VUniversidade do Estado do Pará - UEPA
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Ensino Médio

JORGE SOARES MENOR FILHO

FUNÇÃO SENO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARAO ENSINO MÉDIO INSPIRADA EM FENÔMENOS DA NATUREZA

BELÉM/PA
2023

Jorge Soares Menor Filho

FUNÇÃO SENO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO INSPIRADA EM FENÔMENOS DA NATUREZA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará como exigência parcial para obtenção de Título de Mestre em Ensino de Matemática.
Área de Concentração: Matemática no Ensino Médio
Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio
Orientador: Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho.
Coorientadora: Prof.ª Dr.ª Eliza Souza da Silva

BELÉM/PA

2023

Jorge Soares Menor Filho

FUNÇÃO SENO: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARAO ENSINO MÉDIO INSPIRADA EM FENÔMENOS DA NATUREZA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará como exigência parcial para obtenção de Título de Mestre em Ensino de Matemática.
Área de Concentração: Matemática no Ensino Médio
Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio
Orientador: Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho
Coorientadora: Prof.ª Dr.ª Eliza Souza da Silva

Data da Aprovação: _______________

Belém-PA, 01 de Dezembro de 2023.

Banca examinadora

________________________________. Orientador
Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho
Doutor em Ciências e Matemática – Universidade Federal do Pará / UFPA
Universidade do Estado do Pará

Documento assinado digitalmente
gov.br ELIZA SOUZA DA SILVA
Data: 01/03/2024 13:20:12-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

_ ______. Coorientadora
I
Doutora em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica - PUC/SP
Universidade do Estado do Pará

________________________________. Examinador Interno
Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN
Universidade do Estado do Pará

Deusivaldo Aguiar Santos
________________________________. Examinador Externo
Prof. Dr. Deusivaldo Aguiar Santos
Doutor em Ciências e Matemática – Universidade Federal do Pará / UFPA
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão / IFMA

Belém- PA
2023

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Menor Filho, Jorge Soares
Função seno: uma sequência didática para o ensino médio inspirada em fenômeno da natureza / Jorge Soares Menor Filho; orientação de Roberto Paulo Bibas Fialho; coorientação de Eliza Souza da Silva. - Belém, 2023.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática. Belém. 2023.

1.Funções trigonométricas.2.Matemática-Estudo e ensino.2.Geogebra.I.Farias Junior, Raimundo Sérgio (orient.). II. Silva, Eliza Souza da (coorient.). III. Título.

CDD. 23º ed. 371.3

Regina Coeli A. Ribeiro – CRB-2/739

Dedico este trabalho a toda minha família.

AGRADECIMENTOS

Ao Ser Supremo, pela vida e a possibilidade de empreender esse caminho evolutivo, por propiciar tantas oportunidades de estudos e por colocar em meu caminho pessoas amigas e preciosas.

À minha família, especialmente às minhas filhas Ana Rafaela, Maria Helena e Mariana e à incondicional companheira Elany .

À minha Mãe Maria Aurilene da Silva e meu Pai Jorge Soares Menor, por tudo que fizeram por mim e minha principal formação.

À minha irmã Georgia Menor, por ter me dado dois motivos de muita alegria.

Aos meus parentes, em especial minha madrinha Izolange Ribeiro e aos outros, que mesmo estando distantes mantiveram-se incansáveis em suas manifestações de apoio e carinho, .

Aos amigos/colegas de Mestrado que compartilharam comigo esses momentos de aprendizado, especialmente Jetro Ialen, Giovanni, Weberth, Henrique, Aline e Edvan, nos ajudamos e passamos por momentos difíceis.

Aos amigos Jonathan Gonçalves, Joseph Júnior, Gilmar Lima, Washington Viana, Irapuan Lira, Diego Carvalho, pelas palavras de encorajamento.

Aos Professores e amigos Raimundo Marcolino, Irapuan, Prof. Schawcher pelo apoio nas horas de dúvidas.

A todos os amigos do IFMA-Campus Codó, C. E. Colares Moreira e Instituto Santo Agostinho.

Ao meu Orientador, Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho e minha Coorientadora Prof.ª Dr.ª Eliza Souza, um agradecimento carinhoso por todos os momentos de paciência, compreensão e competência.

A todos os participantes do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da UEPA.

Ao Programa de Pós-Graduação da UEPA, representado pelo Prof. Dr. Pedro Sá, pelos momentos partilhados, sem esmorecimento e a todos os professores que fizeram parte dessa caminhada. Enfim, a todos aqueles que de uma maneira ou de outra contribuíram para que este percurso pudesse ser concluído.

Tudo tem o seu tempo determinado, e há tempo para todo propósito debaixo do céu.

(Eclesiastes 3:1)

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

EDC – Engenharia Didática Clássica

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

ML – Matriz de Lapsos

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

PD – Protocolos Didáticos

PUC–SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

SD – Sequência Didática

TAD – Teoria Antropológica do Didático

TAS – Teoria da Aprendizagem Significativa

TSD – Teoria das Situações Didáticas

UECE – Universidade Estadual do Ceará

UEPA – Universidade Estadual do Pará

UFAM – Universidade Federal do Amazonas

UFSE – Universidade Federal de Sergipe

LISTA DE SÍMBOLOS

$\in$ – Pertence

$\mathbb{R}$ – Conjunto dos números Reais

$\mathbb{Z}$ – Conjunto dos números Inteiros

$\geq$ – maior ou igual

∞ – infinito

AP – Arco AP

$\subset$ – está contido

$\forall$ – Para todo

% – Por cento

$\overline{OP_1}$ – Segmento OP_1

| – Tal que

RESUMO

MENOR FILHO, Jorge Soares.**Função Seno: uma sequência didática para o Ensino Médio inspirada em fenômenos da natureza**. 2023. 185f. (Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023.

Esta investigação foi desenvolvida a partir da inquietação como professor do ensino médio, em ensinar o conteúdo de Função Seno e a dificuldade por parte dos alunos em aprender tal assunto. Neste contexto esta investigação busca responder a seguinte questão de pesquisa: Como é possível ensinar função Seno, por meio de atividades que estejam associados a fenômenos periódicos da natureza, com auxílio de recursos pedagógicos e tecnológicos? Assim esta inverstigação traçou como objetivo: A elaboração e análise de uma sequência didática, mediada pelo geogebra, para o ensino e aprendizagem do conteúdo de função seno. A fim de alcançar o objetivo proposto, optamos por realizar uma pesquisa quanti-qualitativa, em que fizemos inicialmente um estudo bibliográfico com base em artigos, dissertações, teses e livros. Depois realizamos pesquisa de campo por meio de questionários a 35 professores de Matemática do ensino que lecionam, o conteúdo função seno na sua prática de sala de aula. O referencial teórico da pesquisa teve como base a concepção da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1996) e o ensino por atividades na visão de Sá e Jucá (2017). Estas concepções serviram para nortear a análise da pesquisa e o processo de produção do produto educacional. A partir dessa revisão biobliográfica e da metodologia descrita, foi construído uma sequência de atividades, em que a elaboração do produto educacional foi precedida de uma pesquisa de campo, em que consultamos um grupo de cinquenta alunos do ensino médio, para sabermos suas perspectivas sobre o ensino da função Seno, por meio de atividades mediada pelo *software* Geogebra como um guia prático definido por “Função Seno: uma sequência didática para o ensino médio, inspirada em fenômenos da natureza”. Deste modo concluiu-se que a partir das atividades propostas demonstrou-se por parte dos alunos um excelente domínio e compreensão do tema proposto, consolidando o produto educacional como uma grande possibilidade de atividade para o ensino da função seno.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Função Seno; Sequência Didática; Geogebra.

ABSTRACT

MENOR FILHO, Jorge Soares. **Sine Function: A Didactic Sequence for Teaching Medium inspired by phenomena of nature**. 2022, 185f. (Dissertation (Master's Degree in Mathematics Teaching) – University of the State of Pará, Belém, 2023.

This investigation was developed from the restlessness as a high school teacher in teaching the content of Sine Function and the difficulty on the part of students in learning this subject. In this context, this investigation seeks to answer the following research question: How is it possible to teach sine function, through activities that are associated with periodic phenomena of nature, with the help of pedagogical and technological resources? Thus, this research aimed to: The elaboration and analysis of a didactic sequence, mediated by geogebra, for the teaching and learning of sine function content. In order to achieve the proposed objective, we chose to carry out a quantitative-qualitative research, in which we initially made a bibliographic study based on articles, dissertations, theses and books. Then, we conducted field research through questionnaires to 35 teachers of Mathematics in the teaching profession who teach the content of the sine function in their classroom practice. The theoretical framework of the research was based on the conception of Brousseau's Theory of Didactic Situations (1996) and the teaching by activities in the view of Sá and Jucá (2017). These conceptions served to guide the analysis of the research and the production process of the educational product. From this biographical review and the methodology described, a sequence of activities was built, in which the elaboration of the educational product was preceded by a field research, in which we consulted a group of fifty high school students, to know their perspectives on the teaching of the Sino function, through activities mediated by the Geogebra software as a practical guide defined by "Sino Function: A didactic sequence for high school, inspired by natural phenomena". Thus, it was concluded that from the proposed activities, it was demonstrated by the students an excellent mastery and understanding of the proposed theme, consolidating the educational product as a great possibility of activity for the teaching of the sine function.

Keywords: Mathematics Teaching; Sine function; didactic sequence; Geogebra.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A experiência adquirida em sala de aula em turmas do Ensino Médio, especificamente em turmas do 2º ano, nos levaram a observar que o interesse pelo estudo das funções trigonométricas não tem alcançado a motivação em aprender, aos discentes. Percebo por parte dos alunos a ligação entre as funções estudadas no 1º ano do ensino médio com as funções trigonométricas e suas devidas aplicações. Ressalta-se que os “diálogos sobre a formação de professores e práticas de ensino de Matemática são extremamente relevantes e, para isso, faz-se necessário que matemáticos e pedagogos dialoguem com a finalidade de melhorar o ensino dessa disciplina” (Santos et al., 2021, p.17362).

Sabe-se que o processo de ensinar Matemática está atrelado a diversos fatores e dentre eles, destacamos a preparação, a formação docente para atuar na sala de aula, para fazer uso de novas tecnologias, promover um ensino de qualidade, apropriar-se das tendências metodológicas de ensino, dentre outras. (Mendes; Luz; Pereira, 2021, p.371).

Há implícito que o professor de Matemática, em sua prática, ao ministrar com o tópico de Trigonometria, não privilegia o estudo das funções trigonométricas, por vários motivos. Falta de domínio e prioridades de conteúdos, e tempo reduzido para expor os assuntos pertinentes são os mais visíveis entre eles. Com isso, há a necessidade de familiarizar-se com correntes filosóficas e metodológicas na reconstrução do conhecimento matemático.

> A Matemática também faz parte da vida das pessoas como criação humana, ao mostrar que ela tem sido desenvolvida para dar respostas às necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e aqui leva-se em conta a importância de se incorporar ao seu ensino os recursos das Tecnologias da Comunicação. (PCN, 1998, p.59).

Logo, as discussões e as pesquisas sobre a Teoria das Situações Didáticas (TSD), os conceitos sobre um dos temas da teoria das situações didáticas de Brousseau, professores e alunos são autores imprescindíveis da relação ensino-aprendizagem. Bem como na sala de aula, circunstâncias e experiências em que há situação de ensino, este meio é tudo o que envolve as relações entre preceptor e discente em sala, os conhecimentos já adquiridos pelos alunos, as experiências que viveram, as suas culturas, até mesmo o seu modo de vivenciar a escola.

Quando se trata de estudar atitudes e comportamentos, isto é, "(...) como uma pessoa comporta-se dentro de uma situação, isso depende, por um lado, das crenças ou predisposições particulares ativadas pela atitude em relação ao objeto e, por outro lado, às crenças ou predisposições ativadas pela situação." (Oliveira Júnior; Grabalos Silva, 2021, p.2). Em particular, o pensamento do discente na disciplina de Matemática consiste em muitos outros acontecimentos, como fórmulas, teorias, definições, um misto de sensações e emoções que faz parte de suas atitudes e pensamentos sobre a Ciência da Matemática.

> Tais dificuldades, enfrentadas pelos alunos na construção dos conhecimentos matemática na educação básica, revela a necessidade de buscar maneiras mais significativas de ensino, que transformem a realidade dos alunos e os motivem a buscar nos estudos uma forma de superar os desafios impostos pelas demandas sociais. (Brasil; Aguiar; Caires, 2021, p.66197).

Diante dessa problemática é tomada como referência Viana et al. (2021, p.14443), quando afirma que:

> O ensino da matemática não pode se destinar a ensinar o discente a decorar métodos e aplicar fórmulas, apenas, é necessário ir além, o aluno deve ser agente ativo, a ordem é questionar, não aceitar as soluções prontas sem uma análise e sem críticas, abrindo horizontes, outros caminhos e outras soluções.

As dificuldades de aprendizagem em Matemática, em especial perpassam pelos conceitos controversos, inadequados e uma construção do conhecimento fundamentado na repetição e/ou na memorização.

Nossa experiência em sala de aula mostra que enquanto o alunado ainda não souber usar os procedimentos, técnicas, formulações do sistema para chegar a uma conclusão, tentará estabelecer sua própria lógica para encontrar a resposta correta para o problema, à sua maneira. Um exemplo disso é a interpretação de gráficos, como Curcio (1989) menciona que o conhecimento do sujeito perante determinado tipo de gráfico, depende de ter sido exposto ou não, a uma experiência significativa anteriormente.

Concebido em uma dimensão mais contemporânea da Educação, o erro configura-se como integrante do processo de conhecimento, como algo intrínseco ao ato de aprender. Neste sentido os PCN (1998) descrevem que na aprendizagem escolar o erro é inevitável e, muitas vezes pode ser interpretado como um caminho para buscar o acerto.

Diante disso, os erros são tratados como indicadores para que os alunos possam traçar o caminho para a construção do conhecimento sobre o assunto e auxiliar os professores no planejamento das atividades pedagógicas. O estudo da Trigonometria, portanto, segundo Silva, Neto (2006), nos possibilita desenvolver habilidades consideradas significativas, no que diz respeito à leitura e à interpretação de fatos reais, que envolvem não somente os conhecimentos matemáticos, mas as demais atividades da vida do aluno.

Tais fatos Meneghetti; Netto; Zuffi (2021, p.03) mencionam que a partir da realidade e da demanda escolar, elaboramos e executamos atividades de intervenção junto ao professor e à turma participante, que foram agregadas a uma determinada temática. Isto, no esforço de que tais situações-problema fossem capazes de desencadear o processo de ensino e aprendizagem.

Para tal, existe então a necessidade de os professores trabalharem, primeiramente com as dificuldades dos alunos, ministrando o conteúdo de forma clara e precisa, visando sempre ao entendimento desse pela classe, aprimorando e aliando os conhecimentos teórico e prático, utilizando diversos recursos para facilitação da aprendizagem. (Ramos; Lisboa; Nunes, 2021).

Portanto, uma das razões de trabalhar as dificuldades dos educandos por meio dessas estratégias erradas é que elas poderão continuar a serem utilizadas e que as mesmas podem levar a uma solução bem-sucedida, ele tem sucesso em certas situações problemáticas, mas infelizmente, não há conhecimento suficiente para todas as possibilidades de um problema, os alunos não conseguem distinguir a situação em que a estratégia será viável, assim como aquelas que não são aplicáveis.

Consideramos a realização de pesquisas contextualizadas para descobrir as dificuldades e potencialidades dos discentes relacionados às funções trigonométricas e com isso enfatizar e caracterizar o conhecimento prévio do aluno, pois pode promover o desenvolvimento do aluno, uma otimização do planejamento das atividades pedagógicas necessárias à construção dos conhecimentos matemáticos.

A perspectiva de ensino e aprendizagem pressupõe, entre os seus princípios, o compromisso do professor e do aluno com a aprendizagem significativa. Cabe ao professor investigar como se aprende, responsabilizando-se pelo ensino, e cabe ao aluno compreender que é sua a responsabilidade no processo de aprender e de se desenvolver.

Os estudos de Miras (2006, p.57) nos esclarece que os conhecimentos prévios "abrangem tanto conhecimentos e informações sobre o próprio conteúdo como conhecimentos que, de maneira direta ou indireta, estão relacionados ou podem relacionar-se com ele". Na concepção de ensino e aprendizagem é necessário, segundo esta autora, determinar o estado inicial dos alunos no momento de iniciar qualquer processo de aprendizagem.

A autora assinala três elementos básicos desse estado inicial: a disposição dos alunos para realizar a aprendizagem proposta; as capacidades gerais de caráter cognitivo, motor e afetivo; e os conhecimentos que os alunos já possuem sobre o conteúdo concreto que se propõem a aprender, ou seja, os conhecimentos prévios:

> (...) conhecimentos prévios são os fundamentos da construção dos novos significados. Uma aprendizagem é tanto mais significativa quanto mais relações com sentido o aluno for capaz de estabelecer entre o que já conhece, seus conhecimentos prévios e o novo conteúdo que lhe é apresentado como objeto de aprendizagem (...) se nos colocamos na perspectiva do aluno, na lógica da concepção construtivista, é possível afirmar que sempre podem existir conhecimentos prévios a respeito de novo conteúdo a ser aprendido, pois, de outro modo, não seria possível atribuir um significado inicial ao novo conhecimento. (Miras, 2006, p.65)

Miras (2006) destaca três critérios necessários para se determinar os conhecimentos prévios que devem ser explorados nos alunos, que são: os conteúdos de aprendizagem; os objetivos concretos que perseguimos em relação a esses conteúdos e o tipo de aprendizagem que pretendemos que os alunos alcancem.

Acrescente-se que a mobilização dos conhecimentos prévios dos alunos, segundo Miras (2006), pode depender de muitos fatores, como por exemplo, a falta de sentido que atribuem à atividade ou a uma escassa motivação para estabelecer relações entre os conhecimentos. Optando, assim, por um enfoque superficial e uma memorização mecânica do novo conteúdo ou ainda a um problema transitório de falta de atenção. Na teoria de Ausubel (2003), o conceito mais importante é o da aprendizagem significativa e este contrasta com o de aprendizagem mecânica.

> Para Ausubel, aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. Ou seja, neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel define como conceitos subsunçores, ou simplesmente subsunçores

> (subsumers), existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de quem aprende. (Costa; Moreira, 2001, p.263)

A aprendizagem significativa é um termo associado à Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), de David Ausubel que, segundo Moreira, (2006, p.257), se preocupa com mecanismos internos da mente e "vê o armazenamento de informações no cérebro humano como sendo altamente organizado, formando uma hierarquia conceitual na qual elementos mais específicos são ligados (e assimilados) a conceitos mais gerais, mais inclusivos".

É bastante comum no ambiente escolar, em particular na disciplina de Matemática, o professor ouvir indagações dos alunos sobre vários assuntos explanados, tais como: “Para que serve este conteúdo?” “Onde irei utilizar esses conteúdos?” “Qual é a sua aplicação prática?”. São perguntas frequentemente feitas em sala de aula. Da mesma forma, observamos em jornais, revistas, sites, situações do nosso cotidiano que têm uma ligação direta com a Matemática.

Diante de tais questionamentos e observações é possível refletir sobre a metodologia aplicada nas escolas, que parte delas ainda estão desvinculadas do nosso cotidiano, ou seja, exposição de conteúdos seguidos de exemplos e lista de exercícios em que o aluno não consegue associar a sua vivência.

De acordo com Lima (2020, p.01):

> Compreendemos que a Matemática se aprende e se ensina, todavia é criada e utilizada, assim sendo, todos os processos didáticos escolares não começam, muito menos acabam na sala de aula. Portanto, todo conhecimento que uma pessoa adquiriu com um grupo de colegas e um professor na sala de aula, jamais morre, continua vivo ao sair da escola e ao retornar para casa.

Entende-se, por este autor, que o aprendizado também pode advir da experiência, do que os alunos levam e/ou trazem da própria vivência, nos diversos ambientes de suas vidas.

Essas práticas pouco utilizadas nos dias de hoje causam uma motivação nos discentes. Neste sentido a Etnomatemática surge a partir de 1980 com Ubiratan D'Ambrósio[1] (1932-2021), com o intuito de explicar, conhecer e entender saberes e fazeres de distintos povos como metodologias acessíveis.

Segundo Pinheiro et al. (2005), para que o educando possa compreender como a Matemática ajuda a modelar a realidade por ele vivenciada, entender, analisar e resolver os problemas nela existentes. É preciso que ele também possa concebê-la como um conhecimento construído por essa mesma sociedade, em que ele atua. Este fator serve justamente para amenizar este desequilíbrio entre a Matemática e o nosso cotidiano, fazendo também um elo com as demais disciplinas e proporcionando o ensino e a aprendizagem mais agradável e satisfatórios aos alunos.

Mediante essas colocações voltadas ao ambiente matemático, abordando situações reais para serem solucionados didaticamente em sala de aula, é preparado um projeto de ensino (ou de pesquisa) para ser desenvolvido no contexto da sala de aula, caracterizando a Teoria das Situações Didáticas. De acordo com Almouloud (2010, p.54):

> A sequência didática se estrutura de acordo com as etapas da TSD essa teoria tem o objetivo centrado não no aluno, mas na situação didática a ser proposta, em que se permita um processo de interação entre professor-aluno-*milieu* (meio), permitindo aos sujeitos a construção do conhecimento de forma autônoma e interativa.

Uma motivação para este trabalho são as tradições culturais através do estudo de trigonometria, voltado aos alunos que moram e estudam em comunidades ribeirinhas, que dependem diretamente das marés para sua locomoção fluvial. Esta realidade é vivenciada em várias cidades do norte do país, em especial o estado do Pará. Sue surgiram às margens de hidrovias regionais, onde a população vive à ribeira (beira-rio), conhece o fenômeno natural do movimento das marés e dele depende para o seu sustento.

---

[1] Ubiratan D'Ambrósio (08/12/1932 à 12/05/2021) possui Graduação em Matemática pela Universidade de São Paulo (1955) e Doutorado em Matemática pela Universidade de São Paulo (1963). Professor Emérito da Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP. Professor da Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirantes de São Paulo/UNIBAN. Professor Credenciado dos Programas de Pós-Graduação em História da Ciência da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em Educação Faculdade de Educação/FE da Universidade de São Paulo/USP e em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas/IGCE da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho/UNESP-Rio Claro. Atuando principalmente nos seguintes temas: História e Filosofia da Matemática, História e Filosofia das Ciências, Etnomatemática, Etnociência, Educação Matemática e Estudos Transdisciplinares.
<http://lattes.cnpq.br/1531403209010948>

A natureza está repleta de fenômenos físicos oscilatórios e periódicos. Por exemplo, movimento planetário, som, a ação do vento sobre animais e plantas, temos o movimento cíclico dos animais, como formigas, besouros, o movimento de expreita, que todo predador faz ao obervar e calcular sua ação, mediante os movimentos de suas presas, entre outros. Compreender como esses fenômenos ocorrem é de interesse de certas áreas do conhecimento. A matemática e a física tentam encontrar maneiras de modelar, entender e prever tais fenômenos.

Para Lima et al. (1997, p.224):

> Dada a presença constante de fenômenos oscilatórios em nosso cotidiano, faz-se necessário um conhecimento acerca das relações que podem nos ajudar a descrever tais fenômenos. Estes conhecimentos vem (sic) sendo desenvolvidos há mais de 1500 anos antes de cristo (sic). Muitos foram os que se interessaram em entender os seus aspectos e podemos citar, como exemplo, Hiparco de Alexandria, Galileu Galilei, Fourier.

Destacamos os fenômenos das marés altas e baixas estão relacionados à interação gravitacional da Terra, que pode ser analisada como um corpo elástico e fluido (em contraste com um ponto matemático ou com um corpo rígido, como a lua e o Sol). No entanto, mesmo não conhecendo as causas das marés altas e baixas, temos os dados observados, aos quais podemos ajustar a uma função trigonométrica do tipo f(x) = a + b.sen(cx + d), em que iremos reconhecer os parâmetros *a*, *b*, c e *d*, e mostrar a função de cada um deles nas atividades propostas. Tais movimentos são periódicos, para isso serão utilizados para a construção de gráficos, o auxílio de software Matemático Geogebra, onde os alunos possuem acesso de forma livre, trabalhamos os problemas da pesquisa em grupos.

> A Essência de um grupo não é a semelhança ou diferença entre seus membros, mas a sua interdependência. Pode-se caracterizar um grupo como um “todo dinâmico” Isto significa que uma mudança no estado de qualquer subparte modifica o estado de todas as outras subpartes. O grau de interdependência das subpartes de membros do grupo varia desde a “massa” amorfa a unidade compacta. Depende, entre outros fatores, do tamanho organização, e intimidade do grupo. (Lewin, Lewin, 1970, p.264).

Caracteriza assim uma pesquisa-ação, em que exige uma estrutura de relação entre os pesquisadores e pessoas envolvidas no estudo da realidade do tipo participativo. Nesta perspectiva Thiollent (2022, p.06) cita que, “é necessário definir com precisão, qual ação, quais agentes, seus objetivos e obstáculos, qual exigência de conhecimento a ser produzido em função dos problemas encontrados na ação ou entre os atores da situação”. Deste modo, iremos utilizar uma linguagem, termos, falas para que o aluno possa entender de maneira mais fácil e rápida, sendo um ponto muito importante de troca de conhecimento,

> A pesquisa deve ser feita com muito rigor, mas a subordinação desse rigor a uma linguagem e a uma metodologia padrão, mesmo tendo caráter interdisciplinar. Ao reconhecer que não é possível chegar a uma teoria final das maneiras de saber/fazer matemático, quero enfatizar o caráter dinâmico de uma pesquisa. Destaco o fato de ser necessário estarmos sempre abertos a novos enfoques, a novas metodologias, a novas visões do que é ciência e da sua evolução. (Souza Filho, 2012, p.87).

Nossa investigação possibilita uma reflexão sobre as diferentes formas de se expressar e aprender matematicamente, a partir da valorização de diferentes manifestações matemáticas ou maneiras de “fazer a Matemática”. O educador de Matemática precisa conhecer as diferentes formas de conhecimentos e metodologias matemáticas, aplicadas aos educandos e valorizar o contexto social. Vale destacar que este estudo é apenas um ponto de partida, existe ainda muito a ser discutido sobre essa questão e, em especial, acerca da realidade vivenciada por uma grande parte da população.

Neste contexto esta investigação busca responder a seguinte questão de pesquisa: Como é possível ensinar função Seno por meio de atividades que estejam associados a fenômenos periódicos da natureza com auxílio de recurso pedagógicos e tecnológicos?

Desse modo essa inverstigação traçou como objetivo: A elaboração e análise de uma sequência didática mediada pelo Geogebra para o ensino e aprendizagem do conteúdo de função seno.

A partir das indagações acima destacamos os seguintes objetivos específicos:

1. analisar a Metodologia e pressupostos teóricos a respeito da função seno, levando em conta o repertório de literatura referente ao assunto;

2. realizar uma pesquisa com grupo de professores para entender a prática e obstáculos epistemológicos acerca da função seno;

3. Construir e aplicar uma sequência didática por atividades para o ensino do conteúdo da Função Seno com alunos do 2º ano do ensino médio mediado pelo Geogebra.

Os próximos capítulos abordam as contribuições teóricas e metodológicas de nossas investigações, oferecendo uma análise detalhada das teorias que servem como base para o estudo. Em seguida temos o terceiro capítulo, que apresenta o nosso objeto matemático, que é a Função Seno, trazendo aspectos históricos, definições e demonstrações gráficas desta. No capítulo cinco realizamos uma consulta a docentes sobre o ensino da função seno e algumas metodologias aplicadas. No capítulo 6 abordamos a sequência didática. Nos capítulos finais fazemos a análise da sequência didática e a discussão dos resultados, concluindo nosso trabalho com as considerações finais.

2. APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Este capítulo desempenha o papel fundamental de expor a base teórica e metodológica que sustenta esta pesquisa. Ele delineia as teorias e abordagens metodológicas específicas no campo da Educação Matemática, que me apoiei para desenvolver a estrutura da sequência didática destinada ao ensino da Função Seno.

Nossa pesquisa é de natureza qualitativa. Para Flick (2018, p.420) “A pesquisa qualitativa é uma abordagem bastante utilizada, principalmente nas ciências sociais, para entender qualquer fenômeno que envolva seres humanos e suas relações sociais nos mais variados ambientes”.

Desde a década de 1920 o campo da Psicologia e Ciências Sociais já utilizava métodos qualitativos. Na sociologia aplicada nos Estados Unidos, por exemplo, métodos biográficos, estudos de caso e métodos descritivos – todos empregados na pesquisa qualitativa – foram centrais durante toda a década de 1940, mas a medida em que a complexidade dos fenômenos estudados por essa ciência aumentou, o uso da abordagem qualitativa diminuiu e houve uma maior procura por métodos quantitativos. (Flick, 2018).

Foi somente a partir década de 1960 que houve uma forte crítica à utilização de métodos quantitativos, devido a sua falta de subjetividade para entender os seres humanos, o que fez ressurgir a relevância dos métodos qualitativos. Algumas das características mais marcantes da pesquisa qualitativa são a utilização de diferentes métodos e perspectivas teóricas, além da importância dada ao ponto de vista subjetivo do pesquisador e das pessoas que estão sendo estudadas (Flick, 2018).

Apresentaremos a construção de um produto educacional para o ensino e aprendizagem da função Seno, discutindo nos próximos capítulos os fundamentos teóricos que a embasaram. Além disso, pretendo mostrar apontamentos, que podem configurar-se em orientações, a respeito da condução das atividades por parte do docente, visando a uma maior eficácia quando da utilização de tal proposta didático-metodológica.

Tais apontamentos decorrem de levantamento bibliográfico prévio e das percepções que emergiram durante sua implementação em uma turma de 50 alunos do 2º ano, integrada ao curso de Informática do Ensino Médio, do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Maranhão, campus Codó e posteriores análises feitas nesse teste avaliativo, pesquisa de campo. Também, como parte integrante dessa construção, será exemplificada sua aplicação por meio das atividades desenvolvidas junto aos estudantes.

Todo esse processo sustenta-se em uma pesquisa de mestrado desenvolvida junto ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade Estadual do Pará-UEPA.

Os dados foram produzidos a partir de questionários e de uma sequência didática da modalidade investigação-ação[2] e uma pesquisa de campo sobre a metodologia da sequência didática, verificando sua eficácia no ambiente escolar. Utilizamos como fonte norteadora um conjunto de práticas educacionais que poderão se adequar ao ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática destas turmas, destacando todos os aspectos positivos e negativos em relação às metodologias aplicadas. Também será apresentada uma proposta de atividade de campo envolvendo o corpo docente e discente, para entender melhor os efeitos dos fenêmenos períodicos da natureza no cotidiano escolar como também despertar no corpo discente uma visão mais ampla e crítica sobre tais temas associado à Matemática, proporcionando assim uma melhor compreensão do objeto de estudo que é a função Seno.

No primeiro momento da pesquisa foi apresentado aos alunos a situação em que eles deveriam reconhecer o que são fenômenos períodicos da natureza, no segundo momento os alunos tiveram um conjunto de atividades onde puderam observar a aplicabilidade e finalidade de cada parâmetro da função seno e no terceiro momento foram resolvidas questões abordando a ideia principal da pesquisa, sempre utilizando o *software* matemático Geogebra como meio facilitador para plotar gráficos e as expressões trigonométricas e, por fim, apresentar os resultados obtidos a todas a comunidade escolar através de palestras e seminários.

[2] A expressão investigação-ação ("action research") surgiu em 1944, nos Estados Unidos da América, com Kurt Lewin. Os seus primeiros trabalhos procuraram contribuir para resolução de problemas de uma grande variedade de áreas sociais (situações de discriminação de minorias e relações inter-grupos, inserção em bairros habitacionais, hábitos alimentares) e depressa foram transportados para a educação. "A investigação-ação é uma intervenção em pequena escala no funcionamento do mundo real e a verificação próxima dos efeitos de tal intervenção". Esta definição desde logo sugere o carácter prático e situacional desta metodologia, tendo em vista Olhares sobre a Educação, a mudança pretendida pelos intervenientes envolvidos na situação em que atuam, revelando, além disso, a necessidade de avaliar, não só o processo como as próprias mudanças ocasionadas pela referida intervenção, Disponível em: https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/4631/4/Invest._A%c3%a7%c3%a3o%20e%20Estudo%20Caso_2017.pdf, acesso em 23/11/2023.

2.1 O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO BRASIL

A quantidade de pesquisas sobre os obstáculos do entendimento da trigonometria são poucas, porém a qualidade das pesquisas que abordam o tema é surpreendente. A pesquisadora Rachel Saffir Araújo Alves Feijó fez uma extensa pesquisa que procurou investigar as dificuldades dos alunos do ensino médio e do ensino superior em trigonometria na cidade de Brasília.

De acordo com os estudos de Feijó (2018), o entendimento dos alunos sobre ciclo trigonométrico, funções, leis e relações trigonométricas é essencial para aqueles que pretendem seguir uma carreira na área das exatas. Áreas em que o domínio dos conhecimentos trigonométricos estão a Engenharia Civil, Engenharia Elétrica, Cartografia, entre outras profissões que possuem a matemática como seu sistema nervoso.

Em se tratando do ensino-aprendizado “Aparentemente, há problemas tanto em ensinar quanto em aprender trigonometria, e talvez um decorra do outro.” (Feijó, 2018, p. 19). Assim, a dificuldade de se entender essa parte da matemática não é exclusiva dos alunos, outro ponto a se destacar é que essa deficiência na matemática afeta outros países como os EUA.

A trigonometria é um dos primeiros assuntos que são abordados na escola em que envolvem os conhecimentos algébricos, geométrico e gráficos, “na abordagem da trigonometria como razões entre os lados de um triângulo retângulo, os alunos precisam relacionar diagramas de triângulos com razões numéricas e manipular essas razões” (Feijó, 2018, p.20). Para que os alunos sejam capazes de realizarem essas operações aprimorar a sua capacidade de abstração.

Ainda de acordo com esta pesquisa:

> Os resultados dessa pesquisa, obtidos pelo cumprimento desses objetivos específicos, revelaram que os erros cometidos pelos seus participantes estão em todos os ramos da trigonometria, desde definições e conceitos até manipulações, inferências e generalizações. Os problemas no aprendizado são observados desde a base, desde os fundamentos da trigonometria (Feijó, 2018, p.51)

Para que se possa sanar essa dificuldade em compreender a matemática é preciso buscar maneiras de apresentar aos jovens a trigonometria de maneira mais fácil e significativa. É nesse momento que o professor deve garantir a melhor experiência possível para o aprendizado.

O ensino da matemática e, em especial da trigonometria, deve ser renovado, a maneira como ensinamos e aprendemos matemática precisa ser mais próxima da nossa realidade. Assim como é defendido por Queiroz (2014), em seu trabalho que defende o uso de materiais manipulativos, como uma maneira de melhorar o ensino da matemática, onde ela afirma que:

> Estudos mostram a necessidade de adequação dos currículos à nova realidade. Para tanto, o critério utilizado consiste na recorrência à contextualização e à interdisciplinaridade, como também à utilização do material concreto, facilitando o trabalho com temas abordados no dia a dia, os quais permitem as conexões da própria Matemática com a sociedade e da Matemática com outras ciências. (Queiroz, 2014, p.16).

Repensar o ensino e a aprendizagem nos dias atuais é indispensável para a formação de alunos intelectualmente independentes e criativos que possam resolver problemas reais com conhecimento matemático, e não apenas alunos que resolvem exercícios do livro didático. A sociedade atual é formada por uma geração conectada com a internet, que possui o livre acesso à informação, através de diferentes meios. A escola deve adequar-se às novas formas de se aprender e ensinar, o uso do livro didático ainda é essencial, porém não deve ser o único material utilizado pelo professor.

Na sua obra, Feijó (2018, p.48) conclui que “os alunos apresentam dificuldade em interpretar corretamente as razões trigonométricas, confundindo as razões seno e cosseno entre si, e em visualizar e/ou trabalhar com ângulos que não estão na base do triângulo”. Essa é a realidade que também foi encontrada na escola maranhense em que realizei minha pesquisa, ou seja, se trata de um problema real.

Já Queiroz (2014) enfatiza em relação ao ensino da trigonometria:

> O trabalho em sala de aula com utilização de material concreto influencia na aprendizagem dos alunos, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico, coordenação motora, rapidez no pensamento dedutivo, organização do pensamento, concentração que é necessária para a compreensão de problemas matemáticos e do cotidiano. (Queiroz, 2014, p.22-23).

Em outras palavras, se de um lado nós temos o fato de alunos não conseguirem compreender a trigonometria por considerarem que se trata de um assunto considerado difícil, do outro temos que a busca por novos meios de apresentar esse mesmo conteúdo de maneira diferente pode proporcionar um melhor entendimento da Matemática. Assim sendo, a barreira no ensino aprendizado de Matemática pode ser superada com uma nova abordagem metodológica.

Tratando-se de conteúdos acadêmicos a trigonometria merece um lugar de destaque, pois se trata de uma parte da Matemática de fundamental importância e que os alunos não possuem bom aproveitamento nas avaliações nacionais. , sobre esse aspecto Feijó (2014) defende que:

> Do ponto de vista didático-pedagógico, a sua importância se dá pela sua capacidade de relacionar raciocínio algébrico, geométrico e gráfico proporcionando também o desenvolvimento da capacidade de abstração, necessária para diversos ramos de atuação profissional. (Feijó, 2018, p.53).

A a trigonometria, portanto deve ser ensinada de maneira que desperte no aluno a compreensão da sua relevância e aplicabilidade, tanto no meio acadêmico quanto na realidade. Desta maneira fazendo com que o conhecimento e o cotidiano sejam compreendidos como complementares um do outro e não duas coisas distintas.

2.2 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS (TSD)

A Teoria das Situações Didáticas é a didática da Matemática envolvendo o uso, em caráter de complementaridade, de um repertório variado de teorias e modelos científicos, tendo como o escopo um entendimento sistemático dos fenômenos de ensino e da aprendizagem. Brousseau, (1990, p.53) menciona que o Matemático não comunica seus resultados sob a forma que eles os encontra, mas sim os organiza, “ele os fornece uma forma mais geral possível, desenvolve uma didática prática, que consiste em colocar o saber sobre forma comunicável, descontextualizada, despersonalizada e destemporalizada”.

Segundo Margolinas (1995), no âmbito do ensino, entretanto, nos deparamos com um caráter antagonista ao fato indicado no excerto anterior. A seguir temos a tríade da origem dos estudos de Brousseau, onde conhecimento escolar, sistema educacional e o aluno caminham simultaneamente.

Para tanto, garimpando na literatura da Educação Matemática, verificou-se que o professor-pesquisador francês Guy Brousseau, mobilizado em saber como, inicialmente as crianças aprendiam Matemática, foi o pioneiro no estudo de uma teoria que denominou de Teoria das Situações Didáticas, fazendo em 1970 uma primeira comunicação pública a esse respeito, organizada depois sob a forma de tese de doutorado.

Figura 1 - Tríade de Brousseau

Fonte: Brousseu, 2023.

Neste sentido, Brousseau (2008) reúne elementos ou terminologias anteriormente relacionadas a outros cenários, para qualificar sua tese acerca da apropriação da aprendizagem Matemática. Entre eles, destaco a noção de contrato didático que, para Brousseau (2008, p.104), "apresenta-se como elemento central da Teoria das Situações Didáticas (TSD), além de fundamentar e possibilitar a construção de situações didáticas para o ensino e a aprendizagem da Matemática".

Com efeito, na frente do ensino, registramos um trabalho no sentido inverso, posto que o professor deverá recontextualizar e repersonalizar o saber científico, isto é, realizar uma transposição didática. (Chevallard, 1996).

O movimento dialético, dito anteriormente, é que se deu como inspiração para a formulação da Teoria das Situações Didáticas -TSD, tendo em vista um pensamento sistemático, crítico e reflexivo, que permita compreendermos um amplo repertório de fenômenos relacionados ao ensino de Matemática. Observa-se uma iconografia recorrente nos escritos de Brousseau, na medida em que apresenta os pressupostos da TSD. Desta forma, com origem nos fenômenos e elementos produzidos a partir da interação acima, Brousseau (1990) distingue determinados momentos característicos da ação investigativa dos estudantes, instigada e orientada pelo professor:

> Desde que o aluno não vislumbra uma possibilidade de prever a solução e, assim, imagina um meio para tal previsão, o professor não consegue fazê-lo compreender que o mesmo propôs um problema, aonde, existe algo para compreender e aprender. A situação, pois, se apresenta como uma situação de ação, na qual a estratégia de base é a resposta ao acaso. (Brousseau, 1990, p.309)

Podemos observar uma ação preliminar de um grupo de estudantes que assume a responsabilidade de resolução de um problema. Logo em seguida, no segundo momento identificaremos que:

> [...] o estudante encontra casos intermediários, em que a convicção não se mostra evidenciada; mas, onde todas as respostas não se mostram igualmente plausíveis. Eles entram, então, em uma nova posição (do sujeito cognitivo), mais reflexivos do que a situação precedente, desde que suas respostas podem ser objeto, de sua parte, de uma apreciação do cálculo ou do raciocínio. A formulação de questões varia, todavia preserva sempre as características de um diálogo corrente.(Brousseau, 1990, p.320).

Assim, em um segundo momento, os instrumentos conceituais mobilizados pelo grupo ou pelo estudante se mostram relativamente visíveis, comunicáveis. A partir daí, caso seja verificado a efetivação de uma estratégia, ainda assim Brousseau menciona que “o estudante não antecipa os significados dos êxitos; o fato de ter realizado um raciocínio e de buscar uma solução não prova que o raciocínio é bom, mesmo que se mostre efetivamente correto.” (Brousseau, 1990, p.16). Por fim, no momento que aproxima a finalização da atividade de investigação ou resolução de uma tarefa, o autor acentua:

> Nesse momento, o professor declara do que se trata: para que cada um aprenda a responder e estar seguro de sua resposta ou do saber que não consegue ficar seguro, para a classe determinar, sem que seja o que o professor ensina, e indica o método que pode ser aplicado, que cada uma aprenda reiterando as tentativas, aproveitando as idéias dos outros e se forem adequadas [...] (Brousseau, 1990, p.335).

Os pequenos fragmentos anteriores demarcam momentos distintos da ação dos estudantes em um contexto de resolução de problemas. Dessa forma, para as relações do estudante (ou dos estudantes) com essa diversidade de possibilidades de utilização do saber matemático e abordagem do professor, Brousseau (1990) desenvolveu uma tipologia de situações didáticas, analisando as principais atividades específicas da aprendizagem em Matemática, a saber:

1. Situação de ação: um determinado contexto de aprendizagem é uma situação de ação quando o aluno, que se encontra ativamente empenhado na busca de solução de um problema, realiza determinadas ações tácitas e imediatas, que resultam na produção de um conhecimento específico, primariamente de natureza operacional;

2. Situação de formulação: o aluno já dispõe de alguns modelos científicos mobilizados ou esquemas teóricos definidos, todavia a verdade ou justificativa dos significados mobilizados não se evidencia;

3. Situação de validação: o aluno emprega mecanismos explícitos de prova e demonstração, o caráter da verdade e eliminação de possíveis incoerências e incongruências dos argumentos empregados se mostra evidente;

4. Situação de institucionalização: momentos que visam o caráter de universalidade, impessoalidade e incorporação do conhecimento discutido pelo grupo. O saber deve adquirir o status de constituidor do patrimônio de saberes matemáticos incorporado por cada aluno é imprescindível para o progresso científico.

Para concluir, recordamos que Brousseau (1990) fornece a indicação de elementos essenciais a uma práxis do professor, ao mencionar que é necessário "poder comparar, não apenas os resultados, mas também as condições nas quais eles foram obtidos e de modo que tais condições sejam reprodutíveis." (BROUSSEAU, 1990, p.335).

Tudo isso afeta diretamente o aprendizado e deve ser levado em consideração. A aprendizagem deve ser um processo atraente para o aluno que constrói e modifica, enriquece e diversifica. Devemos encorajar a criança a pensar, em outras palavras, nós como professores devemos fazer o aluno sentir-se responsável por sua aprendizagem e construir seu conhecimento. Todavia, por que eles usaram essas teorias? O que meus alunos e eu ganhamos como professores ao usá-los na sala de aula? Alcançamos um futuro melhor com seres ativos de pensamento participativo não acomodados ou mecanizados por um sistema de pensamentos automáticos?

Precisamos mudar e essa mudança começa na educação. Vamos estimular nossos jovens a descobrir o novo, quebrar barreiras e vencer desafios. Devemos criar estudantes que pensam, o mundo precisa de seres pensantes e não de copiadores de ideias.

2.3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção trabalhamos a sequência didática definida por Sá; Jucá (2017), que define a SD como um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus alunos e envolvendo atividades de avaliação que pode levar dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema e por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido.

Nossa pesquisa consiste na realização de alguns experimentos didáticos sobre o ensino da função trigonométrica seno, objetivando nortear o processo de ensino e aprendizagem. Desenvolvemos uma sequência de atividades embasadas na metodologia da sequência didática, pautada pelos princípios de Brousseau:

> Sequências Didáticas são também instrumentos desencadeadores das ações e operações da prática docente em sala de aula. Em consequência, a estrutura e a dinâmica da SD são determinantes do planejamento das atividades por meio das quais os alunos vão interagir entre si e com os elementos da cultura.(Guimarães; Giordan, 2013, p.3).

De acordo com os trabalhos de Guimarães; Giordan (2013, p.4), “o professor desempenha papel fundamental na elaboração de atividades de ensino, pois é por meio desse instrumento de mediação que o aluno estabelecerá relação entre os fenômenos e processos das ciências”. Neste contexto os autores complementam o pensamento referente ao tema:

> Para tal, é preciso adotar uma perspectiva problematizadora para o ensino e para a aprendizagem, de tal forma que se construa um autêntico diálogo em sala de aula. Nessa perspectiva, o professor é o agente que instaura o diálogo entre os conceitos científicos e seus alunos, e em consequência pode promover a participação ativa do aluno no processo de apropriação dos conhecimentos mediados por interações socioculturais. (Guimarães; Giordan, 2013, p.3).

Neste De acordo com os autores a consolidação deste processo ocorre através da sistematização dasanálises e a consecutividade das avaliações, fase a fase. Fruto do objetivo da apresentação do processo de Elaboração, Aplicação e Reelaboração (EAR) de Sequências Didáticas (SD). (Guimarães; Giordan, 2013).

> Ao iniciar a sequência didática, é necessário efetuar um levantamento prévio dos conhecimentos dos alunos e, a partir desses, planejar uma variedade de aulas com desafios e/ou problemas diferenciados, jogos, análise e reflexão. Aos poucos, faz-se necessário aumentar a complexidade dos desafios e orientações permitindo um aprofundamento do tema proposto. (Araújo, 2013, p.323).

Para Brousseau (1986, p.16), “uma sequência didática é uma série de situações que se estruturam ao longo de uma quantidade prefixada de aulas.” Devidamente estruturadas, essas situações têm como objetivo tornar possível a aquisição de saberes bastante claros, sem esgotar o assunto trabalhado. Desse modo, uma sequência didática não pode, a priori, ter seu tempo de duração estipulado de acordo com o programado, pois o seu cumprimento leva em conta as necessidades e as dificuldades dos alunos durante o processo. (Brousseau, 1986)

Para tanto, a elaboração de uma SD deve partir de uma estrutura de base, conforme definido pelos autores (Dolz et al., 2004), tal estrutura configura-se em etapas assim denominadas:

1. apresentação da situação;
2. produção inicial;
3. módulos necessários, de acordo com as necessidades de aprendizagem de uma determinada turma de estudantes;
4. produção final.

A primeira etapa, denominada apresentação da situação, tem como objetivo situar o estudante no contexto de todo o trabalho que será desenvolvido. Nesse momento, podem ser apresentados os conteúdos que serão enfocados, os objetivos traçados, a proposta do agir que se espera concluir com a SD. Essa etapa é fundamental, pois é por meio dela que o estudante toma conhecimento da finalidade, dos possíveis interlocutores, do suporte e do gênero de texto a ser produzido.

O segundo passo proposto é a “produção inicial”, a qual tem por finalidade possibilitar que o estudante entre em contato, efetivamente, com textos do gênero enfocado na SD. Esse primeiro contato pode vir em forma de uma produção oral ou escrita, ou ainda por meio de atividades em que o estudante possa falar sobre o que já conhece a respeito do gênero e/ou tema propostos. O importante é que essa etapa forneça subsídios para que o professor possa reorganizar as atividades seguintes, de acordo com as dificuldades e/ou possibilidades reais da turma.

Na última etapa da SD, de acordo com Dolz et al. (2004, p.98), o estudante tem a possibilidade de pôr em prática tudo o que estudou módulo a módulo, aprimorando, assim, as versões anteriores de sua produção, de modo a apresentar a produção final, objeto da concretização da proposta do agir estabelecido no momento da apresentação da situação.

Apresentadas as etapas de uma SD para o oral e a escrita, importa ainda destacar que, apesar de haver uma organização previamente estabelecida para sua elaboração, isso não significa que essa ordem seja rígida e não aceite adaptações. Também não significa que, uma vez elaborada uma SD, ela deva ser compreendida como uma “camisa de força”, que engessa o trabalho do professor, a ponto de não permitir alterações, supressões, acréscimos. Na verdade, tendo sido uma SD elaborada para ser utilizada como material didático, passa-se para o nível interno da transposição didática , o qual se realiza mediante condições presentes no contexto de sua implementação; condições essas que envolvem os aspectos físicos, materiais, a formação do professor, o nível real de conhecimento dos estudantes, dentre outros, conforme considerações de Dolz et al. (2004).

Este capítulo possibilitou entender os objetivos dessa pesquisa e os caminhos metodológicos que foram utilizados. Com isso, pôde-se perceber a necessidade de um estudo mais aprofundado e que considere o olhar tanto do aluno quanto do professor no que se refere ao estudo da função Seno, no capítulo seguinte iremos percorrer toda a teoria do estudo do seno baseado em (Antar, Pereira, 2009), facilitando a aplicação do produto educacional nos capítulos seguintes.

3 FUNÇÃO SENO

Neste capítulo estudamos a função seno, baseados nos estudos de Antar e Pereira (2009), para que sejam abordados do ponto de vista da teoria das funções. Para um bom entendimento devemos ter um conhecimento razoável da definição e propriedades que caracterizam a função seno. Vamos então, incluir paralelamente ao texto específico das funções trigonométricas, a história da trigonometria e os conceitos fundamentais que regem as funções reais de uma variável real.

3.1 UM BREVE HISTÓRICO DA TRIGONOMETRIA

A matemática é uma ciência criada pelo homem, que foi evoluindo ao longo do tempo, de acordo com a necessidade de cada povo. Segundo D'Ambrosio (1990) a História é o registro da cultura, da tradição de aprendizagem que são encontrados nas práticas educativas. Partindo disso devemos pensar a história da Trigonometria como prática educativa, que possibilita ao aprendiz perceber que os conteúdos não vieram prontos, mas que foram sendo construídos devido à necessidade de cada povo. Desse modo devemos considerar os registros históricos como parte integrante do processo educativo.

De acordo com Roque; Carvalho (2012, p.135):

> A Trigonometria foi uma criação da matemática grega, e recebeu contribuições de matemáticos de várias culturas: hindus, muçulmanos e europeus. Ela surgiu devido às necessidades de se medir distâncias inacessíveis, onde teoremas sobre razões entre lados de triângulos semelhantes eram usados em problemas ligados à navegação, Agrimensura e Astronomia.

Podemos perceber as funções trigonométricas em várias aplicações interessantes do nosso dia a dia. Sendo o modelo matemático de vários fenômenos periódicos, como o movimento das marés e dos pêndulos, em medicina a pressão sanguínea do coração, na música as ondas sonoras, na astronomia o movimento dos planetas.

Aliás, a Astronomia desempenhou um importante papel para o desenvolvimento da Matemática. Segundo Costa (2003, p.265), "a Trigonometria é um ramo da Matemática que desenvolveu-se na Antiguidade, devido aos problemas relacionados à Astronomia e Navegação". Em seu artigo Costa afirma que na segunda metade do século II a.C. Hiparco de Nicéia (180-125 a.C.) construiu a primeira tabela trigonométrica, associando a cada corda de um arco o ângulo central correspondente, o que foi um marco na história da Trigonometria e representou um grande avanço na Astronomia.Motivo pelo qual Hiparco recebeu o título de "Pai da Trigonometria".

