



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

ANDRÉA REGINA HENRIQUES DE MEDEIROS

A HISTÓRIA DOS JUROS E SEU ENSINO

Belém - PA

2023

Andréa Regina Henriques de Medeiros

A HISTÓRIA DOS JUROS E SEU ENSINO

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Médio.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam.

Belém - PA

2023

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Medeiros, Andréa Regina Henriques de

A história dos juro e seu ensino /Andréa Regina Henriques de Medeiros; orientação de Miguel Chaquiam. - Belém, 2023.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Belém, 2023.

1. Juro. 2. Matemática - História. 3.Ensino de matemática. I. Chaquiam, Miguel (orient).
II. Título.

CDD 23 ed. 510.9

Regina Coeli A. Ribeiro - CRB-2/739

ANDREA REGINA HENRIQUES DE MEDEIROS

HISTÓRIA DOS JUROS E SEU ENSINO.

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam.

Data de aprovação: 10/01/2023

Banca examinadora

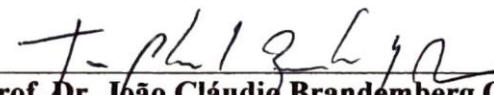
 Orientador
Prof. Dr. Miguel Chaquiam

Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN
Universidade do Estado do Pará

 Examinador Interno

Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral

Doutor em Ciências Humanas – Pontifícia Universidade Católica / PUC-RJ
Universidade do Estado do Pará

 Examinador Externo
Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma

Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN
Universidade Federal do Pará

Belém – PA

2023

Dedico este trabalho a Deus, pois nada acontece sem a sua permissão; a meus pais, José Arcanjo de Medeiros e Adeneide Dantas Henriques de Medeiros, que deram o seu melhor para minha vida e educação, minha eterna gratidão; a meu irmão José Alex Henriques de Medeiros, pela parceria de toda uma vida; a meu marido Weverton Silva Bezerra e a meus filhos Antônio Henriques de Medeiros Bezerra e Arthur Henriques de Medeiros Bezerra, a quem destino todos os meus esforços de melhoria profissional e pessoal.

AGRADECIMENTO

A Deus, na plena certeza que nada acontece sem que esteja em seus planos. A minha querida família que sempre acreditou que eu pudesse realizar esse empreendimento acadêmico, em especial, a meus amados pais José Arcanjo de Medeiros e Adeneide Dantas Henriques de Medeiros, que são meu exemplo e alicerce na vida; a meu irmão José Alex Henriques de Medeiros, que sempre tive parceria; a meu marido Weverton Silva Bezerra e a meus filhos Antônio Henriques de Medeiros Bezerra e Arthur Henriques de Medeiros Bezerra, pelo amor, carinho e motivação.

Aos meus mestres da Universidade Estadual do Pará do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática por todas as suas contribuições nesse período de formação: Ana Kelly, Cinthia Pereira, Fábio Alves, Francisco Hermes, Roberto Bibas, Maria de Lurdes e Pedro Sá.

A meus colegas da turma 2019 do referido programa que demonstraram ao longo dessa jornada muita parceria e sinergia, em especial: Sandra Miranda, Valdilene Araújo, Everton Cardoso, Carlos Brayner, Lucas Lima, Benjamin, Rafael Limeira.

A Solange de Vasconcelos pelo carinho que cuidou de minha família para que eu pudesse me dedicar ao Mestrado e a minha cunhada Wellenice Silva Bezerra pela parceria e revisão ortográfica desse trabalho.

Aos professores Natanael Cabral e João Brandemberg pelas contribuições ao desenvolvimento e melhoria dessa pesquisa.

Ao meu orientador Profº Drº Miguel Chaquiam que acreditou em meu trabalho e ao qual fiz o meu melhor para suprir suas expectativas, minha gratidão e respeito.

Sem usura e com elevada taxa de juros compostos quero agradecer a todos que impetraram essa rede de apoio imprescindível para que esse trabalho fosse construído.

RESUMO

MEDEIROS, Andréa Regina Henriques de. **A História dos Juros e seu Ensino**. Dissertação do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023.

A partir da História da Matemática é possível elaborar atividades que podem ser utilizadas como recurso didático no ensino de conteúdos matemáticos por contemplar, entre suas potencialidades, a possibilidade de agregar significado, provocar a motivação e a curiosidade discente. Tendo em vista que poucos trabalhos retratam a história dos juros e, muito menos a utilização de sua história no ensino, levantou-se o seguinte questionamento para balizar a pesquisa vinculada ao curso de mestrado profissional em Ensino de Matemática: Em que medida recortes históricos envolvendo juros, constituídos a partir do modelo de Chaquiam (2022), podem contribuir para o ensino de juros? e foi estabelecido como objetivo: Ajuizar possíveis contribuições de recortes históricos sobre juros, assentados na proposta de Chaquiam (2022), a partir das percepções de professores, com vistas o seu ensino, tendo como objeto matemático juros. Para tanto, após uma revisão bibliográfica para levantamento de fatos históricos relacionados aos juros, pode-se afirmar que se trata de uma pesquisa bibliográfica com abordagem qualitativa, assentada nos trabalhos de CHAQUIAM (2022, 2021, 2020, 2017) a partir da proposição de elaboração de um diagrama para balizar a formação de um Recorte e desse um texto histórico que promova a construção de atividades para o ensino na educação básica. Em decorrência da pandemia do COVID 19, a validação desse Recorte contou com uma amostra de 33 professores da rede pública de Belém que o avaliou sobe três óticas: o texto-histórico, as atividades e o conjunto (texto e atividades), de modo que ficou em evidência suas percepções positivas do produto educacional e com grande adesão a possibilidade de uso em sala de aula, inferindo dentre elas: a capacidade de agregar valor histórico de sua concepção durante o processo de ensino dos juros, cuja existência milenar antecede a própria existência do dinheiro, dos bancos e mais ainda da Matemática Financeira, e ao aluno que frequentemente assiste esse conteúdo através de um algoritmo de resolução e listas de exercícios a oportunidade de revelar significado historicamente construído e consequentemente seu uso na vida. Como sugestões de continuidade dessa pesquisa está a aplicação desse produto em sala de aula, a construção dos demais contextos propostos por CHAQUIAM (2022) e a construção de atividades em outros níveis da educação básica a partir da História de juros dessa pesquisa.

Palavras-chave: História da Matemática. Ensino de Matemática. Juros. História dos Juros. Recurso Didático.

ABSTRACT

Based on the History of Mathematics, it is possible to develop activities that can be used as a didactic resource in the teaching of mathematical content, as it contemplates, among its potentialities, the possibility of adding meaning, provoking motivation and student curiosity. Bearing in mind that few works portray the history of interest and, much less the use of its history in teaching, the following question was raised to guide the research linked to the professional master's course in Mathematics Teaching: To what extent historical clippings involving interest, constituted from the model of Chaquiam (2022), can contribute to the teaching of interest? and it was established as an objective: To judge possible contributions of historical clippings on interest, based on Chaquiam's proposal (2022), from the perceptions of teachers, with a view to their teaching, having interest as a mathematical object. Therefore, after a bibliographical review to survey historical facts related to interest, it can be said that this is a bibliographical research with a qualitative approach, based on the works of CHAQUIAM (2022, 2021, 2020, 2017) from the proposition of elaboration of a diagram to mark out the formation of a Cutout and of this a historical text that promotes the construction of activities for teaching in basic education. As a result of the COVID 19 pandemic, the validation of this Clip relied on a sample of 33 public school teachers in Belém who evaluated it from three perspectives: the historical text, the activities and the set (text and activities), so that their positive perceptions of the educational product became evident and with great adherence to the possibility of using it in the classroom, inferring among them: the ability to add historical value to its conception during the teaching process of interest, whose millennial existence precedes its own existence of money, banks and even more of Financial Mathematics, and to the student who frequently watches this content through a resolution algorithm and lists of exercises the opportunity to reveal historically constructed meaning and consequently its use in life. As suggestions for the continuity of this research is the application of this product in the classroom, the construction of other contexts proposed by CHAQUIAM (2022) and the construction of activities at other levels of basic education based on the History of interest in this research.

Keywords: History of Mathematics. Teaching Mathematics. Fees. Didactic Resource.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1:	Metodologia para introdução de conteúdo Matemático	62
Figura 2:	Conteúdos de Matemática Financeira na sala de aula	66
Figura 3:	Metodologias para o ensino da Matemática Financeira	67
Figura 4:	Modelo do Diagrama-Metodológico (2017)	70
Figura 5:	Modelo do Diagrama-Metodológico (2022)	71
Figura 6:	Diagrama – Juros	75
Figura 7:	Tablete com escrita cuneiforme dos sumérios de Uruk	79
Figura 8:	Exemplo de aplicação de juros de Tartaglia	86
Figura 9:	O ábaco de Napier	88
Figura 10:	Conjunto de ossos de Napier (1650)	88
Figura 11:	Foto de Alexis Claude de Clairaut	93
Figura 12:	Trecho traduzido de Clairaut	94
Figura 13:	Livro Elementos da Álgebra	95
Figura 14:	Prefácio do livro Elementos da Álgebra	96
Figura 15:	Apresentação didática de juros compostos por Clairaut	97
Figura 16:	Problema de juros compostos proposto por Clairaut	97
Figura 17:	Demonstração dos juros compostos e o Número de Euler	102
Figura 18:	Aplicação de logaritmos aos juros compostos	104
Figura 19:	A menção ao positivismo no livro de Clairaut	106

LISTA DE QUADROS

Quadro 1:	Matemática Financeira – Competências e Habilidades	42
Quadro 2:	Produções Acadêmicas identificadas no CREPHIMAT	44
Quadro 3:	Anais do ENEM e SNHM identificados no CRHEPHMAT	45
Quadro 4:	Síntese dos estudos sobre História dos Juros e seu ensino	47
Quadro 5:	Resultados do Teste e Percepções dos Alunos	58
Quadro 6:	Os Primeiros sistemas monetários da Humanidade	77
Quadro 7:	Concepções da ideia de juros da antiguidade à Idade Média	81
Quadro 8:	Aplicação da série exponencial em n períodos de capitalização	91
Quadro 9:	Algumas Notações de Euler	101
Quadro 10:	Questão 1	135
Quadro 11:	Questão 2	136
Quadro 12:	Questão 3	137
Quadro 13:	Questão 4	138
Quadro 14:	Questão 5	139
Quadro 15:	Conteúdo das Atividades x objetivos previstos	140
Quadro 16:	Linguagem das Atividades x nível cognitivo dos estudantes	141
Quadro 17:	Questões das Atividades x objetivos previstos	142
Quadro 18:	Avaliação do Recorte	144
Quadro 19:	As potencialidades do Recorte de Juros	146

SIGLAS

BNCC	- Base Nacional Comum Curricular
CNC	- Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo
CREPHIMAT	- Centro Brasileiro de Referência e Pesquisa sobre História de Matemática
DCNEM	- Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
ENEF	- Estratégia Nacional de Educação Financeira
ENEM	- Exame Nacional do Ensino Médio
INEP	- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
PCN'S	- Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	- Plano Nacional do Livro Didático
PISA	- Programa Internacional de Avaliação de Estudante
PNAD	- Pesquisa Nacional por amostra de Domicílios Contínua
TIC	- Tecnologias de Informação e Comunicação
UNESCO	- Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1. HISTÓRIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA	25
1.1. DOCUMENTOS OFICIAIS	25
1.2. HISTÓRIA NO ENSINO	30
1.3. HISTÓRIA COMO RECURSO DIDÁTICO	32
1.4. ATIVIDADES COM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ENSINO	35
2. SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DOS JUROS	40
2.1. REVISÃO DA LITERATURA	40
2.2. DIAGNÓSTICO DO ENSINO E APRENDIZAGEM DOS JUROS	50
2.2.1. Impressões dos estudantes	52
2.2.2. Impressões docentes	61
3. HISTÓRIA DO TEMA	70
3.1. A PROPOSTA DE CHAQUIAM (2022) E AS EMPIRIAS	71
3.2. UMA HISTÓRIA DOS JUROS	75
3.2.1. Prelúdio da concepção dos juros	76
3.2.2. A história dos juros no séc. XVIII	82
3.2.3. Um olhar didático sobre o atual ensino dos juros	106
3.2.4. Um olhar moderno dos juros	107
4. OS TEXTOS E AS ATIVIDADES SOBRE JUROS	110
4.1. ATIVIDADE 1 - JUROS: DE COADJUVANTE A PROTAGONISTA	110
4.2. ATIVIDADE 2 - OS JUROS POR CLAIRAUT E EULER	114
4.3. ATIVIDADE 3 - O NÚMERO e NOS ESTUDOS DE NAPIER A JACOB BERNOULLI	121
5. VALIDAÇÃO DOS TEXTOS E ATIVIDADES SOBRE JUROS	127
5.1. APRESENTAÇÃO DO QUESTIONÁRIO	127
5.2. VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS E QUESTÃO DE PESQUISA	134
5.2.1. Percepções do Texto Histórico	135
5.2.2. Percepções do Conjunto de atividades	139
5.2.3. Percepções do Recorte (texto histórico e atividades)	143
5.2.4. Resposta a questão de pesquisa	147
6. CONCLUSÕES	150
REFERÊNCIAS	154
APÊNDICE	161
APÊNDICE A: TESTE DE VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM DO ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA	161
APÊNDICE B: PESQUISA DIAGNÓSTICA DOCENTE	163
APÊNDICE C: FORMULÁRIO PARA VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL	166

ANEXOS	174
ANEXO A: MINUTA DA PESQUISA A DIREÇÃO	174
ANEXO B: MINUTA DA PESQUISA AO PROFESSOR	175
ANEXO C: TCLE DOS ESTUDANTES MAIORES DE 18 ANOS	176
ANEXO D: TCLE AOS PAIS	177
ANEXO E: QUESTIONÁRIO DO DIAGNÓSTICO DISCENTE	178

INTRODUÇÃO

A Matemática Financeira está inserida na Educação Básica, particularmente, nos conteúdos de Matemática e converge para uma sistematização de conceitos matemáticos tendo em vista as aplicações pertinentes em situações rotineiras envolvendo o manejo com o dinheiro, razão preliminar que torna imprescindível seu estudo numa sociedade com perfil capitalista. Deste modo, temos um campo de experiência cuja ramificação de assuntos culminam em uma valiosa relação teórico-prática para o professor de Matemática e seus alunos.

A constatação da importância desse conteúdo é fundamental no planejamento docente para trazer à tona discussões que os estudantes comungam diariamente. Contudo, o ensino de Matemática Financeira é abrangente, sistemático e analítico, ficando muitas oportunidades de aprendizagem não apresentadas e desenvolvidas em sala de aula, ou ainda, apresentada de forma desconexa, descontextualizada, mecânica, amparada em algoritmos que pouco traz motivação ou mesmo permite ao estudante correlacionar às suas vivências.

Essa realidade, além de contribuir para a compreensão limitada da Matemática Financeira, ajuda a constituir uma sociedade que continua a fazer escolhas erradas, quanto ao uso e aplicação do dinheiro, não questionar melhores condições de financiamentos, empréstimos, por falta de conhecimento, ou ainda, permitir que o estudante não deguste de uma experiência que integre conteúdos matemáticos por meio de recursos didáticos, a exemplo da história dos juros, que poderia despertar a curiosidade ou maior interesse e aprofundamento sobre a temática.

Numa sociedade com perfil capitalista, a motivação para compra de um imóvel ou veículo, um empréstimo, o parcelamento do cartão de crédito, são exemplos simples e fáceis de encontrar no universo dos estudantes e de suas famílias. Como então serão liquidadas tais situações? Quais as formas de parcelamento dessas dívidas? Como verificar qual será a melhor opção de negociar um parcelamento ou mesmo uma dívida? É melhor adquirir um objeto à vista ou pagando uma entrada e o restante em parcelas iguais? Indagações que podem ser trabalhadas no estudo de juros.

Um questionamento regular nas aulas de Matemática se refere a sua aplicação, perguntas como: para que serve isso? onde eu utilizo aquilo? De onde

veio esse assunto? Fazem parte das indagações discentes e rotineiramente apreciada por professores de Matemática, que mediante suas diversas didáticas e metodologias buscam explicá-las e aplicá-las, contribuindo assim para criar centros de interesses e aprendizagem significativa.

Nesse enfoque, os Parâmetros Curriculares Nacional (PCN's) formalizam o seguinte:

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.(BRASIL, 1999, p. 40)

Sendo assim, a amplitude da formação discente requer da escola não apenas a conjectura acumulativa de conteúdo por conteúdo, mas a concepção de que os conhecimentos ali ofertados têm um significado planejado para a aplicação destes no seu futuro, a escola como um todo é um ambiente que dentre seus objetivos é um lugar de construção e aprimoramento do cidadão que deverá ter nela a oferta de oportunidades que contemplem tal propósito.

Logo, os conteúdos relacionados aos juros estão presentes nas mais diversas atividades comerciais e financeiras, assim como na vida familiar dos estudantes, desde uma simples “caixinha” entre amigos, idas ao supermercado ou no comércio em geral a operações financeiras das mais simples às complexas. Um conteúdo extremamente democrático que gera muitos problemas a uma sociedade que não tem esse conhecimento aplicável e que poderia ser melhor desenvolvido no ambiente escolar.

Nesse sentido e sobre a formalização do ensino de juros, Grando e Schneider (2010) traz o seguinte posicionamento:

Para apropriar-se de significados que compõem o sistema de conceitos “juros”, é necessário que as pessoas participem do processo de ensino e de aprendizagem sistemático e formal. Significa dizer que a educação básica deveria proporcionar condições para que as pessoas formem esses conceitos e os relacionem com situações reais e atuais. (GRANDO e SCHNEIDER, 2010, p.60)

Sendo assim, o professor enquanto mediador do processo de ensino e aprendizagem pode direcionar e estabelecer em suas aulas situações didáticas para que ocorra esse alinhamento. Visto que, comumente a Matemática Financeira, os juros são responsáveis por tomadas de decisões que implicam na vida das pessoas e que a falta desses conhecimentos, numa sociedade de perfil capitalista, tem como resultado uma população em estágio crítico de endividamento, conforme apresenta Campos (2022) no site de economia Agência Brasil.

Campos (2022) mostra que segundo dados da Pesquisa Nacional de Endividamento e Inadimplência do Consumidor realizada pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC), mais de 70% das famílias brasileiras estão em nível de endividamento ao fechamento de 2021, sendo o cartão de crédito o propulsor disso:

De acordo com o levantamento, o último ano apresentou recorde do total de endividados, registrando uma média de 70,9% das famílias brasileiras, enquanto dezembro alcançou o patamar máximo histórico com 76,3% do total de famílias. Segundo a CNC, as famílias recorreram mais ao crédito para sustentar o consumo. (CAMPOS, 2022, online)

Tal fato evidencia, no mínimo, a falta da promoção de conceitos à prática, que são pertinentes e cabíveis ao uso da transversalidade da Educação Financeira, dentro das aulas de Matemática, que gira em torno de questões educativas que remetem a administração de suas entradas financeiras e conhecimentos, necessários para tomar decisões mais conscientes e orientações quanto ao uso correto do dinheiro.

Isso contribui para a necessidade de estreitamento entre a máxima de provocar o ensino à contextos que vislumbrem a interrelação entre conteúdo matemático e sua aplicação. Em suma, o processo de endividamento pode ser entendido como um resultado oriundo de decisões erradas promovidas pela falta de conhecimentos financeiros, pela desconexão entre aplicar o que outrora foi ensinado, em sua relação teoria-prática, ou pior ainda, não foi apresentado e se foi de maneira não satisfatória.

De acordo com a revisão de estudos, que será detalhada posteriormente nesta pesquisa, realizada com o objetivo de fazer uma análise inicial do que foi produzido dentro da unidade temática da Matemática Financeira e especificamente ao ensino de juros, constatamos que a grande maioria dos trabalhos acadêmicos (dissertações, teses, artigos) tratam de pesquisas cuja aplicação no ensino esteve

ancorado em sequências didáticas, resolução de problemas, com uso de tecnologias e ensino por atividade, muitos deles contextualizados à Educação Financeira.

Com relação ao uso da História da Matemática para o ensino da Matemática Financeira, verificamos que algumas produções implicam em fatos históricos pontuais, especialmente sobre a moeda, sistema monetário, evolução histórica da Matemática Financeira e Comercial, personagens históricos, desenvolvidos como informações adicionais ou curiosidades. Poucos trabalhos são identificados com uso contextual da História ao ensino.

Com relação ao desenvolvimento da Matemática Financeira nos livros didáticos, os trabalhos de Andrade (2015) e Soares (2016), que analisaram respectivamente, os títulos referendados no PNLD de 2015 e PNLD entre 2008 e 2010, ressaltaram um contexto não linear com a realidade, reforçado em cálculos, priorizando algoritmos prontos e listas de exercícios, alguns trazem correlação com funções, progressões e Educação Financeira, porém não foi identificada nenhuma informação histórica.

Essas pesquisas mostram que a Matemática Financeira ainda promove uma abordagem desinteressante e distinta da realidade, como se essa unidade curricular não fosse alvo de uma retórica diária de toda uma população independente de seus aspectos sociais e econômicos, mas também fruto de uma discussão histórica que dá corpo a sua aplicação e significado existencial.

Referente ao PNLD de 2018, fizemos uma análise dos oito títulos propostos para escolha docente com objetivo de fazer uma comparação do apresentado por Andrade (2015) e Soares (2016) e o resultado foi o seguinte: apenas três deles apresentam o conjunto curricular de juros simples até amortização, a maioria aborda a Matemática Financeira até juros compostos, e não há uma série organizada entre eles para abordar esses conteúdos, aonde tais assuntos são desenvolvidos no 1º, 2º ou no 3º ano.

Alguns títulos apresentam os conteúdos de Matemática Financeira com aplicações de funções, desvinculando-se do algoritmo de aplicações diretas em fórmulas, conforme descrita na BNCC:

No Ensino Médio, são trabalhadas, com frequência, questões que envolvem porcentagens, acréscimos e descontos, juros simples e compostos, entre outros. Usualmente, para modelizar tais problemas reais, recorre-se às funções afim e exponencial, o que se constitui em uma aplicação prática relevante desses dois tipos de função. (BRASIL, 2018, p. 27).

Essa orientação implica no desenvolvimento desses conteúdos em propostas didáticas com situações usuais dos estudantes, fazendo jus a outros conhecimentos de base como as funções e dessa forma priorizando as experiências como forma de aprendizagem em detrimento de algoritmos sem contextualização.

O mesmo documento complementa que muitos assuntos ainda podem ser trabalhados com a transversalidade da Educação Financeira, sobre isso, identificamos nos títulos do PNLD de 2018, informações sobre ideias de orçamento familiar, índices financeiros, atualização monetária, contudo, sem conexão com os conteúdos propostos.

Quanto ao uso da História da Matemática ao ensino, o PNLD 2018 orienta que os títulos didáticos apresentem a história da matemática de forma contextual, com intuito de materializar o potencial de aprendizagem dada a essa tendência, visto que:

é possível atribuir significado a conteúdos matemáticos considerando-se tanto evolução histórica dos conceitos e de suas inter-relações no âmbito da Matemática, quanto das motivações e necessidades sociais, econômicas e científicas que levaram ao avanço dessa ciência. (BRASIL, 2018, p. 40).

Dessa orientação, verificamos que os títulos ainda não desenvolvem a contextualização de forma intencional ao processo de ensino e aprendizagem, dos quais figuram informações em abordagens breves, limitado a apresentação de algumas singularidades, tais como: fatos, personagens históricos, curiosidades ou fazem referência a algum tema no intuito de despertar curiosidade e/ou dar significado ao que está sendo estudado, mas, sem promover um diálogo entre as partes.

Sendo estes, em sua maioria, nas unidades de álgebra, geometria e referente ao conteúdo da Matemática Financeira, dois títulos fazem uma menção a Richard Price como mentor do Sistema Price para o sistema de amortização, porém sem correlacioná-lo ao processo de aprendizagem, apenas um conhecimento a mais daquele proposto.

Sendo assim, dessa análise do PNLD 2018 em comparação com os trabalhos supracitados, verificamos que houve uma melhoria pontuada no desenvolvimento de alguns conceitos de Matemática Financeira por meio de aplicações com funções e progressões sem relacioná-los à vida dos estudantes e carência de informações contextuais históricas.

Os juros, base de toda uma estrutura financeira, tem sua apresentação peculiar a uma aplicação algorítmica, desde o ensino fundamental, que pouco contribui para um estudo mais crítico a respeito de seu desenvolvimento e tampouco ao longo do contexto histórico, como se a Matemática Financeira fosse um pacote pronto e acabado.

Quando os juros são ensinados temos a sensação que esse objeto é mais um item trabalhado dentro do conjunto da Matemática Financeira, quando, na verdade, foi o conceito de juros o precursor que desenrolou toda a construção desse conjunto na história da humanidade, e que consequentemente, foi inserido no currículo da educação básica.

Nesse ponto, emerge um campo semântico e de aprendizagem a ser explorado nas aulas dessa unidade. A interdisciplinaridade dos conhecimentos históricos a respeito da evolução e aplicação dos juros na civilização é intrigante e motivador pois surge uma realidade não conhecida pelos estudantes.

Cabe então ao docente desenvolver esse desafio, trazer a complementação de conteúdos com outros recursos num formato mais atrativo e contextual como forma de desenvolver esse conteúdo e significar suas aulas. Portanto, partindo desses argumentos, o objeto matemático dessa pesquisa são os juros.

Quanto a esse desafio e segundo D'Ambrósio (1999),

As práticas educativas se fundem na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições, e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto, é praticamente impossível discutir educação sem recorrer a esses registros e a interpretação dos mesmos. Isso é igualmente verdade ao se fazer o ensino das várias disciplinas. Em especial da Matemática cujas raízes se confundem com a história da humanidade. (D'AMBRÓSIO, 1999, p.97)

Nesse sentido, a história como um todo desempenha um importante papel político-social à humanidade, visto que por meio dela foi possível constatar toda uma ordem de acontecimentos que culminou na construção do que somos hoje. A evolução das experiências, os contextos que moldaram as sociedades, uma rica fonte de saber.

Sua grandiosidade didática pode ser evidenciada de diversos modos, a exemplo, o fato de correlacionar o caminho cronológico de um sistema de situações a um resultado final, isto é, quanto ao surgimento, evolução do conceito e aplicação

dos juros não se deu ao acaso, mas usufruto de intensas situações e problemas históricos que o fizeram existir para tal.

Soares e Silva (2016) e Grando e Schneider (2010) apresentam em suas pesquisas que a evolução histórica da humanidade traz os juros como um componente indispensável nas transações comerciais entre os povos e nações, propulsor de grandes fortunas e endividamentos, em questões éticas e morais. Assim sendo, esse conhecimento não está ancorado em situações do cotidiano atual, mas em questões de aplicações e problemas milenares.

Nesse sentido, o docente de Matemática tem a responsabilidade de implementar e consolidar uma proposta que tenha um caminho investigativo, capaz de promover significado aos seus conteúdos, desmistificando a ideia de ensino mecânico por meio de fórmulas prontas sem explicação de sua origem.

Esse processo interdisciplinar entre a História e o ensino de Matemática é um caminho cuja tendência busca ampliar e aprofundar o trabalho docente com vistas a implementação de outros formatos de apresentação e desenvolvimento de conteúdos matemáticos, que nem sempre são apresentados na ordem histórica, fato que agrega um olhar diferenciado ao que está sendo proposto ao ensino, conforme menciona Chaquiam (2017):

Nas últimas cinco décadas observa-se um crescente desenvolvimento de pesquisas relacionadas à História das Ciências e, em particular, a História da Matemática, que estão construindo um valioso elemento para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, nas diferentes áreas e nos diversos níveis, o que me permite compreender as origens das ideias que deram forma à nossa cultura, observar os diversos aspectos de seu desenvolvimento e perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram de desafios enfrentados com grandes esforços e, em grande parte, numa ordem bem diferente daquela apresentada após todo o processo de formalização. (CHAQUIAM, 2017, p. 13)

Esse parâmetro de observação histórica traz consigo muitas respostas a lacunas deixadas no cotidiano das aulas de Matemática, capaz de promover significado e melhoria no processo de ensino, dando alusão ao que geralmente é apresentado como um conjunto de fórmulas direcionadas a determinado fim sem apresentar as conjecturas históricas que promoveram sua aplicação.

Esse fato corrobora com Miguel e Brito (1996) sobre a dificuldade de relacionar o que é ensinado ao aplicável fora da escola. Essa problemática, que será abordada posteriormente, traz à tona várias situações do processo de

aprendizagem, dentre elas, acerca das metodologias e didática orquestrada pelo docente que contribua para uma Educação Matemática de qualidade, que:

deve permitir a construção de uma imagem positiva adequada da matemática. Para isso, ela deve ser fiel a própria matemática, no que diz respeito tanto aos conteúdos como as práticas. Ela deve permitir que os alunos compreendam as exigências correspondentes à matemática que lhes são ensinadas, e também que eles fazem parte de uma longa história que acompanha a história da humanidade. (UNESCO, 2016, p. 10)

Nesse documento infere-se uma reflexão acerca da importância da disciplina História da Matemática no curso de Formação de professores de Matemática e defendem que haja uma participação orgânica dessa na construção dos saberes docentes para criar nova ótica para o conhecimento e rigor matemático sem, contudo, remeter apenas a demonstrações exaustivas e desconexas.

A esse respeito Miguel e Brito (1996) trazem a seguinte opinião:

Conceberia a história como fonte de uma problematização que deveria contemplar várias dimensões da matemática (lógica, epistemológica, ética, estética, etc.) e da educação matemática (psicológica, política, axiológica, didático-metodológica, etc.) , o que remeteria, inevitavelmente, aos formadores de professores a destacar e discutir com seus alunos as relações de influência recíproca entre a matemática e a cultura, matemática e sociedade, matemática e a tecnologia[...]. A finalidade dessa problematização é fazer com que o professor de matemática alcance uma meta de conhecimento da matemática que lhe propicie a abertura de novos horizontes e perspectivas. (MIGUEL e BRITO, 1996, s/p)

Logo, a evolução histórica no trato da produção e desenvolvimento do conhecimento na relação professor-aluno emerge em sala de aula como um elemento consistente, interdisciplinar e estratégico para cobrir as lacunas de aprendizagem e em especial com nosso objeto matemático.

Miguel e Brito (1996) também destacam que uma das grandes dificuldades do professor de Matemática é a inclusão dos conteúdos estudados em sala de aula às práticas e aplicações em situações do cotidiano. Quando o processo pode ser justamente uma explicação anterior,

pelo estudo da matemática do passado, podemos perceber como a matemática de hoje insere-se na produção cultural humana a alcançar uma compreensão mais significativa de seu papel, de seus conceitos e de suas teorias, uma vez que a matemática do passado e a atual engendram-se e fundamentam-se mutuamente. (MIGUEL e BRITO, 1996, s/p)

Sendo assim, apresentar ao aluno a constituição do objeto matemático, ou um recorte pertinente desse processo, pode criar uma possibilidade de inferir nele

significado, visto que sua origem se deu no desenvolvimento da humanidade como uma forma de solucionar um problema, conforme destacado nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

É importante considerar que as ciências, assim como as tecnologias, são construções humanas situadas historicamente e que os objetos de estudo por elas construídos e os discursos por elas elaborados não se confundem com o mundo físico e natural, embora este seja referido nesses discursos. (BRASIL, 1999, p.20)

A História da Matemática ganha espaço como um importante aliado no processo de ensino com enfoque significativo, atrelando a curiosidade ao estudante, uma vez que ao ser capaz de proporcionar um ambiente investigativo que promove o conhecimento de um tema na forma existencial de sua concepção, “Ela deve permitir que todos se interroguem sobre o papel que os matemáticos tiveram e que têm nos dias atuais no campo do desenvolvimento científico, tecnológico, econômico e social” (UNESCO, 1996, p. 16). Desta forma o professor pode criar um ambiente didático para que este processo aconteça.

Encontrar o caminho que leve o estudante a desenvolver a aprendizagem de modo a significá-lo e contextualizá-lo com situações rotineiras, além de ser um objetivo da educação também é uma preparação para o desenvolvimento do ser enquanto cidadão. Tal fato é propiciado pela escola na intervenção do professor que deverá buscar dentre as metodologias disponíveis, àquelas capazes de dar o suporte necessário, que didaticamente os levem a compreensão e por conseguinte a aprendizagem.

Essa árdua tarefa pode ser feita por meio de um material didático contextualizado que orienta um caminho ao entendimento e compreensão do conteúdo a ser desenvolvido em sala de aula, que vincula um aspecto motivador e que desperta o interesse em apreciar determinada situação.

O papel do professor deverá ser um facilitador da aprendizagem, mediador do conhecimento, criando situações provocadoras que possam caminhar para que o aluno tenha condições de gerar seus próprios conhecimentos, ou seja, “desenvolver a capacidade do aluno para manejar situações reais, que se apresentam a cada momento, de maneira distinta”. (D’AMBROSIO, 1990, p. 16).

Nessa linha, D’Ambrosio sintetiza que o papel do professor vai além da premissa tradicional de transmissor e detentor do conhecimento, como mero

decodificador desse, mas como um profissional dotado de capacidade que viabiliza formas de facilitar a aprendizagem discente.

Portanto, mediante o que foi discutido até aqui, o objeto de pesquisa volta-se para a **inserção da História da Matemática no ensino dos juro**s. Nesse sentido, Chaquiam (2022), dentre outros trabalhos de sua autoria, defende o uso da história como um elemento didático promissor à aprendizagem dos conteúdos matemáticos:

Pesquisas atuais indicam que a inserção de fatos do passado podem ser uma dinâmica bastante interessante para introduzir um determinado conteúdo matemático em sala de aula, tendo em vista que o aluno pode reconhecer a Matemática como uma criação humana que surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano, conhecer as preocupações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente. (CHAQUIAM, 2017, p. 14).

Sendo assim, é possível responder alguns questionamentos de discentes que estão voltados às origens do conteúdo ou à sua aplicação em situações relacionadas ao cotidiano, visto que se torna de fato palpável, isto é, os objetos matemáticos podem ser apresentados a partir da sua constituição histórica, bem como estes foram essenciais na resolução de problemas. Como geratriz de um recurso para o ensino, Chaquiam (2017) completa que:

Os estudos apontam que a história da matemática combinada com outros recursos didáticos e metodológicos, que pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática, emerge como uma possibilidade de buscar uma nova forma de ver e entender a Matemática, tornando-a mais contextualizada, mais integrada a outras disciplinas, mais agradável, mais criativa, mais humanizada. (CHAQUIAM, 2017, p. 14).

Essa combinação de questionamentos nos trouxeram a curiosidade de verificar como estão sendo as produções acadêmicas sobre o tema e realizamos uma pesquisa exploratória com abordagem qualitativa junto ao banco de dados do Centro Brasileiro de Referência e Pesquisa sobre História de Matemática (CREPHIMAT)¹.

Dessa pesquisa, que será detalhada posteriormente, verificamos que apesar de ser uma tendência à Educação Matemática, promissora ao seu desenvolvimento em sala de aula, conforme supracitados Chaquiam (2017), Miguel e Brito (1996) e referendado por D'Ambrosio (1999), ainda são poucas as produções acadêmicas

¹ Centro virtual que disponibiliza produções acadêmicas e pesquisas em História da Matemática no Brasil, no qual, estão catalogados trabalhos científicos que contemplam entre outros, teses, dissertações, anais dos principais congressos em História da Matemática, artigos de Revistas científicas e produtos educacionais.

direcionadas ao ensino, mais ainda, àquelas que constituem produtos educacionais que promovam uma relação de construção do conhecimento ao objeto matemático.

Sendo assim, em função dessa necessidade, dos problemas relacionados à aprendizagem da Matemática Financeira na Educação Básica em especial ao conteúdo de Juros e considerando a utilização de fontes didáticas históricas como recurso para desenvolver o conhecimento e a aprendizagem significativa, nos levou a seguinte questão: **Em que medida recortes históricos envolvendo juros, constituídos a partir do modelo de Chaquiam (2022), podem contribuir para o ensino de juros?**

Considerando o questionamento levantado e a obtenção de argumentos que respondam essa questão, instituiu-se como objetivo geral: **Ajuizar possíveis contribuições de recortes históricos sobre juros, assentados na proposta de Chaquiam (2022), a partir das percepções de professores, com vistas o seu ensino.**

Para um melhor balizamento da pesquisa e o desenvolvimento das ações inerentes ao processo, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Identificar por meio de levantamento bibliográfico produções acadêmicas que direcionem ao ensino de juros na educação básica;
- Reconhecer em documentos oficiais e trabalhos acadêmicos a relevância do uso da História da Matemática para o ensino;
- Identificar referenciais teóricos que contemplem o uso da História da Matemática em sala de aula de modo a fomentar argumentos favoráveis a pesquisa e modelos para o ensino;
- Investigar a percepção do ensino e aprendizagem dos juros a partir das percepções de estudantes e professores da rede pública paraense em vista de obter um diagnóstico desse processo;
- Inventariar informações históricas para fomentar uma história sobre o desenvolvimento de juros, esteado em Chaquiam (2022), com vistas a utilização destes no processo de ensino dos conteúdos relacionados aos juros;
- Mapear percepções de professores da Educação Básica, a partir dos elementos obtidos com a aplicação de questionário, que vislumbrem

potencialidades quanto ao uso da história dos juros no seu ensino com vistas a validação do texto produzido;

- Elaborar um produto educacional para a Educação Básica que contemple recortes históricos de juros para possível utilização no processo de ensino de conteúdos relacionados aos juros.

Para desenvolver esses objetivos e logo, responder nossa questão de pesquisa, organizamos os capítulos deste estudo com os resultados obtidos a partir dos caminhos metodológicos elencados ao desenvolvimento de cada objetivo específico supracitado.

No capítulo 1 expomos os resultados da pesquisa bibliográfica realizada por meio do levantamento de dados das produções acadêmicas – monografias, dissertações, teses e artigos – além do constante em livros e documentos oficiais, de modo a analisar referenciais teóricos e informações sobre a História no ensino da Matemática com um olhar na metodologia.

No capítulo 2 exibimos os resultados sobre o ensino de juros por meio de uma revisão de literatura e também uma pesquisa diagnóstica a respeito das percepções de estudantes e professores, quanto ao ensino e aprendizagem dos juros e quanto ao uso da História da Matemática no ensino.

No capítulo 3 apresentamos a História do tema, com uma introdução a partir do modelo proposto por Chaquiam (2022), para formalizar nossa metodologia de concepção do texto histórico, identificados em bibliografias históricas na revisão da literatura e recorte eleito e constituído para essa pesquisa.

No capítulo 4, apresentamos as atividades construídas a partir da exploração do recorte supracitado, compostas de ficha técnica, com os objetivos pretendidos, o texto-base, questões para exploração e a nota para o docente.

No capítulo 5, expomos a validação do produto educacional dessa pesquisa, texto histórico e atividades, e os resultados inferidos deste processo responsável para responder a nossa questão de pesquisa.

No capítulo 6, exibimos a conclusão de nossa pesquisa com as considerações finais, em seguida as referências, apêndices e anexos.

1. HISTÓRIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Neste capítulo iremos apresentar os resultados da pesquisa bibliográfica oriunda de documentos oficiais, livros e produções acadêmicas com o objetivo de fomentar referenciais teóricos e informações para fazer uma análise sobre a História no ensino da Matemática. Para tanto, buscou-se promover um diálogo da História para o ensino da Matemática e deste, sua participação no ensino de juro, de modo a promover argumentos favoráveis para o ensino desse objeto matemático.

Sendo assim, desmembramos esses objetivos nos seguintes pontos de discussão: Documentos oficiais, história no ensino, história como elemento didático e atividades envolvendo história da matemática e ensino.

1.1. DOCUMENTOS OFICIAIS

A importância e relevância do uso da História da Matemática para o ensino nos Documentos Oficiais foram as motivações para introduzir esse capítulo, e para iniciar as discussões nesse objetivo, tomamos por base as informações gerais da BNCC descritas ao ensino:

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996) 1, e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN). (BRASIL, 2018, p. 7)

De posse disso, partimos do princípio que as escolhas planejadas para o ensino devem ser construídas em consonância com os direcionamentos aqui descritos, visto que esse documento agrupa competências, habilidades, atitudes e valores que formam um conjunto orientador das relações pretendidas ao longo do processo de ensino e aprendizagem na educação básica.

A respeito desses elementos, a BNCC descreve:

Competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e sócio emocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 8).

Dessa forma, o documento orienta quanto aos conhecimentos necessários e formas didáticas pertinentes a cada objeto de estudo dentro de sua área de conhecimento, priorizando o ensino e aprendizagem de forma ampla na integralização das disciplinas e em contextos sociais que viabilize a formação e o desenvolvimento dos estudantes.

É imprescindível destacar que as competências gerais da Educação Básica, apresentadas a seguir, inter-relacionam-se e desdobram-se no tratamento didático proposto para as três etapas da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), articulando-se na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores, nos termos da LDB. (BRASIL, 2018, p. 8)

Nesse contexto, a Educação Matemática vem ganhando espaço na sala de aula como um movimento que objetiva, além de restaurar o prazer em estudar a disciplina, prover didaticamente de propostas metodológicas que visam contribuir a esse processo num formato mais democrático, ampliando assim, a forma de apresentar os conteúdos num contexto significativo.

A interação entre as vivências escolares é muito mais ampla que a decodificação de saberes particularizados da disciplina num exaustivo trabalho docente que busca transpor aos seus estudantes a agremiação de uma certa quantidade de conhecimentos determinados num currículo. Apesar de ser uma ideia ainda em germinação, ainda é disseminada nas escolas brasileiras, conforme citam Silva e Santo:

A educação atual passa por um momento de reflexão acerca de possibilidades de um ensino significativo, na tentativa de superar velhos processos de ensino que não atendem às expectativas dos atores – professor e aluno – do processo de ensino-aprendizagem: do professor que não consegue mais conviver com processos arcaicos e que lhe consome enorme energia na execução com baixo retorno, e do aluno que não consegue mais se motivar com o processo de ensino tradicional que requer sua postura passiva diante do ato de aprender por repetição sem reflexão. (SILVA e SANTO, 2009, p. 55)

Essa problemática será analisada no capítulo seguinte e aqui ressaltada para dar forma a discussão quanto a apresentação e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos e uso de métodos e recursos diversos que valorize o conhecimento

construído e sua aplicação na vida do estudante. Nesse sentido, vamos destacar a Competência Geral da Educação Básica da BNCC, que diz:

Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (BRASIL, 2018, p. 9)

Logo, o documento referenda a oportunidade de trabalhar os conhecimentos históricos como possibilidade didática ao ensino, sendo assim, alinha-se ao nosso tema como forma de desenvolver os conteúdos matemáticos, em especial os juros, para o ensino na sala de aula, dentre outras situações, ajudando os estudantes a responder questionamentos rotineiros nas aulas de matemática, como: “de onde veio isso? ”, decorrentes de sua origem e significado.

Sobre o tratamento desses conhecimentos históricos ao ensino, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) ressaltam que o

tratamento contextualizado do conhecimento é o recurso que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo. Se bem trabalhado permite que, ao longo da transposição didática, o conteúdo do ensino provoque aprendizagens significativas que mobilizem o aluno e estabeleçam entre ele e o objeto do conhecimento uma relação de reciprocidade. (BRASIL, 1999, p.70).

