as operações do jeito que foi apresentado naquela aula. Falamos que a ideia das atividades era contribuir para compreensão dos passos utilizados na resolução de situações-problema para que, além de resolverem, pudessem, de fato, compreender o que estavam fazendo. Evitando o rotineiro e cansativo processo de exercícios repetitivos e pouco compreensivos.

Quando iniciamos a atividade os alunos tiveram certa dificuldade em responder a cada item das questões. Mostramos na primeira questão como deveriam proceder e, então, iniciaram as resoluções das questões 2 e 3 com maior segurança. Contudo, quando iniciaram a questão 4, algébrica, ainda não compreendiam como fazer a disposição dos dados, então pedimos que se lembrassem do procedimento feitos nas três primeiras questões e logo entenderam que o procedimento multiplicativo seguia o mesmo raciocínio, mesmo que o termo desconhecido estivesse em posição diferente das questões anteriores. Com isso, a todo o momento procurávamos lembrá-los da regra geral.

Também, ao final desta atividade estava disponível um quadro em branco a ser preenchido de acordo com o número da questão, a sentença, o cálculo e a operação usada. Esta parte final da atividade foi imprescindível para a compreensão dos processos desenvolvidos e serviu para aperfeiçoar seus conhecimentos e avançar, em relação ao quadro da atividade anterior, uma vez que, o primeiro tratava de situações envolvendo valores monetários e este envolvia outros elementos.

4.12 DÉCIMA SEGUNDA SEÇÃO DE ENSINO

A décima segunda seção de ensino ocorreu no dia 22 de dezembro de 2014 com apresentação da atividade de fixação com situações envolvendo valores monetários. Teve participação de 21 alunos, duração de duas horas e finalidade de praticar a resolução de problemas multiplicativos com situações envolvendo valores monetários.

Este dia de trabalho foi pouco produtivo, pois o tempo destinado para a aula foi reduzido para duas horas, devido a direção da escola está planejando uma atividade para o final da tarde e todas as turmas deveriam ser liberadas após o intervalo. Como a atividade foi planejada para quatro horas e só tínhamos duas horas disponível, decidimos desenvolvê-la em grupo, a fim de otimizar o tempo e promover a interação entre os alunos, verificando se conseguiam trabalhar cooperando entre si nas resoluções.

Contudo, essa metodologia não rendeu bons resultados do ponto de vista pedagógico, pois acarretou muita agitação na sala e os alunos em dupla não se concentravam para desenvolver conjuntamente a atividade. Inicialmente, na maioria das duplas, uns faziam as questões e outros apenas copiavam quando a resolução estava completa e quando perguntávamos por que, este último não estava fazendo, diziam não entender como fazer. Além disso, os alunos ficaram muito agitados, conversavam muito e a proposta de trabalharem cooperativamente foi substituída pela divisão das tarefas, ou seja, cada um fazia uma questão e depois socializavam os resultados.

Outro fator negativo deste dia foi a recusa do aluno A_{19} para contribuir com a dinâmica do trabalho em equipe. Ele ficou incomodando os demais alunos, tirando sua concentração e motivando-os a agitar a aula. E, ainda o ventilador de parede estava com defeito e o móvel não conseguia suprir a ventilação da sala e todos queriam aproximá-lo de suas carteiras e isso também gerou agitação na aula. Neste dia saímos dessa aula entristecidos por não termos tido o êxito esperado, mas com a convicção que trabalho em dupla não era uma boa indicação para aquela turma.

4.13 DÉCIMA TERCEIRA SEÇÃO DE ENSINO

A décima terceira seção de ensino ocorreu no dia 29 de dezembro de 2014 com a apresentação da atividade de fixação sem situações envolvendo valores monetários. A atividade teve o objetivo de praticar a resolução de problemas multiplicativos sem situações envolvendo dinheiro, com participação de 21 alunos e duração de quatro horas.

O pouco êxito da atividade desenvolvida no décimo segundo encontro, replicou na implementação desta. A agitação da aula anterior impediu a concentração e, consequentemente, a absorção da dinâmica da resolução. Por isso, no início desta atividade as dificuldades foram visíveis, pela apresentação de muitas tentativas incorretas, problemas no entendimento e organização dos dados e apresentação de sentença que não refletiam o enunciado. Como tínhamos disponíveis, neste dia, quatro horas de aula, reservamos um tempo para as primeiras questões, buscando fazer referência as ATIVIDADES 1 e 2 do campo multiplicativo, nas quais tivemos êxito.

Retomamos as motivações a respeito da importância de uma leitura atenta para o entendimento de quais informações presentes no enunciado eram pertinentes a resolução e como poderiam ser organizadas para chegar a resultados corretos. Dissemos que uma dessas formas era recorrer a montagem da sentença, para visualizar as regularidades e identificar a operação. Como neste dia os alunos estavam mais calmos e interessados, deram mais atenção as falas, foram respondendo às perguntas e as resoluções foram fluindo e gradativamente diminuído as dificuldades.

4.14 DÉCIMA QUARTA SEÇÃO DE ENSINO

A décima quarta seção de ensino ocorreu no dia 30 de dezembro de 2014 com apresentação da atividade de aprendizagem com a operação divisão e situações envolvendo valores monetários. Participaram desta aula 20 alunos e teve duração de quatro horas. Esta aula, e mais as duas subsequentes, apresentavam uma especificidade em relação às anteriores, que foi trabalhar especificamente com questões envolvendo a divisão. A escolha pelas atividades com situações-problema envolvendo esta operação ocorreu a partir das considerações de alguns trabalhos contidos no levantamento bibliográfico das análises prévias (item 1.3 da seção 1), de nossa experiência com a docência e na análise do pré-teste, as quais constataram que esta operação apresentou maior dificuldade para os alunos, tanto na interpretação dos problemas, quanto na execução do cálculo.

Durante a execução da atividade, nas três primeiras questões os alunos as realizaram sem grandes dificuldades na interpretação e utilização dos dados, pois eram aritméticas e todos já conheciam a ideia da operação divisão, pela aula ministrada no nono encontro. Além disso, na realização do cálculo, puderam exercitar o algoritmo da divisão. Contudo, a partir da quarta questão, que eram algébricas, apareceram os impasses vinculados a montagem da sentença, pela posição do termo desconhecido, principalmente nas questões Q_4, Q_5 e Q_6, com sentença do tipo a : ? = b, mas não podiam ser resolvidas calculando a x b = ?, pois levariam a resultados incorretos.

A exemplo, temos a questão Q_4, com enunciado “Cleiton dividiu igualmente R$32,00 com alguns amigos e cada um recebeu 16 reais. Com quantos amigos Cleiton dividiu seu dinheiro?” e sentença do tipo 32 : ? = 16. Dissemos que na divisão, o dividendo era o maior valor presente no enunciado que deveria ser dividido igualmente em partes menores, determinado pelo divisor e a quantidade que cada um recebeu o resto. Neste caso como precisariam distribuir 32 por um divisor não identificado e resultaria em um resto 16, uma das alternativas era usar a operação inversa, ou seja, multiplicar valores concessivos pelo resto até obter o valor do dividendo. E o número que multiplicado pelo resto, resultasse no dividendo, era o divisor procurado.

Explicamos que neste caso a lei geral para resolver a situações, não era distinta do raciocínio das três primeiras questões, a ideia de dividir permanecia. A diferença estava na forma de pensar a resolução. Com a ajuda dos alunos montamos a sentença da quarta questão e resolvemos no quadro. Após o entendimento desta questão, os alunos foram realizando suas resoluções individuais, interrogando, tirando as dúvidas, montando as sentenças e resolvendo as demais questões.

Quando iniciaram a resolução da sétima questão algébrica e com termo desconhecido em posição diferente das anteriores na sentença, novamente surgiram algumas dificuldades, sanadas após alguns esclarecimentos e explanação no quadro. Após todos concluírem, passamos ao preenchimento do quadro, que muito vinha contribuindo para esclarecer os conhecimentos dos alunos, e desta vez também colaborou para visualizarem que, apesar das situações envolverem a ideia de divisão, não necessariamente ela foi usada durante o cálculo, pois nas questões algébricas aplicaram a multiplicação.

4.15 DÉCIMA QUINTA SEÇÃO DE ENSINO

A décima quinta seção de ensino ocorreu no dia 08 de janeiro de 2015 com apresentação da atividade de aprendizagem com a operação divisão, sem situações envolvendo valores monetários. Teve participação de 20 alunos, duração de quatro horas e objetivo de encontrar uma lei geral para resolver problemas de divisão sem situações envolvendo valores monetários. Neste dia, apesar das situações-problema não estarem relacionados à utilização de valores monetários, muitos alunos já estavam familiarizados com as técnicas e realizando suas resoluções com mais facilidade e autonomia.

Nas questões Q_4, Q_5 e Q_6, novamente surgiram algumas dúvidas a respeito de como usar a multiplicação para resolver aquelas divisões, mas foram dúvidas pouco significativas, logo respondidas e sanadas. Em seguida, os próprios alunos foram resolvendo em suas carteiras e tivemos apenas a função de assessorá-los e acompanhar mais de perto os com pouca habilidade para a leitura, que vinham apresentando dificuldade na compreensão e interpretação das situações desde as primeiras atividades.

Também destacamos o bom desempenho dos alunos A_6 e A_{11} por terem resolvido toda a atividade sem nenhuma dificuldade, seguindo todos os passos: identificação dos dados, montagem da sentença, escolha da operação e resolução algoritma. Outro bom indicativo foi do aluno A_{19} que no décimo segundo encontro não se dispôs a participar da aula e neste dia se mostrou muito interessado, se dedicando a aula, participando e resolvendo sua atividade, com algumas dificuldades, mas também com muito empenho.

4.16 DÉCIMA SEXTA SEÇÃO DE ENSINO

A décima sexta seção de ensino ocorreu no dia 09 de janeiro de 2015 com apresentação da atividade de fixação com a operação divisão, envolvendo situações com e valores monetários. Teve o objetivo de exercitar a resolução de problemas envolvendo a divisão, com participação de 20 alunos e duração de quatro horas.

Esta atividade foi desenvolvida com a finalidade de fixar as ideias trabalhadas anteriormente e tirar dúvidas que, por ventura, ainda existissem na resolução deste tipo de questão. Como estava se aproximando a data da realização do pós-teste e os alunos também iam apreendendo melhor a dinâmica das resoluções, à medida que as aulas iam avançando, observamos bastante interesse e empenho em resolver as questões corretamente, pois compreenderam que era a última oportunidade de perguntar antes do teste final. De modo geral, foram poucas as dúvidas e dificuldades neste dia e não houve a necessidade de mostrar nenhuma resolução no quadro.

Quando todos finalizaram a atividade, ainda restava um tempo para o horário terminar e aproveitamos para conversar sobre os dias de aula, fazer algumas perguntas acerca das etapas, as quais deveriam ser seguidas para resolver as questões, das relações observadas nas atividades, na utilização dos dados e no cálculo. Em relação aos dias de aula, os alunos assumiram que no início acharam muito difícil, pensaram que poderiam ficar com notas baixas no teste, porque eram novidades aqueles modelos de situações-problema, mas depois foram entendendo como fazer e ficaram mais tranquilos. Em relação ao conhecimento das etapas de resolução, observamos que os alunos, em sua maioria, responderam às perguntas com segurança.

4.17 DÉCIMA SÉTIMA SEÇÃO DE ENSINO

A décima sétima seção de ensino ocorreu no dia 12 de janeiro de 2015 com aplicação do pós-teste multiplicativo. Teve participação de 23 alunos e duração de duas horas. As questões foram as mesmas do teste inicial e os alunos não utilizaram calculadoras ou outro recurso.

4.18 CONSIDERAÇÕES ACERCA DO EXPERIMENTO

A despeito dos alunos já terem participado da etapa aditiva e conhecerem a dinâmica das atividades, a etapa multiplicativa apresentou outras dúvidas, dificuldades e descobertas, pois as situações eram outras e as operações envolvidas também. Por isso foi necessário realizar um trabalho minucioso e mais detalhado de como operar com as questões contidas nas atividades, pois as relações eram mais complexas e envolviam operações de maior dificuldade que o campo aditivo.

Outro fator que precisou ser ponderado foi em uma aula teórico-conceitual antes da aplicação da primeira atividade do campo multiplicativo, para a compreensão das ideias de cada operação envolvida e realização do cálculo. E a primeira aula, teve a finalidade de trabalhar estes aspectos, para que, ao chegar às situações-problemas o entendimento de cada operação e a resolução algorítmica não significassem mais impasses e assim, ajudar os alunos a se apropriarem dos conhecimentos necessários para os casos presentes nas atividades.

A análise do pré-teste ratificou sérias dificuldades dos alunos nos problemas de divisão, no que tange a interpretação e execução do cálculo. Exemplos dessas dificuldades foram observados especialmente nas questões Q_4, Q_6 e Q_{11}, em que as duas primeiras, apesar de serem aritméticas (que normalmente é compreendida com maior facilidade), não apresentou nenhum acerto e a última, possivelmente por ser algébrica, também obteve o mesmo resultado. Mais adiante analisaremos se estes e outros casos estavam relacionados à compreensão da situação, a escolha da operação ou a execução do cálculo.

O tempo destinado a cada aula nesta segunda etapa foi o dobro do empregado na primeira e isso foi favorável ao experimento, pois, a resolução de problemas multiplicativos requer maior atenção dos alunos, por serem mais difíceis de assimilar que problemas aditivos. Além disso, a resolução algorítmica dessas duas operações (multiplicação divisão) demandou mais tempo que as operações de adição e subtração, já que os alunos ainda não realizavam estas operações com propriedade e segurança.

Um fator que precisa ser pontuado refere-se ao acompanhamento da professora no decorrer da experimentação, pois, por motivo de consultas médicas de seu filho, ela não esteve presente nos dias de desenvolvimento da pesquisa.

Contudo, ela tomou conhecimento, dos resultados obtidos, uma vez que, recebeu uma cópia dos testes de cada aluno e as respectivas notas absolutas, para somar com suas avaliações na disciplina Matemática.

A seção seguinte corresponde a análise a *posteriori* e validação. Nela serão analisados os dados produzidos na pesquisa, como os testes, as anotações do diário de campo; as resoluções e falas dos alunos. Para tanto, serão feitas análises comparativas dos percentuais do pré- com o pós-teste, análise dos tipos de erros; emprego de correlações e testes de hipóteses a fim de elucidar conclusões acerca do experimento.

5. ANÁLISE A *POSTEIORI* E VALIDAÇÃO

Nesta seção nosso objetivo é apresentar os resultados da análise a *posteriori* e validação da sequência didática. Neste sentido, as informações produzidas no pré-teste, na experimentação, no pós-teste, nos registros do diário de campo e nas anotações dos alunos, serão tomadas para análise a fim de elucidar conclusões acerca da experimentação, com base no escopo traçado para nossa pesquisa: avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino de questões envolvendo as quatro operações com números naturais, que trabalhou inicialmente a elaboração da sentença natural correspondente ao enunciado da questão e em seguida a determinação da operação sobre a habilidade de escolher corretamente a operação e o desempenho na resolução de questões envolvendo as quatro operações com números naturais

Por meio do levantamento presente nas análises prévias, constatamos que as dificuldades dos alunos estavam muito ligadas ao processo de interpretação do problema e da elaboração de um plano para chegar a realização do cálculo. Além disso, identificamos que problemas multiplicativos foram apresentados como mais complexos para serem entendidos do que problemas aditivos, principalmente os relacionados à operação divisão. Com base nessas constatações, elaboramos nossa sequência de atividades, desenvolvida ao longo de dezessete encontros, a fim de trabalhar os aspectos pontuados como obstáculos ao desenvolvimento dos alunos e assim amenizar ou, quem sabe, sanar tais dificuldades.

Nesta seção aferimos as dificuldades encontradas pelos alunos na execução das atividades e confrontamos seus desempenhos no pré-teste e no pós-teste. Também consideramos as frequências de todas as aulas, pois a participação no momento dos testes e das atividades foram tomadas como muito relevantes para avaliação do desempenho final. É o momento de fazer alusão à seção da concepção e análise a *priori* e examinar se há elementos que possam validar nossa sequência didática sobre o ensino de problemas envolvendo as quatro operações e assim, verificar se os alunos construíram um plano, seguindo as etapas pretendidas para a pesquisa.

Com base nos instrumentos de coleta de dados, sistematizamos os resultados por meio de quadros, tabelas e gráficos de acordo com o desempenho nos testes considerando o percentual de erros, acertos e questões em branco, além de algumas categorias selecionadas para análise como elaboração da sentença, escolha da operação e realização do cálculo. A finalidade é de comparar as informações do pré-teste com as do pós-teste e identificar diferenças qualitativas e quantitativas, percebidas antes, durante e após o experimento.

Além disso, utilizaremos o teste de hipótese e a correlação, a fim de impetrar conclusões do ponto de vista estatístico sobre os resultados dos testes. Serão consideradas as resoluções de 23 alunos, pois, embora tenham participado 24 no pré-teste, no pós-teste só estavam presentes 23, então, desconsideraremos o teste inicial do aluno que faltou ao teste final.

5.1 RESULTADOS E ANÁLISES DA PARTE ADITIVA DO EXPERIMENTO

Iniciamos a análise dos dados pela parte aditiva do experimento, analisando, por questão, o percentual de erro, acerto e em branco, nos dois testes, considerando as seguintes características para cada uma dessas categorias:

Acerto: quando o aluno apresentou uma resolução e o resultado estava correto.

Erro: quando o aluno apresentou uma resolução e o resultado não estava correto.

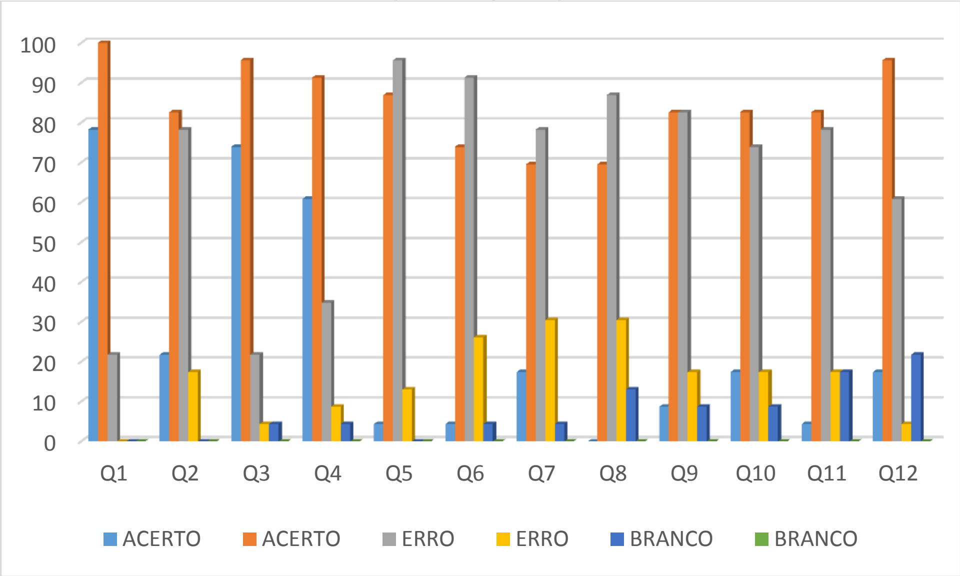
Branco: quando o aluno não apresentou nenhuma resolução.

