

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática



Betânia de Almeida Prestes

**POTENCIALIDADES DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM
USO DE TANGRAM PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES
ALGÉBRICAS**

Belém-PA
2023

Betânia de Almeida Prestes

**POTENCIALIDADES DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM
USO DE TANGRAM PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES
ALGÉBRICAS**

Dissertação de Mestrado Profissional em
Ensino de Matemática apresentado a banca
de defesa do Programa de Pós-Graduação
em Ensino de Matemática da Universidade
do Estado do Pará.

Orientador: Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral.

Belém-PA
2023

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Prestes, Betânia de Almeida

Potencialidades de uma sequência didática com uso de tangram para o ensino de expressões algébricas /Betânia de Almeida Prestes; orientação de Natanael Freitas Cabral. - Belém, 2023

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Belém, 2023.

1. Álgebra-Estudo e ensino. 2.Tangram. 3.Sequência didática.4. Prática de ensino. I. Cabral, Natanael Freitas (orient). II. Título.

CDD 23ed. 512

Regina Coeli A. Ribeiro - CRB-2/739

BETÂNIA DE ALMEIDA PRESTES

**POTENCIALIDADES DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM USO DE TANGRAM
PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS.**

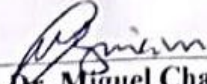
Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

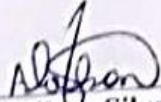
Orientador: Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral.

Data de aprovação: 10/03/2023

Banca examinadora


_____. Orientador
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Doutor em Ciências Humanas – Pontifícia Universidade Católica / PUC-RJ
Universidade do Estado do Pará


_____. Examinador Interno
Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN
Universidade do Estado do Pará


_____. Examinador Externo
Prof. Dr. Alailson Silva de Lira
Doutor em Educação, Ciências e Matemáticas – Universidade Federal do Pará / UFPA
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará / IFPA

Belém – PA

2023

Aos meus pais, José Andir e Maria Esmeralda.

Às minhas irmãs, Ariadne e Carla e meu a meu cunhado Renato.

À minha querida e amada filha Bruna.

Ao meu primo Juan e minhas sobrinhas Manuela e Mariah.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus e a Maria Santíssima pelas graças recebidas que me conduziram e ampararam em todos os momentos, especialmente nos momentos mais desafiadores e me iluminaram com a força do Espírito Santo para que esta dissertação de mestrado fosse o resultado de um esforço coletivo de pessoas amigas que, direta e indiretamente, contribuíram para que eu conseguisse terminar este projeto.

A minha família, em especial aos meus pais, José Andir e Maria Esmeralda, e as minhas irmãs, Ariadne e Carla, pelos seus cuidados, por acreditarem sempre em mim. Saibam que a presença de vocês em minha vida me traz segurança e a certeza de que tudo dará certo. Obrigada pelo carinho e amor incondicional.

E mais uma vez, agradeço a minha querida irmã Carla e a sua família, que se dedicaram em cuidar da minha filha, para que eu pudesse me ausentar em muitos momentos.

A minha filha Bruna, pela paciência, companheirismo e compreensão das minhas ausências. Filha, conseguimos!

A professora Edna Machado da Silva, cooperante pelos incentivos em meus estudos, disponibilidade e por toda contribuição ao longo desta pesquisa.

Ao professor doutor Natanael de Freitas Cabral, pela sua orientação, pela competência e apoio; sobretudo pelo valioso auxílio no encaminhamento da pesquisa e pelo respeito ao meu percurso de aprendizagem enquanto pesquisadora iniciante.

Aos professores da banca avaliadora, professores doutores, Miguel Chaquiam e Alailson Silva de Lira, pelas valiosas críticas e contribuições para minha pesquisa.

Aos meus professores do PPGEM, pelas contribuições, em cada disciplina do curso, que me proporcionou um engrandecimento ao meu aprimoramento profissional, a qual procurarei retribuir em cada passo da minha jornada docente.

Aos meus colegas da turma de mestrado, pela oportunidade de dividirmos durante esse período nossos conhecimentos, alegrias, angústias e desabafos. Em especial a amiga Natali, por compartilhar comigo horas de estudo.

A direção e a coordenação pedagógica da unidade escolar escolhida para a aplicação da minha sequência didática, muito obrigada pela organização, incentivo e companheirismo. Aos meus alunos, pela disponibilidade e interesse em participar desta pesquisa com muito carinho e permitirem que o meu estudo existisse.

Gostaria de expressar ainda, o quanto este momento representa para mim um importante marco não somente na minha vida profissional, mas também na minha vida pessoal. A minha gratidão a todos os que estiveram presentes nos momentos de angústia, ansiedade, insegurança, exaustão e de satisfação. Enfim, a todos os amigos que compartilharam comigo este tempo, me incentivando e auxiliando na realização deste trabalho.

Muito obrigada a todos e a todas!

RESUMO

PRESTES, Betânia de Almeida. **Potencialidades de uma Sequência Didática com uso de Tangram para o ensino de Expressões Algébricas**. 2023, 248f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023.

Apresentam-se os resultados de uma Dissertação de mestrado profissional em Ensino de Matemática sobre o Ensino de Expressões Algébricas. Nas pesquisas preliminares foram identificadas as dificuldades no ensino de Álgebra, tais como dar significado ao simbolismo algébrico, o desenvolvimento do pensamento algébrico e da linguagem algébrica simbólica. Para tanto, adotou-se a questão norteadora: “Que contribuições uma Sequência Didática estruturada segundo as Unidades Articulas de Reconstrução Conceitual (UARC) pode trazer para diminuir as dificuldades de aprendizagem no ensino de expressões algébricas direcionadas para as turmas do 8º ano do ensino fundamental?”, definiu-se o objetivo em identificar as potencialidades didáticas de uma Sequência Didática construída especificamente para o ensino de Expressões Algébricas. O percurso metodológico foi norteado pela Teoria das Situações Didáticas e elaborada uma sequência didática estruturada conforme Cabral (2017). Optou-se por um material didático manipulável concreto com intencionalidade educacional e lúdica para criar um ambiente atrativo e colaborativo de aprendizagem, por meio das propriedades geométricas das peças do quebra cabeças Tangram, pelas quais foram desenvolvidas seis atividades sequenciadas, planejadas e articuladas sobre Expressões Algébricas. Participaram da Experimentação vinte oito estudantes da rede pública de ensino do município de Cametá-PA. Os dados coletados da experimentação em áudio e em protocolo escrito foram analisados conforme Análise microgenética e Análise do discurso. Os resultados demonstraram que a sequência didática construída apresentou potencialidades didáticas nas dimensões pedagógica, epistemológica e de aprendizagem e que a qualidade dialógica dos episódios didáticos ajudou a minimizar dificuldades diagnosticadas nas pesquisas preliminares. Deste modo, a pesquisa e seu constructo apresentaram desdobramentos relacionados a afetividade com relação a matemática e compõe fonte e embasamento para pesquisas futuras.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Expressões Algébricas. Sequência Didática. Uso de Material Manipulável.

ABSTRACT

PRESTES, Betania de Almeida. Potentialities of a Didactic Sequence using Tangram for teaching Algebraic Expressions. 2023, 248f. Dissertation (master's in mathematics teaching) – State University of Pará, Belém, 2023

The results of a Professional Master's Dissertation in Mathematics Teaching on the Teaching of Algebraic Expressions are presented. In preliminary research, difficulties in teaching Algebra were identified, such as giving meaning to algebraic symbolism, the development of algebraic thinking and symbolic algebraic language. To this end, the guided question was adopted: "What contributions can a Didactic Sequence structured according to the Articulated Units of Conceptual Reconstruction (UARC) bring to reduce learning difficulties in teaching algebraic expressions directed to the 8th grade classes of elementary school?", the aim was to identify the didactic potential of a Didactic Sequence built specifically for teaching Algebraic Expressions. The methodological path was guided by the Theory of Didactic Situations and a structured didactic sequence was elaborated according to Cabral (2017). We opted for a concrete manipulative didactic material with educational and playful intentions to create an attractive and collaborative learning environment, through the geometric properties of the pieces of the Tangram puzzle, through which six sequenced, planned and articulated activities on Algebraic Expressions were developed. . Twenty-eight students from public schools in the city of Cametá-PA participated in the Experimentation. The data collected from the experimentation in audio and written protocol were analyzed according to Microgenetic Analysis and Discourse Analysis. The results showed that the constructed didactic sequence presented didactic potential in the pedagogical, epistemological and learning dimensions and that the dialogical quality of the didactic episodes helped to minimize difficulties diagnosed in preliminary research. In this way, the research and its construct presented developments related to affectivity in relation to mathematics and form the source and basis for future research.

Keywords: Mathematics Teaching. Algebraic Expressions. Following teaching. Use of Manipulative Material.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Relação entre os elementos do processo de ensino.	23
Figura 2 - Estrutura UARC.	29
Figura 3 - Modelo das peças do jogo Tangram.	41
Figura 4 - Concepções da Álgebra no Ensino Fundamental segundo os PCNs.	47
Figura 5- Apresentação dos níveis hierárquicos da Taxonomia de Bloom.	67
Figura 6 - Sistematização da evolução da Álgebra Simbólica.	98
Figura 7 - Tangram adotado nas atividades.	113
Figura 8 - Mapa do município de Cametá-PA.	115
Figura 9 – Organização dos estudantes nos grupos.	121
Figura 10 – Registro do Grupo C- UARC 1.	122
Figura 11 – Registro do Grupo A – UARC 1.	123
Figura 12- Registro do Grupo G – UARC 1.	124
Figura 13– Registro do Grupo D – UARC 1	124
Figura 14– Registro do grupo G - UARC 2	126
Figura 15- Registro do grupo G - UARC 2	127
Figura 16– Registros do Grupo A – UARC 3	130
Figura 17– Registros do Grupo A – UARC 3	132
Figura 18– Registro do grupo F – UARC 4	138
Figura 19– Experimentação da UARC 5	135
Figura 20 - Registro do Grupo - UARC 5	137
Figura 21 – Registro do grupo I - UARC 5	138
Figura 22– Registros do grupo A – UARC 6	139
Figura 23 – Registro do grupo B - UARC 6	140
Figura 24– Registro do grupo G – UARC 6	141

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Aportes teóricos e metodológicos.	21
Quadro 2 - Estrutura analítica da Análise do discurso.	36
Quadro 3 - Relação do material manipulável aos aportes teóricos.	42
Quadro 4 - Síntese da relação das concepções e o objeto matemático.	48
Quadro 5 - Dimensões da álgebra no ensino fundamental segundo Dante.	49
Quadro 6 - Revisão Bibliográfica – Estudos diagnósticos..	52
Quadro 7 – Revisão Bibliográfica - Estudos experimentais.	56
Quadro 8 - Síntese da revisão dos estudos.	64
Quadro 9- Livro Didáticos Analisados.	67
Quadro 10 - Livro didático: Matemática de Bianchini - 8º ano – 2018.	69
Quadro 11 - Livro didático: Projeto Teláris de Dante - 8º ano – 2018.	69
Quadro 12 - Livro didático: Projeto Teláris de Dante - 8º ano – 2015.	70
Quadro 13 - Livro didático: Matemática do cotidiano de Bigode - 8º ano – 2015.	71
Quadro 14- Síntese da análise dos livros didáticos.	73
Quadro 15 - Formação Inicial e Continuada dos professores da pesquisa.	78
Quadro 16 - Base de seleção dos objetos de conhecimento.	84
Quadro 17 - Métodos utilizados para o ensino de Expressões Algébricas.	88
Quadro 18 - Verificação da Aprendizagem de Expressões Algébricas.	89
Quadro 19 - Tópicos abordados no ensino de Expressões Algébricas.	91
Quadro 20 - Conceitos algebricamente isomórficos.	104
Quadro 21 - Descrição das atividades.	111
Quadro 22- Frequência dos Sujeitos da pesquisa.	116
Quadro 23 - Procedimentos turma de controle x turma de aplicação.	118
Quadro 24 - Turnos coletados em cada episódio.	119
Quadro 25 – Dificuldade minimizadas pela SD.	145
Quadro 26 - Potencialidades da SD para o Triângulo didático.	147

LISTA DE TABELA

Tabela 1- Análise do pré-teste do Grupo A.	57
Tabela 2- Análise do pré-teste do Grupo B.	57
Tabela 3 – Desempenho da turma de aplicação da SD.	142
Tabela 4– Desempenho da turma de controle.	143

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Contagem da faixa etária dos professores de Matemática	77
Gráfico 2 - Contagem do sexo dos professores de Matemática	77
Gráfico 3 - Contagem do tempo de serviço como professor de matemática	78
Gráfico 4 - Contagem da quantidade de escolas trabalhadas no ensino fundamental.	79
Gráfico 5 - Contagem de alunos por turma	80
Gráfico 6 - Contagem do tempo, em minutos da hora/aula	80
Gráfico 7- Contagem das principais formas de avaliação na sala de aula	81
Gráfico 8 - Contagem do que mais falta no ensino de Matemática na sala de aula?	82
Gráfico 9 - Contagem da Participação em formação continuada	83
Gráfico 10 - Contagem da seleção dos objetos Matemáticos	84
Gráfico 11 – Respostas sobre conhecimento básicos dos alunos	85
Gráfico 12 - Contagem de como iniciar o estudo de Expressões Algébricas	87
Gráfico 13 - Quantidade de aulas sobre Expressões Algébricas.	90

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
1 APORTES TEÓRICOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	21
1.1	22
1. 2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA	25
1. 2. 1 A estrutura UARC para SD de Cabral (2017)	28
1. 3. ANÁLISE MICROGENÉTICA E ANÁLISE DO DISCURSO	31
1. 3. 1 Análise Microgenética	31
1. 3. 2 Análise do Discurso	35
1. 4 MATERIAL MANIPULÁVEL NO ENSINO DE MATEMÁTICA	38
2. SOBRE O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS	44
2. 1 CONCEPÇÕES SOBRE O ENSINO DE ÁLGEBRA	44
2. 1. 1 Concepções no Ensino de Expressões Algébricas	45
2. 2 REVISÃO DE ESTUDOS	50
2. 2. 1. Estudos Bibliográficos	51
2. 2. 2 Estudos Experimentais	56
2. 3 ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS	66
2. 4 CONCEPÇÕES DE PROFESSORES	74
2. 4. 1 Análise do perfil dos professores	76
2. 4. 2 Prática docente e formação continuada	81
2. 4. 3 Perfil da prática docente sobre o ensino de expressões algébricas.	86
3. ESTUDO DO OBJETO MATEMÁTICO	96
3.1. ESTUDO HISTÓRICO	96
3.1.1 Contexto Sociocultural	99
3.1.2 Contexto Pluridisciplinar	100
3.1.3 Contexto Técnico-Científico	101
3.1.4 Contexto Didático-Pedagógico	102
3. 2 APROFUNDAMENTO EPISTEMOLÓGICO	103

3. 2. 1 Polinômios: definições elementares	103
3. 2. 2 Polinômios com raízes Complexas	108
4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA	111
4.1 EXPERIMENTAÇÃO	114
4. 2 COLETA E TRATAMENTO DE DADOS	118
4. 3 ANÁLISE DE RESULTADOS	119
4. 3. 1 Episódio 1 – UARC 1	120
4. 3. 2 Episódio 2 – UARC 2	126
4. 3. 3 Episódio 3 – UARC 3	128
4. 3. 4 Episódio 4 – UARC 4	133
4. 3. 5 Episódio 5 – UARC 5	134
4. 3. 6 Episódio 6 – UARC 6	138
4. 3. 7 Teste de aprendizagem	141
4. 3. 8 Síntese de resultados	152
CONSIDERAÇÕES FINAIS	151
REFERÊNCIAS	156
APÊNDICE	162

INTRODUÇÃO

Apresentamos os resultados de uma pesquisa realizada em nível de Mestrado na Universidade do Estado do Pará (UEPA), sobre o ensino de Expressões Algébricas. A professora que desenvolveu esta pesquisa atua no ensino de Matemática e trabalha na Educação Básica na rede municipal no nível fundamental e na rede estadual no nível médio na cidade de Cametá desde 2010.

Escolhi esta profissão, pois desde criança sentia uma facilidade em ensinar meus colegas da escola e primos em casa e tinha uma aptidão especial com números. Essa vontade em me aprimorar em matemática só aumentava, por isso ao concluir minha educação básica em 2003, ingressei a UFPA, na cidade de Belém, pois na cidade em nasci e me criei não estava ofertando este curso na época, licenciatura em Matemática, nos anos de 2004 a 2008, formação que tive muita satisfação em ter concluído com muita dedicação e compromisso.

Em 2010, fui nomeada nos dois concursos públicos (municipal e estadual) com lotação no município de Cametá, para trabalhar como professora de matemática na educação básica, onde atuo profissionalmente até os dias atuais. Minha metodologia de ensino sempre foi de acordo com o ritmo da turma que trabalho; em algumas situações trabalho com jogos pedagógicos, história da matemática; e outras, resolução de problemas e até com projeto de monitoria, de modo a buscar o rendimento do melhor método para aquela turma assimilar melhor o conhecimento.

Entretanto, no ensino fundamental, do 6º ao 9º anos, sempre seguia a didática de definição-exemplos-exercícios, e só depois adotava algum recurso, como jogos, para aprofundamento do que estava sendo estudado e não para ajudar na construção de formalização conceitual. Visando sempre que meus alunos cultivassem gosto pela matemática sempre me envolvi em diferentes projetos nas escolas em que trabalhei, um deles foi um projeto de monitoria "*mentes brilhantes*" que ajudava na assimilação e maturação dos conhecimentos básicos.

Ao ingressar no mestrado em 2020, mais uma vez saindo de minha cidade para buscar qualificação profissional, tive a oportunidade de conhecer diferentes formas de ensinar matemática, sob a perspectiva de diferentes teorias e metodologias diversificadas, com isso minha perspectiva sobre a minha práxis foi se reinventando. Ao iniciar as pesquisas preliminares sobre o Ensino de Expressões Algébricas, eu e

meu orientador, partimos inicialmente a investigar dificuldades e alternativas de ensino e aprendizagem identificadas em pesquisas.

Na pesquisa de Bonadiman (2007), vimos a relevância do ambiente de aprendizagem cooperativa e que vise a autonomia dos alunos. Em Silva (2012) aprendemos que existem diferentes fases de desenvolvimento algébrico e em Magalhães (2016) vimos que essas fases incorrem na passagem da linguagem corrente até chegar na linguagem algébrica, o que é dificultada por lacunas em relação a aritmética, problemas de leitura e interpretação, o que inviabiliza também a generalização e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Porém, indicou que o desenvolvimento de expressões algébricas para expressar padrões geométricos é uma alternativa apropriada para superar esses desafios.

Segundo Dias e Silva (2019), a dificuldade para reconhecer termos semelhantes impede que os aprendizes tenham habilidades com expressões algébricas mais complexas. Por outro lado, Monteiro (2016) falou da dificuldade em dar significado a linguagem algébrica abstrata e apostou na ludicidade e em recursos tecnológicos para superar esses desafios no ensino de Expressões Algébricas e equações. Costa (2019) apontou resultados satisfatórios ao adotar Sequências Didáticas como metodologia de ensino e Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, com especial potencialidade para percepção de padrões, regularidades e generalização sobre o conhecimento algébrico.

Diante dessas dificuldades e alternativas também nos aprofundamos em diferentes concepções sobre o ensino de álgebra, que somado a um estudo sobre o objeto matemático, análise de livros didáticos e pesquisa com professores conseguimos traçar os objetivos educacionais que queríamos ajudar a desenvolver no ensino de Matemática. Sobre o estudo do objeto matemático damos destaque ao estudo histórico em que adotamos o diagrama de Chaquiam (2020) para nortear nossa pesquisa a fim de entender por meio de contextos pluridisciplinares como se constituiu o simbolismo algébrico. Esse estudo rendeu uma publicação na X Bienal de Matemática em Junho de 2022 em Prestes, Silva e Chaquiam (2022).

Ao longo da história da educação matemática, a unidade temática álgebra estabeleceu seu crescimento no currículo da matemática escolar e garantiu seu lugar de destaque após mudanças no cenário brasileiro. O estudo da álgebra, articulada na progressão de habilidades tem no ensino fundamental uma sintonia com os

documentos oficiais, como podemos observar na proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN's.

Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar “abstratamente”, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados. (BRASIL, 1998, p.117)

Para que o educando seja capaz de assimilar com mais clareza os significados abordados no ensino fundamental dos anos finais, o pensamento abstrato deve ocorrer de maneira gradativa e levar a melhoria do ensino e aprendizagem da álgebra. O estudo desta unidade temática teve seu arsenal no início do Movimento Matemática Moderna, porém foi no advento dos PCNs (1998) e na implantação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que o desenvolvimento do pensamento algébrico, a linguagem de generalizações e a interdependência de grandezas foram aperfeiçoados.

Em Silva Junior (2016), temos a relação com o estudo do pensamento algébrico das estruturas, da simbolização, da modelação e da variação como um dos elementos presente na álgebra, uma vez que a finalidade de desenvolver o pensamento algébrico está descrito na BNCC, pois esta define que a escola visa garantir gradativamente um ensino mais próximo da realidade vivida pela comunidade escolar, como também um ensino que desenvolva o *letramento matemático* e favoreça as habilidades do aluno em permitir, não somente raciocinar e argumentar, mas estabelecer conjecturas *na formulação de situações-problema* envolvida e manifestada em seu dia a dia.

Este contexto educacional tem mostrado avanços em alguns aspectos como: na formação de professores, implementação de novos recursos e metodologias; contudo os problemas de ensino-aprendizagem são os que ainda ganham destaque nesse processo. Haja vista que no ensino da matemática, segundo Brasil (2019), apontam que no Pará 40,4% dos alunos, no ensino fundamental, tem nível insuficiente de aprendizado em matemática.

Os resultados de avaliações de larga escala, como o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos) analisam essas dificuldades. No Pisa 2018, tivemos que a média de proficiência do Brasil em Matemática melhorou no período de 2003 a 2018, com destaque em 2009. No entanto, a média de proficiência em Matemática oscila em

torno de 385 pontos, o que se verifica um leve aumento na média de proficiência do Brasil no último dado coletado em 2015 com 377 pontos.

Os dados do SAEB 2019 divulgados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), mostram apenas 24% dos alunos do 9º ano do ensino fundamental que apresentam o conhecimento esperado na resolução de problemas em matemática. No Estado do Pará, o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de 2019 aponta que apenas 4% dos alunos do 9º ano do ensino fundamental atingiram o nível proficiente em matemática, ou seja, aprenderam o adequado. Ainda como dado de avaliação de larga escala, o Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE) de 2018, o qual indica que no 8º ano do ensino fundamental, apenas 15,8% dos alunos estão no nível adequado em matemática.

Diante dessas exigências curriculares, problemáticas levantadas sobre dificuldades de ensino e aprendizagem e potenciais alternativas para minimizar tais dificuldades, nesta pesquisa, nos propomos a desenvolver uma Sequência Didática para o ensino de Expressões Algébricas que considerasse todas essas informações levantadas inicialmente. Algumas pesquisas desenvolvidas no âmbito do grupo de pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia (GHEMAZ) também influenciaram nossas escolhas teóricas e metodológicas, tais como Silva (2020), Gama (2020) e Vasconcelos (2020). Embora essas pesquisas tenham sido para outros objetos matemáticos, a metodologia de pesquisa e os aportes teóricos eram compatíveis com o que pretendíamos fazer, haja vista que diante da problemática apontada precisaríamos explorar a linguagem matemática por meio de língua natural escrita ou oral. Assim, resolvemos adotar como estruturante de nosso constructo as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC), conforme Cabral (2017), por valorizar diferentes níveis de formalização de conceitos por meio de intervenções orais e escritas com intenções educacionais.

Também, dentre as alternativas didáticas estudadas, elegemos como mais adequada à realidade infra estrutural das escolas em que atuamos o uso do Material Manipulável Concreto Tangram, que se trata de um jogo estilo quebra cabeças com sete peças com formas de figuras planas. Sobre essas peças buscamos desenvolver a representação algébrica e operações com expressões algébricas por meio das propriedades geométricas dessas figuras, conciliando objetivos educacionais com ludicidade e criatividade, haja vista que o público para qual experimentado o constructo eram pré-adolescentes, que passaram por um período complicado de

pandemia de COVID-19, do qual retornaram a escola com grave defasagem de conhecimentos e baixa motivação para retomar os estudos.

Assim, diante das problemáticas apresentadas e da linha metodológica adotada, nos colocamos diante da seguinte questão norteadora: *Que contribuições uma Sequência Didática estruturada segundo as Unidades Articulas de Reconstrução Conceitual (UARC) pode trazer para diminuir as dificuldades de aprendizagem no ensino de expressões algébricas direcionadas para as turmas do 8º ano do ensino fundamental?*

Para responder ao questionamento acima, definimos como objetivo de *identificar as potencialidades didáticas de uma Sequência Didática construída especificamente para o ensino de Expressões Algébricas*. Para melhor balizar o desenvolvimento da pesquisa e atingir o objetivo geral, estabelecemos especificamente os seguintes objetivos:

- Apresentar diferentes concepções sobre o ensino de Expressões Algébricas na perspectiva dos documentos oficiais (PCN, BNCC) e de teóricos da área, bem como nas percepções dos professores sobre o processo de ensino e de aprendizagem desse objeto Matemático.
- Compreender o processo de ensino e de aprendizagem sobre o objeto matemático a partir de uma revisão de estudos sobre a temática;
- Construir e experimentar uma Sequência Didática estruturada como UARC com a utilização de um recurso didático, Tangram, aplicada para o ensino de expressões algébricas para as turmas do 8º ano do ensino fundamental.
- Investigar as potencialidades didáticas por meio dos indícios de aprendizagem identificados durante o processo de experimentação da sequência didática construída.

O referencial teórico adotado baseou-se na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1996; 2008) como linha da didática da matemática. Para construção e aplicação da Sequência Didática, estruturamos o constructo desta pesquisa nas Unidades Articulas de Reconstrução Conceitual (UARC), segundo Cabral (2017). E para análise de resultados e validação da sequência didática, aportamo-nos à Análise Microgenética, segundo Goés (2000) e a Análise do Discurso conforme Montimer e Scott (2002).

Dessa forma, a estrutura desta pesquisa ficou organizada da seguinte maneira: No capítulo 1, temos os aportes teóricos e metodológicos que fundamentaram esta pesquisa. No capítulo 2, temos o estudo sobre o ensino de Expressões Algébricas por meio de uma revisão de estudos, de análise de livros de livros didáticos, bem como as concepções dos professores colaboradores sobre a aprendizagem de Expressões Algébricas.

No capítulo 3, temos o estudo sobre o objeto matemático, Expressões Algébricas, em aspectos históricos sobre o simbolismo algébrico e sobre um aprofundamento epistêmico para professores de matemática. No capítulo 4, apresentamos a constituição, experimentação, análise de dados e resultados que levaram a validar a Sequência Didática construída.

Por fim apresentamos de que maneira a Sequência Didática para o ensino de Expressões Algébricas tem potencialidades para minimizar dificuldades no ensino desse objeto e de que maneira foram alcançados os objetivos educacionais estabelecidos, bem como os objetivos desta pesquisa, dentre outros desdobramentos.

1 APORTES TEÓRICOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentamos a fundamentação teórica e metodológica desta pesquisa, isto é, sob quais teorias e procedimentos metodológicos da educação matemática este estudo foi embasado para estruturar a sequência didática para o ensino de Expressões Algébricas. Os aportes estão correlacionados aos elementos estruturantes da pesquisa, os quais estão descritos e justificados no Quadro 1.

Quadro 1 - Aportes teóricos e metodológicos.

Aporte / Teórico	Elementos	Justificativa
Teoria das Situações Didática - Guy Brousseau .	Sujeitos (Com quem?) Contextos (Onde e quando?)	Para responder à questão de pesquisa foi necessário entender como ocorrem as interações entre professor, aluno e saber, como se dão as dificuldades de ensino e aprendizagem do objeto matemático: Expressões Algébricas. Tais constatações permitiram definir os objetivos de aprendizagem a serem desenvolvidos.
Sequência Didática Estruturada como Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual Cabral (2017)	Objeto matemático (O que?) Instrumentos (De que forma?) Experimentação (Como fazer?)	Um estudo minucioso e profundo do objeto matemático justifica o encadeamento e as formalizações matemáticas nas atividades da sequência didática, de modo a minimizar possíveis erros conceituais, capacitando o professor para realizar intervenções no momento da experimentação de modo a garantir os objetivos de aprendizagem.
Análise Microgenética Goés (2000) Análise do Discurso Mortimer e Scott (2002)	Tratamento de dados (Como interpretar e analisar?) Análise de dados (Onde ocorreram e quais são os indícios de aprendizagem?) Resultados	Após a experimentação, os dados coletados em áudio, serão transcritos por turnos (falas dos sujeitos) e analisados segundo a análise do discurso, para verificar os indícios de aprendizagem do objeto matemático percebidos durante a execução da sequência didática, nas interações entre estudantes e o professor, bem como entre os próprios estudantes.

	(Quais indícios de aprendizagem consolidam a potencialidade da sequência didática aplicada?)	Tais indícios revelarão o nível de potencialidade da sequência didática.
--	--	--

Fonte: Adaptado de Silva (2020).

Temos pelo quadro 1 que cada uma das fases da pesquisa é embasada em uma teoria ou procedimento metodológico que se alinham no percurso metodológico por meio das intenções educacionais estabelecidas pelos objetivos da pesquisa, ao que se refere a construção e análise da sequência didática, as intenções também se referem aos objetivos de aprendizagem estabelecidos nas pesquisas preliminares. Nas seções que seguem descrevemos cada um dos aportes e procedimentos apresentados no quadro 1.

1.1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) é uma proposta metodológica implementada na França no século XX, que surgiu a partir dos estudos desenvolvidos no Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IREM) pelo professor e pesquisador da Didática da Matemática, Guy Brousseau, desde 1986, cuja teoria foi muito bem aceita pelos pesquisadores didatas. Segundo Silva, Ferreira e Tozetti (2015) o objetivo do IREM ao desenvolver uma complementação na formação de professores de Matemática foi produzir materiais de apoio para serem utilizados em sala de aula, tais como textos, jogos, problemas, exercícios e experimentos de ensino.

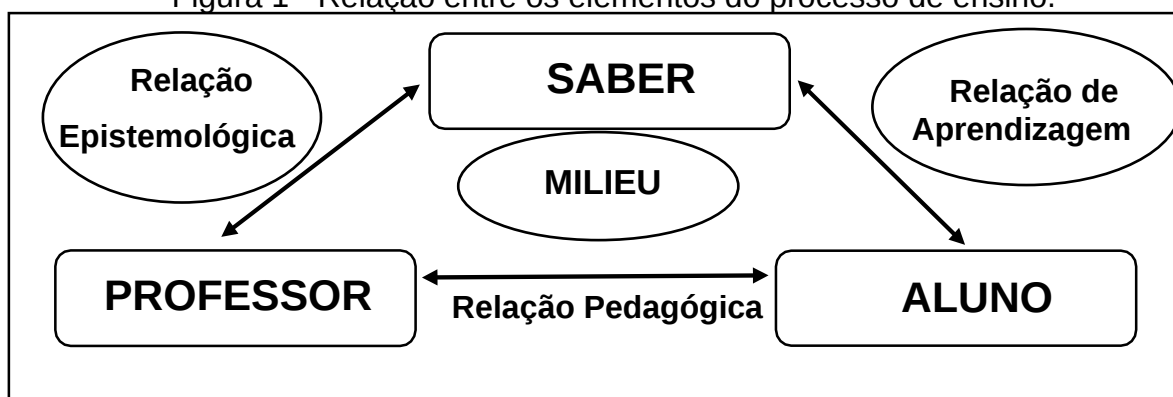
A TSD é uma teoria de aprendizagem construtivista, pois é baseada nos estudos de Jean Piaget (1896-1980) e Lev Vygotsky (1896-1934) devido a observação da forma como os alunos adquirem conhecimento, ou seja, a relação de ensino e aprendizagem. Essas fortes influências cognitivista de Piaget, são baseadas em dois processos: a *aculturação* e a *adaptação independente*, em que a primeira está relacionada ao conjunto de mudanças resultantes de diferentes culturas ou saberes quando colocados em contato contínuo; e a segunda, seria o processo ao qual o aluno vai se adaptar ao meio, isto é, no desenvolvimento de uma atividade proposta, conforme Silva, Ferreira e Tozetti (2015, p. 19952-19953)

Neste sentido, acredita-se que Brousseau desenvolveu essa teoria motivada pela necessidade de valorizar o pensamento cognitivo do aluno, de forma que sua aprendizagem aconteça por tentativas pertinentes para a construção de conceitos. Essas questões relacionadas a um mesmo conceito matemático podem apresentar diferentes dificuldades e, devido a isso, gerar diferentes estratégias e maneiras de conhecer um mesmo conceito.

Além disso, Brousseau (2008) afirma ter sido influenciado pelo meio sociocultural na interação social de Vygotsky por considerar que os meios contribuem para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem do aluno. Para o teórico, o objetivo da TSD é de propiciar a reflexão sobre as relações entre os conteúdos do ensino e os métodos educacionais, visto que o ensino é concebido a partir de relações entre o sistema educacional e o aluno, vinculado à promoção de um determinado conhecimento. Essa promoção de um determinado conhecimento ocorre pela percepção que o aprendiz adquire numa situação proposta pelo educador de forma a equilibrar o saber matemático ao saber ensinado para que o aluno seja motivado a querer aprender.

Por esse motivo, a TSD considera o meio (*milieu*) como papel fundamental no processo de ensino e deve ser usado de maneira organizada e planejada pelo professor para que a interação entre aluno e o objeto de ensino aconteça. Veja abaixo, na figura 01, a relação entre os três elementos do processo de ensino e aprendizagem de acordo com a TDS.

Figura 1 - Relação entre os elementos do processo de ensino.



Fonte: Adaptado de Brousseau (2008, p.17).

Esse meio foi denominado por Brousseau (1986) como *milieu*, ou seja, como uma situação de ensino planejada pelo professor para sala de aula para que o aluno

seja motivado a aprimorar gradualmente sua percepção a respeito de um determinado objeto de aprendizagem no decorrer do processo do episódio didático. O *milieu* pode ser promovido inicialmente por um jogo, um problema, uma atividade com um material manipulável ou um exercício, de forma que o professor possa prolongar o máximo possível o momento da conceituação do objeto e proponha ao aprendiz se apropriar da produção de significados para, em seguida, validá-la.

Segundo Brousseau (1986) apud D'Amore (2007) essas situações no contexto de sala de aula são desenvolvidas como situações didáticas, não-didáticas e a-didáticas. Na primeira, a situação é organizada e planejada pelo professor com a intenção de ensino para que favoreça a execução de uma determinada tarefa. Na segunda situação, o professor não constrói um ambiente didático específico para o saber, porém este saber tem uma grande possibilidade de ocorrer devido ao conhecimento e experiências que o aprendiz traz consigo e tenta relacionar às informações recebidas.

Na situação a-didática, esta não é prevista dentro de uma sequência contextualizada de ensino, em que o professor organiza os passos de cada etapa da atividade, mas ao contrário, o aluno toma para si a responsabilidade de ser capaz de construir seus meios para se chegar ao seu próprio saber, para que em seguida esse conhecimento concebido possa ser refinado e validado pelo professor.

Por outro lado, temos em D'Amore (2007) que enfatiza a TSD como uma teoria de aprendizagem construtivista por provocar no aluno a vontade de tecer estratégias para solucionar o problema. Sendo assim, o autor faz análise dessas situações propostas por Brousseau pelo ponto de vista do aluno em quatro fases: ação, formulação, validação e institucionalização.

- *Fase de ação*: O aluno é instigado a buscar estratégias para resolver uma determinada situação;
- *Fase da formulação*: O aluno deve expor seu entendimento ao professor e/ou a turma de forma a explicar as estratégias tomadas na fase anterior. Essa comunicação deve ocorrer em uma linguagem clara para que todos os envolvidos possam participar e construir juntos um modelo que generalize o raciocínio do processo de aprendizagem;
- *Fase da validação*: o modelo encontrado pelo aluno deve ser verificado e justificado para o grupo para que o raciocínio utilizado seja validado;

- *Fase da institucionalização:* O professor institucionaliza o modelo construído e valida os conhecimentos relevante adquirido nas fases anteriores.

Nas três primeiras fases, o aluno é identificado como ator principal do processo de aprendizagem, ou seja, como aquele que age, reflete e evolui de forma que possa desenvolver suas considerações a respeito de uma determinada situação proposta a ele e tenta convencer seus pares e o professor, de forma oral ou escrita, a respeito de suas conclusões, os significados adquiridos para serem validados.

Contudo, na última fase, o professor intermedia essa aprendizagem com poucas intervenções nas demais fases para não influenciar a construção do conhecimento, pois é ele o qual institucionaliza o pensamento do aluno com o objeto do saber para não permitir que o aprendiz envereda para um caminho equivocado do conhecimento.

Considerando os pressupostos da TSD, nesta pesquisa buscamos entender as especificidades do ensino e aprendizagem de Expressões Algébricas por meio dos estudos preliminares realizados sobre as relações existentes entre os elementos aluno, professor e saber. Para tanto, construímos uma sequência didática que pudesse favorecer essas relações e proporcionar uma aprendizagem sobre Expressões Algébricas com significado, em diferentes situações e com construção autônoma de conhecimentos, porém com certo controle por parte do professor, evitando erros conceituais e com possibilidade de superação de obstáculos de aprendizagem. Na seção seguinte falamos de forma mais detalhada sobre a metodologia de ensino Sequência Didática (SD)

1. 2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Tratamos de Sequência Didática como uma metodologia de ensino planejada, que, segundo Cabral (2017), Araújo (2013) e Zabala (1998), tem o objetivo promover argumentação e sistematização de conhecimentos organizados em atividades de ensino, numa concepção em que o objeto do saber a ser ensinado seja num gênero textual com uma natureza escrita ou oral. Deste modo esses dois gêneros se equiparam em relevância, pois são interações promovidas em contextos que os direcionam para a aprendizagem sobre os objetos em que o professor buscará apresentar e motivar a aprender, haja vista que:

Esses registros escritos são direcionados e redirecionados pelas interações promovidas oralmente pelo professor que observa com atenção a condução dos aprendizes diante dos objetos que lhes desafiam. Essas intervenções orais são como uma espécie de chave reguladora que procura manter o foco dos aprendizes em torno dos objetivos de aprendizagem e são, neste sentido, determinantes para o sucesso do processo. (CABRAL & COSTA, 2019, p. 26)

Diante disso, é necessário esclarecer que embora a sequência didática possa apresentar um protocolo escrito elaborado pelo professor de modo a conduzir a construção de saberes, não se anula a necessidade de intervenções orais ao longo do processo didático, logo não anula o papel do professor, mas proporciona ao educando um papel mais ativo e autônomo sobre a sua aprendizagem, além de promover integração entre conteúdos, pois a Sequência Didática trata-se de:

Um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino aprendizagem (COSTA, 2019, p. 18).

Quanto ao modelo sugerido por Zabala (1998), Cabral (2017) discorda, em partes, da definição de Sequências Didáticas como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (Cabral, 2017, p.18), pois desconhece que o professor possa *prever* como esse conhecimento possa ser finalizado pelo aluno, uma vez que o aprendiz terá um percurso de conhecimentos a *traçar* até chegar a construção do conceito esperado.

Em contrapartida, é importante frisar que o modelo de SD sugerido por Zabala (1998) têm uma organização de atividades criteriosamente elaboradas que obedecem a uma ordenação, estruturação e articulação que faz os alunos seguirem os procedimentos sugeridos ao serem desafiados.

Esses procedimentos sugeridos para alcançar o objetivo da maturação do conhecimento pelo aprendiz fazem parte de um conjunto de intervenções com fortes influências do modelo estrutural da concepção da escola de Genebra, que se estruturam em quatro fases, quais sejam: apresentação da situação de ensino, a produção inicial, os módulos e a produção final.

Na apresentação da situação de ensino, o professor deverá explicar como se conduzirá o processo de ensino por essa estrutura metodológica apresentada e as

etapas que o aluno precisará percorrer para se traçar estratégias de aprendizagem para que o objetivo seja alcançado. Na fase de *produção inicial*, o docente fará um diagnóstico dos conhecimentos básicos de seus alunos a respeito de conteúdos relacionados ao novo objeto matemático a ser ensinado. Essa produção inicial é muito importante que seja verificada, pois será nessa análise que o professor organizará estratégias para executar a próxima fase.

Na terceira fase, temos a apresentação e execução dos *módulos*, ou seja, de atividades elaboradas minuciosamente a partir de resultados adquiridos da diagnose dos conhecimentos básicos. Esses módulos, poderão ocorrer por oficinas e atividades que satisfazem e ajudam a eliminar as dificuldades encontradas na etapa anterior e podem se apresentar com avaliações exploratórias com questões abertas, fechadas e outras, como enumera Cabral (2017).

Na última fase, temos uma etapa muito delicada que precisa ser bastante apreciada pelo aluno e por isso o professor necessita estar atento a toda e qualquer forma de manifestação de entendimento do aprendiz, pois na produção final tem-se o retorno do progresso alcançado por cada aprendiz adquirido em torno dos desafios resolvidos por ele. Portanto, é nessa fase que o aluno deverá expressar seus conhecimentos atingidos.

Sobre os objetivos de aprendizagem almejados, Costa (2019) descreve são alcançados por meio de um planejamento sistematizado e minucioso com adaptações em muitas necessidades dos alunos. Porém, essas atividades devem ser construídas, segundo Zabala (1998), por meio de um conjunto de intervenções necessárias que devem ocorrer no desenvolvimento no momento da sala de aula.

Dentre essas intervenções que Zabala (1998) especifica, pode-se destacar: o comportamento flexível do professor no momento da aplicação da atividade; a colaboração do conhecimento do aluno no início e durante a realização da atividade; a ajuda do professor em fazer os alunos identificarem o que precisam fazer, o que podem fazer e o que é importante fazer; metas estabelecidas dentro da possibilidade de serem superadas com o esforço do aluno; ajuda adequada ao aluno quando este mostrar dificuldades no decorrer do processo de construção do conhecimento; atividade propiciada para constituir relações com o novo conteúdo; construir ambiente e relações de respeito mútuo; e avaliar os alunos conforme suas capacidades e esforço.

Em relação ao conteúdo a ser abordado numa Sequência Didática, Costa (2019) indica três categorias: os conteúdos atitudinais, os conteúdos conceituais e os conteúdos procedimentais. Os conteúdos atitudinais são “aqueles que envolvem valores, atitudes e normas. Estão incluídos nesses conteúdos, por exemplo, a cooperação, a solidariedade, o trabalho em grupo, o respeito, a ética e o trabalho com a diversidade” (COSTA, 2019, p. 20)

Os conteúdos conceituais são aqueles que envolvem os conceitos e símbolo. E os conteúdos procedimentais são aqueles que envolvem a tomada de decisões, realização de ações para atingir uma meta. Esses conteúdos, segundo Zabala (1998) fazem parte de um conjunto de aprendizagens denominado “conteúdos de aprendizagem”, e servem para explorar todas as capacidades do aluno e para compor o ensino aprendizagem de forma ampla.

De um modo geral, avalia-se separadamente, cada componente imprescindível de uma Sequência Didática para adquirir pressupostos para aplicá-la. Desta maneira, não existe uma estrutura única de SD a ser adotada. Dentre as possíveis formas de se estruturar uma Sequência Didática, Cabral (2017) teorizou uma estrutura a qual intitulou Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) para o ensino de Matemática com o objetivo de possibilitar ao aluno a (re)construção mais significativa de conhecimentos como apresentamos na subseção a seguir.

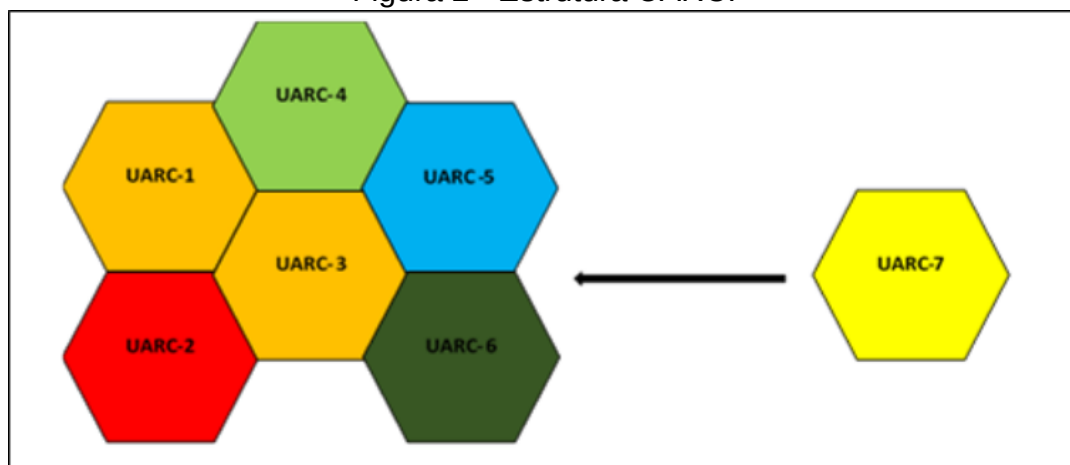
1. 2. 1 A estrutura UARC para SD de Cabral (2017)

Nesta pesquisa foi definido construir uma Sequência Didática para o Ensino de Expressões Algébricas, estruturada como UARC conforme Cabral (2017). Esse teórico define Sequência Didática como sendo um dispositivo comunicacional escrito ou oral sistematizado de forma articulada e intencional para estimular a aprendizagem de conteúdos matemáticos “a partir da percepção de regularidades e do estabelecimento de generalizações adotando-se uma dinâmica de interações empírico-intuitivas” (CABRAL, 2017, p. 12).

A ideia de (re)construção de conceitos durante as aulas de matemática é reforçada pelo teórico, que concebeu um construto teórico denominado de Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual (UARC) consolidado a partir de uma série de categorias de Intervenções Estruturantes, ou seja, o teórico propõe um modelo estruturante para a produção de SD voltadas para o ensino de Matemática com o

objetivo de possibilitar ao aluno a (re)construção mais significativa, articulada conforme ilustra a figura 2.

Figura 2 - Estrutura UARC.



Fonte: Costa (2019, p. 23).

Com o objetivo de uma melhor compreensão da UARC, Cabral (2017) as descreveu em termos de seis categorias estruturantes que objetivam a elaboração de um texto de uma Sequência Didática, quais sejam: A Intervenção Inicial (I_i), na qual o professor precisa criar uma situação, seja ela um problema, um jogo, o uso de material manipulável, um trecho informativo, que envolva o aluno no objeto matemático; A Intervenção Reflexiva (I_r), que, em geral, é um questionamento feito pelo professor sobre o conceito do objeto de reconstrução e o aprendiz refletirá sobre a mesma, em relação a este trabalho, o qual será aplicado sobre o objeto matemático Expressões Algébricas; Intervenção Exploratória (I_e), quando o aluno planeja comandos para executar uma tarefa.

A quarta categoria é a Intervenção Formalizante (I_f), isto é, o momento no qual o professor formaliza matematicamente aquilo que o aluno aprendeu. A quinta, é a Intervenção Avaliativa Restrita (IA_r), esta avalia e justifica os procedimentos adotados pelo discente e estabelece-os em reconstruções conceituais. E a última, Intervenção Avaliativa Aplicativa (IA_a), nela o professor apresenta um novo problema para diagnosticar se o aluno consegue resolvê-lo ao aplicar os conhecimentos até então construídos.

Ao longo das intervenções, as interações dialógicas que acontecem entre professor e aluno e entre os alunos nada mais são do que o teórico chama de uma

“espécie de ping-pong discursivo” (CABRAL, 2017, p. 45). Além das intervenções escritas elencadas, existem as intervenções orais de manutenção Objetiva (I-OMO).

Na verdade essa última categoria de intervenção pode ser entendida como uma espécie de Sequência Didática implícita complementar que é sustentada no discurso do professor durante todo o processo de ensino-aprendizagem e que permite a ele fazer as reformulações emergentes inevitáveis no processo de reconstrução conceitual (CABRAL, 2017, 45)

O modelo adotado sugere a apresentação de um cenário para a construção do conhecimento a partir de uma Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual- UARC para a elaboração de uma boa SD aplicada ao nível escolar fundamental e médio, no nosso caso adotaremos no nível fundamental.

Este modelo, segundo o próprio autor, exige do professor capacidade de planejamento e sistematização de uma produção de texto escrito que lhe sirva de subsídio para conduzir as ações de aprendizado dos alunos, além de domínio conceitual sobre o objeto matemático. Para a elaboração desse modelo, Cabral (2017) teve influências das escolas francesas e das perspectivas vertentes do Interacionismo Sócio Discursivo de Vygotsky, sugere que o professor deve escolher a SD mais adequada para atender as necessidades do aluno.

Para um embasamento teórico mais compreensivo das UARC's na reconstrução conceitual dos alunos supervisionado pelo professor, é necessário materializar um cenário para uma SD de acordo com as adaptações necessárias para o ensino e aprendizagem de Matemática destinada a Educação Básica com o intuito de promover, de acordo com os pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural de Vygotsky, as Zonas de Desenvolvimento Proximal (ZDP) que permitem ao aprendiz avançar de um Nível de Desenvolvimento Potencial (NDP) para o Nível de Desenvolvimento Efetivo (NDE) e ainda, as subdividem em uma organização que permite a interação entre essas intervenções, quais sejam: pré-formais, formal e pós-formal.

Conforme Costa (2019), as crianças iniciam as relações de desenvolvimento e aprendizagem antes de chegar à escola e essa aprendizagem se amadurece a partir dos novos conhecimentos adquiridos na escola e das relações sociais.

Nesse sentido, tem-se o desenvolvimento real, caracterizado por aquilo que a criança consegue realizar sozinha e o desenvolvimento potencial, indica o que a criança pode fazer com a ajuda de outra pessoa. Dessa forma, o caminho entre esses

dois níveis de desenvolvimentos é chamado de zona de desenvolvimento potencial ou proximal. Essa concepção de zona de desenvolvimento proximal, conforme Cabral (2017), é muito importante, pois a partir dela pode-se pesquisar e avaliar, pesquisar o desenvolvimento e o plano educacional para se elaborar estratégias pedagógicas para que a criança possa evoluir na aprendizagem.

No que tange a esta pesquisa, os objetivos de aprendizagem foram levantados por meio de pesquisa preliminar apresentada nos capítulos 2 e 3, que foram de fundamental importância para criar as intenções de aprendizagem de cada intervenção. Como o elemento de análise de aprendizagem neste constructo é a comunicação escrita e oral, ao analisarmos os dados desta pesquisa extraídos de sua experimentação por meio de coleta de áudio-transcrições e de registros escritos, definimos como teorias assessorias para análise de resultados a Análise Microgenética e Análise do discurso que serão apresentadas na seção seguinte.

1. 3. ANÁLISE MICROGENÉTICA E ANÁLISE DO DISCURSO

Após a construção e experimentação da sequência Didática construída para o ensino de Expressões Algébricas, os dados coletados foram tratados conforme a Análise Microgenética e os Resultados alcançados descritos por meio de Análise do discurso. Logo na fase de experimentação foi necessário coletar o máximo de registros em áudio e promover o máximo de interações entre os sujeitos da pesquisa, de modo a levantar os possíveis indícios de aprendizagem que possam levar ao alcance do objetivo desta pesquisa: identificar as potencialidades didáticas de uma sequência didática construída especificamente para o ensino de Expressões Algébricas.

1. 3. 1 Análise Microgenética

A Análise Microgenética é uma abordagem metodológica aqui adotada conforme Wertsch (1998) e Góes (2000), os quais seguem as proposições de Vygotsky, o qual estuda o funcionamento humano e constituem a formação de um processo com detalhe minucioso das ações dos sujeitos e das relações interpessoais dentro de um curto espaço de tempo.

O termo microgenético é herança da teoria sociocultural, que estuda o comportamento humano no esquema estímulo-resposta. Wertsch (1998) enfatiza essa teoria em duas categorias: na análise do *funcionamento mental* nos fenômenos socioculturais; e na análise dos *processos psicológicos* para o entendimento dos fenômenos socioculturais, os quais abrange o contexto cultural, histórico e institucional.

O pesquisador conclui essa relação dialética do comportamento – mental e sociocultural- como uma unidade da ação humana que deve ser descrita e interpretada no momento da interação de seus pares ao considerar que uma depende da outra.

Vygotsky (1997b) afirma que o seu método utilizado possui influências de outros métodos psicológicos baseados nos aspectos da gênese e nas relações sociais, pois considerava três movimentos históricos no processo de desenvolvimento psíquico analisado em crianças, quais sejam:

- i) filogênese → baseada na história da espécie humana;
- ii) ontogênese → buscava entender o percurso do desenvolvimento do indivíduo desde a infância até a vida adulta;
- iii) sociogênese ou história sociocultural → procurava compreender o indivíduo num mundo cultural.

Neste sentido, Werstch (1998), seguidor das ideias de Vygotsky, acrescenta um quarto movimento histórico, a *microgênese*, como o movimento que melhor compreende os fenômenos psicológicos, novos e complexos, de uma ação individual inserida em um determinado contexto social percebida no curto espaço de tempo.

Por conseguinte, a essa pesquisa, temos que este último termo ficou conhecido por toda a Europa e EUA como método investigativo, segundo os estudos de Flynn; Pine; Lewis (2006). E no Brasil, a professora Maria Cecília Rafael de Góes, é a responsável em expandir essa pesquisa na área de Educação, como uma abordagem metodológica, citada em teses, dissertações e artigos que a utilizam como *análise microgenética*, uma vez que permite observar o processo de ensino e aprendizagem no contexto de sala de aula e detecta as habilidades sociáveis durante a interação dos sujeitos do processo que facilitam ou dificultam a ocorrência da aprendizagem.

Essa abordagem é conceituada por Góes (2000), como:

[...] uma forma de construção de dados que requer a atenção a detalhes e o recorte de episódios interativos, sendo o exame orientado para o

funcionamento dos sujeitos focais, as relações intersubjetivas e as condições sociais da situação, resultando num relato minucioso dos acontecimentos. (GÓES, 2000, p. 09).

É importante mencionar que a compreensão desse processo de desenvolvimento na visão genética apresentada nas proposições de Vygotsky sobre o funcionamento humano seja baseada nas diretrizes metodológicas exploradas minuciosamente no processo da gênese social. Góes (2000) salienta para a descrição do sentido do termo proposto

essa análise não é *micro* porque se refere à curta duração dos eventos, mas sim por ser orientada para minúcias indiciais – daí resulta a necessidade de recortes num tempo que tende a ser restrito. É genética no sentido de ser histórica, por focalizar o movimento durante processos e relacionar condições passadas e presentes, tentando explorar aquilo que, no presente, está impregnado de projeção futura. É genética, como sociogenética, por buscar relacionar os eventos singulares com outros planos da cultura, das práticas sociais, dos discursos circulantes, das esferas institucionais. (GÓES, 2000, p.15)

De acordo com tais premissas, a análise de pesquisas embasadas nessa forma de análise pode ter sua coleta das informações por meio de vídeo gravações, ou mesmo por gravador de voz para a análise do processo dialético, pois de acordo com Góes (2000) está voltado para os detalhes das ações, para as interações dos sujeitos em seus aspectos intersubjetivos e dialéticos a partir da visão sociocultural.

O objetivo dessa análise é a explicação dos fenômenos investigados em detrimento da descrição, sempre focalizada na atenção aos detalhes, ao recorte de episódios interativos, com orientação ao funcionamento dos discursos nas relações intersubjetivas e condições sociais da situação, o que é evidenciada por observações de posteriores transcrições de falas dos sujeitos para reconhecimento de “mudanças e transformações de conhecimentos”, os quais o aprendiz desenvolverá no decorrer do processo de ensino e aprendizagem.

Esse processo é verificado cuidadosamente por etapas, os quais segundo Siegler e Crowley (1991 apud Tomio et al 2017 e Costa 2019) apontam que sejam três:

1) *as observações, as quais abrangem todo o período do processo: antes, durante e depois da mudança até atingir um estado relativamente estável;*

Nessa primeira etapa, Wertsch (1998) e Góes (2000) fazem referência das relações intersubjetivas culturais, histórica e institucional, o que Barbosa e Vaz (2019) atribui como artefatos culturais.

Esses pesquisadores mencionam o desafio da transcrição de cenas repetitivas com o objetivo de mostrar o movimento do processo de evolução caracterizados nos processos psíquicos superiores, ou seja, que não sejam concentrados apenas nas falas, mas também sejam observados todo o contexto em que os participantes estão inseridos, os quais são analisados em micro evento como um processo em movimento;

2) analisar a gênese dos processos observados

Nessa etapa, iniciamos a tarefa da transcrição fidedigna das falas dos sujeitos focais para transcrevê-la da forma como foi mencionada, uma vez que todos consigam reconhecer tal e qual foi emitida, mesmo que estejam presentes alguns equívocos fonéticos e sintáticos.

Nas indicações de Flynn, Pine e Lewis (2006) temos a densidade dessas observações as quais se acentua em relação à gênese dos processos e à mudança do fenômeno nas ações dos sujeitos; e as sequências de possíveis analogias no diálogo em sala de aula para explicar as observações, argumentações, discussões e explicações apresentadas que revelam alguns aspectos coletados na assimilação.

3) os processos são analisados nos aspectos quantitativos e qualitativos, que variam de acordo ao caráter investigativo

Nesta última etapa, temos as recomendações de Vygotsky (1997b) e Flynn, Pine e Lewis (2006), em submeter os comportamentos observados a uma análise e experimentação intensiva, que a partir dos processos originais aos aspectos quantitativos e qualitativos das mudanças, consideram o caráter da investigação e iniciam a análise teórica com a pretensão de compreender como se dá as relações dialéticas no processo para o desenvolvimento conceitual a fim de motivar aos resultados positivos.

Esses três passos da abordagem Microgenética, principalmente as observações em todo o processo da pesquisa e as mudanças ocorridas no processo apontam para os indícios de aprendizagem que acontecem entre os sujeitos da pesquisa por meio das interações verbais. Por isso, é muito importante que na análise das transcrições, encontrarmos as unidades que trazem em si o todo do processo de ensino e aprendizagem.

Para melhor esclarecer essa análise minuciosa das descrições das ações dos sujeitos e das relações interpessoais dentro de um curto espaço de tempo, queremos mostrar um modelo de como se descreveremos esse método da análise para melhor

explicar seus elementos, quais sejam: episódios (recortes interativos com atenção nos detalhes); segmentos (são ações e falas, aspectos que caracterizavam os processos psíquicos superiores) e turnos (todas as falas dos sujeitos da transcrição numeradas para melhor organização)

Essas contribuições de Wertsch (1998) e Góes (2000), quando abordam o recorte de um episódio interativo com a finalidade de se entender as relações intersubjetivas culturais, histórica e institucional e o funcionamento mental dos sujeitos focais. Deste modo, existe a necessidade das transcrições dos eventos observados, para que não se percam os detalhes das falas e das relações, analisados em um micro evento como um processo em movimento.

Diante do exposto, associamos a abordagem Microgenética à Sequência Didática, como metodologia de modo a aferir os indícios de aprendizagem de cada UARC que compõe o texto escrito na sequência elaborada. Para isso, demos ênfase a essas interações dialógicas na sala de aula entre os sujeitos do jogo didático, quer seja professor-aluno, quer seja aluno-aluno, pois elas nos ajudaram a encontrar indícios de aprendizagem da nossa sequência didática por meio de gravações em áudios, organizados em *episódios* didáticos durante a aplicação da sequência didática e divididos em *segmentos* conforme as intenções das intervenções e organizados em *turnos* pelas falas dos sujeitos.

Na perspectiva enunciativa-discursiva foram fundamentais a percepção dos níveis de aprendizagem adquiridos pelos sujeitos participantes da experimentação, articulando-se com as contribuições da Análise do Discurso de Mortimer e Scott (2002), as quais descrevemos a seguir.

1. 3. 2 Análise do Discurso

A interação entre os pares em sala de aula é muito importante para a construção de significados de um determinado assunto. Por isso, o professor que planeja suas aulas dialogadas, que permitem aos estudantes se expressar e criar pensamentos, fazem a diferença no processo de ensino e aprendizagem. Cabral (2004) salienta que na sala de aula, a linguagem é a principal ferramenta na mediação nos processos interativos, por isso nosso constructo tem como matéria de análise a comunicação nos episódios didáticos analisados.

A linguagem tem um papel fundamental no desenvolvimento do indivíduo e a comunicação entre os sujeitos da sala de aula conduz a aprendizagem, pois ao expressar sua opinião, o aluno se apropria de múltiplos significados para um mesmo conceito ao relacionar a ciência, marcada pelo ensino sistemático, em consonância as suas experiências vividas que interagem para construir novos significados, dialogicidade e polifonia.

A Análise do Discurso tem a preocupação em entender como acontece a interação na sala de aula entre o professor e seus alunos e entre os alunos com seus colegas, em diferentes tipos de discursos que o processo de ensino disponibiliza.

Mortimer e Scott (2002) apoiados nos estudos de Bakhtin (1986) consideram a Análise do Discurso como uma ferramenta utilizada para analisar a forma como os professores conduzem a interação na sala de aula na construção de significados. Esse método é um produto que estimula o desenvolvimento de uma linguagem a fim de descrever o gênero do discurso estável.

Mortimer e Scott (2002) apresentam a estrutura analítica da Análise do Discurso baseado em cinco aspectos inter-relacionados que focalizam o papel do professor como ilustra o quadro a seguir:

Quadro 2 - Estrutura analítica da Análise do discurso.

ASPECTOS DA ANÁLISE		
i.	Focos do ensino	1- Intenções do professor 2- Conteúdo
ii.	Abordagem	3- Abordagem comunicativa
iii.	Ações	4- Padrões de interação 5- Intervenções do professor

Fonte: Mortimer e Scott (2002, p. 285).

No quadro 02, vemos que os cinco aspectos foram agrupados em termos de focos de ensino, abordagem e ações. No primeiro grupo, temos as intenções do professor e o conteúdo. De acordo com os pesquisadores, as intenções do professor subdividem-se em seis passos: *o problema* (intervenção inicial da sequência didática para despertar o interesse do aprendiz); *a exploração da visão dos estudantes* (exploram visões e entendimentos dos estudantes sobre ideias e fenômenos específicos do objeto de estudo); *a introdução e o desenvolvimento da 'estória científica'* (disponibilizam ideias científicas do objeto de estudo no plano social da sala de aula); *a orientação dos estudantes a internalizar o conhecimento científico*

(orientam os estudantes a falar e pensar cientificamente o objeto de estudo, a fim de produzir significados individuais e internalizar essas ideias); a *aplicação do conhecimento adquirido* (dar suporte aos estudantes para aplicar as ideias científicas ensinadas a uma variedade de contextos) e, por fim, o sexto passo, seria manter a narrativa (solidificação do conhecimento adquirido).

