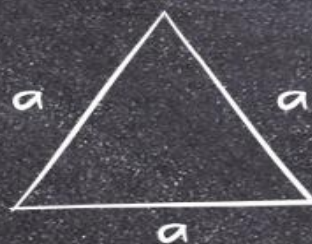




$$\cos(\theta) = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$$



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$y = mx + b$$

$$M = \left( \frac{x_1 + x_2}{2} \right)$$

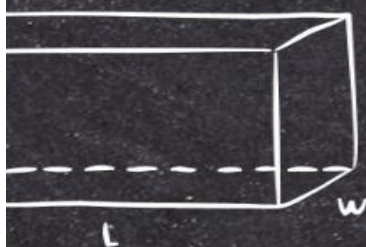
# UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM POR ATIVIDADE

PRODUTO EDUCACIONAL

VAGNEY DOS SANTOS E SANTOS  
PEDRO FRANCO DE SÁ

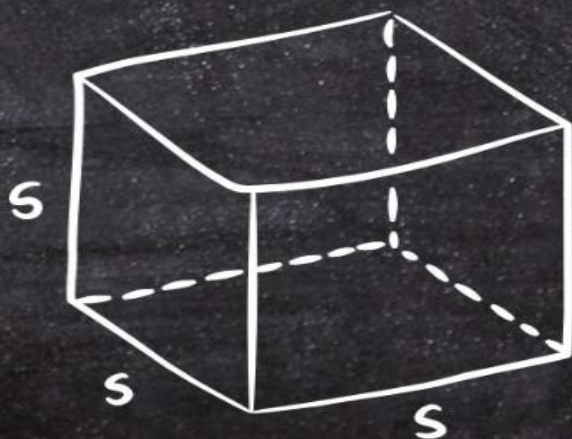
Belém - Pa  
2023

$$a = \frac{V_f - V_i}{+}$$



$$V = Lwh$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



$$C = 2\pi r$$



Vagney dos Santos e Santos  
Pedro Franco de Sá

## **Uma sequência didática para o ensino de função afim por atividade**

Sequência didática apresentada como requisito parcial para conclusão do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará.

**Linha de Pesquisa:** Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

**Clay Anderson Nunes Chagas**  
Reitor da Universidade do Estado do Pará

**Ilma Pastana Ferreira**  
Vice-Reitora da Universidade do Estado do Pará

**Jofre Jacob da Silva Freitas**  
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

**Anderson Madson Oliveira Maia**  
Diretor do Centro de Ciências Sociais e Educação

**Pedro Franco de Sá**  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

**Ana Kely Martins da Silva**  
Vice-Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática



## **Diagramação e Capa: Os autores**

**Revisão:** Os autores

## **Conselho Editorial**

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa Profa.  
Dra. Ana Kely Martins da Silva Prof. Dr.  
Antônio José Lopes  
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado Prof.  
Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha  
Profa. Dra. Celsa Hermínia De Melo  
Maranhão  
Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira  
Profa. Dra. Claudianny Amauri Noronha  
Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz Prof.  
Dr. Dorival Lobato Junior  
Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira Profa.  
Dra. Eliza Souza da Silva  
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves Prof.  
Dr. Francisco Hermes Santos da Silva  
Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo Profa.  
Dra. Glaudianny Amauri Noronha  
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias

Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares  
Prof. Dr. João Claudio Brandemberg  
Quaresma  
Prof. Dr. José Antônio Oliveira Aquino  
Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes  
Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes Prof.  
Dr. Márcio Lima do Nascimento Prof. Dr.  
Marcos Antônio Ferreira de Araújo  
Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz  
Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos  
Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves Rocha  
Prof. Dr. Miguel Chaquiam  
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral  
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá  
Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo Figueiredo  
Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil Prof.  
Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho Profa. Dra.  
Talita Carvalho da Silva Almeida

## **Comitê de Avaliação**

José Ricardo Mafra  
Maria de Lourdes Silva Santos  
Pedro Franco de Sá

## **Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)** **Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém – PA**

Santos, Vagney dos Santos e

Uma sequência didática para o ensino de função afim por  
atividade: produto educacional / Vagney, dos Santos e Santos, Pedro  
Franco de Sá.- Belém, 2023.

ISBN:

Produto educacional vinculado à dissertação “O ensino de  
função afim por meio de atividades experimentais: no 9º ano do ensino  
fundamental de Altamira-PA” do Mestrado em Ensino de Matemática  
da Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-graduação em  
Ensino de Matemática. - Belém, 2023.

1.Funções (Matemática). 2. Ensino de matemática. 3.Prática de  
ensino.4. Ensino fundamental I. Sá, Pedro Franco de. II.Título.

CDD 22 ed. 515

Ficha catalográfica elaborada por Regina Ribeiro CRB-739

VAGNEY DOS SANTOS E SANTOS

**O ensino de função afim por meio de atividades experimentais:  
no 9.º ano do ensino fundamental de Altamira-PA**

Produto Educacional apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental orientado pelo Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Data da avaliação: 29 de agosto de 2023.

**BANCA EXAMINADORA**

Documento assinado digitalmente  
 PEDRO FRANCO DE SA  
Data: 06/12/2023 15:32:37-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Dr. Pedro Franco de Sá - UEPA**  
**Orientador**

Documento assinado digitalmente  
 MARIA DE LOURDES SILVA SANTOS  
Data: 06/12/2023 08:24:47-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos - UEPAMembro  
Interno**

Documento assinado digitalmente  
 JOSE RICARDO E SOUZA MAFRA  
Data: 05/12/2023 11:50:21-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra - UFOPA Membro  
Externo**

## SUMÁRIO

|                                                                                    |           |
|------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. APRESENTAÇÃO .....</b>                                                       | <b>5</b>  |
| <b>2. ASPECTOS HISTÓRICOS DO CONTEÚDO.....</b>                                     | <b>7</b>  |
| <b>3. ASPECTOS CURRICULARES DO CONTEÚDO .....</b>                                  | <b>13</b> |
| <b>3.1 A FUNÇÃO AFIM À LUZ DOS PCN DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL .....</b>   | <b>13</b> |
| <b>3.2 A FUNÇÃO AFIM À LUZ DOS PCNEM DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO .....</b>       | <b>15</b> |
| <b>3.3 A FUNÇÃO AFIM À LUZ DA BNCC .....</b>                                       | <b>17</b> |
| <b>4. RESOLUÇÃO DE PROBLEMA – REFLEXÃO COMO PROCESSO DE ENSINO DA FUNÇÃO AFI .</b> | <b>24</b> |
| <b>5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA .....</b>                                                 | <b>28</b> |
| <b>5.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA - FUNÇÃO AFIM .....</b>                                  | <b>28</b> |
| <b>5.2 Sequência Didática – Atividades por método da descoberta.....</b>           | <b>29</b> |
| <b>5.3 Sequência Didática – Estrutura didática .....</b>                           | <b>33</b> |
| Atividade 1.....                                                                   | 34        |
| Atividade 2.....                                                                   | 35        |
| Atividade 3.....                                                                   | 37        |
| Atividade 4.....                                                                   | 40        |
| Atividade 5.....                                                                   | 41        |
| Atividade 6.....                                                                   | 43        |
| <b>6. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>                                               | <b>45</b> |
| <b>REFERÊNCIAS.....</b>                                                            | <b>46</b> |
| <b>APÊNDICES .....</b>                                                             | <b>50</b> |
| <b>ANEXOS .....</b>                                                                | <b>53</b> |

## 1. APRESENTAÇÃO

O presente produto educacional visou discorrer acerca do ensino de função afim nos anos finais do Ensino Fundamental, visando compreender os efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada no ensino de matemática por atividades experimentais sobre o desempenho na resolução de questões e a compreensão de conceitos de função afim por estudantes do 9.º ano do fundamental.