Tabela 28: Desempenho por questão nos testes aditivos

QUESTÕES	TIPO	SENTENÇA	ACERTO (%)		ERRO (%)		BRANCO (%)	
			PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
Q_1	Aritmética	10 + 4 + 3 = ?	78,26	100	21,74	0	0	0
Q_2	Algébrica	3 + ? = 18	21,74	82,61	78,26	17,39	0	0
Q_3	Aritmética	1962 + 45 = ?	73,91	95,65	21,74	4,35	4,35	0
Q_4	Algébrica	? – 5 = 3	60,87	91,30	34,78	8,70	4,35	0
Q_5	Algébrica	12+16+? = 50	4,35	86,96	95,65	13,04	0	0
Q_6	Algébrica	3 + ? = 18	4,35	73,91	91,30	26,09	4,35	0
Q_7	Algébrica	? + 5 = 8	17,39	69,57	78,26	30,43	4,35	0
Q_8	Algébrica	15+8+17+?=50	0	69,57	86,96	30,43	13,04	0
Q_9	Aritmética	4188–3736=?	8,70	82,61	82,61	17,39	8,70	0
Q_{10}	Algébrica	? – 479 = 235	17,39	82,61	73,91	17,39	8,70	0
Q_{11}	Aritmética	548–256+139=?	4,35	82,61	78,26	17,39	17,39	0
Q_{12}	Algébrica	690 – ? = 245	17,39	95,65	60,87	4,35	21,74	0

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Gráfico 18: Desempenho por questão nos testes aditivos



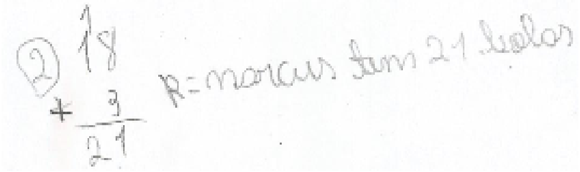
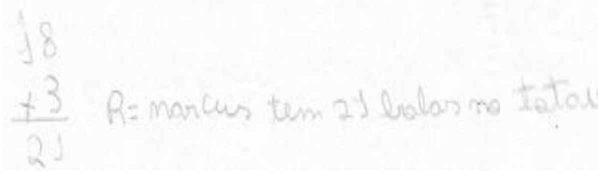
Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Conforme observado nas informações anteriores, as questões Q_1, Q_3 e Q_4 tiveram um elevado percentual de acerto no pré-teste, uma vez que os alunos ainda não tinham recebido orientação a respeito do assunto. Primeiramente, atribuímos este percentual a pouca complexidade dessas questões, pois Q_1 era aritmética e sua resolução realizada pela aplicação direta do algoritmo. A questão Q_3, também aritmética, exigia um pouco mais de atenção na identificação da operação e no cálculo, pelos números elevados que estavam sendo operados. E a Q_4, ainda que algébrica, apresentava dados com valores muito baixos e as resoluções se fundamentaram na interpretação, ou seja, mesmo que os alunos ainda não conhecessem a forma de organizar os dados de um problema algébrico, pela interpretação e lógica poderiam chegar ao resultado correto. E no pós-teste os percentuais de acertos nestas questões também foram muito elevados.

Por outro lado, as questões Q_5, Q_6 e Q_{11} apresentaram, no pré-teste, apenas 4,35% de acerto. No pós-teste a primeira aumentou para 82,61%, e as duas últimas para 78,26. Além da Q_8, que inicialmente obteve 0% de acerto e ao final subiu para 73,91%. Analisaremos mais a adiante os motivos pelos quais essas questões apresentam tais percentuais.

Desde o momento do pré-teste, os alunos já manifestaram suas dificuldades nas questões Q_2, Q_5, Q_7 e Q_8. Reconhecemos que tais questões de fato apresentavam certo grau de complexidade na interpretação, pois, além de serem algébricas, exigiam muita cautela na disposição dos dados e, posterior, escolha da operação. Nestes casos os erros estavam diretamente ligados ao entendimento de cada aluno e na escolha da operação. No caso da questão Q_2, do total de erros, 84,21% estavam diretamente ligados à escolha da operação, possivelmente ocasionados pela expressão "*tem juntos*", que induziam os alunos a pensarem na adição, conforme mostrado na figura 1.

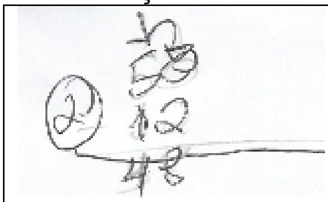
Figura 1: resolução dos alunos na questão 2

	
Questão 2 do aluno A_7	Questão 2 do aluno A_4

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Os demais erros nesta questão, não tinham registro nos testes dos alunos, subtendendo que, ou o aluno copiou o resultado de outros alunos, ou realizou o cálculo mentalmente, exceto no caso do A_{12}, o qual apresentou uma resolução, entretanto com informações que não estavam presentes no enunciado e, consequentemente, com resultado incorreto. Vejamos

Figura 2: resolução do aluno A12 na questão 2

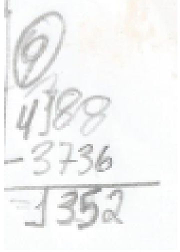
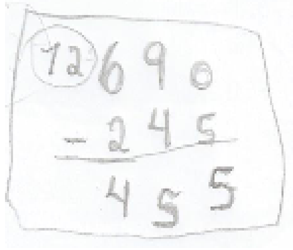


Questão 2 do aluno A_{12}

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Já as questões, Q_9, Q_{10}, Q_{11} e Q_{12}, por possuírem números altos, exigiam atenção na execução do cálculo. Por isso, muitos erros nestas questões foram cometidos pela distração dos alunos durante o cálculo. Além disso, algumas delas exigiam compreensão das normas de reagrupamentos e os alunos com dificuldade neste quesito cometeram equívocos que os levaram a resultados diferentes do esperado. Essas características estão expressas em algumas resoluções despontadas a seguir.

Figura 3: Resolução dos alunos com erros de cálculo

 Questão 9 do aluno A_5	 Questão 12 do aluno A_{15}

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Conforme observado na figura anterior, o aluno A_5, embora tenha feito alusão ao desagrupamento do algarismo 4, na ordem da unidade de milhar, não fez uso desse valor, pois considerou apenas 10 - 7 = 3, quando deveria ser 11 – 7. E, em seguida, esqueceu que só restavam 3 unidades de milhar nesta ordem e realizou equivocadamente a subtração 4 -3 = 1. E o aluno A_{15}, se equivocou na ordem da unidade simples em que apenas repetiu o algarismo do minuendo no resultado. Provavelmente, esses pequenos erros seriam evitados se tivéssemos disponibilizado calculadoras para os alunos realizarem o teste. A seguir trazemos o resultado comparativo dos dois testes de acordo com o desempenho de cada aluno.

Tabela 29: Desempenho por aluno nos testes aditivos

(continua)

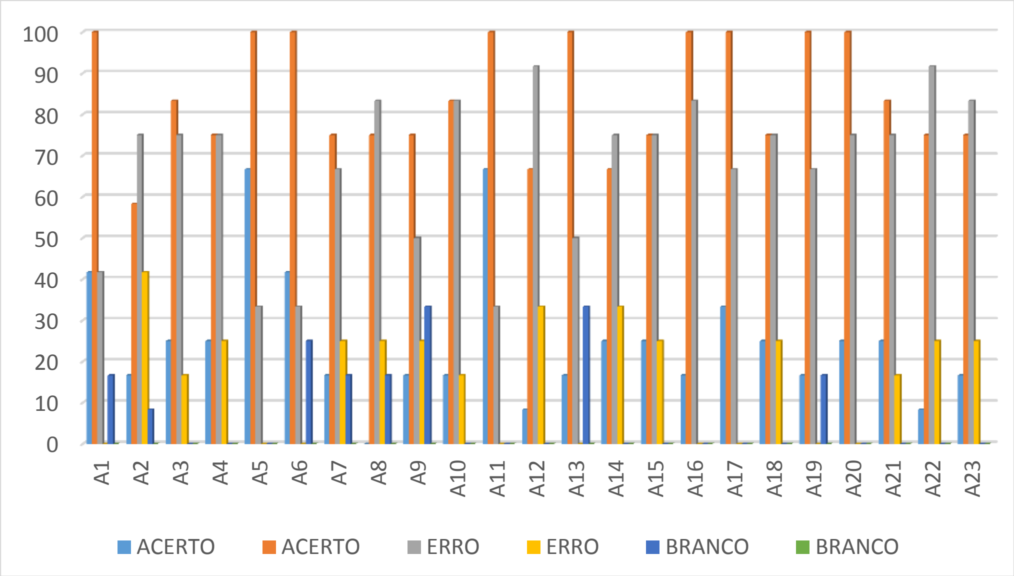
ALUNO	ACERTO		ERRO		BRANCO	
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
A_1	41,67	100	41,67	0	16,66	0
A_2	16,67	58,33	75	41,67	8,33	0
A_3	25	83,33	75	16,67	0	0
A_4	25	75	75	25	0	0
A_5	66,67	100	33,33	0	0	0
A_6	41,67	100	33,33	0	25	0
A_7	16,67	75	66,67	25	16,67	0
A_8	0	75	83,33	25	16,67	0
A_9	16,67	75	50	25	33,33	0
A_{10}	16,67	83,33	83,33	16,67	0	0
A_{11}	66,67	100	33,33	0	0	0
A_{12}	8,33	66,67	91,67	33,33	0	0
A_{13}	16,67	100	50	0	33,33	0
A_{14}	25	66,67	75	33,33	0	0
A_{15}	25	75	75	25	0	0

(conclusão)

A_{16}	16,67	100	83,33	0	0	0
A_{17}	33,33	100	66,67	0	0	0
A_{18}	25	75	75	25	0	0
A_{19}	16,67	100	66,67	0	16,67	0
A_{20}	25	100	75	0	0	0
A_{21}	25	83,33	75	16,67	0	0
A_{22}	8,33	75	91,67	25	0	0
A_{23}	16,67	75	83,33	25	0	0

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Gráfico 19: Desempenho por aluno nos testes aditivos



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

No primeiro teste, 43,48% dos alunos (A_2, A_8, A_9, A_{10}, A_{12}, A_{13}, A_{16}, A_{19}, A_{22} e A_{23}) tiveram menos de 25% de acerto, dentre os quais, 21,74% (A_8, A_9, A_{12}, A_{19} e A_{23}), são repetentes do 5º ano. Além disso, o número de erros foi mais elevado ao número de acertos e de questões em branco, demonstrando que, mesmo não tendo acertado as questões, 65,22% dos alunos realizaram algum tipo de tentativa para resolvê-las. Por outro lado, os alunos A_5 e A_{11} apresentaram índices de acertos acima de 50%, mais precisamente 66,67%, demonstrando um bom entendimento sobre o assunto, mesmo antes de receberem orientação sobre ele neste ano.

O aluno A_8, no pré-teste não apresentou resultados corretos em nenhuma de suas resoluções e no pós-teste, progrediu para 75%. Além deste, os alunos A_{12} e A_{22} tiveram no primeiro teste, percentuais de apenas 8,33% de acerto. Já no pós-teste, conseguiram 66,67% e 75% de acertos, respectivamente. E ainda os alunos

A_2, A_9, A_{10}, A_{13}, A_{16}, A_{19} e A_{23} que, embora tenham obtido 16,67% de acertos no pré-teste, no pós-teste melhoraram significativamente seus índices, tendo o aluno A_2 aumentado para 58,33%; o A_9 para 75%; o A_{10} pontuou 83,33; A_{13}, A_{16}, A_{19} obtiveram a nota máxima de 100% e A_{23} com 75%.

A seguir apresentaremos uma análise recorrendo aos tipos de erros, a fim de verificar quais os erros mais frequentes observado nos testes. Acompanhemos.

5.2 TIPOS DE ERROS NOS TESTES ADITIVOS

Após observar os percentuais de erro, acerto e em branco, por questão e por alunos, identificaremos os fatores ocasionadores de tais indícios. Para tanto, elegemos algumas categorias a fim de analisar se houve ou não elaboração da sentença representando o enunciado; se a escolha da operação foi realizada de forma correta, incorreta ou deixada em branco e se os erros estavam relacionados à realização do cálculo ou ainda se estes também foram deixados em branco. Vejamos adiante o quadro com essas categorias de erros.

Quadro 10: Categorias de erros por questão nos testes aditivos

Questões	Tipo	Elaboração da sentença que representasse o enunciado (%)						Escolha da(s) operação (ões) (%)						Realização do cálculo (%)					
		Elaborou sentença adequada		Elaborou sentença inadequada		Não elaborou sentença		Acerto		Erro		Em branco		Acerto		Erro		Em branco	
		Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-
Q1	Aritmética	0	82,61	0	0	100	17,39	87,26	100	21,74	0	0	0	78,26	100	21,74	0	0	0
Q2	Algébrica	0	86,96	0	0	100	13,04	21,74	86,96	56,52	13,04	0	0	21,74	86,96	17,39	13,04	4,35	0
Q3	Aritmética	0	91,30	0	4,35	100	4,35	73,91	95,65	17,39	4,35	8,69	0	73,91	91,30	17,39	8,69	8,69	0
Q4	Algébrica	0	91,30	0	0	100	8,69	60,87	91,30	26,08	8,69	13,04	0	60,87	91,30	21,74	8,69	17,39	0
Q5	Aritmética	0	73,92	0	8,69	100	13,04	13,04	86,96	86,96	13,04	0	0	4,35	82,61	82,61	13,94	13,04	4,35
Q6	Algébrica	0	86,96	0	0	100	8,69	17,39	82,61	78,26	17,39	4,35	0	4,35	78,26	91,30	17,39	4,35	4,35
Q7	Algébrica	0	86,96	0	0	100	13,04	21,74	86,96	73,92	13,04	4,35	0	17,39	73,91	78,26	26,08	4,35	0
Q8	Algébrica	0	78,26	0	0	100	13,04	8,69	78,26	78,26	21,74	13,04	0	0	73,91	86,96	17,39	13,04	8,69
Q9	Aritmética	0	82,61	0	0	100	17,39	21,75	82,61	69,55	17,39	8,69	0	8,69	78,26	4,35	4,35	8,69	0
Q10	Algébrica	0	91,30	0	0	100	8,69	34,78	86,96	56,52	8,69	8,69	0	17,39	82,61	8,69	4,35	8,69	0
Q11	Aritmética	0	78,26	0	0	100	21,74	26,08	82,61	56,52	4,35	17,39	0	4,35	78,26	4,35	4,35	17,39	0
Q12	Algébrica	0	91,30	0	0	100	8,69	43,48	91,30	39,14	0	17,39	0	17,39	82,61	65,22	8,69	17,39	0

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Como vemos, nenhum aluno fez uso da elaboração da sentença, em suas resoluções no pré-teste. Todos recorreram diretamente a escolha da operação e ao algoritmo. Ao analisar este primeiro teste, raciocinamos que, possivelmente esta característica estivesse relacionada ao fato de os alunos não terem recebido orientação sobre o uso da sentença nesta série e em séries anteriores. Contudo, apesar da sentença ter sido enfaticamente utilizada no decorrer das aulas no sentido de facilitar a identificação da operação, notamos que nos últimos encontros os alunos, por já terem apreendido a dinâmica das resoluções, faziam pouco uso dessa etapa e realizavam o cálculo diretamente, sem recorrer à sentença. Concluímos então que a sentença foi importante nas primeiras atividades, mas depois os alunos adquiriram maior autonomia e suprimiram esta etapa.

E o pós-teste refletiu que, de fato, a maioria dos alunos conseguiu avançar no processo de interpretação do problema com o auxílio da sentença. Ou seja, a sentença foi muito útil para os alunos compreenderem como proceder em suas resoluções de acordo com o tipo de problema. Avaliamos que esses indícios demonstram a importância da sentença para o experimento por ter promovido o auxílio aos alunos na escolha da operação de acordo com o tipo de problema e da posição da interrogação. Em relação às demais categorias, ainda persistiram alguns erros na escolha da operação no pós-teste. Enquanto o cálculo não apresentou grandes percentuais de erros nos dois testes, principalmente porque muitos deles ocorreram por distração e falta de atenção e não, necessariamente, por desconhecimento das regras.

5.3 COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO LINEAR DE PEARSON DOS TESTES ADITIVOS

O coeficiente de correlação linear de Pearson é usado para comparar variáveis duas a duas e verificar o que ocorre com uma, quando há variação da outra. De acordo com Barbetta (2012, p. 254) o coeficiente é “apropriado para descrever a correlação linear de dados de duas variáveis quantitativas”. Para analisar a intensidade da associação linear existente entre duas variáveis, inicialmente os dados são parametrizados e, em seguida, calculado o coeficiente linear de Pearson (r), pertencente ao intervalo [-1, 1].

Dependendo do resultado obtido para o coeficiente, a correlação pode ter uma das seguintes classificações:

Quadro 11: Classificação da Correlação

COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	CORRELAÇÃO
r = 1	Perfeita Positiva
0,8 ≤ r< 1	Forte Positiva
0,5 ≤ r< 0,8	Moderada Positiva
0,1 ≤ r< 0,5	Fraca Positiva
0 <r< 0,10	Ínfima Positiva
0	Nenhuma correlação
- 0,1 <r< 0	Ínfima Negativa
- 0,5 <r ≤ - 0,1	Fraca Negativa
- 0,8 <r ≤ - 0,5	Moderada Negativa
- 1 <r ≤ - 0,8	Forte Negativa
r = - 1	Perfeita Negativa

Fonte: Adaptado de Barbetta (2012, p. 258)

Pelo quadro anterior é possível identificar a intensidade e a direção da correlação linear. Os valores numéricos negativos, significam uma correlação negativa, enquanto valores numéricos positivos, significam uma correlação positiva. E, em relação ao grau de associação, quanto mais próximo de 1, maior a intensidade da correlação. (LEVIN e FOX, 2012, p, 304)

Para visualizar o resultado por meio de uma representação gráfica, usa-se o diagrama de dispersão, também chamado "*nuvem*" de pontos, que corresponde ao conjunto de pontos correlacionados entre as variáveis. Neste caso, existe correlação linear entre as variáveis quando é possível ajustar a "*nuvem*" de pontos a uma reta. Segundo Barbetta (2012, p. 252)

> Uma maneira de visualizarmos se duas variáveis apresentam-se correlacionadas é através do diagrama de dispersão, no qual os valores das vaiáveis são representados por pontos, num sistema cartesiano. Esta representação é feita sob forma de pares ordenados (x, y), onde x é um valor de uma variável e y é o correspondente a valor da outra variável.

As variáveis correlacionadas a seguir são as notas dos testes aditivos, com fatores socioeconômicos e com questões relacionadas à aptidão dos alunos com a disciplina Matemática. No primeiro caso serão considerados fatores como: exercer atividade remunerada; costume em fazer compras e escolaridade de seus responsáveis masculinos e femininos. No segundo, serão incluídos: dificuldade em aprender Matemática; notas na disciplina; distração nas aulas; e domínio da tabuada. Os dados utilizados foram levantados por meio dos testes e do questionário socioeconômico aplicado no primeiro dia do experimento.

Na primeira correlação serão consideradas as seguintes variáveis: *exercer atividade remunerada* e a diferença das notas no pré- e pós-teste. Teremos então:

Quadro 12: Parametrização dos dados - exercer atividade remunerada

EXERCE ATIVIDADE REMUNERADA	PARAMETRIZAÇÃO
Não	1
Às vezes	2
Sim	3

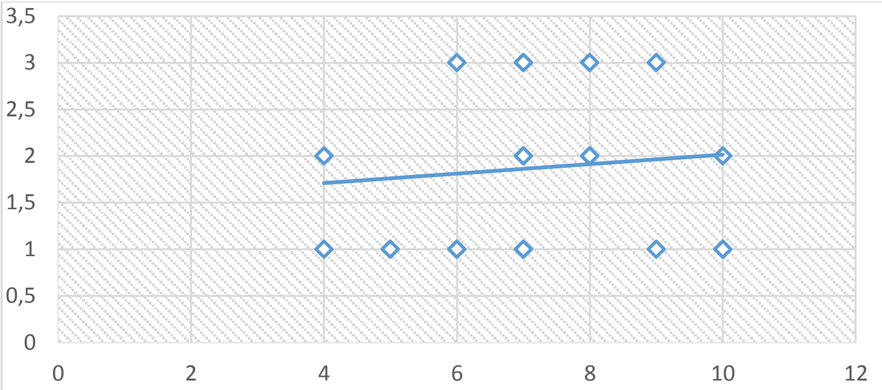
Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Tabela 30: Correlação entre a diferença das notas nos testes aditivos e exercer atividade remunerada

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	TRABALHA REMUNERADO
A_1	5	12	7	1
A_2	2	7	5	1
A_3	3	10	7	2
A_4	3	9	6	1
A_5	8	12	4	2
A_6	5	12	7	2
A_7	2	9	7	3
A_8	0	9	9	3
A_9	2	9	7	3
A_{10}	2	10	8	3
A_{11}	8	12	4	1
A_{12}	1	8	7	3
A_{13}	2	12	10	1
A_{14}	3	8	5	1
A_{15}	3	9	6	1
A_{16}	2	12	10	2
A_{17}	4	12	8	2
A_{18}	3	9	6	3
A_{19}	2	12	10	1
A_{20}	3	12	9	1
A_{21}	3	10	7	3
A_{22}	1	9	8	2
A_{23}	2	9	7	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Gráfico 20: Dispersão - diferença das notas nos testes aditivos e exercer atividade remunerada



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Na verificação do valor do coeficiente linear de Pearson (r) para a correlação entre o aluno *exercer alguma atividade remunerada* e a diferença das notas nos testes, obtivemos **r = 0,102.** Com um resultado positivo e muito próximo a zero, classificamos como uma correlação fraca positiva, pois 0,1 $< r <$ 0,5. Com isso, verificamos que o fato dos alunos desenvolverem alguma atividade remunerada teve pouca interferência nos resultados dos testes.