Esta breve abordagem histórica da trigonometria visa ressaltar sua importância no contexto escolar, visto que tem grande valor desde a Antiguidade, quando era utilizada nos cálculos de medidas inacessíveis.

A grande quantidade de fenômenos periódicos no nosso dia a dia e sua relação com as funções trigonométricas nos remete à importância de sua abordagem em sala de aula. Esta relação também é enfatizada nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM (2000), conforme segue:

> Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa. (Brasil,1998, p.44).

Também o documento Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006, p. 74) ressalta que "As funções trigonométricas seno e co-seno também devem ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico".

3.2 O CONCEITO DE FUNÇÃO

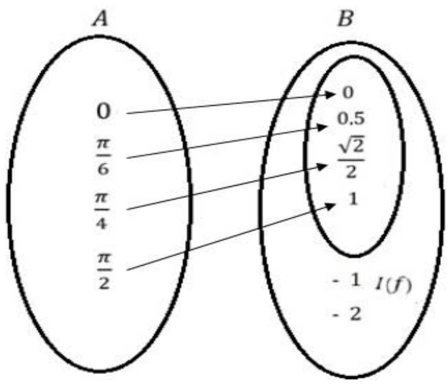
Uma relação é um vínculo ou uma correspondência. No caso da relação matemática, trata-se da correspondência que existe entre dois conjuntos: a cada elemento do primeiro conjunto corresponde pelo menos um elemento do segundo conjunto. Quando a cada elemento de um conjunto corresponde unicamente um ou outro, fala-se de função. Isto significa que as funções matemáticas são sempre, por sua vez, relações matemáticas, mas que as relações nem sempre são funções.

Dados dois conjuntos A e B, diferentes do conjunto vazio, uma função f de A em B é uma correspondência que associa a cada elemento de a um único elemento de B. O conjunto A é denominado domínio de f, o conjunto B é denominado contradomínio de f . Se x é um elemento qualquer de A, então o único y de B associado a x, é denominado imagem de x, pela função f é indicado por y = f (x).

O conjunto de todos os elementos de B que não são imagens de algum elemento de A é denominado o conjunto imagem de f, é indicado por Im(f).

Exemplo 01: A figura mostra uma função f, de A em B, onde temos:

Figura 2 - função f, de A em B



Fonte: Antar e Pereira (2009), adaptado pelo autor (2023).

Domínio: A = $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right\}$

Contradomínio B = $\left\{0; 0{,}5; \frac{\sqrt{2}}{2}; 1; -1; 2\right\}$

Conjunto – Imagem: Im $f = \left\{0; 0{,}5; \frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right\}$

Uma função f, de A em B, diz-se função real de variável real se A ⊂ R e B ⊂ ℝ. Em outras palavras uma função é dita real se o domínio e o contradomínio estão contidos no conjunto dos números reais.

Exemplo 02: A função definida por $f\ (x) = \sqrt{x-3}$ tem para domínio A todo x real para o qual x − 3 ≥ 0. isto é, x ≥ 3 . Então:

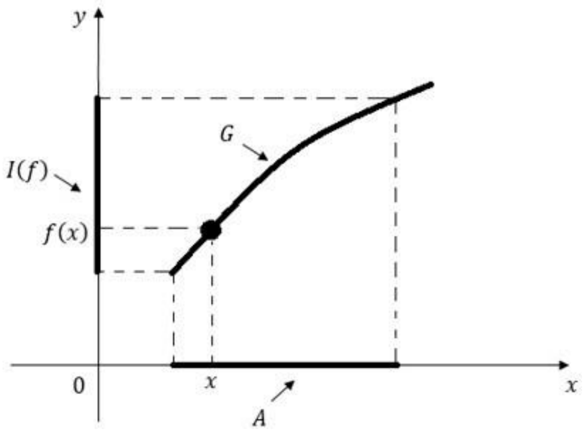
A = [3, +∞] ⊂ ℝ

O contradomínio é B = ℝ. Podemos destacar a função seno como uma função real de variável real.

3.3 GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO REAL DE UMA VARIÁVEL

Considere uma função f, real de variável real f : A → B. Fixado um sistema de coordenadas xOy, o conjunto G de todos os pontos (x, f (x)), com x ∈ A, e o gráfico de f .

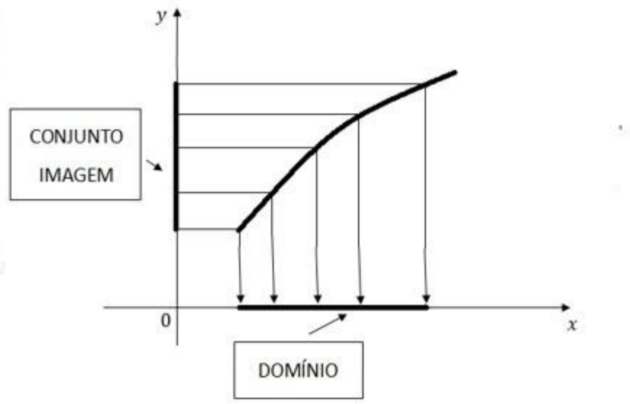
Figura 3 - Gráfico de uma Função real de uma variável



Fonte: Antar e Pereira (2009), adaptado pelo autor (2023).

Observe que, conhecido o gráfico G de uma função f , o seu domínio pode ser obtido projetando-se G sobre Ox, na direção Oy; o conjunto-imagem de f pode ser obtido projetando-se G sobre Oy, na direção Ox. Assim:

Figura 4 - Gráfico domínio X imagem

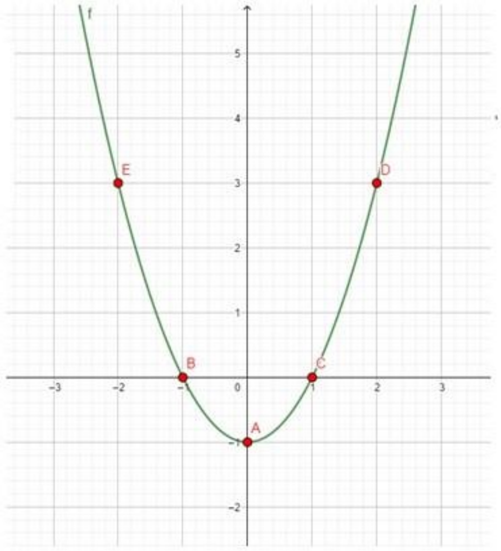


Fonte: Antar e Pereira (2009), adaptado pelo autor (2023).

Exemplo 03: Seja a função definida por f (x) = x² − 1. Trata-se de uma função quadrática; seu domínio é R e seu conjunto-imagem será obtido a partir do gráfico, que é uma parábola.

Figura 5 - Gráfico f (x) = x² – 1

x	y
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3



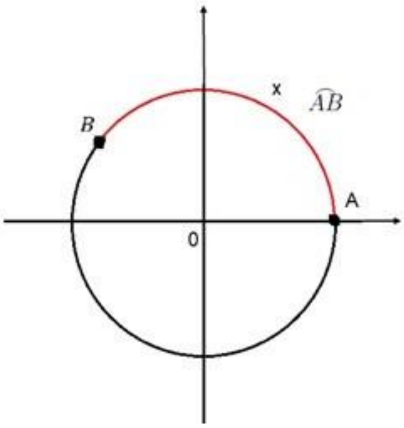
Fonte: Antar e Pereira (2009) e adaptado pelo autor (2023) com auxílio do Geogebra, 2023.

Ao projetar o gráfico em Oy obtemos: Im(f)= $y \in \mathbb{R} \,/\, y \geq -1$. Agora teremos condição suficiente para enterdermos a relação entre números reais e pontos do ciclo trigonométrico.

3.4 A CORRESPONDÊNCIA ENTRE UM NÚMERO REAL E UM PONTO DA CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA

Consideremos a circunferência trigonométrica a seguir. Já sabemos que, dado um número real x, existe sempre um arco orientado $\widehat{AB}$, cuja medida algébrica é x radianos.

Figura 6 - Ciclo trigonométrico



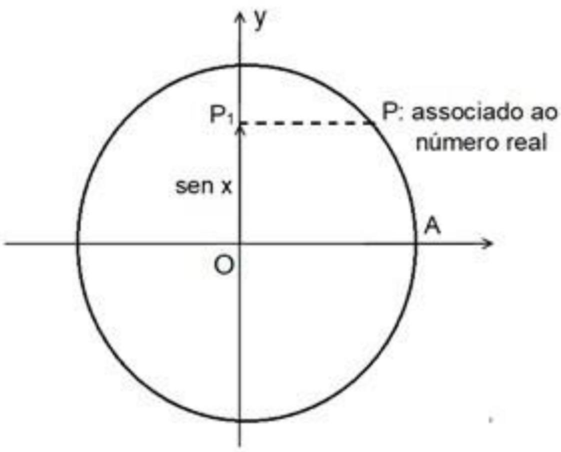
Fonte: Antar e Pereira (2009), adaptado pelo Autor (2023).

É nítido, portanto, que, dado x, fica determinado um único ponto P da circunferência trigonométrica, extremidade do arco $\widehat{AB}$. Temos, então, definida a seguinte correspondência: a todo número real x está associado um único ponto *P* da circunferência trigonométrica.

3.5 FUNÇÃO SENO

Na circunferência trigonométrica da figura a seguir, seja *P* o ponto associado a um número real x; P_1 é a projeção ortogonal de *P* em *Oy*. Sabemos que a ordenada do ponto P e o seno do arco de medida algébrica x, cuja extremidade é P.

Figura 7 - Ponto P associado a um valor no ciclo trigonométrico



Fonte: Antar e Pereira (2009), adaptado pelo autor (2023).

A ordenada $\overline{OP_1}$ do ponto *P* denomina-se "seno do número real x". Deve ser observado que ao número real x associamos o ponto *P*, extremidade de um arco $\widehat{AP}$. Por sua vez, ao arco AP está associado um único número real $\overline{OP_1}$ que é o seno de $\widehat{AP}$. Assim fica definida uma função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, para o qual:

$$f(x) = \text{sen}x$$

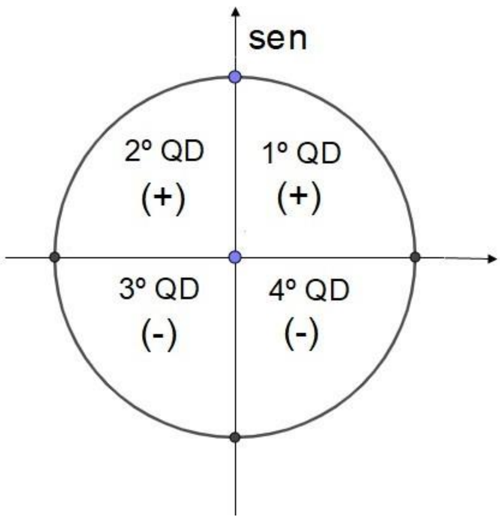
que é denominada função Seno. O domínio da função é R . Para todo x real $-1 \leq \text{sen}x \leq 1$. Temos que:

$$\text{Im}(f) = [-1, 1]$$

3.6 SINAIS DA FUNÇÃO SENO

Os sinais da função seno têm uma importância significativa na descrição, análise e compreensão de fenômenos periódicos, além de desempenharem um papel fundamental em várias aplicações científicas e tecnológicas. Estes sinais permitem entender a variação desses fenômenos ao longo do tempo ou do espaço. No círculo trigonométrico, o sinal da função seno é positivo quando x pertence ao primeiro e segundo quadrantes. Já no terceiro e quarto quadrantes, o sinal é negativo.

Figura 8 - Sinais da função seno no ciclo trigonométrico



Fonte: Elaboração do autor, 2023.

Quadro 1 – Sinais da função seno

	1º Quadrante	2º Quadrante	3º Quadrante	4º Quadrante
Seno	(+) Positivo	(+) Positivo	(-) Negativo	(-) Negativo

Fonte: Elaboração do autor, 2023.

3.7 VALORES NOTÁVEIS DO SENO

Ângulos notáveis são assim conhecidos em razão de sua importância para a Geometria. Eles são provenientes da Geometria Plana e da Trigonometria, conteúdos em que se destacaram como os mais comuns e por apresentarem resultados diferenciados em seus cálculos. Os ângulos notáveis são: 30°, 45°e 60°. Além desses, vale fazer uma “menção honrosa” aos ângulos 0°, 90°e 180°. Entretanto, não é possível utilizar as razões trigonométricas para esses ângulos na trigonometria básica.

Para cada ângulo existe um valor de seno, mas os valores encontrados para os ângulos notáveis podem ser expressos de maneira vantajosa. Adiante, temos a tabela contendo todos os valores de seno.

Quadro 2 – Valores Notáveis do seno

Arco	0 rad.	$\frac{\pi}{6}$ rad	$\frac{\pi}{4}$ rad	$\frac{\pi}{3}$ rad	$\frac{\pi}{2}$ rad	π rad	$\frac{3\pi}{2}$ rad	2π rad
Seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0

Fonte: Autor, 2023.

De maneira bem prática o seno dos arcos que estão sobre o eixo horizontal serão iguais a 0, e nos arcos que estão sobre o eixo vertical será igual a 1, quando estiver na parte positiva do eixo do seno, e será igual a -1 quando estiver na parte negativa do seno.

3.8 DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO PERIÓDICA

Matematicamente dizemos que uma função real de variável real é periódica se existe um número real positivo p, tal que f(x + p) = f(x) para todo x do domínio de f, ou seja, a função se repete a cada intervalo de números reais de comprimento p. Quando o valor de p é o menor valor positivo possível, chamamos de período da função. De maneira geral uma função f, de domínio A ⊂ R, diz-se periódica (também chamada de T-periódica) se existe um real T, não nulo, tal que:

$$f(x + T) = f(x),\ \forall\, x \in A$$

Período de uma função periódica f e o menor T positivo que satisfaz a condição acima.

1. As funções f(t) = sen(t) e g(t) = cos(t) são periódicas de período 2π.
2. A função constante f(T) = 1 é periódica e admite qualquer T > 0 como período.
3. Algumas funções periódicas admitem um menor período, chamado de período fundamental. A frequência fundamental é então dada por f = $\frac{1}{T}$ e a frequência angular fundamental é dada por f = $\frac{2\pi}{T}$.

Demonstração

O período p de uma função dada por y = sen(cx + d), com c e d reais e c ≠ 0 é f = $\frac{2\pi}{T}$.

Precisamos determinar x_1 e x_2, tais que $(cx_1 + d) = 0$ e $(cx_2 + d) = 2\pi$. Assim, temos:

$$(cx_1 + d) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{d}{c}$$

$$(cx_2 + d) = 2\pi \Rightarrow x_2 = -\frac{d}{c} = \frac{(2\pi - d)}{c}$$

$$|x_2 - x_1| = |x_2 - x_1| = \left|\frac{2\pi - d}{c} - \left(-\frac{d}{C}\right)\right| = \left|\frac{2\pi}{c}\right|$$

$$P = \left|\frac{2\pi}{c}\right|$$

O período fundamental das funções f (t) = sen(wt) e g(t) = cos(wt) são iguais, nesse caso $P = \left|\frac{2\pi}{w}\right|$

A função seno é ímpar sen(−x) = −sen(x)

Demonstração

Sabendo que $sen(2\pi - x) = sen(2\pi).cos(x) - sen(x).cos(2\pi)$, com $sen(2\pi) = 0$ e $cos(2\pi) = 1$, temos:

$$sen(2\pi - x) = 0.cos(x) – [sen(x).1]$$
$$sen(2\pi - x) = 0 – sen(x)$$
$$sen(2\pi - x) = -sen(x)$$

Como os arcos 0 e 2π são côngruos, temos:

$$sen(2\pi - x) = -sen(x)$$
$$sen(0 - x) =-sen(x)$$
$$sen(-x) =-sen(x)$$

3.9 GRÁFICO DA FUNÇÃO SENO

Conhecemos como função trigonométrica toda função que possui domínio e contradomínio no conjunto dos números reais e que a lei de formação possui uma razão trigonométrica em função de um ângulo x. Daí mantemos a relação entre arcos e seus valores e construímos o gráfico. As principais funções trigonométricas são a função seno, a função cosseno e a função tangente, nesse caso iremos abordar somente o gráfico.

Essas funções podem ser representadas no plano cartesiano e são classificadas como periódicas, porque o comportamento gráfico repete-se de forma cíclica.

Estudos de Leinhardt; Zaslavsky; Stein (1990) mostram:

> [...] que os gráficos são um importante recurso para a resolução de problemas do cotidiano e é preciso que os alunos tenham clareza que interpretar gráficos refere-se à habilidade de ler, ou seja, de extrair sentido dos dados e, que construir um gráfico refere-se a geração de algo novo que exige a seleção de dados, de descritores, de escalas e do tipo de representação mais adequado. Nesse sentido, construir é qualitativamente diferente de interpretar. Entretanto, ambas as situações, interpretação e construção de gráficos, exigem dos sujeitos um conhecimento sobre gráficos. (Leinhardt, Zaslavsky, e Stein, 1990; Mevarech E Kramarsky, 1997 apud Guimarães et al.)

Se inicialmente, observarmos que para todo x real, $senx = sen(x + 2\pi) = sen(x + 4\pi) = ... = sen(x + 2k\pi)$, $k \in Z$,veremos que a função seno e periódica e seu período é p = 2π , Podemos provar esse fato fazendo

$$sen(x + 2\pi) = senx.cos(2k\pi) + sen(2k\pi).cosx$$

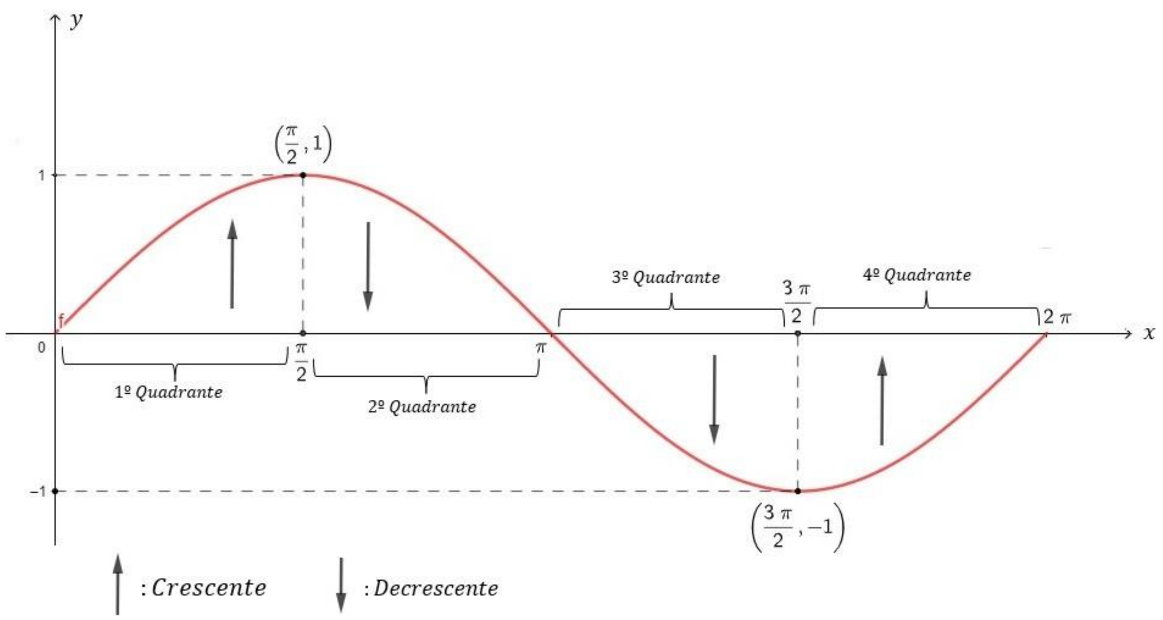
E como para $k \in \mathbb{Z}$, temos que $cos(2k\pi) = 1$ e $sen(2k\pi) = 0$, vem

$$sen(x + 2k\pi) = senx.1 + 0.cosx = senx$$

Ao fazermos a comparação com a definição de função periódica, temos $T = 2k\pi$, o menor valor de T, positivo, e obtido fazendo k = 1; temos, assim, o período 2π da função seno. Sendo assim, para a construção do gráfico de f(x) = senx, vamos considerar alguns valores particulares para x no intervalo [0, 2π] já previamente, sabendo que a "figura" obtida nesse trecho será repetida à esquerda de 0 e a direita de 2π.

O gráfico de y = sen(x) é como uma onda que oscila para sempre entre -1 e 1, em uma forma que se repete a cada 2π unidades. Especificamente, isso significa que o domínio de sen(x) é composto por todos os números reais. O domínio da função seno, que são os possíveis valores de x, serão infinitas possibilidades de números. Isso porque há infinitos valores de ângulos possíveis, mesmo que o ciclo só vá até 360º, onde a sua imagem varia no intervalo de [−1, 1].

Figura 9 - Gráfico da função Seno



Fonte: próprio autor com auxílio do Geogebra, 2023.

A montagem de todo gráfico sempre segue as etapas:

1. Faça uma tabela com duas colunas x e y;
2. Estipule valores para colocar em x e anote na tabela;
3. Resolva a função para cada valor de x e anote o resultado do y encontrado na tabela. Sugerimos usar os valores dos principais ângulos do ciclo (0°, 90°, 180°, 270°e 360°) ;
4. Agora você já tem pares ordenados para traçar no plano. Marque todos os pontos;
5. Ligue os pontos com uma linha e veja a imagem do gráfico se formar. Como estamos falando de ciclo trigonométrico, não ligue com retas, mas com curvas.

A distância do centro ao máximo ou do centro ao mínimo da função é chamada de amplitude, e seu valor para f(x) = sen x é 1. Já o período pode ser calculado pela distância entre dois pontos de máximo (também conhecido como crista) consecutivos, dois pontos de mínimo (também conhecido como vale) consecutivos ou a menor distância entre um ponto do gráfico e o seu correspondente no próximo ciclo de repetição.

Como já explorado neste capítulo a teoria sobre a função Seno nos permite obter as informações possíveis para que possamos dar continuidade ao objetivo do nosso trabalho, que é a construção de um produto educacional sobre a função seno. No capítulo a seguir mostramos a pesquisa feita com um grupo de professores sobre como ministram tal conteúdo e suas metodologias.

4 ESTUDOS SOBRE O ENSINO DA FUNÇÃO SENO

Neste capítulo apresento os resultados de cada revisão de estudos correspondente as análises teórico-acadêmicas sobre a função Seno. Em vários destes trabalhos também encontrei resultados de revisão de estudos das dissertações, fiz o levantamento bibliográfico acerca das dissertações e teses nacionais que discutiam o ensino da função Seno. Identifiquei como fontes de trabalhos disponibilizados na internet, sites de algumas universidades, dentre outras, colocando como palavras-chave “ensino da função Seno”. Optei por trabalhos, entre 2006 a 2019, que abordassem o ensino da função Seno direcionada à educação básica na expectativa de apontar recursos metodológicos possíveis de trabalhar em sala de aula, assim como trabalhos que tratem do ensino e a aprendizagem da função Seno na educação básica.

De acordo com Alves (1992, p.54):

> Essa análise ajuda o pesquisador a definir melhor seu objeto de estudo e a selecionar teorias, procedimentos e instrumentos ou, ao contrário a evitá-los, quando esse tenham se mostrado pouco eficientes na busca do conhecimento pretendido. Além disso, a familiarização com a literatura produzida evita o dissabor de descobrir mais tarde (às vezes, tarde demais) que a roda já tinha sido inventada.

Por essas razões, uma primeira revisão da literatura, extensiva, ainda que sem aprofundamento que se faz necessária ao longo da pesquisa, antecede a elaboração do projeto. Durante essa fase, o pesquisador, auxiliado por suas leituras, vai progressivamente conseguindo definir de modo mais preciso o objetivo de seu estudo, o que, por sua vez permite-se selecionar melhor a literatura realmente relevante para o encaminhamento da questão, em um processo de gradual e recíproco de focalização.

Neste sentido Vasconcelos; Santos (2019, p.3) afirmam que “as pesquisas com abordagens bibliométricas em teses e dissertações podem contribuir para identificar as tendências teóricas, sobre o tema estudado”. Assim como também “identificar qual a colaboração dos Programas de Pós-Graduação para determinada área do conhecimento, delinear tendências metodológicas, bem como identificar autores mais citados”. (Vasconcelos; Santos, 2019, p.3).

Para complemenetar que estas informações são de extrema relevância para grupos de pesquisas e demais pesquisadores.

> Com o aumento da Pós-Graduação, consequentemente, houve o crescimento da produção científica, por sua vez, gerando novos conhecimentos em áreas diversas. Entre as pesquisas produzidas no meio acadêmico, sobretudo nos Programas de Pós-Graduação, tem-se teses e dissertações, que são valiosos instrumentos de comunicação científica, avaliados pelos pares.(Vasconcelos; Santos, 2019, p.3).

A seguir listamos sete dissertações de diferentes autores e universidades para serem feitas as análises sobre o ensino da trigonometria e da função seno.

Quadro 3 – Trabalhos Selecionados à Revisão de Estudos

Natureza do Trabalho	Autor(es)	Tema	Instituição
Dissertação (2013)	Cláudia Pereira dos Santos	Função Seno: Um estudo com o uso do software Winplot com alunos do ensino médio	PUC- SP
Dissertação (2015)	Wagner Gomes Barroso Abrantes	A função periódica para o ensino médio	UFAM
Dissertação (2011)	Laerte Silva da Fonseca	A aprendizagem das funções trigonométricas na perspectiva da teoria das situações didáticas	UFSE
Dissertação (2014)	Ricardo Ferreira dos Santos	O uso da Modelagem para o ensino da função Seno no ensino médio	PUC- SP
Dissertação (2006)	Francisco Canindé de Oliveira	Dificuldades no processo ensino aprendizagem de Trigonometria por meio de atividades	UFRN

Dissertação (2019)	Luciano Pontes da Silva	Um estudo da atenção seletiva na aprendizagem das funções trigonométricas: etiologias e tipologias de erros na perspectiva da neurociência cognitiva	UFSE
Dissertação (2019)	Paulo César da Silva Batista	Contribuições da teoria das situações didáticas para ressignificação da prática de professores que ensinam Matemática	UECE

Fonte: elaboração do autor, 2023.

Nossa revisão de estudos teve a intenção de oferecer um panorama das pesquisas selecionadas no levantamento bibliográfico que realizamos. Conforme Vosgerau; Romanowski (2014), os estudos de revisão consistem em organizar, esclarecer e resumir as principais obras existentes, bem como fornecer citações completas, abrangendo o espectro de literatura relevante em uma área.

> As revisões de literatura podem apresentar uma revisão para fornecer um panorama histórico sobre um tema ou assunto considerando as publicações em campo. Muitas vezes uma análise ou assunto das publicações pode contribuir na reformulação histórica do diálogo acadêmico por apresentar uma nova direção, configuração e encaminhamentos. (Vosgerau; Romanowski, 2014, p.167).

Nesse sentido, distribuímos nosso estudo em três categorias: diagnósticos, estudos teóricos e experimentais. Os estudos diagnósticos foram caracterizados por aquelas pesquisas que tiveram a finalidade de apontar uma análise sobre o processo de ensino e aprendizagem da função Seno, assim como um diagnóstico sobre o livro didático.

Os estudos de propostas metodológicas foram considerados os trabalhos que oferecem, como produto de suas pesquisas, sugestões metodológicas de como abordar conteúdos matemáticos referente à função Seno, tais como sequências didáticas e situações pedagógicas. Os estudos experimentais foram caracterizados como as pesquisas que propõem, experimentam e analisam atividades alternativas de ensino em sala de aula.

4.1 ESTUDOS DIAGNÓSTICOS E EXPERIMENTAIS

Os estudos diagnósticos são os estudos que analisaram e identificaram algumas das dificuldades dos alunos durante o processo ensino aprendizagem da função Seno, assim como categoria composta por trabalhos que propõem e realizam atividades voltadas para o ensino da função Seno, objetivando superar uma dificuldade e/ou aumentar a eficácia do processo ensino aprendizagem.

No trabalho de Santos (2013) intitulado “Função Seno: um estudo com o uso do software Winplot com alunos do ensino médio”, encontramos contribuição para o estudo da função seno em situações que envolvam o uso do computador em atividades voltadas à Matemática e à Física. O objetivo da dissertação é investigar de que modo uma estratégia pedagógica apresentada na forma de sequências de atividades, com o uso do software Winplot, pode promover a aprendizagem da função seno para o aluno da 2ª série do ensino médio e ainda pode contribuir na compreensão em um contexto físico-matemático.

A pesquisa está apoiada na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (1986), na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003) e como metodologia à Engenharia Didática de Michèle Artigue (1988). Foram aplicadas cinco sequências de atividades, sendo que a atividade parte I investiga os conhecimentos prévios dos alunos com relação à identificação das funções polinomial do 1º grau, polinomial do 2º grau, constante e seno.

Na atividade parte II os alunos utilizam o software Winplot para a construção e análise da função polinomial do 2º grau, assim como as alterações nos coeficientes e no termo independente. As atividades parte III e IV abordaram a função seno e suas características como amplitude, domínio, imagem, período. Os alunos utilizaram o software Winplot para a construção dos gráficos. Por fim, na atividade parte V buscou-se a integração com a disciplina de Física e utilizou-se uma sequência do Caderno do Aluno de Física, que aborda o estudo de ondas sonoras, por meio desta propôs-se integrar com a função seno.

As dificuldades dos alunos foram constatadas nas conversões do registro algébrico para a escrita na língua natural e vice-versa, do registro gráfico para o registro algébrico e vice-versa, nas análises indicadas as competências e habilidades presentes nas sequências de atividades, assim como aquelas que precisam ser mais trabalhadas com os estudantes conforme o PCNEM (1999).

A autora conclui em seus resultados finais que as sequências de atividades com uso do software Winplot contribuem para a compreensão dos alunos e facilita no aprendizado do estudante, se o conteúdo abordado estiver integrado a outro, no caso, ondas sonoras (Física) e função seno (Matemática).

De acordo com Abrantes (2015), em seu trabalho intitulado “A função periódica para o ensino médio”, que aborda os conceitos básicos para a compreensão do tema, as características dessas funções, destacam a função Seno e aquelas com as quais os alunos tem contato na educação básica. O emprego dos recursos computacionais no ensino das Funções Periódicas e suas aplicações também fazem parte da pesquisa.

O objetivo de sua pesquisa é solidificar os conceitos básicos, necessários ao entendimento das características das funções periódicas, definir e caracterizar aquelas que são estudadas na educação básica, exemplificar métodos para auxiliar a aprendizagem dessas funções e enumerar as principais aplicações vistas pelo aluno do ensino médio.

Nesse sentido, Abrantes et al. (2015) conclui em seu trabalho, que atingiu os objetivos e que espera contribuir para uma melhora do processo de ensino aprendizagem do tema para alunos do ensino médio. Apresentando de uma maneira distinta as propriedades e características das funções periódicas, sugerindo formas de utilização em sala de aula, de recursos computacionais para facilitar o aprendizado e apresentando aplicações a um despertar o interesse do aluno.

Conforme Fonseca (2011), em seu trabalho intitulado “A aprendizagem das funções trigonométricas na perspectiva da teoria das situações didáticas”, esta pesquisa teve por objetivo geral analisar de que forma o uso do computador, enquanto ferramenta pedagógica, é capaz de levar os alunos da 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado em Sergipe a superarem suas dificuldades de aprendizagem do 1º modelo das Funções Trigonométricas $f(x)=a + b.sen(cx + d)$.

A pesquisa abrange também complementar a inquirição desenvolvida por Fonseca (2002), quando investigou a “Aprendizagem em Trigonometria segundo os pressupostos teórico-metodológicos da Educação Matemática”. Para tanto, estes autores basearam-se nos princípios da Engenharia Didática, definidos por Artigue (1988), nos pressupostos de Brousseau (2008), para tratar da Teoria das Situações Didáticas e em Ausubel (1980) para arrolar as condições de ocorrência da

Aprendizagem Significativa.

Participaram desta pesquisa 30 alunos, em média, de uma escola pública da cidade de Aracaju, Sergipe. Ao final da experiência ficou constatado que é possível alcançar a Aprendizagem Significativa das Funções Trigonométricas, desde que se faça a opção por um método de ensino que acredite e permita a participação do aluno no processo de construção do conhecimento que, neste caso, repousou sobre a Teoria das Situações Didáticas.

No trabalho de Santos (2014), que tem como título “O uso da Modelagem para o ensino da função Seno no ensino médio”, a pesquisa se insere nos estudos de utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino. Traz uma pesquisa em que foi apresentado um conjunto de atividades de modelagem para o ensino da função seno. A pesquisa apresentou dois objetivos principais: analisar os efeitos de uma modelagem matemática no ensino Médio com vistas a alcançar uma aprendizagem significativa; e avaliar uma proposta de abordagem para a modelagem, por meio de etapas e fases.

Desta maneira podendo verificar o protagonismo do professor na apresentação do fenômeno e preservar as desejadas características da modelagem, ampliando o interesse dos alunos pela Matemática, motivando-os para a construção de um conhecimento novo.

Os sujeitos da pesquisa foram quinze alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública de São Paulo, com participação voluntária. A pesquisa é de natureza qualitativa, desenvolvida por meio da observação participante. O modelo utilizado é o apresentado na Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

A pesquisa norteia-se nas concepções de modelagem de Beltrão (2009), Bassanezi (2006) e na teoria de aprendizagem de Ausubel (1980). As atividades foram desenvolvidas utilizando como âncora as relações métricas no triângulo retângulo, as coordenadas de pontos no plano cartesiano e o estudo de ângulos na circunferência trigonométrica.

Como resultado pode-se concluir que a modelagem pode ser utilizada na Educação Básica como metodologia de ensino, pois traz resultados para a participação dos alunos na construção de seus conhecimentos. No entanto, não é tarefa fácil, pois exige do professor mudanças em sua prática pedagógica, e do aluno por ter que assumir uma atitude participativa. A abordagem de etapas e fases foi facilitadora.

O trabalho de Oliveira (2006) tem como tema “Dificuldades no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades”. Expressa como ideia central o ensino de Trigonometria, voltada para o Ensino Médio, em que afirma que é muito importante para que o aluno aprenda conceitos de Física, e contribui para aprofundar conceitos de Geometria e de função. Alguns conceitos da física clássica, como é o caso do estudo de vetores e decomposição de forças aplicadas em um corpo, necessitam das noções de seno e cosseno.

O estudo mostra ainda, a necessidade de adequação dos currículos a uma nova realidade. Para tanto, o critério utilizado consiste na recorrência à contextualização e à interdisciplinaridade, facilitando o trabalho com temas abordados, os quais permitam conexões dentro da própria Matemática e da Matemática com outras ciências.

O estudo de Oliveira (2006) também analisa as dificuldades que os professores do ensino médio enfrentam no processo de ensino de trigonometria, através de atividades dentro do enfoque construtivista. Ele contém uma revisão de algumas publicações e dissertações relacionadas com o estudo da trigonometria elaborada nos últimos anos, por diversos autores. Recorre ao estudo da Engenharia Didática como uma ferramenta utilizada na pesquisa.

Apresenta também, um conjunto de atividades, fator que servirá de amostra para outros professores de Matemática, e aponta caminhos para superação das dificuldades encontradas. Seu objetivo geral pode ser formulado como a verificação do caráter e da especificidade das dificuldades sentidas pelos professores e alunos, nos processos de ensino e de aprendizagem de trigonometria, baseados em sequências de atividades.

Para finalizar Oliveira (2006) define algumas recomendações para superação das dificuldades encontradas por professores que estejam em situações semelhantes às descritas no trabalho. O professor deve ficar atento para os seguintes pontos: primeiro deve procurar conhecer bem a sua clientela, elaborar o material didático que será aplicado na turma; não deve, jamais, esquecer de testar todo o material elaborado e verificar se os instrumentos estão de acordo, devem ser elaboradas aulas preparatórias, contendo procedimentos e habilidades que os alunos não dominam.

4.2 ESTUDOS TEÓRICOS

Este tópico é composto por trabalhos que apresentaram aspectos conceituais acerca do Ensino da função Seno e outros objetos de ensino da matemática.

Pontes da Silva (2019) apresenta “Um estudo da atenção seletiva na aprendizagem das funções trigonométricas: etiologias e tipologias de erros na perspectiva da neurociência cognitiva”, um trabalho que objetiva investigar a etiologia de erros em tipo de Tarefas de Funções trigonométricas. Isto, seguindo a hierarquia dos Níveis de Funcionamento do Conhecimento de Aline Robert, traçando correlações dessa etiologia com os Níveis de Atenção Seletiva (NAS), requeridos em cada um dos NFC, criando assim tipologias sobre tais erros.

A pesquisa foi do tipo exploratório e experimental, permeada pelos pressupostos teóricos da Engenharia Didática Clássica (EDC) de Michèle Artigue, resultando em uma Sequência Didática (SD) fundamentada em construtos teóricos da Neurociência e Psicologia Cognitiva. Neste quesito, foram evocadas algumas lentes de teóricos destes segmentos, estudando características da atenção, suas classificações e as áreas cerebrais envolvidas. Dando ênfase aos processos Bottom up e Top down para a criação da Matriz de Lapsos (ML), que foi confeccionada a partir da tipologia dos erros encontrados na literatura.

Discorre-se ainda sobre a Teoria Antropológica do Didático (TAD), preconizada por Yves Chevallard, para entender o funcionamento sobre as relações entre sujeito e objeto dentro de uma instituição, onde se situa a organização praxeológica e as noções de objeto ostensivo e não ostensivo. Fatores fundamentais para entender como os alunos utilizam técnicas para resolver as tarefas, discutidas também por outras perspectivas, encontradas em outras pesquisas referentes à mesma temática.

Participou da pesquisa uma turma do segundo ano da Escola Estadual Professor José Quintela Cavalcanti, situada no município de Arapiraca, Alagoas. A SD foi dividida em três momentos, aplicando os protocolos diagnósticos PD, analisando as respostas dos alunos e estudando possíveis persistências dos lapsos, já devidamente categorizados e em cada momento havendo debate sobre esses. As Tarefas de Funções Trigonométricas foram elaboradas dentro da hierarquia proposta nos NFC. Os instrumentos de coleta de dados consistem em diário de campo e análise dos testes feitos durante a SD.

Por fim, Batista (2019) com seu trabalho “Contribuições da Teoria das situações didáticas para ressignificação da prática de professores que ensinam Matemática". O texto trata sobre a complexa relação estabelecida durante o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, que vem sendo tema recorrente de variadas pesquisas em Educação Matemática. As dificuldades referentes à dimensão didática, intimamente ligada ao desenvolvimento de conceitos matemáticos, é o foco de interesse desta pesquisa.

A formação dos professores que ensinam Matemática apresenta lacunas, tanto na dimensão conceitual, pois os professores têm dificuldades com as relações básicas do conteúdo, como também estão presentes na dimensão didática. Diante disso, o objetivo desta pesquisa foi analisar as contribuições de processo formativo docente, com base na Teoria das Situações Didáticas (TSD), para prática pedagógica eficaz com o campo conceitual multiplicativo.

O trabalho tomou por base os fundamentos da TSD, que propõe investigar as interações entre professor, aluno e o saber matemático, partilhando o protagonismo entre alunos e professores, na construção deste saber, sempre considerando o erro como parte integrante do processo.

A pesquisa de Batista (2019) está dividida em duas etapas: a primeira em que se analisou o processo formativo vivenciado por professores de uma escola municipal da cidade de Fortaleza, que oferece turmas de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, a partir de sua relação com formadores da Universidade Estadual do Ceará; e a segunda etapa em que se realizaram sessões reflexivas com uma professora do 4° ano do Ensino Fundamental, participante do curso. Isto, no sentido de analisar colaborativamente as contribuições da formação para sua prática de sala de aula, quando no trabalho com Campo Conceitual Multiplicativo. Adotou-se para esta pesquisa o paradigma interpretativista, com abordagem qualitativa. O método de investigação utilizado foi a ação-pesquisa. Esta técnica consiste em sessões reflexivas, adotando o ciclo planejamento – ação – reflexão – replanejamento. Na primeira etapa foram realizados dez encontros formativos com o conjunto de professoras participantes e, na segunda etapa, foram realizadas três sessões reflexivas junto a professora participante desta pesquisa.

A partir desta investigação, concluiu-se que o processo formativo proporcionou aproximação entre a prática das professoras e os elementos teóricos da TSD. Embora o processo formativo tenha tido a duração de oito meses, percebeu-se a permanência de dificuldades em compreender o protagonismo dos professores e alunos durante as fases de Devolução, Situação Adidática e Institucionalização. O processo de reflexão com a professora revelou avanços na prática de socialização das estratégias dos grupos e a continuação do trabalho com o campo multiplicativo. Em contrapartida, evidenciou-se que os professores permanecem interferindo no processo de resolução, por parte dos alunos, das atividades propostas. Essa interferência deve ser evitada, uma vez que se trata da etapa denominada Situação Adidática, em que não se deseja a intervenção direta do docente.

Constatou-se ainda dificuldades, por parte da professora, na fase de institucionalização, em que deveriam ser realizadas relações entre os conhecimentos matemáticos gerados pelos alunos e o saber científico. Considera-se que os encontros formativos baseados nos pressupostos teóricos da TSD propiciaram o revisitar da prática de ensino de Matemática por parte das participantes. Embora seja necessário a criação de novos espaços de discussão sobre a TSD, sempre partindo do que o professor efetivamente vivencia em sua sala de aula. A prática colaborativa entre escola de educação básica e universidade trouxe ganhos para ambas as instituições.

4.3 MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS NO ENSINO MÉDIO: COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS E HABILIDADES VOLTADAS AO ENSINO DA TRIGONOMETRIA

Em relação ao componente de Matemática a Base Nacional Comum Curricular – BNCC traz cinco competências específicas para o Ensino Médio, que devem ser atingidas no desenvolvimento do ensino dessa área. De acordo com o documento da BNCC essas competências são:

Quadro 4 – Competências de Matemática para ensino médio

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.

2. Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir uma argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Fonte: Brasil (2017). Disponível em: <basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 13 Julho, 2023.

A competência específica 1 contribui, não apenas para a formação de cidadãos críticos e reflexivos, mas também para formação científica geral dos estudantes. Uma vez que lhes é proposta a interpretação de situações das Ciências da Natureza ou Humanas, que para o ensino de Trigonometria podemos destacar a Habilidade (EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

A competência 2 amplia a anterior por colocar os estudantes em situações nas quais precisam tomar decisão conjunta para investigar questões de impactos sociais que os mobilizem e, assim, propor e/ou participar de iniciativas e/ou ações que visem solucionar esses problemas. As habilidades indicadas para o desenvolvimento dessa competência colocam em jogo os conhecimentos e ferramentas matemáticas necessários para desenvolver um projeto cuja finalidade é responder questões como as relativas aos diferentes territórios geográficos e/ou sociais. Assim como fundamentar conclusões sobre elas, destacando a habilidade (EM13MAT203) Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros. Isto, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões.

Considero a número 3 a mais específica do nosso trabalho, que é indicada para o desenvolvimento de competências que estão relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, espaciais, estatísticos, probabilísticos, entre outros. Resolver problemas que incluem, necessariamente, os contextos relativos às áreas das Ciências da Natureza e Humanas e da própria Matemática, incluindo os oriundos do avanço tecnológico, destacando as habilidades (EM13MAT306): Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

Já a competência 4 trata da utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático, tendo em vista que elas têm um papel decisivo na aprendizagem dos estudantes. Ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa a capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar, tendo como habilidade específica do nosso trabalho (EM13MAT404): Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Por fim, a competência 5, que pressupõe um conjunto de habilidades voltadas às capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos, que podem emergir de experiências empíricas. As habilidades vinculadas à essa competência assumem um importante papel na formação matemática dos estudantes que, mediante investigações, devem formular conjecturas, refutá-las ou validá-las e comunicar com precisão suas conclusões. Destando, dessa maneira, a habilidade (EM13MAT503): Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros.

A partir do descrito na BNCC sobre o ensino de Trigonometria, percebemos que o alcance das habilidades relacionadas ao ensino deste assunto é essencial para os alunos desenvolverem determinadas competências exigidas no âmbito da educação. Por meio dessa percepção, verifica-se que o ensino de Trigonometria deve ser realizado de modo que os alunos alcancem um conjunto de habilidades, que permitam o desenvolvimento das competências específicas da área de estudo e, por conseguinte, as competências gerais da educação.

4.4. A IMPORTÂNCIA DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS E O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

O uso crescente da tecnologia digital tornou-se essencial ao ensino e à aprendizagem, uma vez que oferece aos estudantes novas maneiras de compreender os tópicos e complementar a abordagem do professor na sala de aula. Por este motivo, fazendo uso de recursos como softwares e programas educacionais, que facilitam a instrução de conteúdos específicos.

Para Passos (2007, p.731):

> [...] imaginar a tecnologia como um recurso pedagógico é imaginá-la com uma ferramenta que pode proporcionar aumento na eficácia e na qualidade do ensino. Dessa forma, é necessário pesquisar sobre as melhores ferramentas, aumentar sua utilização e assim contribuir positivamente para o entendimento do aluno.

A tecnologia digital desempenha um papel importante no dia a dia das pessoas, onde esta tecnologia é usada, e sem saber na maioria das vezes, como se pode utilizá-las de maneira mais efetiva, algumas tecnologias tornam-se indispensáveis para a maioria das tarefas que executam, seja em uso comercial, escolar ou informal. Essa observação desperta questões necessárias e urgentes, uma das quais é que ainda a resistência ao uso dessas tecnologias em ambientes educacionais é alta.

Para Behrens; Moran; Masetto (2000), na sociedade atual existem novos desafios para os educadores, considerando as inúmeras formas de contextos de aprendizagem, em tempo real e com uma grande disponibilidade de material audiovisual disponível. A internet e as tecnologias digitais são meios facilitadores, que podem auxiliar na descoberta de novas formas de assimilação, como também disponibilizam uma gama de recursos tecnológicos acessíveis de forma livre (sem custos de licença), a qualquer indivíduo.

A produção de todos esses recursos tecnológicos, a qual podemos citar os *softwares* livres, que são melhor explorados como forma de abordagem da realidade, em que todos podem ser utilizados no ambiente escolar, principalmente direcionando a produção dinâmica de ensino, e através de uma abordagem mais adequada e com um ensino no contexto da tecnologia mais adaptada.

Para D'Ambrosio (2007, p.80) estamos vivendo na era chamada de “sociedade do conhecimento”, em que não há mais uma justificativa para que a escola ainda apresente conhecimentos “obsoletos e ultrapassados e muitas vezes mortos”, em especial quando se fala de ciência e tecnologia. Para o autor, a escola deve estar integrada aos valores e expectativas da sociedade, quanto à sua capacidade de gerar, organizar e difundir “conhecimento vivo”. Fato que só será possível através da ampla utilização das tecnologias na educação, pois segundo o autor, a educação do futuro passará pela informática e comunicação.

Na visão de Scortegagna (2014), as principais tecnologias utilizadas atualmente, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática são os softwares educacionais como o Geogebra, planilhas eletrônicas, vídeos, jogos online, simuladores e outros. A autora ainda traça diversas perspectivas a curto, médio e longo prazo sobre as tendências de uso das tecnologias no processo educacional. Inicialmente indicando que haverá a adoção da educação híbrida, que passa pelo uso de abordagens presenciais e online, em seguida será a vez dos games, simuladores e realidade aumentada e, por fim, o que considera como longo prazo, haverá abordagens que passarão por impressoras 3D e tecnologias trajáveis, todas com o intuito de aplicações na educação.

Destaca-se o Geogebra, que é definido por Basniak e Estevam (2014, p.13) como “um software de Matemática dinâmica, gratuito e multiplataforma, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único GUI (do inglês, *Graphical User Interface*, ou do português Interface Gráfica do Utilizador)”. Basniak e Estevam (2014) afirmam que o Geogebra foi criado por Markus Hohenwarter em 2001, caracterizando-se como um software livre, que está disponível de forma gratuita na internet, no site: <www.geogebra.org>, para diversos tipos de sistemas operacionais.

Essas ferramentas digitais podem ser alternativas para ministrar os conceitos teóricos trabalhados na matemática e para realizar aulas que estimulem os estudos desses conceitos de forma mais significativa, além de propiciar aos educandos técnicas para a resolução de problemas não possíveis com papel e caneta.

Entre as inúmeras possibilidades com o uso do Geogebra na Educação Matemática, Scortegagna (2014) destaca o Geogebra, como possibilidade de software educativo, por possibilitar novas abordagens de conteúdos, antes restritos, anteriormente, às salas de aula. Este tipo de software educativo possui componentes visuais importantes, em especial nas representações gráficas, que possibilitam novas formas e processos de construção de conhecimento.

A elaboração de gráficos no tratamento de dados torna-se interessante no sentido de que ao analisá-los podemos observar características gerais e particulares desses dados. Podemos afirmar, então, que a elaboração de gráficos, para investigar os dados, tem a finalidade de instigar a "revelação" de características importantes destes dados (Javaroni, 2007).

Com essas novas tendências de ensino, associa-se aos professores uma nova postura, em que passam a ser mediadores e não mais centralizadores do conhecimento, aspecto que não será uma tarefa fácil. Segundo Tajra (2011), para que ocorra uma adequada incorporação das tecnologias na educação é necessário o envolvimento em algumas vivências e conceitos, que passam primeiramente pelos conhecimentos básicos em informática, conhecimentos pedagógicos, pela integração da tecnologia com a proposta pedagógica. Assim como também a forma que será gerenciada a sala de aula em relação aos recursos propostos e o novo aluno.

O *software* Geogebra, como um recurso tecnológico com grande potencial para o uso em sala de aula, é uma ferramenta atual e traz ao ambiente escolar diversificadas possibilidades de abordagens de conteúdos matemáticos. Faz-se necessário conhecer com rigor seus recursos e possibilidades em um processo formativo e continuado pelos professores, para que se apropriem e adequem suas propostas pedagógicas. Adiante apresentamos uma investigação baseada na perspectiva valiosa de docentes especializados na área, com uma consulta a docentes sobre o ensino da função seno e metodologias utilizadas por eles, com intuito de perceber as práticas pedagógicas desse grupo de professores, assim como verificar o processo ensinoa prendizagem desta função trigonométrica fundamental.

5 CONSULTA A DOCENTES SOBRE O ENSINO DA FUNÇÃO SENO E ALGUMAS METODOLOGIAS APLICADAS

Nesta seção apresentamos uma análise sobre o ensino e aprendizagem a respeito da função seno, segundo a concepção de professores de Matemática do ensino médio de escolas públicas e privadas de Teresina, Piauí e Codó, Maranhão, que ministraram o referido tema por meio de um questionário semiestruturado. Utilizou-se como instrumentos de pesquisa o *Google forms* e aportes metodológicos, que foram escolhidos em função da proposição envolvendo questões abertas e fechadas, contendo mais de uma resposta por item.

Os resultados apresentados foram coletados a partir de um questionário semiestruturado com 23 itens, de perguntas diretas e de múltiplas escolhas, via Googleformulários. Algumas delas com possibilidades de expressar opiniões sobre tal escolha. Responderam o questionário 35 professores, sendo 7 professoras e 28 professores, com faixa etária variando entre 21 e 70 anos, entre os dias 27 de novembro de 2020 a 10 de janeiro de 2021.

Todos os professores pesquisados estão atualmente trabalhando nas redes

públicas de ensino, a maioria deles com especialização. Uma das grandes insatisfações dos professores é a falta de conhecimento dos alunos através da matemática básica ensinada no ensino fundamental.

Ao levar-se em conta que o objetivo estabelecido para a pesquisa é verificar as potencialidades de uma sequência didática para o ensino da função Seno, observou-se a necessidade de ouvir os professores de Matemática que ministraram esse tema, visando diagnosticar suas percepções em relação às dificuldades no processo de ensino e de aprendizagem de função Seno. Isto, tendo como instrumento de pesquisa um questionário envolvendo aspectos da experiência e formação desses profissionais, bem como suas metodologias, prática de ensino e suas concepções a respeito das dificuldades de aprendizagem vivenciadas por seus alunos.