Essa contextualização, especificamente para uso na História da Matemática, precisa ser planejada para não dar ênfase apenas a fatos e personagens, supracitado nas ocorrências dos livros didáticos, como tais apresentando a um pano de fundo descartado posteriormente, mas promover essa aprendizagem significativa numa união interdisciplinar e mais, correlacionando História e conhecimento para o ensino.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) reforçam que a contextualização deve se fazer presente no processo de ensino e de aprendizagem, observado as transposições didáticas, conforme consta no:

Art. 9º. Na observância da Contextualização, as escolas terão presente que:
I - na situação de ensino e aprendizagem, o conhecimento é transposto da situação em que foi criado, inventado ou produzido, e por causa desta transposição didática deve ser relacionado com a prática ou a experiência do aluno a fim de adquirir significado. (BRASIL, 1998, p. 4)

Essa diretriz traz a importância de se apresentar um contexto cronológico não apenas para informar, mas para criar uma ferramenta didática que busca a

promoção de significância por parte do aluno a algo que ele irá aplicar em situações posteriores, não apenas para realização de uma atividade avaliativa, mas para desenvolver habilidades à cidadania, a exemplo, alicerçada à Educação Financeira.

A Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) que institui a Educação Financeira para a educação básica foi criada pelo decreto Federal nº 7.397/2010, reforçando a importância de incluir nas aulas de Matemática assuntos referentes ao uso correto do dinheiro, oportunizar ao estudante tornar-se consumidor consciente em suas práticas financeiras e protagonistas das experiências de vida e contribuir para o desenvolvimento de sua cidadania.

A Educação Financeira está prevista na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como tema transversal que deverá aparecer nos currículos de estados e municípios, assim, “essas temáticas são contempladas em habilidades dos componentes curriculares, cabendo aos sistemas de ensino e escolas, de acordo com suas especificidades, tratá-las de forma contextualizada. (BRASIL, 2018, p. 20)

Logo, essa contextualização pode ser desenvolvida em atividades práticas constituídas nas relações comerciais facilmente encontradas no cotidiano dos estudantes, ou então num trabalho interdisciplinar, como sugere o próprio documento:

É possível, por exemplo, desenvolver um projeto com a História, visando ao estudo do dinheiro e sua função na sociedade, da relação entre dinheiro e tempo, dos impostos em sociedades diversas, do consumo em diferentes momentos históricos, incluindo estratégias atuais de marketing. Essas questões, além de promover o desenvolvimento de competências pessoais e sociais dos alunos, podem se constituir em excelentes contextos para as aplicações dos conceitos da Matemática Financeira e também proporcionar contextos para ampliar e aprofundar esses conceitos. (BRASIL, 2018, p. 269)

O que também abre precedência para utilizar a História da Matemática como recurso ao ensino, a exemplo, em roteiros históricos, que podem propiciar ao estudante uma oportunidade diferente de visualizar conteúdos matemáticos, em especial, os juros, quanto as suas pertinências evolutivas e como não dizer, no cotidiano de outrora.

Na matriz de referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), fornecido pelo site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), comum a todas as áreas de conhecimento, dentre os eixos cognitivos está a compreensão dos fenômenos, cujo objetivo é “construir e aplicar

conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas” (BRASIL, 2017, p. 1), logo a compreensão do processo histórico segue com pertinência para a construção do conhecimento do nosso objeto.

Os juros são contemplados nos conhecimentos numéricos e algébricos presentes explicitamente em três das cinco competências desse documento e destacados nas habilidades seguintes:

(EM13MAT203). Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões.

(EM13MAT303). Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial.

(EM13MAT304). Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

(EM13MAT305). Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros

(EM13MAT503). Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros. (BRASIL, 2018, p. 523-533)

Logo, o cabimento quanto ao desenvolvimento dessas habilidades nas aulas de matemática está na sua relação didática à aprendizagem. Importante destacar que nas Competências Específicas da Matemática para o Ensino Médio infere-se da BNCC a possibilidade de utilização de métodos diferenciados que estimule e amplie a ótica à aprendizagem e que nos leva a possibilidade de buscar na História da Matemática essas possibilidades.

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p. 523)

Dessa forma, além dos esforços conjuntos dos personagens escolares que contribuem para o desenvolvimento da educação e mais especificamente dos professores que preconizam seus conhecimentos específicos, preferencialmente na forma interdisciplinar, o professor de Matemática deve prover meios didáticos para

um ensino eficaz e condizente a realidade do estudante, tanto para o desenvolver os conteúdos curriculares da disciplina quanto para seu uso na vida.

Diante das discussões promovidas, ressaltada nos Documentos Oficiais supracitados, identificamos a relevância e importância do uso da História da Matemática ao ensino nas intervenções pedagógicas em sala de aula, de tal modo, que para fortalecer essas ideias, iremos destacar no próximo tópico, a História no ensino, contemplado o posicionamento de algumas referências acadêmicas sobre o assunto.

1.2. HISTÓRIA NO ENSINO

Para iniciar as discussões nessa temática, vamos trazer as considerações de D'Ambrosio (1999) quanto a importância da História e em especial da Matemática para o desenvolvimento dos saberes matemáticos no ensino,

As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para sua própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, a ideias matemáticas estão presentes e em todas as formas de fazer e de saber. (D'AMBROSIO, 1999, p. 97)

Nessa perspectiva, Nunes e Silva (2006), complementa:

É evidente que a História da matemática é um conhecimento necessário para o estudo da matemática, assim como sua aplicabilidade faz com que ela se torne um emaranhado de símbolos sem significado, não evidenciar o porquê e para que estudar tal disciplina (com argumentos históricos) reforça o grande número de desprovidos de conhecimentos matemáticos básicos, necessários para o exercício da cidadania. (NUNES e SILVA, 2006, p. 9)

Nessas considerações, ressalta-se a importância e a constância direcionada a busca de significado de objetos matemáticos ensinados por meio da História no ensino, contribuindo positivamente para as inquietações tão presentes nas rotinas em sala de aula e que se torna imprescindível na escola atual.

A História no ensino tem alcançado, especialmente na Matemática, espaço considerável nas pesquisas acadêmicas e na prática em sala de aula, que tem como fator precursor a busca de promoção de um ensino que provoque a motivação e

também o seu desenvolvimento epistemológico, nesse processo Fossa (2020) salienta:

A história da matemática pode ser usada de várias formas para promover a aprendizagem da matemática. De fato, a história tem marcado presença em textos matemáticos desde há muito tempo para incentivar e motivar o aluno. Nesse sentido, inclui-se retratos de matemáticos famosos, pequenas biografias dos mesmos ou fatos curiosos (mais ou menos!) Relacionado ao conteúdo sendo abordado no texto. O que tem elevado a história a uma tendência em Educação Matemática, no entanto, são estratégias mais inusitadas. Mas, o que é comum a essas estratégias inovadoras é a análise de produtos históricos, sejam estes documentos ou artefatos, visando a explicitação e a crítica dos conceitos e procedimentos matemáticos neles contido. (FOSSA, 2020, p. 13)

Nesse intuito, Fossa (2020) defende que o estudo de um objeto matemático transcenda as informações históricas biográficas para estratégias didáticas mais desafiadoras que promovam a análise do que será apresentado. Ele traz em seus trabalhos o ensino por atividades que amparada pela História da Matemática direciona à aprendizagem significativa e ressalta os procedimentos inerentes a essa perspectiva.

Sobre a História da Matemática no Ensino, Mendes (2015) apresenta a tríade: pesquisa, disciplina e estratégia didática como o percurso epistemológico para a sua exploração e obtenção dos resultados nessa tendência de ensino, ressalta a pesquisa como o primeiro eixo de composição da história da Matemática e fundamental, visto que:

Contempla a busca de explicações para o contexto sociopolítico, cultural e econômico, no qual a matemática foi e é produzida, ou seja, de onde essas ideias são geradas, porque e como foram ou são geradas. Esse é um dos contextos que caracterizam a epistemologia da matemática construída pela sociedade humana ao longo dos tempos e que atualmente se constitui um objeto de pesquisa, na tentativa de reconstituir o processo de criação matemática com vistas a retomá-lo como veículo de ensino. (MENDES, 2015, p. 125)

Desse processo, o autor complementa e fundamenta como essencial para o contexto da disciplina da História da Matemática aos futuros professores e consequentemente, fomentando informações à constituição de materiais para o ensino. Apesar dessa fundamentação, Nunes e Silva (2006, p.2) afirmam que “não faltam argumentos que reforcem as potencialidades pedagógicas da utilização da história da matemática”, no entanto, “apesar dessas evidências, não

vislumbramos com a frequência necessária o uso desta tendência em sala de aula, nem em livros didáticos”.

No contexto de sala de aula, apresentaremos no próximo capítulo o resultado da amostra inferida da pesquisa diagnóstica docente, que revela tal situação, e quanto a falta de correlação contextual ativa da História da Matemática nos livros didáticos, os trabalhos de Andrade (2015) e Soares (2016), a análise do PNLD(2018), supracitadas, reforçam que parte são “ineficazes ao abordarem a História da Matemática” (NUNES e SILVA, 2006, p. 5) assim, é imperioso que docentes interessado nessa linha busquem a pesquisa para a construção de materiais didáticos que supram essa lacuna.

A seguir vamos discutir sobre algumas reflexões acerca do uso da História da Matemática em sala de aula e as possibilidades didáticas dessa tendência no ensino de Matemática e de nosso objeto matemático.

1.3. HISTÓRIA COMO RECURSO DIDÁTICO

Para iniciar nossas reflexões sobre a História da Matemática como recurso didático apresentamos as observações citadas por Miguel (1993) presentes nos trabalhos de Stamato (2013) e Moura e Brito (2019) que discutem as possibilidades de uso da história, sua pertinência e importância nos cursos de Formação de Professores de Matemática.

Dentre essas citações, Miguel (1993) menciona que a História da Matemática pode constituir-se como: fonte de motivação discente e uso metodológico; fonte objetivos para o ensino-aprendizagem; fonte de problemas práticos e curiosos para constituição de atividades; instrumento de desmistificação da Matemática; instrumento de formalização de conceitos, instrumento da promoção do pensamento independente, crítico e da aprendizagem significativa e possibilidade de resgate da identidade cultural.

Apesar dessas possibilidades de uso, não existe um consenso a esse respeito, enquanto “alguns acreditam que ensinar História da Matemática é fundamental para sua compreensão, outros, no mínimo, acham desperdício de tempo e energia” (STAMATO, 2013, p.89), no entanto,

A História da Matemática como subsídio metodológico para o ensino desta é multifacetada, apresentando várias concepções. Acreditamos ser salutar, o uso de qualquer uma das concepções desde que bem programadas, objetivando dar mais significado aos conteúdos matemáticos estudados. Ensinar sem apresentar fatos históricos é estar na contramão do ensino. (NUNES e SILVA, 2006, p. 9)

Sobre isso, é cabível destacar algumas considerações a respeito do uso da História da Matemática para o ensino, logo, partimos da premissa que há uma unanimidade que a “História da Matemática é que pode contribuir para anular a sensação de ser a Matemática uma coisa pronta e acabada” (VIANNA, 1998, p. 67), contudo, apesar de ser um ponto de partida que dá luz a significação dos objetos matemáticos a serem estudados, alguns autores atentam para a forma de como esses serão desenvolvidos.

Nesse sentido Fossa (2020) defende que,

O desenvolvimento de uma atividade requer a adequação dos seus componentes a uma determinada finalidade através de cuidadoras análises teóricas. O material elaborado ainda precisa ser sequenciado corretamente em relação às outras atividades a serem usadas na mesma unidade de ensino e a sua eficácia precisa ser examinada por testes pilotos usando métodos qualitativos e/ou quantitativos de validação. (FOSSA, 2020, p. 15)

Especificamente, ele traz ao ensino por atividade com ênfase na História da Matemática uma possibilidade didática para seu uso em sala de aula.

Noutra perspectiva, Mendes (2015) defende o uso de um modelo didático de investigação histórica para o ensino de Matemática, a esse processo ele relata que há

Uma ampla variedade de temas e métodos que podem surgir durante o exercício da pesquisa histórica em sala de aula. O professor deve ficar atento para perceber algumas possibilidades de exploração da criatividade dos estudantes, mesmo que em determinadas vezes seja necessário reformular alguns dos temas apresentados por eles. Para que essa prática se torne possível, é preciso utilizar-se das mais diversas modalidades de investigação histórica na sala de aula, tais como, por exemplo: 1) atividades manipulativas extraídas diretamente da história da matemática; 2) atividades manipulativas adaptadas da história da matemática; 3) desenvolvimento de projetos de investigação temática; 4) investigação de problemas históricos; 5) estudo de textos históricos adaptados de fontes primárias; 6) estudo de textos históricos extraídos de fontes primárias; 7) elaboração e uso de vídeos didáticos baseados em textos históricos de fontes primárias e secundárias. (MENDES, 2015, p. 129-130)

Dessas sugestões ele ainda salienta que a eficácia da escolha didática depende do professor um conhecimento aprofundado do objeto em questão e da sensibilidade ao grau de maturidade dos estudantes a quem essa demanda será

aplicada, sendo imprescindível o planejamento da ação e a acessibilidade dos recursos disponíveis para essas atividades didáticas.

Ainda sobre o ensino de Matemática com atividades de cunho histórico, Brandemberg (2021) defende que

Associar aspectos históricos ao conteúdo se faz importante para conhecermos o desenvolvimento de conceitos matemáticos, uma importância se acentua, quando discutimos um ensino de matemática que visa a contextualização dos conteúdos estudados. Com nossa abordagem utilizando “textos históricos” queremos visualizar e relacionar as estruturas conceituais nos processos de resolução de problemas e fazer a ligação (ou mesmo, para comparação de estratégias de resolução) entre o conhecimento atual e o antigo. (BRANDEMBERG, 2021, p.26)

De tal sorte, que o uso de textos históricos propicia um encontro com a significação de conhecimentos matemáticos, hoje categorizados no currículo escolar visto que garante “uma oportunidade de compartilhar uma matemática que historicamente se consolida com uma produção sociocultural humana” (BRANDEMBERG, 2021, P.26).

Ainda sobre o uso didático da História ao ensino da Matemática D'Ambrosio (1999) traz a proposta historiográfica que assim define-a:

A proposta historiográfica teve sua origem nos estudos de Etnomatemática que naturalmente não se esgota no conhecer o fazer e o saber matemático de culturas marginalizadas. Mas remete sobretudo à dinâmica da evolução desses fazeres e saberes, resultante da exposição de outras culturas. (D'AMBROSIO, 1999, p.111)

Nesse contexto, D'Ambrosio traz toda sua experiência pioneira da Etnomatemática resultante da aliança entre as múltiplas culturas e os conhecimentos provenientes dessas vivências como metodologia para o ensino da Matemática em sala de aula.

Das contribuições aqui expostas, Mendes (2015), D'Ambrósio (1999), Fossa (2020) e Brandemberg (2021) trazem suas orientações e situações didáticas que contemplam o potencial da História ao ensino, seja para formação de cursos de Licenciatura em Matemática, seja para balizar o trabalho docente à educação básica em materiais didáticos ao ensino.

Nessa última situação, emerge a inquietação de provocar aos professores de Matemática, o ponto de partida à pesquisa iminente que abrirá caminhos à possível

produção de atividades ao ensino dos conteúdos matemáticos a serem trabalhados com seus alunos.

Tal questão nos encaminhou ao conhecimento e estudo de um diagrama – Diagrama-Metodológico – proposto por Chaquiam (2022, 2021, 2020, 2017) como elemento balizador para a orientação e construção de um texto histórico que materializará uma proposta didática às aulas de Matemática, conforme apresenta as observações do autor:

As experimentações apontam que o diagrama pode ser um importante elemento balizador na composição de textos que relacionam história e matemática a partir da eleição de tema/conteúdo. Além disso, a composição do diagrama tem se configurado como um esplêndido exercício de pesquisa na busca de informações em diversos contextos e, mais, a composição textual tem se tornado um admirável exercício frente a necessidade de se articular e amoldar diferentes conjunturas e conteúdos num mesmo texto. (CHAQUIAM, 2020, p.198)

Nesse parâmetro e sendo o referido diagrama um exercício de pesquisa, que promove a oportunidade de construção de um texto histórico para uso em sala de aula, cujos elementos componentes sejam possíveis, independente de sua formação acadêmica, elegemos, portanto, esse caminho metodológico para a constituição de nosso texto histórico.

Assim, dessa pesquisa e posteriormente, na empiria junto a apreciação de docentes de Matemática, analisar suas potencialidades para com nosso objeto, como também, contribuir para essa linha e tendência de ensino de forma a buscar preencher lacunas supracitadas à Matemática Financeira conjunto à História da Matemática.

1.4. ATIVIDADES ENVOLVENDO HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ENSINO

Diante do que foi discutido, partiremos para algumas reflexões sobre a materialização do uso da História da Matemática ao ensino. Uma das possibilidades trata-se dos “textos históricos”, defendido por Brandemberg (2021), que traz sua definição como:

Um documento que, composto (impressão, pictografia, escrita) de formatos e materiais (argila, papiro, pergaminho, bambu, papel) variados em algum em algum momento da história, nos permite acessar de maneira implícita e explícita elementos do contexto de sua composição e da relevância de seu

conteúdo com vistas ao entendimento do conhecimento matemático, de sua produção, desenvolvimento e divulgação. (BRANDEMBERG, 2021, p. 28)

Devido a amplitude das discussões e indagações corroborados com seus interlocutores, citados ao longo de seu trabalho, acerca dos “textos históricos”, esse autor apresenta uma síntese da classificação desses, que destaca-os em cinco classes e suas categorias, a citar: 1) com ênfase no conteúdo: texto de matemática, história e de divulgação da matemática; 2) ênfase no distanciamento: textos clássicos e modernos; 3) ênfase ao uso: livro-texto e livro-fonte(consultas); 4) ênfase a investigação: Fonte principal e secundária; 5) ênfase ao contexto, em construção, mas refere-se a busca de uma classificação que o compreenda o contexto da/na escrita do texto.

A importância dessa classificação se faz/fez “por evidenciar ou possibilitar maior simplicidade quando da implantação do uso de textos históricos no ensino de matemática que muitas vezes não se fazem tão claras na prática” (BRANDEMBERG, 2021, p. 31) e complementa que sua utilização é pertinente tanto no ensino superior para a formação dos professores e corrobora com Mendes (2015) que defende seu uso também no ensino básico, “na busca da efetivação de um ensino de Matemática com maior significado para os envolvidos no processo e que considere elementos do contexto no qual tal processo se desenvolva” (BRANDEMBERG, 2021, p. 31).

Em suma, Brandemberg (2021) defende o uso da História da Matemática para o ensino por meio dos “textos históricos” que promova

um estudo de conteúdos (conceitos, processos) matemáticos a partir de atividades (de cunho histórico) apresentadas, com clareza, contextualização e objetividades, deve conduzir os estudantes a uma valorização da necessidade do aprendizado e da construção do conhecimento matemático. (BRANDEMBERG, 2021, p. 32).

Fossa (2020) corrobora com Brandemberg (2021) quanto a possibilidade de uso da História da Matemática ao ensino, contudo, no caminho do ensino por atividades pautado no construtivismo radical, assim sendo:

Essa posição mantém que o aluno não aprende através da transferência do conhecimento proposto pelo ensino tradicional, mas através da construção de esquemas mentais. Para tanto, o próprio aluno precisa ser um agente ativo no processo educativo, pois é somente a partir das suas próprias iniciativas que as referidas estruturas mentais podem ser edificadas na mente do aluno. As construções, embora feitas pelo indivíduo, são, porém, sempre feitas num contexto social e isto, visto que as atividades têm um

forte caráter social, faz com que o ensino por atividades é tão apropriado ao construtivismo. (FOSSA, 2021, p.12)

Esse parâmetro induz o estudante a buscar por meio da investigação estratégias para a análise e solução do material apresentado, logo,

Ao fazer as explanações e críticas, o aluno precisa desenvolver as habilidades hermenêuticas associadas com a interpretação de textos, relacionar conceitos, fazer e testar conjecturas e construir novos esquemas mentais que frequentemente vão além das estruturas achadas do texto analisado. De novo, a análise é tipicamente feita em conjunção com seus pares e é exposta à apreciação do grupo maior (incluindo o professor). (FOSSA, 2020, p.14)

De acordo com Fossa (2020) há um roteiro para a construção do ensino por atividades, estas devem seguir as seguintes fases: 1. **Provocação**, quando o estudante é desafiado à atividade de forma motivadora; 2. **Participação**, quando se percebe enquanto elemento ativo pela aceitação ao desafio busca-se a cooperação para a resolução do problema; 3. **Precipitação**, resultado alcançado pela equipe; 4. **Publicação**, compartilhamento da solução com o grupo e 5. **Perturbação**, após as considerações apresentadas pelas equipes o professor pode incrementar a um novo desafio e assim instigando ao início de um novo ciclo de aprendizagem e descobertas.

Também presentes nas reflexões de Brandemberg (2021), Mendes (2021, 2015) traz em seus estudos um elenco de possibilidades do uso da História da Matemática ao ensino, supracitado, donde elege o processo investigativo como um dos fatores imprescindíveis para a construção do conhecimento matemático.

Mendes (2021, 2015) menciona que dentre as possibilidades didáticas, numa intervenção histórica em sala de aula, inclui: manipuláveis, textos, problemas, vídeos, e ressalta a participação do professor pesquisador que elabora e conduz o processo educativo, sem perder de vista a essência do aluno em sua autonomia.

Em Mendes (2021), o autor destaca o uso da criatividade na concepção humana do conhecimento matemático historicamente construído, donde a criação desse emerge nas relações com o ambiente sociocultural, não linearmente e até em épocas e personagens diferentes tal qual as necessidades fossem sendo apontadas e exigidas. Assim, denominou-se como movimento de criatividade matemática:

O recorte das discussões trata das histórias da criação matemática e seus processos criativos no sentido de apontar modos inovadores por meio dos quais diversos matemáticos se envolveram na busca de soluções para

problemas que os desafiaram e a partir dos quais organizaram dinâmicas de combinações entre conhecimentos já produzidos, para que pudesse apontar soluções aos problemas novos que surgirem. (MENDES, 2021, p. 64)

Esse estudo eleva a discussões em torno da criação, dos processos criativos, direcionando à Matemática e esses processos alinhados a História da Matemática em sua criação e compreensão, de tal forma a verificar as possibilidades destes ao trabalho docente. Destaca os processos criativos como uma “dinâmica que, de modo geral, leva a sociedade a perceber, registrar, sistematizar e disseminar suas formas de compreender e explicar” (MENDES, 2021, p. 66), culminando assim, no conhecimento Matemático.

Mendes (2021) completa que por diversas razões esse processo é longo inviabilizando a totalidade de sua compreensão e pesquisa do mesmo, no entanto,

a partir de um recorte e das prioridades estabelecidas previamente por quem vai realizar o estudo e de acordo com as condições existentes em cada espaço e tempo em que tais estudos sejam realizados, ou seja, mostra que os processos de estudos históricos não são realizados de maneira única. (MENDES, 2021, p. 66)

Dessa forma, há possibilidade de apresentar uma pesquisa histórica à sala de aula e que promova o desenvolvimento do conhecimento matemático de um objeto específico levando em consideração aspectos de sua concepção em acontecimentos (processos criativos) de um dado recorte, em tempo, espaço e personagem central.

Todas essas contribuições acarretam que o professor-pesquisador busque na pesquisa em História da Matemática respaldo na criação de atividades que agreguem significado e culminem na construção do saber matemático em sala de aula.

Nesse cenário o grande desafio seria conceber um produto didático (texto histórico do objeto com o conjunto de atividades para o ensino), que alinhe os conhecimentos históricos obtidos do objeto matemático com uma proposta de ensino que busque oferecer aos estudantes um saber diferenciado das práticas tradicionais.

A respeito das dificuldades encontradas pelo pesquisador em História da Matemática, Ribeiro (2004) cita que:

O material disponível para se realizar uma pesquisa em história da matemática é muito variado e abrangente. Isso parece consenso entre os historiadores, já há algum tempo. No entanto, não há consenso em como fazer uma pesquisa em história da matemática. Cada pesquisa recebe uma

abordagem diferenciada, justamente porque cada uma delas se ocupa de diferentes objetos. (RIBEIRO, 2004, p.4)

Mediante isso, atribuímos a Chaquiam (2020) como efeito a balizar e fornecer orientações para a conclusão desse processo, visto que

A proposta descrita não está endereçada aos historiadores de profissão ou matemáticos com experiência em história da matemática, mas, sim, aos que se encontram em formação inicial e professores em geral, com pouca ou sem nenhuma experiência na elaboração de textos com esse viés, tendo em vista aproximá-los da história, em especial, da história da matemática, e com o intuito de apresentar um entrelaçamento entre história e matemática com possibilidades de uso do texto resultante como recurso didático no ensino de matemática. (CHAQUIAM, 2020, p.199)

Assim, diante das ponderações discutidas nesse capítulo, observamos a importância do uso da história para o ensino, em particular a História da Matemática, presentes nos documentos oficiais brasileiros e nas conclusões de Silva e Santos (2009), D'Ambrósio (1999) e Nunes e Silva (2006) e destacados didaticamente nos trabalhos de Brandemberg (2021), Fossa (2020) e Mendes (2021, 2015).

No próximo capítulo apresentaremos uma reflexão sobre o ensino dos juros composta de uma revisão da literatura do nosso objeto de pesquisa e também uma pesquisa diagnóstica acerca do uso da História da Matemática ao ensino da Matemática nas impressões (discentes e docentes) a respeito do processo de ensino e aprendizagem da Matemática Financeira, que dentre outras conclusões, nos ajudou a fundamentar a necessidade de introduzir às aulas conhecimentos históricos sobre nosso objeto.

2. SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DOS JUROS

Neste capítulo iremos apresentar uma visão sobre o ensino de juros, resultado da análise da pesquisa exploratória com abordagem qualitativa prevista nos objetivos específicos de modo a identificar aportes bibliográficos sobre a História no ensino da Matemática e fomentar argumentos favoráveis e modelos para o ensino e posteriormente, a percepção do ensino e aprendizagem dos juros a partir da análise da pesquisa diagnóstica realizada.

No primeiro momento foi realizada uma revisão da literatura para verificar o que temos sobre o ensino de juros na linha da História da Matemática com objetivo de fomentar nossa pesquisa para a construção do material didático proposto, para tanto, identificar ideias já constituídas que nos forneçam tais informações. E num segundo, os resultados de uma pesquisa de campo, diagnóstica sobre o ensino de juros, avaliando as considerações discentes e docentes, de modo a identificar desde gargalos educacionais dentro da Matemática Financeira até os direcionamentos docentes e uso da História da Matemática para o ensino de juros.

2.1. REVISÃO DA LITERATURA

A partir da análise de contextos de aplicações de Matemática Financeira e, mais especificamente, juros, observa-se que esse assunto é atual e necessário à vida dos estudantes que estão sendo preparados pela educação básica para ocupar seu lugar na sociedade e que precisam se apropriar desses conhecimentos, não apenas para avaliações (escolares, ascensão universitária, admissão concursos), mas principalmente para se tornar cidadão e tomar decisões.

Desse modo, iniciaremos nossas discussões a partir das competências gerais da educação básica da BNCC, destacamos:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. (BRASIL, 2017, p. 8)

É possível inferir das competências: a valorização dos conhecimentos históricos para dar significado ao conhecimento pretendido; a investigação para viabilizar a construção modelos de resolução de problemas; apreciação de diferentes linguagens ao ensino, diversidade de saberes culturais e poder de argumentação promovidos pelas formas didáticas de competência da educação.

Para cumprimento dessas responsabilidades emerge a figura docente como mediador dessas competências a partir de um planejamento curricular com recursos didáticos. Assim, direcionado a temática de pesquisa, verificou-se citações que corroboram com Rêgo e Fossa (2006), Silva e Santos (2009) e Mendes (2010) que referenciam ao uso da História no ensino da Matemática.

Essa possibilidade dá ênfase a apresentação, contextualização, a busca de soluções que viabilize a aprendizagem do conteúdo proposto em diversas formas didáticas, que contemple a totalidade dos estudantes proporcionando a estes, a visão do objeto de estudo numa ótica histórica, social e cidadã.

Para a Matemática no ensino médio, enquanto área de conhecimento intitulada Matemática e suas Tecnologias, principalmente no que tange o uso de tecnologias no cotidiano e a possibilidade da integração da matemática ao dia-a-dia, e nesse sentido, na introdução da BNCC da:

área de Matemática e suas Tecnologias propõe a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas até o 9º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, coloca em jogo, de modo mais inter-relacionado, os conhecimentos já explorados na etapa anterior, de modo a possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade. (BRASIL, 2018, p.517)

Para analisar as competências e habilidades relacionadas a temática, destacadas no Quadro 1, partiu-se do princípio de correlação, adequação e ajustes que os estudantes trazem do ensino fundamental, bem como em suas vivências, cabendo ao docente diagnosticar possíveis lacunas e viabilizar os recursos disponíveis, as metodologias e didáticas necessárias para esse fim.

Quadro 1: Matemática Financeira – Competências e Habilidades

MATEMÁTICA FINANCEIRA	
COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES
1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.	(EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.
	(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números.
2. Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.	(EM13MAT203) Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões
3. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente	(EM13MAT303) Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial.
	(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.
	(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros
	(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas compostas, determinadas pela razão ou pelo produto de duas outras, como velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas	(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros.

Fonte: Adaptado da BNCC (2017)

Desse quadro, constatamos que os assuntos de Matemática Financeira estão presentes no desenvolvimento da maioria das competências e cujas habilidades fazem alusão a diversos métodos para o ensino, entre esses: a contextualização como forma de apresentação do conteúdo, a transversalidade da Educação Financeira, o uso de recursos didáticos que saiam da premissa algorítmica, e mais especificamente a possibilidade de uso da História da Matemática ao ensino, visto que:

é fundamental assegurar aos estudantes as competências específicas e habilidades relativas aos seus processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos e que favoreçam a tomada de decisões orientadas pela ética e o bem comum. (BRASIL, 2018, p. 533).

O professor-pesquisador tem a possibilidade de buscar em materiais complementares opções didáticas para auxiliar em seu trabalho e também requerer destes, informações que muitas vezes não são encontradas nos livros didáticos, conforme exposto nas considerações introdutórias desse trabalho, na verdade, há uma grande defasagem em materializar pelo menos a contextualização com a História da Matemática de modo a não ser apenas considerações a parte sem correlacioná-las ao ensino, como veremos a seguir.

O uso da História no ensino da matemática pode mostrar ao estudante que assuntos, como juros, estão presentes e se confundem com a própria evolução da humanidade conforme D'Ambrosio (1999) e defendido nas propostas didáticas e metodológicas de Fossa (2020), Mendes (2021, 2015), Chaquiam (2022) e Brandemberg (2021) como um recurso promissor.

De posse disso, partimos para analisar as contribuições identificadas pela revisão de estudo apreciada nesse trabalho, cuja importância é primordial à pesquisa científica, visto que os trabalhos analisados abrem espaço para uma ramificação de outras possibilidades e também na formação do teor crítico-analítico necessário para a construção de um novo trabalho, hipóteses, ineditismo, como também detectar aportes, completar informações ou mesmo partir das considerações e/ou pesquisas anteriores.

A pesquisa feita por intermédio do Centro Brasileiro de Referência e Pesquisa sobre História de Matemática (CREPHIMAT) promoveu demasiada relevância para as considerações iniciais desse trabalho e que destacou a carência na produção de

trabalhos que apresentem material formal para o desenvolvimento dos elementos dessa pesquisa, tanto ao objeto matemático, juros, quanto ao nosso tema, o uso da história da matemática para o ensino.

Os resultados obtidos foram identificados nas seguintes etapas: realizamos uma pesquisa exploratória com o objetivo de identificar os trabalhos acadêmicos na linha da História da Matemática que abordavam a Matemática Financeira, para filtrar posteriormente os que tratavam de juros, e por fim, identificar quais contemplavam a História como recurso ao ensino, para tanto, fizemos uso das palavras chaves: juros e matemática financeira; catalogamos os trabalhos encontrados e formalizamos os resultados em quadros que serão apresentados a seguir.

A amostra da pesquisa foi delimitada em trabalhos do período de 1990 a 2019, entre teses, dissertações, artigos em revista Científicas, nos anais do Encontro Nacional do Ensino da Matemática (ENEM) e do Seminário Nacional de História Da Matemática (SNHM), destes fizemos uma análise e retiramos as contribuições pertinentes à pesquisa.

Na primeira parte dessa pesquisa, dividimos as produções em dois momentos, um referente as produções acadêmicas, destacando apenas teses, dissertações e artigos acadêmicos, organizados no Quadro 2, e depois, as produções decorrentes dos Anais do ENEM e SNHM, no Quadro 3.

No quadro 2, destacamos trabalhos cuja linha de pesquisa contemplava à História da Matemática para o ensino da Matemática, dos quais filtramos os que abordavam o conteúdo da Matemática Financeira, redirecionados a juros, de modo que os resultados estão apresentados a seguir:

Quadro 2: Produções Acadêmicas identificadas no CREPHIMAT

TIPO DE TRABALHO		Trabalhos de História para o ensino da Matemática.	Abordagem da Matemática Financeira
TESES		19	0
MESTRADO	ACADÊMICO	49	0
	PROFISSIONAL	70	1
ARTIGOS DE REVISTAS CIENTÍFICAS		413	0

Fonte: Elaborado pela autora (2019)

A partir desse, verificamos que apesar da crescente produção nessa tendência de ensino, identificados um total de 551 trabalhos na linha da História da Matemática, mostram: abordagem ao ensino, sua importância, formas de contemplar a linha de pesquisa, metodologias, no entanto, apenas um faz referência a História da Matemática e a Matemática Financeira ao ensino, cujo título é *As contribuições da Etnomatemática e da perspectiva sociocultural da história da matemática para a formação da cidadania dos alunos de uma turma do 8.º ano do ensino fundamental por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da Educação Financeira* e que será apresentado a seguir.

Apresentaremos agora o resultado do quadro 3 referente as produções acadêmicas em eventos destacados na linha de pesquisa da História da Matemática.

Quadro 3: Anais do ENEM e SNHM identificados no CRHEPHMAT

ANAIS DE EVENTOS	ANO	Produções sobre a Matemática Financeira	Produções com abordagem à História da Matemática Financeira
ENEM - ENCONTRO NACIONAL DO ENSINO DA MATEMÁTICA	2019	37	0
	2016	1	0
	2013	0	0
	2010	15	1
	2007	2	0
	2004	0	0
	2001	1	0
SNHM - SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA	2019		0
	2017		1
	2015		0
	2013		0
	2011		0
	2009		0
	2007		0
	2005		0
	2003		0
	2001		0

Fonte: Elaborado pela autora (2019)

Desse quadro, das comunicações científicas dos anais destacados, buscamos primeiro filtrar os trabalhos que abordavam a Matemática Financeira, destes verificamos quais estavam na linha acadêmica da História da Matemática, e por fim se algum tratava sobre juros, com o objetivo de diagnosticar os trabalhos que agregassem a História da Matemática e os juros.

Com relação ao ENEM, a maioria dos trabalhos apresentados sob a ótica da Matemática Financeira tem enfoque da Educação Financeira, dos 56 trabalhos apenas um foi identificado com abordagem da História da Matemática e este sobre Juros, cujo título é *Juros simples na Aritmética do Maranhão Oitocentista*. Quanto ao SNHM, ressaltamos uma observação, como todos os trabalhos estão na linha de pesquisa da História da Matemática, verificamos apenas àqueles pertinentes a Matemática Financeira, no qual registramos apenas um trabalho cuja produção destacou os Contadores e seus livros de Matemática Financeira e Comercial no século XX.

Diante do apreciado, segue o resultado da pesquisa oriunda do CREPHIMAT, supracitada, auferidos no Quadro 4, com a catalogação dos trabalhos identificados e a seguir a análise desses mediante as considerações pertinentes e suas contribuições a esse trabalho.

Quadro 4 - Síntese dos estudos sobre História dos Juros e seu ensino

nº	Autor	Título	tipo	Local	ano
1	ALVES, Gerlindo Martineli	AS CONTRIBUIÇÕES DA ETNOMATEMÁTICA E DA PERSPECTIVA SOCIOCULTURAL DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA A FORMAÇÃO DA CIDADANIA DOS ALUNOS DE UMA TURMA DO 8.º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DO ENSINO E APRENDIZAGEM DE CONTEÚDOS DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA	Dissertação	UFOP Ouro Preto	2014
2	GOUVEIA NETO, Sérgio Candido de e GOUVEIA, Cristiane Talita Gromann de	CONTADORES E SEUS LIVROS DE MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA NO BRASIL DO INÍCIO DO SÉCULO XX	Artigo	XII SNHM Minas Gerais	2017
3	SOARES, Waléria de Jesus Barbosa	JUROS SIMPLES NA ARITMÉTICA DO MARANHÃO OITOCENTISTA	Artigo	X ENEM Bahia	2010

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Dessas produções, são apresentadas individualmente cada uma, num resumo contendo: questão de pesquisa, objetivo geral, metodologia, referencial teórico, resultados e as contribuições que cada uma gerou para nossa pesquisa.

A dissertação de Alves (2014) partiu da questão: Quais são as possíveis contribuições que a Etnomatemática e a perspectiva sociocultural da História da Matemática podem trazer para a formação da cidadania dos alunos de uma turma do 8.º ano de uma escola pública de uma cidade da microrregião de Sete Lagoas (MG) por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da Educação Financeira?

De posse disso e mediante o objetivo geral de verificar as contribuições de atividades fundamentadas pelo Programa Etnomatemática e pela perspectiva sociocultural da História da Matemática para a formação da cidadania dos alunos por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da Educação Financeira propostos nas aulas de Matemática, o autor, aportado em D'Ambrosio (1999, 1990), construiu atividades de conhecimentos socioculturais com uso e correlação da História da Matemática e a Educação Financeira para desenvolver conteúdos de Matemática Financeira.

Esse estudo de caso, permitiu que uma amostra de 35 estudantes do 8º ano de uma escola pública, desenvolvessem os conteúdos de Matemática Financeira, em atividades que vislumbrassem situações atuais e corriqueiras, tais como ida ao supermercado, análise e reflexões sobre a propaganda, juros em contas de energia elétrica, as quais os alunos se deparavam com tomada de decisões e reflexões relativa a cidadania. Logo, os conhecimentos matemáticos eram o caminho à resolução de problemas e não apenas problemas sem significado, mas aplicados a sua realidade.

Portanto, a sequência didática desenvolvida por esse autor conseguiu alinhar a Etnomatemática, a Educação Financeira, desenvolvida por meio de situações e aspectos culturais corriqueiros dos alunos, além de contextualizar com a História da Matemática, inclusive dos juros, de modo que desenvolveu os conteúdos de Matemática Financeira de forma aplicada, impulsionando o processo de aprendizagem desses e as reflexões em torno dos resultados para tomada de decisão.

Quanto as contribuições dessa pesquisa, destacamos que o autor desenvolveu uma atividade de juros contextualizando a História da Matemática de forma a explorar a sua constituição, que o mesmo surgiu a milhares de anos em situações do cotidiano e mediante as necessidades da época evidenciando assim seu significado.

O artigo de Soares (2010) foi desenvolvido sob o questionamento: Como eram tratados os juros simples nos livros didáticos do Maranhão no século XIX? E promoveu para tanto, uma pesquisa bibliográfica com abordagem qualitativa em obras publicadas no Maranhão ou publicadas por autores maranhenses e tomou por base o livro *Primeiras Noções de Arithmetica para uso das escholas de ensino primario*, publicado em São Luís, em 1846, o mais antigo identificado. Assim, a

autora analisou o estudo dos Juros Simples através da aritmética ensinada aos alunos maranhenses no período citado.

Como resultado, observou-se que a matemática contida nos livros identificados estava como em qualquer outro lugar do país: de acordo com as finalidades disciplinares da época e por vezes, do local, conforme a realidade da sociedade maranhense oitocentista, donde já no ensino primário era notado a importância do conceito de juros na vida prática da população.

Essa produção foi um recorte de sua dissertação de mestrado, que gerou o livro intitulado de *Uma História sobre o Ensino de Juros*, cujo capítulo 3, traz uma análise cronológica sobre a história dos juros, sua concepção e primeiros indícios e também apresentou personagens e fatos que fomentou a construção do diagrama sobre juros, um dos objetivos do nosso trabalho. Das suas referências em Soares (2010), além de sua dissertação e livro descritos, identificamos a dissertação de Berger (2005) que traz um minucioso e abrangente aporte cronológico sobre a história dos Juros, que será apresentado em seguida.

Gouveia Neto e Gouveia (2017) apresentaram uma pesquisa sobre a questão: Por que e com qual objetivo contadores atuaram no campo da Matemática Comercial e Financeira no início do século XX? De tal forma que por meio de uma pesquisa bibliográfica e documental, principalmente por documentos legislativos, revistas da área de contabilidade e livros didáticos de Matemática Comercial e Financeira, amparado em Veyne (1971) e Polato (2008) como referenciais teóricos, foi identificando as contribuições desses profissionais à constituição dos livros de Matemática Financeira e Comercial do início do séc. XX no Brasil.

Os resultados mostraram que pelo fato de no Brasil, o positivismo ser a principal corrente filosófica da época, criada por Augusto Comte, os contadores utilizaram o discurso da matemática para o reconhecimento e a regulamentação de sua profissão, visto que segundo a corrente positivista todo saber emana do conhecimento científico.

Em decorrência disso, escreveram livros de Matemática Comercial e Financeira, bem como publicaram diversos artigos sobre a temática na Revista Brasileira de Contabilidade (RBC). Para o positivismo, a matemática estaria na base do conhecimento científico, o que poderia ter influenciado as ações dos contadores de modo que ocorreu a transformação da Matemática Contábil, dos contadores, de saber escolar-técnico em acadêmico.

Esse trabalho vem a contribuir para responder o porquê de grande parte dos livros de Matemática Financeira e Comercial são escritos por contadores, para o curso de economia, administração, contabilidade, e conseqüentemente, usados também para as aulas de Matemática na educação básica, inclusive a dissertação de Berger (2005), professor de economia, desenvolveu sua pesquisa sobre juros motivado pelas lacunas deixadas da literatura sobre sua história.

Cabível destacar que apesar da constante atualização do CREPHIMAT, a carência dos trabalhos identificados nos encaminhou a outras pesquisas, partindo da verificação das referências bibliográficas desses e que promoveu o ponto de partida para nossa pesquisa.

Sendo assim, concluímos que direcionada na linha da História da Matemática, verificamos que há poucos trabalhos relacionados à Matemática Financeira, mais ainda sobre o ensino de juros, e que das informações preliminares dos que foram encontrados, identificamos que o trabalho de Alves (2014) foi o mais próximo do uso da história da matemática com os juros, no entanto o mesmo apresentou de forma reflexiva, contextualizada no intuito de promover e dar significado ao seu uso, sendo depois desenvolvido dentro do contexto da Educação Financeira.

Contrapondo a isso, percebe-se que nas produções científicas há um aumento significativo de trabalhos que correlacionam a importância, relevância e significância do uso dessa tendência na sala de aula, mas que, no entanto, sem apresentação de nenhum produto didático que promova essa integração e correlação ao ensino.

Esse fato nos orientou a procura de outros referenciais, entre livros de Matemática Financeira e plataformas acadêmicas de pesquisa para verificar a existência desses materiais e também métodos didáticos que nos levasse a formalização de um produto didático para o ensino de nosso objeto nas pretensões estabelecidas em nossos objetivos.