O conteúdo do discurso é dividido em três categorias que se caracterizam fundamentalmente pela linguagem social da sala de aula, quais sejam: a descrição (enuncia a referência de um sistema, objeto ou fenômeno); explicação (importa algum modelo teórico ou mecanismo para se referir a um sistema específico); e a generalização (elabora descrição ou explicação independente de um contexto específico). Essas categorias, segundo Bakhtin (1986 apud Mortimer e Scott, 2000) se diferenciam entre si como empíricas ou teóricas.

No segundo item do quadro acima, temos o aspecto abordagem comunicativa que é considerado por Mortimer e Scott (2002) como o conceito central de sua estrutura analítica ao fornecer a perspectiva do trabalho do professor numa sala de aula com suas intenções e o conteúdo do ensino por meio das diferentes intervenções pedagógicas que resultam em diferentes padrões de interação. Assim, os autores classificam a abordagem comunicativa em quatro classes, que são definidas por meio da caracterização do discurso entre professor e alunos ou entre alunos em termos de duas dimensões, são elas: discurso dialógico ou de autoridade; discurso interativo ou não-interativo.

Cabral (2004 apud Macedo 2019) aponta que uma sequência discursiva pode ser identificada como dialógica ou de autoridade independente de ter sido enunciada por um único indivíduo ou entre estudantes em pequenos grupos.

[...] o discurso será dito interativo-dialógico quando o professor e os alunos exploram ideias, formulam perguntas e consideram diferentes pontos de vista. Quando, no entanto, o professor reconsidera na sua fala vários pontos de vista destacando similaridades e diferenças, seu discurso é dito não-interativo/dialógico, ao passo que se conduzir os alunos por meio de uma sequência de perguntas e respostas, com o objetivo de chegar a um ponto de vista específico, seu discurso será dito interativo/de autoridade. Finalmente, quanto o professor apresenta apenas um ponto de vista específico, seu discurso é dito não-interativo/de autoridade. (CABRAL, 2004, p. 110).

As quatro abordagens permitem identificar o terceiro item da estrutura analítica destacada no quadro acima, as ações, as quais se desenvolvem por meio dos padrões de interações e intervenções do professor. O padrão interativo mais recorrente é a

tríade *I-R-A* (Iniciação do professor, Resposta do aluno e Avaliação do professor), porém esse padrão pode ser alterado e ocorrer outros padrões. Mortimer e Scott (2002) explicam que em algumas interações o professor apenas sustenta a elaboração da ideia do aluno, por meio de intervenções curtas que muitas vezes repetem parte da fala do aluno, ou mesmo que indicam um feedback para melhorar a sua ideia. Essas interações produzem cadeias de turnos não triádicas do tipo (*I-R-P-R-P...* ou *I-R-F-R-F....*) em que *P* significa uma ação discursiva de permitir o prosseguimento da fala do aluno e *F* um feedback para que o aluno elabore um pouco mais sua fala.

Esse padrão interativo entre os personagens do jogo didático revelam o nível de aprendizagem alcançado: *Perceptivo-intuitivo, empírico ou teórico*. Silva (2020, p. 114), ao articular as intervenções da UARC com esses níveis epistemológicos, classifica que o nível perceptivo-intuitivo apresenta padrão de interação predominante nas intervenções iniciais, reflexivas, pós-formais e nas I-OMOS; nível de conhecimento empírico pode ser identificado as intervenções exploratórias e pós formais; o nível teórico é desejado que seja alcançado na intervenções pós-formais, isto é, após a formalização do professor.

O quinto e último aspecto da estrutura analítica são as intervenções do professor, as quais implicam em seis ações distintas, desenvolvidas por Scott (1998) apud Mortimer e Scott (2002), as quais sejam: a formalização dos significados; a seleção; a marcação dos significados-chave; o compartilhamento desses significados; a aferição do entendimento dos alunos; e a revisão científica.

Dessa forma, a Análise do Discurso nesta pesquisa é uma ferramenta importante para a análise dos resultados sobre as potencialidades da Sequência Didática com experimentação e análise descrita no capítulo 4. Essa ferramenta, juntamente com a Análise Microgenética, possibilitou acompanhar as minúcias das transições genéticas que mapearam os padrões interativos, os quais nos permitiram evidenciar os indícios de aprendizagem de acordo com o objetivo de cada atividade proposta.

1. 4 MATERIAL MANIPULÁVEL NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Aliado as teorias que nos embasaram como aportes para nossa pesquisa, apresentamos também a orientação do currículo de matemática, com indicação do

uso de diversificados recursos didáticos no ensino de Matemática, como forma de mobilizar a reflexão e a gradual formalização de conhecimentos.

Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização. (BRASIL, 2017, p. 278)

Essa é uma conduta que dialoga com nossos aportes teóricos ao que diz respeito a inicialização de processos de formalização, isto é, algo que relacione e leve a reflexão coletiva entre os pares (alunos). No ensino fundamental, fase de transição da infância para a adolescência, onde há necessidade de criar cenários propícios à concentração e ao mesmo tempo a criatividade, é importante adotar recursos didáticos compatíveis com essa faixa etária. Os PCN reforçam a respeito da motivação dos professores proporcionarem um cenário motivador: “as aprendizagens só serão possíveis na medida em que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias” (BRASIL, 1997, p. 31).

Dentre os diversos recursos didáticos indicados para o ensino de matemática, os materiais manipuláveis são uma das opções com potencialidades educacionais relevantes. Para nos aprofundar sobre a importância da utilização e a potencialidade do uso do material didático manipulável no ensino da matemática, consultamos publicações em bancos de dados eletrônicos, os quais demos destaque aos estudos de Cavalcanti (2006), Rodrigues e Garize (2012) e Moura e Pires (2021) que se embasaram em Fiorentini e Miorim (1990), Lorenzato (2006), Passos (2006), Rêgo e Rêgo (2006) e Turrioni e Pérez (2006).

Rodrigues e Garize (2012) e Moura e Pires (2021) se aportam em Lorenzato (2006) para definir o material didático como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem” (LORENZATO, 2006, p. 18) e Passos (2006), que define esse recurso didático de uma forma mais ampla, ao caracterizá-los como objetos ou instrumentos capazes de fazerem os alunos experimentarem, tocarem, manipularem e movimentarem por ter a finalidade de auxiliar, instigar, promover e desenvolver o raciocínio matemático.

De acordo com Lorenzato (2006), o material didático concreto manipulável pode ser classificado em: *estático* por ter a finalidade demonstrativa, isto é, não

permite a transformação por continuidade e que durante a atividade experimental, o sujeito apenas manuseia e observa o objeto na tentativa de abstrair dele algumas propriedades; e *dinâmico*, por ter a finalidade mais ampla, pois possibilitam a transformação por continuidade, ou seja, a estrutura física do material muda à medida que ele sofre transformações manipuladas pelo sujeito.

Corroboramos com as ideias de Moura e Pires (2021) ao afirmarem que o material concreto é fundamental para o ensino experimental, uma vez que “facilita a observação, análise, desenvolve o raciocínio lógico e crítico, sendo excelente para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos”. (TURRIONI; PEREZ, 2006, p. 61).

A eficiência do uso do material didático manipulável depende de como o professor irá utilizá-lo em sua aula para assegurar uma aprendizagem com significado, caso contrário, o material manipulável se torna apenas um brinquedo, com apenas funções lúdicas, sem fins educativos. O cuidado que se deve ter ao utilizar este recurso didático é o de haver um equilíbrio entre as funções lúdicas e as funções educacionais.

Moura e Pires (2021) ressaltam que a construção da formalização dos conceitos matemáticos é um processo demorado e que requer uma participação ativa e gradual por parte dos alunos ao observar a interação da experimentação, da criação de conexões e, por consequência, vem o aprendizado. De todo modo, cabe ressaltar que:

Qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam relações entre objetos que poderão fazê-los refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas. Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma a ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam. (PASSOS, 2006, p. 81).

Desse modo, esse autor defende que o professor deve garantir ao aluno, reflexões a respeito do objetivo que o uso do material didático propõe, ou seja, que esse recurso deva servir de mediador na construção do conhecimento, “facilitando a relação professor/aluno/conhecimento” (PASSOS, 2006, p. 78). Para tanto, se faz necessário que durante o episódio de ensino em que adotou material manipulável o professor deva:

- I. Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- II. Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
- III. Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
- IV. Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
- V. Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
- VI. Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material. (RÊGO; RÊGO, 2006, p. 54).

Por isso, nesta pesquisa, nos preocupamos em adotar um recurso didático manipulável que, além de incentivar a comunicação das ideias em nossa sequência didática, estivesse em sintonia com as habilidades a serem desenvolvidas sobre o objeto matemático Expressões Algébricas.

Nesta pesquisa, adotamos um material manipulável concreto estático chamado Tangram, que é um quebra-cabeça chinês formado por sete peças: um quadrado, um paralelogramo, dois triângulos isósceles congruentes maiores, dois triângulos menores também isósceles e congruentes e um triângulo isósceles médio. Esse quebra-cabeça foi trazido da China para o Ocidente por volta da metade do século XIX, segundo Souza et al., (1997), cuja tradução como significado seria as “sete peças da sabedoria” que tem a finalidade de montar figuras usando as sete peças sem que haja sobreposição das mesmas.

Figura 3 - Modelo das peças do jogo Tangram.



Fonte: Google imagens (2022)

Neste sentido, o Tangram foi utilizado como um material manipulável *estático* com a finalidade de envolver os alunos com sua relação de proporcionalidade entre suas peças para a representação algébrica de suas medidas, pois aproveitamos a sua

utilidade em estimular os estudantes na assimilação de muitos conceitos matemáticos, como por exemplo, na geometria. Essa expectativa de envolver as relações de proporcionalidade entre suas peças foram de grande valia para que os estudantes pudessem construir a formalização da representação algébrica das medidas das peças deste quebra-cabeça com a ajuda da mediação do professor.

Ao adotarmos o Tangram no ensino de Expressões Algébricas, buscamos realizar generalizações algébricas de suas propriedades geométricas. Isto é, as medidas congruentes – necessárias para o encaixe das peças – foram representadas inicialmente por mesmas cores e posteriormente por mesmas letras, até que os estudantes reconhecessem que mesmas medidas poderiam ser generalizadas por mesma letra e medidas distintas por letras distintas.

Assim, o material manipulável foi cooperando com o desenvolvimento do pensamento algébrico, que ao longo das atividades avançaram para representação e modelamento algébrico de perímetro e área de triângulos e quadriláteros. Simultaneamente a isso desenvolviam conceitos como termos semelhantes, valor numérico, adição de monômios e polinômios e multiplicação de monômios e polinômios, sempre retomando conceitos matemáticos circunscritos como congruência, perímetro, área, propriedades de adição e multiplicação, potenciação, estudo de triângulos e quadriláteros etc.

Assim, tivemos que o manuseio livre e as apresentações das peças do Tangram emergiram em uma exploração inicial lúdica que proporcionou uma relação harmoniosa com a expectativa das funções educacionais que esse recurso didático contribuiu para que o aprendiz se envolvesse e representasse algebricamente as medidas das peças deste quebra-cabeça, de forma a responder as interações escritas e orais para que o objetivo da sequência construída fosse validado.

No quadro 3 apresentamos a relação entre o uso de material manipulável e os aportes teóricos e procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa.

Quadro 3 - Relação do material manipulável aos aportes teóricos.

Teoria das Situações Didáticas	SD por UARC Intervenções	AM e AD Interação	Material Manipulável Estático
Ação	Inicial	Interativo/dialógico	Função lúdica

Formulação	Reflexiva	Interativo/dialógico	Função
Validação		Não-interativo/dialógico	educacional
Ação	Exploratória	Não-interativo/dialógico	Função lúdica e educacional
Institucionalização	Formalizante	Interativo/de autoridade	Não se aplica
Ação e validação	Avaliativas	Não-interativo/de autoridade	Função educacional
Formulação e Validação	IOMO	Interativo/de autoridade Não-interativo/dialógico	Função educacional

Fonte: Adaptado de Silva (2020).

No quadro 3, temos a relação estabelecida entre os aportes da pesquisa, embora tenham sido adotados em diferentes fases, estão inter-relacionados pela intenção de cada situação (TSC), cada intervenção (UARC), cada Interação (AM e AD) e desenvolvendo as funções lúdica e educacional ao adotar material manipulável. Observamos que mesmo os aportes teóricos serem adotados em fases diferentes da pesquisa, todos eles estiveram em sintonia com a intenção do professor e valorizando a qualidade do processo de aprendizagem.

Nos capítulos que seguem apresentamos inicialmente as pesquisas preliminares que colaboraram com a construção da Sequência Didática construída e analisada segundo os aportes e procedimentos ora apresentados. As pesquisas preliminares nos capítulos subsequente envolvem o ensino de expressões algébricas de acordo com uma revisão de estudos, análise de livros didáticos, concepção de professores. E, mais adiante um estudo do objeto matemático Expressões Algébricas.

2. SOBRE O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Neste capítulo, apresentamos uma investigação sobre o ensino de expressões algébricas no ensino fundamental a partir de uma revisão de estudos e de uma pesquisa com professores de matemática que trabalham no ensino fundamental. Estas análises visaram identificar problemas que ocorrem no ensino e na aprendizagem de Expressões Algébricas e objetos circunscritos, colaborando com a construção da Sequência Didática objeto desta pesquisa.

Esses estudos foram relevantes para a compreensão das dificuldades e possibilidades que envolveram a construção do pensamento e linguagem algébrica no Ensino Fundamental.

2. 1 CONCEPÇÕES SOBRE O ENSINO DE ÁLGEBRA

O estudo da Álgebra no Brasil tem crescido no currículo da matemática nas escolas de ensino básico. Seu arsenal teve início no Movimento da Matemática Moderna, o qual teve seu ensino predominantemente mecânico e reprodutivo e passou a caracterizar-se em uma estrutura mais lógica em sua linguagem.

Após o declínio do movimento, a álgebra perdeu seu lugar de destaque e passou a disputar seu espaço novamente com a Aritmética e a Geometria. Contudo, o advento dos PCN, Brasil (1998), traz um estudo para o aperfeiçoamento das práticas pedagógicas para a melhoria do ensino e aprendizagem; com isso, traz consigo a importância da álgebra na matemática escolar.

Para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. (BRASIL, 1998, p.116)

Dessa forma, hoje, com a Base Nacional Comum Curricular em vigor, o estudo dessa unidade temática tem seu papel importante no desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que este é essencial para o uso em modelos matemáticos na compreensão e representação com letras e símbolos.

A ideia de enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem de generalizações e a interdependência de grandezas está vinculada no processo de ensino e aprendizagem em todo o nível fundamental. É evidente que no ensino fundamental

dos anos iniciais não se apresentará o uso de letras, no entanto faz-se necessário iniciar o desenvolvimento do pensamento algébrico desde o início da escolarização.

Silva Junior (2016) comenta em seu trabalho sobre o pensamento algébrico e trata do estudo das estruturas, da simbolização, da modelação e da variação são elementos presente na Álgebra. De acordo com a BNCC, esses elementos têm diferentes significados quanto o uso de variáveis em uma expressão, quais sejam: “estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas” Brasil (2018, p. 270), o que permite ao professor garantir ao aluno determinar conexões da variável e função; e entre incógnita e equações.

Nessa perspectiva, trataremos na próxima subseção das concepções de educadores matemáticos que trabalham o estudo dessas variáveis como incógnitas ou constantes de formas diferentes e trazem concepções no estudo de Expressões Algébricas.

2. 1. 1 Concepções no Ensino de Expressões Algébricas

O ensino de Expressões Algébricas está inserido no estudo da educação algébrica trabalhado na matemática escolar. Esse objeto matemático faz relação a várias abrangências de concepções conforme seja abordada em sala de aula. Apresentamos a seguir, alguns pontos de vista de educadores matemáticos, nacionais e internacionais, quanto ao estudo da álgebra, bem como ao ensino de Expressões Algébricas.

Segundo Silva et al (2015) que analisou o texto “Contribuição para um repensar a educação algébrica” de Fiorentini, Miguel e Miorim (1993), a concepção de educação algébrica é caracterizada como linguístico-pragmática, pois:

A aquisição de técnicas, ainda que mecânicas, requeridas pelo transformismo algébrico seriam necessárias e suficientes para a resolução de problemas pelo aluno. Compõe-se de uma sequência de tópicos iniciados pelas expressões algébricas, seguidos de operações com essas expressões, e, por último, a aplicação das técnicas na resolução de problemas. Essa concepção é marcada pelo não uso de figuras, ilustrações ou objetos concretos. Concepção dominante no período entre os séculos XIX e XX. (SILVA et al, 2015, p.131)

Essa concepção é evidenciada ao abordar, monômios, polinômios como nas expressões estruturadas com letras e números para procedimentos de operações

algébricas. Silva et al (2015) ainda caracteriza a educação algébrica como Fundamentalista-analógica por:

Vincular o papel pedagógico da álgebra como instrumento para resolução de problemas. É marcada pela utilização de recursos geométricos-visuais e pela justificação das passagens do transformismo algébrico por meio de recursos analógicos geométricos, considerados superiores didaticamente à abordagem lógico-simbólica, sem, porém, excluí-la. (Silva et al, 2015, p.131)

Neste caso, as expressões algébricas são utilizadas em recursos geométricos-visuais relacionadas ao estudo de cálculo de áreas, perímetros e volumes, para justificar o transformismo algébrico.

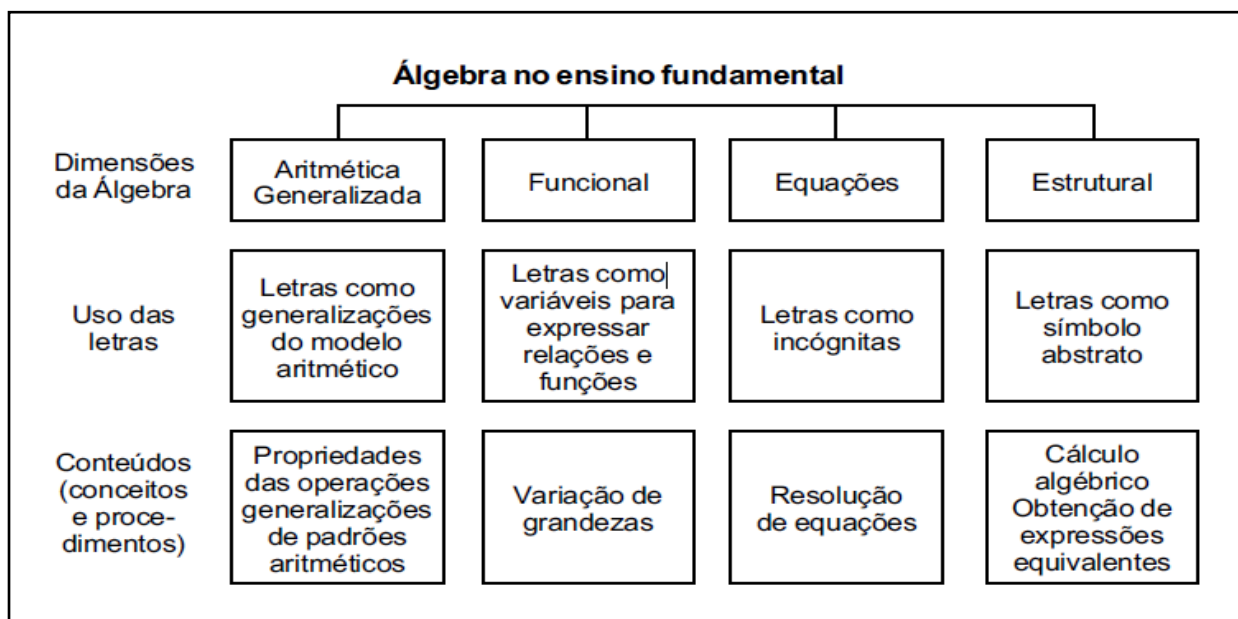
No trabalho de Silva et al (2015) é descrito que os teóricos, Fiorentini, Miguel e Miorim (1993), apoiam-se ao ponto de vista que o pensamento algébrico e a linguagem algébrica não podem ser dissociados, pois se desenvolvem a partir da relação entre si, uma vez que a linguagem algébrica é resultado de uma forma especial do pensamento.

Outro ponto de vista abordado por Silva et al (2015) e Rehfeldt et al (2018) está conforme o pensamento do educador norte-americano Zalman Usiskin, segundo o teórico a concepção de álgebra no ensino está diretamente relacionada ao papel conferido as variáveis em diferentes usos, as quais nos detemos em explorar especificamente ao estudo de expressões, por conseguinte, trataremos da concepção da álgebra como um estudo de procedimentos para resolver problemas.

Entendemos, conforme o pensamento de Usiskin (1993), que no estudo de expressões algébricas e equações, por exemplo, após retirar os dados do problema, os quais são escritos numa linguagem algébrica, a variável assume o papel de incógnita e/ou constantes e deve ter a ação de resolver ou simplificar o mesmo.

Sabemos que para o estudo da Álgebra existem inúmeras finalidades da variável e para todas elas há uma maneira de serem exploradas para conduzir o aluno a construir noções algébricas. Queremos exemplificar nas concepções apresentadas nos PCNs direcionados ao ensino fundamental no quadro a seguir.

Figura 4 - Concepções da Álgebra no Ensino Fundamental segundo os PCNs



Fonte: Brasil, 1998, p. 116

De acordo com os estudiosos Lins e Gimenez (2001), o ensino de Expressões Algébricas é caracterizado como atividade e educação algébrica em quatro concepções. Aqui descrevemos apenas três, quais sejam: letrista, letrista facilitadora e modelagem matemática.

Na concepção Letrista, a Álgebra é caracterizada pelo uso de determinadas notações e aos alunos apresentados como uma sequência de algoritmo ou técnica prática. Na concepção letrista facilitadora, o uso de material concreto ou manipulativo deve ajudar a formalizar a estrutura algébrica, como por exemplo, no estudo dos polinômios.

E por último, quanto a concepção da álgebra segundo Lins e Gimenez (2001), temos a modelagem matemática, que se refere a construção de um modelo, o qual ocorre durante a produção do conhecimento algébrico ou na organização dos dados de uma situação real.

Incorporando a esta pesquisa todas essas possibilidades de abordagem da Álgebra, temos a convicção de que o processo de produção de significados sólidos para Álgebra é necessário para que o aluno adquira um conhecimento aprofundado e possa desenvolver um conceito algébrico apropriado para cada situação. Abaixo, segue o quadro resumo das concepções analisadas segundo os interlocutores algébricos e os objetos matemáticos que pretendemos estudar.

Quadro 4 - Síntese da relação das concepções e o objeto matemático.

Interlocutores algébricos/Ano	Concepções da Álgebra	Objeto matemático
Fiorentini, Miorim e Miguel (1993)	✓ Conceção linguístico-pragmática ✓ Fundamentalista-estrutural ✓ Fundamentalista-analógica	✓ Linguagem algébrica;
Usiskin (1995)	✓ Aritmética generalizada ✓ Resoluções de problemas ✓ Relações entre duas grandezas ✓ Estrutura	✓ Expressão algébrica; ✓ Termos de uma expressão algébrica;
Lins e Gimenez (2001)	✓ Letrista ✓ Letrista facilitadora ✓ Modelagem	✓ Classificação de uma expressão algébrica; ✓ Operações básicas com expressões algébricas

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

O estudo das Expressões Algébricas vem trabalhar de forma articulada na progressão das habilidades do 8º ano do ensino fundamental com a aprendizagem proposta em anos anteriores, ou seja, desde os anos iniciais do fundamental, mas é, especialmente, a partir do 7º ano que há uma introdução do conceito e suas indicações de estudo para o ano posterior em que há a perspectiva de o saber elaborar e resolver problemas por meio de equações ou inequações.

A finalidade de desenvolver o pensamento algébrico está descrito na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), onde há o entendimento de que a escola visa garantir gradativamente um ensino mais próximo da realidade vivida pela comunidade escolar, como também um ensino que desenvolva o letramento matemático e favoreça as habilidades do aluno em permitir, não somente raciocinar e argumentar, mas estabelecer conjecturas na formulação de situações-problema envolvida e manifestada em seu dia a dia.

Para que o aluno seja capaz de assimilar com mais clareza os significados abordados no ensino fundamental, o pensamento abstrato deve ocorrer de maneira gradativa e significativa, o que leva a melhoria do ensino e aprendizagem da Álgebra no ensino fundamental, como nos sugere os Parâmetros Curriculares Nacionais:

[...] para que a aprendizagem possa ser significativa é preciso que os conteúdos sejam analisados e abordados de modo a formarem uma rede de significados. Se a premissa de que compreender é apreender o significado, e de que para apreender o significado de algum objeto ou acontecimento é preciso vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos, é possível dizer que a ideia de conhecer assemelha-se a ideia de tecer uma teia (BRASIL, 1998, p. 75)

É importante que o professor, a partir de suas experiências de aprendizagem com significado, dê a esse aluno oportunidade de vivenciar situações em que ele possa perceber esses diferentes papéis, sem, no entanto, exigir dele o domínio da nomenclatura citada.

Acreditamos que o professor de matemática do ensino fundamental deva conhecer e praticar essas concepções para organizar suas aulas e promover a construção dos significados algébricos aos seus alunos. Haja vista, que o ensino dessa unidade temática não surgiu por acaso, mas da necessidade de resolver, construir, modelar, reelaborar e se relacionar com outras áreas de conhecimento e isso deve ficar claro aos nossos discentes.

De acordo com Dante (2015, 2018), o estudo da álgebra no ensino fundamental dos anos finais inicia-se com a finalidade de desenvolver a capacidade da abstração e da generalização para que os alunos estejam munidos de ferramentas para um aperfeiçoamento gradativo na resolução das atividades e situações-problema que enfatizam igualmente as várias dimensões que a álgebra contempla, quais sejam:

Quadro 5 - Dimensões da álgebra no ensino fundamental segundo Dante.

Dimensões	Generalização	Exemplos
Álgebra como estudo das equações Generalizar as propriedades aritméticas.	Valor desconhecido a se determinar e a letra é uma incógnita.	a) $2x + 3 = 13$ b) $y - 8 = 12$
Álgebra do ponto de vista estrutural cálculos algébricos para obter expressões equivalentes	A letra sendo apenas um símbolo abstrato	$2x + 3(x + 1) = 2x + 3x + 3$ $= 5x + 3$
Álgebra como estudo das funções grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	A letra é interpretada como uma variável	$C = 3,70 x$ Considere que cada litro custe R\$ 3,70 e o custo C do combustível é dado em função do número x de litros que se compra.

Fonte: Adaptado de Dante (2015)

Especialmente no 8º ano, o autor retoma as noções da Álgebra dentro da ideia do currículo em espiral, ao ampliar e aprofundar o estudo das expressões algébricas, o qual se dá da seguinte ordem: inicia com os monômios, que são expressões algébricas com apenas multiplicações entre números e letras. Em seguida, define polinômio e grau de um polinômio e logo em seguida, trabalha as operações com polinômios. Ressalta ainda que os procedimentos trabalhados são justificados para que os alunos compreendam o passo a passo e aprendam a nomear algumas operações estudadas no 7º ano.

Bigode (2015) está de acordo com as concepções de Usiskin (1993) quando afirma que as finalidades da álgebra são determinadas por diferentes concepções relacionadas aos diversos usos das variáveis. Sendo assim, o autor o estudo da álgebra para o 8º ano contemplando a linguagem algébrica, equações, cálculo algébrico com o estudo das operações. A proposta é permitir ao aprendiz a compreensão do significado de uma variável numérica em uma expressão, generalizar propriedades, descrever regularidades de sequências, inclusive por meio de expressões algébricas, resolver equações, entre outras capacidades aconteça nos anos finais do ensino fundamental. Visto que seja nessa fase que a relação entre variável e função e incógnita e equação, seja identificada e capaz de diferenciar o significado da representação da letra.

As diferentes abordagens para o ensino de Álgebra não anulam umas às outras, pelo contrário, pode contribuir de forma colaborativa em diferentes situações e contextos de ensino conforme o público, modalidade e ensino e critérios que o professor julgar adequado. Assim em nossa proposta agregamos em diferentes momentos e com diferentes objetivos cada uma dessas concepções, de modo que apresentamos o capítulo 4 com maiores detalhes.

Na próxima seção seguimos com a revisão estudos em que buscamos uma maior apropriação das dificuldades e metodologias que vêm sendo apresentadas em pesquisas científicas relacionadas a nossa temática.

2. 2 REVISÃO DE ESTUDOS

Nesta revisão de estudos buscamos reunir subsídios para a elaboração da sequência didática. Para melhor organização procedimental realizamos um

levantamento bibliográfico, a categorização, análise de cada uma das bibliografias e por fim uma síntese que reuniu as contribuições para esta pesquisa.

No levantamento bibliográfico consultamos o Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e bancos de teses e dissertações de pós-graduações de algumas universidades tais como UEPA, UFPA, PUC, e PROFMAT, bem como o Google acadêmico com as palavras-chave “expressões algébricas”, “ensino de álgebra no ensino fundamental”, “linguagem algébrica”, “pensamento algébrico”, “polinômios”.

Ao todo foram analisados cinco dissertações e um artigo, dos quais quatro dessas referências foram categorizadas como pesquisas bibliográficas e duas como experimentais. Segundo Silveira (2013 p. 106-107), a pesquisa bibliográfica é aquela que sua fonte decorre de um registro disponível em documentos impressos ou digitais que se baseiam nas contribuições dos autores dos estudos analisados e “a pesquisa experimental toma o próprio objeto em sua concretude como fonte e o coloca em condições técnicas de observação e manipulação experimental” (SILVEIRA, 2013, p. 107), logo, nos estudos experimentais descreve-se tratamento de experimentos, bem como critérios de análise, variáveis, sujeitos, resultados analisados.

As seis referências analisadas foram selecionadas por apresentarem metodologias de ensino ou experiências que envolviam o ensino de Expressões Algébricas no Ensino Fundamental. Ao analisarmos cada uma das referências buscamos identificar objetivos, questões norteadoras, metodologia, resultados obtidos e desdobramentos ou contribuições para a nossa pesquisa.

Na categoria de estudos bibliográficos apresentamos as dificuldades no processo de ensino para a significação do pensamento algébrico e propostas metodológicas. Na categoria dos estudos experimentais, apresentamos atividades de ensino que foram experimentadas em sala de aula e favoreceram o aprendizado no estudo de expressões algébricas.

2. 2. 1. Estudos Bibliográficos

O quadro a seguir apresenta, de modo geral, os trabalhos que foram selecionados para o estudo diagnóstico, a fim de que pudessem ser analisadas a investigação realizada, sua metodologia e as dificuldades no processo de ensino para a significação do pensamento algébrico.

Quadro 6 – Revisão Bibliográfica- Estudos Diagnósticos

Categoria	Autor(es) / Ano	Título	Natureza
Estudos diagnósticos	Bonadiman (2007)	Álgebra no ensino fundamental: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas.	Dissertação
	Silva (2012)	Pensamento algébrico e equações no ensino fundamental: uma contribuição para o caderno do professor de matemática do oitavo ano.	Dissertação
	Magalhães (2016)	Construção de conceitos algébricos com alunos do 7º ano.	Dissertação
	Dias e Silva (2019)	Dificuldades encontradas na resolução de equações do 1º grau: análise de erros de uma turma do 8º ano.	Artigo
Estudos Diagnósticos			

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Bonadiman (2007) em sua pesquisa objetivou elaborar uma proposta didática para o desenvolvimento de um ensino que promova a compreensão das operações básicas como expressões algébricas no ensino fundamental. Para isso, foi feito uso de representações múltiplas e materiais manipuláveis, juntamente com a resolução de situações-problema.

A abordagem metodológica adotada pela autora foi qualitativa em um estudo de caso realizada em uma turma de 7ª série (equivalente ao 8º ano) do ensino fundamental de uma escola municipal da periferia de Porto Alegre. Este estudo foi

desenvolvido em duas fases: a primeira teve como foco o uso das letras em álgebra e a segunda voltada para a produção de significados para as operações de expressões algébricas.

Bonadiman (2007) baseou sua pesquisa em aportes teóricos que contribuíram para uma proposta que contemplasse a produção da atividade algébrica em um ambiente de aprendizagem cooperativa.

A autora conclui sua pesquisa ao destacar os resultados encontrados com a metodologia adotada, a qual contribuiu de maneira significativa para o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois proporcionou aos alunos autonomia devido a forma como foi conduzida as atividades propostas através da cooperatividade nos grupos formados e o auxílio do uso do material manipulativo.

O recurso adotado na pesquisa mostrou-se bastante satisfatório para a compreensão de outras representações simbólicas das generalizações no uso das propriedades envolvidas nas operações entre expressões algébricas, o que proporcionou posteriormente a substituição do material manipulativo por representações mentais e, posteriormente, por representações em escrita algébrica simbólica sem dependência do material.

O trabalho de Bonadiman (2007) nos ajudou na elaboração de nossa sequência didática, pois nos direcionou na ideia de usar o material manipulável como recurso didático que nos auxiliaria no cenário didático para motivar os alunos.

A dissertação de **Silva (2012)** teve por objetivo evidenciar indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico no tópico ‘Equações algébricas do primeiro grau’ do caderno do professor de matemática adotado para professores do ensino fundamental da rede pública do estado de São Paulo.

A pesquisadora procurou investigar como as atividades presentes no tópico “Equações algébricas do primeiro grau” do caderno do professor de matemática do terceiro bimestre do 8º ano do ensino fundamental possibilitou o professor conduzir os alunos no desenvolvimento do pensamento algébrico e em caso afirmativo, quais foram os indicadores priorizados.

A análise documental, de abordagem qualitativa, ocorreu em diferentes fases, a fim de identificar e interpretar os indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico revelados nos enunciados e resoluções das atividades do Caderno do professor de Matemática.

A pesquisa de Silva (2012) mostrou como resultado a construção de um quadro norteador com doze indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico, o qual destacou nove com base nas concepções de Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005, p. 5) e outros autores para construir as cinco atividades de aprendizagem utilizadas no caderno do professor. Silva (2012) nos deu relevante contribuição no que diz respeito a criação das atividades com significado para os alunos, a fim de possibilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico de forma tranquila e sem grandes dificuldades.

A dissertação de **Magalhães (2016)** objetivou analisar as dificuldades na construção de conceitos algébricos em um estudo de caso com oito alunos do 7º ano de uma escola de Ensino Fundamental, localizada no município de Santana, estado do Amapá.

O problema que norteou a pesquisa foi como os alunos do 7º ano desenvolvem conceitos algébricos, para responder a esta pergunta, o autor elencou os seguintes objetivos específicos: explorar atividades com padrões geométricos com os alunos para investigar como se dá a passagem da linguagem corrente para a algébrica e analisar as contribuições de atividades com padrões geométricos para a compreensão de algumas operações da álgebra por letra ou símbolo.

O autor aportou-se nos interlocutores algébricos que apontam a generalização de padrões para o ensino e aprendizagem da álgebra; Lins e Gimenez (2006) com o desenvolvimento do pensamento algébrico. A metodologia adotada foi qualitativa por meio de uma coleta de dados que teve a aplicação de um questionário investigativo e pela realização de 08 aulas práticas.

Magalhães (2016) considerou que a maioria dos alunos consegue identificar e desenhar os elementos que completam uma sequência, empenhando-se nas atividades. No entanto, verificou que os discentes apresentam lacunas em relação à aritmética, erros no uso da elaboração das regras, problemas na leitura e na interpretação da situação problema, dificuldades para identificar generalizações e dificuldades na escrita de seu pensamento algébrico.

Na dissertação de Magalhães (2016) foi verificado o desenvolvimento da pesquisa no que se refere o direcionamento das atividades com padrões geométricos e numéricos a fim de investigar a construção gradativa da linguagem algébrica no ensino de Matemática do ensino fundamental e aperfeiçoar esse estudo com mais propriedade nos anos seguintes da educação básica.

Além disso, nos ajudou a entender as dificuldades de conhecimentos básicos que os alunos trazem para o ensino de expressões algébricas no 8º ano. Também, nos inspirou sobre como organizar as estratégias dos objetivos de aprendizagem para a elaboração da sequência didática.

Em comunhão aos estudos dessa pesquisa, temos o artigo de **Dias e Silva (2019)** que definiram como objetivo em analisar as dificuldades dos erros dos alunos do 8º ano sobre o objeto matemático resoluções da equação do 1º grau.

A metodologia adotada teve uma abordagem qualitativa de um estudo de caso de natureza exploratória com instrumentos de coletas de dados a partir de uma avaliação diagnóstica aplicada a 14 discentes de uma turma de 22 alunos do 8º ano de uma escola municipal de Araçagi-PB.

Os resultados obtidos na pesquisa de Dias e Silva (2019) mostraram as dificuldades dos alunos participantes eram nas expressões mais complexas, nas resoluções das equações. Os autores desse artigo ressaltam que os erros frequentes se basearam em operar corretamente os termos não semelhantes, na aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, dificuldades em realizar a transposição de um termo de um membro para outro e no cálculo com operações aritméticas.

Para embasar seus estudos, os autores do artigo, buscaram aprofundar-se sobre a definição do pensamento algébrico. Para isso se aportaram em Lins e Gimenez (1997) e outros estudiosos, além de se assegurarem nos documentos oficiais (BNCC e os PCN). Em todo esse estudo, Dias e Silva (2019) encontraram a importância que o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio da inserção da linguagem algébrica contribui para sanar as dificuldades no estudo da álgebra nas escolas, além de permitir uma familiarização com os significados e estruturação do simbolismo que a álgebra propõe. Os autores ainda comungam da ideia de dar a devida importância à análise dos erros no processo de ensino e aprendizagem

O artigo de Dias e Silva (2019) nos trouxe reflexões a respeito de como o estudo da álgebra precisa ser bem definido para que nossos alunos tenham o mínimo possível de dificuldades (distorções) sobre o pensamento algébrico. Além de que, é muito importante que os discentes construam um embasamento teórico sobre as estruturas algébricas e se familiarizem das generalizações para que possam avançar aos objetos matemáticos posteriores ao ensino de expressões algébricas, visto que no estudo da álgebra temos seus conceitos encadeados.

Os trabalhos acadêmicos analisados durante o estudo diagnóstico nos proporcionou um amplo conhecimento e um leque de possibilidades nas informações recebidas e de como tratá-las em nossa pesquisa. Com isso, será permitido repensar em nossos próximos passos a fim de que pudessem ser analisados o processo investigativo de nossa metodologia para sanar as dificuldades no processo de ensino para a significação do pensamento algébrico.

2. 2. 2 Estudos Experimentais

Neste próximo quadro, mostraremos dois trabalhos que foram selecionados para os estudos experimentais, nele apresentamos as metodologias de ensino que foram testadas e favoreceram no aprendizado do estudo de expressões algébricas.

Quadro 7 – Revisão Bibliográfica - Estudos experimentais.

Categoria	Autor	Título	Natureza
Estudos experimentais	Monteiro (2016)	A aprendizagem algébrica no ensino fundamental: uma abordagem a partir dos recursos lúdicos e digitais.	dissertação
	Costa (2019)	O ensino de expressões algébricas por meio de atividades.	dissertação

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Monteiro (2016) inicia seu estudo com um apanhado histórico sobre o ensino da álgebra e o avanço da inserção da álgebra no currículo educacional no Brasil; explanou sobre a contribuição dos aportes teóricos da aprendizagem algébricas baseada em diferentes concepções sobre o ensino de Álgebra.

A questão que norteou sua pesquisa foi procurar saber se a utilização da linguagem algébrica, abstrata e sem significado para a maioria dos alunos e sua conexão com a língua materna é dificultada pelos recursos pedagógicos utilizados pelo professor. Para responder esse problema foi elencado o seguinte objetivo: analisar se as atividades lúdicas, incluindo os recursos tecnológicos, podem contribuir para o estabelecimento de um elo entre a língua materna e a linguagem algébrica; oportunizando uma aprendizagem rica em significados.

O lócus da pesquisa ocorreu na Escola Municipal José do Patrocínio, situada na zona urbana de Campos dos Goytacazes-RJ, teve 115 alunos envolvidos e distribuídos nas turmas do ensino fundamental: 30 alunos do 6º ano, 35 do 7º ano, 26 do 8º ano e 24 alunos do 9º ano. A metodologia teve uma abordagem qualitativa, de campo com procedimentos e instrumentos, dentre os quais tiveram a entrevista, o questionário, os pré-testes e a sequência didática, os quais foram de suma importância para validar o estudo da pesquisadora.

A autora buscou, após uma revisão de literatura, coletar dados após uma entrevista com 5 professores de matemática e os discentes que participaram desse processo nos ciclos do ensino fundamental. Os participantes dessa coleta de dados foram organizados em dois grupos: Grupo A, referentes ao 3º ciclo do ensino fundamental, 6º e 7º anos, no entanto, os alunos dos 6º anos não participaram do pré-teste; e grupo B, com os alunos dos 8º e 9º anos, referente ao 4º ciclo do ensino fundamental.

É interessante enfatizar para nossa pesquisa, que Monteiro (2016) utilizou os seguintes questionamentos nos pré-testes aplicados nos dois grupos e o resultado dessa coleta é descrito nas tabelas seguintes:

Tabela 1- Análise do pré-teste do Grupo A.

Questão/ Objetivo específico	Acertos	Em branco	Erros
1- Representar situações-problema utilizando a linguagem algébrica	15	5	15
2-Utilizar uma expressão algébrica para representar o perímetro de uma figura.	10	8	17
3-Representar situações-problema utilizando equações do 1º grau e resolvê-la.	8	5	22
4-Resolver equação do 1º grau	7	8	20
5-Identificar o padrão da sequência e descobrir alguns termos dela.	25	1	9

Fonte: Monteiro (2016, p.52).

Tabela 2- Análise do pré-teste do Grupo B.

Questão/ Objetivo	Acertos	Em branco	Erros
1- Representar situações-problema utilizando equações do 1º grau	18	18	22

2-Realizar generalizações, a partir de uma sequência de figuras.	30	5	15
3-Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.	30	10	10
4-Resolver uma situação-problema envolvendo sistema de equações do 1º grau com uma incógnita.	5	16	29
5-Sistema de equações do 1º grau com uma incógnita.	22	7	21
6-Operar com monômios e polinômios	4	10	36

Fonte: Monteiro (2016, p. 56).

A análise dos resultados do pré-teste permitiu que a pesquisadora comprovasse as dificuldades algébricas dos alunos, uma vez que se constatou nos dois grupos desta etapa da pesquisa que muitos alunos ainda não conseguiram registrar seus raciocínios de forma coerente porque não compreenderam a proposta do desafio ou não dominaram a linguagem simbólica apresentada. Neste sentido, a autora elencou os possíveis tópicos que deveriam ser trabalhados nas atividades da sequência didática.

Por isso, ao elaborar a sequência didática por ano de cada um dos referidos grupos acima, a pesquisadora distribuiu da seguinte forma:

✓ Aplicou-se 04 atividades para o 6º ano, cuja turma não respondeu ao questionário devido ainda não terem iniciado o estudo algébrico. Com isso, foi utilizado atividades de padrões, de regularidades com sequência numérica e geométrica, a malha quadriculada para que fosse desenhada a sequência seguinte dos padrões geométricos descobertos; ainda foi utilizado o software Poly para encontrar regularidades nos padrões da sequência dos elementos constituídos nos poliedros, com o objetivo de desenvolver o pensamento algébrico por meio da observação de regularidades e generalização.

✓ Aplicou 05 atividades no grupo A, para o 7º ano, quais sejam: jogo da memória, acha-me na malha, equilibrando balanças, equações com cartões coloridos e equações “com sentidos”. Essas atividades envolviam representações da linguagem materna para a linguagem algébrica e vice-versa, substituições de valores numéricos na expressão; utilização da balança tecnológica para aprender a usar as operações

inversas e o uso da linguagem simbólico, por meio dos cartões coloridos para resolver uma equação do 1º grau e aplicação em situações que “fazem sentido”. No final, foi pedido um relato por escrito dos fatos importantes ocorridos sobre a dinâmica realizada e das novas descobertas matemáticas.

✓ Aplicou 03 atividades no grupo B, para o 8º ano identificada por álgebra de vitrôs, jogo da velha e o uso do algeplan para o quadrado da soma. O objetivo dessas atividades era abordar os conceitos de monômios e polinômios e suas operações que os envolvessem.

✓ Aplicou 03 atividades no grupo B, para o 9º ano que envolveram sistema de equações do 1º grau, equações do 2º grau e equações envolvendo produto notáveis. Essas atividades foram importantes para que se observassem como os alunos aplicaram seus conhecimentos algébricos em objetos matemáticos posteriores.

É válido destacar que todos os encontros estavam previstos para durar 2 tempos de aula (1h 40min) e teve o objetivo de sanar as dificuldades identificadas nos pré-testes, questionários e entrevistas feitas anteriormente para verificar o nível de aprendizagem que os alunos conseguiram assimilar em aulas expositivas, que segundo os professores, se dinamizavam apenas no modelo monótono assunto-exemplos-exercícios. Os encontros iniciavam sempre com um feedback do conceito matemático para cada ano estudado, além de verificar a validação do uso do material utilizado, na versão digital e manipulável aplicado na sequência didática.

Nas atividades para as turmas do 7º e 8º anos foram identificadas propostas didáticas que satisfazem o nosso objeto matemático e nos ajudarão a construir nossa sequência didática. Aproveitamos para verificar as estratégias tomadas tanto pela pesquisadora, como pelas equipes montadas de alunos para organizar nosso objetivo e procedimento metodológico.

As considerações feitas por Monteiro (2016) sobre sua pesquisa foram satisfatórias, uma vez que houve o emprego dos recursos lúdicos e tecnológicos em práticas pedagógicas, como jogos, softwares e materiais manipuláveis mostraram foram ferramentas de ensino que promoveram a socialização e a motivação dos alunos em desenvolver habilidades até então não construídas por ele.

A autora relata que sua pesquisa favoreceu o desenvolvimento das linguagens oral, escrita e pictórica, as quais foram essenciais para a construção das

competências matemáticas em suas atividades, propostas pelos PCNs para o ensino fundamental.

A pesquisadora faz recomendações para estudos posteriores que possam aplicar as atividades do 6º ano aos anos iniciais do ensino fundamental de forma a trabalhar a pré-álgebra para melhorar o desempenho algébricos dos alunos nos anos escolares seguintes.

Recomendou ainda que possam avançar com a pesquisa nas turmas do 8º ano, como estender o estudo para outros casos de produtos notáveis e utilizar recursos lúdicos e tecnológicos; experimentar e analisar essa sequência didática em alunos da Educação de Jovens e Adultos – EJA.

Por fim, a autora da pesquisa conjectura que as novas abordagens de estudo para conceitos algébricos possam contribuir cada vez mais ao processo de ensino e aprendizagem para que a álgebra seja compressiva e praticada em todo o ensino fundamental.

Costa (2019) objetivou analisar as potencialidades de uma sequência didática desenvolvida para o ensino de expressões algébricas, diferente das práticas usuais, orientada pela seguinte questão de pesquisa: quais as contribuições que uma sequência didática, desenvolvida nos padrões do ensino por atividades, pode trazer para reduzir as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de expressões algébricas?

O estudo foi realizado com 90 estudantes egressos do 8º ano do ensino fundamental e 35 professores de Matemática da Educação Básica. A experimentação da pesquisa foi realizada com 30 alunos do ensino fundamental de uma escola pública estadual do município de Barcarena – PA.

Costa (2019) elaborou uma sequência didática direcionada às seguintes hipóteses: (1) A execução de uma proposta metodológica sobre o ensino de expressões algébricas para alunos do 8º ano do ensino fundamental com auxílio de uma sequência didática capaz de gerar um desempenho acima da média dos alunos quando submetidos a questões, as quais envolva os conteúdos propostos nesta pesquisa; e (2) O ensino de expressões algébricas por meio de sequência didática sugerida nesta pesquisa proporciona aos alunos o descobrimento de conceitos e propriedades deste conteúdo sem que o professor os apresente.

Como metodologia foi utilizada a Engenharia Didática que se divide nas seguintes etapas: Análises prévias; Concepção e Análise a priori; Experimentação e Análise a posteriori e Validação.

Como resultado do estudo de campo realizado com os professores e alunos egressos por meio de questionário, Costa (2019) teve uma noção de como está o ensino de expressões algébricas nas escolas públicas e pode elaborar uma sequência didática formada por 9 atividades, com o objetivo de conceituar o objeto de estudo, definir termo algébrico, classificar as expressões algébricas, reconhecer termos semelhantes, calcular o valor numérico, somar e subtrair termos semelhantes, multiplicar e dividir monômios.

Para a aplicação da sequência didática foram realizados 7 encontros, cada um com 2 ou 3 aulas, o que ao final totalizou 18 aulas para a experimentação, a qual foi constituída de gravação de áudios, diário de bordo e coleta das atividades dos alunos participantes da pesquisa. Essa experimentação foi realizada por uma turma matutina formada por 30 alunos, os quais foram divididos em 6 grupos de 5 componentes fixos para realizarem todas as atividades.

O autor descreveu os principais resultados obtidos na terceira fase da Engenharia Didática:

Na atividade 1, alguns alunos demonstraram certas dificuldades para preencher o quadro na coluna em que se refere a representação da situação; outros, tiveram facilidade no entendimento da atividade, perceberam a existência de situações em que as representações não são feitas, apenas por números, e sim, pelo uso de letras do alfabeto para representar valores desconhecidos.

Nas atividades 2 e 3, os grupos de alunos não demonstraram dificuldades para a realizá-la, uma vez que os estudantes puderam identificar como se dá a constituição das expressões e como são classificadas de acordo como são formadas: por um termo, por dois termos, por três termos ou por mais de três termos.

A atividade 4, comprovou-se a facilidade dos estudantes em distribuir os monômios em grupos com a mesma parte literal e, com isso, responderam adequadamente à pergunta final da atividade. Sendo assim, os alunos obtiveram por meio dessa atividade o entendimento sobre o reconhecimento dos termos semelhantes.

Na atividade 5, algumas dificuldades foram demonstradas por parte de alguns alunos ao estabelecer a relação na expressão do perímetro do retângulo, ao passo de não se atentaram que havia dois comprimentos e duas larguras no polígono.

Nas atividades 6 e 7, os estudantes demonstraram facilidade para a compreensão e para a resolução dela, pois auxiliados pelo kit área, efetuaram os cálculos com agilidade e elaboraram de forma adequada uma maneira de obter os resultados sem utilizar o material manipulável.

Na atividade 8, (COSTA, 2019, p. 89), o aplicativo photomath utilizado, serviu de auxílio para os estudantes, que evidenciaram agilidade na resolução dos itens ao perceberem que o aplicativo multiplicava as partes reais dos monômios e garantia o termo com a mesma base somando apenas os seus expoentes.

E por fim, na atividade 9, os alunos sentiram algumas dificuldades em executar a tarefa, no entanto, um determinado grupo conseguiu perceber que o aplicativo dividia as partes reais dos monômios e assegurava o termo com a mesma base subtraindo os seus expoentes.

De acordo com as análises feitas as atividades, quanto ao desenvolvimento dos alunos e conforme os recortes dos diálogos observados, constatou-se que houve indícios da aprendizagem nos conceitos formalizados na sequência didática.

Ao aplicar o teste de dez questões ao final das atividades da sequência didática, tanto na turma do experimento, quanto na outra turma, a qual o autor denominou de controle, foi verificado qual maneira os discentes empregavam os conceitos na resolução de questões.

Dessa forma, ao comparar os resultados apresentados pelos alunos das duas turmas que realizaram o teste final, foi verificado que os alunos da primeira turma obtiveram um aproveitamento muito maior em relação aos alunos da segunda turma, haja vista que, os alunos da turma do experimento alcançaram um percentual geral de acertos acima da média.

De modo geral, ao comparar as análises a priori e a posteriori das atividades que compõem a sequência didática sobre o ensino de expressões algébricas, em sintonia com as hipóteses presentes no estudo, o pesquisador constatou que todas as atividades aplicadas foram positivas, o que torna a sequência válida para o ensino e aprendizagem de expressões algébricas.

Os resultados da pesquisa realizada por Costa (2019) concluíram que a sequência didática executada foi eficaz em relação aos alunos ao estimulá-los a

perceber os padrões envolvidos na reconstrução do conhecimento a partir da identificação de regularidades e do estabelecimento de generalizações.

Em relação ao professor, a sequência didática teve pontos positivos ao promover um cenário didático de múltiplas intervenções que, baseado nas percepções dos alunos, tem a oportunidade de formalizar, juntamente com o aprendiz, os objetos matemáticos e sistematizar resultados.

E referente ao saber, o autor conclui que a aplicação dessa sequência didática teve papel importante ao permitir uma abordagem didática na reconstrução do objeto em estudo a partir de seu significado, procedimentos operacionais e mobilização de saberes.

A pesquisa realizada por Costa (2019) também se fez satisfatória devido à compreensão da necessidade de buscar uma metodologia que solucionasse a problemática do seu estudo.

Ao passo que o autor se empossou nas teorias descritas anteriormente, como as teorias das Situações Didáticas, foi possível construir uma sequência didática estruturada no modelo proposto por Cabral (2017) com um conjunto de intervenções durante as aplicações das atividades, as quais segundo o próprio teórico citado garante formar um “elo de conhecimento” e ainda, estimular a participação ativa dos discentes.

O modelo da Sequência Didática descrito por Costa (2019) é bem elaborado e é formado por título, objetivo, material e procedimentos utilizados que seguiram as orientações das Unidades Articulas de Reconstrução Conceitual- UARC que permite uma facilidade nas intervenções do professor ao mediar a (re)construção de conceitos sobre o objeto de estudo pelos próprios alunos.

À medida em que o autor aplicou as atividades na turma do experimento, foi evidenciado o amadurecimento nos conceitos do objeto em estudo e a participação cada vez maior entre os componentes do grupo.

No entanto, é percebido que mesmo a sequência didática ter tido êxito na pesquisa do autor, é observado uma certa “fragilidade” na elaboração das atividades, visto que Costa (2019) se preocupou muito na elaboração da execução das etapas da Engenharia Didática, mas ao elaborar as intervenções escritas, principalmente na elaboração das atividades, no que se refere as intervenções iniciais, as quais Cabral (2017) aponta como “Exploração Potencial” por permitir ao professor desencadear múltiplas formas de iniciar sua sequência didática e deixá-las mais enriquecidas.

Dessa forma, como contribuição ao trabalho do autor dessa pesquisa, seria viável que fosse adotado um cenário didático em um ambiente mais fértil de possibilidades de promover a curiosidade intelectual do aluno. Por exemplo, a sequência didática poderia ter sido introduzida com uma situação problema, um material manipulável que envolvesse ludicidade ou mesmo algo relacionado a faixa etária da turma, a qual o professor/pesquisador pudesse utilizá-lo no transcorrer do desenvolvimento as questões das nove atividades.

Essa sugestão apresentada ocorre ao observar que o autor foi feliz ao trazer para a turma um material diferenciado para apresentar o objeto em estudo, como por exemplo, o kit área, o qual é um recurso didático bem simples, porém permitiu que os discentes fossem capazes de construir seu próprio conceito de termo semelhante a partir das intervenções do professor/pesquisador.

Embora o autor tenha mostrado uma certa fragilidade no desenvolvimento da construção das questões das atividades de sua sequência didática, é importante frisar que ao adotar múltiplas intervenções como cenário didático, os alunos da turma do experimento conseguiram perceber uma motivação diferenciada na aula, a qual não são acostumados a ter, o que possivelmente os atraiu para a resolução das atividades e a construção de significados para a representação dos conceitos matemáticos adquiridos.

Portanto, isso comprova que numa pesquisa é necessário elaborar e estruturar bem os procedimentos utilizados para uma metodologia, pois as análises a priori e a posteriori devem comungar para um resultado positivo da hipótese da pesquisa e garantir a mobilização dos saberes dos alunos, como foi evidenciado no estudo de Costa (2019) e pretendemos nos atentarmos quando elaborarmos nossa sequência didática.

A seguir no quadro 8, apresentaremos a síntese dos estudos aqui discutidos, tanto diagnósticos como experimentais.

Quadro 8 - Síntese da revisão dos estudos.

Autor/título/Ano	Síntese do estudo
Antônia Zulmira da Silva (2012) Pensamento algébrico e equações no ensino fundamental: uma	Construiu um quadro norteador com doze indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico, o qual destacou nove nas cinco atividades de aprendizagem construídas de forma

contribuição para o caderno do professor de matemática do oitavo ano.	significativa, tranquila no caderno do professor com base nas concepções algébricas.
Adriana Bonadiman (2007) Álgebra no ensino fundamental: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas.	Mostrou outras representações simbólicas das generalizações no uso das propriedades envolvidas nas operações entre expressões algébricas, o que proporcionou a substituição do material manipulativo por representações mentais e, posteriormente, por representações em escrita algébrica simbólica.
Ayrton Góes de Magalhães (2016) Construção de conceitos algébricos com alunos do 7º ano.	Considerou que a maioria dos alunos consegue identificar e desenhar os elementos que completam uma sequência. As atividades desenvolvidas foram direcionadas a investigar a construção gradativa da linguagem algébrica e aperfeiçoar esse estudo com mais propriedade para os anos seguintes da educação básica afim de diminuir as dificuldades prévias que os alunos trazem para o ensino de expressões algébricas no 8º ano, locus de nossa pesquisa.
Graciana Ferreira Dias e Petrônio Fernandes da Silva (2019) Dificuldades encontradas na resolução de equações do 1º grau: análise de erros de uma turma do 8º ano.	Mostraram as dificuldades dos alunos participantes na complexidade das expressões envolvidas, nas resoluções das equações. Os erros frequentes se basearam em operar corretamente os termos não semelhantes, na aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, dificuldades em realizar a transposição de um termo de um membro para outro e no cálculo com operações aritméticas. Ressaltaram da importância que o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio da inserção da linguagem algébrica contribui para sanar as dificuldades no estudo da álgebra, além da familiarização com os significados e estruturação do simbolismo que a álgebra propõe.
Fernanda de Araújo Monteiro (2016) A aprendizagem algébrica no ensino fundamental: uma abordagem a partir dos recursos lúdicos e digitais.	O emprego dos recursos lúdicos e tecnológicos em práticas pedagógicas, como jogos, softwares e materiais manipuláveis mostraram ser ferramentas de ensino que promoveram a socialização e a motivação dos alunos em desenvolver habilidades até então não construídas por ele. A pesquisa favoreceu o desenvolvimento das linguagens oral, escrita e pictórica, as quais foram essenciais para a construção das competências matemáticas em suas atividades.

Airton da Silva Costa (2019) O ensino de expressões algébricas por meio de atividades	Construiu uma sequência didática estruturada no modelo proposto por Cabral (2017) com um conjunto de intervenções durante as aplicações das atividades, as quais segundo o próprio teórico citado garante formar um “elo de conhecimento” e ainda, estimular a participação ativa dos discentes. A SD foi elaborada por 9 atividades, com o objetivo de conceituar o objeto de estudo, definir termo algébrico, classificar as expressões algébricas, reconhecer termos semelhantes, calcular o valor numérico, somar e subtrair termos semelhantes, multiplicar e dividir monômios. De acordo com as análises feitas as atividades, quanto ao desenvolvimento dos alunos e conforme os recortes dos diálogos observados, constatou-se que houve indícios da aprendizagem nos conceitos formalizados na sequência didática.
---	--

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Sendo assim, esta revisão de estudos, podemos constatar a importância do ensino e aprendizagem do ensino de expressões algébricas e entender como se dá a sua constituição. Analisamos propostas de ensino bem-sucedidas que partiram de uma análise dos elementos históricos e matemáticos constituintes do objeto matemático, conhecimentos prévios, obstáculos de aprendizagem e sobre as teorias e metodologias de ensino e aprendizagem para melhor fundamentação e embasamento das propostas de ensino.

A partir desses estudos, foi observado que a sequência didática, a qual posteriormente será apresentada precisa contribuir para os professores e estudantes, no sentido de propor estratégias de aprendizagem coerentes com a realidade dos estudantes, de modo que compreendam a linguagem e o pensamento algébrico para que as operações algébricas apresentem mais sentido em suas práticas.

2. 3 ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

Nesta análise de livros didáticos, o foco do nosso estudo está em observar como o objeto matemático é desenvolvido, segundo a organização hierárquica de soluções de problemas pela taxonomia dos objetivos educacionais de Bloom. Esta análise originou-se de uma disciplina do curso onde desenvolvemos esta pesquisa de mestrado cujo objetivo era avaliar um dos principais recursos didático adotado nas escolas públicas: o livro didático.

Assim, ao analisarmos os livros didáticos, observamos sua estrutura de ensino de Expressões Algébricas em 04 livros didáticos do 8º ano do ensino fundamental contemplados no período de divulgação pelo Programa Nacional do Livro Didático-PNLD em 2015 e 2018.

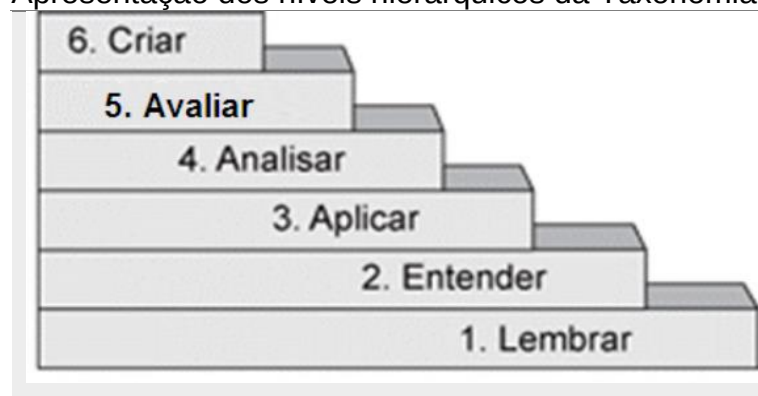
Quadro 9 - Livro Didáticos Analisados

Categoria	Autor/ Ano/ Editora	Tema
Análise dos livros didáticos	Bianchini (2018)	Matemática
	Dante (2015)	Projeto Teláris
	Dante (2018)	Projeto Teláris
	Bigode (2015)	Matemática do Cotidiano

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Destacamos nos livros analisados os tópicos relacionados a Expressões Algébricas, segundo a taxonomia dos objetivos educacionais *de Bloom*, que é uma estrutura de organização hierárquica de categorias cognitivas de soluções de problemas que exigem capacidades intelectuais, e principalmente, para validação da devolutiva da assimilação de alunos no período estudado, como ilustra a figura 4.

Figura 5- Apresentação dos níveis hierárquicos da Taxonomia de Bloom.



Fonte: Google imagens

Essa estruturação é resultado de um processo de planejamento que está diretamente relacionado à escolha do conteúdo, de procedimentos, de atividades, de recursos disponíveis, de estratégias, de instrumentos de avaliação e da metodologia a ser adotada por um determinado período. Sendo assim, criam-se expectativas e

diretrizes para o processo de ensino que fazem parte do processo de avaliação da aprendizagem destacados ao objeto matemático estudado.

O objetivo de apresentar os resultados da análise de 4 livros didáticos do 8º ano do ensino fundamental a partir das questões que são apresentadas sob critérios da Taxonomia de Bloom de acordo com os objetivos educacionais do domínio cognitivo para o ensino de Expressões Algébricas, bem como, identificar os níveis dos objetivos educacionais presentes em cada livro didático e verificar quais níveis educacionais são mais evidenciados nos livros didáticos utilizados no 8º ano do ensino fundamental.