Neste contexto, como norte deste trabalho, propomos como questão norteadora: quais são os efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada em atividades experimentais sobre o desempenho na resolução de questões e a compreensão de conceitos de função afim por estudantes do 9.º ano do fundamental?

Com o intuito de obter respostas a essa problemática, propusemos o objetivo de avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada no ensino de matemática por atividades experimentais sobre o desempenho na resolução de questões e a compreensão de conceitos de função afim por estudantes do 9.º ano do fundamental.

Para alcançar tanto o objetivo quanto a resposta da questão norteadora, se optássemos por compreender a pesquisa por modelos técnicos-científicos tradicionais de pesquisa (pesquisa experimental, pesquisa documental, pesquisa descritiva, entre outras), certamente incidiríamos na estrutura didática da proposta que está apresentada nos currículos escolares e reproduzidas nos livros didáticos elaborados para atender esses currículos e aos critérios didáticos propostos pelo governo, coordenado pelo Ministério da Educação (MEC). Assim, optamos pela aplicação dos conhecimentos da Engenharia didática.

A sequência didática foi composta por 6 Atividades e foi desenvolvida em 12 tempos, com 45 minutos cada, em cada escola, totalizando 24 tempos de aula. Nas redes de ensino no município de Altamira, o tempo da hora aula é de 45 min (45 h/a), portanto, cada sessão teve 90 minutos de duração, ou seja, dois tempos de aula.

A estratégia didático-pedagógica na aplicação da sequência didática foi a de Ensino por Atividades, ancorada nos trabalhos de Sá, que se utiliza de atividades por meio do método da descoberta. Além disso, utilizou-se também atividades de aprofundamento. Esta estratégia dá ênfase à heurística das aulas em momentos específicos que levam ao desenvolvimento da autonomia cognitiva do alunado. Ou

seja, a metacognição adquirida durante o processo de ensino-aprendizagem, no qual o discente é protagonista, e o docente assume uma postura de mediador.

Em síntese, o presente trabalho pode contribuir com professores que vislumbrem um ensino de qualidade e possuam uma prática pedagógica aguerrida no tocante a fazer a diferença na vida escolar dos estudantes. E queiram participar de estratégias de Ensino por Atividades dentro do contexto do ensino de função afim e/ou de outros assuntos da área de Matemática, assim como em demais áreas de conhecimento, pois essa estratégia pode ser adaptada desde que mantenha o conhecimento científico na prática do ensino por atividades experimentais.



## 2. ASPECTOS HISTÓRICOS DO CONTEÚDO

Para discutir a aplicação da função afim, é necessário compreender o processo histórico vivenciado pela humanidade, ao menos, entender algumas posturas e visões de mundo e sociedade. Nesse sentido, a visão aqui proposta é a "História Dialética Marxista". Assim sendo, para alguns estudiosos marxistas, enquanto Hegel analisou o método dialético no campo do "espírito" e das ideias, Marx analisou o movimento dialético histórico no campo da materialização das coisas. Seguindo essa linha de raciocínio, conforme Pires (1997, p. 85),

O método dialético que desenvolveu Marx, o método materialista histórico dialético, é método de interpretação da realidade, visão de mundo e práxis. A reinterpretação da dialética de Hegel (colocada por Marx de cabeça para baixo), diz respeito, principalmente, à materialidade e à concreticidade. Para Marx, Hegel trata a dialética idealmente, no plano do espírito, das ideias, enquanto o mundo dos homens exige sua materialização.

Oliveira (2006), para Marx a primeira premissa da história humana é a “existência dos indivíduos humanos vivos” que se definem, não por aquilo que pensam, mas por “produzirem os seus meios de vida”. Sendo assim, “o ser humano define-se como ser social porque produz e constrói sua humanidade pelo avanço das relações produtivas”. (OLIVEIRA, 2006, p. 76).

Para completar esse entendimento Morin (2007, p. 39):

O conhecimento, ao buscar construir-se com referência ao contexto, ao global e ao complexo, deve mobilizar o que o conhecedor sabe do mundo. Como François Recanati dizia, “a compreensão dos enunciados longe de se reduzir a mera decodificação é um processo não-modular de interpretação que mobiliza a inteligência geral e faz amplo apelo ao conhecimento do mundo”. [...] A educação deve favorecer a aptidão natural da mente em formular e resolver problemas essenciais e, de forma correlata estimular o uso total da inteligência geral. Este uso total pede o livre exercício de da curiosidade, a faculdade mais expandida e a mais viva durante a infância e a adolescências, que com frequência a instrução extingue e que, ao contrário se trata de estimular ou, caso esteja adormecida, de despertar.

Partindo deste pressuposto, que o ensino deve ter relação com o contexto e o global, isto é, em uma “visão de mundo e práxis”, doravante vamos discorrer sobre o estudo das funções durante alguns períodos históricos. Mesmo entendendo que em épocas remotas, o pensamento filosófico do método "Histórico dialético Marxista" não era conhecido, contudo, posso afirmar, no caso particular do surgimento do pensamento matemático de função ao longo da história humana, que a essência

fenomenológica da compreensão da concepção histórico-dialética, sim, estava presente. Uma vez que, a aplicação da noção de função é a busca interpretativa de representar a realidade para intervir nela em uma práxis pedagógica em linguagem matemática.

Neste contexto, depreendemos que a literatura especializada em pesquisa matemática traz como um possível surgimento do pensamento matemático relacionado a função o período aproximadamente de “2000 anos a.C, em cálculos babilônicos com tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas, podendo ser tomadas como “funções tabuladas”, destinadas a um fim prático” (ZUFFI, 2016, p. 2). A noção de funcionalidade e da praticidade para relacionar algo a outrem, já foi levantado em Sá, Souza e Silva (2003, p. 125):

A ideia de funcionalidade de uma certa maneira não é recente na mente humana, por exemplo, quando o homem levado pela necessidade, passou a associar uma pedra a cada animal visando ao controle de seu rebanho, poderíamos encarar essa relação de dependência entre as pedras e os animais como uma relação funcional.

O entendimento do raciocínio acima é compartilhado por muitos autores pesquisadores. Desta forma, vários autores registram os Babilônios como percussores da noção de conceito de função (SÁ, 2003; BOYER, 1989; ZUFFI, 2016; SILVA, 2018; dentre outros).

Para efeito didático, organizaremos um quadro histórico com as principais passagens em relação a noção de função.

Quadro 2- Quadro sinótico da evolução do conceito de função em ordem histórica e cronológica.

(Continua...)

| Idade/<br>Início e Fim                                                                  | Autor | Ano | Contribuição |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-------|-----|--------------|
| Antiga<br>4.000 a.C. (invenção da<br>escrita);<br>476 d.C. (queda do Império<br>Romano) | --    | --  | Sem registro |