Como já foi salientado de Soares e Silva(2016) identificamos a dissertação de Berger (2005), que traz relevantes informações e aspectos históricos da concepção dos juros, pautado no referencial de Foucault da relação entre o saber-poder emoldurado na evolução histórica da humanidade, ele faz uma catalogação cronológica que inicia na Mesopotâmia com os sumérios desde 3.500 a.C. e perpassa por civilizações, reis, religiões e líderes religiosos, de questões éticas e

morais, sobre a constituição dos juros, seu significado, aplicação e como esses conhecimentos foram usufrutos de poder na história da humanidade.

Berger (2005) salienta que a grande motivação dessa pesquisa foi preencher as lacunas da razão de existência dos juros, inquietações docentes que sempre trazia consigo no desenvolvimento de suas aulas, e nas considerações, a possibilidade de vislumbrar a concepção de juros em seus aspectos aplicativos e algorítmicos.

Das contribuições do trabalho de Berger (2005) destacamos também, às referências históricas de juros que fomentaram boa parte da construção do diagrama em conjunto com as demais importadas de suas análises que foram desenhando o caminho histórico dos juros.

A proposta de Grando e Scheneider (2010) traz um estudo sobre a importância da Matemática Financeira na vida das pessoas e para tanto traz informações históricas dessa temática de tal forma com objetivo de apresentar como durante a evolução humana se fez necessário a presença desses conhecimentos para o desenvolvimento das primeiras civilizações.

Desse artigo, identificamos informações sobre os primeiros sistemas monetários e algumas informações que complementam informações acerca do uso dos conhecimentos financeiros para o período das grandes navegações, pertinente a alguns personagens que justificam seus estudos, além de também direcionar a outras referências.

De posse desses referenciais identificamos aportes fundamentais para iniciar e desenvolver as informações pertinentes a construção do diagrama. A seguir apresentaremos argumentos referentes a concepção de juros ao ensino e aprendizagem de modo a identificar lacunas e possibilidades de uso da História para o ensino de juros.

2.2. DIAGNÓSTICO DO ENSINO E APRENDIZAGEM DOS JUROS

Com o objetivo de identificar a percepção do ensino e aprendizagem dos juros a partir das percepções de estudantes e professores em vista de obter elementos à construção de atividades foi realizada uma pesquisa cuja metodologia, coleta, análise de dados e considerações serão apresentadas a seguir e de forma didática

dividimos em duas partes, discente e docente, para assim apreciar as suas percepções e elencar as considerações acerca do ensino do nosso objeto de estudo.

Essa pesquisa de campo com abordagem mista, qualitativa e quantitativa, foi desenvolvida de modo a diagnosticar o uso da História no Ensino da Matemática nas impressões (discentes e docentes) a respeito do processo de ensino e aprendizagem da Matemática Financeira, com olhar especial ao nosso objeto matemático, para, contudo, obter elementos à construção de atividades.

A pesquisa discente contou com a amostra de 100 estudantes do 3º ano do ensino médio de uma escola pública localizada no bairro do Guamá em Belém do Pará, sua realização contou com o protocolo de apresentação à Direção, Coordenação Pedagógica e ao professor responsável de posse dos seguintes documentos: minuta da pesquisa, ofício de apresentação, termo de consentimento para os menores e maiores participantes desta e cópia do instrumento aplicado aos estudantes, todos anexados ao apêndice.

Após a conferência destes e a devida autorização marcamos a data para a sua realização, de tal modo, que a coleta das informações, via questionário, no formato presencial, continha três partes: a primeira apresenta questões objetivas a respeito do perfil socioeconômico, currículo e metodologia de ensino.

A segunda, comporta um quadro de dificuldades com assuntos de Matemática Financeira que compreende porcentagem até amortização, no qual o estudante irá através de uma lista de assuntos abordados especificar se esses foram trabalhados em sala e caso afirmativo, qual o grau de entendimento e/ou compreensão, parametrizados em cinco níveis desde muito fácil até muito difícil.

E a terceira, um teste composto de dez questões, sendo três subjetivas e sete objetivas, extraídas dos assuntos abordados no quadro de dificuldade, para assim, servir de parâmetros para análise do desenvolvimento metodológico dessa unidade. Após a tabulação dos dados, a pesquisa foi dividida em quatro categorias a destacar:

- I. O perfil socioeconômico dos estudantes e família;
- II. Currículo e juros;
- III. Impressões discentes acerca das metodologias de ensino da Matemática Financeira;

IV. Impressões discentes e o processo de aprendizagem da Matemática Financeira.

Desta coleta, os resultados foram analisados junto ao referencial teórico de cada categoria de modo a facilitar as conclusões desse diagnóstico.

Quanto aos docentes, a pesquisa também foi realizada via questionário, construído via *Google Forms*, e em razão da pandemia distribuídos via aplicativo de WhatsApp entre professores da rede pública do Pará e cuja meta amostral foi de 100 participantes.

O objetivo dessa pesquisa foi destacar as metodologias para o ensino e mais especificamente para o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática Financeira e juros e também, sobre o uso da História da Matemática em seu portfólio didático. Para análise dessas informações também categorizamos os dados coletados nas seguintes categorias:

- I. Perfil docente
- II. Ensino da Matemática
- III. Ensino com uso da História da Matemática
- IV. Ensino da Matemática Financeira e História da Matemática

Estes dados confrontados servem de aporte à nossa pesquisa. Por fim, notifica-se o fato da pesquisa discente em alguns pontos, quadro de dificuldades e teste, abranger parte dos conteúdos da Matemática Financeira e não apenas os juros, contribuiu para compreensão das dificuldades de aprendizagem, cujos resultados são abordados a seguir.

2.2.1. Impressões dos estudantes

Essa pesquisa foi realizada no período de 22 a 24 de maio de 2019, com 111 estudantes do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública de Belém do Pará. O instrumento de pesquisa utilizado foi um questionário composto de três partes: a primeira, com questões objetivas a respeito do perfil socioeconômico, currículo e metodologia de ensino; a segunda comportava um quadro de dificuldades, com uma lista de conteúdos da Matemática Financeira até Amortização, no qual os estudantes iriam especificar se estes foram trabalhados em sala de aula e caso afirmativo, qual o grau de entendimento e/ou compreensão; e a

terceira parte, um teste composto de dez questões, sendo três subjetivas e sete objetivas, dos assuntos extraídos do quadro de dificuldade.

Conforme descrito elegemos quatro categorias, elencadas a seguir, nas quais apresentamos os principais resultados, analisados junto a pareceres de documentos oficiais, trabalhos realizados sobre o objeto, pertinentes a cada categoria, seguida das considerações finais e avaliação dos resultados desta pesquisa.

Iniciamos as discussões pela Categoria 1, referente ao perfil socioeconômico dos estudantes onde são apresentados os seguintes resultados: 79,2% deles tinham entre 15 e 17 anos, com distorção idade-série de 21,8%, sendo 51,4% do sexo feminino a 48,6% do sexo masculino, dados que de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases nº 9.394/96 (LDB) e o Censo escolar de 2017 divulgado pelo Instituto Nacional de Ensino e Pesquisa (INEP) são resultados pertinentes à média desses indicadores.

Quanto à relação com a disciplina Matemática, apenas 12,6% tem uma perspectiva positiva desta. Consoante a isso, a Matemática traz em seu histórico educacional fatores que contribuem para as dualidades de sua aprendizagem, é o que mostra Santana e Silva, quando ressalta:

Pré-conceito de que a “Matemática é uma disciplina difícil”; uso de metodologias tradicionais que privilegiam de forma excessiva o cálculo e a memorização de fórmulas; a capacitação inadequada dos profissionais que atuam nessa disciplina; a falta de contextualização e a incompreensão da linguagem matemática (SANTANA e SILVA, 2015, p. 2).

Os responsáveis, masculino e feminino destes, em ambos os casos, têm 70% da escolaridade básica completa, sendo 16,6% com nível superior, um dado positivo, visto que segundo a Pesquisa Nacional por amostra de Domicílios Contínua (PNAD) a média de permanência escolar do brasileiro é de oito anos. Quando analisada a assistência dada as atividades escolares fora da escola: 65,8% dos estudantes relataram que ninguém os ajuda, apenas 14% tem auxílio de parentes e todo o restante é amparado por amigos, namorados (as), professor particular ou simplesmente “o Google”, como citou 2% dos entrevistados. Nesse contexto, a Constituição Federal de 1988 no art. 205 diz que educação é “dever do Estado e da família” e Oliveira traz em sua pesquisa quanto à divisão da relação escola-família o seguinte:

Sobre a modalidade de não participação passiva dos pais inferem-se aqueles pais que, embora mantenham uma relação infrequente em virtude de questões circunstanciais, gostariam de uma participação mais regular com a escola. A não participação ativa, por outro lado, engloba aqueles pais que, por escolha deliberada, optam por não participar e restringem sua relação com a escola ao mínimo indispensável (OLIVEIRA, 2007, pag.79).

Esse fragmento indica que o dever de educar está sendo unilateral e não um conjunto participativo. Por outro lado, Hoffmann apresenta outra opinião:

Dificuldades de aprendizagem não são reponsabilidade direta das famílias, mas dos profissionais que atuam nas escolas, bem como a questão das relações sociais no ambiente escolar. Não se pode esperar que pais procedam a alfabetização das crianças e jovens ou que eles auxiliem a superar as atividades em matemática, química e outras áreas. Muitas dificuldades dos alunos são de natureza epistêmica e exigem alternativas didáticas, sendo, portanto, responsabilidade dos professores (HOFFMANN, 2018, p. 37).

Logo, tais citações conduzem a uma reflexão sobre os rumos da educação e o processo de responsabilidade educativa ao qual a sociedade como um todo é protagonista, cabendo a cada um, sua abrangência, reponsabilidade e deveres para com o desenvolvimento de seus filhos ou estudantes.

Pela Categoria 2, analisamos a relação do currículo com os juros de tal forma a verificar como está sendo ensinado a unidade da Matemática Financeira e sua importância neste processo. Currículo segundo Mello (2014, p. 1) “é tudo aquilo que uma sociedade considera necessário que os alunos aprendam ao longo de sua escolaridade”, logo, situações que envolvam empréstimos, dívidas, financiamentos regem aplicações à aprendizagem desse objeto.

A BNCC traz diversas menções e referenda os juros no currículo em toda a educação básica, e portanto, suficiente quanto ao uso e trato no planejamento docente, assim verificamos como estava o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática Financeira até Amortização, de tal modo a analisar as lacunas deixadas e as dificuldades encontradas nessa unidade.

Na pesquisa, apresentamos um quadro com dez conteúdos de porcentagem até amortização, e perguntamos se os estudantes tinham lembrança e qual o grau de dificuldade que haviam tido nestes, os resultados foram os seguintes: Partindo de porcentagem até amortização, a lembrança dos conteúdos caiu de 95% a 11%, donde o grau de dificuldade aumentava a cada conteúdo.

Quanto aos juros, dos simples lembraram 88% e compostos, 64%, cujo grau de dificuldade foi respectivamente moderado e difícil, atribuindo mais de 70% ao

grau de dificuldade regular a muito difícil, o que demonstra que não tiveram muita facilidade em aprender sobre esses conceitos, o que é mais preocupante por serem alunos do 3º ano, faz a menção de que talvez juros compostos não tenham sido desenvolvidos pelo docente e caso tenha, não foi agregado de forma eficaz por eles aos seus conhecimentos.

Quanto ao questionamento de desenvolvimento de um conteúdo, Hoffmann cita que:

A maior angústia em relação ao tempo é dos professores do Ensino Médio e da Universidade. Premidos por concursos vestibulares e por exames como o Enem e Enade, fazem uma corrida desenfreada para “dar conta dos conteúdos”, contra seu próprio tempo e o dos alunos, chegando ao final do ano letivo com a “ficção” de um compromisso cumprido. (HOFFMANN, 2018, p.47).

Logo, essa pode ser umas das respostas do não desenvolvimento eficaz dos conceitos de Matemática Financeira nas aulas de Matemática, apesar de sua pertinência nos documentos oficiais revistos e seu ganho social e cidadão.

Na Categoria 3, destacamos as Impressões discentes acerca das metodologias de ensino da Matemática e aos juros. Mas antes, tivemos a curiosidade de verificar qual a rotina de estudos dos estudantes e identificamos que apenas 16,2% fazem isso diariamente, a maioria só estuda no período de avaliação.

Esse resultado reforça o aspecto limitador da aprendizagem dentro da escola, Micotti (2018, p.158) acrescenta: “As aulas são consideradas como situações de aprendizagem, de mediação; nestas são valorizados o trabalho dos alunos (pessoal e coletivo) na apropriação do conhecimento e a orientação do professor para o acesso ao saber”.

Logo, a realidade escolar apresenta-se como um laboratório de oportunidades que tem dentre outras finalidades promover um ensino com aprendizagem, visto que a maioria dos estudantes não trazem, por alguma razão o hábito de estudo diário.

Nisso, quando foi perguntado se os alunos entendem as explicações dadas nas aulas de matemática: 43,2% “às vezes”, mesma resposta dada por 55% deles quando perguntado se as aulas de matemática despertam a atenção em aprender os conteúdos ministrados. Tal fato remete a uma reflexão sobre a metodologia e a didática direcionando ao valor semântico das aulas de forma a incorporar significado e aprendizado.

Nesse âmbito, Carvalho (1994, p.103) diz que “devido a multiplicidade dos fatores que interferem no processo de ensino-aprendizagem, nem a psicologia nem a didática podem oferecer “receitas infalíveis” para as situações cotidianas em sala de aula”. Atrelar ao menu de possibilidades didáticas a contextualização pela História da Matemática, vincula um aspecto motivador que desperta o interesse em apreciar determinada situação.

Reiterado por D'Ambrosio (1990), que sintetiza o papel do professor vai além da premissa tradicional de transmissor e detentor do conhecimento, como mero decodificador desse, mas como um profissional dotado de capacidade que viabiliza formas didáticas para facilitar a aprendizagem de seus alunos

Nesse enfoque, 92,3% disseram que nas aulas de matemática, os conteúdos descritos foram iniciados pela definição seguida de exemplos e exercícios. A respeito do ensino Micotti (1999), salienta que:

O ensino compreende informação, conhecimento e saber, mas a orientação pedagógica, seguida nas aulas, determina o tratamento que será dado a cada um desses elementos e às relações entre eles. A escola tradicional, por exemplo, privilegia aulas expositivas – a apresentação de informações - o que nem sempre assegura o acesso ao saber. As novas orientações pedagógicas acentuam a importância da construção do conhecimento, das elaborações pessoais dos estudantes para o acesso ao saber. (MICOTTI, 1999, p.156)

O autor traz a resiliência de ensinar no sentido mais amplo e não aportado a técnicas que assegura pouco envolvimento metodológico e que limita a possibilidade de aprendizado àqueles que não se adequam ao formato tradicional, tão presente em nossas escolas, ainda, aliado a uma didática questionável e privilegia conhecimentos disjuntos a saberes desconstruídos. Noutro ponto de vista, mas aportado na formação do estudante, Sá diz que:

O ensino da Matemática, ao longo do seu desenvolvimento histórico, seguiu um percurso metodológico no qual houve maior valorização da compreensão instrumental do que da compreensão relacional, impossibilitando ao estudante, o desenvolvimento de competências e habilidades que o levassem a uma formação educativa matemática que contribuísse para a sua formação cidadã. (SÁ, 2009, p. 22)

Tão importante quanto o desenvolvimento dos juros nas aulas de Matemática, aportada na Educação Financeira, capaz de promover a aprendizagem de um conteúdo tão presente nas decisões financeiras de milhares de famílias e que tanto

promove endividamento e falência do orçamento familiar devido a decisões mal planejadas ou em função de desconhecimento do assunto, é também proporcionar ao aluno a alusão de uma retórica histórica que imprime veracidade, conhecimentos construídos e desenvolvidos ao longo das necessidades incorridas nas práticas financeiras na história de nossa civilização.

Na categoria 4, foram analisadas as impressões discentes acerca das avaliações de aprendizagem e também aos resultados do questionário x teste dos conteúdos da Matemática Financeira, através do cruzamento de dados das categorias anteriores com o resultado do teste aplicado à amostra consultada de tal sorte a contribuir de forma analítica a respeito da Educação Matemática e do ensino de juros.

Antes da análise dos resultados desta é cabível definir o que vem a ser avaliação e qual seu objetivo. Demo (2014, p. 5) afirma que “O único sentido da avaliação é cuidar da aprendizagem” e mais adiante completa dizendo que:

Na escola a avaliação tem, em geral, como pano de fundo normativo o currículo, à medida que esse desenha o rol dos conteúdos a serem dominados. Muitas vezes fica-se apenas na acumulação de conteúdos e esquece-se que o pano de fundo normativo mais relevante é o qualitativo, ou seja, em vez de apenas memorizar conteúdos, saber interpretar, reconstruir. (DEMO, 2014, p.42)

Nesse contexto, a pesquisa mostrou que 72% dos estudantes têm sentimentos negativos em torno de uma avaliação de matemática, fato preocupante quando verificamos que quase 90% dos estudantes são avaliados por provas. Demo (2014, p. 6) frisa que “embora avaliação anda mal falada, continua sendo praticada a torto e a direito nas escolas, quase sempre da forma mais canhestra, sob o nome de “prova”. E a respeito da relação teoria e prática, 57,7% disseram que “às vezes” conseguiam correlacionar os conceitos com a situações do cotidiano, a esse respeito:

A BNCC orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. (BRASIL, 2018. p.276)

Em congruência aos resultados negativos nas avaliações em Matemática, credita-se: a falta de conexão do que foi ensinado, portfólio de avaliação, metodologia tradicional sem a apreciação dos conteúdos à realidade. Esses pressupostos alinham aos seguintes resultados: 22,5% dos estudantes declararam já ter estado em dependência, destes 52% em Matemática.

Essa realidade é apresentada nas ponderações de Silva e Alves (2016) publicado nos anais do ENEM, onde relatam que:

Nos últimos anos, os resultados de avaliações externas realizados em todo o país com estudantes da Educação Básica apontam que é preciso refletir sobre o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos. Os resultados dessas avaliações mostram que aprender matemática, na Educação Básica, tem sido uma tarefa árdua, o que vem à tona com os altos índices de reprovação em matemática e também por meio do baixo desempenho dos estudantes nos descritores de matemática avaliados pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SILVA e ALVES, 2016, P.1)

Em vistas dessa afirmação, finalizamos a pesquisa junto aos estudantes comparando o teste e o quadro de dificuldades, que enumera conteúdos de Matemática Financeira na educação básica, e os resultados foram tabulados conforme o quadro 5:

QUADRO 5 – Resultados do Teste e Percepções dos Alunos

QUADRO DE DIFICULDADES X TESTE DE VERIFICAÇÃO								
CONTEÚDOS	NÍVEL DAS QUESTÕES	TESTE	Lembrança de estudo	GRAU DE DIFICULDADE				
		Média de acertos		Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Porcentagem	média	32%	95%	4%	36%	53%	6%	1%
Montante	fácil	18%	56%	10%	26%	57%	7%	0%
Taxas Periódicas(juros simples)	fácil	7%	73%	0%	20%	60%	10%	10%
Juros Simples	média	10%	88%	8%	40%	45%	6%	1%
Desconto Simples	média	17%	46%	4%	27%	60%	9%	0%
Juros Compostos	difícil	23%	64%	3%	21%	55%	19%	2%
Desconto Composto	difícil	15%	22%	4%	13%	58%	21%	4%
Conceito de Amortização	fácil	16%	11%	0%	10%	60%	30%	0%
Situações que envolvam a tabela Price	média	6%	3%	0%	0%	17%	67%	17%
Situações que envolvam a tabela Sac	fácil	26%	2%	0%	0%	33%	50%	17%

Fonte: Dados da pesquisa (2019), elaborado pela autora.

Nesse quadro, o resultado do Teste de Verificação composto de dez questões, sendo três subjetivas (abordando: Montante, Taxas periódicas e Juros simples) e sete objetivas (demais conteúdos), obteve uma média de 12% de acertos para as subjetivas e 20% para as objetivas e atribuindo-se um ponto para cada questão certa, 99% dos estudantes obteve nota entre 0 e 5 e apenas 1%, nota 7.

Essa verificação corrobora com as percepções indicadas pelos estudantes no grau de dificuldade aos conteúdos relacionados.

Desse resultado, tem-se algumas ponderações: os conteúdos de Matemática Financeira devem ser construídos ao longo do ensino fundamental, introduzido pelos conceitos básicos que seriam as premissas para os estudos mais aprofundados dessa unidade no ensino médio, então, quanto a relação epistemológica no processo de ensino-aprendizagem, não estão sendo desenvolvida de forma eficaz, o que direciona as dificuldades de aprendizagem desse conteúdo.

Por outro lado, tem-se a formação para exames de inclusão ao ensino superior, como o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, que transforma a sala de aula numa maratona de conteúdo, que desvincula o papel emancipador de agregar ao conhecimento caminhos necessários para a resolução de problemas, previstas em habilidades e competências da BNCC para a formação estudantil.

Para analisar o contexto das avaliações, despontaremos o resultado do Programa Internacional de Avaliação de Estudante – PISA (2018) promovido pela OCDE e divulgado pelo INEP, uma avaliação em larga escala que tem o objetivo de analisar o ensino no conceito mundial. Composto atualmente por 79 países, o PISA reúne informações acerca da situação educacional dos estudantes com média de 15-16 anos entre os países participantes de forma a contemplar seu desempenho nas esferas de línguas, matemática e ciências.

O Pisa não apenas avalia se os alunos conseguem reproduzir conhecimentos, mas também até que ponto eles conseguem extrapolar o que aprenderam e aplicar esses conhecimentos em situações não familiares, tanto no contexto escolar como fora dele. (BRASIL, 2018, p.17)

Quanto a matemática, destaca-se que:

Letramento em Matemática é definido como a capacidade de formular, empregar e interpretar a matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos. (BRASIL, 2018, p. 24).

Os resultados dessa última edição ressalta a observância mínima de melhorias nessa área, visto que, “a média de proficiência dos jovens brasileiros em Matemática no Pisa 2018 foi de 384 pontos, 108 pontos abaixo da média dos estudantes dos países da OCDE (492)” (BRASIL, 2018, p. 107).

O Brasil ocupa as últimas colocações no ranking e mais problemático está no resultado dos níveis de proficiência em Matemática, que de uma escala de 1 a 6, aumentando gradativamente de acordo com o conjunto de competências e habilidades desenvolvidas pelo estudante, mais da metade dos brasileiros ocupam o nível 1, logo a maioria não consegue ultrapassar o nível 2, onde os estudantes não conseguem “recorrer a conhecimento cotidiano e a conhecimento procedimental básico para identificar uma explicação científica adequada, interpretar dados e identificar a questão abordada em um projeto experimental simples”(BRASIL, 2018, p.135).

Para analisar a nossa realidade, a título regional, trouxemos os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), também conhecida como Prova Brasil: a nota da Prova Brasil foi de 4,29 de acordo com o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) no ano de 2017 no estado do Pará, quando o esperado era 6,0. Pertinente destacar que essas avaliações não trouxeram resultados exclusivos dos conteúdos de Matemática Financeira, mas só reafirmam a necessidade de que algo precisa ser feito para mudar essa realidade.

O que percebemos que mesmo em avaliações e contextos diferentes, ambos trazem resultados negativos, cuja prerrogativa indica a necessidade de reflexão a respeito da Educação Matemática no âmbito de currículo e avaliação para um ensino com aprendizagem de qualidade, eficiente e de significado.

Trilhar esse percurso é sem dúvida um caminho árduo, porém necessário e exigido pelos documentos oficiais, tais como a BNCC, consoante possível na ação e no desenvolvimento de um planejamento ativo que reforce as adaptações necessárias ao currículo, inclusão de recursos didáticos que concretize um ensino de aprendizagem significativa e eficiente.

Diante do exposto, a pesquisa de campo realizada nessa etapa alcançou seu objetivo de diagnosticar o ensino de Matemática Financeira, especial a Juros dentro da amostra coletada junto a estudantes da rede pública de Belém e constatou falhas no processo de ensino-aprendizagem, sua inexpressividade no currículo, do planejamento ao trato na sala de aula, de tal modo que ou não está sendo abordada ou, quando é, ocorre de forma ineficiente.

Os resultados mostram um baixo rendimento dos conhecimentos gerados em torno da Matemática Financeira, tanto para os conceitos finais, quanto aos primordiais tais como os conceitos e aplicações de taxas e juros.

Portanto, verificamos que o professor é componente fundamental para desenvolver e transformar esses conteúdos, ainda pragmáticos em fórmulas e cálculos, em práticas contextualizadas, de significância a seus alunos, para agremiar discussões que venham gerar ações futuras para a promoção do ensino de juros compostos no ensino médio de modo eficiente, motivador, significativo, cidadão e consolidador.

A seguir, apresentamos os resultados da pesquisa docente com o objetivo de diagnosticar as práticas didáticas e metodológicas, que são usadas no ensino e particularmente, o uso da História da Matemática ao ensino dos juros. Desta forma, buscou-se respostas que direcione as lacunas e problemas identificados na diagnose dos estudantes e que contribua para a melhoria do ensino.

2.2.2. Impressões docentes

A pesquisa contou com a participação de 103 professores de matemática da rede pública, os dados coletados, mediante Termo de Consentimento, ocorreram por questionário com abordagem mista, em plataforma construída e executada via *google forms* e ocorreu no mês de setembro de 2021. Dos principais resultados segue a análise pertinente de cada categoria.

Na categoria 1, apresentamos uma análise do Perfil docente, no tocante ao magistério, com dados preliminares de modo a compreender quem são, sua escolaridade e tempo no ensino. Destes, 65% declararam ser do gênero masculino, a maioria foi graduada pelas Universidades Estadual e Federal do Pará, 78% atuantes da escola pública em cidades do estado do Pará, especialmente na região metropolitana de Belém, donde 65,1% tem mais de 10 anos em sala de aula e quanto a escolaridade destaca-se 47,6% com especialização e 33% mestrado. Com esses dados verifica-se que nessa amostra os professores possuem experiência docente em sala de aula e também são qualificados.

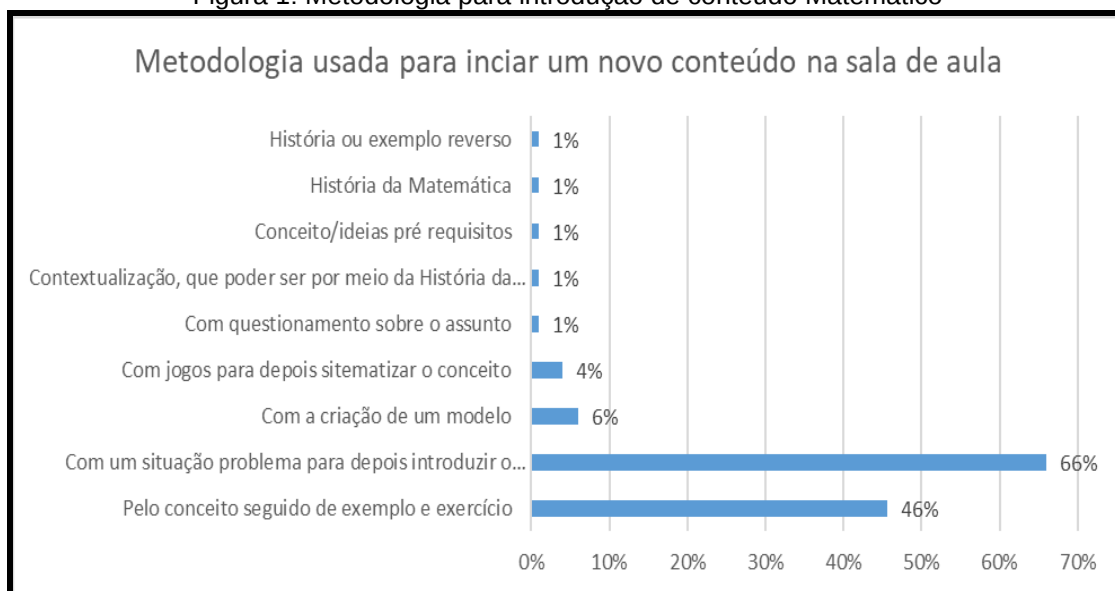
Sobre a docência e em especial a Matemática,

Os professores são peças-chaves de todos os desenvolvimentos positivos e duráveis dos sistemas. Hoje, eles constituem o principal desafio de uma educação matemática de qualidade para todos. Os problemas colocados são múltiplos, e podem ser quantitativos e qualitativos. (UNESCO, 2016, p. 27)

Com efeito o documento da Unesco (2016) traz considerações que apontam para diversas problemáticas docentes das quais iremos direcionar às dificuldades de ordem qualitativa, visto que na amostra coletada aponta para profissionais que buscaram além da graduação o aprimoramento acadêmico, o que remete a importância dada a estes pela busca da qualidade em educação matemática, tal fato será apresentado na próxima categoria no tocante as metodologias.

Na categoria 2, coletamos dados a respeito do ensino da Matemática, com o objetivo de verificar o processo metodológico de desenvolvimento dos conteúdos da área. Inicialmente questionamos ao professor sobre a metodologia de introdução de um conteúdo em sala de aula, exposto na figura 1:

Figura 1: Metodologia para introdução de conteúdo Matemático



Fonte: Pesquisa docente (2021), construído pela autora.

Infer-se desse resultado, que há um movimento docente para a inclusão de novas metodologias, em especial ao uso da resolução de problemas, 66%; a modelagem, jogos e História da Matemática, menos expressivos, mas que também contemplam a introdução de conteúdos a sala de aula. O que revela a preocupação docente em contextualizar o objeto matemático para sua pressuposta formalização e/ou agremiar habilidades.

Apesar disso, ainda expressivos 46% executam o método conceito-exemplos-exercícios, que demonstra que a escola tradicional ainda é muito desenvolvida nas escolas, o que gera uma preocupação metodológica, tendo em vista que elenca professores com formação em mestrado e doutorado.

Sobre a linha da escola tradicional e reflexões inerentes da Educação Matemática de qualidade, Silva (2009) traz a seguinte opinião:

Não critiquemos o professor que só usa o livro texto, nem o professor que só usa o quadro de giz, nem o professor que só usa as novas tecnologias da informação e da comunicação. Critiquemos aqueles que, tendo todas essas mídias e tecnologias à disposição, não as articulam com o fim de melhor educar seus alunos, porque fazem pouco uso da base cultural da nossa sociedade: a comunicação. (SILVA, 2009, p. 154)

A esse respeito Machado (2009, p.7) comenta que “a falta de clareza com relação ao papel que a Matemática deve desempenhar no corpo de conhecimentos sistematizados pode ser a principal responsável pelas dificuldades crônicas de que padece seu ensino”. De fato, diante dos resultados negativos das avaliações em larga escala, apresentadas, que corrobora com os resultados da amostra do diagnóstico discente, a postura docente faz parte de um conjunto de fatores decorrentes desses resultados.

A qualidade do ensino como cita D'Ambrosio (1990) está nos ambientes de aprendizagem criados pelo professor para que o aluno se aproprie e desenvolva o conhecimento matemático.

Quando questionados sobre os recursos didáticos utilizados para o desenvolvimento de suas aulas, por ordem de citação os mais expressivos foram: livro didático (89%), sequências didáticas (50%), História da Matemática (37%), TIC's (34%), jogos (28%). Nessa questão os entrevistados poderiam registrar mais de um recurso, apesar disso, temos a constatação do quanto o livro didático é um grande alicerce às aulas de Matemática.

Desse resultado e sobre as conclusões de Andrade (2015) e Soares (2016), e quanto ao nosso objeto matemático, os títulos didáticos ou livro-texto, ainda estão pendentes de melhoria, traz uma lacuna quanto ao alinhamento e contextualização da História para o desenvolvimento dos conteúdos, principalmente na Matemática Financeira.

Os livros didáticos ainda protagonizam a escolha dos conteúdos a serem desenvolvidos em sala de aula, resposta de 61% da amostra, ficando à frente das orientações dos documentos oficiais (BNCC e PCN's) e das orientações institucionais.

Assim, tem-se algumas situações pertinentes de reflexão: além da boa escolha do livro didático, que deverá estar alinhado a BNCC, o professor ainda

precisará adequar às suas aulas um material didático que preencha as lacunas deixadas à aprendizagem, pois entende-se que estes docentes devem eleger outros recursos que tragam à tona seu melhor desenvolvimento ao ensino, em especial ao uso da História da Matemática. Pois como já foi dito, falta o alinhamento da correlação entre os fatos ao objeto e este ao ensino.

Nessa perspectiva, e ainda sobre a qualidade de ensino nos cursos para o uso de História na graduação em licenciatura em matemática, Mendes (2015) traz a seguinte sugestão:

Por meio de atividades orientadas, os estudantes podem fazer seus estudos acerca de aspectos sócio-históricos e culturais da matemática, voltados aos conteúdos matemáticos abordados no ensino fundamental e médio. Desses estudos, eles poderão construir textos didáticos e atividades a serem utilizados com estudantes desses níveis de ensino. Tais produtos podem fomentar a elaboração e execução de pequenos projetos de investigação voltados ao ensino de matemática a serem desenvolvidos durante as fases de estágio supervisionado. (MENDES, 2015, p. 52)

Essa visão traz uma orientação não apenas aos cursos acadêmicos, mas também um caminho de pesquisa que os professores graduados podem seguir na busca de desenvolver novas metodologias de pesquisa que possa encaminhar a aulas diversificadas, com qualidade e significado.

Na categoria 3, direcionamos ao ensino com o uso da História da Matemática com o objetivo de identificar a relevância e a utilização dessa tendência em sala de aula. Verificou-se que a grande maioria dos entrevistados (77%) fizeram uso da História da Matemática em sua vivência docente, no entanto, considerando a figura 1 e os resultados referentes aos recursos didáticos para o ensino, identificamos uma parcial incoerência entre eles, o que nos leva a concluir previamente que esse uso é de perspectiva pontual, sem contextualizar seu uso ao ensino.

Entre os docentes compostos desses 77%, consideram o uso da História da Matemática como um recurso incentivador (46%) e fundamental (39%), que corroboram com os estudos de Chaquiam (2017) e Mendes (2015), e utilizados nas aulas de conjuntos numéricos, geometria, funções, trigonometria, com uma citação em razão e proporção, resultado pertinente as informações históricas presentes nos livros didáticos citados em Andrade (2015) e Soares (2016) e o PLND (2018) já analisados.

Nas aulas, seu desenvolvimento deu-se através da evolução histórica do conteúdo (56%), apresentação de um personagem pertinente (53%), curiosidades (45%), atividade contextualizada para auxiliar no desenvolvimento de um objeto matemático (36%), foram as respostas mais citadas, aqui os professores poderiam marcar mais de uma alternativa.

Assim, dos resultados dessa categoria, infere-se que apesar do aumento das pesquisas inerentes a importância e relevância do uso da História da Matemática sua apresentação e desenvolvimento em sala ainda é muito superficial, ficando muitas oportunidades fora do processo de aprendizagem, ou melhor, não há uma interseção contextual dos fatos com o desenvolvimento do objeto matemático.

Nesse fator qualitativo de aproveitamento das potencialidades da História da Matemática, Mendes (2015) cita:

A partir da reflexão teórica-prática realizada ao longo de meus estudos, que passei a ter mais esclarecimentos acerca do potencial do uso da história no ensino da Matemática, sempre em uma perspectiva investigatória e problematizada que possa conduzir os estudantes à construção da matemática por meio de informações históricas que revestem essas situações. (MENDES, 2015, p. 50)

Cabe então ao docente promover essa expectativa como suporte didático as aulas e em especial ao nosso objeto matemático. Quando perguntamos a respeito das impressões docentes com relação as atitudes dos estudantes quanto ao uso da História em sala de aula no desenvolvimento dos conteúdos matemáticos a resposta foi muito positiva: Motivados/curiosos (59%) e acharam interessante/demonstraram interesse (29%), o que demonstra que essa linha no ensino tem potencial epistemológico.

A esse respeito Silva (2009) cita:

A História da Matemática é uma das formas de se contextualizar o ensino da matemática escolarizada como possibilidade de situar o conhecimento no tempo e no espaço bem como motivar os alunos para um despertar para a aprendizagem da matemática (SILVA, 2009, p. 64)

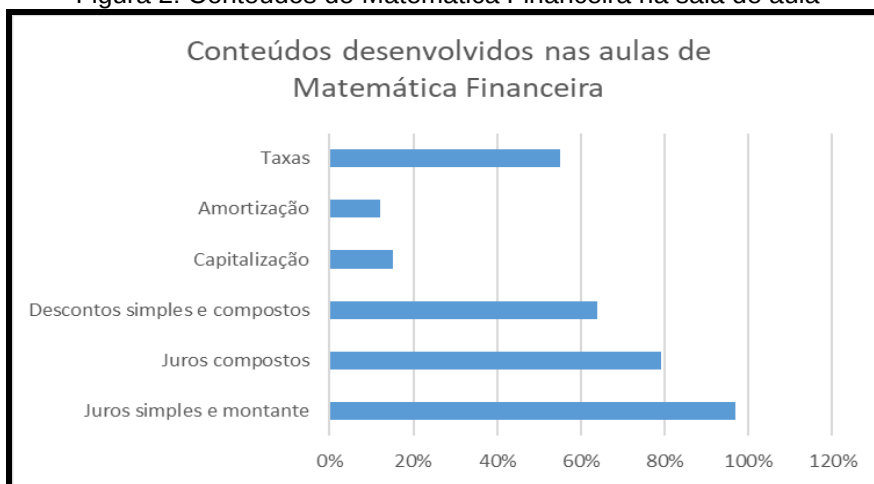
Tal postura corrobora com Mendes (2015) que o uso da História da Matemática é capaz de prover oportunidades de aprendizagem e ainda criar um ambiente que instigue a curiosidade e seja motivacional.

Na Categoria 4, direcionamos ao Ensino da Matemática Financeira e História da Matemática com o objetivo de verificar o uso da História nas aulas de Matemática Financeira e mais especificamente em juros. Ressaltamos aqui, que para balizar com alguns resultados da pesquisa discente direcionamos ao ensino da Matemática Financeira no ensino médio. Dos quase 70% dos professores que trabalham nessa etapa de ensino, 34% administram os conteúdos dessa unidade no 1º ano, 25% no 3º ano e pouco mais de 11% no 2º ano.

De acordo com as informações, supracitadas, a respeito da apresentação dos conteúdos de Matemática Financeira nos livros didáticos, infere-se a consonância no ensino nesse aspecto, assim da mesma forma que não há uma serie estabelecida para contemplar essa unidade nos títulos didáticos, no ensino ocorre o mesmo. Razão pela qual elegemos a pesquisa discente no 3º ano, por acreditar que essa unidade já tivesse sido concluída.

Quanto ao ensino e aprendizagem, destacamos nas figuras 2 e 3 os resultados coletados, respectivamente, dos conteúdos de Matemática Financeira que são apresentados em sala de aula, aqui levando em consideração todos os tópicos que são contemplados pelos professores e quais as metodologias e recursos didáticos utilizados para o desenvolvimento destes em sala de aula, os resultados seguem abaixo:

Figura 2: Conteúdos de Matemática Financeira na sala de aula



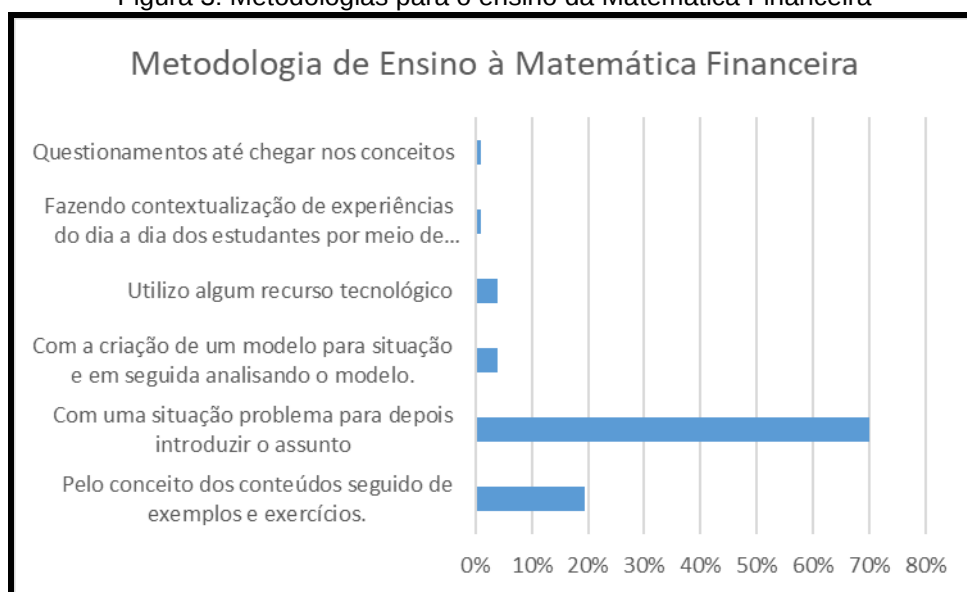
Fonte: Pesquisa docente (2021) elaborada pela autora.

Dessa ilustração infere-se que a base dos conteúdos de Matemática Financeira é trabalhada em sala de aula, como nessa questão os professores marcavam mais de uma opção a parte final dela, capitalização e amortização quase

não é desenvolvida nas aulas. Esse resultado corrobora com a presença desses conteúdos nos livros didáticos referentes ao PNLD (2018) e também com a lembrança discente desses conteúdos, cujos valores percentuais são muito próximos.

Para complementar essas informações, como esses conteúdos estão sendo desenvolvidos pelos docentes em sala de aula são representados pelos resultados da ilustração a seguir:

Figura 3: Metodologias para o ensino da Matemática Financeira



Fonte: Pesquisa docente (2021) elaborada pela autora

Da figura 3, há uma ampliação dos docentes que buscam introduzir o assunto a partir de uma situação problema, o que revela uma discreta mudança de metodológica que preconiza um direcionamento à contextualização das aulas, num formato mais dialogado, ainda consta a presença das TIC's e modelagem para dar suporte às aulas, mas contudo, há a presença da tríade (conteúdo, exemplos, exercícios).

Quanto a correlação destes conteúdos com a Educação Financeira, pouco mais de 20% utilizam totalmente, 76,4% parcialmente e 2% não usa. De acordo com as orientações da BNCC, reforçado pelo ENEF, essa linha é imprescindível e importante para contextualizar vários recursos didáticos para desenvolver essa temática e ainda ampara aos conceitos da Matemática Financeira, cujos conhecimentos são objetos estreitos ao desenvolvimento dos estudantes principalmente as habilidades socioemocionais de cunho cidadão.

Relacionada ao nosso tema, questionamos quanto ao uso da História da Matemática para o desenvolvimento dos conteúdos da Matemática Financeira, especial a juros, da amostra, inferem 23,3% e destacaram os seguintes contextos: *na evolução histórica do uso dos juros; como as taxas surgiram e para quê; uso da história geral para falar sobre os juros; aplicação de juros na história do desenvolvimento do comércio; referência ao povo da Babilônia que já aplicava juros; estudo dos logaritmos.*

Dessas referências ressalta-se que ainda há muito o que contribuir para contemplar o uso da História da Matemática ao ensino de juros, e mais ainda, na construção de recursos didáticos para seu desenvolvimento, visto que não foi identificado ao longo das respostas obtidas nessa pesquisa nenhum relato metodológico diferente da contextualização de fatos/situações como uma abertura ao processo, mas sem correlacioná-los.