Dada a análise gráfica, é possível visualizar um crescimento da reta, indicando que as variáveis estão positivamente correlacionadas. Contudo, a "*nuvem*" de pontos está muito dispersa da reta, ou seja, não está alinhada a ela. Com isso concluímos que, há pouca correlação entre as duas variáveis comparadas.

A seguir usaremos o coeficiente linear de Pearson (r) para correlacionar a variável *costume de fazer compras* e a diferença das notas nos testes aditivos. Teremos a seguinte parametrização para o costume em fazer compras:

Quadro 13: Parametrização dos dados - costume em fazer compras

COSTUMA FAZER COMPRA	PARAMETRIZAÇÃO
NÃO	1
AS VEZES	2
SIM	3

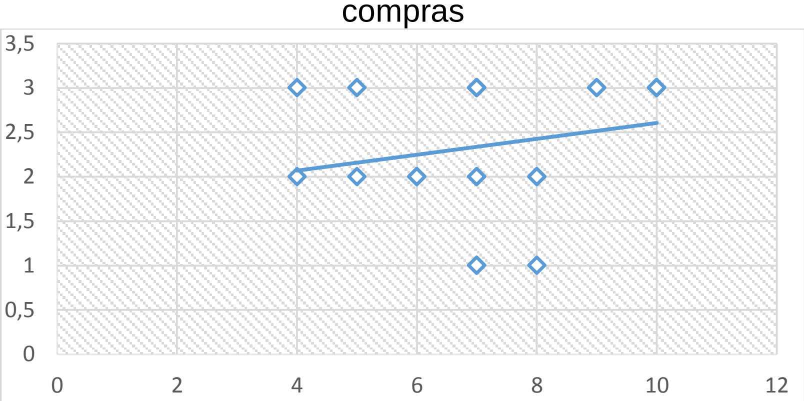
Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Tabela 31: Correlação entre a diferença das notas nos testes aditivos e o costume em fazer compras

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	COSTUMA FAZER COMPRAS
A_1	5	12	7	2
A_2	2	7	5	3
A_3	3	10	7	3
A_4	3	9	6	2
A_5	8	12	4	2
A_6	5	12	7	2
A_7	2	9	7	3
A_8	0	9	9	3
A_9	2	9	7	3
A_{10}	2	10	8	2
A_{11}	8	12	4	3
A_{12}	1	8	7	3
A_{13}	2	12	10	3
A_{14}	3	8	5	2
A_{15}	3	9	6	2
A_{16}	2	12	10	3
A_{17}	4	12	8	2
A_{18}	3	9	6	2
A_{19}	2	12	10	3
A_{20}	3	12	9	3
A_{21}	3	10	7	1
A_{22}	1	9	8	1
A_{23}	2	9	7	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Gráfico 21: Dispersão - diferença das notas dos testes aditivos e o costume em fazer compras



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

A partir das informações anteriores foi examinado o valor do coeficiente linear de Pearson (r) para a correlação entre o *costume de fazer compras* e a diferença das notas nos testes, obtendo r **= 0,218**. Este resultado é positivo e está bem próximo a zero, indicando uma correlação fraca positiva, ou seja, 0,1 $< r <$ 0,5.

Isso demonstrou que apesar da maioria dos alunos terem o hábito de fazer compras, observado na parametrização dos dados, esta variável teve pouca influência nos resultados dos testes, da turma investigada.

Novamente o gráfico mostrou que as variáveis estão positivamente correlacionadas, pois a reta é crescente. Mas, como apresenta uma dispersão no conjunto dos pontos, com pouco alinhamento destes com a reta, identificamos uma correlação fraca entre as variáveis estudadas. Vejamos a correlação existente entre a *escolaridade do responsável masculino* e a diferença das notas nos testes.

Quadro 14: Parametrização dos dados - escolaridade do responsável masculino

ESCOLARIDADE DO RESPONSÁVEL MASCULINO	PARAMETRIZAÇÃO
Fundamental incompleto	1
Fundamento completo	2
Médio incompleto	3
Médio completo	4
Superior	5

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Tabela 32: Correlação entre a diferença das notas nos testes aditivos e a escolaridade do responsável masculino

(continua)

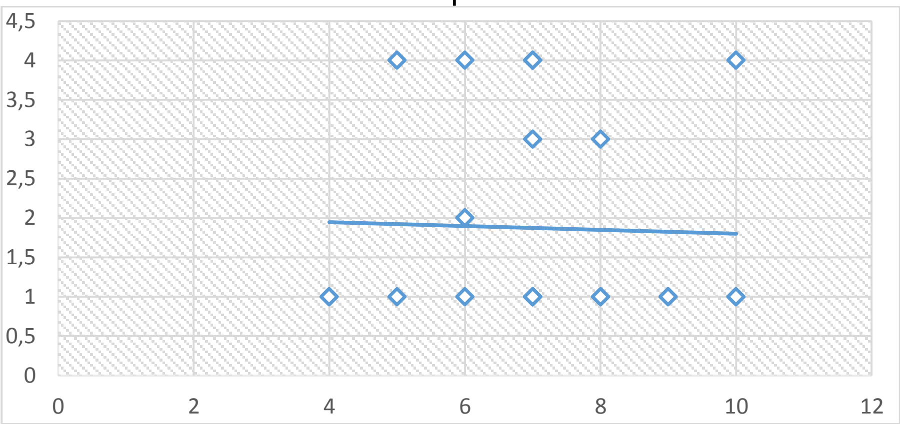
ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	ESCOLARIDADE DO RESPONSÁVEL MASCULINO
A_1	5	12	7	1
A_2	2	7	5	4
A_3	3	10	7	4
A_4	3	9	6	1
A_5	8	12	4	1
A_6	5	12	7	1
A_7	2	9	7	1
A_8	0	9	9	1
A_9	2	9	7	4
A_{10}	2	10	8	1
A_{11}	8	12	4	1
A_{12}	1	8	7	1
A_{13}	2	12	10	1
A_{14}	3	8	5	1
A_{15}	3	9	6	2
A_{16}	2	12	10	1
A_{17}	4	12	8	1
A_{18}	3	9	6	4
A_{19}	2	12	10	4
A_{20}	3	12	9	1

(conclusão)

A_{21}	3	10	7	3
A_{22}	1	9	8	3
A_{23}	2	9	7	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Gráfico 22: Dispersão - diferença das notas nos testes aditivos e a escolaridade do responsável masculino



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

O coeficiente linear de Pearson (r) para a correlação entre a *escolaridade do responsável masculino* dos alunos e a diferença de suas notas no pré- e pós-teste foi r **= - 0,033**. Como este é um resultado negativo e próximo a zero, ou seja, contido no intervalo - 0,1 <r< 0, verificamos uma correlação ínfima negativa. Isso assinala que, além das variáveis estarem negativamente correlacionadas, a escolaridade de seus responsáveis masculinos exerceu pouco controle nos resultados dos testes.

Neste caso o gráfico mostrou que as variáveis estavam negativamente correlacionadas, pois a reta é decrescente. E como a "*nuvem*" de pontos está dispersa da reta, aponta pouca relação entre as variáveis analisadas. Vejamos agora a correlação entre a *escolaridade do responsável feminino* e a diferença das notas nos testes.

Quadro 15: Parametrização dos dados - escolaridade do responsável feminino

ESCOLARIDADE DO RESPONSÁVEL FEMININO	**PARAMETRIZAÇÃO**
Fundamental incompleto	1
Fundamento completo	2
Médio incompleto	3
Médio completo	4
Superior	5

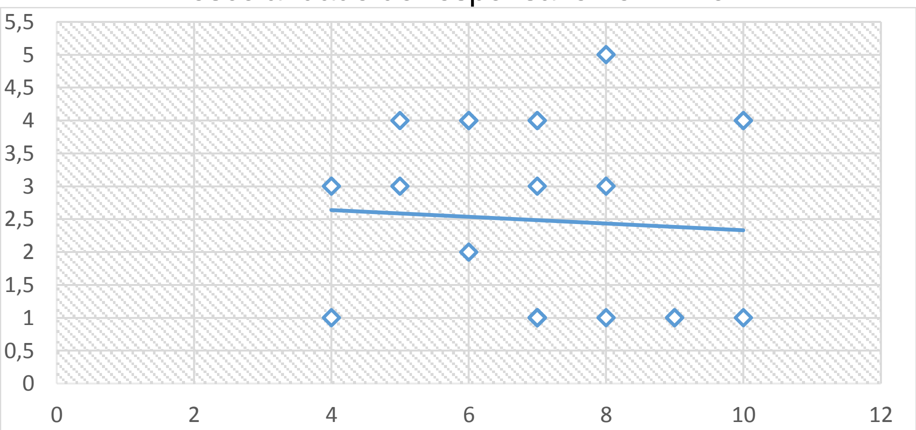
Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Tabela 33: Correlação entre a diferença das notas nos testes aditivos e a escolaridade do responsável feminino

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	ESCOLARIDADE DO RESPONSÁVEL FEMININO
A_1	5	12	7	1
A_2	2	7	5	3
A_3	3	10	7	4
A_4	3	9	6	4
A_5	8	12	4	3
A_6	5	12	7	1
A_7	2	9	7	4
A_8	0	9	9	1
A_9	2	9	7	1
A_{10}	2	10	8	5
A_{11}	8	12	4	1
A_{12}	1	8	7	1
A_{13}	2	12	10	4
A_{14}	3	8	5	4
A_{15}	3	9	6	2
A_{16}	2	12	10	1
A_{17}	4	12	8	1
A_{18}	3	9	6	4
A_{19}	2	12	10	4
A_{20}	3	12	9	1
A_{21}	3	10	7	3
A_{22}	1	9	8	3
A_{23}	2	9	7	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Gráfico 23: Dispersão - diferença das notas nos testes aditivos e a escolaridade do responsável feminino



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Nesta análise o valor do coeficiente linear de Pearson (r) para a correlação entre a *escolaridade dos responsáveis femininos* dos alunos e a diferença das notas nos testes, foi igual a ***r* = - 0,062**. Este é um resultado negativo e muito próximo a zero, com intervalo - 0,1 $< r <$ 0. Isso aponta uma correlação ínfima negativa, com pouca relação entre as variáveis analisadas.

Este também é um caso de variáveis negativamente correlacionadas, representado pela posição decrescente da reta. Como o conjunto de pontos estão dispersos da reta, apontam pouca relação entre as variáveis analisadas. As próximas correlações referem-se ao apreço ou aversão do aluno com a disciplina Matemática. Iniciamos pela *dificuldade em aprender a disciplina*.

Quadro 16: Parametrização dos dados - dificuldade em aprender Matemática

DIFICULDADE EM APRENDER MATEMÁTICA	PARAMETRIZAÇÃO
Não	1
Um pouco	2
Sim	3

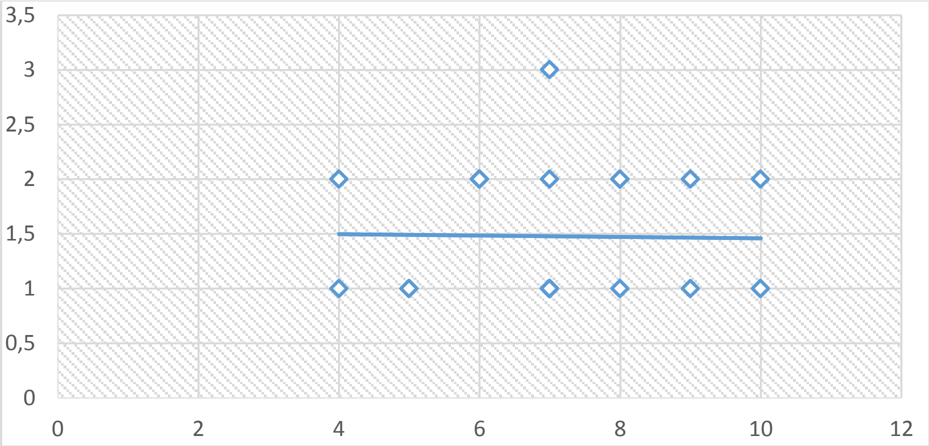
Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Tabela 34: Correlação entre a diferença das notas nos testes aditivos e a dificuldade em Matemática

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	DIFICULDADE EM MATEMÁTICA
A_1	5	12	7	1
A_2	2	7	5	1
A_3	3	10	7	1
A_4	3	9	6	2
A_5	8	12	4	1
A_6	5	12	7	2
A_7	2	9	7	1
A_8	0	9	9	2
A_9	2	9	7	3
A_{10}	2	10	8	2
A_{11}	8	12	4	2
A_{12}	1	8	7	1
A_{13}	2	12	10	2
A_{14}	3	8	5	1
A_{15}	3	9	6	2
A_{16}	2	12	10	1
A_{17}	4	12	8	1
A_{18}	3	9	6	2
A_{19}	2	12	10	1
A_{20}	3	12	9	1
A_{21}	3	10	7	1
A_{22}	1	9	8	2
A_{23}	2	9	7	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Gráfico 24: Dispersão - diferença das notas nos testes aditivos e a dificuldade em Matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

O valor do coeficiente para as variáveis *dificuldade em aprender Matemática* e diferença nas notas foi ***r* = - 0,019**. Indicando uma correlação ínfima negativa, pois – 0,1 <*r*< 0, ou seja, o resultado do coeficiente linear está muito próximo de zero e é negativo, evidenciando que a *dificuldade em aprender Matemática* não teve interferência nos resultados dos testes nesta turma.

O gráfico evidenciou um discreto decrescimento da reta e dispersão dos pontos em relação a ela. A seguir verificaremos a correlação entre as *notas na Matemática* e a diferença das notas dos testes.

Quadro 17: Parametrização dos dados - notas em Matemática

NOTAS	PARAMETRIZAÇÃO
Abaixo da média	1
Média	2
Acima da média	3

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Tabela 35: Correlação entre a diferença das notas nos testes aditivos e as notas em Matemática

(continua)

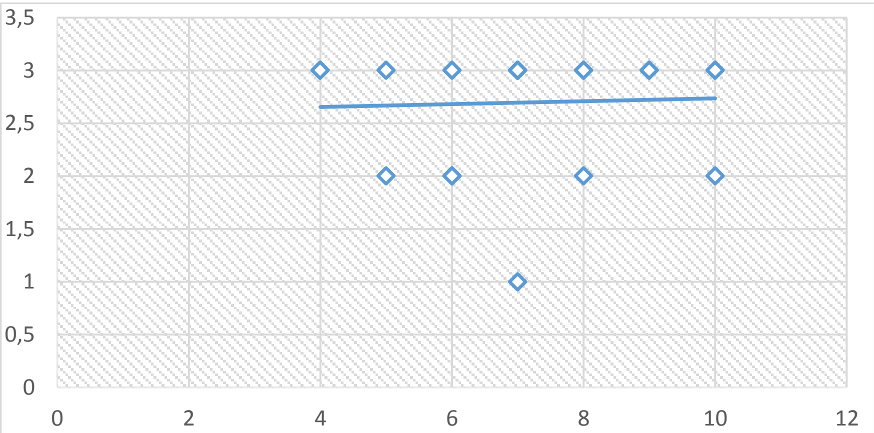
ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	NOTAS EM MATEMÁTICA
A_1	5	12	7	3
A_2	2	7	5	2
A_3	3	10	7	3
A_4	3	9	6	2
A_5	8	12	4	3
A_6	5	12	7	3
A_7	2	9	7	3
A_8	0	9	9	3

(conclusão)

A_9	2	9	7	1
A_{10}	2	10	8	3
A_{11}	8	12	4	3
A_{12}	1	8	7	3
A_{13}	2	12	10	3
A_{14}	3	8	5	3
A_{15}	3	9	6	2
A_{16}	2	12	10	2
A_{17}	4	12	8	3
A_{18}	3	9	6	3
A_{19}	2	12	10	3
A_{20}	3	12	9	3
A_{21}	3	10	7	3
A_{22}	1	9	8	2
A_{23}	2	9	7	3

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Gráfico 25: Dispersão - diferença das notas nos testes aditivos e as notas em Matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Para estas variáveis encontramos coeficiente r = **0,043**. O resultado indica uma correlação ínfima positiva com coeficiente pertencente ao intervalo $0 < r < 0,1$. Com isso observamos que, apesar da parametrização dos dados apontarem que a maioria dos alunos disse ter notas acima das médias em Matemática, esta característica não interferiu nos resultados dos testes, visto que não houve uma correlação significativa entre as variáveis.

Conforme observado no gráfico anterior, a reta é crescente, caracterizando que as variáveis estão positivamente correlacionadas, não obstante, é uma correlação mínima, pois o conjunto de pontos não está ajustado à reta. Na próxima correlação analisaremos se o fator *distração nas aulas* teve interferência nos resultados. Acompanhemos

Quadro 18: Parametrização dos dados - distração nas aulas de Matemática

SE DISTRAI NAS AULAS DE MATEMÁTICA	PARAMETRIZAÇÃO
Não	1
Na maioria das vezes	2
Sim	3

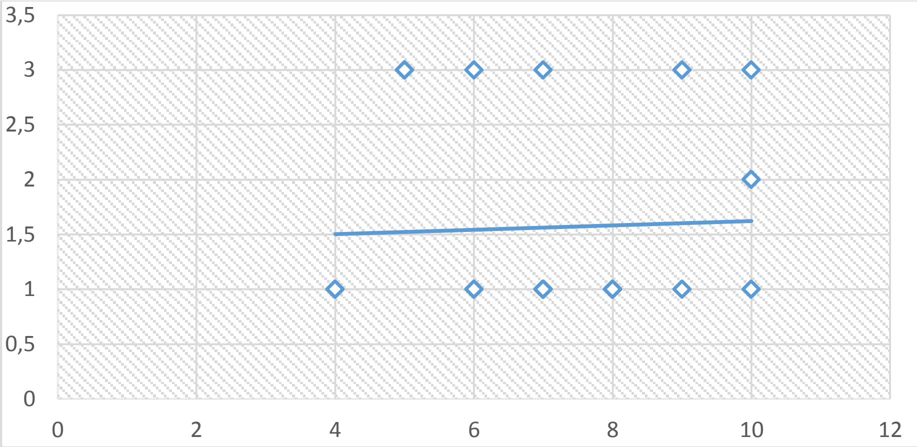
Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Tabela 36: Correlação entre a diferença das notas nos testes aditivos e a distração nas aulas de Matemática

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	SE DISTRAI NAS AULAS DE MATEMÁTICA
A_1	5	12	7	1
A_2	2	7	5	3
A_3	3	10	7	1
A_4	3	9	6	1
A_5	8	12	4	1
A_6	5	12	7	1
A_7	2	9	7	3
A_8	0	9	9	3
A_9	2	9	7	1
A_{10}	2	10	8	1
A_{11}	8	12	4	1
A_{12}	1	8	7	1
A_{13}	2	12	10	1
A_{14}	3	8	5	3
A_{15}	3	9	6	3
A_{16}	2	12	10	3
A_{17}	4	12	8	1
A_{18}	3	9	6	1
A_{19}	2	12	10	2
A_{20}	3	12	9	1
A_{21}	3	10	7	1
A_{22}	1	9	8	1
A_{23}	2	9	7	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Gráfico 26: Dispersão - diferença das notas nos testes aditivos e a distração nas aulas de Matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

O resultado apontou que para as variáveis analisadas, o valor do coeficiente é r **= 0,038**. Sinalizada assim uma correlação ínfima positiva, com $0 < r < 0,1$. Com isso, constatamos que a variável *distração nas aulas de Matemática* não foi determinante nos resultados alcançados, pois o valor da correlação foi desprezível. Novamente o gráfico gerou uma reta discretamente crescente, evidenciando que não houve correlação significativa entre as variáveis estudadas. Por fim, acompanhemos a seguir a correlação entre o *domínio da tabuada* e as notas.