|                                                                            |                                              |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Média<br>476 (queda do Império Romano);<br>1453 (Tomada de Constantinopla) | Nicole Oresme<br>(1323-1382)                 | -    | O conceito de funções contribuiu para o desenvolvimento no estudo da teoria da latitude e longitude, onde descreveu as distintas formas de intensidade das variáveis de velocidade e tempo, durante o movimento de um corpo com aceleração constante (BOYER, 1974, p. 193).                                                                                                                                                                                                                 |
|                                                                            |                                              |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Moderna<br>1453 (Tomada de Constantinopla);<br>1789 (Revolução Francesa)   | René Descartes<br>(1596-1650)                | --   | Chegou a definir função como qualquer potência de x, como $x^2$ , $x^3$ ,...                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|                                                                            | Isaac Newton<br>(1643-1727)                  | --   | Introduziu o termo “variável independente”.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                                                                            | James Gregory                                | 1667 | Na obra Vera Circuli et Hyperbolae Quadratura, conceituou função sem utilizar a palavra propriamente dita: “Nós chamamos uma quantidade x composta de outras quantidades a, b,... se x resulta de a, b, pelas quatro operações elementares, por extração de raízes ou por qualquer outra operação imaginável”.                                                                                                                                                                              |
|                                                                            | Gottfried Wilhelm Von Leibniz<br>(1646-1716) | 1694 | Empregou a palavra função para designar quantidades geométricas que dependiam de um ponto em uma curva. E na obra História usou a palavra “função” para representar quantidades que dependem de uma variável.                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|                                                                            | Jakob Bernoulli<br>(1654-1705)               | 1694 | Empregou a palavra função como sendo: quantidades geométricas que dependiam de um ponto em uma curva.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|                                                                            | Johann Bernoulli                             | 1718 | Definiu da seguinte maneira: “função de uma magnitude variável à quantidade composta de alguma forma por esta magnitude variável e por constantes.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|                                                                            | Leonhard Euler<br>(1707-1783)                | --   | Introduziu o símbolo $f(x)$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|                                                                            | D'Alembert<br>(1717-1783)                    | --   | Equação da onda: $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|                                                                            | Daniel Bernoulli<br>(1700-1782)              | 1753 | Tentativa de resposta para o problema da corda vibrante:<br>$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{l} \cos \frac{n\pi at}{l}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|                                                                            |                                              |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Contemporânea<br>1789 (Revolução Francesa);<br>dias atuais...              | Joseph-Louis Lagrange (1783-1813)            | 1797 | Na obra Théorie des Functions Analytiques, definiu: “Chama-se função de uma ou de várias quantidades a toda expressão de cálculo na qual essas quantidades entrem de alguma maneira, combinadas ou não com outras quantidades cujos valores são dados e invariáveis, enquanto que as quantidades da função podem receber todos os valores possíveis. Assim, nas funções são consideradas apenas as quantidades assumidas como variáveis e não as constantes que aparecem combinadas a elas” |

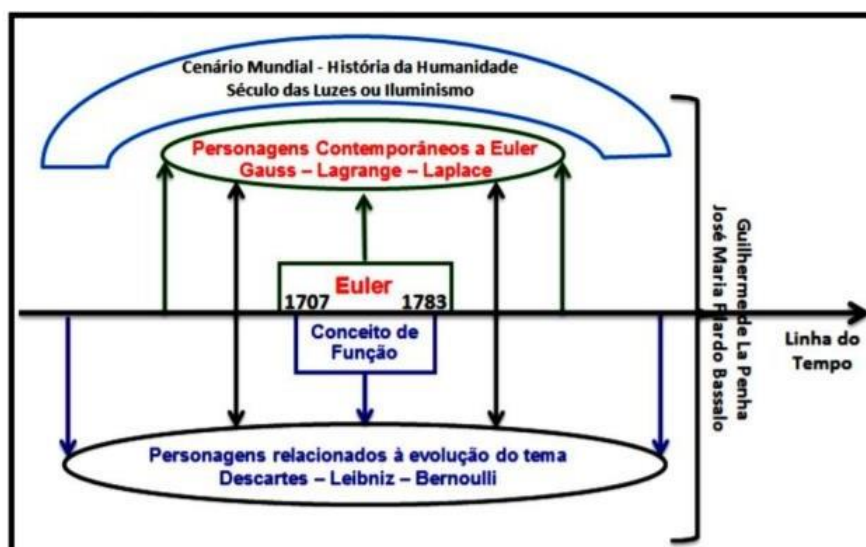
|                                              |      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|----------------------------------------------|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Joseph-Louis Lagrange<br>(1736-1813)         | 1806 | Leçons sur le calcul des fonctions:<br>“Funções representavam diferentes operações que deviam ser realizadas em quantidades conhecidas para obterem-se valores de quantidades desconhecidas, e estas quantidades desconhecidas eram, propriamente, o último resultado do cálculo”.                                                                                                                                                                                        |
| Benhard Bolzano<br>(1781-1848)               | 1817 | Publicou Functionlehre onde conceituou continuidade muito próxima do conceito atual. Demonstrou o teorema do valor médio.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Augustin Louis Cauchy (1789-1857)            | 1821 | Em Cours d'analyse definiu função: “Quando quantidades variáveis estão ligadas entre si de tal forma que, o valor de uma delas sendo dado, pode-se determinar o valor das demais, diz-se usualmente que estas quantidades são expressas por meio de uma delas, que toma o nome de variável independente; e as outras quantidades expressas por meio da variável independente são o que chamamos de função dessa variável”. Definiu continuidade através de infinitésimos. |
| Jean Baptiste Joseph Fourier<br>(1768-1830)  | 1822 | Afirmou em La théorie analytique de la chaleur que qualquer função poderia ser expressa por uma série trigonométrica da seguinte forma:<br>$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l} \right]$                                                                                                                                                                                                              |
| Nikolái Lobatchesvsky<br>(1792-1856)         | -    | Definiu função:<br>“A concepção geral exige que uma função de x seja chamada de um número que é dado para cada x e que muda gradualmente com x. o valor da função pode ser dado ou por uma expressão analítica, ou por uma condição que ofereça um meio para testar todos os números e selecionar um deles; ou finalmente, a dependência pode existir mas permanece desconhecida”                                                                                         |
| Peter Gustav Lejune Dirichlet<br>(1805-1859) |      | Demonstrou que nem todas as funções podem ser descritas pelas serie de Fourier.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|                                              | 1837 | Definiu função como: “Se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x, existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x”.                                                                                                                                                                                                      |
| Bernhard Riemann<br>(1826-1866)              | --   | Esclareceu os critérios de integrabilidade, e deu origem ao conceito de “integral de Riemann”.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Karl Weierstrass<br>(1815-1897)              | --   | Definiu função como uma série de potência juntamente com todas as que podem ser obtidas dela por prolongamento analítico.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Philipp Cantor<br>(1845-1918)                | --   | Desenvolveu a teoria dos conjuntos.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| Giuseppe Peano<br>(1858-1932)                | --   | Definiu três conceitos primitivos que o zero, o conceito de número (inteiro não-negativo) e a relação de ser sucessor de, os quais, junto com cinco postulados, forneceram uma construção rigorosa do conjunto dos números naturais.                                                                                                                                                                                                                                      |
| Nicolas Bourbaki                             | 1968 | Em théorie des Ensembles conceituou função de duas maneiras:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |

|  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  | <p>“Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita uma relação funcional em y, ou relação funcional de E em F, se qualquer que seja <math>x \in E</math>, existe um e somente um elemento <math>y \in F</math> que estejam associados a x na relação considerada. Dá-se o nome de função à operação que desta forma associa a todo o elemento <math>x \in E</math> o elemento <math>y \in F</math> que se encontra ligado a x na relação dada; diz-se que y é o valor da função para o elemento x, e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função.”</p> <p>E “um certo subconjunto do produto cartesiano <math>A \times B</math>”.</p> |
|--|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fonte: Adaptado: Sá et. al. (2003).

Desta forma, percebemos que o conceito de função não se deu em um mesmo período histórico e nem por um único autor. A contribuição viera de poucos nomes, mas de forma significativa dentro de cada estudo proposto, como percebido acima, em áreas de conhecimento diferentes (Matemática, Física, Astronomia e outras), até chegar na idade contemporânea, portanto, aos dias atuais. Para uma visão didática da evolução do conceito de função, abaixo veja o Diagrama-Metodológico II – Conceito de função.

Figura 1 - Diagrama - Metodológico II - Conceito de Função



Fonte: Chaquiam (2017, p. 28).