Antes de fazer a análise dos livros, apresentamos a descrição de cada nível da Taxonomia de Bloom na dimensão dos processos cognitivos na perspectiva do aluno, haja vista que são essas as categorias analisadas em cada questão proposta no livro para serem classificadas:

- **Relembrar/ Conhecer:** O aluno irá recordar, resgatar ou reconhecer informações, ideias e princípios na forma aproximada em que foram aprendidas;
- **Entender/Compreender:** O aluno traduz, compreende, constrói ou interpreta significados a partir de mensagens orais, escritas e comunicações gráficas com base no conhecimento prévio.
- **Aplicar:** O aluno seleciona, transfere, executa ou usa um procedimento numa dada situação com um mínimo de superação;
- **Analisar:** O aluno distingue, classifica e relaciona pressupostos, hipóteses, evidências ou estruturas de uma questão;
- **Avaliar:** O aluno aprecia, avalia ou critica julgamentos baseados em critérios e padrões específicos;
- **Criar:** O aluno cria, integra, elabora, desenvolve, reorganiza e combina ideias num produto ou elementos em um novo padrão ou estrutura.

De acordo com esses níveis de categoria cognitiva que organizam a habilidade do aluno nas atividades, identificamos o número de vezes que os objetivos educacionais aparecem no livro didático do 8º ano do ensino fundamental no processo de ensino de Expressões Algébricas: Bigode (2015), Dante (2015), Dante (2018) e Bianchini (2018).

No quadro 10, temos a análise do livro do 8º ano da coleção Matemática de Bianchini 2018, analisado pelo capítulo 4, o qual aborda o Cálculo Algébrico; e o

capítulo 5, que trabalha com Polinômios e Frações algébricas, no entanto neste último capítulo, foi analisado até as operações de Polinômios.

Quadro 10 - Livro didático: Matemática de Bianchini - 8º ano – 2018.

Classificação dos objetivos educacionais	Número de vezes que os objetivos educacionais aparecem do livro didático					
	Cálculo Algébrico			Polinômios		
	Conceito de Expressões Algébricas	Valor numérico	Monômios e Operações com Monômios	Polinômios	Operações com polinômios	Total
Lembrar	1	-	4	-	-	5
Entender	1	1	10	3	4	19
Aplicar	-	6	15	2	21	44
Analisar	2	5	-	1	2	10
Avaliar	-	-	-	-	1	1
Criar	-	1	1	-	3	5

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Percebemos no quadro 10, que há um enfoque maior nas operações com monômios e operações com polinômios e uma conceituação direta sobre expressões algébricas.

No quadro 11, são identificados os resultados encontrados no livro do 8º ano da coleção projeto Teláris de Dante 2018, verificado no capítulo 3, o estudo de expressões algébricas, equações e proporcionalidade, o qual foi evidenciado as questões das Expressões Algébricas até Operações de Polinômios.

Quadro 11 - Livro didático: Projeto Teláris de Dante - 8º ano – 2018.

Classificação dos objetivos educacionais	Número de vezes que os objetivos educacionais aparecem do livro didático				Total
	Expressões Algébricas e Valor numérico	Monômios	Polinômios	Operações com Monômios e Polinômios	

Lembrar	1	-	-	-	1
Entender	4	-	-	1	5
Aplicar	2	-	-	10	12
Analisar	4	4	5	-	13
Avaliar	3	1	-	3	7
Criar	1	1	-	1	3

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Tem-se pelo quadro 11 que Dante (2018) fez um enfoque maior e em todos os níveis da taxonomia de Bloom para Expressões Algébricas e valor numérico e em nível de aplicação predominou as operações com monômios e polinômios.

No quadro 12, foram apresentados os resultados encontrados no livro do 8º ano da coleção projeto Teláris do ano 2015, onde no capítulo 2 são exploradas as Expressões Algébricas e no capítulo 4, que se dedica ao cálculo algébrico até o estudo de Produtos Notáveis.

Quadro 12 - Livro didático: Projeto Teláris de Dante - 8º ano – 2015.

Classificação dos objetivos educacionais	Número de vezes que os objetivos educacionais aparecem do livro didático						Total
	Expressões Algébricas		Cálculo Algébrico				
	Expressões Algébricas	Valor numérico	Monômios e operações de Monômios	Polinômios	Operações com polinômios	Produtos Notáveis	
Lembrar	7	1	3	-	-	4	15
Entender	3	5	1	5	2	3	19
Aplicar	1	3	5	1	5	5	19
Analisar	4	-	1	2	2	-	9
Avaliar	1	-	2	1	1	1	6
Criar	3	-	-	-	1	-	4

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Verificamos no quadro 12, que nessa obra foi explorada em todos os níveis da taxonomia de Bloom as Expressões Algébricas, tendo ênfase também na maioria dos níveis para operações com monômios e operações com polinômios.

No quadro 13 apresentamos os resultados das análises no livro do 8º ano da coleção Matemática do cotidiano Bigode (2015). No capítulo 2 é discorrido sobre

linguagem algébrica e no capítulo 5 sobre o cálculo algébrico e explora o estudo de polinômios. É importante ressaltar que o autor inicia o capítulo 5, lembrando as propriedades de potenciação; e ainda no capítulo 6, trabalha com Produtos Notáveis e Fatoração.

Quadro 13 - Livro didático: Matemática do cotidiano de Bigode - 8º ano – 2015.

Classificação dos objetivos educacionais	Número de vezes que os objetivos educacionais aparecem do livro didático				
	Linguagem Algébrica		Cálculo Algébrico	Produtos Notáveis	Total
	Linguagem algébrica e Expressões Algébricas	Monômios	Polinômios e Operações com polinômios	Produtos Notáveis	
Lembrar	1	-	1	-	2
Entender	2	-	8	-	10
Aplicar	6	-	12	2	20
Analisar	-	-	2	3	5
Avaliar	-	-	3	-	3
Criar	-	-	-	3	3

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Perecemos pelo quadro 13 que Bigode (2015) não deu ênfase em ao estudo de monômios e que abordou poucos níveis da taxonomia a linguagem algébrica, de modo que deu majoritária atenção a quase todos os níveis de objetivos educacionais ao estudo de polinômios e operações com polinômios.

Assim sobre o que apresentamos nos quadros 10, 11, 12 e 13, foi possível observar os números de vezes que os objetos educacionais cognitivos aparecem nos exercícios dos livros didáticos analisados segundo a Taxonomia de Bloom.

No livro de Bianchini, 2018 é identificado que os níveis: aplicação (44), entendimento (19) e análise (10) aparecem com maior frequência e são muito explorados, enquanto a avaliação foi identificada uma única vez.

Nos livros do Projeto Teláris na versão 2015 e 2018, é observado uma diferença na forma como livro estrutura seus capítulos para explorar o objeto Matemático Expressões Algébricas. Na versão 2015, o estudo desse objeto Matemático é apresentado em dois capítulos, para apresentar a linguagem algébrica e cálculo algébrico; nele também se verifica que há 72 atividades propostas aos alunos, as quais se classificam em 19 de aplicação, 19 para compreensão, 15 de Conhecimento,

9 para análise, 6 de avaliação e apenas 4 que permite o aluno a criar e elaborar ideia própria de acordo com o que foi aprendido.

Na versão 2018, o livro do projeto Teláris aparece com uma nova estrutura e estuda as Expressões Algébricas de forma mais sintetizada, com poucos exercícios e apenas em um capítulo, o qual é dividido em uma linguagem algébrica e cálculo algébrico que descreve as operações dos monômios e polinômios e suas relações. Essas atividades ficaram organizadas e identificadas com mais questões envolvendo Análise (13) e Aplicação (12), mas é possível evidenciar questões de avaliação (7) e poucas atividades ao nível para compreensão (5), elaboração (3) e uma questão para a relembrar o conhecimento.

No livro de Matemática do Cotidiano de Bigode (2015), foi observado o quanto o autor explorou a unidade Álgebra. O estudo de Expressões Algébricas, foi verificado em três capítulos na coleção para contemplar alunos do 8º ano do ensino fundamental. O capítulo 2, faz referência a introdução a linguagem Algébrica e propõe 1 questão de conhecimento, 2 para entender e 6 de aplicação. No capítulo 5, é explorado o cálculo algébrico com as operações de Monômios e Polinômios, de forma que nas 26 atividades propostas, há em maior número as questões de aplicação (12) e entendimento (8), porém não é identificado nenhuma questão de elaboração pelo aluno.

No capítulo 6 de Bigode (2015) foi abordado o estudo de Produtos Notáveis e Fatoração, o qual para este estudo se analisou apenas questões de Produtos Notáveis. Foram observadas 3 questões que explorassem a criatividade dos alunos na elaboração e desenvolvimento de atividades; também em mesma quantidade, houve questões de análise e apenas 2 de aplicação.

Foi evidenciado nos livros didáticos analisados que a estrutura apresentada nas atividades propostas é resultado de um processo de planejamento que está diretamente relacionado ao objetivo que se quer alcançar ao propor o estudo de Expressões Algébricas para cada capítulo explorado em um determinado período de tempo e que fazem parte do processo de avaliação da aprendizagem deste objeto matemático.

Ao propor a análise de questões sobre o ensino de Expressões Algébricas nos livros didáticos, segundo os critérios avaliativos utilizados na Taxonomia de Bloom, foi verificado como está organizado os níveis de complexidade que os livros didáticos propõem ao processo educacional.

Sendo assim, foram identificados os níveis dos objetivos educacionais presentes em cada livro didático e verificado quais níveis educacionais são mais evidenciados no 8º ano do ensino fundamental de acordo com os livros didáticos utilizados neste estudo em um período, como mostra o quadro 14 de síntese do estudo de livros didáticos.

Quadro 14- Síntese da análise dos livros didáticos.

Natureza do estudo	Autor/ Ano Tema	Observações	Categorias apresentadas da Taxonomia de Bloom
Livros didáticos	Bianchini (2018) Matemática	Temos no capítulo 4, a abordagem do Cálculo Algébrico; e no capítulo 5, o estudo de Polinômios e frações Algébricas, no entanto neste último capítulo, será analisado até as operações de Polinômios.	Aplicação (44), entendimento (19) e análise (10) aparecem com mais frequência e Avaliação (01)
	Dante (2015) Projeto Teláris	É verificado no capítulo 2, o estudo de Expressões Algébricas e no capítulo 4, a dedicação em trabalhar com o Cálculo Algébrico até o estudo de Produtos Notáveis.	Há 72 atividades propostas aos alunos: 19 de aplicação, 19 para compreensão, 15 de Conhecimento, 9 para análise, 06 de avaliação e apenas 04 de criar e elaborar ideia própria
	Dante (2018) Projeto Teláris	É verificado no capítulo 3, o estudo de expressões algébricas, equações e proporcionalidade, o qual foi analisado as questões das expressões algébricas até operações de polinômios	Análise (13) e Aplicação (12), Avaliação (7), Compreensão (5), Elaboração (3) e uma questão para a relembrar o conhecimento.

	Bigod e (2015)	É verificado no capítulo 2, o estudo da linguagem algébrica e no capítulo 5, o trabalho sobre o cálculo algébrico, o qual explora o estudo de polinômios. É importante ressaltar que o autor inicia o capítulo 5, relembrando as propriedades de potenciação; e ainda no capítulo 6, trabalha com Produtos Notáveis e Fatoração e será verificado somente o primeiro objeto matemático.	Conhecimento (01); entender (10); análise (03); aplicação (20) e criatividade (03)
--	----------------	---	--

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Diante dos resultados apresentados, foi evidenciado que as questões que os livros didáticos analisados mais exploram, segundo os objetivos educacionais do domínio cognitivo da Taxonomia de Bloom, são os de aplicação para validar a aprendizagem dos conhecimentos propostos aos alunos sobre Expressões Algébricas.

No entanto, observamos que todos os níveis dessa categoria cognitiva foram contemplados, o que nos transmite mais expectativas para o processo de construção do conhecimento do ensino de Expressões Algébricas de forma a aprimorar o pensamento algébrico a partir da familiarização da linguagem algébrica.

2. 4 CONCEPÇÕES DE PROFESSORES

Para alcançar o objetivo desse levantamento de dados que seria de diagnosticar o ensino de Expressões Algébricas buscamos, junto a Secretaria Municipal de Educação (SEMED) de Cametá, o número exato de professores concursados que atuam no ensino fundamental na rede pública e obtivemos a resposta que há 74 docentes de Matemática. Contudo, devido ao cenário pandêmico que estamos enfrentando, não foi possível entrar em contato com todos, mas conseguimos o contato de 65, dos quais apenas 42 responderam ao nosso formulário.

Para analisar as percepções dos professores quanto ao ensino de Expressões Algébricas, realizamos no período de 23/11/2020 a 08/12/2020 uma pesquisa com esses profissionais em educação, os quais responderam a um questionário on-line,

via google formulário compartilhado individualmente via WhatsApp, composto de 20 perguntas.

Esse questionário foi dividido em três categorias, a seguir:

- i. Perfil dos professores: questões 02 a 09
- ii. Perfil da prática docente e formação continuada: questões 10 a 13
- iii. Perfil da prática docente sobre o ensino de Expressões Algébricas: questões 14 a 20.

A primeira pergunta do questionário foi destinada ao termo de consentimento livre e esclarecido, para que nossos participantes da pesquisa pudessem nos autorizar a usar suas respostas para fins acadêmicos de nosso estudo.

No perfil dos professores, buscamos coletar as informações como idade, sexo, formação inicial e continuada, tempo de serviço, número de escolas lecionadas no ensino fundamental, quantidade média de alunos por turma e o tempo médio da hora/aula ministrada, para que pudéssemos caracterizar a amostra que compõem nosso estudo em questões pessoais e individuais.

No perfil da prática docente e formação continuada, queremos verificar o comprometimento e a contribuição de sua experiência no processo de ensino.

Por isso, fizemos as seguintes perguntas: o que falta em sua aula quando está lecionando? Procuramos saber se o professor participa da formação continuada quando a rede de ensino oferece? Em que se baseiam ao selecionarem os objetos de conhecimentos de matemática? E se costumam investigar o conhecimento prévio dos alunos sobre o que estão ensinando? Comprometidos com o ensino de seus alunos, e ainda, se os docentes se preocupam em dar continuidade a sua formação para melhor atendê-los.

E no último bloco de perguntas, reservamos as questões que contemplam o perfil docente no ensino de Expressões Algébricas, confiantes que as informações fornecidas nos ajudarão a responder à questão norteadora deste artigo.

As perguntas relacionadas ao ensino de Expressões Algébricas foram: como costumam iniciar a aula desse tema? Quais os métodos utilizados para ensinar? Qual o “feedback” que costuma realizar para saber se sua turma aprendeu o assunto? Qual o número de aula utilizada para ensinar o objeto em estudo?

E ainda, selecionamos dez tópicos abordados no ensino de Expressões Algébricas a partir de nossa experiência profissional e pesquisados em livros didáticos

selecionados pelo município de Cametá para saber quais eles costumam ensinar e qual o grau de dificuldade que seus alunos costumam apresentar?

Os tópicos selecionados foram: definição; valor numérico de uma expressão algébrica, particularidade das expressões algébricas, operações com monômios, como adição, subtração, multiplicação e divisão; operações com polinômios, tais como adição, subtração, multiplicação e divisão e o estudo de Expressões Algébricas e as equações.

Para uma última pergunta de nosso questionário, deixamos em aberto para que nossos professores pesquisados pudessem contribuir, caso achassem necessário, com mais algum aspecto referido ao ensino de expressões algébricas.

Todos os formulários foram avaliados e tabulados para que a seguir, na seção análise de resultados pudéssemos apresentar nossas percepções aos achados na pesquisa.

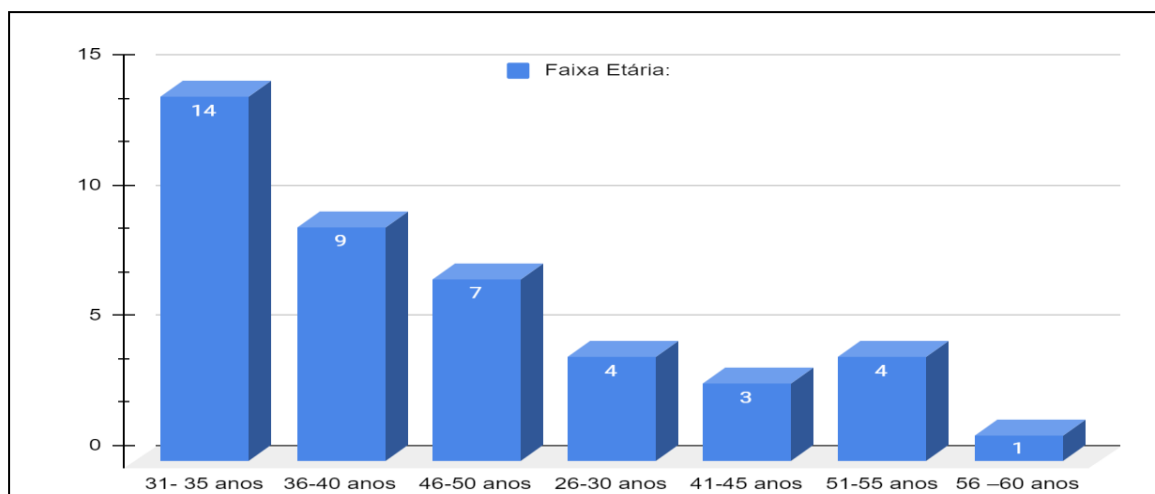
Com base nos achados da pesquisa, fizemos uma análise amparada na estatística descritiva para relacionar os resultados obtidos no questionário ao processo de ensino e aprendizagem segundo alguns teóricos que abordam a mesma linha de pesquisa do objeto em estudo.

2. 4. 1 Análise do perfil dos professores

Analisar o perfil dos professores é importante para verificarmos qual a amostra encontrada para nossa pesquisa, por isso reservamos oito questões para filtrar as informações dos achados na pesquisa que nos ajudarão, posteriormente, a compreender o objetivo do estudo, tais como: idade, sexo, formação inicial e continuada, tempo de serviço e outras quatro questões que envolvem suas características no estabelecimento de ensino.

O gráfico 1 ilustra, em números, a quantidade dos consultados quanto a faixa etária, observamos que a maioria tem entre 31 e 35 anos, o que nos garante uma amostra de profissionais relativamente jovem que atuam em sala de aula.

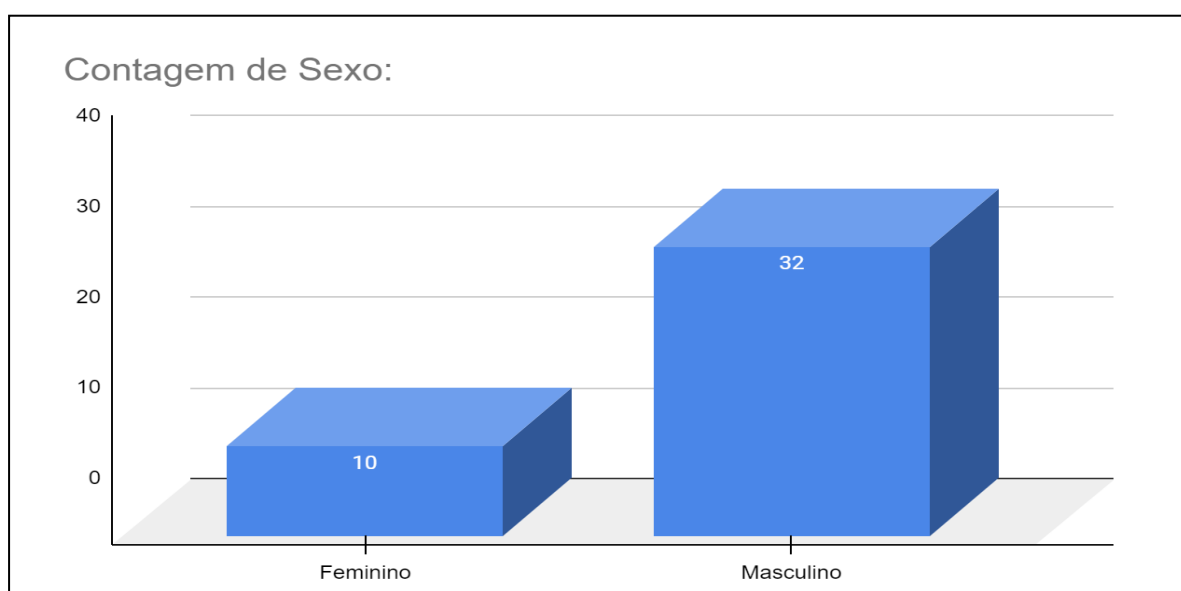
Gráfico 1 - Contagem da faixa etária dos professores de Matemática



Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Temos o perfil quanto ao sexo desses profissionais. No gráfico 2, percebemos uma predominância do sexo masculino com 76,2% dos participantes. O que não nos causa espanto, uma vez que o curso de Matemática vem crescendo ainda em passos lentos na entrada e permanência das mulheres no curso, como afirma Sousa (2020). Por esse motivo, ficamos satisfeitos em ver 10 professoras responderem ao nosso questionário e poder contribuir com nossa pesquisa.

Gráfico 2 - Contagem do sexo dos professores de Matemática

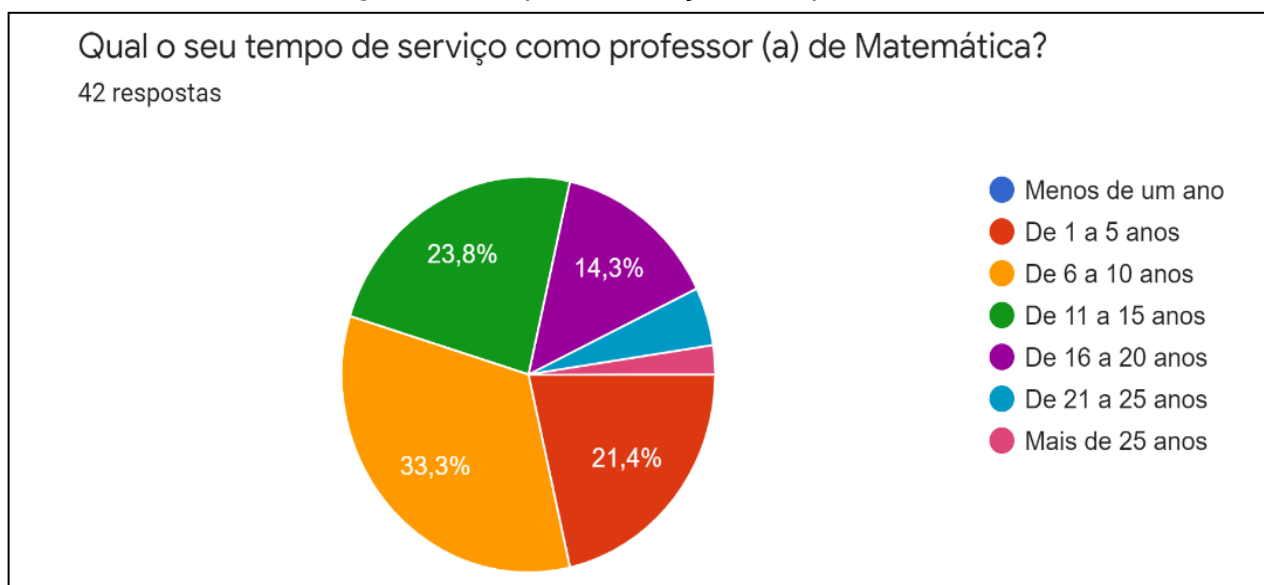


Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

O percentual que maior aparece no tempo de serviço como professor de matemática é de 33,3%, ou seja, 14 dos 42 docentes exercem essa profissão no

período entre 6 a 10 anos e 23,8% (10 participantes) realizam suas atividades profissionais entre 11 a 15 anos. Essas informações são relevantes para verificar o número de professores com mais experiências e os que estão em início de carreira, como mostra o gráfico 3.G

Gráfico 3 - Contagem do tempo de serviço como professor de matemática



Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Percebemos na amostra, a contagem da formação inicial e continuada desses profissionais. Constatamos que todos têm graduação em Matemática e 80,95% dos docentes possuem pós-graduação, especificamente 17 dos 42 professores possuem especialização e 10 tem mestrado ou estão em andamento em seus estudos, o que nos motiva em saber que os professores buscam aperfeiçoar seus conhecimentos e engrandecer a educação do município de Cametá, como podemos verificar no quadro 14 com detalhe a frequência das resposta para a contagem da formação.

Quadro 15 - Formação Inicial e Continuada dos professores da pesquisa.

Formação Inicial e Continuada dos professores da pesquisa.	Frequência da resposta	Frequência relativa
Graduação em Matemática	08	19,05%
Graduação em Matemática e Especialização	06	14,29%
Especialização	18	42,86%

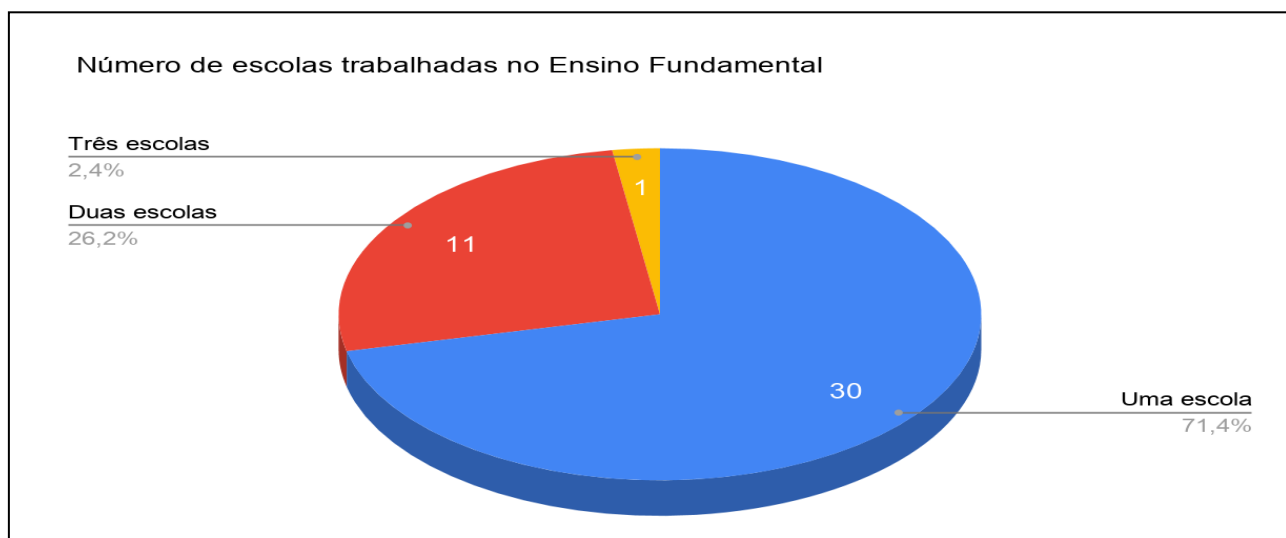
Graduação em Matemática, Especialização e Mestrado	01	2,38%
Mestrado em andamento	05	11,90%
Mestrado	4	9,52%
Total	42	100%

Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Em relação a descrição das características do trabalho dos pesquisados temos: o número de escolas, a quantidade média dos alunos por turma, o tempo em minutos da duração da hora/aula e as principais formas de avaliação.

No gráfico 4, temos a quantidade de escolas trabalhadas no nível fundamental pelos docentes da amostra.

Gráfico 1 - Contagem da quantidade de escolas trabalhadas no ensino fundamental.

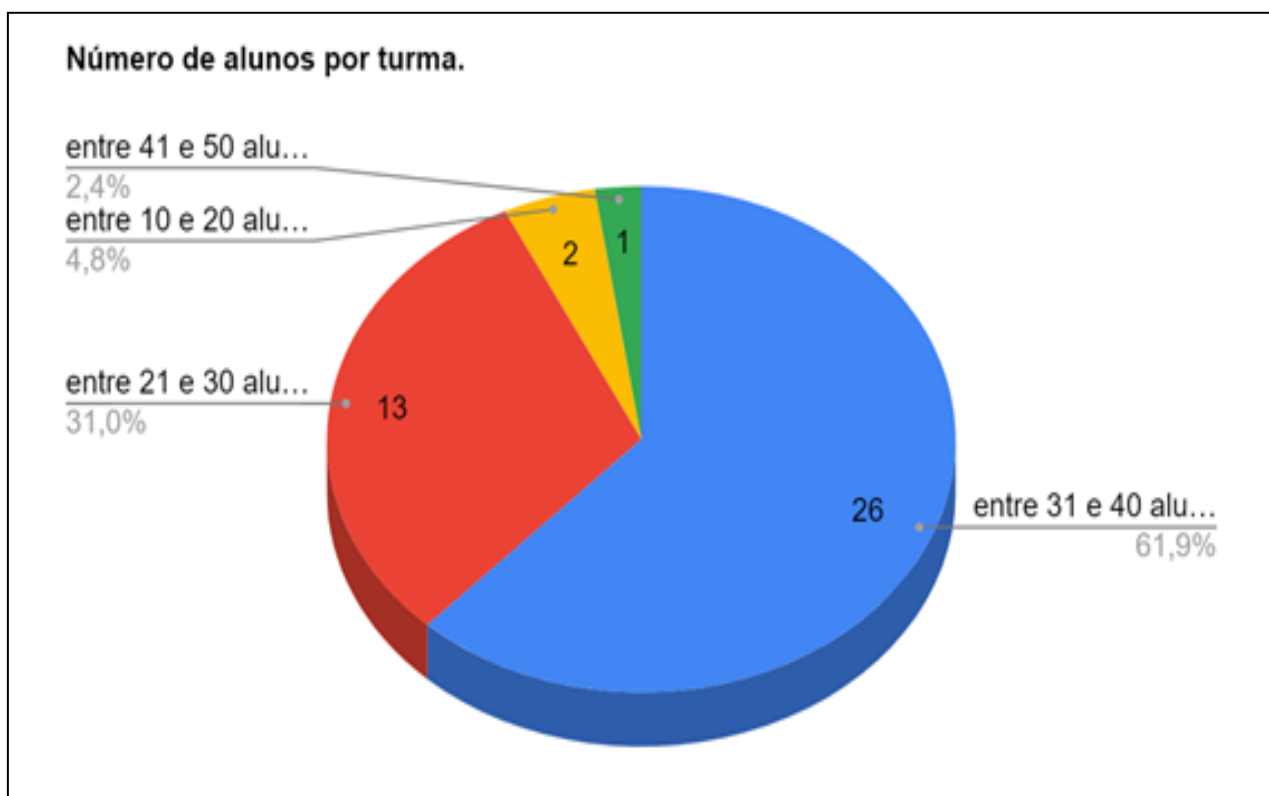


Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

No gráfico 4, temos a quantidade média dos alunos por turma em que os professores trabalham em sala de aula, percebemos que 26 trabalham com turmas entre 31 e 40 alunos; 13, com um público de 21 a 30 alunos e um percentual muito pequeno dos que possuem turmas com menos de 20 alunos ou superior a 40 discentes.

Essa média de alunos por turma apresentada na maioria das respostas de nossa pesquisa está de acordo ao ideal recomendado pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC).

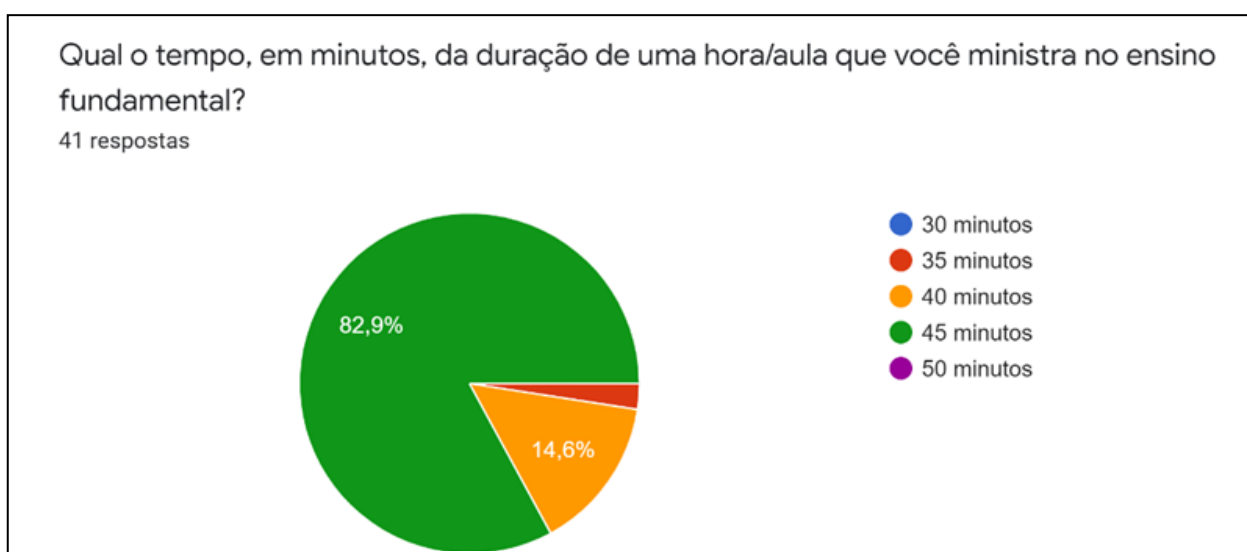
Gráfico 5 - Contagem de alunos por turma



Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

No gráfico 5, abaixo, observamos que a maioria ministra aula no tempo de 45 minutos a hora/aula; 14,6%, ministram no tempo de 40 minutos e um percentual muito pequeno respondeu trabalhar em 35 minutos.

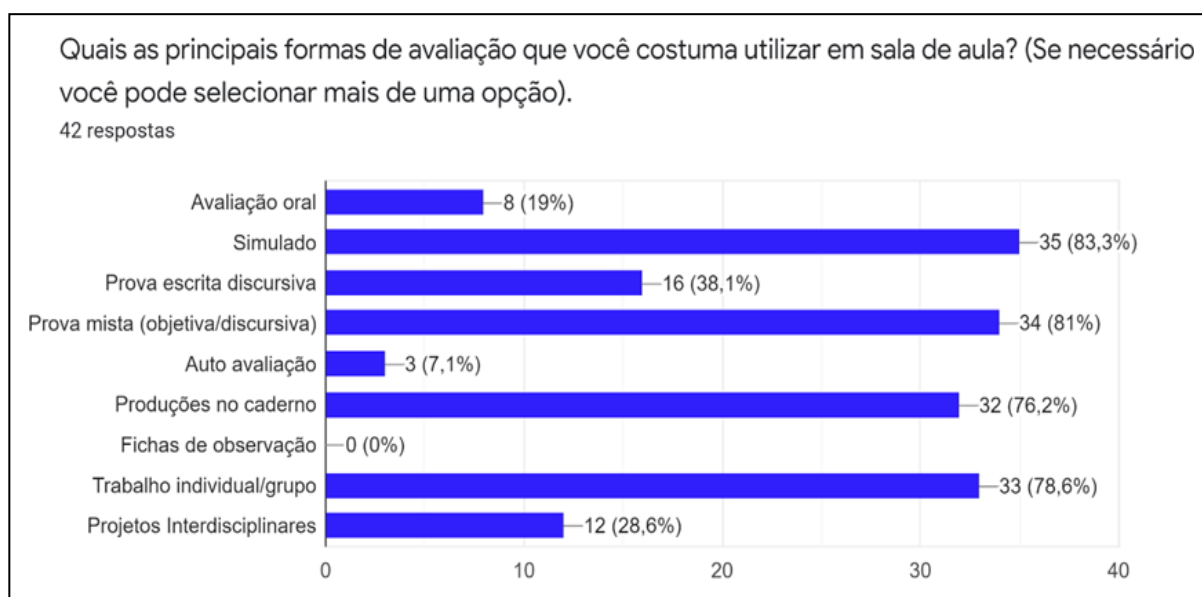
Gráfico 6 - Contagem do tempo, em minutos da hora/aula



Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Para finalizarmos o perfil dos docentes pesquisados, perguntamos sobre as principais formas de avaliação que costumam utilizar em sala de aula e verificamos que mais de 80% dos docentes costumam fazer avaliações individuais como simulados, provas mistas e produções no caderno; os demais, procuram avaliar também em atividades coletivas, como trabalhos em grupos e projetos interdisciplinares.

Gráfico 7- Contagem das principais formas de avaliação na sala de aula



Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Ao realizar um diagnóstico do perfil dos professores, tivemos a percepção de que nossa amostra é composta por um grupo de professores com predominância no sexo masculino, com faixa etária de 31 a 35 anos, com um tempo de serviço entre 6 a 10 anos e com um nível de escolaridade muito bom, pois 34 dos 42 docentes responderam ter pelo menos uma especialização em sua formação continuada.

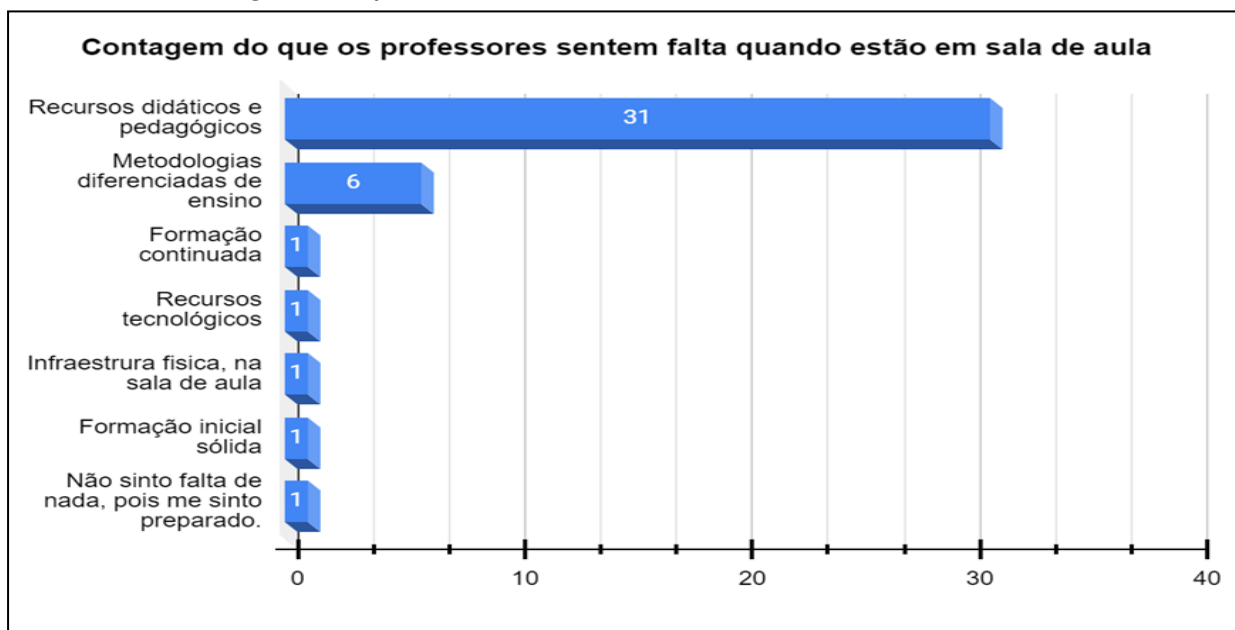
Além disso, constatamos que nossa amostra de docentes trabalha com um número de alunos entre 31 e 40 alunos, geralmente em uma escola do ensino fundamental e com o tempo em hora/aula de 45 minutos.

2. 4. 2 Prática docente e formação continuada

Para analisarmos o perfil dos nossos docentes pesquisados quanto a sua prática docente e formação continuada, organizamos quatro questões que melhor os caracterizasse.

No gráfico 8, observamos o que mais os professores sentem falta no ensino de Matemática quando estão em sala de aula. Constatamos que 31 dos entrevistados sentem falta de recursos didáticos e pedagógicos; 6 responderam sentir falta de metodologias diferenciadas de ensino; os demais, responderam a outros itens da pergunta, como podemos observar no gráfico abaixo.

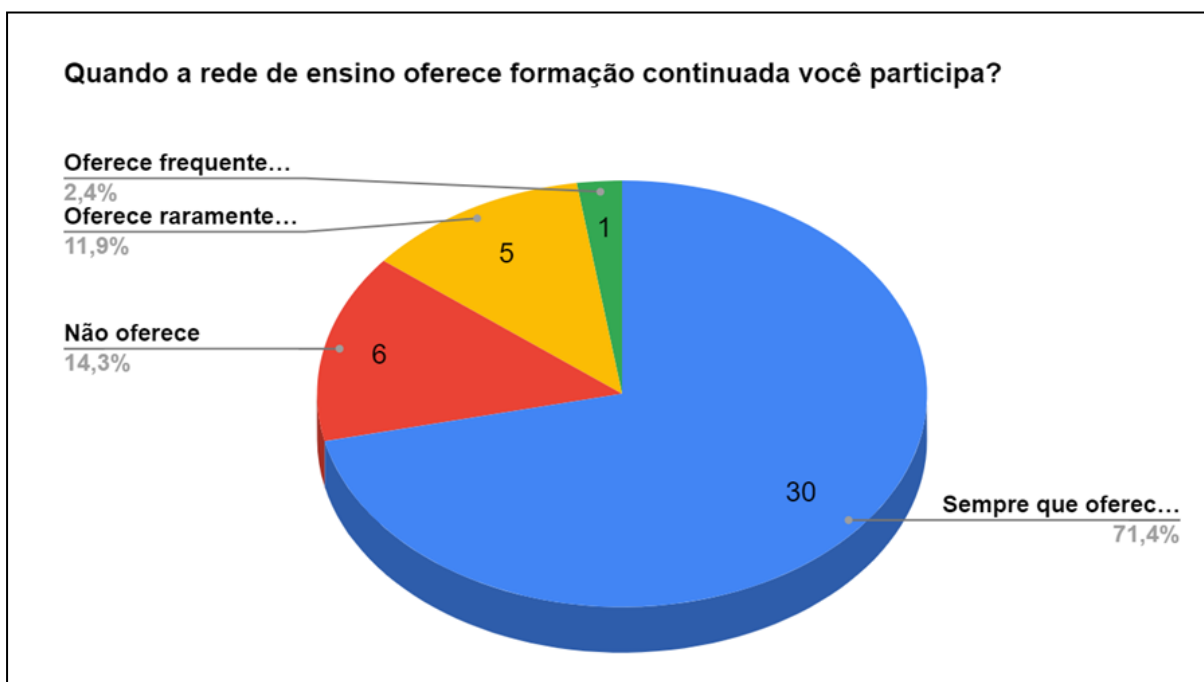
Gráfico 8 - Contagem do que mais falta no ensino de Matemática na sala de aula?



Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Foi verificado também no formulário quanto a rede de ensino, a qual eles trabalham, se ela oferece cursos para a sua formação continuada, caso seja oferecido procuramos saber se eles participavam.

Gráfico 9 - Contagem da Participação em formação continuada

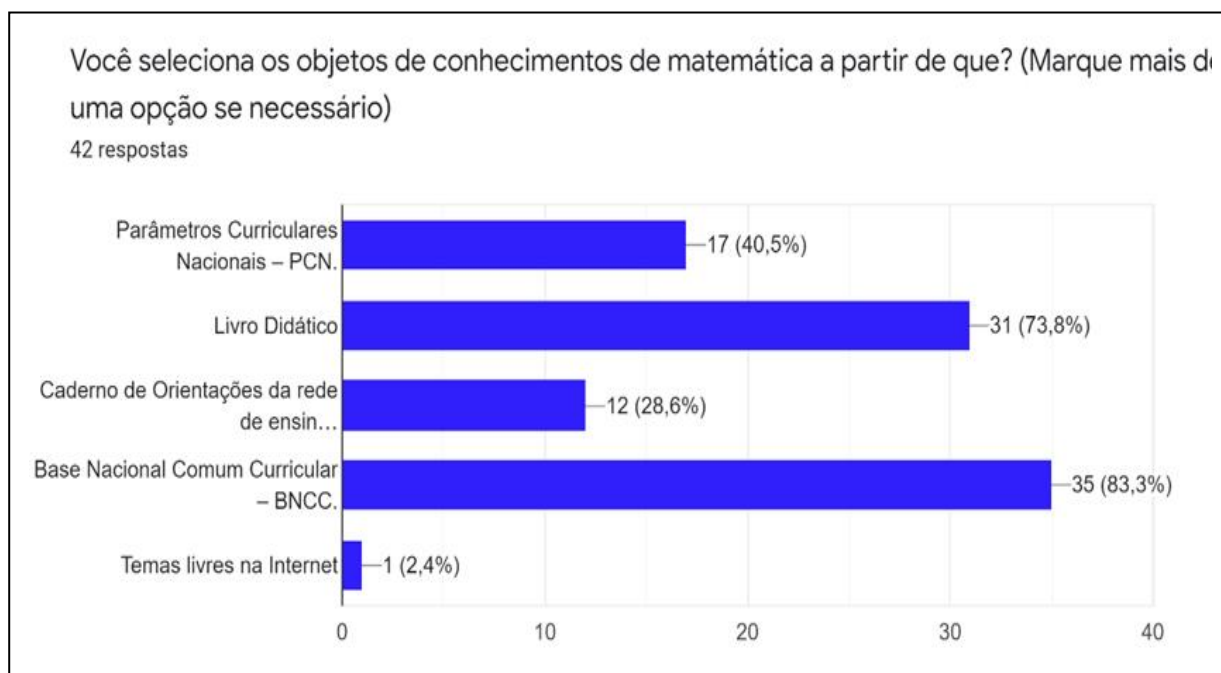


Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

O gráfico 9, nos proporcionou uma análise de que a rede de ensino a qual os docentes trabalham oferece a formação continuada, em que mais de 80% dos pesquisados participam dos cursos ofertados.

Em seguida, podemos constatar no gráfico 10, cuja contagem trata-se da seleção dos objetos de conhecimentos de matemática, que 83,3% dos profissionais de educação já seguem a BNCC, que é um documento criado para orientar o trabalho do professor com competências e habilidades direcionadas a compreensão dos objetos articulados com outras áreas de conhecimento, um resultado satisfatório.

Gráfico 10 - Contagem da seleção dos objetos Matemáticos



Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Além disso, observamos que 31 dos professores fazem a escolha de seus objetos de conhecimentos matemáticos a partir do livro didático; 17 dos docentes responderam selecionar também a partir dos PCNs, como também, 12 marcaram tomar como suporte para a escolha o caderno de orientação da própria rede de ensino. Essas informações, ficam mais bem esclarecidas no quadro 16.

Quadro 16 - Base de seleção dos objetos de conhecimento.

Base de seleção dos objetos de conhecimento	Frequência da escolha	Frequência relativa
Livro Didático, BNCC	11	26,19%
PCN., Livro Didático, BNCC.	07	16,67%
BNCC	06	14,29%
Livro Didático, Caderno de Orientações da rede de ensino, BNCC.	05	11,90%
PCN., Livro Didático	03	7,14%
PCN., Livro Didático e Caderno de Orientações da rede de ensino	01	2,38%

PCN, Livro Didático, Caderno de Orientações da rede de ensino e BNCC.	02	4,76%
Caderno de Orientações da rede de ensino e BNCC.	02	4,76%
PCN. e BNCC.	02	4,76%
PCN., Livro Didático e temas livres	01	2,38%
Livro Didático, Caderno de Orientações da rede de ensino	01	2,38%
PCN., Caderno de Orientações da rede de ensino.	01	2,38%
Total	42	100%

Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Quando perguntamos se os professores fazem uma investigação sobre o conhecimento prévio dos alunos sobre o objeto que irá ser ensinado, obtivemos os seguintes resultados, como mostra o gráfico 11.

Gráfico 11 – Respostas sobre conhecimento básicos dos alunos



Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

No gráfico acima, percebemos que 81%, ou seja, 34 dos 42 pesquisados costumam fazer a sondagem do conhecimento prévio dos objetos a serem ensinados através de diálogos com sua turma, o que nos garante um bom aproveitamento da aula, pois acreditamos tornar a aula interativa.

Por toda essa análise a respeito do perfil dos professores e sua prática docente, tivemos a percepção que a amostra estudada é caracterizada por um grupo de professores comprometidos com o ensino de seus alunos, e ainda, se preocupa em dar continuidade a sua formação para melhor atendê-los.

A pesquisa nos permitiu observar que a maioria dos docentes tem características em comum: em procurar sempre novos meios de aperfeiçoar seus trabalhos, como visto na participação de cursos ofertados pela rede de ensino; de sempre procurar selecionar seus objetos de estudos por bases aceitas nacionalmente e dentro da particularidade que anseia ao grupo de ensino, como adotar a BNCC e seguir as orientações regidas pelo município, além de seguir as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Percebemos ainda, que essa inquietação de almejar mais recursos didáticos e pedagógicos em sala de aula, como ilustrou o gráfico 8, se dá pela vontade de buscar uma aula mais significativa e dinâmica mesmo com todos os problemas estruturais que nossa educação enfrenta.

Com todos esses resultados sobre o perfil de nossos pesquisados, foi possível iniciar a análise da prática docente quanto ao ensino de Expressões Algébricas.

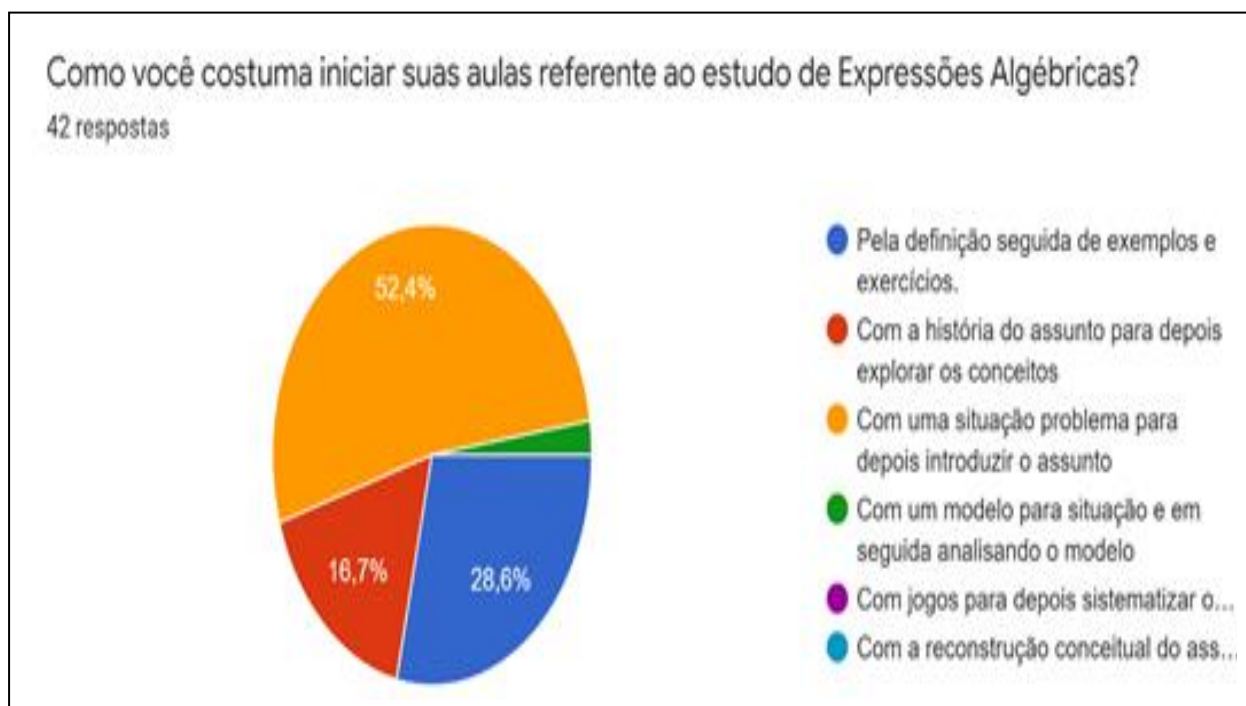
2. 4. 3 Perfil da prática docente sobre o ensino de expressões algébricas.

Nesta subseção, queremos analisar a prática docente sobre o ensino de Expressões Algébricas, para tanto, investigamos como os professores de matemática do ensino fundamental desenvolvem o ensino de Expressões Algébricas para os alunos do 8º ano.

Para responder ao problema que levou a construção dessa pesquisa, elaboramos seis questionamentos para a tabulação do objeto de pesquisa, tais como: quais os métodos adotados? Quantas aulas são necessárias para ensinar? Quais os tópicos abordados? Entre outros que serão mostrados a seguir.

Iniciamos com a pergunta: como costumam iniciar suas aulas referente ao estudo de Expressões Algébricas. E as respostas foram bastante diversificadas, como ilustradas no gráfico 12.

Gráfico 12 - Contagem de como iniciar o estudo de Expressões Algébricas



Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

No gráfico acima, temos que os professores adotam diversas formas de iniciar as aulas referentes ao objeto em estudo, 52,4% dos docentes afirmaram começar com uma situação problema para depois introduzir o assunto; 28,6%, costumam iniciar de forma tradicional, pela definição seguida de exemplos e exercícios; ainda tem os que disseram que costumam iniciam com a história do assunto para depois explorar os conceitos.

Constatamos com esses dados da amostra, que a mesma se preocupa em criar situações didáticas que colaborem com o entendimento do objeto em estudo a partir das opiniões e intervenções de conhecimento empírico de seus discentes, observamos que os professores se preocupam em não serem os agentes exclusivos do processo de ensino e aprendizagem, ao contrário, apresentam-se como mediadores do conhecimento, como sugere Brousseau (1996).

Em relação aos métodos utilizados para ensinar Expressões Algébricas, os professores poderiam marcar mais de uma opção. O quadro abaixo mostra a frequência das respostas encontradas para esse questionamento.

Quadro 17 - Métodos utilizados para o ensino de Expressões Algébricas.

Métodos utilizado pelos professores	Frequência que utilizam o método
Apresento os conceitos, os exemplos, exercícios resolvidos e exercícios propostos do livro didático.	33
Com a história do assunto para depois explorar os conceitos	39
Com uma situação problema para depois introduzir o assunto	07
Com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo	05
Com jogos para depois sistematizar os conceitos	01
Com a reconstrução conceitual do assunto.	07
Outros	02

Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Dos professores pesquisados conforme o quadro 16, temos que 39 apresentam a história do assunto para depois explorar os conceitos; tivemos 33, que costumam apresentar os conceitos, dar exemplos, exercícios resolvidos e exercícios propostos do livro didático; observamos que 7 dos pesquisados, iniciam com uma situação problema para depois introduzir o assunto, e essa mesma quantidade de docentes, responderam que fazem uma reconstrução conceitual do assunto; apenas 1, respondeu fazer uso de jogos pedagógicos para em seguida, sistematizar os conceitos; Outros 5, utilizam um modelo para a situação e, em seguida, analisam o modelo.

Quando deixamos na questão a opção outros, tivemos respostas como: modelam situações do cotidiano dos alunos; utilizam vídeo aulas, além de utilizar esses métodos já citados anteriormente.

Em relação a verificação da aprendizagem de Expressões Algébricas, optamos em mostrar o resultado também em um quadro, uma vez que os docentes poderiam selecionar mais de um item das respostas.

Quadro 18 - Verificação da Aprendizagem de Expressões Algébricas.

Verificação para a aprendizagem	Frequência das respostas
Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos	35
Apresentar jogos envolvendo o assunto	11
Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático.	33
Solicitar que os alunos pesquisassem questões sobre o objeto estudado para resolver.	19
Não proponho questões de fixação.	0

Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Como procedimento mais utilizado, observamos que 35 respostas afirmam apresentar uma lista de *exercícios* para serem resolvida; 33 solicitam que seus alunos resolvam os *exercícios do livro didático*. Tivemos outras respostas, como 19, que afirmam solicitar aos alunos que *pesquisem* questões sobre o objeto estudado para resolver; e ainda 11, apresentam *jogos* envolvendo o assunto.

O conhecimento algébrico deve ser validado pelo aluno nessa fase. Para que o professor verifique a assimilação do objeto matemático é preciso utilizar algum método avaliativo da aprendizagem, seja ele individual ou coletivo.

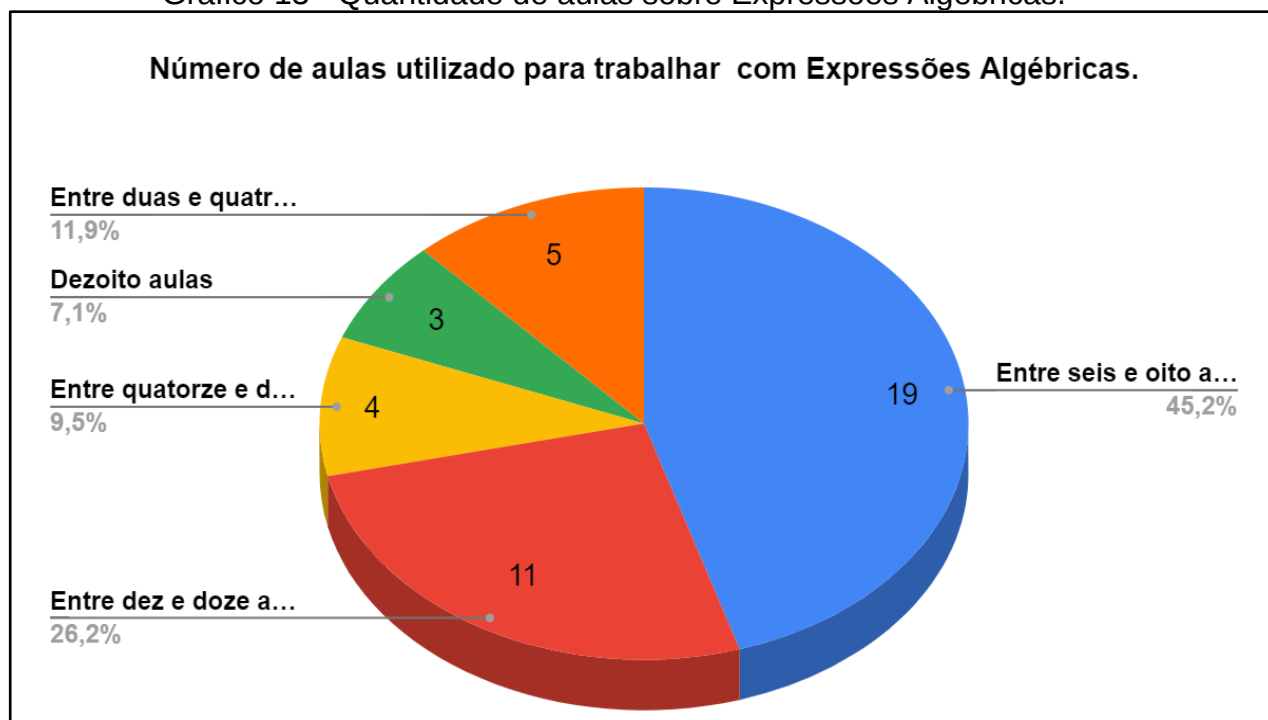
O uso de exercícios foi o método mais comum presente na pesquisa, porém Lins (2006) nos faz a seguinte recomendação:

O que deve ficar claro, no entanto, é que exercícios só podem ser eficazes caso os alunos compreendam a natureza do que estão fazendo, para saber que, "naquele momento", trata-se de praticar um certo conjunto de técnicas, mas que essa prática está inserida em um quadro maior, e que ela não se justificaria em si mesma. (LINS, 2006, p. 156 apud MARCUSSI, 2012, p.21).

Entendemos que “é preciso, então, que além de ‘saber fazer’ ele [aluno] tenha alguma ‘destreza’ nesses cálculos” (MARCUSI, 2013, p.31). O aluno deve ter a consciência da importância de aprender para usar esse conhecimento em qualquer momento que for solicitado em sua vida.

Quando perguntado o número, médio, de aulas utilizadas para trabalhar o assunto, o gráfico 13 apresenta os resultados:

Gráfico 13 - Quantidade de aulas sobre Expressões Algébricas.



Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Conforme o gráfico 13, 45,2% responderam utilizar entre seis a oito aulas para trabalhar o objeto em estudo; cerca de 26,2% responderam precisar de dez a doze aulas, e ainda cabe destacar que 11,9% marcaram na opção entre duas a quatro aulas. Podemos observar que houve uma variação nas respostas, uma vez que cada professor possui sua própria metodologia para aplicar em sala de aula.

Para uma melhor percepção de nossa pesquisa, perguntamos quais os tópicos abordados no ensino de Expressões Algébricas para os professores e tivemos as seguintes respostas mostradas no quadro abaixo.

Quadro 19 - Tópicos abordados no ensino de Expressões Algébricas.

Tópicos abordados no ensino de Expressões Algébricas	Frequência das respostas
Definição de Expressões Algébricas	41
Valor numérico de Expressões Algébricas	42
Expressões Algébricas particulares: monômios e polinômios	31
Operações com monômios semelhantes: adição e subtração	35

Operações com monômios semelhantes: multiplicação	32
Operações com monômios semelhantes: divisão	31
Operações com polinômios: adição e subtração	31
Operações com polinômios: multiplicação	32
Operações com polinômios: divisão	25
Expressões Algébricas e equações	30

Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Observamos no quadro 19, que todos os professores pesquisados costumam abordar o tópico valor numérico de Expressões Algébricas e apenas um dos achados na pesquisa, não costuma abordar a definição de expressões; E ainda, 25 mencionaram explicar o assunto com o tópico de divisão como operações de polinômios.

Contudo, percebemos que todos os tópicos selecionados para a pesquisa foram contemplados nas respostas, o que evidencia que esses professores desenvolvem seus trabalhos de acordo com a concepção da educação algébrica, segundo Silva et al (2015) na concepção letrista, seguida da letrista facilitadora (seção 2.1.1), ou seja, para uma melhor interpretação da linguagem e do pensamento algébrico, o aluno deve compreender a utilidade e o porquê dos números serem substituídos por letras.

Após verificar a abordagem dos dez tópicos trabalhados em sala de aula, procuramos investigar qual o grau de dificuldade que os entrevistados percebem nos alunos ao ensinarem esses tópicos do objeto matemático em questão que apresentamos no quadro 9.

Quadro 20 - Grau de dificuldade apresentado pelos alunos por tópico abordado.

Tópicos abordados no ensino de Expressões Algébricas	Não costumo utilizar	Grau de dificuldade para os alunos aprenderem			
		Muito fácil	Fácil	Difícil	Muito difícil
Definição de Expressões Algébricas	0	3	30	9	0
Valor numérico de Expressões Algébricas	0	2	28	11	1
Expressões Algébricas particulares: monômios e polinômios	0	0	25	16	1
Operações com monômios semelhantes: adição e subtração	0	0	26	15	1
Operações com monômios semelhantes: multiplicação	0	0	15	26	1

Operações com monômios semelhantes: divisão	0	0	13	24	5
Operações com polinômios: adição e subtração	0	0	18	22	2
Operações com polinômios: multiplicação	1	0	9	27	5
Operações com polinômios: divisão	2	0	2	29	9
Expressões Algébricas e equações	2	0	8	29	3

Fonte: Gerado pelo Google Forms a partir dos protocolos de pesquisa (2020)

Verificamos a partir dos dados organizados no quadro 9 que os professores consideraram o grau de dificuldade “*fácil*” para os itens que envolvem a definição, classificação das particularidades das Expressões Algébricas, valor numérico de uma expressão algébrica, operações com monômios como: adição e subtração.