Diante dessa realidade, é importante reforçar que é possível construir atividades, que promovam aulas que contribuam na melhoria desses resultados, aprimorar as relações de ensino e aprendizagem por meio de mudanças nas atitudes docentes em prol de uma educação com qualidade e fundamento, e que mediante esforços desses, frente à novas tendências de ensino, buscar desenvolver ao aluno uma prática significativa que proponha aprender sob uma ótica que agregue valor e significado ao conhecimento, um caminho que viabilize o desenvolvimento de competências, habilidades e atitudes pretendidos à disciplina:

O conhecimento cotidiano não aparece desveladamente. É constituído, também, de saberes matemáticos que emergem das situações do meio em que os sujeitos estão envolvidos, ou seja, nas interações com as diferentes realidades. Esse conhecimento (cotidiano) faz parte da cultura construída e transmitida de geração em geração, tendo a escola como uma via de disseminação dessa forma de conhecer. É necessário, portanto, pensar o conhecimento de forma globalizante de modo a vencer as fronteiras disciplinares. (MENDES, 2010, p.576)

Mendes (2010) enfatiza que os saberes matemáticos surgem das situações cotidianas, vivida pelo autor e que foi uma quebra de paradigma para ele constituir sua obra e também corrobora com a intenção de uma proposta para um olhar interdisciplinar no alcance do conhecimento.

Quando não são considerados os significados no processo de aprendizagem, os alunos são levados ao uso excessivo da memória, principalmente se pertencem aos grupos sociais não familiarizados com o

discurso, às práticas e os conteúdos levado a efeito pela escola. Neste caso, a aprendizagem matemática torna-se difícil e a maioria dos alunos é obrigado a utilizar regras e fórmulas matemáticas de maneira mecânica. (RÊGO e FOSSA, 2006, p. 43-44)

Assim Rêgo e Fossa (2006) trazem a menção de que o ensino vai muito além dos conteúdos, e também, que a escola deve envolver seus estudantes, com algo mais amplo, abrangente e significativo, que o ato de fazer por fazer, mecânico, dessa realidade já é sabido, cujas defasagens educacionais e os resultados obtidos mostram problemas na aprendizagem da Matemática, e evidenciados nessa pesquisa, nas dificuldades dos conteúdos da Matemática Financeira e de juros.

Portanto, diante das discussões provenientes das pesquisas supracitadas, concluímos que muitos são os problemas de ensino e aprendizagem em especial à Matemática Financeira, cuja respostas discentes apontam para uma insuficiência desse processo quanto a eficácia de utilização desses conceitos, mas que percebe-se o encaminhamento docente ao rompimento das metodologias tradicionais e ainda ao uso da História da Matemática nas aulas Financeiras, logo compreendemos que o resultado desse trabalho dissertativo venha a contribuir para esse processo, bem como direcionar a futuros complementos destes.

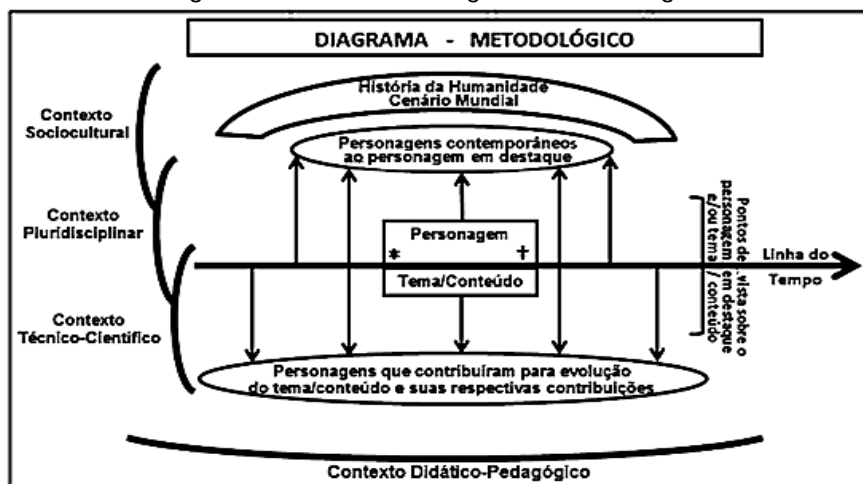
3. HISTÓRIA DO TEMA

Com o objetivo de fazer um levantamento bibliográfico para aportar uma história sobre juros e inferir dessa pesquisa elementos para uma construção de um recurso didático para o ensino de juros, apresentaremos nesse capítulo os resultados da metodologia aplicada na proposta de Chaquiam (2022). Assim, iremos expor: o processo metodológico do diagrama; suas etapas de concepção e o resultado destes num texto sobre juros que embasou a construção de nosso produto educacional.

Nesse propósito, usamos o diagrama como norteador das informações históricas identificadas sobre juros e acrescentamos uma apreciação pedagógica à sala de aula para educação básica e uma concepção moderna de apresentação do algoritmo de cálculo de juros composto para formação de professores.

Cabível destacar que durante a produção desse trabalho, o diagrama-metodológico passou por algumas atualizações que podem ser verificadas na evolução dos trabalhos de Chaquiam (2022, 2021, 2020, 2017), que partiu da visão exposta na figura 4.

Figura 4 – Modelo do Diagrama-Metodológico.



Fonte: Chaquiam (2017, p. 31).

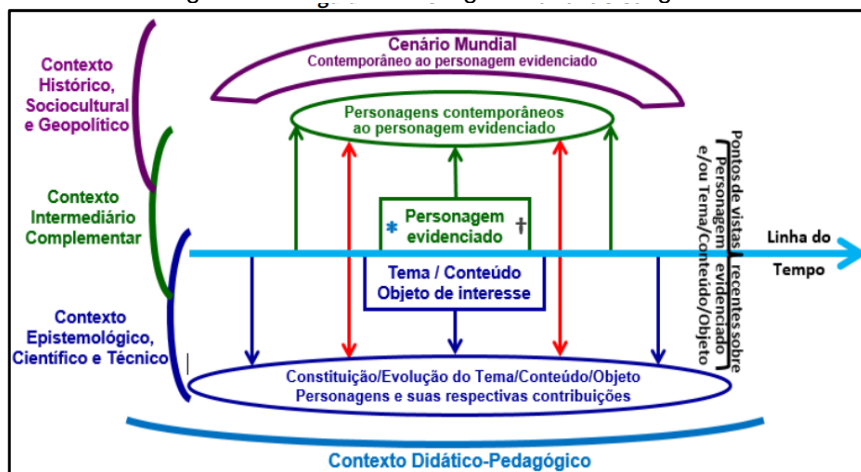
Dessa forma, a atualização do diagrama até o formato aplicado nesse trabalho, assim como as orientações metodológicas detalhadas de CHAQUIAM (2022), poderão ser apreciadas na bibliografia citada, e que será apresentada aqui de forma simplificada para orientação e alinhamento do resultado do diagrama para juros.

3.1. A PROPOSTA DE CHAQUIAM (2022) E AS EMPIRIAS

Diante do que já foi dialogado, elegemos em Chaquiam (2022) o suporte metodológico necessário para encontrar os elementos suficientes para organizar o material histórico sobre juros e desse fomentar um recorte (texto e atividades) para uso em sala de aula ao ensino de juros.

Mediante essas explanações apresentamos a Figura 5, o modelo-metodológico que irá balizar nosso objetivo de construção do recorte (texto + atividades) sobre juros previsto em nossos objetivos.

Figura 5 – Modelo do Diagrama-Metodológico.



Fonte: Chaquiam (2022, p. 11).

De acordo com as orientações de Chaquiam (2022), será eleito um tema, conteúdo ou objeto matemático que irá direcionar a identificação de fatos e personagens essenciais para o desenvolvimento da temática. A figura 5 mostra a existência de quatro contextos assim definidos:

- i. **Histórico, sociocultural e geopolítico**, antes sociocultural, que contempla o cenário mundial contemporâneo a um personagem central, alinhando o tempo e espaço evidenciando a história da humanidade com a da Matemática.
- ii. **Intermediário complementar**, antes pluridisciplinar, que contempla personagens históricos do contexto anterior, reverenciando também outras áreas de conhecimento e técnico-científico, proporcionado assim uma visão geral dos fatos, atores e suas façanhas históricas.

- iii. **Epistemológico, científico e técnico**, antes técnico-científico, nesse último será elencado personagens históricos que contribuíram para a evolução do tema/conceito/objeto, ao qual será destacado um, personagem central, cujos demais contextos serão desenvolvidos.
- iv. **Didático- pedagógico**, que em suma, são as possibilidades didáticas que emergem do diagrama para o ensino.

Além desses contextos, recomenda-se identificar trabalhos de historiadores ou pesquisadores que fizeram menção do personagem central ou do tema/conteúdo/objeto “visando o enriquecimento do texto frente a essas diferentes visões e/ou interpretações e a obtenção de explorar didaticamente” (CHAQUIAM, 2022, p. 13).

A construção do diagrama é o ponto de partida para a elaboração do(s) recorte(s) que orientará a construção do texto e conseqüentemente a elaboração de atividades. Chaquiam (2022, p.13) propõe que essa produção ocorra na seguinte ordem:

- i. Cenário mundial contemporâneo ao personagem escolhido;
- ii. Apresentação dos personagens contemporâneos
- iii. Apresentar o personagem evidenciado, exceto com sua contribuição ao tema.
- iv. Escrever sobre o desenvolvimento do tema com os respectivos personagens e suas contribuições.
- v. Apresentar os pontos de vista de recentes sobre a temática de forma a evidenciar aspectos da constituição/evolução para as discussões didáticas.

Diante do exposto, esse é o caminho metodológico proposto por CHAQUIAM (2022), que norteou o desenvolvimento dessa pesquisa. E antes de apresentar os resultados do tema, juro, vamos trazer algumas considerações.

A construção do diagrama evidencia uma teia de informações que traz menções de tempos, lugares e pessoas sob a ótica de um tema/conteúdo/objeto de conhecimento cujo desenvolvimento é inerente a todas essas informações, que emergem dos contextos histórico, social e geopolítico e intermediário complementar.

Sobre a exploração das informações fornecidas pelo diagrama, Chaquiam (2022) comenta que:

[...] funciona como uma espécie de “fotografia” de fatos da história geral em torno da temática elencada, organizadas temporalmente de acordo com a

sua constituição, e traz em seu bojo personagens, métodos, técnicas, descobertas, invenções e conceitos – não tão evidenciados no mundo acadêmico – e aclarar diante dos olhos “amostras” de trabalhos matemáticos de primeira linha em suas épocas e seus idealizadores. (CHAQUIAM, 2022, p. 7)

Assim, o encontro dessas informações multifacetadas promovem a organização das ideias centrada no tema/conteúdo/objeto e orienta o pesquisador na história em seus diversos aspectos, afinal, a história não é inerte aos acontecimentos de um lugar ou momento cronológico, pelo contrário, o saber matemático emerge justamente no desenrolar das necessidades ocorridas em determinada época, cultura e anseios acadêmicos.

Essas “amostras” orientam o trabalho docendo para a produção de atividades com informações pouco conhecidas e que revelam o tema/conteúdo/objeto em prismas diferentes que pode ocasionar a significação dos conteúdos abordados em sala de aula, dentre outras pontencialidades.

Em suma, o processo metodológico do diagrama dá luz ao recurso pedagógico, criando opções e olhares para a construção do recorte didático, assim:

O contexto didático-pedagógico está relacionado à constituição do texto, ou seja, sugere-se que o texto deve ser elaborado a partir do contexto sociocultural, integrar o contexto pluridisciplinar, seguido do contexto técnico-científico e finalizado com a apresentação de outros pontos de vista mais recentes sobre o personagem destacado ou sobre o conteúdo matemático abordado e, em separado, apresentar um conjunto de atividades que possam ser exploradas em sala de aula a partir do texto elaborado. (CHAQUIAM, 2020, p. 206)

Essas atividades tem a possibilidade de alinhar a História da Matemática a Educação Matemática, explorando saberes e diversificando os conhecimentos e o processo de ensino e aprendizagem dos objetos matemáticos, nesse caso, os juros.

Dessas considerações e mediante a revisão de literatura aludida, destacamos os referenciais Berger (2005), Grando e Schneider (2010) e Soares e Silva (2016) aos quais nos contemplaram com a maioria das informações históricas sobre juros, e desses, em suas referências, demais informações complementares para a constituição do diagrama de juros.

Nessas referências, mencionou-se que muitos dos personagens que deram suas contribuições de juros foram: civilizações, religiões (determinados por sacerdotes, reis, líderes religiosos), que emolduraram o conceito atual do que vem a ser juros, antes mesmo, da existência de um sistema financeiro e fórmulas

algorítmicas, como visto na apresentação de nossa literatura escolar e acadêmica. Assim, seu uso transcendeu de transações comerciais ao ético e religioso.

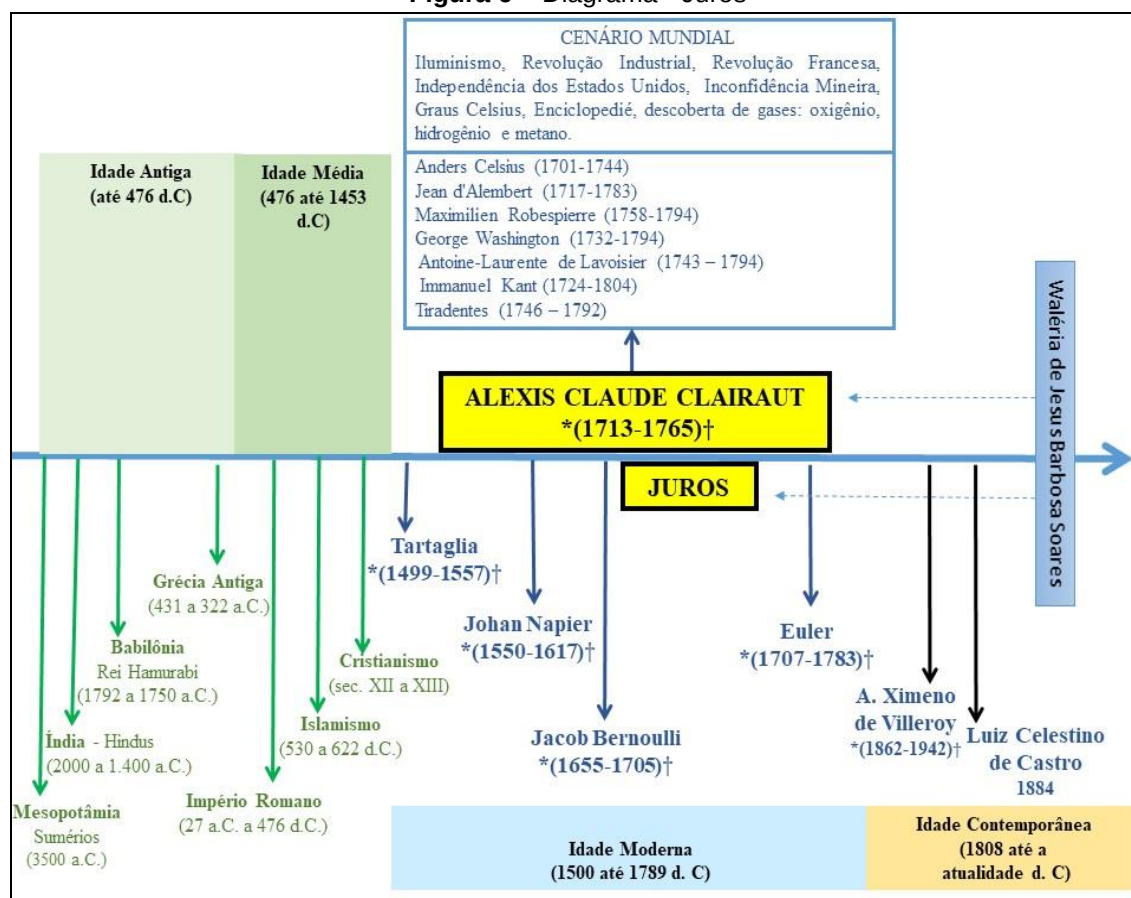
Também destacamos que a evolução dos registros comerciais, ainda de forma aritmética, emerge com o aprimoramento das grandes navegações, na transição entre a Idade Média e Contemporânea e que exigia cada vez mais dos estudiosos da época, dos quais destacamos Tartaglia, Napier, Euler e Alexis Claude de Clairaut. Essas primeiras contatações foram possíveis no momento que elegemos Chaquiam (2022) para direcionar as informações que seriam importantes ao nosso trabalho.

A unidade Matemática Financeira é muito abrangente, quando partimos da revisão da literatura verificamos consideravelmente obras detectadas com muitas aplicações em metodologias diferentes, no entanto poucas na linha de pesquisa e sobre os propósitos que nos motivaram.

Vale ressaltar, que mediante as dificuldades para a confecção do texto, o balizamento das orientações metodológicas do diagrama foram essenciais para eleger o caminho da pesquisa de encontro às informações inerentes ao tema, que corrobora com Chaquiam (2020, p. 20), que “nessa proposta não estamos apenas visando o desenvolvimento de “temas” interessantes, não apenas por sua estética matemática, mas também para que a arte da descoberta seja promovida”.

Dessarte, mediante os aportes supracitados, das pesquisas inferidas sobre juros em seus aspectos históricos e de acordo com a proposta de Chaquiam (2022) apresentamos a adaptação do diagrama-metodológico na Figura 6, que também determina um dos objetivos dessa pesquisa.

Figura 6 – Diagrama - Juros



Fonte: construído pela autora, adaptado de Chaquiam (2022).

A partir da conclusão do uso do diagrama-metológico proposto por Chaquiam (2022), vamos apresentar um texto sobre as informações identificadas sobre a concepção de juros com informações contidas nas primeiras grandes civilizações e depois num recorte do século XVIII com personagens históricos que contribuíram para o aprimoramento do conceito de juros que corrobora com parte da literatura proposta ao ensino de juros compostos na educação básica e a apresentação de juros compostos numa versão moderna.

3.2. UMA HISTÓRIA DOS JUROS

O que será apresentado agora são informações preliminares que antecedem o período Histórico do sec. XVIII, figura 6, que revelou personagens que contribuíram para a história dos juros, no qual chamaremos de Prelúdio da concepção de Juros, pois forneceram pontos de reflexão acerca do entendimento

dos juros, quanto ao seu uso em civilizações milenares e também, o contexto moral e ético resultante deste, pertinente dialogar nesse texto, para agremiar significado na proposta de apresentação, contextualizando assim os juros na sala de aula.

3.2.1. Prelúdio da concepção dos Juros

De acordo com Grando e Schneider (2010) muito antes das primeiras civilizações se tornarem organizadas, o homem da antiguidade era nômade e sobrevivia daquilo que retirava da natureza, quando por diversas razões, provavelmente pela necessidade de segurança e continuação de suas tribos, o homem assentou-se em lugar fixo, desenvolveu a agricultura e pecuária que, de tal forma, assegurava sua subsistência.

Com a organização social cada vez mais acentuada, veio a busca de outras necessidades e o homem passou a supri-las por meio de trocas, conforme cita:

Nas civilizações primitivas, em que os homens sobreviviam tirando diretamente da natureza os produtos para suprir suas necessidades, as trocas comerciais praticamente não ocorriam. Porém, quando se iniciou a comunicação entre os primeiros grupos humanos, começaram também as trocas comerciais, a partir das quantidades excedentes que cada um possuía, sem a preocupação de sua equivalência de valor. (GRANDO e SCHNEIDER, 2010, p. 44)

Essas trocas comerciais ficaram conhecidas como escambo, não havendo nenhuma organização quanto a unidades e medidas, não havia um parâmetro para analisar o valor dos produtos que eram articulados, no entanto,

com o contato cada vez maior entre as comunidades e com o desenvolvimento do artesanato e da cultura, começaram a surgir dificuldades nas trocas, por não haver uma medida comum de valor entre os produtos permutados. Por isso houve a necessidade de criar um sistema mais estável de avaliação e equivalência, com unidades chamadas de “moeda-mercadoria” ou “padrões fixos”. (GRANDO e SCHNEIDER, 2010, p. 45)

Esse processo que hoje chamamos de sistema monetário, que atribui valor a algo, foi imprescindível para a continuidade dessas relações comerciais, não demorou para que o homem percebesse que o escambo não supria mais suas necessidades e que precisavam de um parâmetro de troca que fosse favorável a todos. No quadro 6 apresentamos um estudo cronológico desse processo.

Quadro 6: Os Primeiros sistemas monetários da Humanidade

Moeda-mercadoria	Local	Período	Justificativa
BOI	Grécia	VIII a. C.	locomção própria, reprodução, uso na prestação de serviço
SAL	não identificado	VIII a. C.	seu uso para a conservação dos alimentos. A palavra salário vem do "SAL"
COLARES DE PÉROLA E CONCHAS	Ilhas do Pacífico		
ALGODÃO, CACAU e CERÂMICAS	América Central (MAIAS)	pré-colombiano	
PEDAÇOS DE TECIDO, SEMENTES DE CACAU	América Central (ASTECAS)	pré-colombiano	<i>Xiquipilli</i> , saco com cerca de 8.000 grãos, acredita-se a primeira formalização de moeda
CHIFRES, DENTES, CARAPAÇAS, COURO DE ANIMAIS, DEPOIS BASE DE ARMAS, PEDRA À BRONZE	CHINA	XVI - XI a.C.	
OURO, COBRE, BRONZE, PRATA, DIVIDIDOS EM PEPITAS OU PALHETAS	EGITO FARAÔNICO		Fácil transporte e poderiam ser dividido por peso
METAIS FUNDIDOS EM LINGOTES OU PEÇAS	GRÉCIA DA ÁSIA MENOR E LÍDIA	VII a. C.	as peças eram remanejáveis, podiam adquirir o selo da autoridade pública, cujo preço seria proveniente do peso e quilate.

Fonte: Grando e Schneider (2010), construído pela autora

Esse quadro traz uma lista cronológica dos primeiros sistemas monetários (moeda-mercadoria) da humanidade, infere-se que desde a antiguidade o homem buscava suprir suas necessidades, do escambo e no trato de suas organizações sociais atribuir valor nas suas transações comerciais, que das moedas-mercadorias, as justificativas estão ligadas a importância da mercadoria para a sobrevivência, em especial, a alimentar.

Com o passar do tempo e a constituição de civilizações mais organizadas política e socialmente, entram em cena outras necessidades e novas moedas, mercadorias que enalteciam a nobreza, por fim, direcionando a unidades (peças), pela facilidade de locomoção e articulação comerciais, pois poderiam adquirir valor conforme seu peso e material, aprimorou-se passando em formato de lingotes ou moedas, que conseqüentemente foi adotado na Grécia, Fenícia, Roma, entre outros até a própria China.

D'Ambrosio e D'Ambrosio (1980) trazem uma menção a respeito da necessidade de uma moeda, com equivalência de valor, segura e aceita pela maioria dos povos:

Necessária, pois, se tornava uma terceira mercadoria, de fácil transporte, que pudesse ser aceita sem restrições, e com valor mais ou menos igual em todos os lugares. E muitas apareceram, entre vários povos: o boi, o sal, o chá etc. Mas, desde logo, chamaram a atenção das pedras e os metais preciosos, entre eles o ouro e a prata. E estava solucionado o problema. A troca se tornava mais fácil e segura. (D' Ambrosio e D'Ambrosio, 1980, p.85)

A humanidade traz em sua evolução a concepção de quantificar valores que correspondam a resolução de situações pertinentes de sua época. Soares e Silva (2016) citam que por volta de 3.500 a. C. os sacerdotes da Suméria, da milenar Mesopotâmia, que como representantes de deus na terra, administravam toda vontade divina na sociedade.

E sendo assim, emprestavam animais, sementes e arados para o povo sumério para a plantação. No ato da colheita e como retribuição, os camponeses ofereciam à Inanna (deusa da fertilidade dos campos) parte da colheita como oferenda.

Os sacerdotes passaram a organizar os empréstimos desses insumos aos camponeses e tão logo as oferendas recebidas de atos espontâneos passaram a ser compulsórios. Os sumérios inventaram a escrita e para manter o controle dessas ofertas os sacerdotes passaram a registrar em tabletes de argila, retratada na figura 7, o que comprovaria os indícios desse processo, quanto a ideia primitiva de concepção de juros: como algo a mais adicionado daquilo que foi emprestado.

Figura 7: Tablete com escrita cuneiforme dos sumérios de Uruk



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Uruk_period_administrative_tablet.jpg

Os autores Jay (2002) e Rezende filho (1997) atribuem a Uruk a primeira sociedade a cobrar juros após a fusão dos povos da Mesopotâmia aos sumérios, importante destacar que os registros (cuneiforme) das tábuas de argila detinha

cálculos que provam essa prática, apresentavam registros de 20% a 30% para empréstimos de metais e sementes.

Segundo Berger (2005) nesse período os sumérios detinham conhecimentos matemáticos entre eles de juros simples e compostos, “Provavelmente esses conhecimentos matemáticos são frutos de uma necessidade da época, principalmente em resolver problemas práticos advindos da vida diária, do comércio incipiente e da prestação de contas dos responsáveis pelos recursos dos deuses – os sacerdotes” (BERGER, 2005, p.73).

Ainda de acordo com Berger (2005), duas outras situações de cunho religioso estavam ligadas a evolução do conceito de juros. A primeira na Babilônia, o Rei Hamurabi (1.792 a 1.750 a.C.) instituiu o código de Leis intitulado com seu nome, logo o sistema de oferendas do povo sumério foi incorporado com uma ressalva, as oferendas deveriam ser encaminhadas ao próprio rei, pois no Código de Hamurabi, ele se intitulava como o favorito dos deuses, assim a religião fazia sua intervenção na economia.

E na segunda, na Índia no período de 2.000 a 1.400 a.C. outro registro de base religiosa sobre juros nos livros Védicos, base do hinduísmo, segundo a Lei, divididas em castas, apenas as duas inferiores poderiam contrair empréstimos. Os juros eram administrados como aluguel do valor emprestado.

No Império Romano, a prática de contrair empréstimos, chamada de usura, era bastante comum, apesar das contestações acerca da moral e ética apresentadas pelas questões gregas.

Com o apogeu do Império, por volta de 450 a. C., os romanos passaram a dar menos importância a essas questões e buscavam por meio de sua legislação distanciar as transações comerciais da religião, a citar a Lei das XII Tábuas (357 a.C.), que instituía dentre elas, as relações entre credor e devedor, estipulava a taxa de juros até 8% anuais para empréstimos que chegavam marginalmente a 50%.

Na Grécia antiga, em 431 a 322 a.C., os juros passaram a ser, além de um problema religioso, ético e moral, de tal forma que Plutarco, Platão e Aristóteles defendiam a ideia de que emprestar valores era a pior forma de aprisionar o homem. *Tokos* era a expressão que representava a definição de juros, ainda hoje usada para usura, aos que praticam juros exorbitantes.

Berger (2005) apresenta um conjunto de oito leis que eram exercidas na Grécia antiga e ressalta que:

Os empréstimos envolvendo juros ou usura faziam parte das práticas econômicas dessa civilização e que as ideias dos filósofos gregos sobre juros e usura ficavam mais com um direcionamento para o campo moral e ético. (BERGER, 2005, p.90).

Em Meca, Maomé, precursor do Islamismo, faz revelações que ele acreditava serem de Deus, transmitidas através do Arcanjo Gabriel, *Jibril*. O conteúdo dessas revelações foi descrito no livro conhecido como o Alcorão, no qual trata os juros como usura, ação condenável e cabível de castigo. Pertinente destacar que “uma grande particularidade do Islamismo é que ela determina a economia. A religião sobrepõe a economia, determinando leis e comportamento de um povo” (BERGER, 2005, p.107).

No séc. X na dinastia de Song houve a introdução do papel-moeda, ao contrário do peso de milhares de moedas, era fácil locomoção, sendo que apenas no séc. XIII foi padronizada e aceita nacionalmente.

Logo o comercio atinge seu auge, os “cambistas” com seus negócios de troca e câmbio de moedas rapidamente aumentaram suas atividades para guardar e emprestar dinheiro, natural, portanto que ele recebesse algum valor pelos serviços prestados, como eles estavam sentados em bancos, ficaram conhecidos como “banqueiros”, e logo “banco”. O primeiro banco privado data de 1157 pelo Duque Vitali, em Veneza. Essa rede bancária se aprimorou nos séculos XIII, XIV e XV.

No cristianismo, na idade média, apesar de condenável pela religião, passou a ser uma prática comum em busca de enriquecimento. A Igreja passou anos tentando em vão controlar essa prática entre seu povo de modo a tentar administrar a sua ação entre seus fiéis, assim para coibir a prática, atribuiu os juros a ação do pecado e contra o inevitável acabou por separar a usura dos juros, onde o primeiro diferia do segundo pelas altas taxas cobradas.

Com a expansão da Igreja Católica, que dominaria toda a Idade Média, eram realizados Concílios para estabelecer regras a prática da usura, ainda vista como um mal à sociedade, porém praticada por todos os povos. No séc. XII era um mal, no séc. XIII era considerado um pecado. Em 1314 no Concílio de Viana foi decretado expulsão da Igreja aos governantes que praticavam a usura

Dessas informações, construímos um resumo das ideias identificadas com as primeiras concepções de juros dos povos e nações referenciadas nesse prelúdio, representadas no quadro 7:

Quadro 7: Concepções da ideia de juros da antiguidade à Idade Média

Contribuinte Histórico	Período	Registro geográfico	Noção / concepção de Juros
Sumérios	3.500 a.C.	Mesopotâmia – cidade de Uruk	Oferenda
Rei Hamurabi	1.792 a 1.750 a.C.	Babilônia	Oferenda
Hindus	2.000 a 1.400 a.C.	Índia	Aluguel
Romanos	450 a.C.	Império Romano	usura
Plutarco, Platão Aristóteles	431 a 322 a.C.	Grécia Antiga	Tokos
Maomé	530 a 622	Meca	Usura = <i>Ribá</i>
Cristianismo	sec. XII a XII	Países do Império Romano	juros ≠ usura

Fonte: Adaptado de Berger (2005)

Dessa forma podemos verificar que a ideia de juros veio muito antes da formatação de um sistema monetário e mesmo de papel-moeda. Na Europa apenas em 1661 na Suécia que o papel-moeda foi introduzido. Havia muitas vantagens em usar o papel-moeda, facilitou transações comerciais, empréstimos, contudo ocasionou desvantagens das quais destacavam a emissão de impressão de notas sem lastro e consequentemente aumento da inflação.

Desse prelúdio enfatizamos o quanto a concepção dos juros foi sendo tratada da antiguidade até o início da Idade Média, e que os conhecimentos de seu trato transcenderam elementos sociais, em diversas civilizações, em questões religiosas, éticas e morais, e que mediante várias situações os juros esteve presente para a resolução de problemas, tanto de forma regular, por meio das leis estabelecidas, quanto clandestina, o que ocasionou o enriquecimento de pessoas com juros abusivos (ou usura) conforme cita Soares e Silva (2016).

A seguir apresentaremos o texto balizado do recorte proveniente do diagrama Chaquiam (2022), com olhar em personagens históricos do sec. XVIII que se destacaram na história dos juros em meio a um contexto histórico, cultural e geopolítico a partir da transição da Idade Média à Contemporânea com as situações emergidas da Revolução Industrial, ideias iluministas e grandes revoluções que eclodiram no mundo.

3.2.2. A história dos juros no século XVIII

Na transição da Idade Média à Moderna, advindo das grandes navegações, dos novos mercados consumidores oriundos do novo continente, o americano, o cenário mundial, passava por grandes transformações que mudaria a economia e a política em todo o mundo. Na ótica social e política, o Iluminismo² (1715 a 1789) foi um movimento filosófico, que propagava a ideia de liberdade, tolerância, progresso, separação entre a igreja e o estado e um governo constitucional, de modo que suas ideias eclodiram em movimentos políticos de liberdade sócio-político em todo o mundo

A Revolução Francesa (1789), que em resumo acabou com o absolutismo no país, a Revolução Americana (1776), donde 13 colônias americanas declararam Independência – os Estados Unidos – o primeiro a adotar uma Constituição política escrita e a Inconfidência Mineira, movimento de libertação do Brasil a Portugal. Esses contemplaram o recorte geopolítico do período em questão com destaque a abrangência e importância, mundial, continental e nacional, respectivamente.

Na economia, a Revolução Industrial³ (1760 a 1840), proveniente da Inglaterra, caracterizada pela troca de mão de obra humana pela manufatura, com a introdução de máquinas a vapor, movidas a carvão e depois elétrica, provocou intensas mudanças nas relações de trabalho, na vida e nos hábitos da humanidade. Dentre estas, destaque para o êxodo rural às grandes cidades, aumento do consumo de bens manufaturados, distinção entre a burguesia e proletariado.

Como resultado imediato a Inglaterra firmou-se como grande potência econômica mundial, que levou demais países da Europa Ocidental e depois os Estados Unidos a uma corrida às manufaturas para fazer frente as novas necessidades mundiais e competir com a Inglaterra.

Diante desse contexto histórico os juros, em especial os juros compostos eram objetos de uso tanto para negócios, para fomentar a constituição de capital para os negócios, como também na busca de enriquecimento principalmente pela usura.

² As informações apresentadas nesse resumo histórico constituinte do contexto sociocultural do diagrama foram retiradas das publicações do site público Wikipédia, disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/Iluminismo>>

³ Ibidem, <https://pt.wikipedia.org/wiki/Revolu%C3%A7%C3%A3o_Industrial>

No prelúdio da concepção de juros trouxemos informações históricas que mostram que o conhecimento sobre essa forma compensatória, como um retorno dum valor original emprestado, existe há milhares de anos e ainda antecede a formalização do dinheiro, da moeda, dos bancos, e até mesmo das variáveis como a porcentagem das quais é tão comum identificar na literatura atual nos livros de Matemática Financeira, de modo que, em muitas situações, esses conceitos passaram a existir a partir da necessidade de organização e aplicação dos juros, conforme apresenta Kilhian(2012):

A cobrança de juro é uma prática muito antiga na história da humanidade, anterior à invenção da moeda, quando os valores eram representados por metais preciosos ou outros produtos. Na Suméria, por exemplo, cerca de 2.000 anos antes de Cristo, a taxa de juro podia variar de 20% a 30%, dependendo da forma de pagamento: em metais preciosos ou em produtos. Mais tarde, entre os babilônios, a taxa variava de 5,5% a 20% para o pagamento em metais preciosos e de 20% a 33,5% para pagamentos em produtos. É bom frisar, porém, que as taxas de juros não eram expressas em porcentagens, como hoje. (KILHIAN, 2012, online)

Esse trecho do trabalho de Kilhian (2012) corrobora com o fato de que o objeto juros, antecedeu toda uma estrutura financeira e traz em seu estudo a evolução da porcentagem e sua representação, no entanto não iremos aprofundar nesse recorte, e sim mostrar que essas civilizações antigas já detinham bastante conhecimento sobre juros, conforme apoia Vargas e Lasta (2018):

Não é à toa que os bancos também fizeram parte da civilização mesopotâmica já em 3.400 a.C. Na cidade de Uruk, no sudeste do Crescente Fértil, os recursos podiam ser reunidos e guardados, além de emprestados a juros para agricultores e comerciantes. A atividade econômica evoluiu de tal modo que por volta de 800 a.C. o sistema bancário já realizava operações básicas como empréstimos a juros, pagamento de juros a depósitos, débitos em conta corrente, e transferências de recursos para sistemas bancários de outras praças. (VARGAS e LASTA, 2018, p. 9)

Ainda sobre a existência milenar do conceito de juros, Gonçalves (online) comenta:

A História também revela que a idéia se tinha tornado tão bem estabelecida que já existia uma firma de banqueiros internacionais em 575 a.C. com os escritórios centrais na Babilônia. Sua renda era proveniente das altas taxas de juros cobradas pelo uso de seu dinheiro para o financiamento do comércio internacional. O juro não é apenas uma das nossas mais antigas aplicações da Matemática Financeira e Economia, mas também seus usos sofreram poucas mudanças através dos tempos. (GONÇALVES, online)

De acordo com Berger (2005), na transição da Idade Média à Contemporânea, a Religião cristã buscava através de Concílios, como o de Viena em 1314, organizar o uso de juros das relações comerciais ou clandestinas de modo a controlar, em vão, a sua prática, visto que a religião ainda tratava os juros como um mal e numa tentativa frustrante buscaram diferenciar a cobrança de juros com a usura, ainda assim, o povo fazia uso dos juros, seja regular em bancos ou de forma clandestina na busca de enriquecimento.

Conforme Soares e Silva (2016) no sec. XIII com a impulsão das grandes navegações e da Revolução comercial, houve grande procura por financiamentos para custear essa realidade econômica, intensificando no sec. XV, provavelmente foi-se necessário estudar e organizar ainda mais os juros para contemplar os anseios da época.

Nesse cenário, Tartaglia é mencionado “como um matemático que trouxe o estudo dos juros em seus livros” e que ele “ficou conhecido por escrever a melhor aritmética do sec. XVI” (SOARES e SILVA, 2016, p.98). Sendo assim, apresentaremos as contribuições de Niccoló Fontana.

Niccoló Fontana⁴, nasceu em Brescia, 1500, e faleceu em 15 de dezembro de 1557, em Veneza, aos 57 anos, italiano, conhecido por **Tartaglia**, “o gago”, seu pai, Michelle Fontana, foi assassinado quando ele tinha 6 anos, de infância humilde, quase foi morto pelas tropas de Luiz XII quando invadiu Brescia, ainda ferido na mandíbula, os ferimentos foram difíceis de cicatrizar, provável que teve dificuldades na fala e passou a usar barba para esconder os ferimentos, razão pela qual deve-se o apelido.

Tartaglia foi autodidata e por meio de seu patrono⁵ Ludovico Balbisonio, foi levado a Pádua onde se transformou em professor de Matemática, Soares e Silva (2016) comenta que ele aprendeu a ler aos 14 anos e foi considerado um dos maiores matemáticos da Idade Média, na sua obra destaque a fórmula de resolução de equação do 3º grau (cúbica).

Berlinghoff e Gouvêa (2010) menciona que entre os séculos XVI e XVII a álgebra emerge como protagonista de muitas inquietações entre os estudiosos matemáticos, promovendo a possibilidade de resolução de situações inéditas. Antes

⁴ Ibidem, <https://pt.wikipedia.org/wiki/Niccol%C3%B2_Fontana_Tartaglia>

⁵ Era comum naquela época os estudiosos sem posses serem patrocinados por patronos, assim eles teriam condições de pesquisar seus objetos de estudo e ainda era frequente a disputa entre eles de soluções de problemas.

disso, tinham-se a empreitada de resoluções aritméticas, primeiro introduzindo palavras, depois abreviações e símbolos.

Nesse momento já se tinha resoluções de equações de primeiro e segundo graus, não por meio de fórmulas, mas por meio de uma receita verbal. Foi na Itália com os matemáticos Scipione del Ferro (1465-1526) e depois Tartaglia que descobriram uma forma de resolução das equações cúbicas. Conforme cita Berlinghoff e Gouvêa (2010):

Ambos descobriram como resolve certos tipos de equações cúbicas e mantiveram em segredo sobre suas descobertas, porque nessa época os estudiosos em geral eram sustentados por patronos ricos e tinham que ganhar seus empregos derrotando outros estudiosos em competições públicas. (BERLINGHOFF e GOUVÊA, 2010, p. 38)

Assim, muitos estudiosos tendiam a não declarar suas descobertas. No entanto, Tartaglia foi convencido por Girolamo Cardano (1501 -1576) a revelar o segredo, que para isso, o fez na forma poética, redigiu a “fórmula” verbal em italiano e em versos alexandrinos, conforme apresenta Launay (2019):

Quando o cubo e as coisas
São igualados ao número,
Encontra dois outros que dele diferem.
Em seguida, como é habitual
Que seu produto seja igual
Ao cubo do terço da coisa.
Depois do resultado geral,
De suas raízes cúbicas bem subtraídas,
Vais obter tua coisa principal. (LAUNAY, 2019, p. 164)

Na composição poética, coisa, seria uma incógnita. Após a compreensão do método, Cardano desenvolveu por sua vez uma forma padronizada de resolução de equações cúbicas, que por acreditar ter sido mérito próprio publicou no livro *Ars Magna*, mencionou as contribuições de Tartaglia, mas não o eximiu de sua frustração, que protestou publicamente, mas não tirou a glória de Cardano, no qual ficou conhecido como “fórmula de Cardano”.

Esse contexto não está diretamente relacionado a juros, no entanto é interessante apresentar como a linguagem matemática se apropriou da língua para representar seus conceitos. Apesar de Tartaglia ter se destacado no estudo das equações cúbicas, foram muitas as suas contribuições a matemática, inclusive na área financeira.

Launay (2019) comenta que nessa época já tinham conhecimentos em sinais e Tartaglia foi um dos primeiros matemáticos a usar os parênteses nos seus cálculos. Dentre suas obras, e imerso nas situações envolvendo transações comerciais promovidas pelas grandes navegações e exigências financeiras resultantes dessas, destaque para 1557 quando ele publica *O Tratado Geral de Números e Medidas*, que explorou tópicos que envolvia operações numéricas e aritmética mercantil ou *arte negociatória* como cita Soares e Silva (2016).

Essa obra menciona juros como “merecimento”, “mérito” ou “prêmio” que corrobora com as concepções apresentadas no Prelúdio dessa pesquisa. Assim, Tartaglia traz o conceito e a aplicação de juros em situações que são consideradas peculiares ao momento histórico, exploradas ainda na forma verbal, contemplando os cálculos aritméticos, conforme apresentamos na figura 8:

Figura 8: Exemplo de aplicação de juros de Tartaglia

“100 ducados ao final de um ano me retornassem 105 ducados, sendo que aqueles 5 ducados se diria juros (mérito) dos ditos 100 ducados”.

Para este exemplo, Tartaglia denomina que por ser tal juro segundo o tempo (prazo) de um ano, denominar-se-ia tal juro por 5 por cento (5 por 100) ao ano.

Mas se,

“100 ducados, ao final do mencionado tempo de um ano me retornassem 110 ducados, os 10 ducados que sobrariam constituiriam o juro dos ditos 100 ducados”.

Logo a esses juros, obtidos ao final de um ano, dir-se-ia se 10 por 100 ao ano. Mas se tal juro fosse obtido em outro período de tempo, suponhamos em 8 meses, tal juro se diria 10 por cento em 8 meses.

Fonte: Soares e Silva (2016, p.100)

Soares e Silva (2016) apresentam a forma como Tartaglia tratava os cálculos de juros onde o cabimento de “mérito” e “merecimento” fica em evidencia, como sendo a razão pelo qual se tinha àquele direito ao “prêmio”, assim, “observamos como Tartaglia desenvolveu a ideia de juros, numa época, em que o estudo das equações fazia parte a rotina dos grandes matemáticos” (p. 101).

Apesar dele demonstrar os primeiros exemplos com taxas anuais, método comum admitido, visto que, colheitas e navegações teriam a necessidade de tempo

com períodos maiores, anuais, também apresenta com períodos menores que esse, e seguia a mesma linha de raciocínio, inclusive, ocorrendo noutras moedas.

As tecnologias existentes e os estudos provenientes dos séculos anteriores, não eram suficientes à leitura da demanda aritmética e a álgebra é o processo que corrobora para simplificar soluções como forma de generalizar essas ações.

Sobre as técnicas de resolução de problemas matemáticos na forma verbal, Launay (2017) chama a atenção para a necessidade de evolução do método que ocorre justamente nessa transição de eras, “para enfrentar essa crescente complexidade, os matemáticos aos poucos começam a simplificar a linguagem algébrica” (LAUNAY, 2017, p. 165), iniciando no mundo mulçumano no final da Idade Média, tendo seu apogeu na Europa entre os séculos XV e XVI.