Como supracitado foram consultados trinta e cinco professores licenciados em Matemática, que atuam ou atuaram no Ensino Médio, através de uma pesquisa no Google forms, apresentada nos anexos desse trabalho, em que se pode obter as seguintes informações gerais:

1) 17,1% possui Ensino Superior completo, 60% Especialização, 22,9% possui

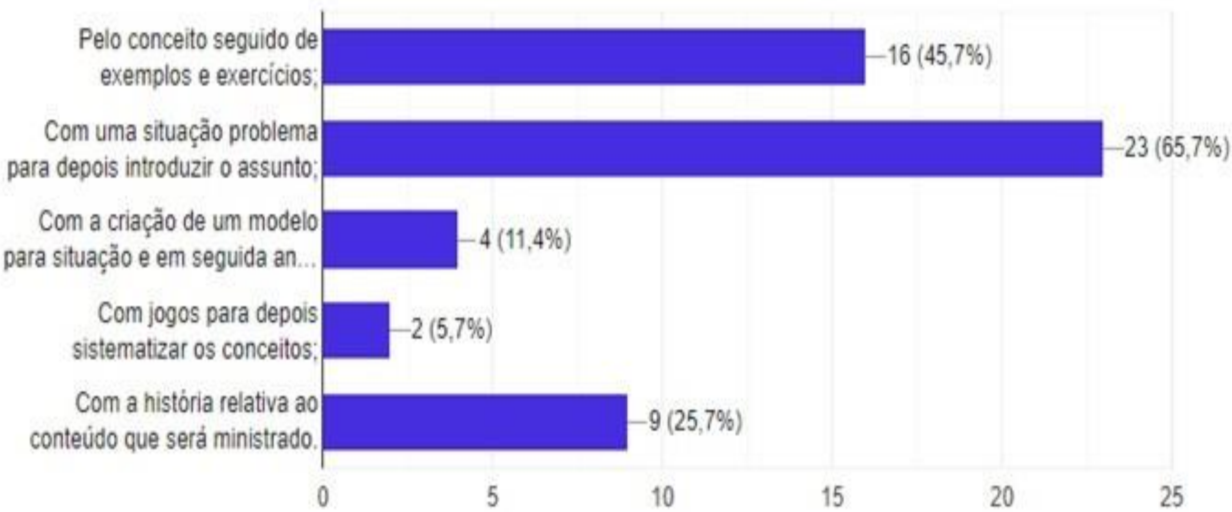
Mestrado;

2) 82,9% dos professores possui entre 16 e 35 anos de experiência em sala de aula;

3) 68,6% dos professores afirma que a rede de ensino em que atuam oferece raramente uma formação continuada.

Diante de tais características mostradas inicialmente, podemos concluir que os professores entrevistados são profissionais experientes e qualificados para exercerem a docência em Matemática no ensino médio, nas redes municipais ou estaduais ou federias ou particulares. Suas informações podem contribuir para melhor entendimento da temática, bem como, compreender as dificuldades inerentes ao processo de ensino e de aprendizagem desse conceito. A seguir, algumas perguntas com um perfil metodológico foram iniciadas. A primeira feita é: Como você costuma iniciar suas aulas de Matemática?

Figura 10 – Respostas dos professores para saber como eles iniciam as suas aulas



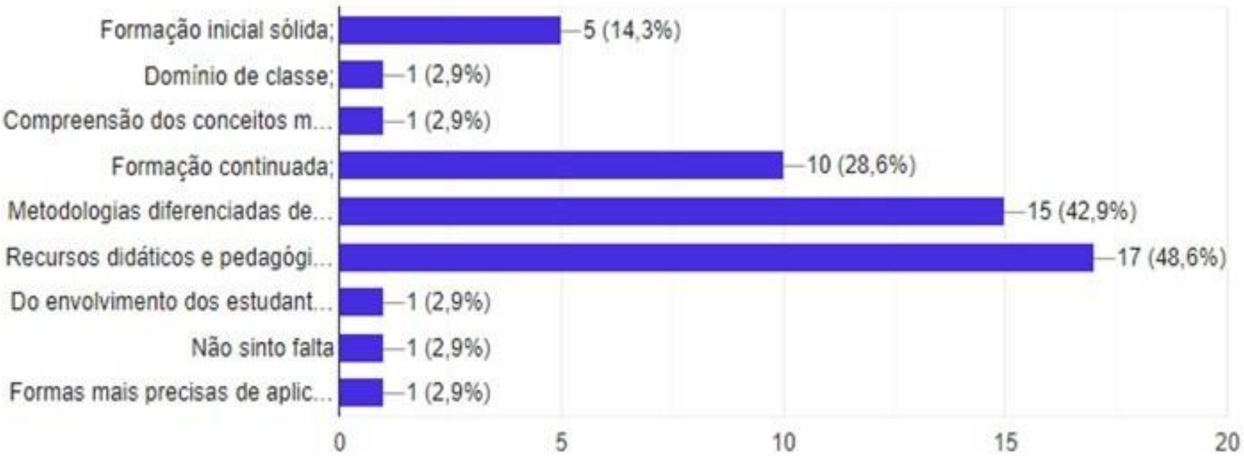
Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

Observa-se que a grande maioria dos professores estimula os alunos com uma situação problema para depois introduzir o assunto. Diante disso pode-se também perceber que o uso dos conceitos seguidos de exemplos e exercícios (45,7%) é uma metodologia bastante utilizada, e que já está engessada nas salas de aulas de muitos professores. O que leva a comentar sobre o a história relativa ao conteúdo, que será ministrado com 25,7% das escolhas entre os professores entrevistados.

> O ensino/aprendizagem por meio da resolução de problemas é uma tentativa de modificar o desenvolvimento habitual das aulas de matemática. Os problemas são um meio para pôr o foco nos alunos, e seus processos de pensamento e nos métodos inquisitivos; uma ferramenta para formar sujeitos com capacidade autônoma de resolver problemas, críticos e reflexivos, capazes de se perguntar pelos fatos, suas interpre- tações e explicações, de ter seus próprios critérios, modificando-os, se for necessário, e de propor soluções (sic Vila; Callejo, 2009, p.29).

A seguir o gráfico diz respeito ao que mais o professor sente falta nas aulas de Matemática.

Figura 11 - Respostas dos professores sobre o que mais sentem falta nas aulas de Matemática



Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023

Dessa forma Araya; Oliveira (2021) citam que o processo de ensino aprendizagem é ineficiente quando a metodologia empregada pelo professor é pouco estimulante.

> Para mudar este panorama existem atualmente metodologias que colocam o aluno no centro do processo de ensino, sendo ele o protagonista de sua própria aprendizagem. Uma destas metodologias, utilizada nesta pesquisa, é chamada Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), que consiste em apresentar uma situação problema, que leva os alunos a uma análise, reflexão e apontamento de soluções para resolvê-la, em todos seus aspectos. O professor atua como orientador do processo, sendo necessário que ele organize o conteúdo e atividades em uma Sequência Didática (SD), ferramenta que organiza conteúdos e atividades relacionadas com os objetivos das aulas, auxiliando no desenvolvimento de competências e habilidades dos alunos. (Araya; Oliveira, 2021, p.01).

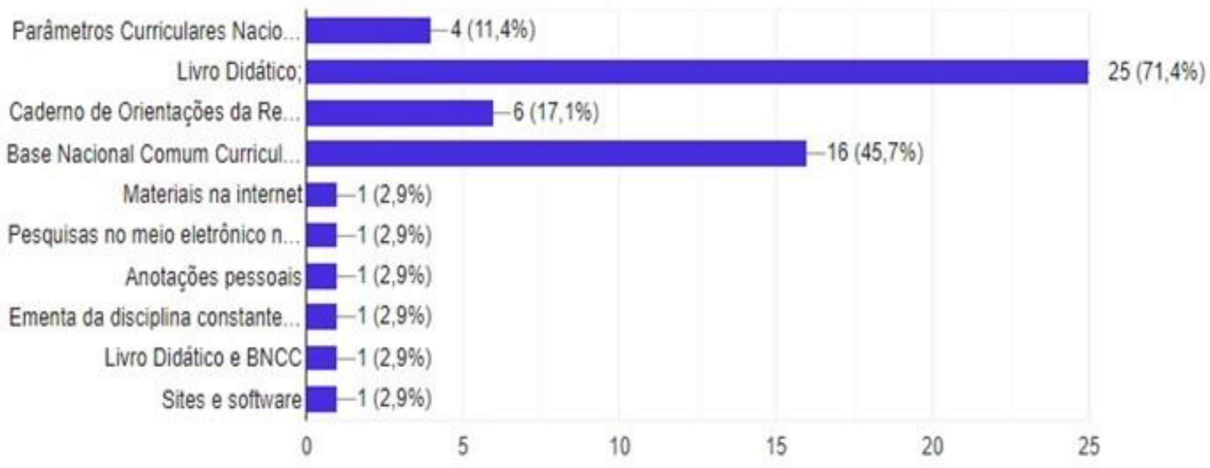
Como metodologia de investigação utilizou-se a pesquisa qualitativa, pois analisa atitudes, motivações e comportamentos dos alunos. Logo em seguida foi perguntado aos professores como eles selecionam os conteúdos de Matemática para suas aulas ou planejamentos, a partir de qual material didático.

De acordo com os estudos de Fiscarelli (2007, p.35):

> Fazer uso de um material em sala de aula, de forma a tornar o processo de ensino aprendizagem mais concreto, menos verbalístico, mais eficaz e eficiente, é uma preocupação que tem acompanhado a educação brasileira ao longo de sua história. Historicamente, o uso de materiais diversificados nas salas de aula, alicerçado por um discurso de reforma educacional, passou a ser sinônimo de renovação pedagógica, progresso e mudança (...)

Desta maneira gerando expectativa acerca da prática docente. De vez que os professores têm de assumir um papel de efetivadores da utilização, em relação aos materiais, para que possam colher resultados positivos da aprendizagem dos alunos.

Figura 12 – Respostas dos professores para saber como eles selecionam os conteúdos de Matemática



Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023

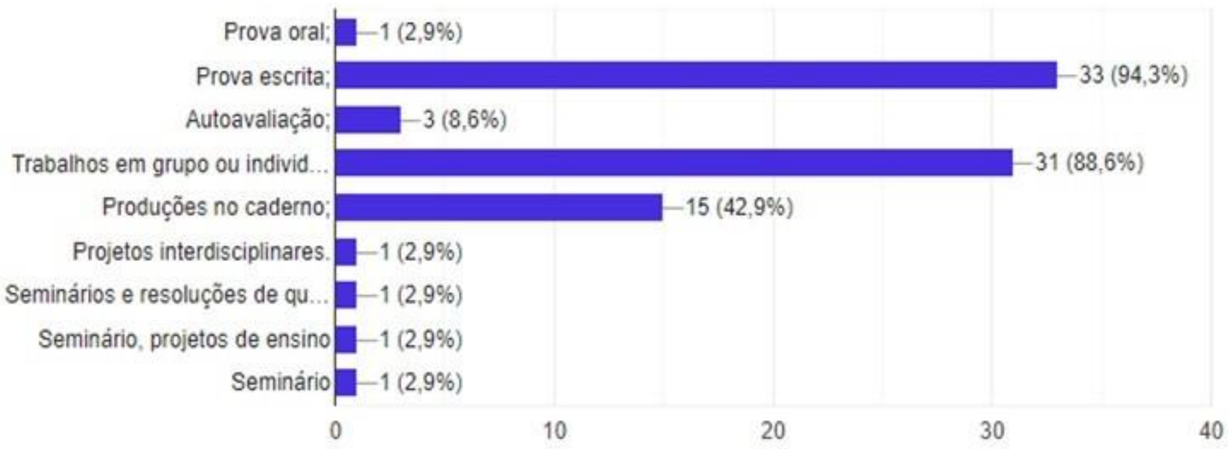
Percebe-se que a grande maioria dos professores 71,4%, correspondendo a 25 professores, utilizam o livro didático para planejar e utilizar em suas aulas. De acordo com Botelho; Assis (2021, p.130):

> [...] o trabalho do professor é dinâmico e se refaz à medida que ele reflete sobre a sua própria prática. De fato, nesse processo, a seleção e recriação de tarefas matemáticas podem ser reformuladas conforme as experiências

> vivenciadas; um plano de aula pode ser modificado a partir da interação com outros professores; os recursos antigos podem ganhar outros significados e novas formas de utilização; a sequência dos conteúdos curriculares pode ser modificada mediante conhecimentos prévios dos estudantes ou por matrizes curriculares da própria instituição de ensino ou, até mesmo, por influência das propostas apresentadas no livro didático adotado pela escola.

A seguir, na pesquisa com professores perguntou-se: Quais as principais formas de avaliação que o professor costuma aplicar/utilizar, podendo ser respondido com uma ou mais de uma opção, se houvesse a necessidade, o gráfico abaixo revela que:

Figura 13 – Respostas dos professores para saber como avaliam os seus alunos



Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

Observa-se que não somente a prova escrita é bastante utilizada, mas trabalhos em grupo ou individuais são bastante utilizados. Silva; Brayner; Borralho, (2018, p.09), afirmam que:

> [...] não pretendemos com isso deixar um modelo ou um manual de como deve ocorrer o processo avaliativo, tão pouco afirmar que não se deve fazer uso de provas como instrumento avaliativo, mas sim convidar os docentes para uma análise de suas ações.

Isto, para buscar a reflexão das diversificadas maneiras de avaliar. Desta forma constata-se que se pode ressignificar a utilização de práticas e instrumentos, assim como valorizar os meios tecnológicos na avaliação. Este fator contribui para a aprendizagem dos alunos e incentiva as ações deles de avaliação, reflexão, criatividade e ação participativa.

Segundo Luckesi (2016), em relação à avaliação:

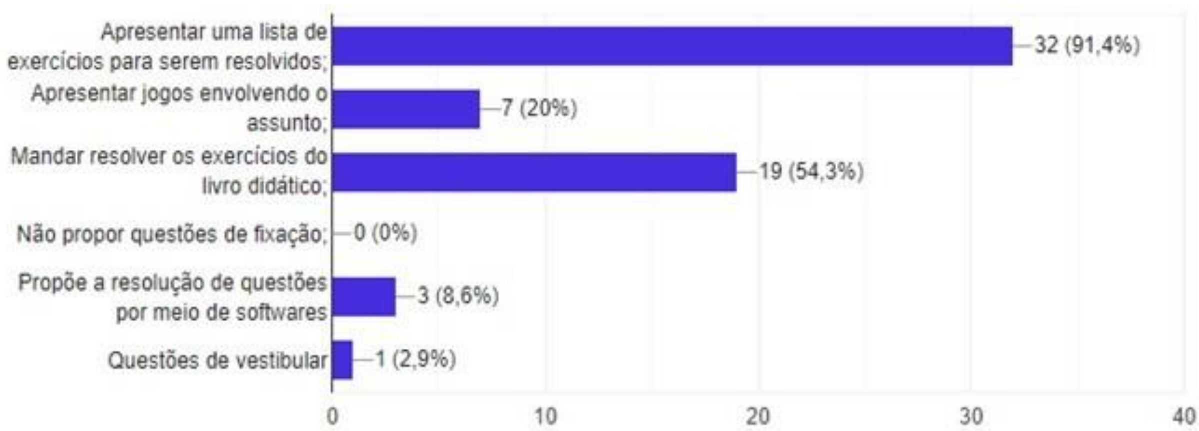
> O papel da avaliação é importantíssimo, principalmente quando podemos fazê-la continuamente acompanhando de forma individualizada, e os meios eletrônicos me ajudam muito nesse sentido, pelo fato de ter tudo organizado e até algumas correções objetivas serem realizadas pelo sistema. Ao dar feedback para os alunos em cada atividade realizada, nós professores temos a noção do crescimento (ou não) do aluno em relação à sua aprendizagem. (Luckesi, 2016, pág.79)

A respeito disto, Baía, (2013, p.01), afirma que “A disciplina de Matemática tem enfatizado, no processo de ensino aprendizagem, o método tradicional e individual em detrimento do coletivo, não espelhando no sucesso do aluno e na aprendizagem resultados positivos”. O desenvolvimento de metodologias de ensino aprendizagem que ajudem ao sucesso do aluno em Matemática é imperioso, mas também necessário conhecer o que pensa o professor e como as pratica na sala de aula.

Especificamente, no contexto deste trabalho, o professor é encarado como um elemento crucial para a realização do trabalho de grupo na sala de aula. Fator que urge a necessidade de se conhecer a sua percepção sobre o trabalho de grupo na sala de aula, as vantagens e desvantagens deste método de ensino, bem como os resultados desta prática.

Ainda na parte geral da pesquisa com os professores, perguntou-se: Como os professores fazem para fixar o conteúdo ministrado? De acordo com o gráfico a seguir, as respostas foram:

Figura 14 - Respostas dos professores para saber como os professores fazem para fixar o conteúdo ministrado



Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

É perceptível que a maioria dos professores utiliza listas de exercícios, com resolução de questões através do livro didático, material impresso, questões de vestibulares ou através de softwares. De acordo com os PCN de Matemática (Brasil, 1998), a resolução de problemas permite aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance.

Desta forma os alunos terão a oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e métodos matemáticos, bem como ampliar a visão que têm dos problemas da matemática do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

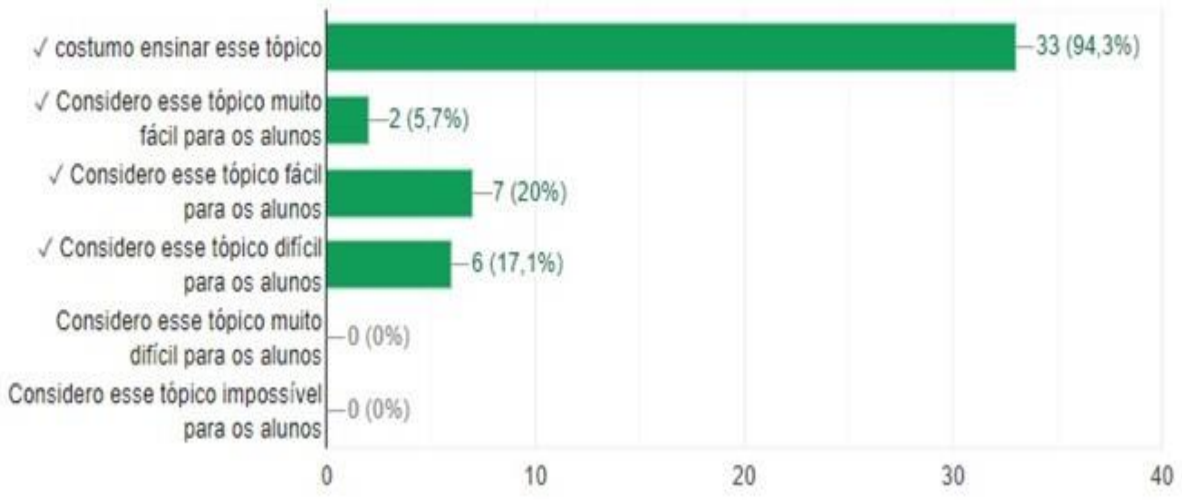
Para Dante (2005), embora não valorizada, a resolução de problemas é um dos temas mais difíceis de serem abordados na sala de aula. Afinal é muito comum os discentes saberem as operações simples e não conseguirem resolvê-las quando estas ficam complexas, ou seja, que envolvam mais de uma operação. Isto acontece devido à forma com que os problemas matemáticos são apresentados aos alunos que, cuja resolução, muitas vezes, são apenas decorados e não raciocinados para solução.

No segundo momento da pesquisa com os professores analisados nos questionários, tratou-se sobre temas específicos sobre a Função Seno, que de maneira direta foi perguntado se os eles trabalhavam com: Ciclo trigonométrico, funções periódicas, Seno no ciclo trigonométrico, Cosseno no ciclo trigonométrico, Gráfico da função f(x) = senx, Gráfico da função f(x) = cosx, Domínio, Imagem, paridade e período das funções seno e Cosseno, Funções do tipo f (x) = a + b.sen(cx + d) Construção de gráficos das funções do tipo f(x) = a + b.sen(cx + d) com softwares ou aplicativos de celular, A transposição do conceito e manipulação de funções para o conceito e manipulação de Funções Trigonométricas e Como o professor avalia o conhecimento dos alunos em relação às funções trigonométricas, basicamente a função seno após o conteúdo ser ministrado?

a) É ensinado sobre Ciclo trigonométrico?

Com relação ao ciclo trigonométrico, foi feita a seguinte pergunta: É explicado sobre ciclo trigonométrico? Com base nas respostas geradas no google forms, os professores nos deram a as seguintes respostas mostradas no gráfico a seguir:

Figura 15 – Respostas dos professores para saber se eles trabalham ciclo Trigonométrico



Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

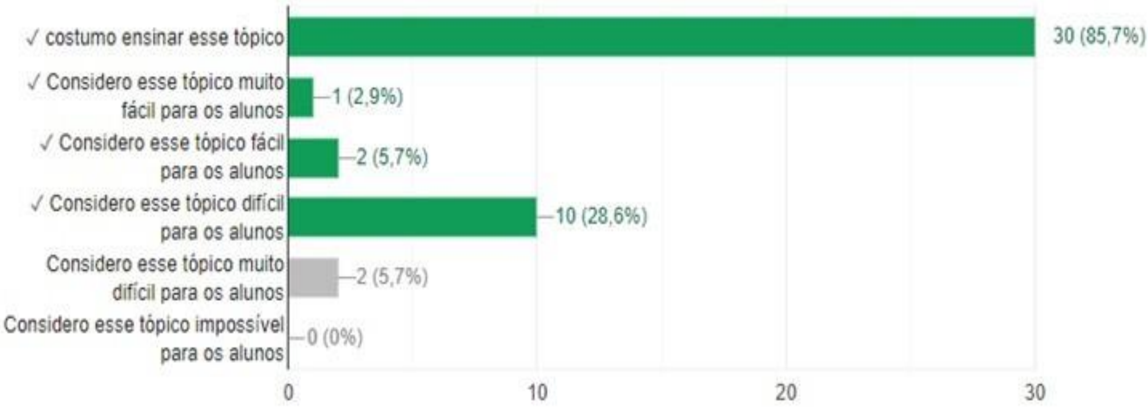
O ciclo trigonométrico é importante para o aluno pois é nele que se reconhece arcos, ângulos, simetrias, verifica-se a qual quadrante pertence determinado ângulo, reduz ângulos ao primeiro quadrante, verifica o sinal das razões trigonométricas de um ângulo, compara a ordem de grandeza entre duas razões trigonométricas, sinais, valores notáveis, eixos das funções seno, cosseno e tangente. É atráves do ciclo trigonométrico que o aluno tem uma ideia de periodicidade, valores máximo e mínimo das funções, entre outas funções.

Nesse sentido é muito positivo a resposta dos professores, haja vista que 94,3%, a grande maioria, mais especificamente 33 professores trabalham este assunto na sala de aula em sua prática, embora 17,1% enfatizem dificuldade apontada pelos alunos.

b) É ensinado sobre funções periódicas?

Com relação ao ensino de funções períodicas, foi feita a seguinte pergunta: É explicado sobre sobre funções periódicas? Com base nas respostas geradas no google forms, os professores nos deram as seguintes respostas mostradas no gráfico seguinte:

Figura 16 - Respostas dos professores para saber se eles explicam sobre funções periódicas



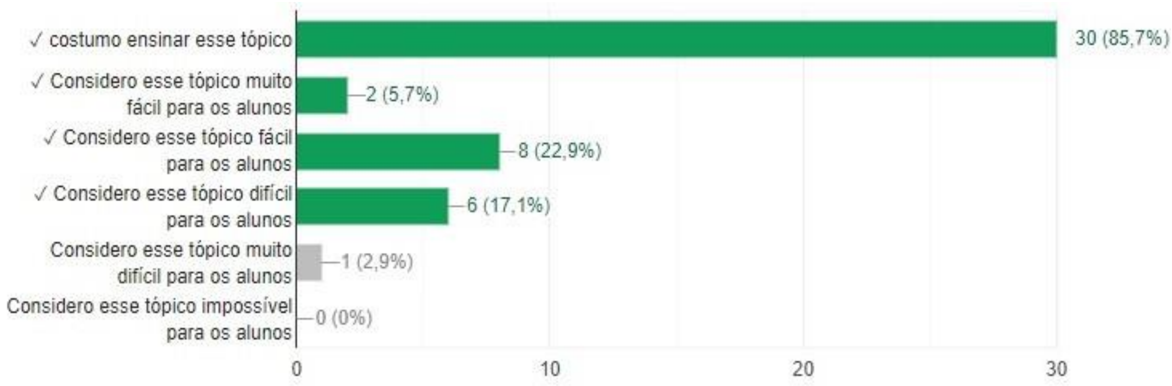
Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

É de grande valia que a grande maioria dos professores, 85,7%, ensina funções periódicas, e é importante que o aluno compreendenda a definição das funções periódicas e alguns exemplos que se adequam a este gênero de função. A repetição do valor numérico das funções em um período determinado constitui a definição básica das funções periódicas, aplicando-se as funções seno, cosseno e tangente. No entanto, 28,6% considera este conteúdo muito dificil para o aluno, cabendo ao professor o uso de exemplos do mundo real e a prática regular de exercícios.

c) É ensinado sobre Seno no ciclo trigonométrico?

Com relação ao ensino Seno e Cosseno no ciclo trigonométrico, foi feita a seguinte pergunta: É explicado sobre Seno e Cosseno no ciclo trigonométrico? Com base nas respostas geradas no google forms, os professores deram as seguintes respostas mostradas no gráfico abaixo:

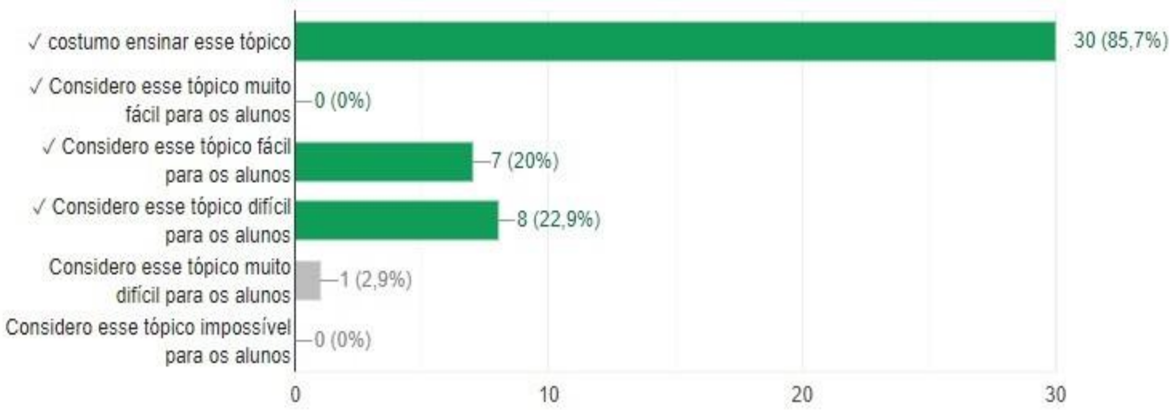
Figura 17 - Respostas dos professores para saber se eles explicam sobre Seno no ciclo trigonométrico



Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

d) É ensinado sobre Cosseno no ciclo trigonométrico?

Figura 18 - Respostas dos professores para saber se eles explicam sobre Cosseno no ciclo trigonométrico



Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

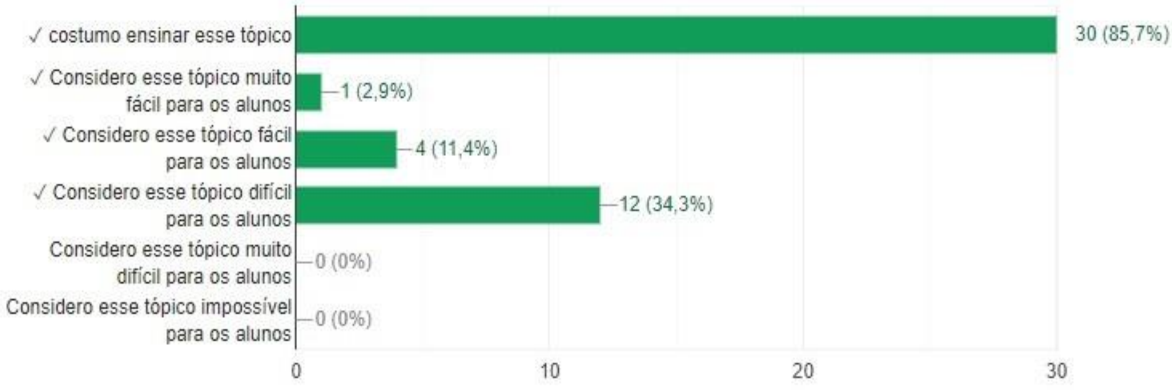
De acordo com os gráfico da figura 17 e 18 a grande maioria dos professores (85,7%) trabalha seno e cosseno no ciclo trigonométrico, tópicos indispensáveis a serem trabalhados pelo professor para a continudade e avanço no estudo da trigonometria. Alunos podem não ver imediatamente as aplicações práticas dessas funções em suas vidas cotidianas, o que pode reduzir a motivação para aprender esses conceitos e torná-los mais difíceis. Aspecto que, dependendo de como o professor aborda tal tema fica muito mais fácil entender o ciclo trigonométrico e os valores de Seno e Cosseno de 0°, 30°, 45°, 60°, 90° entre outros e seus sinais em cada quadrante, conforme a função. Devemos considerar as respostas dos professores com relação à dificuldade que os alunos sentem em aprender seno e cosseno no ciclo trigonométrico. Mesmo assim, ensinar trigonometria pode ser um desafio, mas a persistência e a prática constante são essenciais para superar as dificuldades.

> Tendo em vista as dificuldades encontradas pelos estudantes na aprendizagem de conceitos relativos a Trigonometria abordada no Ensino Médio, bem como as atuais tendências da Educação Matemática como possibilidades para se fazer Matemática em sala de aula, percebe-se a necessidade da construção de propostas metodológicas fundamentadas nestas que promovam uma aprendizagem com compreensão destes conceitos. (Meneghelli, Pamai, 2021, p.02)

e) Professor explica sobre o gráfico da função f(x) = senx

Com relação ao ensino do gráfico da função f(x) = senx e f(x) = cosx, foi elaborada a seguinte pergunta: É explicado sobre o gráfico das funções f(x) = senx e f(x) = cosx? Com base nas respostas geradas no google forms, os professores nos deram as seguintes respostas mostradas no gráfico a seguir:

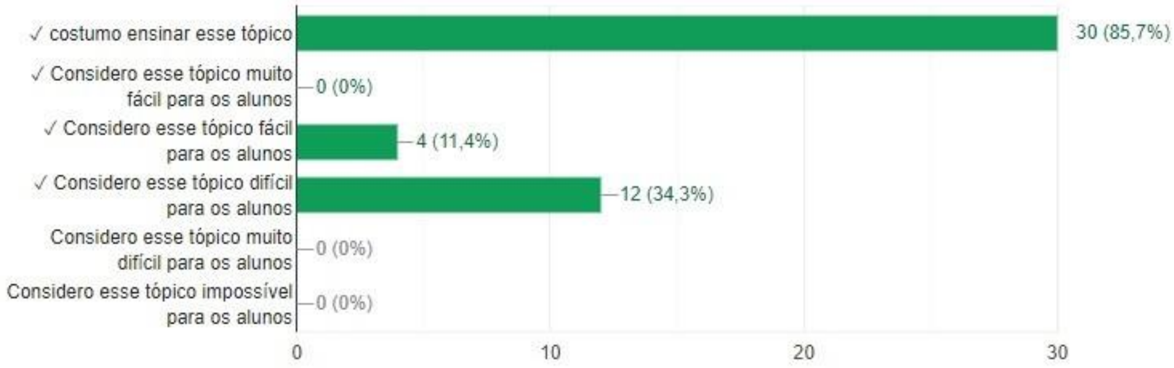
Figura 19 - Respostas dos professores para saber se eles explicam explicam sobre o gráfico da função f (x) = senx



Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

f) Professor explica sobre o gráfico da função f(x) = cosx?

Figura 20 - Respostas dos professores para saber se eles explicam sobre o gráfico da função f (x) = cosx



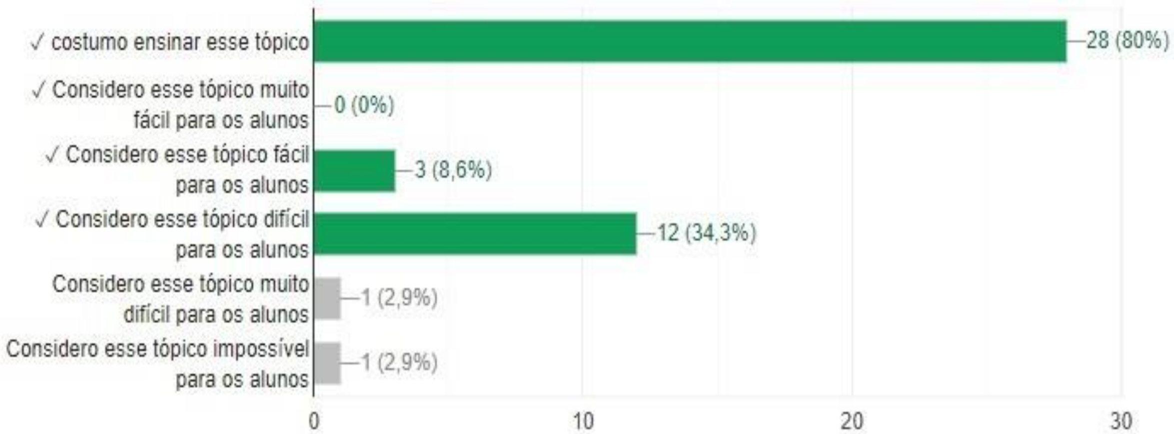
Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023

Seno e cosseno são funções trigonométricas por relacionarem a medida do arco com o valor das razões trigonométricas, de acordo com gráficos das figuras 19 e 20, prevalece o sim, que os professores avaliados trabalham os gráficos das funções seno e cosseno. Isto é importante, pois os alunos têm a capacidade de perceber a ideia de periodicidade, a construção de gráficos através de softwares, entre outros que serão abordados adiante.

g) É ensinado sobre Domínio, Imagem, paridade e período das funções seno e Cosseno?

Com relação ao ensino do Domínio, Imagem, paridade e período das funções, foi realizada a seguinte pergunta: É explicado sobre Domínio, Imagem, paridade e período das funções? Com base nas respostas geradas no google forms, os professores deram as seguintes respostas mostradas no gráfico seguinte:

Figura 21 - Respostas dos professores para saber se eles explicam sobre Domínio, Imagem, paridade e período das funções Seno e Cosseno



Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

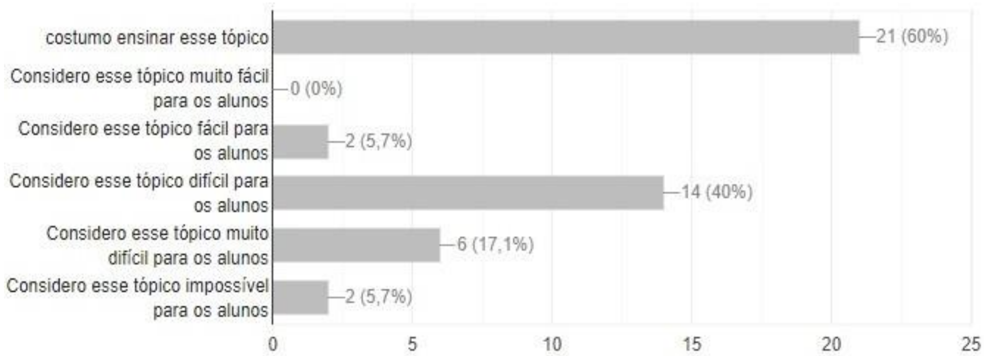
O domínio, o contradomínio e a imagem de uma função são conjuntos importantes para definirmos o que é função e compreendermos melhor o seu comportamento. Uma função é uma relação entre dois conjuntos domínio e contradomínio em que, para cada elemento do domínio, existirá um único correspondente no contradomínio, esse correspondente é conhecido como imagem.

Conhecemos como função trigonométrica toda função que possui domínio e contradomínio no conjunto dos números reais e que a lei de formação possui uma razão trigonométrica em função de um ângulo x. Essas funções podem ser representadas no plano cartesiano e são classificadas como periódicas, porque o comportamento gráfico se repete de forma cíclica. De acordo com o gráfico 21, grande parte dos professores (80%) explica sobre Domínio, Imagem, paridade e período das funções seno e Cosseno.

h) É ensinado sobre funções do tipo f (x) = a + b.sen(cx + d)

Com relação às funções do tipo f(x) = a + b.sen(cx + d), foi feita a seguinte pergunta: É ensinado sobre funções do tipo f(x) = a + b.sen(cx + d)? Com base nas respostas geradas no google forms, os professores deram a as seguintes respostas mostradas no gráfico a seguir:

Figura 22 - Respostas dos professores para saber se eles explicam explicam sobre sobre Funções do tipo f (x) = a + b.sen(cx + d)



Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

Pelo gráfico anterior a maioria ensina a função do tipo f (x) = a + b.sen(cx + d) e acha difícil para o entendimento dos alunos. De acordo com Silva; Henriques (2017, p.17):

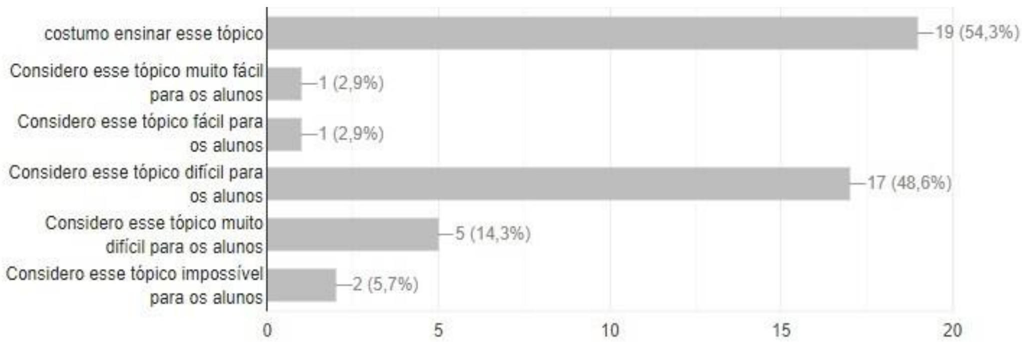
> (...) a comunicação matemática realizada pelo emissor (o Professor ou aluno) sobr o Estudo de Funções Trigonométricas: uma comunicação matemática em dois ambientes de aprendizagem aluno) sobre a Função Trigonométrica representada por f (x) = a + bsen(cx + d) , em que a, b, c e d são variáveis didáticas (embora constantes) que assumem diferentes valores reais, pode ser concebida pelo receptor (aluno), como uma simples organização de signos no registro algébrico.

Esses conhecimentos podem conduzir os alunos a perceberem uma relação do estudo em jogo com certos fenômenos que lhes cingem no seu dia-a-dia. Será que tais conhecimentos estão sendo trabalhados em sala de aula nesta perspectiva? Pois, o ensino de Matemática às vezes se restringe ao tratamento matemático por ela mesma.

i) É ensinado a construção de gráficos das funções do tipo f (x) = a + b.sen(cx + d) com softwares ou aplicativos de celular?

Com relação à Construção de gráficos das funções do tipo f (x) = a + b.sen(cx + d) com softwares ou aplicativos de celular, foi elaborada a seguinte pergunta: É ensinado a construção de gráficos das funções do tipo f (x) = a + b.sen(cx + d) com softwares ou aplicativos de celular? Com base nas respostas geradas no google forms, os professores deram a as seguintes respostas mostradas no gráfico a seguir:

Figura 23 - Respostas dos professores para saber se eles explicam sobre Construção de gráficos das funções do tipo f (x) = a + b.sen(cx + d) com softwares ou aplicativos de celular



Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

Esse gráfico chama a atenção pelo fato dos professores ensinarem este conteúdo e também considerarem difícil o assunto para o entendimento do aluno, como é visto os valores absolutos e percentuais que estão bem próximos.

Com assentimento de Almeida (2016, p.323):

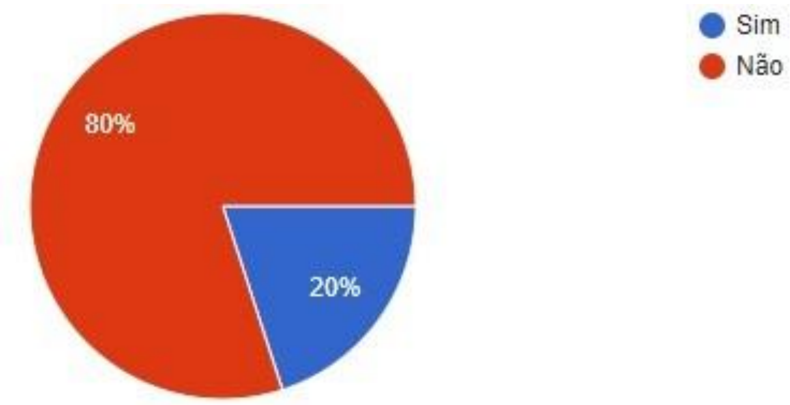
> São variadas as ferramentas disponíveis para auxílio na aprendizagem dos alunos, mas encontrar professores com disposição e disponibilidade para buscar esses auxílios e estudar o uso adequado deles não é uma tarefa simples. Um dos motivos que podem ser considerados como barreira, cuja situação impede o docente a aplicar tais recursos, é a falta de incentivo para a capacitação de professores.

A direção da escola e/ou órgãos competentes não disponibilizam meios e recursos para o treinamento desses profissionais da educação, tampouco oferecem condições financeiras suficientes para tal. Em alguns casos a escola disponibiliza as ferramentas, porém não oferece o treinamento. A dificuldade ainda é maior quando se trata de professores com mais de vinte anos de carreira, cuja metodologia se limita no uso do livro didático.

j) É ensinado a transposição do conceito e manipulação de funções para o conceito e manipulação de Funções Trigonométricas ?

Com relação à transposição do conceito e manipulação de funções para o conceito e manipulação de Funções Trigonométricas, foi realizada a seguinte pergunta: É ensinado a transposição do conceito e manipulação de funções para o conceito e manipulação de Funções Trigonométricas? Com base nas respostas geradas no google forms, os professores apontaram os seguintes percentuais mostradas no gráfico abaixo:

Figura 24 – Respostas dos profesores sobre a transposição do conceito e manipulação de funções para o conceito e manipulação de Funções Trigonométricas



Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

Com a transposição do conceito e manipulação de funções para o conceito e manipulação de Funções Trigonométricas, foi solicitado aos professores pesquisados que dessem uma resposta justificando tal pergunta e verificou-se que a grande maioria, 80% dos professores tem dificuldades para reaplicar a definição de função. Para ser utilizada na função seno, selecionamos a fala de alguns professores e deram como justificativa:

- Professor 2: Sim, pois ele já tem o conhecimento de conceitos fundamentais das funções como: Domínio, contradomínio, imagem, paridade e transformações gráficas (simetria em relação aos eixos x e y, translação e dilatação).
- Professor 4: Quando o aluno entende o que é função e sua aplicação ele conseguirá manipular as funções trigonométricas com mais facilidade
- Professor 5: Pois requer uma abstração muito refinada e uma base de fundamentos sólida.
- Professor 6: Os alunos apresentam uma enorme dificuldade nessa transposição de conceito, pois já trazem na cabeça que o conteúdo é difícil.
- Professor 7: Por si só a temática de trigonometria gera apreensão entre os alunos e o fato de ser uma função trabalhada de forma separada e distante das demais. Do ponto de vista do currículo, já é um fator que gera dificuldades para os alunos pois poucos sequer lembram do conceito de função quando chegam a ver funções trigonométricas.
- Professor 8: Geralmente o aluno consegue aplicar as relações trigonométricas no triângulo retângulo. À medida que se amplia a ideia para um triângulo qualquer, que envolve as funções periódicas no ciclo trigonométrico poucos dominam, pois não veem tanta aplicação no cotidiano.
- Professor 11: Na sua grande maioria, os alunos desistem da

Trigonometria já nos primeiros conceitos, por acharem um conteúdo bastante complexo e que requer bastante estudo e prática através de exercícios.

- Professor 14: A maior dificuldade no entendimento e aceitação está na periodicidade do gráfico.
- Professor 15: Existe uma dificuldade muito grande do aluno na compreensão dos conceitos.
- Professor 17: Muitos alunos teriam dificuldade de associar o conceito de função com o conceito das funções trigonométricas, devido à alteração na forma de leitura.
- Professor 18: Os alunos não compreendem em geral as funções básicas, como função afim e função quadrática, ao migrarem para outros modelos de funções causa confusão.
- Professor 19: Eles então acostumados com plano cartesiano, é mudado para o ciclo, no começo eles têm dificuldade.
- Professor 23: Pois para que isso ocorra, os alunos necessitam de uma base sólida da álgebra e geometria, no qual poucos alunos possuem tal base.
- Professor 26: Pois os alunos têm dificuldades para assimilarem os conteúdos estudados em sala de aula com o dia a dia.
- Professor 28: Quando começamos a falar da parte teórica para os alunos, parece meio abstrato, mas quando vem a escrita, a demonstração vai ficando um pouco mais lógica para os discentes, mas ainda com muita dificuldade de relacionar conceitos e prática.
- Professor 30: A transposição seria mais compreensível para o aluno, pois a função seria âncora para o ensino de funções trigonométricas, e dessa forma a aprendizagem não seria mecanizada, e sim significativa.
- Professor 33: “O professor tem que enfatizar essa abordagem para o aluno se familarizar com o assunto.
- Professor 35: Simplesmente porque meus alunos não têm em sua grande maioria (98%) nem as noções básicas de Matemática, ou que há tempos não estudavam, ou porque trabalham e não têm tempo para se aprofundar.

Diante de todas essas respostas podemos perceber o tamanho da dificuldade que os professores têm de trabalhar com as funções trigonométricas, basicamente a função seno. Dantas (2013, p.22) destaca que “[...] quando falamos sobre dificuldades enfrentadas pelos alunos no aprendizado de Matemática, a trigonometria surge como uma das principais fontes de reclamação por parte dos alunos, desde o ensino médio até a graduação”. Neste sentido, sabendo da relevância do estudo da Trigonometria – visto que é uma área com aplicações em diversas situações do mundo real, bem como em situações de natureza complexa, como na Ciência, na Medicina, na Física, na Eletricidade, na Música, na Arquitetura, na Informática, entre outras – têm-se a necessidade de buscar por caminhos/metodologias que possam vir a auxiliar os professores e estudantes, no processo de ensino e aprendizagem destes conceitos.

Diante do exposto no resultado da pesquisa, quando se refere ao ensino de funções trigonométricas, verifica-se um certo receio dos professores frente à transposição e aprendizagem destes conceitos trigonométricos. Várias respostas são dadas e ainda ministrando suas aulas de tal objeto de ensino os professores veem como não muito satisfatório o conhecimento dos alunos em relação às funções trigonométricas, basicamente a função seno após o conteúdo ser ministrado

k) Foi perguntado ao professor como ele avalia o conhecimento dos alunos em relação às funções trigonométricas, basicamente a função seno após o conteúdo ser ministrado?

Com relação à avaliação do conhecimento dos alunos referente às funções trigonométricas, basicamente a função seno após o conteúdo ser ministrado, foi elaborada a seguinte pergunta: Como você avalia o conhecimento dos alunos em relação às funções trigonométricas, basicamente a função seno após o conteúdo ser ministrado? Com base nas respostas geradas no google forms, os professores deram as respostas com os seguintes percentuais mostradas no gráfico a seguir:

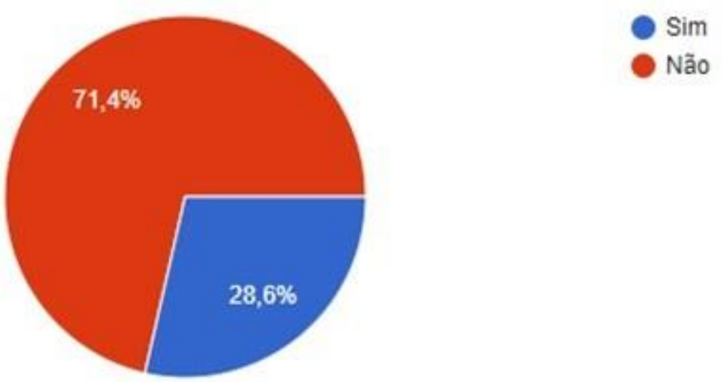
Figura 25 – Percentual de respostas dos professores sobre o conhecimento dos alunos em relação às funções trigonométricas

Fonte: Autor com auxílio do Google Forms, 2023.

Para tal gráfico acima, Santos; Cury (2011, p.49) apontam que “nem sempre os alunos sentem-se motivados para seu estudo, apresentando dificuldades na resolução de problemas que envolvem as relações e funções trigonométricas”. Dantas (2013, p.144) corrobora com estes autores quando, em sua pesquisa, relata que “o trabalho com estudantes de Ensino Médio mostra que muitos deles encontram dificuldades no entendimento dos conceitos relacionados a Trigonometria, sendo que a compreensão de algumas características relativas às funções ainda é um desafio”.

Perguntou-se aos professores, seguindo a pesquisa, se na abordagem da função tipo f (x) = a + bsen(cx + d), os alunos conseguem entender a função de cada parâmetro após o conteúdo ser ministrado. Verificou-se que 71,4% disseram não, uma maioria considerável, tendo tais justificativas:

Figura 26 - Os alunos entendem a função de cada parâmetro da função f (x) =a+b.sen(cx+d)



Fonte: Autor, 2021.

- Professor 1: O correto seria dizer que uma minoria consegue.
- Professor 2: Pois vamos construindo os gráficos após variar um parâmetro e fixar os demais.
- Professor 3: Entendem quando exemplificamos.
- Professor 5: Pois possui uma aplicação maior no dia a dia.
- Professor 7: Alguns alunos terminam a disciplina com domínio do conteúdo, porém uma boa parte ainda não consegue entender a função de cada parâmetro, sobretudo na análise gráfica.
- Professor 9: Fazer eles entenderem como o comportamento global da função depende de cada parâmetro é sempre um desafio.
- Professor 10: Não ensino com estes parâmetros.
- Professor 13: Muitos deles confundem esses parâmetros.
- Professor 14: Eles entendem somente após várias práticas e aplicações do conteúdo estudado através de exercícios propostos, o que que geralmente demora algumas aulas.
- Professor 16: Pois ao colocar exemplos, a maioria não consegue desenvolver a solução.
- Professor 17: Muitos se complicam o que cada parâmetro faz na função.
- Professor 22: Como são diversas variáveis, eles tendem a se confundir.
- Professor 24: Além de terem dificuldade no aprendizado do ciclo eles se atrapalham com os termos da função.

- Professor 32: Na realidade, a minoria consegue entender e diferenciar as funções, pois tem conhecimentos limitados com relação a estes assunto.
- Professor 33: Os alunos entendem que essa função tem período, frequência e as situações que ela pode representar.
- Professor 34: eles têm dificuldades da educação básica.
- Professor 35: Infelizmente nunca consigo chegar em um grau mais profundo do assunto.

Diante do exposto apresentado neste capítulo e com base nas descobertas vindas a partir da pesquisa anterior, podemos perceber a visão dos professores sobre o ensino da função seno. O que mais ficou claro nessa pesquisa foi que os alunos até entendem tal conteúdo, porém não conseguem aplicar no seu cotidiano. Por meio dessas análises detalhadas buscamos não apenas corroborar as conclusões desta pesquisa, mas também dar condições valiosas para educadores, pesquisadores e formuladores de políticas educacionais que compartilham o compromisso de aprimorar o ensino da função seno.

No capítulo a seguir exploraramos e trabalhamos as atividades referentes à sequência didática e a construção do nosso produto educacional.

6 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Com o objetivo de estabelecer conexões a partir do planejamento inicial e execução da Sequência Didática, este capítulo foi dividido em duas partes: uma análise prévia e uma análise subsequente da abordagem educacional.