Acreditamos que esse resultado deve ter ocorrido devido uma sólida compreensão do conceito aritmético que se aproxima ao algébrico, o qual o aluno começa a adquirir desde os anos iniciais com um pequeno grau de abstração. Ao passo que, nos itens operações de multiplicação e divisão com monômios; operações com os polinômios e expressões algébricas e equações, os docentes consideraram “*difícil*” para seus educandos.

Concordamos com Marcurssi (2013) e Silva et al (2015) que o desenvolvimento da capacidade de abstração e generalização aumentam nessa fase e os professores precisam buscar maneiras para facilitar esse entendimento algébrico.

Também evidenciamos que poucos dos nossos pesquisados responderam “*não aplicar*” as operações com polinômios; e ainda, 2 a 3 reconheceram que para os alunos os tópicos definição e valor numérico de uma expressão algébrica seria “*muito fácil*”.

Para uma última pergunta em nosso questionário, deixamos em aberto para que os professores pudessem, caso achassem necessário, responder e contribuir com suas experiências para nosso estudo do ensino de Expressões Algébricas. Destacamos a seguir algumas respostas que consideramos importantes para esta pesquisa, para garantir o anonimato dos sujeitos, codificamos por letras do alfabeto seus nomes.

Professor A: As expressões algébricas estão fundamentadas em muitas situações do cotidiano. Auxiliam principalmente na resolução em diversos problemas. As expressões algébricas é forma de conhecimento que dinamiza

o raciocínio lógico do aluno. A aprendizagem com expressões algébricas é uma forma interessante no estudo da matemática. Em nosso dia a dia sempre está sendo utilizado.

Professor B: As expressões algébricas são importantes, pois em muitos outros tópicos de matemática, seu domínio fará toda a diferença.

Professor C: Acredito que o entendimento sobre o assunto está relacionado ao método utilizado pelo professor e principalmente pelo empenho de cada aluno. Sobre o aspecto acredito que todos foram abordados nesse momento (Dados da pesquisa de campo, 2020)

Percebemos dessas respostas que os sujeitos reconhecem a importância do conteúdo curricular de Matemática Expressões Algébricas, tendo indicado sua aplicabilidade no cotidiano e como ferramenta para desenvolvimento de aprendizagem de outros conteúdos matemáticos.

Também perguntamos aos entrevistados quais dificuldades costumam ter ao ensinar expressões algébricas, para o que destacamos as seguintes respostas.

Professor D: A dificuldade está na conceituação e não no conteúdo, pois quando se exemplifica no cotidiano do aluno, este percebe o que é de fato a ÁLGEBRA.

Professor E: Bom dia! É com grande satisfação que participo desse projeto e tenho ciência que minha contribuição será importante pra esse projeto tenha êxito, em relação ao que me foi perguntado é muito complicado falar sobre esse tema, pois a matemática é muito complicada e desafiadora, não importa qual seja o assunto e expressão algébrica não é diferente.

Professor F: Dificuldade do aluno em identificar a semelhança entre os termos.

Professor G: Não costuma passar atividades muito complexas devido a dificuldade dos alunos.

Professor H: Na maioria dos livros didáticos, este objeto do conhecimento vem separado, normalmente, no 7° e 8° anos. Levei em consideração esse aspecto para responder esta página. Após o ensino de Expressões Algébricas, inicio o estudo das equações. Sendo assim, não inclui o estudo das equações no planejamento das aulas sobre expressões Algébricas. (Dados da pesquisa de campo, 2020)

Embora tenhamos destacado algumas respostas, essas revelam as de teor recorrente. Como a maioria dos sujeitos respondeu antes que adotam aulas que iniciam pela definição, vemos pela resposta do professor D que o alcance conceitual do conteúdo é dificultada, pois não acontece como sugerem nossos aportes teóricos desta pesquisa, uma formalização gradual de conceitos, de modo que a aprendizagem como percebida pelo professor D ocorre apenas a nível perceptivo/intuitivo, quando há exemplos do cotidiano, com pouca abstração.

Assim, dessa dificuldade podem surgir as dificuldade em compreender o significado de termos semelhantes (Professor F), e de avançar em nível de complexidade (Professor G) e até mesmo no abandono de alguns tópicos desse conteúdo no planejamento das aulas (Professor H).

Os professores entrevistados foram perguntados sobre a adoção de recursos didáticos em sala de aula, destacamos a seguir as respostas mais frequentes:

Professor I: A escola de modo geral deveria fornecer mais recursos didáticos para um ensino mais elaborado.

Professor J: A importância de recursos tecnológicos na construção do saber algébrico. Não se usa por conta da carência deste recurso nas escolas da rede pública municipal.

Professor M: Para esse conteúdo, a utilização de App como Geogebra, somaria para o aproveitamento da aprendizagem do aluno.

Professor N: Particularmente eu acho o estudo desse assunto deve ser com materiais didáticos diversos, para o melhor aprendizado de nossos alunos. Tais como, vídeos ilustrativos, vídeo aulas e materiais lúdicos.

Nas respostas dos professores, percebemos que reconhecem a importância e se sentem capazes de adotar recursos didáticos, sejam eles concretos ou virtuais, mas que são esbarrados pela carência infraestrutural e material nas escolas em que trabalham. O que indica uma incoerência entre o que é posto nas orientações curriculares e o que de fato é disponibilizado aos docentes nas escolas, para que ensinem matemática de forma mais dinâmica, lúdica, atrativa e com significado para os estudantes. Isto indica também a relevância de pesquisas como esta que desenvolvemos que constrói materiais e alternativas para o ensino de matemática.

Os sujeitos responderam sobre como articulam o conteúdo expressões algébricas a outros objetos de conhecimento, destacamos duas resposta.

Professor K: Acredito pontos mais voltados à geometria tipo áreas, volumes, perímetros.

Professor L: Utilizar as expressões algébricas na resolução de exercícios do cotidiano e relacionar as expressões algébricas com o ensino de funções.

As respostas desses professores revelam que possuem consciência epistêmica suficiente para correlacionar os conteúdo Expressões Algébricas com outros conteúdos de matemática e com diversificadas situações do cotidiano, também demonstrando estar atuando em concordância com o que se propõem para o ensino de Expressões Algébricas nos PCNs de matemática, dando a seus alunos a oportunidade de praticar esse conhecimento e diversas situações e aplicá-las em outros objetos de conhecimentos.

Outro ponto interessante, é o fato de que os professores adotam a concepção fundamentalista-analógica, cuja abordagem utiliza recursos geométricos-visuais para entender o transformismo algébrico, como cálculos de áreas, perímetros e volumes (seção 2. 1. 1). Além de sempre envolver em situações-problemas que familiariza seus alunos para situações do cotidiano.

As demais respostas, foram elogios a respeito da nossa pesquisa e os que se abstiveram em acrescentar algo ao nosso estudo.

Os resultados da pesquisa de campo contribuíram para a pesquisa ora desenvolvida ao que se refere a educação algébrica, pois nossa amostra apresentou ter preocupação em verificar o conhecimento algébrico que os alunos do 8º ano e que sua experiência profissional docente e sua formação inicial e continuada contribuiu para a melhoria de sua atuação, de modo a estarem continuamente buscando aprimoramento.

Acreditamos, que exista grande empenho dos professores de Matemática da Educação Básica em garantir melhorias no ensino de álgebra e mais especificamente de Expressões Algébricas, para que o aluno seja capaz de assimilar com mais clareza os significados do pensamento algébrico de maneira gradativa para entender a abstração desse campo da Matemática, com a finalidade de melhorar o ensino e aprendizagem da Álgebra no ensino fundamental, para que os educandos saibam como fazer manipulações algébricas entendendo para que fazê-las.

No capítulo a seguir, apresenta-se um estudo sobre o objeto matemático Expressões Algébricas, iniciando com um estudo histórico sobre a linguagem e simbolismo algébrico e acrescentando um aprofundamento epistêmico para o professor que deseje aplicar a sequência didática apresentada no Capítulo 4. Desse modo, o sujeito epistêmico, como alude Cabral (2017), que aplicar essa sequência terá condições de apresentar maior domínio sobre o conteúdo e poderá colaborar com a construção de uma base cognitiva em seus educandos necessária para que possam avançar em estudos mais complexos na área de Álgebra.

3. ESTUDO DO OBJETO MATEMÁTICO

Neste capítulo, apresentaremos uma investigação sobre o estudo do objeto matemático Expressões Algébricas, para proporcionar um aprofundamento epistemológico sobre esse objeto aos leitores desta pesquisa e para melhor compreensão do significado dos objetivos de aprendizagem abordados na Sequência Didática que construímos.

Para isso, realizamos um recorte histórico sobre a constituição da álgebra simbólica representada no diagrama-metodológico proposto por Chaquiam (2020, 2017) que relaciona contextos históricos da época do personagem Viète, conhecido como o pai da álgebra. Esse recorte histórico faz referência a evolução algébrica e tem uma contribuição inclusa ao proposto produto educacional na formação continuada do professor para o aprofundamento de conhecimentos sobre a constituição do objeto matemático estudado. Deste capítulo resultou um artigo científico publicado na X Bienal de Matemática 2022.

Ainda neste capítulo, temos um aprofundamento epistemológico sobre o estudo de polinômios e nível de rigor matemático superior ao do ensino que se destina esta pesquisa, para que o professor de matemática e outros leitores possam ter compreensão da dimensão que o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica pode alcançar.

3.1. ESTUDO HISTÓRICO

Desenvolvemos um estudo sobre o ensino de expressões algébricas, por meio de um recorte histórico construído na perspectiva do diagrama-metodológico proposto por Chaquiam (2020, 2017), que sistematiza o desenvolvimento histórico de determinado objeto matemático na perspectiva de personagens que colaboraram na evolução desse objeto, bem como os contextos que influenciaram nessa evolução. Para isso, “deve-se caracterizar o cenário mundial da época do personagem principal tendo em vista à vinculação da história da Matemática a história” (CHAQUIAM, 2017, p. 34). Este estudo foi publicado na X Bienal de Matemática em junho de 2022 na comunicação científica intitulada *Viète e o nascimento da álgebra simbólica: um percurso histórico em quatro contextos*, Prestes, Silva e Chaquiam (2022).

Inicialmente, retomamos a etimologia da palavra "álgebra", por ser uma variante latina da palavra árabe al-jabr usada no título de um livro, Hisab al-jabr w'al-muqabalah, escrito em Bagdá por volta do ano 825 pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al Khowarizmi. Uma tradução literal e original a álgebra seria equações, no entanto, essa palavra tem, atualmente, um significado polissêmico e uma definição satisfatória que requer um enfoque em duas fases:

- (1) Álgebra antiga (elementar), o estudo das equações e métodos de resolvê-las;
- (2) Álgebra moderna (abstrata), o estudo das estruturas matemáticas, tais como grupos, anéis e corpos.

A fase antiga (elementar), que abrange o período de 1700 a.C. a 1700 d.C., aproximadamente, caracterizou-se pela invenção gradual do simbolismo e pela resolução de equações (em geral coeficientes numéricos) por vários métodos, apresentando progressos pouco importantes até a resolução "geral" das equações cúbicas e quárticas e o inspirado tratamento das equações polinomiais em geral feito por François Viète, também conhecido por Vieta (1540-1603).

Segundo Eves (1995), o desenvolvimento da notação algébrica evoluiu desde a Babilônia ao longo de três estágios: o retórico (ou verbal), o sincopado (no qual eram usadas abreviações de palavras) e o simbólico. No último estágio, a notação passou por várias modificações, até tornar-se razoavelmente estável ao tempo de Isaac Newton.

Embora seja um longo percurso evolutivo, tendo em vista a pesquisa que motivou este estudo histórico, buscou-se responder a seguinte questão: Como se deu o nascimento da álgebra simbólica ensinada atualmente na Matemática da Educação Básica? Assim, consideramos a contribuição de François Viète e de seus contemporâneos para o desenvolvimento da álgebra, estabelecemos como objetivo desta pesquisa apresentar uma sistematização de recorte histórico sobre o nascimento da álgebra simbólica com ênfase no contexto histórico vivenciado por François Viète.

Para o alcance desse objetivo adotamos o diagrama metodológico de Chaquiam (2017), que segundo Chaquiam (2020) tem gerado trabalhos de conclusão de curso em Licenciatura em Matemática que podem ser utilizados em sala de aula. E, nessa perspectiva de colaborar com o ensino de matemática, apresentamos a seguir os contextos históricos que envolvem o personagem principal, quais sejam: sociocultural, pluridisciplinar, técnico-científico e didático-pedagógico. Além disso,

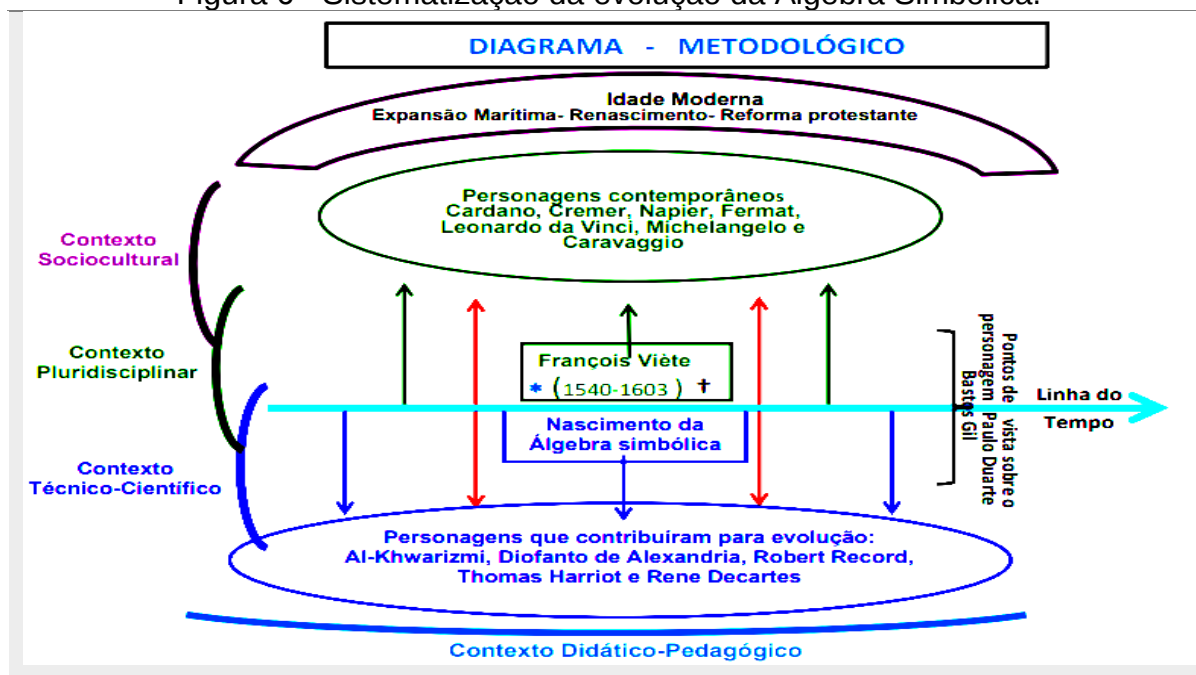
apresenta-se como alguns personagens contemporâneos a François Viète, matemáticos ou não, se interrelacionam nesses contextos.

Ao considerarmos que a História da Matemática é uma importante fonte de desenvolvimento epistêmico do professor de matemática, concordamos com Moura e Silva (2014) quando afirmam que a história ajuda a compreender como a ciência é desenvolvida e sob quais influências. Assim, o diagrama metodológico desenvolvido por Chaquiam (2017):

pode ser considerado um meio de se organizar e integrar história e matemática por meio dos diversos contextos, bem como proporcionar melhor compreensão das origens das ideias matemáticas que temos hoje, observar os diversos aspectos de seu desenvolvimento e perceber que as teorias que hoje aparecem prontas e acabadas vieram de grandes esforços e desafios enfrentados por muitos ao longo dos tempos (CHAQUIAM, 2020, p. 13)

Essa organização de contextos sobre um determinado objeto matemático eleva o pesquisador ou professor a uma visão mais detalhada dos obstáculos enfrentados em outros tempos que possam ser reconhecidos na aprendizagem de matemática, atualmente ensinada. Referindo-nos aos esforços e desafios enfrentados para a evolução da álgebra simbólica, apresentamos a seguinte sistematização:

Figura 6 - Sistematização da evolução da Álgebra Simbólica.



Fonte: Adaptado de Chaquiam (2017)

A figura 10, ilustra a sistematização adotada para o estudo da evolução da Álgebra simbólica tendo como personagem principal, François Viète. A seguir apresentamos o personagem e os contextos históricos que o influenciaram.

3.1.1 Contexto Sociocultural

Para situar o tempo e o espaço que o personagem principal, François Viète (1540-1603), adotamos como fonte bibliográfica, Boyer (1974), Eves (2004), Gil (2001) para elencar fatos históricos que marcaram o cenário mundial vivenciado no século XVI. Esse período foi marcado por um período histórico denominado de Idade Moderna, que destaca três acontecimentos: a Expansão Marítima, o Renascimento e a Reforma Protestante. Esses acontecimentos alteraram significativamente a política, a economia, a sociedade e a cultura e, por consequência, as pessoas passaram a adotar modos de vida diferenciados em relação aos daqueles da Idade Média.

A descoberta de novas rotas marítimas e novas terras possibilitaram a expansão na forma de se comunicar. Na religião, a Reforma Protestante, marcou o processo de decadência da Igreja católica e, conseqüentemente, a descentralização de seu monopólio político, pois ocorreu a formação das monarquias nacionais e marcou a submissão da nobreza e da Igreja, o que se consolidou a Idade Moderna com o surgimento dos Estados Absolutos.

François Viète nasceu no ano de 1540 em Fontenay-le-Comte, na França, e morreu no dia 13 de dezembro de 1603 em Paris. Apaixonado por álgebra, esse matemático francês foi responsável pela introdução da primeira notação algébrica sistematizada, além de contribuir para a teoria das equações.

Na álgebra, Viète adotou vogais para as incógnitas, consoantes para os números conhecidos, gráficos para resolver equações cúbicas e biquadradas (ou de 4º grau) e trigonometria, para as equações de graus mais elevados. Ele ficou conhecido como o Pai da Álgebra e um dos melhores especialistas em cifras de todos os tempos. Prova disso, que o rei Henrique IV da França, entregou a ele as mensagens espanholas na esperança de que o matemático as decifrasse. Viète teve sucesso e guardou segredo. Porém, dois anos depois, os espanhóis descobriram seu feito.

3.1.2 Contexto Pluridisciplinar

Os personagens contemporâneos que se destacaram e contribuíram para o desenvolvimento científico, foram: Leonardo da Vinci (1452-1519), que se destacou na arte por pintar os famosos quadros como Mona Lisa e Última Ceia; Michelangelo (1475- 1564), se destacou pela pintura da basílica de São Pedro e basílica de São Lourenço; Caravaggio (1571 – 16610), pintor de Medusa.

Outros contemporâneos de Viète que receberam destaques, foram: Cardano (1501-1576), John Napier (1550-1617) e Fermat (1601-1665). Gerolamo Cardano (1501-1576), de acordo com Eves (2004), foi um dos personagens mais extraordinário da história da matemática. Começou sua vida profissional como médico, mas paralelamente se dedicava à Matemática, especificamente a aritmética, ainda se dedicava a astronomia, física e outros assuntos.

Dentre seus livros, o mais importante foi *Ars Magna*, o primeiro grande tratado em latim exclusivamente à álgebra. Nele encontram-se alguns relatos às raízes negativas de uma equação e ao cálculo com números imaginários. Há indícios que Cardano tinha algum conhecimento da regra de sinais de Descartes. Segundo Boyer (1974), John Napier (1550-1617) era um proprietário escocês, que administrava suas propriedades e escrevia sobre diversos assuntos. Napier, tinha interesse por assuntos matemáticos que se referiam à computação e trigonometria. Ele ficou conhecido como inventor do Logaritmo quando, em 1614, publicou o seu *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (Uma descrição do Maravilhoso Cânon de Logaritmos) que conteve uma descrição de logaritmos, um conjunto de tabelas e regras para o uso deles.

Pierre de Fermat nasceu no dia 17 de agosto de 1601 em Beaumont-de-Lomages, França e morreu no dia 12 de janeiro de 1665 em Castres, França. Foi advogado e oficial do governo em Toulouse pela maior parte de sua vida. A matemática era o seu passatempo. Em 1636, Fermat propôs um sistema de geometria analítica semelhante àquele que Descartes preconizaria um ano depois.

O trabalho de Fermat estava baseado em uma reconstrução do trabalho de Apollonius, usando a álgebra de Viète. Um trabalho semelhante conduziu Fermat para descobrir métodos similares para diferenciação e integração por máximos e mínimos.

3.1.3 Contexto Técnico-Científico

A evolução da álgebra teve forte contribuição da matemática babilônica, Boyer (1974) destaca que seu desenvolvimento foi pautado na utilização do sistema numérico, que tinha como base fundamental o sessenta. Além disso, foram hábeis na elaboração de algoritmos para obtenção de raízes de equações, assim como, nos cálculos que envolviam operações aritméticas fundamentais e tabelas exponenciais.

No Egito, a álgebra surgiu quase ao mesmo tempo que na Babilônia; mas faltavam à álgebra egípcia os métodos sofisticados da álgebra babilônica, bem como a variedade de equações resolvidas, a julgar pelo Papiro Moscou e o Papiro Rhind - documentos egípcios que datam cerca de 1850 a.C. e 1650 a.C., respectivamente, mas refletem métodos matemáticos de um período anterior. A álgebra do Egito, como a da Babilônia, era retórica.

Os matemáticos europeus do século XVI tiveram de estender a noção indo-arábica de número antes de avançar significativamente, além dos resultados babilônios de resolução de equações. Assim, a álgebra introduzida na Europa (via Liber abaci de Fibonacci e traduções) obteve regressão tanto em estilo como em conteúdo. O semi-simbolismo (sincopação) de Diofanto e Brahmagupta e suas realizações relativamente avançadas não estavam destinados a contribuir para uma eventual irrupção da álgebra.

A partir do Renascimento, houve um rápido florescimento da álgebra na Europa ocasionados devido aos seguintes fatores: 1) facilidade de manipular trabalhos numéricos a partir do sistema de numeração indo-arábico, muito superior aos sistemas (tais como, o romano) que requeriam o uso do ábaco; 2) invenção da imprensa com tipos de móveis, que acelerou a padronização do simbolismo mediante a melhoria das comunicações, baseada em ampla distribuição; 3) ressurgimento da economia, sustentando a atividade intelectual; e a retomada do comércio e viagens, o que facilitou o intercâmbio de ideias tanto quanto de bens.

Por volta do ano 400 d.C., uma ideia audaciosa de um estudioso de Alexandria começou a mudar toda a história da matemática. Esse estudioso era Diofante de Alexandria, que viveu de 325 a 409 e seus estudos se basearam no uso de símbolos para facilitar a escrita e os cálculos matemáticos. Os Símbolos criados por Diofante proporcionaram as expressões, até então escritas totalmente com palavras, as quais pudessem ser representadas com abreviações.

Diofante viveu numa época muito tumultuada, presenciando, por exemplo, a queda do Império Romano, e isso, não foi nada bom para a matemática, pois teve todo um processo de desenvolvimento interrompido devido ao clima de guerra criado, e principalmente, pela destruição de muitos centros de estudos. Dessa forma, a simbologia de Diofante não saiu do estágio inicial e somente no ano de 650, aproximadamente, com a ascensão do império Árabe, foi retomada dos estudos matemáticos.

Apaixonado por álgebra, François Viète foi para a história como o principal responsável pela introdução dos símbolos no mundo da matemática e influenciador para que outros matemáticos, da mesma época, dessem suas contribuições para o aperfeiçoamento da álgebra. Entre eles, destacam-se Robert Record, inglês que criou o símbolo (=) para a expressão (igual a). Esse sinal foi usado por Thomas Harriot, também inglês, responsável pela eliminação das poucas palavras que ainda restavam na álgebra de Viète.

René Descartes, grande matemático e filósofo francês, foi o responsável pela passagem da álgebra completamente simbólica, pois introduziu as seguintes inovações para aperfeiçoar a álgebra de Viète: 1) criou o símbolo (.) para a operação de multiplicação; 2) criou a notação que usamos hoje para os expoentes de uma potenciação; 3) passou a usar as primeiras letras do alfabeto para os coeficientes da incógnita e os termos independentes (sem literais) e as últimas letras para representar as incógnitas.

3.1.4 Contexto Didático-Pedagógico

Segundo Chaquiam (2020), o contexto didático-pedagógico está relacionado à constituição de um texto como este, constituído a partir do contexto sociocultural, pluridisciplinar e contexto técnico-científico apresentando-se outros pontos de vista sobre o personagem principal ou sobre o conteúdo matemático abordado, com potencial de constituição de atividades para serem desenvolvidas em sala de aula, além de proporcionar uma discussão crítica em torno do objeto matemático em tela e das ideias matemáticas que contribuíram à sua constituição e evolução.

Assim, no que diz respeito a contribuição didático-pedagógica deste estudo evidenciou-se alguns pontos a serem considerados em sala de aula: 1) Antes da constituição do simbolismo algébrico, há a constituição retórica do significado do

símbolo; 2) O pensamento algébrico é algo que é desenvolvido ao longo do desenvolvimento cognitivo e intelectual do indivíduo; 3) É importante criar experiências de aprendizagem que envolvam a álgebra falada e por meio de abreviações que representem o significado do simbolismo algébrico.

Neste sentido, a sistematização e o recorte histórico sob o contexto vivenciado por Viète pode contribuir para compreensão da afirmação do simbolismo algébrico, constante nos currículos atuais de matemática, que ora apresenta problemas de ensino e de aprendizagem.

De fato, a história ajuda a elucidar desafios enfrentados no ensino de Matemática. A metodologia adotada neste estudo se mostrou um facilitador do aprofundamento epistemológico de professores e pesquisadores na área de ensino de matemática. Em especial, no que diz respeito à pesquisa que originou este estudo.

Sendo assim, com o diagrama metodológico que adotamos, foi possível evidenciar que os contextos históricos ajudam a compreender a constituição do simbolismo algébrico e o quanto é importante que o seu significado seja parte integrante dos processos que envolvam o ensino e aprendizagem da álgebra, como por exemplo, o desenvolvimento do estudo a respeito do ensino de Expressões Algébricas que desenvolvemos aqui.

3. 2 APROFUNDAMENTO EPISTEMOLÓGICO

Nesta seção trazemos alguns apontamentos que recortamos do livro espanhol *Álgebra : colección El Postulante* em Timoteo (2013), *Fundamentos de Matemática Elementar*, Volume 9 de Iezzi (1997), Lima et al (2006), *A Matemática do Ensino Médio*, e Lima (2013), *Números e Funções Reais* da Coleção PROFMAT.

3. 2. 1 Polinômios: definições elementares

Notação matemática: É o que permite diferenciar as variáveis das constantes.

$$P(x; y; z) = 2ax^3 - 5bxyz$$

Variáveis Constantes

Expressões Algébricas: São aquelas expressões onde as operações que se usam são as adições, subtrações, multiplicações, divisões, potenciações, radiciações entre suas variáveis ou incógnitas, em um número limitado de combinações.

São exemplos de expressões algébricas:

- $P(x) = x^2 + 5x - 1$
- $Q(x; y) = \frac{6x-y}{\pi} + \sqrt{3}y - 5$
- $R(x; y; z) = 3 + 5x + \log 2/xyz$
- $T(x; y) = \frac{x-y}{\sqrt{xy}} + 6$

São exemplos de expressões não algébricas chamadas também transcendentais:

- $K(x) = \cos x - 1$
- $N(x) = x^{x^x} - 1$
- $M(x; y; z) = 3 + 6x + \log x/xyz$
- $R(x) = 1 + x + x^2 + \dots$

Aqui precisamos fazer uma reflexão sobre conceitos algebricamente isomórficos que podem causar algum estranhamento no uso, haja vista que equação, polinômio e função “quando, por exemplo, não se distingue o isomorfismo que há entre objetos com representações e definições diferentes, mas que na prática podem ter significados semelhantes” (SILVA, 2020, p. 91):

Quadro 20 - Conceitos algebricamente isomórficos.

Equação	Polinômio	Função
$y = 2x + 3$	$P(x) = 2x + 3$	$f: A \rightarrow B$ $x \mapsto f(x) = 2x + 3$
Incógnitas	Coeficientes e parte literal	Variáveis

Fonte: (Silva, 2020, p. 91)

No quadro 20 temos que a versatilidade do conceito de função, especialmente quando definida como aplicação, carrega sutis semelhanças com outros conceitos, no caso da equação, que por meio de uma igualdade deseja-se calcular um valor desconhecido ao qual denomina-se incógnita, termo adotado por conveniência didática no ensino fundamental também para polinômio, haja vista que são conteúdos em sequência, embora, a rigor, em polinômios a parte desconhecida seja chamada de parte literal.

No ensino, médio quando se estuda polinômios com valores reais ou complexos arbitrários, diferencia-se polinômio de função pelo fato desta última estabelecer uma relação de dependência com um conjunto chamado domínio pré-definido, assim o valor desconhecido percorre por possibilidades em “uma quantidade variável chamada de fluente (uma quantidade que flui)” (EVES, 2004, p.439), assim o termo variável no ensino médio é o didaticamente adotado para estudo de funções.

Em todo caso na proposta de ensino que apresentamos no capítulo 4, optamos por adotar a conveniência didática de “incógnita”. Entretanto, mais adiante, apresentamos que quando se estende a um estudo no campo dos complexos essas diferenças isomórficas se dissolvem.

Termo Algébrico: É aquela expressão algébrica na qual não se vincula as variáveis ou partes literais mediante a adição e a subtração, apresenta duas partes que são o coeficiente numérico e a parte literal ou parte variável.

No polinômio $N(x; y) = 5\pi x^2 y^7$, 5π é o coeficiente numérico e $x^2 y^7$ é a parte literal.

Outros exemplos: $P(x) = -6zx$; $Q(x; y) = 2000x^2 y^7$

Vemos que as expressões N e Q apresentam diferentes coeficientes para a mesma parte literal e essas partes literais estão elevadas ao mesmo expoente.

Eles são denominados termos semelhantes e têm como propriedade que a soma de termos semelhantes se reduz a um só termo semelhante e são obtidos somando os coeficientes acompanhados da mesma variável, por exemplo:

Sendo: $4x^7 y; 5\pi x^7 y; abx^7 y \Rightarrow 4x^7 y + 5\pi x^7 y + abx^7 y = (4 + 5\pi + ab)x^7 y$

Polinômio: Se define o polinômio como a expressão algébrica onde os expoentes das variáveis são todos positivos e está definida para qualquer valor que se dê as suas variáveis ou incógnitas.

São exemplos de polinômios:

- $M(x; y) = 5x^2 y + (-6x^3 y^5) + 1$
- $N(x) = x^2 - 6x^3 + 5x^6 - 2$
- $T(x) = x^2 + 2x^2 + 7x^2 + 4x^2$

Grau de um polinômio

- **Polinômio de uma só variável.** O grau é dado pelo maior expoente da variável.

Por exemplo:

$P(x) = x^4 + 3x^3 + 7x^6$ é de grau 6;

$N(z) = x^7 + 2z^2x - z^3 - 1$ é de grau 3. (variável z)

- **Monômios de várias variáveis.** O grau ou grau absoluto é a soma dos expoentes de todas as variáveis enquanto seu grau em relação a uma variável ou grau relativo deve ser o expoente da variável em referência. Por exemplo:

$M(x; y) = 7x^22y^8$ é de grau absoluto: 10

Em relação a x (GR): 2

Em relação a y (GR): 8

- **Polinômio de dois ou mais termos com uma variável.** O grau ou grau absoluto é dado pelo maior grau dos monômios envolvidos, enquanto o grau relativo (GR) o dará o maior expoente da variável de referência. Por exemplo:

$P(x; y) = 7x^22y^3 - 4x^5y^6 + 6x^7y^2$

Grau absoluto (GA):

Maior $\{5;11;9\} = 11$

Grau relativo (GR)

GR(x)= maior $\{2;5;7\} = 7$

GR(y) = maior $\{3;6;2\} = 6$

Representação geral de polinômios de uma só variável.

$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$, onde:

$a_0; a_1; \dots; a_n$: Coeficientes

a_n : Coeficiente principal, se $a_n \neq 0$

a_0 : termo independente.

Se $a_n = 1 \Rightarrow P(x)$ se chama mônico.

Casos particulares

$n = 1: P(x) = a_0 + a_1x$ polinômio linear, se $a_1 \neq 0$.

$n = 2: P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$, polinômio quadrático, se $a_2 \neq 0$.

$n = 3: P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, se $a_3 \neq 0$, polinômio cúbico.

Polinômios Especiais

1. **Polinômio mônico.** É um polinômio com uma variável que tem coeficiente principal (termo de grau mais alto) igual a 1. São exemplos de polinômios mônicos:

$$A(x) = 1 + x^2 + 3x; B(x) = 7 - 2x^2 + x^3; C(x) = x$$

2. Polinômio homogêneo. É aquele em que cada termo tem o mesmo grau absoluto.

São exemplos de polinômios homogêneos: $A(x; y) = 6x^4y^2 + 3xy^5 - y^6$, seu grau de homogeneidade é 6.

3. Polinômio completo. É aquele polinômio que apresenta todos seus desde o maior até o termo independente. São exemplos de polinômios completos:

$$A(x) = 7 + 3x^2 + x + 4x^3$$

$B(x; y) = xy^2 + xy + x^2$ é completo em relação a y .

$C(x; y) = x^3y + x^2y^2 + x + 2y^3$ é completo em relação a xy e em relação a y .

4. Polinômio ordenado. Se os expoentes de uma variável apresentar uma ordem ascendente ou descendente em relação a está variável, será ordenada.

São exemplos de polinômios ordenados:

$P(x; y) = y^6x^2 + y^4x^3 + y^2x^5 + x^6y$ é ordenado descendentemente em relação a y enquanto em relação a x é em forma ascendente.

Observações:

- Em todo polinômio de dois ou mais termos a soma de seus coeficientes se obtém avaliando o polinômio para coeficientes iguais a 1. É dizer, soma de coeficientes é $P(1)$ o $P(1;1)$ o $P(1;1;1)$ (De acordo com a quantidade de variáveis).
- Em todo polinômio seu termo independente se obtém avaliando este polinômio para coeficientes iguais a 0. É dizer: termo independente: $P(0)$ ou $P(0;0)$ ou $P(0;0;0)$ (De acordo com a quantidade de variáveis).
- Aquele polinômio que cumpre simultaneamente com a definição 3 e 4 se denominam completos e ordenados, por exemplo, $P(x) = x^3 + x^2 + 4x - 2$ é completo e ordenado descendentemente enquanto $R(x) = 1 - x - x^2 - x^3 - x^4$ é completo e ordenado ascendentemente.
- Em todo polinômio completo e ordenado o número de termos e o seu grau mais 1, o polinômio P anterior é de grau 3, vemos que a sua quantidade de termos é 4, o polinômio R é de 4 graus e tem 5 termos.

Exemplo:

Sendo $P(x - 1) = x^2 + 4$, encontrar seu termo independente mais a soma de coeficientes. Aparentemente este exemplo parece óbvio, pois se pode pensar que seu termo independente é 4 e a soma de coeficientes é $1 + 4 = 5$, mas cuidado! A variável

é $(x-1)$, logo, para calcular a soma de coeficientes (1) para $x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \therefore P(1) = 2^2 + 4 = 8$, assim mesmo o termo independente $P(0)$ para $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \therefore P(0) = 1^2 + 4 = 5$.

3. 2. 2 Polinômios com raízes Complexas

Ao trazermos este aprofundamento epistemológico para o leitor, estamos evidenciando algumas reflexões que podem ser introduzidas nas intervenções feitas aos estudantes de ensino Fundamental no ensino de Expressões Algébricas. Reflexões sobre a natureza dos valores desconhecidos (incógnitas), seriam inteiros? Poderiam ser decimais ou fracionários? Em quais situações? Se as incógnitas representam quantidades, poderiam ser números naturais? Se forem preços, podem ser decimais? Se são naturais poderiam uma incógnita ser atribuída valor negativo? Se não, quando pode? Além disso, poderíamos criar situações em que explorasse o entendimento da apresentação de expressões com mais de uma variável, como a conta de luz, rendimento da poupança, juros etc.

Essas reflexões podem despertar gatilhos cognitivos que no futuro permitirão o educando receber de forma mais natural informações mais complexas sobre a linguagem algébrica.

O fato é que o professor de matemática precisa ter consciência do quão profundo esse tema pode ser, e no mínimo fazer provocações ao nível do entendimento do educando. Por isso, nos propusemos a apresentar algumas definições de polinômios complexos, que inclusive é temática em concursos para professor de matemática.

Definição: Uma função $p: C \rightarrow C$ é uma função polinomial complexa quando existem números complexos $a_0, a_1, \dots, a_n$, tais que

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

para todo $x \in C$. Os números $a_0, a_1, \dots, a_n$, são os coeficientes da função polinomial. Se $a_n \neq 0$, dizemos que p tem grau n . Se um número complexo α é tal que $p(\alpha) = 0$, dizemos que α é raiz de p . Um caso especial interessante é aquele em que os coeficientes $a_0, a_1, \dots, a_n$, são todos números reais. Nesse caso, a restrição de p ao conjunto dos reais determina a função polinomial de R em R .

Exemplo: Seja $p: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ tal que $p(x) = x^2 + 1$. A restrição de p para R . É a função quadrática $f: R \rightarrow R$ tal que $f(x) = x^2 + 1$. Evidentemente, $f(x) > 0$ para todo x , o que mostra que f não tem raízes e que p não tem raízes reais. Mas p é definida em todo conjunto dos números complexos. Em particular $p(i) = i^2 + 1 = 0$. Por tanto i é uma raiz complexa de p .

No caso de funções quadráticas, existe uma diferença sutil entre conceito de função polinomial e o conceito de polinômio, que apresentamos a seguir.

Um polinômio é uma expressão formal do tipo

$$p(X) = a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \cdots + a_1 X + a_0,$$

onde $a_0, a_1, \dots, a_n$, é uma lista ordenada de números reais e X é um símbolo chamada de uma indeterminada, sendo X^i uma abreviatura para $X \cdot X \cdots X$ (i fatores). Em essência, o polinômio $p(X)$ é o mesmo que a lista ordenada dos seus coeficientes. Ao escrevê-lo da maneira acima, estamos deixando explícita a intenção de somar e multiplicar polinômios como se fossem funções polinomiais, usando a regra $X^i \cdot X^j = X^{i+j}$. Por definição, os polinômios

$$p(X) = a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \cdots + a_1 X + a_0$$

$$q(X) = b_n X^n + b_{n-1} X^{n-1} + \cdots + b_1 X + b_0$$

São iguais (ou idênticos) quando $a_0 = b_0, a_1 = b_1, \dots, a_n = b_n$.

A cada polinômio $p(X) = a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \cdots + a_1 X + a_0$ faz-se correspondência a função polinomial $\underline{p}: R \rightarrow R$, definida por $\underline{p}(x) = a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \cdots + a_1 X + a_0$, para todo $x \in R$. Esta correspondência (polinômio) $\mapsto$ (função polinomial) é sobrejetiva, pela própria definição destas funções. A discussão que Lima (2013) fez acima sobre os coeficientes de funções polinomiais iguais, significa que a polinômios distintos correspondem funções polinomiais distintas. Logo, trata-se de uma correspondência biunívoca. Por esse motivo, não há necessidade de fazer distinção entre o polinômio p e função polinomial $\underline{p}$.

Reforçamos que este aprofundamento epistêmico apresentado para o professor que ensina matemática foi pensando em consonância com nossos aportes teóricos da TSD que implica em aproximar o saber científico do saber escolar e das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual. Para isso, é necessário que o

professor, arquiteto do jogo didático, estabeleça condições para o encaixe de novos conhecimentos em situações futuras didáticas ou não para o educando.

Aqui concluímos os estudos preliminares desta pesquisa e apresentamos a seguir em que resultou o embasamento que esses estudos nos forneceram para dar corpo à sequência didática que construímos para o ensino de Expressões Algébricas. No capítulo 4, que segue, temos o detalhamento da experimentação, tratamento de dados, análise e resultados que levaram validação dessa sequência didática por meio das potencialidades identificadas na óptica dos aportes de análise adotados.

4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo, é descrita a experimentação e análise de resultados da sequência didática intitulada “Sequência Didática com uso de Tangram para o ensino de Expressões Algébricas”, disponível no apêndice B e elaborada segundo os pressupostos teóricos e metodológicos descritos no capítulo 1 e nas pesquisas preliminares apresentadas nos capítulos 2 e 3.

Foi construída uma sequência com 6 atividades, as quais foram estruturadas como Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual conforme Cabral (2017), com os objetivos de aprendizagem e material utilizado descrito no quadro 2:

Quadro 21 - Descrição das atividades.

TÍTULO	OBJETIVO	MATERIAL
UARC 1- Representação algébrica de medidas congruentes com o quebra-cabeça Tangram	Representar de medidas congruentes (generalização).	Caneta colorida, régua, as peças do jogo e a ficha instrucional com a sequência didática.
UARC 2 - Expressão algébrica e suas representações Objetivo.	Definir a expressão algébrica a partir da representação do perímetro das peças do Tangram com valores algébricos.	Lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática
UARC 3 - Adição de termos algébricos	Somar monômios para obter o perímetro de figuras.	Lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.
UARC 4 - Classificação de polinômios	Classificar as expressões algébricas quanto ao número de termos.	Lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.
UARC 5 - Multiplicação de algébricas de monômios	Multiplicar algebricamente os monômios.	Lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

UARC 6 - Multiplicação de polinômios	Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação para multiplicar polinômios	Caneta ou lápis, régua, as peças do jogo e a ficha instrucional com a sequência didática.
---	---	---

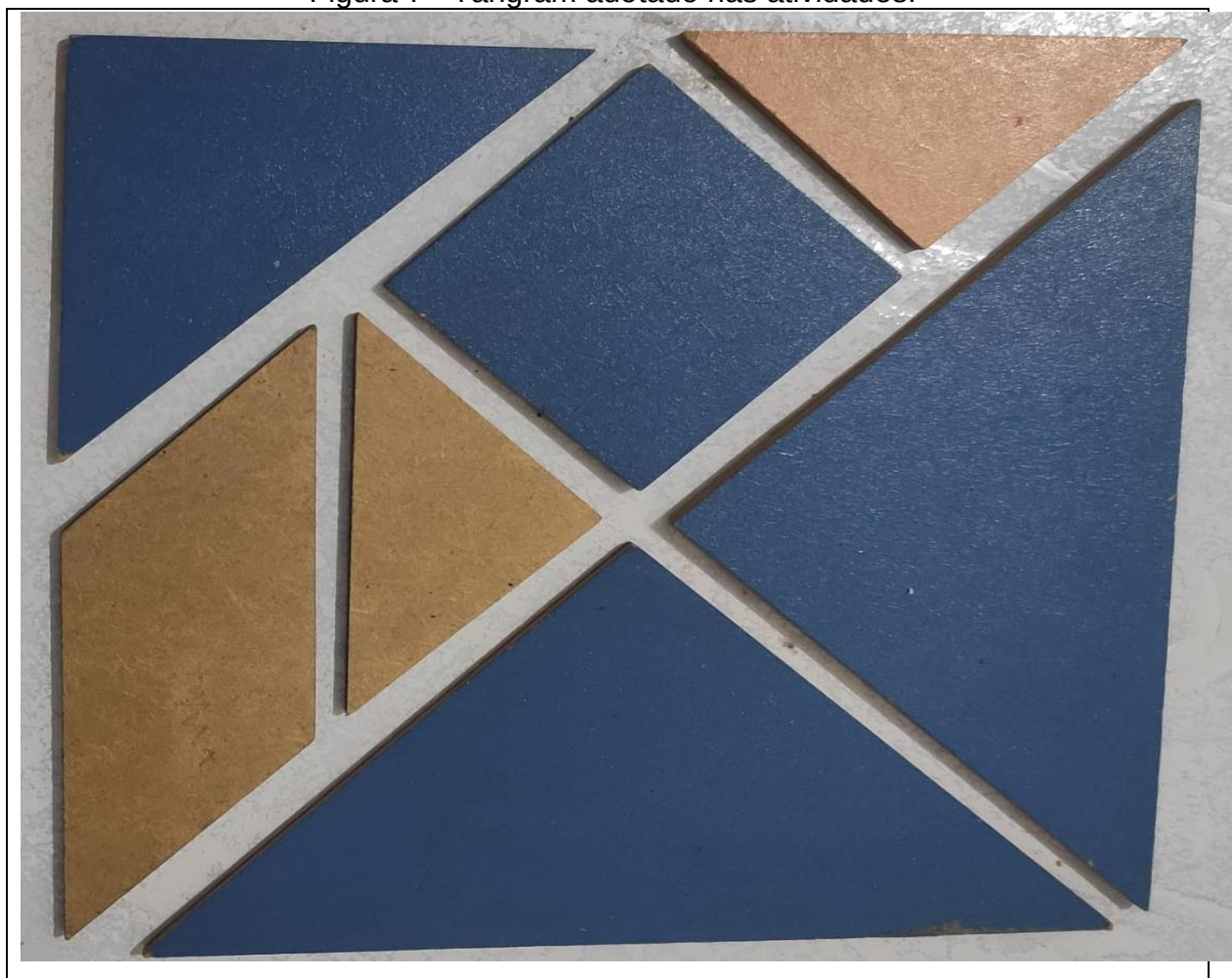
Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Na aplicação da sequência didática apresentada na íntegra no Apêndice B, alguns conhecimentos básicos necessitam ser mobilizados previamente. Como os sujeitos da pesquisa eram nossos alunos, ao longo do ano letivo de 2022 (o primeiro totalmente presencial pós-pandemia de COVID 19), se fez necessário retomar com os sujeitos conhecimentos de geometria e aritmética, tais como operações fundamentais, reconhecimento de figuras planas, cálculo de perímetro e área, paralelismo, simetria, propriedade distributiva da multiplicação, noções de potenciação, medidas congruentes, expressões numéricas com jogo de sinal, arredondamento etc.

É importante esclarecer que a sequência didática foi aplicada com sujeitos que foram alunos da professora-pesquisadora desde 2020. No entanto, por dois anos as aulas foram ministradas remotamente, o que gerou lacunas a respeito da assimilação dos conhecimentos acima elencados, situação que ocorreu em toda comunidade escolar do município de Cametá, lócus da pesquisa. Essa retomada foi realizada durante as aulas e em oficinas desde o início do ano letivo em março de 2022, visto que todo esse planejamento minucioso teve como único objetivo reduzir as possíveis dificuldades que, porventura, pudessem ocorrer durante o processo de aplicação da sequência didática.

Como recurso didático, foi adotado um jogo geométrico chamado Tangram. Trata-se de um quebra cabeça de sete peças, sendo quatro triângulos isósceles, um quadrado e um paralelogramo com detalhamento na seção 1.4.

Figura 7 - Tangram adotado nas atividades.



Fonte: Material produzido pela autora (2022).

A figura7 ilustra um dos Tangrams que foi utilizado por cada um dos grupos de estudantes participantes da pesquisa, feito em madeira e pintado em diferentes cores, entretanto pode ser confeccionado em papel, EVA, acrílico, a critério do professor que queira adotar a atividade.

Na classificação de Lorenzato (2006) apresentada na seção 1.4, Tangram é classificado como material didático concreto manipulável sendo manuseado pelos sujeitos da pesquisa na tentativa de abstrair dele algumas propriedades e desenvolver conhecimentos sobre Expressões Algébricas, orientados pelo protocolo escrito elaborado e pelas intervenções orais da professora-pesquisadora.

4.1 EXPERIMENTAÇÃO

O lócus da pesquisa se deu no município de Cametá-PA, numa escola municipal de Ensino Fundamental, localizada num bairro periférico da cidade, porém é referência na educação com IDEB 4,8 em 2019, conforme o site clipEscola, mas que ainda será atualizado com a nova nota de 2021 para 5,4.

A escola oferece o curso de ensino fundamental de 1º a 9º ano. No turno da manhã, funcionam as turmas do 6º ao 9º ano com um total de 8 turmas, duas turmas para cada ano de ensino e ainda, o atendimento educacional especializado- AEE, sendo este atendendo os alunos do ensino fundamental de 6º a 9º ano no período da tarde.

A equipe gestora é formada por uma diretora, uma vice-diretora, uma secretária e duas coordenadoras pedagógicas as quais foram solícitas em proporcionar espaço e autorização dos responsáveis dos sujeitos para participação voluntária e anônima nesta pesquisa.

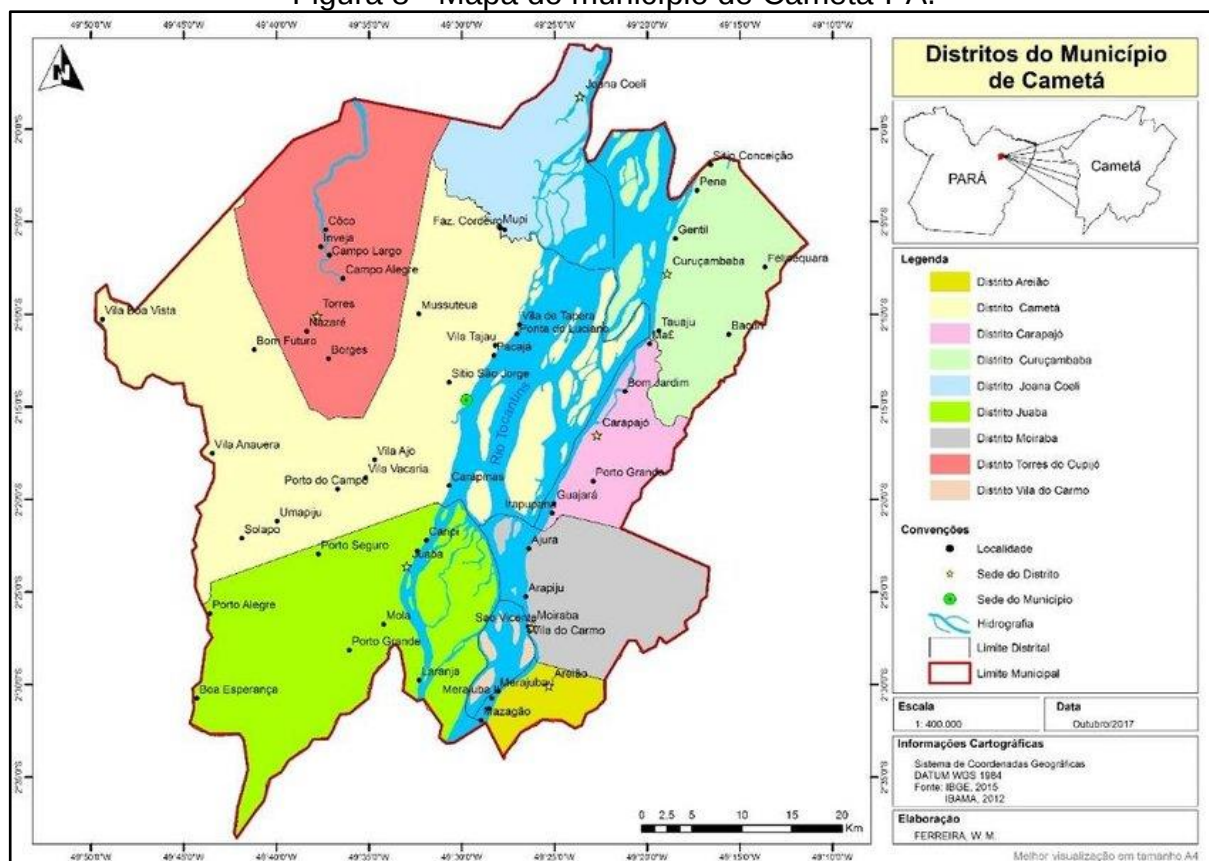
A escola possui 597 alunos, sendo 296 matriculados no ensino fundamental do 6º ao 9º ano com turmas com 37 alunos. A relação da escola com a comunidade escolar é harmoniosa, o conselho escolar é ativo e sempre há eventos envolvendo a todos e reuniões pedagógicas com pais e professores, o qual a participação dos pais/responsáveis chega a atingir mais de 95% de presença.

A pesquisa foi aplicada a uma turma do 8º ano, no turno da manhã com 7 encontros de mais ou menos 90 minutos. Com o apoio e autorização da direção e coordenação pedagógica. A turma de aplicação tem como professora de matemática da turma a própria professora-pesquisadora. Nessa escola tenho duas turmas do 8º ano, sendo assim utilizei uma turma de controle (TURMA A), com aulas na modalidade tradicional e a outra, com aplicação na sequência didática (TURMA B).

Cametá é um município do Estado do Pará, no Brasil, localizado à margem esquerda do Rio Tocantins, num espaço que compreende cerca de 3km de extensão. Sua população estimada de acordo com o último censo (2010) era de 134.100 habitantes. A cidade de Cametá limita-se ao norte com o município de Limoeiro do Ajuru, ao sul com Mocajuba, ao leste com Igarapé Mirim e ao oeste com Oeiras do Pará. Fica numa distância de aproximadamente 150 km em linha reta da capital paraense Belém-PA onde é vinculado curso de mestrado de que partiu esta pesquisa, sendo que foi necessário um deslocamento da professora da cidade em reside e

trabalha para outra cidade para desenvolver sua qualificação profissional a nível de mestrado.

Figura 8 - Mapa do município de Cametá-PA.



Fonte: <https://prefeituradecameta.pa.gov.br/o-municipio/historia/>

Chega-se a Cametá, por meio dos rios e pela estrada. Existem linhas de ônibus que fazem esse trajeto diariamente, em aproximadamente 4 horas de viagem, alternadas entre barco e ônibus. Para quem preferir vir em carro particular, deverá atravessar por uma balsa, pois a cidade fica do outro lado do rio.

Cametá foi fundada em 24 de dezembro de 1635, sendo uma das cidades, mais antigas da Amazônia. A palavra Cametá é de origem Tupi e deriva de “Cáa” (mato floresta) e “Mutá ou Mutã”, uma espécie de degrau instalado em galhos de árvores feitos pelos índios para esperar a caça ou para morar, logo, Cametá, numa tradução livre significa “Degrau no mato”¹.

¹ Cametá (Pará). Prefeitura Municipal de Cametá. In: Sobre o Município. < <https://prefeituradecameta.pa.gov.br/o-municipio/historia/> > acesso: 13 de janeiro de 2020.

A cidade de Cametá, além de estar cercada pela bela natureza amazônica e ter um povo simpático e hospitaleiro, possui uma grande riqueza cultural, marcada pela mistura de várias etnias: indígena, francesa, portuguesa, e tais influências são nitidamente visíveis no jeito de ser cametaense que chama a atenção: a forma de falar, cantar, dançar e vestir. A culinária cametaense também é outro ponto forte da cultura, com uma influência em seus pratos regionais marcada pelos indígenas, como o saboroso “mapará com açaí”, peixe mais popular da região, que também é fonte de renda de muitas famílias cametaenses.

Os sujeitos participantes da pesquisa tiveram sua participação voluntária autorizada por seus responsáveis mediante termo de consentimento livre e esclarecido (Apêndice E). A frequência dos 28 sujeitos da pesquisa, todos estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental e as datas dos 7 episódios didáticos estão apresentadas no quadro 3, sendo que no dia 29/06/2022 foi aplicado um teste com 10 questões (Apêndice D) para verificação de aprendizagem sobre expressões algébricas.

No quadro 22 temos a regularidade em que os estudantes participaram de cada um dos episódios sendo que dos 28 participantes, 20 participaram de todos os episódios e incluindo o teste de verificação de aprendizagem, graças a fundamental ajuda da gestão escolar, dos responsáveis e dos estudantes que se mostraram muito interessados em colaborar conosco.

Quadro 22 - Frequência dos Sujeitos da pesquisa.

Grupo	SUJEITOS	21/05	27/05	28/05	11/06	18/06	28/06	29/06
								6
A	A1	X	X	X	X	X	X	X
	A2	X	X	X	X	X	X	X
	A3	X	X	X	X	X	X	X
B	B1	X	X					
	B2	X	X	X	X	X	X	X
	B3	X	X	X	X	X	X	X
C	C1	X	X	X	X	X	X	X
	C2	X	X	X	X			X
	C3	X	X	X	X			X
	C4	X	X	X	X			X

D	D1	X	X	X	X			X
	D2	X	X	X	X	X	X	X
	D3	X	X	X	X	X	X	X
	D4	X	X	X	X	X	X	X
E	E1	X	X	X	X	X	X	X
	E2	X	X	X				X
	E3	X	X	X	X	X	X	X
F	F1	X	X	X	X	X	X	X
	F2	X	X	X	X	X	X	X
	F3	X	X	X	X			X
G	G1	X	X	X	X	X	X	X
	G2	X	X	X	X	X	X	X
H	G3	X	X	X	X	X	X	X
	G4	X	X	X	X	X	X	X
	G5	X	X	X	X	X	X	X
I	I1	X	X	X	X	X	X	X
	I2	X	X	X	X	X	X	X

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

No total foram nove grupos de dois a quatro estudantes, neste caso preferimos que os sujeitos escolhessem seus parceiros de grupo, para facilitar as interações aluno-aluno por conta da afinidade que os próprios estudantes estabelecem naturalmente entre si, em especial considerando-se a faixa etária entre 12 e 14 anos e algumas dificuldades interpessoais deixadas pelo ensino remoto, dificuldade essa que a proposta de ensino apresentada ajudou a superar devido a intensa mobilização dialógica promovida. Os sujeitos foram codificados para preservar seu anonimato pela letra de seu grupo seguida pela numeração, como ilustrado na coluna 2, do quadro 22.

Sobre a turma B, chamada turma de controle, participaram 39 sujeitos, cuja metodologia de ensino se deu por aula expositiva-dialogada tendo como recurso mediador o livro didático Dante (2018) e foi ministrada pela professora-pesquisadora.

Quadro 23 - Procedimentos turma de controle x turma de aplicação.

	Turma de Controle	Turma de Aplicação
Professor dos episódios de aprendizagem	Professora Pesquisadora	Professora Pesquisadora
Quantidade de h/a	12 h/a	12 h/a
Número de episódios	6	6
Recurso didático	Livro didático	Protocolo escrito da sequência didática
Metodologia de ensino	Definição, exemplos, exercícios.	Método interativo por meio de intervenções intencionais para construção autônoma de conhecimento.

Fonte: Adaptado de Silva (2020)

Na turma de controle, optamos pelo livro Dante (2018), livro adotado pela escola e que na análise realizada na seção 2.3 foi um dos que destacaram pela taxionomia de Bloom. De modo que pelo fato de ser a mesma professora para ambas as turmas e mesma quantidade de aulas, as diferenças se deram essencialmente no material escrito organizador de desenvolvimento de conhecimentos.

4. 2 COLETA E TRATAMENTO DE DADOS

Por conta dos aportes teóricos de análise adotados na pesquisa e apresentados na seção 2.3, Análise Microgenética e Análise do discurso, a coleta de dados se deu por meio de áudios gravados no aparelho celular da própria professora-pesquisadora das suas intervenções orais e das discussões e conclusões dos sujeitos. Esses áudios foram posteriormente transcritos em texto disponível no Apêndice C.

A tarefa de ministrar aula e coletar dados simultaneamente foi uma dificuldade que foi sendo superada ao longo das atividades, tanto que na aplicação da primeira UARC apenas 30 turnos audíveis foram coletados, o que não prejudicou a análise, pois os registros escritos também foram considerados como dados de análise da pesquisa. Entretanto, recomendamos que em pesquisas como está o professor

aplicador tenha o auxílio de um professor colaborador que ajude na coleta de dados em áudio, o que não foi possível nesta pesquisa.

Cada um dos seis episódios didáticos foi referente a cada uma das seis UARC's, dos quais foram extraídos segmentos de algum momento do episódio e que cada fala extraída foi chamada de turno a fim de analisar indícios de aprendizagem identificados nas interações com a professora e entre os sujeitos. No total foram coletados 622 turnos audíveis. Deste modo as falas coletadas ficaram organizadas como ilustra o quadro 24.

Quadro 24 - Turnos coletados em cada episódio.

Episódio	Data	Turnos
1	21/05/2022	30 turnos - de 1 a 30
2	27/05/2022	27 turnos - do 31 ao 57
3	28/05/2022	150 turnos - do 58 ao 207
4	11/06/2022	150 turnos – do 208 ao 357
5	18/06/2022	185 turnos - do 358 ao 542
6	28/06/2022	80 turnos - do 543 ao 622.

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Percebe-se no quadro 24 o aumento de turnos coletados a cada episódio, haja vista que o procedimento de coleta passou por processo de adaptação pela professora-pesquisadora, que ao longo da experimentação foi aprimorando a maneira de lidar com duas tarefas: ministrar a aula e coletar dados para a pesquisa.

4. 3 ANÁLISE DE RESULTADOS

Em se tratando da análise de resultados, precisamos retomar nossa questão norteadora estabelecida inicialmente para esta pesquisa: Que contribuições uma Sequência Didática estruturada segundo as Unidades Articulas de Reconstrução Conceitual (UARC) pode trazer para diminuir as dificuldades de aprendizagem no ensino de expressões algébricas direcionadas para as turmas do 8º ano do ensino fundamental?

Antes de falarmos das contribuições, de nossa questão de pesquisa surge a necessidade de elencar as dificuldades de aprendizagem no ensino de Expressões Algébrica, que foi bem explorado durante toda a pesquisa preliminar. Fazemos isso

ao final desta análise, realizando um paralelo entre as dificuldades que diagnosticamos e como nosso constructo contribuiu para minimizar tais dificuldades.

A princípio, frisamos que, embora tenhamos um material escrito, a essência do procedimento experimental está na comunicação promovida entre os sujeitos professor aluno e aluno-aluno, ou seja, apostamos na qualidade dialógica no processo de ensino aprendizagem e na formalização gradual e coletiva de conceitos. Assim, nossos critérios de análise vão avaliar possíveis superações de dificuldades mediante a interação dialógica e nível de aprendizagem inferida nos indícios de aprendizagem evidenciados na fala e na escrita dos sujeitos.

Ao organizarmos os dados de áudio transcrição e nos registros escritos, para realizarmos os recortes conforme Análise Microgenética (Seção 1. 3. 1)., buscamos trazer para nossa discussão as respostas dos sujeitos ante as intenções da abordagem comunicativa do professor, bem como os padrões de interação que evidenciam o nível aprendizagem alcançado, se perceptivo-intuitivo, se empírico, se teórico, conforme pressupostos da Análise do Discurso (Seção 1. 3. 2). Nessa análise, elencamos de que maneiras a sequência didática estruturada por UARC favoreceu aprendizagem de Expressões Algébricas.