Esse fato munido a crescente do capitalismo, a ganância de enriquecimento, a necessidade de uso de cálculos aritméticos cada vez mais complexos, impulsionando a aplicação dos juros compostos, conforme menciona Terra (2017), no final do sec. XVI, mesmo que indiretamente, os juros ganham um grande aliado, quando em 1590 Napier descobre os logaritmos.

John Napier⁶, nasceu em 1550 em Edimburgo, Inglaterra, falecendo no mesmo lugar em 4 de abril de 1617. Diferente dos demais personagens com influência na matemática, destacados aqui, Napier desenvolveu os logaritmos por meio de interesses pessoais, provavelmente motivados pelos negócios da família e pela matemática. “No início do sec. XVII, John Napier revelou sua invenção dos logaritmos, destacando-os como instrumento de cálculo com o poder de reduzir multiplicações e divisões a simples operações de soma e subtração” (PIPPA, 2014, p. 9). E completa,

Por volta de 1590, Napier mostrou tem um grande conhecimento da correspondência entre progressões aritméticas (PA) e geométricas (PG). Ele observou que o produto ou a divisão de dois termos da PG estava associado à soma ou a diferença dos respectivos termos da PA. Partindo dessa correspondência criou os logaritmos. (PIPPA, 2014, p.11)

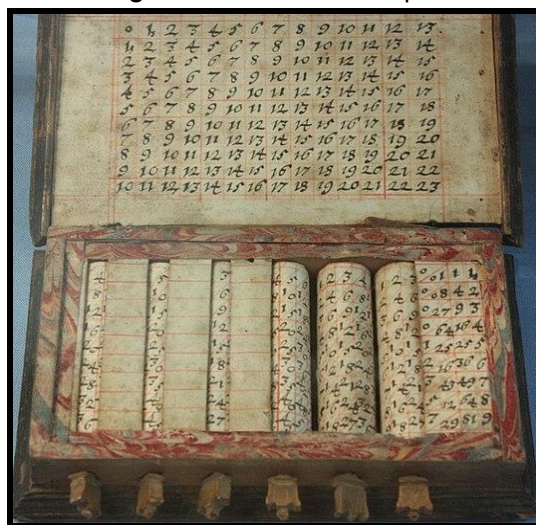
Desse fundamento, Napier dedica vinte anos de sua vida ao estudo dos logaritmos, e mesmo sem ser da área acadêmica, suas contribuições tiveram

⁶ https://pt.wikipedia.org/wiki/John_Napier

importância mundial, pois tanto auxiliou em demais estudos como solucionou inúmeros problemas ocasionados pelas limitações tecnológicas da época.

Segundo Soares e Silva (2016) dentre seus estudos, Napier escreve três obras sobre logaritmos: *Mirifi Logarithmorum Canonis Descripio* (1614), *Logarithmorum chilia prima* (1617) e *Arthmetica Logarithmica* (1624). Além dessas grandiosas contribuições, destaque também aos equipamentos construídos por Napier, a Figura 9, apresenta o ábaco de Napier:

Figura 9: O ábaco de Napier



Fonte: <https://proyectoidis.org/abaco-de-napier/>

E a figura 10, o conjunto de ossos, que auxiliava Napier ao estudo dos logaritmos.

Figura 10: Conjunto de ossos de Napier (1650)



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/John_Napier

Essas tecnologias, o auxiliaram nos cálculos aritméticos de valores muito altos ou muito pequenos, construídas artesanalmente com ossos, couro, madeira, que transcenderam ao tempo.

Tais artefatos são alguns exemplos da genialidade de Napier, que também era conhecido como administrador de tempo, visto que essas tecnologias faziam com que ele ganhasse tempo nos cálculos aritméticos, necessários da época. A inclusão dessas tecnologias agremiou facetas importantes à Matemática.

Há indícios que o gosto pelos logaritmos também foi impulsionado pelos juros, ao fato que como seu pai era dono de terras e fazia muitos negócios, entre eles empréstimos e era necessários bons conhecimentos aritméticos para resolver os cálculos de juros, conforme cita Soares e Silva (2016) sobre as atividades desenvolvidas pelo seu pai:

Que arrendava terras e emprestava dinheiro em troca de pagamentos e recebimentos de juros pelos seus favores, Napier se depara com o valor de 2,718281.....Ele observa que nos problemas que envolvem juros, quanto mais aumenta os períodos de capitalização obtemos valores ainda maiores” (SOARES e SILVA, 2016, p. 102)

Nessa menção identificamos que se tratavam de juros compostos e sobre a frequência do irracional 2,718281.....nos cálculos de Napier, Terra (2017) comenta:

acredita-se que sua primeira “aparição” se deu em situações práticas no cálculo de juros compostos, no início do século XVII, período em que a efervescência do capitalismo crescia e o volume das transações financeiras aumentava. Na explosão da ganância, mercadores e banqueiros emprestavam e investiam à taxa de juros de mercado, com objetivo de acumular mais riquezas e, indiretamente, oferecer liquidez ao sistema. (TERRA, 2017, online)

Como supracitado no contexto Histórica em seus aspectos socioculturais e geopolíticos, as transformações econômicas provenientes das grandes navegações, promoveram intensa revolução comercial, movimentos financeiros de empréstimos, seguros, financiamentos que demandavam conhecimentos aritméticos mais complexos na busca do lucro/liquidez.

Infere-se que nos cálculos sobre juros provenientes dessas situações eram comuns as constatações do Napier, que os juros aumentavam proporcionalmente aos períodos de capitalização, mas que em determinado momento direcionava ao número 2,718281....., fato que tornar-se-ia o e (número neperiano ou número de Euler, que veremos posteriormente).

Napier, com a invenção dos logaritmos, deixa contribuições imprescindíveis para os estudos de juros, em especial dos juros compostos. Na transição da Idade Média a Moderna, eclode a Revolução Industrial, o movimento Iluminista, as grandes Revoluções, Francesa e Americana, e sob novo contexto histórico e sociocultural as demandas financeiras e comerciais se tornaram ainda mais complexas e necessárias.

Nessa conjuntura, surge um dos grandes nomes da Matemática **Jacob (Jacques) Bernoulli**⁷, que nasceu na cidade suíça de Basileia em 6 de janeiro de 1655, vindo a falecer no mesmo lugar em 16 de agosto de 1705. Filho de Nicolaus Bernoulli, irmão de Johann Bernoulli e tio de Daniel Bernoulli. De origem belga e fé cristã protestante, foram refugiados da perseguição religiosa do rei espanhol Filipe. Casou-se em 1684 com Judith Stupanus e teve dois filhos.

Por imposição familiar e com muita frustração se formou em Filosofia e Teologia pela Universidade da Basileia em 1671 e 1676. No entanto, contra a família e apaixonado pela Matemática, estudou Matemática e Astronomia no período universitário, até então não havia referências de estudiosos nessas áreas pela família Bernoulli, acredita-se que a tradição dos Bernoulli pela Matemática vem a partir dele.

Jacob publicou trabalhos importantes, dos quais ressaltamos: em 1684 sobre o cálculo diferencial em *Nova Methodus pro Maximis et Minimis*, publicado em *Acta Eruditorum*; em 1685 foram dois, um panfleto sobre paralelos da lógica e da álgebra e depois um trabalho sobre probabilidades; em 1687 um de geometria que resultava na divisão de um triângulo em quatro partes por meio de suas perpendiculares; em 1689, um estudo sobre as séries infinitas, a teoria da probabilidade; entre os anos 1682 e 1704 publicou cinco tratados sobre séries infinitas.

Sendo assim, dentre as contribuições à Matemática por Jacob Bernoulli, deve-se: a primeira aparição do termo Integral, o estudo da catenária, a teoria da probabilidade, primeiros usuários de coordenadas polares, a isócrona e também no estudo de séries infinitas e o descobrimento do número e .

⁷ https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bernoulli_Jacob/
https://en.wikipedia.org/wiki/Jacob_Bernoulli

Segundo O'Connor e Robertson (2001) o número e foi descoberto por Jacob quando ele estudava juros compostos e não logaritmos, dos estudiosos dos trabalhos de Napier, conforme citam:

Talvez surpreendentemente, uma vez que este trabalho sobre logaritmos chegou tão perto de reconhecer o número e , quando e é "descoberto" pela primeira vez, não é através da noção de logaritmo, mas sim através de um estudo de juros compostos. Em 1683 Jacob Bernoulli olhou para o problema dos juros compostos e, ao examinar os juros compostos contínuos, tentou encontrar o limite de $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ com n tende ao infinito. (O'CONNOR e ROBERTSON, 2001, on-line)

Ainda de acordo com os estudos de O'Connor e Robertson (2001) completam que Jacob fez esse processo através do teorema binomial para mostrar que seu limite estava entre 2 e 3, sendo, portanto, a primeira aproximação do número e , determinado via processo de limitação.

O problema de juros compostos em apresentado, implicaria na inquietação em adquirir o máximo de juros em uma aplicação de empréstimo. Percebeu-se que conforme os períodos de capitalização fossem diminuindo, maiores seriam os juros adquiridos nessa suposta aplicação.

A questão apresenta um empréstimo de \$1,00 a ser pago ao final de 1 ano sob os juros de 100% ao ano, o que ocasionaria um montante de \$2,00 de acordo com a aplicação do exponencial $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ pelo capital emprestado. Ao passo que se esse processo ocorresse duas vezes ao ano, com período semestral, \$1,00 emprestado resultaria a cada semestre em \$1,5 que ao quadrado, seria \$ 2,25.

Continuando o processo, agora com período trimestral, a cada trimestre o montante resultante seria \$1,25, que em quatro períodos, seria 1,25 a quarta potência, que resultaria ao final de um ano, o total de \$ 2,4418....a percepção que ao fato que valor aplicado fosse calculado e somado em períodos ainda menores ocasionaria maiores lucros, inferiu o questionamento: e se tivéssemos períodos de capitalização na forma mensal, semanal, diário, ou ainda em horas e segundos, qual seria o mais rentável?

Numa forma didática apresentaremos o quadro 8 com os montantes resultantes desses períodos:

Quadro 8: Aplicação da série exponencial em n períodos de capitalização

Período	somado e mutiplicado <i>n vezes</i>	Soma acumulada (Montante)
ano	1	2,00000
semestre	2	2,25000
trimestre	4	2,44141
mensal	12	2,61304
semanal	52	2,69260
diário	360	2,71452
hora	8640	2,71812
minuto	548400	2,71828
segundo	31104000	2,71828

Fonte: Adaptado de O'connor e Robertson (2001)

Dessa forma, Jacob concluiu que em períodos de capitalização muito pequenos o resultado tendia ao mesmo valor e assim por meio de um problema de juros compostos, formado de series infinitas de equações exponenciais, foi encontrado o número neperiano, ou o e . Mais tarde, Euler iria ampliar sua aproximação e ainda contribuir com outros avanços sobre esse objeto, que será apresentado nesse recorte.

Sobre esse período cronológico, sec. XVIII, já tínhamos a ciência do uso dos juros compostos em diversas situações comerciais, ocasionadas pelas mais diversas razões. Notório identificar que ao longo do processo investigativo os estudiosos de Matemática administravam o avanço de suas descobertas com demonstrações cada vez mais organizadas ao passo que a sua refutação ou corroboração não fosse uma tarefa fácil.

Os grandes matemáticos orgulhavam-se de suas publicações, determinadas em rigor matemático. Sobre isso, Clairaut, trouxe suas contribuições aos juros, justamente contrapondo a esse roteiro, que mais tarde, conjunto aos demais estudos existentes, congratulou Euler a ampliação do estudo de juros compostos, aproximada da literatura atual da Matemática Financeira, inclusive do ensino na educação básica.

Alexis Claude de Clairaut⁸ (Figura 11), nasceu em 13 de maio de 1713, em Paris, donde também veio a falecer em 17 de maio de 1765. Foi o único filho dos vinte do casal Jean-Baptista Clairaut e Catharine Petit, que chegou a vida adulta.

Figura 11: Foto de Alexis Claude de Clairaut



Fonte: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a0/Alexis_Clairault.jpg

Seu pai, Jean-Baptista professor de matemática, alfabetizou Clairaut com *Os Elementos de Euclides* e desde cedo mostrou ser prodígio matemático: aos 10 anos estudou Cálculo, aos 13 anos publicou seu 1º trabalho matemático intitulado "*Quatre problèmes sur de nouvelles courbes*" (Quatro problemas sobre novas curvas) para a Academia de Paris e aproximadamente aos 16 anos publicou o seu 1º Tratado intitulado "*Research on Double Curvature Curves*" (pesquisa sobre curvas de dupla curvatura) que lhe rendeu sua entrada prematura à Academia de Ciências em 1731.

Em 1734 viajou a Basiléia onde estudou meses com Pierre Louis Maupertuis, 15 anos mais velho, e Johan Bernoulli, irmão de Jacob Bernoulli, supracitado. Em 1736 foi a Lapônia com Maupertuis e Celsius para montar uma equipe para realizarem as medições dos arcos meridianos em diferentes latitudes com o objetivo de resolver as indagações geradas a partir dos estudos de Newton em decorrência da Lei da atração universal (1666).

⁸ As referências biográficas descritas foram catalogadas dos sites: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Clairaut/> ; https://pt.wikipedia.org/wiki/Alexis_Claude_de_Clairaut; <https://www.somatematica.com.br/biograf/clairaut.php>; <https://clube.spm.pt/news/1166>

Clairaut teve como amigos íntimos, que lhe rendeu parceria acadêmica, destaque a Maupertuis, Voltaire, Samuel König e du Châtelet, essa última, a duquesa de Châtelet, cujas contribuições de Clairaut foram essenciais ao seu trabalho, e que também foi publicado por ele.

Entre 1733 a 1743 fez várias publicações a destaque de “*Sur quelques questions de maximis et minimis*”. Em 1734, estudou equações diferenciais, das quais ficou conhecidas como “Equações diferenciais de Clairaut”. Nesse intervalo publicou duas obras que merece nosso destaque.

Em 1739 publicou trabalhos de Cálculo Integral, provando a existência de fatores para a resolução de equações diferenciais de primeira ordem. O livro “Elementos da Geometria” foi publicado em 1741, com destaque a forma de escrever, na sua metodologia de apresentar os conteúdos matemáticos, conforme mostra a Figura 12:

Figura 12: Trecho traduzido de Clairaut

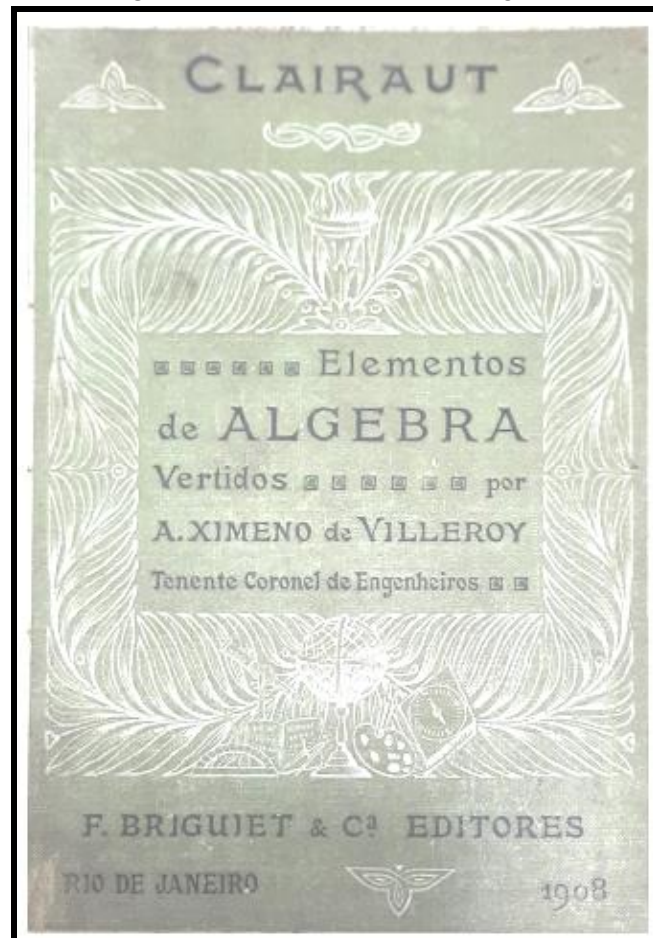
Pretendia voltar ao que poderia ter dado origem à geometria; e tentei desenvolver seus princípios por um método natural o suficiente para que se pudesse supor que fosse o mesmo dos primeiros inventores da geometria, tentando apenas evitar quaisquer passos falsos que eles pudessem ter que dar...

Fonte: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Clairaut/>

Essa proposta não era vista com bons olhos pelos estudiosos, com severas críticas de D’Alembert, pois considerava que o rigor matemático deveria ser usado metodologicamente para tal, e que a forma como Clairaut desenvolveu sua obra não era cabível numa obra matemática.

No entanto, Clairaut volta a repetir a mesma forma de produção que ele publicou em 1749, intitulada *Os Elementos da Álgebra*. Uma cópia dessa obra está em língua portuguesa, foi traduzida pelo militar A. Ximeno de Villeroy para compor-se como livro didático nas escolas brasileiras do final do século XIX, sobre o militar mencionaremos conseqüentemente. Segue a figura 13 com a apresentação do livro descrito.

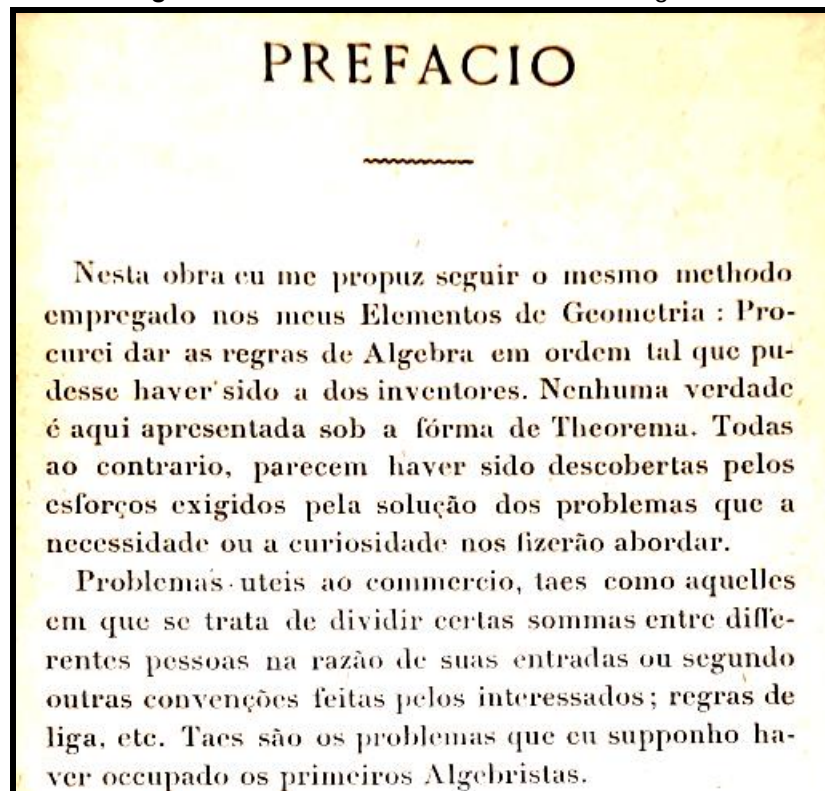
Figura 13: Livro Elementos da Álgebra



Fonte: Clairaut (1908)

Essa publicação, em efeito provocou muitas críticas de matemáticos importantes da época, como dito, pela forma como o autor tratou os objetos matemáticos e desenvolveu seu conteúdo: “ele não apresenta nenhum teorema, justamente por que sua intenção é tratar as regras de Álgebra em ordem semelhante a como eram tratadas pelos inventores” (SOARES e SILVA, 2016, p.103).

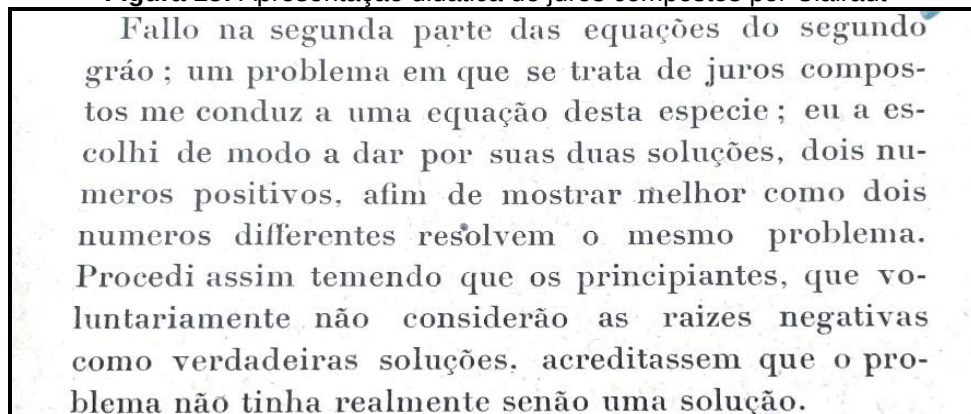
Na figura 14, segue a imagem do prefácio desse livro e a forma como ele apresenta o processo de estudo e o desenvolvimento dos objetos matemáticos trabalhados nessa obra.

Figura 14: Prefácio do livro Elementos da Álgebra

Fonte: Clairaut (1908)

O método proposto pelo autor vai de encontro aos matemáticos, como D'Alembert, que apresentavam e acreditavam como sendo a forma de escrever academicamente, enfatizando o rigor matemático, no entanto, Clairaut, não dispensou o rigor matemático simplesmente, seu intuito era fazer a descoberta acontecer, e ainda, teve a preocupação didática de apresentar a álgebra numa forma que estreitasse o seu entendimento junto aos interessados.

Na figura 15, em suas palavras Clairaut apresenta essa indagação:

Figura 15: Apresentação didática de juros compostos por Clairaut

Fonte: Clairaut (1908)

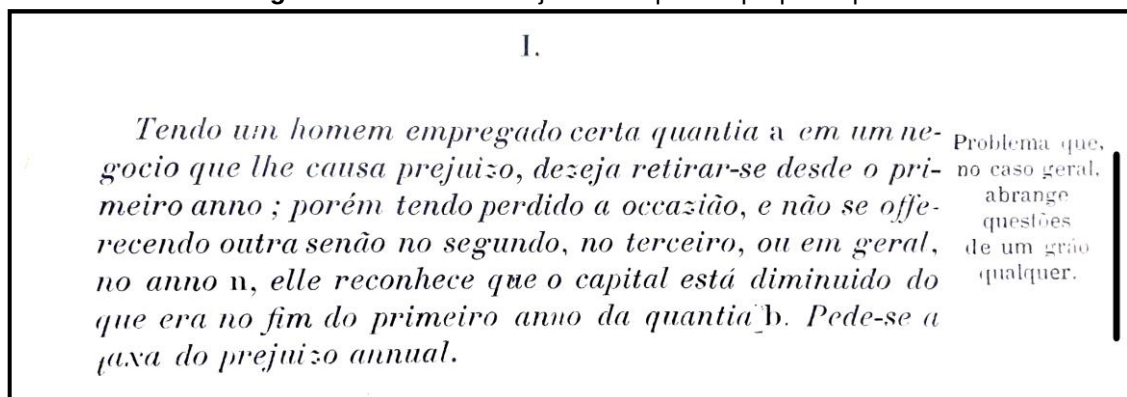
Nesse trecho fica evidente a preocupação didática de apresentação do conteúdo de modo que seja compreensível ao leitor e não limitado a situações que privilegiasse alguns estudiosos, mas na perpetuação desses.

E ainda,

Clairaut utiliza em seu livro a aritmética com questões práticas do dia a dia que envolvem Álgebra, sem se preocupar com o rigor matemático, explícito em demonstrações. De um modo muito didático, ele utiliza os juros em seu livro. (SOARES e SILVA, 2016, p. 103)

Conforme referem Soares e Silva (2016), Clairaut traz o objeto juros no segundo capítulo de seu livro mencionado para desenvolver a resolução de equações do 2º grau e para tanto, ele introduz um problema, de forma que ele generaliza a uma equação n -ésimo grau, conforme apresentamos seu enunciado na figura 16.

Figura 16: Problema de juros compostos proposto por Clairaut



Fonte: Clairaut (1908)

Para explicar esse problema de resolução de uma equação de 2º grau que poderia abranger qualquer grau, conforme descrito nas suas anotações, ele usa a situação de juros compostos pertinente ao contexto de aplicação de modo que introduz as variáveis para auxiliar em suas explicações.

Inicialmente Clairaut apresenta como x , a variável que representa o valor procurado, logo, o prejuízo sobre o capital de 100£ ao final do primeiro ano seria a expressão resultante da seguinte proporção:

$$100 : 100 - x = a : a \frac{100 - x}{100}$$

Clairaut busca encontrar o quarto termo da proporção, que indicaria a quantia que “a” ficaria reduzido ao final do primeiro ano de prejuízo. Assim, ele faz o seguinte raciocínio:

$$100 : 100 - x = a : a \frac{100 - x}{100}$$

Organizando a proporção na forma racional, teremos:

$$\frac{100}{100 - x} = \frac{a}{a \left(\frac{100 - x}{100} \right)}$$

O produto dos termos dos meios por extremos, implica que:

$$100 \cdot a \left(\frac{100 - x}{100} \right) = a \cdot (100 - x)$$

$$a \left(\frac{100 - x}{100} \right) = \frac{a \cdot (100 - x)}{100}$$

$$a \left(\frac{100 - x}{100} \right) = \frac{a \cdot 100 - a \cdot x}{100}$$

$$a \left(\frac{100 - x}{100} \right) = \frac{a \cdot 100}{100} - \frac{a \cdot x}{100}$$

$$a \left(\frac{100 - x}{100} \right) = a - \frac{a \cdot x}{100}$$

$$a \left(\frac{100 - x}{100} \right) = a \left(1 - \frac{x}{100} \right)$$

Assim, o quarto termo é:

$$a \left(1 - \frac{x}{100} \right)$$

Que representa o prejuízo no primeiro ano. Em seguida Clairaut apresenta a proporção decorrente do segundo ano de prejuízo.

$$100 : 100 - x = a \frac{(100 - x)}{100} : a \frac{(100 - x)^2}{10000}$$

Utilizando o mesmo raciocínio, o quarto termo ficaria reduzido a:

$$a \frac{(100 - x)^2}{10000} = a \left(1 - \frac{x}{100}\right)^2$$

E se fosse ao terceiro ano de prejuízo, o quarto termo seria:

$$a \left(1 - \frac{x}{100}\right)^3$$

Logo, Clairaut demonstra que passados n períodos anuais, o capital ficaria reduzido ao produto do capital a pela expressão $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$ elevado a n períodos.

Logo:

$$a \left(1 - \frac{x}{100}\right)^n$$

Portanto, algo muito próximo da literatura atual para cálculo de montante de juros compostos da unidade de Matemática Financeira oferecida nas escolas. A proposta de apresentar o contexto de equações de 2º grau numa aplicação necessária à época mostra o quão visionário foi Clairaut no trato matemático tanto à Álgebra, pela proposta metodológica dos “inventores”, quanto à didática, conforme a aplicação de um problema sobre juros compostos para desenvolver o contexto pretendido e sobre o próprio conteúdo de juros pela apresentação algébrica dele,

A sequência apresentada para a resolução do problema de juros determina uma passagem da aritmética para a álgebra, ou seja, Clairaut mostra como fazer a relação entre as grandezas envolvidas nesta situação-problema, expressando a solução por meio da linguagem simbólica. Sendo assim, ele mostra que da necessidade de manipular símbolos é que surgem as operações algébricas. (SOARES e SILVA, 2016, 106)

Portanto, Clairaut apresenta uma quebra de paradigma aos estudos da época, tanto na forma de apresentação, quanto no trato desse conhecimento, evidenciado em Soares e Silva (2016) ao ensino dos juros compostos. Para

completar as contribuições desse recorte, o também aluno de Johan Bernoulli, Euler traz suas contribuições essenciais ao objeto matemático.

Em 1742 publicou um trabalho de Dinâmica e em 1743 a *“Theoria de la figura da Terre”* (Teoria da figura da Terra), que comprova que a Terra estava achatada nos Pólos e que o formato de um corpo em rotação e que sofria os efeitos da gravidade e da força centrífuga, considerado o livro mais importante nos estudos referente a Hidrostática.

Em 1745 contou com o apoio de Euler para o problema dos três corpos, em particular da órbita da Lua, que foi primordial para que ele apresentasse as conclusões de seu estudo, que o quadrado da inversa era falsa, em 1747 à Academia de Paris.

Em 1752 publicou o trabalho Teoria da Lua que conjunto a outros estudos determinou a passagem do cometa Halley em 1759, tamanha façanha o igualou ao “novo Thales” e ainda sugeririam o nome de Clairaut para batizar o cometa.

Clairaut, faleceu aos 52 anos de uma breve doença (não identificada), no auge de suas contribuições acadêmicas, recebeu diversas condecorações e foi eleito para: Royal Society de Londres e nas Academias de Berlim, São Petersburgo, Bolonha e Uppsala.

Leonhard Paul Euler⁹, nasceu em 15 de abril de 1707 na Suíça e faleceu em 18 de setembro de 1783, na Rússia, filho de Marguerite Brucker e Paul Euler, foi um dos grandes matemáticos da história daquele século e para a Matemática.

Euler viveu quase toda sua vida na Rússia e na Alemanha, casou-se em 1734 com Katharine Gssel com quem teve 13 filhos. Em 1735 acometido de sérios problemas de saúde, especialmente na visão e mesmo cego não deixou de produzir artigos matemáticos semanalmente. Fez importantes descobertas em várias áreas da matemática como o cálculo e a teoria dos grafos, também na física e astronomia.

Segundo O'Connor e Robertson (1998) o pai de Euler, Paul Euler e Johann Bernoulli moraram com Jacob Bernoulli o que facilitou sua transição na universidade e aos estudos que se dedicou. Aos 14 anos quando entrou na Universidade em 1720 foi aluno de Johann Bernoulli que logo identificou suas qualidades acadêmicas na área da Matemática e em 1723 concluiu seu mestrado em Filosofia.

⁹ Ibidem, https://pt.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler

Naquele mesmo ano, por incentivo do pai e contra vontade, iniciou seus estudos em Teologia, mas foi encaminhado à Matemática por intermédio de Johann Bernoulli, concluindo em 1726 na Universidade de Basel, donde estudou muitas obras matemáticas a citar: Descartes, Newton, Galileu, Jacob Bernoulli, Tayllor, Hermann.

Euler promoveu grandes contribuições à Matemática e desse acervo, destaque para seus estudos em geometria analítica moderna e trigonométrica, sendo o primeiro a usar *sin* e *cos* entre outros; no Cálculo, com as equações diferenciais e cálculo integral e também na Teoria dos Números; estudou em 1765 com Clairaut sua Teoria Lunar, da mecânica do contínuo.

Ressaltamos ainda suas notações matemáticas, suficiente e importantes para os estudos da área conforme apresentamos no quadro 9:

Quadro 9: Algumas Notações de Euler

ANO	NOTAÇÃO	
1734	$f(x)$	estudo de funções
1727	e	número de Euler
1777	i	representar a $\sqrt{-1}$
1755	Π	pi
1755	Σ	soma
1755	Δy e $\Delta^2 y$	diferenças infinitas

Fonte: O'Connor e Robertson (1998), adaptado pela autora.

Aqui ressaltamos ao número de Euler, destaque para a equação da Identidade de Euler e para nossa pesquisa o e também batizado como Número de Euler, mas como vimos, identificado por Napier, sem, contudo, compreender a grandeza de sua descoberta, feito de Jacob Bernoulli, supracitado. Mas, foi Euler que foi além desses estudos.

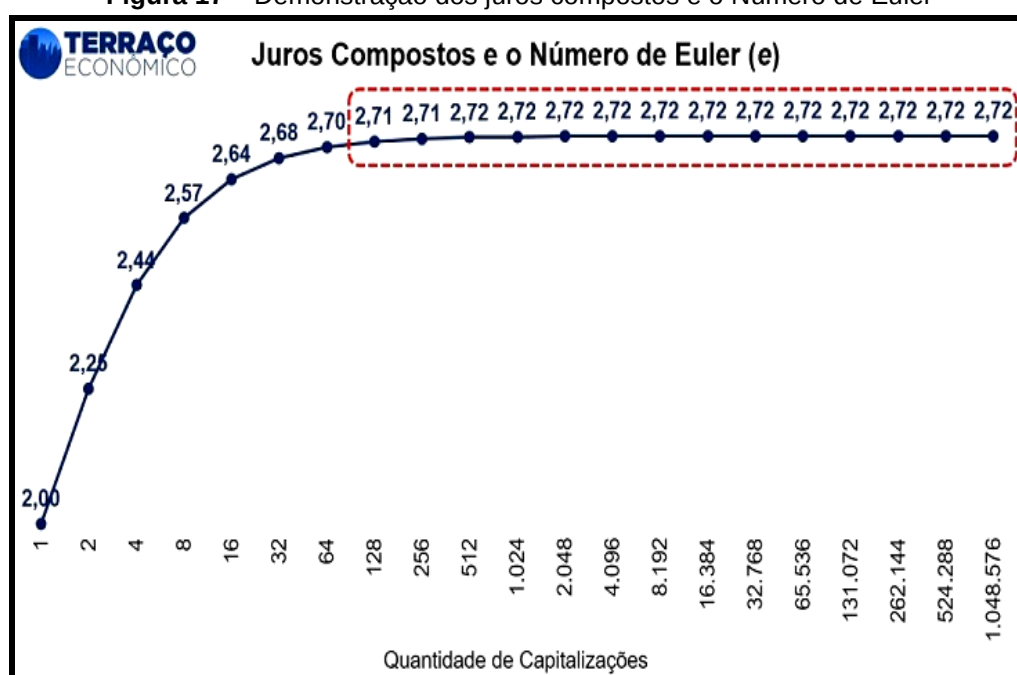
Euler também constatou que aumentando os períodos de capitalização base dos cálculos de juros compostos, o resultado num primeiro momento aumentava consideravelmente, no entanto este estagnava-se a um valor padrão cujo períodos eram muito curtos.

Assim, Euler chegava a essa conclusão no estudo de séries infinitas, de tal forma que o valor limite determinado por essa soma era o número e , conforme a expressão:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Assim, o fator multiplicador de juros se aproximava de um número fixo, aproximadamente 2,71828....., conforme demonstra o gráfico na figura 17:

Figura 17 – Demonstração dos juros compostos e o Número de Euler



Fonte: Money times, disponível em: <https://www.moneytimes.com.br/juros-compostos-e-o-numero-de-euler-e/>

Sendo assim, o número e também passou a se chamar número de Euler. Em 1840, Euler publica “Elementos da Álgebra” e apresenta o conceito de juros com a denominação *interest*, que traduzido do inglês quer dizer interesse, a mesma usada pelos romanos. Nessa obra ele se detém aos juros compostos e de acordo com Soares e Silva (2016), o *Cálculo do interesse* é apresentado pelo autor no capítulo de razão e proporção com uma aplicação direta da regra de três.

O problema envolveria uma aplicação de 100 libras sobre uma taxa anual de 5 por cento sobre um capital a , Euler chega a seguinte proporção:

$$\frac{105 \cdot a}{100} = \frac{21}{20}a = \frac{20}{20}a + \frac{1}{20}a = a + \frac{1}{20}a$$

E assim ele deduz que ao final do período anual a soma do capital com a sua vigésima parte seria o montante daquele período, e se quisesse o montante referente ao final do segundo ano, adicionaria a esse resultado a sua vigésima parte, de modo que, fazendo esse processo, subsequentemente, conseguiria calcular os sucessivos aumentos anuais do capital a para qualquer ano.

Desse modo, Euler completa que para o interesse de 5 por cento ao ano a expressão que representa o montante de juros compostos a uma capital a depois de n períodos de aplicação anuais seria a expressão:

$$\left(\frac{21}{20}\right)^n \cdot a$$

E que mudando o interesse, converteria a razão simplificada do exemplo.

Numa forma de generalizar o pensamento de Euler com relação ao tratamento do montante de um empréstimo de capital a e cuja taxa seria representada por x , teríamos:

$$a + \frac{x}{100}a = a \left(1 + \frac{x}{100}\right)$$

E tomando o mesmo raciocínio de que ao final de cada período, o montante seria a soma do capital com a parte correspondente a taxa aplicada, o montante para dois, três ou quatro períodos de capitalização seriam representados respectivamente assim:

$$a \left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 ; a \left(1 + \frac{x}{100}\right)^3 ; a \left(1 + \frac{x}{100}\right)^4$$

Logo em uma generalizando a n -ésimos períodos de capitalização teríamos:

$$a \left(1 + \frac{x}{100}\right)^n$$

Se compararmos essa expressão aos estudos de Clairaut, percebemos que a diferença entre as duas expressões está no fato de o primeiro ser um montante revelador de prejuízos, logo descontos sucessivos e o segundo apresentado por Euler, ser um montante de acréscimos sucessivos, decorrentes do interesse de

quem empresta um capital e tem a pretensão de receber um prêmio ao final do processo, ambas próximas da literatura apreciada pela educação básica ao ensino.

Sobre as contribuições dos logaritmos presentes da literatura do desenvolvimento do cálculo de juros composto provenientes dos estudos de Euler, não identificamos artefatos que demonstrasse tal fato, no entanto, encontramos numa literatura dos irmãos Nicolau D'Ambrosio e Ubiratam D'Ambrosio (1980) uma demonstração da aplicação de logaritmos, por meio da tabela de logaritmos, para a resolução de problemas de juros composto, conforme apresentamos na figura 18.

Figura 18: Aplicação de logaritmos aos juros compostos

Então: $M = a(1+i)^n$ ou $M = au^n$

será o montante do capital inicial a , à taxa unitária i , no fim de n períodos.

A aplicação da fórmula se fará com o emprego de

- 1) *logaritmos*
- 2) *tábuas financeiras* (apêndice)
- 3) *desenvolvimento de $(1+i)^n$ pelo binômio de Newton*

Aplicando *logaritmos*, a fórmula se transformará em

I) $\log M = \log a + n \log (1+i)$ ou $\log M = \log a + n \log u$, donde:

II) $\log a = \log M - n \log (1+i)$ ou $\log a = \log M - n \log u$

III) $n = \frac{\log M - \log a}{\log (1+i)}$ ou $n = \frac{\log M - \log a}{\log u}$

IV) $\log (1+i) = \frac{\log M - \log a}{n}$ ou $\log u = \frac{\log M - \log a}{n}$

APLICAÇÃO: Coloquei Cr\$ 2.000,00 em um banco, a juros compostos de 6% a.a., capitalizados anualmente. Quanto receberei no fim de 8 anos?

Aplicando a fórmula: $\log M = \log 2.000 + 8 \log 1,06$

ou

$\log M = \log 2.000$	$= 3,301.0$
$+ 8 \log 1,06$	$= 0,202.4$
$\log M$	$= 3,503.5$
$\therefore M$	$= 3.187,67$

O montante procurado será de Cr\$ 3.187,67.

Fonte: D'Ambrosio e D'Ambrosio (1980, p. 176)

Essa aplicação mostra o quanto foi importante o estudo dos logaritmos de Napier a Euler, mediante as dificuldades de cálculos demasiadamente grandes e a

falta de tecnologias suficientes na época, Napier proporcionou a Euler o suporte necessário para ampliar a resolução de problemas de juros compostos.

Logo, assim como Clairaut, Euler também apresenta juros compostos num formato didático simples e com propostas dedutivas, ambos reúnem os elementos algébricos às contribuições aritméticas e algébricas anteriores, especialmente de Tartaglia, Napier e Jacob, convertendo assim, resoluções de situações problemas do contexto Histórico, sociocultural e geopolítico nas contribuições pertinentes do contexto Epistemológico, técnico e científico desse recorte.

Convém acrescentar a apresentação de dois personagens brasileiros que apesar de não estarem diretamente ligados à construção do conceito dos juros, foram importantes para agremiar informações à história do ensino dos juros nas escolas brasileiras: Luiz Celestino de Castro e A. Ximeno de Villeroy, o primeiro autor do livro “Lições de Arithmetica” publicado em 1884, utilizado na Escola Militar do Rio Grande do Sul aonde lecionava.

Nesse, **Luiz Celestino**, militar brasileiro e professor da região sul do Brasil, apresenta juros conforme Euler, chamando de interesse e faz críticas quanto às taxas de juros aplicadas pelo governo, conforme Soares e Silva (2016) foram os aspectos econômicos, políticos e morais apresentados aos juros que tornaram a obra interessante.

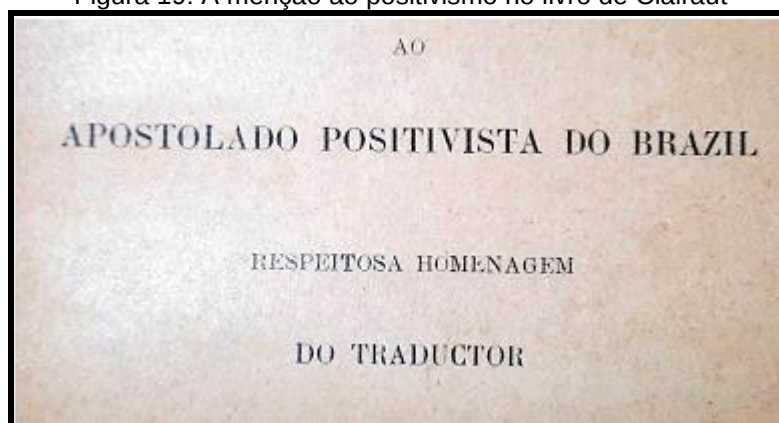
Acorda citar que no alcance das literaturas assistidas, não identificamos informações pessoais de Luiz Celestino, infelizmente nossas pesquisas apontavam a um homônimo e para não causar problemas de identidade, não iremos apresentar aqui maiores detalhes de sua biografia.

Por último, o tenente coronel da Aeronáutica, **A. Ximeno de Villeroy**¹⁰, nasceu no Rio Grande do Sul em 1862 e faleceu no Rio de Janeiro em 1942, militar-positivista, foi o 1º governador do Amazonas e criou o município de Boa Vista do Rio Branco, atual Boa Vista capital de Roraima.

Villeroy que fez a tradução da obra de Clairaut, analisada nessa pesquisa, publicada-a em 1908 editada no Rio de Janeiro, cuja contracapa menciona o positivismo (Figura 19) referência comentada na revisão de literatura no trabalho de Gouveia Neto e Gouveia (2017), que corrobora com a menção de poder pelo saber associada ao positivismo.

¹⁰ https://pt.wikipedia.org/wiki/Augusto_Ximeno_de_Villeroy

Figura 19: A menção ao positivismo no livro de Clairaut



Fonte: Clairaut (1908)

Com as considerações dos personagens brasileiros aqui citados e suas contribuições no contexto escolar, que contemplam a história dos juros pela inserção desse conteúdo ao currículo nacional, finalizamos o texto sobre uma história dos juros. Ante o que foi apresentado, enfatizamos que a história dos juros é um contexto amplo e cuja totalidade de elementos não estão exibidos nesse proposto, não identificados nas literaturas dessa pesquisa e pela própria ação dinâmica da história.

3.2.3. Um olhar didático sobre o atual ensino de juros

Uma das propostas do Diagrama de Chaquiam (2022) é recorte proveniente do contexto didático-pedagógico sobre as informações calhadas na pesquisa que faz uma triangulação entre o personagem central, o objeto de estudo e suas contribuições destacado na visão de um pesquisador, agremiando mais informações sobre o tema escolhido.