No primeiro momento da pesquisa, os 50 alunos foram divididos em 25 duplas, e estas prevaleceram em todas as atividades. Logo após foi desenvolvida a análise *a priori* da Sequência Didática, distinguindo as atividades dos alunos e a atividade do professor, nas diferentes condições de estruturação do meio.

Em Almouloud (2007), a noção de meio, tradução francesa de *milieu* ou *milieux*, é explicada a partir de três hipóteses que sustentam a Teoria das Situações Didáticas: a aprendizagem do aluno decorre da adaptação a um meio sendo esse fator de dificuldades, contradições ou desequilíbrio; em se tratando de uma aprendizagem escolarizada o meio tem de ser munido de intenções didáticas para possibilitar a aquisição do conhecimento matemático pelo aluno, cabendo ao professor organizá-lo para que sejam desenvolvidas as condições possíveis de instigar aprendizagens; e, por último, o meio, bem como as situações deverão estar diretamente relacionados aos saberes matemáticos selecionados para que ocorra o ensino aprendizagem.

Posteriormente, utilizando os dados adquiridos na fase experimental, que foram gerados a partir das situações de ação, formulação, validação e institucionalização organizadas de acordo com Brousseau (2008) durante a Sequência Didática, foi conduzida uma análise retrospectiva com o objetivo de validar as hipóteses envolvidas na pesquisa.

Como dito anteriormente a sequência didática utilizada nesta pesquisa baseia-se nos estudos de Sá; Jucá (2017), ao qual tiveram o seu embasamento teórico a partir dos estudos de Jerome Bruner[3] Bruner (1915) e John Dwey[4] Dwey (1875), onde

---

[3] A teoria de aprendizagem de Jerome Bruner é aplicada ao Ensino de Ciências, evidenciando a aprendizagem por descoberta e o currículo em espiral. Essa escolha deu-se por considerar suas concepções de como as experiências afetam a percepção e o comportamento humano, bem como a cultura e o meio em que vive. Outro fato que chama atenção para Bruner é o seu interesse em como as crianças aprendem, enfatizando a aprendizagem por descoberta, a qual induz a participação ativa do aprendiz no processo de aprendizagem

[4] Dewey concebeu um método de pensamento reflexivo (a sua própria conceção do método científico) em cinco etapas - dificuldade inicial, formulação do problema, levantamento de hipóteses, elaboração do raciocínio e experimentação –, que foi adotado pelas escolas progressistas da época (final do século XIX e início do século XX). A obra Democracy and Education (1916) contém, segundo ele, o melhor da sua própria filosofia sobre a educação. Não se trata de uma filosofia teórica, mas sim pragmática a partir da avaliação que realizou aos problemas que verificou existirem no sistema escolar.

Sá e Jucá fizerem adaptações das ideias para o uso mais focado em sala de aula.

A SD formulada é construída por estes autores, aplicada e desenvolvida com um grupo de 50 alunos, dividida em 25 grupos e composta de dez atividades que abordaram o conteúdo da função seno. Tiveram como início a identificação de fenômenos periódicos da natureza atráves da função seno, depois o reconhecimento de cada coeficiente da função seno e por fim, um estudo com a construção de gráficos com o auxílio do Geogebra. Cada atividade enumerada, com título, objetivos, gráficos e as devidas colocações de cada aluno.

6.1 ATIVIDADE 01: Identificando fenômenos periódicos na natureza

Esta atividade teve como objetivo definir e entender o que são os fenômenos periódicos que existem na natureza. Tratamos essa definição através de textos e uma lista impressa em papel A4, de itens em que o aluno vai classificar se é ou não um fenômeno periódico da natureza. Durante a execução da intervenção inicial, o professor deverá acompanhar se os estudantes conseguem classificar tais fenômenos abordados como periódicos ou não, atráves de vídeos mostrados aos alunos. Nossa aula será administrada da seguinte forma:

- 1º Momento: faremos uma avaliação diagnóstica, através de perguntas orais, para verificar o que os alunos sabem sobre fenômenos periódicos da natureza;
- 2º Momento 2: apresentar aos alunos os conceitos fenômenos periódicos da natureza, juntamente com a importância de cada um, através de vídeos mostrados a eles atráves de datashow.
- 3º Momento: mostrar aos alunos a presença dos fenômenos periódicos em várias outras áreas do conhecimento, bem como falar daquelas que influenciam diretamente na nossa vida;
- 4º Momento: apresentar aos alunos fenômenos da natureza para classificarem em periódicos ou em não-periódicos.

O vídeo articula imagens, sons, sintetiza textos, parte do concreto, do imediato e é predominantemente audiovisual, criando uma superposição de códigos e significações (MORAN, 2000). Ainda segundo Assis (2015, p.429) “a imagem, o som e o movimento proporcionados pelos vídeos, oferecem informações mais realistas em relação ao que está sendo ensinado”. Deste modo, se bem utilizados, provocam a alteração dos comportamentos de professores e alunos, levando-os ao melhor conhecimento e aprofundamento do conteúdo estudado.

Para Ramos; Pereira e Silva, (2019, p.36):

> A facilidade de acesso às plataformas de compartilhamento tem facilitado o acesso a conteúdo instrucional. Estudos têm demonstrado que a utilização dos vídeos como instrumento de apoio ao processo de aprendizagem pode promover aumento da motivação discente sem substituir a relação pedagógica. Vídeos também permitem que o aluno aprenda por si mesmo e complemente seu aprendizado ao seu tempo e espaço. Umas das grandes vantagens do uso dos vídeos é o fato do utilizador ser capaz de manipulá-lo de acordo com o seu tempo de assimilação individual.

Após a realização dessa atividade os alunos fizeram as autocorreções da sua atividade, através da definição de cada fenômeno listado na atividade e assistiram novamente a outros vídeos referentes a cada fenômeno. O material utilizado pelos alunos foi somente caneta, lápis, borracha e material impresso em folha A4.

a) O que são fenômenos periódicos da natureza?

Chamamos de um fenômeno periódico aquele que se repete sempre após o mesmo intervalo de tempo. Um exemplo mais simples de um fenômeno periódico é o dia. O movimento do Sol, que aparece pela manhã e se põe no fim da tarde até novamente aparecer de novo, determina o que chamamos de dia. Um outro conceito, que ajuda a complementar o anterior, é que os fenômenos periódicos são aqueles que se repetem periodicamente, ou seja, a cada período inteiro.

b) Por que os fenômenos periódicos da natureza são importantes?

Os fenômenos periódicos podem ser muito úteis para medir a passagem do tempo. Os corpos celestes são muito importantes, porque entre eles há diversos que executam um movimento periódico, que pode ser percebido por nós e, por isso, eles foram utilizados para construir o nosso calendário. Estando na Terra como nós estamos e olhando para o céu, nós podemos perceber muitos movimentos periódicos.

Os mais fáceis de observar são os movimentos do Sol e o da Lua. Muitos

fenômenos ou situações que estão presentes em nosso dia a dia são periódicos, isto é, de tempos em tempos se repetem. Um outro exemplo que colabora com essa afirmação é o nascer e o pôr do sol.
(Extraído de: <http://traprendizado.blogspot.com.br/2011/08/01/archive.html>)

De acordo com os textos acima classifique os fenômenos abaixo em periódicos ou não periódicos.

Quadro 5 – Quadro de fenômenos da natureza

	FENÔMENO DA NATUREZA	PERIÓDICO	NÃO PERIÓDICO
1	As fases da Lua		
2	As estações do ano		
3	O movimento dos planetas		
4	Os terremotos		
5	As marés		
6	A pressão sanguínea do coração		
7	Período fértil das fêmeas		
8	Som		
9	Nascer e o pôr do sol		
10	Deslizamentos de terra		
11	Período frutífero das árvores		
12	Variação do preço das moedas estrangeiras		
13	Passear de carro		
14	Efeito da medicação no organismo		
15	Produção de energia solar		

Fonte: Autor, 2023.

6.2 ATIVIDADE 02: Percebendo o comportamento do coefiente b na função f (x) = b.sen(x)

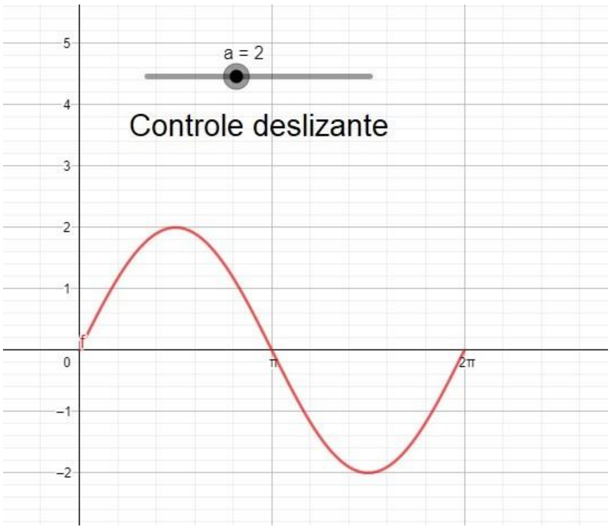
Esta atividade tem como objetivo fazer com que os alunos percebam que o valor do coeficiente b, que caracteriza uma mudança na amplitude, tem a função de “esticar” ou “comprimir” verticalmente o gráfico da função seno.

Para Pacheco (2019, p.198):

> [...] é necessário substituir os processos de ensino que expõem de forma tradicional os conteúdos, através de modelos não muito atrativos, partindo das definições, exemplos, demonstrações de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, pressupondo que o aluno aprenda muitas vezes pela reprodução, por alternativas que contemplem os ensinamentos em sala de aula, aumentando no aluno a motivação para aprendizagem, desenvolvendo a autoconfiança, a concentração e o raciocínio, valorizando também a interação social no ambiente escolar.

Utilizou-se o Geogebra para plotar os gráficos e fazer com que os alunos percebam que o valor máximo e mínimo da função estejam ligado diretamente ao valor de b. Ainda não utilizamos aplicações com fenômenos da natureza, tratamos cada coeficiente da função em atividades distintas, logo após contemplar todos os coeficientes da função, faremos a aplicação das funções associadas a fenômenos da natureza.

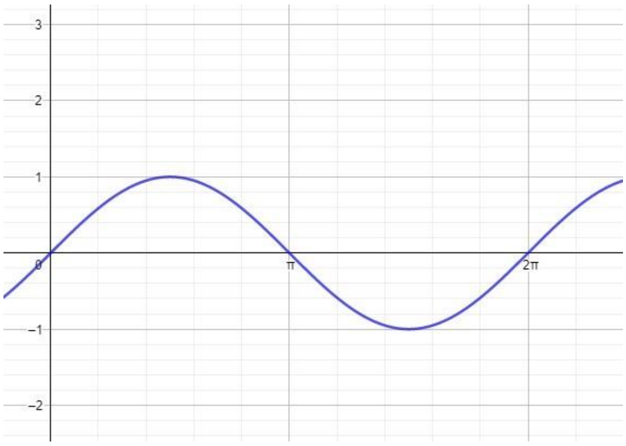
Figura 27 - Gráficos das funções do tipo f (x) = bsen(x) com o controle deslizante do Geogebra



Fonte: Autor, 2023.

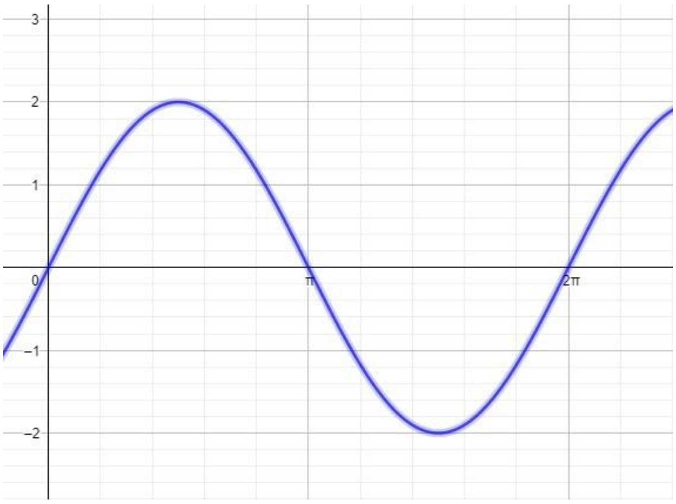
De acordo com os gráficos a seguir, o que você percebe quando se altera o valor de b?

Figura 28 - Gráficos das funções do tipo f (x) = sen(x)



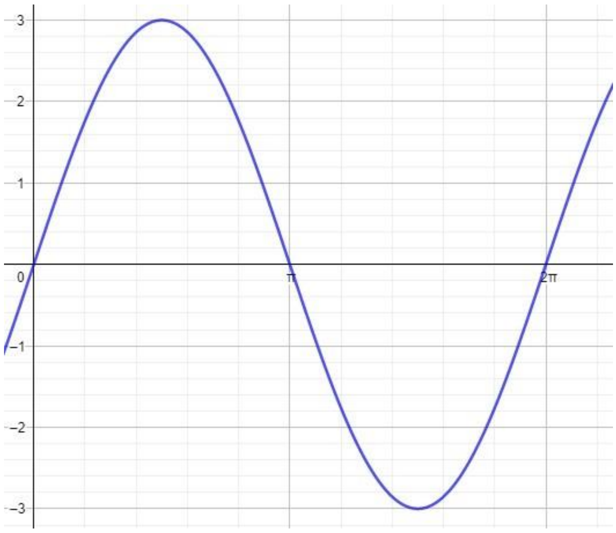
Fonte: Autor, 2023.

Figura 29 - Gráficos das funções do tipo f (x) = 2sen(x)



Fonte: Autor, 2023.

Figura 30 - Gráficos das funções do tipo f (x) = 3sen(x)



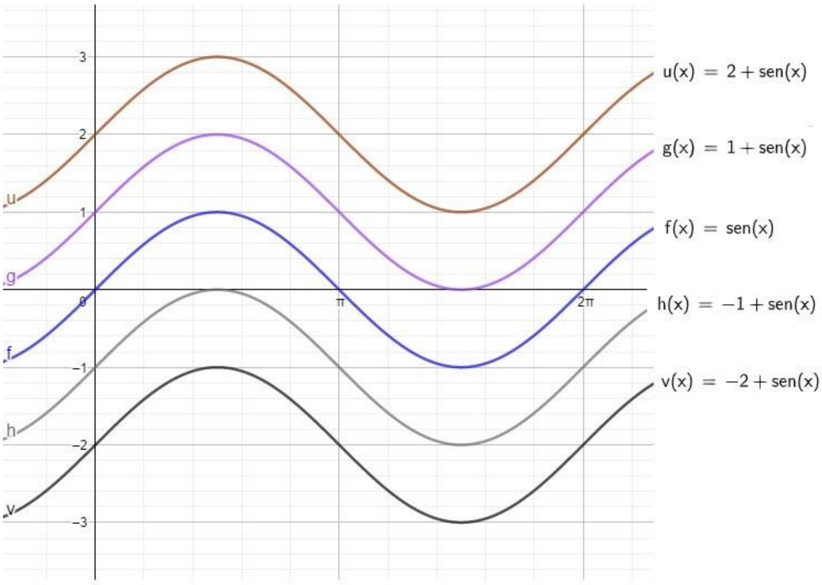
Fonte: Autor, 2023.

Esta atividade será levada aos alunos atráves da impressão dos gráficos em papel A4 e ao mesmo tempo utilizando o datashow e notebook. Com isso teremos outros possíveis valores de b associado a f(x) = b.senx, espera-se que o material utilizado e o recurso computacional Geogebra facilite o entendimento dos alunos com relação à imagem da função, valores máximos e mínimos sendo sempre opostos, e que o ponto inicial do gráfico da função seno seja sempre o ponto médio entre os valores máximos e mínimos.

6.3 ATIVIDADE 03: Percebendo o comportamento do coefiente A na f (x) = a + sen(x)

Esta atividade tem como objetivo fazer com que os alunos percebam que o valor do coeficiente a tem a função de "deslocar" verticalmente a função seno. Utilizamos o Geogebra para plotar os gráficos e fazer com que os alunos percebam que os valores máximos e mínimos da função seno se desloque. Ainda não iremos utilizar aplicações com fenômenos da natureza, tratamos cada coeficiente da função em atividades distintas e posteriores. Logo após contemplar todos os coeficientes da função, fazemos a aplicação em funções associados a fenômenos da natureza.

Figura 31 - Gráficos das funções do tipo f (x) = a + sen(x)



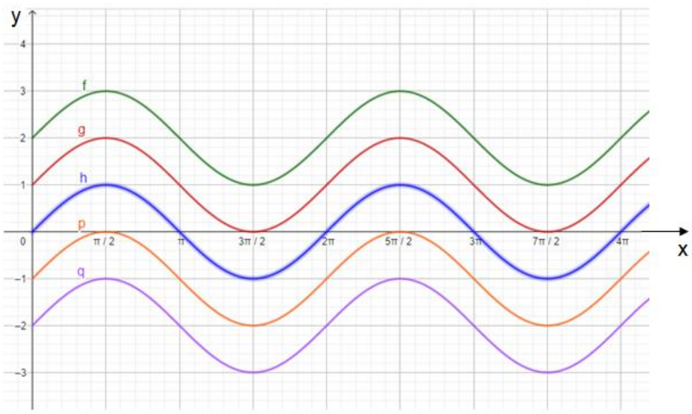
Fonte: Autor, 2023.

De acordo com o gráfico acima, o que você percebe quando se altera o valor de a?

Esta atividade é levada aos alunos atráves da impressão dos gráficos em papel A4 e ao mesmo tempo utilizando o datashow e notebook. Desta maneira temos outros possíveis valores de a associado a f(x) = a+senx. Espera-se que o material utilizado e o recurso computacional Geogebra facilite o entendimento dos alunos com relação ao deslocamento vertical imagem da função seno e que a represente o seu valor inicial.

6.4 ATIVIDADE 04: Comportamento dos coeficientes a e b na função Seno de acordo com os gráficos do tipo f(x) = a + b(sen x)

Observe o ponto onde eles cruzam o eixo y e seus valores máximos e mínimos.



Fonte: Autor, 2023.

01. De acordo com o gráfico anterior responda o seguinte quadro:

Função	Qual o ponto onde o gráfico toca o eixo y?	Qual o valor Máximo da função?	Qual o valor mínimo da função?
f(x)			
g(x)			
h(x)			
p(x)			
q(x)			

02. Conhecendo o ponto onde as funções tocam o eixo y, o que se pode concluir em relação ao valor de **a**, na expressão **f(x) = a + b.sen(x)**?

____

____

____

____

03. Observando o gráfico acima, responda a tabela abaixo:

Função	Diferença do valor máximo Pelo valor de **a**	Diferença de **a** pelo valor mínimo
f(x) = 2+sen(x)	( ) - 2 =	-2 - 2 – ( ) =
g(x) = 1+sen(x)	( ) - 1 =	1 – ( ) =
h(x) = sen(x)	( ) - 0 =	0 – ( ) =
p(x) = -1+sen(x)	( ) - (-1) =	-1 – ( ) =
q(x) = -2+sen(x)	( ) - (-2) =	-2 – ( ) =

04. O que se pode concluir das diferenças entre o valor máximo da função pelo valor de **a** e a diferença de **a** pelo valor mínimo da função?

____

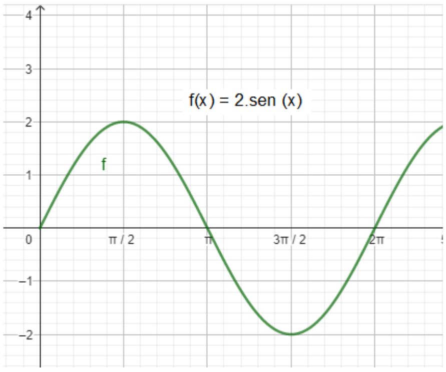
____

6.5 ATIVIDADE 05: DEFININDO A IMAGEM DA FUNÇÃO SENO

A atividade 05 possuía um caráter mais algébrico, em que os alunos tiveram como comando da atividade a substituição da expressão “sen” ora por 1 (um) e ora por -1, seja em uma expressão aditiva ou uma expressão multiplicativa ou aditiva e multiplicativa ao mesmo tempo. Espera-se que o aluno perceba que a imagem da função seja dada no intervalo de [a-b,a+b]

- Observe os gráficos do tipo f(x) = a + b(sen x). Sabendo que a imagem da função seno varia de -1 a 1, substitua a expressão seno ora por -1, ora por 1 e defina valores máximo e mínimos em cada item.

a)

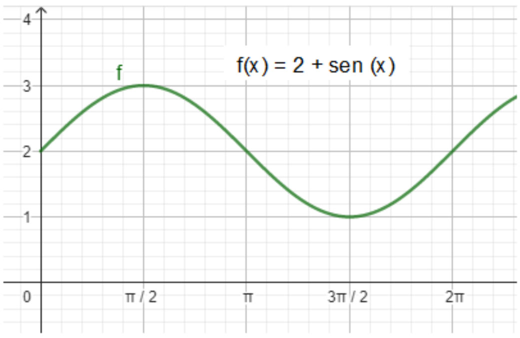


- Qual o valor máximo e mínimo encontrado?

Máximo: ___________

Mínimo: ___________

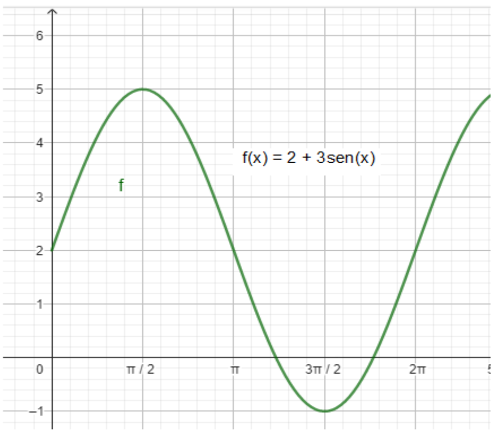
b)



- Qual o valor máximo e mínimo encontrado?

Máximo: ___________

Mínimo: ___________



- Qual o valor máximo e mínimo encontrado?

Máximo: ___________

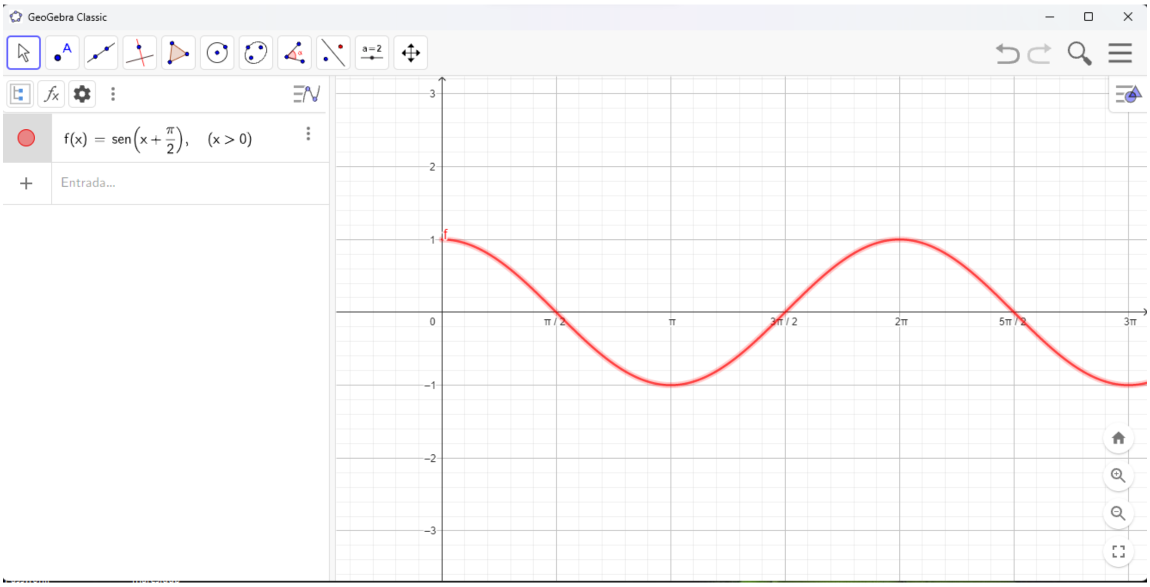
Mínimo: ___________

Ao final da atividade faremos uma pergunta aberta aos alunos: O que você conclui com a relação dos coeficientes “a” e “b” em relação aos valores máximos e mínimos da função? Esperamos uma resposta estruturada e baseando suas respostas em atividades anteriores.

6.6 ATIVIDADE 06: Observando o coeficiente “d” da f(x) = a+b.sen(cx+d)

A atividade 06 foi desenvolvida de maneira totalmente visual e tem como objetivo a percepção do aluno em relação ao coeficiente “d” da função $f(x) = a + bsen(cx + d)$. Utilizamos somente o datashow e o Geogebra para que os alunos percebam o comportamento do gráfico em relação ao coeficiente “d”. Depois de trabalharmos todo comportamento do gráfico em função dos coeficientes a e b, esperamos que os alunos, de maneira bem rápida concluam que “d” move o gráfico horizontalmente para a direita e para a esquerda do eixo x.

Figura 32 - Gráficos das funções do tipo f(x)=a+bsen(cx+d) variando o valor de d



Fonte: Autor, 2023.

6.7 ATIVIDADE 07: Reconhecendo o período das funções do tipo f (x) = sen(cx)

Esta atividade tem por objetivo principal fazer com que o aluno perceba o comportamento do gráfico da função f(x) = sen(x) em relação ao seu período, sabendo que o período da função seno é p = 2π. Mostramos atráves de dois quadros a variação da função seno quando este estive escrito na forma f (x) = sen(cx) ou f(x) = sen $\left(\frac{x}{d}\right)$ são tratados com uma linguagem bem simples como "esticou" ou "encolheu" para tratar tais funções.

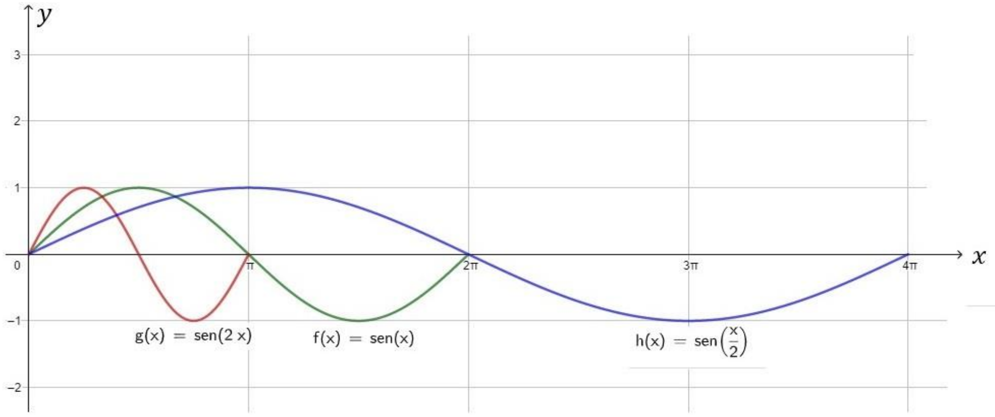
Ao comparar o gráfico de f (x) = senx com o gráfico de f (x) = sen(kx), vemos que ele sofre uma compressão horizontal de duas unidades, enquanto o período é alterado para π. Considerando o gráfico do tipo f(x) = sen(cx) , espera-se que o aluno perceba que o gráfico de f (x) = senx será comprimido horizontalmente em c unidades se |c| > 1, e sofre dilatação horizontal se 0 < |c| < 1. Além disso, temos que o período é igual a p = $\left|\frac{2\pi}{c}\right|$.

De acordo com Ferreira (2010), o Geogebra possibilita a construção de pontos, retas, segmentos, vetores e outros. Deste modo proporciona criação, manipulação e interação, fazendo com que os materiais como régua, transferidor e outros objetos sejam dispensados nas construções geométricas, pois, além de serem mais demoradas as suas construções, elas são menos precisas. Em vista disto, a utilização do Software Geogebra auxilia na construção dos gráficos de funções, pois, através dele é possível a representação geométrica e algébrica, além de que, essas representações podem ser modificadas dinamicamente se for preciso.

De acordo com os estudos de Silveira (2014, p.48),

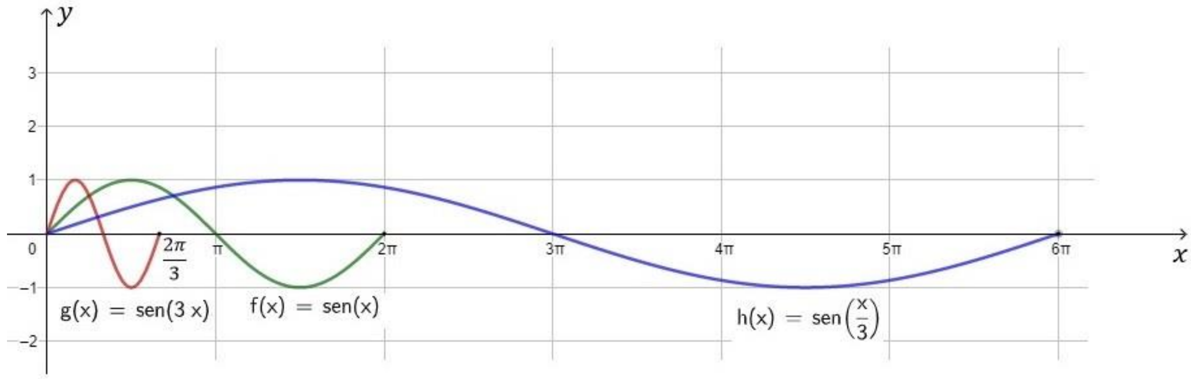
> A interpretação de textos matemáticos em linguagem matemática e em linguagem natural requer o conhecimento do vocabulário matemático que está ligado ao conhecimento de conceitos, bem como requer a prática de seguir regras matemáticas. Nestes termos, o significado de uma regra matemática depende do seu uso e, sendo assim, o seu sentido é encontrado no contexto em que está inserida.

Figura 33 - Gráficos das funções do tipo f (x) = sen(x), g(x) = sen(2x), h(x) = sen (x/2)



Fonte: Autor, 2023.

Figura 34 - Gráficos das funções do tipo f (x) = sen(x), g(x) = sen(3x), h(x) = sen (x/2)



Fonte: Autor, 2023.

São lançados aos alunos nesta atividade sete perguntas subjetivas, e espera-se que eles percebam de maneira visual que, quando o gráfico "esticar" em relação a 2π é porque o coeficiente c da variável x está multiplicando sen(cx), e quando a função for do tipo sen(x) onde c divide a variável x, o gráfico "encolherá" em relação a 2π. Da mesma forma espera-se que o aluno consiga enxergar algebricamente.

> A predominância das abordagens algébricas no ensino da Matemática devem-se assim, quer à crença de que a prova visual não é realmente uma prova matemática e de que o modo analítico é normalmente mais usado que o modo gráfico ou visual para resolver problemas rotineiros, quer ao facto de os professores colocarem aos alunos poucas questões que exijam a aplicação de capacidades visuais.(Vinner, 1989, p.152)

Com Beneplácito de Almeida; Viseu (2002), os professores evitam argumentos visuais, porque consideram que o argumento analítico: a) é pequeno e perfeito, conduzindo ao resultado sem exigir grandes explicações; b) é fácil de aprender e de aplicar a exercícios; c) é fácil de ensinar, não requerendo preparação de gráficos, slides ou de qualquer programa computacional; d) corresponde àquilo que os alunos esperam de uma prova matemática.

6.8 ATIVIDADE 08: Reconhecendo imagem e período da função trigonométrica seno

A atividade 08 assim como as demais atividades 09 e 10 terá um carater mais geral, de acordo com Brousseau a fase de institucionalização, iremos resolver problemas que envolvam todos os coeficientes, esperamos que com as atividades aplicadas anteriormente consigamos lograr êxito nessas atividades.

01. De acordo com as expressões determine a imagem e o período das seguintes funções.

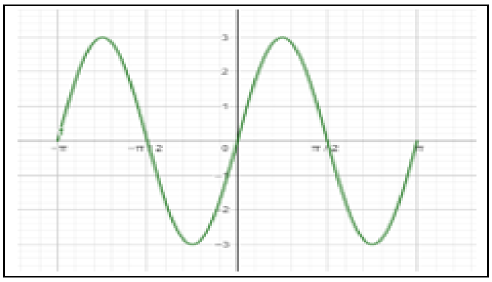
a) $f(x) = 2sen(2x)$
Imagem: [____ , ____]
Período: _________

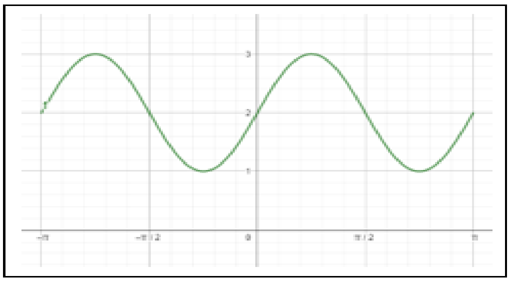
c) $f(x) = 1 + 2sen(6x - \pi)$
Imagem: [____ , ____]
Período: ________

b) $f(x) = 1 + sen\left(\frac{x}{2}\right)$
Imagem: [____ , ____]
Período: _________

d) $f(x) = 2 - 5sen\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{6}\right)$
Imagem: [____ , ____]
Período: _________

02. De acordo com os gráficos ligue cada gráfico a sua respectiva função

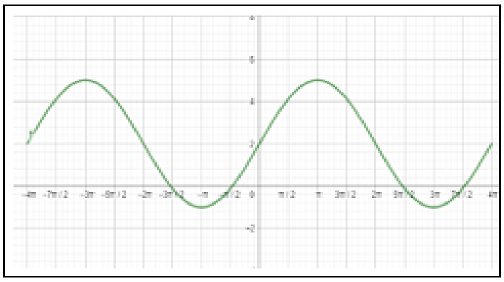




$f(x) = 2+3sen\left(\frac{x}{2}\right)$

$f(x) = 3sen(2x)$

$f(x) = 2+sen(2x)$



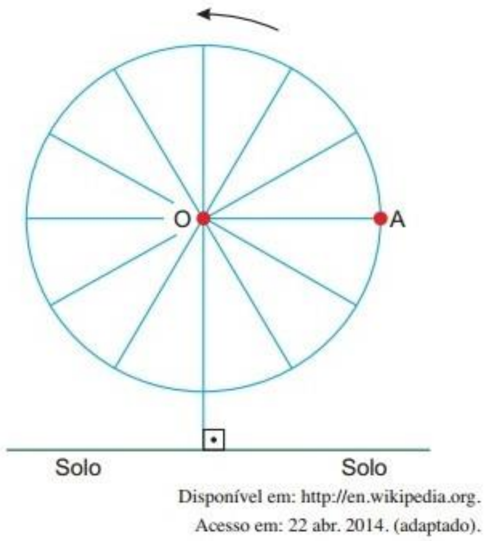
6.9 ATIVIDADE 09: reconhecendo os coeficientes a e b nas funções do tipo f(x) = a + b.sen(x)

Nessa atividade utilizou-se uma questão da prova do ENEM-2018, isso faz com que os alunos vejam tanto a aplicação das atividades propostas anteriormente como também uma aplicação na função seno no cotidiano.

> O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), avaliação de aprendizagem para os alunos egressos do Ensino Médio revela-se como uma fonte significativa para a obtenção de elementos relacionados a aprendizagens e não aprendizagens dos educandos, possuidores de diferentes componentes curriculares e de áreas de conhecimento (Núñez; Ramalho, 2012).

Em 2014 foi inaugurada a maior roda gigante do mundo, a *High Roller*, situada em Las Vegas. A figura representa um esboço dessa roda gigante, em que o ponto A representa uma de suas cadeiras:

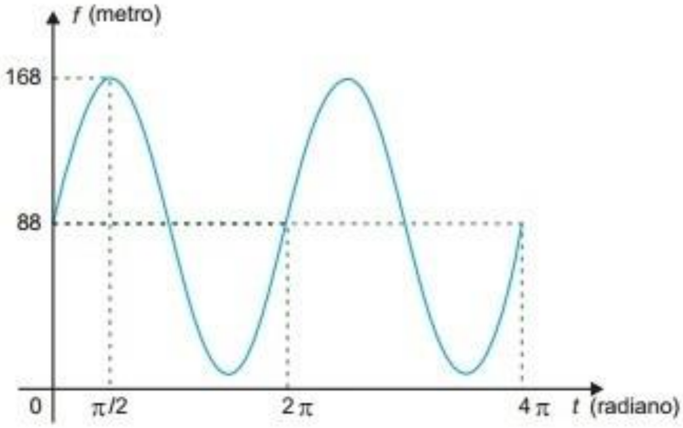
Figura 35 - Gráficos das funções do tipo f (x) = a + sen(x)



Fonte: Prova ENEM, 2018

A partir da posição indicada, em que o segmento OA encontra-se paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a *High Roller* no sentido anti-horário, em torno do ponto O. Sejam t o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e f a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de t. Após duas voltas completas, f tem o seguinte gráfico:

Figura 36 - Gráficos das funções do tipo f (x) = a + b.sen(x)



Fonte: Prova ENEM, 2018

A expressão da função altura é dada por:

a) f (t) = 80.sen(t) + 88

b) f (t) = 80.sen(t) + 78

c) f (t) = 88.sen(t) + 168

d) f (t) = 168.sen(t)

e) f (t) = 88.sen(t)

Nessa atividade o aluno observou que são tratadas expressões do tipo: f (x) = a + b.sen(x). Espera-se que o aluno analise o gráfico fornecido no enunciado e observe que a altura inicial, ou seja, a altura quando t = 0 é de 88 metros. Logo a equação da altura em função de t irá apresentar o 88 como o valor do coeficiente a, visto nas atividades anteriores, onde a função f (t) já pode ser estruturada parcialmente como f (t) = 88 + sen(t).

Além disso, percebe-se no gráfico que a diferença entre o valor máximo (168) e o valor inicial (88) é igual a 168-88 = 80, caracterizando assim o valor do coeficiente b da função, logo b = 80. Assim teremos como expressão correta f (t) = 88 + 80.sen(t). Com isso espera-se que o aluno marque como alternativa correta o item a, f (t) = 80.sen(t) + 88

Uma outra forma do aluno resolver a questão seria pelo método algébrico, em que:

Sabemos que a função assume valor máximo quando t = π/2. A função que assume valor máximo em π/2 é a função seno. Então, temos que:

$f(t) = A + B\text{sen}(t)$, quando $t = 0$ e $f(t) = 88$. $f(0) = A + B.\text{sen}(0)$

$$88 = A + B.0$$

$$88 = A$$

Conhecendo o valor de A, notamos que $f(\pi/2) = 168$.

$$f(\pi/2) = 88 + B\text{sen}(\pi/2)\ 168 = 88 + B.1$$

$$168 - 88 = B$$

$$80 = B$$

Então, a função altura é $f(t) = 80 + 88\text{sen}(t)$.

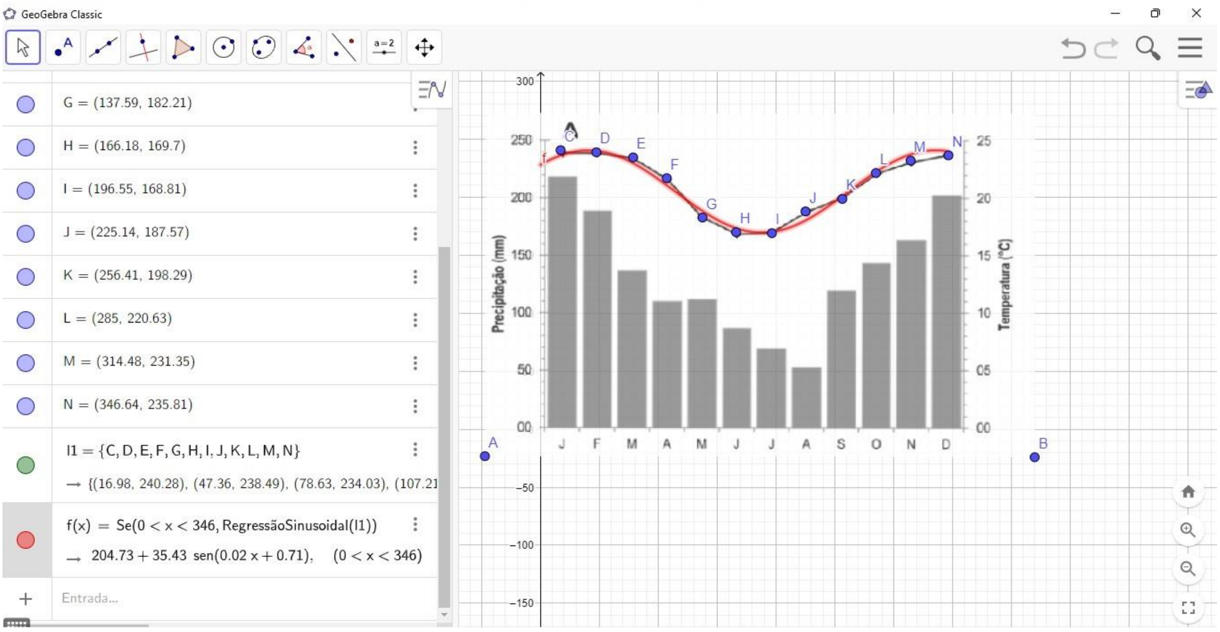
6.10 ATIVIDADE 10: aplicando a função seno em fenômenos periódicos da natureza

Nessa Atividade aplicou-se os conhecimentos adquiridos em todas as atividades anteriores, para que possamos entender a aplicação da função seno em alguns fenômenos da natureza. No caso da aplicação a seguir, destacamos o crescimento das plantas em função da temperatura. Texto base retirado do artigo, Periodicidade do crescimento de espécies arbóreas da Floresta Estacional Semidecidual no Sul do Brasil, dos autores: Marcela Blagitz, Paulo César Botosso, Edmilson Bianchini e Moacyr Eurípedes Medri, <http://www.alice.cnptia.embrapa.br/alice/handle/doc/1047226>, que com o auxílio do Geogebra pudemos modelar tal gráfico a uma curva que se assemelha com a função seno, atráves do comando Regressão Sinusoidal.

A regressão Sinusoidal é um caso particular de regressão do Geogebra, em que se tem uma variável dependente e uma variável independente, no qual o modelo matemático é da forma: $y = a + b.\text{sen}(cx + d)$. Isto significa que a relação existente entre y e x é uma curva e sua representação geométrica é uma senoide.

A função $f(x) = 204, 73 + 35, 43.\text{sen}(0,02x + 0,71)$ foi extraída dos trabalho de Blagitz et al. (2016), que foi aplicado no ambiente de trabalho do Geogebra, obedecendo todas as proporções para que não houvesse erro de informações. Logo após marcamos 12 pontos, cada um destes referente a um mês do ano, exatamente no ponto central, simétrico a cada barra do gráfico. Depois aplicamos o comando Regressão Sinusoidal para os doze pontos e obtivemos o modelo trigonométrico referente ao crescimento das plantas de espécies arbóreas da Floresta Estacional Semidecidual no Sul do Brasil.

Figura 37 - Modelo Trigonométrico do crescimento das plantas em função da temperatura



Fonte: Autor, 2023.

Com a apresentação e como desenvolver cada atividade da sequência didática proposta neste capítulo, damos continuidade e fazemos a análise de todas as atividades. Com isso tornando-se um componente essencial para a evolução constante e aprimoramento contínuo, destacando-se a importância de avaliar, aprimorar e intensificar processos que otimizem a aprendizagem do estudo da função seno.

7 ANÁLISE DAS ATIVIDADES

7.1 CARACTERÍSTICAS DO CAMPO DE INVESTIGAÇÃO

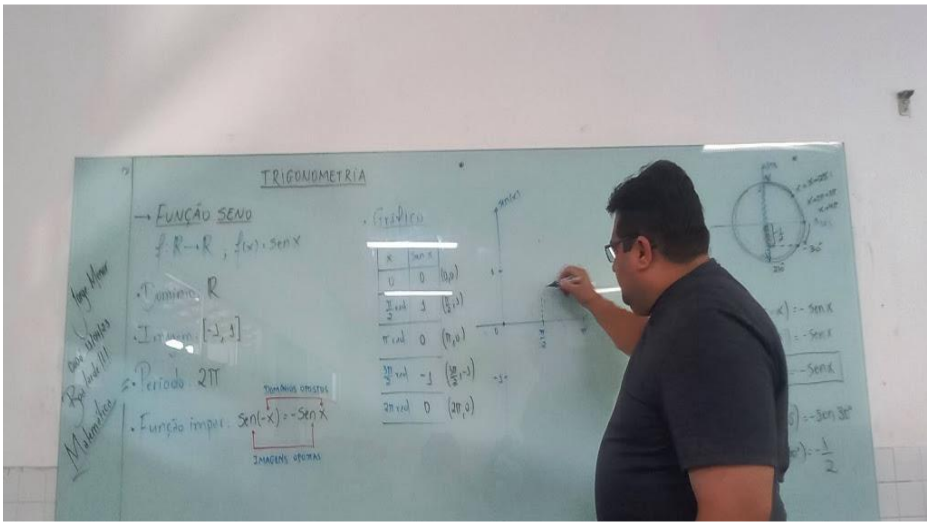
Essa pesquisa direciona sobre o Ensino Médio, com alunos da 2ª série deste nível, embora o estudo das funções seja visto na 1ª série do ensino médio, as funções Trigonométricas são vistas de maneira geral na 2ª série. Vejo que esse intervalo da transposição de conteúdos da 1ª para a 2ª série tende a propiciar um desgaste metodológico para tal conteúdo. Com isso justifica-se a necessidade de algumas disciplinas da área técnica usarem dois conteúdos matrizes, determinantes e sistemas lineares, não havendo espaço e tempo para a permanência da Trigonometria e nem das Funções Trigonométricas.

O caminho metodológico teve início em fevereiro de 2023, quando poderíamos fazer duas escolhas, ou começaríamos o ano letivo por Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares ou começaríamos por Trigonometria. Claro que a intenção foi começar por Trigonometria, mas mesmo assim o percurso até chegar às funções trigonométricas demorou um pouco. Ficou evidente que as colocações feitas na pesquisa com os professores, em que eles falaram que muitos alunos possuem dificuldades na parte básica da Matemática, de início os alunos tinham dificuldades de divisão, potenciação e operações básicas nas relações trigonométricas seno, cosseno e tangente. Então fizemos aplicações das relações trigonométricas no triângulo retângulo e aplicamos a primeira avaliação.

Iniciamos no mês de março com o estudo dos arcos, circunferência trigonométrica, medidas de arcos, transformação de graus em radiano e vice-versa. Abro aqui um parêntese da dificuldade dos alunos, confundir π radianos equivalente a 180º e adotar somente o valor de 3,14. Ainda no mês de março trabalhamos arcos côngruos e a ideia de periodicidade, quando falamos sobre algumas manobras que ocorrem no skate e no surf, como por exemplo, a manobra 900 que associa a um arco de 900º, que um atleta dá duas voltas e meia no ar em seu próprio eixo, já pensando nas atividades que seriam propostas na sequência didática.

Começamos a trabalhar, então, dando continuidade, falando sobre seno e cosseno no ciclo trigonométrico (representação, sinais em cada quadrante, valores notáveis e reduções ao primeiro quadrante), diante de todo conhecimento de seno e cosseno no ciclo trigonométrico trabalhamos a tangente no ciclo trigonométrico, fazendo um paralelo com seno e cosseno. Após a conclusão de todos esses assuntos fizemos a primeira avaliação bimestral.

No mês de abril já possuíamos conhecimento suficiente para apresentar aos alunos as funções trigonométricas. Iniciamos pela função seno e cosseno, quando foi revisada a definição de funções, daí aplicando as funções seno e cosseno, definimos domínio e imagem, periodicidade, paridade e gráfico de cada função.



Fonte: Arquivos do próprio autor, 2023.

Após as aulas de função seno e cosseno, trabalhamos a função tangente nos mesmos parâmetros que estudamos a função seno e cosseno. Após todo esse percurso metodológico chegou a hora de aplicarmos as sequências didáticas para os nossos alunos.

O universo de aplicação da sequência didática ocorreu no Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Maranhão – IFMA, campus Codó, com 50 alunos do 2º ano do ensino médio integrado do curso de Informática. O campus Codó possui atualmente quatro cursos de nível médio integrado: Agroindústria, Agropecuária, Meio Ambiente e Informática. Cada um desses cursos com uma turma de 1º, 2º e 3º ano. O motivo pelo qual escolhi o IFMA e tal turma é que é um dos locais onde trabalho. A estrutura que me é concedida, disponibilidade de mais horários com os alunos e a contribuição da pesquisa com os alunos de tecnologia da informática, amplia o horizonte de perspectivas científicas desses alunos.

O IFMA campus Codó possui atualmente quatro cursos técnicos integrados e integrais, que funcionam no período manhã e tarde.

- Técnico em Agroindústria
- Técnico em Agropecuária
- Técnico em Meio Ambiente
- Técnico em Informática

Possui três cursos integrados – educação de jovens e adultos (EJA)

- Técnico em Agroindústria
- Técnico em Comércio
- Técnico em Suporte e Manutenção em Informática

Possui seis cursos de graduação que funcionam em turnos específicos e diurnos

- Licenciatura em Matemática (noturno)
- Licenciatura em Ciências Biológicas (diurno)
- Licenciatura em Ciências Agrárias (diurno)
- Licenciatura em Química (noturno)
- Tecnologia em Alimentos (diurno)
- Bacharelado em Agronomia (diurno)

Dois cursos de Pós-graduação *Lato sensu* presenciais, que funcionam durante a noite.

- Curso de Pós-graduação *Lato sensu* em Metodologia do ensino de Ciências e Matemática
- Curso de Pós-graduação *Lato sensu*, em Agropecuária Sustentável

O Instituto Federal do Maranhão Campus Codó nasceu como Escola Agrotécnica Federal de Codó, que foi criada pela Lei nº 8.670, de 30 de junho de 1993. As atividades pedagógicas da então Escola Agrotécnica iniciaram em 1º de abril de 1997. O primeiro curso a ser implantado na instituição foi o de técnico em Agropecuária integrado ao ensino médio. A primeira turma concluiu o curso em 1999, com 89 alunos.

Em 29 de dezembro de 2008 por meio da Lei nº 11.892/2008, a Escola Agrotécnica Federal de Codó juntamente com o Centro Federal de Educação Tecnológica do Maranhão (CEFET-MA) e as Escolas Agrotécnicas de São Luís formaram o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IFMA). A partir dessa data, a instituição passou a se chamar IFMA Campus Codó.

A equipe de Matemática do IFMA, Campus Codó é composta de oito professores, sendo que seis deles possuem mestrado e dois são especialistas, dos seis que possuem mestrado três são da matemática Aplicada, e os outros três professores possuem mestrado na área de educação matemática, um especialista em metodologia do ensino de Matemática e um especialista em educação Matemática.

Esse registro é importante, pois denota a característica do ambiente e em seu respectivo tempo em que foi realizada a pesquisa e os agentes que participaram. A equipe dando condições de percepção de mudanças ocorridas durante o tempo e possíveis estudos comparativos. Estes registros indicam a importância de realizar investigações com o propósito de compreender os motivos pelos quais é essencial ter trabalhos acadêmicos voltados à caracterização do ambiente da pesquisa.

Outra informação importante que favorece o avanço da pesquisa de ensino sequencial com esta turma está relacionada à organização do tempo de estudo semanal - três horas consecutivas, das 13:00h às 15:45h das terças-feiras. Além disso, o professor também está disponível para reservar algum período do dia em que os alunos não assistem aula. Entre fevereiro e maio de 2023 houve a preparação dos alunos e em maio houve a realização da sequência didática.

O estudo foi conduzido ao longo de seis encontros, com duração de três horas cada, ministrados por mim nas tardes de terça-feira, das 13:00h às 15:45h. Seguindo o cronograma estabelecido, foram destinadas duas sessões para a primeira parte do estudo (atividades 01, 02 e 03), outras duas sessões para a segunda parte (atividades 04, 05, 06 e 07) e duas sessões para a terceira parte (atividade 8 e 9). Durante as atividades eu anotava manualmente as reações dos alunos enquanto eles respondiam às questões.