A seguir, apresentamos a análise de cada um dos episódios da experimentação.

4. 3. 1 Episódio 1 – UARC 1

O primeiro episódio da Experimentação da Sequência Didática aconteceu no dia 21/05/2021. Foi um encontro para aplicar a atividade 1, cujo objetivo foi que os estudantes aprendessem a representar medidas congruentes (generalização). Não foi possível coletar muitos turnos, pois a atividade exigia que fosse feita a apresentação e familiarização como o recurso didático concreto estático Tangram, primeiro passo para uso de material manipulável (seção 1.4).

Inicialmente, os estudantes foram organizados em grupos que se mantiveram na estrutura em todos os demais episódios como ilustrado na seção 4, e se acomodaram em carteiras ao redor de mesas onde conseguiam melhor manipular o Tangram e fazer seus registros escritos, conforme ilustramos na figura 9.

Figura 9 – Organização dos estudantes nos grupos.



Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

No segmento da intervenção inicial havia um texto que falava da origem do quebra-cabeça Tangram e para dar uma motivação lúdica para a atividade pedimos que os sujeitos montassem com as peças do jogo um quadrado semelhante ao que acompanha o texto. Tarefa cumprida por todos os nove grupos, alguns com mais dificuldades que outros, mas deu pra notar o empenho e o envolvimento com a tarefa. Tendo cumprido a situação de ação ou de intervenção inicial com êxito.

Na questão de intervenção exploratória os sujeitos utilizaram uma régua pra medir os lados de cada peça do tangram e registrar no quadro. As dificuldades que identificamos foi de manuseio inclusive da régua, algumas vezes começavam a medir a partir da posição 1 cm ao invés da posição 0 cm, o que levava a medidas divergentes, que após intervenções orais nossas e entre eles mesmos, superaram essa dificuldade. Superado isso, os estudantes tiveram dúvida sobre arredondamento das medidas, o que indicamos adotar uma casa decimal.

Após aferirem a medida dos lados das peças cada vez que uma medida diferente aparecia trocava-se a cor da caneta, se fosse mesma medida usava a mesma cor de caneta. A Figura 10 ilustra os registros encontrados pelos sujeitos, nesse segmento.

Figura 10 – Registro do Grupo C- UARC 1.

01) Com o auxílio de uma régua, preencha a tabela com as medidas inteiras dos lados de cada peça do jogo. Para medidas com números inteiros iguais use canetas de mesma cor.

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	MEDIDAS (em centímetros)
1	Quadrado	5,2 5,2 5,2 5,2
1	Paralelogramo	7,4 5,2 7,4 5,2
1	Triângulo Médio	7,2 10,2 7,2
2	Triângulo Grande	10,2 14,5 10,2
2	Triângulo Pequeno	5,1 7,1 5,1

Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Neste recorte, o grupo acabou por fazer um arredondamento diferente para medidas congruentes (5,1 e 5,2), mas com erro de apenas um milímetro. Esse erro também foi temático da discussão, pois sabemos que na realidade medidas muito próximas podem, dependendo da situação, ser arredondada para inteiro e isso trata-se de uma tomada de decisão importante, que também rendeu interações interessantes, como vemos nos turnos a seguir retirados da transcrição (Apêndice C):

1. A1: Como pode se só tem duas medidas?
2. Professora: Será? O triângulo só tem duas medidas?
3. A2: É porque aqui são duas iguais e uma diferente.
4. Professora: Então você coloca. Qual é a medida igual? Quanto que mede?
5. A2: cinco.
6. Professora: Então você vai colocar 5, 5 e 7. Não tem problema se você colocou o cinco aqui, então coloque o sete aqui. Mas qual cor você vai colocar?
7. A2: roxo.
8. Professora: Isso porque você já colocou roxo aqui. Entendeu como que é?
9. A1: Porque tem que escrever só o negócio. Por exemplo, aqui deu 7,3 então tem que colocar só o vermelho.
10. Professora: Deu 7,3? E onde que deu 7,3?
11. A1: Não, é só um exemplo.
12. Professora: Só me mostra aqui essa medida. Aqui deu 10 e aqui deu 7 e aqui deu 7. Onde deu 3? Você quer colocar com exatidão?
13. A1: Isso.
14. Professora: Então vamos lá. Você vai colocar. Ai 7,3, mas você vai colocar de verde.
15. Professora e A1: Porque só vai ser colocado o primeiro.
16. Professora: Aqui, por exemplo, deu 5,1, então você vai colocar uma cor diferente. Nem rosa e nem verde. Porque a ideia do paralelogramo é

essa medida ter a mesma dessa, mas vocês vão provar isso para mim.

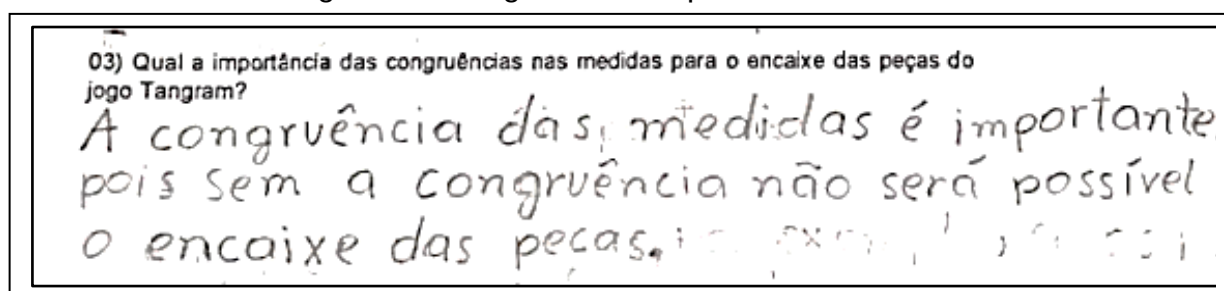
Nas falas transcritas é possível perceber dúvidas sutis que não foram possíveis de perceber no calor do momento da aplicação, no turno 1 o estudante A1 tem um conflito cognitivo ao perceber que o triângulo tem apenas duas medidas diferentes e não três. A nossa intervenção oral no turno 2, reforçou a reflexão levantada pelo sujeito A1, que logo o sujeito A2 elucida, no turno 3. Aqui tivemos um exemplo claro da relevância da intervenção oral reflexiva, porque instiga e promove troca de ideias entre os pares, sem que o professor diga diretamente as conclusões.

Nos turnos que vão de 6 a 16, estão as discussões em torno dos arredondamentos e da representação por meio de cores. Nem todas as falas foram audíveis, mas os estudantes perceberam que medidas congruentes poderiam ser representadas por cores diferentes e medidas iguais por cores iguais.

Temos então nesse segmento referentes as intervenções inicial e exploratória abordagem comunicativa interativa/dialógica e não interativa/dialógica, abordagens comuns no desenvolvimento de aprendizagem a nível perceptivo/intuitivo.

Após as discussões nas intervenções reflexivas, a última intervenção desse tipo ilustrada nas figuras 11 e 12 tinha a intenção de pré-formalizar a representação algébrica de medidas congruentes.

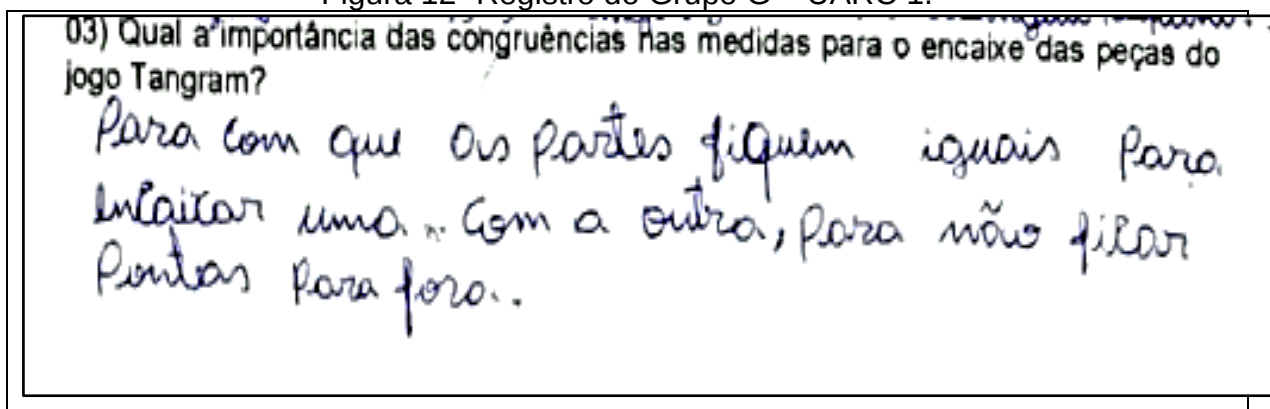
Figura 11 – Registro do Grupo A – UARC 1.



Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Nessa questão, a intenção era de que os estudantes compreendessem a importância e aplicação da congruência de medidas. Na figura 11, temos que o grupo A percebeu que a congruência foi importante para o devido encaixe das peças do Tangram.

Figura 12- Registro do Grupo G – UARC 1.

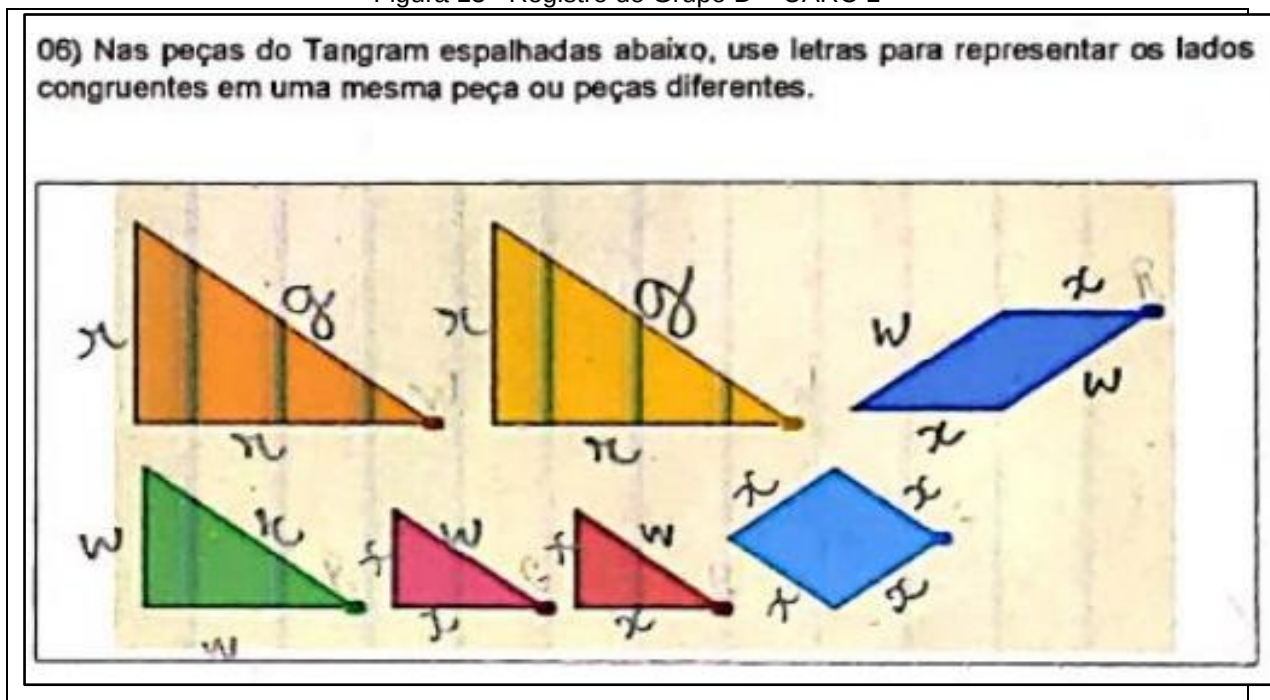


Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Na resposta ilustrada na figura 12, o grupo G, detalha que peças não congruentes resultará em peças que estrapalem a medida do encaixe com a expressão “pontas de fora”. Nesse momento, eles acabaram por perceber, que embora algumas peças fossem semelhantes, no caso dos triângulos isósceles retângulos, a diferença de medidas aumentava o desafio de construir a figura proposta.

Após as intervenções reflexivas e a formalização, os sujeitos foram desafiados nas intervenções avaliativas (pós-formais) a representarem por meio de letras as medidas das peças do tangram, como ilustrado na figura 13.

Figura 13– Registro do Grupo D – UARC 1



Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Nessa questão ilustrada na figura 13, os alunos escolhiam a letra que quisessem para representar as medidas, a regra era apenas: medidas iguais, letras iguais; medidas diferentes letras diferentes.

Precisamos perceber a quantidade de transformações que os estudantes estabeleceram até aqui, formas - números – cores – letras, houve uma intensa mobilização de transformações cognitivas que passaram pelo manual (material manipulável), lúdico (cores e formas), concreto (medidas), abstrato (representação algébrica). Também evidencia-se a gradual passagem pelos níveis de aprendizagem perceptivo/intuitivo, empírico e teórico.

Ademais, concluímos que, no episódio 1, temos o indício da importância de se adotar material manipulável no ensino de matemática no Ensino Fundamental, as sensações táteis e visuais promovidas pela manipulação do Tangram favoreceram o estímulo do pensamento algébrico. Aquela pergunta que os alunos sempre nos fazem “de onde saiu esse x ?”, foi silenciada ao passo que os próprios sujeitos sabiam exatamente o que representava cada letra por eles escolhida. De modo que se perguntasse ao grupo D, da figura 13, sobre o que seria “w”, responderiam precisamente ser o lado não congruente do triângulo menor, os lados congruentes do triângulo médio e os lados paralelos maiores do paralelogramo por apresentarem medidas congruentes.

Para outro grupo, “w” representaria outro significado, que era consciente para quem o definiu, essa é tal consciência epistêmica e algoritmica defendida por Cabral (2017), é ter controle dos conhecimentos que levaram o sujeito a tomar certas decisões. Para eles foi uma importante decisão eleger uma letra. Houve casos que usavam as iniciais dos nomes, outros adotavam ordem alfabética correspondente ao aumento da medida, várias estratégias foram por eles estabelecidas sobre as quais eles tinham controle, e, quando se perdiam estávamos lá para intervir.

Percebemos também que nesse momento os estudantes já não precisaram mais recorrer à manipulação tátil do Tangram, e não mais precisavam saber o valor, o número. Esse é um grande desafio que vivenciamos em sala de aula. O educando sente uma certa angústia em saber onde parar os números, porque são letras agora. E o questionamento clássico nas aulas, que antes, nós ministrávamos “Sim professora, agora é aula de português? Só tem letra!”, não houve na aplicação, mas persistiu na turma de controle onde seguimos os passos do livro didático.

Ao compararmos com análise feita nos livros didáticos da seção 2.3, conforme taxonomia de Bloom, também evidenciamos que todas as dimensões cognitivas foram alcançadas: Lebrar, Entender, Aplicar, Analisar, Avaliar, Criar nos episódios de experimentação da sequência didática em tela.

Das concepções sobre o ensino de álgebra apresentado na seção 2.1.1, identificamos que a UARC 1 se apresenta com uma concepção letrista facilitadora, devido ao uso do material manipulável. E, por fim, concluímos que a UARC 1, alcançou o objetivo proposto de desenvolver a generalizações de medidas congruentes por meio de letras.

4. 3. 2 Episódio 2 – UARC 2

No episódio 2 houve aplicação da UARC 2 aplicada no dia 27/05/2022. Nessa atividade o objetivo era definir uma expressão algébrica a partir da representação de perímetro das peças do Tangram, mais precisamente o termo algébrico, seu coeficiente numérico e sua parte literal. Era opcional o uso do Material Manipulável, entretanto, para execução dessa atividade os sujeitos adotaram as mesmas representações algébricas adotadas na última questão da UARC 1, ilustrada na figura 13, antes apresentada.

Temos nas figuras 14 e 15 a ilustração das respostas do grupo G às questões 1 e 3, respectivamente:

Figura 14– Registro do grupo G - UARC 2

1) O quadro abaixo faz referência aos dados coletados na atividade anterior. Preencha as medidas encontradas na atividade anterior e substitua os "valores" por incógnitas (letras) no quadro abaixo:

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	MEDIDAS (em centímetros)	Incógnitas respectivas associadas
1	Quadrado	5,1 5,1 5,1 5,1	a
1	Paralelogramo	7,3 7,3 5,1 5,1	b a
1	Triângulo Médio	7,3 7,3 10,2	b b f
2	Triângulo Grande	10,2 10,2 14,6	f f c
2	Triângulo Pequeno	5,1 7,3 5,1	b a a

Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Figura 15- Registro do grupo G - UARC 2

3) A partir das variáveis utilizadas e sabendo que o perímetro é a soma das medidas de cada peça, como você representaria o perímetro de cada peça?

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	PERÍMETRO
1	Quadrado	$4a$
1	Paralelogramo	$2b + 2a$
1	Triângulo Médio	$2b + 1a$
2	Triângulo Grande	$2a + 1c$
2	Triângulo Pequeno	$1b + 2a$

Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Para essas questões ilustradas nas figuras 14 e 15 os sujeitos precisaram relembrar cálculo de perímetro de figuras planas, vemos que uma vez definidas as representações algébricas de cada lado de cada figura e que os estudantes sabiam calcular o perímetro numericamente, o cálculo algébrico se deu sem muitas dificuldades. Neste caso, a empiria se deu na organização e observação dos dados no quadro. A tomada de decisão se deu no fato de juntar quantas vezes uma mesma letra se repetia numa mesma figura a exemplo do quadrado que os educandos reconheceram que a representação adotada aparecia quatro vezes e que por tanto o perímetro seria quatro vezes esse valor desconhecido.

Na intervenção reflexiva havia a pergunta: Como você explicaria a representação do resultado do perímetro de cada peça? Destacamos as respostas de grupos para discutir:

Grupo G - Eu explicaria que no resultado dos perímetros que lados iguais vão ter as mesmas letras e lados diferentes as letras são diferentes.

Grupo A - O quadrado tem todas as medidas congruentes, por isso tem a mesma incógnita. O paralelogramo possui dois termos congruentes. O triângulo médio possui três medidas, sendo duas congruentes e uma não congruente. (Dados da Experimentação, 2022)

Notamos que os sujeitos internalizaram bem o significado de medidas congruentes e a influência disso para a generalização algébrica. Entretanto o discurso do grupo G se deu a nível perceptivo/intuitivo e empírico, enquanto o grupo A demonstrou vocabulário científico mais avançado por adotar palavras como

“congruentes” e “incógnita” e por caracterizar cada uma das figuras geométricas, alcançando o nível teórico de aprendizagem.

Fizemos um recorte dos turnos coletados do episódio 2 para ilustrar alguns indícios de aprendizagem, do turno 32 ao 38.

32. B1: Porque aqui na terceira está falando das figuras que resultam em dois monômios, mas aqui aparece quatro então tem que botar os 4?
 33. Professora: Isso. Tu vais escrever o nome das 4 figuras geométricas. Quais seriam?
 34. B1: Paralelogramo, triângulo grande, triângulo médio e triângulo pequeno.
 35. Professora: Isso. E qual resultou em um monômio?
 36. B1: Quadrado.
 37. Professora: Por que?
 38. B1: Porque todos os lados dele são iguais.

Esses turnos foram referentes à quantidade de somas que ficaria na expressão reduzida do perímetro de cada peça do Tangram, em que o sujeito B1 expressou nos turnos 36 e 38 que foi capaz de reconhecer que a soma de termos algébricos ocorre quando a mesma incógnita se repete. Isto é, intuitivamente, ou de maneira pré-formal alcançaram a noção de soma de termos semelhantes. Nessa discussão o padrão de interação foi *I-R-A-F-I-R*, característico de uma I-OMO de abordagem comunicativa interativa/ de autoridade. Percebemos que a autoridade está na fala do estudante, que apenas está explicando à professora como chegou aos resultados que registrou no material impresso.

Nesse episódio, a formalização foi apenas um organizador mais rigoroso do que os sujeitos haviam concluído sobre o que seria uma expressão algébrica. Neste sentido, consideramos que o objetivo de aprendizagem da atividade foi alcançado.

4. 3. 3 Episódio 3 – UARC 3

O Episódio 3 refere-se a UARC 3, realizado no dia 28/05/2022, com objetivo de somar monômios para obter o perímetro de figuras. Também articulada de modo a retomar informação da atividade anterior. Na UARC 3 desenvolvemos a soma de termos semelhantes e o valor numérico da expressão algébrica. Embora os estudantes ainda estivessem realizando manipulações algébricas sobre as medidas das peças do Tangram, não precisavam mais manipulá-lo concretamente. Neste momento, a concepção sobre o ensino de álgebra adotado é o de modelagem matemática (seção 2. 1. 1). Necessariamente os sujeitos precisaram criar um modelo

matemático para o perímetro de cada peça do Tangram. Para ilustrar como se deu essa construção de conhecimento a seguir estão alguns turnos recortados da áudio-transcrição.

61. Professora: Sobre o quadrado, como você expressaria de maneira geral o seu perímetro? Você percebeu que seria perímetro do quadrado, você colocou. Quantas vezes apareceu o a ?
62. A6: quatro.
63. Professora: Então você tinha uma outra forma de mostrar essa soma, esse perímetro, então você colocou $4a$, é isso?
64. C1: E esse aqui?
65. Professora: A mesma coisa. Olha, na 3ª questão você tem assim: Considerado o que você expressou na questão anterior qual seria o perímetro de um quadrado cujo lado medisse 10 cm? Olha só, você não disse aqui na segunda questão que você poderia escrever o perímetro do quadrado como $4a$?! O que é $4a$, não é 4 vezes o a ?! e se o a valesse 10? Você não iria fazer?! Então, é isso que quero saber. Quanto vai dar?
66. C1: $4a$?
67. Professora: Então, e se o a valesse 10? Seria quanto?
68. C1: 40cm?
69. Professora: Isso. Porque é 40. Aqui eles não colocaram a , vamos supor que tenham colocado w , então você colocaria $4w$. Então $4x$ é. Então se o w valesse 10. Quanto daria o perímetro?
70. C2: 40cm.
71. Professora: Viu como aqui é a e aqui é w e está dando o mesmo valor. Por quê? Porque você está apenas substituindo agora, essa incógnita por um número. Quando isso acontece, o resultado é o mesmo. Agora esse resultado, esse perímetro, é numérico, ele dá um resultado.
72. D1: Eu boto $b + b + f$, né?
73. Professora: Isso. Deixa só eu falar um pouquinho sobre essas que você já fez. A segunda questão está ok. A primeira você preencheu corretamente, muito bem. Agora quando eu pergunto considerando o que você expressou na questão anterior, que você disse, o quadrado pode ser representado o seu perímetro como $4a$. Qual seria o perímetro de um quadrado que esse lado medisse 10cm. Então o a representa o tamanho do lado. $4a$ é $4x$ esse lado a . então se esse lado aqui fosse um número, por exemplo o 10. Quanto daria esse perímetro em número?
74. D2: 40
75. Professora: 40. Por quê? Porque você vai multiplicar $4x$ o 10. Porque não está sendo $4x$ o a , então vai ser $4x$ o 10. Então é isso que eu quero que você escreva aqui.
76. D3: Então não precisa colocar isso aqui? (Dados da experimentação, 2022).

Nesta discussão, embora os estudantes tivessem chegado ao mesmo resultado sobre o perímetro do quadrado. A professora os desafiou no turno 69, confrontando respostas de diferentes grupos que adotaram letras diferentes para a mesma situação. Isto é, a reflexão foi em torno da interpretação da situação e não da representação em si. Quem usou ' a ' e quem usou ' w ' para representar o lado do quadrado, sabia exatamente que se referiam a mesma situação e não houve dúvida do porquê dos resultados serem os mesmos, 40 cm (turnos 70 e 74).

Isso nos remete a recomendação que fizemos na seção 3.1.4 sobre o estudo histórico no contexto didático-pedagógico, que a linguagem simbólica precisaria encontrar significado na linguagem retórica (verbal). Essa ruptura histórica entre a linguagem algébrica retórica e a linguagem algébrica simbólica tem indícios, aqui, de que pode ser superada através de um ensino mais dialógico.

Na figura 16 ilustramos o registro do grupo A sobre as questões que estavam em discussão nos turnos que apresentamos.

Figura 16– Registros do Grupo A – UARC 3

01) Utilize a representação feita na última questão da atividade anterior para preencher o quadro abaixo:

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	Soma de letras para obter o perímetro de cada peça	Quantas vezes a mesma letra foi somada?
1	Quadrado	$a+a+a+a$	4 vezes
1	Paralelogramo	$b+b+a+a$	2 vezes
1	Triângulo Médio	$b+b+c$	2 vezes
2	Triângulo Grande	$c+c+d$	2 vezes
2	Triângulo Pequeno	$a+a+b$	2 vezes

02) Sobre o quadrado, como você expressaria de maneira geral o seu perímetro?

$4a$

03) Considerando o que você expressou na questão anterior, qual seria o perímetro de um quadrado cujo o lado medisse 10 cm?

$a = 10 \text{ cm}$ $4 \cdot 10 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$

$a \times 4 = 4a = 40 \text{ cm}$

Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Na figura 16 temos a ilustração das respostas que tiveram a transcrição acima analisada. Perceba que no quadro da questão 2, uma intervenção exploratória, os estudantes utilizaram as letras que adotavam desde a UARC 1, eles chegariam ao termo algébrico (Coeficiente mais parte literal) verificando quantas vezes uma mesma letra era somada para chegar ao perímetro da figura. Na questão 2, eles deduziram que se “a” era somado quatro vezes, então seria $4a$ ou simplesmente $4a$ seria o modelo para o perímetro do quadrado.

Na questão 3, com o modelo matemático em mãos, eles poderiam calcular o valor numérico do perímetro de qualquer quadrado sabendo a medida de um lado.

Isso é reconstrução conceitual! Após os estudantes repetiam esse processo para os triângulos e para o paralelogramo, foi realizada a formalização.

Nos turnos 168 até 193 temos as I-OMOS estabelecidas em torno das intervenções avaliativas (pós-formais). Como se tratavam de situações desatreladas do recurso didático Tangram, necessitou dessas intervenções para suavizar a tensão criada pela mudança de contextualização e consequentemente permitir ao aprendiz avançar de um Nível de Desenvolvimento Potencial (NDP) para o Nível de Desenvolvimento Efetivo (NDE) (Seção 1.2).

168. Professora: Na oitava questão vocês tem o seguinte, vocês têm algumas situações que vocês vão tentar tirar dessa linguagem escrita para colocar em uma linguagem matemática, só que essa linguagem matemática vocês vão colocar com incógnitas. Por exemplo, você tem a quantidade de pernas dos passageiros de um ônibus em uma lotação desconhecida de passageiros, se houvesse apenas eu, quantas pernas seriam?

169. Todos: duas.

170. Professora: Se fosse eu e E1?

171. Todos: 4.

172. Professora: Se fosse eu, E1 e B3?

173. Todos: 6.

174. Professora: Se fosse eu, E1, B3 e A2?

175. Todos: 8.

176. Professora: E se estivessem todos nós?

177. A5: Muitas pernas.

178. Professora: Muitas pernas, exatamente. Essas muitas pernas eu vou chamar x e como eu representaria a soma da quantidade de pernas? Se tivessem x pessoas e todas as pessoas tivessem duas pernas. Olha, uma pessoa, duas pernas, 2 pessoas, 4 pernas, se fossem 3 pessoas, 6 pernas, e se fossem x pessoas?

179. Todos: X pernas.

180. Professora: X pessoas, então cada pessoa vai ter uma perna.

181. A11: Não, então vai ser $2x$.

182. Professora: Olha o que A11 falou. Se tivessem x pessoas então seria $2x$, ao mesmo tempo ela disse $2x$, ou seja, se tem x pessoas e cada pessoa tem duas pernas então eu estou contando x para cada perna da pessoa. Logo, se tiver x pessoas vai ter $2x$ de pernas. Então se tiver uma lotação de um ônibus com um valor desconhecido de pessoas esse valor desconhecido você vai chamar de uma incógnita que pode ser x ou uma outra letra. E se fosse h , quantas pernas de pessoas teria nesse ônibus? $2h$, entendeu como é?! E aí é nesse mesmo raciocínio que vocês irão resolver a letra d , a quantidade de rodas em um estacionamento para carros. Se tiver um carro, quantas rodas vão ter?

183. Todos: 4.

184. Professora: Se tiver dois carros?

185. Todos: 8.

186. Professora: Se tiver 3 carros?

187. Todos: 12.

188. Professora: E se eu não souber quantos carros tem?

189. Todos: X carros.

190. Professora: Quantas rodas terá?

191. Todos: $4x$.

192. Professora: Por que vocês estão percebendo isso? Porque os termos são semelhantes e quando os termos são semelhantes isso aqui se chama de?

193. Todos: Monômio.
(Dados da experimentação, 2022)

Os turnos apresentados acima, são das intervenções avaliativas, isto é, pós formais. Nelas desvinculamos as situações sobre as peças do Tangram, para verificar se os sujeitos eram capazes de utilizar os conhecimentos adquiridos em situações diferentes das abordadas até então.

Vemos dos turnos 168 a 193 um ping-pong diálogo de I-R-A-I –R - A ... para envolver os sujeitos nas novas situações propostas, o que ajudou bastante no desenvolvimento das questões como ilustra a figura 17.

Figura 17– Registros do Grupo A – UARC 3

08) Indique por meio de um monômio:

a) A quantidade de pernas dos passageiros que estão em um ônibus em uma lotação desconhecida de passageiros.

$2R + 5R + 3R + 6R + 4R = 20R$
 $R \text{ pessoas} \rightarrow 2R$

b) A quantidade de rodas em um estacionamento para carros

$4A + 2A + 5A + 3A + 1A = 15A$
 $A \text{ carros} \rightarrow 4A$

c) O valor a ser pago por uma determinada quantidade de canetas que custam R\$ 5,00.

$1x + 2x + 4x + 3x = 10x$
 $x \text{ canetas} \rightarrow 5x$

d) O lucro de uma vendedora de açaí que ganha R\$ 3,00 por cada litro de açaí vendido.

$3P + 5P + 8P + 11P + 1P = 28P$
 $P \text{ Litros} \rightarrow 3P$

09) O monômio $0,5L$ representa o valor da fatura da conta de água. Sendo 0,5 o coeficiente numérico que representa o valor por litro de água consumido e L a quantidade de litros de água consumido. Calcule o valor da fatura de uma família que consumiu:

a) 10000 litros de água

$\frac{1}{2} \cdot 10000 = 5000$

b) 15000 litros de água

$\frac{1}{2} \cdot 15000 = 7500$

Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Temos pela figura 17 que os sujeitos realizaram com êxito as questões referentes às intervenções avaliativas, em situações diferentes das adotadas por meio

do Tangram, realizando generalizações e modelando diferentes situações, bem como calculando o valor numérico das expressões por eles estabelecidas.

Esse indícios de aprendizagem nos levam a concluir que os objetivos de aprendizagem da UARC 3 foram alcançados com êxito.

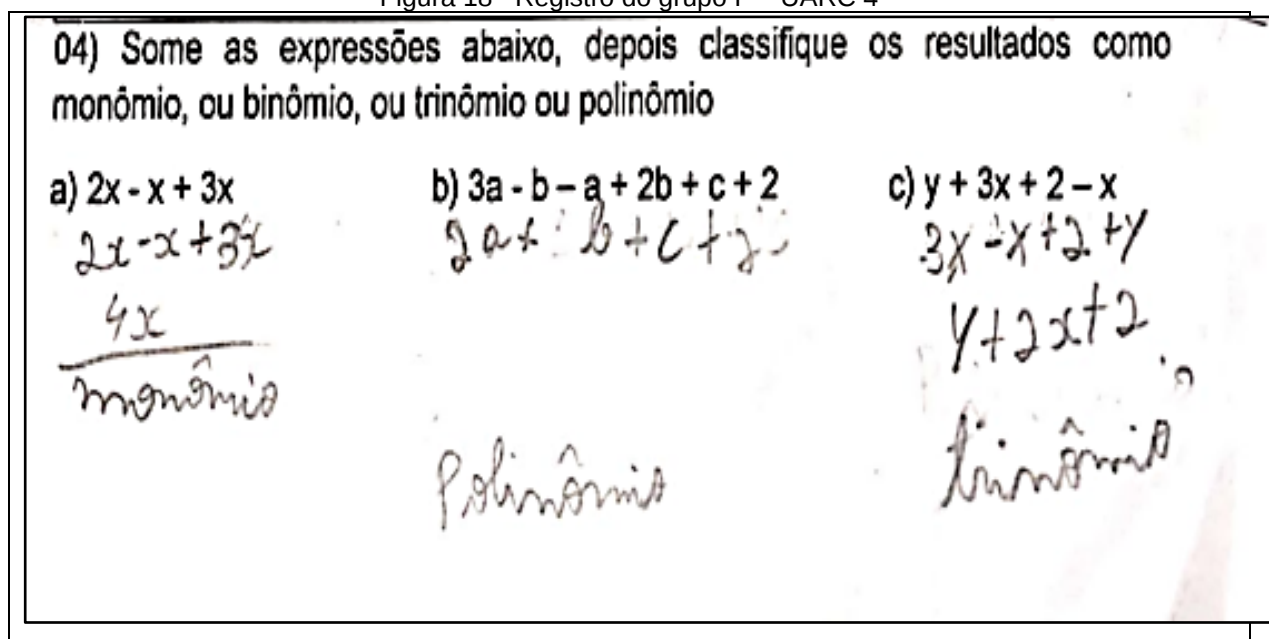
4. 3. 4 Episódio 4 – UARC 4

A UARC 4 foi aplicada no dia 11/06/2022, com um lapso temporal de duas semanas em relação ao episódio 3. Nessa atividade, o objetivo era classificar as expressões algébricas quanto ao número de termos. Para tanto, os sujeitos precisariam dos conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores. Por conta disso, antes de iniciar a atividade em si, foi necessária a retomada do que seria uma representação algébrica, um termo algébrico, coeficiente numérico, incógnita, soma de termos semelhantes, e, especialmente operações algébricas com números negativos, haja vista que nas atividades anteriores os termos eram sempre positivos.

Por conta dessa retomada e porque a atividade era bem simples, os turnos coletados não estavam diretamente sobre a UARC 4, mas sobre a retomada de conhecimentos e pode ser verificada no apêndice C.

As questões exploratórias e reflexivas foram retomadas das UARC anteriores. Na figura 18 temos a ilustração da resolução da intervenção avaliativa pelo grupo F. Os sujeitos foram capazes de realizar as somas de termos semelhantes, reduzindo as expressões algébricas e em seguida classificaram cada uma das expressões quanto ao número de termos.

Figura 18– Registro do grupo F – UARC 4



Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Depois de aplicada, percebemos que a UARC 4 poderia ser aglutinada a atividade 3 dependendo do tempo disponível para isso. Como tínhamos sempre apenas dois horários de 45 min, preferimos dar continuidade com a UARC 5 em outro episódio.

A naturalidade e agilidade com que os estudantes desenvolveram a UARC 4 nos levou a concluir que seu objetivo foi alcançado e que o tempo de qualidade dedicado a construção gradual do pensamento e da linguagem algébrica nas atividades anteriores permitiram uma transposição didática satisfatória para que pudessemos progredir em nível de complexidade no conteúdo, o que os professores, entrevistados em nossa pesquisa de campo apresentada na seção 2.4.3, afirmaram ser uma dificuldade no ensino de Expressões Algébricas. Deste modo, concluímos que os objetivos educacionais da UARC 4 foram alcançados.

4. 3. 5 Episódio 5 – UARC 5

O episódio 5 trata-se da experimentação da UARC 5, aplicada em 18/06/2022, com o objetivo de desenvolver a multiplicação algébrica de monômios. Nesta atividade, os estudantes utilizaram os conhecimentos sobre área de figuras planas, potenciação e sobre expressões algébricas até o momento adquiridos. Mais uma vez precisaram recorrer as representações utilizadas na UARC 1, como ilustra a figura 19.

Figura 19– Experimentação da UARC 5



Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Nos turnos 351 a 357 extraídos da áudio-transcrição vemos que nos turnos 351 e 353 que os estudantes entram num conflito sobre o uso do número (medida) ou da letra (representação algébrica). As intervenções orais são fundamentais para quando o estudante se perde, especialmente porque alguns sujeitos perderam alguns encontros. Logo, as retomadas de conhecimento podem ser feitas tanto pelo professor quanto pelos pares que participaram e que se apropriaram melhor dos conhecimentos.

351. F1: É para usar a régua nisso aqui?
 352. Professora: Para achar a medida de cada pedaço do quebra cabeça?
 353. F2: Sim.
 354. Professora: Não é necessário. Porque veja que no exercício 6 da atividade 1 você fez a representação algébrica, através das letras, então agora basta você colocar essas letras aqui, então por exemplo, é lá do triângulo pequeno, quanto é?
 355. F1: a.
 356. Professora: Então coloca a. Você vai colocando através dessas medidas.
 357. F2: Só isso?
 Professora: Por enquanto sim. (Dados da experimentação, 2022)

Nos turnos 351 a 357 o padrão de interação é I-R-F (iniciação- resposta- feedback), é uma abordagem interativo/ de autoridade, com autoridade no discurso da professora. Esclarecemos aqui que ao falarmos de discurso de autoridade, trata-se de uma autoridade epistêmica, em geral é exercida pelo professor. Mas há

situações em que os estudantes podem exercer esse discurso, quando, dentro do jogo didático, o professor coloca o educando na situação de ter que explicar sua estratégia, como vemos nas respostas a seguir nos turnos 360, 362, 368, 372, e 390.

359. [...]E como fica pessoal a área do triângulo? Vocês vão perceber que tem 3 medidas de triângulos mas todos esses triângulos são classificados pelos seus lados como isósceles, por que?

360. Todos: Porque tem dois lados com a mesma medida.

361. Professora: Muito bem. E em relação a seus ângulos, são chamados de triângulos retângulos porque tem um ângulo medindo 90° . Então vamos aproveitar e olhar ele em forma de triângulo retângulo, virado assim. Porque a área de um triângulo é calculado como a metade da área de um quadrilátero, então quem é a área de um quadrilátero?

362. Todos: base vezes altura.

363. Professora: Isso. Que é o produto do comprimento com altura, não é? Então a área do triângulo vai ser a dividido por dois, porque é a metade, tá bom? No caso do nosso triângulo, de todos os triângulos que nós temos aqui são retângulos, então esse comprimento aqui é a base e essa aqui a altura, mas você lembra que ele é isósceles? Quanto mede esse aqui?

364. G3: X.

365. Professora: E esse aqui?

366. G1: X.

367. Professora: Ou seja, eles tem a mesma medida. Então quando você for calcular a área do nosso triângulo, especificamente para a nossa oficina que nós estamos trabalhando com as figuras do tangram e todos os triângulos do nosso tangram são isósceles classificado pelo lado e retângulo classificado pelo ângulo, então a base e altura tem a mesma medida. Então se você chamar um desses triângulos, por exemplo aqui nesse triângulo maior A5 chamou aqui de x e esse outro lado aqui da x, então como é que vou classificar, como vou representar a área desse triângulo maior, vai ser porque é a metade da área do quadrilátero, entendeu? Vai ser a mesma coisa para os outros triângulos só que a diferença é que eu não vou utilizar o mesmo x, porque essa medida aqui é diferente daquela de lá. Então vamos supor que esse daqui vale a, então isso aqui vai ser $\frac{a \times a}{2}$. E o que dá $x \times x$?

368. G1: x^2

369. Professora: $a \times a$?

370. Todos: x^2

371. Professora: $c \times c$?

372. Todos: c^2 .

389. Professora: [...]Então vocês vão perceber que, por exemplo, aqui na área do triângulo, como ficaria utilizando a regra da potenciação?

390. Todos: $\frac{s^2}{2}$. (Dados da experimentação, 2022)

Os turnos apresentados de 359 a 390 demonstram como se deu a construção do modelo matemático da área do quadrado e dos triângulos do Tangram. Muito embora os sujeitos não estejam mais manipulando concretamente as peças, estão manipulando algébricamente as medidas dos lados para calcular de maneira geral a área de qualquer quadrado ou triângulo.

Figura 20 ilustra como o grupo C se saiu nas intervenções escritas da UARC 5.

Analisando seus registros, percebemos que não houve dificuldade em expressar a área do retângulo e do paralelogramo. Entretanto, ao expressarem a área dos triângulos isósceles retângulos, não identificaram que os catetos (congruentes) representavam comprimento e altura das peças, mas perceberam que deveriam dividir por 2. Embora equívocos como esses tenham acontecido, após as socializações e a vistoria feita pela professora-pesquisadora todas as dúvidas foram sanadas por meio das I-OMOS acima analisadas.

Figura 20 - Registro do Grupo - UARC 5

01) Preencha o quadro com letras que representem a altura e comprimento das figuras das peças do Tangram as quais você identificou na primeira atividade. Depois expresse algebricamente como seria a área de cada uma das figuras.

FIGURA GEOMÉTRICA	Altura	Comprimento	Expressão da área
Quadrado	w	w	$w \cdot w$
Paralelogramo	h	w	$h \cdot w$
Triângulo Médio	w	x	$\frac{w \cdot x}{2}$
Triângulo Grande	π	q	$\frac{\pi \cdot q}{2}$
Triângulo Pequeno	w	π	$\frac{w \cdot \pi}{2}$

01) Como ficariam as representações algébricas que você fez sem o sinal da multiplicação?

$w \cdot w, h \cdot w, \frac{w \cdot x}{2}, \frac{\pi \cdot q}{2}, \frac{w \cdot \pi}{2}$

02) Como ficaria a representação algébrica da área do quadrado considerando regras de potenciação?

$A = w^2$

Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Após a formalização, os sujeitos realizaram questões pós-formais como ilustrada na figura 21.

Figura 21 – Registro do grupo I - UARC 5

04) Calcule os seguintes produtos entre monômios:

a) $(2ab) \cdot (a^2) = 2a^3b$

b) $(-3ab) \cdot (a^2b) = -3a^3b^2$

c) $(4x^2) \cdot (3xy^3) = 12x^3y^3$

Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Pela intervenção avaliativa da UARC 5, identificamos que o objetivo de desenvolver a multiplicação de monômios foi alcançada, haja vista que a maioria dos estudantes conseguiu realizar as multiplicações dos coeficientes numéricos e as decorrentes potenciações da parte literal.

4. 3. 6 Episódio 6 – UARC 6

A UARC 6 foi experimentada no dia 28/06/2022, com o objetivo de desenvolver a multiplicação com polinômios por meio da aplicação da propriedade distributiva da multiplicação. Para desenvolver as questões, os estudantes teriam que buscar os registros da UARC sobre as medidas numéricas por eles aferidas e a elas adicionar um valor algébrico de ampliação. As intervenções foram construídas com a intenção de fazê-los modelar a área do quadrado e do triângulo do Tangram considerando a ampliação, como ilustra a figura 22.

Figura 22– Registros do grupo A – UARC 6

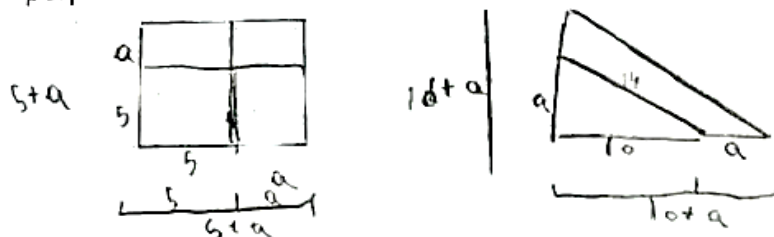
01) Utilize as peças, "quadrado" e "triângulo maior" do seu Tangram, para executar as seguintes tarefas:

a) Aproveite as medidas dos lados dessas figuras retiradas na atividade 1 e registre abaixo o valor arredondado (sem a parte decimal).

Quadrado = 5

Triângulo Grande = 10 e 14

b) Desenhe cada uma dessas figuras com a indicação de aumento de seus lados perpendiculares aumentadas em "a" unidades.



c) Represente algebricamente a área das figuras aumentadas em "a" unidades?

$$\square (5+a) \times (5+a) = \Delta \frac{(10+a) \times (14+a)}{2}$$

Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Temos na figura 22 um exemplo de como os sujeitos desenvolveram as intervenções escritas iniciais na questão 1: no item "a", a linguagem algébrica retórica; no item b, a representação geométrica do problema; no item c, o modelo matemático em linguagem algébrica simbólica. Nos turnos a seguir apresentados, temos as intervenções orais de manutenção objetiva sobre o modelamento das áreas em questão.

585. A mesma coisa vai acontecer com o teu triângulo, o teu triângulo grande era 10, 10, 14 as medidas dele, agora ele não é mais, agora é maior por que aumentou 'a' unidade nas perpendiculares, então ele se tornou um triângulo retângulo de tamanho e um valor desconhecido que não cabe agora calcular. Represente algebricamente, só para fazer vocês lembrarem: como calcula a área do quadrado?

586. Todos: comprimento vezes altura.

587. Professora: Quem é o comprimento ou base?

588. Todos: 5+a.

589. Professora: Quem é a altura?

590. Todos: 5+a.

591. Professora: Então como eu represento essa área desse quadrado?

592. Todos: $(5+a) \times (5+a)$

593. Professora. Isso! E como eu represento a área desse novo triângulo? Não é a metade?

594. Todos: sim.

595. Professora: Quem é o comprimento?

596. Todos: 10+a.

597. Professora: Quem é a altura?

598. Todos: 5+a

599. Professora: Dividindo tudo por 2. Entenderam como representa tudo algebricamente agora?

600. Todos: Sim.

601. Professora: Conseguiram compreender?

602. Todos: Sim.

Temos do turno 585 a 602 um padrão de interação I – R – F-I -R-F e abordagem comunicativa interativa/dialógica com intervenções orais reflexivas. Temos indícios aprendizagem identificados especialmente nos turnos 592, 596, 598 e 600. Embora nesta última UARC o nível de complexidade tenha sido maior que nas anteriores, percebemos que foi executada sem muitas dificuldades, o que consideramos ser resultado da qualidade do processo dialógico durante as construções de conceitos preliminares. Logo, o nível epistemológico teórico de aprendizagem foi amadurecido antes mesmo da formalização.

Na figura 23, temos o registro das intervenções referentes ao recorte da transcrição acima apresentado.

Figura 23 – Registro do grupo B - UARC 6

02) Utilize os seus conhecimentos sobre área de figuras planas para preencher o quadro abaixo com uma expressão algébrica que represente a área do que se pede:

Figura	Área algébrica da figura original	Área algébrica da figura com medida aumentada em "a" unidades
Quadrado	$x \cdot x = x^2$	$(x^2 + a) \cdot (x^2 + a) =$
Triângulo	$C = \frac{C \cdot C}{2}$	$\frac{(C^2 + a) \cdot (C + a)}{2}$

03) O que resultaria ao utilizar a propriedade distributiva da multiplicação nas expressões algébricas da área das figuras com medidas aumentadas em "a" unidades?

$$A = (x + a) \cdot (x + a) =$$

$$A = x \cdot x + ax + ax + a \cdot a =$$

$$= A = x^2 + 2ax + a^2$$

$$A = (C + a) \cdot (C + a) =$$

$$A = C \cdot C + aC + aC + a \cdot a =$$

$$= A = C^2 + 2aC + a^2$$

Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Os conhecimentos mobilizados nas questões 2 e 3 foram gradualmente cosntruídos ao longo das cinco UARC's anteriores. As constantes retomadas, o tempo para amadurecimento de ideias, a troca de informações entre os pares foram fundamentais para o êxito da atividade.

Na figura 24, temos o registro do grupo G ilustrado nas resoluções das intervenções avaliativas.

Figura 24– Registro do grupo G – UARC 6

6) Calcule os seguintes produtos:

a) $(b+1).(b+1)$ b^2+2b+1
 $b, b+1b+1b+1, 1 = b^2+2b+1$

b) $(a+2).(b+2)$ $ab+2a+2b+4$
 $ab+2a+2b+2.2 = ab+2a+2b+4$

c) $(x-2).(x+2)$ x^2-4
 $x, x+2x-2x+2.2 = x^2-4$

d) $(x+2).(x+y-3)$
 $x, x+xy-3x+2x+2y+2.-3$
 $x^2+xy-1x+2y+-6$

Fonte: Protocolos da pesquisa (2022)

Nas intervenções pós-formais ilustradas na figura 24, temos que os sujeitos conseguiram generalizar o conhecimento algorítmico adquirido sobre multiplicação de binômios para multiplicação entre quais quer tipos de polinômios. Deste modo, concluímos que os objetivos de aprendizagem da UARC 6 foram alcançados e chegamos ao ponto de concluir que todo o constructo deve seus objetivos educacionais alcançados segundo os aportes teóricos e metodológicos adotados para esta pesquisa.

Na seção seguinte fazemos uma análise adicional de caráter quantitativo sobre um teste de verificação de aprendizagem aplicado logo após a experimentação da Sequência Didática construída para o ensino de Expressões Algébricas.

4. 3. 7 Teste de aprendizagem

Os dados quantitativos analisados nesta seção são apenas para fazer um comparativo entre a turma de controle e turma de experimentação para verificar se houve alguma diferença em termos de desempenho quantitativo com relação à metodologia de ensino adotada.

No dia 29/06/2022 foi aplicado um teste de verificação de aprendizagem sobre Expressões algébricas para duas turmas com metodologias de ensino diferentes, conforme foi apresentado no quadro 23 da seção 4.1. O teste disponível na íntegra no Apêndice D, contém 10 questões que abordam os conhecimentos desenvolvidos sobre Expressão Algébricas em duas turmas de 8º do ensino fundamental.

As questões eram objetivas e discursivas, sendo que os cálculos deveriam ser registrados pelos sujeitos. Da turma de aplicação fizeram o teste 27 estudantes e da turma de controle participaram 39 sujeitos. A cada questão foi atribuída nota de 0 a 1 dependendo o domínio conceitual e algorítmico apresentado nas respostas, podendo totalizar 10 pontos caso acertassem todas as questões.

Os estudantes tiveram dois horários de 45 min para realizar o teste, totalizando 90 minutos. Nessa avaliação não era permitido interação dialógica ou acesso a material de consulta, sendo, portanto, uma avaliação individual. Na tabela 3, temos os resultados do desempenho da turma de aplicação da Sequência Didática (SD).

Tabela 3 – Desempenho da turma de aplicação da SD.

Nº		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	TOTAL
1.	A1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10,0
2.	A2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10,0
3.	A3	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1	0,5	9,0
4.	B1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	6,0
5.	B2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10,0
6.	B3	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	5,0
7.	C1	1	1	1	0,5	1	1	1	0	1	0	7,5
8.	C3	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0,25	6,25
9.	C4	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	7,0
10.	D1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	5,0
11.	D2	1	1	1	0,4	1	0	1	0	0	0	5,4
12.	D3	1	1	1	0,8	1	0	1	0	1	0,2	7,0
13.	D4	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0,5	4,5
14.	E1	1	1	1	0,2	1	1	1	0	1	0	7,2
15.	E2	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	4,0
16.	E3	1	1	1	0,3	0	0	0	0	0	0	3,3
17.	F1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	9,0

18.	F2	1	1	1	0,75	1	1	1	1	1	0,5	9,25
19.	F3	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	5,0
20.	G1	0	1	1	0,3	1	0	1	1	0	0	5,3
21.	G2	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	5,0
22.	H1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	7,0
23.	H2	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	6,0
24.	H3	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	7,0
25.	I1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	4,0
26.	I2	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	4,0
27.	I3	1	1	1	0,3	0	0	0	0	0	0	3,3
MÉDIA DOS SUJEITOS												6,4

Dados: Teste de aprendizagem (2022)

Temos pela tabela 3 que as notas dos sujeitos da turma de aplicação variaram de 3,3 a 10,0, sendo que a média geral da turma foi de 6,4. Nessa turma, as aulas se restringiram a experimentação do protocolo escrito disponível no Apêndice B e mais as intervenções orais durante o processo de reconstrução conceitual. Não houve oportunidade de realizar exercícios de aprofundamento antes desse teste.

Na tabela 4, temos os resultados sobre o desempenho dos estudantes que estiveram na turma de controle, onde a metodologia de ensino foi de aula expositiva dialogada com apoio de Dante (2015) como orientador do processo de ensino.

Tabela 4– Desempenho da turma de controle.

Nº		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	TOTAL
												L
1.	E1	1	1	1	0,3	1	0	1	0	0	0	5,3
2.	E2	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	4,0
3.	E3	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	4,0
4.	E4	1	1	1	0,8	1	0	1	0	0	0	5,8
5.	E5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2,0
6.	E6	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	3,0
7.	E7	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	4,0
8.	E8	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	5,0
9.	E9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
10.	E10	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	4,0
11.	E11	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	6,0

12.	E12	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	4,0
13.	E13	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0,5	7,5
14.	E14	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	3,0
15.	E15	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	4,0
16.	E16	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0,3	4,3
17.	E17	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0,4	7,4
18.	E18	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0,7	7,7
19.	E19	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2,0
20.	E20	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1,0
21.	E21	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2,0
22.	E22	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	5,0
23.	E23	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	4,0
24.	E24	1	0,3	1	0	1	0	1	0	0	0	4,3
25.	E25	1	1	1	0,5	1	1	1	1	0	0	7,5
26.	E26	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	7,0
27.	E27	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	2,0
28.	E28	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	8,0
29.	E29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10,0
30.	E30	0	1	1	0,5	1	1	1	0	1	0,2	6,75
											5	
31.	E31	1	1	1	0,7	1	0	1	1	1	1	8,75
					5							
32.	E32	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0,2	7,25
											5	
33.	E33	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	5,0
34.	E34	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	7,0
35.	E35	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	6,0
36.	E36	1	1	1	0,5	1	0	1	0	1	0	6,5
37.	E37	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2,0
38.	E38	1	0	1	0,5	1	0	1	1	1	0	6,5
39.	E39	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	6,0
MÉDIA DOS SUJEITOS												5,0

Fonte: Dados do Teste de Aprendizagem (2022)

Temos pela tabela 4 que os estudantes da turma de controle tiveram suas notas variando de 0 a 10, de modo que a média da turma foi de 5,0. Sendo que foi aplicado todos os tópicos sobre Expressões Algébricas do livro didático adotado e a maioria dos problemas e exercícios.

Considerando que a média adotada para aprovação na rede estadual de ensino é 5,0, também comparamos que a 75% dos estudantes da turma de aplicação alcançaram média igual ou superior a 5,0, e que 50% dos sujeitos da turma de controle alcançaram nota maior ou igual a 5,0. Uma diferença significativa de desempenho.

Assim, inferimos que a qualidade dialógica do processo de ensino com Sequência Didática estruturada como UARC apresentou efeitos positivos no desempenho quantitativo dos sujeitos. A seguir apresenta-se uma síntese dos resultados obtidos na experimentação da Sequência Didática

4. 3. 8 Síntese de resultados

Nesta seção, fazemos uma síntese dos resultados analisados neste capítulo 4 sobre a Sequência Didática construída para o ensino de Expressões Algébricas. Essa análise baseou-se na qualidade do processo de ensino e da interação dialógica realizada durante a experimentação da Sequência Didática entre a professora e alunos e entre os próprios alunos.

Na análise realizada em cada uma das UARC sobre a apreensão dos objetivos de aprendizagem, segundo a Análise do Discurso e Análise Microgenética em cada uma das UARC, sintetizamos as dificuldades levantadas nas pesquisas preliminares, que identificamos terem sido minimizadas durante o processo de ensino, como organizado no quadro 25.

Quadro 25 – Dificuldade minimizadas pela SD.

Dificuldades identificadas	Intervenção pedagógica
- Desenvolvimento do pensamento algébrico; - Conversão da linguagem corrente para a algébrica simbólica; - Indicação de um valor desconhecido em uma sentença algébrica; -Definição de termo algébrico;	-Utilização de recursos geométricos-visuais e com transformismo algébrico por meio de recursos manipuláveis concretamente; -Adoção de recurso educativo lúdico; -Articulação com conhecimentos base e conteúdos subsequentes;

-Classificação das expressões algébricas quanto ao número de termos; -Reconhecimento de termos semelhantes; -Identificação de coeficiente numérico e parte literal de um termo algébrico; -Soma e subtração de termos semelhantes - Multiplicação de monômios e polinômios; -Leitura e interpretação da situação problema; - Cálculo do valor numérico em uma sentença algébrica; -Generalização de propriedades, descrição de regularidades por meio de expressões algébricas; - Estabelecimento de conjecturas na formulação de situações-problema envolvida e manifestada em seu dia a dia; - Resolver, construir, modelar, reelaborar formulações algébricas; - Relacionar Expressões Algébricas com outros objetos matemáticos. -Desenvolvimento da Linguagem algébrica retórica e simbólica; - Representação de situações-problema utilizando a linguagem algébrica -Utilização de uma expressão algébrica para representar o perímetro e área de uma de uma figura; -Desenvolvimento de conhecimento abstrato matemático por meio de observação e generalização de comportamentos em objetos concretos.	-Realização de proposições de caráter empírico e reflexivo; -Criação de zonas de tensão cognitiva com intenção de reconstruir conhecimentos; -Estabelecer conjecturas na formulação de situações-problema envolvida e manifestada em seu dia a dia; -Ambiente cooperativo de aprendizagem; - Desenvolvimento de autonomia; -Troca de ideias; -Argumentação matemática; -Recurso pedagógico facilitador da conexão da língua materna e do significado algébrico. -Protocolo escrito planejado com intenção de promover interação dialógica; -Professor como provocador de discussões e reformulações do pensamento e de estratégias; -Construção gradual de conhecimentos; - Mobilização de transformações cognitivas que passaram pelo manual (material manipulável), lúdico (cores e formas), concreto (medidas), abstrato (representação algébrica). - Gradual passagem pelos níveis de aprendizagem perceptivo/intuitivo, empírico e teórico.
--	--

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

No quadro 25 organizamos de maneira geral as dificuldades comumente reconhecidas no ensino de Expressões Algébricas segundo nossas pesquisas preliminares e que afetam a aprendizagem de matemática no Ensino Fundamental, de modo que concluímos ter respondido a questão de pesquisa que estabelecemos

inicialmente: Que contribuições uma Sequência Didática estruturada segundo as Unidades Articulas de Reconstrução Conceitual (UARC) pode trazer para diminuir as dificuldades de aprendizagem no ensino de expressões algébricas direcionadas para turmas do 8º ano do ensino fundamental? Logo, de forma planejada e fundamentada as dificuldades foram minimizadas por ações articuladas e intencionais apresentadas na segunda coluna do quadro 25.

Considerando nossos aportes teóricos, em especial a Teoria das Situações Didáticas, nosso constructo foi pensado de modo a aproximar as relações existentes entre os elementos do jogo didático: Aluno, professor e saber. Com essa intenção, buscamos criar um *milieu* mais satisfatório possível, isto é, com qualidade pedagógica, epistemológica e de aprendizagem (Seção 1.1). Neste sentido, elencamos algumas potencialidades identificadas em cada uma dessas relações no quadro 26.

Quadro 26 - Potencialidades da SD para o Triângulo didático.

Pedagógica Professor / Aluno	Epistemológica Professor/ Saber	Aprendizagem Aluno / Saber
- Interação dialógica; -Possibilidade de negociar ideias; - Mediação da construção de conhecimentos; -Autonomia para redescobertas e auto-correção; -Acompanhamento das empirias realizadas; -Apresentação das conexões entre o conhecimento abstrato e a realidade; -Aprendizagem colaborativa; -Feedback sobre a aprendizagem; -Criação de ambiente agradável, criativo e lúdico;	- Fundamentação teórica e metodológica; -Aprofundamento epistêmico e histórico sobre o objeto matemático; - Consciência dos possíveis obstáculos didáticos; - Controle relativo do processo didático; - Experiência direta com diferentes concepções sobre o ensino de Álgebra; -Desenvolvimento de habilidades de pesquisadora da professora; -Visão ampla sobre as aplicações e recursos didáticos possíveis de serem adotados no ensino de Expressões Algébricas.	-Alcance dos níveis epistemológicos de aprendizagem: perceptivo/intuitivo, empírico e teórico sobre Expressões Algébricas; -Desenvolvimento do pensamento algébrico; -Desenvolvimento da linguagem algébrica simbólica; -Exercício da oralidade sobre Expressões Algébricas, linguagem retórica; -Aprimoramento conceitual gradual do saber; - Potencialidade da relação afetiva com a Matemática; -Autoestima intelectual.

-Confiança e liberdade de fala.		
---------------------------------	--	--

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Quando nos referimos às relações que envolvem o professor no quadro 26, falamos da professora pesquisadora, que arquitetou e experimentou a Sequência Didática em questão. Destacamos que na relação pedagógica houve uma transferência de uma conduta ativa da professora para os alunos, para que eles se sentissem protagonistas de sua aprendizagem. Isso foi fundamental para a autoestima intelectual deles, haja vista que vinham superando uma lacuna formativa dolorosa que muitas vezes os deixava constrangidos em se envolver, perguntar e expressar suas ideias. Essa foi a potencialidade que mais nos fez sentir recompensados nesta pesquisa, pois não falamos apenas de matemática e como ensiná-la, falamos também sobre como crianças e adolescentes podem se sentir envolvidos com o que aprendem e confiantes para usar o que aprenderam para tomar decisões no cotidiano escolar ou fora dele.

Precisaríamos que outro professor reaplicasse a Sequência Didática após compreensão do embasamento teórico dela, e com um professor colaborador que colete os dados, para verificar se as potencialidades são similares para o aplicador que construiu e aplicou a SD e outro que apenas a aplicou. De todo modo, para futuras reaplicações é necessário entender que as atividades, por serem articuladas, funcionam juntas e na sequência posta, por conta dos mecanismos de retomadas que há no planejamento de seu sequenciamento.

Sobre o comparativo quantitativo do desempenho dos sujeitos participantes da turma de aplicação e da turma de controle, enfatizamos que além da diferença entre o norteador escrito, sobre a mediação, na turma de controle não houve a parte de pré-formalização que houve com a sequência didática, revelando que o protagonismo sobre a própria aprendizagem é um fator que potencializa a apreensão de conhecimentos e habilidades sobre a Matemática.

Sobre a revisão de estudos realizada tivemos a convicção de que foi determinante para o levantamento das dificuldades minimizadas e para apontar alternativas de superação. Pelo estudo do objeto matemático, Expressões Algébricas, entendemos a sua evolução e as implicações didático-pedagógicas sobre sua transposição didática para a sala de aula. Foi possível fazer em nossas análises retomadas dessas informações sempre que reconhecidas e, inevitavelmente, se tornaram embasamento para as análises realizadas.

Em mais de uma década como professora da Educação Básica, poucas vezes me senti tão satisfeita com minhas habilidades didático-pedagógicas, porque mais aprendi com meus alunos do que ensinei. Quando chegou nas últimas atividades eu tive que me calar e vê-los disputando quem iria explicar as conclusões por eles elaboradas naquele protocolo escrito, agora cognitivamente internalizadas. Aqueles alunos que no início se encabulavam em responder perguntas triviais, agora defendiam suas ideias com propriedade. Logo, para além das potencialidades didáticas investigadas, descobrimos que a consciência epistêmica e algorítmica defendida por Cabral (2017) se torna efetiva quando se converte numa manifestação democrática de ideias e experiências coletivas e colaborativas sobre o conhecimento, é fazendo barulho, não é no silêncio.