Quadro 19: Parametrização dos dados - domínio da tabuada

DOMÍNIO TABUADA	PARAMETRIZAÇÃO
Não	1
Um pouco	2
Sim	3

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Tabela 37: Correlação entre a diferença das notas nos testes aditivos e a domínio da tabuada

(continua)

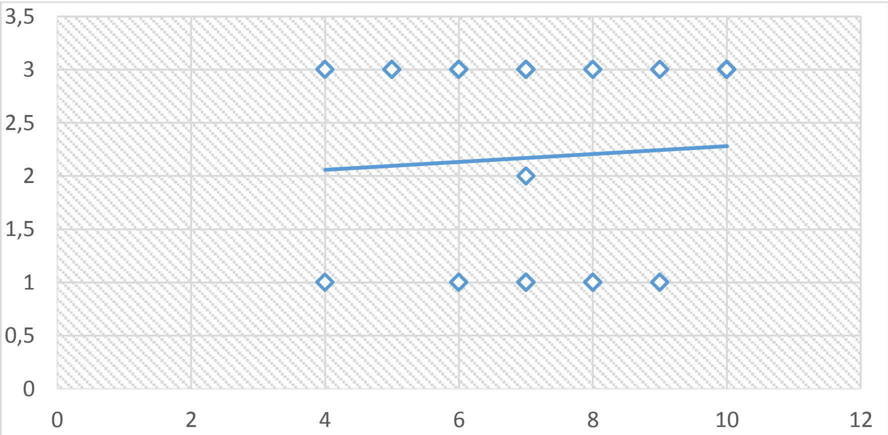
ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	DOMÍNIO DA TABUADA
A_1	5	12	7	1
A_2	2	7	5	3
A_3	3	10	7	3
A_4	3	9	6	3
A_5	8	12	4	3
A_6	5	12	7	1
A_7	2	9	7	3

(conclusão)

A_8	0	9	9	1
A_9	2	9	7	1
A_{10}	2	10	8	1
A_{11}	8	12	4	1
A_{12}	1	8	7	3
A_{13}	2	12	10	3
A_{14}	3	8	5	3
A_{15}	3	9	6	1
A_{16}	2	12	10	3
A_{17}	4	12	8	3
A_{18}	3	9	6	3
A_{19}	2	12	10	3
A_{20}	3	12	9	3
A_{21}	3	10	7	2
A_{22}	1	9	8	1
A_{23}	2	9	7	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Gráfico 27: Dispersão - diferença das notas nos testes aditivos e a domínio da tabuada



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

A partir das notas nos testes e da parametrização dos dados obtivemos o seguinte coeficiente linear de Pearson $\boldsymbol{r}$ **= 0,038**. Como é um valor positivo e bem próximo de zero, indica uma correlação fraca positiva, pertencente ao intervalo $0{,}1 < r < 0{,}5$. Com este resultado observamos que, o quase equilíbrio das respostas dadas pelos alunos entre *ter* ou não *domínio da tabuada*, não interferiu nos resultados.

Conforme observado nas correlações anteriores, nenhuma delas resultou em correlação forte positiva ou perfeita positiva, as quais seriam indicadoras de interferência direta das variáveis socioeconômicas e aptidão com a disciplina Matemática sobre as notas dos alunos nos dois testes. Portanto, todas as variáveis analisadas não tiveram influência direta nos resultados do pré-teste e pós-teste, na turma onde o experimento foi desenvolvido, visto que, os resultados dos coeficientes lineares estavam muito próximos a zero, sem correlação significativa entre elas.

Das variáveis analisadas, exercer atividade remunerada, fazer compras regularmente, notas em Matemática, distração nas aulas de Matemática e domínio da tabuada, tiveram correlações ínfimas positivas. Que de acordo Barbetta (2012, p. 251) duas variáveis são “positivamente correlacionadas quando elas caminham num mesmo sentido, ou seja, elementos com valores pequenos de x tendem a ter valores pequenos de y, e elementos com valores grandes de x tendem a ter valores grandes de y”.

Já as variáveis escolaridade dos responsáveis masculinos, femininos e dificuldade em matemática, apresentaram correlações ínfimas negativas. Ainda segundo Barbetta (2012, p. 251) duas variáveis são “negativamente correlacionadas quando elas caminham em sentidos opostos, ou seja, elementos com valores pequenos de x tendem a ter valores grandes de y, e elementos com valores grandes de x tendem a ter valores pequenos de y”.

No item subsequente, apresentaremos o teste de hipótese aplicado também aos resultados dos testes, a fim de elucidar outras conclusões estatísticas sobre o experimento.

5.4 TESTE DE HIPÓTESES

Aqui faremos a aplicação do Teste de Hipótese para verificar, estatisticamente, as conclusões obtidas com a experimentação. Um teste de hipóteses é realizado no momento de tomada de decisões em relação a um parâmetro da população com base no valor de uma estatística da amostra. Os procedimentos para utilização do teste de hipóteses iniciam-se com o levantamento dos valores das notas iniciais e finais obtidas na amostra. Em seguida, são retiradas dessa amostra as informações necessárias à aplicação da seguinte equação:

$$\boxed{t = \frac{\bar{\mathbf{X}} - \bar{\boldsymbol{\mu}}_{\mathbf{0}}}{\frac{\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\mathbf{n}}}}}$$

Em que:
$\bar{X}$= média das notas inicias;
$\bar{\mu}_0$= média das notas finais;
σ = desvio padrão das notas finais;
n = número da amostra.

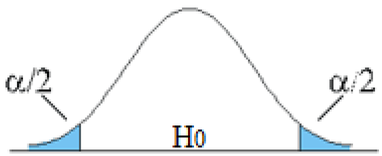
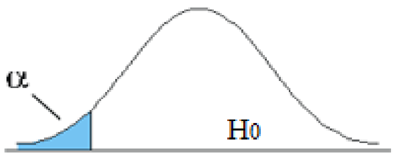
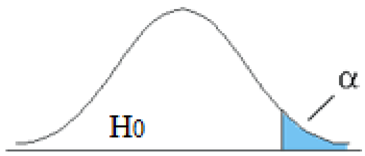
O passo seguinte é o levantamento das hipóteses, que podem ser:

1. Hipótese nula - H_0: Refere-se a uma afirmação sobre um determinado parâmetro da população, que é presumida como verdadeira, até que seja declarada falsa.

2. Hipótese alternativa - H_a: corresponde a uma declaração acerca de um parâmetro da população, que será verdadeira se a hipótese nula for falsa.

Dependendo das hipóteses levantadas, há uma forma de representar a aceitação de uma delas e a rejeição da outra, por meio da curva normal. Vejamos:

Quadro 20: tipos de curva normal

Hipóteses	Curva Normal	Interpretação da cauda
H_0: $\mu_1 = \mu_2$ (média 1 = média 2) H_a: $\mu_1 \neq \mu_2$ (média 1 ≠ média 2)		É um teste bicaudal com regiões de rejeição de H_0 em ambas as caudas.
H_0: $\mu_1 = \mu_2$ (média 1 = média 2) H_a: $\mu_1 < \mu_2$ (média 1 < média 2)		É um teste com cauda à esquerda, que possui região de rejeição de H_0, na cauda da esquerda.
H_0: $\mu_1 = \mu_2$ (média 1 = média 2) H_a: $\mu_1 > \mu_2$ (média 1 > média 2)		É um teste com cauda à direita, que possui região de rejeição de H_0, na cauda da direita.

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Depois de encontrado o resultado do teste (pela equação mostrada) e escolhida as hipóteses que melhor se adequam ao estudo, usa-se a curva normal para verificar quais das hipóteses levantadas serão aceitas ou rejeitadas, tomando como significância: α = 0,05 e confiança: 1 - α = 0,95.

Ao final, a curva normal gerada irá indicar qual das hipóteses, anteriormente levantadas, será rejeitada e, consequentemente, indicará o aceitamento da outra. Isso será identificado pelos tipos de hipóteses levantadas ou pelo tipo de estudo realizado. Vejamos a aplicação do Teste de Hipótese no resultado do teste aditivo de nosso experimento.

5.5 TESTE DE HIPÓTESE DA PARTE ADITIVA DO EXPERIMENTO

Após analisar percentualmente os resultados quantitativos obtidos nos testes aditivo, aplicamos o teste de hipótese afim de apreender conclusões estatísticas sobre o pós-teste e, consequentemente, a metodologia de ensino adotada durante o experimento, já que este teste é reflexo, tanto dos conhecimentos que os alunos tinham previamente acerca do assunto, quanto dos conhecimentos adquiridos no decorrer das aulas.

Para aplicação do teste de hipóteses, inicialmente consideramos as notas absolutas dos alunos nos dois testes. Como foram 12 (doze) questões, as notas foram tabuladas de 0 a 12, de acordo com o número de questões corretas de cada aluno.

Tabela 38: Notas absolutas dos alunos nos testes aditivos

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
A_1	5	12
A_2	2	7
A_3	3	10
A_4	3	9
A_5	8	12
A_6	5	12
A_7	2	9
A_8	0	9
A_9	2	9
A_{10}	2	10
A_{11}	8	12
A_{12}	1	8
A_{13}	2	12
A_{14}	3	8
A_{15}	3	9
A_{16}	2	12
A_{17}	4	12
A_{18}	3	9
A_{19}	2	12
A_{20}	3	12
A_{21}	3	10
A_{22}	1	9
A_{23}	2	9

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Em seguida retiramos os dados para a aplicação do teste com base na fórmula:

$$t = \frac{\overline{X} - \overline{\mu}_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Em que:
$\overline{X}$ = média do pré-teste;
$\overline{\mu}_0$= média do pós-teste;
σ = desvio padrão do pós-teste;
n = número da amostra.

Com os dados presentes na tabela 38, teremos

$\overline{X}$ = 3

$\overline{\mu}_0$= 10,13

σ=1,66

n = 23

Que aplicado à equação resulta em:

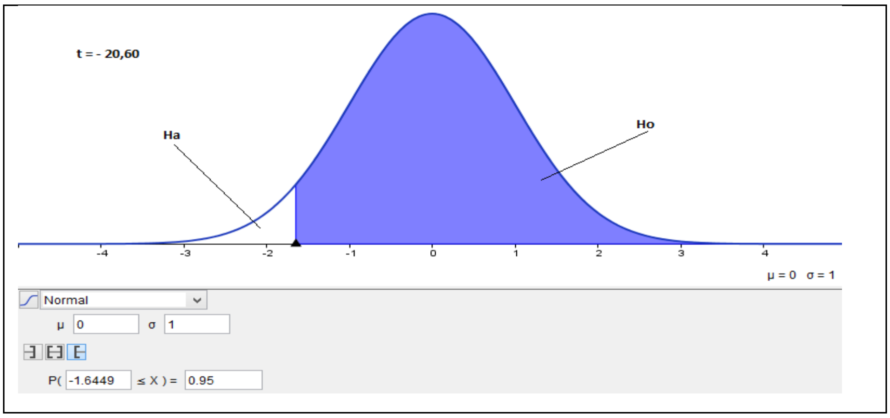
$$t = \frac{3-10{,}13}{\frac{1{,}66}{\sqrt{23}}}$$

t = - 20,60

O passo seguinte foi testar as seguintes hipóteses:
Hipótese nula H_0: $M_1 \leq M_2$, ou seja, a média do pré-teste foi menor ou igual à do pós-teste;
Hipótese alternativa H_a: $M_1 < M_2$, isto é, a média do pré-teste foi menor que a do pós-teste.

Com base no resultado do teste utilizamos a curva normal para comparar seus resultados com as hipóteses anteriormente levantadas. Teremos, então, o seguinte gráfico:

Gráfico 28: curva normal



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

A hipótese inicial está representada no espaço em azul do gráfico. Como o resultado do teste foi -20,60, implica que ele está à esquerda da cauda, ou seja, fora do intervalo do H_0. Neste caso rejeita-se a hipótese inicial H_0 de que $M_1 = M_2$ e aceita-se a hipótese alternativa H_a, comprovando estatisticamente que $M_1 < M_2$, ou seja, o pós-teste apresentou, estatisticamente, melhores notas de que o pré-teste.

5.6 CONSIDERAÇÕES DA ANÁLISE ADITIVA DO EXPERIMENTO

De um modo geral, nesta primeira etapa da experimentação as dificuldades estavam relacionadas à interpretação do problema, a compreensão em estabelecer uma conexão entre as operações de adição e subtração, dentro de um mesmo problema, ou nos casos em que não havia conexão imediata entre contar e encontrar o valor de uma das partes, que eram os problemas algébricos. Um exemplo foi na Q_1, aritmética, com a situação: “Paulo tinha 10 bombons. Sua mãe lhe deu 4 bombons. Sua irmã lhe deu 3 bombons. Com quantos bombons Paulo ficou?”, esta teve um alto índice de acerto no pré-teste e no pós- todos os alunos resolveram corretamente.

Enquanto a Q_7 com a situação “Iran tem 8 livros. Ele tem 5 livros a mais que Carlos. Quantos livros têm Carlos?” teve um baixo índice de acertos no primeiro teste e apresentou avanços no teste final, mas não atingiu 100% de acertos. Nestes casos, o primeiro problema apresentava menor complexidade em relação ao segundo, por ser aritmético, ter modelação do tipo 10 +4 +3 = ? e ao fato de a adição ser usada na modelação e na resolução do problema, ou seja, é um problema da operação adição. Enquanto o segundo caso é um problema algébrico, em que apenas usa a operação adição, pois, embora sua modelação seja? + 5 = 8, no processo de resolução foi utilizada a subtração, ou seja, é um problema que usa a operação, mas não é daquela operação.

Tais indícios possuem relação com o tipo de problemas que, normalmente, são apresentados no livro didático, pois em nossa análise nos livros mencionados, observamos grande incidência de problemas aritméticos, em detrimento dos algébricos. Corroborando também com o estudo de Silva (2012), em que professores apontaram a dificuldade dos alunos e deles mesmos em lidarem com problemas mais complexos. Ainda de acordo com Vasconcelos (1998, p. 55) na escola

> Não se identificam nem se analisam as diferenças entre os diversos tipos de problema. Os livros didáticos e a prática escolar dividem os problemas em, apenas, 'problemas que envolvem a adição e problemas que envolvem a subtração', não distinguindo classes ou categorias de problema segundo sua estrutura semântica, lógica ou sintática. Assim, lidam com os diversos problemas de forma homogênea carecendo tanto de maior compreensão sobre o raciocínio lógico-matemático envolvido e necessário para a resolução, quanto das estratégias mais adequadas.

Outra questão que apresentou um grau de complexidade muito elevada foi a Q_8, com o enunciado "Renato foi à feira, comprou R$15,00 de verduras, R$8,00 de açaí e 1 kg de camarão. Pagou com uma nota de R$ 50,00 e recebeu de troco R$ 17,00. Quanto custou o camarão?". Além de algébrica, esta questão apresentava alguns agravantes, como o fato de indicar várias compras, o valor pago e do troco. Com isso, no primeiro teste nenhum aluno finalizou corretamente esta questão e no pós-teste, 69,57% obtiveram resultados corretos.

Alguns aspectos observados durante as aulas e nas resoluções dos alunos dificultaram a concretização de suas resoluções. A exemplo dos casos em que os alunos identificavam os dados do enunciado com muita facilidade, mas não se preocupavam em selecionar quais deles deveriam ser usados e quais seriam informações adicionais. Também, a ausência da sentença antes da resolução algorítmica, dificultava uma análise de quais informações deveriam ser usadas e em quais posições na sentença. E ainda, nas situações-problema, em que era necessária mais de uma operação, a falta de organização na modelação, dificultava a conexão entre as operações de adição e subtração.

Um fato muito particular chamou nossa atenção durante a análise do pós-teste do aluno A_{19}. Este é um aluno repetente do 5º ano, o qual desenvolveu todas as suas resoluções montando as sentenças antes de operar com o algoritmo e isso favoreceu enormemente seus índices de acertos, sendo estes no pré-teste de 16,67% e, no pós-teste subiu para 100%. Ficamos muito satisfeitos com este resultado, pois durante as aulas, este aluno era *muito agitado*, com dificuldade de concentração e no teste final centralizou sua atenção para resolver todas as questões corretamente. Certamente isso nos motiva a pensar na importância do trabalho desenvolvido no experimento, privilegiando uma forma de resolução em que os alunos acompanhavam e compreendiam todas as etapas da resolução.

A seguir analisaremos os resultados obtidos na parte multiplicativa do experimento, observando os mesmo critérios do aditivo, acompanhemos.

5.7 RESULTADOS E ANÁLISES DA PARTE MULTIPLICATIVA DO EXPERIMENTO

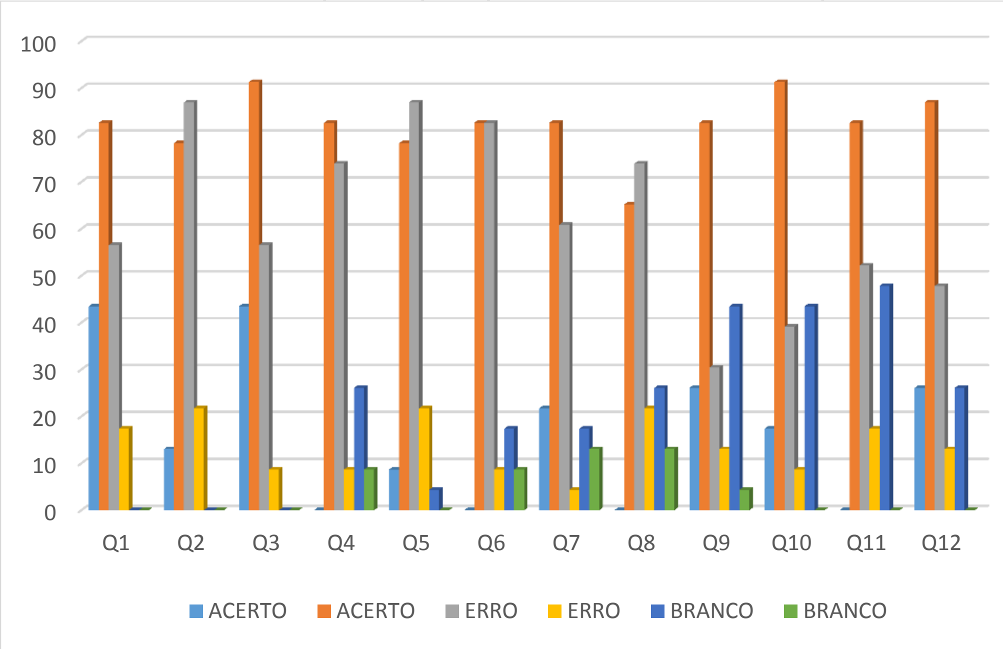
Iniciamos esta análise observando os percentuais de acertos, erros e em branco em cada questão, seguindo as características anteriormente descritas para cada uma delas. Serão mostrados os tipos de cada problema de acordo com a classificação aritmética e algébrica e sua sentença, com o intuito de elucidar o grau de dificuldade de cada situação proposta. Acompanhemos.