De modo que, sendo um trabalho de objetivos educacionais para o ensino, acreditamos ser pertinente explorar esse recorte para elucidar um olhar para fornecer essas contribuições a professore e estudantes de Matemática e agregar mais significado na contextualização do ensino de juros.

O diagrama de juros supracitado apresenta o nome da professora pesquisadora Waléria de Jesus Barbosa Soares¹¹, que dentre seus trabalhos sobre

¹¹ Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (2017) e integrante do GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil

História da Educação e do Ensino da Matemática, identificamos dois sobre juros e História da Matemática, em ambos mencionam o nosso personagem central Alexis Claude Clairaut, Soares e Silva(2016) e Soares (2016), fazendo a ponte do olhar didático promovido pelo matemático na forma de apresentar o conteúdo juros.

Clairaut, transcende o rigor matemático para explicar a resolução de uma equação de 2ª grau através de um problema de juros compostos, partindo de uma proporção para explicá-lo e generaliza algebricamente para uma equação de n-ésimo grau.

Segundo Soares e Silva (2016), ele não tinha a preocupação de demonstrar apenas a Matemática que academicamente era práxis entre os estudiosos da época, mas provocou didaticamente o desenvolvimento de uma situação problema (juros compostos) a uma forma algébrica (algoritmo da capitalização composta) para fazer a transição da aritmética a álgebra.

O trabalho de Clairaut evidenciado por Waléria emerge a sensibilidade do personagem em empreender uma forma didática para o ensino acessível a quem dele se apropriar, sobressaindo do rigor matemático presente e exigido nas grandes obras matemáticas, isso é corroborado pelo fato dessa obra ter sido traduzida e reproduzida no Brasil para fins educativos ao processo de ensino e aprendizagem.

3.2.4. Um olhar moderno de juros

A partir das informações desse texto, bem como as contribuições dos personagens elencados do sec. XVIII, vimos que a concepção de juros é a retribuição (mérito, prêmio, aluguel) pelo uso de um capital, uma quantidade (Q), num determinado período (t) de onde incide uma taxa (i). A imersão de juros compostos proveniente de séries infinitas nos estudos de Jacob Bernoulli e Euler apresenta a seguinte situação:

Numa taxa fixa (i) a variação do capital (Q) está diretamente proporcional a seu tempo, assim a derivada de Q em relação ao tempo pode ser representada desta forma:

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda Q$$

De modo que trocando Q pela derivada do tempo, temos:

$$\frac{dQ}{Q} = \lambda dt$$

Integralizando essa equação temos:

$$\int \frac{dQ}{Q} = \int \lambda dt$$

Logo,

$$\ln(Q) = \lambda t + k$$

Conforme descrita, a integral da derivada da quantidade é o log natural de Q que é igual a variação do tempo λt somada a uma constante k , de efeito temos que:

$$Q = e^{\lambda t + k}$$

Aplicando a propriedade de produto de potência de mesma base, reescrevemos a equação assim:

$$Q = e^k \cdot e^{\lambda t}$$

Sendo Q_0 o capital no tempo t_0 , a equação fica:

$$Q_0 = k' \cdot e^{\lambda t_0}$$

Desse modo,

$$Q_0 = k'$$

Logo, substituindo esse valor na equação acima, temos a seguinte generalização:

$$Q = Q_0 \cdot e^{\lambda t}$$

Portanto, para efeito de estudos em formação de professores temos a equação mencionada como forma de calcular o montante de juros compostos na variação de tempo.

Essas contribuições tem a pretensão de agregar informações, conceitos, olhares, que promovam tanto aos professores de matemática em seus processos formativos, a atualização e incremento de conhecimentos direcionados na história de juros, quanto como mediador no processo escolar, elementos que infiram potencialidades ao ensino.

Como dito, não temos aqui a totalidade de informações históricas, tampouco todos os personagens que contribuíram para a constituição dos juro e sua incorporação como conteúdo escolar, primeiro pelas dificuldades inerentes na identificação de fontes históricas disponíveis e segundo e extremamente relevante, a captação de fatos epistemológicos cronológicos não estarem disponíveis, pela própria ação dinâmica da história.

Portanto, a partir da metodologia proposta por Chaquiam (2022), apresentamos o texto - Uma História dos juro - empreendida em quatro partes: pelos elementos preliminares da concepção dos juro, nas contribuições epistemológicas, técnica e científica de personagens do séc. XVIII aos juro, na concepção didática dos juro promovida por autores atuais sobre o tema e um olhar moderno sobre juro.

Dessas, as duas primeiras partes aportaram um conjunto de atividades, fundamentadas por Chaquiam (2022) e Mendes (2015), para exploração didática em sala de aula na educação básica, que serão apresentadas no próximo capítulo, e as duas últimas partes, são contribuições para a Formação de Professores e cursos de Licenciatura em Matemática, com o objetivo de contribuir para melhoria do processo de ensino e aprendizagem desse objeto matemático.

4. OS TEXTOS E AS ATIVIDADES SOBRE JUROS

A construção do texto balizado por Chaquiam (2022) e as ponderações em Mendes (2015) proveu informações importantes para serem convertidas em atividades ao ensino dos juros e assim compor o objetivo de construir um Recorte (texto histórico e atividades) para o ensino dos juros na educação básica.

Dessa forma, apresentaremos algumas atividades inspiradas no recorte supracitado e enfatizando a competência geral prevista na BNCC: de valorizar os conhecimentos “historicamente construídos sobre o mundo [...] e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva” (BRASIL, 2018, p. 9)

E assim, para cada atividade, iremos dispor de uma ficha técnica com os objetivos pretendidos, alinhados a BNCC, o texto-base, as propostas de atividades (questões para exploração do conteúdo) e uma nota ao docente para orientações.

4.1. ATIVIDADE 1 - JUROS: DE COADJUVANTE A PROTAGONISTA

Iniciamos a atividade apresentando o objetivo, as competências e habilidades pertinentes previstas na BNCC (2018) para proporcionar ao leitor/professor uma visão geral sobre o que será abordado, seguido do texto-base e questões para o desenvolvimento desta.

Objetivo	Analisar a ideia e os componentes da concepção de juros na história da humanidade e identificar as grandezas que o compõe.
Competência específica	1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda, questões econômicas ou tecnológicas, divulgadas por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.
Habilidade	(EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas

TEXTO-BASE

Você sabe quando surgiram os juros?

Por volta de 3.500 a.C. na Mesopotâmia, os sumérios tinham o costume de oferecer parte de sua produção à deusa Inana, responsável pela fertilidade e produção dos campos, essa oferenda era encaminhada aos sacerdotes que emprestavam animais, sementes e arado, além da terra para plantio. Sendo assim, surtia o efeito de uma gratificação pelos meios que proveram à plantação. Mais tarde, os sacerdotes desenvolverem métodos de registros e cálculos para a prestação de contas advindas dessas oferendas.

Provavelmente, pelos sumérios, os Babilônicos incorporaram essa prática de oferendas, com uma diferença, sendo o Rei Hamurabi intitular-se o “favorito dos deuses”, essa retribuição passaria a ser recebida pelo próprio Hamurabi, imposta pela lei, logo o famoso *Código de Hamurabi* - “*Olho por olho, dente por dente*” tornou-se uma forma de intervenção na economia.

Na Índia, por volta de 1.500 a.C., já se fazia menção dos juros nos *livros védicos*, base das escrituras do Hinduísmo, a Lei descrevia que das quatro castas apenas as duas inferiores poderiam fazer empréstimos. Na Grécia antiga, os juros passaram a ser um problema moral e ético. Os Filósofos Platão, Aristóteles e Plutarco acreditavam que os juros aprisionavam os homens, pois para eles a usura era a pior forma de se ganhar dinheiro.

A princípio o império Romano também era contra a usura e assim, os empréstimos se tornaram um problema ético e religioso. Os juros eram vistos como empréstimos a Deus no judaísmo de Abraão, como tal, justificaria a prática e era visto como forma de servir a Deus, pois pagando suas dívidas havia paz. Em contraponto, no Alcorão, O Islamismo via a usura como crime cabível de pena de castigo.

Com o decorrer dos séculos e a organização dos povos em sociedades cada vez mais estruturadas, as relações comerciais ocasionadas por meio do escambo foram se limitando e surgiu a necessidade de criação de uma moeda que promovesse a equivalência de valores para trocas comerciais entre eles.

Assim, no sec. VII a.C. o BOI foi a primeira moeda da Grécia antiga; na mesma época, o SAL, era a moeda-mercadoria do Império Romano, donde vem a origem de “salário”; nas Ilhas do Pacífico eram colares de pérola e conchas, na

América Central pré-colombiana eram: algodão, cacau, sementes; na China(sec. XVI a XI a. C) dentes ou chifre de animais, depois armas; no Egito faraônico, peças de metais que era determinados pelo peso, que mais tarde na Ásia menor e Lídia, estabeleceram uma moeda de troca fundindo pequenas peças de metal(geralmente ouro e prata), seladas com uma marca oficial de uma autoridade pública, certificando assim o preço e o quilate.

No sec. X, na dinastia de Song houve a introdução do papel-moeda, ao contrário do peso de milhares de moedas, era de fácil transporte, sendo que apenas no sec. XIII foi padronizado e aceito nacionalmente, na Europa, apenas em 1661 o papel-moeda foi introduzido na Suécia. Havia muitas vantagens em usar o papel-moeda: facilitou transações comerciais, empréstimos, contudo ocasionou desvantagens das quais destacavam-se a emissão de impressão de notas sem lastro e consequentemente aumento da inflação.

Logo, o comércio atinge seu auge, os “cambistas” com seus negócios de troca e câmbio de moedas rapidamente aumentaram suas atividades para guardar e emprestar dinheiro, natural, portanto que ele recebesse algum valor pelos serviços prestados, como eles estavam sentados em bancos, ficaram conhecidos como “banqueiros” e no futuro deu origem a palavra “banco”. O primeiro banco privado data de 1157 pelo Duque Vitali, em Veneza. Essa rede bancária se aprimorou nos séculos XIII, XIV e XV.

Com a expansão da Igreja Católica, que dominaria toda a Idade Média, eram realizados Concílios para estabelecer regras a prática da usura, ainda vista como um mal à sociedade, porém praticada por todos os povos. No séc. XII era um mal, no séc. XIII era considerado um pecado. Em 1314, no Concílio de Viana foi decretada a expulsão da Igreja aos governantes que praticavam a usura.

Na Idade Média, as expansões marítimas intensificavam as relações comerciais, desenvolveu-se a economia monetária, aumentou as importações, surgiu o Mercantilismo e a Revolução Comercial, ao fato que os empréstimos e a cobrança de juros passaram a ser evidenciados como imprescindíveis a ascensão da época. Assim, na Idade Média, a Igreja católica deixava seu legado, na Europa do sec. XV, mesmo sendo condenável, a usura era praticada com juros exorbitantes com registros de 15%, 25% a 60% ao ano, casos de 200%, não haviam regras.

Ao fim desse último século, destacamos Nicolo Fontana de Brescia (1499-1557), mais conhecido como Tartaglia, o gago, homem humilde, alfabetizado apenas

aos 14 anos, autodidata, o que não o impediu de ser engenheiro e professor de Matemática em cidades italianas. Importante matemático, que dentre suas contribuições à Álgebra, Geometria, publicou em 1556 um tratado intitulado *O Tratado Geral de Números e Medidas*, composto de 17 livros, de onde desenvolveu todas as operações práticas e regras para a arte negociatória e mercantil.

Tartaglia destaca os juros como “mérito”, “merecimento” ou “prêmio”, com a ideia de que este seria pago no fim de uma determinada época para saldar algo. Assim ele descrevia:

A	“100 ducados ao final de um ano me retornariam 105 ducados, sendo que aqueles 5 ducados se diria mérito dos ditos 100 ducados”
B	“100 ducados ao final do mencionado tempo de um ano me retornassem 110 ducados, os 10 ducados que sobriam constituiriam o prêmio dos ditos 100
C	“Suponhamos, 80 ducados, me retornassem 87 ducados ao final de 9 meses”

Ele ainda apresenta seu conceito de juros em outras moedas daquela época:

“45 soldi ganharão 15 soldi em 7 meses”

“45 duados merecerão 15 duados no tempo de 7 meses”

“45 groffi ganharão ou merecerão 15 groffi em 7 meses”

“45 fiorini ganharão ou merecerão 15 fiorini no mencionado tempo”

Tartaglia deixa um legado que entre suas contribuições, desenvolveu a ideia de juros aplicada a situações das necessidades daquela época, ficando conhecido por escrever a melhor aritmética do sec. XVI entre operações numéricas e aritmética mercantil.

ATIVIDADE

Questão 1 – De acordo com as informações do texto, como a ideia de juros veio se construindo ao longo da história da humanidade, enumere algumas?

Questão 2 – Como você definiria juros segundo o texto?

Questão 3 – O texto traz menções de algumas situações no contexto financeiro (moeda, juros, bancos, entre outros), faça uma enumeração delas na forma

crescente diga em poucas palavras o que você compreendeu da evolução dessas situações.

Questão 4 - O texto mostra três exemplos aonde Tartaglia apresenta o conceito dos juros. Faça uma análise desses exemplos ressaltando as grandezas que compõem seus cálculos.

Questão 5 – Qual a intenção pretendida por Tartaglia quando apresenta juros em várias moedas da época?

NOTA DIDÁTICA AOS PROFESSORES

As Questões 1, 2 e 3 buscam nos objetivos estabelecidos a intenção de apresentar juros em seu contexto de construção ao longo da história e inferir que o conceito de juros existiu antes mesmo de taxas, moedas, bancos, desmistificando o que é apresentado em livros da literatura atual, que os juros antecederam e foram o precursor de toda a Matemática Financeira.

A Questão 4 pretende avaliar se os estudantes já identificam as grandezas que representam o capital, taxa, juros e montante. E a questão 5, se eles identificam que independente da moeda a ser trabalhada, o conceito de juros é o mesmo.

4.2. ATIVIDADE 2 - OS JUROS POR CLAIRAUT E EULER

Iniciamos a atividade apresentando o objetivo, as competências e habilidades pertinentes previstas na BNCC (2018) para proporcionar ao leitor/professor uma visão geral sobre o que será abordado, seguido do texto-base e questões para o desenvolvimento desta.

Objetivo	Apresentar o fator de capitalização de juros compostos nas situações desenvolvidas por Clairaut e Euler, de descontos e acréscimos sucessivos, de modo que os estudantes percebam que são aplicações resultante da subtração ou adição da taxa aplicada na equação proposta.
Competência específica	3. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente
Habilidade	(EM13MAT303) Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial, cada questão, com seus respectivos objetivos. (EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais

é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira [...]
--

TEXTO-BASE

Sobre o sec. XVIII em meio a Revolução Industrial, iluminismo, revoluções Russa, Americana e Inconfidência Mineira, tínhamos a ciência do uso dos juros compostos em diversas situações comerciais, ocasionadas pelas mais diversas razões. Notório identificar que ao longo do processo investigativo os estudiosos de Matemática administravam o avanço de suas descobertas com demonstrações cada vez mais organizadas ao passo que a sua refutação ou corroboração não fosse uma tarefa fácil.

Os grandes matemáticos orgulhavam-se de suas publicações, determinadas em rigor matemático. Sobre isso, Clairaut, trouxe suas contribuições aos juros, justamente contrapondo a esse roteiro, que mais tarde, conjunto aos demais estudos existentes, congratulou Euler a ampliação do estudo de juros compostos, aproximada da literatura atual da Matemática Financeira.

Alexis Claude de Clairaut¹² (Figura 1), nasceu em 13 de maio de 1713, em Paris, donde também veio a falecer em 17 de maio de 1765. Foi o único filho dos vinte do casal Jean-Baptista Clairaut e Catharine Petit, que chegou a vida adulta.

Figura 1: Foto de Alexis Claude de Clairaut



Fonte: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a0/Alexis_Clairault.jpg

Seu pai, Jean-Baptista professor de matemática, alfabetizou Clairaut com *Os Elementos de Euclides* e desde cedo mostrou ser prodígio matemático: aos 10 anos

¹² As referências biográficas descritas foram catalogadas dos sites: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Clairaut/> ; https://pt.wikipedia.org/wiki/Alexis_Claude_de_Clairaut; <https://www.somatematica.com.br/biograf/clairaut.php>; <https://clube.spm.pt/news/1166>

estudou Cálculo, aos 13 anos publicou seu 1º trabalho matemático intitulado *Quatre problèmes sur de nouvelles courbes* (Quatro problemas sobre novas curvas) para a Academia de Paris e aproximadamente aos 16 anos publicou o seu 1º Tratado intitulado *Research on Double Curvature Curves* (pesquisa sobre curvas de dupla curvatura) que lhe rendeu sua entrada prematura à Academia de Ciências em 1731.

Em 1734 viajou a Basiléia onde estudou meses com Pierre Louis Maupertuis, 15 anos mais velho, e Johan Bernoulli, irmão de Jacob Bernoulli. Em 1736 foi a Lapônia com Maupertius e Celsius para montar uma equipe para realizarem as medições dos arcos meridianos em diferentes latitudes com o objetivo de resolver as controvérsias geradas a partir dos estudos de Newton em decorrência da Lei da atração universal (1666).

Entre 1733 a 1743 fez várias publicações a destaque de *Sur quelques questions de maximis et minimis*. Em 1734, estudou equações diferenciais, das quais ficou conhecidas como *Equações diferenciais de Clairaut*. Nesse intervalo publicou duas obras que merece nosso destaque. Em 1739 publicou trabalhos de Cálculo Integral, provando a existência de fatores para a resolução de equações diferenciais de primeira ordem. O livro *Elementos da Geometria* foi publicado em 1741, com destaque a forma de escrever, na sua metodologia de apresentar os conteúdos matemáticos.

Essa proposta não era vista com bons olhos pelos estudiosos, com severas críticas de D'Alembert, pois considerava que o rigor matemático deveria ser usado metodologicamente para tal, e que a forma como Clairaut desenvolveu sua obra não era cabível numa obra matemática.

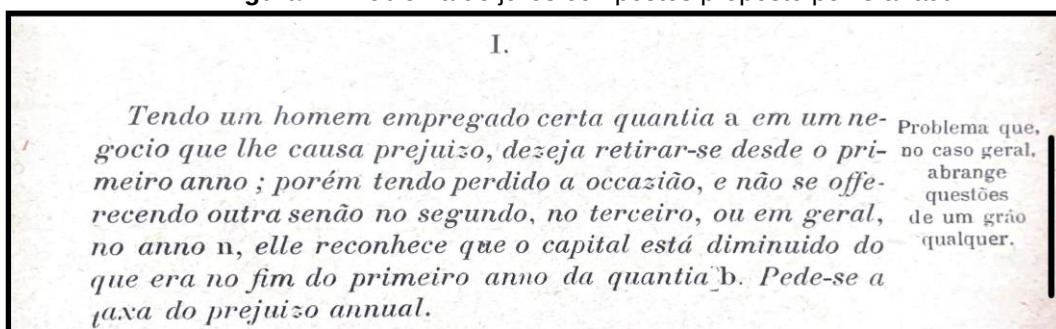
No entanto, Clairaut volta a repetir a mesma forma de produção que ele publicou em 1749, intitulada *Os Elementos da Álgebra*. Uma cópia dessa obra está em língua portuguesa, foi traduzida pelo militar A. Ximeno de Villeroy para compor-se como livro didático nas escolas brasileiras do final do século XIX.

Essa publicação, em efeito provocou muitas críticas de matemáticos importantes da época, como dito, pela forma como o autor tratou os objetos matemáticos e desenvolveu seu conteúdo: “ele não apresenta nenhum teorema, justamente por que sua intenção é tratar as regras de Álgebra em ordem semelhante a como eram tratadas pelos inventores” (SOARES e SILVA, 2016, p.103).

O método proposto pelo autor vai de encontro aos matemáticos, como D'Alembert, que apresentavam e acreditavam como sendo a forma de escrever academicamente, enfatizando o rigor matemático, no entanto, Clairaut, não dispensou o rigor matemático simplesmente, seu intuito era fazer a descoberta acontecer, e ainda, teve a preocupação didática de apresentar a álgebra numa forma que estreitasse o seu entendimento junto aos interessados.

Conforme referem Soares e Silva (2016), Clairaut traz o objeto juros no segundo capítulo de seu livro mencionado para desenvolver a resolução de equações do 2º grau e para tanto, ele introduz um problema, de forma que ele generaliza a uma equação n-ésimo grau, conforme apresentamos seu enunciado na figura 2.

Figura 2: Problema de juros compostos proposto por Clairaut



Fonte: Clairaut (1908)

Para explicar esse problema de resolução de uma equação de 2º grau que poderia abranger qualquer grau, conforme descrito nas suas anotações, ele usa a situação de juros compostos pertinente ao contexto de aplicação de modo que introduz as variáveis para auxiliar em suas explicações.

Inicialmente Clairaut apresenta como x , a variável que representa o valor procurado, logo, o prejuízo sobre o capital de 100£ ao final do primeiro ano seria a expressão resultante da seguinte proporção:

$$100 : 100 - x = a : a \frac{100 - x}{100}$$

Clairaut busca encontrar o quarto termo da proporção, que indicaria a quantia que “a” ficaria reduzido ao final do primeiro ano de prejuízo. Assim, ele faz o seguinte raciocínio:

$$100 : 100 - x = a : a \frac{100 - x}{100}$$

Organizando a proporção na forma racional, teremos:

$$\frac{100}{100 - x} = \frac{a}{a \left(\frac{100 - x}{100} \right)}$$

O produto dos termos dos meios por extremos, implica que:

$$100 \cdot a \left(\frac{100 - x}{100} \right) = a \cdot (100 - x)$$

$$a \left(\frac{100 - x}{100} \right) = \frac{a \cdot (100 - x)}{100}$$

$$a \left(\frac{100 - x}{100} \right) = \frac{a \cdot 100 - a \cdot x}{100}$$

$$a \left(\frac{100 - x}{100} \right) = \frac{a \cdot 100}{100} - \frac{a \cdot x}{100}$$

$$a \left(\frac{100 - x}{100} \right) = a - \frac{a \cdot x}{100}$$

$$a \left(\frac{100 - x}{100} \right) = a \left(1 - \frac{x}{100} \right)$$

Assim, o quarto termo é:

$$a \left(1 - \frac{x}{100} \right)$$

Que representa o prejuízo no primeiro ano. Em seguida Clairaut apresenta a proporção decorrente do segundo ano de prejuízo.

$$100 : 100 - x = a \frac{(100 - x)}{100} : a \frac{(100 - x)^2}{10000}$$

Utilizando o mesmo raciocínio, o quarto termo ficaria reduzido a:

$$a \frac{(100 - x)^2}{10000} = a \left(1 - \frac{x}{100} \right)^2$$

E se fosse ao terceiro ano de prejuízo, o quarto termo seria:

$$a \left(1 - \frac{x}{100} \right)^3$$

Logo, Clairaut demonstra que passados n períodos anuais, o capital ficaria reduzido ao produto do capital a pela expressão $\left(1 - \frac{x}{100} \right)$ elevado a n períodos.

Logo:

$$a \left(1 - \frac{x}{100}\right)^n$$

Portanto, essa era a forma de calcular o montante de juros composto.

Outro grande matemático que também rendeu contribuições aos juros foi Leonhard Paul Euler¹³, nasceu em 15 de abril de 1707 na Suíça e faleceu em 18 de setembro de 1783, na Rússia, filho de Marguerite Brucker e Paul Euler, foi um dos grandes matemáticos da história daquele século e para a Matemática, foram muitas suas contribuições, como as notações matemáticas, suficiente e importantes para os estudos da matemática conforme apresentamos no quadro 1:

Quadro 1: Algumas Notações de Euler

ANO	NOTAÇÃO	
1734	$f(x)$	estudo de funções
1727	e	número de Euler
1777	i	representar a $\sqrt{-1}$
1755	Π	pi
1755	Σ	soma
1755	Δy e $\Delta^2 y$	diferenças infinitas

Fonte: O'Connor e Robertson (1998), adaptado pela autora.

Aqui ressaltamos ao número de Euler, destaque para a equação da Identidade de Euler e para nossa pesquisa o e também batizado como Número de Euler (ou neperiano), mas como vimos, identificado por Napier, sem, contudo, compreender a grandeza de sua descoberta, feito de Jacob Bernoulli, supracitado. Mas, foi Euler que foi além desses estudos.

Euler o identificou no estudo de séries infinitas, de tal forma que o valor limite determinado por essa soma era o número e , conforme a expressão:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Assim, o fator multiplicador de juros se aproximava de um número fixo, aproximadamente 2,71828....., o número e também passou a se chamar número de Euler.

Em 1840, Euler publica “Elementos da Álgebra” e apresenta o conceito de juros com a denominação “interest”, que traduzido quer dizer interesse, a mesma usada pelos romanos. Nessa obra ele se detém aos juros compostos e de acordo

¹³ Ibidem, https://pt.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler

com Soares e Silva (2016), o “Cálculo do interesse” é apresentado pelo autor no capítulo de razão e proporção com uma aplicação direta da regra de três.

O problema envolveria uma aplicação de 100 libras sobre uma taxa anual de 5 por cento sobre um capital a , Euler chega a seguinte proporção:

$$\frac{105 \cdot a}{100} = \frac{21}{20} a = \frac{20}{20} a + \frac{1}{20} a = a + \frac{1}{20} a$$

E assim ele deduz que ao final do período anual a soma do capital com a sua vigésima parte seria o montante daquele período, e se quisesse o montante referente ao final do segundo ano, adicionaria a esse resultado a sua vigésima parte, de modo que, fazendo esse processo, subsequentemente, conseguiria calcular os sucessivos aumentos anuais do capital a para qualquer ano.

Desse modo, Euler completa que para o interesse de 5 por cento ao ano a expressão que representa o montante de juros compostos a uma capital a depois de n períodos de aplicação anuais seria a expressão:

$$\left(\frac{21}{20}\right)^n \cdot a$$

E que mudando o interesse, converteria a razão simplificada do exemplo.

Numa forma de generalizar o pensamento de Euler com relação ao tratamento do montante de um empréstimo de capital a e cuja taxa seria representada por x , teríamos:

$$a + \frac{x}{100} a = a \left(1 + \frac{x}{100}\right)$$

E tomando o mesmo raciocínio de que ao final de cada período, o montante seria a soma do capital com a parte correspondente a taxa aplicada, o montante para dois, três ou quatro períodos de capitalização seriam representados respectivamente assim:

$$a \left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 ; a \left(1 + \frac{x}{100}\right)^3 ; a \left(1 + \frac{x}{100}\right)^4$$

Logo numa generalizando a n -ésimos períodos de capitalização teríamos:

$$a \left(1 + \frac{x}{100}\right)^n$$

Uma expressão muito peculiar presente nos livros que constam juros compostos da atualidade.

ATIVIDADE

Questão 1 – De acordo com o texto tanto Clairaut como Euler foram grandes matemáticos do sec. XVIII e ambos chegaram na generalização de uma expressão para cálculo do montante.

- a) Reescreva a expressão construída por Clairaut?
- b) Reescreva a expressão construída por Euler?
- c) O que você consegue identificar de diferente entre elas?
- d) De acordo com as informações do texto a quê se deve essa diferença?

NOTA DIDÁTICA AOS PROFESSORES

Nosso grande objetivo nessa atividade é apresentar aos estudantes que a expressão algoritma de juros compostos apresentada nos livros didáticos escolares, tem uma história de situações e personagens de modo a inferir mais significado e método de aplicação. Inclusive o professor pode em seguida sugerir algumas questões, dialogando com a Educação Financeira, envolvendo acréscimos e descontos para uso das expressões apresentadas.

4.3. ATIVIDADE 3 - O NÚMERO *e* NOS ESTUDOS DE NAPIER A JACOB BERNOULLI

Iniciamos a atividade apresentando o objetivo, as competências e habilidades pertinentes previstas na BNCC (2018) para proporcionar ao leitor/professor uma visão geral sobre o que será abordado, seguido do texto-base e questões para o desenvolvimento desta.

Objetivo	Identificar o número <i>e</i> , por meio do uso de planilha eletrônica, de modo a constatar que há um limite de juros em períodos de capitalização muito curtos.
Competência específica	2. Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

Habilidade	(EM13MAT203) Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões (EM13MAT303) Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial, cada questão, com seus respectivos objetivos.
------------	---

TEXTO-BASE

No sec. XIII com a impulsão das grandes navegações e da Revolução comercial, houve grande procura por financiamentos para custear essa realidade econômica, intensificando no sec. XV, provavelmente foi-se necessário estudar e organizar ainda mais os juros para contemplar os anseios da época.

John Napier¹⁴, (1550 – 1617), diferente dos demais personagens com influência na matemática, o inventor dos logaritmos, desenvolveu seus estudos por meio de interesses pessoais. Há indícios que o gosto pelos logaritmos também foi impulsionado pelos juros, ao fato que como seu pai era dono de terras e fazia muitos negócios, como empréstimos era necessários bons conhecimentos aritméticos para resolver os cálculos de juros, conforme cita Soares e Silva (2016) sobre as atividades desenvolvidas pelo seu pai:

Que arrendava terras e emprestava dinheiro em troca de pagamentos e recebimentos de juros pelos seus favores, Napier se depara com o valor de 2,718281.....Ele observa que nos problemas que envolvem juros, quanto mais aumenta os períodos de capitalização obtemos valores ainda maiores” (SOARES e SILVA, 2016, p. 102)

Nessa menção identificamos que se tratavam de juros compostos e sobre a frequência do irracional 2,718281.....nos cálculos de Napier, Terra (2017) comenta:

acredita-se que sua primeira “aparição” se deu em situações práticas no cálculo de juros compostos, no início do século XVII, período em que a efervescência do capitalismo crescia e o volume das transações financeiras aumentava. Na explosão da ganância, mercadores e banqueiros emprestavam e investiam à taxa de juros de mercado, com objetivo de acumular mais riquezas e, indiretamente, oferecer liquidez ao sistema. (TERRA, 2017, online)

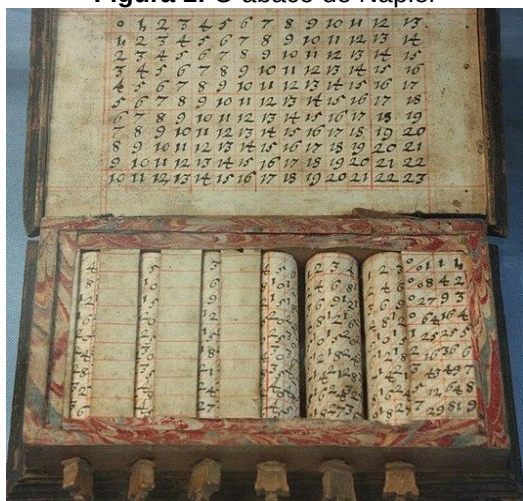
¹⁴ https://pt.wikipedia.org/wiki/John_Napier

No início do sec. XVII, John Napier revelou sua invenção dos logaritmos, destacando-os como instrumento de cálculo com o poder de reduzir multiplicações e divisões a simples operações de soma e subtração” (PIPPA, 2014, p. 9). E completa,

Por volta de 1590, Napier mostrou tem um grande conhecimento da correspondência entre progressões aritméticas (PA) e geométricas (PG). Ele observou que o produto ou a divisão de dois termos da PG estava associado à soma ou a diferença dos respectivos termos da PA. Partindo dessa correspondência criou os logaritmos. (PIPPA, 2014, p.11)

Desse fundamento, Napier dedica vinte anos de sua vida ao estudo dos logaritmos, e mesmo sem ser da área acadêmica, suas contribuições tiveram importância mundial, pois tanto auxiliou em demais estudos como solucionou inúmeros problemas ocasionados pelas limitações tecnológicas da época. Destaque também aos equipamentos construídos por Napier que o auxiliaram nos cálculos aritméticos de valores muito altos ou pequenos, conforme mostramos nas figuras 1 e 2, tecnologias construídas artesanalmente com ossos, couro, madeira, que transcenderam ao tempo.

Figura 1: O ábaco de Napier



Fonte: <https://proyectoidis.org/abaco-de-napier/>

Figura 2: Conjunto de ossos de Napier



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/John_Napier

Esses são alguns exemplos da genialidade de Napier, também conhecido como administrador de tempo, visto que essas tecnologias faziam com que ele ganhasse tempo nos cálculos aritméticos, necessários da época. A inclusão dessas tecnologias agremiou facetas importantes à Matemática.

Na transição da Idade Média a Moderna, eclode a Revolução Industrial, o movimento Iluminista, as grandes Revoluções, Francesa e Americana, e sob novo

contexto histórico e sociocultural as demandas financeiras e comerciais se tornaram ainda mais complexas e necessárias.

Nessa conjuntura, surge um dos grandes nomes da Matemática Jacob (Jacques) Bernoulli¹⁵, que nasceu na cidade suíça de Basiléia em 6 de janeiro de 1655, vindo a falecer no mesmo lugar em 16 de agosto de 1705. Filho de Nicolaus Bernoulli, irmão de Johann Bernoulli e tio de Daniel Bernoulli. De origem belga e fé cristã protestante, foram refugiados da perseguição religiosa do rei espanhol Filipe. Casou-se em 1684 com Judith Stupanus e teve dois filhos.

Por imposição familiar e com muita frustração se formou em Filosofia e Teologia pela Universidade da Basiléia em 1671 e 1676. No entanto, contra a família e apaixonado pela Matemática, estudou Matemática e Astronomia no período universitário, até então não havia referencias de estudiosos nessas áreas pela família Bernoulli, acredita-se que a tradição dos Bernoulli pela Matemática vem a partir dele.

Jacob publicou trabalhos importantes, dos quais ressaltamos: em 1684 sobre o cálculo diferencial em *Nova Methodus pro Maximis et Minimis*, publicado em *Acta Eruditorum*; em 1685 foram dois, um panfleto sobre paralelos da lógica e da álgebra e depois um trabalho sobre probabilidades; em 1687 um de geometria que resultava na divisão de um triângulo em quatro partes por meio de suas perpendiculares; em 1689, um estudo sobre as séries infinitas, a teoria da probabilidade; entre os anos 1682 e 1704 publicou cinco tratados sobre séries infinitas.

Sendo assim, dentre as contribuições à Matemática por Jacob Bernoulli, deve-se: a primeira aparição do termo Integral, o estudo da catenária, a teoria da probabilidade, primeiros usuários de coordenadas polares, a isócrona e também no estudo de séries infinitas e o descobrimento do número e .

Segundo O'Connor e Robertson (2001) o número e foi descoberto por Jacob quando ele estudava juros compostos e não logaritmos, dos estudiosos dos trabalhos de Napier, conforme citam:

Talvez surpreendentemente, uma vez que este trabalho sobre logaritmos chegou tão perto de reconhecer o número e , quando e é "descoberto" pela primeira vez, não é através da noção de logaritmo, mas sim através de um

¹⁵ https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bernoulli_Jacob/
https://en.wikipedia.org/wiki/Jacob_Bernoulli

estudo de juros compostos. Em 1683 Jacob Bernoulli olhou para o problema dos juros compostos e, ao examinar os juros compostos contínuos, tentou encontrar o limite de $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ com n tende ao infinito. (O'CONNOR e ROBERTSON, 2001, on-line)

O problema de juros compostos em questão, implicaria na inquietação em adquirir o máximo de juros em uma aplicação de empréstimo. Percebeu-se que conforme iria sendo diminuindo os períodos de capitalização maiores seriam os juros adquiridos nessa suposta aplicação.

A questão apresenta um empréstimo de \$1,00 a ser pago ao final de 1 ano sob os juros de 100% ao ano, o que ocasionaria um montante de \$2,00 de acordo com a aplicação do exponencial $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ pelo capital emprestado. Ao passo que se esse processo ocorresse duas vezes ao ano, com período semestral, \$1,00 emprestado resultaria a cada semestre em \$1,5 que ao quadrado, seria \$ 2,25.

Verificou-se assim, que os juros aumentaram e logo a lucratividade da operação inferiu um questionamento: e se tivéssemos períodos de capitalização na forma trimestral, mensal, semanal, diário, ou ainda em horas e segundos, qual seria o mais rentável?

ATIVIDADE

Questão 1 – De acordo com as informações do texto, qual a percepção que Napier teve do irracional 2,718281.....?

Questão 2 – De acordo com as informações do texto, como Jacob descobriu o número e ?

Questão 3 – O texto apresenta essa questão sobre juros:

Um empréstimo de \$1,00 a ser pago ao final de 1 ano sob os juros de 100% ao ano, o que ocasionaria um montante de \$2,00 de acordo com a aplicação do exponencial $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ pelo capital emprestado. Ao passo que se esse processo ocorresse duas vezes ao ano, com período semestral, \$1,00 emprestado resultaria a cada semestre em \$1,5 que ao quadrado, seria \$ 2,25. Verificou-se assim, que os juros aumentaram e logo a lucratividade da operação inferiu um questionamento: e se tivéssemos períodos de capitalização na forma trimestral, mensal, semanal, diário, ou ainda em horas, minutos e segundos, qual seria o mais rentável?

- a) Vamos construir uma planilha eletrônica para calcular o montante decorrente das aplicações descritas na questão desde da anual até a capitalização por segundos, com uso da expressão exponencial $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$
- b) Verifique os juros decorrentes desses períodos de capitalização e verifique qual a mais vantajosa?
- c) Qual a sua percepção quanto aos resultados das aplicações de capitalização diária, em horas, em minutos e por segundo?
- d) De acordo com o texto o que você pode afirmar quanto aos resultados do item c?
- e) De acordo com as informações contidas e desenvolvidas nessa atividade, como você definiria o número e ?

NOTA DIDÁTICA AOS PROFESSORES

Essa atividade tem a pretensão de provocar o ensino do número neperiano e na sua constituição, trazendo parte de sua concepção, ainda dentro da história de juros, pelo seu aspecto histórico-social, pelas necessidades da época e suas aplicações em situações peculiares e presentes na vida das pessoas.

Outro ponto, é permitir aos estudantes a verificação de que há um limite de cobrança de juros, identificando que quanto maiores os períodos de capitalização maior será o lucro, no entanto há situações que esse ganho é praticamente nulo.

Esses são pontos de discussões inerentes as questões 1 e 2. Com relação a questão 3, trouxemos a sugestão do uso da TIC – planilha eletrônica – pela sua popularidade, entretanto, pode ser usada outras tecnologias disponíveis, tais como: *Geogebra*, *Scratch* e *APP Inventor*.

Diante do exposto, partiremos para a validação desse Recorte, elaborado mediante os objetivos formalizados nesse estudo para responder a questão de pesquisa e ponderar as considerações deste para o ensino dos juros.

5. VALIDAÇÃO DOS TEXTOS E ATIVIDADES PELOS DOCENTES

Neste capítulo iremos apresentar os resultados obtidos na coleta de dados com o objetivo de responder nossa questão de pesquisa, e para isso, formalizamos um questionário construído pelo aplicativo *google forms* (anexo ao apêndice) para a coleta de dados, inseridos na forma on-line, via link de participação, endereçada a professores de Belém do Pará aleatoriamente durante a primeira quinzena de dezembro de 2022 e contou com uma amostra de 33 docentes de Matemática.

A primeira parte dessa pesquisa fez referência a coleta de dados do perfil profissional da amostra supracitada e cujos resultados são estes: 65% dos avaliadores apresentam idades entre 30 a 50 anos, destes 78% que assistem apenas as escolas públicas de Belém, sendo os demais também da rede privada de ensino e mais de 90% na educação básica. São professores que buscam atualização acadêmica, sendo 45% especialistas e 33% são mestres.

De modo que, os professores eleitos têm experiência para fazer uma análise do recorte proposto ao ensino de Juros e cujas percepções e contribuições serão importantes para diagnosticar os objetivos pretendidos para a pesquisa.

Antes de coletar os dados, os professores eram notificados que o questionário era parte integrante dessa pesquisa de mestrado e que sua participação seria para bases acadêmicas, apenas por meio desse consentimento que o docente tomaria ciência do proposto, apresentação do Recorte (texto histórico e atividades).

5.1. APRESENTAÇÃO DO QUESTIONÁRIO

A partir de então, a pesquisa contemplava mais três partes: a segunda, fazia referência a avaliação do Texto de Juros; a terceira, a avaliação das atividades pospostas e a quarta parte, o conjunto do Recorte (Texto base e atividades). Para cada questionamento o professor tinha cinco alternativas para indicar a sua percepção do item avaliado, que variava de integralmente (100%) até de nenhuma forma (0%), caso o docente marcasse por algum percentual inferior a 100% deveria indicar seu julgamento para uma melhor exequibilidade. Assim a validação contava com uma apreciação tanto do ponto de vista quantitativo quanto qualitativo.

Exibiremos agora essas três partes do questionário e posteriormente, a tabulação e os resultados diagnosticados.:

PARTE 2 - Texto histórico: A História dos juros

Faça a leitura do texto por meio do link, e em seguida faça a sua avaliação e contribuições. HISTÓRIA DOS JUROS

1. Você percebe que textos dessa natureza contribuem para responder questionamentos discentes tais como: por quê? Para quê? De onde surgiu?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

1.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

2. Você considera que textos dessa natureza podem contribuir para o processo de ensino e de aprendizagem de juros?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

2.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

3. Você percebe que recortes históricos apresentados constituem uma história de juros?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

3.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

4. Se fosse disponibilizado, você utilizaria recortes do texto durante a apresentação de conteúdo relacionados a juro em sala de aula?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

4.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

5. O texto apresentado pode contribuir para sua formação didática e pedagógica?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

5.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

PARTE 3 - Apresentação das Atividades

ATIVIDADE 1: JUROS: DE COADJUVANTE A PROTAGONISTA

As atividades apresentadas aqui são sugestões ao ensino de juro construídas a partir do texto supracitado. Clique no link [ATIVIDADE 1](#) para fazer a leitura e consequentemente sua avaliação.

1. O conteúdo da Atividade 1 esta compatível com o objetivo, habilidades e competências propostas?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

1.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

2. A Atividade 1 apresenta uma linguagem acessível ao nível cognitivo dos alunos?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

2.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

3. As questões constantes para a Atividade 1 estão alinhadas ao objetivo, competências e habilidades propostas?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

3.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

ATIVIDADE 2 - OS JUROS POR CLAIRAUT E EULER

As atividades apresentadas aqui são sugestões ao ensino de juros construídas a partir do texto supracitado. Clique no link [ATIVIDADE 2](#) para fazer a leitura e consequentemente sua avaliação.

1. O conteúdo da Atividade 2 esta compatível com o objetivo, habilidades e competências propostas?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

1.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

2. A Atividade 2 apresenta uma linguagem acessível ao nível cognitivo dos alunos?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

2.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

3. As questões constantes para a Atividade 2 estão alinhadas ao objetivo, competências e habilidades propostas?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

3.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

ATIVIDADE 3 - O NÚMERO e NOS ESTUDOS DE NAPIER A JACOB BERNOULLI

As atividades apresentadas aqui são sugestões ao ensino de juros construídas a partir do texto supracitado. Clique no link [ATIVIDADE 3](#) para fazer a leitura e consequentemente sua avaliação.

1. O conteúdo da Atividade 3 esta compatível com o objetivo, habilidades e competências propostas?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

1.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

2. A Atividade 3 apresenta uma linguagem acessível ao nível cognitivo dos alunos?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

2.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

3. As questões constantes para a Atividade 3 estão alinhadas ao objetivo, competências e habilidades propostas?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

3.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

PARTE 4 – AVALIAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL (TEXTO HISTÓRICO + CONJUNTO DE ATIVIDADES)

1. Na sua percepção, o conjunto de atividades que compõem recortes da História de juro está ordenado e pode contribuir com o ensino de conteúdos relacionados aos juro?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

1.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

2. Na sua percepção, a utilização de recorte (texto histórico + atividades) apresentado podem contribuir para a apreensão de conteúdos relacionados aos juro?