Nos aspecto teórico e metodológico tanto de pesquisa, quanto de ensino, consideramos que os diferentes aportes, tendências e concepções adotadas enriqueceram a fundamentação do constructo educacional, trouxeram aprimoramento epistêmico e didático a professora pesquisadora, bem como apresentam a comunidade científica que é possível estabelecer conexões entre diferentes teorias e diferentes práticas educativas. As nossas decisões sobre como fazer uso desses diferentes olhares tiveram como foco a comunicação matemática dialogada, criativa e conectada como diferentes objetos matemáticos do currículo de Matemática, sem desconsiderar a realidade de pôr quem e para quem a Sequência Didática intitulada

“Sequência Didática com uso de Tangram para o ensino de Expressões Algébricas” foi projetada.

Neste sentido, concluímos que a sequência didática construída para o Ensino de Expressões Algébricas e estruturada como Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual (UARC) foi validada e alcançou o objetivo de identificar as potencialidades didáticas de uma sequência didática construída especificamente para o ensino de Expressões Algébricas, segundo os critérios de análise adotados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos os resultados de uma pesquisa em nível de mestrado sobre o Ensino de Expressões Algébricas com o objetivo de identificar as potencialidades didáticas de uma sequência didática construída especificamente para o ensino de Expressões Algébricas.

Em nossas pesquisas preliminares identificamos as concepções sobre o ensino de Álgebra e de Expressões Algébricas que envolvem a didática dos professores de Matemática, bem como as diferentes abordagens para desenvolvimento da sua aprendizagem no Ensino Fundamental. Com isso, construímos uma sequência didática que combinou duas concepções de abordagem: a letrista facilitadora (com uso de material concreto ou manipulativo) e a concepção de modelagem matemática (com construção de modelos para a produção do conhecimento algébrico).

Na revisão de estudos, analisamos dissertações e artigos que nos trouxeram informações sobre o ensino e aprendizagem de Expressões Algébricas e assuntos circunscritos, nos quais identificamos as dificuldades que são enfrentadas por professores e estudantes, tais como, no desenvolvimento do pensamento algébrico e da linguagem escrita e oral algébrica, desconectados dos processos cognitivos de conversão e de significado do simbolismo algébrico. Nessas pesquisas analisadas, também foi possível identificar alternativas diversificadas recursos didáticos de manipulação concreta e virtual que se mostraram eficazes no ensino de Álgebra.

Também analisamos livros didáticos normalmente adotados no 8º ano do Ensino Fundamental nas redes públicas de ensino. Através de análise baseada na Taxonomia Bloom nos quais identificamos a ocorrência nesses livros das dimensões dos processos cognitivos de aprendizagem: Lembrar, Entender, Aplicar, Analisar, Avaliar e Criar. Inferimos que a maioria dos livros aborda os níveis de lembrar, entender e aplicar, mas que existe uma carência de questões e proposições que elevem o educando ao nível de analisar, avaliar e aplicar. Como a ordem de ensino proposta por livros didáticos, em geral parte da definição indo para exercícios, não ocorre a construção gradual e a redescoberta de conhecimentos, considerada necessária por nossos teóricos.

Para compreender as dificuldades vivenciadas por professores de matemática e suas percepções sobre a aprendizagem de Expressões Algébricas, realizamos uma pesquisa de campo com professores por meio de questionário com questões

discursivas e objetivas em que identificamos que embora esses professores estivessem buscando reciclagem profissional e se sentissem capazes de adotar diferentes metodologias e recursos didáticos em sala de aula, não conseguiam a infraestrutura necessária para desenvolvê-los. Também reconheciam que seus alunos apresentavam lacunas em conhecimentos básicos que dificultavam o avanço no conteúdo em nível de complexidade.

Para um maior aprofundamento epistêmico da professora pesquisadora e de quem nos lê, realizamos um estudo sobre o objeto matemático Expressões Algébricas. Nesse estudo buscou-se investigar a evolução do simbolismo algébrico, por meio de um diagrama norteador e numa perspectiva pluridisciplinar, nessa investigação descobrimos que houve uma ruptura entre a linguagem algébrica retórica e a linguagem algébrica simbólica. Essa evidência nos fez traçar uma linha de atuação na construção de nossa Sequência Didática e esse estudo nos rendeu uma publicação na X Bienal de Matemática em junho de 2022. Numa discussão mais rigorosa também apresentamos propriedades e definições sobre polinômios para criar uma consciência epistêmica mais profunda sobre a base cognitiva que pode ser construída no educando para que tenha condições de avançar em seus estudos sobre o objeto caso tenha interesse.

Como aporte teórico de pesquisa adotamos a Teoria das Situações Didáticas que nortearam todo o percurso metodológico que conduziu para elaboração de um material didático potente para o ensino de Expressões Algébricas. Para tanto, como aporte metodológico de ensino adotamos a Sequência Didática Estruturada como Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC). Nessas perspectivas, buscamos um constructo capaz de minimizar dificuldades no ensino de Expressões Algébricas, e para isso partimos para uma alternativa que favorecesse a interação dialógica e a significação do simbolismo algébrico por meio do desenvolvimento do pensamento algébrico e da linguagem algébrica retórica.

Tendo a UARC como elemento estruturante o protocolo escrito foi arquitetado de modo a favorecer a formalização gradual de conhecimentos, de forma colaborativa, autônoma, podendo ter caráter lúdico e criativo. No que diz respeito à ludicidade, adotamos como recurso didático o jogo quebra-cabeça Tangram. Por meio de generalizações algébricas das medidas dos lados das peças (triângulos, quadrado e paralelogramo), os sujeitos da pesquisa mobilizaram transformações cognitivas que

passaram pelo manual (material manipulável), lúdico (cores e formas), concreto (medidas) e abstrato (representação algébrica).

A experimentação da Sequência Didática construída se deu em seis episódios didáticos numa escola municipal de Ensino Fundamental de Cametá-PA, realizada graças a parceria da gestão escolar, dos pais dos estudantes participantes e dos próprios sujeitos que aceitaram colaborar conosco. Ao todo foram 28 participantes que foram distribuídos em 9 grupos de trabalho, onde poderiam desenvolver aprendizagem colaborativa e interação dialógica. Cada grupo recebeu um Tangram para manipulação das peças, conforme o protocolo escrito, cujas intervenções conduziam para uma formalização conceitual gradual, passando por empirias e reflexões ao nível cognitivo do educando e explorando seus conhecimentos base e circunscritos ao objeto Expressões Algébricas.

A análise de dados foi feita por meio dos áudios coletados durante a experimentação e que posteriormente foram transcritos para tratamento dos indícios de aprendizagem conforme Análise Microgenética e Análise do discurso. Aliado aos recortes microgenéticos também analisamos os registros escritos dos sujeitos em que buscamos investigar as potencialidades da Sequência Didática por meio do padrão de interação e da abordagem comunicativa desenvolvida entre professora e alunos e entre os alunos.

Ao identificarmos os indícios de aprendizagem verificamos o nível de aprendizagem alcançado perceptivo/intuitivo, empírico (pré-formais) ou teórico (pós-formal). Em nossas análises concluímos que todos esses níveis de aprendizagem foram alcançados e que os estudantes desenvolveram o pensamento algébrico, a linguagem algébrica escrita e oral, bem como desenvolveram os algoritmos aditivos e multiplicativos algébricos, isto é, operações com monômios e polinômios, demonstrando ter condições de avançarem em estudos subsequentes.

A turma de aplicação da sequência didática demonstrou maior desempenho quantitativo em relação a turma de controle em que o mesmo conteúdo foi ministrado seguindo o roteiro do livro didático por meio de aula expositiva dialogada. Inferimos que essa diferença demonstrou o efeito positivo do ensino colaborativo e de gradual formalização e reconstrução de conhecimentos sobre a aprendizagem.

Considerando as dificuldades que foram minimizadas durante a aplicação da Sequência Didática e as potencialidades didáticas identificadas, concluímos que o constructo foi validado e que pode ser adotado em sala de aula por estudantes e

professores do ensino fundamental de escolas públicas e particulares. A adoção desse material necessita de que o professor leia nosso aporte teórico sobre a Sequência Didática estruturada como UARC e que a aplique no sequenciamento estabelecido.

Sobre o material didático adotado, o Tangram, se mostrou eficaz no ensino de Expressões Algébricas desde que traçados os objetivos educacionais e as manipulações concretas e abstratas que são feitas sobre essa ferramenta didática para que haja o equilíbrio entre a sua utilidade lúdica e a utilidade educacional.

Para uma pesquisa experimental futura com essa mesma estrutura e forma de análise, recomenda-se ter outros professores colaboradores e mais gravadores para ter mais registros de indícios de aprendizagem e até de potencialidades não identificadas inicialmente. Embora seja uma forma exaustiva de coleta e tratamento de dados os indícios microgenéticos trazem sutilezas sobre a aprendizagem e sobre a nossa prática docente que não percebemos em nossas aulas. Foi uma experiência nova e de autocrítica nos ouvir ensinando.

Com isso, queremos dizer as experiências pessoais e profissionais vivenciadas nesta pesquisa não cabem em um texto e nem poderiam ser expressos por meio de palavras apenas, pois a qualidade didática que alcançamos foi para além do ensinar e aprender, foi sobre conviver também, sobre conhecer o outro e se (re)conhecer, reconhecer as nossas limitações e dos alunos e nos unir onde cada um poderia colaborar com as construções realizadas.

Para concluir, e falando pessoalmente, a professora que iniciou a pesquisa em 2020, que enfrentou pandemia, que se reinventou por conta do ensino remoto, que desafiou a defasagem de conhecimentos dos alunos no retorno presencial, que desenvolveu uma pesquisa em parte longe de sua residência e família e parte conciliada a exaustiva rotina de trabalho docente, como uma mata densa a ser atravessada, essa não é mais a mesma professora e se sente mais preparada para ajudar seus alunos a alcançarem sucesso educacional em Matemática e, fazendo jus a etimologia de seu município, subiu mais um degrau de sua qualificação profissional.

Mais uma vez me dispus a me deslocar de meu município para buscar aprimoramento profissional para mim e para meu município. Hoje me orgulha que em meu município tenha o curso de graduação em Licenciatura em Matemática e cultivo o desejo de que os professores de meu município e de outros municípios deste estado

tão grande e com tantos jovens cheios de sonhos possam se pós-graduar em seu município, se assim preferirem.

A turma de aplicação da sequência didática objeto desta pesquisa, no segundo semestre de 2022, apresentou melhor desenvolvimento de aprendizagem dos conteúdos subsequentes, sendo que conseguimos chegar em sistema de equação na quarta avaliação bimestral desse ano letivo, nível de complexidade que raramente conseguíamos alcançar.

Acreditamos que seja possível a reaplicação da estrutura desta pesquisa, seu constructo e que as análises preliminares realizadas, bem como os resultados obtidos possam fundamentar outros desdobramentos e outras pesquisas que visem à melhoria do Ensino de Matemática.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, João P.V. e VAZ, Arnaldo M. **Análise microgenética de processos de aprendizagem na pesquisa em educação em ciências**. Revista Electronica de Enseñanza de las Ciencias. Vol. 18, nº3, 458-477. 2019
- BAKHTIN, M.M. **Speech Genres & Other Late Essays**, ed. by Caryl Emerson and Michael Holquist, trans. by Vern W. McGee. Austin: University of Texas Press, 1986.
- BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática- Bianchini**: manual do professor. Edwaldo Bianchini- 8º ano- 9º edição- São Paulo: Moderna, 2018.
- BIGODE, Antonio José Lopes. **Matemática do cotidiano. 8º ano do ensino fundamental**. 1º ed. São Paulo: Scipione, 2015.
- BOOTH, L. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. & SHULTE, A. (Org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1995. cap. 3, p. 23-36.
- BOYER, C. História da Matemática. São Paulo: Blucher, 1974.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Comum Curricular. Proposta preliminar. versão final**. revista Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc2versao.revista.pdf>> Acesso em: 14/01/2021
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Comum Curricular. Proposta preliminar. versão final**. revista Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc2versao.revista.pdf>> Acesso em: 14/01/2021
- BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros curriculares nacionais: matemática/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.
- BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e métodos da didáctica da matemática. In: BRUM, J. (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996. p. 35-114.
- BROUSSEAU, G. **Theory of didactical situations in mathematics**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997
- CABRAL, N. F. **O papel das interações professor-aluno na construção da solução lógico-aritmética otimizada de um jogo com regras**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Pará, Belém, 2004.
- CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas: estrutura e elaboração**. Belém-PA: SBEM/SBEM-PA, 2017.
- CABRAL, N. F.; COSTA, A.C. **Sequências Didáticas: Olhares teóricos e construção**. Belém: SBEMPA, 2019, p. 60-82.

CHAQUIAM, M. **Ensaio Temático: História e Matemática em sala de aula**. Belém: SBEM-PA, 2017.

CHAQUIAM, M. **História e Matemática Integradas por meio de um Diagrama Metodológico**. Revista PARADIGMA, v. XLI, Nº Extra 1; abril de 2020 / 197-211.

COSTA, Airton da Silva. **O Ensino de Expressões Algébricas por Meio de Atividades**. 2019. 154 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

D'AMORE, Bruno. O triângulo: professor, aluno, saber. Transposição didática. Teoria das situações didáticas. In: D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da Matemática**. (Tradução: Maria Cristina Bonomi). São Paulo: Editora Livraria da Física. 2007a. p.221-240.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris Matemática, 8º ano: ensino fundamental, anos finais**. Luiz Roberto Dante. 2ª edição. São Paulo: Ática, 2015.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris Matemática, 8º ano: ensino fundamental, anos finais**. Luiz Roberto Dante. 3ª edição. São Paulo: Ática, 2018.

EVES, Howard. **Introdução a História da Matemática. Campinas (SP)**: Editora da UNICAMP, 1995.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas (SP): Editora da UNICAMP, 2004.

FERRAZ, Ana Paula do Carmo Macheti. Belhot, Renato Vairo. **Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para a identificação de objetivos instrucionais**. Gest. Prod. São Carlos, v.17, n. 2, p. 421-431, 2010.

FIORENTINI; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **Contribuição para um repensar a educação algébrica elementar**. *Pró-Posições*, nº.4, v.1[10], p.78-91, mar. 1993.

FLAVELL, J. Speculations about the nature and development of metacognition. In: WEINERT, F.; KLUWE, R. (Orgs.), **Metacognition, motivation and understanding**. Hillsdale, NJ.: Lawrence Erlbaum, 1987, p. 21-29.

FLYNN, E.; PINE, K.; LEWIS, C. **The microgenetic method: time for change? The Psychologist**, v. 19, n. 3. Mar, p. 152-155, 2006.

GAMA, Paulo. Ferreira da. **Uma sequência didática para o ensino da função seno**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020.

GIL, Paulo Duarte Bastos. **François Viète: o despontar da álgebra simbólica**. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 2001.

GODOY, E.V.; SANTOS, V. de M. O cenário do ensino de Matemática e o debate sobre o currículo de matemática. **Práxis Educacional**. Vitória da conquista, v. 8, n. 13, jul./dez. 2012, p. 253-280.

GÓES, M. D. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade.** Cadernos Cedes, SciELO Brasil, v. 50, n. 9-25, 2000.

LIMA, Elon Lages, et al. **A Matemática do Ensino Médio.** Vol. 3. 6. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LIMA, Elon Lages. **Números e Funções Reais.** Coleção PROFMAT. Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro, 2013.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 2001.

LINS, R C e GIMENEZ, J. P. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI.** Papirus, Campinas. 2006.

LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas: Autores Associados, 2006.

MACEDO, Mauricio dos Santos. **Uma sequência didática para o Ensino de Função Afim.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

MARCUSSI, Haiée de Fátima Rodrigues. **Álgebra no ensino fundamental.** Campos de Goytacazes-RJ, 2013. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro- UENF. Campos de Goytacazes-RJ.

MARTINS, Henrique Araken. **Estruturas de avaliação escolar para as Taxonomias de Bloom em questões de múltipla escolha.** Trabalho de Conclusão parcial de curso. Profmat- Mestrado profissional pela universidade Federal do ABC- Santo André- SP-2016.

MIGUEL, A. BRITO, A. J. **A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática.** Cadernos CEDES - História e Educação Matemática. Campinas (SP): Papirus, n. 40, 1996. p. 47-61

MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores.** Revista Zetetiké. Campinas (SP): UNICAMP – FE – CEMPEM, 1997. pp. 73- 105

MORTIMER, E.F. and SCOTT, P.H. **Analysing discourse in the science classroom.** In Leach, J., Millar, R. and Osborne, J. (Eds) *Improving Science Education: the contribution of research.* Milton Keynes: Open University Press. 2000.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. **Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino.** *Investigações em ensino de ciências*, v. 7, n. 3, p. 283–306, 2002

MOURA, Mayra Camilo Madeira de. PIRES, Diego Arantes Texeira. Análise crítica da criação de materiais manipuláveis durante a formação inicial de professores. **BJD-Brazilian Journal of Development.** Curitiba, v.7, n.9, p. 90719-90735 sep. 2021.

MOURA, Breno Arisoli; SILVA, Cibelle Celestino. **A abordagem Multicontextual da História da Ciência na Formação de Professores de Física**: análise de um estudo de caso. *Revista Brasileira de História da Ciência*, Rio de Janeiro, v. 7, n. 2, p. 336-348, 2014.

PINES (Eds.), A. L. (1985). **Para uma taxonomia das relações conceituais**. Em L. West e A. L. Pines (Eds.) *Estrutura cognitiva e mudança conceitual* (pp.101-116). New York, Academic Press.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis - RJ: Vozes, 2013.

PRESTES, Betânia de Almeida; SILVA, Edna Machado, CHAQUIAM, Miguel. Viète e o nascimento da álgebra simbólica: um percurso histórico em quatro contextos. **Anais. X Bienal de Matemática**. UFPA- Belém-PA, 2022, p. 704-714.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 39-56

REHFELDT, M. J. H.; QUARTIERI, M. T.; GIONGO, I.M. **O desenvolvimento do pensamento pré-algébrico: uma atividade planejada para alunos dos anos iniciais**. *Revemat*. Florianópolis- SC, v. 13, n. 2, 2018, p. 310-327.

RODRIGUES, Fredy Coelho; GRAZIRE, Eliane Scheid. Reflexões sobre o uso de material manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revermat: R.Eletr. de Edu. Matem.** Florianópolis, 2012, v.07, n.2, p.187-196

RUSSEL, J. Desenvolvimento cognitivo e funções executivas: “o essencial de Piaget”. In: HOUDÉ, O. & MELJAC, C. **O espírito piagetiano**: homenagem internacional a Jean Piaget. Tradução de Vanise Dresch. Porto Alegre: Artmed, 2002. cap. 8, p. 139-173.

SANTOS, Edméa. **Curriculos- Teorias e Práticas**. Aline Andrade Weber Nunes da Rocha [et al]; organização Andrea Ramal e [Edméa Oliveira dos Santos]. Rio de Janeiro: LTC, 2012 – cap 4 – Educação- Currículos. I- Rocha, Oliveira Andrade Weber Nunes da. II. Ramal, Andrea. III – Santos, Edméa Oliveira dos, 1972, IV. Série.

SCOTT, P.H. (1998). Teacher talk and meaning making in science classrooms: A Vygotskian analysis and review. *Studies in Science Education*, 32: 45-80.

SOUZA, Eliane R. de. et al. **A matemática das sete peças do Tangram**. Vol 7. São Paulo,IME-USP, 1997.

SOUZA, Juliana Boanova. **A invisibilidade do gênero das discussões das mulheres professoras de matemática**. Porto Alegre, 2020. Dissertação de Mestrado- Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. Porto Alegre-RS.

SIEGLER, R. S.; CROWLEY, K. **The microgenetic method: a direct means for studying cognitive development**. *American Psychologist Association*, v. 46, n. 6. jun, p. 606-620, 1991.

SILVA, Edna Machado. **O conceito de função e suas linguagens**. 2020, 221f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020.

SILVA, J. T. **A álgebra nos livros didáticos de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental: um estudo na perspectiva histórico-cultural**. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Uberaba, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2015.

SILVA, J.T.; RESENDE, M. R.; IBRAHIM, S. A.; FLORENÇA, F. **As concepções de Álgebra e de educação algébrica-uma análise de livros didáticos do 8º ano**. Revista Profissional docente. Uberaba, v.15, n.33, p. 127-145. Ago-Dez.-2015.

SILVA JUNIOR. Luciano Moreira. **Um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais com uso de padrões matemáticos: uma compreensão à luz da teoria das situações didáticas**. Mestrado Acadêmico em ensino de ciências e Matemática- Universidade Estadual da Paraíba- UEPB. Campina Grande-PB. Campina Grande- PB, 2016.

SILVA, Nilson Alves da. FERREIRA, Marcus Vinícius Vieira TOZETTI, Karla Dubberstein. UM ESTUDO SOBRE A SITUAÇÃO DIDÁTICA DE GUY BROUSSEAU. **EDUCERE-XII Encontro Nacional de Educação**. 2015. PUCPR- 26 a 29 de outubro de 2015. ISSN 2176-1396

SILVEIRA, Maria Rosâni Abreu da. **Matemática, discurso e linguagens: Contribuições para a Educação Matemática**. Coleção Contextos da Ciência. Editora Livraria da Física. São Paulo, 2015.

SPINILLO, A.G.; GOMES, A.B.P.; CAVALCANTI, L. **O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso?** Boletim GEPEM de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática, 2015.

TIMOTEO, Salvador. **Álgebra**. Colección El Postulante. Editora San Marcos. Lima-Perú, 2013.

TOMIO, Daniela; SCHROEDER, Edson; ADRIANO, Graciele Alice Carvalho. A análise microgenética como método nas pesquisas em Educação na abordagem Histórico-Cultural. **Revista Reflexão e Ação**. Santa Cruz do Sul, v. 25, n. 3, p. 28-48, 2017.

TURRIONI, A. M. S.; PÉREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, S. (Org.) **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas, SP:Autores Associados, p. 57 - 76, 2006.

USISKIN, Z. **O que é álgebra da escola média?** In: COXFORD, A. F. e SHULTE, A. *As ideias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

VASCONCELOS, Akilson Medeiros. **Uma Sequência Didática para o Ensino das Operações de Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão de Números Inteiros**. 201 f. Dissertação do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020

WERSTCH, J. V. **A necessidade a ação na pesquisa sociocultural**. In: WERSTCH, J. V.; DEL RÍO, P.; ALVAREZ, A. Estudos sociais da mente. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 56-71.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**; tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE

TESTE DE CONHECIMENTOS SOBRE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA
TESTE DE SONDAGEM NO ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

ESTUDANTE: _____ TURMA: _____

1- Entre os monômios que aparecem abaixo, só há dois semelhantes. Quais são eles?

$$9x^2y$$

$$3xy^2$$

$$xy^2$$

$$-4x^2y^2$$

$$9xy$$

- (A) $9x^2y$ e $9xy$
(B) $3xy^2$ e xy^2
(C) $9xy$ e $-4x^2y^2$
(D) $3x^2y$ e xy^2

2- Escreva uma expressão algébrica para representar a medida do perímetro de cada polígono regular.



3- A expressão algébrica $7xy + 3xy - 4xy$ equivale a:

- (A) $10xy$
(B) $14xy$
(C) $6xy$
(D) $3xy$

4- **Some** as expressões abaixo, depois **classifique** os resultados como *monômio* ou *binômio* ou *trinômio* ou *polinômio*

a) $2x - x + 3x$

b) $y + 3x + 2 - x$

c) $3a - b - a + 2b + c + 2$

5- Calculando a multiplicação dos monômios $(2 \cdot x^5) \cdot (10 \cdot x^4)$ obteremos:

- (A) $12 \cdot x^4$
- (B) $5 \cdot x^4$
- (C) $5 \cdot x^9$
- (D) $20 \cdot x^9$

6- A bandeira do Brasil tem formato retangular. Considere que o seu comprimento meça 4 cm a mais do que a medida de sua largura.

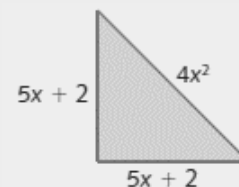


Seja x a medida desconhecida, em centímetros, qual das alternativas representa a medida do perímetro da bandeira?

- (A) $P = x + 4$
- (B) $P = 4x + 8$
- (C) $P = 2x + 4$
- (D) $P = 4x + 4$

7- Observe a figura abaixo e responda qual o polinômio que representa o perímetro do triângulo?

- (A) $4x^2 + 5x + 2$
- (B) $4x^2 + 10x + 4$
- (C) $5x^2 + 4x + 4$
- (D) $5x^2 + 10x + 2$

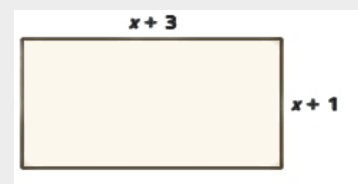


8- Calculando a divisão dos monômios $(120 \cdot x^6) : (10 \cdot x^4)$ obteremos:

- (A) $12x^2$
- (B) $12x^4$
- (C) $2x^{10}$
- (D) $11x^{10}$

9- Calculando o valor da multiplicação de $(x + 1) \cdot (x + 3)$, obtemos:

- (A) $x^2 + 4x + 3$
- (B) $x^2 + 4x + 1$
- (C) $x^2 + 3$
- (D) $3x^2$



10) Calcule os seguintes produtos:

a) $(b + 1) \cdot (b + 1)$	b) $(a + 2) \cdot (b + 2)$	c) $(x - 2) \cdot (x + 2)$	d) $(y - 2) \cdot (x - 1)$

--	--	--	--

Obrigada, sua participação é muito importante para minha pesquisa!

APÊNDICE A-INSTRUMENTOS DA PESQUISA COM PROFESSORES



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA

Diagnóstico do ensino de Expressões Algébricas.

Prezado (a) Professor (a), estou realizando um estudo que busca trazer melhorias para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica, em especial sobre a Expressões Algébricas. Para tanto, necessito de sua valiosa colaboração.

Dessa forma, convido você a responder o questionário no google formulário abaixo, acessando este link: <https://forms.gle/z9tPavv1sm9S9x1N7> , o qual me ajudará a obter êxito em minha pesquisa.

Agradeço antecipadamente a sua colaboração e garanto que todas as informações aqui prestadas serão mantidas no absoluto sigilo e anonimato.

Atenciosamente, professora Betânia Prestes.

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA

Perfil do (a) professor(a)

1. Faixa Etária:

- ☐ 21-25 anos
- ☐ 26-30 anos
- ☐ 31- 35 anos
- ☐ 36-40 anos
- ☐ 41-45 anos
- ☐ 46-50 anos
- ☐ 51-55 anos
- ☐ 56 –60 anos
- ☐ 61-65 anos
- ☐ 66-70anos

2. Sexo:

- ☐ Masculino ☐ Feminino

3. Qual a formação inicial ou continuada que você possui?

- ☐ Graduação em Matemática
- ☐ Especialização
- ☐ Mestrado (em andamento)
- ☐ Mestrado
- ☐ Doutorado

() Outro: _____

4. Qual o seu tempo de serviço como professor (a) de Matemática?

- () Menos de um ano
- () De 1 a 5 anos
- () De 6 a 10 anos
- () De 11 a 15 anos
- () De 16 a 20 anos
- () De 21 a 25 anos
- () Mais de 25 anos

5. Em quantas escolas você trabalha no nível de ensino fundamental?

- () Uma escola () Duas escolas () Três escolas

6. Qual a quantidade média de alunos por turma que você, como professor, ministra as aulas de Matemática?

- () entre 10 e 20 alunos
- () entre 21 e 30 alunos
- () entre 31 e 40 alunos
- () entre 41 e 50 alunos

7. Qual o tempo, em minutos, da duração de uma hora/aula que você ministra no ensino fundamental?

- () 30 minutos
- () 35 minutos
- () 40 minutos
- () 45 minutos
- () 50 minutos

8. Quais as principais formas de avaliação que você costuma utilizar em sala de aula? (Se necessário, você pode selecionar mais de uma opção).

- () Avaliação oral
- () Simulados
- () Prova escrita discursiva
- () Prova mista (objetiva/discursiva)
- () Auto avaliação
- () Produções no caderno
- () Fichas de observação
- () Trabalho individual/grupo
- () Projetos Interdisciplinares
- () Outros Quais: _____

Perfil de sua prática docente e formação continuada:

(É importante que continue respondendo para caracterizar o seu perfil para a pesquisa.)

9. Quando você está lecionando, do que você mais sente falta em suas aulas de matemática?

- () Não sinto falta de nada, pois me sinto preparado.
- () Formação inicial sólida
- () Domínio de classe
- () Compreensão dos conceitos matemáticos
- () Formação continuada

- () Metodologias diferenciadas de ensino
- () Recursos didáticos e pedagógicos
- () Outros. Qual: _____

10. A rede de ensino, a qual você atua oferece formação continuada? Caso ofereça, você participa?

- () Não oferece
- () Sempre que oferece, eu participo
- () Oferece raramente e eu não participo
- () Oferece frequentemente e eu pouco participo.

11. Você seleciona os objetos de conhecimentos de matemática a partir de que? (Marque mais de uma opção se necessário)

- () Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN;
- () Livro Didático;
- () Caderno de Orientações da rede de ensino.
- () Base Nacional Comum Curricular – BNCC.
- () Outros. Qual: _____

12. Você costuma investigar o conhecimento prévio dos alunos sobre o objeto que ainda vai ser ensinado?

- ☐ Sim, através de um teste.
- ☐ Sim, no início de aula através de diálogos com a turma.
- ☐ Não costumo fazer esse tipo de investigação.

Prática docente sobre o ensino de Expressões Algébricas

(Essa seção contempla dados muito importante para tabulação do objeto da pesquisa.)

13. Como você costuma iniciar suas aulas referente ao estudo de Expressões Algébricas?

- () Pela definição seguida de exemplos e exercícios.
- () Com a história do assunto para depois explorar os conceitos
- () Com uma situação problema para depois introduzir o assunto
- () Com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo
- () Com jogos para depois sistematizar os conceitos
- () Com a reconstrução conceitual do assunto.
- () Outros: _____

14. Quais os métodos você utiliza para ensinar Expressões Algébricas? (Marque mais de uma opção se necessário)

- ☐ Apresento os conceitos, os exemplos, exercícios resolvidos e exercícios propostos do livro didático.
- ☐ Proponho situações-problema do cotidiano.
- ☐ Proponho a reconstrução conceitual do assunto para que os alunos consigam desenvolver os conceitos.
- ☐ Utilizo material concreto.
- ☐ Trabalho com jogos para apresentar os conceitos.
- ☐ Utilizo aplicativos de celular para a construção de conceitos algébricos.
- ☐ Outro. Qual? _____

15. Para que sua turma aprenda Expressões Algébricas, você costuma: (Marque mais de uma opção se necessário)

- () Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos.
- () Apresentar jogos envolvendo o assunto.
- () Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático.
- () Solicitar que os alunos pesquisassem questões sobre o objeto estudado para resolver.

() Não proponho questões de fixação.

16. Em média, quantas aulas você utiliza para trabalhar Expressões Algébricas?

- () Entre duas e quatro aulas
 () Entre seis e oito aulas
 () Entre dez e doze aulas
 () Entre quatorze e dezesseis aulas
 () Dezoito aulas
 () Dezoito ou mais aulas

17. Quando você ministra aulas sobre Expressões Algébricas, quais dos tópicos abaixo você costuma abordar no seu ensino deste tema?

- () Definição de Expressões Algébricas
 () Valor numérico de Expressões Algébricas
 () Expressões Algébricas particulares: monômios e polinômios
 () Operações com monômios semelhantes: adição e subtração
 () Operações com monômios semelhantes: multiplicação
 () Operações com monômios semelhantes: divisão
 () Operações com polinômios: adição e subtração
 () Operações com polinômios: multiplicação
 () Operações com polinômios: divisão
 () Expressões Algébricas e equações

18. Com base na sua experiência no ensino de Expressões Algébricas, selecione o grau de dificuldade que o aluno apresenta ao ensiná-lo cada um desses tópicos abaixo, caso você costume utilizar:

Tópicos do objeto de conhecimento	Não costume utilizar	Grau de dificuldade para os alunos aprenderem			
		Muito fácil	Fácil	Difícil	Muito difícil
Definição de Expressões Algébricas					
Valor numérico de Expressões Algébricas					
Expressões Algébricas particulares: monômios e polinômios					
Operações com monômios semelhantes: adição e subtração					
Operações com monômios semelhantes: multiplicação					
Operações com monômios semelhantes: divisão					
Operações com polinômios: adição e subtração					
Operações com polinômios: multiplicação					
Operações com polinômios: divisão					
Expressões Algébricas e equações					

19 - Existe mais algum aspecto que você gostaria de referir-se quanto ao ensino de Expressões Algébricas?

Obrigada por participar em minha pesquisa!

APÊNDICE B - SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Versão do professor

SEQUÊNCIA DIDÁTICA para O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS COM O AUXÍLIO DO JOGO TANGRAM

TÍTULO: REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA DE MEDIDAS CONGRUENTES COM O QUEBRA-CABEÇA TANGRAM

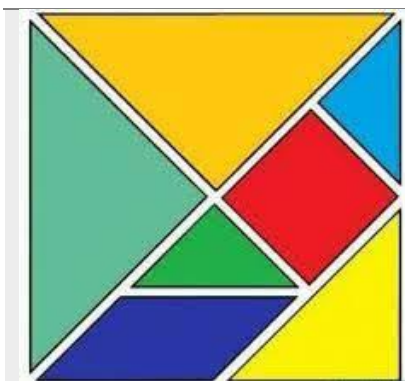
OBJETIVO: Representar genericamente as medidas congruentes das peças Tangram.

ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR: Apresentar as figuras geométricas que fazem parte do jogo e descobrir as medidas das peças e quais são congruentes. Esta atividade, inicia-se com um cenário a-didático recreativo, pois o professor propõe a turma que conheça um quebra-cabeça chinês, Tangram, que possui 7 peças geométricas planas. Durante esta intervenção inicial, o professor estimulará a participação dos estudantes nas regras do jogo, no conhecimento das peças e bem como, nas medidas das dimensões de cada peça.

MATERIAL UTILIZADO: caneta colorida, régua, as peças do jogo e a ficha instrucional com a sequência didática.

PROCEDIMENTO: Fazer uma breve explicação do jogo Tangram e suas 7 peças. Fazer algumas intervenções orais a respeito das formas geométricas das peças a fim de reconhecer o que cada aluno assimila do jogo. Propor que os alunos montem o quebra-cabeça ao formar um quadrado com todas as suas peças

Após a leitura do texto use as sete peças do Jogo Tangram para formar um quadrado.



O Tangram é um antigo jogo chinês, que consiste na formação de figuras e desenhos por meio de 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo). Não se sabe exatamente quando o jogo surgiu, embora exista uma lenda sobre tal criação. De qualquer forma, o tangram é jogado há séculos em todo o Oriente. De lá, o quebra-cabeça chinês se espalhou por toda a Ásia, Europa e Estados Unidos, tendo sido, inclusive, fonte de inspiração para a criação de muitos outros tipos de brinquedos. O tangram não exige grandes habilidades dos jogadores; basta ter criatividade, paciência e tempo. Durante o jogo, todas as peças devem ser utilizadas; além disso, não é permitido sobrepor nenhuma peça.

Publicado por Tiago Dantas. em <https://mundoeducacao.uol.com.br/curiosidades/tangram.htm>

01) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA₁ (I_E): Com o auxílio de uma régua, preencha a tabela com as medidas dos lados de cada peça do jogo. Para medidas iguais use canetas de mesma cor.

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	MEDIDAS (em centímetros)		
1	Quadrado			
1	Paralelogramo			
1	Triângulo Médio			
2	Triângulo Grande			
2	Triângulo Pequeno			

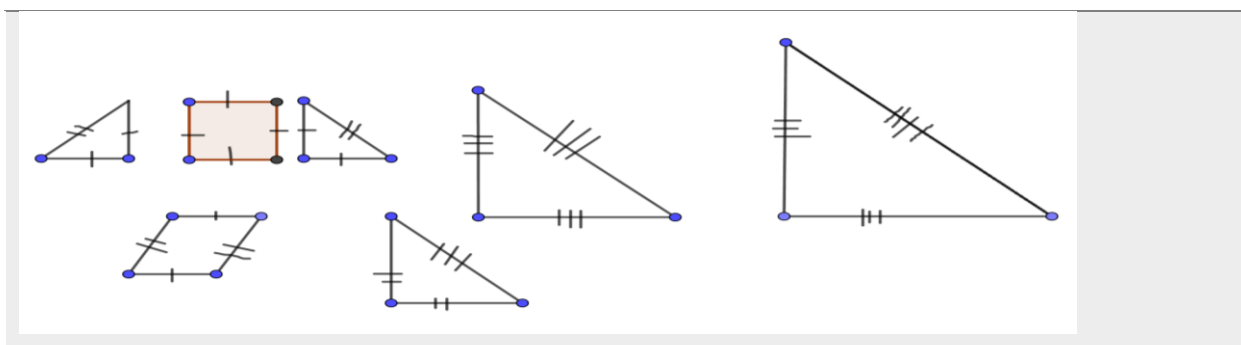
02) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₁ (I_R): Você conseguiu medir cada peça com facilidade? Observe o quadro e diga quais peças diferentes possuem lados de medidas congruentes.

03) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₂ (I_R): Qual a importância das congruências de medidas para o encaixe de peças do jogo Tangram?

INTERVENÇÃO FORMALIZANTE₁: As figuras geométricas que formam o tangram possuem medidas congruentes para que o quebra-cabeça se encaixe.

Para facilitar a construção de objetos geométricos é possível representar a congruência de medidas por meio de cores, traços, símbolos, letras e números. quando a representação das medidas é feita por letras, chamamos de representação algébrica.

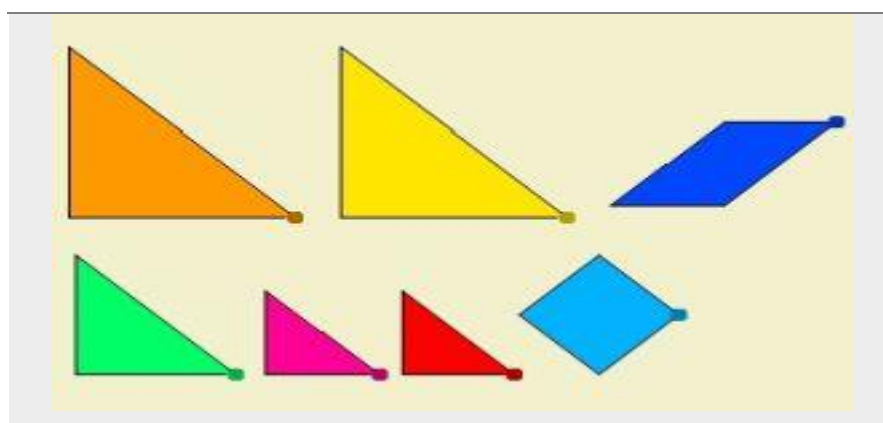
Ex: A seguir as medidas das peças do Tangram serão representadas por mesma quantidade de tracinhos para lados de mesma medida.



05) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA: Utilize as peças do quebra-cabeça Tangram e monte as figuras abaixo, considerando a congruência das medidas das peças, sem sobrepor-las.



06) INTERVENÇÃO AVALIATIVA APLICATIVA: Nas peças do Tangram espalhadas abaixo, use letras para representar os lados congruentes em uma mesma peça ou em peças diferentes.



ATIVIDADE 2: EXPRESSÃO ALGÉBRICA E SUAS REPRESENTAÇÕES

OBJETIVO: Definir a expressão algébrica e termo algébrico a partir da representação do perímetro das peças do Tangram com valores algébricos.

ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR: O professor deve verificar o conhecimento dos alunos a respeito do conceito de perímetro e enfatizar a substituição de um valor numérico para um valor algébrico sem que ocorra mudança na situação.

MATERIAL UTILIZADO: lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

1) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA₁ (I_E): O quadro abaixo faz referência aos dados coletados na primeira atividade anterior. Preencha as medidas encontradas na atividade anterior e substitua os “valores” por variáveis (letras) no quadro abaixo:

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	MEDIDAS (em centímetros)			Variáveis respectivas associadas		
1	Quadrado						
1	Paralelogramo						
1	Triângulo Médio						
2	Triângulo Grande						
2	Triângulo Pequeno						

2) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₁ (I_R): Descreva a relação das medidas das figuras do Tangram entre si representadas por variáveis.

3) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA₂ (I_R): A partir das variáveis utilizadas e sabendo que o perímetro é a soma das medidas de cada peça, como você representaria o perímetro de cada peça?

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	PERÍMETRO
1	Quadrado	
1	Paralelogramo	
1	Triângulo Médio	

2	Triângulo Grande	
2	Triângulo Pequeno	

4) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₃ (I_R): Como você explicaria a representação do resultado do perímetro de cada peça?

INTERVENÇÃO FORMALIZANTE₁ (I_F): As Expressões Algébricas são formadas por letras, números e operações matemáticas. E o termo algébrico ou monômio é toda expressão algébrica representada por um número, uma incógnita ou por um produto de um número e incógnitas.

5) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Escreva uma expressão algébrica para representar a medida do perímetro de cada polígono regular.



Atividade 3: ADIÇÃO DE TERMOS ALGÉBRICOS

OBJETIVOS: - Somar termos semelhantes para obter o perímetro de figuras.

ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR: O professor deve verificar o conhecimento dos alunos a respeito do conceito de perímetro e enfatizar que uma soma de valores iguais pode ser apresentada por uma multiplicação.

MATERIAL UTILIZADO: lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

01) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA₁ (I_E): Utilize a representação feita na última questão da atividade anterior para preencher o quadro abaixo:

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	Soma de letras para obter o perímetro de cada peça	Quantas vezes a mesma letra foi somada?
1	Quadrado		
1	Paralelogramo		
1	Triângulo Médio		
2	Triângulo Grande		
2	Triângulo Pequeno		

02) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₁ (I_R): Sobre o quadrado, como você expressaria de maneira geral o seu perímetro?

03) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₂ (I_R): Considerando o que você expressou na questão anterior, qual seria o perímetro de um quadrado cujo lado medisse 10 cm?

04) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₃ (I_R): Sobre os triângulos, como você expressaria de maneira geral o perímetro de cada um?

05) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₄ (I_R): Considerando o que você expressou na questão anterior, qual seria o perímetro do triângulo médio se os lados medissem 7cm, 7 cm e 10 cm?

06) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₅ (I_R): Sobre o paralelogramo, como você expressaria de maneira geral o perímetro de cada um?

07) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₆ (I_R): Considerando a soma de letras iguais para obter o perímetro do paralelogramo, qual seria o valor do perímetro se os lados paralelos medissem 7 cm e 5 cm, respectivamente?

INTERVENÇÃO FORMALIZANTE₁ (I_F): Monômio é uma representação algébrica de valores desconhecidos que ao serem somados podem ser simbolizados pelo produto do número pela qual a letra que foi somada sucessivamente. A letra é o valor desconhecido chamado de *incógnita ou parte literal*. O número é a quantidade de vezes que uma mesma incógnita (semelhantes) se apresenta na expressão, a ele, chamamos de coeficiente numérico ou *parte numérica*.

Ex: Na soma algébrica: $2x + x + 3x$, podemos representá-la equivalentemente com o monômio $6x$. Nesta expressão algébrica, temos as seguintes partes:

Coeficiente ou parte numérica = **6**

Incógnita ou parte literal = **x**

08) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Indique por meio de um monômio:

a) A quantidade de pernas dos passageiros que estão em um ônibus em uma quantidade desconhecida de passageiros.

b) A quantidade de rodas em um estacionamento para carros.

c) O valor a ser pago por uma determinada quantidade de canetas que custam R\$ 5,00.

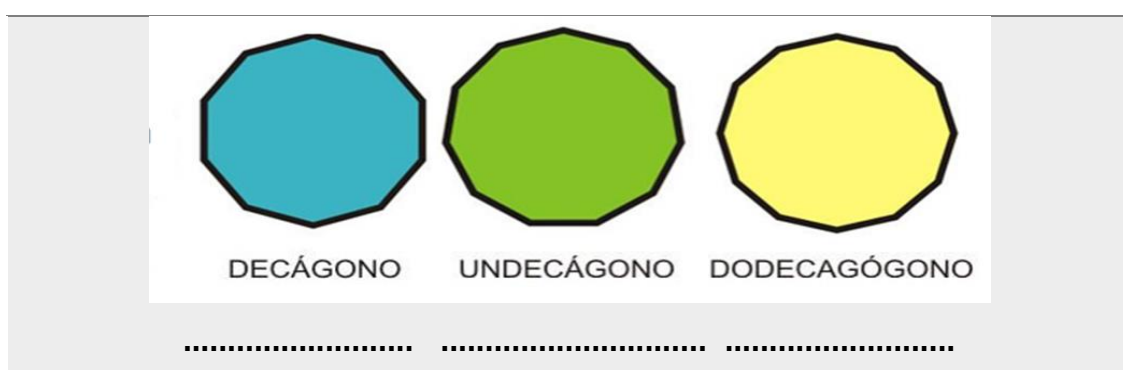
d) O lucro de uma vendedora de açaí que ganha R\$ 3,00 por cada litro de açaí vendido.

09) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): O monômio $0,5 \cdot L$ representa o valor da fatura da conta de água. Sendo $0,5$ o coeficiente numérico que representa o valor por litro de água consumido e L a quantidade de litros de água consumido. Calcule o valor da fatura de uma família que consumiu:

a) 10000 litros de água.

b) 15000 litros de água

10) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Escreva uma expressão algébrica para representar a medida do perímetro de cada polígono regular.



Atividade 4: CLASSIFICAÇÃO DE POLINÔMIOS

OBJETIVO: CLASSIFICAR EXPRESSÕES ALGÉBRICAS QUANTO AO NÚMERO DE TERMOS.

ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR: O professor deve orientar os aprendizes no preenchimento do quadro apresentado para a classificação da expressão algébrica a partir de seus termos.

MATERIAL UTILIZADO: lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática

1) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA₁ (I_E): Utilize as informações sobre a representação algébrica dos perímetros calculados na atividade anterior e diga em quantas somas de monômios resultaram.

FIGURA GEOMÉTRICA	PERÍMETRO (com soma de termos semelhantes)	Nº DE MONÔMIOS
Quadrado		
Paralelogramo		
Triângulo Médio		
Triângulo Grande		
Triângulo Pequeno		

02) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA₂ (I_E): Qual figura o perímetro resultou em 1 monômio, por que isso aconteceu?

03) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA₃ (I_E): Qual figura o perímetro resultou em 2 monômios, por que isso aconteceu?

INTERVENÇÃO FORMALIZANTE₁ (I_F): As Expressões Algébricas são classificadas de acordo com número de termos (monômios) somados.

CLASSIFICAÇÃO DE POLINÔMIOS	Nº DE TERMOS
Monômio	1 termo
Binômio	2 termos
Trinômio	3 termos

Polinômios	4 termos ou mais
Quando uma Expressão Algébrica possui um termo sem incógnita dizemos que se trata de um termo independente. Ex.: $2a + 2b - 3$; trata-se de um trinômio em que “-3” é o termo independente.	

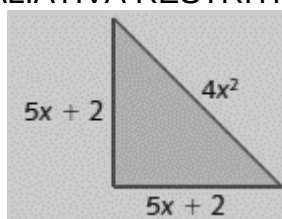
04) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Some as expressões abaixo, depois classifique os resultados como monômio, ou binômio, ou trinômio ou polinômio

a) $2x - x + 3x$

b) $3a - b - a + 2b + c + 2$

c) $y + 3x + 2 - x$

05) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Observe a figura:



Calcule e marque a alternativa que apresenta o polinômio ao qual representa o perímetro do triângulo acima?

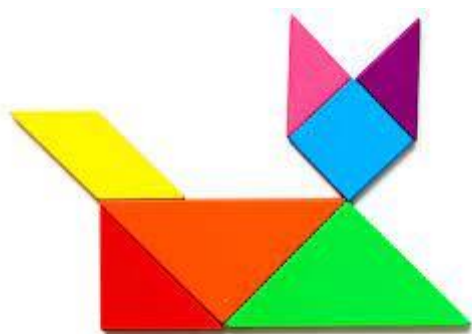
a) ☐ $4x^2 + 5x + 2$

b) ☐ $4x^2 + 10x + 4$

c) ☐ $5x^2 + 4x + 4$

d) ☐ $5x^2 + 10x + 2$

06) INTERVENÇÃO AVALIATIVA APLICATIVA (I_{Aa}): Com o quebra-cabeça Tangram construa a seguinte figura mostrada abaixo. Identifique as arestas do contorno da figura algebricamente, depois calcule seu perímetro. Ao final, classifique a expressão algébrica encontrada.



Atividade 5: **MULTIPLICAÇÃO ALGÉBRICAS DE MONÔMIOS**

Objetivo: Multiplicar algebricamente os monômios.

Material utilizado: Lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática

ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR: O professor deve orientar os alunos na multiplicação algébrica dos **monômios** e ter retomado a maneira de calcular numericamente a área de um polígono.

01) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA₁ (I_E): Preencha o quadro com letras que representem a altura e comprimento das figuras das peças do Tangram as quais você identificou na primeira atividade. Depois expresse algebricamente como seria a área de cada uma das figuras.

FIGURA GEOMÉTRICA	Altura	Comprimento	Expressão da área
Quadrado			
Paralelogramo			
Triângulo Médio			
Triângulo Grande			
Triângulo Pequeno			

02) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₁ (I_E): Como ficariam as representações algébricas que você fez sem o sinal da multiplicação?

03) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₂ (I_E): Como ficaria a representação algébrica da área do quadrado considerando regras de potenciação?

INTERVENÇÃO FORMALIZANTE (I_F): Na multiplicação algébrica de monômios, multiplica-se os coeficientes. Quanto a parte literal, se estes forem iguais, aplica-se a regra de potenciação para a multiplicação de bases iguais; se a parte literal dos termos forem diferentes, representa-se em ordem alfabética um ao lado do outro sem o sinal da multiplicação.

EX: a) $d \times d = d^2$ b) $axc = ac$ c) $2a \times 3a = 6a^2$ d) $5m \times 3n = 15mn$

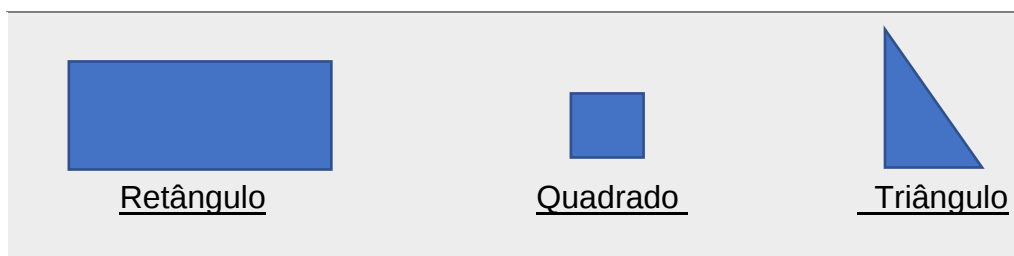
04) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Calcule os seguintes produtos entre monômios:

a) $(2ab) \cdot (a^2) =$

b) $(-3ab) \cdot (a^2 b) =$

c) $(4x^2) \cdot (3xy^3) =$

05) INTERVENÇÃO AVALIATIVA APLICATIVA (I_{Aa}): Calcule algebricamente as áreas das seguintes figuras sabendo que: o comprimento do retângulo é o dobro de sua altura; O lado do quadrado tem a metade da altura do retângulo; e que a altura do triângulo é o triplo do lado do quadrado e ainda, o comprimento do triângulo mede 3cm.



Atividade 6- Multiplicação de polinômios

OBJETIVO: Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação para multiplicar polinômios

Material utilizado: caneta ou lápis, régua, as peças do jogo e a ficha instrucional com a sequência didática.

ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR: O professor deve orientar os alunos na multiplicação algébrica dos **polinômios** e retomar as medidas das peças do jogo encontradas na primeira atividade de maneira que o aprendiz possa calcular algebricamente a área de cada figura.

01) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA₁ (I_E): Utilize as peças, “quadrado” e “triângulo maior” do seu Tangram, para executar as seguintes tarefas:

a) Aproveite as medidas dos lados dessas figuras retiradas na atividade 1 e registre abaixo o valor arredondado (sem a parte decimal).

b) Desenhe cada uma dessas figuras com a indicação de aumento de seus lados perpendiculares aumentadas em “**a**” unidades.

c) Represente algebricamente a área das figuras aumentadas em “**a**” unidades?

02) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA₂ (I_E): Utilize os seus conhecimentos sobre área de figuras planas para preencher o quadro abaixo com uma expressão algébrica que represente a área do que se pede:

Figura	Área algébrica da figura original	Área algébrica da figura com medida aumentada em “ a ” unidades
Quadrado		

Triângulo		
-----------	--	--

03) INTERVENÇÃO REFLEXIVA₁ (I_E): O que resultaria ao utilizar a propriedade distributiva da multiplicação nas expressões algébricas da área das figuras com medidas aumentadas em “a” unidades?

INTERVENÇÃO FORMALIZANTE (I_F): Na multiplicação de polinômios, aplica-se a propriedade distributiva da multiplicação entre os termos e faz-se, em seguida, a adição algébrica dos termos encontrados até a representação do polinômio reduzido na operação algébrica.

Ex:

$$a) (x + 1) \cdot (x + 2) = x \cdot x + 2 \cdot x + 1 \cdot x + 1 \cdot 2 = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$$

6) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Calcule os seguintes produtos:

a) $(b + 1) \cdot (b + 1)$

b) $(a + 2) \cdot (b + 2)$

c) $(x - 2) \cdot (x + 2)$

d) $(x + 2) \cdot (x + y - 3)$

Versão do estudante

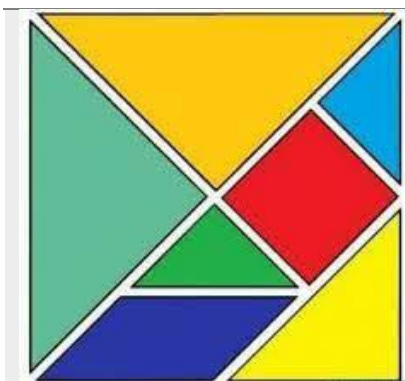
Sequência Didática para **O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS COM O AUXÍLIO DO JOGO TANGRAM**

Atividade 1- Representação algébrica de medidas congruentes com o quebra-cabeça Tangram

Objetivos: Representar de medidas congruentes (generalização).

Material utilizado: caneta colorida, régua, as peças do jogo e a ficha instrucional com a sequência didática.

Após a leitura do texto use as sete peças do Jogo Tangram para formar um quadrado.



O Tangram é um antigo jogo chinês, que consiste na formação de figuras e desenhos por meio de 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo). Não se sabe exatamente quando o jogo surgiu, embora exista uma lenda sobre tal criação. De qualquer forma, o tangram é jogado há séculos em todo o Oriente. De lá, o quebra-cabeça chinês se espalhou por toda a Ásia, Europa e Estados Unidos, tendo sido, inclusive, fonte de inspiração para a criação de muitos outros tipos de brinquedos. O tangram não exige grandes habilidades dos jogadores; basta ter criatividade, paciência e tempo. Durante o jogo, todas as peças devem ser utilizadas; além disso, não é permitido sobrepor nenhuma peça.

Publicado por Tiago Dantas. em <https://mundoeducacao.uol.com.br/curiosidades/tangram.htm>

01) Com o auxílio de uma régua, preencha a tabela com as medidas dos lados de cada peça do jogo. Para medidas iguais use canetas de mesma cor.

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	MEDIDAS (em centímetros)		
1	Quadrado			
1	Paralelogramo			
1	Triângulo Médio			
2	Triângulo Grande			
2	Triângulo Pequeno			

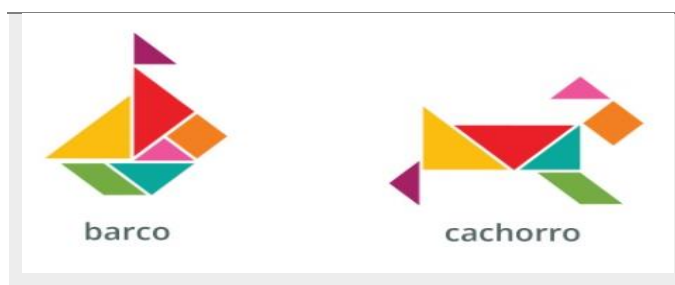
02) Você conseguiu medir cada peça com facilidade? Observe o quadro e diga quais peças diferentes possuem lados de medidas congruentes.

03) Qual a importância das congruências de medidas para o encaixe de peças do jogo Tangram?

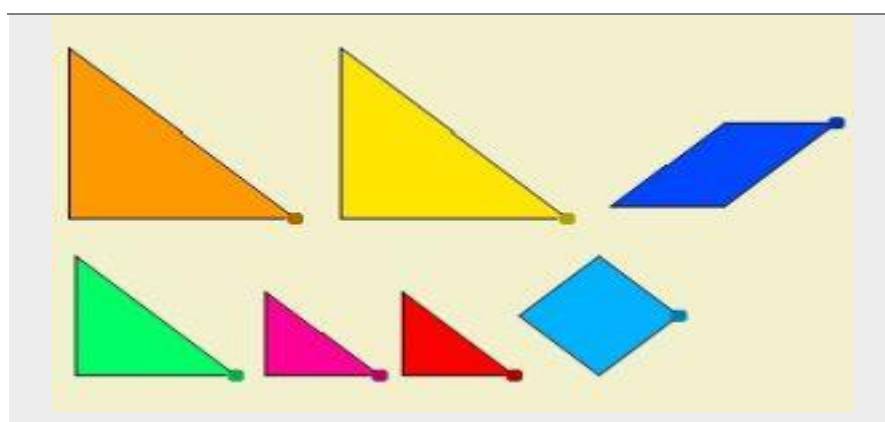
04) Imagine que você desejasse reproduzir um Tangram maior ou menor que esse que está com você. Como você projetaria as peças?

Copie aqui a FORMALIZAÇÃO do professor

05) Utilize as peças do quebra-cabeça Tangram e monte as figuras abaixo, considerando a congruência das medidas das peças, sem sobrepô-las.



06) Nas peças do Tangram espalhadas abaixo, use letras para representar os lados congruentes em uma mesma peça ou em peças diferentes.



ATIVIDADE 2: EXPRESSÃO ALGÉBRICA E SUAS REPRESENTAÇÕES

OBJETIVO: Definir a expressão algébrica a partir da representação do perímetro das peças do Tangram com valores algébricos.

MATERIAL UTILIZADO: lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática

1) O quadro abaixo faz referência aos dados coletados na atividade anterior. Preencha as medidas encontradas na atividade anterior e substitua os “valores” por incógnitas (letras) no quadro abaixo:

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	MEDIDAS (em centímetros)			Incógnitas respectivas associadas		
1	Quadrado						
1	Paralelogramo						
1	Triângulo Médio						
2	Triângulo Grande						
2	Triângulo Pequeno						

2) Descreva a relação das medidas das figuras do Tangram entre si representadas por variáveis.

3) A partir das variáveis utilizadas e sabendo que o perímetro é a soma das medidas de cada peça, como você representaria o perímetro de cada peça?

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	PERÍMETRO
1	Quadrado	
1	Paralelogramo	
1	Triângulo Médio	
2	Triângulo Grande	
2	Triângulo Pequeno	

4) Como você explicaria a representação do resultado do perímetro de cada peça?

Copie aqui a FORMALIZAÇÃO do professor

5) Escreva uma expressão algébrica para representar a medida do perímetro de cada polígono regular.



.....

Atividade 3: ADIÇÃO DE TERMOS ALGÉBRICOS

Objetivos: Somar monômios para obter o perímetro de figuras.

Material utilizado: lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

01) Utilize a representação feita na última questão da atividade anterior para preencher o quadro abaixo:

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	Soma de letras para obter o perímetro de cada peça	Quantas vezes a mesma letra foi somada?
1	Quadrado		
1	Paralelogramo		
1	Triângulo Médio		
2	Triângulo Grande		
2	Triângulo Pequeno		

02) Sobre o quadrado, como você expressaria de maneira geral o seu perímetro?

03) Considerando o que você expressou na questão anterior, qual seria o perímetro de um quadrado cujo o lado medisse 10 cm?

04) Sobre os triângulos, como você expressaria de maneira geral o perímetro de cada um?

05) Considerando o que você expressou na questão anterior, qual seria o perímetro do triângulo médio se os lados medissem 7cm, 7 cm e 10 cm?

06) Sobre o paralelogramo, como você expressaria de maneira geral o perímetro de cada um?

07) Considerando a soma de letras iguais para obter o perímetro do paralelogramo, qual seria o valor do perímetro se os lados paralelos medissem 7 cm e 5 cm, respectivamente?

Copie aqui a FORMALIZAÇÃO do professor

08) Indique por meio de um monômio:

a) A quantidade de pernas dos passageiros que estão em um ônibus em uma quantidade desconhecida de passageiros.

b) A quantidade de rodas em um estacionamento para carros.

c) O valor a ser pago por uma determinada quantidade de canetas que custam R\$ 5,00.

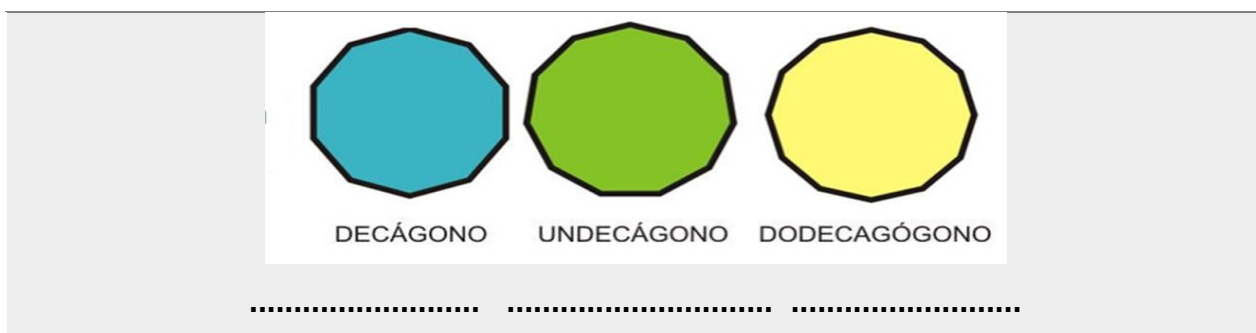
d) O lucro de uma vendedora de açaí que ganha R\$ 3,00 por cada litro de açaí vendido.