É importante ressaltar que durante as conversas informais com os alunos participantes desta pesquisa, eles afirmaram nunca ter tido experiência com aulas de Matemática em um ambiente com vídeos e datashow para ensinar matemática, tornando este estudo uma novidade para eles.

Almeida et al. (2014, p. 39) afirma que “o uso de novas tecnologias permite romper barreiras, uma vez que elas possibilitam o acesso mundial à informação e colocam o cidadão em contanto com diferentes conteúdos, linguagens e diversidades”. Dessa forma, a instalação e o uso de ambientes virtuais passam a ser imprescindíveis no direcionamento dos vários conteúdos a serem aplicados.

Além disso, uma informação relevante para essa investigação é o fato de que os alunos ainda não haviam estudado o conteúdo de Trigonometria no 1º ano do ensino médio, e o professor da série anterior considera essencial esse assunto para eles, porém por falta de tempo ele não ministrou tal conteúdo.

7.2 RECURSOS DA PESQUISA

A fim de tornar a sequência didática mais dinâmica, foram empregados ambientes distintos dos espaços de aula tradicionais: o Laboratório de ensino de matemática para mostrar os vídeos e o Laboratório de Informática, que tem capacidade para acomodar 15 computadores e acomoda 50 alunos. Nesse sentido, recursos tecnológicos essenciais como projetor, caixas de som, computadores e software Geogebra, foram utilizados, pois, com base na minha experiência, essas ferramentas seriam úteis para a apresentação dos vídeos.

Fonte: Arquivos do próprio autor, 2023.

O software escolhido foi o Geogebra, pois é uma ferramenta poderosa e versátil, que combina recursos de geometria, álgebra e cálculo em um único software. Sua importância pode ser destacada em várias áreas da educação, tanto para estudantes quanto para professores.

1) Aprendizagem visual e interativa: o Geogebra permite uma abordagem visual e interativa do ensino e aprendizagem da Matemática. Os estudantes podem explorar conceitos matemáticos de forma dinâmica, manipulando objetos geométricos e realizando experimentos virtuais. Isso facilita a compreensão dos conceitos abstratos e ajuda a tornar a matemática mais tangível.

2) Exploração de conceitos matemáticos: com o Geogebra, os estudantes podem explorar diferentes propriedades e relações matemáticas. Eles podem criar

construções geométricas, traçar gráficos de funções, analisar dados estatísticos e resolver equações, entre outras atividades. Isso promove a descoberta e o desenvolvimento do pensamento matemático, incentivando a investigação e o raciocínio lógico.

3) Integração de tecnologia e matemática: o Geogebra combina a tecnologia digital com o ensino da matemática, permitindo que os estudantes utilizem computadores, tablets ou smartphones para explorar conceitos matemáticos. Isso ajuda a tornar a matemática mais relevante e atual, conectando-a ao mundo digital em que vivemos.

4) Preparação de materiais didáticos: o Geogebra oferece uma ampla gama de recursos para criar materiais didáticos interativos. Os professores podem criar atividades personalizadas, construções geométricas, animações e apresentações para enriquecer suas aulas. Isto permite adaptar o conteúdo às necessidades específicas dos estudantes e tornar as aulas mais envolventes e motivadoras.

5) Colaboração e compartilhamento: o Geogebra possibilita a colaboração entre estudantes e professores. Os estudantes podem compartilhar suas construções, explorar trabalhos de outros colegas e colaborar em projetos matemáticos. Além disso, existe uma comunidade online ativa de usuários do Geogebra, na qual é possível compartilhar recursos, tirar dúvidas e trocar ideias.

Em resumo, o Geogebra desempenha um papel fundamental no ensino e aprendizagem da Matemática, proporcionando uma abordagem visual, interativa e exploratória dos conceitos matemáticos. Sua utilização permite aos estudantes desenvolver habilidades matemáticas, conectar a matemática com a tecnologia e promover uma aprendizagem significativa

7.3 ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A Sequência Didática está dividida em três partes: a 1ª parte corresponde ao rol das atividades 01 a 03, cujo intento é sensibilizar os alunos da existência dos fenômenos ondulatórios, e como estes podem ser descritos e compreendidos matematicamente por meio do estudo das funções trigonométricas; a 2ª parte corresponde ao manuseio do software Geogebra relacionando às atividades 04 a 07, objetivando a manipulação dos coeficientes; e por fim a 3ª parte, que tomará com aplicações em questões gerais e do ENEM, em que se observa diretamente as funções do tipo f(x) = a + b sen(cx + d) aos fenômenos ondulatórios com o Geogebra.

7.3.1 **Análise da 1ª parte**

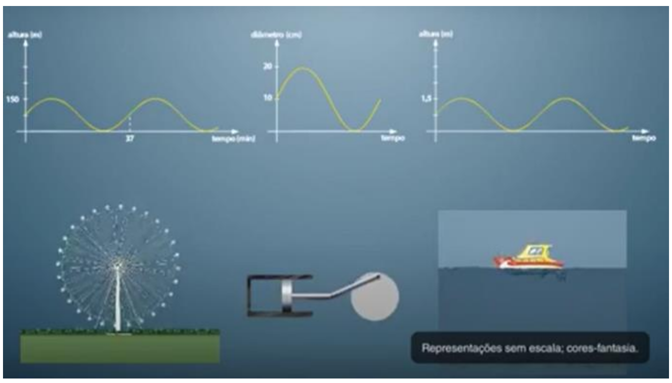
O propósito desta série de três atividades na Sequência Didática é proporcionar aos alunos uma introdução aos fenômenos naturais, de acordo com a teoria de Brousseau será o reconhecimento do *Milieu,* nos quais os movimentos ondulatórios podem ser representados matematicamente por meio da função seno.

7.3.1.1 Atividade 01

Presenciar a exibição de um vídeo em que os fenômenos naturais, como o "som", sejam ilustrados por meio de representações gráficas, que descrevem os movimentos ondulatórios (duração estimada: 90 minutos).

Um exemplo de uma das cenas apresentadas no filme que pode ser visualizado é sobre o fenômeno das marés, que mostra um esboço dessa representação. Os vídeos foram encontrados pelos links do You Tube: https://www.youtube.com/watch?v=-jzMLuaMtVs e https://www.youtube.com/watch?v=A1BVYbXyunc, em que os alunos puderam observar através de vídeos as inúmeras aplicações de fenômenos periódicos da natureza.

Para Moran (2005, p.02) “a inserção das tecnologias no ensino da matemática vem contribuindo cada vez mais com o processo ensino aprendizagem realizado pelos professores e alunos.” Dentre essas tecnologias está a mídia vídeo, que com o grande acesso à internet, vem se destacando como material didático no ensino, apresentando um conteúdo constituído por imagens, sons, texto escrito, efeitos, citações, dentre outros elementos que a compõe, envolvendo diferentes modos de linguagens.



Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=A1BVYbXyunc

Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=-jzMLuaMtVs

Nessa situação, o propósito da atividade 01 foi mostar aos alunos a aplicação dos conceitos trigonométricos na solução de problemas do cotidiano. Para alcançar esse objetivo, utilizou-se o recurso audiovisual de um vídeo que apresentava representações gráficas e animações dinâmicas da função trigonométrica seno. Essas visualizações foram disponibilizadas aos alunos por meio do material fornecido pela instituição, facilitando a compreensão da situação proposta pelo professor.

O professor espera, dessa maneira, que o aluno estabeleça uma conexão entre os momentos em que o som das vozes é captado e sua representação gráfica no computador, relacionando-os à temática dos gráficos de funções.

7.3.1.2 Atividade 02

A atividade 02 com o auxílio do Geogebra defina a função f(x) = b.sen(x) e observe o comportamento desse gráfico. Essa atividade foi elaborada com base nas imagens do programa mencionados, e os exemplos desses simuladores são exibidos nas figuras fornecidas a seguir.

Figura 38 - Comportamento do coeficiente b na função f(x) = b.sen(x)

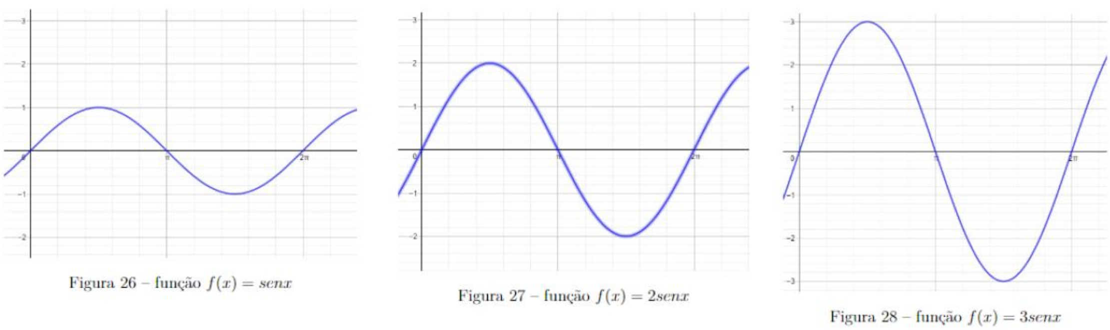
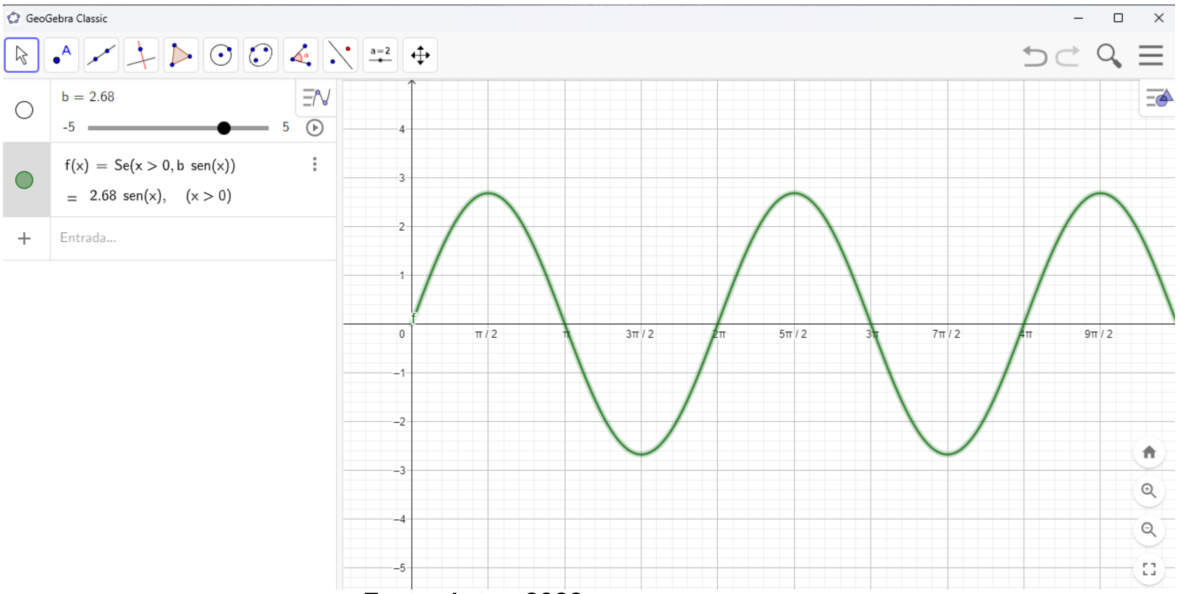


Figura 39 - Comportamento do coeficiente b na função f(x) = b.sen(x), com o temporizador



Fonte: Autor, 2023.

O temporizador permite que você defina intervalos de tempo para que certas ações ocorram em sequência, proporcionando uma visualização dinâmica das transformações e movimentos de objetos geométricos ou algébricos. Com o temporizador, é possível criar animações interativas e explorar diferentes cenários em uma construção matemática.

Nesse contexto, o objetivo da atividade 02 foi introduzir aos alunos recursos avançados que permitem a visualização dinâmica de várias representações gráficas das funções trigonométricas. Ao mesmo tempo, permitiu-lhes interagir e manipular essas representações, estimulando a formulação de hipóteses e a exploração ativa do conteúdo.

Para Moran (2015, p.24) “o que a tecnologia traz hoje é a integração de todos os espaços e tempos. O ensinar e aprender acontece numa interligação simbiótica, profunda, constante entre o que chamamos mundo físico e mundo digital”. As tecnologias permitem, a visibilização do processo de aprendizagem de cada um e de todos os envolvidos. Mapeiam os progressos, apontam as dificuldades, podem prever alguns caminhos para os que têm dificuldades específicas (plataformas adaptativas).

Para viabilizar a consecução da situação proposta, o material utilizado pelo aluno consistiu em um laboratório de informática e o software mencionado anteriormente. Desde o início, mesmo que o aluno não tenha percebido e de maneira intuitiva ele já estava em contato com um conjunto de conceitos relacionados ao objeto de ensino, tais como plano cartesiano, coordenadas de um ponto no plano, simetria, noção do coeficiente b e a variação da imagem da função e a utilização de software.

Dessa forma, o professor, na posição de observador, espera que o aluno estabeleça conexões entre as cenas do vídeo e as potenciais deformações nos gráficos das funções, que surgem a partir de suas próprias manipulações. Além disso, espera-se que o aluno formule conjecturas sobre o significado da amplitude, deformação vertical do gráfico, valores máximos e mínimos.

7.3.1.3 Atividade 03

A atividade 03 com o auxílio do Geogebra defina a função f(x) = a+sen(x) e observe o comportamento desse gráfico. Essa atividade foi elaborada com base nas imagens do Geogebra, e os exemplos desses simuladores são exibidos nas figuras fornecidas a seguir.

Figura 40 - Comportamento do coeficiente a na função f(x) = a + sen(x)

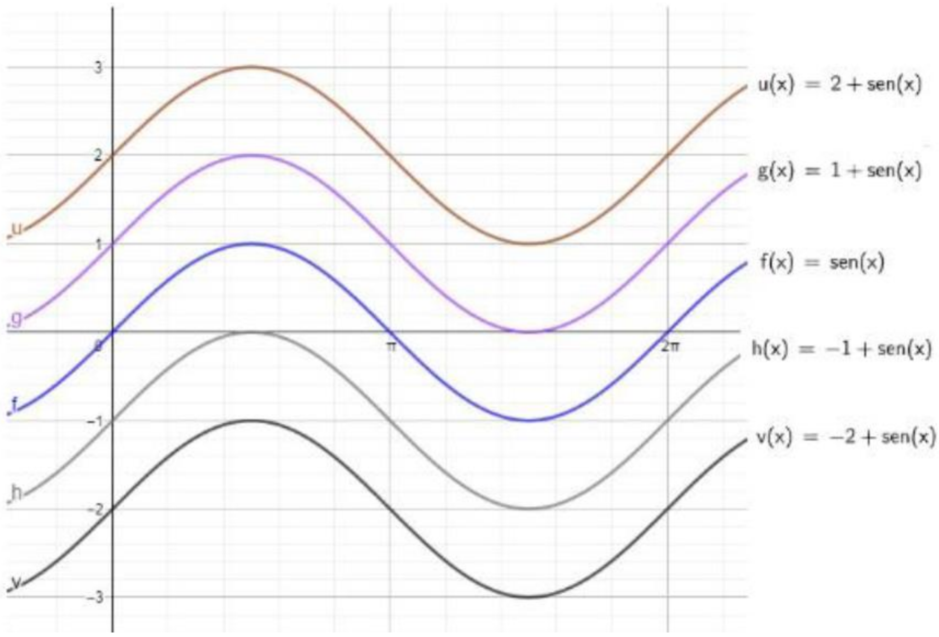
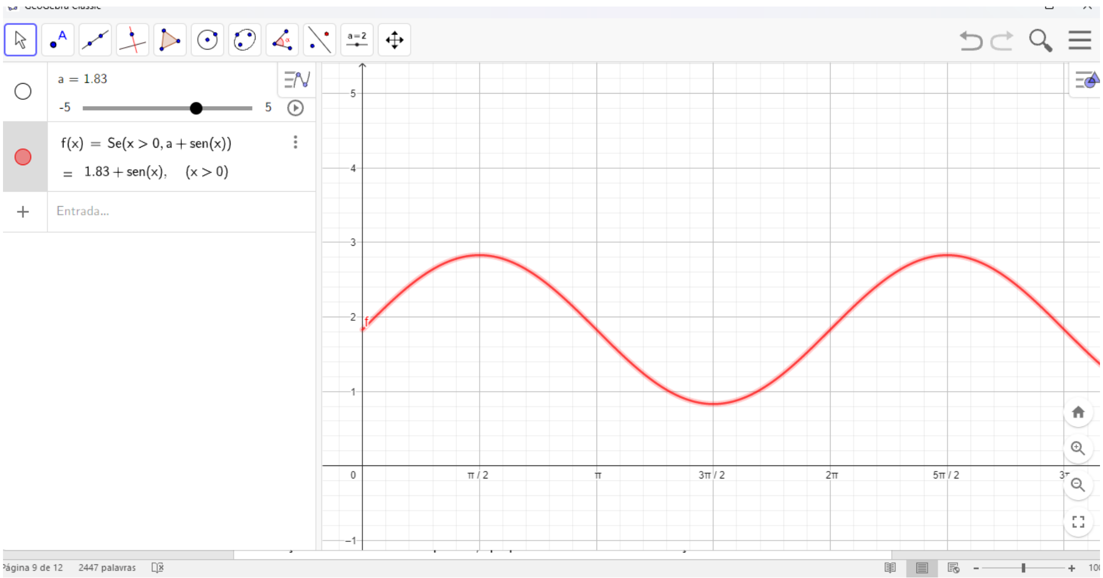


Figura 41 - Comportamento do coeficiente a na função f(x) = a.sen(x), com o temporizador



Nesse contexto, o objetivo da atividade 03 foi introduzir aos alunos recursos avançados que permitem a visualização dinâmica de várias representações gráficas das funções trigonométricas. Ao mesmo tempo, permitiu-lhes interagir e manipular essas representações, estimulando a formulação de hipóteses e a exploração ativa do conteúdo.

A fim de possibilitar a realização da atividade proposta 03, o aluno utilizou o laboratório de informática, o Geogebra, e as listas de atividades impressas, desde o início, mesmo que o aluno não tenha percebido de forma consciente, ele já estava familiarizado intuitivamente com um conjunto de conceitos relacionados ao tema abordado. Nesse caso espera-se que o aluno já possa ter percebido o deslocamento vertical do gráfico da função f(x)=sen(x), sendo sinais positivos associados ao coeficiente a com o deslocamento para cima e sinais negativos associados ao coeficiente a um deslocamento para baixo.

7.3.1.4 Atividade 04

A atividade 04 com o auxílio do Geogebra tem como propósito definir funções do tipo f(x) = a+ b.sen(x) e observar o comportamento desse gráfico em relação aos coeficientes a e b, juntos na mesma expressão, diferente das atividades 02 e 03 em que estes coeficientes estavam sendo trabalhados de maneira isolada. Essa atividade foi elaborada com base nas imagens do Geogebra, e os exemplos desses simuladores são exibidos nas figuras fornecidas a seguir.

Figura 42 - Comportamento dos coeficientes a e b na função f(x) = a + b.sen(x)

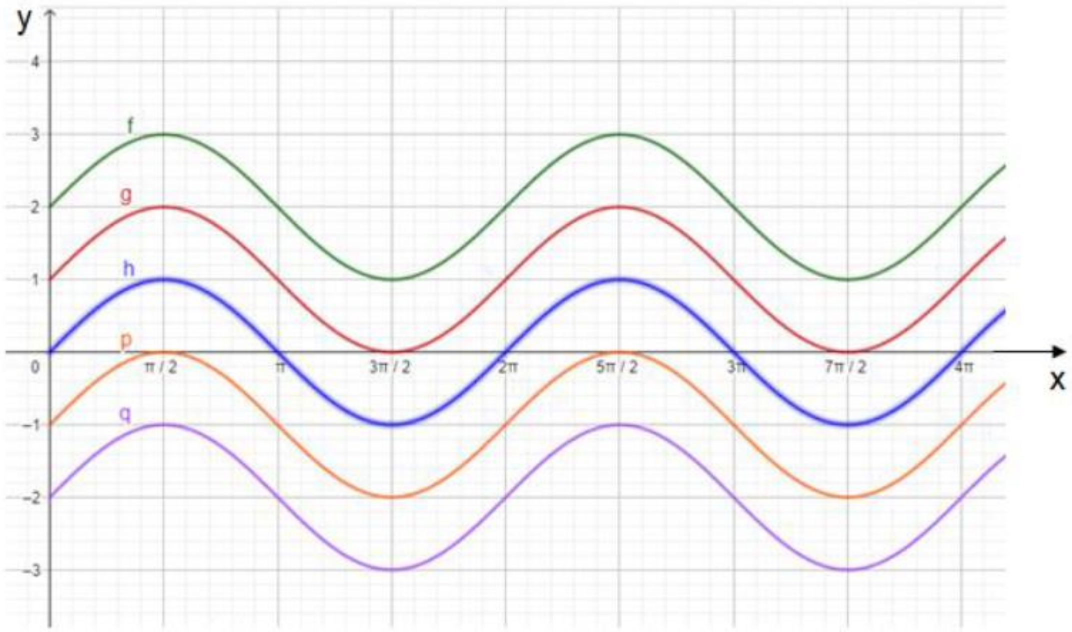
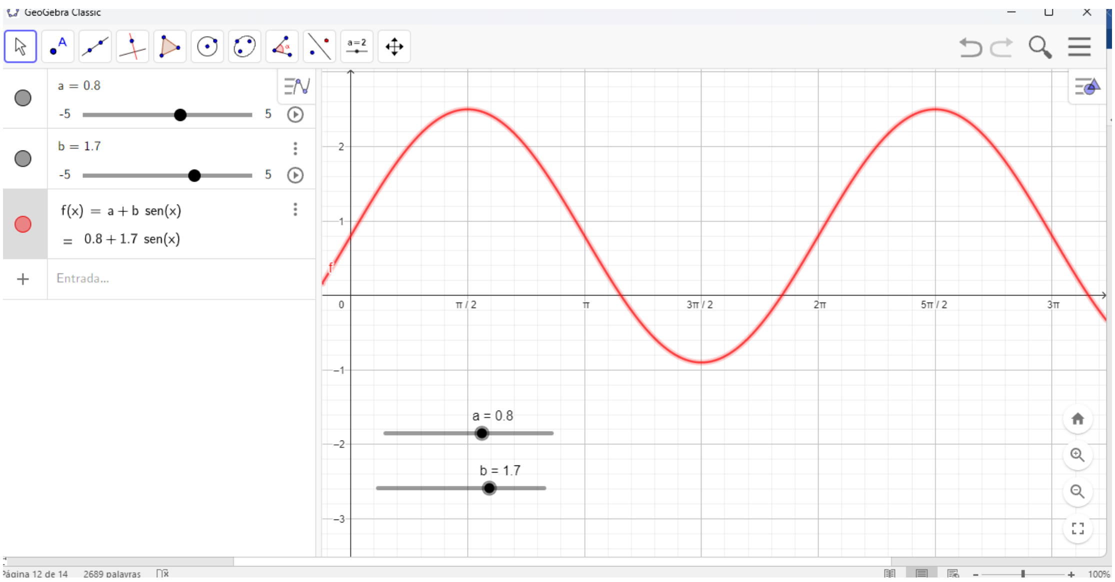


Figura 43 - Comportamento do coeficiente a na função f(x) = a+b.sen(x), com o temporizador



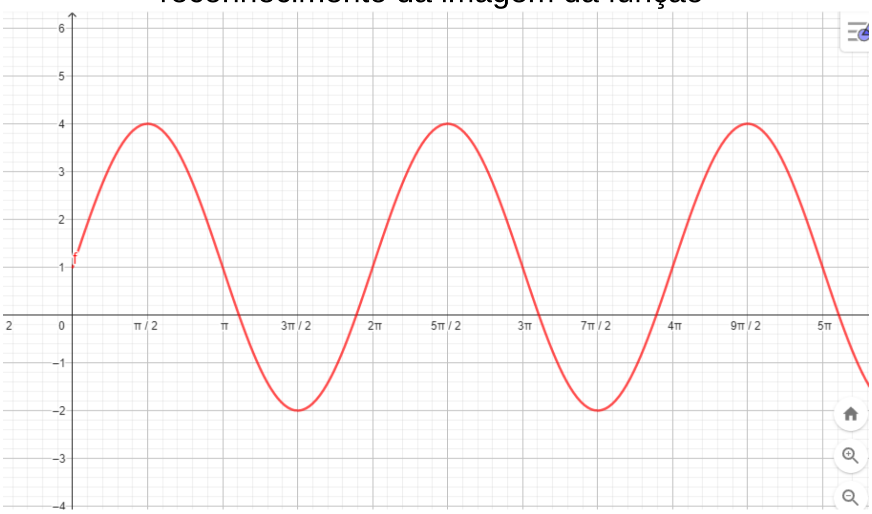
Dentro desse cenário, a finalidade das atividades 04 e 05 foi apresentar aos estudantes recursos avançados que possibilitam a visualização dinâmica de diversas representações gráficas da função seno. Paralelamente, permitiu-lhes interagir e manipular essas representações com o temporizador, estimulando a formulação de suposições e a exploração ativa do conteúdo.

Para permitir a execução da atividade proposta 04, o aluno continuou com o uso do laboratório de informática, com o software Geogebra e as listas de atividades impressas. Nesse caso, esperava-se que o aluno já tivesse observado como os coeficientes a e b poderiam alterar o gráfico e a relação entre estes coeficientes. Eles iriam utilizar conhecimentos adquiridos nas atividades 02 e 03 para dar continuidade à sequência de atividades, no desejo dos alunos perceberem nessa atividade que o valor do coeficiente *a* coincide exatamente com o ponto em que o gráfico toca o eixo y, eixo das ordenadas. Deste modo, o valor do coeficiente *a* está diretamente ligado ao coeficiente *b*, sendo o coeficiente *a* o ponto médio dos valores máximos e mínimos da função, representados por *b* ou que o valor de *a* é a média aritmética entre os valores máximos e mínimos da função.

7.3.1.5 Atividade 05

A atividade 05 tem como objetivo o reconhecimento da imagem dos gráficos do tipo f(x) = a + b(senx). Sabendo que a imagem da função seno varia de -1 a 1 e substitui a expressão “senx” ora por -1, ora por 1, definindo valores máximo e mínimos em cada item. Com isso o aluno terá uma relação direta da função com os coeficientes “a” aditivo e “b” multiplicativo envolvendo somente multiplicações e suas respectivas imagens.

Figura 44 - Plotagem do gráfico da função f(x) = a+b.sen(x) no Geogebra para o reconhecimento da imagem da função

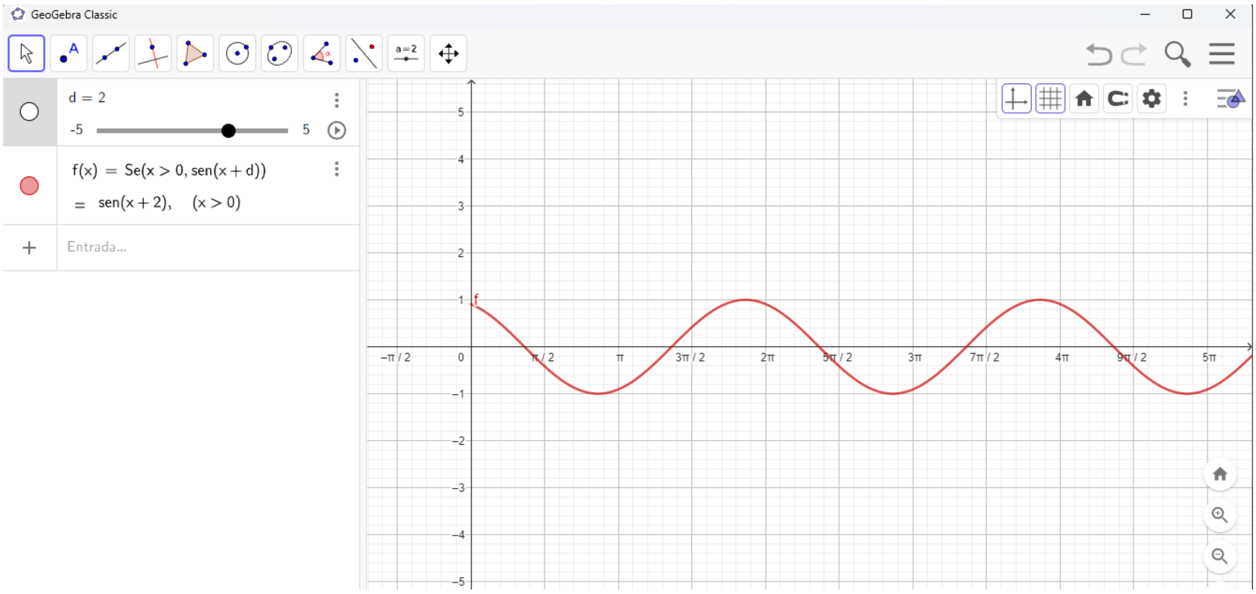


Com isso o aluno terá condições de definir algebricamente a imagem da função seno e conferir o resultado obtido no próprio gráfico da função. Uma observação importante dessa atividade, essa substituição das expressões sen(x) ora por 1 e ora por -1, definindo a imagem sem a necessidade, mais uma vez, do uso de propriedades e definições.

7.3.1.6 Atividade 06

A atividade 06 teve por objetivo a percepção do aluno com o coeficiente “d” da função f(x) = a+b.sen(cx + d). Esperava-se que o aluno observaria a movimentação horizontal do gráfico, e seu deslocamento para a direita ou pra esquerda. Nesse caso a atividade foi apenas de maneira visual com a utilização do Geogebra. Nesse momento os alunos já se sentiam cansados com a aplicação e alguns já não estavam com a atenção necessária para o desenvolvimento da atividade, porém conseguimos finalizar esta atividade e eles apenas fizeram as considerações em relação ao coeficiente “d” da função.

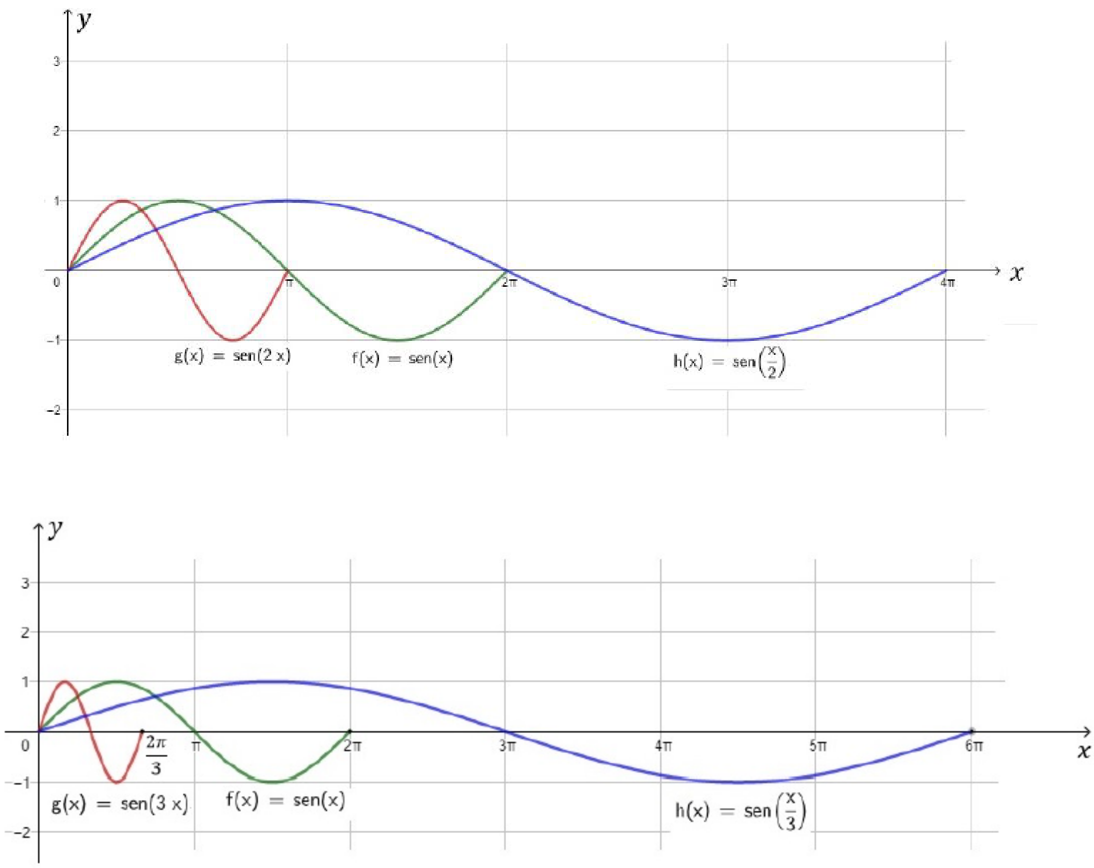
Figura 45 - Plotagem do gráfico da função f(x) = sen(x+d) no Geogebra para o reconhecimento da translação horizontal do gráfico.



7.3.1.7 Atividade 07

O intuito da atividade 07, utilizando o Geogebra como suporte, é definir funções do tipo f(x) = sen(cx) e analisar o comportamento do gráfico em relação ao coeficiente c. Essa atividade foi criada com base nas imagens do Geogebra e em lista de atividades e os exemplos desses simuladores são ilustrados nas figuras fornecidas a seguir.

Figura 46 - Comportamento dos coeficientes c na função f(x) = sen(cx)



Nessa atividade era esperado que os estudantes identificassem as características entre os valores de "c" e o comportamento do gráfico, inicialmente no intervalo de [0; 2π], que determina uma forma de “comprimir” ou “esticar” das funções consideradas, dependendo dos valores associados a “c”. A ideia inicial era perceber que quanto maior for o valor de “c” mais o gráfico “comprimia” e quanto menor o valor de “c” mais ele “esticava”.

Além disso foi utilizada a ideia de acompanhar “x” na forma de multiplicar ou dividir, incidindo diretamente no período da função. A utilização desses termos tem como principal objetivo de o aluno não lembrar de fórmulas para a definição do período da função, se encolhe o valor que acompanha x será um termo multiplicativo e se o gráfico estica o valor que acompanha x é um número que divide x.

Além disso nessa atividade, após eles perceberem o comportamento do gráfico em relação ao período da função e o coeficiente “c”, foi feita uma atividade que ligava a função ao seu período sem olhar para os gráficos da página anterior.

7.3.2 **Análise da 2ª parte**

A segunda parte do *Milieu* é a concretização, a institucionalização do conhecimento que os alunos adquiriram durantes as sete atividades propostas. São atividades gerais e de aplicações a fenômenos periódicos da natureza que contemplam todos os conhecimentos e práticas exercidas na primeira parte da nossa pesquisa.

7.3.2.1 Atividade 08

Esta atividade tratou de uma maneira direta de reconhecimento da imagem e período da função trigonométrica seno, a partir de expressões gerais e através dos gráficos.

Figura 47 - Reconhecimento da imagem e período da função a partir de expressões algébricas.

01. De acordo com as expressões determine a imagem e o período das seguintes funções.

a) $f(x) = 2sen(2x)$

Imagem: [____ , ____]

Período: _________

b) $f(x) = 1 + sen\left(\frac{x}{2}\right)$

Imagem: [____ , ____]

Período: _________

c) $f(x) = 1 + 2sen(6x - \pi)$

Imagem: [____ , ____]

Período: ________

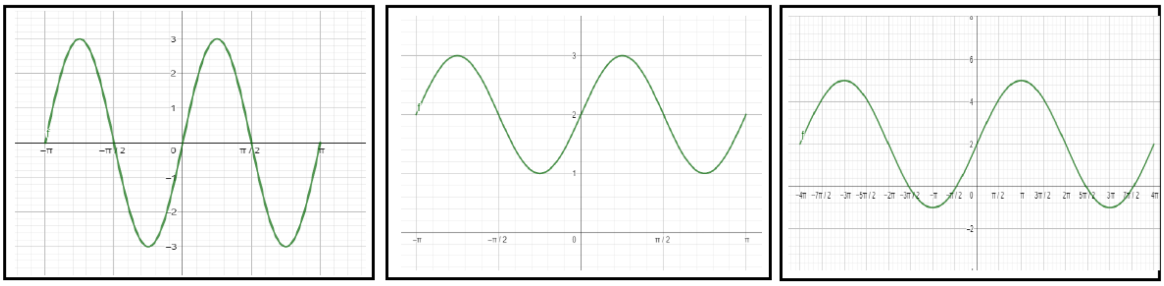
d) $f(x) = 2 - 5sen\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{6}\right)$

Imagem: [____ , ____]

Período: _________

Figura 48 - Reconhecimento da imagem e período da função a partir de gráficos da função seno

02. De acordo com os gráficos ligue cada gráfico a sua respectiva função

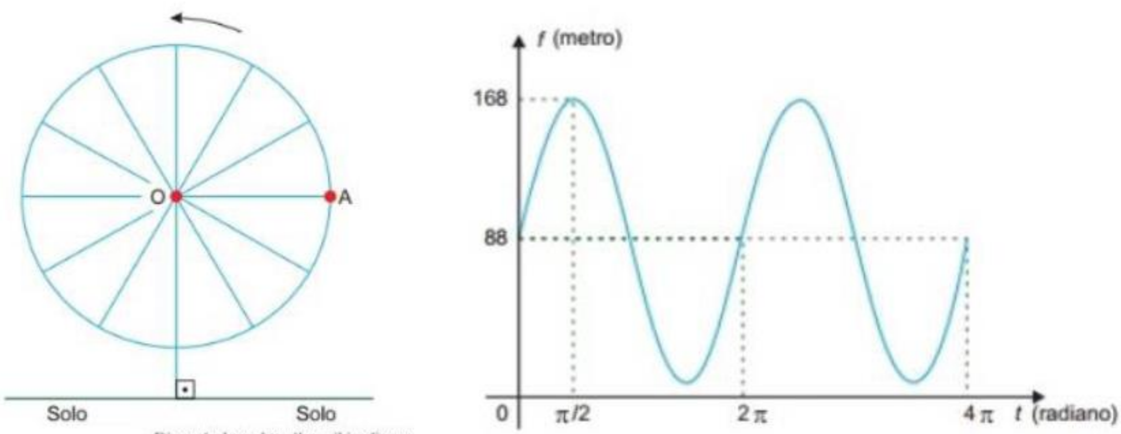


$f(x) = 2+3sen\left(\frac{x}{2}\right)$ $\quad$ $f(x) = 3sen(2x)$ $\quad$ $f(x) = 2+sen(2x)$

7.3.2.2 Atividade 09

A atividade 09 teve como objetivo a resolução de uma questão do ENEM 2018, em que o aluno tinha que a partir do gráfico associado ao movimento de uma roda gigante que é um fenômeno periódico, determinar os coeficientes a e b da função e chegar até a expressão que está associada aquele movimento.

Figura 49 - Reconhecimento dos coeficientes a e b da função a partir de gráficos de fenômenos da natureza

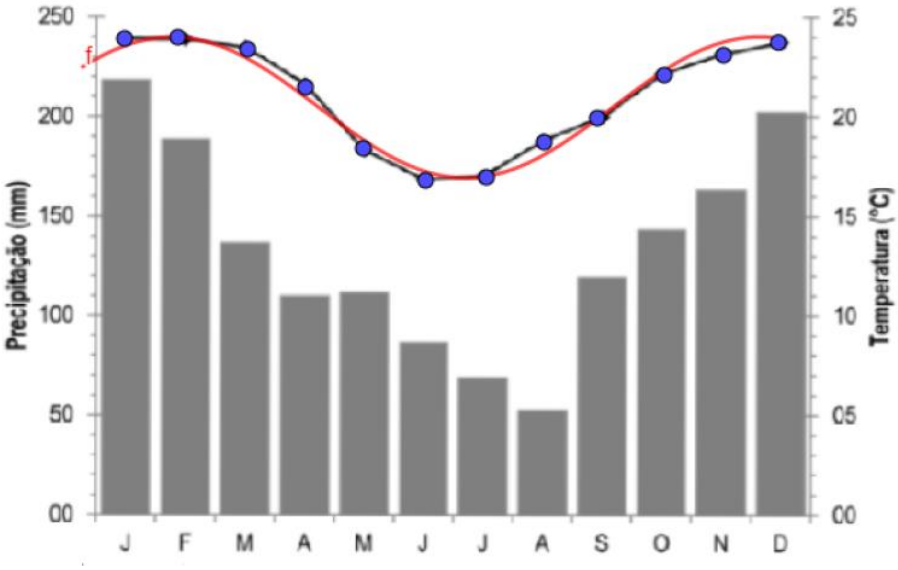


Disponível em: http://en.wikipedia.org.
Acesso em: 22 abr. 2014. (adaptado).

7.3.2.3 Atividade 10

O objetivo desta atividade foi reconhecer os coeficientes a, b, c e d através de um fenômeno periódico da natureza. No caso da atividade 10 foi a relação entre o volume de chuva e a temperatura nos meses do ano. Mostrando a periodicidade do crescimento de espécies arbóreas da Floresta Estacional Semidecidual no Sul do Brasil.

Figura 50 - Crescimento de espécies arbóreas da Floresta Estacional Semidecidual no Sul do Brasil, onde a precipitação (mm) está em função da temperatura (ºC).



Ao concluirmos este capítulo, é importante destacar que as atividades propostas foram estrategicamente desenhadas com o propósito de alcançar objetivos específicos no contexto do ensino da Função Seno. Cada atividade foi cuidadosamente planejada para promover uma compreensão mais profunda do tema, estimular a participação ativa dos estudantes.

No próximo capítulo adentramos na análise detalhada dessas atividades. Examinamos a eficácia de cada uma em relação aos objetivos estabelecidos, considerando o engajamento dos alunos, a assimilação dos conceitos e a aplicação prática do conhecimento adquirido. A análise crítica das atividades serve como base para a reflexão sobre os resultados obtidos, permitindo uma avaliação mais aprofundada do impacto do nosso enfoque metodológico no processo de ensino aprendizagem da Função Seno.

8 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste estudo conduzimos a pesquisa dentro da instituição em que desempenho minhas atividades profissionais, focalizando especificamente na turma que leciono, do 2º ano do ensino médio integrado ao curso de Informática. Assim facilitando a utilização de recursos computacionais, ao tempo que me apresentei como mestrando do programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática pela UEPA, e o momento ao qual eu deveria aplicar tal pesquisa com a turma. Não tivemos impasse nem por parte dos alunos e nem por parte da instituição, pelo contrário a ideia de aplicar a pesquisa na instituição favorece a novas práticas de ensino.

Logo após a aplicação de todas as atividades da SD a escolha das respostas teve um rigor bastante crítico, isso para garantir a qualidade e a eficácia do trabalho. Foi dada preferência a respostas que se baseiam em evidências sólidas. Cada resposta escolhida está diretamente ligada aos objetivos do trabalho. Escolhemos respostas que contribuíram para responder à pergunta de pesquisa ou atingir os objetivos estabelecidos, sendo respostas coerentes entre si e com isso formar um texto consistente, aumentando a contribuição deste trabalho para o campo em estudo.

8.1 1ª ATIVIDADE

Iniciamos a aula colocando aos alunos os propósitos da pesquisa, indicando que naquele momento daríamos início à etapa prática e à sua importância. Os resultados dessa pesquisa desempenham um papel fundamental na expansão e continuidade do conhecimento, na resolução de situações problemas e na tomada de decisões frente aos possíveis desafios propostos.

Para corroborar as ideias de Moran (2015, p.19):

> As metodologias precisam acompanhar os objetivos pretendidos. Se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de materiais relevantes. Se queremos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa.

Com o objetivo de estabelecer diretrizes claras, algumas condições (regras) foram estipuladas para os alunos: as atividades seriam realizadas em duplas, permitindo interação entre os participantes, seria realizado o registro fotográfico das aulas com o intuito de documentar o comportamento das duplas, isso com as suas devidas deliberações. O encerramento da atividade ocorreria levando-se em conta os resultados discutidos verbalmente e escritos na atividade repassada a cada dupla, seguido pelo encerramento formal, realizado pelo pesquisador.

Assim a atividade 01 foi proposta com a aplicação de dois vídeos e um texto motivador, ao qual ao final eles deveriam classificar um conjunto de fenômenos naturais e conceituar o que seria fenômenos periódicos da natureza. Um ponto importante a ser destacado no ocorrido da aula foi a colocação feita por mim que existe diferença entre definição e conceito, ao qual queríamos o conceito de fenômenos periódicos.

No Dicionário Aurélio Século XXI, conceito, entre suas muitas acepções, significa “representação de um objeto pelo pensamento, por meio de suas características gerais”. Ainda segundo o mesmo autor, um conceito é uma ideia, ou seja, a “representação mental de uma coisa concreta ou abstrata” ou “os objetos de pensamento enquanto pensados”. Se pesquisarmos o verbo definir, entre seus significados encontramos um que se aproxima de conceito: “enunciar os atributos essenciais e específicos (de uma coisa), de modo que a torne inconfundível com outra”. (Mesma fonte).

Para Brousseau (2008), essas regras constituem-se em um contrato didático que, para ele representa um conjunto de cláusulas que regem as interações entre aluno, professor e saber. Portanto, as expectativas do professor em relação ao aluno, o sistema de avaliação, a postura do aluno, entre outras variáveis, faz todas, parte do contrato didático estabelecido pelo professor.

Então podemos observar alguns grupos que fizeram seus devidos conceitos sobre fenômenos periódicos, a partir dos vídeos e texto motivador da atividade 01.

Figura 51 - Recorte 01: Protocolo 01 – resposta da dupla 06

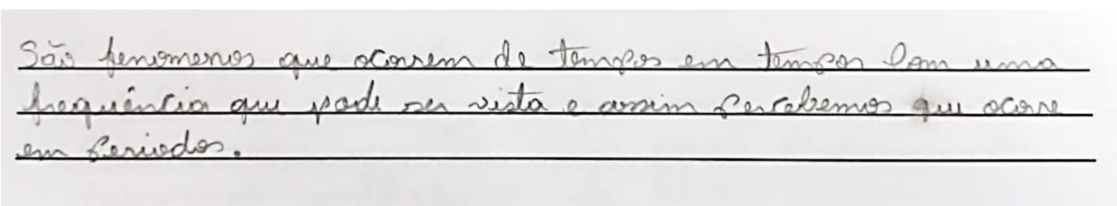

São fenômenos que ocorrem de tempos em tempos com uma frequência que pode ser vista e assim percebemos que ocorre em períodos.

Figura 52 - Recorte 02: Protocolo 01 – resposta da dupla 18

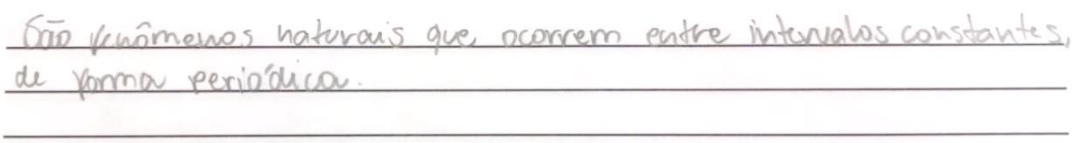
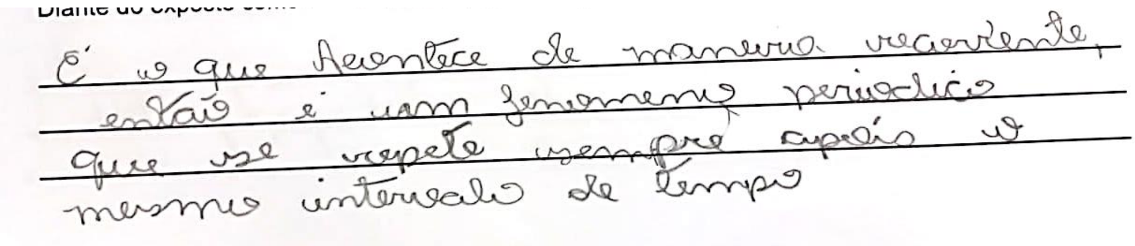
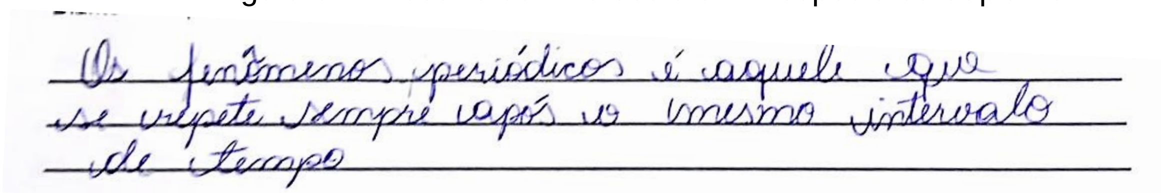

São fenômenos naturais que ocorrem entre intervalos constantes, de forma periódica.

Figura 53 - Recorte 04: Protocolo 01 – resposta da dupla 08


É o que Acontece de maneira recorrente, então é um fenômeno periódico que se repete sempre após o mesmo intervalo de tempo

Diante do exposto da atividade 01 percebemos que apenas dois grupos não conseguiam conceituar fenômenos periódicos a partir do texto, correspondendo a 8% do total de participantes.

Figura 54 - Recorte 05: Protocolo 01 – resposta da dupla 19


Os fenômenos periódicos é aquele que se repete sempre após o mesmo intervalo de tempo

8.2 2ª ATIVIDADE

A atividade 02 foi aplicada nos mesmos moldes da atividade anterior, em um período de tempo de 1 hora e 30 minutos no laboratório do ensino de Matemática do IFMA campus Codó. As mesmas duplas continuaram nessa atividade e demos início à atividade, distribuindo as folhas de registro para cada dupla. Após a distribuição com o auxílio de um datashow e notebook, mostramos a função do tipo f(x) = b.sen(x) com o auxílio do Geogebra.

O comando Temporizador serviu para criar animações e realizar ações em um determinado intervalo de tempo. Esperava-se que os alunos percebessem a função do coeficiente b na função, que no sentido bem direto seria de influenciar diretamente na imagem da função, havendo uma “dilatação” vertical do gráfico da função sen(x), assim podemos observar alguns resultados.

Figura 55 - Recorte 06: Protocolo 02 – resposta da dupla 02

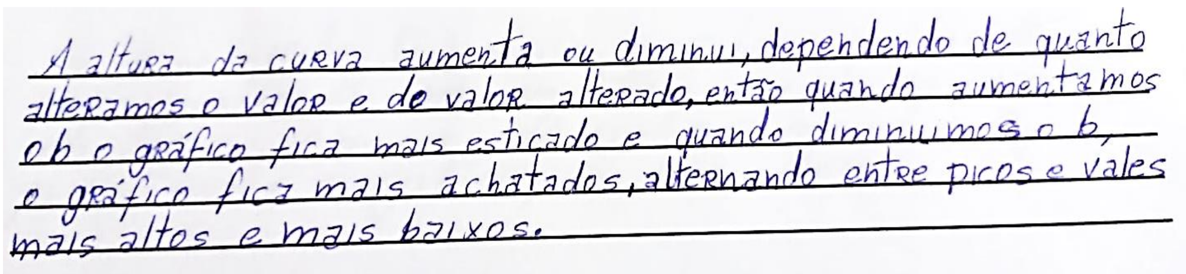

A altura da curva aumenta ou diminui, dependendo de quanto alteramos o valor e do valor alterado, então quando aumentamos o b o gráfico fica mais esticado e quando diminuimos o b, o gráfico fica mais achatados, alternando entre picos e vales mais altos e mais baixos.