- a) De nenhuma forma (0%)

- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

2.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

3. O recorte (texto histórico + atividades) apresentado pode contribuir à formalização de conteúdos relacionados aos juros?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

3.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

4. A apresentação do recorte (texto histórico + atividades) pode promover uma melhor interação entre professor-aluno-saber?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

4.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

5. O recorte (texto histórico + atividades) permite que o docente tenha uma nova visão ou possibilidade de ensino sobre juros?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

5.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

6. Na sua percepção, as atividades propostas permitem que os estudantes tenham uma nova visão sobre juros?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

6.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

7. Que potencialidades você identifica no recorte (texto histórico + atividades) e na sua utilização para o ensino do objeto matemático (conteúdo relacionado a juros)?

De posse da coleta de dados, a partir desse questionário, apresentamos a tabulação e os resultados.

5.2. VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS E A QUESTÃO DE PESQUISA

Conforme citado, segue a exposição dos dados e para termos uma visão detalhada de cada parte do produto educacional, analisamos primeiro individualmente o texto histórico e as atividades, e subsequentemente o Recorte, e por fim respondemos a nossa questão de pesquisa.

Dessa forma a análise das respostas serão exibidas em quatro blocos:

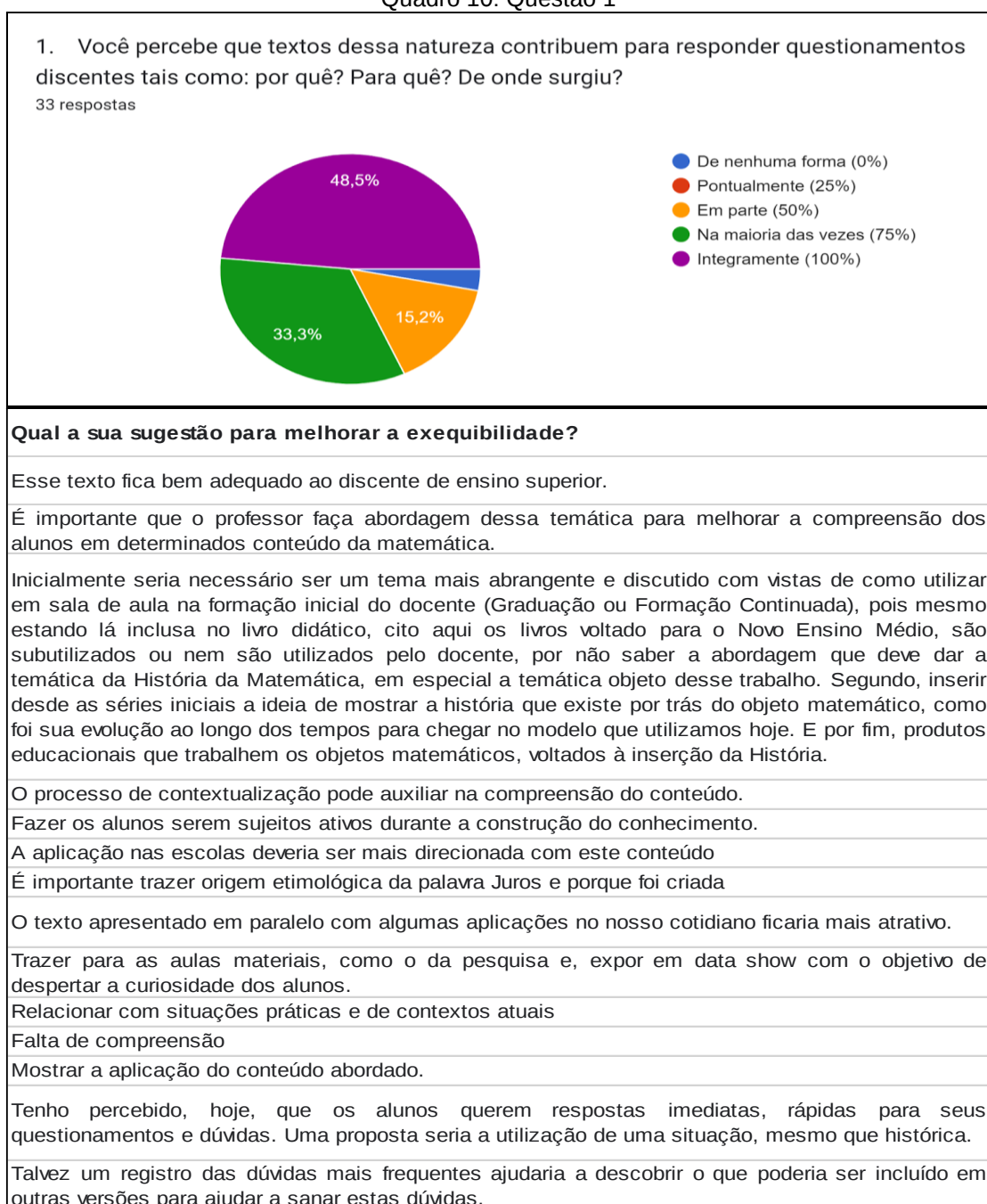
- I. Percepções do Texto Histórico
- II. Percepções do Conjunto de Atividades
- III. Percepções do Recorte (texto histórico e conjunto de atividades)
- IV. Resposta à questão de pesquisa

Para isso, as questões abordadas em cada bloco foram analisadas numa visão quantitativa e qualitativa dos resultados, exibidas em quadros, mensurando a capacidade didática e emitindo contribuições ao avaliado, de forma que dialogue as respostas as argúcias docentes.

5.2.1. Percepções do Texto Histórico

A análise do texto histórico contou com cinco questionamentos e será apresentada na seguinte forma: o resultado geral quantitativo e as sugestões docentes destacadas na amostra e posteriormente a análise desta. Sobre a possibilidade de o texto contribuir para responder questionamentos discentes tais como: por quê? Para quê? De onde surgiu? Segue o quadro 10:

Quadro 10: Questão 1



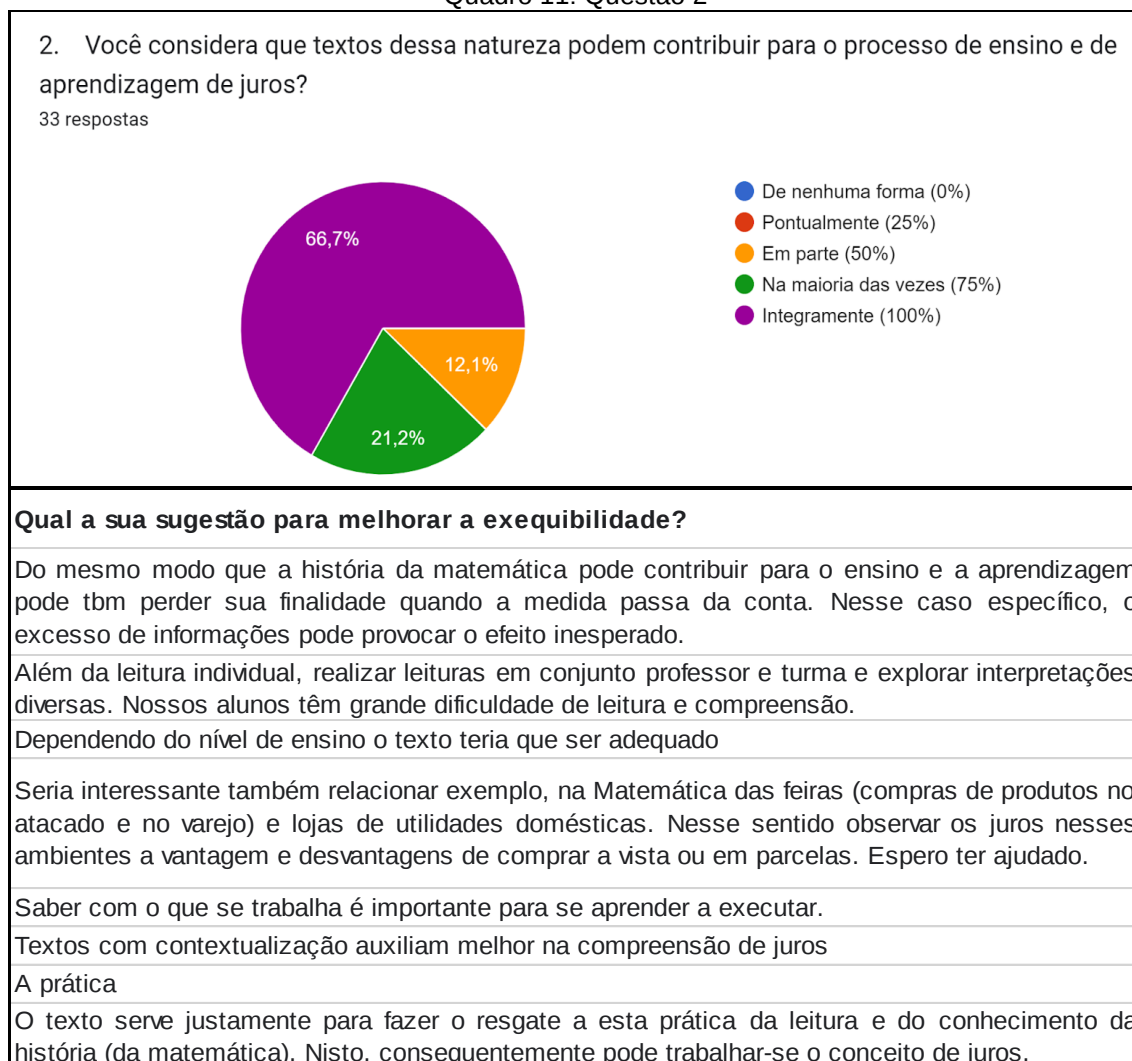
Fonte: autora (2022)

Do quadro 10, expõe a possibilidade de agremiar significado a aula de juros, emergindo a adequação do texto ao nível de ensino, aplicações no cotidiano, formas de desenvolver o conteúdo do texto, para uma melhor exequibilidade.

Importante destacar que o texto histórico é uma base construída para dar alicerce ao trabalho docente de modo a inferir possibilidades de ensino desvinculadas das estratégias atuais, diagnosticadas no capítulo 2, que não desperta curiosidade, significado e transcende o algoritmo apresentado sobre juros no roteiro: conceito, exemplo, exercícios.

O quadro 11, traz as implicações docentes quanto a possibilidade de textos dessa natureza contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de juros.

Quadro 11: Questão 2



Fonte: autora (2022)

Dos resultados expostos no quadro 11, continuamos com uma percepção positiva quanto ao uso de textos dessa natureza no processo de ensino e

aprendizagem de juros. Quanto às contribuições, foi destacado que o tamanho do texto pode causar aversão aos alunos, no entanto, outro professor reforçou que o texto promove a prática da leitura para trabalhar o conceito de juros, destarte também a apresentação de exemplos de aplicação de juros em paralelo ao texto.

O item 3 questiona se o recorte avaliado apresenta uma história de juros e as percepções seguem no quadro 12.

Quadro 12: Questão 3

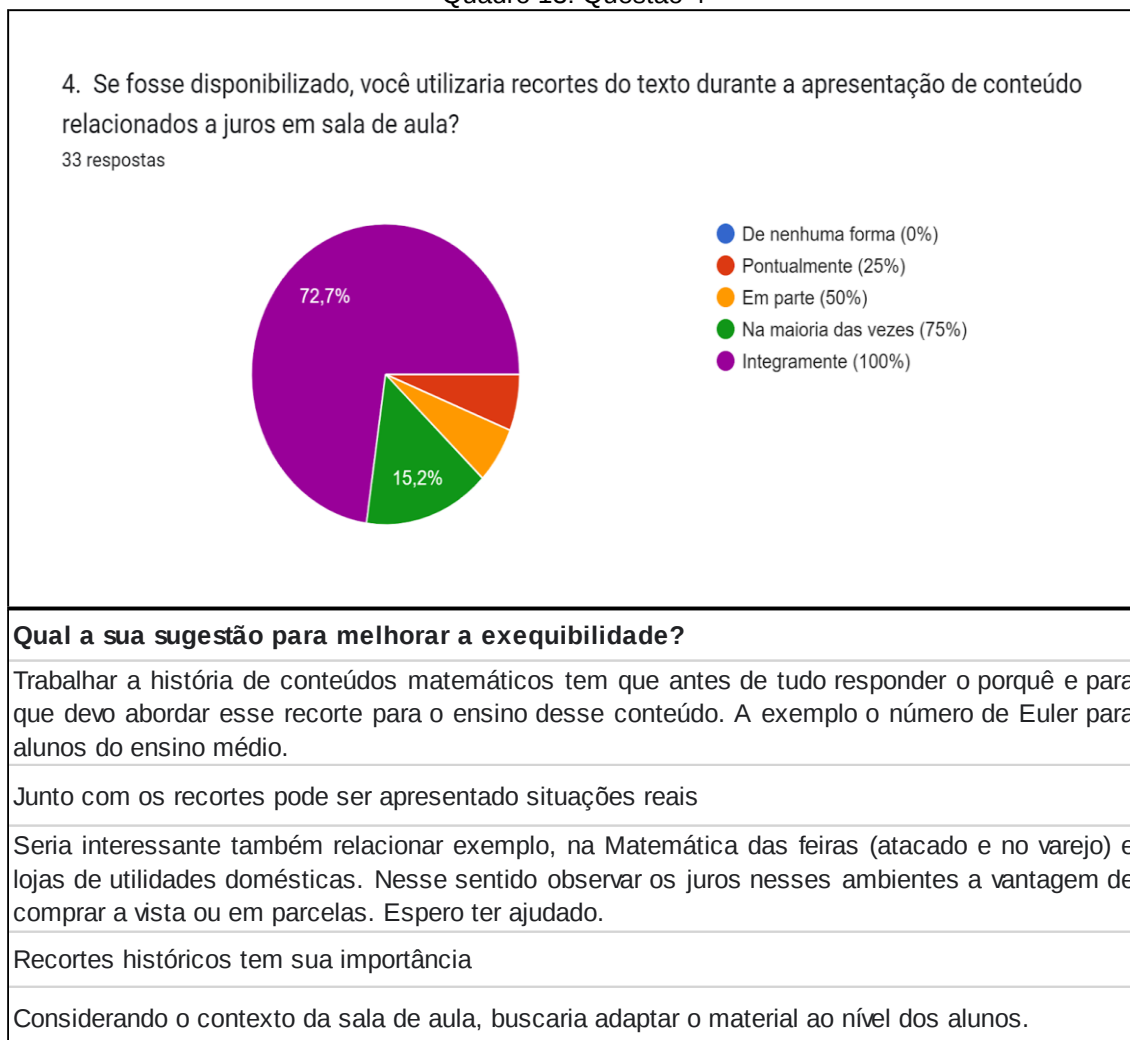


Fonte: autora (2022)

Dos resultados do quadro 12, a grande maioria credita à possibilidade de que recortes históricos possam constituir uma história de juros. As contribuições docentes, fazem menções de formas didáticas de desenvolver o conteúdo apresentado em sala de aula, que constituem parte de nossos objetivos, de promover o uso da história da matemática como elemento didático para o ensino, em especial de juros.

Na quarta questão perguntamos se na disponibilidade desse texto, os professores teriam o interesse de utilizar em sala de aula para o ensino de juros, e as respostas estão presentes no quadro 13.

Quadro 13: Questão 4

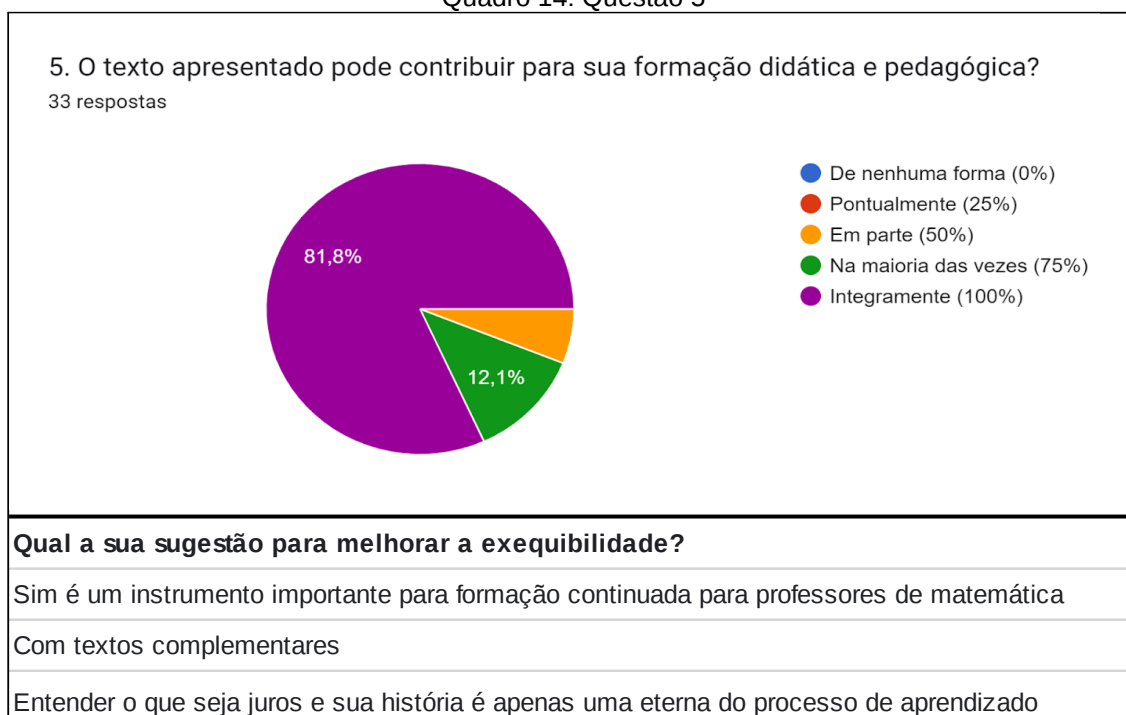


Fonte: autora (2022)

As respostas dessa questão apontam que todos utilizariam o material, com quase um terço deles de forma integral e os demais de formas pontuais, o que corrobora com a pretensão de uso da história da matemática para o ensino, foi pontuando a adequação aos níveis de ensino, relacionando a situações reais, conforme a indicação dos docentes.

A última questão desse bloco, direcionada ao docente, se o material contribui para sua ação pedagógica e formativa, as respostas compõem o quadro 14.

Quadro 14: Questão 5



Fonte: autora (2022)

Do quadro 14, temos novamente uma resposta positiva quanto às contribuições desse material a sua formação docente, com mais de 80% favorável integralmente ao material proposto, o que induz a apresentação de informações pouco conhecidas dos docentes e também capazes de agregar mais conteúdo à sua formação.

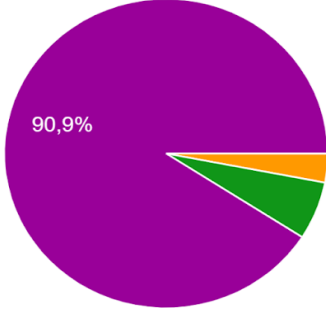
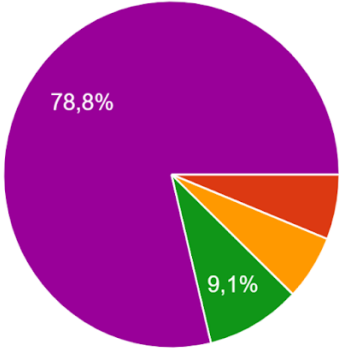
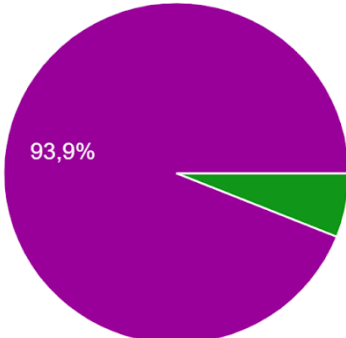
Em destaque ainda citaram que é um importante instrumento formador, inclusão de textos complementares, inclusão de propostas de trabalho do conteúdo na escola e a percepção que os juro e a história fazem parte do processo de aprendizado.

5.2.2. Percepções do Conjunto de Atividades

A segunda parte da pesquisa direcionava a apresentação de 3 propostas de atividades, que foram produzidas a partir da História de Juro, de modo a provocar os docentes a oportunidade de inferir possibilidades que dialoguem em sala de aula para o ensino de juro. As três atividades foram alinhadas a BNCC e exibidas com o mesmo formato: ficha de apresentação (objetivo, competências e habilidades), texto base, questões para desenvolvimento do conteúdo e nota ao docente.

Todas elas foram avaliadas com os mesmos questionamentos de modo que, exibiremos as análises por contexto. O quadro 15, apresenta as respostas quanto a compatibilidade das atividades a seus respectivos objetivos previstos:

Quadro 15: Conteúdo das Atividades x objetivos previstos

ATIVIDADE	RESULTADO	OBSERVAÇÕES DOCENTES
	● De nenhuma forma (0%) ● Pontualmente (25%) ● Em parte (50%) ● Na maioria das vezes (75%) ● Integralmente (100%)	
1	 90,9%	Penso que faltou questões que identificasse as habilidades e competências. Quanto ao objetivo está ok. O texto poderia ser mais enxuto
2	 78,8% 9,1%	Há uma complexidade na resolução de problemas para alunos de nível médio. Se o assunto for destinado ao ensino fundamental, acho que o recorte não cabe Não entendi se o texto de 7 páginas e meia seria usado com os alunos do ensino médio para responder às questões, caso seja isso a atividade, no meu ponto de vista, seria muito difícil para os alunos do Ensino Médio. Para o Ensino Superior está excelente. A construção histórica dos métodos de cálculo neste momento torna-se desnecessária e não é praticável no contexto escolar paraense regular Creio que pode variar com o contexto do aluno.
3	 93,9%	Sem comentários

Fonte: autora (2022)

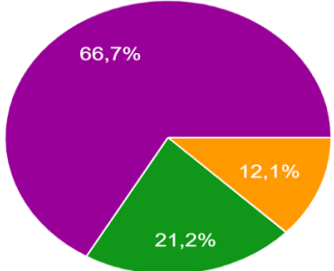
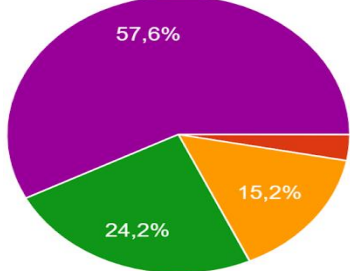
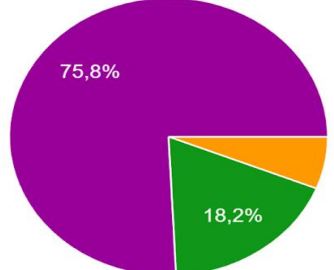
Infer-se do quadro 15 quando discutidas sobre o alinhamento das atividades com os seus respectivos objetivos, que todas as atividades corroboram com as percepções docentes quanto ao seu propósito.

As observações docentes destacadas remetem as dificuldades discentes de leitura, compreensão e tamanho do texto-base, que podem ser adequados pelos

docentes, ou trabalhados e desenvolvidos junto a professores de linguagens e humanas, até mesmo num projeto interdisciplinar. Houveram algumas ponderações que não identificaram se as habilidades e competências eram da educação básica, no entanto, foram extraídas da BNCC e identificadas no capítulo 1 desta pesquisa, com as menções dos códigos que direcionam a cada série do nível assistido.

O quadro 16 traz a síntese do questionamento referente a linguagem das atividades, se elas estão acessíveis ao nível cognitivo do estudante.

Quadro 16: Linguagem das atividades x nível cognitivo dos estudantes

ATIVIDADE	RESULTADO	OBSERVAÇÕES DOCENTES
	● De nenhuma forma (0%) ● Pontualmente (25%) ● Em parte (50%) ● Na maioria das vezes (75%) ● Integralmente (100%)	
1		Na escola pública alguns alunos não compreendem de forma integral o conteúdo em foco. Eles têm muita dificuldade de leitura e compreensão. Vai depender da realidade e história de vida de cada estudante. Seria interessante solicitar que eles utilizassem o dicionário para compreender o significado de palavras. Não consegui identificar a indicação do público alvo. A minoria dos alunos gosta de ler, mas com o incentivo e técnicas pedagógicas disponíveis isso a leitura se torna Os grupos de alunos receberão esta informação e deverão ter alguns exemplos na prática para realizarem comparativos. Achei uma linguagem pouco clara, um pouco confusa. As perguntas precisam ser mais objetivas. Creio que somente a leitura por parte do aluno possa ter alguma dificuldade. Mas com a intervenção do professor, pode sanar Texto mais resumido.
2		É como foi dito antes, vai depender do cognitivo de cada aluno. Apresenta algumas linguagens matemáticas incompatíveis com as comumente utilizadas na educação básica, como símbolos e Idem resposta anterior A linguagem matemática mostrada não é compatível com o conhecimento deles. Haveria questionamentos e dificuldades Como não foi especificado a série, não cabe a todas as séries Depende, se for para o Médio, não. Para o superior, Sim. Faço a mesma sugestão que fiz na atividade 1. Não consegui identificar o público alvo. Para os alunos que possuem aptidão maior para a matemática é importante, mas para turmas regulares não funciona bem. Não sei se "nível cognitivo" seria o termo mais adequado. Mas o nível de conhecimento que possui no momento. Um texto mais enxuto
3		

Fonte: autora (2022)

O quadro 16 mostra que nas informações quantitativas, mais da metade das percepções docentes indicam que a linguagem está favorável ao nível cognitivo dos alunos, em todas as atividades, alguns, no entanto, pontuam que apenas em parte elas estão compatíveis, ou apenas para o ensino superior, ou levantando a questão de complemento da atividade e introdução de novos exercícios e complementos, ou enxugar o texto. Também foi levantado que o público discente não tem costume de leituras longas e tem dificuldade de interpretação.

Por fim, foi arguido se as questões apresentadas em cada atividade estão compatíveis aos objetivos e alinhados as competência e habilidades propostas, os resultados serão apresentados no quadro 17:

Quadro 17: Questões das atividades x objetivos previstos

ATIVIDADE	RESULTADO	OBSERVAÇÕES DOCENTES
	● De nenhuma forma (0%) ● Pontualmente (25%) ● Em parte (50%) ● Na maioria das vezes (75%) ● Integralmente (100%)	
1		Poderia apresentar uma atividade para formalização.
2		Proposições aos alunos com passo a passo, até ele chegar ao produto final(expressão).
3		Sem comentários

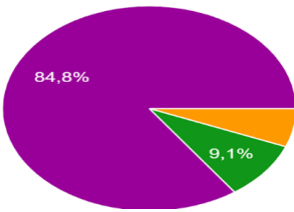
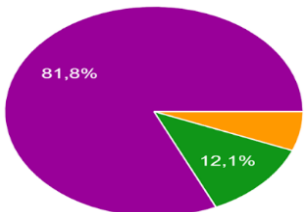
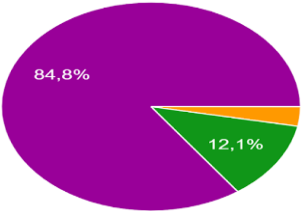
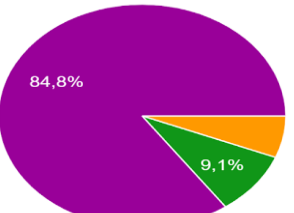
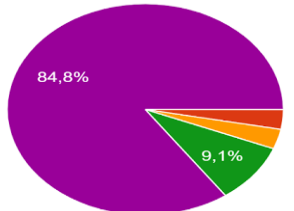
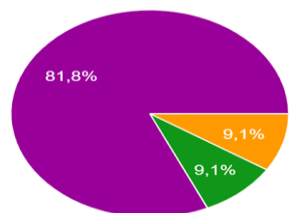
Fonte: autora (2022)

Desse quadro temos a percepção que a maioria dos docentes concordam que as questões estão comprometidas com as propostas elencadas, para seu aprimoramento foi citado uma questão que demande a formalização do conteúdo, outra a modelagem da expressão algorítmica e ainda a simplificação da parte introdutória.

5.2.3. Percepções do Recorte (texto histórico e conjunto de atividades)

A terceira parte da pesquisa seria a avaliação dos docentes para o Recorte (texto histórico e conjunto de atividades) no contexto da unidade, a visão do produto educacional apresentado. Emolduramos assim, seis questionamentos para analisar essas argúcias serão apresentados no quadro 18.

Quadro 18: Avaliação do Recorte

OBJETO DA AVALIAÇÃO	RESULTADO	OBSERVAÇÕES DOCENTES
	De nenhuma forma (0%) Pontualmente (25%) Em parte (50%) Na maioria das vezes (75%) Integralmente (100%)	
Ordenação do conjunto das atividades		Amplia o conhecimento. Está ótimo Sem. Dessa forma o professor dispõe de mais instrumentos para facilitar a aprendizagem dos alunos Preparar os alunos adequadamente para esse desafio. Está ordenado e ajuda na compreensão da história dos juros Depende dos alunos Exemplos práticos. é sempre favorável para alguns conhecer o que estão aprendendo Acredito que o material está massivo no que concerne a constituição do texto, todavia, pode ser de interesse fornecer um material completo para cada professor adaptar ao seu contexto de sala de aula. Somente a experimentação poderá responder Sim. Está ordenado para que o aluno se situe de forma cronológica.
Contribuição para a apreensão de conteúdos relacionados aos juros		Ampliar o conhecimento. Ótimo Usar esse contexto para informa aos alunos onde é aplicado estes conteúdo vivência deles Aplicar em sala é inviável, devido ao tempo de leitura; os textos são demasiado longos, torna-se cansativos tanto ao professor quanto ao aluno. Ocorreria apenas de modo corrido, o que não seria interessante. Já está organizado É necessário do compromisso dos alunos Nada a declarar Prática Não tenho no momento. Utilizar um recorte histórico para ensinar é uma opção metodológica diferenciada pra o ensino. Por apresentar uma contextualização do conteúdo podem, mas é importante verificar a necessidade de adaptação. Vai depender dos conhecimentos prévios de casa estudante envolvido Sim. Pode. Para que se tenha a noção da formação de juros na sua evolução.
Contribuição para formalização de conteúdos relacionados aos juros		Ampliar o conhecimento. Sim. Importante para fixar o conteúdo Maior tempo de preparação desses alunos. Já está bem organizado. Depende do interesse dos alunos Prática contribui consideravelmente Por instigar de maneira intencional o aluno acerca do conteúdo Creio que na maioria das vezes a formalização completa do conteúdo, depende da intervenção do professor. Somente a experimentação pode responder Pode. É uma forma de complementação de informações.
Promoção de uma melhor interação entre professor-aluno-saber		Sim. Aproximar o contexto histórico com a realidade dos alunos Maior tempo na condução do conteúdo Depende dos alunos O elo fica mais consistente com certeza proporcionar Na medida em q discutem sobre o conteúdo Depende de várias variáveis, uma delas é a didática que o professor irá utilizar, isto porque a atividade por si só pode não atingir o seu alvo. Somente a experimentação responder Pode. Pois haverá reflexão entre ambas as partes: docente e discente.
permite que o docente tenha uma nova visão ou possibilidade de ensino sobre juros		Ampliar o conhecimento. Sim. É um Novo recurso de ensino Mas tempo semanal de aulas Depende dos alunos Teoria e prática permite tanto ao professor quanto ao aluno. Se considerar as perspectivas trazidas pelos alunos Nem todo recorte da história favorece o ensino de conteúdo matemático. Somente a experimentação pode responder Sim. Ele terá a visão global dos juros, comparando os tempos passados com o mundo contemporâneo.
As atividades propostas permitem que o estudante tenha uma nova visão sobre juros		Ampliar o conhecimento. Sim. Através destes recursos os alunos podem fixar melhor os conteúdos abordados. Ampliar o universo financeiro do aluno Depende dos alunos Com a prática Não tenho no momento. permite, Por apresentar um foque historico Idem Sim. Pois ele verá a sua evolução do que se cobrava antes com o que se cobra hoje em dia.

Fonte: autora (2022)

A síntese exibida nesse quadro mostra que o produto educacional tem boas avaliações docentes, visto que em todos os objetos de análise apresentaram mais de 80% das percepções favoráveis num conceito integral quanto: a ordenação das atividades, apreensão dos conteúdos explorados, a formalização do objeto matemático, que tem a capacidade de integrar a relação de interação com o discente, que também viabiliza ao docente novas possibilidades para o ensino e acreditam que o produto possa agregar uma nova visão sobre juros.

Sobre as melhorias, sugestões e demais observações para uma melhor exequibilidade do produto educacional, foi mencionado: a adequação referente ao tempo de execução, a disponibilidade discente, a interação docente para mediar as atividades, relacionar com atividades contemporâneas, constituir oficinas, formatação do texto sintetizando mais as informações históricas de modo que o texto-base fique menor.

Para o fechamento dessa pesquisa, a última questão, investiga dos docentes quais as potencialidades que eles identificam no Recorte (texto histórico e atividades) e na sua utilização para o ensino do objeto matemático (conteúdo relacionado a juros), as respostas estão apresentadas no quadro 19.

Quadro 19: As potencialidades do Recorte de Juros

Esta SD tem o grande potencial de auxiliar aluno e professor no processo de ensino e aprendizagem de Juros pois traz significado ao objeto matemático.
Maior Interação com o objeto em questão e maior aprofundamento nas propriedades desenvolvidas
Muitas possibilidades podem ser vislumbradas, uma delas é responder aos alunos de forma histórica de onde vem e onde estamos no que tange o saber matemático(conceitos, curiosidades, avanços e aplicabilidade). outra seria a contextualização do saber.
Auxílio
Conhecer para usar
Faz com que desperte no aluno a curiosidade sobre as histórias por trás das fórmulas, é comum nesses conteúdos a abordagem por meio de exemplos. Mas levar ao aluno o conhecimento histórico poderá auxiliar na compreensão e respostas de muitos porquês que eles carregam na sua trajetória de aprendizagem.
Além de se apossar do conceito matemático de juros, esse recorte histórico permite ao estudante ampliar seu conhecimento histórico sobre os acontecimentos que levaram a necessidade do surgimento desse tipo de cálculo.
É um novo instrumento para facilitar o ensino e aprendizagem.
Aproximação ao tema juros, tornando-o mais leve e palpável; e o uso da planilha eletrônica é um facilitador de aprendizagem que tem excelente resultado.
Sem comentários.
Proporcionará aos alunos um novo universo de conhecimento.
Conhecer a origem do conhecimento nos permite refazer os passos daqueles que criaram soluções motivados por problemas reais e sem respostas na época
O trabalho desenvolvido ficou muito bom e podem melhorar o ensino de juros
Muito importante
A história é importante para verificar uma lógica aplicada,e se entreter os alunos isso se torna um grande fator para formar opiniões e adquirir conhecimento.
Para turmas regulares é possível escolher uma das atividades e trabalhar em sala de aula e outra para pesquisar. Devido o tempo de aula é necessário adequar as atividades ao que é possível executar.
As atividades poderão contribuir na dinâmica de sala de aula, principalmente, na dimensão das interações entre os pares envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos relativos à juros.
Acredito que se torne um material de grande auxílio para o ensino dos tópicos relacionados
O conjunto de informações apresentados vem fortalecer aplicação do objetivo Matemático em questão e esclarecer o seu surgimento no campo Educacional.
Identifico que os alunos terão acesso a um texto bem organizado e, necessitando a penas do uso do dicionário, em certos momentos para a compreensão do próprio texto e assim, das atividades.
Os recortes proporcionam apresentar uma parte importante da necessidade da existência que um objeto matemático para a evolução da humanidade, por ela podemos contar, representar e explicar os "porquês" de seu ensino, mostra como tudo começou, com acertos e erros, podemos apresentar a origem de uma fórmula ou mais várias formas que surgiram para que a fórmula ficasse, como vimos hoje na escola, além de apresentar os personagens que fizeram parte da história.
Melhoria na ocmpreensao do conceito de juros, sua origem e desdobramentos atuais
De melhor compreensão do conteúdo que muitas vezes não é assimilado pelo aluno apenas por problemas sem contextualizao nenhuma
Poder relacionar os avanços ocorridos na época (criação do objeto) com o que temos hoje e o que se apresenta em avanços!
Permite que o professor tenha uma nova possibilidade de ensino sobre juros, além de proporcionar aos estudantes uma nova perspectiva acerca desse conteúdo
Embasamento e eficácia
As atividades são potenciais para o ensino de Juros, contribuindo para uma nova visão do objeto matemático, no qual adota uma proposta de ensino diferente das utilizadas na maioria das vezes por professores de matemática, no qual seguem o conteúdo com base no que apresenta os livros didáticos.
A importância de juros está ligado a ideia de capital, a matemática financeira.
Ele apresenta a potencialidade de mostrar que a Matemática não é algo pronto e acabado,, estatístico mas é fruto da contribuição de vários povos de épocas diferentes, dinâmico. Podendo fazer com que o aluno perceba-de como protagonista na construção do seu próprio conhecimento.
Compreensão do conceito de juros, sua importância em atividades humanas e na sociedade. Forma de cálculo, compreensão de conceitos relacionados à matemática financeira.
Acredito que o estudo é de grande importância para o professor, pois trás muitas informações que normalmente não temos acesso. As atividades também contribuem para a compreensão do aluno.
Grande potencialidade. Mas somente a experimentação pode permitir uma avaliação de maior certeza dos efeitos, qualidades e limitações.
É uma forma do aluno conhecer a evolução dos juros no decorrer dos anos.

Fonte: autora (2022)

As percepções coligidas nessa questão trazem a alusão do montante dessa pesquisa, visto que as potencialidades, mesmo em percepções, vêm do olhar docente de profissionais com experiência de sala de aula. Professores de escolas públicas que demonstram nas suas diversas respostas a preocupação de adequação do material e uma melhor viabilidade de execução na sua demanda escolar.

Diagnosticamos também, que o Recorte (texto e atividades) – produto educacional dessa pesquisa - tem capacidade de potencializar o ensino dos juro, pela exploração das informações históricas dentro do conteúdo de juro, cuja literatura de conhecimentos históricos constituídos não foi identificada em bibliografias atuais, principalmente na demanda escolar e mais especificamente na educação básica.

Das percepções elencadas no quadro emergem adjetivos e menções, tais como: aprendizagem de Juro, significado ao objeto matemático, maior Interação, contextualização do saber, despertar a curiosidade, instrumento facilitador, construção do conhecimento histórico, origem, possibilidades de ensino, nova perspectiva sobre o objeto matemático, proposta diferente, que a matemática não é pronta e acabada, processo dinâmico, contribuições históricas.

Um ponto recorrente nas observações docentes é o fato da prática desse recorte em sala de aula e a adaptação desse material a realidade cognitiva dos estudantes em seus níveis e modalidades de ensino, fato que, nenhum material é inativo, sempre em vista de adequar seu conteúdo e apresentar as melhores formas didáticas à aprendizagem e assim, propiciar novas oportunidades de ensino.

5.2.4. Resposta à questão de pesquisa

O Recorte (texto histórico e atividades) exibido aos professores de Matemática é o resultado da coleta de informações identificadas na revisão na literatura e nas pesquisas complementares das referências dessas e pela orientação do diagrama-metodológico por CHAQUIAM (2022) elegemos informações históricas com objetivo de construir um elemento didático sobre juro abrangendo seu contexto Epistemológico, científico e técnico, contendo um prelúdio da concepção de juro na humanidade e depois sua evolução no séc. XVIII, com a participação de

personagens e suas contribuições, finalizando com olhares didáticos e modernos para o ensino de juros e a formação dos professores de Matemática.

Importante lembrar que não contemplamos toda a proposta de CHAQUIAM (2022), que abrange quatro contextos, expostos no capítulo 3, e sim apresentamos, o olhar sob o contexto **Epistemológico, científico e técnico** da figura 7 (p. 74) na construção de um texto sobre a história de juros em dois momentos, a evolução do conceito de juros, no preludio, e noutro, enfatizados no século XVIII as contribuições de personagens contemporâneos de Clairaut.

Destarte, tínhamos a pretensão de apresentar um recorte que disponibilizasse informações a docentes e estudantes de fatos e situações que não são conhecidos em demasia, e que desse oportunidade ao público escolar ter essa compreensão e aos professores de Matemática para sua formação e inspiração.

Igualmente, tomando essas informações e os resultados obtidos nessa amostra diagnosticamos que: o produto educacional é percebido como elemento capaz de conduzir a aprendizagem de Juros; inferir significado ao objeto matemático; instrumento facilitador que induz a uma maior Interação com o objeto matemático; possibilita a contextualização do saber, capaz de despertar a curiosidade e permite a construção do conhecimento histórico, a ideia da origem de juros; emerge como possibilidades de ensino, em uma nova perspectiva sobre o objeto matemático, proposta diferente; e que a matemática não é pronta e acabada, pois faz parte de um processo dinâmico, contribuições históricas.

E pela análise quantitativa, em nenhum momento o nosso produto foi isento de contribuição à aprendizagem e em todas as avaliações obteve bons aceites, sendo receptivo (integralmente) em todos os blocos de avaliação. E qualitativamente, inferiu das percepções docentes o entendimento que o recorte poderá contribuir positivamente para o ensino de juros.

No tocante a este aspecto e mediante os pontos de discussão levantados no capítulo 2, as considerações pertinentes ao uso da história no ensino previstos nos documentos oficiais, bem como o embasamento teórico defendido por Chaquiam (2022, 2021, 2020, 2017), Brandemberg (2021), Fossa (2020), Mendes (2020, 2015, 2010), D'Ambrósio (1999) e Miguel e Brito (1996), corroboram então, com as percepções apresentadas pelos docentes.

Sendo assim, e mediante a análise descrita, acreditamos que cumprimos nosso objetivo de **ajuizar possíveis contribuições de recortes históricos sobre**

juros, assentados na proposta de Chaquiam (2022), a partir das percepções de professores, com vistas no seu ensino.

Fato resultante das argúcias diagnosticadas nessa investigação decorrente da avaliação docente do produto educacional germinado desta, que culminou na listaram de potencialidades identificadas no quadro 19 (p. 146), que mensura as possibilidades didáticas que podem contribuir para o ensino dos juro, de fatores motivacionais a questões epistemológicas, sendo assim, concluimos que respondemos a nossa questão de pesquisa: **em que medida recortes históricos envolvendo juro, constituídos a partir do modelo de Chaquiam (2022), podem contribuir para o ensino de juro?**

De posse dessas informações, no próximo capítulo iremos apresentar as considerações finais emergidas dessa pesquisa, as sugestões de ampliação e continuação dessa pesquisa, seguidas das referências, anexos, apêndice.

6. CONCLUSÕES

O conceito de juros perpassa o pacote pronto e acabado constante na unidade da Matemática Financeira que se materializa até os anos finais do Ensino Médio, geralmente introduzido pelas taxas e regime de capitalização simples e composta, que apresenta o montante e os juros com suas peculiaridades, a grande questão é que historicamente a concepção de juros antecede toda essa formalização que os atuais livros didáticos dispõem para uso em sala de aula.

Tal fato foi apreendido das pesquisas inerentes dessa pesquisa, a partir do Recorte apresentado pelo diagrama-metológico proposto por Chaquiam (2022), mostrou que o conceito de juros surgiu antes mesmo do dinheiro e dos bancos, e que nasceu da ideia primitiva dos povos sumérios de oferenda a deusa Innana em forma de agradecimento pela colheita realizada, e a partir de então, as civilizações subsequentes, em seus aspectos socioculturais introduziram essa ideia até chegar a Idade Moderna.