O estudo de função sobre a perspectiva da História da Matemática de forma recente, foi apresentado no XI ENEM<sup>1</sup> em 2013 durante a participação na mesa

<sup>1</sup> ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática

Propostas práticas de uso didático da História da Matemática na Educação Básica pelo autor Miguel Chaquiam, contudo, o interesse nesse trabalho é a ênfase na função afim, logo, os aspectos de toda a história da função e/ou da evolução do conceito de função, mesmo considerando relevante, não é objeto deste trabalho.

Assim sendo, a seguir, vamos abordar o conceito de função, particularmente, da função afim, subtópico dos aspectos curriculares do conteúdo nos documentos oficiais.



### 3. ASPECTOS CURRICULARES DO CONTEÚDO

Nesta etapa, discorreremos sobre os aspectos curriculares no ensino de função, com foco na função afim, particularmente, como anteriormente mencionado, no 9.º ano do ensino fundamental. Para tanto, serão revistos os documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) tanto do quarto ciclo das séries/anos finais do ensino fundamental, como os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM). Além disso, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) será enfatizada.

#### 3.1 A função afim à luz dos PCN de matemática do ensino fundamental

Os PCN do quarto ciclo já alertam que “é fundamental superar a aprendizagem centrada em procedimentos mecânicos, indicando a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática a ser desenvolvida em sala de aula” (BRASIL, 1998, p. 59, apud SANTOS, 2005, p. 11).

Os PCN concebem a Matemática em desenvolvimento durante o passar da história da sociedade. Segundo ele (BRASIL, 1998, p. 59):

A Matemática também faz parte da vida das pessoas como criação humana, ao mostrar que ela tem sido desenvolvida para dar respostas às necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e aqui leva-se em conta a importância de se incorporar ao seu ensino os recursos das Tecnologias da Comunicação.

A finalidade dos PCN era de fato levantar algumas provocações em matemática para inserir os alunos no mercado de trabalho e formar o futuro cidadão da sociedade brasileira. Neste sentido,

Em síntese, os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem e explicitam algumas alternativas para que se desenvolva um ensino de Matemática que permita ao aluno compreender a realidade em que está inserido, desenvolver suas capacidades cognitivas e sua confiança para enfrentar desafios, de modo a ampliar os recursos necessários para o exercício da cidadania, ao longo de seu processo de aprendizagem (BRASIL, 1998, p. 60).

Referente ao ensino de função os PCN abordam fazendo menção ao ensino de um dos cinco grandes blocos dos conteúdos em Matemática, o bloco de Álgebra.

Assim, no trabalho com a Álgebra é fundamental a compreensão de **conceitos como o de variável e de função**; a representação de fenômenos **na forma algébrica e na forma gráfica**; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas,

variáveis) e o conhecimento da “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p. 84, grifo nosso).

Os PNC mencionam ainda o ensino da função quanto ao ensino da proporcionalidade, principalmente, análise gráfica da função. Sugerindo ao discente a possibilidade de desenvolver essa noção “ao analisar a natureza da interdependência de duas grandezas em situações-problema em que elas sejam diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais (função afim ou quadrática)” (BRASIL, 1998, p. 84-85).

Percebe-se também nos PCN que a ênfase ao ensino da álgebra é visível, pois destinam uma boa parte na discussão e análise de suas possibilidades, sobretudo, por meio da representação de letras, como variáveis, neste momento, dão ênfase também ao ensino da função, como veremos na figura a seguir:

Figura 2 - Álgebra no ensino fundamental

| Dimensões da Álgebra                  | Aritmética Generalizada                                          | Funcional                                               | Equações               | Estrutural                                            |
|---------------------------------------|------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|------------------------|-------------------------------------------------------|
| Uso das letras                        | Letras como generalizações do modelo aritmético                  | Letras como variáveis para expressar relações e funções | Letras como incógnitas | Letras como símbolo abstrato                          |
| Conteúdos (conceitos e procedimentos) | Propriedades das operações generalizações de padrões aritméticos | Variação de grandezas                                   | Resolução de equações  | Cálculo algébrico Obtenção de expressões equivalentes |

Fonte: Brasil (1998, p. 116, grifo nosso).

Outra referência ao ensino da função, isto é, a aplicação da função para resolver problemas é sugerido de forma explícita, por meio de alguns problemas matemáticos, por exemplo, o seguinte problema foi proposto:

“O dono de um grande estabelecimento concluiu que o preço de uma determinada linha de produtos deveria ser vendida a varejo com um valor majorado em 40% sobre o de custo para que a margem de lucro fosse significativa.” (BRASIL, 1998, p. 119).

Sugestão didática pelos PCN: “Após discussões, os alunos anotariam os cálculos em uma tabela do tipo”:

| Produto | P: preço de custo (R\$) | V: preço de venda (R\$)          |
|---------|-------------------------|----------------------------------|
| I       | 2,80                    | $2,80 + 2,80 \times 0,4 = 3,92$  |
| II      | 5,00                    | $5,00 + 5,00 \times 0,4 = 7,00$  |
| III     | 8,25                    | $8,25 + 8,25 \times 0,4 = 11,55$ |
| IV      | 9,45                    | $9,45 + 9,45 \times 0,4 = 13,23$ |
| V       | 10,00                   | $2 \times 7,00 = 14,00$          |
|         | ....                    | ...                              |
|         | P                       | $P + P \times 0,4$               |

Fonte: Brasil (1998, p. 119).

Para os PCN, “o aluno poderá descrever oralmente os procedimentos e em seguida empregar a noção de variável para indicar genericamente o preço de venda (V) dos produtos em função do preço de custo (P):  $V = P + P \times 0,4$ .”, dentre outros problemas propostos nesse documento oficial.

Depreendemos desses exemplos que o ensino de função no quarto ciclo dos PCN está atrelado a transição da álgebra para equações, além disso, como visto anteriormente, a função afim, sugerida como aplicação para resoluções de situações-problema. Ou seja, os PCN de matemática do ensino fundamental no tocante ao quarto ciclo já abordavam como estratégia de resoluções de problema o uso de função.

Neste período da educação brasileira, o ensino da função afim no quarto ciclo era de forma simples, sem adentrar, ao ensino da função afim, ministrada no ensino médio, como veremos no subtópico a seguir.

### 3.2 A função afim à luz dos PCNEM de matemática do ensino médio

O ensino brasileiro a partir da aprovação da LDB 9.394/96 manteve o cuidado de progressão do ensino de matemática, os anos finais do ensino fundamental meio que introduz vários conteúdos para ter continuidade no ensino médio, alguns exemplos: polinômios, probabilidade e estatística, trigonometria, dentre eles a noção de função afim e a função quadrática, que geralmente nos livros didáticos tanto fundamental como no médio vem com o título “função do 1.º grau” ou “função

polinomial do 1.º grau” e função do segundo grau” ou “função polinomial do 2.º grau”. Neste tópico discorreremos sobre a orientação pedagógica no campo da matemática da função afim nos PCNEM.

Nos PCNEM a abordagem pedagógica se dá por meio da contextualização e interdisciplinaridade, campo fértil para aplicação do raciocínio matemático de função e de outrem, sobretudo àqueles temas que apresenta uma carga cultural significativa e histórica. Para corroborar esse entendimento os PCNEM (2000, p. 43)

Um primeiro exemplo disso pode ser observado com relação às funções. O ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui. Devemos observar que uma parte importante da Trigonometria diz respeito às funções trigonométricas e seus gráficos. As sequências, em especial progressões aritméticas e progressões geométricas, nada mais são que particulares funções. As propriedades de retas e parábolas estudadas em Geometria Analítica são propriedades dos gráficos das funções correspondentes. Aspectos do estudo de polinômios e equações algébricas podem ser incluídos no estudo de funções polinomiais, enriquecendo o enfoque algébrico que é feito tradicionalmente. Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia.