Figura 56 - Recorte 07: Protocolo 02 – resposta da dupla 10

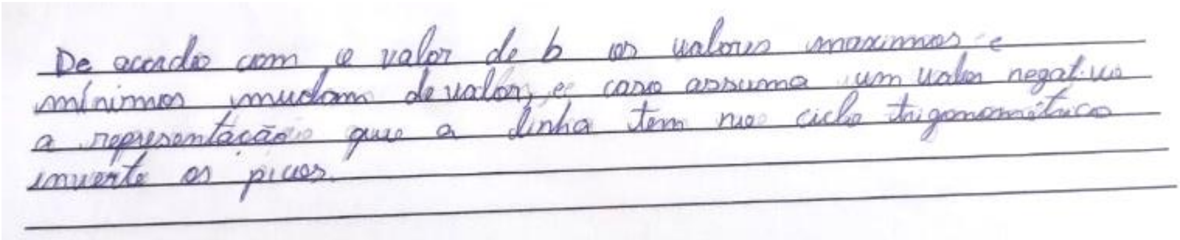
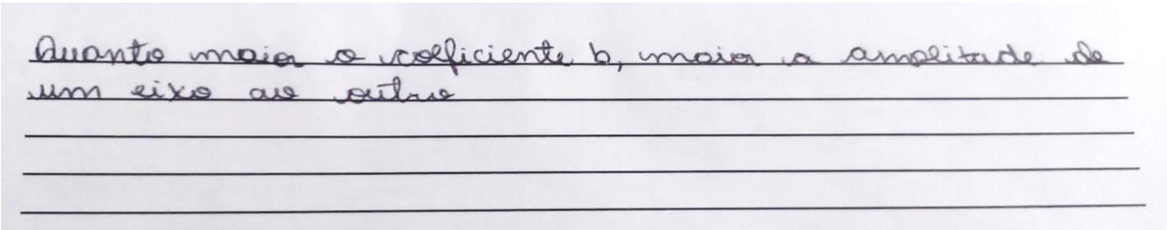
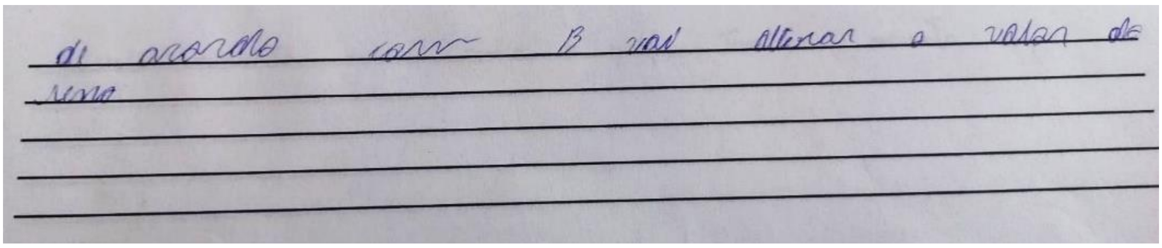

De acordo com o valor de b os valores maximos e minimos mudam de valor, e caso assuma um valor negativo a representação que a linha tem no ciclo trigonometrico inverte os picos.

Figura 57 - Recorte 08: Protocolo 02 – resposta da dupla 13


Quanto maior o coeficiente b, maior a amplitude de um eixo ao outro

As repostas das figuras 55, 56 e 57 demonstram que o objetivo da atividade 02 foi alcançado, pois de início gostaríamos apenas que o aluno observasse essa alteração vertical e do gráfico em relação ao coeficiente b. Fiquei surpreso com a dupla 10, que já percebeu a ideia de valores máximos e mínimos que a função assume. Uma única dupla, no entanto, não fez considerações que pudéssemos perceber a evolução do seu conhecimento em relação ao coeficiente b na função.

Figura 58 - Recorte 08: Protocolo 02 – resposta da dupla 05


de acordo com B vai alterar o valor de seno

Ao levar em consideração que todos os alunos responderam a atividade 02 e apenas a dupla 05 não mostrou uma resposta que pudéssemos avaliar seu conhecimento, de maneira geral a atividade 02 foi bastante satisfatória do ponto de vista visual. Ao final do recebimento de todas as atividades buscamos uma discussão sobre a função do coeficiente b e todos entenderam a sua funcionalidade na expressão f(x) = b.sen(x).

8.3 3ª ATIVIDADE

A terceira atividade foi conduzida de forma semelhante à atividade anterior, realizada no laboratório de ensino de Matemática do IFMA campus Codó, com uma duração de 1 hora e 30 minutos. As mesmas duplas foram mantidas para essa atividade e começamos distribuindo o material para cada dupla. Em seguida, utilizamos um projetor e um notebook para mostrar a função f(x) = a + sen(x) com o auxílio do Geogebra.

Prosseguimos com o uso do comando temporizador do Geogebra. O objetivo era que os alunos compreendessem o papel do coeficiente "a" na função, que de forma direta afeta no gráfico da função, resultando em uma "Movimentação" vertical do gráfico da função sen(x) e o ponto onde o gráfico toca o eixo y (eixo das ordenadas). Dessa forma, pudemos observar alguns resultados durante a atividade.

Figura 59 - Recorte 10: Protocolo 03 – resposta da dupla 02

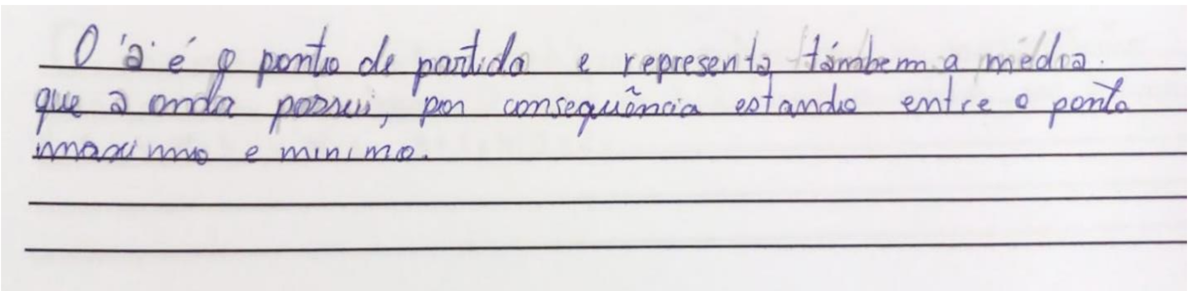
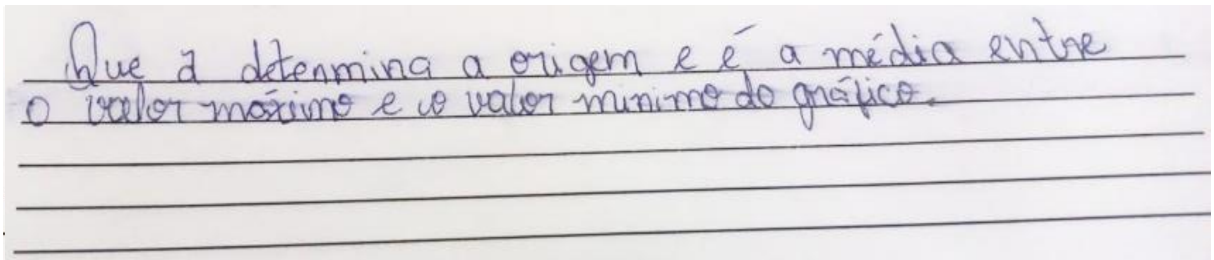

O 'a' é o ponto de partida e representa também a média que a onda possui, por consequência estando entre o ponto maximo e minimo.

Figura 60 - Recorte 11: Protocolo 03 – resposta da dupla 11


Que a determina a origem e é a média entre o valor máximo e o valor mínimo do gráfico.

A terceira atividade foi considerada totalmente satisfatória, pois em todos os quesitos propostos as respostas recebidas condizem verdadeiramente com o coeficiente “a” na função. Três pontos podemos destacar em relação a atividade 03.

1) O valor de “a” indica uma translação vertical do gráfico e depende diretamente dos seus valores, para f(x) = a + sen(x). O gráfico translada “a” unidades para cima, para -f(x) = -a + sen(x), o gráfico translada “a” unidades para baixo, isso pode ser notado no recorte das duplas 01 e 02.

2) O coeficiente “a” também indica o ponto onde o gráfico da função f(x) = a + sen(x) toca o eixo y, isso foi verificado nos recortes das duplas 03 e 11.

3) Os alunos nessa atividade também observaram que o coeficiente “a” sempre será o ponto médio entre o valor máximo e mínimo assumido pela função, em que se percebe até a utilização do termo média, onde se observa esse detalhe no recorte da dupla 14.

Todos os alunos concluíram a atividade 03. Desta forma podemos dizer que esta atividade foi muito produtiva. Ao final da coleta de todas as atividades, promovemos uma discussão sobre a função do coeficiente "a" todos assimilaram sua função na expressão f(x) = a + sen(x), onde foram considerados aptos a dar continuidade às atividades sem objeção alguma.

8.4 4ª ATIVIDADE

A quarta atividade foi conduzida de forma diferenciada das outras. Utilizamos a sala de aula para desenvolver as atividades 04 e 05, elas foram executadas em uma hora. Buscou-se as mesmas duplas para a realização dessa tarefa, porém alguns alunos faltaram. Buscamos ao máximo manter as equipes originais, que foram organizadas desde o início das atividades e começamos distribuindo somente as folhas de atividade para cada dupla. A atividade 04 é constituída de quatro questões que envolve o comportamento do gráfico em relação aos coeficientes “a” e “b” ao mesmo tempo.

Com os resultados obtidos na atividade 03, espera-se a formalização dos coeficientes “a” e “b” na função f(x) = a + b.sen(x) na atividade 04. Podemos observar alguns resultados dos itens propostos na atividade 04.

Figura 61 - Recorte 12: Protocolo 04 – resposta da dupla 01

Função	Qual o ponto onde o gráfico toca o eixo y	Qual o valor Máximo da função	Qual o valor mínimo da função
f(x)	2	3	1
g(x)	1	2	0
h(x)	0	1	-1
p(x)	-1	0	-2
q(x)	-2	-1	-3

Nesse item da atividade 04 todos os alunos pesquisados acertaram o preenchimento da tabela, onde o preenchimento estava associado ao gráfico anterior a essa tabela. No item 02 da atividade 04 perguntou-se aos alunos sobre o ponto onde o gráfico toca o eixo y, e as respostas foram unânimes

Figura 62 - Recorte 13: Protocolo 04 – resposta da dupla 10

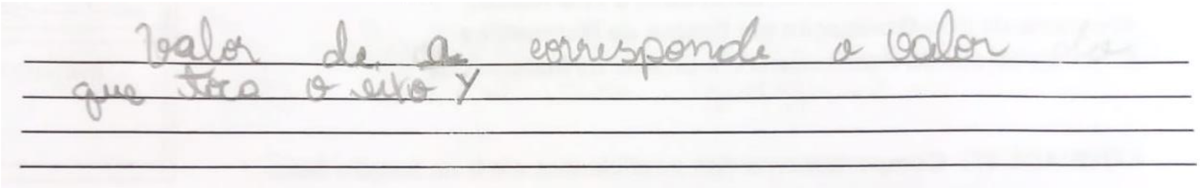

valor de a corresponde o valor que toca o eixo y

Figura 63 - Recorte 13: Protocolo 04 – resposta da dupla 22

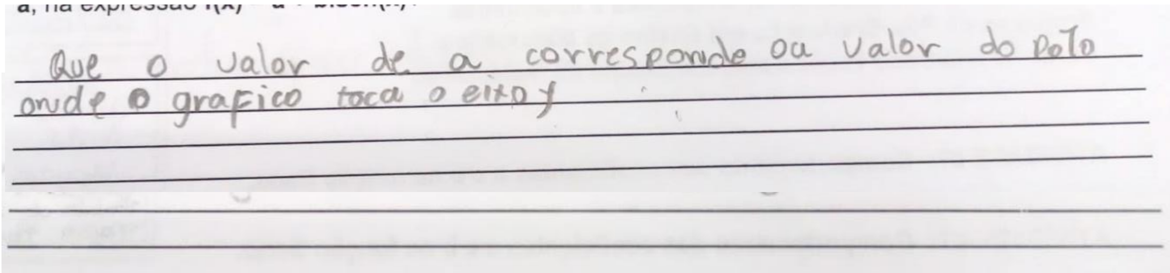
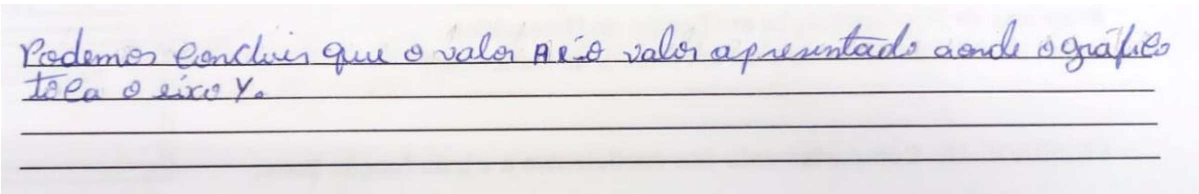
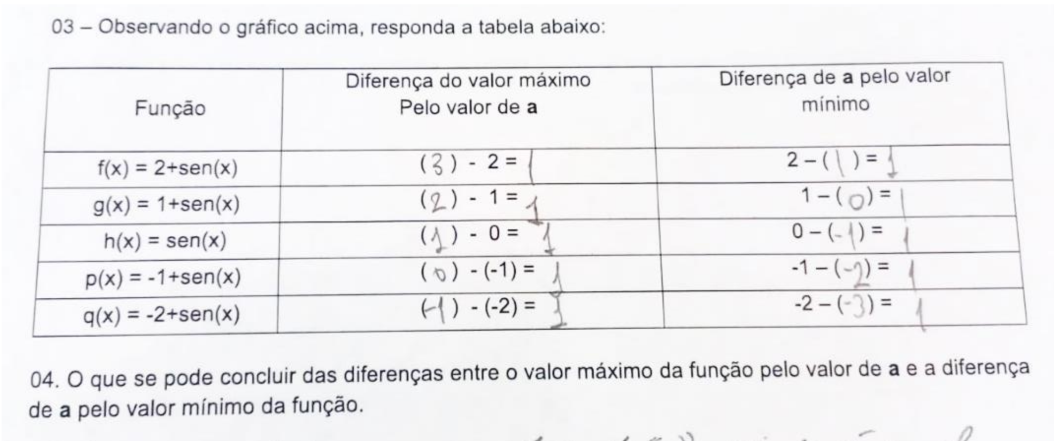

Que o valor de a corresponde ao valor do ponto onde o grafico toca o eixo y

Figura 64 - Recorte 13: Protocolo 04 – resposta da dupla [illegible]


Podemos concluir que o valor A é o valor apresentado onde o gráfico toca o eixo Y.

No item 03 da atividade 04 construímos uma tabela em que definimos cinco funções seno e perguntamos aos alunos a diferença do valor máximo pelo valor de "a" e a diferença de "a" pelo valor mínimo. Esperávamos que os alunos observassem que essas diferenças fossem todas iguais e que o ponto "a" seria o ponto médio entre o valor máximo e mínimo da função, além de saber em atividades anteriores que "a" é o ponto onde o gráfico toca o eixo y. Por fim, no item 04 da atividade 04 o que os alunos poderiam concluir dessas diferenças. Podemos destacar.

Figura 65 - Recorte 14: Protocolo 04 – resposta da dupla 03


03 – Observando o gráfico acima, responda a tabela abaixo:

Função	Diferença do valor máximo Pelo valor de **a**	Diferença de **a** pelo valor mínimo
f(x) = 2+sen(x)	(3) - 2 = 1	2 – (1) = 1
g(x) = 1+sen(x)	(2) - 1 = 1	1 – (0) = 1
h(x) = sen(x)	(1) - 0 = 1	0 – (-1) = 1
p(x) = -1+sen(x)	(0) - (-1) = 1	-1 – (-2) = 1
q(x) = -2+sen(x)	(-1) - (-2) = 1	-2 – (-3) = 1

04. O que se pode concluir das diferenças entre o valor máximo da função pelo valor de **a** e a diferença de **a** pelo valor mínimo da função.

Figura 66 - Recorte 14: Protocolo 04 – resposta da dupla 11

03 – Observando o gráfico acima, responda a tabela abaixo:

Função	Diferença do valor máximo Pelo valor de **a**	Diferença de **a** pelo valor mínimo
f(x) = 2+sen(x)	(3) - 2 = 1	2 – (1) = 1
g(x) = 1+sen(x)	(2) - 1 = 1	1 – (0) = 1
h(x) = sen(x)	(1) - 0 = 1	0 – (-1) = 1
p(x) = -1+sen(x)	(0) - (-1) = 1	-1 – (-2) = 1
q(x) = -2+sen(x)	(-1) - (-2) = 1	-2 – (-3) = 1

04. O que se pode concluir das diferenças entre o valor máximo da função pelo valor de **a** e a diferença de **a** pelo valor mínimo da função.

Que a diferença de "a" com o valor máximo e mínimo é a variação que a onda possui da linha inicial, que simboliza o eixo médio e ponto de origem

Apenas duas duplas, entre as vinte e cinco, cometeram erros em relação a esta atividade. Erros esses de operações básicas de números inteiros no momento da eliminação dos parênteses, mas considero que foi bastante proveitosa essa atividade.

Figura 67 - Recorte 14: Protocolo 04 – resposta da dupla 11

03 – Observando o gráfico acima, responda a tabela abaixo:

Função	Diferença do valor máximo Pelo valor de **a**	Diferença de **a** pelo valor mínimo
f(x) = 2+sen(x)	(3) - 2 = 1	2 – (1) = – 1
g(x) = 1+sen(x)	(2) - 1 = 1	1 – (0) = 1
h(x) = sen(x)	(1) - 0 = 1	0 – (-1) = 1
p(x) = -1+sen(x)	(0) - (-1) = 1	-1 – (-2) = – 1
q(x) = -2+sen(x)	(-1) - (-2) = 1	-2 – (-3) = 1

04. O que se pode concluir das diferenças entre o valor máximo da função pelo valor de **a** e a diferença de **a** pelo valor mínimo da função.

que uma é positiva e outra negativa

Com relação ao erro dessas duas duplas, comungo da ideia de Cury (1990), em que afirma:

> O aluno errará algumas vezes, mas é a partir destes erros que se dará a construção do conhecimento. Portanto, quando a Matemática é considerada um corpo de conhecimento que deve ser "passado" aos alunos, os erros são

> estigmatizados e só a correção absoluta das respostas é esperada. Por outro lado, se a Matemática é vista como um processo, uma caminhada plena de acertos e erros até atingir o conhecimento, os erros são aceitáveis como passos inevitáveis na obtenção das soluções dos problemas. (Cury, 1990, p.20).

No término da atividade 05 o sentimento de que as atividades propostas já estão surtindo algum efeito positivo, saber que as estratégias traçadas e os debates de métodos utilizados pelos alunos em busca de uma solução convergem para o caminho da formulação e validação dessas atividades.

8.5 5ª ATIVIDADE

A quinta atividade foi conduzida de maneira mais rápida do que as atividades anteriores. Os alunos tiveram um tempo máximo de uma hora, a última atividade foi entregue faltando doze minutos para o término do prazo estabelecido Esta atividade tinha um caráter mais algébrico, em que os alunos tiveram como comando da tarefa a substituição da expressão “sen” ora por 1(um) e ora por -1, seja numa expressão aditiva ou numa expressão multiplicativa ou aditiva e multiplicativa ao mesmo tempo.

A intenção era que os alunos conseguissem com essa substituição definir o intervalo da imagem da função seno. Observou-se uma segurança maior dos alunos em relação a resolução da atividade 05 pois quando eles faziam as devidas substituições eles percebiam que os valores encontrados coincidiam com os valores máximos e mínimos da função, onde o número de acertos para tal atividade foi total.

Os alunos focaram mais na expressão da função seno, e nem perceberam que o gráfico seria uma forma de validar suas respostas. Ao final da atividade, no momento dos debates sobre a atividades, alguns concluíram que suas respostas estavam corretas pois coincidiam exatamente com o gráfico.

Figura 68 - Recorte 15: Protocolo 05 – resposta da dupla 07

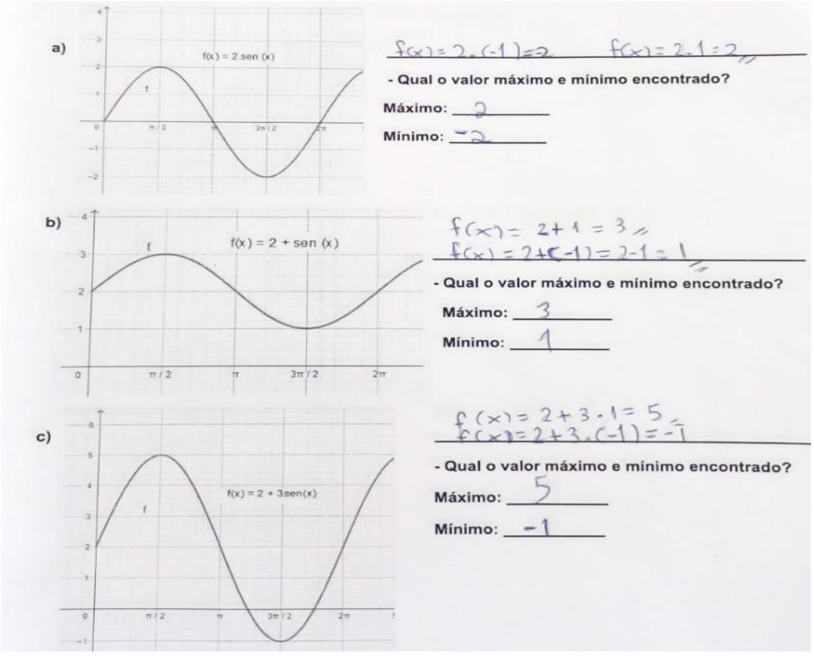


Figura 69 - Recorte 15: Protocolo 05 – resposta da dupla 14

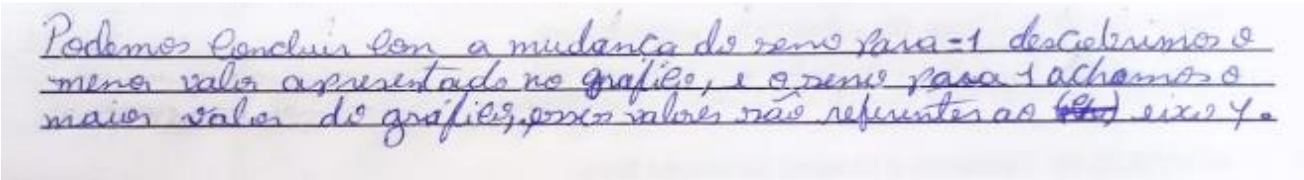
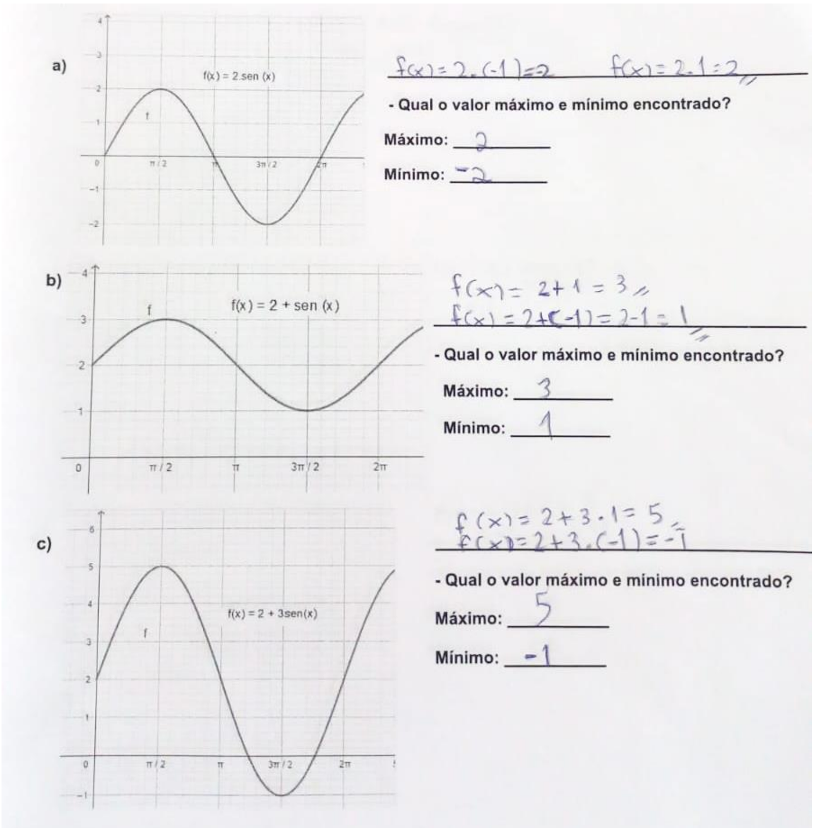
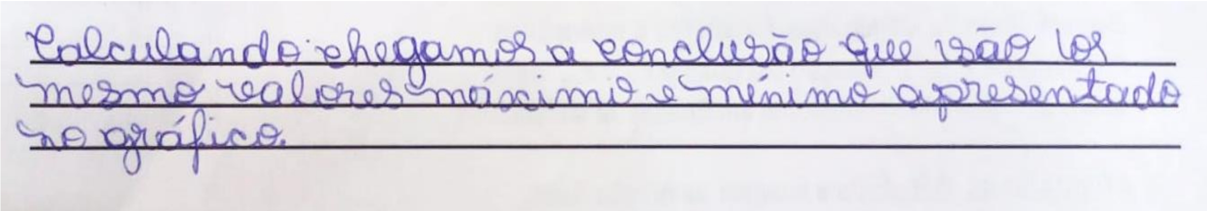

Podemos Concluir Com a mudança do seno para -1 descobrimos o menor valor apresentado no gráfico, e o seno para 1 achamos o maior valor do gráfico, esses valores são referentes ao eixo Y.

Figura 70 - Recorte 15: Protocolo 05 – resposta da dupla 18



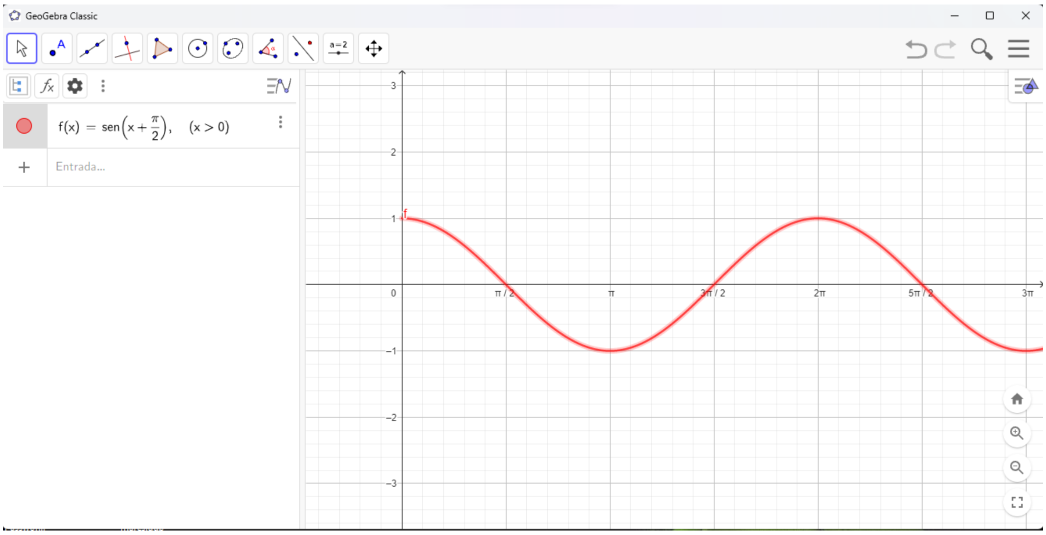
Um ponto importante a ser destacado é o compromisso por parte de alguns alunos nas atividades, sentimos que na quarta atividade alguns estavam fazendo sem nenhum compromisso e tive que intervir e voltar a falar sobre a importância da participação deles e do compromisso que eles deveriam ter com pesquisa que estava sendo feita, em um dos trabalhos um dos alunos pediu desculpas pela forma como ele estava se comportando frente as atividades, diante de tudo conseguimos contornar a situação e voltamos a normalidade das atividades e tendo uma totalidade nos acertos de todos os itens da atividade 05.


Calculando chegamos a conclusão que são los mesmo valores máximo e mínimo apresentado no gráfico.

8.6 6ª ATIVIDADE

A atividade 06 foi desenvolvida de maneira totalmente visual e teve por objetivo a percepção do aluno em relação ao coeficiente “d” da função f(x) = a+b.sen(cx+d). Utilizamos somente o datashow e o Geogebra, para que os alunos percebessem o comportamento do gráfico em relação ao coeficiente “d”. Depois de trabalharmos todo o comportamento do gráfico em função dos coeficientes a e b, os alunos de maneira bem rápida concluíram que “b” move o gráfico horizontalmente para a direita e para a esquerda do eixo x.

Figura 71 - Recorte 16: Protocolo 06 – Imagem geral para a turma



Algumas observações feitas pelos alunos podem ser destacadas em relação a função f(x) = a + b.sen(cx+d)

I) d > 0: o gráfico se desloca para a esquerda do eixo x

II) d < 0: o gráfico se desloca para a direita do eixo x.

Gostaria de enfatizar o momento em que foi plotado o gráfico da função $f(x) = sen(x + \frac{\pi}{2})$, de maneira quase que imediata os alunos perceberam que estavam a frente do gráfico da função f(x) = cos x. Uma observação feita por eles de grande importância, pois desde que tive a intenção de trabalhar com a função seno, gostaria que de maneira análoga eles pudessem compreender a função cosseno. Conseguimos finalizar esta atividade de maneira muito proveitosa e os alunos visivelmente cansados, foram liberados para dar continuidade somente na semana seguinte.

8.7 7ª ATIVIDADE

Este exercício representa, de acordo com Brousseau (1980), a última atividade da fase de validação. Para esta tarefa utilizou-se o Geogebra como suporte principal e o uso do datashow. Foi aplicada no laboratório de Matemática do IFMA, campus Codó, com duração de 60 minutos. Gostaria de ressaltar que a partir desta, as atividades foram desenvolvidas no horário das aulas de Matemática, em que ou o professor efetivo da turma, e o objetivo seria definir o período das funções do tipo f(x) = sen(cx), c ϵ $\mathbb{R}$ e analisar o comportamento do gráfico em relação ao coeficiente c.

Considero este exercício como um dos mais importantes, pois é a partir daí que os alunos conseguirão associar a função seno com fenômenos periódicos da natureza, tema abordado nesta dissertação, em que o período da função seno, nos faz observar que existe uma repetição em intervalos regulares ao longo do eixo x.

Isto nos permite identificar e prever padrões no comportamento da função seno, o que é fundamental para analisar e resolver problemas matemáticos e físicos. Entender a natureza periódica de fenômenos naturais, modelar fenômenos periódicos é a principal utilização do período da função seno.

O começo da atividade foi uma fala feita por mim, de agradecimento pela dedicação e empenho dos alunos na participação desta pesquisa. Assim, já enfatizando o último momento das tarefas com a fase de institucionalização do conhecimento. Desta maneira, fizemos a entrega da sétima atividade para os alunos e mostramos para eles o comportamento do gráfico f(x) = sen(cx) e suas variações com o temporizador. De maneira imediata eles perceberam que o gráfico da função “esticou” ou “encolheu”. Percebo que essa linguagem facilitou a resolução dos itens desta atividade.

Figura 72 - gráfico da função f(x) = sen(cx), para c = 1

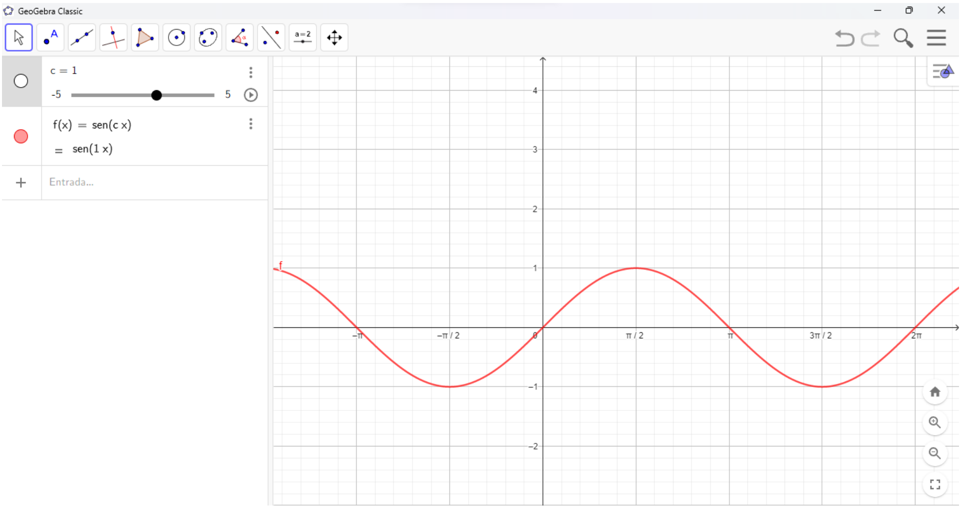


Figura 73 - gráfico da função f(x) = sen(cx), para c = 2

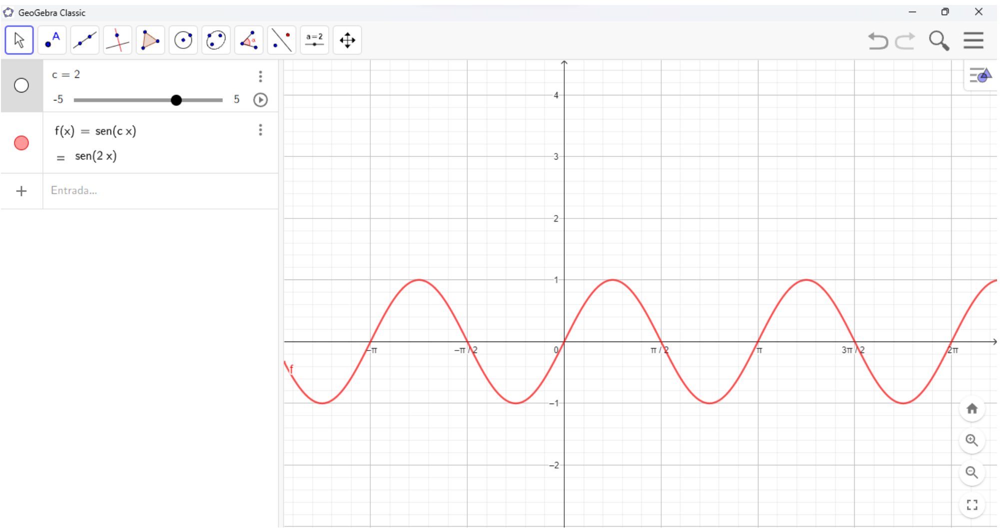
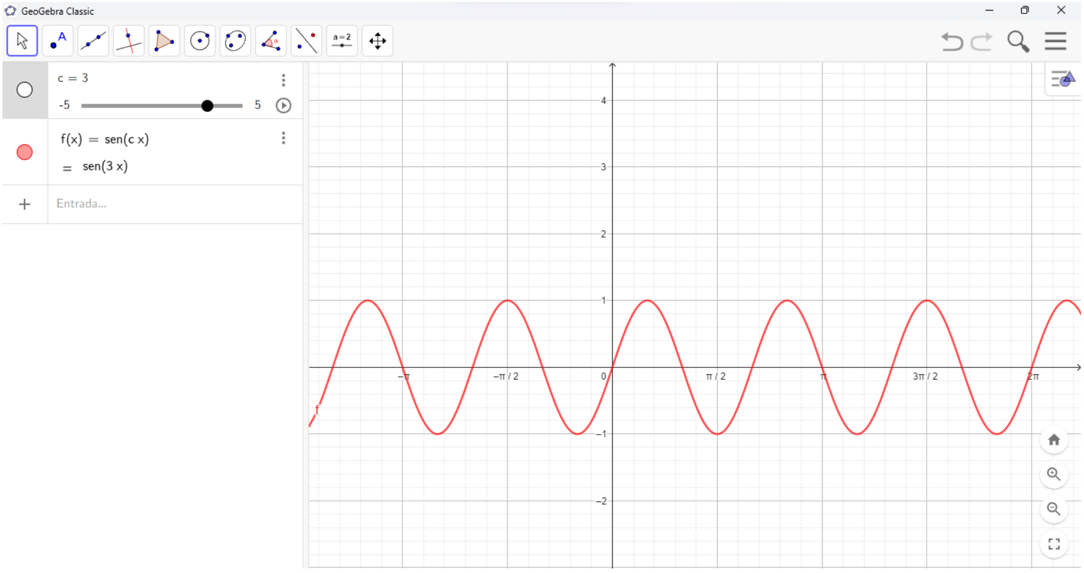
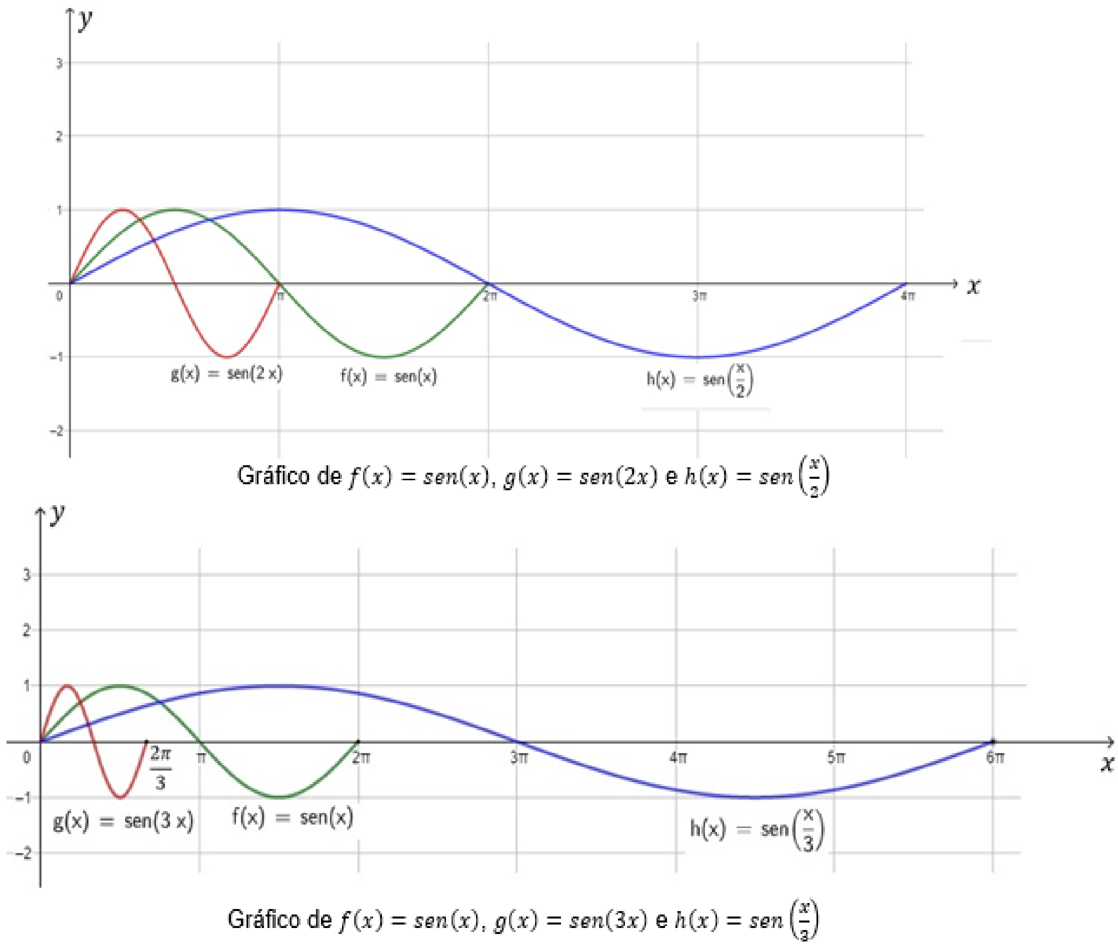


Figura 74 - gráfico da função f(x) = sen(cx), para c = 3



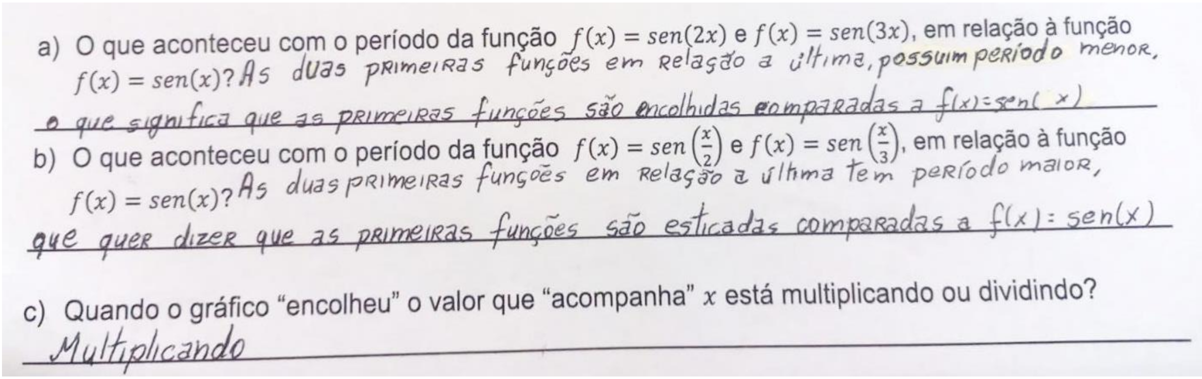
Optamos nesta atividade trabalharmos com o coeficiente “c”, que pudesse formar períodos inteiros para a função f(x) = sen(cx). O primeiro item deste exercício contempla a ideia de “esticar” ou “encolher” a partir do gráfico da função f(x) = sen(x).

Figura 75 - gráfico da função f(x) = sen(cx), para diversos valores de c



Observando os gráficos estabelecidos anteriormente no item I da atividade 07 nos deparamos com algumas respostas bastante significativas.

Figura 76 - Recorte 18: Protocolo 07 – Resposta da atividade 07 da dupla 14

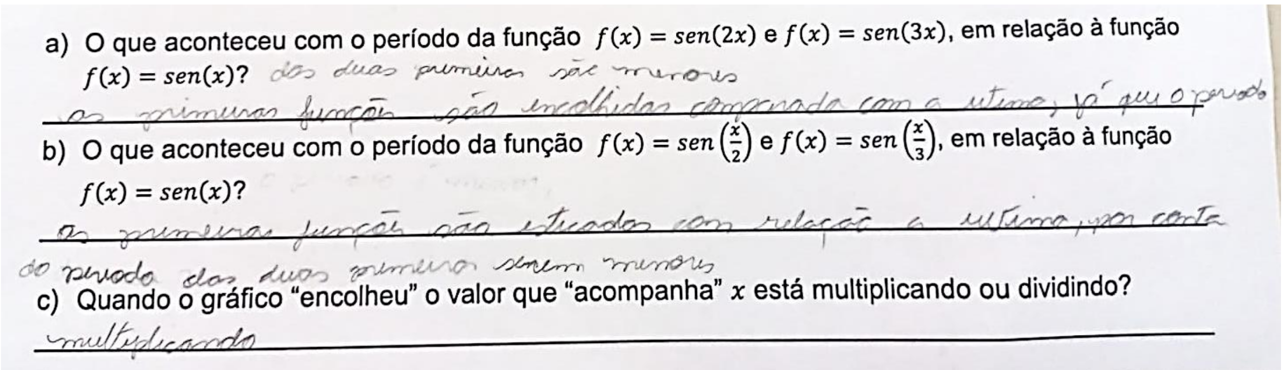


a) O que aconteceu com o período da função $f(x) = sen(2x)$ e $f(x) = sen(3x)$, em relação à função $f(x) = sen(x)$? As duas primeiras funções em relação à última, possuim período menor, o que significa que as primeiras funções são encolhidas comparadas a f(x)=sen(x)

b) O que aconteceu com o período da função $f(x) = sen\left(\frac{x}{2}\right)$ e $f(x) = sen\left(\frac{x}{3}\right)$, em relação à função $f(x) = sen(x)$? As duas primeiras funções em relação à última tem período maior, que quer dizer que as primeiras funções são esticadas comparadas a f(x) = sen(x)

c) Quando o gráfico "encolheu" o valor que "acompanha" x está multiplicando ou dividindo?
Multiplicando

Figura 77 - Recorte 19: Protocolo 07 – Resposta da atividade 07 da dupla 17

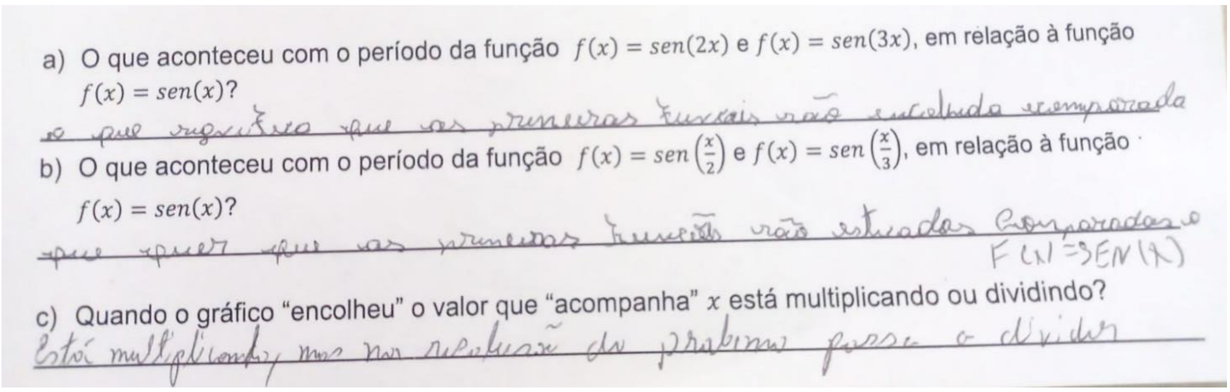


a) O que aconteceu com o período da função $f(x) = sen(2x)$ e $f(x) = sen(3x)$, em relação à função $f(x) = sen(x)$? dos duas primeiras são menores
as primeiras funções são encolhidas comparado com a ultima, já que o periodo

b) O que aconteceu com o período da função $f(x) = sen\left(\frac{x}{2}\right)$ e $f(x) = sen\left(\frac{x}{3}\right)$, em relação à função $f(x) = sen(x)$?
as primeiras funções são esticados com relação a ultima, por conta do periodo das duas primeiras serem menores

c) Quando o gráfico "encolheu" o valor que "acompanha" x está multiplicando ou dividindo?
multiplicando

Figura 78 - Recorte 20: Protocolo 07 – Resposta da atividade 07 da dupla 22



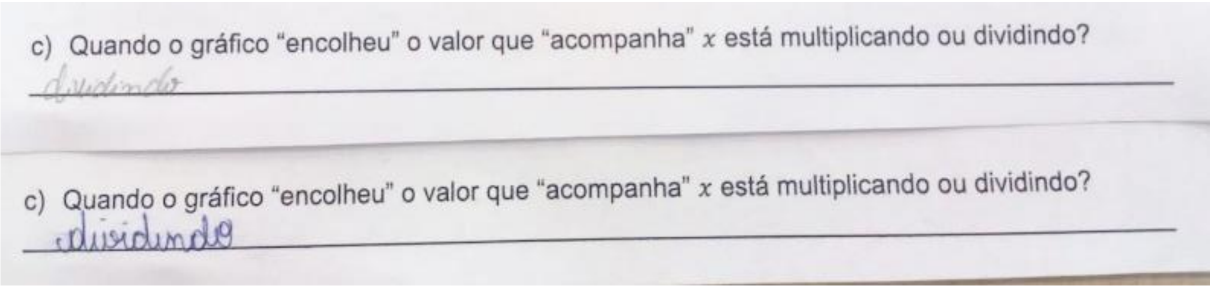
a) O que aconteceu com o período da função $f(x) = sen(2x)$ e $f(x) = sen(3x)$, em relação à função $f(x) = sen(x)$?
o que significa que as primeiras funções são encolhido comparada

b) O que aconteceu com o período da função $f(x) = sen\left(\frac{x}{2}\right)$ e $f(x) = sen\left(\frac{x}{3}\right)$, em relação à função $f(x) = sen(x)$?
o que quer que as primeiras funções são esticadas comparadas a F(x)=SEN(x)

c) Quando o gráfico "encolheu" o valor que "acompanha" x está multiplicando ou dividindo?
Está multiplicando, mas na resolução do problema passa a dividir

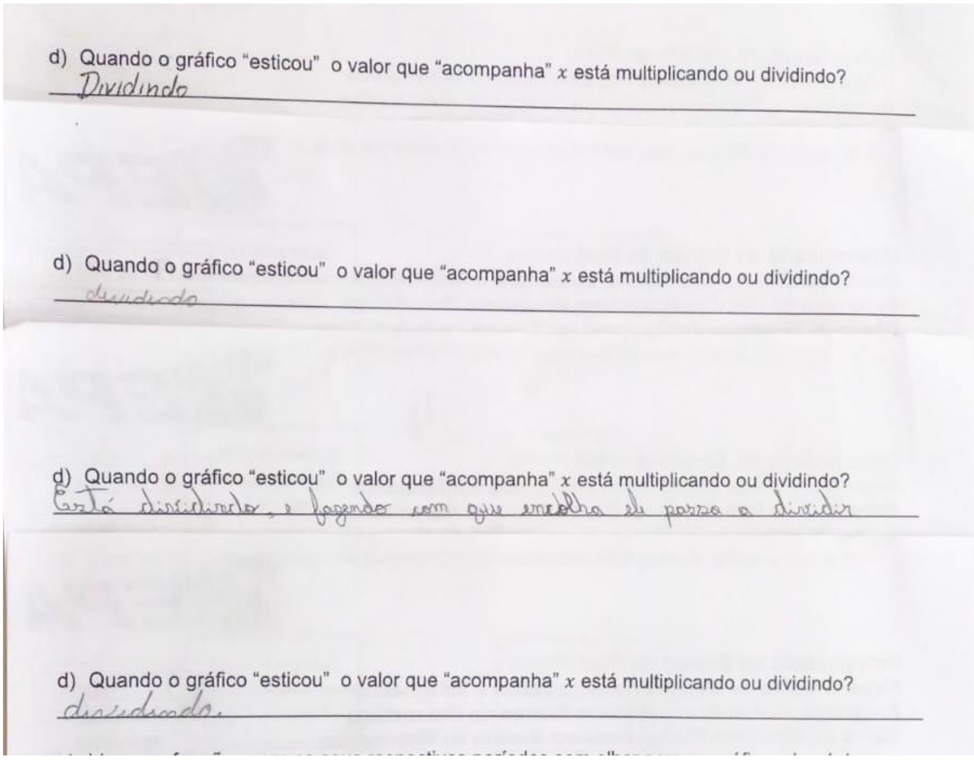
Diante das respostas analisadas constatamos que apenas duas duplas erraram o item c da atividade 07, ao invés de responderem como resposta correta a expressão “multiplicando”, eles responderam “dividindo”.

Figura 79 - Recorte 21: Protocolo 07 – Resposta das duplas 10 e 19 do item c da atividade 07



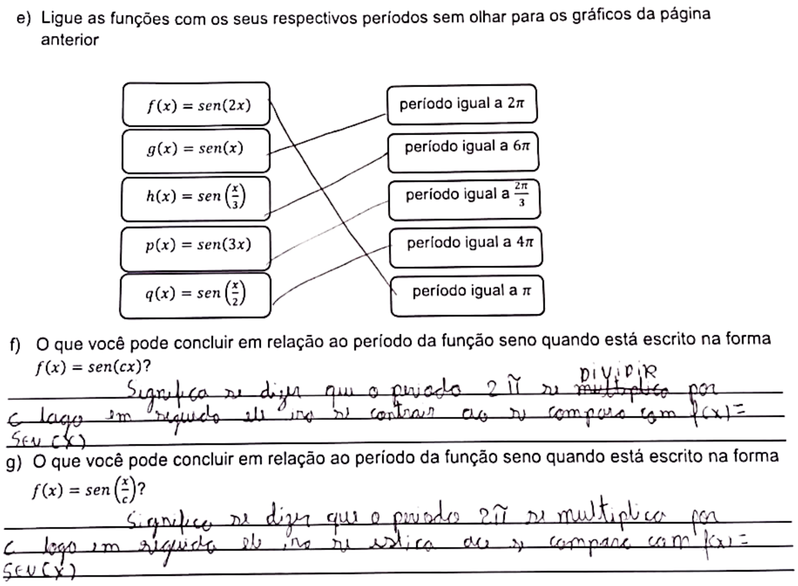
Verificamos, dando continuidade nas análises da atividade 07, que os itens restantes foram bem assertivos, vinte e duas duplas acertaram e somente três duplas erraram o item c desta atividade. Também erraram o item d.