Tabela 39: Desempenho por questão nos testes multiplicativos

QUESTÃO	TIPO	SENTENÇA	ACERTO (%)		ERRO (%)		BRANCO (%)	
			PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
Q_1	Aritmética	3 x 689 = ?	43,48	82,61	56,52	17,39	0	0
Q_2	Algébrica	4 x ? = 88	13,04	78,26	86,96	21,74	0	0
Q_3	Aritmética	6 x 4 = ?	43,48	91,30	56,52	8,70	0	0
Q_4	Aritmética	896 : 8 = ?	0	82,61	73,91	8,70	26,09	8,70
Q_5	Algébrica	? x 7 = 28	8,69	78,26	86,96	21,74	4,35	0
Q_6	Aritmética	540 : 45 = ?	0	82,61	82,61	8,70	17,38	8,70
Q_7	Algébrica	? : 3 = 6	21,74	82,61	60,87	4,35	17,38	13,04
Q_8	Algébrica	32 x ? = 256	0	65,22	73,91	21,74	26,09	13,04
Q_9	Aritmética	1250 x 7 = ?	26,09	82,61	30,43	13,04	43,48	4,35
Q_{10}	Aritmética	3 x 2 = ?	17,38	91,30	39,13	8,70	43,48	0
Q_{11}	Algébrica	12 x ? = 288	0	82,61	52,17	17,39	47,83	0
Q_{12}	Aritmética	3 x 6 = ?	26,09	86,96	47,83	13,04	26,09	0

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Gráfico 29: Desempenho por questão nos testes multiplicativos



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Pelos dados anteriormente apresentados é possível identificar que houve um aumento de acerto do primeiro em relação ao segundo teste e, consequentemente, uma redução no percentual de erros em todas as questões, mas ainda permaneceram alguns casos de questões deixadas em branco no pós-teste, sendo elas com maior incidência nas questões aritméticas. Também as questões Q_1, Q_3, Q_9 e Q_{12} (ambas aritméticas) apresentaram bons resultados desde o pré-teste e aumentaram seus índices no pós-teste, demonstrando segurança dos alunos nesse modelo de questão.

Chamamos atenção para a questão Q_8, a qual no pré-teste não obteve nenhuma resolução correta e no pós-teste, apesar de ter aumentado esse percentual para 65,22% de acerto, esta ainda apresentou 26,09% de erros e 8,69% em branco. Em análise aos testes notamos que a grande dificuldade estava diretamente ligada em realizar a divisão de 256 por 32, a qual não representou um cálculo elementar para alunos do experimento, pois, como a divisão era efetivada sem decomposição e o valor do divisor, relativamente alto, houve dificuldade em realizar o cálculo mental ou recorrer a recursos como bolinhas, riscos e outros que, normalmente, auxiliam quando são operados com números pequenos.

Além disso, das quatro questões, Q_4, Q_6, Q_8 e Q_{11}, as quais não tiveram nenhuma resolução correta no pré-teste, Q_4, Q_6, e Q_{11} elevaram seus índices para

82,61%. A Q_6 ainda apresentou 8,67% em branco e Q_8, conforme mencionado anteriormente, não atingiu os percentuais das demais. A seguir apresentaremos o desempenho por aluno nos testes multiplicativos.

Tabela 40: Desempenho por aluno nos testes multiplicativos

ALUNO	ACERTO (%)		ERRO (%)		BRANCO (%)	
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
A_1	25	75	33,33	25	41,67	0
A_2	0	75	100	16,67	0	8,33
A_3	41,67	75	50	25	8,33	0
A_4	16,67	75	83,33	25	0	0
A_5	50	100	25	0	25	0
A_6	41,67	100	50	0	8,33	0
A_7	8,33	75	41,67	25	50	0
A_8	8,33	75	83,33	25	8,33	0
A_9	8,33	75	91,67	25	0	0
A_{10}	8,33	100	66,67	0	25	0
A_{11}	58,33	100	25	0	16,67	0
A_{12}	0	75	100	25	0	0
A_{13}	16,67	75	33,33	0	50	25
A_{14}	8,33	100	50	0	41,67	0
A_{15}	25	91,67	41,67	8,33	33,33	0
A_{16}	8,33	83,33	58,33	16,67	33,33	0
A_{17}	8,33	75	91,67	25	0	0
A_{18}	8,33	66,67	91,67	25	0	8,33
A_{19}	0	83,33	25	16,67	75	0
A_{20}	16,67	75	83,33	25	0	0
A_{21}	8,33	83,33	75	16,67	16,67	0
A_{22}	8,33	75	91,67	25	0	0
A_{23}	41,67	83,33	8,33	16,67	50	0

Pesquisa de campo (2014)

Nesta descrição por aluno observamos um aumento expressivo no número de acertos, uma queda no percentual de erros e questões deixadas em branco. Todos os alunos que não tiveram nenhum acerto no pré-teste A_2, A_{12} e A_{19} melhoraram suas notas no pós-teste. E os demais, também avançaram e melhoraram suas notas, notas estas quando do último teste oscilaram entre 66,67% e 100%. Resultado que consideramos muito satisfatório, já que todos os alunos aprimoraram seus conhecimentos acerca da resolução de problemas multiplicativos.

Além disso, os alunos A_5, A_6 e A_{11} apresentaram bons resultados desde o pré-teste. No decorrer das atividades fomos observando que, além de serem alunos com um grau acentuado de habilidades matemáticas, eram muito dedicados e responsáveis em suas tarefas. Inclusive o aluno A_5, o qual reside na zona rural do município e depende do transporte escolar público do estado, de modo que, nos dias de paralização das escolas estaduais, ele faltava, por não dispor de recurso para pagar sua passagem. Mas, na aula seguinte, sempre solicitava a atividade desenvolvida na aula anterior e a realizava, imediatamente, aproveitando para sanar suas dúvidas. Manifestadamente, fazia isso com muito apreço e sem maiores dificuldades.

Já os alunos A_{10} e A_{14} apresentaram baixo percentual de acerto no pré-teste, entretanto, tiveram, notadamente, uma ascensão de suas médias no pós-teste. Estes, apesar de serem alunos com certa desenvoltura para a Matemática, não eram muito dedicados, nem tinham facilidade em se concentrar nas aulas. Assim sendo, tivemos que conquistar sua atenção no transcorrer das aulas, e no dia de realização do pós-teste estavam muito sérios e concentrados. Quando finalizaram suas tarefas, disseram não ter encontrado dificuldade no teste, já que haviam estudado em suas casas no dia anterior ao teste. Deste modo, os resultados mostraram que a dedicação empregada surtiu bons efeitos.

5.8 CATEGORIAS DE ERROS NOS TESTES MULTIPLICATIVOS

Neste item trazemos a análise de algumas categorias de erros observadas, tanto no pré-teste, quanto no pós-teste, buscando assim identificar se tais erros sofreram modificações, a partir da participação no experimento. A escolha por realizar este tipo de análise surgiu, pois, uma das perspectivas de nosso experimento usando o Ensino por Atividades está relacionada em conduzir aos alunos na resolução das situações seguindo as etapas de interpretação; elaboração da sentença; escolha da operação e realização do cálculo, pelo ao menos, até os mesmos compreenderem a dinâmica de resolução de acordo com o tipo de problema e com a possibilidade de escolher a operação correta sem, necessariamente, recorrer à sentença.

Neste sentido, a sentença foi um mecanismo inicial de resolução, o qual ambicionava facilitar a visualização das etapas e das regularidades dependendo do tipo de problema. Depois de apreendida a dinâmica, esta poderia, ou não, ser dispensada. As categorias de erros nomeadas para análise foram: a elaboração da sentença que representasse o enunciado; escolha da operação; realização do cálculo e acrescentamos a categoria erro indeterminado, que foram os casos de aparecimento de resultado incorreto, contudo, sem registro da resolução daquela questão ou a utilização de dados excedentes que em nada contribuiria com o resultado.

Quadro 21: Categorias de erros por questão nos testes multiplicativos

Questões	Tipo	Sentença que representasse o enunciado (%)						Escolha da operação (%)						Realização do cálculo (%)						Indeterminado (%)	
		Elaborou sentença adequada		Elaborou sentença inadequada		Não elaborou sentença		Acerto		Erro		Em branco		Acerto		Erro		Em branco		Rabiscos e termos que não representavam o enunciado	
		Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-
Q1	Aritmética	0	13,04	0	13,04	100	69,56	43,48	95,65	56,52	0	0	0	43,48	82,61	56,58	13,04	0	0	0	4,35
Q2	Algébrica	0	21,74	0	4,35	100	73,91	17,39	86,96	73,91	13,04	0	0	13,04	78,26	78,26	21,74	0	0	8,70	0
Q3	Aritmética	0	21,74	0	0	100	73,91	52,17	91,30	30,43	4,35	0	0	43,48	91,30	39,13	4,35	0	0	17,39	4,35
Q4	Aritmética	0	17,39	0	4,35	100	78,26	0	82,61	69,56	8,70	26,09	8,70	0	82,61	69,56	8,70	26,09	8,70	4,35	0
Q5	Algébrica	0	21,74	0	4,35	100	73,91	8,70	86,96	73,91	13,04	4,35	0	8,70	78,26	73,91	21,74	4,35	0	13,04	0
Q6	Aritmética	0	13,04	0	4,35	100	82,61	0	82,61	78,26	8,70	17,39	8,70	0	82,61	78,26	8,70	17,39	8,70	4,35	0
Q7	Algébrica	0	21,74	0	8,70	100	69,56	30,43	82,61	47,83	8,70	17,39	8,70	21,74	82,61	56,52	8,70	17,39	8,70	4,35	0
Q8	Algébrica	0	21,74	0	4,35	100	69,56	0	78,26	69,56	4,35	26,09	13,04	0	65,22	69,56	17,39	26,09	13,04	4,35	4,35
Q9	Aritmética	0	17,39	0	0	100	82,61	30,43	91,30	13,04	4,35	43,48	4,35	26,09	82,61	17,39	13,04	43,48	4,35	13,04	0
Q10	Aritmética	0	13,04	0	0	100	82,61	26,09	91,30	26,09	4,35	43,48	0	17,39	91,30	34,78	4,35	43,48	0	4,35	4,35
Q11	Algébrica	0	17,39	0	0	100	78,26	0	95,65	43,48	4,35	47,83	0	0	82,61	43,48	13,04	47,83	0	8,70	4,35
Q12	Aritmética	0	13,04	0	0	100	78,26	39,13	86,96	4,35	4,35	26,09	0	26,09	86,96	17,39	4,35	26,09	0	30,43	8,70

Pesquisa de campo (2014)

O quadro anterior mostra que nenhum aluno fez uso da sentença nas resoluções do pré-teste, mesmo após ter sido mostrado este procedimento de resolução nas atividades do campo aditivo. No pós-teste, a sentença foi empregada adequadamente em todas as questões, porém, com baixo percentual. E, apesar do alto percentual de questões com montagem da sentença deixadas em branco, isso não representou um obstáculo para a escolha da operação correta, pois, por meio da leitura, foi possível por meio da identificação da operação e pelo conhecimento do algoritmo, se chegar ao resultado correto.

Por outro lado, ainda houve casos de elaboração de sentença, as quais não refletiram o enunciado, demonstrando assim que alguns alunos ainda possuíam dúvidas neste procedimento. O quadro evidencia ainda que o fator determinante no sucesso das resoluções não, necessariamente, foi a montagem da sentença, mas sim, a escolha da operação, dado o expressivo percentual de acerto do pós-teste, mesmo com pouca utilização da sentença. Já aqueles que fizeram escolhas incorretas na etapa da operação, mesmo dando prosseguimento a realização de seus cálculos, encontraram também resultados incorretos.

Também foi observado no pós-teste uma discreta prevalência do uso da sentença nos problemas algébricos em relação aos aritméticos, por terem sido, neste último tipo, os de maior incidência da sentença, as quais representavam o enunciado. Pelas observações feitas no decorrer das atividades e pelo reflexo percebido pós-teste, foi possível identificar que as situações envolvendo problemas algébricos tiveram mais dificuldade na identificação da operação, do que os aritméticos e a sentença foi um mecanismo encontrado pelos alunos para facilitar a escolha da operação.

Em relação a escolha da operação, desde o planejamento tínhamos a preocupação em trabalhar com atividades que possibilitassem que alunos as identificassem corretamente. Os dados anteriores mostraram uma evolução significativa neste quesito, do pré para o pós-teste, pois, além do avanço nos percentuais de acertos, as questões Q_4, Q_6, Q_8 e Q_{11}, que não tiveram acertos no primeiro teste, tiveram percentuais muito satisfatórios no teste final. E esses indícios, não estão ligados ao tipo de problema em nosso estudo, visto que não houve a prevalência de melhoras dos problemas aritméticos em relação aos problemas algébricos e vice-versa.

Chamamos a atenção para a complexidade da questão Q_8 com enunciado "Um *pendrive* custa R$32,00. Larissa comprou alguns *pendrives* e pagou R$256,00. Quantos *pendrives* Larissa comprou?". A sentença deste enunciado era do tipo 32 x ? = 256 e cálculo 256 : 32. A complexidade desta questão estava focalizada principalmente na realização da divisão, pois, não era possível decompor o dividendo 256 e a divisão, portanto, deveria ser feita diretamente. Com isso, no pré-teste não houve nenhuma resolução correta e no pós-teste, como os alunos não estavam utilizando calculadora, nem celular, os com maior habilidade chegaram ao resultado recorrendo à multiplicação. E aqueles que não lembravam-se do método da operação inversa, ou deixaram em branco, ou recorreram à outras técnicas, algumas sem êxito.

Pela tabela é possível observar que esta questão, no teste final, teve 78,26% de escolha correta da operação, contudo, apenas 65,22% destes finalizaram seus cálculos corretamente, pois, 17,39% chegaram a resultados incorretos, 13,04% deixaram esta etapa em branco, mesmo tendo escolhido a operação correta, e 4,35% apresentaram uma resolução com dados que não refletiam o enunciado, caracterizando em erro indeterminado. Além disso, foi a questão com maior índice em branco na etapa da realização do cálculo. Avaliamos que, possivelmente, o uso da calculadora poderia ter atenuado ou sanado esta dificuldade.

5.9 CORRELAÇÕES DA PARTE MULTIPLICATIVA DO EXPERIMENTO

Aqui faremos uma análise dos resultados obtidos nos testes multiplicativos com as informações levantadas no questionário socioeconômico. O objetivo desta análise será verificar se as variáveis exercer atividade remunerada; fazer compras regularmente; escolaridade dos pais; dificuldades e notas obtidas na disciplina Matemática; distração durante as aulas e domínio da tabuada tiveram alguma implicação nos resultados.

Iniciemos pela correlação entre a diferença das notas nos testes multiplicativos e o fato do aluno *exercer alguma atividade remunerada*.

Quadro 22: Parametrização dos dados - exercer atividade remunerada

EXERCE ATIVIDADE REMUNERADA	PARAMETRIZAÇÃO
Não	1
As vezes	2
Sim	3

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

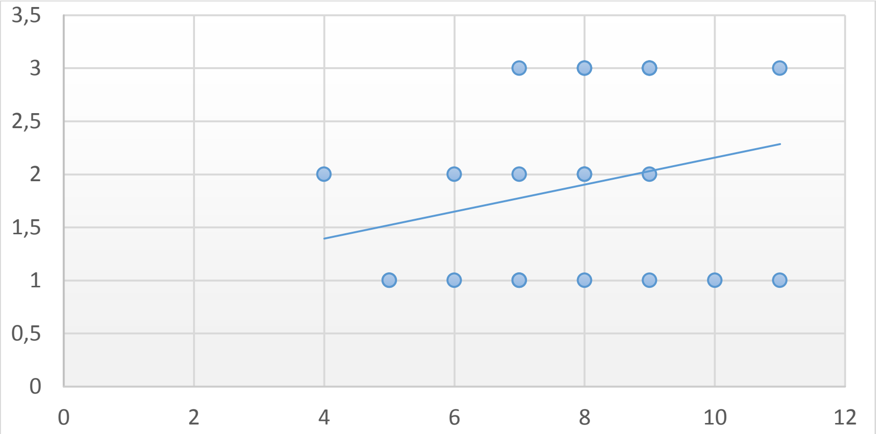
Tabela 41: Correlação entre a diferença das notas nos testes multiplicativos e exercer atividade remunerada

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	TRABALHA REMUNERADO
A_1	3	9	6	1
A_2	0	9	9	1
A_3	5	9	4	2
A_4	2	9	7	1
A_5	6	12	6	2
A_6	5	12	7	2
A_7	1	9	8	3
A_8	1	9	8	3
A_9	0	9	9	3
A_{10}	1	12	11	3
A_{11}	7	12	5	1
A_{12}	0	9	9	3
A_{13}	2	9	7	1
A_{14}	1	12	11	1
A_{15}	3	11	8	1
A_{16}	1	10	9	2
A_{17}	1	9	8	2
A_{18}	1	8	7	3
A_{19}	0	10	10	1
A_{20}	2	9	7	1
A_{21}	1	10	9	3
A_{22}	1	9	8	2
A_{23}	5	10	5	1

Pesquisa de campo (2014)

Nesta correlação o valor do coeficiente linear de Pearson (r) foi **r = 0,266** pertencente ao intervalo $0,1 \leq r < 0,5$ traduzindo uma correlação fraca positiva. A representação gráfica desta correlação está expressa a seguir.

Gráfico 30: Dispersão – diferença das notas nos testes e exercer atividade remunerada



Pesquisa de campo (2014)

O gráfico mostra que os dados estão positivamente correlacionados, pois a reta é crescente. Porém, como a “nuvem” de pontos está muito dispersa da reta, isto significa, uma correlação baixa entre as variáveis exercer atividade remunerada e a diferença nas notas dos testes. A próxima correlação é referente a diferença das notas nos testes e o *hábito de fazer compras*. Vejamos

Quadro 23: Parametrização dos dados - costume em fazer compras

COSTUMA FAZER COMPRA	PARAMETRIZAÇÃO
NÃO	1
AS VEZES	2
SIM	3

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Tabela 42: Correlação entre a diferença das notas nos testes multiplicativos e o costume de fazer compras

(continua)

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	COSTUMA FAZER COMPRAS
A_1	3	9	6	2
A_2	0	9	9	3
A_3	5	9	4	3
A_4	2	9	7	2
A_5	6	12	6	2
A_6	5	12	7	2
A_7	1	9	8	3
A_8	1	9	8	3
A_9	0	9	9	3
A_{10}	1	12	11	2

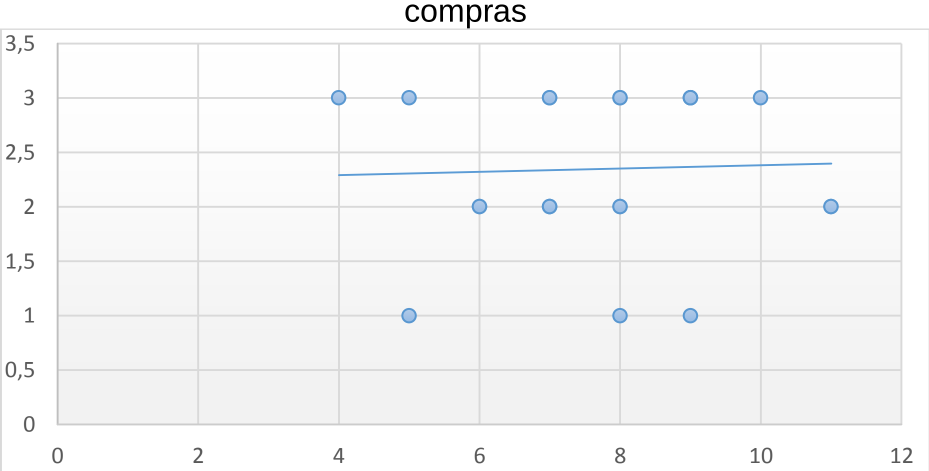
(conclusão)

A_{11}	7	12	5	3
A_{12}	0	9	9	3
A_{13}	2	9	7	3
A_{14}	1	12	11	2
A_{15}	3	11	8	2
A_{16}	1	10	9	3
A_{17}	1	9	8	2
A_{18}	1	8	7	2
A_{19}	0	10	10	3
A_{20}	2	9	7	3
A_{21}	1	10	9	1
A_{22}	1	9	8	1
A_{23}	5	10	5	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

A correlação entre o *hábito de fazer compras* e a diferença nos testes foi **r = 0,038**, valor positivo e muito perto de zero, contido no intervalo $0 < r < 0,1$ indicando uma correlação ínfima positiva, ou seja, o fato de quase a metade dos alunos terem afirmado fazer compras, este não foi um fator determinante para os resultados dos testes.