09) O monômio $0,5.L$ representa o valor da fatura da conta de água. Sendo 0,5 o coeficiente numérico que representa o valor por litro de água consumido e L a quantidade de litros de água consumido. Calcule o valor da fatura de uma família que consumiu:

a) 10000 litros de água.

b) 15000 litros de água

10) Escreva uma expressão algébrica para representar a medida do perímetro de cada polígono regular.



Atividade 4: CLASSIFICAÇÃO DE POLINÔMIOS

Objetivo: Classificar as expressões algébricas quanto ao número de termos.

Material utilizado: lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

01) Utilize as informações sobre a representação algébrica dos perímetros calculados na atividade anterior e diga em quantas somas de monômios resultaram.

FIGURA GEOMÉTRICA	PERÍMETRO (com soma de termos semelhantes)	Nº DE MONÔMIOS
Quadrado		
Paralelogramo		
Triângulo Médio		
Triângulo Grande		
Triângulo Pequeno		

02) Qual figura o perímetro resultou em 1 monômio, porque isso aconteceu?

03) Qual figura o perímetro resultou em 2 monômios, porque isso aconteceu?

Copie aqui a FORMALIZAÇÃO do professor

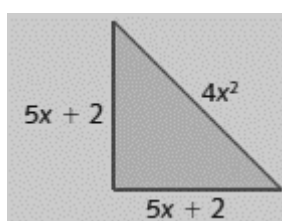
04) Some as expressões abaixo, depois classifique os resultados como monômio, ou binômio, ou trinômio ou polinômio

a) $2x - x + 3x$

b) $3a - b - a + 2b + c + 2$

c) $y + 3x + 2 - x$

05) Observe a figura:



Calcule e marque a alternativa que apresenta o polinômio ao qual representa o perímetro do triângulo acima?

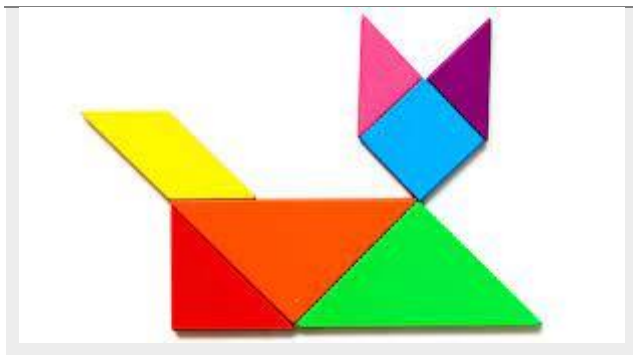
a) () $4x^2 + 5x + 2$

b) () $4x^2 + 10x + 4$

c) () $5x^2 + 4x + 4$

d) () $5x^2 + 10x + 2$

06) Com o quebra-cabeça Tangram construa a seguinte figura mostrada abaixo. Identifique as arestas do contorno da figura algebricamente, depois calcule seu perímetro. Ao final, classifique a expressão algébrica encontrada.



Atividade 5: **MULTIPLICAÇÃO ALGÉBRICAS DE MONÔMIOS**

Objetivo: Multiplicar algebricamente os monômios.

Material utilizado: Lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

01) Preencha o quadro com letras que representem a altura e comprimento das figuras das peças do Tangram as quais você identificou na primeira atividade. Depois expresse algebricamente como seria a área de cada uma das figuras.

FIGURA GEOMÉTRICA	Altura	Comprimento	Expressão da área
Quadrado			
Paralelogramo			
Triângulo Médio			
Triângulo Grande			
Triângulo Pequeno			

02) Como ficariam as representações algébricas que você fez sem o sinal da multiplicação?

03) Como ficaria a representação algébrica da área do quadrado considerando regras de potenciação?

Copie aqui a FORMALIZAÇÃO do professor

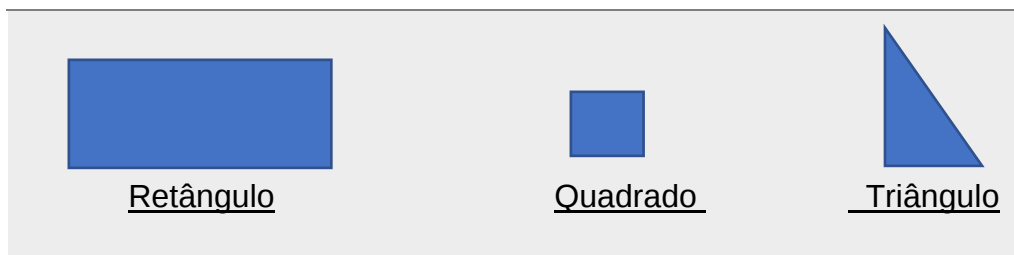
04) Calcule os seguintes produtos entre monômios:

a) $(2ab) \cdot (a^2) =$

b) $(-3ab) \cdot (a^2b) =$

c) $(4x^2) \cdot (3xy^3) =$

05) Calcule algebricamente as áreas das seguintes figuras sabendo que: o comprimento do retângulo é o dobro de sua altura; O lado do quadrado tem a metade da altura do retângulo; e que a altura do triângulo é o triplo do lado do quadrado e ainda, o comprimento do triângulo mede 3cm.



Atividade 6- Multiplicação de polinômios

Objetivos: Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação para multiplicar polinômios

Material utilizado: caneta ou lápis, régua, as peças do jogo e a ficha instrucional com a sequência didática.

01) Utilize as peças, “quadrado” e “triângulo maior” do seu Tangram, para executar as seguintes tarefas:

a) Aproveite as medidas dos lados dessas figuras retiradas na atividade 1 e registre abaixo o valor arredondado (sem a parte decimal).

b) Desenhe cada uma dessas figuras com a indicação de aumento de seus lados perpendiculares aumentadas em “**a**” unidades.

c) Represente algebricamente a área das figuras aumentadas em “**a**” unidades?

02) Utilize os seus conhecimentos sobre área de figuras planas para preencher o quadro abaixo com uma expressão algébrica que represente a área do que se pede:

Figura	Área algébrica da figura original	Área algébrica da figura com medida aumentada em “a” unidades
Quadrado		
Triângulo		

03) O que resultaria ao utilizar a propriedade distributiva da multiplicação nas expressões algébricas da área das figuras com medidas aumentadas em “a” unidades?

Copie aqui a FORMALIZAÇÃO do professor

6) Calcule os seguintes produtos:

a) $(b + 1) \cdot (b + 1)$

b) $(a + 2) \cdot (b + 2)$

c) $(x - 2) \cdot (x + 2)$

d) $(x + 2) \cdot (x + y - 3)$

APÊNDICE C – TRANSCRIÇÃO DOS EPISÓDIOS DIDÁTICOS

Transcrição da aplicação da Sequência Didática para o ensino de Expressões Algébricas, realizada numa escola pública da rede estadual do município de Cametá-PA entre os dias 21/05/2022 e 28/06/2022, em um total de seis episódios didáticos. Tratava-se de nove grupos com dois a quatro estudantes cada, em que cada grupo foi codificado com letras de A a I, totalizando 27 sujeitos em que cada sujeito foi codificado com a letra do grupo seguida de um número. Por exemplo: o estudante 3 do grupo B foi codificado como sujeito B3. Os áudios transcritos foram coletados no celular da professora-pesquisadora, afim de identificar indícios de aprendizagem por meio de análise microgenética e análise do discurso.

EPISÓDIO 1- 1ª ATIVIDADE- 21/05/2022- 2h/aula- 30 turnos.

1. A1: Como pode se só tem duas medidas?
2. Professora: Será? O triângulo só tem duas medidas?
3. A2: É porque aqui são duas iguais e uma diferente.
4. Professora: Então você coloca. Qual é a medida igual? Quanto que mede?
5. A2: cinco.
6. Professora: Então você vai colocar 5, 5 e 7. Não tem problema se você colocou o cinco aqui, então coloque o sete aqui. Mas qual cor você vai colocar?
7. A2: roxo.
8. Professora: Isso porque você já colocou roxo aqui. Entendeu como que é?
9. A1: Porque tem que escrever só o negócio. Por exemplo, aqui deu 7,3 então tem que colocar só o vermelho.
10. Professora: Deu 7,3? E onde que deu 7,3?
11. A1: Não, é só um exemplo.
12. Professora: Só me mostra aqui essa medida. Aqui deu 10 e aqui deu 7 e aqui deu 7. Onde deu 3? Você quer colocar com exatidão?
13. A1: Isso.
14. Professora: Então vamos lá. Você vai colocar 7,333. Ai 7,3, mas você vai colocar de verde.
15. Professora e A1: Porque só vai ser colocado o primeiro.
16. Professora: Aqui, por exemplo, deu 10,333, então você vai colocar uma cor diferente. Nem rosa e nem verde. Porque a ideia do paralelogramo é essa medida ter a mesma dessa, mas vocês vão provar isso pra mim.
17. A3: Tem que medir esse lado aqui também?
18. Professora: Todos os lados.
19. Professora: Só uma dúvida. Você encontrou 3 lados diferentes no paralelogramo?
20. A1: Não.

21. Professora: os pedaços que sobraram foram quebrados em forma de triângulo, quadrado e paralelogramo. Reparem que o triângulo formado, tem três tamanhos diferentes. Nós vamos formar aqui de triângulo grande, triângulo médio e triângulo pequeno. Então vamos lá, rapidamente, como é o nome dessa figura?
22. Todos: quadrado.
23. Qual é o nome dessa figura?
24. Todos: paralelogramo
25. Professora: Qual é o nome dessa figura?
26. Todos: triângulo médio
27. Professora: triângulo pequeno! Vocês mesmo podem separar aí na mesa de vocês. Assim, esse triângulo, como ele é classificado? Olhamos pra ele e sentimos dificuldade, mas esse triângulo é isósceles, porque este lado é congruente a este lado. Depois vocês vão me dizer por que ele é congruente e por que ele é isósceles. Vou virar agora ele. É um triângulo retângulo, Por quê? Por que um dos seus ângulos mede 90° . Lembra quanto é a soma das medidas internas dos ângulos de um triângulo? É 180° . Se esse ângulo é 90° eu posso afirmar que a soma dos outros dois tem que dar 180. Lembra que eu disse que o triângulo é isósceles?! Então, significa dizer que os dois ângulos da base tem a mesma medida. Se eu já tenho 90 e a soma de tudo isso é 180, qual o valor dos outros ângulos desse triângulo?
28. Todos: 45.
29. Professora: Então aqui é 45 e aqui é 45, tanto faz o triângulo estar nessa posição ou nessa posição. Congruência daqui a pouco vocês vão me dizer. Ontem eu dizia pra vocês que pra eu achar a congruência entre 2 triângulos eu precisava fazer a correspondência de 6 elementos, vocês lembram quais eram a correspondência? Quais eram os elementos? Três lados e três ângulos. Então para que os triângulos sejam congruentes é necessário que os 6 elementos de um triângulo tenham correspondência com os 6 elementos do outro triângulo. Quem são esses elementos?
30. Todos: 3 lados e 3 triângulos.

Professora: quem são esses ângulos que nós encontramos aqui? 90, 45 e 45. Vejam que dois ângulos tem a mesma medida, porque além desse triângulo ser retângulo em relação ao seu ângulo ele é isósceles em relação a dois lados. Daqui a pouco vocês vão me dizer o que é congruente. Isso que eu acabei de falar sobre o lado e o triângulo vale para os três tamanhos de triângulo.

EPISÓDIO 2- 2ª ATIVIDADE- 27/05/2022- 2h/aula- 27 turnos- 31 ao 57.

31. Professora: O objetivo dessa atividade é classificar as expressões algébricas quanto ao número de termos. Qual era a tua pergunta?
32. B1: Porque aqui na terceira está falando das figuras que resultam em dos monômios, mas aqui aparece quatro então tem que botar os 4?

33. Professora: Isso. Tu vai escrever o nome das 4 figuras geométricas. Quais seriam?
34. B1: Paralelogramo, triângulo grande, triângulo médio e triângulo pequeno.
35. Professora: Isso. E qual resultou em um monômio?
36. B1: Quadrado.
37. Professora: Por que?
38. B1: Porque todos os lados dele são iguais.
39. Professora: Você observou agora que pra você resolver a primeira coisa que você tem que fazer é deixar eles em termos semelhantes?! Daí a importância de saber quando um termo é ou não é semelhante. Se você agrupar eles agora você tem mais facilidade de perceber o que você pode somar e o que pode só abaixar. O que foi que você só abaixou?
40. B2: O $y + 2$.
41. Professora: E aqui? $3x - x$ deu $+2x$. Quantos termos você encontrou?
42. B2: 3.
43. Professora: Você pode somar ele?
44. B1 e B2: Não.
45. Professora: Por que?
46. B2: Porque são diferentes.
47. Professora: Então esses 3 termos eles classificam como ?
48. B2: trinômio.
49. Professora: Muito bem. Você tem aqui $3x + 1x$. Então você tem quanto?
50. B1: $4x$
51. Professora: agora você tem $3x - 1x$. Você tem quanto?
52. B2: $2x$.
53. Professora: Repare que tudo que te perguntei começava e terminava com x né?! Então você vai ter que responder também com x . Não é $-x$? Olha esse $-$ é do x então é $-x$ e o 2 está $+$, o sinal do número sempre aparece na frente, então por exemplo aqui, não está aparecendo mas ele é positivo, o 2 é positivo e o x é negativo então vai ficar $y + 3x - x + 2$. Agora sim, $3x - x$ é?
54. B1 e B2: $2x$.
55. Professora: quem é positivo é o 3 e aqui você só tem o 1, então quem é maior?
56. B1 e B2: O 3.
57. Professora: Então ele fica positivo. Então fica $+2x$. Agora sobrou esse 2 não foi então tem com quem ele somar continua com ele $+2$. Você só pode somar esses dois, repara que a soma algébrica não necessariamente ela vai aumentar ela vai só somar. Somar algebricamente significa fazer jogo de sinal, sinais iguais soma e conserva o sinal, sinais diferentes subtrai e conserva o sinal do maior. Aqui os sinais eram diferentes, então você subtrai. Quantos termos você encontrou no final?
- B2: 2.

EPISÓDIO 3- 3ª ATIVIDADE – 28/05/2022- 2h/aula- 149 turnos- 58 ao 207

58. Professora: Bom dia a todos, nós estamos aqui para realizar o nosso terceiro encontro que tem como título da nossa sequência adição de termos algébricos. O objetivo é somar os termos semelhantes para obter o perímetro das figuras. Então é importante que vocês lembrem o que é o perímetro. O que é o perímetro?
59. Todos: A soma de todos os lados.
60. Professora: Então não esqueçam disso, quando formos trabalhar com termos algébricos, a soma dos termos algébricos, a gente vai calcular a partir da soma de todos os termos de um polígono que se chama perímetro. Então vocês têm aqui 10 atividades pra resolverem. Dessas atividades a primeira vocês vão fazer uma representação que foi feita na última questão da atividade anterior, para preencher quadro abaixo. Então vocês vão colocar aqui. Foram dadas as figuras geométricas. Um quadrado, um paralelogramo, dois triângulos grandes e dois triângulos pequenos. Então vocês vão fazer pra cada uma dessas figuras a soma das letras para obter o perímetro de cada peça. Então vocês vão observar a atividade anterior, que é a atividade 2, vocês vão verificar quais atividades vocês usaram. Por exemplo, eu usei a variável x para representar a medida do quadrado, então você vai usar o x . eu usei o a , então você vai usar o a . Logo em seguida, você tem a segunda coluna aqui. Nessa coluna vocês vão verificar quantas vezes essa letra foi somada, quantas vezes você utilizou essa letra. Então a ideia mesmo que você já saiba. Tentem fazer primeiro, eu tenho que partir da ideia de vocês, cada um vai ter um jeito de fazer. Quem está fazendo em equipe vai procurar em consenso com a equipe pra depois resolver, tá bem? Eu vou distribuir pra vocês as atividades anteriores.
61. Professora: Sobre o quadrado, como você expressaria de maneira geral o seu perímetro? Você percebeu que o perímetro do quadrado, você colocou $a + a + A + A$. Quantas vezes apareceu o a ?
62. A6: quatro.
63. Professora: Então você tinha uma outra forma de mostrar essa soma, esse perímetro, então você colocou $4a$, é isso.
64. C1: E esse aqui?
65. Professora: A mesma coisa. Olha, na 3ª questão você tem assim: Considerado o que você expressou na questão anterior qual seria o perímetro de um quadrado cujo lado medisse 10 cm? Olha só, você não disse aqui na segunda questão que você poderia escrever o perímetro do quadrado como $4a$?! O que é $4a$, não é 4 vezes o a ?! e se o a valesse 10? Você não iria fazer 4×10 ?! Então, é isso que quero saber. Quanto vai dar?
66. C1: $4a$?
67. Professora: Então, e se o a valesse 10? Seria quanto?
68. C1: 40cm?
69. Professoram: Isso. Porque 4×10 é 40. Aqui eles não colocaram a , vamos supor que tenham colocado w , então você colocaria $4w$. Então $4x$ é $4xw$. Então se o w valesse 10. Quanto daria o perímetro?

70. C2: 40cm.
71. Professora: Viu como aqui é a e aqui é w e está dando o mesmo valor. Por que? Porque você está apenas substituindo agora, essa variável por um número. Quando isso acontece, o resultado é o mesmo. Agora esse resultado, esse perímetro, é numérico, ele dá um resultado.
72. D1: Eu boto $b + b + f$, né?
73. Professora: Isso. Deixa só eu falar um pouquinho sobre essas que você já fez. A segunda questão está ok. A primeira você preencheu corretamente, muito bem. Agora quando eu pergunto considerando o que você expressou na questão anterior, que você disse, o quadrado pode ser representado o seu perímetro como 4^a . Qual seria o perímetro de um quadrado que esse lado medisse 10cm. Então o a representa o tamanho do lado. 4^a é $4x$ esse lado a . então se esse lado aqui fosse um número, por exemplo o 10. Quanto daria esse perímetro em número?
74. D2: 40
75. Professora: 40. Por que? Porque você vai multiplicar $4x$ o 10. Porque não está sendo $4x$ o a , então vai ser $4x$ o 10. Então é isso que eu quero que você escreva aqui.
76. D3: Então não precisa colocar isso aqui?
77. Professora: Não, não precisa colocar essas letras. Agora você vai colocar $4x$ o a . Inclusive, você não chamou de a anteriormente?! então você não pode chamar de f .
78. D3: É que o quadrado daqui media 5,1, já o desse aqui media outro valor.
79. Professora: Não. Esses 10 cm agora é um exemplo. É como se estivesse aumentado esse quadrado. Agora aqui na quarta questão eu quero que você me dê o perímetro de cada um dos triângulos. Tem 3 tipos de triângulo, você pode chamar de TM para triângulo médio, TG para triângulo grande e TP para triângulo pequeno. Depois você vai colocar os 3 perímetros. Tá bom? Observa aqui que você tem $2f$, não tem?
80. D3: Sim.
81. Professora: Então $f + f$ também poderia ser escrito com $2f$, $+c$. Aqui tem 2^a , você poderia escrever $b + 2a$.
82. D2: Sobre essa 2^a questão aqui, eu ainda não consegui entender.
83. Professora: Por que?
84. D2: Porque a senhora está falando aqui pra expressar, mas, expressar de que forma?
85. Professora: Você vai escrever de uma outra forma. Como foi que você fez na 1^a questão? Como foi que você representou o perímetro do quadrado?
86. D3: Algebricamente.
87. Professora: Mas como foi? Leia pra mim como foi que você fez esse perímetro do quadrado.
88. D3: $a + a + a + a$.
89. Professora: Isso. Entendeu? Você percebeu que você fez uma soma de $4a$, não foi?! $a + a + a + a$. Você poderia representar o perímetro desse quadrado de uma outra maneira?

90. D3: Não sei.
91. Professora: Vocês poderiam representar?
92. D2: $4a$?
93. Professora: $4a$! Porque eles são todos iguais. Entendeu?! Então isso é uma outra forma de expressar o perímetro desse quadrado de forma algébrica. Lá você colocou $A+A+A+A$ e você pode perceber que isso é a mesma coisa que $4a$. Assim como tem colegas que não colocaram $a + a + a + a$, colocaram $4a$, eles logo colocaram $4a$, porque já perceberam que as variáveis são todas iguais. Tudo bem?
94. D2: Todo bem.
95. Professora: Veja aqui nessa quinta questão que está escrito ora você expressar qual seria o perímetro do triângulo médio quando seus lados medem 7, 7 e 10, vocês perceberam que o perímetro dos triângulos sempre tem duas medidas iguais? Isso aconteceu porque o triângulo é isósceles, né? Quando vocês forem substituir eu quero que vocês peguem essa mesma expressão, vocês vão colocar aqui. Por exemplo quem é o perímetro do triângulo médio? Vocês colocaram que é $1c + 2b$, não é isso? Então, esse c e esse b representam o lado do triângulo e vocês vão observar que os dois lados iguais vão medir quanto?
96. D3: 7.
97. Professora: 7. Porque é o 7 que está se repetindo. Então esse lado vale 7, esse lado vale 7 e esse lado vale 10. Entendeu? Quando isso acontece quanto vai ser o perímetro? E eu pergunto pra vocês, o que é o perímetro? É a soma de todos os lados. Então o que é que você vai fazer com essas medidas aqui?
98. C1: Somar.
99. Professora: Somar! E quanto vai dar?
100. C1: $2b + c$.
101. Professora: E quem seria o b ?
102. C2: O sete.
103. Professora: O sete! Então seria $2 \times 7 + 10$ ou $7 + 7 + 10$. O que você achar melhor pra representar. E aí você pode dar um valor numérico, não pode?! Porque os números nós conhecemos.
104. Todos: 10.
105. Professora: O terceiro e o quarto também mediriam 10. Então como que eu mediria o perímetro? Porque o perímetro não é a soma de todos os lados?
106. Todos: Sim.
107. Professora: Então para eu calcular esse quadrado eu ia fazer $10 + 10 + 10 + 10$ ou eu poderia logo fazer 4×10 , entendeu? Você não precisa pegar a incógnita que está representando 10 cm lá nas medidas das peças do tangram, não é essa a ideia. Você está trabalhando só com o quadrado, então você não precisa misturar com as medidas de outras peças, é como se eu estivesse aumentando o tamanho do lado desse quadrado, mas ele continua sendo representado com $4a$ ou com $4f$, com a letra que você está utilizando para a parte literal.
108. Professora: Vamos falar aqui rapidamente sobre a 3ª questão porque já é a terceira equipe com a mesma dificuldade. Está tendo uma interpretação equivocada. Olha só, lá na terceira questão, todos prestem atenção, por favor. Considerando o

que você expressou na questão anterior, qual seria o perímetro de um quadrado cujo lado medisse 10? Então se um lado de um quadrado medisse 10 o outro lado mediria quanto?

109. E1: Eu não entendi a 2ª questão.
110. Professora: Por que você não entendeu?
111. E1: Como é que vou expressar?
112. Professora: Veja bem, o problema está na primeira ainda. Eu pedi pra você falar sobre a soma das letras para obter o perímetro e você me disse anteriormente que o perímetro é a soma de todos os lados, certo?
113. E1: Certo.
114. Professora: Então por que você colocou só o w ? Cadê o tangram? O tangram tem quantas peças?
115. E2: 7.
116. Professora: Você consegue identificar o quadrado aí?
117. E1 e E2: Sim.
118. Professora: Olha para o quadrado, ele tem quantos lados?
119. E1 e E2: 4.
120. Professora: Então se o perímetro é a soma de todos os lados, você tem que somar todos os lados do quadrado. Então, se lá tem quatro lados, quais são as medidas que você vai colocar aqui?
121. E1: 4?
122. Professora? 4 o que?
123. E3: $4w$.
124. Professora $4w$! Por que você vai colocar $4w$? Porque a soma do perímetro é $w + w + w + w$. Você pode escrever $w + w + w + w$ ou você pode, se vocês já conseguem perceber que isso é igual a $4w$, ótimo, entendeu? Mas a mesma coisa você vai fazer aqui, por exemplo, o paralelogramo, você colocou o g e o w ? porque ele tem duas medidas, né? Ele tem dois pares de duas medidas, mas a soma do paralelogramo tem que ser $g + g + w + w$, entendeu? E assim você vai fazer para os demais.
125. Professora: Então na primeira questão vocês preencheram esse quadro com as medidas do perímetro fazendo a soma das variáveis que vocês encontraram nas atividades anteriores, por exemplo $a + a + a + a$, e aí eu pergunto na 2ª coluna, quantas vezes aparece o a ? E voce colocou quatro. Quando foi na 2ª questão vocês escreveram de uma outra maneira, não foi? Vocês colocaram lá. Como você poderia representar o perímetro do quadrado? E então você que escolheu a incógnita a , colocou $4a$, não foi isso?
126. Todos: Sim.
127. Professora: Certo. Quando foi na terceira questão o a que você colocou lá, do quadrado, você disse que era o valor algébrico de um lado dele. Então se esse lado valesse 10, quanto seria esse perímetro?
128. Todos: 40.
129. Professora: 40! Porque você iria multiplicar 4×10 . Não é isso?
130. Todos: sim.

131. Professora: Certo. E então, quando foi na quarta questão, presta bem atenção, e todos que já fizeram vejam se fizeram corretamente. Sobre os triângulos, como você expressaria de maneira geral o perímetro de cada um dos triângulos? Vocês observaram que tanto do triângulo médio quanto do grande e do pequeno, o que acontece com as medidas deles? Independente de como você colocou, você percebe que sempre tem duas medidas iguais e uma diferente, isso acontece porque esse triângulo é chamado de triângulo isósceles, porque ele tem dois lados iguais, não é isso? Então olha só, vou pegar um exemplo aqui da equipe de A5, então olha só eles colocaram que o triângulo médio é $b + b + c$, acompanhem o raciocínio do triângulo grande, eles colocaram que o perímetro é $c + c + d$ e que o triângulo pequeno é $a + a + b$. Vocês perceberam que mesmo usando outras variáveis, todos eles sempre tinham duas variáveis iguais?
132. Todos: Sim.
133. Professora: Porque o triângulo, mesmo de tamanhos diferentes, todos são isósceles. Entendido? Então você pode escrever lá, triângulo pequeno e você coloca a medida que você encontrou lá no quadro, triângulo médio, triângulo grande. Mas por que isso aconteceu? O que acontece com cada um deles? Independente da letra que você escolheu.
134. A1: Tem sempre duas medidas iguais e uma diferente.
135. Professora: Muito bem. Tem sempre duas medidas iguais e uma diferente e por que isso acontece?
136. Todos: Porque o triângulo é isósceles.
137. Professora: Muito bem. Então é isso que a 4ª questão está pedindo. A 5ª questão diz assim: Considerando o que você expressou na questão anterior sobre o perímetro desses triângulos, qual seria o perímetro do triângulo médio? E então você tem na primeira e na quarta que o perímetro do triângulo médio, por exemplo, aqui dessa equipe é $b + b + c$, certo? Então se eu falasse pra vocês que eu queria que medisse o triângulo médio $7 + 7 + 10$, onde voes iriam substituir o sete?
138. B1: Nas duas medidas iguais.
139. Professora: Nas duas medidas iguais, olha, ela nem precisou falar que era no B. Porque nas outras equipes pode não ser B que está se repetindo. Mas ela respondeu certo, dizendo assim que 7 eu devo repetir nas variáveis que são iguais, porque independente da letra que você escolheu, você tem que encontrar o perímetro com duas variáveis iguais e uma diferente. Essa que é diferente vai valer quanto?
140. Todos: 10.
141. Professora: 10! Então lá no teu triângulo médio você vai ter $7 + 7 + 10$. Agora, essa resposta vai ter que ser igual pra todo mundo, porque número é tudo igual, independente da letra que você escolheu. O perímetro vai ser dado agora como? $7 + 7 + 10$. Quanto que dá isso?
142. Todos: 24.
143. Professora: 24! Está entendido?
144. Todos: Sim.

145. Professora: Sobre o paralelogramo você conseguiria representar algebricamente a soma de seus lados por meio de uma multiplicação como foi feito no quadrado? Percebam que no quadrado pessoal eu acho que todos conseguiram perceber isso, o quadrado, teve algumas equipes que representaram o perímetro como $a + a + a + a$, não foi?
146. Todos: Sim.
147. Professora: Mas depois, vocês representaram de outra forma, qual foi a outra forma?
148. Todos: $4 \times a$.
149. Professora: $4 \times a$. Porque é quantas vezes o a está representando. Eu quero que vocês me mostrem assim o paralelogramo, só que o paralelogramo não tem quatro medidas iguais, mas ele tem dois pares de medidas iguais, então vamos supor que esse lado aqui meça b e esse menor meça a . O perímetro todo mundo concorda que vai ser $a + b + a + b$?
150. Todos: Sim.
151. Professora: Quantas vezes apareceu o a .
152. Todos: duas.
153. Professora: E o b ?
154. Todos: Duas.
155. Professora: Então, seria que nós teríamos uma forma de representar esse perímetro, como?
156. Todos: $2 \times a + 2 \times b$.
157. Professora: Ai está. Você acabou de representar o perímetro pelo produto das suas medidas iguais. Você não vai mandar todo mundo ser $4ab$, não está certo isso, mas você pode multiplicar os termos semelhantes, que é isso que quero chegar, que esses monômios vão ser semelhantes e vocês vão poder somar todas as vezes que as variáveis forem iguais ou congruentes. Então, no lugar de você colocar $a + a$ você pode logo colocar $2a$. Porque quando os termos são semelhantes você pode somar, você pode fazer a soma algébrica, somar ou subtrair, dependendo do seu sinal. Tá bom? Terminando aqui a 6ª você tem a 7ª: Considerando a soma das letras iguais para obter o perímetro do paralelogramo, qual seria o valor do perímetro se os lados paralelos medissem 7 e 5. Agora de novo o que a gente fez com o triângulo e com o quadrado. Você já encontrou que o perímetro desse paralelogramo seria $2a + 2b$ e se essa medida menor valesse 5 e essa medida aqui valesse 7, qual seria o valor numérico desse perímetro?
158. B2: 24.
159. Professora: Porque você somaria $5 + 5$ ou 2×5 que é 10 e $7 + 7$ ou 2×7 que é 14, então $14 + 10$, quanto é?
160. Todos: 24.
161. Professora: 24 né. É isso que eu quero, nós estamos apresentando pessoal um valor numérico pra essa incógnita que você está substituindo, vejam nos encontros anteriores vocês estavam fazendo assim, vocês estavam tirando as medidas com a régua, não foi?! E vocês saíram da questão numérica, que é em cm, para a algébrica que vocês colocaram letras, cada equipe colocou uma letra, não foi?

162. Todos: Sim.
163. Professora: E então agora vocês já tem uma expressão um termo algébrico, você vai substituir esse termo algébrico por um valor dado, chamado valor numérico.
164. Professora: Ai depois de terminar essas 7 questões, no verso a gente vai formalizar o que nós aprendemos hoje, olha só : o que é um monômio? Monômio pessoal nada mais é do que esse termo algébrico. O monômio é uma representação algébrica de valores desconhecidos que ao serem somados eles podem ser simbolizados pelo produto do número pelo qual a letra que foi somada sucessivamente, por exemplo, a gente vai substituir $a + a + a + a$ apenas por $4a$. $4a$ é um monômio, tem um termo mas ele representou essa soma de termos iguais. Tá bom? Entenderam agora o que é um monômio? É uma representação de termos iguais, e esse termo representa a quantidade de vezes que a mesma letra aparece. A letra é o valor desconhecido chamado de incógnita ou incógnita. Nesse caso, cabe a incógnita quando eu quero descobrir o valor desconhecido, ai é incógnita. Quando ele está só fazendo apresentação, como estávamos fazendo anteriormente é chamado incógnita. Esse tipo de incógnita pessoal, nós chamamos de parte literal, então eu pergunto pra vocês: o que é essa parte literal? A parte literal é a parte algébrica do monômio, por exemplo, acompanhem essa formalização: você tem aqui $6x$. $6x$ é um monômio que representa a soma de $x + x + x + x + x + x$. Em vez de eu representar assim $(x + x + x + x + x + x)$ eu posso representar por apenas um termo, porque esse termo está se referindo a mesma simbologia algébrica, a mesma letra. Esse monômio é representado em duas partes, uma parte numérica e uma parte literal, essa parte literal é sempre a incógnita, no caso aqui a incógnita é x . e a parte numérica sempre, também chamada de coeficiente, vai ser o número. E quando não aparecer essa parte numérica é porque ele vale 1 e quando aparecer o menos é porque ele vale menos 1. E quando não aparecer essa parte literal é porque não tem a parte literal, só a parte numérica.
165. E1: Na 7ª, Considerando a soma de letras iguais para obter o perímetro do paralelogramo, qual seria o valor do perímetro se os lados paralelos medissem 7cm e 5cm, respectivamente.
166. Professora: Isso, então tem que ser $2h + 2a$. Se o paralelogramo de tem 4 lados e dois lados tem a mesma medida e os outros dois lados tem outras duas medidas iguais então isso significa que você vai colocar $2 \times 7 + 2 \times 5$. Então você soma isso aqui pra ver o que vai dar. Ou você faz $2 \times 7 + 2 \times 5$ ou $5 + 7 + 5 + 7$, tá bom?
167. E1: tá bom.
168. Professora: Na oitava questão vocês tem o seguinte, vocês têm algumas situações que vocês vão tentar tirar dessa linguagem escrita para colocar em uma linguagem matemática, só que essa linguagem matemática vocês vão colocar com incógnitas. Por exemplo, você tem a quantidade de pernas dos passageiros de um ônibus em uma lotação desconhecida de passageiros, se houvesse apenas eu, quantas pernas seriam?
169. Todos: duas.

170. Professora: Se fosse eu e E1?
171. Todos: 4.
172. Professora: Se fosse eu, E1 e B3?
173. Todos: 6.
174. Professora: Se fosse eu, E1, B3 e A2?
175. Todos: 8.
176. Professora: E se estivessem todos nós?
177. A5: Muitas pernas.
178. Professora: Muitas pernas, exatamente. Essas muitas pernas eu vou chamar x e como eu representaria a soma da quantidade de pernas? Se tivessem x pessoas e todas as pessoas tivessem duas pernas. Olha, uma pessoa, duas pernas, 2 pessoas, 4 pernas, se fossem 3 pessoas, 6 pernas, e se fossem x pessoas?
179. Todos: x pernas.
180. Professora: x pessoas, então cada pessoa vai ter uma perna.
181. A11: Não, então vai ser $2x$.
182. Professora: Olha o que A11 falou. Se tivessem x pessoas então seria $x + x$, ao mesmo tempo ela disse $2x$, ou seja, se tem x pessoas e cada pessoa tem duas pernas então eu estou contando x para cada perna da pessoa. Logo, se tiver x pessoas vai ter $2x$ de pernas. Então se tiver uma lotação de um ônibus com um valor desconhecido de pessoas esse valor desconhecido você vai chamar de uma incógnita que pode ser x ou uma outra letra. E se fosse h , quantas pernas de pessoas teria nesse ônibus? $2h$, entendeu como é?! E aí é nesse mesmo raciocínio que vocês irão resolver a letra d, a quantidade de rodas em um estacionamento para carros. Se tiver um carro, quantas rodas vão ter?
183. Todos: 4.
184. Professora: Se tiver dois carros?
185. Todos: 8.
186. Professora: Se tiver 3 carros?
187. Todos: 12.
188. Professora: E se eu não souber quantos carros tem?
189. Todos: x carros.
190. Professora: Quantas rodas terá?
191. Todos: $4x$.
192. Professora: Por que vocês estão percebendo isso? Porque os termos são semelhantes e quando os termos são semelhantes isso aqui se chama de?
193. Todos: Monômio.
194. Professora: Monômio! Você está conseguindo perceber que mesmo que você tenha tudo isso para somar, mas se eles forem todos semelhantes se transforma em um monômio. Por isso que o monômio é uma representação algébrica. Viram como foi interessante vocês descobrirem que é um monômio.
195. Professora: Como está acabando o nosso tempo, eu preciso explicar a 9ª questão. Só para formalizarmos. A 9ª questão você tem o monômio chamado 0,5 litros. Gente 0,5 litros é a mesma coisa que meio litro, tá bom?! O monômio 0,5 litros representa o valor da fatura da conta de água, sendo 0,5 o coeficiente

numérico que representa o valor por litro de água consumido e L , a quantidade de litros de água consumidos. Ainda pouco eu mostrei pra vocês $6x$, o 6 era coeficiente numérico desse monômio e o x é a incógnita que representa algo, aqui nesse caso representava a quantidade, por exemplo, dos lados de um hexágono regular, que tem 6 lados iguais. Ao invés de eu colocar $x + x + x + x + x + x$ eu coloco $6x$, o 6 é o coeficiente, não é? Tá. Nessa questão eu considere meio litro, $0,5 \times L$, então o litro representa a quantidade consumida por uma determinada casa, então vamos supor que em um mês essa casa tenha consumido 1000L, onde eu coloco esse 1000 agora? Eu substituo 1000 aonde?

196. A3: Pelo 0,5.

197. Professora: Pelo L . Porque o 0,5 é o numero, é o coeficiente, então lá na letra a , em vez de eu colocar L vou colocar $0,5 \times 1000$. Porque eu estou dizendo que nessa casa eles consumiram em um mês 1000L e o resultado pessoal vai ser o valor em reais que ele vão ter que pagar, tá bom? Parece aqui que o numero decimal fica difícil de entender, posso escrever de uma outra forma?

198. Todos: Pode.

199. Professora: Como que eu posso representar o 0,5? Eu posso representar em forma de fração isso?

200. Todos: Pode.

201. Professora; Posso não é?! Todo numero racional pode ser escrito em forma de fração. Então como que eu posso escrever 0,5? 1 sobre 2 vezes 1000. Então eu pergunto pra vocês 1×1000 ?

202. Todos: 1000.

203. Professora: $1000 \div 2$?

204. Todos: 500.

205. Professora: Observem, como quando está desse jeito conseguimos enxergar melhor. Ou seja se ele consumir 1000 litros, o que ele vai pagar é só dividir por dois. O que ele vai pagar é a metade de litros consumidos. Então se ele usar durante um mês 1500 litros?

206. C3: 750?

207. Professora: A metade de 1500, que é 750. Ok? E pra finalizar pessoal vocês tem ai esses polígonos regulares chamados decágono, undecágono e dodecágono, ou seja, um polígono com 10 lados iguais, 11 lados iguais e 12 lados iguais. Como é que a gente pode representar através de um monômio esse perímetro dele. Cada um de vocês da equipe faz uma.

EPISÓDIO 4- 4ª ATIVIDADE- 11/06/2022- 2h/aula- 149 turnos - 208 ao 357

208. Professora: O nosso 4º encontro tem como tema classificação de polinômios e o objetivo é classificar as expressões quanto ao numero de termos. O material utilizado é lápis, caneta e a ficha instrucional com a sequência didática. Então vejam que hoje não há necessidade de se usar todas as canetas, mas é bom lembrar que quando a gente fez as representações, vocês utilizaram quatro cores de caneta, não foi?! Porque vocês tiveram quatro medidas diferentes, certo?

209. Todos: Sim.

210. Professora: E vocês na atividade 1 tiveram a oportunidade de fazer as representações com cores, com traços, que era um traço, dois traços, três traços e quatro traços, foi quanto vocês acharam, né?! Vocês fizeram uma representação numérica que vocês acharam através das medidas em cm com a régua, vocês encontraram as medidas considerando só a parte inteira, 5cm, 7cm, 10cm e 14cm. Muitas dessas medidas tinham 5, mais alguma coisa, não era isso?! 5 virgula alguma coisa, 7 virgular alguma coisa, 10 virgular alguma coisa e 14 virgula alguma coisa. Vocês sabem que era para considerar a parte inteira sempre, mas isso não significa que vocês não poderiam medir exatamente com a régua e achar 5,2, alguns encontraram 5,3. Tudo bem?! Na atividade 2, que vocês fizeram no encontro passado ele tinha como título expressões algébricas e suas representações. Então nessa atividade vocês buscaram comparar as representações numéricas com algébricas, ou seja, vocês mediram essas peças, essas 7 peças do tangram, mas não representando agora por números, em cm, medidas em cm, vocês fizeram a representação algébrica, utilizaram letras para colocar, então, medidas iguais, letras iguais, não é isso?! E também perceberam que essas letras elas são chamadas de incógnitas, porque essas medidas variam e dependendo da medida que a gente poderia utilizar nessas letras daria um resultado. E que agora essas representações hoje, vocês vão observar que não necessariamente vão estar procurando um número exato, mas uma representação para esses polinômios, para essas expressões e por isso essas expressões vão ser classificadas e é isso que nós vamos chegar no final para formalizar, tá bom? Então eu peço que vocês peguem a ficha 3.
211. Professora: O que nós vamos fazer nessa atividade 4, eu peço que todas as equipes, todos os grupos prestem atenção, tá bem? Então a primeira questão você vai utilizar as informações sobre a representação algébrica dos perímetros calculados na atividade anterior, então vocês para fazerem a 1ª questão dessa atividade, vão ter que utilizar a atividade 2. Aquele exercício que pedia para vocês calcularem o perímetro das figuras planas do pentágono, do hexágono e do heptágono, tá bom?! Baseado no que vocês responderam, vocês irão agora utilizar esse quadro que tem as figuras geométricas, o quadrado, o paralelogramo e os três triângulos de medidas diferentes, o médio, o grande e o pequeno, vão escrever o perímetro de forma algébrica, fazendo a soma apenas de termos semelhantes, o que não for semelhante fica representado a soma, tá?! E depois vocês vão me dizer quantos termos cada expressão do perímetro você encontrou, por isso que está lá número de monômios, porque vocês sabem que monômios são termos, tá certo? Então vocês vão colocar. Depois que vocês juntos preencherem esse quadro vão fazer a 2ª questão: Qual a figura o perímetro resultou em um monômio? E por que isso aconteceu? Então vocês vão observar se caso vocês realmente encontrarem isso, vão juntos discutir para saber por que isso aconteceu, tá bom? E quando tiver dois monômios, quando essa expressão tiver dois termos, e dizer qual foi a figura que isso aconteceu e por que isso aconteceu. Pode ser que vocês tenham mais de uma figura que aconteça isso, se isso acontecer você vai justificar para cada uma delas. Porque pode ser que na resposta de vocês para cada uma tenha uma justificativa,

- tá bom? Depois disso nos vamos formalizar o que vocês encontraram, então eu peço que vocês resolvam a 1ª, 2ª e 3ª logo. Se vocês precisarem das peças já tem para utilizar.
212. Professora: Repare que só vai ser colocado junto aqueles que tiverem termos semelhantes, se eles forem semelhantes e opostos você coloca um em cima do outro que logo cancela, pode fazer assim, ok? Pega para mim agora uma carta de $-a$ olha, ela se anula, então fica bem aqui. Pega pra mim agora duas cartas de b . Isso. E pega pra mim uma carta de c e o 2, repare que não tem o 2, mas tem cartas de 1 positivo, então você pode pegar
213. E1: Somar os dois?
214. Professora. Isso. Duas cartas de 1. Agora retira as que se anularam, se descartou. O que sobrou?
215. E2: $2a, 3b, 1c$.
216. Professora: Isso, mas como é uma soma, como você tem que dizer?
217. E2: $2a + 3b + c + 2$.
218. Professora: Isso, essa é a resposta da letra b. Agora, quantos termos tem aqui?
219. E2: 4.
220. Professora: Quando ele tem quatro ou mais termos, como ele é chamado?
221. E3: Polinômio?
222. Professora: isso. Então é assim que vocês vão fazer a 3ª questão, todos entenderam?
223. Todos: Sim.
224. Professora: O que foi que sobrou pra mim? diga pra mim.
225. E2: $2 + c + 3a + 1b$.
226. Professora: então essa vai ser a tua resposta, $3a + 1b + 1c + 2$. tá? entendeu como é?
227. E3: Sim.
228. Professora: Peguem a atividade 4. Vocês tem aqui o exercício 4 da atividade 4 e vocês tem que somar essas expressões e me dizer a classificação deles. Só que pra dizer a classificação vocês precisam primeiro fazer a soma. Vocês vão ter a oportunidade agora de não fazer um calculo com caneta e com papel, fazer um calculo com esse material concreto, tá?! Que eu estou chamando de kit algébrico. Então olha só, você tem uma soma chamada assim $2x - x + 3x$, tá bom? Então vocês estão vendo aqui vários cartões escritos $x - x, a - a, b - b$, não tem?
229. E3: tem.
230. Professora: Então pega pra mim dois cartões de x , porque está escrito $2x$, então dois cartões de x . Agora, eu quero que você pegue pra mim um cartão de $-x$. ok, como esse cartão aqui ele é semelhante a esse só que oposto, um é positivo e o outro é negativo, coloquem em cima de um deles. Agora pega pra mim mais três cartões de x e coloca no lado de quem tem somente x . Agora que você já terminou, esse aqui que é um cartão positivo pra x e um outro cartão que é negativo pra x você vai anular, ou seja, você vai descartar. O que foi que sobrou?
231. E2: $4x$?
232. Professora: $4x$! Então essa é a resposta da letra a. entendeu?

233. E2: Entendi.
234. Professora: Então a resposta da letra a vai ser o que?
235. E2: A15.
236. Professora: Então você vai colocar $4x$ e quando tem só um termo você classifica como?
237. E2: Um monômio.
238. Professora: Viu, a diferença agora. Agora nós vamos fazer novamente, só que agora o A15 vai fazer a letra. O que foi que sobrou pra mim?
239. E2: $2 + c + 3a + 1b$.
240. Professora: Então essa vai ser tua resposta $3a + 1b + 1c + 2$. Entendeu como é?
241. E3: Sim.
242. Professora: Esse material concreto eu estou chamando de kit algébrico e consiste em cartas coloridas e cada cor representa um termo. Observa que tem cartões amarelos com termo e um outro cartão com o mesmo termo algébrico só que oposto a ele. Por exemplo x^2 e o outro é $-x^2$, eles são opostos, certo? Vocês vão fazer pra mim essa expressão, essas que questões aqui vocês vão ter que somar e depois classificar, vocês vão fazer assim olha, por exemplo, nessa aqui, vocês vão pegar a quantidade que eu te indicar, aqueles que são opostos você vai colocar no lado para descartar depois a quantidade que apareceu oposto. Pega pra mim $2x$, agora pega pra mim um cartão de $-1x$, aí como ele é oposto vai ficar em baixo, tá? Porque depois você anula ele. Pega pra mim agora um cartão de $3x$.
243. E1: $3x$?
244. Professora: É, $3x$. 3 cartões de x . Repara que esse x é igual a esses outros né, então eles vão ficar no mesmo sentido. Vão ficar juntos, alinhados. Agora me digam uma coisa, quantos cartões se anularam?
245. E1: 1.
246. Professora: Só um né. Só isso aqui, então você vai descartar. O que sobrou?
247. E1: $4x$.
248. Professora: $4x$! Então essa é a resposta daqui, $4x$. Entendeu? Se ele tem um termo qual é o nome dele?
249. E2: Monômio.
250. Professora: Então você vai colocar monômio. Está entendido? Agora você vai fazer pra mim a letra b. Faz pra mim a letra b A16. Pega pra mim 3 cartas de a , coloca de frente pra você, porque você precisa de espaço. Isso, muito bem.
251. Professora: Quando vocês fizeram aqui olha, o perímetro do quadrado vocês foram preencher esse exercício 3 da atividade 2, vocês representaram o perímetro assim, por exemplo do quadrado, $a + a + a + a$ e assim vocês foram fazendo só as representações algébricas do perímetro repetindo quantas vezes cada medida tinha, só que quando chega na atividade 5 após a formalização vocês já não colocaram o perímetro do pentágono como $p + p + p + p + p$ vocês colocaram $5p$, por que vocês representaram assim?
252. E2: Porque a gente contou os lados e colocou aqui, o numero e a representação com a primeira letra.

253. Professora: Pois é e por que vocês colocaram $5p$, quando vocês chegaram a essa conclusão de que $p + p + p + p + p$ era o mesmo que $5p$?
254. F1: Da soma dos lados.
255. Professora: Porque, o que eles eram?
256. F2: Todos iguais.
257. Professora: Isso, que é o que chamamos de semelhante. Entendeu? Então quando vocês colocaram aqui nessa questão 1 da atividade 4, $a + a + a + a$ vocês poderiam representar de uma outra forma?
258. A17: $4a$?
259. Professora: $4a$! Então 4^a tem quantos termos? Olha, se vocês escreverem isso aqui, em vez de vocês escreverem assim, vocês também poderiam representar assim, não poderiam?! Quantos termos têm aqui?
260. F1: dois?
261. Professora: Não, só um. Então tem um termo. Agora quando você for somar esses aqui, você tem $b + a + b + a$. Como é que vocês podem escrever esse perímetro aqui?
262. F1: $2a + 2b$.
263. Professora: Vocês podem escrever assim ou $2a + 2b$. Muito bem, quantos termos têm aqui?
264. F3: quatro.
265. Professora: Não. Dois. Entendeu? É isso que é pra vocês fazerem. Procurem deixar as letras tudo minúsculas, porque a gente faz assim, letras maiúsculas para dar um nome, o nome do polígono é A que é incógnita, entendeu? Então coloquem tudo minúsculo, por favor.
266. F2: Bem aqui, é pra colocar o termo quando tem dois monômios ou é para colocar só dois exemplos?
267. Professora: Não, porque aqui eu quero saber, isso aqui você ainda não sabe, porque eu ainda não ensinei. Eu quero saber quantos termos tem, por exemplo aqui, você percebeu que tem quantos termos? O perímetro do quadrado?
268. F2: um.
269. Professora: Então você vai colocar um. Quando tiver dois, você vai colocar dois. Quando tiver três, você vai colocar três. Entendeu?! Se tiver u de novo, então coloca um de novo. É assim que é pra você fazer. E então depois que estiver pronto, você vai me dizer qual foi que teve só um termo e aqui você está me dizendo que foi somente o quadrado, você colocou: porque todos os lados tem a mesma medida. Ok! E quais são os que tem dois monômios? Que tem dois termos? Aqui, quais são os que tem dois termos?
270. F3: Paralelogramo, triângulo pequeno, triângulo grande e triângulo médio.
271. Professora: Então, você vai colocar aqui e enumerar todos eles e depois dizer por que isso aconteceu. Igual como você explicou o quadrado. Você vai explicar do paralelogramo e dos triângulos. Se a justificativa for a mesma, tudo bem, mas se tiver alguma justificativa que você queira explicar melhor de um e depois do outro, então você faz uma justificativa para cada. Só observe através das atividades anteriores se realmente esse aqui vai ter um termo, esse aqui vai ter dois e se esse

aqui é só um mesmo. Porque, qual a diferença desse triângulo grande para os outros? O que você está definindo por termos? Por que vocês colocaram somente $3h$ no triângulo grande? O que foi que vocês pensaram?

272. F3: Porque no triangulo grande teve uma medida que deu 14 e a senhora falou para colocar só até 10cm.

273. Professora: Não. Mas naquela situação a gente estava comparando as figuras que tinham medidas congruentes entre si. Que aí vocês observaram lá, por exemplo, o triangulo pequeno, paralelogramo e o quadrado tinham medidas congruentes entre si, não significava que elas eram todas iguais, mas elas tinham medidas congruentes, não tinham? Isso são medidas congruentes. Agora eu quero saber em relação aos termos que no quadrado você encontrou que no perímetro tem só um termo, você representou o perímetro do quadrado como $4a$, então ele só tem um termo. Quando você fez aqui do paralelogramo você viu que o paralelogramo tem duas medidas, então você disse que o perímetro dele é $2a$ porque ele tem duas medidas de tamanho a mais $2b$, não foi isso? Então você vai dizer que tem duas medidas aqui. Por que você define que o paralelogramo tem duas medidas? Ou seja, que o paralelogramo tem dois monômios.

F2: Porque dois lados tem a mesma medida e os outros dois tem a mesma medida.

274. Professora: Isso. Então você vai justificar. Será que essa justificativa cabe o porquê de você colocar a medida do triangulo assim, porque olha o perímetro do triangulo médio aqui você chamou de $h + 2b$ isso significa que se o triangulo tem 3 medidas, você está me dizendo que duas são congruentes e uma é diferente. Por que você fez isso? Pode até ser isso a justificativa.

275. Professora: Agora nós vamos formalizar a 4ª atividade, ok? Para formalizar essa 4ª atividade vocês precisam saber o seguinte. As expressões algébricas, todas já estão coladas as formalizações? Sim né?! Então eu vou ler as expressões algébricas são classificadas de acordo com o numero de termos e esses termos são chamados de monômios. São termos que são somados. Se todos os termos desse perímetro forem semelhantes eles vão dar um termo, a soma deles, não é isso? E se é um termo eu vou chamar essa expressão de monômio, se tiver dois tiver dois termos binômio, se tiver três termos trinômio e se tiver quatro termos ou mais, polinômio. E então eu coloquei um exemplo pra vocês olha. Quando uma expressão algébrica possui um termo sem incógnita dizemos que se trata de um termo independente que é o caso de uma expressão que termina com $+1, +2, +3, -5$, tá? Então este termo é um sem parte literal então chamamos ele de termo independente. Tá bom?

276. Professora: Vocês vão calcular, vão somar essas expressões aqui na 4ª questão e depois vão classificar como monômio, binômio, trinômio e polinômio. Repare que vocês vão fazer a classificação só depois de somar os monômios, eu preciso que todos prestem atenção e me façam um grande favor, vocês receberam um saquinho com vários cartões, esse cartões tem tamanhos diferentes, não te?! Pois é, eu preciso que as equipes se organizem de forma a deixar todos os cartões iguais juntos, vocês vão agrupar eles, todos. Por exemplo, o cartão ver de que está escrito y vocês vão procurar todos os cartões verdes que estão escritos y e colocar

eles juntos, ok. Depois o cartão amarelo que está $-y$ também colocar em um outro grupo juntos. Depois onde tem o cartão verde claro $-x^2$ vocês vão colocar juntos, agrupem pra mim. Todo mundo entendeu? Organizem pra facilitar, pra eu ir de mesa em mesa explicar como vocês vão fazer essa 4ª questão.

277. Professora: Muito bem. Aqui você já pegou $3a$, 3 cartões com a e um cartão com $-b$. Agora você vai pegar o $-a$ pra mim e você vai colocar onde dê pra você perceber que ele vai se anular, entendeu? Porque um é positivo e o outro é negativo. Você coloca logo junto. Agora coloca pra mim $2b$. Isso. Agora pega pra mim $+1c$. Agora pega pra mim 2. O numero 2. No caso não tem né, numero 2, então você vai somar. Pronto.

278. Professora: Bom dia a todos.

279. Todos: Bom dia.

280. Professora: Nós vamos dar continuidade a nossa atividade 4, que fala sobre classificação de polinômios, que tem como objetivo classificar expressões algébricas quanto ao numero de termos. Então no encontro passado nós trabalhamos com adição de termos semelhantes. Para que pudéssemos fazer a adição de termos semelhantes nós formalizamos a definição de monômios e eu explicava pra vocês o que seriam monômios semelhantes, não foi?

281. Todos: Sim

282. Professora: Agora quando os monômios não são semelhantes e nos formamos expressões com termos diferentes, formamos uma expressão com mais de um termo. E então nos vamos classificar esse polinômio. Vocês deram inicio no 1º exercício que dizia assim, pra vocês calcularem o perímetro utilizando os termos. Então no encontro passado que nós falamos de adição vocês ainda fizeram, vocês podem olhar a atividade 3, montaram um quadro que vocês tinham as medidas em cm depois as medidas em variáveis e agora vocês tem as medidas todas algébricas, todas com incógnitas. Vocês fizeram: Quanto é o perímetro do quadrado usando incógnita? Usando termos, quanto é que fica? Acredito que de todos esteja completo. E depois na coluna do lado vocês indicaram quantos monômios, vocês perceberam, por exemplo, que no quadro todos os termos são semelhantes, não é? Não são iguais? Então vocês só fizeram colocar que tinham 4 termos. Aliás, que tinha um termo, dessa vez vocês colocavam um termo, certo? Aparecia só um termo, 4 termos de a , 4 termos de x ou 4 termos de s , certo?! E assim vocês foram fazendo, para o paralelogramo e para os triângulos. Agora, na 2ª questão, vocês irão organizar o perímetro que resultou em um monômio. Qual foi a única figura que vocês calcularam o perímetro que resultou em um termo?

283. B2: O quadrado.

284. Professora O quadrado! Qual foi o perímetro do quadrado?

285. B2: $4a$.

286. Professora: Uma variável. Para uns foi $4s$, pra outros foi $4a$, pra uns foi $4x$, certo?! Na 3ª vocês calcularam o perímetro, alias, vocês registraram ai pra mim quais foram as figuras em que o perímetro resultou em dois monômios. Quais foram os que resultaram em dois monômios?

287. Todos: Paralelogramo, triangulo grande, triangulo médio e triangulo pequeno.

288. Professora: Isso! E vocês observaram, a forma como vocês representaram, foi da mesma forma esses dois monômios que vocês representaram, tanto dos triângulos quanto do paralelogramo, foi tudo igual os perímetros? Vocês encontraram dois termos para todos eles, mas o perímetro que vocês encontraram para o paralelogramo foi igual o que vocês encontraram para os triângulos?
289. Todos: Não.
290. Professora: Por que isso aconteceu?
291. F1: Porque o paralelogramo tem 4 lados?
292. Professora: Isso, muito bem. Porque o paralelogramo tem 4 medias de lado, não tem?! Então ele apareceu, mas ele apareceu dois termos não foi, por que isso aconteceu?
293. F1: Porque ele tem dois pares de medidas iguais.
294. Professora: Isso. Ele tem dois pares de medidas iguais, muito bem. E o triângulo, tem o que?
295. Todos: São isósceles.
296. São isósceles! Então se eles são isósceles como que nós encontramos o perímetro dele?
297. F1: Porque duas das medias são iguais.
298. Professora: Isso! Então nós encontramos dois termos, só que dois são iguais e uma diferente. Tá entendido agora? É assim que vocês devem responder a 3ª questão.
299. Professora: Vamos supor, se aqui no exercício 1 da atividade 3, que o perímetro do quadrado é representado por $4a$, acredito que porque você somou os termos da atividade anterior, então, quantos termos aparecem aqui?
300. F2: 1.
301. Professora: Sim. Então você vai colocar 1, porque, o que é o termo? O termo é o produto de números e letras que aparecem. Então por exemplo o perímetro do quadrado era $a + a + a + a$, 4 vezes né?!
302. F2: Então eu vou colocar $a + 4$?
303. Professora: Não, aí você vai colocar um. Quantos termos têm aqui? 1! Eu quero saber a quantidade de termos, por isso que eu escrevi, numero de monômios. Entendeu?
304. Professora: Aqui na sua equipe você viu que o exercício 1 da atividade 3, você precisa fazer de acordo com as outras atividades, não é?
305. F3: Sim.
306. Professora: Você percebeu que o perímetro do quadrado é $4s$, porque, quantos termos tem aqui?
307. F3: 4.
308. Professora: Por que 4?
309. F2: 1.
310. Professora: Certo. Aqui, tem quantos termos?
311. F2: 2.
312. Professora: 2! Então você vai colocar 2. Aqui, quantos tem?
313. F2: 2.

314. Professora E aqui?
315. F1: 2 também.
316. Professora: Então você vai colocar o que tem um e o que tem dois, entendeu?! Depois que você preencher isso daqui, você vai me responder: Qual é a figura que resultou em um monômio?
317. F1: O quadrado
318. Professora: O quadrado! Por que isso aconteceu? dele só ter um termo.
319. F1: Porque todos os lados são iguais.
320. Professora: Não seria bom vocês formalizarem assim, olha, o triangulo pequeno vocês me disseram que tem três medidas, duas iguais e uma diferente, certo? E então, você quis me dizer que, através da sua resposta que o triangulo grande também tem 3 medidas, duas iguais e uma diferente, o triangulo médio também tem 3 medidas, duas iguais e uma diferente. Mas do jeito como você escreveu, a impressão que eu tenho é que essas duas medidas iguais é a mesma medida que essa e essa e isso não é verdade. Porque você mostrou nas atividades anteriores que essas duas medidas não são iguais, essa medida aqui é igual a essa aqui, porque elas se encaixam.
321. F1: Mas não seria a mesma resposta?
322. Professora: Não, seria a mesma resposta mas você tem que fazer respostas diferente porque essa medida é diferente dessa e diferente dessa, mas eu entendi a ideia. Outra coisa, o paralelogramo ele também tem dois termos, só que aqui tem duas medidas iguais e aqui tem outras duas medidas iguais e aqui tem duas medias iguais e uma diferente, viu? Como a justificativa delas é diferente. Então seria bom você fazer uma justificativa pra essa, uma pra essa e uma pra essa. Tá certo? Você entendeu?
323. F2: Sim
324. Professora: Pessoa prestem atenção nessa 3ª questão da atividade 4 que seria bom vocês justificarem. Todos vocês já terminaram a atividade 3? Olha na atividade 1, vocês encontraram qual é a figura que só tem um monômio?
325. Todos: Sim.
326. Professora: Qual é ?
327. Todos: O quadrado.
328. Professora: Beleza. Cada um de vocês, cada equipe justificou por que foi o quadrado, então eu não vou perguntar porque cada um vai justifica. Agora, no exercício 3 ele pergunta se você encontrou algum com dois monômios, sim?
329. Todos: sim.
330. Professora: Quais?
331. Todos: Paralelogramo, triangulo grande, triangulo médio e triangulo pequeno.
332. Professora: Olha todos vocês vão encontrar o paralelogramo, o triangulo grande, o triangulo médio e triangulo pequeno, certo?
333. Todos: Sim.
334. Professora: Só que eu pergunto pra vocês e por que isso acontece? Então eu acredito que seria melhor vocês trazerem uma justificativa para o paralelogramo, uma justificativa para o triangulo médio, uma para o triangulo pequeno e uma para

o triangulo grande. Porque eu acredito que se vocês forem perceber cada um deles tem uma justificativa, porque gente quantas medidas tem no triangulo pequeno?

335. Todos 3.

336. Professora: 3! Dessas 3 vocês me disseram que o perímetro só tem dois termos. Gente por que o perímetro de um triângulo que tem três medias só tem dois termos?

337. D1: Porque uma é diferente das outras duas.

338. Professora: Porque essa medida aqui é diferente dessas duas, não é? Mas a justificativa para está figura não pode ser a mesma para essa outra porque vocês percebem por proporcionalidade que as duas medidas são iguais, são congruentes, entre esse triangulo grande mas não é a mesma que as duas medidas desse triangulo pequeno, basta ver por proporcionalidade, olha o tamanho. Então seria bom vocês justificarem para cada uma delas, entendeu? Você não precisa justificar para o triangulo grande um e para o triangulo grande dois já que tem duas peças dele, Basta pra uma deles. E uma do médio e uma do paralelogramo. Façam essa pra nós formalizarmos logo.