Com as grandes navegações, os negócios comerciais eclodiram e foi necessário a ampliação e o aprimoramento dos conhecimentos matemáticos para resolver as questões existentes na época. Com olhar no séc. XVIII e na transição da idade média à moderna, os personagens Tartaglia, Napier, Jacob, Clairaut e Euler trouxeram contribuições valiosas ao estudo de juros.

Por meio desses estudiosos emergiram situações comerciais para uso de juros (da época) na transição e aplicação de juros compostos da forma aritmética à Algébrica, que emolduraram o método algoritmo muito próximo ao que é desenvolvido nas escolas atuais, sem contudo envaidecer os seus méritos e elucidar conhecimentos e percepções diferenciadas sobre os juros ao ensino e também à Formação de professores de Matemática.

Esses são alguns dos resultados imediatos que dão ênfase a quantidade de informações que podem ser desenvolvidas para a construção de elementos didáticos a partir da proposta de Chaquiam (2022), capazes de dialogar no ensino de juros, na educação básica, e em nossa pesquisa, direcionada ao uso da História da Matemática ao processo de ensino e aprendizagem.

A pesquisa abordou nos capítulos iniciais, as peculiaridades acerca da importância da História como mais um elemento didático capaz de promover um elo entre as partes (professor e aluno) de forma a atribuir com o significado da

existência desse objeto matemático, a qualificar seu estudo, a exemplo da construção e aplicações de modelos para formalizar os algoritmos matemáticos conforme as contribuições apresentadas por Jacob, Clairaut e Euler, e assim propiciar um ensino mais humanizado e agradável.

Como resultado dos objetivos estabelecidos construímos um Recorte, aportado em Chaquiam (2022) e Mendes (2015), composto de um texto histórico e atividades elucidadas deste, que é nosso produto didático para ensino de Juros, e para avaliar suas potencialidades de modo a responder a nossa questão de pesquisa, ajuizamos essa responsabilidade a uma amostra de docentes de Matemática com experiência acadêmica, comprovados por suas formações e tempo de magistério.

Enfatizamos, contudo, que a ideia principal seria apresentar o material contruído à validação junto ao público prescrito, no entanto, em razão das dificuldades inerentes a pandemia do COVID-19, que permeou-se durante todo o período de desenvolvimento desta pesquisa, redirecionamos as percepções docentes com vistas a aprendizagem dos estudantes.

As observações da pesquisa apresentaram uma avaliação positiva quanto ao aspecto quantitativo, mais da metade dos docentes em todas as questões direcionaram para uso e conformidade do texto e das atividades para aplicação em sala de aula e qualitativamente, mencionaram potencialidades para o ensino.

Dentre essas potencialidades, os docentes perceberam: a possibilidade de aprendizagem dos Juros com significado ao objeto matemático, promovendo maior interação com contextualização do saber, sendo capaz de despertar a curiosidade, e didaticamente como um facilitador na construção do conhecimento histórico, além de contemplar uma proposta diferente ao ensino, e que a matemática não é pronta e acabada e sim processo dinâmico peculiar das contribuições históricas.

Essa mensuração aportada nos referenciais descritos nessa pesquisa e de acordo com os objetivos estabelecidos, acreditamos ter respondido a nossa questão de pesquisa. Visto que o processo de ensino e aprendizagem, independente do objeto matemático, é um ciclo que conta com muitos fatores, destes o estudante como protagonista e o professor como o facilitador, que por sua vez tem o dever de oportunizar conhecimentos e meios necessários para agremiar saberes.

E essa pesquisa traz um dos caminhos didáticos para isso, que é o uso da História da Matemática para o ensino, que mediante os indicativos aqui descritos

tem a pontencialidade de somar possibilidades para ensino, neste, sobre os juros, uma literatura não identificada na revisão de estudos e que fica de contribuição à comunidade acadêmica e escolar.

Como sugestões de continuidade desse trabalho, deixamos: a possibilidade de validação do produto educacional junto aos estudante; a construção dos demais contextos previsto pelo diagrama-metodológico proposto por Chaquiam (2022), ou em outros tempos históricos; a construção de novas atividades, para outros níveis de ensino a partir do texto histórico de Juros; a formatação ou adequação das atividades apresentadas para uso em sala de aula; e também, adequar as atividades para serem trabalhadas junto a transversalidade da Educação Financeira.

Diante de tudo o que foi exposto, acreditamos que a História da Matemática é uma possibilidade didática para o ensino desse objeto matemático, imprescindível na vida de qualquer cidadão, propiciando ao estudante uma visão ampla de sua concepção e participação histórica para a resolução de problemas pertinentes à época, capaz de responder as inquietações inerentes de sua origem e promover maior significado ao objeto.

Ao docente, a possibilidade de desenvolver o ensino e aprendizagem dos juros num caminho epistemológico que envolva uma compreensão contextual sobre o objeto, envolvendo ainda, a possibilidade de um trabalho interdisciplinar com demais áreas de conhecimentos.

Ao saber, a percepção que um conhecimento é historicamente construído na interseção de situações sociais e geo-políticas, promovidas na resolução de problemas inerentes a cada período de sua evolução.

E que o diagrama proposto por Chaquiam (2022) tem a capacidade de oportunizar o olhar metodológico para docentes façam uso da História da Matemática com a construção de textos históricos que auxiliem o ensino e a aprendizagem em diferentes objetos matemáticos numa perspectiva eficaz, significativa e motivacional.

Para finalizar, meu depoimento particular ao Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, ao curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Estadual do Pará, que ofereceu além dos conhecimentos e vivências oportunizadas e pretendidas pelo mestrado, conteúdos e propostas de ensino desenvolvidos pela equipe docente, e proporcionou reflexões acerca da minha prática docente, de modo a compreender que nós, professores de

Matemática, devemos estar atentos e em constante transformação, pois pertencemos a um processo dinâmico que exige a busca de melhorias didáticas, mudanças metodológicas, olhar humanizado, para enfim, oferecer contribuições eficazes ao ensino e aprendizagem da Matemática, de modo que o aluno alcance o conhecimento e seja capaz de associar os conteúdos propostos à realidade.

REFERÊNCIAS

Alves, Gelindo Martineli. **As contribuições da etnomatemática e da perspectiva sociocultural da história da matemática para a formação da cidadania dos alunos de uma turma do 8.º ano do ensino fundamental por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da educação financeira**. 2014. 357 p. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Ouro preto: Ouro Preto, 2014.

ANDRADE, Paulo Roberto da Silva. **Matemática Financeira: Trabalhando Sistema De Amortização No Ensino Médio**. 2015. 56 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Tocantins: Palmas, 2015. Disponível em <https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=88694>. Acesso em: 14 mar. 2019.

BERGER, Ronye. **Da “usura” a “preferência” a liquidez: a noção histórica de juros**. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2005.

BERLINGHOFF, William P. e GOUVÊA, Fernando Q. **A Matemática através dos tempos: Um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. Tradução Elza Gomide, Helena Castro. 2ª edição. São Paulo: Blucher, 2010.

BRANDEMBERG, João Claudio. **Sobre textos históricos e o ensino de conteúdos matemáticos**. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa e MARTINS, Eugeniano Brito (Org.). *Investigações Científicas envolvendo a história da Matemática sob o olhar pluralidade*. Curitiba: CRV, 2021, p. 23-34.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embai xa_site_110518.pdf>. Acesso em: 23 mai. 2019.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil** [recurso eletrônico]. -- Brasília, DF: Supremo Tribunal Federal, Secretaria de Documentação, 2018. p.160. Disponível em: <<https://www.stf.jus.br/arquivo/cms/legislacaoConstituicao/anexo/CF.pdf> >. Acesso em: 10 mai. 2019.

BRASIL. Lei nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, DF: 20 de dezembro de 1996. Constituição (1988).

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio**. Brasília: MEC-SEMTEC, 1999.

BRASIL. PISA 2018. Disponível em < <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa/historico>>. Acesso em: 20 jun. 2021

BRASIL. **Programa nacional do livro didático para o ensino médio**. PNLD/2018: Matemática - Brasília: Ministério da Educação, SEMTEC, FNDE, 2005. Disponível

em: <<https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/guia-do-livro-didatico/item/11148-guia-pnld-2018>>. Acesso em: 23 mai. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB/Prova Brasil**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira. Brasília: MEC, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM)** - Resolução nº 3, de 21 de novembro de 2018. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=102481-rceb003-18&category_slug=novembro-2018-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 23 mai. 2019.

CAMPOS, Ana Cristina. **CNC: Brasil encerrou 2021 com recorde de endividados**. Agência Brasil, 2021. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2020-05/cnc-endividamento-das-familias-alcanca-665-em-maio>>. Acesso em: 20 fev. 2022.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do Ensino da Matemática**. 2 ed. São Paulo: Cortes, 1994.

CHAQUIAM, Miguel. **História e Matemática: um elo entre contextos, textos e atividades**. Coleção VIII – Educação Matemática na Amazônia. V. 1. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2022.

CHAQUIAM, Miguel. História e Matemática: um elo e quatro contextos. **Revista Cocar**, Revista Cocar: Edição Especial N.14/2022 p.1-23. DOI: <https://doi.org/10.31792/rc.v0i14>. Acesso em: 30 set. de 2022.

CHAQUIAM, Miguel. **História e Matemática dos contextos as atividades**. Anais da X de BIENAL de Matemática: Belém, Pará, 2022. Disponível em: <https://sbm.org.br/bienal/wp-content/uploads/sites/2/2022/09/Anais_da_X_Bienal_de_Mat.pdf>. Acesso em: 10 de ago. de 2022.

CHAQUIAM, M. **Constituição do conceito de função e generalidades por Leonhard Euler em Introductio in Analysis Infinitorum**. In: O Olho do Mestre: Dez livros-textos históricos. Org. Fossa, J. A. Campina Grande (PB): EDUEPB, 2021.

CHAQUIAM, M. **Da Tábua de Plimpton às primeiras definições de função In: Investigações científicas envolvendo a História da Matemática sob o olhar da pluralidade**. Org. Pereira, A. C. C; Martins, E. B. Curitiba: Editora CRV, 2021.

CHAQUIAM, Miguel. Historia y Matemáticas integradas através de un diagrama metodológico. **Revista Paradigma**, Vol. XLI, Nº Extra 1; Abril de 2020 / 197 – 211. DOI: <<https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p197-211.id838>>. Acesso em: 10 mai de 2020.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaio Temáticos: história e matemática em sala de aula**. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017.

CLAIRAUT, Alexis claud. **Elementos da álgebra**. 5. Ed. Rio de Janeiro: F. Briguiet e Cia, Livreiros Editores. 1908.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: Arte ou Técnica de Explicar e Conhecer**. São Paulo: Editora Ática, 1990.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

D'AMBROSIO, Nicolau e D'AMBROSIO Ubiratan. **Matemática Financeira e Comercial: com complementos da matemática e introdução ao cálculo**. 28 ed. São Paulo: Ed. Nacional, 1980.

DEMO, Pedro. **Ser professor é cuidar que o aluno aprenda**. 9. ed. Porto Alegre: Medição, 2014.

ENEM 2017 – Exame Nacional do Ensino Médio. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf>. Acesso em: 9 mar. 2019.

Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), 2010. Lei nº 7.397/2010. Disponível em: <http://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/Estrategia_Nacional_Educacao_Financeira_ENEF.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2019.

FOSSA, John A. Algumas considerações teóricas sobre o ensino de matemática por atividades. **REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Ano 15, Número 35, p.10-26 ISSN: 2675-190914. 2020. Disponível em: <<http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/283/227>>. Acesso em: 1 out. 2021.

GONÇALVES, Jean Piton. **A História da Matemática Comercial e Financeira. Só Matemática**. Disponível em: <<https://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira4.php>>. Acesso em 9 mar. 2019.

GOUVEIA NETO, Sérgio Candido de e GOUVEIA, Cristiane Talita Gromann de. **Contadores e seus livros de Matemática Comercial e Financeira no Brasil do início do século XX**. Anais do XII SNHM: Itajubá, MG, 2017. Disponível em: <https://www.sbhmat.org/download/download?ID_DOWNLOAD=6>. Acesso em: 15 mar. 2020.

GRANDO, Neiva Ignês. e SCHNEIDER, Ido José. Matemática financeira: alguns elementos históricos e contemporâneos. **Zetetike**. Unicamp, vol. 3, n. 33, 2010. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646693>>. Acesso em: 15 mai. 2020.

HOFFMANN, Jussara. **Avaliar para promover**: as setas do caminho. 17. ed. Porto Alegre: Mediação, 2018.

JAY, Peter. **A riqueza do homem**: uma história econômica. Rio de Janeiro, Record, 2002.

KILHIAN, Kleber. **A origem do Juros**. O baricentro da mente. 2012 . Disponível em: <<https://www.obaricentrodamente.com/2012/01/juro.html>>. Acesso em: 15 jan. 2021.

LAUNAY, Michael. **A Fascinante História da Matemática**: da pré-história aos dias de hoje. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2019.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Realidade**. 7 ed. São Paulo: Cortez, 2009.

MENDES, Iran Abreu. **Sobre processos criativos nas histórias da criação Matemática**. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa e MARTINS, Eugeniano Brito (Org.). Investigações Científicas envolvendo a história da Matemática sob o olhar pluralidade. Curitiba: CRV, 2021, p. 63-73.

MENDES, Iran Abreu. **História da Matemática no Ensino**: Entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

MENDES, Iran Abreu. O Estudo da Realidade como Eixo da Formação Matemática dos Professores de Comunidades Rurais. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 23, nº 36, p. 571-595, agosto, 2010. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221905002.pdf>>. Acesso em: 20 jun. 2020.

MELLO, Guimar Nano. **Currículo Da Educação Básica**: No Brasil concepções e políticas. Set. 2014. Disponível em: < http://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2015/09/guiomar_pesquisa.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2019.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. **O ensino e as propostas pedagógicas**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa em Educação: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

MIGUEL, Antônio e BRITO, Arlete de Jesus. **A História na Formação do Professor de Matemática**. Caderno CEDES – História e Educação Matemática. Campinas: Papirus, nº 40, 1996.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre História e Educação Matemática**. 1993. 285 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

MOURA, Elmha Coelho Martins e BRITO, Arlete de Jesus. **A História da Matemática em Sequências Didáticas, na Formação Inicial de Professores**. *Educ. Teoria Prática* [online]. 2019, vol.29, n.62, pp.609-625. Epub 01-Ene-2020. ISSN 1981-8106. Disponível em< <https://doi.org/10.18675/1981-8106.vol29.n62.p609-625>>. Acesso em: 31 abr. 2019.

NUNES, José Messildo Viana e SILVA, Franscisco Hermes Santos e. **História da Matemática na Educação Matemática**: Uma tendência necessária. In anais SIPEMAT: Recife, UFPE, 2006. Disponível em: <<https://docplayer.com.br/53431946-Historia-da-matematica-na-educacao-matematica-uma-tendencia-necessaria-1-resumo.html>>. Acesso em: 20 jan. 2020.

O'CONNOR, J.J. e ROBERTSON, E.F. **Leonhard Euler**. Mac Tutor História da Matemática. 1998. Disponível em: <<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Euler/>>. Acesso em: 2 ago. 2022.

O'CONNOR, J.J. e ROBERTSON, E.F. "**O número e**". Mac Tutor História da Matemática. 2001. Disponível em: <</>. Acesso em: 2 ago. 2022.

OLIVEIRA, Cynthia Bisinoto Evangelista de. **Psicologia escolar e a relação família-escola no ensino médio**: estudando as concepções desta relação. 273 f. 2007. Dissertação (Mestrado em Psicologia) - Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

PIPPA, Tânia Cristina Maggione. **A Função logarítma e a regra de cálculo**. 2014, 62f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-09062014095044/publico/TaniaMaggioni_revisada.pdf>. Acesso em: 1 mar. 2022.

RÊGO, R. M. do; FOSSA, J. A. Cultura Popular e Educação Matemática. In RÊGO, Rogéria Gaudêncio do; RÊGO, Rômulo Marinho do; FOSSA, John Andrew; PAIVA, Jussara Patrícia A. Alves. **Padrões de Geometria**: Do Cotidiano à Sala de Aula. João Pessoa (PB): Editora Universitária/ UFPB, 2006.

REZENDE FILHO, Cyro de Barros. **História Econômica Geral**. 3ª edição. São Paulo, Contexto, 1997.

RIBEIRO, Dulcyene Maria. **Aspectos relevantes da pesquisa histórica**: alguns pontos de vista. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. In. Encontro Nacional de Educação Matemática, VIII ENEM, 2004, Recife. Anais, Comunicação Científica. Disponível em <<http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/05/CC26642643895.pdf>> Acesso em: 15 jun. 2021.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SANTANA, Cecília Cabral Mascarenhas de; SILVA, Ana Lúcia Gomes. **O ensino da matemática e o princípio da contextualização**. In: II CONEDU, 2015, Campina Grande. Trabalhos. Campina Grande – PB, 2015. Disponível em<http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV045_MD4_SA8_ID6052_07092015215957.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2019.

SILVA, Douglas Santos; ALVES, Evanilson Landim. **Representações Sociais de Reprovação em Matemática por estudantes da Educação Básica**. In. Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, 2016, São Paulo. Anais do evento. São Paulo: 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7893_3552_ID.pdf. Acesso em: 22 mai. 2019.

SILVA, Francisco Hermes Santos da; SANTO, Adilson Oliveira do Espírito. A Contextualização: Uma questão de contexto. In. SILVA, Francisco Hermes Santos da (Org.). **Formação de Professores: mitos do processo**. Belém: EDUFPA, 2009, p. 55-82

SILVA, Francisco Hermes Santos da. **Formação de Professores: mitos do processo**. Belém: EDUFPA, 2009.

SOARES, F.J. **Uma proposta de atividades para o ensino da Matemática Financeira na educação básica**. 2016. 64 p. Dissertação (Mestrado Profissional). Universidade Federal de Juiz de Fora: Juiz de Fora, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/3254>. Acesso em: 15 abr. 2019.

SOARES, Waléria de Jesus Barbosa. **Juros em livros didáticos de matemática no Maranhão do Século XIX**. 2009. 174p. Dissertação (Mestrado Profissional). UNICAMP: São Paulo, 2009. Disponível em: <https://acervus.unicamp.br/index.html>. Acesso em: 20 abr. 2019.

SOARES, Waléria de Jesus Barbosa. **Juros simples na aritmética do Maranhão oitocentista**. In. X Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM, Bahia: Salvador, 2010. Disponível em: https://atelierdigita.net/CDS/ENEM10/?info_type=Tema6&lang_user=>. Acesso em: 20 abr. 2019.

SOARES, Waléria de Jesus Barbosa e SILVA, Circe Mary Silva da. **Uma História sobre o Ensino dos Juros**. Curitiba, Appris, 2016.

SOBREIRA, André. **O Ensino De Matemática Financeira e Aplicações**. 2017. 453 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade do Estado do Pará: Pará, 2017. Disponível em: <file:///C:/Users/mestrado/Documents/ANDRE%20SOBREIRA%20DISSERTACAO.pdf>. Acesso em: 14 mar. 2019.

STAMATO, Jucélia Maria de Almeida. A História da Matemática na Formação do professor de Matemática: Algumas reflexões. **Revista HISPECI & LEMA ON LINE**. Centro Universitário UNIFAFIBE – Bebedouro/SP – Ano IV – n. 4 – nov. 2013 – 97 p. Disponível em: <https://www.unifafibe.com.br/hispecielemaonline/?edicao=26>, acesso em: 15 jun. 2021.

SOARES, Waléria de Jesus Barbosa Soares e SILVA, Circe Mary Silva da. **Uma História sobre o Ensino dos Juros**. Curitiba, Appris, 2016.

TERRA, Rubens. **Juros composto e o número de Euler**. Money times. 04/04/2017. Disponível em: <<https://www.moneytimes.com.br/juros-compostos-e-o-numero-de-euler-e/>> Acesso em: 02 mar. 2022.

UNESCO. **Os desafios do ensino de matemática na educação básica** – Brasília: São Carlos: Udufscar, 2016.

VARGAS, Diego Boehlke e LASTA, Tatiane Thaís. **História econômica geral**. Indaial: UNIASSELVI, 2018. Disponível em : <<https://www.uniasselvi.com.br/extranet/layout/request/trilha/materiais/livro/livro.php?codigo=25184>>. Acesso em: 15 jan. 2021.

VIANNA, Carlos Roberto. **Usos Didáticos para a História da Matemática**. In: Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática. (Ed.) Fernando Raul Neto. Recife: 1998, p. 65-79.

APÊNDICE

APÊNDICE A: TESTE DE VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM DO ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

NOME: _____ SÉRIE: _____ IDADE: _____

Este teste é composto de 10 questões, sendo 3 subjetivas e 7 objetivas. Use o verso deste para fazer os cálculos necessários. Nas questões de marcar, terá apenas uma correta. As questões subjetivas deveram ser respondidas no espaço marcado. Não serão consideradas respostas no verso deste teste.

1. Fui em três livrarias que estavam com promoções para comprar um livro de Matemática Financeira. Na livraria X o livro custava R\$ 60,00 e estava com 20% de desconto, o mesmo livro na livraria Y custava R\$ 70,00 e estava sendo liquidado por 50%. Na livraria Z, esse livro custava R\$ 50,00 e estava oferecendo 10% de desconto. Com base nessas informações complete as análises a seguir com V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas.

() O menor preço é da livraria Z.

() A soma dos preços do mesmo livro nas três livrarias com desconto é de R\$ 128,00

() O livro mais caro é da livraria Y

() A livraria Z tem o preço mais vantajoso

A opção correta corresponde respectivamente a:

a) F, V, V, V

b) F, V, V, F

c) V, F, V, F

d) V, F, V, V

e) F, V, F, F

2. O que você compreende sobre o que é MONTANTE?

3. Calcule a taxa mensal correspondente a 12% ao ano?

4. Pedro fez uma aplicação à juros simples de R\$ 200,00 pelo prazo de 3 meses numa taxa de 2% ao mês. Quanto de juros ele irá receber ao final do período?

5. Um título de R\$ 600,00 vai ser descontado a taxa de 2,1% ao mês faltando 45 dias para seu vencimento. O valor do desconto simples obtido foi de:

a) R\$ 18,90

b) R\$ 19,80

c) R\$ 37,80

d) R\$ 39,60

c) R\$ 56,70

6. O montante produzido por R\$ 1.000,00 aplicados a juros compostos de 10% ao mês durante 2 meses é de:
- a) R\$ 200,00
 - b) R\$ 400,00
 - c) R\$ 1.000,00
 - d) R\$ 1.210,00
 - e) R\$ 20.000,00
7. O valor atual de um título de R\$ 2.000,00 saldado 4 meses antes de seu vencimento à taxa de desconto (composto) de 2% a.m. é de:
- a) R\$ 160,00
 - b) R\$ 950,50
 - c) R\$ 964,50
 - d) R\$ 1.600,00
 - e) R\$ 1.600,50
8. Qual das situações abaixo melhor representa a aplicação de um conceito de amortização:
- a) O investimento em título de capitalização em algum banco.
 - b) O desconto obtido num título quando pago antecipadamente.
 - c) O montante constituído ao longo de um período por depósitos periódicos.
 - d) A quitação de uma um empréstimo por meio de pagamentos periódicos num prazo determinado.
 - e) O produto entre o capital aplicado, a taxa unitária e o período de aplicação.
9. Numa situação que envolve parcelamento de um empréstimo por meio da Tabela Price, estas parcelas possuem valores:
- a) crescentes
 - b) decrescentes
 - c) mistas
 - d) alternadas
 - e) constantes
10. Antônio comprou uma casa pelo Programa Minha Casa Minha Vida e optou em parcelar a dívida contraída em 60 parcelas com amortização constante, já que seria mais atraente para seu orçamento, pois as parcelas iriam iniciar com um valor maior, porém diminuindo gradativamente. De acordo com essas informações podemos deduzir que o sistema de amortização escolhido por Antônio foi:
- a) SAC
 - b) Price
 - c) Americano
 - d) Alternada
 - e) Francês

APÊNDICE B: PESQUISA DIAGNÓSTICA DOCENTE

Link de acesso: <https://forms.gle/NbCncK3pud85gBag8>

APRESENTAÇÃO DO FORMULÁRIO:

A História da Matemática para o ensino de Juros na Educação Básica

Prezados(as) professores(as),

Meu nome é Andréa Regina Henriques de Medeiros, sou estudante do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática- PPGEM da Universidade do Estado do Pará - UEPA, na qual estou desenvolvendo uma pesquisa junto a docentes de Matemática com o objetivo de coletar dados que auxiliem na produção de minha dissertação. Para a efetivação da referida pesquisa é importante sua participação ao responder o questionário a seguir. Ressalto que sua identificação será preservada e que as informações serão utilizadas para fins acadêmicos.

Desde já nossos agradecimentos às suas contribuições.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

() Eu, aceito participar desta pesquisa, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido(a) da mesma intitulada "A História da Matemática para o ensino de juros na Educação Básica" através das respostas inseridas neste formulário, sob a responsabilidade dos(as) pesquisadores Prof. Drº Miguel Chaquiam e Profª Esp. Andréa Regina Henriques de Medeiros, orientador e orientanda, vinculados ao PPGEM da Universidade do Estado do Pará. Estou ciente que esta pesquisa busca realizar um estudo diagnóstico quanto ao uso da História da Matemática para o ensino na Educação Básica a partir da opinião dos professores de Matemática. Tenho clareza que minha colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras importantes para a realização desta. Em nenhum momento serei identificado. Estou ciente que resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim minha identidade será preservada. Estou ciente ainda que os produtos desta pesquisa serão de natureza acadêmica.

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA

1. INICIAIS DE SEU NOME (OPCIONAL)

2. GÊNERO

- ☐ FEMININO
- ☐ MASCULINO

3. ESCOLARIDADE

- ☐ GRADUADO
- ☐ ESPECIALIZAÇÃO
- ☐ MESTRADO
- ☐ DOUTORADO

4. EM QUAL INSTITUIÇÃO E ANO VOCÊ CONCLUIU SUA GRADUAÇÃO?

5. ATUAÇÃO PROFISSIONAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA

- ☐ PÚBLICA
- ☐ PRIVADA
- ☐ PÚBLICA E PRIVADA

6. TEMPO DE ATUAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

- ☐ ATÉ 5 ANOS
- ☐ ENTRE 10 E 15 ANOS
- ☐ ENTRE 15 E 20 ANOS
- ☐ ENTRE 20 E 25 ANOS
- ☐ ENTRE 25 E 30 ANOS
- ☐ ACIMA DE 30 ANOS

7. Como você costuma iniciar suas aulas de matemática?

- ☐ Pelo conceito seguido de exemplos e exercícios.
- ☐ Com uma situação problema para depois introduzir o assunto.
- ☐ Com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo.
- ☐ Com jogos para depois sistematizar os conceitos.
- ☐ Outros _____

8. Como você selecionar os conteúdos a serem desenvolvidos em sala de aula?

- ☐ PCN
- ☐ BNCC
- ☐ Livros Didáticos
- ☐ Orientações institucionais
- ☐ Outros _____

9. Que recursos didáticos você usualmente utiliza em suas aulas para desenvolver os conteúdos de Matemática?

- ☐ Jogos
- ☐ TIC's
- ☐ Sequencias Didáticas
- ☐ Livro Didáticos
- ☐ Uso de História da Matemática

10. Qual sua opinião quanto ao uso da História da Matemática para o ensino?

- ☐ Interessante
- ☐ Motivador
- ☐ Não costumo utilizar
- ☐ Indiferente

11. Você já utilizou História da Matemática como recurso didático para o ensino?

- ☐ Sim
- ☐ Não

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA O ENSINO

11.1 - Em qual(is) conteúdos matemáticos você utilizou a História da Matemática em sala de aula?

11.2 - Como você administrou o conteúdo Histórico?

- ☐ Apresentei alguma curiosidade a respeito de um personagem histórico pertinente ao conteúdo

- Apresentei as contribuições matemáticas de um personagem histórico pertinente ao conteúdo
- Apresentei a evolução histórica de um conteúdo específico
- Desenvolvi uma atividade no contexto histórico para auxiliar no ensino de um conteúdo
- Outros _____

11.3 - Como geralmente os estudantes reagem nas aulas quando você faz uso de História da Matemática em sala?

- Interessante e demonstraram interesse
- Ficam curiosos/motivados
- Indiferente
- Outros _____

12. Em que ano você geralmente desenvolve o conteúdo de Matemática Financeira?

- 1°
- 2°
- 3°
- Não ensino no nível médio

13. Como você costuma desenvolver as aulas de Matemática Financeira?

- Pelo conceito dos conteúdos seguido de exemplos e exercícios.
- Com uma situação problema para depois introduzir o assunto.
- Com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo.
- Utilizo algum recurso tecnológico

14. Quais conteúdos de Matemática Financeira você geralmente desenvolve em suas aulas?

- Juros simples e Montante
- Juros compostos
- Descontos simples e compostos
- Capitalização
- Amortização
- Taxas

15. Você faz uso da Educação Financeira nas aulas de Matemática Financeira?

- Integralmente
- Parcialmente
- Não

16. Você faz uso de História da Matemática para o ensino de Juros?

- Sim
- Não

17. Caso sim, como você usa da História da Matemática para ensinar juros?

APÊNDICE C: FORMULÁRIO PARA VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Link de participação: <https://forms.gle/XbvLdfisiKVzX9Xg7>

APRESENTAÇÃO DO FORMULÁRIO:



A História de Juros e seu ensino

Meu nome é Andréa Regina Henriques de Medeiros estudante do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática - UEPA do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática e estou apresentando a você, docente de Matemática, um Produto Educacional composto de um Recorte histórico (Texto Histórico + 3 atividades) para o ensino de juros balizado pelo Diagrama-metodológico proposto por CHAQUIAM (2022) para sua avaliação e contribuições.

TERMO DE CONSENTIMENTO DA PESQUISA:

☐ Confirmando minha participação na avaliação deste produto educacional intitulado A HISTÓRIA DE JUROS E SEU ENSINO para fins de validação e coleta de dados para responder a questão de pesquisa e defesa no referido programa de mestrado.

PARTE 1 - Perfil do professor de Matemática

Nome (opcional)

E-mail:

IDADE:

- ☐ até 30 anos
- ☐ 31 a 40 anos
- ☐ 41 a 50 anos
- ☐ acima de 51 anos

REDE DE ENSINO QUE LECIONA:

- Público
- Privado
- Público e privado

NÍVEL DE ENSINO QUE LECIONA:

- Fundamental
- Médio
- Superior

ESCOLARIDADE

- Graduação
- Especialização
- Mestrado
- Doutorado

TEMPO DE MAGISTÉRIO

- Até 5 anos
- Entre 5 e 10 anos
- Entre 10 e 20 anos
- Entre 20 e 30 anos
- Acima de 30 anos

PARTE 2 - Texto histórico: A História dos juro

Faça a leitura do texto por meio do link, e em seguida faça a sua avaliação e contribuições. [HISTÓRIA DOS JUROS](#)

1. Você percebe que textos dessa natureza contribuem para responder questionamentos discentes tais como: por quê? Para quê? De onde surgiu?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

1.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

2. Você considera que textos dessa natureza podem contribuir para o processo de ensino e de aprendizagem de juro?

- a) De nenhuma forma (0%)

- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

2.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

3. Você percebe que recortes históricos apresentados constituem uma história de juro?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

3.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

4. Se fosse disponibilizado, você utilizaria recortes do texto durante a apresentação de conteúdo relacionados a juro em sala de aula?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

4.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

5. O texto apresentado pode contribuir para sua formação didática e pedagógica?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

5.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

PARTE 3 - Apresentação das Atividades

ATIVIDADE 1: JUROS: DE COADJUVANTE A PROTAGONISTA

As atividades apresentadas aqui são sugestões ao ensino de juros construídas a partir do texto supracitado. Clique no link [ATIVIDADE 1](#) para fazer a leitura e consequentemente sua avaliação.

1. O conteúdo da Atividade 1 esta compatível com o objetivo, habilidades e competências propostas?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

1.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

2. A Atividade 1 apresenta uma linguagem acessível ao nível cognitivo dos alunos?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

2.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

3. As questões constantes para a Atividade 1 estão alinhadas ao objetivo, competências e habilidades propostas?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

3.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

ATIVIDADE 2 - OS JUROS POR CLAIRAUT E EULER

As atividades apresentadas aqui são sugestões ao ensino de juros construídas a partir do texto supracitado. Clique no link [ATIVIDADE 2](#) para fazer a leitura e consequentemente sua avaliação.

1. O conteúdo da Atividade 2 esta compatível com o objetivo, habilidades e competências propostas?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

1.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

2. A Atividade 2 apresenta uma linguagem acessível ao nível cognitivo dos alunos?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

2.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

3. As questões constantes para a Atividade 2 estão alinhadas ao objetivo, competências e habilidades propostas?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

3.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

ATIVIDADE 3 - O NÚMERO e NOS ESTUDOS DE NAPIER A JACOB BERNOULLI

As atividades apresentadas aqui são sugestões ao ensino de juros construídas a partir do texto supracitado. Clique no link [ATIVIDADE 3](#) para fazer a leitura e consequentemente sua avaliação.

1. O conteúdo da Atividade 3 esta compatível com o objetivo, habilidades e competências propostas?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

1.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

2. A Atividade 3 apresenta uma linguagem acessível ao nível cognitivo dos alunos?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

2.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

3. As questões constantes para a Atividade 3 estão alinhadas ao objetivo, competências e habilidades propostas?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

3.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

PARTE 4 – AVALIAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL (TEXTO HISTÓRICO + CONJUNTO DE ATIVIDADES)

1. Na sua percepção, o conjunto de atividades que compõem recortes da História de juro está ordenado e pode contribuir com o ensino de conteúdos relacionados aos juro?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

1.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

2. Na sua percepção, a utilização de recorte (texto histórico + atividades) apresentado podem contribuir para a apreensão de conteúdos relacionados aos juro?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

2.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

3. O recorte (texto histórico + atividades) apresentado pode contribuir à formalização de conteúdos relacionados aos juro?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

3.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

4. A apresentação do recorte (texto histórico + atividades) pode promover uma melhor interação entre professor-aluno-saber?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

4.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

5. O recorte (texto histórico + atividades) permite que o docente tenha uma nova visão ou possibilidade de ensino sobre juros?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

5.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

6. Na sua percepção, as atividades propostas permitem que os estudantes tenham uma nova visão sobre juros?

- a) De nenhuma forma (0%)
- b) Pontualmente (25%)
- c) Em parte (50%)
- d) Na maioria das vezes (75%)
- e) Integralmente (100%)

6.1. Caso assinale (a), (b), (c) ou (d), qual a sua sugestão para melhorar a exequibilidade?

7. Que potencialidades você identifica no recorte (texto histórico + atividades) e na sua utilização para o ensino do objeto matemático (conteúdo relacionado a juros)?

ANEXOS**ANEXO A: MINUTA DA PESQUISA A DIREÇÃO**

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA
(PMPEM – UEPA)

MINUTA DA PESQUISA

Tema da pesquisa: Matemática Financeira nas escolas públicas de Belém do Pará.
Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam (Docente do PMPEM-UEPA).
Discente: Andréa Regina Henriques de Medeiros (Discente do PMPEM-UEPA).

Prezado(a) Diretor(a) Ana Cristina Godinho

Estamos realizando uma pesquisa que tem como objetivo promover a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. O trabalho é uma solicitação da disciplina Currículo e Avaliação da Aprendizagem Matemática e para realização e êxito, necessitamos de sua colaboração no sentido de autorizar uma pesquisa com os estudantes do 3º ano do Ensino Médio.

A investigação se dará por meio da aplicação de um questionário composto de 22 perguntas de múltipla escolha que tem por objetivo traçar um perfil dos alunos investigados no que concerne aos aspectos relativos à aprendizagem do tema supracitado e mais um teste de 10 questões (objetivas e subjetivas) para verificação das dificuldades apresentadas pela amostra de estudantes.

Comprometemos-nos com os aspectos éticos em relação ao material produzido na instituição, para tanto solicitaremos que os alunos preencham um Termo de Consentimento Livre Esclarecido. Desde já agradecemos sua colaboração com o trabalho e informamos que todos os materiais que serão utilizados na pesquisa seguem em anexo.

Belém – PA, ____ de Abril de 2019.

**Discente do Programa de Mestrado
Profissional em Ensino de Matemática
(PMPEM - UEPA)**

ANEXO B: MINUTA DA PESQUISA AO PROFESSOR



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA
(PMPEM – UEPA)

MINUTA DA PESQUISA

Tema da pesquisa: Matemática Financeira nas escolas públicas de Belém do Pará.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam (Docente do PMPEM-UEPA).

Discente: Andréa Regina Henriques de Medeiros (Discente do PMPEM-UEPA).

Prezado Professor Francisco Rego

Estamos realizando uma pesquisa que tem como objetivo promover a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. O trabalho é uma solicitação da disciplina Currículo e Avaliação da Aprendizagem Matemática e para realização e êxito, necessitamos de sua colaboração no sentido de autorizar uma pesquisa com os estudantes do 3º ano do Ensino Médio.

A investigação se dará por meio da aplicação de um questionário composto de 22 perguntas de múltipla escolha que tem por objetivo traçar um perfil dos alunos investigados no que concerne aos aspectos relativos à aprendizagem do tema supracitado e mais um teste de 10 questões (objetivas e subjetivas) para verificação das dificuldades apresentadas pela amostra de estudantes.

Comprometemos-nos com os aspectos éticos em relação ao material produzido na instituição, para tanto solicitaremos que os alunos preencham um Termo de Consentimento Livre Esclarecido. Desde já agradecemos sua colaboração com o trabalho e informamos que todos os materiais que serão utilizados na pesquisa seguem em anexo.

Belém – PA, ____ de Abril de 2019.

Discente do Programa de Mestrado
Profissional em Ensino de Matemática
(PMPEM - UEPA)

ANEXO C: TCLE PARA ESTUDANTES MAIORES DE 18 ANOS



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada O uso de atividades para o Ensino da Matemática, sob a responsabilidade dos(as) pesquisadores **Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kelly Martins da Silva, orientadoras e orientanda Andréa Regina Henriques de Medeiros**, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Nesta pesquisa nós estamos buscando realizar um diagnóstico do **ensino da Matemática Financeira** a partir da opinião dos estudantes. A sua colaboração na pesquisa será de preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa.

Em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada.

Você não terá gasto ou ganho financeiro por participar na pesquisa.

Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica com um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o **Ensino de juros**.

Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kelly Martins da Silva, orientador e orientando Andréa Regina Henriques de Medeiros** por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n. Telegrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: 4009-9542

_____, _____ de _____ de 2019.

Assinatura do pesquisador(a)

Eu, _____ aceito
participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

Participante da pesquisa

ANEXO D: TCLE AOS PAIS



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Senhor(a) responsável você está sendo consultado sobre a possibilidade de seu filho (a), para participar da pesquisa intitulada: um diagnóstico do **ensino de Matemática Financeira** sob a responsabilidade dos pesquisadores **Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kelly Martins da Silva, orientadoras e orientando (a) Andréa Regina Henriques de Medeiros** vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Com esse trabalho estamos buscando diagnosticar o ensino de Problemas Aditivos a partir da opinião dos estudantes. A colaboração do aluno (a) será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa e essa atividade ocorrerá nas dependências da escola sob a supervisão de um professor.

Em nenhum momento o aluno (a) identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do discente será preservada.

Você e o aluno não terão gasto ou ganho financeiro por participar na pesquisa.

Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica gerando um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o **Ensino de Juros**.

Você é livre para decidir se seu filho(a) colaborará com a pesquisa sem nenhum prejuízo ou coação. Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você. Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kelly Martins da Silva e orientando (a) Andréa Regina Henriques de Medeiros** por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPem) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA) : Tv. Djalma Dutra s/n. Telegrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: 4009-9542

_____, _____ de _____ de 2019.

Assinatura do pesquisador

Eu, _____ autorizo
 que meu/minha filho(a) _____ a participar do
 projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

Assinatura do responsável

ANEXO E: QUESTIONÁRIO DO DIAGNÓSTICO DISCENTE



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno (a),

Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Para o êxito deste trabalho necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

1- **Idade:** _____ anos 2- **Gênero:** ☐ Masculino ☐ Feminino 3- **Série/Ano**-----

4- **Tipo de escola que estuda?** ☐Municipal ☐Estadual ☐Conveniada ☐ outra

5- **Você já ficou em dependência?** ☐Não ☐Sim. Em quais disciplinas?_____

6- **Você gosta de Matemática?** ☐ Não gosto ☐Suporto ☐Gosto um pouco ☐Adoro

7- **Qual a escolaridade do seu responsável masculino?**

☐Superior ☐Médio ☐Fundamental ☐Fundamental incompleto ☐Não estudou

8- **Qual a escolaridade da sua responsável feminina?**

☐Superior ☐Médio ☐Fundamental ☐Fundamental incompleto ☐ Não estudou

9- **Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?**

☐Professor particular ☐Família ☐Ninguém ☐Outros. Quem?_____

10- **Com que frequência você estuda matemática fora da escola?**

☐Todo dia ☐ Somente nos finais de semana ☐No período de prova ☐Só na véspera da prova ☐Não estudo fora da escola.

11- **Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática?**

☐Sempre ☐Quase sempre ☐Às vezes ☐Poucas vezes ☐Nunca

12- **As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?**

☐sim ☐não ☐às vezes

13- **Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula com seu dia a dia?** ☐Sim ☐Não ☐Às vezes

14- **Como você se sente quando está diante de uma avaliação em matemática?**

☐Contente ☐ Tranquilo ☐com Medo ☐Preocupado ☐com Raiva ☐ com Calafrios

15- **Quais formas de atividades e/ou trabalho que**

seu Professor (a) de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem?

☐Provas/simulado ☐Testes semanais ☐Seminários ☐Pesquisas ☐Projetos ☐Outros. Quais?

16- **Você já estudou ?** ☐Sim ☐Não

17- Se você na questão acima respondeu sim, diga em qual ano/ série? _____

18- Seu professor de matemática demonstra domínio do conteúdo Amortização em matemática financeira? ☐Sim ☐Não

19. Como você avalia as explicações do seu professor de matemática?

☐Ruim ☐Regular ☐Boa ☐Excelente

20- Quando você estudou Amortização, a maioria das aulas:

☐Iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercícios;

☐Iniciaram com a história do assunto para depois explorar os conceitos;

☐Iniciaram com uma situação problema para depois introduzir o assunto;

☐Iniciaram com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;

☐Iniciaram com jogos para depois sistematizar os conceitos.

21- Para praticar o conteúdo de Amortização seu professor costumava:

☐Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos;

☐Apresentar jogos envolvendo o assunto;

☐Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático;

☐Não propunha questões de fixação;

☐Solicitava que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver.

22- Com base na sua experiência quando você estudou Amortização preencha o quadro a seguir.

(MF: Muito Fácil; F: Fácil; R: Regular; D: Difícil; MD: Muito difícil)

Conteúdo	Você lembra de ter estudado?		Qual grau de dificuldade que você teve para aprender?				
	Sim	Não	MF	F	R	D	MD
Porcentagem							
Montante							
Taxas Periódicas(juros simples)							
Juros Simples							
Desconto Simples							
Juros Compostos							
Desconto Composto							
Conceito de Amortização							
Situações que envolvam a tabela Price							
Situações que envolvam a tabela Sac							
Porcentagem							



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/ppgem