Gráfico 31: Dispersão – diferença entre as notas dos testes e o costume em fazer compras



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Pelo gráfico é possível observar que a reta está ligeiramente crescente e os pontos estão muito dispersos da reta, demonstrando que a correlação entre as variáveis analisadas é muito baixa. A seguir a correlação entre o grau de *escolaridade do responsável masculino* e a diferença nas notas dos testes.

Quadro 24: Parametrização dos dados - escolaridade dos responsáveis masculinos

ESCOLARIDADE DOS RESPONSÁVEIS MASCULINOS	PARAMETRIZAÇÃO
Fundamental incompleto	1
Fundamento completo	2
Médio incompleto	3
Médio completo	4
Superior	5

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

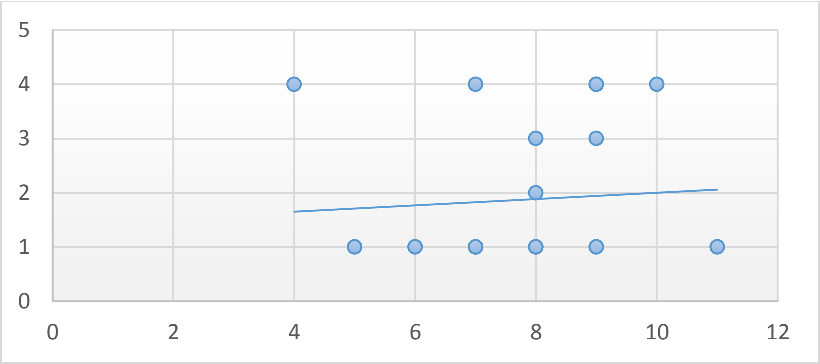
Tabela 43: Correlação entre a diferença das notas nos testes multiplicativos e a escolaridade dos responsáveis masculinos

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	ESCOLARIDADE DO ESPONSÁVEL MASCULINO
A_1	3	9	6	1
A_2	0	9	9	4
A_3	5	9	4	4
A_4	2	9	7	1
A_5	6	12	6	1
A_6	5	12	7	1
A_7	1	9	8	1
A_8	1	9	8	1
A_9	0	9	9	4
A_{10}	1	12	11	1
A_{11}	7	12	5	1
A_{12}	0	9	9	1
A_{13}	2	9	7	1
A_{14}	1	12	11	1
A_{15}	3	11	8	2
A_{16}	1	10	9	1
A_{17}	1	9	8	1
A_{18}	1	8	7	4
A_{19}	0	10	10	4
A_{20}	2	9	7	1
A_{21}	1	10	9	3
A_{22}	1	9	8	3
A_{23}	5	10	5	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

O coeficiente linear de Pearson encontrado foi **r = 0,082** para a correlação entre o *grau de escolaridade do responsável masculino* e a diferença das notas nos testes. Com um resultado positivo, muito próximo a zero e pertence ao intervalo $0 < r < 0{,}1$, esta correlação é classificada como ínfima positiva. Ou seja, apesar da escolaridade dos responsáveis masculinos dos alunos terem, em sua maioria, apenas o Ensino Fundamental incompleto, isso não interferiu nos resultados. Vejamos o gráfico.

Gráfico 32: Dispersão - diferença entre as notas dos testes e a escolaridade dos responsáveis masculinos



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

O discreto crescimento da reta mostrado no gráfico, indica que as variáveis estão positivamente correlacionadas. Mas, como, a "nuvem" de pontos está muito dispersa da reta, concluímos pouca correlação entre as variáveis estudadas. A seguir a correlação entre o grau de *escolaridade do responsável feminino* e a diferença das notas nos testes.

Quadro 25: Parametrização dos dados – escolaridade do responsável feminino

ESCOLARIDADE DO RESPONSÁVEL FEMININO	PARAMETRIZAÇÃO
Fundamental incompleto	1
Fundamento completo	2
Médio incompleto	3
Médio completo	4
Superior	5

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Tabela 44: Correlação entre a diferença das notas nos testes multiplicativos e a escolaridade do responsável feminino

(continua)

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	ESCOLARIDADE DO RESPONSÁVEL FEMININO
A_1	3	9	6	1
A_2	0	9	9	3
A_3	5	9	4	4
A_4	2	9	7	4
A_5	6	12	6	3
A_6	5	12	7	1
A_7	1	9	8	4
A_8	1	9	8	1
A_9	0	9	9	1
A_{10}	1	12	11	5
A_{11}	7	12	5	1
A_{12}	0	9	9	1
A_{13}	2	9	7	4

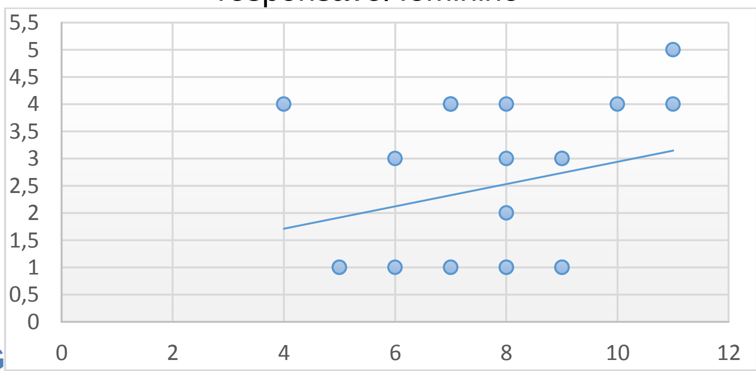
(conclusão)

A_{14}	1	12	11	4
A_{15}	3	11	8	2
A_{16}	1	10	9	1
A_{17}	1	9	8	1
A_{18}	1	8	7	4
A_{19}	0	10	10	4
A_{20}	2	9	7	1
A_{21}	1	10	9	3
A_{22}	1	9	8	3
A_{23}	5	10	5	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Para a correlação entre o grau de *escolaridade do responsável feminino* e a diferença das notas nos testes, o coeficiente linear de Pearson encontrado foi **r =** 0,258. Este resultado positivo e muito próximo de zero, pertence ao intervalo 0,1 ≤ r < 0,5, implicando uma correlação fraca positiva. O gráfico a seguir representa a correlação dos pontos.

Gráfico 33: dispersão – diferenças das notas nos testes e a escolaridade do responsável feminino



G

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

O gráfico mostra um crescimento da reta, indicando uma correlação positiva entre as variáveis analisadas. Entretanto, a “nuvem” de pontos está muito dispersa da reta, fato que caracteriza baixa correlação entre as variáveis escolaridade do responsável feminino e a diferença nas notas dos testes. A próxima análise da correlação será para a *dificuldade em aprender Matemática*. Acompanhemos

Quadro 26: Parametrização dos dados - dificuldade em Matemática

DIFICULDADE EM MATEMÁTICA	PARAMETRIZAÇÃO
Não	1
Um pouco	2
Sim	3

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

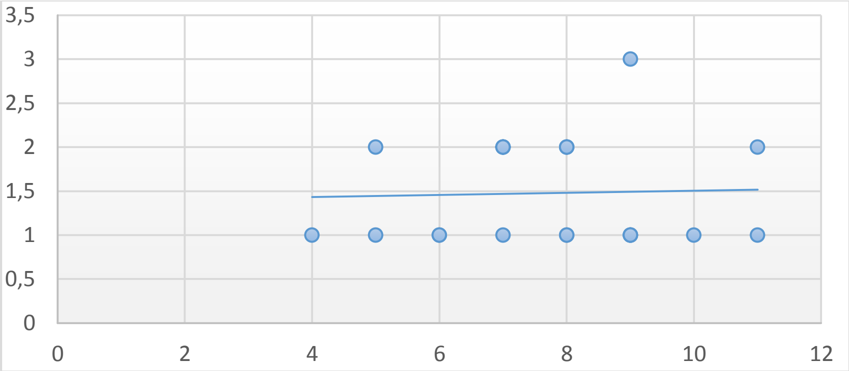
Tabela 45: Correlação entre a diferença das notas nos testes multiplicativos e dificuldade em Matemática

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	DIFICULDADE EM MATEMÁTICA
A_1	3	9	6	1
A_2	0	9	9	1
A_3	5	9	4	1
A_4	2	9	7	2
A_5	6	12	6	1
A_6	5	12	7	2
A_7	1	9	8	1
A_8	1	9	8	2
A_9	0	9	9	3
A_{10}	1	12	11	2
A_{11}	7	12	5	2
A_{12}	0	9	9	1
A_{13}	2	9	7	2
A_{14}	1	12	11	1
A_{15}	3	11	8	2
A_{16}	1	10	9	1
A_{17}	1	9	8	1
A_{18}	1	8	7	2
A_{19}	0	10	10	1
A_{20}	2	9	7	1
A_{21}	1	10	9	1
A_{22}	1	9	8	2
A_{23}	5	10	5	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Neste caso o valor do coeficiente linear de Pearson foi **r =** 0,037**,** caracterizando uma correlação ínfima positiva, porque, além de ser positivo, está próximo de zero e refere-se ao intervalo $0 < r < 0{,}1$. A representação gráfica desta correlação está mostrada a seguir.

Gráfico 34: Dispersão - diferença das notas nos testes multiplicativos e dificuldade em Matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Novamente a reta está ligeiramente crescente e com a “nuvem” de pontos muito dispersa da reta, mostrando que, o fato da maioria dos alunos assumir não ter dificuldade em aprender Matemática, esta característica não foi determinante nos resultados dos testes. Vejamos adiante a correlação para as *notas* comumente *obtidas nas avaliações de Matemática*.

Quadro 27: Parametrização dos dados - notas em Matemática

NOTAS EM MATEMÁTICA	PARAMETRIZAÇÃO
Abaixo da média	1
Média	2
Acima da média	3

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Tabela 46: Correlação entre a diferença das notas nos testes multiplicativos e as notas em Matemática

(continua)

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	NOTAS EM MATEMÁTICA
A_1	3	9	6	3
A_2	0	9	9	2
A_3	5	9	4	3
A_4	2	9	7	2
A_5	6	12	6	3
A_6	5	12	7	3
A_7	1	9	8	3
A_8	1	9	8	3
A_9	0	9	9	1
A_{10}	1	12	11	3
A_{11}	7	12	5	3
A_{12}	0	9	9	3
A_{13}	2	9	7	3

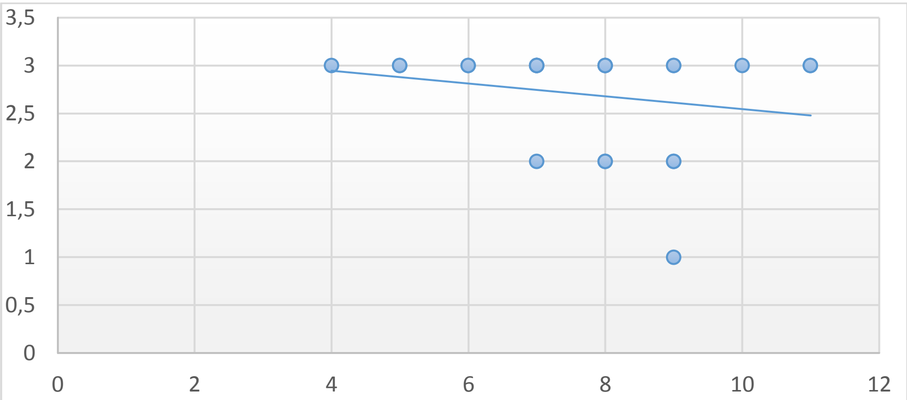
(conclusão)

A_{14}	1	12	11	3
A_{15}	3	11	8	2
A_{16}	1	10	9	2
A_{17}	1	9	8	3
A_{18}	1	8	7	3
A_{19}	0	10	10	3
A_{20}	2	9	7	3
A_{21}	1	10	9	3
A_{22}	1	9	8	2
A_{23}	5	10	5	3

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

O coeficiente linear de Pearson encontrado nesta correlação foi **r = -0,216,** mostrando uma correlação fraca negativa. Vejamos esta representação no gráfico.

Gráfico 35: Dispersão - diferença das notas nos testes multiplicativos e as notas em Matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Na correlação mostrada anteriormente no gráfico foi possível identificar um decrescimento da reta e a dispersão na "nuvem" de pontos em relação a ela. Isso implica que, apesar da maioria dos alunos terem afirmado obter notas acima da média em Matemática, este não foi um fator determinante no resultado. A seguir a correlação entre o fato do aluno *se distrair nas aulas de Matemática* e as notas dos testes.

Quadro 28: Parametrização dos dados - distração nas aulas de Matemática

SE DISTRAI NAS AULAS DE MATEMÁTICA	PARAMETRIZAÇÃO
Não	1
Na maioria das vezes	2
Sim	3

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

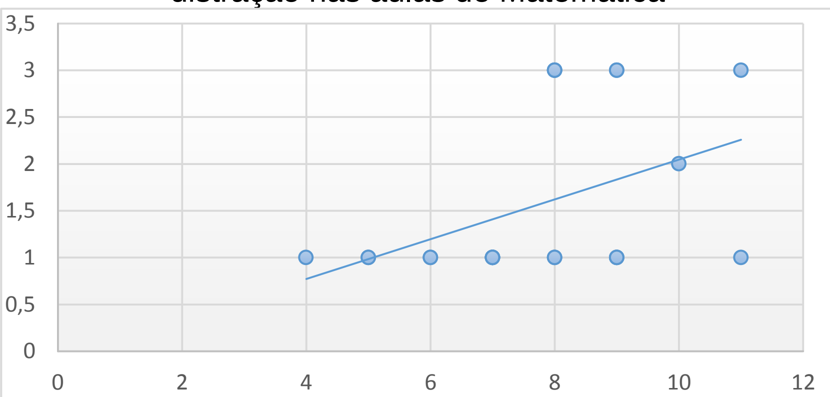
Tabela 47: Correlação entre a diferença das notas nos testes multiplicativos e a distração nas aulas de Matemática

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	SE DISTRAI NAS AULAS DE MATEMÁTICA
A_1	3	9	6	1
A_2	0	9	9	3
A_3	5	9	4	1
A_4	2	9	7	1
A_5	6	12	6	1
A_6	5	12	7	1
A_7	1	9	8	3
A_8	1	9	8	3
A_9	0	9	9	1
A_{10}	1	12	11	1
A_{11}	7	12	5	1
A_{12}	0	9	9	1
A_{13}	2	9	7	1
A_{14}	1	12	11	3
A_{15}	3	11	8	3
A_{16}	1	10	9	3
A_{17}	1	9	8	1
A_{18}	1	8	7	1
A_{19}	0	10	10	2
A_{20}	2	9	7	1
A_{21}	1	10	9	1
A_{22}	1	9	8	1
A_{23}	5	10	5	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

O coeficiente linear de Pearson nesta correlação foi **r = 0,430** mostrando uma correlação fraca positiva, pois pertence ao intervalo $0{,}1 \leq r < 0{,}5$. Vejamos no gráfico este resultado.

Gráfico 36: Dispersão - diferença das notas nos testes multiplicativos e a distração nas aulas de Matemática



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Novamente o gráfico gerou uma reta crescente, exibindo uma correlação positiva entre as variáveis *distração nas aulas de Matemática* e as notas nos dois testes, porém, a “nuvem” de pontos está muito dispersa da reta, demonstrando que não houve correlação significativa entre as variáveis estudadas. A seguir a correlação entre o *domínio da tabuada* e as notas.

Quadro 29: Parametrização dos dados - domínio da tabuada

DOMÍNIO DA TABUADA	PARAMETRIZAÇÃO
Não	1
Um pouco	2
Sim	3

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

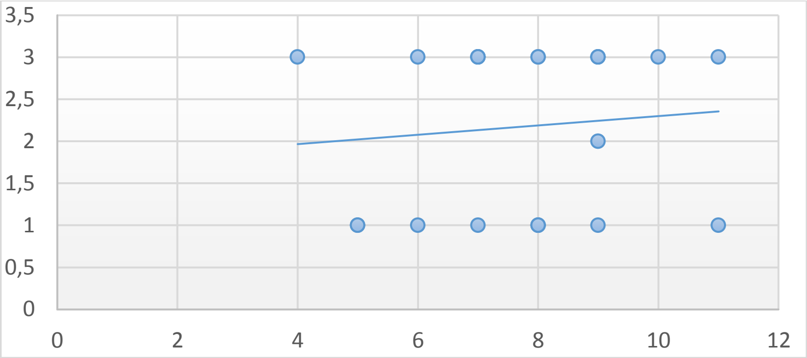
Tabela 48: Correlação entre a diferença das notas nos testes multiplicativos e a domínio da tabuada

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	DIFERENÇA	DOMÍNIO DA TABUADA
A_1	3	9	6	1
A_2	0	9	9	3
A_3	5	9	4	3
A_4	2	9	7	3
A_5	6	12	6	3
A_6	5	12	7	1
A_7	1	9	8	3
A_8	1	9	8	1
A_9	0	9	9	1
A_{10}	1	12	11	1
A_{11}	7	12	5	1
A_{12}	0	9	9	3
A_{13}	2	9	7	3
A_{14}	1	12	11	3
A_{15}	3	11	8	1
A_{16}	1	10	9	3
A_{17}	1	9	8	3
A_{18}	1	8	7	3
A_{19}	0	10	10	3
A_{20}	2	9	7	3
A_{21}	1	10	9	2
A_{22}	1	9	8	1
A_{23}	5	10	5	1

Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Por meio da parametrização dos dados encontramos o seguinte coeficiente linear de Pearson **r =** 0,103. Este valor positivo, próximo de zero e pertencente ao intervalo $0{,}1 \leq r < 0{,}5$, indica uma correlação fraca positiva. Visualizemos o resultado no gráfico.

Gráfico 37: Dispersão - diferença das notas nos testes multiplicativos e a domínio da tabuada



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

A reta crescente aponta uma correlação positiva entre as variáveis analisadas, mas informa uma correlação fraca entre os resultados dos testes o aluno expor ter *domínio da tabuada*.

Assim, a utilização das correlações na análise deste texto pretendiam verificar se os fatores relacionados a questões socioeconômicas dos alunos, levantadas na pesquisa como exercer atividade remunerada, fazer compras regularmente, escolaridade de seus responsáveis e suas impressões sobre a Matemática como suas notas em Matemática, distração durante as aulas e ter domínio da tabuada, foram determinantes nos resultados dos testes.

Após a realização das correlações de todas variáveis com a diferença nas notas dos testes, constatamos que nenhuma delas resultou em correlação forte positiva ou perfeita positiva. As variáveis exercer atividade remunerada; fazer compras; escolaridade dos responsáveis; dificuldade em aprender Matemática; se distrair durante as aulas e ter domínio da tabuada, apresentaram correlações ínfimas ou fracas positivas. Enquanto, a variável notas em Matemática apresentou uma correlação fraca negativa.

Assim, como em todos os casos, os resultados dos coeficientes lineares, positivos ou negativos, estavam muito próximos a zero, concluímos que estas variáveis analisadas não tiveram interferências expressivas nos resultados do pré-teste e pós-teste multiplicativo.