339. Professora: Você tem essas 5 peças, certo? Essa daqui, voce já respondeu na atividade 2 que todas as medidas são iguais. No caso você ate colocou semelhante, tá bom. Mas o que acontece, você colocou assim, você encontrou 2 monômios, ou seja, dois termos, eles tem duas medidas semelhantes. Cada um deles tem duas medidas semelhantes, mas quando você coloca para todos, a ideia que eu tenho é que essa medida é igual a essa que é igual a essa e é igual a essa. Olha o tamanho pra você dizer se é verdade, não é. Olha como as medidas são diferentes. Elas são proporcionais mas elas são diferentes. Então você não pode dizer que elas são iguais. Então quando você for responder do paralelogramo, você vai perceber que essas duas medidas são congruentes, mas essas duas não são iguais. Então você vai dizer que escolheu dois monômios que tem dois pares, que tem dois lados paralelos com a mesma medida, mais outros dois lados paralelos com a mesma medida, certo? Então aqui tem 4 medidas, duas a duas iguais. Aqui só tem 3, duas iguais e uma diferente, que foi o que te falei. Faltou tu colocar uma diferente. Mas se você colocar assim, o triangulo grande, o triangulo médio e o triangulo pequeno, eu encontrei dois termos ou dois monômios porque ele tem dois lados iguais e um diferente, ok, mas isso ,aqui tem duas medidas e uma diferente, que você chamou de E é F, quando chega aqui não é E é F, aqui qual é? É C e E, entendeu? Essa medida se encaixa bem aqui, mas se você colocar tudo junto a ideia que eu tenho é que todas essas medidas tem dois lados iguais, se isso aqui valer E, isso aqui vai valer E é isso aqui vai valer E é isso não é verdade porque elas não tem o mesmo tamanho, elas são proporcionais, mas não tem o mesmo tamanho. Elas são proporcionais mas não tem o mesmo tamanho. Então você vai ter que explicar, mesmo que você escreva com as mesmas palavras separado dá a entender que são dois lados iguais e um diferente, esses são os lados dele, as medidas dele. Dois lados congruentes e um diferente, esse tem uma medida que é diferente dessa, entendeu? Então você tem que escrever mesmo que tu use a mesma palavra mas se tu colocar separado vai dar a entender que eles não tem a mesma

medida, elas só se encaixam. Vai perceber que a hipotenusa de cada um se encaixa com o lado menor dos outros.

340. Professora: Na 5ª questão da 4ª atividade vocês deverão fazer a soma dos termos semelhantes, então se eu quero que vocês calculem o perímetro desse triângulo então vocês vão ter que somar todas as medidas dos lados, e vocês vão perceber que os lados estão sendo medidos algebricamente, vocês tem expressões aqui. Vocês tem duas medidas de binômio e uma medida como monômio, não é isso? Então vocês vão somar, quando vocês terminarem de somar então vocês vão encontrar uma das respostas, a letra a ou a letra b ou a letra c ou a letra d. Todos entenderam a 5ª ?

341. Todos: Sim.

342. Professora: Posso passar pra 6ª?

343. Todos: Sim.

344. Professora: Todos estão recebendo aqui a figura de um gatinho montado com as 7 peças do tangram, tá bom? Vocês pode utilizar as mesmas incógnitas que vocês utilizaram nas atividades anteriores, por exemplo, aqui na orelhinha do gato vocês estão vendo que e foi utilizado triângulos pequenos e uma parte dessa orelha do gato é formado pelas medias das arestas das figuras do triângulo pequeno e você lá na atividade um, lá na atividade 2, você colocou uma incógnita representando, por exemplo, o lado maior do triângulo pequeno, não colocou? Por exemplo, essa equipe colocou o tamanho a, tem que ser a mesma medida que você encontrou, que você colocou, desde a 1ª atividade, tá? Olha, aqui nessa equipe eles colocaram as duas medidas desse triângulo pequeno, eles chamaram de m e a medida maior do triângulo pequeno eles chamaram de a, então vocês vão observar que o perímetro é a soma de todos os lados, então vocês vão pegar cada medida aqui que vocês tem lá da atividade 1 do encontro 1, vocês vão colocar essas mesmas letras, certo? Vocês não vão usar todas as medidas do triângulo, vocês vão utilizar somente a medida que está contornando esse gato. Então, por exemplo, se ela está chamando essa medida de m, então você tem $m + m$ e ela chamou essa medida aqui de a, então ela tem $m + m + a$, tá? Você vai somar isso aqui? Não, porque dentro dele tem outra medida que ele colocou o quadrado, então você só vai somar esse aqui. Não se encaixou?

345. Todos: Sim.

346. Professora: Então você só vai somar o contorno e você tem essa medida, desde a atividade 1, $m + m + a$ se aqui não tiver mais nada você soma, se não se não continuar, o que acredito que ele continua, você não soma, mas por exemplo a cabeça do gato você vai ter que medir, quanto é essa medida aqui? Provavelmente nessa equipe, se aqui é m, aqui também vai ser m. Porque vocês tem desde a atividade 1 que as medidas do quadrado coincidem com as duas medidas iguais do triângulo pequeno. Então quem terminar a 5ª e a 6ª vai parar. Mas eu quero que vocês observem isso aqui, aqui no gato algumas equipes ficaram com dúvida, bem aqui você tem essa medida do triângulo grande e nesse tem aqui a medida do paralelogramo, essa equipe aqui chamou essa medida aqui do triângulo maior de b, essa equipe. Vocês podem ter chamado de outra letra. E essa medida maior do

paralelogramo ela chamou de m , que é a mesma medida do quadrado. Ficou assim e a gora pra eu saber quanto que vale só isso aqui já que eu falei pra vocês pra somarem só o contorno, então, quanto vale isso aqui? Nessa equipe vale b e só esse pedaço aqui vale m , tá bom. Então se eu quiser saber só esse pedaço, como eu posso expressar isso com uma soma algébrica. Lembrando, soma algébrica não precisa aparecer só o sinal de mais, ele pode também subtrair. Olha só, se eu quiser saber só essa medida aqui eu posso fazer assim $b - m$. $b - m$ não sobra isso?

347. D3: Professora, é pra somar só os lados de fora ou os de dentro também?

348. Professora: Alguém pode explicar pra ela? Olha pro desenho, ele está mostrando que figura ?

349. D4: De um gato.

350. Professora: Isso. Se eu quiser saber quanto vale a soma das medidas do contorno desse gato tu só vai somar a parte de fora, tá? Então olhe novamente pra essa figura e eu vou te explicar. Você está observando que ele tem uma orelhinha. Então está aqui, a cabeça do gato. Então quando você for fazer a soma desse contorno você vai precisar das medidas de dentro? Não! Somente das de fora. Tá? Você vai criar aleatoriamente letras variadas pra elas? Não! Você vai olhar pra 1ª atividade que a sua equipe escolheu letras, que nós chamamos agora de incógnitas, para dar o tamanho da medida. Eu não quero que você fale 5,7. Eu quero que você fale o nome da incógnita que você escolheu agora, porque nós estamos trabalhando com termos algébricos. Essa equipe que estou falando, chamou essa medida aqui de m , então você vai fazer $m + m + a$, chamaram de a pra cá, tá? $+m$. Do resto é o corpo então onde estiver o contorno você vai somando, o que eu estou dando ênfase agora para a explicação é do rabo do gato, porque o rabo do gato ele tem aqui o corpo dele e esse corpo dele está sendo formado com a medida do maior lado do triângulo maior, mas ele está sendo tirado da parte do rabo desse gato, que tem a medida com o formato do paralelogramo, tá? Então, você não vai colocar tudo isso, vai colocar somente essa parte, mas quanto vale essa parte algebricamente? Não dá pra saber, então o que você vai fazer? Por que nós aprendemos polinômios como o termo, um monômio, dois termos, uma soma algébrica com dois termos chamado binômio? Porque tem expressões que não são termos semelhantes então não dá pra gente somar. Então o que você vai fazer? Uma representação algébrica, como essa. Quem vai ser a representação algébrica? Vai ser nessa equipe, como tudo isso aqui vale b e esse pedaço aqui vale m , então somente esse pedaço vai ser $b - m$, porque se voce tirar esse pedaço só sobra isso aqui pra contornar, então vai ser $b - m$, tá? Só porque você vai ter que somar tudo, só que provavelmente quando vocês chegarem nessa parte vocês vão ter dificuldade pra mostrar, porque é muito fácil dizer que isso daqui é um m , que isso daqui é um a . E quando eu não tenho como expressar porque eu não tenho lá na atividade 1, tá? Façam lá.

351. F1: É pra usar a régua nisso aqui?

352. Professora: Pra achar a medida de cada pedaço do quebra cabeça?

353. F2: Sim.

354. Professora: Não é necessário. Porque veja que no exercício 6 da atividade 1 você fez a representação algébrica, através das letras, então agora basta você colocar essas letras aqui, então por exemplo, quanto vi medir essa orelinha? É lá do triângulo pequeno, quanto é?

355. F1: a.

356. Professora: Então coloca a. Você vai colocando através dessas medidas.

357. F2: Só isso?

Professora: Por enquanto sim.

EPISÓDIO 5- 5ª ATIVIDADE- 18/06/2022- 184 turnos- 358 ao 542

358. Professora: Bom dia, gente. Eu vou começar agora a atividade 5 do nosso encontro. E essa atividade 5 eu peço que vocês peguem a ficha de atividades e que vocês observem o nome do nosso encontro que é multiplicação algébrica de monômios. Então essa multiplicação tem o objetivo de multiplicar algebricamente os monômios. Então vocês precisam lembrar que os monômios são termos algébricos. Quando os termos são semelhantes a gente observou na atividade anterior que através do kit algébrico que vocês podiam fazer a soma algébrica e quando esses termos eram monômios e opostos vocês cancelavam, certo?! Agora nós vamos trabalhar com multiplicação de monômios. Essa multiplicação vocês vão observar que não há necessidade dos termos serem semelhantes, então para iniciar vocês tem a questão 1 da atividade 5 que diz assim: Preencha o quadro com as letras que representem a altura e o comprimento das figuras das peças do tangram, as quais você identificou na 1ª atividade. Então vejam que novamente vocês vão precisar preencher com as mesmas letras que vocês vêm utilizando desde a 1ª atividade. Então se você chamou esse lado desse triângulo menor de m , tanto na 1ª como na 2ª atividade, vocês viram que essa mesma medida do triângulo menor é a mesma do lado do quadrado e 1 dos lados do paralelogramo. Então vocês chamaram a mesma letra pra ele não foi? Então vocês vão usar essa mesma letra pra preencher. E como é que você vai preencher a altura, o comprimento e a expressão da área? Tem que lembrar como que calcula a área de um triângulo e como calcula a área de um quadrilátero. Vocês sabem que a área de um triângulo é sempre a metade da área de um quadrilátero.
359. Professora: Nós vamos ver aqui as áreas dos polígonos. Vocês sabem que nós temos aqui dois tipos de polígonos, os triângulos e os quadriláteros, ok? Os quadriláteros nós temos somente dois, que são o quadrado e o paralelogramo, porque quadrilátero é um polígono de quatro lados, ok? A área do quadrado e do paralelogramo é calculada a partir de duas dimensões, tá bom? A área de um quadrilátero é formada pela medida da base $\times$ a medida da altura ou *comprimento $\times$ altura*, tá bom? E então pessoal precisamos saber quanto vale a base e quanto vale a altura desse quadrado algebricamente, pela letra que você utilizou, está entendido? Preciso muito da atenção de vocês. Olhem, pelo comprimento e pela altura desse quadrilátero chamado quadrado, vocês vão utilizar a mesma incógnita. Quando chegar no paralelogramo vocês vão ter o comprimento e a altura. Pessoal, a altura sem sai de um lado e vai perpendicular, ou seja formando um ângulo de 90° . Sempre que eu quiser calcular a área ou a altura de alguma coisa eu tenho que ter medida, segmentos ou sevilhanas que formem ângulo de 90° , ou seja, tem que ser perpendicular, não pode ser oblíquo, formando ângulos agudos ou obtusos, menores e maiores que 90° , tá entendido? No paralelogramo eu peço que todos chamem essa altura de h , porque vocês vão ter essa medida no comprimento que vocês vão chamar pela letra que estão chamando desde a 1ª atividade, mas a altura não pode ser essa, por que? Porque ela não está perpendicular, não está formando ângulo de 90° então eu preciso

calcular essa altura, essa seviana aqui está formando ângulo de 90° e essa medida aqui é a mesma dessa, ok? Então como vocês não têm essa medida, todos deverão chamar de h , só uma ressalva, se algum de vocês utilizar h pra medida de algum dos polígonos, se tiverem colocado h maiúsculo então aqui vocês colocam minúsculo, se vocês utilizarem h minúsculo então chamem de h maiúsculo para diferenciar. Porque esse nós vamos chamar de altura, mundialmente a representação da altura é h , por isso chamei de h , não foi aleatório, é um h que nós representamos, então vai ter equipe que não utilizaram o h e as que utilizaram vai diferenciar maiúsculo e minúsculo. E como fica pessoal a área do triângulo? Vocês vão perceber que tem 3 medidas de triângulos mas todos esses triângulos são classificados pelos seus lados como isósceles, por que?

360. Todos: Porque tem dois lados com a mesma medida.

361. Professora: Muito bem. E em relação a seus ângulos, são chamados de triângulos retângulos porque tem um ângulo medindo 90° . Então vamos aproveitar e olhar ele em forma de triângulo retângulo, virado assim. Porque a área de um triângulo é calculado como a metade da área de um quadrilátero, então quem é a área de um quadrilátero?

362. Todos: $Base \times altura$.

363. Professora: Isso. Que é o produto do comprimento com altura, não é? Então a área do triângulo vai ser a $base \times altura$ dividido por dois, porque é a metade, tá bom? No caso do nosso triângulo, de todos os triângulos que nós temos aqui são retângulos, então esse comprimento aqui é a base e essa aqui a altura, mas você lembra que ele é isósceles? Quanto mede esse aqui?

364. G3: X.

365. Professora: E esse aqui?

366. G1: X.

367. Professora: Ou seja, eles tem a mesma medida. Então quando você for calcular a área do nosso triângulo, especificamente para a nossa oficina que nós estamos trabalhando com as figuras do tangram e todos os triângulos do nosso tangram são isósceles classificado pelo lado e retângulo classificado pelo ângulo, então a base e altura tem a mesma medida. Então se você chamar um desses triângulos, por exemplo aqui nesse triangulo maior A5 chamou aqui de x e esse outro lado aqui da x , então como é que vou classificar, como vou representar a área desse triangulo maior, vai ser $\frac{x \times x}{2}$ porque é a metade da área do quadrilátero, entendeu? Vai ser a mesma coisa para os outros triângulos só que a diferença é que eu não vou utilizar o mesmo x , porque essa medida aqui é diferente daquela de lá. Então vamos supor que esse daqui vale a , então isso aqui vai ser $\frac{a \times a}{2}$. E o que dá $x \times x$?

368. G1: x^2 .

369. Professora: $a \times a$?

370. Todos: a^2 .

371. Professora: $c \times c$?

372. Todos: c^2 .

373. Professora: Então vocês já conseguem resolver essa questão. Então vão calcular a incógnita que representa a altura e a incógnita que representa o comprimento de cada um dos polígonos, com exceção do paralelogramo que todos vão ter que falar que a altura vale h . E depois que você tem o comprimento em variável e a altura em variável vocês vão me mostrar a área do quadrilátero e a área do triângulo é $\text{base} \times \text{altura} / 2$, eu estou colocando escrito base e escrito altura porque eu não sei a variável que você usou para o triângulo e para o quadrado, qual você usou para o paralelogramo, quais foram as incógnitas que você utilizou para cada um dos tipos de triângulo, porque nós temos triângulos de tamanhos diferentes. Podem fazer.
374. G2: Se for diferente o comprimento?
375. Professora: Então você coloca a letra que é. Você vai colocar a letra que utilizou na 1ª atividade para indicar a altura e o comprimento de cada polígono certo? E então você vai representar a área com essas incógnitas que você utilizou. Apenas observe que a área do quadrado e do paralelogramo é $\text{comprimento} \times \text{altura}$ e dos triângulos é $\frac{\text{comprimento} \times \text{altura}}{2}$, ok? Então, por exemplo, aqui, a altura do paralelogramo eu quero que você chame de h , lembra? Porque a gente não tem, nós vamos representar. E qual é a medida do comprimento? Então você irá pegar a medida do comprimento. Qual é a medida do comprimento, se você considerar o paralelogramo assim? Quanto foi que você chamou esse comprimento? Essa medida maior.
376. G2: De p .
377. Professora: E como vai ficar a área?
378. G3: $\text{Comprimento} \times \text{perímetro}$
379. Professora: Isso ou $p \times h$ para ficar do jeito que falei, $\text{base} \times \text{altura}$. Agora quando você for calcular o triângulo você vai ter as medidas, que é $\text{comprimento} \times \text{altura}$, só que a área é $\frac{\text{comprimento} \times \text{altura}}{2}$, aí você tem que ver quais letras você usou para essas medidas.
380. Professora: Você conseguiu resolver a 2ª questão mostrando a área de cada uma das figuras, que é $\text{comprimento} \times \text{altura}$, dos quadriláteros e dos triângulos, só que observe que dos triângulos é o $\frac{\text{comprimento} \times \text{altura}}{2}$, você não colocou. Ah! Você representou dessa forma, tudo bem. Mas não é multiplicação?! Você não colocou multiplicado aqui? Não está multiplicado aqui? Você não colocou $a \times b$? Então aqui tem que aparecer, você vai observar nessa 2ª questão que o número pode aparecer com o sinal de multiplicação ou não, mas quando não aparecer é uma multiplicação, ok? Eu também te falei que é para você representar com fração, dividido por 2, em forma de fração e não com esses dois pontos, porque isso não vai lhe ajudar. Porque senão você pode pensar que vai dividir somente o b e na verdade está dividindo tudo isso, cadê o seu lápis? Olha, aqui você falou que o triângulo pequeno é $a \times b$, então, você colocou um $+$ aqui, você não está dizendo que isso é um produto. Quando digo para você não usar o sinal da multiplicação não estou dizendo para você utilizar outro sinal, é porque se você usar ab , se você

escrever ab , isso é o mesmo que $a \times b$, entendeu?! Dividido por dois. É isso que quero que você me mostre, tá bem? Agora, o que falei pra vocês. Depois disso você vai resolver a 3ª questão, como ficaria a representação algébrica da área do quadrado considerando as regras da potenciação, vejam que a área do quadrado você encontrou $a \times a$ mas o que a regra da potenciação diz? Quando você tem um produto que as bases são iguais, como nós escrevemos? Conserva a base e faz o que com os expoentes?

381. H1: Soma.

382. Professora: Soma! Então você tem um mais um, quando aparece nada é $1 + 1$, então a área do quadrado é essa aqui e não essa. Você está somando as coisas e não é para você somar é para você multiplicar. Aqui você multiplicou usando ponto, não foi? Eu não quero que você use esse sinal da multiplicação e como você vai fazer, você vai juntar as letras, pra mim essa é uma outra forma de multiplicação.

383. Professora: Pessoal, irei explicar agora o exercício 2, o exercício 3, para eu poder formalizar essa atividade, então vejam aqui, depois que vocês conseguirem preencher os quadros com as incógnitas de forma que vocês utilizem as mesmas incógnitas que estabeleceram desde a 1ª atividade, porque isso é uma sequência, um encontro tem relação com o outro encontro. Depois que você já utilizou a mesma variável e você conseguiu colocar a medida algébrica para o comprimento de todas as figuras e a altura como medida algébrica para todas as figuras, com exceção do paralelogramo que vocês não tem e eu pedi que vocês colocassem h , lembrando, como se calcula a área de um quadrilátero, *comprimento $\times$ altura*, então vocês vão olhar as medidas e depois vocês colocam *comprimento $\times$ altura*, e do triângulo é $\frac{base \times compraltura}{2}$, porque a área de um triângulo é a metade da área de um quadrilátero, mas vocês vão colocar no valor do comprimento de cada triângulo a medida que você usou desde a 1ª atividade, qual o comprimento do triângulo médio que você utilizou?! Todos conseguiram perceber que o comprimento do 1º triângulo tem a mesma medida algébrica, por que isso aconteceu? Porque os triângulos são isósceles, que aqueles que tem duas medidas congruentes, está entendido?

384. Todos: Sim.

385. Professora: Então vocês vão resolver para mim a 2ª e a 3ª, como faz a 2ª e a 3ª, repare que cada um de vocês representou de uma forma aqui, teve gente que colocou aqui, por exemplo, a área do quadrado como $s \times s$ e tiveram pessoas que usaram $a. a$ todas as duas estão certas, são representações, mas vejam que lá na 2ª questão eu pergunto como que você representaria algebricamente essa área sem o sinal de multiplicação, tira o sinal de multiplicação, como ficaria a área do quadrado? Não ficaria, no caso desse grupo ss ?! A área do paralelogramo não ficaria, por exemplo, nesse grupo $\frac{ah}{2}$? Esse dividido pessoal coloquem em forma de fração. Não ficaria assim, por exemplo, pra esse grupo, a área do quadrado eles colocaram assim $A = ss$, a área do paralelogramo, como ficaria? Nesse grupo ficou ah e como ficaria a área do triângulo pequeno? Nesse grupo eles utilizaram o

- tamanho s , porque é a mesma medida do quadrado, então fica assim $\frac{s}{2}$, ok? E assim vocês vão resolvendo o resto. Por que aqui é s e aqui também? Porque vocês vão perceber, todos, independente da variável que você escolheu, você vai perceber que essa medida aqui do quadrado é a mesma medida que essa, então eu nem sei qual foi a letra que vocês escolheram, mas eu sei que a área do quadrado vai ficar ss e para o triângulo pequeno $\frac{ss}{2}$, para esse grupo, está entendido? Porque tem que ficar a mesma letra, a mesma medida, ok? Outra coisa, na 3ª questão eu quero que vocês coloquem pra mim como ficaria a representação algébrica da área do quadrado considerando a regra de potenciação, gente, a área do quadrado, vocês não acharam na segunda questão, por exemplo nessa equipe, ss ? Sim né, se eu fosse usar pela regra da representação, pela propriedade de potência, o que diz a regra de potência, quando eu tenho um produto de mesma base, como eu faço?
386. Todos: Conserva a base e soma os expoentes.
387. Professora: Isso. Olha como as bases são iguais, então você vai somar, $1 + 1$?
388. Todos: 2.
389. Professora: Então você pode escrever a área desse quadrado como a^2 . Então vocês vão perceber que, por exemplo, aqui na área do triângulo, como ficaria utilizando a regra da potenciação?
390. Todos: $\frac{s^2}{2}$.
391. Professora: Isso, entenderam? Porque eu estou utilizando a regra da potenciação, bases iguais, conserva a base e soma os expoentes, ok? Eu estou falando isso porque nós já vimos como conhecimento prévio, nada em vão. Estou trabalhando aqui o processo, existem vários meios de chegar na resposta. Se você errar vou atrás de você pra tirarmos esse equivoco que estás tendo na questão.
392. Professora: Na 3ª questão eu quero que vocês me respondam com ficaria a representação algébrica da área do quadrado considerando a regra de potenciação. Por exemplo, lá na área do quadrado no meu exemplo ficaria $x \times x$. Se eu usasse potenciação como ficaria essa área?
393. F1: x^2 .
394. Professora: Isso! Porque bases iguais, na multiplicação, conserva-se a base e somam-se os expoentes. Está entendido?
395. Todos: Sim.
396. Professora: Que bom, então fação.
397. Professora: Todos conseguiram preencher o quadro?
398. Todos: Sim.
399. Professora? Todos conseguiram encontrar a área do quadrado utilizando a regra da potenciação?
400. Todos: Sim.
401. Professora: Então eu vou pedir que uma pessoa de cada equipe me diga como ficaria a área do quadrado com a regra de potenciação. A4 como ficou a área do quadrado com a regra da potenciação?
402. B2: y^2 .

403. Professora: No caso da equipe de A4 foi utilizado a medida y , então a área ficou y^2 . você escolheu uma variável e a variável que você escolheu todos conseguiram encontrar essa variável ao quadrado como área?
404. Todos: Sim.
405. Professora: Vamos formalizar a multiplicação algébrica de monômios?! Como se dá a multiplicação algébrica de monômios, de acordo com a resolução de vocês nós vamos sistematizar o que vocês aprenderam nessa atividade. Vejam, escutem e acompanhem o que vocês acabaram de colar lá na formalização: Na multiplicação algébrica de monômios multiplica-se os coeficientes, o que são os coeficientes? Os números, aqueles números sempre aparecem na frente, se não aparecer vale 1. Você tem lá, quanto a parte literal, quem é a parte literal?
406. E3: As incógnitas.
407. Professora: Isso. Aquela que possui letras e expoentes, então quanto a parte literal, o que devemos fazer?! Isso é muito importante que você consiga perceber, se estes forem iguais, ou seja, se tiverem a mesma letra, podemos aplicar a regra da potenciação para multiplicação de bases iguais, igual como fizemos na 3ª, olha, era $y \times y$, vocês responderam como área do quadrado y^2 porque as bases são iguais e a regra da potenciação diz o seguinte que em um produto quando as bases são iguais conserva e se soma os expoentes. Agora, se a parte literal dos termos forem diferentes, o que devemos fazer, devemos representar em ordem alfabética um ao lado do outro sem o sinal da multiplicação, estão vendo?! Por isso eu pedia na 2ª questão eu pedia para que vocês verificassem como ficaria a representação da área do quadro que vocês preencheram sem o ponto e então vocês tem isso aqui, quando vocês tem o $d \times d$ pela regra da potenciação vocês tem que conservar a base e somar os expoentes, então $d \times d$ é a mesma coisa que d^2 . $a \times c$ reparem agora que são diferentes, quando for diferente devemos colocar na ordem alfabética, então fica ac . Quando temos uma multiplicação de monômios em que ele tem parte numérica e parte literal, no caso desse monômio o coeficiente é 2, desse outro monômio o coeficiente é 3, a gente multiplica os coeficientes, então olhem 2×3 é 6 e a parte literal nós vamos multiplicar utilizando a regra da potenciação, quando as bases são iguais conserva a base e soma os expoentes. Reparem esse outro exemplo que vou multiplicar os expoentes $5 \times 3 = 15$, ok? Isso é muito importante que vocês percebam e parte literal tem as incógnitas diferentes então eu devo colocar em ordem alfabética mn , entendido? E se tivesse, por exemplo, um m^2mn eu iria colocar mn iri somar os expoentes das incógnitas iguais ficaria $m^3 \times n$, entendido?
408. Todos: Sim.
409. Professora: OK. Essa é a formalização, que espero que todos tenham colado lá e então vamos poder resolver a 4ª e a 5ª questão, por favor todos prestem atenção em como resolver a 4ª questão pra irmos logo pra 5ª, olhem na 4ª questão tem esse produto aqui, calcule os seguintes produtos de monômios, todos devem participar, eu quero saber quanto é $2ab \times a^2$, como devemos resolver?
410. F1: multiplicar o 2 e o a..

411. Professora: Vamos multiplicar os coeficientes, no caso 2×1 e utilizar a parte literal, coloquem as duas incógnitas que é a e b. Quantas vezes tem o a? E vou pegar e somar os seus expoentes $1 + 2$?
412. C1: 3.
413. Professora: 3! E o b está sozinho fica lá. Entenderam? E eu não preciso mais apresentar o ponto, agora é só multiplicar, $2 \times 1 = 2$, logo $2a^3b$. Professora eu posso fazer direto? Fiquem a vontade, se você já entendeu pode fazer direto.
414. Professora: A multiplicação algébrica de monômios, é a formalização que mandei vocês colarem aí na atividade, diz assim: Na multiplicação de monômios multiplicam-se os coeficientes, que são o que? Os números! Se os sinais forem diferentes você faz jogo de sinais, sinais iguais dão positivo e diferentes negativo, então você só pode multiplicar os coeficientes e parte literal quando elas são iguais você só faz conservar e então quando as partes literais são iguais em uma multiplicação você conserva a base e soma os expoentes, agora se elas forem diferentes, no caso dessas que vocês estão fazendo nenhuma é diferente, vocês vão perceber que são tudo iguais, mas vocês tem exercícios que irão fazer logo mais que terá parte literal diferente, então quando a parte literal é diferente vocês devem abaixar e colocar na ordem alfabética, por exemplo, se vocês fossem multiplicar isso aqui vocês iriam multiplicar os coeficientes e a parte literal vocês colocariam assim, olhem: $a \times h \times s^2$, por que? Porque o a no alfabeto vem primeiro o a, depois o h e por último o s, então vocês colocariam na ordem alfabética, entendido?
415. Todos: Sim.
416. Professora: Para formalizar estou multiplicando monômios, por exemplo, eu quero multiplicar $v \times d$, reparem que pela regra da potenciação as bases são iguais então posso escrever ele assim ou assim como a 2ª questão está pedindo, mas se as bases são iguais conserva a base e soma os expoentes, se eu tiver $2x^2 \times x$ eu vou multiplicar os coeficientes $2 \times 1 = 2$ e $x \times x$ olhem, bases iguais, soma os expoentes e se eu tivesse $2x^2 \times -3xy^3$ como eu multiplicaria esses dois monômios? Eu posso multiplicar mesmo não senso semelhante? Posso! Na multiplicação eu posso, então vou multiplicar 2×-3 e vou colocar as partes literais que são iguais juntas as que são diferentes no lado, com seus expoentes, então vou colocar aqui -6 porque $2 \times -3 = -6$, sinais diferentes é negativo e aqui bases iguais, conserva a base e soma os expoentes e o y, y^3 , entendido? Essa vai ser a resposta, então se estou multiplicando um monômio por outro monômio a resposta vai ser um monômio, está aqui, um termo vezes um termo, eu encontrei um termo só que esse que eu encontrei é o produto desses aqui, multiplicando-se coeficiente por coeficiente, parte literal com parte literal, tomando cuidado com a parte literal, aquelas incógnitas que são iguais, conserva a base e soma os expoentes, aquele que é diferente só colocar em ordem alfabética, entendido?
417. Todos: Sim.
418. Professora: Você está com uma dúvida no exercício 4 da atividade 5? Pergunte!

419. G1: É que eu não estou conseguindo fazer a conta, ainda não entendi se é pra somar o expoente, porque são diferentes aqui.
420. Professora: Ah, sim! Quando for os coeficientes você pode multiplicar normalmente e quando não aparecer o coeficiente é porque ele vale 1, ok? E a parte literal você vai olhar, se as incógnitas forem iguais, quem são as incógnitas? São as letras, por exemplo, você tem a e b, não tem?! Então, onde tiver a você soma o expoente, então no caso será 3 a, $a \times a \times a$ vai dar a^3 , e o b só aparece uma vez, então você vai colocar em ordem alfabética a e b e o b tem somente um expoente então você vai colocar o b, já aqui você tem o a e o b, só que o a tem a e a^2 então como faz a propriedade da potenciação? Conserva a base e soma os expoentes, então $1 + 2 = 3$ e aqui pega o b coloca ai em baixo, mesma direção, e então $b \times b$ então conserva a base e soma os expoentes b^2 , entendeu? Quando não aparecer o número é porque ele vale 1.
421. H1: Mas fica o sinal da multiplicação?
422. Professora: Fica à vontade, porque nós já vimos com ou sem, quando está sem você sabe que é uma multiplicação, quando for uma adição você vai usar o +, uma subtração o -, pra indicar que você está subtraindo. Entendido?
423. G1: Sim.
424. H2: Aqui é x! a altura é x porque aqui é o dobro, não é?
425. H3: Não. Porque a gente representou aqui, olha,
426. H2: Não teria que ser o dobro? Não teria que ser a mesma variável?
427. H3: Será que seria a mesma variável?
- H2: Poderia ser representado por y sabe. Porque ai na hora se for ver o perímetro pode somar todos.
428. H3: Não pode, teria que ser x.
429. H2: Então teria que ser $x^2 + 1$ aqui e aqui x.
430. H3: Por que +1?
431. H2: Não sei, mas poderia.
432. Professora: Diga!
433. I1: É porque professora assim, o comprimento é o dobro da altura então a gente pode representar aqui por outra variável?
434. Professora: O que?
435. I2: A altura.
436. Professora: Não, porque a altura é x então se o comprimento é o dobro então como eu posso representar o dobro de x?
437. I3: $x + x$?
438. Professora: $x + x$!
439. G1: x^2 pode ser?
440. Professora: Não, porque $x + x$ é diferente de x^2 .
441. G2: Então seria $2x$ né?
442. Professora: É. Então você vai colocar $2x$.
443. G1: $2x + x$.

444. G3: É. Bem aqui, bora ver o que mais tem pra ver aqui. O lado do quadrado tem a metade da altura do retângulo, ei o que é isso? Da altura do retângulo, como a gente vai saber qual a metade da altura do retângulo? Professora, como a gente vai saber qual é a metade da altura do retângulo? Olha vocês não viram que a altura do quadrado, quadrado não tem todas as medidas iguais?
445. G1 e G2: Sim.
446. Professora: A altura dele é uma das medidas, então como você chamou essa medida?
447. G1: De a.
448. Professora: Não, aqui nessa questão. Como ele está dizendo na questão? O lado do quadrado tem a metade da altura do retângulo, quanto é a altura do retângulo?
449. G1 e G2: x .
450. Professora: Quanto vai ser a metade de x ?
451. G1: Vale 1 não é?
452. Professora: Não, você não vai representar em forma de numero, vai representar em forma de variável.
453. G2: Então vai ser $\frac{x}{2}$.
454. G1: Ah, tá. Legal.
455. G2: Eu tô refazendo as fontes.
456. Professora: E o triângulo? A altura do triângulo.
457. I1 e I2: é que a altura do triângulo é o lado do quadrado e ainda o comprimento do triângulo mede 3cm, comprimento é aqui né?
458. Professora: Isso, esse você pode colocar.
459. I1: Ai, como é? Triângulo do lado do quadrado
460. Professora: Como é que eu calculo o triplo disso?
461. I1 e I2: Seria $\frac{3x}{2}$?
462. Professora: Isso. É 3 vezes esse valor né, que é $\frac{3x}{2}$, coloca lá. Pronto, agora o que eu quero?
463. I1: Era isso.
464. Professora: Era só pra representar?
465. I1 e I2: Era.
466. Professora: Calcule algebricamente as áreas. Ai a área está aqui a formula que você encontrou. Então você vai jogar essas áreas em cada um deles, calcula a área de cada um deles. Como é que calcula a área do retângulo, olha pra cá. Olha ai, a área de um quadrilátero não é *comprimento* $\times$ *altura*? Quem é o comprimento dele?
467. I1 e I2: $2x$.
468. Professora: E a altura?
469. I1 e I2: x .
470. Professora: Então vocês vão colocar.
471. I1: $x \times x \times x$.

472. Professora: Isso. Aqui você já aprendeu que quando as incógnitas são iguais o que você faz com os expoentes?
473. I1: Soma?
474. Professora: Soma! Só que você coloca aqui área do retângulo, depois área do quadrado e área do triângulo, ok?
475. I1 e I2: Sim.
476. Professora: Vamos observar se está tudo ok. Certo. Olha só gente, a área do retângulo vocês observaram que é $12x \times x$ não é? Vocês colocaram $2x$ de novo é x ok? O resultado está certo mas o processo está errado, vocês pensaram em uma coisa e escreveram outra, aqui na multiplicação de fração é $x \times x = x^2$ e $2 \times 2 = 4$. Agora aqui, como que a área do triângulo não é a metade do *comprimento* $\times$ *altura* então está faltando vocês dividirem por dois, está aqui, o comprimento, não precisa colocar centímetro ok? O comprimento, a altura e dividido por dois, então isso aqui vai dar $\frac{9x}{2}$, como que resolve a divisão de fração, pega a primeira e multiplica pelo inverso da segunda, quem é o inverso de dois? Olhem, 2 é o mesmo que 2 sobre 1, quem é o inverso de 2 sobre 1? É 1 sobre 2, então vai ficar $\frac{1}{2}$, então você vai colocar $\frac{9x}{2} \times \frac{1}{2}$, $9x \times 1$ vai dar quanto?
477. I3: $\frac{9x}{4}$.
478. Professora: Isso, muito bem.
479. Professora: Olhem só, a 5ª questão da atividade 5 vocês tem a seguinte situação, é uma atividade que para você resolver você precisa de fato ter compreendido representação algébrica, ok? Representar as medidas com incógnitas. Olha só gente, calcule algebricamente a área das seguintes figuras sabendo que o comprimento do retângulo é o dobro da sua altura, altura de quem? Do retângulo, ok? Então olha só gente eu quero saber sobre área e eu falava pra vocês anteriormente que a área de um quadrilátero é *comprimento* $\times$ *altura* e que a área de um triângulo é $\frac{\text{comprimento} \times \text{altura}}{2}$, está entendido? Então ele não colocou igual como foi colocado nas outras questões, ele quer que você coloque, então vamos aqui, como que calcula a área do retângulo? *comprimento* $\times$ *altura*, que são quais? Ele deu algumas informações, o comprimento do retângulo é o dobro da altura, alguns alunos conseguiram achar esse resultado numericamente, mas nós temos que nos desprender da parte do número eu quero que vocês representem isso algebricamente, você vão precisar de letras, vão precisar de incógnitas para resolver isso. Alguém poderia me dar um exemplo de como eu conseguiria resolver a questão sabendo que o comprimento do retângulo é o dobro da altura, com quem eu devo começar? Com o comprimento ou com a altura? Quem seria essa altura?
480. C3: O x .
481. Professora: Então eu vou colocar o x já que disseram que é o x . Eu não vou poder colocar o 1 ou 2, eu não quero que vocês digam numericamente, quero algebricamente, então se essa altura vale x e o comprimento vale o dobro quanto vale o comprimento?

482. Todos: $2x$.
483. Professora $2x$! Quando vocês forem calcular a área dessa figura, como vai ficar? Qual vai ser a área do retângulo? Não é *comprimento* $\times$ *altura* ? Então como fica aqui a área, $2x \times x$.
484. Todos: $2x^2$.
485. Professora: Se você quiser colocar direto pode, senão você coloca $2x \times x$ e depois coloca o resultado $2x^2$ porque quando as bases são iguais conserva-se a base e somam-se os expoentes. E então pessoal ele continua, mas ainda falta dois polígonos para resolver. Olhem, o lado do quadrado tem a metade da altura do retângulo, qual altura do retângulo?
486. Todos: $2x$.
487. Professora: A altura do retângulo é?
488. Todos: x .
489. Professora: Então se o quadrado é a metade dessa altura quem será a latura desse quadrado, a metade dessa altura então é $\frac{x}{2}$, está entendido? Vocês vão responder algebricamente, só que, detalhe, qual é a medida do quadrado? Quantas medidas o quadrado tem?
490. Todos: 4.
491. Professora: Ele tem 4 medidas iguais. Muito importante você perceber isso. Portanto, tudo isso aqui vai valer $\frac{x}{2}$, que é a metade de x , agora como eu calculo a área desse quadrado é somando tudo? Não! Eu calculo área, ele não é um quadrilátero? Então vai continuar sendo *comprimento* $\times$ *altura*. Quem é o comprimento?
492. Todos: $\frac{x}{2}$.
493. Professora: Quem é a altura?
494. Todos: $\frac{x}{2}$.
495. Professora: Então quando vocês forem responder a área vocês vão ter que perceber o que vocês já vem fazendo na 1ª, na 2ª, na 3ª e na 4ª, ok? Como faz a multiplicação de monômios?
496. Todos: Multiplica os coeficientes.
497. Professora: Quem são os coeficientes?
498. Todos: Os números.
499. Professora: Muito bem e a parte literal você vai observar se são iguais, quando iguais utiliza a regra da potenciação, conserva a base e soma os expoentes. Se a parte literal for diferente você conserva eles em ordem alfabética, entendido? E aí vocês vão fazer também do triângulo, então gente como é do triângulo, como é a questão do triângulo? O triângulo, a altura do triângulo é o triplo do lado do quadrado e comprimento do triângulo mede 3. Então você já sabe que o comprimento é 3, mas e a altura? Como eu represento? É o triplo da medida do quadrado.
500. I3: $\frac{3x}{2}$?

501. Professora: Isso então é $\frac{3x}{2}$. Agora façam.
502. Professora: Nós vamos refazer essa atividade 5 organizando os dados das representações algébricas da ultima questão da atividade 1, então vocês vão ter que estar, todas as equipes vão ter que estar, todas as equipes vão ter que estar com a atividade 1 ao lado da atividade 5 para fazer essa representação, então, de acordo com os seus conhecimentos de área de polígono, nós temos a área do quadrilátero, prestem atenção todos, como *comprimento* $\times$ *altura* nós precisamos de duas dimensões então no caso do meu quadrado a altura mede x e o eu comprimento mede quanto? X! Quando eu for responder aqui a expressão da área eu vou fazer com que esse , a medida do comprimento se multiplique com a medida da altura, eu posso representar de qualquer forma, olhem lá atividade 5 que vocês tinham feito anteriormente e verifiquem como vocês responderam a área dessa figura representada algebricamente, como foi que você respondeu lá?
503. G3: multiplicando o *comprimento* $\times$ *altura*.
504. Professora: Tá bem mas como ficou?
505. G3: Ficou $2w$.
506. Professora: Ok, E o seu?
507. I3: $y \times y$.
508. Professora: Ok. E o seu?
509. I2: $m \times m$.
510. Professora: Certo. E você lá?
511. I1: ss .
512. Professora: ok. E você?
513. G3: ss .
514. Professora: ok. Você A15, como ficou?
515. D2: aa .
516. Professora: Olha só gente, quando vocês forem responder, não é o produto? No caso do meu exemplo eu devo multiplicar o *comprimento* $\times$ *altura* isso aqui não vai dar $2x$, não vai dar $2s$, não vai dar $2y$, sabe porque? Porque pra dar $2y$ preciso somar $2y$, entendeu como é? Então não é $2x$ é $x \times x$ ou se vocês já conseguirem mostrar que esse produto conseguimos resolver por uma regra de potenciação, exatamente, vai dar x^2 , mas não $2x$. $2x$ pessoal é se eu somar. Olha só, continuando a questão do paralelogramo, como ficaria a área do meu paralelogramo, eu tenho que a medida eu chamei de y a medida maior, como é a área dessa medida? Eu preciso que todos prestem atenção, vocês vão fazer de acordo com a representação de vocês que vocês fizeram na atividade 1, isso é muito importante, que vocês prestem atenção nisso, eu estou falando da minha medida, da minha atividade 1, na minha representação está y , então como ficará a minha expressão da área? Ficar *comprimento* $\times$ *altura*, altura é padrão para todos aqui, vou fazer só de um e vocês farão os outros. Como ficaria o triângulo médio? Olhem só, o triangulo médio é retângulo então um dos lados iguais é o comprimento e o outro lado que também igual é a altura, então a área do triangulo não é $\frac{\text{comprimento} \times \text{altura}}{2}$, ou seja não é a metade do produto do *comprimento* $\times$

- altura*, vejam que além do comprimento e da altura eles tem a mesma medida, então vai ficar assim $\frac{\text{comprimento} \times \text{altura}}{2}$, está entendido? Quais são as outras formas que poderia ser respondido? $\frac{y^2}{2}$ né? Poderia ser $\frac{2y}{2}$? Não, porque está multiplicando e não somando. Está entendido? Assim vocês vão fazer para os outros triângulos.
517. Professora: Nessa 5ª questão da atividade 5 voc vai resolver assim, a área do quadrado você não viu que é igual a do outro quadrilátero é *base* $\times$ *altura* então quem é a base no quadrado?
518. G1: $\frac{x}{2}$.
519. Professora: E quem é a altura?
520. G2: $x/2$.
521. Professora: Então você deve multiplicar $x \times x$ utilizando a regra da multiplicação e 2×2 , ok? Verifique quanto dá, tá bom? Porque quando as bases são iguais como fazemos?
522. G2: Conserva a base e soma os expoentes.
523. Professora: Muito bem. Então você deve fazer isso aqui e veja que quando os coeficientes não aparecem é 1. E na área do triangulo , olhe lá, como é a área do triangulo não é metade do produto do comprimento vezes a altura? Então quem é o comprimento, não é 3? Quem é a altura? Não é $\frac{3x}{2}$ então você vai colocar, só que é a metade desse produto então você vai resolver aqui e depois vai resolver esse aqui, ok. $3 \times 3x$?
524. G2: $9x$.
525. Professora: Isso e 1×2 ?
526. G3: 2.
527. Professora: Isso tudo dividido por 2. Uma divisão de fração como nós aprendemos? Temos que pegar isso aqui e dividir por 2 é isso aqui que quero encontrar, ok? A divisão de fração você pega a 1ª e multiplica pelo inverso da 2ª, a 2ª fração é $\frac{2}{1}$ então quem é $\frac{2}{1}$? O inverso de $\frac{2}{1}$ é $\frac{1}{2}$, ai você vai multiplicar em cima e em baixo.
528. Professora: Vocês ainda estão formalizando o exercício 5 da atividade 5?
529. D1 e D2: Sim.
530. Professora: Podem continuar.
531. D1: Aqui no caso é $3 \times 3 = 9$. Bota primeiro o x ou primeiro isso aqui?
532. D2: Eu acho que é primeiro o x.
533. Professora: D2 observe que elas estão fazendo algebricamente, quando você fez foi numericamente, não foi?
534. D1: Sim.
535. Professora: Pois é.
536. D1: é primeiro o x né?
537. D2: Mas por que vai sobre 2?
538. D1: Ai aqui dá diferente, no caso, continua, não é a metade?
539. D2: É a metade, isso. Aqui olha, o c ai tu desce na ordem alfabética.

540. D1: Isso. Pronto. Algebricamente.
541. D2: Terminamos.
542. D1: 2×8 , $x \times x = x^2$.

EPISÓDIO - 6ª ATIVIDADE – 79 turnos - 543 ao 622.

543. Professora: Hoje nós vamos fazer a 6ª atividade, eu peço por favor que todos prestem atenção pra ela, peguem a atividade 6 agora. Na atividade 6 ela tem como título multiplicação de polinômios então até a atividade 5 vocês multiplicavam apenas monômio com monômio só que agora vocês vão ter somente polinômio, vocês pode multiplicar monômio com binômio, binômio com binômio, trinômio com trinômio, então vocês precisam prestar muita atenção. Nessa atividade 6 vocês vão precisar aplicar a propriedade distributiva da multiplicação então vocês vão precisar utilizar de fato a multiplicação de polinômios multiplicando termo com os outros termos do outro polinômio, vejam, nós vamos no decorrer dessa atividade resolver. Eu preciso primeiramente que vocês peguem, que vocês utilizem a peça do quadrado do tangram e do triângulo maior, quando vocês utilizaram lá na atividade 1 vocês tiraram as medidas numéricas dessas peças não tiraram? Olhem lá. Onde vocês fizeram com canetas coloridas. Quais eram as medidas que vocês encontraram no quadrado?
544. Todos: 5,1.
545. Professora: Vocês verificaram que teve gente que encontrou 5,1, que encontrou 5,2? Só que aqui vocês vão utilizar a peça do quadrado e do triângulo maior do seu tangram parecer contar as seguintes tarefas. Agora todas as equipes vão encontrar somente 1 resultado .porque agora nós vamos tentar afunilar isso aqui pra encontrar o mais próximo possível só uma resposta. Olhem só, lá na letra a todos encontraram 5, alguma coisa, então nós vamos considerar somente a parte inteira dessa medida, ou seja, todos aqui encontraram o 5, né? Porque vocês não vão utilizar parte decimal, ou seja, aquela parte depois da vírgula, todos vão utilizar 5 para o quadrado e para o triângulo maior quais foram as medidas que vocês encontraram? Vocês encontraram 10, 10 e 14 não foi? Aliás, alguns de vocês devem ter encontrado 10,1, 10,2, 10,3 só que agora vocês vão considerar apenas a medida inteira.
546. Professora: Ainda na questão 1 vocês deverão desenhar essas figuras dessas peças que você tem, quem são as peças?
547. Todos: Quadrado, paralelogramo e triângulo grande.
548. Professora: Quadrado e triângulo grande, é só essas duas peças que vamos precisar para essa atividade. Então vocês vão desenhar, vamos supor que vou desenhar esse quadrado aqui e esse meu quadrado tem tamanho, de todos é 5 não é?
549. Todos: Sim.
550. Professora: Então, vocês vão desenhar a figura e em seguida vocês vão usar um tamanho padrão, ok? Se vocês quiserem utilizar régua, eu tenho. Vou chamar o tamanho a um tamanho comum, esse tamanho vocês vão colocar no lado do desenho, esses tamanho a vocês vão utilizar, tanto para amplificação do quadrado quanto do triângulo. Olhem o que está dizendo: Desenhem as figuras, que são o quadrado e o triângulo grande, com indicações de aumento de seus lados

perpendiculares, só lembrando, o que são lados perpendiculares? São lados que constroem uma angulação reta, angulação medindo 90° , então vou precisar de duas medidas, esses dois lados perpendiculares eu vou aumentar quanto o tamanho?

551. E1: a .

552. Professora: a ! Então eu quero aquele tamanho lá, ok? Então vou colocar para todos, vou fechar, esse tamanho continua o mesmo mas aqui que tamanho é?

553. Todos: a .

554. Professora: E esse tamanho aqui?

555. Todos: 5.

556. Professora: Olhem, eu aumentei a e então vou colocar aqui, $5 + a$, entenderam?

557. Todos: Sim.

558. Professora: Olhem, eu vou aumentar os dois lados perpendiculares, então quando eu for fechar, aqui aumento a e aqui aumentou 4. Então quando eu for fazer esse lado paralelo a esse eles tem que ter a mesma medida, será que continua sendo quadrado?

559. Todos: Sim.

560. Professora: Por que?

561. Todos: Porque tem a mesma medida.

562. Professora: Isso, porque todos tem a mesma medida. Quanto é essa nova medida?

563. E1 e B3: a .

564. Professora: $5 + a$, é essa medida aqui mais essa. Então tudo isso aqui será $5 + a$. E essa outra aqui?

565. Todos: $5 + a$.

566. Professora: Então olhem só, eu ampliei isso aqui, entenedido? A mesma coisa vai acontecer no triângulo, meu triângulo grande tem medida 10 e 14, eu vou ampliar aqui que tamanho?

567. Todos: a .

568. Professora: Reparem que eu vou aumentar aqui e aqui, mas é do tamanho que eu quero? Não! Eu vou pegar na régua essa medida que eu chamei de a e colocar ela bem aqui olhem, ela tem que ser igual e depois eu fecho. Ficou do mesmo tamanho?

569. Todos: Sim.

570. Professora: Olhem, ela aumentou quanto?

571. Todos: a .

572. Professora: Como ficou a media desse novo lado. Como ficou a media desse novo lado?

573. Todos: $10 + a$.

574. Professora: E esse outro aqui?

575. Todos: $10 + a$.

576. Professora: Será que aqui vai continuar 14?

577. Todos: Não.

578. Professora: Não! Mas também não é $14 + a$.
579. A19: $14 + 2a$?
580. Professora: Não, não vai ser, porque em uma outra aula podemos calcular, por exemplo em um outro objeto matemático vamos trabalhar para calcular a hipotenusa, por enquanto vamos desprezar essa medida.
581. Professora: Prestem atenção, quando vocês terminarem de desenhar, porque eu não sei qual foi a medida a que vocês escolheram, mas certamente na 3ª questão quando pedi pra vocês calcularem, depois que desenharam, independente do desenho de vocês a figura aumentada, porque vocês tem esse quadrado aqui de tamanho 5 e quando vocês aumentaram as perpendiculares ficou assim e agora essa medida não é mais 5, quando vocês aumentaram ela passou a ser 5 mais o tamanho a , porque aqui é 5 e aqui é a , essa medida aqui esse tamanho total aqui vai ser $5 + a$, porque isso aqui é 5 e isso aqui é a , você vai somar e não multiplicar entendeu? A figura aumentada em a unidades vai ficar $5 + a$ e a outra medida $5 + a$. A mesma coisa vai acontecer com o triângulo. A mesma coisa vai acontecer com o teu triângulo. O teu triângulo de tamanho 10, 10 e 14. agora quando Ela Foi aumentado em a unidades ela passou a ficar assim olha, onde esse tamanho aqui ela continua sendo um retângulo. Mas agora que medida é isso aqui? vai ser $10 + a$ porque isso aqui vale 10 mais essa medida a , então isso aqui é $10a$ isso aqui é $10 + a$. Agora atentem- se para essa pergunta: represente algebricamente a área, lembrando, como é que é a área do quadrado?
582. E3: Posso fazer uma pergunta?
583. Professora: Pergunte.
584. E3: O que pra representar?
585. Professora: O tamanho do a que eu aumentei. Porque eu não chamei um tamanho a ? Mas eu disse pra vocês cada um chamou um a , teve gente que colocou 1cm para o tamanho de a , teve gente que colocou 1.3 para o tamanho, mas não interessa a parte numérica, nós vamos chamar de a , esse tamanho a aqui é que vai fazer ampliar esse meu quadrado, quando o teu quadrado de tamanho 5 e aqui vocês percebem que isso aqui continua sendo 1 quadrado? Só que agora ele não temais tamamnho5, agora é $5 + a$. A mesma cois vai acontecer com o teu triangulo, o teu triangulo grande era 10, 10, 14 as medidas dele, agora ele não é mais, agora é maior que aumentou a unidade nas perpendiculares, então ele se tornou um triângulo retângulo de tamanho $10 + a$ e um valor desconhecido que não cabe agora calcular. Represente alebricamente, só para fazer vocês lembrarem, como calcula a área do quadrado?
586. Todos: *Comprimento $\times$ altura.*
587. Professora: Quem é o comprimento ou base?
588. Todos: $5 + a$.
589. Professora: Quem é a altura?
590. Todos: $5 + a$.
591. Professora: Então como eu represento essa área desse quadrado?
592. Todos: $5 + a \times 5 + a$.

593. Professora. Isso E como eu represento a área desse novo triângulo? Não é a metade do *comprimento* $\times$ *altura*?
594. Todos: sim.
595. Professora: Quem é o comprimento?
596. Todos: $10 + a$.
597. Professora: Quem é a altura?
598. Todos: $10 + a$.
599. Professora: Dividindo tudo por 2. Entenderam como representa tudo algebricamente agora?
600. Todos: Sim.
601. Professora: Conseguiram compreender?
602. Todos: Sim.
603. Professora: OK. Depois que vocês compreenderam, a 2ª e a 3ª questão eu peço que vocês façam. Olhem ahgora vocês vão responder nesse quadro pra mim, vão colocar a área do quadrado quando ele era tamanho 5, a área da figura, só que ai vocês podem utilizar a letra que vocês usaram ainda nas outras atividades, por exemplo, no meu era x, mas teve gente que era y ou a.
604. Professora: Nessa 3ª questão da atividade 6 eu vou aplicar a atividade distributiva depois de eu encontrar essa multiplicação eu vou multiplicar cada elemento desse binômio com os termos do outro binômio, olhem só, eu vou multiplicar $x \times x$ e $x \times a$, olhem o que eu vou ter. Agora olhem só, eu vou utilizar esse 2º elemento, $a \times x$ e $a \times a$, $a \times x = ax$ e $a \times a = a$, $x \times x$, conserva a base e soma os expoentes, esses 2 não são semelhantes?
605. Todos: Sim.
606. Professora: Quanto que dá isso?
607. F1: $2ax$.
608. Professora: Muito bem. Não precisa colocar o ponto né, já sabe que é uma multiplicação. E $a \times a = a^2$. Pronto eu encontrei um trinômio, olhem multiplicando dois binômios a gente encontra um trinômio, olha isso não é uma regra, mas tenho que fazer que os termos semelhantes possam ser somados algebricamente, tá bom? Todo mundo entendeu?
609. Todos: Sim.
610. Professora: Então pessoal, se todo mundo entendeu eu posso chegar a formalizar isso aqui.
611. Professora: Chegamos agora a formalizar a atividade 6, vocês viram ao longo dessas 3 atividades, desses 3 exercícios que fizemos, 1 voces pegaram as medias inteiras do quadrado e do triangulo maior né, vocês desenharam e ampliaram, agora que vocês aprenderam a fazer a propriedade distributiva da multiplicação e em ver representações algébricas a gente vai formalizar a atividade 6, depois eu vou verificar se vocês conseguiram compreender. Observem, o que diz a formalização, vejam se todos conseguem perceber, na multiplicação de polinômios aplica se a propriedade distributiva da multiplicação sempre entre os termos e faz-se em seguida a adição algébrica dos termos encontrados até a representação do polinômio reduzido. Pessoal, essa adição algébrica nós temos que ver se os

termos tem sinais iguais porque sinais iguais soma e conserva o sinal, sinais diferentes subtrai e conserva o sinal do maior e reduzir pessoal é quando eu não posso fazer mais nada, eu posso até classificar esse polinômio, tá bom? Um exemplo aqui, eu tenho $x + 1 \times x + 2$ eu vou multiplicar o x com cada termo do 2º binômio e vou multiplicar o 1 com cada termo do 2º binômio então eu vou ter $x \times x$ e $x \times 2$ vai ficar $2x$, agora aqui $1 \times x$ e 1×2 Quanto dá $x \times x$?

612. Todos: x^2 .

613. Professora: Quanto dá $2 \times x$?

614. Todos: $2x$.

615. Professora: Quanto que dá $1 \times x$?

616. Todos: x .

617. Professora: Quanto que dá 1×2 ?

618. Todos: 2.

619. Professora: Agora organizem em termos semelhantes, vai ficar $x^2 + 3x + 2$, posso ainda mexer nisso daqui? Não! Porque eles não são termos semelhantes, acabou, está entendido?

620. Todos: Sim.

621. Professora; Eu vou passando pra entregar a formalização e aproveito pra ver se está tudo ok.

622. Professora: Pessoal, eu gostaria de agradecer cada um de vocês que ajudaram construir minha sequência didática, com certeza cada uma das respostas de vocês vai ser válida para a minha pesquisa. Agora que vocês terminaram, vou passar um período da minha pesquisa transcrevendo tudo que vivenciei com vocês, tudo que vocês conseguiram repassar nessas atividades, por isso que era importante vocês conseguirem escrever, tudo que vocês conseguirem entender e até as dificuldades eu perceber nessas minhas intervenções que eu coloquei escritas também por meio das orais que eu tentei tirar com vocês. Amanhã é de suma importância que todos participem e irei fazer assim cada professor ficará em uma turma, eu e o professor que irá me auxiliar, e vamos ficar tirando dúvidas, todos os alunos vão fazer para que eu possa ter testes de turma de controle e das turmas de experimentação, o que é isso? Vocês são os alunos que experimentaram a minha sequência e a outra turma é a que estudou expressões algébricas com o ensino tradicional, o que é bom, mas não utilizou a sequência, então gostaria de saber se todos conseguem se sair bem ou se tem uma turma que se sobressai mais tá bem? Então agradeço a todos.

APÊNDICE D- TESTE DE VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

ESTUDANTE: _____ TURMA: _____

1- Entre os monômios que aparecem abaixo, só há dois semelhantes. Quais são eles?

$9x^2y$

$3xy^2$

xy^2

$-4x^2y^2$

$9xy$

- (E) $9x^2y$ e $9xy$
 (F) $3xy^2$ e xy^2
 (G) $9xy$ e $-4x^2y^2$
 (H) $3x^2y$ e xy^2

2- Escreva uma expressão algébrica para representar a medida do perímetro de cada polígono regular.



3- A expressão algébrica $7xy + 3xy - 4xy$ equivale a:

- (E) $10xy$
 (F) $14xy$
 (G) $6xy$
 (H) $3xy$

4- **Some** as expressões abaixo, depois **classifique** os resultados como *monômio* ou *binômio* ou *trinômio* ou *polinômio*

a) $2x - x + 3x$	b) $y + 3x + 2 - x$	c) $3a - b - a + 2b + c + 2$

5- Calculando a multiplicação dos monômios $(2.x^5) \cdot (10.x^4)$ obteremos:

- (E) $12.x^4$
 (F) $5.x^4$
 (G) $5.x^9$
 (H) $20.x^9$

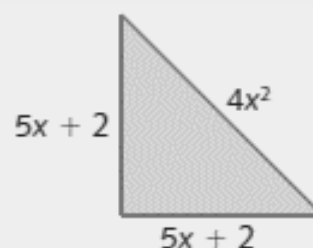
6- A bandeira do Brasil tem formato retangular. Considere que o seu comprimento meça 4 cm a mais do que a medida de sua largura.



Seja x a medida desconhecida, em centímetros, qual das alternativas representa a medida do perímetro da bandeira?

- (E) $P = x + 4$
- (F) $P = 4x + 8$
- (G) $P = 2x + 4$
- (H) $P = 4x + 4$

7- Observe a figura abaixo e responda qual o polinômio que representa o perímetro do triângulo?



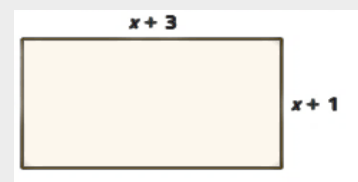
- (E) $4x^2 + 5x + 2$
- (F) $4x^2 + 10x + 4$
- (G) $5x^2 + 4x + 4$
- (H) $5x^2 + 10x + 2$

8- Calculando a divisão dos monômios $(120 \cdot x^6) : (10 \cdot x^4)$ obteremos:

- (E) $12x^2$
- (F) $12x^4$
- (G) $2x^{10}$
- (H) $11x^{10}$

9- Calculando o valor da multiplicação de $(x + 1) \cdot (x + 3)$, obtemos:

- (E) $x^2 + 4x + 3$
- (F) $x^2 + 4x + 1$
- (G) $x^2 + 3$
- (H) $3x^2$



10) Calcule os seguintes produtos:

a) $(b + 1) \cdot (b + 1)$	b) $(a + 2) \cdot (b + 2)$	c) $(x - 2) \cdot (x + 2)$	d) $(y - 2) \cdot (x - 1)$

Obrigada, sua participação é muito importante para minha pesquisa!

APÊNDICE E- TERMO DE CONSENTIMENTO PARA EXPERIMENTAÇÃO



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Senhor (a) responsável você está sendo consultado sobre a possibilidade de seu filho (a), para participar da pesquisa intitulada: um diagnóstico do Ensino de Expressões Algébricas, sob a responsabilidade dos pesquisadores **NATANAEL FREITAS CABRAL, orientador e orientanda BETÂNIA DE ALMEIDA PRESTES**, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Este trabalho busca diagnosticar o Ensino de Expressões Algébricas a partir da opinião dos estudantes. A colaboração do aluno(a) será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa e essa atividade ocorrerá nas dependências da escola sob a supervisão de um professor.

Em nenhum momento o aluno (a) será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do discente será preservada.

Você e o aluno não terão gasto ou ganho financeiro por participar na pesquisa.

Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica gerando um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o Ensino de Expressões Algébricas.

Você é livre para decidir se seu filho(a) colaborará com a pesquisa sem nenhum prejuízo ou coação. Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você. Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com a Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - PMPEM do Centro de Ciências Sociais e Educação - CCSE da Universidade do Estado do Pará –UEPA, Tv. Djalma Dutra s/n. Telegrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: (91) 4009-9542

Belém(PA), 04 de maio de 2022.

Betânia de Almeida Prestes

Assinatura de um dos pesquisadores

Eu, _____ autorizo que
 meu/minha filho(a) _____ a participar do projeto
 citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

 Assinatura do responsável



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n –
Telégrafo 66113 – 200
Belém-Pa