Figura 80 - Recorte 22: Protocolo 07 – Resposta das duplas 13 e 22 do item d da atividade 07



Em seguimento à atividade 07, ainda temos mais três itens a serem analisados, o item “e” que relaciona cada função seno ao seu respectivo período e os itens f e g. Espera-se que os alunos observem o comportamento do gráfico em dois tipos da função seno $f(x) = sen(cx)$ e $f(x) = sen\left(\frac{x}{c}\right)$. Alguns resultados são o seguinte:

Figura 81 - Recorte 23: Protocolo 07 – Resposta das duplas 05 e 16 dos itens e, f e g da atividade 07


e) Ligue as funções com os seus respectivos períodos sem olhar para os gráficos da página anterior

$f(x) = sen(2x)$	período igual a 2π
$g(x) = sen(x)$	período igual a 6π
$h(x) = sen\left(\frac{x}{3}\right)$	período igual a $\frac{2\pi}{3}$
$p(x) = sen(3x)$	período igual a 4π
$q(x) = sen\left(\frac{x}{2}\right)$	período igual a π

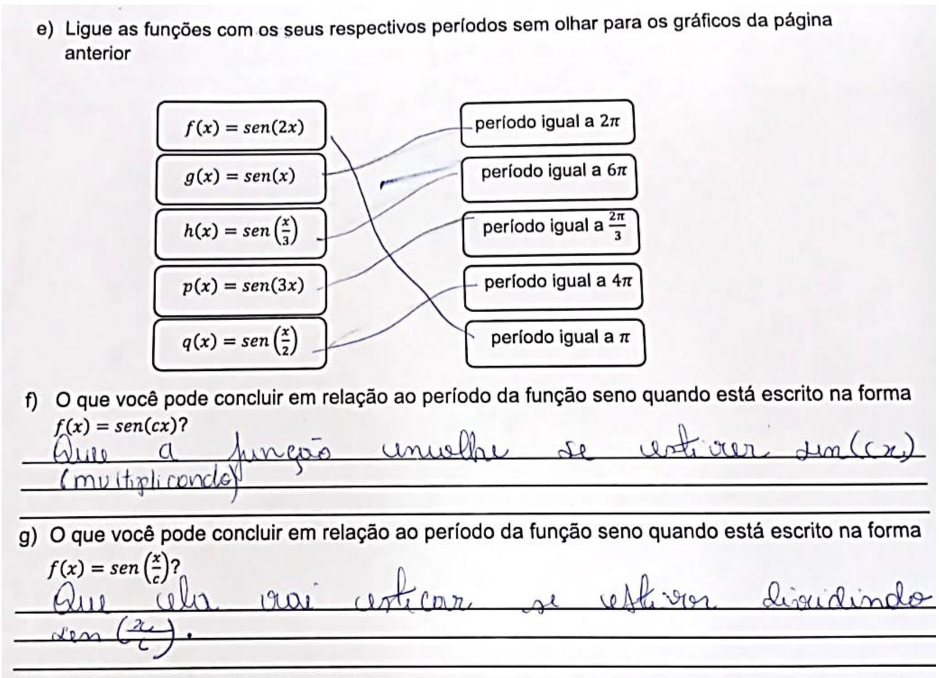
f) O que você pode concluir em relação ao período da função seno quando está escrito na forma $f(x) = sen(cx)$?

Significa se dizer que o período 2π se DIVIDIR ~~multiplica~~ por c logo em seguida ele irá se contrair ao se compara com $f(x) = sen(x)$

g) O que você pode concluir em relação ao período da função seno quando está escrito na forma $f(x) = sen\left(\frac{x}{c}\right)$?

Significa se dizer que o período 2π se multiplica por c logo em seguida ele irá se estica ao se compara com $f(x) = sen(x)$

Figura 82 - Recorte 24: Protocolo 07 – Resposta das duplas 12 e 20 dos itens e, f e g da atividade 07


e) Ligue as funções com os seus respectivos períodos sem olhar para os gráficos da página anterior

$f(x) = sen(2x)$	período igual a 2π
$g(x) = sen(x)$	período igual a 6π
$h(x) = sen\left(\frac{x}{3}\right)$	período igual a $\frac{2\pi}{3}$
$p(x) = sen(3x)$	período igual a 4π
$q(x) = sen\left(\frac{x}{2}\right)$	período igual a π

f) O que você pode concluir em relação ao período da função seno quando está escrito na forma $f(x) = sen(cx)$?

Que a função encolhe se estiver sen(cx) (multiplicando)

g) O que você pode concluir em relação ao período da função seno quando está escrito na forma $f(x) = sen\left(\frac{x}{c}\right)$?

Que ela vai esticar se estiver dividindo sen$\left(\frac{x}{c}\right)$.

Temos nesses três últimos itens uma totalidade de acertos por todas as duplas, levando em consideração as respostas abertas para os itens f e g, constatamos que a ideia central dessa atividade foi a de perceber o coeficiente c da função do tipo f(x) = sen(cx) e a compreensão visual de “esticar” ou “encolher” o gráfico, em relação ao eixo das abscissas.

As sete atividades desenvolvidas podem ser percebidas nas três primeiras etapas de situações didáticas, propostas por Brousseau:

– Situação didática de devolução: ato pelo qual o professor cedeu ao aluno uma parte da responsabilidade pela aprendizagem, incluindo-o no jogo e assumindo os riscos por tal ato;

– Situação didática de ação: o aluno reflete e simula tentativas, ao eleger um procedimento de resolução dentro de um esquema de adaptação, por intermédio da interação com o *milieu*, tomando as decisões que faltam para organizar a resolução do problema;

– Situação didática de formulação: ocorre troca de informação entre o aluno e o *milieu*, com a utilização de uma linguagem mais adequada, sem a obrigatoriedade do uso explícito de linguagem matemática formal, podendo ocorrer ambiguidade, redundância, uso de metáforas, criação de termos semiológicos novos, falta de pertinência e de eficácia na mensagem, dentro de retroações contínuas, os alunos procuram modificar a linguagem que utilizam;

– Situação didática de validação: os alunos tentam convencer os interlocutores da veracidade das afirmações, utilizando uma linguagem matemática apropriada (demonstrações). As situações de devolução, ação, formulação e validação caracterizam a situação adidática, em que o professor permite ao aluno trilhar os caminhos da descoberta, sem revelar sua intenção didática, tendo somente o papel de mediador.

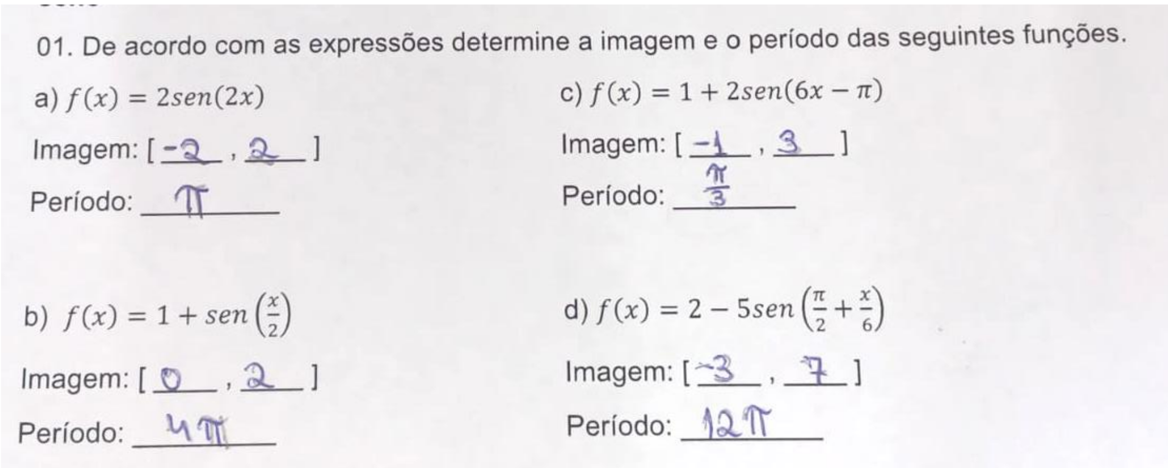
As próximas atividades apresentam uma caracterização de institucionalização, em que a institucionalização do saber é destinada a estabelecer convenções sociais e a intenção do professor é revelada.

8.8 8ª ATIVIDADE

A atividade 08, assim como as restantes 09 e 10, contemplam o estabelecimento de todos os coeficientes da função $f(x) = a + b.sen(cx + d)$. Momento em que os alunos mostraram maior segurança na resolução dos itens. As atividades 08, 09 e 10 foram desenvolvidas em uma única oportunidade, já que possuem os mesmos objetivos. Preparamos os alunos em uma ocasião que não foi durante as aulas de Matemática, nem das outras disciplinas. Como são estudantes de tempo integral e possuem alguns turnos sem aulas, utilizamos um desses turnos vagos para que pudessem ter um maior tempo para as atividades, sem que houvesse uma possível interrupção por outra atividade escolar.

O primeiro item da atividade 08, busca do aluno definir imagem e período das funções estabelecidas,

Figura 83 - Recorte 25: Protocolo 08 – Resposta da dupla 05 do item 01 da atividade 08



01. De acordo com as expressões determine a imagem e o período das seguintes funções.

a) $f(x) = 2sen(2x)$

Imagem: [-2 , 2]

Período: π

b) $f(x) = 1 + sen\left(\frac{x}{2}\right)$

Imagem: [0 , 2]

Período: 4π

c) $f(x) = 1 + 2sen(6x - \pi)$

Imagem: [-1 , 3]

Período: $\frac{\pi}{3}$

d) $f(x) = 2 - 5sen\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{6}\right)$

Imagem: [-3 , 7]

Período: 12π

O segundo item da atividade 08 busca associar o gráfico com a sua respectiva função.

Figura 84 - Recorte 27: Protocolo 08 – Resposta da dupla 23 do item 02 da atividade 08

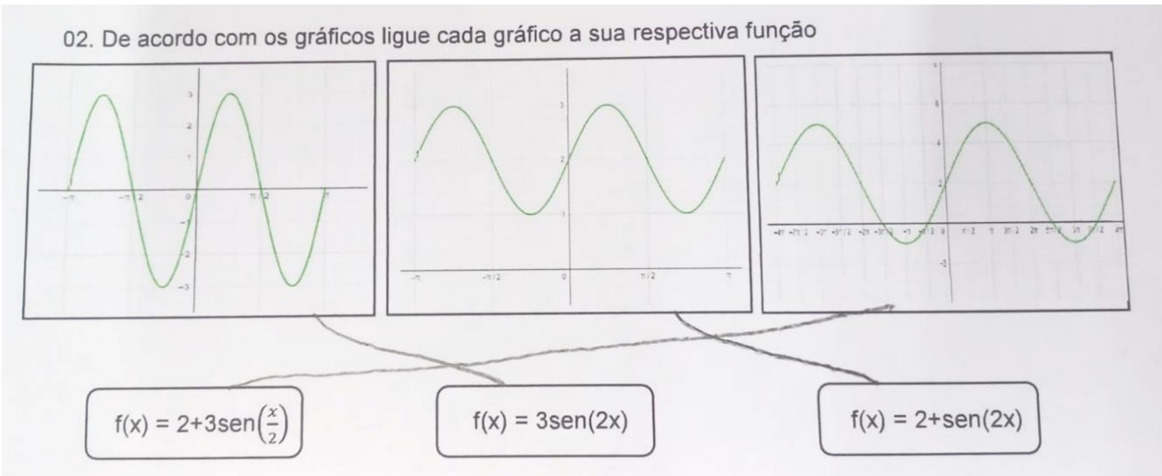
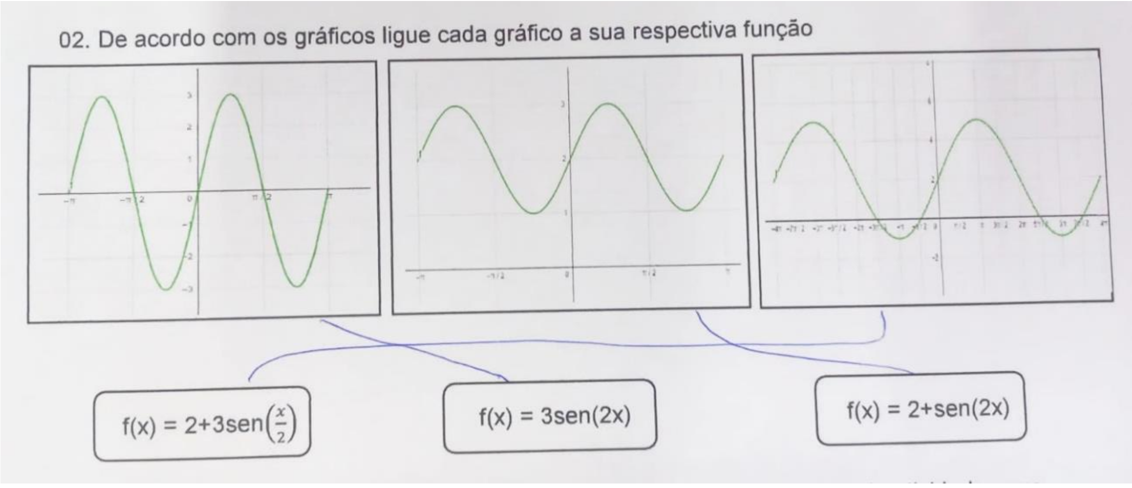


Figura 85 - Recorte 28: Protocolo 08 – Resposta da dupla 06 do item 02 da atividade 08



Na atividade 08, todos os alunos não apenas participaram ativamente, mas também acertaram todos os itens da pesquisa, demonstrando um nível de compreensão muito bom. Este resultado não apenas reflete a dedicação dos alunos ao processo de pesquisa, mas também respostas precisas e corretas, destacando as habilidades que foram constituídas nas atividades anteriores e a colaboração entre seus pares em todo processo até aqui executado.

8.9 9ª ATIVIDADE

Estamos nos estágios finais de conclusão da nossa aplicação de pesquisa. A nona do conjunto de atividades propostas foi uma tarefa de função seno retirada de uma das provas de Matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Os alunos sentiram-se bastante satisfeitos, pois além de estarem percebendo a aplicação da função seno no seu cotidiano, estão entendendo a importância de tal objeto de ensino para futuras provas, ou exames externos como ENEM, vestibulares e concursos. Assim como uma grande parte das situações problema da prova aparecem em um contexto do cotidiano do aluno.

> [...] contextualizar é uma estratégia fundamental para construção de significações. À medida que incorpora relações tacitamente percebidas, a contextualização enriquece os canais de comunicação entre a bagagem cultural, quase sempre essencialmente tácita, e as formas explícitas ou explicitáveis de manifestação do conhecimento. (ENEM, 2009, p.47-48).

O texto transcrito acima demonstra que uma pergunta contextualizada pode ajudar o estudante a dar sentido e construir significados, de maneira bem mais rápida e eficaz para o seu aprendizado. De acordo com os alunos, a atividade proposta desempenhou um papel primordial, uma vez que há um considerável foco na preparação para a prova do ENEM. Além disso, o propósito da investigação era proporcionar suporte aos alunos, visando aprimorar seu desempenho nesse tipo de certame, entre outros.

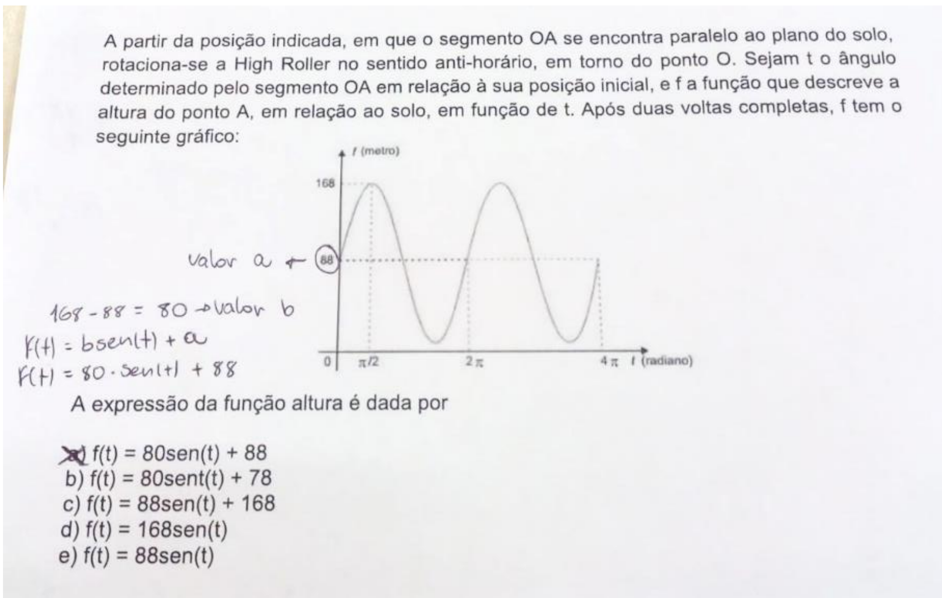
Corroboramos com Fernandes (2006, p.14) em:

> O objetivo ao utilizar a contextualização, seria o de criar condições para uma aprendizagem motivadora, que leve a superar o distanciamento entre os conteúdos estudados e a experiência do aluno, estabelecendo relações entre os tópicos estudados e trazendo referências que podem ser de natureza histórica, cultural ou social, ou mesmo dentro da própria Matemática.

Só que para que isso aconteça, é necessário que o professor esteja preparado para reconhecer as oportunidades de trabalho.

Os resultados desse exercício foram bastante satisfatórios, pois como dito anteriormente na atividade 08, as três últimas tarefas foram desenvolvidas em um único momento, e o tempo permitido para esta atividade percebemos uma maior discussão e interesse. Assim permitindo um conjunto de respostas bem dinâmicas, sendo que o objetivo dessa proposta, que era de encontrar a função seno associada ao gráfico da função estabelecida e estar associada ao movimento da maior roda gigante do mundo (*High Roller*), localizada em Las Vegas. Esta atividade foi resolvida na sua totalidade por todos os alunos, com percentual de 100% de acerto.

Figura 86 - Recorte 29: Protocolo 09 – Resposta da dupla 07 da atividade 09

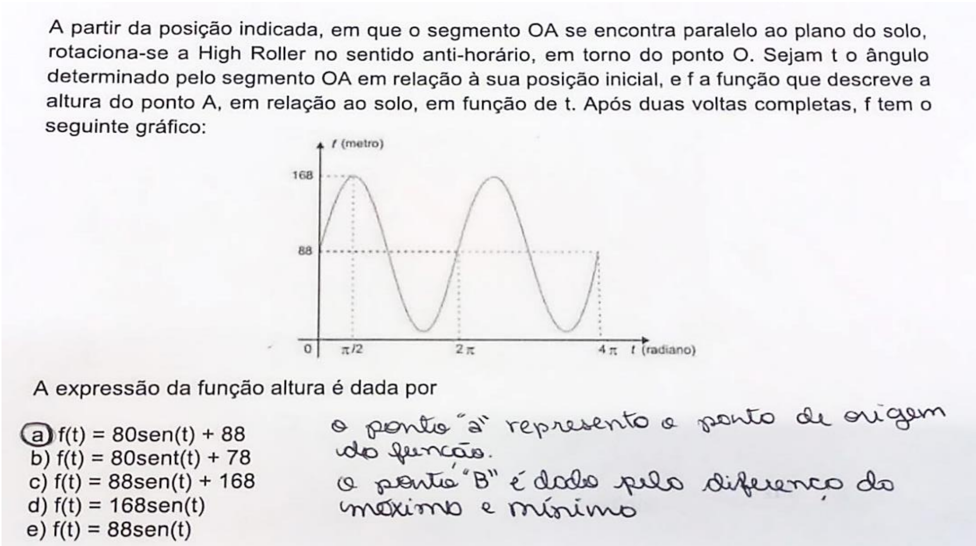

A partir da posição indicada, em que o segmento OA se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a High Roller no sentido anti-horário, em torno do ponto O. Sejam t o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e f a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de t. Após duas voltas completas, f tem o seguinte gráfico:

A expressão da função altura é dada por

a) f(t) = 80sen(t) + 88
b) f(t) = 80sent(t) + 78
c) f(t) = 88sen(t) + 168
d) f(t) = 168sen(t)
e) f(t) = 88sen(t)

Percebe-se na resposta da dupla 07 (figura 87) uma imediatez na visualização do coeficiente “a”, como sendo o ponto em que o gráfico toca o eixo das ordenadas, baseado na atividade proposta 03. Uma observação bem interessante, pois o coeficiente “a” não está iniciando a expressão seno, e o firmamento do item correto foi proposto pela diferença entre o valor máximo 168, pelo ponto inicial da função 88, encontrando assim o valor do coeficiente “b”, em que a dupla teve como base a atividade 04 para concluir o raciocínio da questão.

Figura 87 - Recorte 30: Protocolo 09 – Resposta da dupla 19 da atividade 09


A partir da posição indicada, em que o segmento OA se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a High Roller no sentido anti-horário, em torno do ponto O. Sejam t o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e f a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de t. Após duas voltas completas, f tem o seguinte gráfico:

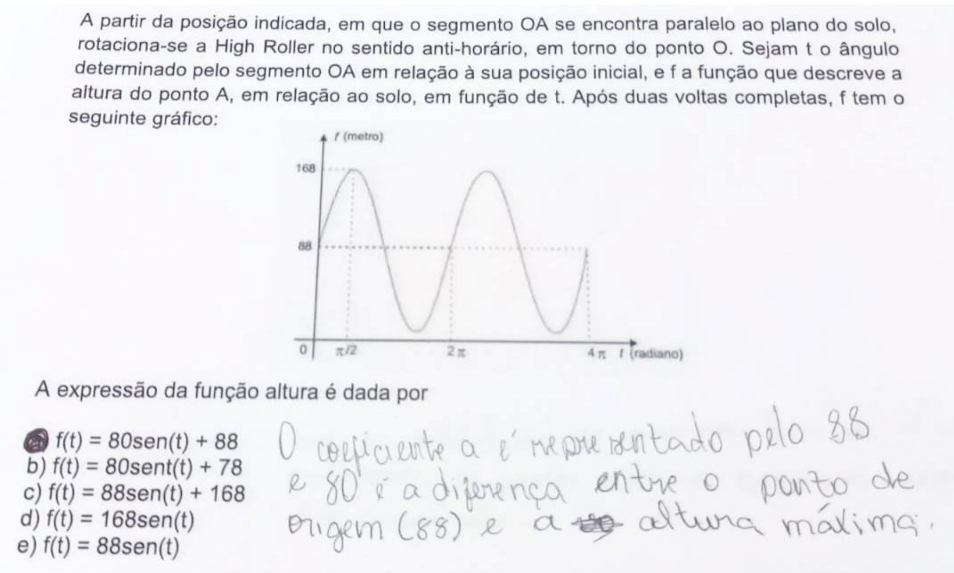
A expressão da função altura é dada por

a) f(t) = 80sen(t) + 88
b) f(t) = 80sent(t) + 78
c) f(t) = 88sen(t) + 168
d) f(t) = 168sen(t)
e) f(t) = 88sen(t)

o ponto "a" representa o ponto de origem da função.
o ponto "B" é dado pela diferença do máximo e mínimo

A dupla 19, de acordo com a figura 88, pode-se perceber que utilizou a definição do valor dos coeficientes “a” e “b”, chegando à alternativa correta de maneira bem rápida e segura. Observação válida para a dupla 23, de acordo com a imagem a seguir.

Figura 88 - Recorte 31: Protocolo 09 – Resposta da dupla 23 da atividade 09

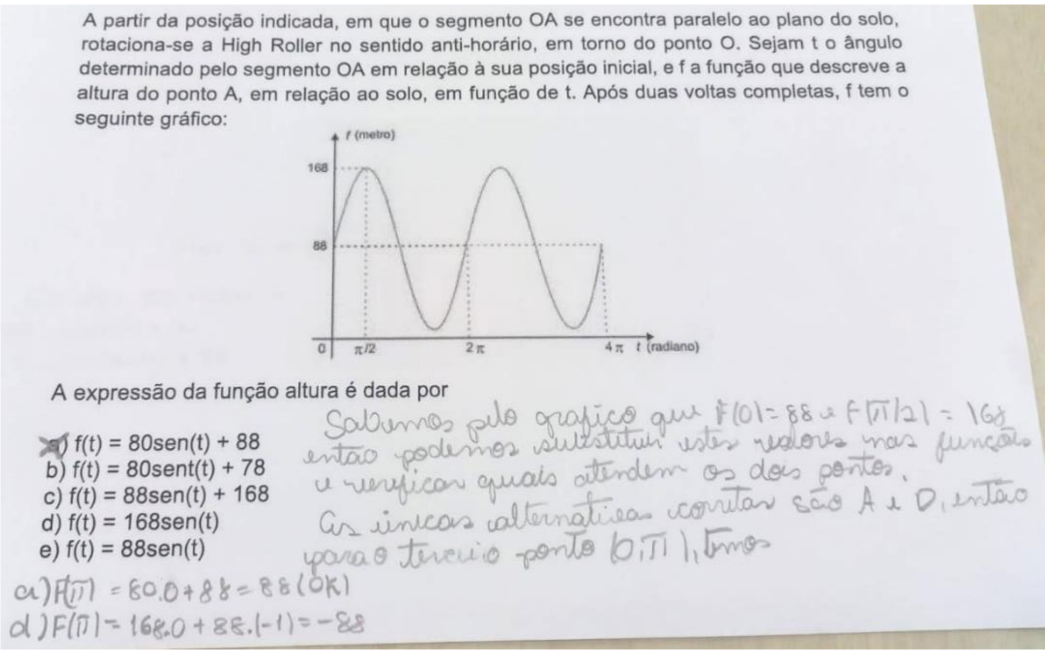

A partir da posição indicada, em que o segmento OA se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a High Roller no sentido anti-horário, em torno do ponto O. Sejam t o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e f a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de t. Após duas voltas completas, f tem o seguinte gráfico:

A expressão da função altura é dada por

a) f(t) = 80sen(t) + 88
b) f(t) = 80sent(t) + 78
c) f(t) = 88sen(t) + 168
d) f(t) = 168sen(t)
e) f(t) = 88sen(t)

O coeficiente a é representado pelo 88 e 80 é a diferença entre o ponto de origem (88) e a ~~ao~~ altura máxima.

Figura 89 - Recorte 32: Protocolo 09 – Resposta da dupla 08 da atividade 09



A partir da posição indicada, em que o segmento OA se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a High Roller no sentido anti-horário, em torno do ponto O. Sejam t o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e f a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de t. Após duas voltas completas, f tem o seguinte gráfico:

A expressão da função altura é dada por

a) f(t) = 80sen(t) + 88
b) f(t) = 80sent(t) + 78
c) f(t) = 88sen(t) + 168
d) f(t) = 168sen(t)
e) f(t) = 88sen(t)

Sabemos pelo gráfico que F(0) = 88 e F(π/2) = 168 então podemos substituir estes valores nas funções e verificar quais atendem os dois pontos. As únicas alternativas corretas são A e D, então para o terceiro ponto (0,π), temos

a) F(π) = 80.0 + 88 = 88 (OK)
d) F(π) = 168.0 + 88.(-1) = -88

A resposta da dupla 08 (figura 90) mostra segurança na resolução na parte algébrica, que ajuda a compreender padrões e relações que podem ser aplicados a várias outras situações, e uma compreensão mais profunda. Desta maneira, avançando em tópicos matemáticos mais complexos relacionados aos estudos de trigonometria.

8.10 10ª ATIVIDADE

É com grande satisfação que estamos chegando ao final do conjunto de atividades propostas, que a dedicação, tempo e esforços incansáveis para o desenvolvimento e satisfação pessoal de cada aluno. Esperamos que o potencial de causar um impacto significativo em cada aluno que participou dessa proposta seja válido e que possam aplicar nas mais diversas áreas que escolherem futuramente.

A atividade 10 é estruturada a partir do artigo: Periodicidade do crescimento de espécies arbóreas da Floresta Estacional Semidecidual no Sul do Brasil, Article in Scientia Forestalis/Forest Sciences · March 2016 dos autores: Marcela Blagitz, Paulo Cesar Botosso, Edmilson Bianchini e Moacyr Eurípedes Medri. Refere-se a um estudo que foi conduzido no Parque Estadual Mata dos Godoy, município de Londrina, estado do Paraná, Sul do Brasil. Mostra a periodicidade do crescimento de espécies arbóreas da floresta supracitada, onde a precipitação (mm) está em função da temperatura (ºC).

A partir do gráfico destacado no artigo, conseguimos junto ao Geogebra construir uma função seno, associada a tal fenômeno, em que alunos puderam definir quais os maiores e menores valores de precipitação em mm durante o período de um ano. Assim podemos observar algumas respostas.

Figura 90 - Recorte 33: Protocolo 10 – Resposta da dupla 02 da atividade 10

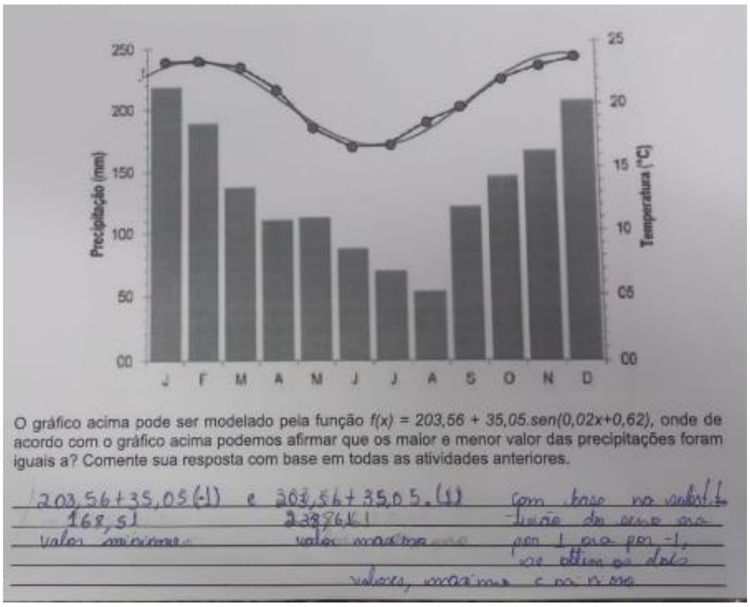


Figura 91 - Recorte 34: Protocolo 10 – Resposta da dupla 02 da atividade 10

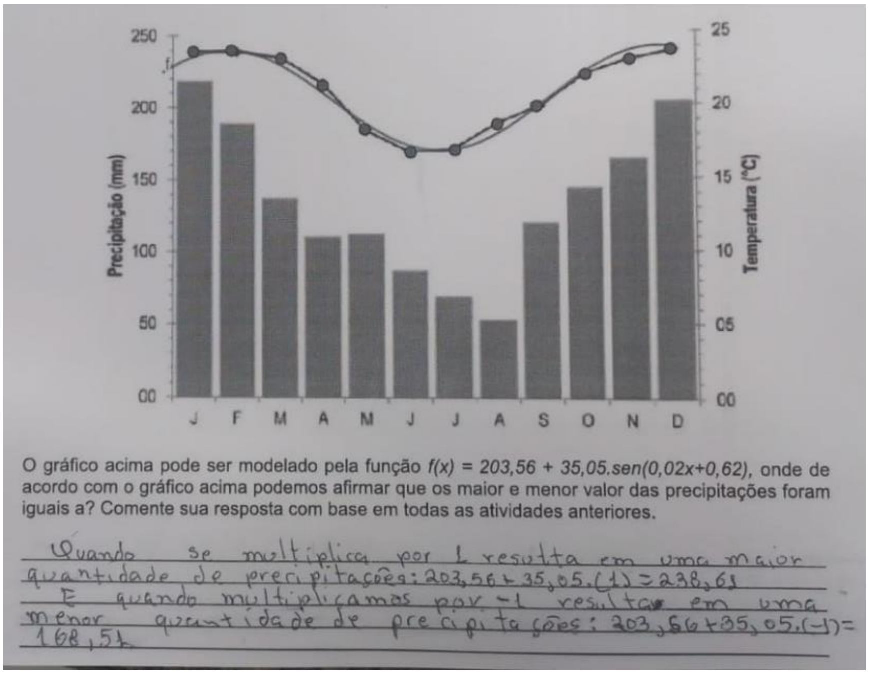
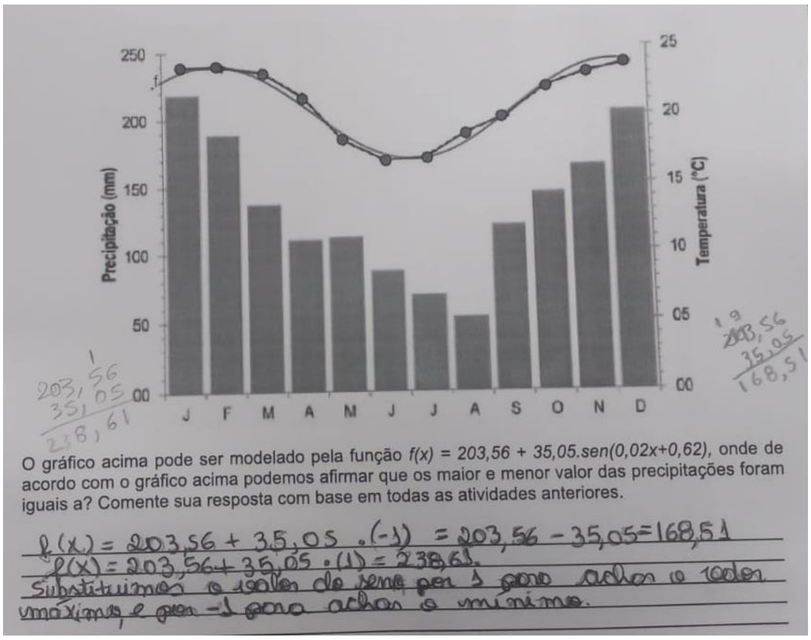


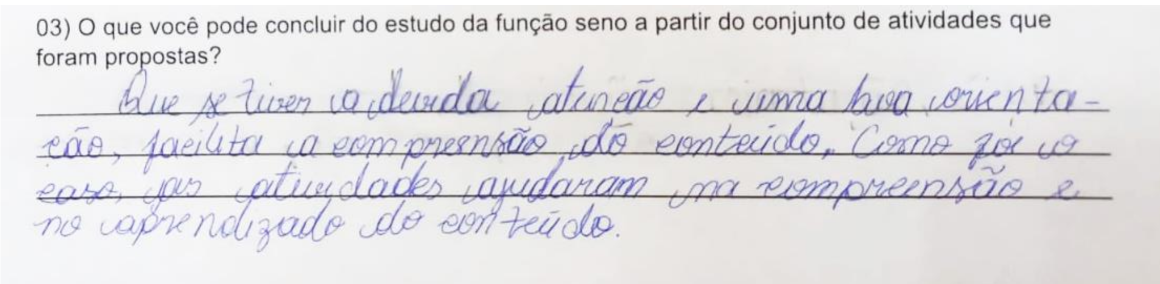
Figura 92 - Recorte 35: Protocolo 10 – Resposta da dupla 14 da atividade 10.



De acordo com as figuras 91, 92 e 93, podemos observar uma unicidade das respostas e associação dos valores das precipitações com a imagem da função, além disso, uma resposta subjetiva para assegurar tal resposta. Logramos êxito nas respostas da atividade 10, todos os alunos acertaram os valores de máximo e mínimo da função, em que podemos destacar a dupla 21, imagem 93, utilizando as operações básicas para chegar na resposta correta.

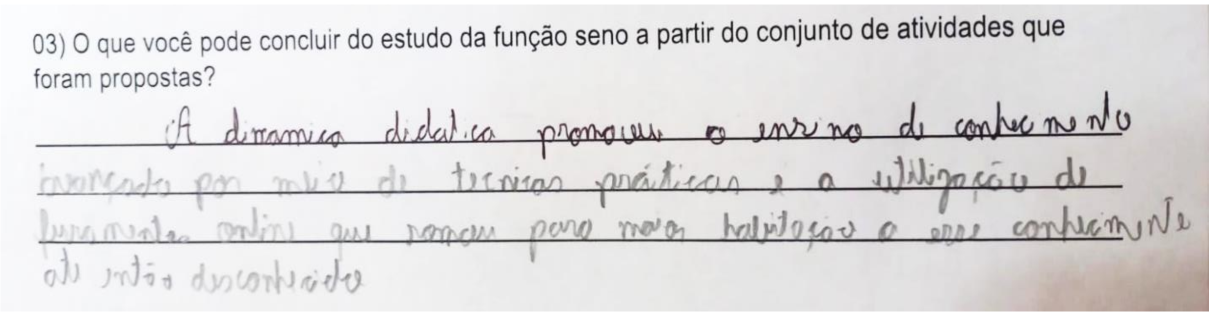
Ao final das atividades foi pedido aos alunos que falassem um pouco sobre a experiência vivida no conjunto de atividades propostas.

Figura 93 - Recorte 36: Protocolo 10 – Resposta da dupla 14 da atividade 10


03) O que você pode concluir do estudo da função seno a partir do conjunto de atividades que foram propostas?

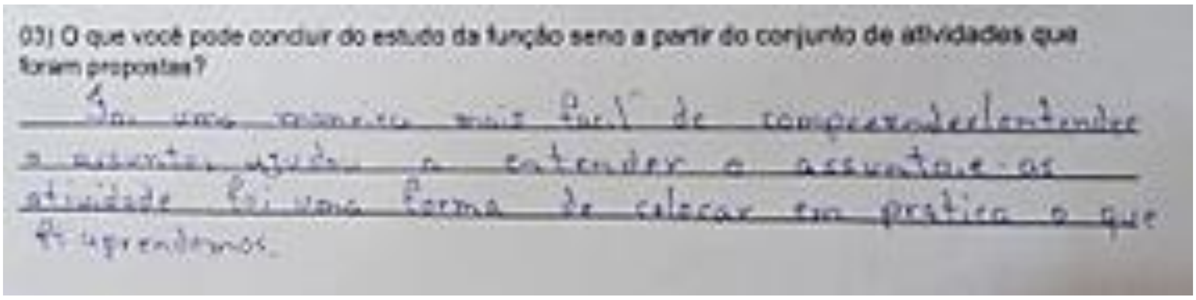
Que se tiver a devida atenção e uma boa orientação, facilita a compreensão do conteúdo. Como foi o caso, as atividades ajudaram na compreensão e no aprendizado do conteúdo.

Figura 94 - Recorte 37: Protocolo 10 – Resposta da dupla 08 da atividade 10


03) O que você pode concluir do estudo da função seno a partir do conjunto de atividades que foram propostas?

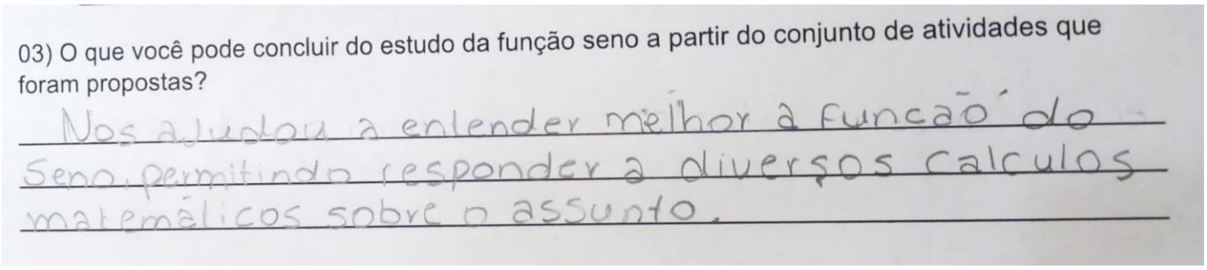
A dinamica didatica promoveu o ensino do conhecimento avançado por meio de tecnicas práticas e a utilização de ferramentas online que ajudam para maior habilitação a esse conhecimento até então desconhecido

Figura 95 - Recorte 38: Protocolo 10 – Resposta da dupla 20 da atividade 10


03) O que você pode concluir do estudo da função seno a partir do conjunto de atividades que foram propostas?

De uma maneira mais fácil de compreender/entender o assunto, ajuda a entender o assunto e as atividade foi uma forma de colocar em prática o que aprendemos.

Figura 96 - Recorte 39: Protocolo 10 – Resposta da dupla 16 da atividade 10.


03) O que você pode concluir do estudo da função seno a partir do conjunto de atividades que foram propostas?

Nos ajudou a entender melhor à função do Seno, permitindo responder à diversos calculos matemáticos sobre o assunto.

8.11 TABELA DE RESULTADOS

	ATIVIDADES									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DUPLA 01	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 02	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 03	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 04	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 05	certo	errado	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 06	errado	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 07	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 08	certo	certo	certo	certo	certo	certo	errado	certo	certo	certo
DUPLA 09	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 10	certo	certo	certo	certo	certo	certo	errado	certo	certo	certo
DUPLA 11	certo	certo	certo	errou	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 12	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 13	certo	certo	certo	certo	certo	certo	errado	certo	certo	certo
DUPLA 14	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 15	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 16	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 17	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 18	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 19	errado	certo	certo	certo	certo	certo	errado	certo	certo	certo
DUPLA 20	certo	certo	certo	errou	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 21	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 22	certo	certo	certo	certo	certo	certo	errado	certo	certo	certo
DUPLA 23	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 24	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
DUPLA 25	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo	certo
TOTAL	92%	96%	100%	96%	100%	100%	80%	100%	100%	100%

Quadro 06: Quadro de acertos e erros das atividades

ATIVIDADE	NÚMERO DE ACERTOS	NÚMERO DE ERROS
1	23	2
2	24	1
3	25	0
4	24	1
5	25	0
6	25	0
7	20	5
8	25	0
9	25	0
10	25	0

Quadro 07: Quadro com o número de acertos e erros das atividades

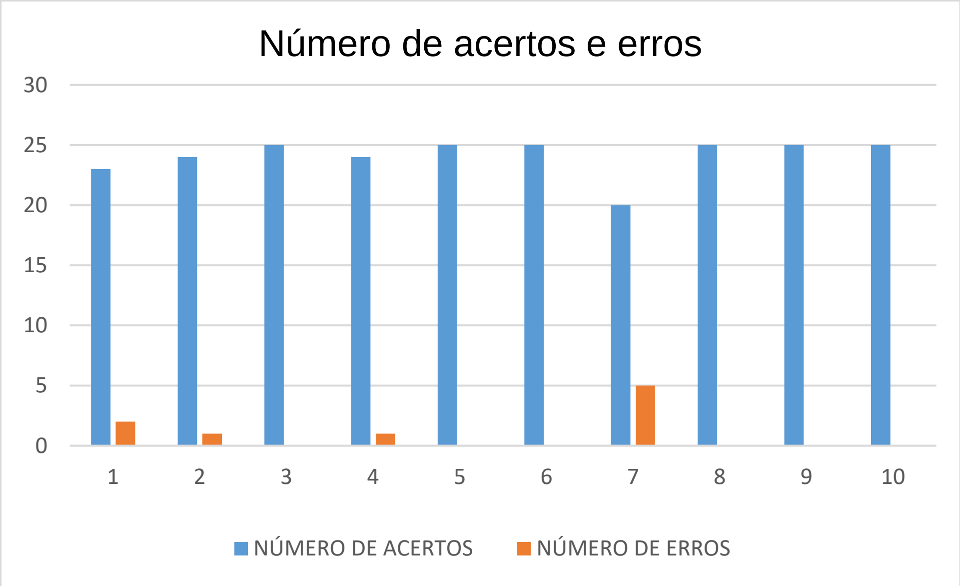


Gráfico 51: Número de acertos e erros das atividades

Os resultados da pesquisa revelaram um alto índice de acerto, de 96%. Isso demonstra um excelente domínio e compreensão do tema proposto, destacando o comprometimento e a dedicação dos participantes. Os números refletem não apenas o seu conhecimento, mas também a qualidade do estudo e da pesquisa realizada.

Esse alto nível de precisão e acerto é um testemunho do esforço e da atenção dedicados ao aprofundamento dos conceitos matemáticos. Reintero as três últimas atividades como a fase de institucionalização em que ela desempenha um papel crítico na estabilidade e no funcionamento de sistemas e organizações. Ela cria as bases para o funcionamento sólido e previsível, estabelecendo as regras que governam o comportamento das partes envolvidas e, uma vez que as regras e normas estão estabelecidas, as mudanças no sistema ou organização podem ser mais fáceis de serem implementadas,

Contribui, deste modo, para o desenvolvimento de relações confiáveis e de longo prazo. Esse resultado comprova que o conhecimento e a habilidade em Matemática, especificamente no estudo da função seno, estão em um patamar bastante considerável, e esperamos que essas conquistas continuem a ser uma fonte de inspiração para futuras explorações e estudos matemáticos.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A função seno, um dos tópicos mais importantes da Trigonometria, revelou-se uma ferramenta poderosa para a descrição de fenômenos periódicos e oscilatórios. Sua simplicidade matemática e sua capacidade de modelar uma ampla variedade de situações são notáveis. Desde a descrição das oscilações de uma roda gigante de um parque de diversões, até a análise do comprimento do caule de árvores, em função das quantidade de chuvas, a função seno desempenha um papel vital na compreensão do mundo natural.

A partir da elaboração e análise da sequência didática proposta aos alunos para o ensino e aprendizagem do conteúdo de função seno, tivemos a oportunidade de analisar a metodologia e pressupostos teóricos a respeito da função seno. Desta maneira, levando em conta o repertório literário referente ao assunto e, principalmente construir e aplicar o exitoso produto educacional, com atividades para o ensino da Função Seno, que poderá ser utilizada tanto por professores quanto para alunos.

O trabalho realizado revelou-se extremamente bem-sucedido, evidenciando que as atividades planejadas foram eficazes no contexto da sala de aula. Os números alcançados demonstram que as atividades indicaram, não apenas a compreensão dos conceitos abordados, mas também o engajamento ativo no processo de aprendizagem.

Com o intuito de incorporar conceitos tecnológicos nas aulas de Matemática do ensino médio, este trabalho estimulou nossos esforços de continuar a pesquisa. Nosso objetivo foi encontrar novas formas de incorporar informações, teorias e métodos com aplicações práticas. Isto, a partir de um conjunto de atividades, criar uma experiência educacional mais unificada, unindo alunos e educadores de diferentes formações, compreender a função seno em profundidade, e destacar sua relevância em contextos acadêmicos e do mundo real através de uma série de atividades.

À medida que concluímos esta jornada, algumas reflexões essenciais merecem destaque. Além disso, identificamos suas generalizações e extensões, como a função cosseno, não citada neste trabalho, mas podendo ser trabalhada de maneira análoga, que amplia ainda mais suas aplicações. Isso ressalta a versatilidade dessa função matemática fundamental e sua capacidade de fornecer soluções para problemas complexos.

Também devemos reconhecer, contudo, que esta dissertação apenas tangenciou a superfície das possibilidades que a função seno oferece. Há desafios e perguntas em aberto, que exigem investigação adicional. Como podemos estender o conceito de função seno para contextos mais complexos? Como a função seno pode ser aplicada em problemas interdisciplinares emergentes?

Este trabalho representa uma contribuição modesta para o vasto campo da Matemática e suas aplicações, mas esperamos que tenha servido como um ponto de partida inspirador para futuros estudos. Ao tempo que que novos pesquisadores embarcam nesta jornada, incentivamos a exploração de novas facetas da Função Seno e a busca por soluções criativas para os problemas que ela pode ajudar a resolver.

A Função Seno, portanto, não é apenas um tópico acadêmico, mas uma ferramenta poderosa, que desempenha um papel fundamental na compreensão e avanço da ciência e da tecnologia. Ao encerrarmos esta dissertação, instamos os leitores a continuarem explorando o mundo fascinante da função seno, pois seu potencial para inovação e descoberta é verdadeiramente ilimitado.

Em relação à teoria didática aplicada nesse trabalho, a teoria das Situações Didáticas (TSD), de Guy Brousseau (1986), oferece uma lente fascinante e altamente relevante para a compreensão do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Ao longo desta dissertação, exploramos como essa teoria pode ser aplicada à função seno, revelando teorias valiosas sobre como os alunos constroem seu conhecimento matemático e como os professores podem orientar esse processo de forma mais aprofundada e eficaz.

Nossa investigação demonstrou que as Situações Didáticas, conforme propostas por Brousseau, podem ser uma abordagem pedagógica eficiente para o ensino da função seno. Ao criar situações que permitem aos alunos construir ativamente seu próprio entendimento, vimos como eles se envolveram de maneira mais significativa com o tópico e desenvolveram uma compreensão mais profunda.

Além disso, identificamos a importância de reconhecer as diferentes fases da aprendizagem matemática, desde a fase inicial de ação até a fase final de institucionalização do conhecimento. Ao adaptar nossas estratégias de ensino para se alinharem com as necessidades dos alunos em cada fase, podemos promover um aprendizado mais pleno e duradouro.

Igualmente reconhecemos, no entanto, que a aplicação das Situações

Didáticas à função seno não é isenta de desafios. A necessidade de flexibilidade por parte dos professores, a consideração das características individuais dos alunos e a avaliação adequada, são apenas alguns destes aspectos que enfrentamos. Esses desafios, todavia, não diminuem o valor da abordagem, eles destacam a importância de um compromisso contínuo com a pesquisa e a prática pedagógica.

Constata-se, então, que esta dissertação demonstra que a teoria das Situações Didáticas de Brousseau oferece um arcabouço teórico sólido para aprimorar o ensino da função seno e, por extensão, o ensino da matemática de forma mais ampla. Ela nos lembra que o processo de ensino e aprendizagem não é estático, mas dinâmico, e que os professores desempenham um papel fundamental na criação de ambientes significativos de aprendizagem.

À medida que avançamos na pesquisa e na prática educacional, incentivamos os educadores a explorarem ainda mais as possibilidades oferecidas pelas Situações Didáticas de Brousseau, e a continuarem a aprimorar sua abordagem ao ensino da matemática. Desta maneira capacitando os alunos a construírem um entendimento sólido e duradouro da função seno e de conceitos matemáticos complexos. A teoria das Situações Didáticas de Brousseau permanece como uma fonte rica de inspiração e orientação para essa jornada contínua de aprimoramento pedagógico.

Ao nos aproximarmos do término desta dissertação, é oportuno refletir sobre a jornada de pesquisa que empreendemos e suas implicações mais amplas. Durante este estudo exploramos detalhadamente a função Seno, através de atividades aplicados a fenômenos periódicos da natureza, investigando o conhecimento adquirido pelo aluno através de uma série de tarefas, por meio de pesquisas com alunos e professores. As conclusões obtidas forneceram uma visão mais profunda da função Seno e contribuíram para nosso entendimento dos fenômenos supracitados.

Uma das descobertas mais notáveis deste trabalho foi o empenho dos alunos em busca da solução das atividades. Essas descobertas são de importância substancial para o estudo da função Seno porque impacta de maneira direta a forma como os alunos veem as funções trigonométricas. Eles ressaltam a relevância contínua das atividades e nos incentivam a uma reflexão mais aprofundada e abrangente do tema em atividades posteriores.

É fundamental também, reconhecer que esta dissertação não esgota completamente o tópico. Ela representa um passo importante no caminho para uma compreensão mais completa de estudos sobre a função Seno, e igualmente identifica lacunas e questões que merecem atenção em inquirições futuras.

Esta pesquisa não teria sido possível sem o apoio e orientação valiosos dos nossos orientadores, uma gratidão eterna e o encorajamento constante de amigos e principalmente familiares. Expresso minha profunda gratidão a todos que tornaram este trabalho possível.

Agradeço sinceramente a todos que acompanharam esta jornada de pesquisa e espero que as contribuições apresentadas aqui possam inspirar novas ideias e debates. Ao concluir esta dissertação, mais do que um ponto final, é uma origem de partida para futuras explorações e investigações. Serve como convite para outros pesquisadores e estudiosos para continuarem a investigar sobre a função Seno e a expandir nosso conhecimento em Trigonometria.