5.10 TESTE DE HIPÓTESE DA PARTE MULTIPLICATIVA DO EXPERIMENTO

O teste de hipótese para os resultados multiplicativos teve o objetivo de averiguar, estatisticamente, se foi possível perceber conclusões favoráveis ao pós-teste. Para tanto, primeiramente tomamos as médias absolutas dos alunos nos testes multiplicativos. Este continha doze questões, por isso as notas foram tabuladas de 0 a 12, de acordo com o quantitativo de questões acertadas por cada aluno. Vejamos

Tabela 49: Notas absolutas dos alunos nos testes multiplicativos

ALUNOS	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
A_1	3	9
A_2	0	9
A_3	5	9
A_4	2	9
A_5	6	12
A_6	5	12
A_7	1	9
A_8	1	9
A_9	0	9
A_{10}	1	12
A_{11}	7	12
A_{12}	0	9
A_{13}	2	9
A_{14}	1	12
A_{15}	3	11
A_{16}	1	10
A_{17}	1	9
A_{18}	1	8
A_{19}	0	10
A_{20}	2	9
A_{21}	1	10
A_{22}	1	9
A_{23}	5	10

Pesquisa de campo (2014)

Com base na fórmula $t = \frac{\overline{X}-\overline{\mu}_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$, teremos os seguintes dados retirados da tabela anterior

$$\overline{X} = 2{,}13$$

$$\overline{\mu}_0 = 9{,}5$$

$$\sigma = 0{,}71$$

$$n = 23$$

Aplicando esses dados na fórmula teremos

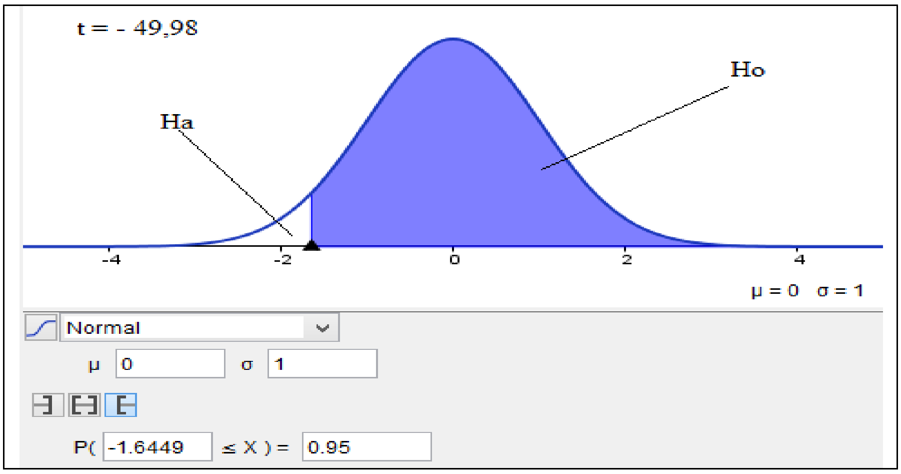
$$\boxed{t = \frac{2{,}13-9{,}5}{\frac{0{,}71}{23}}}$$

t = - 49,98

Para este caso levantamos as seguintes hipóteses:
Hipótese nula H_0: $M_1 = M_2$, indicando que a média do pré-teste foi igual a do pós-teste;
Hipótese alternativa H_a: $M_1 < M_2$, indicando que a média do pré-teste foi menor de que a do pós-teste.

Com base no resultado do teste, vamos aplicar a curva normal para comparar seus resultados com as hipóteses levantadas. Obtendo o seguinte gráfico

Gráfico 38: curva normal



Fonte: Pesquisa de campo (2014)

Conforme já indicamos antes, a hipótese inicial é representada em azul no gráfico. O resultado do teste de hipótese, com base nas notas dos testes multiplicativos, foi de -49,98, à esquerda da cauda, ou seja, fora do intervalo do H_0. Com este resultado, rejeita-se a hipótese inicial H_0, $M_1 = M_2$ e aceita-se a hipótese alternativa H_a, evidenciando que estatisticamente $M_1 < M_2$, que para a pesquisa implica, melhores notas do pós-teste em relação ao pré-teste.

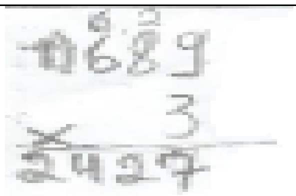
5.11 CONSIDERAÇÕES DA ANÁLISE MULTIPLICATIVA DO EXPERIMENTO

A etapa multiplicativa do experimento, certamente, apresentou maiores dificuldades em relação a etapa aditiva. Esta constatação foi observada desde a aplicação do pré-teste multiplicativo, no qual, os alunos mesmo avisados de que não poderiam perguntar no decorrer da implementação do teste, fizeram indagações, manifestaram muitas dúvidas na interpretação das situações e em identificar as operações. Havendo ainda, uma incidência bastante significativa de questões deixadas em branco.

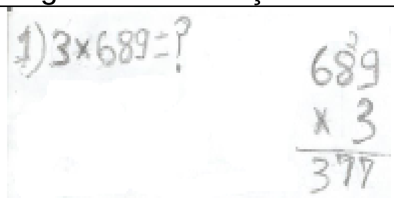
Além disso, erros na realização do cálculo tiveram percentuais elevados desde o pré-teste e, embora tenham diminuído no pós-teste, ainda houve recorrência em todas as questões do pós-teste, referente a este tipo de erro. Todavia, é pertinente ressaltar que, muitos destes erros, não ocorreram pelo desconhecimento do algoritmo. Aconteceram pela distração dos alunos no momento de seus cálculos, sendo que estes não notavam os equívocos cometidos e finalizavam suas resoluções com a convicção que a questão estava correta.

Isso foi observado, por exemplo, na questão Q_1 do pós-teste, com enunciado "um fogão custa R$689,00. Qual o valor de três fogões?". Essa era uma das questões mais simples do teste e os alunos A_7, A_8 e A_{22}, embora tenham feito a escolha da operação corretamente, não observaram que seus cálculos estavam incorretos. Vejamos.

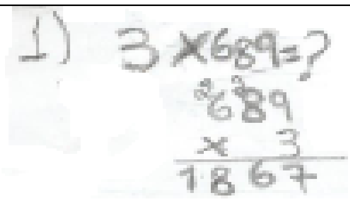
Figura 4: Resoluções dos alunos



Questão 1 do aluno A_7



Questão 1 do aluno A_8



Questão 1 do aluno A_{22}

Fonte: pesquisa de campo (2014)

O aluno A_7, se equivocou na colocação do resultado de 3 x 8 = 24, pois este valor somado ao 2 da multiplicação anterior (3 x 9), resultaria em 26 e, ao invés de colocar 6 no resultado e deixar 2 para a próxima multiplicação, fez o contrário. O aluno A_8, embora tenha montado a sentença corretamente, não teve êxito em seus cálculos. E o aluno A_{22}, também fez uso correto da sentença, mas esqueceu do 2, acima do 6 no final da resolução, obtendo também a um resultado incorreto.

Outro detalhe que mostra a necessidade de maior atenção nesta etapa do experimento, foi o tempo destinado às aulas. Pois, durante a aplicação das atividades do campo aditivo, as aulas tiveram duração de duas horas de relógio, enquanto nesta etapa foi necessário utilizar todo o horário de aula, ou seja, as quatro horas diárias, em quase todas as atividades, pois as situações apresentavam maior complexidade e os alunos levavam mais tempo para assimilar os procedimentos de resolução.

Não houve diferença expressiva no quantitativo de acertos relacionados ao tipo de problema: aritmético ou algébrico. Desde o primeiro teste, tanto os erros, quanto os acertos e questões em branco tiveram percentuais equilibrados em relação ao tipo de problema, pois no pré-teste, das 04 (quatro) questões com 0% de acerto (Q_4, Q_6, Q_8, e Q_{11}), 02 (duas) eram questões aritméticas e duas questões algébricas. Os percentuais de erros e em branco também não tiveram grandes diferenças neste quesito. Nossa análise também não levou em consideração o aspecto do tipo de questão, dado que, o número de questões destinado a cada tipo era diferente, foram sete questões aritméticas e cinco questões algébricas.

Outra escolha que jugamos acertada na construção das atividades, foi a inclusão da interrogação ao final das questões contidas na atividade de aprendizagem

Novamente ressaltamos a importância do preenchimento do quadro ao final das primeiras atividades e a socialização dos alunos acerca desse preenchimento, pois, isso nos possibilitou visualizar as sentenças de todas as atividades anteriormente desenvolvidas. E, quando isso era realizado em sala de aula, os alunos comentavam sobre suas resoluções, tiravam suas dúvidas e revisavam as diferenças na posição do sinal de interrogação na montagem da sentença de acordo com o tipo de problema.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi desenvolvido com o **objetivo** de avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino de questões envolvendo as quatro operações com números naturais, que trabalhou inicialmente a elaboração da sentença natural correspondente ao enunciado da questão e em seguida a determinação da operação sobre a habilidade de escolher corretamente a operação e o desempenho na resolução de questões envolvendo as quatro operações com números naturais. Com este desígnio, pretendíamos analisar de que forma uma metodologia de ensino que privilegiasse o uso de uma sequência didática poderia, paulatinamente, conduzir o aluno a interpretar o enunciado da questão, escolher corretamente a operação necessária à sua resolução e resolvê-la corretamente.

Muitas de nossas iniciativas durante o planejamento das atividades foram baseadas em conclusões dos estudos contidos nas análises prévias, pois, nos ofereceram muitas pistas acerca das principais dificuldades encontradas por alunos e professores durante suas pesquisas sobre o ensino das quatro operações fundamentais. Então, com base nestes resultados, priorizamos atividades que desenvolvessem competências para identificar os dados realmente necessários a resolução; modelar o problema; identificar a operação corretamente e realizar o cálculo.

Além disso, fundamentado no estudo de Moura (2007) cuja conclusão foi que, quando são trabalhadas atividades específicas para compreensão do enunciado e sua representação matemática, é possível maximizar o aprendizado. Inserimos nas atividades de aprendizagem os itens interrogativos que facilitaram enormemente a compreensão dos alunos de como proceder nas resoluções, pois, a medida que respondiam a cada um, retiravam os dados, identificando quais deles deveriam ser empregados, a posição da interrogação, a montagem da sentença e a operação necessária.

Essa forma introdutória das primeiras atividades garantiu maior segurança nos alunos para a realização das posteriores, uma vez que, sua finalidade era mostrar o passo-a-passo da resolução, de modo que, quando chegaram às atividades de fixação, com apenas o enunciado e o espaço para resolução, sem os itens interrogativos, os alunos já estavam familiarizados com aqueles modelos de questão e os resolveram sem grandes dificuldades, ainda que envolvessem situações diferentes.

Além disso, a sequência de como as atividades foram planejadas facilitou muito a progressão dos alunos, pois, a primeira atividade de aprendizagem contendo situações envolvendo valores monetários, apresentava situações simples para os alunos identificarem uma lei geral para resolvê-las. A partir da segunda atividade, sempre traziam um aumento no grau de complexidade. Por exemplo, na ATIVIDADE 2, da etapa aditiva, foram os dados excedentes, contidos nas questões Q_5, Q_6 e Q_8, que possibilitaram ao aluno refletir que nem todas as informações presentes no enunciado, precisavam ser utilizados na resolução.

Já na ATIVIDADE 3 de fixação, esta não trazia os itens interrogativos, levando os alunos a resolverem diretamente, identificando os dados, montando a sentença, reconhecendo a posição da interrogação e a realização do cálculo. Neste sentido, a cada atividade era colocada uma novidade e aumentado o grau de complexidade, para ajudar aos alunos a perceberem outras relações e aumentar seu nível de raciocínio.

E, de modo oposto ao estudo de Calsa (2002), cuja constatação foi que a variação na posição da incógnita não exerce influência sobre o desempenho dos alunos na resolução dos problemas, nosso estudo observou que, nas primeiras atividades, tanto do campo aditivo, quanto do multiplicativo, problemas algébricos causaram certa estranheza nos alunos, que, após entenderem a resolução das três primeiras questões aritméticas, se deparavam com situações cuja modelação apresentava mudanças na posição do termo desconhecido. E essa mudança demandava certo tempo para os alunos compreenderem como proceder nas resoluções algébricas.

Por outro lado, o tipo de problema não foi fator decisivo na análise dos testes, pois, além do número de questões por tipo de problema não ser o mesmo, não houve a sobreposição de dificuldade ou facilidade dos alunos em relação a este critério. Contudo, observamos diferenças em relação aos campos conceituais, pois, durante as atividades do campo aditivo, os alunos compreenderam com maior facilidade. Já nas atividades do campo multiplicativo, as dificuldades foram maiores, tanto na compreensão da regra geral, quanto na realização do cálculo, a qual agregava duas operações de maior complexidade: multiplicação e divisão.

Novamente reiteramos a importância do preenchimento do quadro ao final de cada atividade de aprendizagem, pois, além de permitir uma retomada dos procedimentos realizado em cada questão, abria espaço para a socialização das falas dos alunos, trazendo à tona as dúvidas e dificuldades que ainda persistiam em seu aprendizado. Neste sentido, o momento destinado a seu preenchimento era uma espécie de revisão e socialização de toda a aula.

As correlações contidas na Seção da Análise a *Posteriori*, mostraram que os fatores socioeconômicos levantados no primeiro dia do experimento, como: exercer atividade remunerada; fazer compras periodicamente e a escolaridade dos responsáveis masculinos e femininos dos alunos, não foram fatores determinantes nos resultados dos pós-testes. Assim como a inclinação dos alunos pela disciplina Matemática, considerando a dificuldade em aprender a disciplina; suas notas; a distração nas aulas e o domínio da tabuada.

Tais constatações foram obtidas por meio das correlações entre a diferença das notas do pós-teste com o pré-teste e essas variáveis, cujos resultados revelaram correlações ínfimas ou fracas. Os indícios obtidos nestas correlações mostraram que, para os alunos investigados, os fatores socioeconômicos e a predisposição para a Matemática não foram determinantes nos resultados. Com isso, consideramos a enorme contribuição da metodologia adotada para os bons resultados do experimento.

O Teste de Hipótese também contribuiu para identificar se as notas obtidas no segundo teste foram significativamente melhores que as do primeiro e constatou que estatisticamente as notas do pós-teste tiveram melhoras significativas em relação ao pré-teste, mostrando os bons resultados da metodologia adotada durante a etapa da experimentação

Uma evidencia observada com frequência nos testes multiplicativos, foi o uso de rabiscos, valores e representações, os quais não refletiam o enunciado da questão. Foram muito repetidos casos em que os alunos juntavam informações presentes no enunciado e formavam outros valores ou o uso de algumas representações que também não tinham relação com a questão. Em ambos os casos, os resultados estavam incorretos, demostrando que estes alunos, além de não desenvolverem um planejamento sistematizado com algoritmo, não atentaram para equívocos obtidos com essas formas de representações.

Com este comentário, não tivemos a pretensão de defender que somos contrários ao uso de rabiscos, desenhos e bolinhas, uma vez que, ao longo de nossa atividade docente temos observado muita frequência no uso dessas representações para resolver diversas situações e elas também fazem parte da elaboração de um plano desenvolvido pelos alunos para obter o resultado. Quando incluímos o uso destes recursos em uma das categorias de erros, deu-se em razão da utilização pela maneira equivocada ao modo de conduzir os alunos a resultados incorretos.

No que diz respeito ao uso do Ensino por Atividades, como metodologia de ensino, ponderamos que o objetivo de avaliar seus efeitos para o processo ensino-aprendizagem de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais, foi extremamente satisfatório, visto que contribuiu para que os alunos identificassem as regularidades e descobrissem uma lei geral para chegar aos resultados. Com base nos resultados já apresentados na Seção da análise a *posteriori* e validação, consideramos que nossa hipótese sobre os efeitos dessa metodologia de ensino para nosso estudo foi ratificada.

Admitimos que nossa pesquisa apresentou algumas limitações, dentre as quais destacaremos duas. A primeira refere-se a não utilização da calculadora durante a experimentação, principalmente na etapa multiplicativa, o que por sua vez, dificultou alguns cálculos. Avaliamos que os alunos teriam melhores resultados nos testes e nas atividades se dispusessem da calculadora, uma vez que a incidência de erros nos cálculos foi frequente. A segunda diz respeito aos conceitos trabalhados em cada uma das questões, pois, em alguns momentos, as situações apresentadas não seguiram uma sequência iniciada com as ideias das operações e a compreensão de seus algoritmos.

Esta última limitação foi acarretada por nossa preocupação em trabalhar especificamente com problemas aritméticos e algébricos e na ordem em que esses modelos de questões foram distribuídos nas atividades. Com isso, alguns sentidos e conceitos foram repetidos em algumas atividades e até mesmo nos testes, em detrimento de outros, que foram pouco explorados.

Além disso, é pertinente destacar ainda que os problemas apresentados em nosso estudo, tanto nos testes, quanto nas atividades, não estavam enfaticamente atrelados à classificação do Campo Conceitual Aditivo proposta por Magina *et al* (2008) em composição, transformação e comparação e por Vergnaud

(2009) em medidas e transformação. E no Campo Conceitual Multiplicativo também não fizemos referência ao isomorfismo de medida proposto por Vergnaud (2009).

Destarte, a despeito dos bons resultados obtidos nesta pesquisa, esperamos que seja apreciado pelos professores que atuam na educação do estado do Pará, pelas sugestões pedagógicas apresentadas e pelas dificuldades surgidas, no decorrer da experimentação, comuns em sala de aula. Também acreditamos que seu teor abre espaço para novas investigações sobre o ensino de problemas envolvendo as quatro operações com números naturais, por meio de outras metodologias; considerando as categorias propostas por Vergnaud (2009) e tendo como sujeitos alunos de outras séries.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: ED. UFPR, 2007, p. 167–185.

ANDRADE, Mayara Carvalho de; SOUZA Cremilzza Carla Carneiro Ferreira; LUNA, Ana Virginia de Almeida. É de mais ou de menos? Uma análise sobre as situações-problema para além dos cálculos. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Salvador/BA, 2010. Disponível em:
Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html.

ARAÚJO, Suellem de Paula Ferreira; SÁ, Pedro Franco de. O desempenho de alunos de Vigia de Nazaré na resolução de problemas com mais de uma operação. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Salvador/BA,2010. Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html.

ARTIGUE, Michelle. Engenharia didáctica. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das Matemáticas.** Lisboa: instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BARATA, Hellen Mailza da Costa e LOBATO, Loise Fernanda dos Santos. **A resolução de problemas envolvendo as quatro operações:** um exemplo de sucesso no ensino fundamental. 95 p. TCC (Licenciatura Plena em Matemática) - Universidade do Estado do Pará. Vigia, 2011.

BARBETTA, Pedro Alberto. **Estatística Aplicada às Ciências Sociais**. 8ª ed. Florianópolis: ed. da UFSC, 2012.

BARBOSA, Ana Nayara Campos; SANTOS, Linara Bragança dos. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais da matemática por meio de atividades:** um caminho viável. 125 p. TCC (Licenciatura Plena em Matemática) Universidade do Estado do Pará. Salvaterra, 2012.

BATISTA, Cecília Guarnieri. Fracasso escolar: análise de erros em operações matemáticas. **Zetetiké**, ano 3, nº 4, p. 61-72,1995. Disponível em: http://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/view/2564/2308.

BENVENUTTE, Luciana Cardoso. **A operação divisão:** um estudo com alunos do 5º ano. 61 p. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação). Universidade do Vale do Itajaí. Itajaí (SC), 2008.

BEZERRA, Maria da Conceição Alves de. **As quatro operações básicas:** uma compreensão dos procedimentos algorítmicos. 138 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2008.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; SELVA, Ana Coelho Vieira; SPINILLO, Aline Galvão; SOUSA, Noeme Araújo de. Influência de representações e de significados da divisão em problemas com resto. In: Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais.**.. Recife/PE,2004. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/Index.htm.

BORDEAUX, Ana Lúcia et al. **Novo Bem-Me-Quer.** 2ª ed. São Paulo: Editora Brasil, 2011.

BRANDT, Célia Finck; DIONÍZIO, Fátima A. Q.; ESLOMPO, Marli R. M.; MILDENBERG, Adriane. Análises das dificuldades na resolução de problemas aditivos, à luz da teoria das representações semióticas. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Salvador/BA, 2010. Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html.