Assim, os PCNEM já trazem esse entendimento da importância de contextualizar o ensino para trabalhar uma aprendizagem significativa, isto é, que os alunos entendam o que estão aprendendo e para que estão aprendendo, indo além, que sejam capazes, de interpretar de forma autônoma e aplicar os conhecimentos matemáticos e resoluções de problema, dentre eles o da função afim.

Neste contexto, o professor por meio do ensino da Matemática deve proporcionar aos alunos, segundo os PCNEM (2000, p. 44)

Certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática.

O ensino com qualidade visa formar o aluno para uma educação holística que potencialize o desenvolvimento de capacidade lógica matemática que lhe permita o exercício pleno da cidadania e que auxilia nas tomadas de decisões, caso haja.

Destarte, os PCNEM vislumbram o ensino por meio de competências e o ensino de matemática precisa ser ativo e criativo para propiciar uma educação crítica

e reflexiva dentro de uma práxis pedagógica, isto é, como Freire (1996) concebia a práxis reflexão – ação – reflexão. Nas palavras dos PCNEM, temos:

[...] Se propõem métodos de aprendizado ativo, em que os alunos se tornem protagonistas do processo educacional, não pacientes deste, quer se ter a certeza de que o conhecimento foi de fato apropriado pelos alunos, ou mesmo elaborado por eles. Mas o que também se pretende é educar para a iniciativa, pois a cidadania que se quer construir implica participação e não se realiza na passividade<sup>2</sup>.

O ensino da função afim pode sim ir além de meros conceitos e cálculos mecânicos, o professor pode incentivar os discentes a pensar aplicação deste conhecimento matemático para a resolução de problema do cotidiano. Por exemplo, as cidades do interior, até mesmo, na capital, Belém, tem os mototaxistas. Nas cidades do interior, Altamira-PA, como exemplo, tem em cada esquina de ruas de comércio ou saídas de bairros distante do centro. Portanto, pode se fazer um trabalho de pesquisa juntos os profissionais mototaxistas, até mesmo fazer uma visita à sede, por fim propor uma função afim que melhor proporcione um preço justo tanto ao profissional quanto ao cliente. Nas atividades propostas, retomarei essa ideia.

Ressalta-se com essa pequena revisão sobre a presença de conteúdos de função nos PCNEM, bem como, se percebe a progressão do ensino da função dos anos finais, sobretudo do quarto ciclo do ensino fundamental para o ensino da função no ensino médio.

### 3.3 A função afim à luz da BNCC

Em uma visão histórico dialética da educação, A BNCC, incorpora as experiências e ensinamentos dos PCN e dos PCNEM, passando não mais ter como norte o ensino por meio Resolução de Problema, porém, incorpora este entendimento como processo e propõe uma visão contemporânea do desenvolvimento do ensino por meio de competências articuladas com habilidades que cada área de conhecimento deve possuir. Desta maneira,

Ao adotar esse enfoque, a BNCC indica que as decisões pedagógicas devem estar orientadas para o desenvolvimento de competências. Por meio da indicação clara do que os alunos devem “saber” (considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e, sobretudo, do que devem “saber fazer” (considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida

---

<sup>2</sup> Ibid., 2000, p. 54.

cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho), a explicitação das competências oferece referências para o fortalecimento de ações que assegurem as aprendizagens essenciais definidas na BNCC. (BRASIL, 2018, p. 13).

Ao se referir à constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores este documento normativo estima por uma concepção de educação de formação integral. Isto é, o compromisso da educação na BNCC em um contexto histórico e cultural são com as mudanças que ocorrem com velocidades aceleradas, em razão dos avanços digitais e tecnológicos nas diversas áreas de conhecimento. Assim sendo, a BNCC sinaliza para uma Educação Integral que reconheça o “comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável, requer muito mais do que o acúmulo de informações”. Nesta ótica, a educação básica deve

[...] visar à formação e ao desenvolvimento humano global, o que implica compreender a complexidade e a não linearidade desse desenvolvimento, rompendo com visões reducionistas que privilegiam ou a dimensão intelectual (cognitiva) ou a dimensão afetiva. Significa, ainda, assumir uma visão plural, singular e integral da criança, do adolescente, do jovem e do adulto – considerando-os como sujeitos de aprendizagem – e promover uma educação voltada ao seu acolhimento, reconhecimento e desenvolvimento pleno, nas suas singularidades e diversidades. Além disso, a escola, como espaço de aprendizagem e de democracia inclusiva, deve se fortalecer na prática coercitiva de não discriminação, não preconceito e respeito às diferenças e diversidades. (BRASIL, 2018, p. 14).

Percebe-se que a valoração da pessoa como pessoa e suas dimensões pisco-sociais precisam ser consideradas, certamente, evitaria no âmbito da escola à propagação de ódio, racismo, e outros.

A dimesão da educação integral tanto dos anos do ensino fundamental e médio, perpassa pelo processo de ensino e aprendizagem do professor e precisa estar atento na condução e na reflexão acerca de atitudes, valores, convivência social. Ou seja:

Independentemente da duração da jornada escolar, o conceito de educação integral com o qual a BNCC está comprometida se refere à construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea. Isso supõe considerar as diferentes infâncias e juventudes, as diversas culturas juvenis e seu potencial de criar novas formas de existir (BRASIL, 2018, p. 14).

Desta maneira, percebe-se que a BNCC “reconhecem que a educação tem um compromisso com a formação e o desenvolvimento humano global, em suas dimensões intelectual, física, afetiva, social, ética, moral e simbólica” (BRASIL, 2018, 16).

Para o ensino de matemática do ensino fundamental a BNCC dá um destaque especial. A princípio, é imprescindível esclarecer que a BNCC e currículos formais apresentam proposições comuns, dentre elas, podemos citar: contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas (BRASIL, 2018).

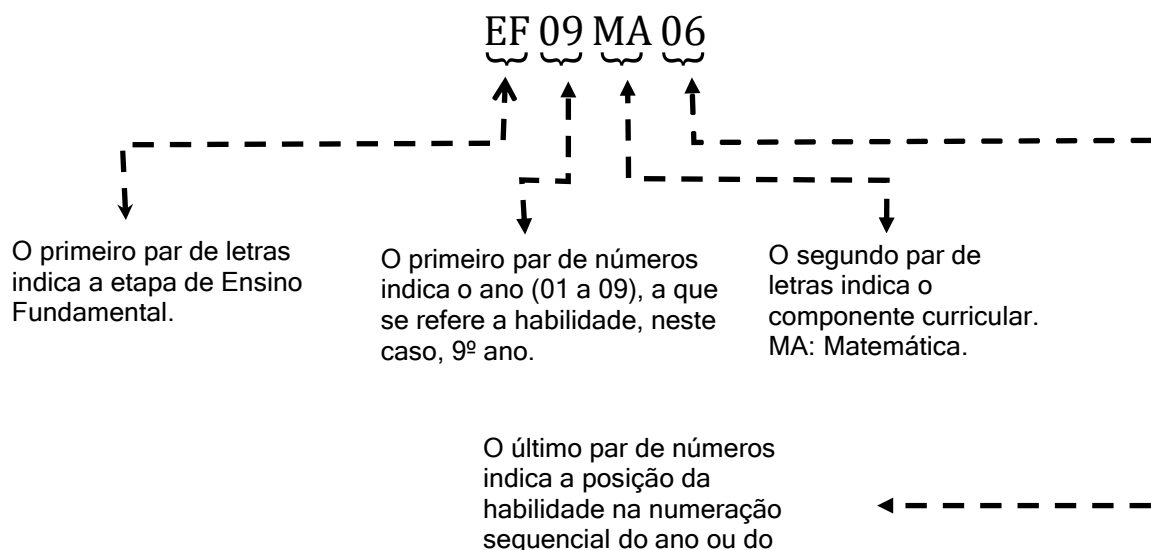
Para um melhor entendimento do ensino da matemática pelo viés da BNCC, faz-se necessária a compreensão de alguns novos termos inseridos no corpo desse documento normativo, que são habilidades de aprendizagem? Objetos de conhecimento? e as Unidades temáticas? As respostas a estes termos estão também na BNCC, assim sendo:

- a) Habilidades de aprendizagens: no corpo da BNCC está subentendida como aprendizagens essenciais esperadas para cada disciplina e ano, segundo BRASIL (2018, p. 29) “as habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares”. É representada obedecendo uma certa estrutura, como exemplo, veja o que está na habilidade EF09MA06:

|                                                                                |                                                                                                                            |                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Compreender                                                                    | as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e | utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.                                                  |
| <b>Verbos</b> que explicitam os processos cognitivos envolvidos na habilidade. | <b>Complemento</b> do(s) verbo(s), que explicita o(s) objeto(s) de conhecimento mobilizado(s) na habilidade.               | <b>Modificadores</b> do(s) verbo(s) ou do complemento do(s) verbo(s), que explicitam o contexto e/ou uma maior especificação da aprendizagem esperada. |

Fonte: Autora, 2021.