Por fim, nossos esforços produziram um corpo de trabalho coeso e de grande valia para o ensino de funções trigonométricas, especificamente a função seno. Este assunto é significativo porque é considerado parte de uma análise criteriosa e robusta: a Trigonometria. É utilizado em avaliações externas e sempre sendo abordadas. Esperamos a publicação de nosso trabalho nas melhores revistas em Educação Matemática, para que possamos alcançar o maior número possível de alunos e professores que se interessem em melhorar o ensino da função seno.

Ao concluir a jornada desafiadora de praticar e escrever minha dissertação, percebo que esta experiência, além de um marco acadêmico, também instigou uma transformação profunda, que reverberará por toda a minha vida. Ao longo desse caminho, mergulhei nas profundezas do conhecimento, desvendando os mistérios da minha área de estudo, e igualmente descobrindo facetas inexploradas de minha própria capacidade intelectual e criativa. Cada página escrita foi mais do que um registro acadêmico, foi testemunho do meu comprometimento, resiliência e paixão pelo aprendizado.

Com esta dissertação fecho um capítulo importante, mas estou ciente de que as páginas em branco do meu futuro estão diante de mim, esperando para serem preenchidas com novas descobertas, conquistas e realizações. Esta dissertação não é apenas o fim de um projeto acadêmico, é o começo de uma vida transformada, moldada pela busca constante do conhecimento e pela crença inabalável no poder da educação para mudar as mentes e os destinos. Que esta jornada de aprendizado e crescimento continue a inspirar e impactar positivamente a minha vida e a daqueles ao meu redor.

Concluo minha pesquisa com uma frase de Brousseau: "Se todos tiverem acesso à cultura Matemática, sabendo elaborar perguntas e hipóteses como fazem os profissionais da área, será mais fácil que exijam explicações e discutam se determinada justificativa é verdadeira ou falsa." (Brousseau, 2009).

REFERÊNCIAS

ABRANTES, W. G. B. et al. **A função periódica para o ensino médio.** Universidade Federal do Amazonas, 2015.

ALMEIDA, C.; VISEU, F. **Interpretação gráfica das derivadas de uma função por professores estagiários de Matemática.** Revista Portuguesa de Educação, Universidade do Minho, v. 15, n. 1, p. 193-219, 2002.

ALMEIDA, H. M. de. **O uso de celulares, tablets e notebooks no ensino da Matemática**. Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 11, n. 2, p. 318-327, 2016.

ALMEIDA, L. M. W. d.; SILVA, K. P. d.; VERTUAN, R. **Modelagem Matemática. [S.l.]: Anotações das aulas do curso de Tendências da Educação Matemática** I . . . , 2007.

ALMEIDA, Nancy Aparecida de; ALCINI, Sonia Aparecida Romeu; MANFREDINNI, Benedito Fulvio; YAMADA, Bárbara Alessandra Gonçalves Pinheiro. **Tecnologia na escola: abordagem pedagógica e abordagem técnica**. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da Matemática.** [S.l.]: Editora UFPR, 2010. ALVES, A. J. A "revisão da bibliografia" em teses e dissertações: meus tipos inesquecíveis. Cadernos de pesquisa, n. 81, p. 53–60, 1992.

ALVES, Alda Judith. **A revisão da bibliografia em teses e dissertações: meus tipos inesquecíveis.** Cadernos de pesquisa, n. 81, p. 53-60, 1992.

ANTAR NETO, Aref; SAMPAIO, José Luiz Pereira; LAPA, Nilton. CAVALLANTTE, Sidney Luiz. **Noções de Matemática-trigonometria.** [S.l.]: Ed. Vestseller, 2009.

ARAÚJO, D. L. de. **O que é (e como faz) sequência didática?** Entrepalavras, v. 3, n. 1, p. 322–334, 2013.

ARAYA, A. M. O.; OLIVEIRA, R. A. L. C. de. **Aprendizagem baseada em problemas e o ensino do conceito de geração de energia elétrica.** Caderno Amazonense de Pesquisa em Ensino de Ciencias e Matemática, v. 1, n. 1, p. e202103–e202103, 2021.

ASSIS, L. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação.** [S.l.]: SciELO Brasil, 2015.

BAÍA, I. M. D. S. **Perceção dos Professores de Matemática do ensino básico acerca do trabalho de grupo na sala de aula.** Tese (Doutorado), 2013.

BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G. **O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica.** [S.l.]: Ithala, 2014.

BATISTA, P. **Contribuições da Teoria das Situações Didáticas para ressignificação da prática de professores que ensinam matemática.** Tese (Doutorado) — Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Estadual do Ceará, 2019.

BEHRENS, M. A.; MORAN, J. M.; MASETTO, M. T. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas, São Paulo: Papirus, 2000.

BLAGITZ, M. et al. **Periodicidade do crescimento de espécies arbóreas da Floresta Estacional Semidecidual no Sul do Brasil.** Scientia Forestalis, Piracicaba, v. 44, n. 109, p. 163-173, mar. 2016., 2016.

BOTELHO, J. A.; ASSIS, C. **O livro didático na perspectiva de recurso do professor de matemática. Compreender o trabalho dos professores brasileiros do Ensino Básico:Uma abordagem pelos recursos**, p. 127–147, 2021.

BRASIL, G. L.; AGUIAR, I. P.; CAIRES, N. H. **Tics ferramentas pedagógicas educacional: Importância dos recursos tecnológicos utilizados no auxílio para ensino-aprendizagem da matemática.** Brazilian Journal of Development, Curitiba, v. 7,n. 7, p. 66195–66206, 2021.

BRASIL, M. **Parâmetros Curriculares Nacionais/ensino fundamental.** Brasília: MEC/SEF,1998.

BROUSSEAU, G. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques.Recherches en didactique des mathématiques** (Revue), v. 7, n. 2, p. 33–115, 1986.

BROUSSEAU, G. **Le contrat didactique: le milieu. Recherches en didactique des mathématiques**, v. 9, n. 9.3, p. 309–336, 1990.CHEVALLARD, Y. La transposition didactique et l'avenir de l'école. Fenêtre sur cour (s),1996.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino.** São Paulo: Ática, 2008.

COSTA, N. M. L. da. **A história da trigonometria. Educação Matemática em Revista**-Revista da SBEM,(10), p. 60–68, 2003.COSTA, S. S. C. da; MOREIRA, M. A. A resolução de problemas como um tipo especial de aprendizagem significativa. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 18, n. 3, p. 263–276, 2001.

CURCIO, Frances R. **Developing Graph Comprehension. Elementary and Middle School Activities**. National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1906 Association Drive, Reston, VA 22091, 1989.

CURY, Helena Noronha. **As concepções sobre erros matemáticos e sua relação com as concepções sobre a natureza da matemática.** Cadernos de Educação. Porto Alegre, RS: Faculdade de Educação – PUCRS, v. 13, n. 18/19. 1990.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. [S.l.]: Ática, 1990.

D’AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática.** [S.l.]: Papirus Editora, 2007.

DANTAS, A. S. **O uso do geogebra no ensino de trigonometria: uma experiência com alunos do ensino médio do instituto federal de educação, ciência e tecnologia do Rio Grande do Norte**. 2013.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12ª edição. São Paulo, p. 8–22, 2005.

DOLZ, J. et al. **Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. Gêneros orais e escritos na escola**. Campinas: Mercado de Letras, p. 95–128, 2004.

ENEM. **Textos Teóricos e Metodológicos do ENEM**. Brasília, 2009.

FEIJÓ, R. S. A. Alves. **Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria: um estudo com alunos do ensino médio do Distrito Federal**. 2018. Dissertação (Mestre em Matemática) - Universidade de Brasília - Instituto de Ciências Exatas Departamento de Matemática Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Brasília, 2018.

FERNANDES, S. da S. **A contextualização no ensino de Matemática – um estudo com alunos e professores do ensino fundamental da rede particular de ensino do Distrito Federal.** (2006). Disponível em:<https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22006/SusanadaSilvaFernandes.pdf>Acesso em: 07 mar. 2017.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Aurélio século XXI: o dicionário da língua portuguesa**. 3 Curitiba: Editora Positivo, 2004, 2120 p.

FERREIRA, R. **Ensinando matemática com o GeoGebra**. Enciclopédia Biosfera, v. 6,n. 10, 2010.

FILHO, M. P. da S. **Etnomatemática: resenha sobre a obra educação Matemática: da teoria à prática de Ubiratam D’ambrósio.** Revista de Educação da Universidade Federal do Vale do São Francisco, v. 2, n. 2, 2012.

FISCARELLI, R. B. de O. **Material didático e prática docente.** Revista Íbero-Americana de estudos em educação, v. 2, n. 1, p. 31–39, 2007.

FLICK, U. **An introduction to qualitative research**. [S.l.]: sage, 2018.

FONSECA, L. S. d. et al. **A aprendizagem das funções trigonométricas na perspectiva da teoria das situações didáticas**. Universidade Federal de Sergipe, 2011.

GUIMARÃES, Gilda Lisbôa; GOMES, Verônica Gitirana; ROAZZI, Ferreira Antônio. **Interpretando e construindo gráficos**. Disponível em:

http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/interpretando.pdf Acesso em 12/12/2022.

GUIMARÃES, Y. A.; GIORDAN, M. **Elementos para validação de sequências didáticas**. Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, v. 9, p. 1–8, 2013.

JAVARONI, S. L. **Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de introdução às equações diferenciais ordinárias.** Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2007.

JÚNIOR, A. P. de O.; SILVA, H. G. **Atitudes de alunos de licenciatura em matemática em relação à matemática e o desempenho acadêmico.** Revista de Educação, Ciências e Matemática, v. 11, n. 1, p. 59, 2021.

LEÃO, Ana Flavia Corrêa; GOI, Mara Elisangela Jappe. **Um olhar na teoria da aprendizagem de Bruner sobre o ensino de Ciências.** Research, Society and Development, v. 10, n. 13, p. e367101321214-e367101321214, 2021.

LEINHARDT, G.; ZASLAVSKY, O.; STEIN, M. K. **Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching.** Review of educational research, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 60, n. 1, p. 1–64, 1990.

LEWIN, K.; LEWIN, G. W. **Problemas de dinâmica de grupo.** [S.l.]: Cultrix São Paulo, 1970.

LIMA, E. L. et al. **A matemática do ensino médio.** [S.l.]: SBM, 1997. v. 6.

LIMA, T. C. B. S. **Reflexões acerca da dificuldade em ensinar e aprender matemática: o elo desconectado existente entre o ensino e a aprendizagem**. 2020.

LUCKESI, C. C. **Sobre notas escolares: distorções e possibilidades.** [S.l.]: Cortez Editora, 2016. MARGOLINAS, C. Dévolution et institutionnalisation: deux aspects antagonistes du rôle du maître. [S.l.]: Maison d’Edition de l’Education, Hanoï, 1995.

MEDEIROS, R. P. **Softwares matemáticos: o uso de novos recursos tecnológicos para o processo de ensino e aprendizagem da matemática; REBES** - Revista brasileira de educação e saúde; ISSN -2358-2391; Pombal -PB, Brasil, v. 4, n. 3, p. 6-12, jul.-set., 2014.

MENDES, L. O. R.; LUZ, J. A. D.; PEREIRA, A. L. **Matemática e ensino remoto: percepções de estudantes do ensino médio.** TE & ET, 2021.

MENEGHELLI, Juliana; POSSAMAI, Janaína Poffo. **Função seno e cosseno: uma abordagem de ensino através da Resolução de Problemas.** Revista de Educação, Ciências e Matemática, v. 11, n. 1, 2021.

MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel; LAMIM NETTO, Manoel de Souza; ZUFFI, Edna Maura. **Etnomatemática e resolução de problemas como proposta**

metodológica para o Ensino Fundamental. ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática, v. 29, p. 1-17, 2021.

MESQUITA, Elza; RIBEIRO, Maria do Céu. **John Dewey. Educação: pensadores ao longo da história**, 2016.

MIRAS, M. **Um ponto de partida para a aprendizagem de novos conteúdos: os conhecimentos prévios.** COLL, C. O construtivismo em sala de aula. São Paulo: Editora Ática, p. 57–76, 2006.

MORAN, J. M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. [S.l.]: Papirus Editora, 2000.

MORAM, J. M. (2005) **Integração das tecnologias na educação. Desafios da televisão e do vídeo à escola**. Secretaria de Educação a Distância, SEED.

MORÁN, José. Mudando a educação com metodologias ativas. **Coleção mídias contemporâneas. Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens**, v. 2, n. 1, p. 15-33, 2015.

MOREIRA, M. A. **Mapas conceituais e diagramas** V. Porto Alegre: Ed. do Autor, v. 103, 2006.Disponível em < http://tvescola.mec.gov.br/images/stories/... para.../livro_salto_tecnologias.pdf> Acesso em 30 de Maio 2023.

NÚÑEZ, I. B.; RAMALHO, B. L. **Estudo de erros e dificuldades de aprendizagem: as provas de Química e de Biologia do vestibular da UFRN**. Natal: EDUFRN, 2012.

OLIVEIRA, F. C. d. **Dificuldades no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2006.

PACHECO, E. F. **Utilizando o software geogebra no ensino da matemática: uma ferramenta para construção de gráficos de parábolas e elipses no 3 ano do ensino médio.** Debates em Educação, v. 11, n. 24, p. 197–211, 2019.

PASSOS, M. **Desafios e perspectivas para a utilização da informática na educação Matemática**. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/ pde/arquivos/408-4.pdf>Acesso em: 11 de Outubro de 2023.

PCN, **P. C. N. Matemática**. Secretária de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF,1998.

PINHEIRO, N. A. M. et al. **Educação crítico-reflexiva para um ensino médio científico-tecnológico: a contribuição do enfoque cts para o ensino aprendizagem do conhecimento matemático**. Florianópolis, SC, 2005.

Portal do IFMA,2023. Disponível em: https://codo.ifma.edu.br/sobreocampus. Acesso em: 13 de Junho de 2023.

RAMOS, F. M.; LISBOA, C. A.; NUNES, D. M. **A utilização do software geogebra no ensino da trigonometria na educação básica.** Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação, v. 7, n. 6, p. 1217–1227, 2021.

RAMOS, L. da L.; PEREIRA, A. C.; SILVA, M. A. D. da. **Vídeo como ferramenta de ensino em cursos de saúde.** Journal of Health Informatics, v. 11, n. 2, 2019. ROQUE, T.; CARVALHO, J. B. P. de. **Tópicos de história da matemática.** [S.l.]: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012.

ROQUE, Tatiana; DE CARVALHO, João Bosco Pitombeira. **Tópicos de história da matemática.** 2012.

SÁ, P. F. de; JUCÁ, R. de S. **Matemática por atividades: experiências didáticas bem-sucedidas**. [S.l.]: Editora Vozes Limitada, 2017.

SANTOS, C. P. d. et al. **Função seno: um estudo com o uso do software winplot com alunos do ensino médio.** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2013.

SANTOS, D. C. dos; CURY, H. N. **O uso de materiais manipuláveis como ferramenta na resolução de problemas trigonométricos**. VIDYA, v. 31, n. 1, p. 14, 2011.

SANTOS, M. B. et al. **Práticas reflexivas de professores sobre o ensino de trigonometria: um estudo a partir das experiências do pibid.** Brazilian Journal of Development, v. 7, n. 2, p. 17358–17368, 2021.'

SANTOS, R. F. d. et al. **O uso da modelagem para o ensino da função seno no ensino médio.** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2014.

SCORTEGAGNA, L. **Informática na educação**. Juiz de Fora, MG. Editora Cead, 2014.

SILVA, B.; BRAYNER, C.; BORRALHO, **A. avaliação em Matemática com uso de tecnologias no ensino médio na perspectiva de professores**. UNESP/FC/ Departamento de Educação, 2018.

SILVA, D.; NETO, M. **Conhecimentos de estudantes do ensino médio sobre razões trigonométricas no triângulo retângulo**. Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Recife, p. 1–11, 2006.

SILVA, H. L.; HENRIQUES, A. **Estudo de funções trigonométricas: uma comunicação matemática em dois ambientes de aprendizagem**. 2017.

SILVA, Luciano Pontes da. **Um estudo da atenção seletiva na aprendizagem das funções trigonométricas: etiologias e tipologias de erros na perspectiva da neurociência cognitiva.** Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2019.

SILVEIRA, M. R. A. D. **Tradução de textos matemáticos para a linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem**. Educação Matemática Pesquisa, v. 16, n. 1, 2014.

TAJRA, S. F. **Informática na Educação: novas ferramentas pedagógicas para o professor na atualidade.** [S.l.]: Saraiva Educação SA, 2011.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. [S.l.]: Cortez editora, 2022.

VASCONCELOS, J. R.; SANTOS, J. A. B. dos. **Propriedade intelectual na pós-graduação das universidades federais do Nordeste: indicadores bibliométricos. RDBCI:** Revista Digital de Biblioteconomia e Ciência da Informação, v. 17, p. e019007–e019007, 2019.

VIANA, M. N. G. et al. **Dificuldade de aprendizagem matemática no ensino fundamental com aporte em representação semiótica.** Brazilian Journal of Development, v. 7, n. 2, p. 14439–14454, 2021.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar.** [S.l.]: Artmed Editora, 2009.

VINNER, S. **The Avoidance of Visual Considerations in Calculus Students**. Focus on learning problems in mathematics, ERIC, v. 11, p. 149–156, 1989.

VOSGERAU, D. S. R.; ROMANOWSKI, J. P. **Estudos de revisão: implicações conceituais e metodológicas.** Revista diálogo educacional, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, v. 14, n. 41, p. 165–189, 2014.

APÊNDICE A – Atividades da sequência didática

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

____/____/2023
INDIVÍDUO

ATIVIDADE 01: Identificando fenômenos periódicos na natureza

O que são fenômenos periódicos da Natureza?

Chamamos de um fenômeno periódico aquele que se repete sempre após o mesmo intervalo de tempo. Um exemplo mais simples de um fenômeno periódico é o dia. O movimento do Sol, que aparece pela manhã e se põe no fim da tarde até novamente aparecer de novo, determina o que chamamos de dia. Outro conceito que ajuda a complementar o anterior, é que os fenômenos periódicos são aqueles que se repetem periodicamente, ou seja, a cada período inteiro.

Por que são importantes?

Os fenômenos periódicos podem ser muito úteis para medir a passagem do tempo. Os corpos celestes são muito importantes, porque entre eles há diversos que executam um movimento periódico, que pode ser percebido por nós e, por isso eles foram utilizados para construir o nosso calendário. Estando na Terra como nós estamos e olhando para o céu, nós podemos perceber muitos movimentos periódicos. Os mais fáceis de observar são os movimentos do Sol e o da Lua. Muitos fenômenos ou situações que estão presentes em nosso dia a dia são periódicos, isto é, de tempos em tempos se repetem. Outro exemplo que colabora com essa afirmação é o nascer e o pôr do sol.

Extraído de: http://traprendizado.blogspot.com.br/2011_08_01_archive.html

De acordo com os textos acima classifique os fenômenos abaixo em periódicos ou não periódicos

	FENÔMENO DA NATUREZA	PERIÓDICO	NÃO PERIÓDICO
1	As fases da Lua		
2	As estações do ano		
3	O movimento dos planetas		
4	Os terremotos		
5	As marés		
6	A pressão sanguínea do coração		
7	Período fértil das fêmeas		
8	Som		
9	Nascer e o pôr do sol		
10	Deslizamentos de terra		
11	Frutificação das plantas		
12	Variação do preço das moedas estrangeiras		
13	Terrremotos		
14	Efeito da medicação no organismo		
15	Produção de energia Solar		

Diante do exposto como você conceitua os fenômenos periódicos que ocorrem na natureza?

Universidade do Estado do Pará
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

____/____/2023
INDIVÍDUO

ATIVIDADE 02: Percebendo o comportamento do coeficiente b na função $f(x) = b.sen(x)$

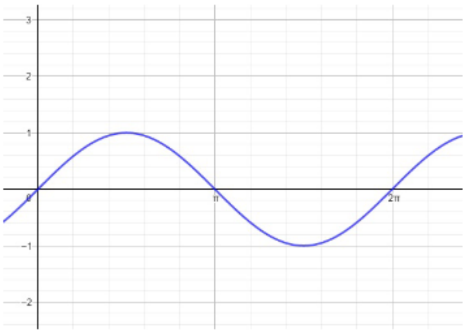


Figura 26 – função $f(x) = senx$

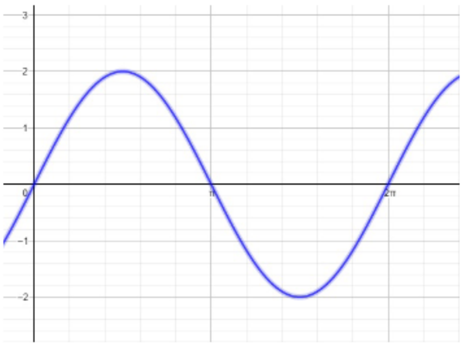


Figura 27 – função $f(x) = 2senx$

Figura 28 – função $f(x) = 3senx$

De acordo com os gráficos acima, o que você percebe quando se altera o valor de b na função?

____
____
____
____
____

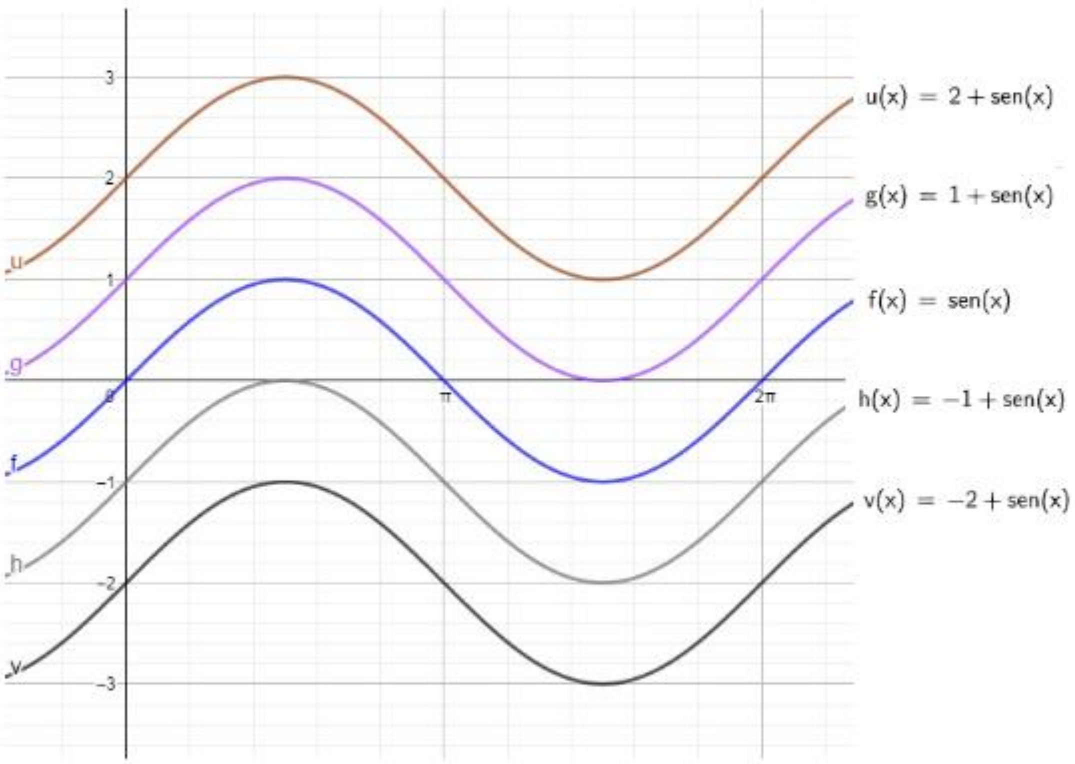
Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

____/____/2023

INDIVÍDUO

ATIVIDADE 03**:** Percebendo o comportamento coeficiente a na função $f(x) = a + sen(x)$

- Observe os seguintes gráficos na forma $f(x) = a + sen(x)$



O que você percebe quando se altera os valores de a em relação à função primitiva $f(x) = sen(x)$?

____
____
____
____
____

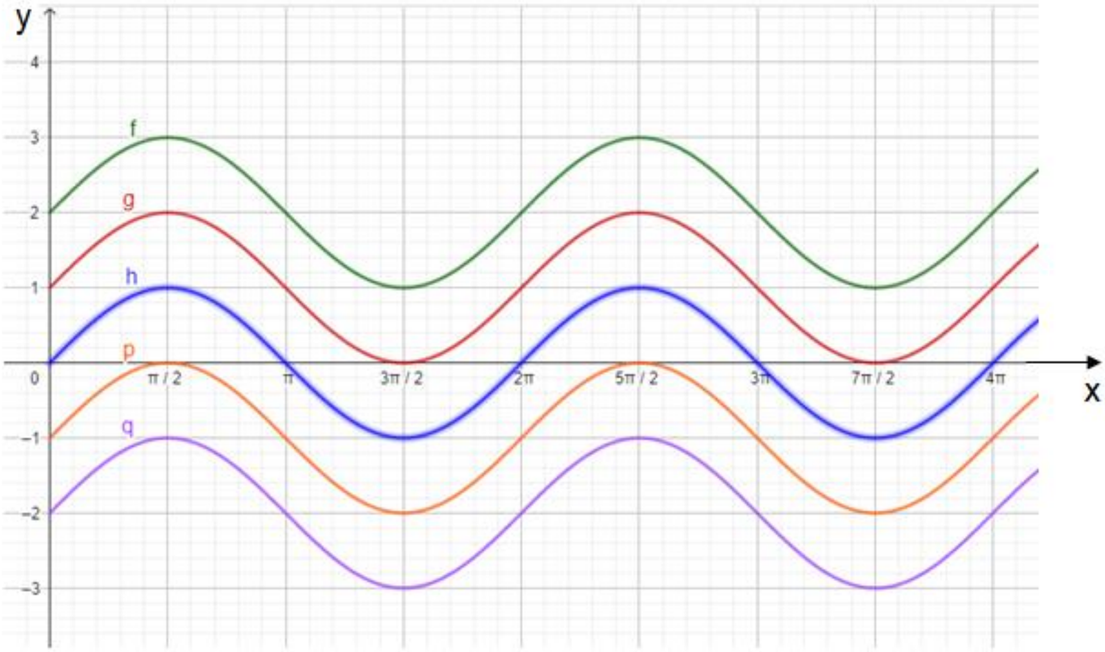
Universidade do Estado do Pará
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

___/___/2023

INDIVÍDUO

ATIVIDADE 04: Comportamento dos coeficientes a e b na função Seno

- De acordo com os gráficos do tipo f(x) = a + b(sen x), observe o ponto onde eles cruzam o eixo y e seus valores máximos e mínimos.



01- De acordo com o gráfico acima responda o seguinte quadro:

Função	Qual o ponto onde o gráfico toca o eixo y	Qual o valor máximo da função	Qual o valor mínimo da função
f(x)			
g(x)			
h(x)			
p(x)			
q(x)			

02- Conhecendo o ponto onde as funções tocam o eixo y, o que se pode concluir em relação ao valor de **a**, na expressão f(x) = a + b.sen(x)?

____

____

____

____

04 – Observando o gráfico acima, responda a tabela abaixo:

Função	Diferença do valor máximo Pelo valor de **a**	Diferença de **a** pelo valor mínimo
f(x) = 2+sen(x)	( ) - 2 =	2 – ( ) =
g(x) = 1+sen(x)	( ) - 1 =	1 – ( ) =
h(x) = sen(x)	( ) - 0 =	0 – ( ) =
p(x) = -1+sen(x)	( ) - (-1) =	-1 – ( ) =
q(x) = -2+sen(x)	( ) - (-2) =	-2 – ( ) =

05. O que se pode concluir das diferenças entre o valor máximo da função pelo valor de **a** e a diferença de **a** pelo valor mínimo da função.

____

____

____

____

Universidade do Estado do Pará
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

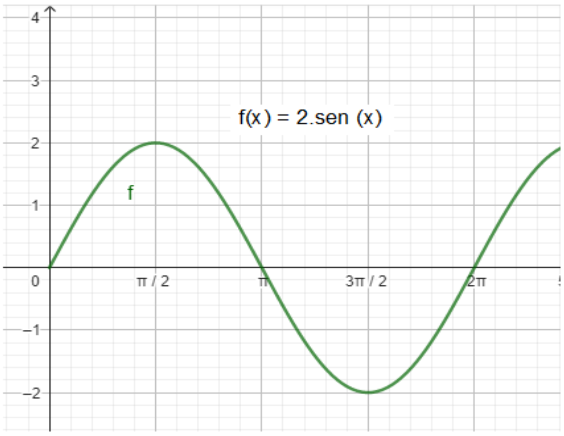
____/____/2023

INDIVÍDUO

ATIVIDADE 05: Definindo a imagem da função Seno

- Observe os gráficos do tipo f(x) = a + b(sen x). Sabendo que a imagem da função seno varia de -1 a 1, substitua a expressão seno ora por -1, ora por 1 e defina valores máximo e mínimos em cada item.

a)



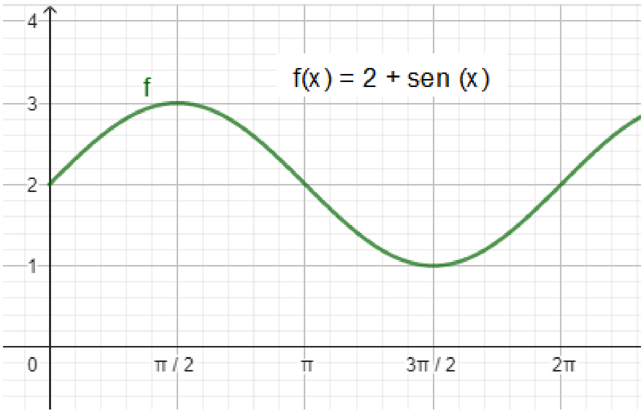
____

- Qual o valor máximo e mínimo encontrado?

Máximo: ___________

Mínimo: ___________

b)



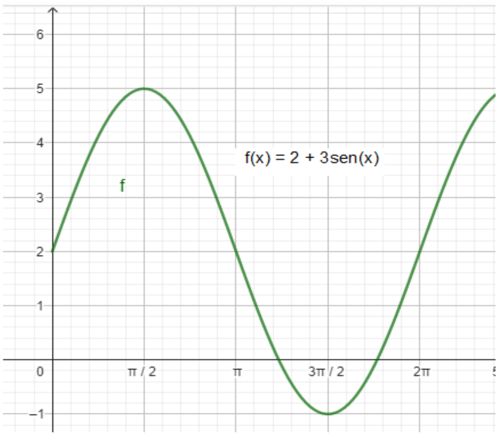
____

- Qual o valor máximo e mínimo encontrado?

Máximo: ___________

Mínimo: ___________

c)



____

- Qual o valor máximo e mínimo encontrado?

Máximo: ___________

Mínimo: ___________

- Qual a conclusão que você teve em relação aos valores máximos e mínimos da função?

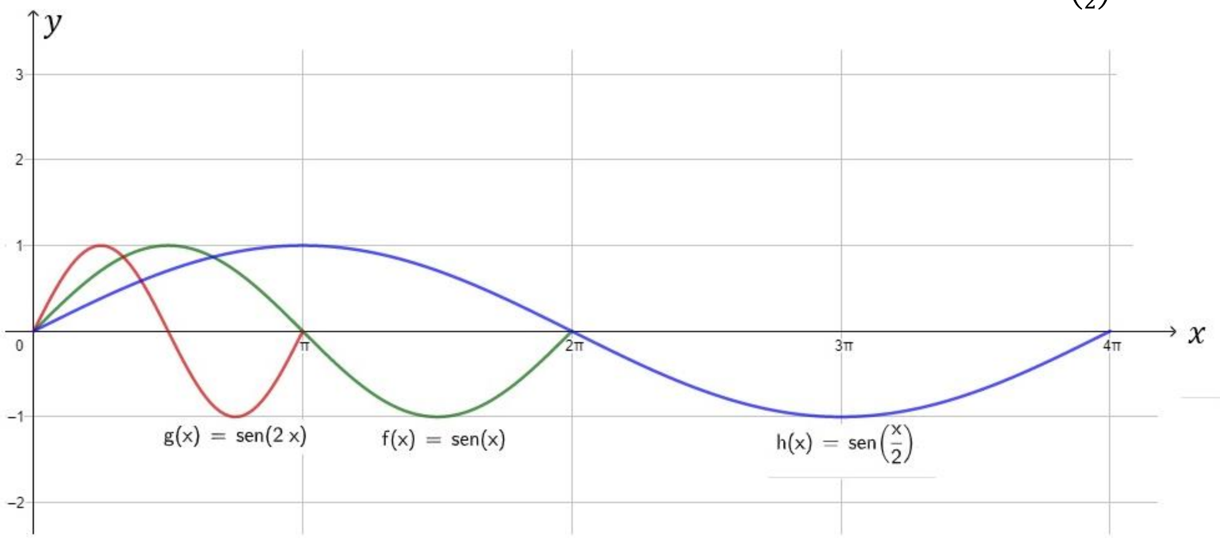
____

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

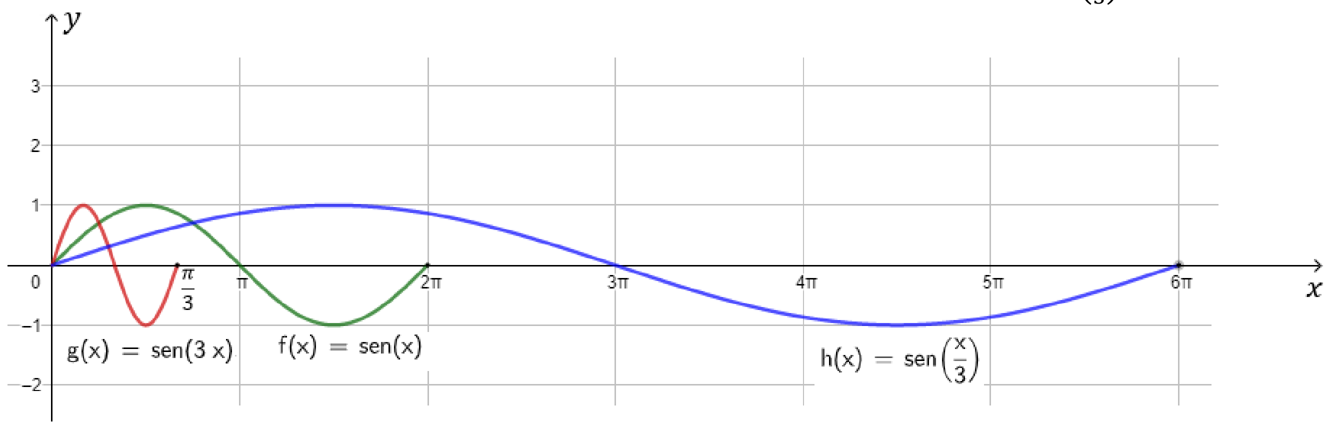
ATIVIDADE 07: Reconhecendo o período das funções do tipo $f(x) = sen(cx)$

Sabendo que a função $f(x) = sen(x)$ é uma função periódica de período 2π, observe os seguintes quadros:

QUADRO 01: Gráfico de $f(x) = sen(x)$, $f(x) = sen(2x)$ e $f(x) = sen\left(\frac{x}{2}\right)$



QUADRO 02: Gráfico de $f(x) = sen(x)$, $f(x) = sen(3x)$ e $f(x) = sen\left(\frac{x}{3}\right)$



- De acordo com os dois quadros acima, responda com as palavras “esticou” ou “encolheu”.

a) O que aconteceu com o período da função $f(x) = sen(2x)$ e $f(x) = sen(3x)$, em relação à função $f(x) = sen(x)$?

____

b) O que aconteceu com o período da função $f(x) = sen\left(\frac{x}{2}\right)$ e $f(x) = sen\left(\frac{x}{3}\right)$, em relação à função $f(x) = sen(x)$?

c) Quando o gráfico "encolheu" o valor que "acompanha" x está multiplicando ou dividindo?

d) Quando o gráfico "esticou" o valor que "acompanha" x está multiplicando ou dividindo?

e) Ligue as funções com os seus respectivos períodos sem olhar para os gráficos da página anterior

$f(x) = sen(2x)$	período igual a 2π
$g(x) = sen(x)$	período igual a 6π
$h(x) = sen\left(\frac{x}{3}\right)$	período igual a $\frac{2\pi}{3}$
$p(x) = sen(3x)$	período igual a 4π
$q(x) = sen\left(\frac{x}{2}\right)$	período igual a π

f) O que você pode concluir em relação ao período da função seno quando está escrito na forma $f(x) = sen(cx)$?

g) O que você pode concluir em relação ao período da função seno quando está escrito na forma $f(x) = sen\left(\frac{x}{c}\right)$?

Universidade do Estado do Pará
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

____/____/2023

INDIVÍDUO

ATIVIDADE 08: Reconhecendo imagem e período da função trigonométrica seno

01. De acordo com as expressões determine a imagem e o período das seguintes funções.

a) $f(x) = 2sen(2x)$

Imagem: [_____ , _____]

Período: __________

b) $f(x) = 1 + sen\left(\frac{x}{2}\right)$

Imagem: [_____ , _____]

Período: __________

c) $f(x) = 1 + 2sen(6x - \pi)$

Imagem: [_____ , _____]

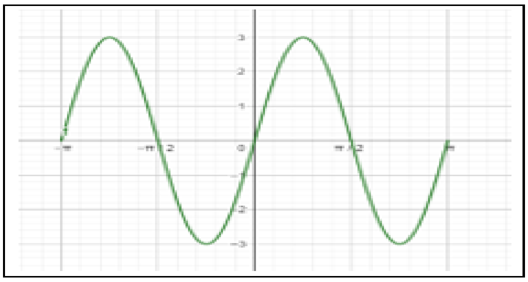
Período: _________

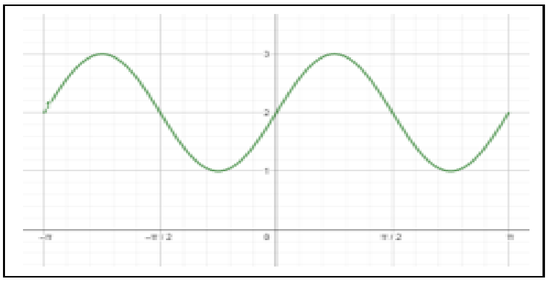
d) $f(x) = 2 - 5sen\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{6}\right)$

Imagem: [_____ , _____]

Período: __________

02. De acordo com os gráficos ligue cada gráfico a sua respectiva função

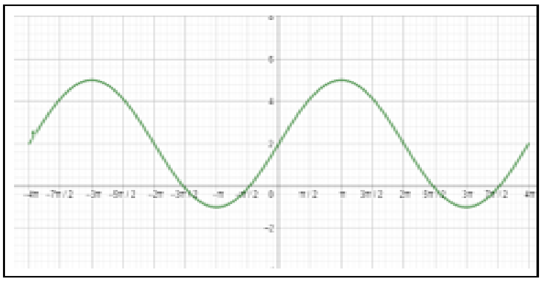




$f(x) = 2+3sen\left(\frac{x}{2}\right)$

$f(x) = 3sen(2x)$

$f(x) = 2+sen(2x)$



03) O que você pode concluir do estudo da função seno a partir do conjunto de atividades que foram propostas?

___

___

___

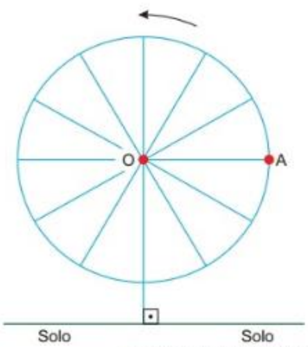
Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

____/____/2023

INDIVÍDUO

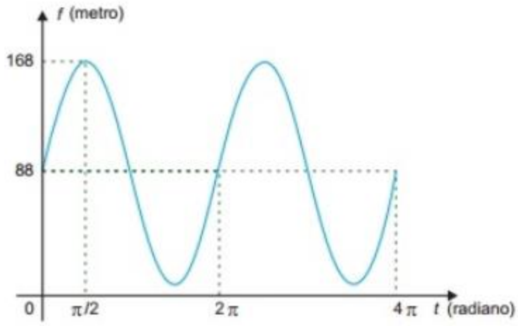
ATIVIDADE 09: Reconhecendo os coeficientes a e b nas funções do tipo $f(x) = a + b.sen(x)$

(Questão ENEM-2018) Em 2014 foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a High Roller, situada em Las Vegas. A figura representa um esboço dessa roda-gigante, no qual o ponto A representa uma de suas cadeiras:



Disponível em: http://en.wikipedia.org.
Acesso em: 22 abr. 2014. (adaptado).

A partir da posição indicada, em que o segmento OA se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a High Roller no sentido anti-horário, em torno do ponto O. Sejam t o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e f a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de t. Após duas voltas completas, f tem o seguinte gráfico:



A expressão da função altura é dada por

a) f(t) = 80sen(t) + 88
b) f(t) = 80sent(t) + 78
c) f(t) = 88sen(t) + 168
d) f(t) = 168sen(t)
e) f(t) = 88sen(t)

Universidade do Estado do Pará
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

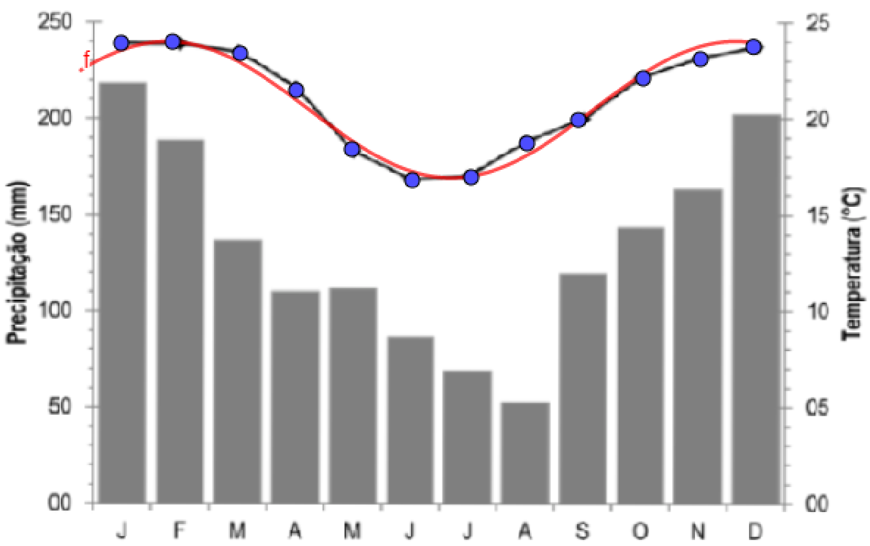
____/____/2023
INDIVÍDUO

ATIVIDADE 10: Reconhecendo os coeficientes *a, b, c* e *d* da função seno através de aplicações de fenômenos periódicos da natureza em funções do tipo $f(x) = a + b.sen(cx + d)$

01. Embora a sazonalidade climática seja menos evidente nas regiões tropicais que nas temperadas, muitas espécies tropicais apresentam crescimento rítmico. A avaliação do crescimento em circunferência do tronco (CCT) permite obter informações sobre o desenvolvimento dos indivíduos de espécies arbóreas de tais regiões e permite avaliar o crescimento em circunferência do tronco (CCT) gera informações acerca da dinâmica de crescimento e desenvolvimento de espécies arbóreas.

Artigo: Periodicidade do crescimento de espécies arbóreas da Floresta Estacional Semidecidual no Sul do Brasil, Article in Scientia Forestalis/Forest Sciences · March 2016, Autores: **Marcela Blagitz, Paulo Cesar Botosso, Edmilson Bianchini e Moacyr Eurípedes Medri,**

O gráfico abaixo se refere a um estudo que foi conduzido no Parque Estadual Mata dos Godoy, município de Londrina, estado do Paraná, Sul do Brasil, e mostra a periodicidade do crescimento de espécies arbóreas da Floresta Estacional Semidecidual no Sul do Brasil, onde a precipitação (mm) está em função da temperatura (ºC).



O gráfico acima pode ser modelado pela função *f(x) = 203,56 + 35,05.sen(0,02x+0,62),* onde de acordo com o gráfico acima podemos afirmar que os maior e menor valor das precipitações foram iguais a? Comente sua resposta com base em todas as atividades anteriores.

____
____
____
____

APÊNDICE B

ANEXO A – PESQUISA FEITA COM OS PROFESSORES

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA

Prezados (as) professores (as),

Eu JORGE SOARES MENOR FILHO sou estudante do curso de Mestrado Profissional do ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Estou desenvolvendo uma pesquisa, a fim de gerar dados acerca dos docentes de Matemática, com a finalidade de futuramente elaborar produtos educacionais que possam ajudar no ensino mais dinâmico de matemática na educação básica.

Para a efetivação da referida pesquisa, é importante sua participação ao responder às questões a seguir. Ressalto que sua identificação será preservada e que as informações serão utilizadas para fins acadêmicos.

*Obrigatório

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.... .... *

Eu, ...
....
aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido da pesquisa intitulada O uso de atividades para o Ensino de Funções Trigonométricas, sob a responsabilidade dos(as) pesquisadores Maria de Lourdes Silva Santos, Ana Kely Martins da Silva, orientadoras e orientando (a) Jorge Soares Menor Filho vinculados a Universidade do Estado do Pará. Estou ciente que esta pesquisa busca realizar um diagnóstico do ensino de Funções Trigonométricas, a partir da opinião dos professores de matemática. Tenho clareza que minha colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras importantes para a realização da pesquisa. Em nenhum momento serei identificado. Estou ciente que resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim minha identidade será preservada. Estou ciente ainda que os produtos desta pesquisa serão de natureza acadêmica com um estudo sobre o Ensino de Funções Trigonométricas aplicados à fenômenos da natureza.

Marcar apenas uma oval.

- Concordo
- Não Concordo

2. Nome Completo(Opcional) *

3 Sexo:.. *

Marcar apenas uma oval.

- Masculino
- Feminino

4 – Faixa Etária *

Marcar apenas uma oval.

- 21-25 anos
- 26-30 anos
- 31-35 anos
- 36-40 anos
- 41-45 anos
- 46-50 anos
- 51-55 anos
- 56-60 anos
- 61-65 anos
- 66-70 anos

5 - Escolaridade (Informe a maior formação) *

Marcar apenas uma oval.

- Ensino Médio
- Ensino Superior completo
- Especialização
- Mestrado
- Doutorado

6 – Tempo de serviço como professor? *

Marcar apenas uma oval.

- Menos de um ano
- 1-5 anos
- 6-10 anos
- 11-15 anos
- 16-20 anos
- 21-25 anos
- 26-30 anos
- 31-35 anos
- Mais de 35 anos

7 – Como você costuma iniciar suas aulas de Matemática? *

Marque todas que se aplicam.

- [ ] Pelo conceito seguido de exemplos e exercícios;
- [ ] Com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
- [ ] Com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;
- [ ] Com jogos para depois sistematizar os conceitos;
- [ ] Com a história relativa ao conteúdo que será ministrado.
- [ ] Outro: ______________________________________

8 – Do que você mais sente falta quando ministra suas aulas de Matemática? *

Marque todas que se aplicam.

- [ ] Formação inicial sólida; Domínio de classe;
- [ ] Compreensão dos conceitos matemáticos;
- [ ] Formação continuada;
- [ ] Metodologias diferenciadas de ensino;
- [ ] Recursos didáticos e pedagógicos;
- [ ] Outro: ____

9 – Você seleciona os conteúdos de matemática para suas aulas ou .... * planejamentos a partir de que?

Marque todas que se aplicam.

- [ ] Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN;
- [ ] Livro Didático;
- [ ] Caderno de Orientações da Rede de ensino.;
- [ ] Base Nacional Comum Curricular – BNCC;
- [ ] Outro: ____

10 - Quais as principais formas de avaliação que você costuma aplicar/ utilizar? * (Marque mais de uma opção, se necessário)

Marque todas que se aplicam.

- [ ] Prova oral;
- [ ] Prova escrita;
- [ ] Autoavaliação;
- [ ] Trabalhos em grupo ou individuais;
- [ ] Produções no caderno;
- [ ] Outro: ____

11 - Para fixar o conteúdo ministrado, você costuma? *

Marque todas que se aplicam.

- [ ] Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos;
- [ ] Apresentar jogos envolvendo o assunto;
- [ ] Mandar resolver os exercícios do livro didático;
- [ ] Não propor questões de fixação;
- [ ] Propõe a resolução de questões por meio de softwares
- [ ] Outro: ____

12- Qual a rede de ensino que vc atua? *

Marque todas que se aplicam.

- [ ] Municipal
- [ ] Estadual
- [ ] Federal

13 - Quais outras modalidades no ensino de matemática você já atuou? *

Marque todas que se aplicam.

- [ ] Ead
- [ ] Ensino remoto
- [ ] Ensino Híbrido
- [ ] Nenhum

14 – A rede de ensino onde você atua oferece formação continuada? *

Marcar apenas uma oval.

- ◯ Não oferece
- ◯ Oferece raramente
- ◯ Oferece frequentemente
- ◯ Sempre

15 – Quando a rede de ensino onde você trabalha, ou ainda outras instituições, ofertam curso de formação continuada Você:

Marcar apenas uma oval.

- ◯ Não participa
- ◯ Participa poucas vezes
- ◯ Participa muitas vezes
- ◯ Sempre

16 – Você considera a matemática uma disciplina difícil de ser ensinada? *

Marcar apenas uma oval.

- ◯ Sim
- ◯ Não

17 – Seus alunos gostam de matemática? *

Marcar apenas uma oval.

- ◯ Todos
- ◯ A maioria
- ◯ A minoria
- ◯ Nenhum

18 – Quais as maiores dificuldades dos seus alunos nas aulas de matemática?

Marque todas que se aplicam.

- [ ] Compreensão dos conceitos/idéias
- [ ] Compreensão das regras
- [ ] Resolução dos problemas
- [ ] Associar com situações do cotidiano do aluno
- [ ] Falta de conhecimento da Matemática básica
- [ ] Outro: ___________________________________

19- Qual o bloco de conteúdos da matemática você considera mais importante * nas suas aulas de Trigonometria?

Marcar apenas uma oval.

( ) (EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções. representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.

( ) (EM13MAT201) Propor ações comunitárias, como as voltadas aos locais de moradia dos estudantes dentre outras, envolvendo cálculos das medidas de área, de volume, de capacidade ou de massa, adequados às demandas da região.

( ) (EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

( ) (EM13MAT404) Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

20. Marque os itens a seguir sobre a forma como você ensina trigonometria para os.... * seus alunos, especificamente equações trigonométricas. OBS.: você poderá marcar mais de uma alternativa.

Marque todas que se aplicam.

	costumo ensinar esse tópico	Considero esse tópico muito fácil para os alunos	Considero esse tópico fácil para os alunos	Considero esse tópico difícil para os alunos	Considero esse tópico muito difícil para os alunos	Considero esse tópico impossível para os alunos
Ciclo trigonométrico	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Funções Periódicas	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Seno no ciclo trigonomérico	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Cosseno no ciclo trigonomérico	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Gráfico da função f(x) = senx	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Gráfico da função f(x) = cosx	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Domínio, Imagem, paridade e período das funções seno e Cosseno	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Funções do tipo f(x) = a+bsen(cx+d)	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Construção de gráficos das funções do tipo f(x) = a+bsen(cx+d) com	☐	☐	☐	☐	☐	☐
softwares ou aplicativos de celular	☐	☐	☐	☐	☐	☐

21 A transposição do conceito e manipulação de funções para o conceito e manipulação de Funções Trigonométricas seria algo simples para o aluno?

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não

22 - Justifique sua resposta *

____

____

____

23 - Como você avalia o conhecimento dos alunos em relação às funções trigonométricas, basicamente a função seno após o conteúdo ser ministrado?

Marcar apenas uma oval.

- Nenhum conhecimento
- Pouco conhecimento
- Já assistiram aula e não sabem
- Dominam todo o conteúdo
- Outro: ______________________________

24 - Os alunos conseguem entender a função de cada parâmetro da função f(x) = a+bsen(cx+d) após o conteúdo ser ministrado?

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não

25 - Justifique sua resposta. *

26. Os alunos conseguem associar o gráfico da função seno com fenômenos periódicos que ocorrem na natureza?

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não

27 - Justifique sua resposta *

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/pmpem