BRASIL. Ministério da Educação. **Plano de Desenvolvimento da Educação – PDE.** Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. Prova Brasil. Matrizes de referência, tópicos e descritores: Brasília, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. 142 p. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CALSA Geiva Carolina. **Intervenção psicopedagógica e problemas Aritméticos no ensino fundamental.** 297 p. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2002.

CAMPOS, Edileni G. J. de. Como os alunos do Ensino Fundamental representam problemas de divisão? In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Salvador/BA, 2010. Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html.

CASTRO FILHO, José Aires; BARRETO, Marcília Chagas; GOMES, Alex Sandro. Competências matemáticas de alunos de primeiro e segundo ciclos em situações aditivas e multiplicativas. In: Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Recife/PE,2004. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/Index.htm.

COMERCIO, Marta Santana. **Interação social e solução de problemas aritméticos nas séries iniciais do Ensino Fundamental.** 259 p. Dissertação (mestrado em educação). Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2007.

CONCEIÇÃO, Eliane dos Santos da. SILVA JUNIOR, Washington Luiz Pedrosa da. **O Ensino de Problemas com as Quatro Operações:** Uma Experiência no Marajó. 106 p. TCC ((Licenciatura Plena em Matemática) Universidade do Estado do Pará. Salvaterra, 2011.

CORAL, Eduardo Abel. **Campo conceitual multiplicativo:** uma análise dos parâmetros curriculares nacionais para as séries iniciais do ensino fundamental. Dissertação (Programa de Pós- Graduação em Educação). Universidade do Extremo Sul Catarinense. Criciúma, 2010.

COSTA, Nivia Maria Vieira. **A resolução de problemas aditivos e sua complexidade:** a previsão dos professores e a realidade dos alunos. 96 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas). Universidade Federal do Pará. Belém, 2007.

CRUCIOL, Daniela Fernandes; SILVA, Erondina Barbosa da. Obstáculos apresentados por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas do campo multiplicativo. In: Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Curitiba/PR, 2013. Disponível em: http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de Matemática:** teoria e prática. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2010.

ETCHEVERRIA, Teresa Cristina. O campo aditivo em problemas elaborados por professoras dos anos iniciais. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Salvador/BA, 2010. Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html.

FERREIRA, Sandra Patrícia Ataíde. LAUTERT, Síntria Labres. A Tomada de Consciência Analisada a partir do Conceito de Divisão: um Estudo de Caso. **Psicologia, reflexão e crítica**, v. 16, nº 3, p. 547–554, 2003.

FONSECA, Maria do Socorro de Araújo da. **Um diagnóstico da resolução de problemas envolvendo as quatro operações em Igarapé-Miri – PA.** 119 p. TCC (Licenciatura Plena em Matemática) Universidade do Estado do Pará. Moju, 2011.

GONÇALVES, Alex Oleandro. **Algoritmos:** uma perspectiva de professores de quarta e quinta séries do Ensino Fundamental. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação). Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2010.

GONÇALVES, Heitor A. A teoria dos campos conceituais: cálculo mental em problemas do cotidiano. In: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Belo Horizonte/MG, 2007. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/index.htm.

GREGOLON, Vildes Mulinari. A intervenção pedagógica e o ensino da multiplicação numa escola de Frederico Westphalen-RS. **Anais** ..., 2004. Disponível em:

http://www.portalanpedsul.com.br/admin/uploads/2004/Painel/Painel/04_46_04_A_intervencao_pedagogica_e_o_ensino_da_multiplicacao_numa_es.pdf.

JUSTO, Jutta Cornelia Reuwsaat. **Resolução de Problemas Matemáticos aditivos:** possibilidades da ação docente. 198 p. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2009.

LACERDA, Alan Gonçalves. **A interpretação e a comunicação das regras matemáticas na resolução de problemas de divisão por alunos da 5ª série do ensino fundamental.** 103 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará. Belém, 2010.

LAUTERT, Síntria Labres; SPINILLO, Aline Galvão. As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre a divisão**.** **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, v. 18, nº 3, p. 237-246, 2002.

LEVIN, Jack; FOX James Alan; FORDE, David R. **Estatística par Ciências Humanas.** 11ª ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012.

LIMA, Rosemeire Roberta de. Refletindo sobre os conceitos de divisão revelados por alunos do 4º ano do ensino fundamental. In: Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Curitiba/PR, 2013. Disponível em: http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/

MAGINA, Sandra Maria. Pinto; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; CAZORLA, Irene Maurício; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. As Estratégias de Resolução de Problemas das Estruturas Aditivas nas Quatro Primeiras Séries do Ensino Fundamental. **Zetetiké**. Unicamp, v. 18, n. 34, p. 15-51, 2010.

MAGINA, CAMPOS, Tânia Maria Mendonça, NUNES, Terezinha, Gitirana, Verônica. **Repensando adição e subtração:** contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. 3ª ed. São Paulo: PROEM, 2008.

MARIANO, Solange de Fátima Soares. Enunciados de problemas elaborados por alunos de 3º ano do ensino fundamental a partir de sentença matemática. In: Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Curitiba/PR, 2013. Disponível em: http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/

MATNI, Renata Cristina Alves. **O ensino de problemas com as 4 operações por meio de atividades**. 113 p. TCC (Licenciatura Plena em Matemática). Universidade do Estado do Pará. Belém, 2014.

MENDES, Iran Abreu; SÁ, Pedro Franco de. **Matemática por Atividade:** sugestões para a sala de aula. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

MERLINI, Vera Lucia; MAGINA, Sandra Maria Pinto; SANTOS, Aparecido dos Santos. O desempenho dos estudantes de 4ª série do Ensino Fundamental frente a problemas de estrutura multiplicativa. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Salvador/BA, 2010. Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html.

MORO, Maria Lucia Faria. Estruturas multiplicativas e tomada de consciência: repartir para dividir. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, v. 21, nº 2, p. 217-226, 2005.

MOURA**,** Graziella Ribeiro Soares. **Crianças com dificuldade em resolução de problemas matemáticos:** avaliação de um programa de intervenção. 159 p. Tese (Doutorado em Educação do Indivíduo especial). Universidade de São Carlos. São Carlos, 2007.

MUNHOZ, Aida Ferreira; NAZARETH, Helenalda; TOLEDO, Marília. **Fazer, compreender e criar em Matemática.** 4ª ed. São Paulo: IBEP, 2011.

NASCIMENTO, Noemia Fabíola Costa do; SELVA , Ana Coelho Vieira. Reflexões sobre a resolução de problemas da estrutura aditiva na Educação Infantil. In: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Belo Horizonte/MG, 2007. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/index.htm.

NASCIMENTO, Juliane do; MORELATTI, Maria Raquel Miotto. A Abordagem de Problemas no Material do PIC. In: Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Curitiba/PR, 2013. Disponível em: http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2ª. ed. 2ª. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008, p. 99 – 108. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

PEREIRA, Francisca Lucilene Gomes *et al*. **Resolução de Problemas**: uma dificuldade no âmbito escolar. 42 f. TCC (Licenciatura Plena em Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2006.

PIVA, Rosalina; WIELEWSKI, Gladys Denise. Resolução de problemas matemáticos de divisão: um estudo com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola no município de várzea grande-mt. In: Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Curitiba/PR, 2013. Disponível em: http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/

POMBO, Priscila Angélica dos Santos e COSTA, Thamyrys da Silva. **Resolução de Problemas envolvendo as quatro operações:** uma análise do desempenho dos alunos do 4º ao 7º ano do Ensino Fundamental. 72 p. TCC (Licenciatura Plena em Matemática) - Universidade do Estado do Pará. Belém, 2010.

QUEIROZ, Simone; LINS, Mônica. A Aprendizagem de Matemática por alunos adolescentes na modalidade Educação de Jovens e Adultos: analisando as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva. **Boletim de Educação Matemática** – BOLEMA, vol. 24, n. 38, p. 75-96, 2011. Disponível em: http://www.redalyc.org/pdf/2912/291222086005.pdf.

RIBEIRO, Lucivânia da Silva Costa; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. Uma experiência no estudo do campo aditivo com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Salvador/BA, 2010. Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html.

RUFINO, Maria Aparecida da Silva; FELICIANO, Maria Selma; SILVA, José Roberto da. Os campos conceituais de Vergnaud e a leiturização dos problemas matemáticos de estrutura aditiva. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Salvador/BA, 2010. Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html.

SÁ, Pedro de Franco. Ensinando Matemática através da redescoberta. **Traços,** v. 3, n. 3. p. 51–71, 1999.

SÁ, Pedro Franco de; PINHEIRO, Keily Leonez. Jogos e problemas aritméticos. In: CUNHA, Emmanuel Ribeiro; SÁ, Pedro Franco de (Org.). **Ensino e formação docente:** propostas, reflexões e práticas. Belém: [s. n.], 2002.

SÁ, Pedro Franco de. **Os problemas envolvendo as quatro operações e a unidade do pensamento linear.** 203p.Tese (doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2003.

SÁ, Pedro de Franco. **Atividades para o ensino de Matemática no ensino fundamental.** Belém: EDUEPA, 2009.

SANTANA, Raimundo Nonato Santana. **Resolução de problemas multiplicativos e sua complexidade do ponto de vista da leitura.** 178 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará. Belém, 2008.

SANTOS, Alayde Ferreira dos; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. Estruturas aditivas: o desempenho e as dificuldades na resolução de situações-problema. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Salvador/BA, 2010. Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html.

SANTOS, Núbia de Andrade. O desempenho de estudantes dos anos iniciais na resolução de problemas de adição e subtração. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Salvador/BA, 2010. Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html.

SELVA, Ana Coêlho Vieira; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Sondando e intervindo nas dificuldades de crianças em lidarem com restos de divisões.
In: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Belo Horizonte/MG, 2007. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/index.htm.

SILVA, Gilmar Rouglas Sousa da; ARAÚJO, Suellem de Paula Ferreira. **Fatores que influenciam o desempenho da resolução de problemas com mais de uma operação.** 52 p. TCC (Licenciatura Plena em Matemática). Universidade do Estado do Pará. Vigia de Nazaré, 2010.

SILVA, Valdir Amâncio da. **Conhecimento Profissional Docente sobre o campo Conceitual Aditivo:** uma investigação em um processo formativo. 158 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.

SILVA, Ana Paula Bezerra da; MENESES, Josinalva Estacio. Problemas aditivos: resultados de um estudo piloto. In: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Belo Horizonte/MG, 2007. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/index.htm.

SOARES, Eduardo Sarquis. **Ensinar matemática:** desafios e possibilidades. Belo Horizonte: Dimensão, 2009.

SPINILLO, Aline Galvão; LAUTERT, Sintria Labres. A resolução de problemas de divisão inexata como estratégia didática no ensino da divisão: o significado do resto em foco. In: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Belo Horizonte/MG, 2007. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/index.htm.

SPINILLO, Aline Galvão; LAUTERT, Síntria Labres. Representar operações de divisão e representar problemas de divisão: há diferenças? **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**. V. 4, n 1, p. 115-135, 2011.

STAREPRAVO, Ana Ruth. Uma análise sobre os procedimentos de solução elaborados por crianças para resolver problemas de estrutura multiplicativa. In: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Belo Horizonte/MG, 2007. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/index.htm.

TABOADA, Roberta; LEITE, Angela. **Aprender juntos Matemática.** 3ª ed. São Paulo: edições SM, 2011.

VASCONCELOS, L. (1998) Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticos. In: A. Schliemann, D. Carraher (org.). **A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa**. Campinas, SP: papiros.

VENTURA, Luciana S.; SELVA, Ana C. V. Crianças de 09 anos resolvendo problemas de estrutura aditiva com auxílio de recursos representacionais. In: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Belo Horizonte/MG, 2007. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/index.htm.

VERGNALD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino de Matemática na escola elementar. Tradução: Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: Ed da UFPR, 2009.

VIEIRA, Glebson Souza; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; CORREIA, Diná da Silva. Desempenho de estudantes da região Sul da Bahia no campo aditivo. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Salvador/BA, 2010. Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html.

ZARAN, Mariana Lemes de, SANTOS, Cíntia Ap. Bento dos. Procedimentos revelados por alunos de 5° ano do ensino fundamental para a resolução de problemas de estruturas multiplicativas. In: Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais ...** Curitiba/PR, 2013. Disponível em: http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/

APÊNDICES

APÊNDICE 1: Questionário socioeconômico

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIENCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO

Caro (a) Aluno (a),

Este instrumento tem como objetivo obter informações para um estudo que contribuirá para a superação dos obstáculos de ensino e aprendizagem da matemática, encontrados por professores e alunos durante as atividades de sala de aula. Nesse sentido, sua colaboração é de grande importância para o bom êxito do mesmo. As informações obtidas terão caráter confidencial, ou seja, sua identidade será preservada.

Desde já agradecemos a sua colaboração com o nosso trabalho.

Obrigado!

Nome: ____

1. Idade:____ **2.**Escola:______________________________

4. Você estudou a 4ª série em que tipo de escola? ( ) Municipal ( ) Particular

5. Você é dependente ou repetente desta série? ( ) Não ( )Sim,

6. Você trabalha de forma remunerada? ( ) Sim ( )Não ( ) As vezes

7. Você costuma fazer compras (comércio, mercearia, supermercado, açougue, etc.)?

( ) sim ( )não ( ) às vezes

8. Qual a escolaridade (até que série estudou) do seu responsável masculino?_______________________________

9. Qual a escolaridade (até que série estudou) do seu responsável feminino?_________________________________

10. Qual a profissão de seu responsável masculino?______________________________

11. Qual a profissão de seu responsável feminino?_______________________________

12. Você tem dificuldades em aprender matemática?
( ) não ( ) um pouco ( ) muito

13. Quem o auxilia nas tarefas de matemática (trabalhos, exercícios, dúvidas) em casa?
( )ninguém ( )pai ( )mãe ( )irmão ( )amigo ( )professor particular( )Outro. Qual?__________________________

14. Suas notas de matemática geralmente são:
( ) acima da média ( ) na média ( ) abaixo da média

15. Você se distrai nas aulas de matemática?
( ) não, eu sempre presto atenção
( ) sim, eu não consigo prestar atenção
( ) na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de matemática

16. Você pratica esportes?
( )Não ( )Sim, qual?______________________

17. Quais as operações que você tem mais dificuldades em efetuar?
( )Adição ( )Subtração ( ) Multiplicação ( ) Divisão ( )Nenhuma delas

18. Você tem domínio da tabuada? ( ) Sim ( ) Não ( ) um pouco

19. Você costuma estudar matemática: ( ) só no período das provas ( )só na véspera da prova ( )todo dia ( )só no fim de semana.

APÊNDICE 2: Frequência dos alunos no experimento

ALUNOS	ABRIL	MAIO			JUNHO			NOVEMBRO		DEZEMBRO					JANEIRO		
	30	07	21	28	04	04	10	13	24	01	17	22	29	30	08	09	12
A1	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	F	F	P	P	P
A2	P	P	F	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P
A3	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	F	P	P
A4	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	F	P
A5	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	F	P	P	P
A6	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A7	P	P	P	F	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P
A8	P	P	F	P	P	P	P	F	P	F	P	P	P	P	P	P	P
A9	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A10	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A11	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A12	P	F	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	F	F	P
A13	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A14	P	P	P	P	F	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A15	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A16	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P
A17	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P
A18	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P
A19	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P
A20	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P
A21	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P
A22	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A23	P	P	P	P	F	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P

Fonte: pesquisa de campo (2014)

APÊNDICE 3: Teste Aditivo

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIENCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO

Caro (a) Aluno (a),

Este instrumento tem como objetivo obter informações para um estudo que contribuirá para a superação dos obstáculos de ensino e aprendizagem da matemática, encontrados por professores e alunos durante as atividades de sala de aula. Nesse sentido, sua colaboração é de grande importância para o bom êxito do mesmo. As informações obtidas terão caráter confidencial, ou seja, sua identidade será preservada.

Desde já agradecemos a sua colaboração com o nosso trabalho.

Obrigado!

Nome: ____

1. Paulo tinha 10 bombons. Sua mãe lhe deu 4 bombons. Sua irmã lhe deu 3 bombons. Com quantos bombons Paulo ficou?

2. Pedro e Marcus tem juntos 18 bolas. Pedro tem 3 bolas. Quantas bolas têm Marcus?

3. Uma pessoa nasceu em 1962 e viveu 45 anos. Em que ano esta pessoa faleceu?

4. Lourdes tinha alguns brincos. Deu 5 para Isabel. Agora Lourdes tem 3 brincos. Quantos brincos Lourdes possuía?

5. Aline comprou 2 camisetas. Uma custou R$12,00, e a outra, R$16,00. Como havia levado uma nota de R$50,00, com quanto ela ficou de troco?

6. Luís tinha 3 bolas. Meire lhe deu algumas bolas e 5 moedas. Agora Luís tem 18 bolas. Quantas bolas Meire deu para Luís?

7. Iran tem 8 livros. Ele tem 5 livros a mais que Carlos. Quantos livros têm Carlos?

8. Renato foi à feira, comprou R$15,00 de verduras, R$8,00 de açaí e 1 kg de camarão. Pagou com uma nota de R$ 50,00 e recebeu de troco R$ 17,00. Quanto custou o camarão?

9. Sabe-se que a profundidade do oceano Atlântico é de 3736m e do oceano Pacífico é de 4188m. Qual a diferença de profundidade entre eles?

10. Jorge ganhou certa quantia em dinheiro. Pagou uma dívida de R$479,00 e ficou com R$235,00. Quanto Jorge ganhou?

11. Alexandre tinha R$548,00. Com esse dinheiro, pagou uma dívida de R$256,00. A seguir, Alexandre ganhou R$139,00. Que quantia ele tem agora?

12. Tinha R$690,00, emprestei certa quantia para meu irmão e fiquei com R$245,00. Quanto emprestei para meu irmão?

APÊNDICE 4: Teste Multiplicativo

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

CENTRO DE CIENCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

MESTRADO EM EDUCAÇÃO

Caro (a) Aluno (a),

Este instrumento tem como objetivo obter informações para um estudo que contribuirá para a superação dos obstáculos de ensino e aprendizagem da matemática, encontrados por professores e alunos durante as atividades de sala de aula. Nesse sentido, sua colaboração é de grande importância para o bom êxito do mesmo. As informações obtidas terão caráter confidencial, ou seja, sua identidade será preservada.

Desde já agradecemos a sua colaboração com o nosso trabalho.

Obrigado!

Nome: ____

1. Um fogão custa R$689,00. Qual é o valor de três fogões?

2. Comprei 4 camisas e paguei R$88,00. Quanto custou cada camisa?

3. Uma doceira gasta 4 ovos em cada bolo. Ela vai fazer 6 bolos. Quantos ovos ela precisa comprar?

4. Comprei um computador por R$896,00 e paguei em 8 prestações iguais. Qual o valor de cada prestação?

5. Maria comprou algumas canetas e pagou R$28,00. Se o preço de cada caneta foi R$7,00, quantas canetas Maria comprou?

6. Leila precisa embalar 540 livros em caixas. Em cada caixa cabem 45 livros, quantas caixas serão necessárias para colocar todos os livros?

7. Maria comprou alguns presentes e dividiu com seus 3 sobrinhos. Cada um recebeu 6 presentes. Quantos presentes Maria comprou para dividir com seus sobrinhos?

8. Um pen-drive custa R$32,00. Larissa comprou alguns pen-drives e pagou R$256,00. Quantos pen-drives Larissa comprou?

9. O médico receitou a Paulo que caminhasse 1250m todos os dias para melhorar seu estado físico. Quantos metros, Paulo caminhará em uma semana?

10. Lílian foi comprar um sorvete. A sorveteria oferecia 3 opção de sabores: chocolate, tapioca e cupuaçu. Como seu sorvete era formado por 2 bolas, de quantas formas diferentes ela pode escolher seu sorvete sem repetir o mesmo sabor nas duas bolas?

11. Seu Luiz comprou uma caixa com 12 ursos de pelúcia para sua loja. A caixa com os 12 ursos custou R$288,00 quanto custou cada urso de pelúcia?

12. O professor de educação física organizou sua turma do 5º ano em 3 fileiras com 6 alunos em cada uma. Quantos alunos há nessa turma?

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/mestradoeducaca