Cada parte do código das habilidades também tem seu significado:



Desta maneira, esta estrutura segue para as outras habilidades de matemática e dos demais componentes curriculares, porém, com ressalvas:

Também é preciso enfatizar que os critérios de organização das habilidades do Ensino Fundamental na BNCC (com a explicitação dos objetos de conhecimento aos quais se relacionam e do agrupamento desses objetos em unidades temáticas) expressam um arranjo possível (dentre outros). Portanto, os agrupamentos propostos **não devem ser tomados como modelo obrigatório para o desenho dos currículos**. Essa forma de apresentação adotada na BNCC tem por objetivo assegurar a **clareza**, a **precisão** e a **explicitação** do que se espera que todos os alunos aprendam no Ensino Fundamental, fornecendo orientações para a elaboração de currículos em todo o País, adequados aos diferentes contextos. (BRASIL, 2018, p. 31, grifo do autor).

- b) Objetos de conhecimento: para a BNCC este termo não se reduz somente aos conteúdos, mas também a conceitos e processos. Entende-se a definição do termo conceito como sendo “formulação de uma ideia por palavras; definição [ou] parte da charada, logogrifo, etc., na qual se dá a chave para a solução”;<sup>3</sup> (FERREIRA, 2012, p. 233); já o termo processo: “modo por que se realiza ou executa uma coisa; método, técnica”<sup>3</sup>. No caso do ensino da matemática envolvem alguns processos cognitivos, como calcular, identificar, descrever, representar, equacionar e sistematizar.
- c) Unidade temática – Das leituras da BNCC depreende-se que a unidade temática representa os cinco blocos de conhecimentos temáticos definidos em cada componente curricular os quais serão desenvolvidos pelas escolas de

<sup>3</sup> Ibid., 2012, p. 711.



acordo com a proposta política pedagógica de cada uma. Por exemplo, no componente curricular de matemática são as cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Unidades e Medidas, Probabilidade e Estatística.

Nesta linha de conhecimento se tem a organização das unidades temáticas dos componentes curriculares, aqui, com a ênfase no ensino de matemática do 9.º ano, conforme quadro 3 abaixo ou com mais detalhes no anexo A, no final deste trabalho.

Quadro 3: Unidades Temáticas - 9º ano do Ensino Fundamental

| UNIDADES TEMÁTICAS          | OBJETOS DE CONHECIMENTO | HABILIDADES |
|-----------------------------|-------------------------|-------------|
| Números                     | 4                       | 5           |
| Álgebra                     | 4                       | 4           |
| Geometria                   | 3                       | 3           |
| Grandezas e medidas         | 4                       | 7           |
| Probabilidade e estatística | 4                       | 4           |

Fonte: Autor, 2021.

Ressaltamos que os cinco grupos acima citados são trabalhados em todos os anos do ensino fundamental, ou seja, do 1.º a 9.º ano. Citamos ainda outra mudança importante na BNCC foram as competências específicas por componente curricular, no caso em questão, são 8 competências para o ensino fundamental no componente curricular de matemática, quais sejam:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, BNCC, 2018, p. 267).

As 8 competências específicas acima foram pensadas de forma ampla e propostas para fomentar um ensino qualitativo e significativo. Em linhas gerais essas competências estão em consonância com a formação integral, holística do sujeito. Caso chegue ao final do 9.º ano com essas competências adquiridas, seguramente, o governo, a secretaria de educação, a escola, o professor e a comunidade escolar, sobretudo, os alunos tiveram êxitos. Entretanto, dados de avaliações de larga escala demonstram até agora, que isto não ocorreu, conforme será demonstrado mais adiante.

É notório que as oito competências por si só não são suficientes para garantir um ensino de qualidade, mas articuladas com os objetos de conhecimento e concatenadas com as respectivas habilidades com boas estratégias de ensino, podem sim, fazer diferença para melhorar o desempenho dos índices de aprovação no 9.º ano e nos demais anos da educação básica.

Como já mencionado, a função afim está proposta no ensino da Álgebra. Este é um dos cinco blocos e/ou unidades temáticas que o seu aprendizado contribui para o entendimento lógico matemático, tanto o pensamento dedutivo como o pensamento indutivo. Desta maneira, dedutivo porque, o alunado precisa entender o contexto matemático para calcular, equacionar, escrever a função e propor situações-problema e soluções; indutivo pois, requer desse público-alvo a condição cognitiva de expressar o raciocínio lógico matemático de forma abstrata por meio de letras e números, que possam representar um entendimento da percepção da realidade e seja capaz de solucionar problemas do cotidiano. Assim sendo, a Álgebra (BASIL, 2018, p. 270), é

[...] essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas,

para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados.

É interessante perceber as recomendações para o ensino da Álgebra do Guia do Livro didático PNLD - 2020 para a Matemática, nele consta que:

Nos anos finais, há ampliação dessa unidade temática, que passa a **contemplar os significados de variável e incógnita**, suas aplicações e significados, assim como ideias de regularidades de uma sequência, generalização de propriedades, valor desconhecido em uma sentença algébrica, equações polinomiais de 1º e 2º grau, inequações de 1º grau, sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas, resolução de **problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e inversa entre grandezas, resolução de problemas** que envolvam a partição de um todo em partes proporcionais, **funções (afim e quadrática)** e suas representações. (BRASIL, 2020, p. 3, grifo nosso).

É fundamental essa transição do pensamento matemático com números para o raciocínio algébrico, por exemplo, o entendimento da expressão numérica com números racionais, para a compreensão da expressão algébrica, com variáveis ou, às vezes, apenas como incógnita, ou seja, valor desconhecido. Isso ocorre porque é no 9.º ano que esse raciocínio é reforçado para ser aprimorado no ensino médio e, posteriormente, na faculdade.

#### 4. Resolução de problema – reflexão como processo de ensino da função afim

A função afim pode e deve ser ensinada por meio da resolução de problema, uma vez que, essa estratégia de ensino pode propiciar aos alunos condições de a partir de determinado contexto, aplicar o raciocínio matemático e/ou conhecimento matemático da função afim, para resolver situações-problema. Entretanto, o que significa “Resolução de problema”?

A resolução de problema à luz dos estudos de Sá pode ser compreendida, pelo menos, em três momentos: primeiro a resolução de problema como processo, segundo a resolução de problema como objetivo e terceiro a resolução de problema como ponto de partida.

Os estudos de Sá (2005) acerca da resolução de problema como processo analisa várias compreensões da literatura especializada na área. Uma delas, os estudos de Mendonça (1999), segundo a autora “como **processo**, a resolução de problemas significa olhar para o desempenho/ transformação dos alunos como resolvidores de problemas. Analisa-se as estratégias dos alunos” (MENDONÇA, 1999, apud SÁ, 2005, p. 30, grifo do autor).

Além deste, podemos citar, outro estudo de Sá, quando afirma que a autora Mendonça traz a seguinte concepção sobre a resolução de problema como processo: - o desenvolvimento do ensino está centrado na proposição de estratégias de solução. Isto nos faz acreditar que a Resolução de problema como processo pode ser assim compreendido, segundo Sá (2004) citando os PCN (1998) a resolução de problemas é “uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas”. Dentre outras proposições, Sá faz outras recomendações sobre aplicar a resolução de problemas como **processo** de aprendizagem em matemática no que tange a resolução de problemas, aqui citaremos algumas:

**Incentive o aluno a considerar estratégias diferentes que possam ser usadas para resolver um problema, usando materiais/procedimentos diversos;** desse modo ele se sentirá mais à vontade para criar seus próprios caminhos na resolução de problemas de um modo geral e estará sendo incentivado a não acreditar no mito que estabelece que um problema tem sempre uma única.

**Use perguntas para focalizar a atenção do aluno na informação pertinente dada no problema;** assim você estará ajudando o aluno a não se desviar do que é essencial num problema e consequentemente, evitando que o mesmo se embarace com detalhes desnecessários.

**Sempre que possível planeje dentro de cada conteúdo ou unidade trabalhada sessões de resolução de problemas na interpretação de processo;** desse modo você evitará que os alunos criem a crença de que os problemas são sempre os problemas do tipo padrão.

**Estimule os alunos a resolverem e/ou apresentarem/formularem problemas criativos dentro de cada assunto estudado;** essa prática estimulará seus alunos a praticarem a formulação de problemas que é uma habilidade de muita importância na vida de um modo geral.

**Não subestime a capacidade dos seus alunos em propor e/ou resolver problemas;** isso fará com que você não deixe de apresentar aos seus alunos problemas interessantes e de dar a oportunidade dos mesmos desenvolverem sua criatividade. (SÁ, 2006, p. 67-68, grifos do autor).

Ressaltamos as considerações como pertinentes, algo que chamou atenção foi o fato de frisar para não subestimar a capacidade dos alunos em propor e/ou resolver problemas. Neste sentido, ressaltamos que os alunos quando chegam na escola já trazem um bom conhecimento prático. Freire já chamava atenção para este fato, quando:

Por isso mesmo pensar certo coloca ao professor ou, mais amplamente, à escola, o dever de não só respeitar os saberes com que os educandos, sobretudo os das classes populares, chegam a ela saberes socialmente construídos na prática comunitária – mas também, como há mais de trinta anos venho sugerindo, discutir com os alunos a razão de ser de alguns desses saberes em relação com o ensino dos conteúdos (FREIRE, 1996, p. 30).

Para além deste entendimento, Freire (1996, p. 61) propõe a seguinte reflexão: “saber que devo respeito à autonomia e à identidade do educando exige de mim uma prática em tudo coerente com este saber”. Desta maneira, Sá (2006) também entende a importância do professor de Matemática considerar os educandos como sujeitos pensantes.

A resolução de problema como **objetivo** pode ser assim analisado na interpretação dos estudos de Sá (2004, 2005, 2006), citando Mendonça (1999), como objetivo, a resolução de problemas significa que se ensina matemática para resolver problemas. Ainda, Sá (2004) diz que a resolução de problema como objetivo desenvolve a habilidade de resolver problemas padrões que procura garantir o domínio de situações do dia a dia que podem ser resolvidas por meio de procedimentos bem definidos e ensinados. Contudo, segundo esse autor, essa concepção não consegue preparar o estudante para enfrentar com confiança situações que exigem criatividade para serem superadas além de técnicas que não são empregadas na resolução de problemas padrões. Ou seja, essa concepção não prepara o aluno para assumir o protagonismo na resolução de problemas.

Por último, porém, não menos importante, Sá (2004, 2005, 2006), pesquisa acerca da Resolução de problema como ponto de partida. Neste sentido, para Mendonça (1999, apud SÁ, 2005, p. 30):

Como ponto de partida, os problemas são usados como recurso pedagógico para iniciar o processo de construção de um dado conhecimento específico. [...] Já como ponto de partida, o desenvolvimento do ensino é iniciado pela apresentação de um problema que permitirá desencadear o processo de aprendizagem culminando na sistematização de conhecimentos matemáticos previamente determinados pelo professor.

Outra observação importante a se fazer quanto essas três concepções de resolução de problemas, é a que Sá aborda em sua pesquisa por meio dos estudos do autor Boavida (1994), ao buscar resposta para a seguinte questão: “o que é que determina nossa concepção acerca da resolução de problemas?” Neste caso, traz para a reflexão três filosofias pessoais da matemática tratada nos estudos de Boavida, quais sejam: absolutismo, progressista e o falibilismo. De forma resumida, apresentamos no quadro 2 abaixo:

Quadro 1 - Relação entre Filosofias Pessoais de Matemática e a Interpretação de Resolução de Problemas.

| FILOSOFIAS PESSOAIS SOBRE MATEMÁTICA. | INTERPRETAÇÕES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ABSOLUTISMO</b>                    | A resolução de problemas consiste na execução de tarefas não rotineiras e com resposta certa impostas pelo professor. O principal papel do professor é comunicar e transmitir conhecimentos. Os problemas são meios secundários de aplicar, reforçar e motivar a aprendizagem.                                                                                                                                                                |
| <b>ABSOLUTISMO PROGRESSISTA</b>       | A resolução de problemas é um meio de desenvolver e utilizar as estratégias e os processos matemáticos bem como o meio de descobrir as verdades e estruturas da matemática. Os alunos são guiados pelo professor para resolverem os problemas contidos, implícita ou explicitamente, em ambientes cuidadosamente escolhidos; espera-se que o conhecimento seja da experiência dos alunos tendo o professor o papel de condutor e facilitador. |
| <b>FALIBILISMO</b>                    | A resolução de problemas será considerada a pedagogia a utilizar na sala de aula. Particularmente será vista como um processo socialmente mediado de formulação de problemas e construção da sua solução, processo esse requerendo discussão para negociação de sentidos, estratégias e provas.                                                                                                                                               |

Fonte: Boavida (1994, apud Sá, 2004).

Sá (2004) comparando as concepções de resolução de problemas propostas por Mendonça (1999) e os resultados de Boavida (1994), correlaciona da seguinte maneira:

- **absolutismo** implica pensar a resolução de problemas como **objetivo**;
- **absolutismo progressista** implica pensar a resolução de problema como **processo**;

- **falibilismo** implica pensar a resolução de problemas como **ponto de partida**. (SÁ, 2004, p. 16-17, grifos do autor).

Os estudos de Sá (2004, 2005, 2006) em linhas gerais concluem que de um modo geral resolução de problemas é uma atividade inerente à vida, e no âmbito escolar a resolução de problemas, pode ser relacionada em função da nossa história de vida, como um objetivo, um processo ou um ponto de partida. Assim sendo, o estudo deste autor não trouxe uma resposta conceitual para “o que é resolução de problema”, nas palavras do autor “uma resposta nunca será melhor ou pior que outra, somente diferente”.

A partir destes pressupostos, quanto à resolução de problema com aplicação do conhecimento matemático da função afim (ensino fundamental) na sequência didática, a distinção da concepção fica referente à resolução de problema como **processo**. Pois, na condição de docente, entendo também a importância do perfil mediador do professor na perspectiva de um ensino crítico e reflexivo considerando a história de vida dos educandos e da própria história histórico-dialética pela qual a humanidade passa.

Desta maneira, Freire (1996, p. 41) reforça que:

Uma das tarefas mais importantes da prática educativo-crítica é propiciar as condições em que os educandos em suas relações uns com os outros e todos com o professor ou professora ensaiam a experiência profunda de assumir-se. Assumir-se como ser social e histórico como ser pensante, comunicante, transformador, criador, realizador de sonhos, capaz de ter raiva porque capaz de amar.

Depreendemos daí que a sequência didática que será apresentada para os alunos do 9.º ano do ensino fundamental, cumprirá essas etapas e respeitará os educandos nas suas limitações e fomentando-os para superá-las. Quanto ao pensamento lógico matemático tanto dedutivo como indutivo em situações-problema cuja solução se dará por aplicação dos conhecimentos da função afim em variados contextos.

## 5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção vamos apresentar uma sequência didática distribuídas em 12 tempos de aula de 45 minutos cada por escola. As sequências foram ancoradas em 4 livros didáticos do ensino de Matemática do 9.º ano, bem como, as atividades propostas, com algumas acrescentadas de outras obras secundárias. Apresentaremos a análise a priori de cada atividade e propusemos questões de aprofundamentos para reforçar os assuntos propostos. Para tanto, nos baseamos nos estudos de Sá (2017) e do autor Silva (2018).

### 5.1 Sequência Didática - Função Afim

No trabalho da Pós-Graduação “Lato Sensu” em Educação Matemática Santos e Santos (2005) já discutia o papel da Didática Matemática, ocasião que, nas palavras de Parra e Saiz (1996) aprendemos que a Didática da Matemática estuda o processo de transmissão e aquisição de diferentes conteúdos desta ciência, particularmente na situação escolar e universitária. Além disso, Gálvez (1996) citando Brousseau (1982b) entendera a Didática da Matemática como sendo um conjunto de relações estabelecidas explícita e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um determinado meio (que abrange eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (representado pelo professor) com a finalidade de conseguir que estes alunos se apropriem de um saber construído ou em vias de constituição.

Como estratégias de ensino, a BNCC aponta algumas alternativas tais como:

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL, 2018, p. 266, grifo do autor).

Entendendo a Sequência Didática como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos” (ZABALA, 2007, p. 18, apud PERETTI; TONIN DA COSTA, 2013, p. 6). O professor pode propor



um plano de aula para diversificar e potencializar o ensino-aprendizagem do assunto de forma mais atrativa e participativa, no caso do ensino da função afim.

Desta maneira, a seguir propusemos três aulas de matemática com foco na função afim, por meio de uma sequência didática.

## 5.2 Sequência Didática – Atividades por método da descoberta

Neste tópico propusemos atender os Pré-requisitos dos desdobramentos da concepção e análise a priori para esta fase.

Ressaltamos ainda que esta sequência foi feita de forma análoga às orientações da proposta da Sequência didática apresentada por Sá (2017), que vislumbrava o ensino e aprendizagem da função afim. Contudo, adaptada para o ensino do 9.º ano do ensino fundamental.

Para tanto, a princípio selecionamos quatro livros didáticos de matemática desta faixa etária de ensino. Organizamos as partes dos capítulos que cada livro aborda sobre a função afim, bem como seus conteúdos que muito se assemelham aos descritores da Matriz de Referência do SAEB com relação às funções polinomiais do primeiro grau e/ou função afim, ver Apêndice A. Desta forma, o quadro abaixo, traz a organização dos quatro livros didáticos, que a partir do apresentado receberam os códigos de LD1, LD2, LD3 e LD4, conforme discriminado no quadro 3.

Quadro 2-Livros didáticos de matemática do 9.º ano usados na sequência didática.

(Continua)

| REFERÊNCIA             | GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. A conquista da matemática: 9.º ano: ensino fundamental: anos finais. — 4. ed. — São Paulo: FTD, 2018.                                                                                 | Código                  |
|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
|                        |                                                                                                                                                                                                                                        | LD1<br>Livro didático 1 |
| Unidades/<br>Assuntos: | Conteúdos                                                                                                                                                                                                                              | Habilidades             |
| Unidade 9 -<br>Função  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• A noção de função: Domínio e conjunto imagem de uma função;</li> <li>• A função polinomial afim: Função linear, Gráfico da função polinomial afim; Zero da função polinomial afim.</li> </ul> | (EF09MA06)              |
| REFERÊNCIA             | GAY, Mara Regina Garcia, SILVA, Willian Raphael (Orgs.). Araribá mais: matemática: manual do professor – 1. ed. – São Paulo: Moderna, 2018. Obra em 4 v. do 6.º ao 9.º ano.                                                            | Código                  |
|                        |                                                                                                                                                                                                                                        | LD2<br>Livro didático 2 |
| Unidade/<br>Assunto:   | Conteúdos                                                                                                                                                                                                                              | Habilidades             |

|                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                  |
|----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| Capítulo 8:<br>Funções                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ideia de função.</li> <li>• Lei de formação de uma função e variáveis.</li> <li>• Determinação do valor de uma função.</li> <li>• Representação gráfica de uma função em um sistema cartesiano.</li> <li>• Análise dos dados de gráficos fazendo inferências.</li> </ul>                                                                                                                         | EF09MA06,<br>EF09MA07,<br>EF09MA08,<br>EF09MA20. |
| Capítulo 9 -<br>Função<br>afim         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Função afim.</li> <li>• Reconhecimento e construção do gráfico de uma função afim.</li> <li>• Reconhecimento de funções afim crescentes, decrescentes e constantes.</li> <li>• Zero da função afim.</li> <li>• Análise do gráfico de uma função afim.</li> <li>• Função linear e proporcionalidade.</li> <li>• Probabilidade de eventos independentes e de eventos dependentes.</li> </ul>       |                                                  |
| REFERÊNCIA                             | <b>SILVEIRA, Ênio. Matemática: 9.º ano do ensino fundamental – 5 ed. São Paulo: Moderna, 2018.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>Código</b>                                    |
|                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>LD3</b><br><b>Livro didático</b><br><b>3</b>  |
| Unidades/<br>Assuntos:                 | Conteúdos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Habilidades                                      |
| Capítulo 5 -<br>Função<br>afim         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ideia de função; Lei de formação da função; • Variáveis; A notação <math>f(x)</math>; Valor de uma função;</li> <li>• Representação gráfica de uma função.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                            | EF09MA06,<br>EF09MA07,<br>EF09MA08,<br>EF09MA20. |
| A função<br>afim                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráfico da função afim; Zero de uma função afim; • Variação de uma função afim; Estudo do sinal da função afim. (Inequação: Comparando funções afim)</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                  |                                                  |
| REFERÊNCIA                             | <b>BIANCHINI, Edwaldo. Matemática: 9.º ano do ensino fundamental – 9 ed. São Paulo: Moderna, 2018.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>Código</b>                                    |
|                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>LD4</b><br><b>Livro didático</b><br><b>4</b>  |
| Unidades/<br>Assuntos:                 | Conteúdos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Habilidades                                      |
| Capítulo 10<br>- Estudo<br>das funções | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conceituação e reconhecimento de função como relação de dependência unívoca entre duas grandezas;</li> <li>• Determinação da lei de formação de uma função e obtenção de valores que uma função assume;</li> <li>• Representação gráfica de uma função;</li> <li>• Estudo das funções polinomiais do 1º grau;</li> <li>• Identificação das relações de proporcionalidades em funções.</li> </ul> | (EF09MA06);<br>(EF09MA08).                       |

Fonte: Autor, 2022.

A análise do quadro acima demonstra que o LD1 aborda a função no capítulo 9 e em dois momentos distintos: primeiro momento apresenta o tópico “A noção de função” abordando os elementos domínio e conjunto imagem de uma função (não aborda o contradomínio); no segundo, aborda “a função polinomial afim” (sic) trabalhando os assuntos Função linear, Gráfico da função polinomial afim; Zero da função polinomial afim e correlaciona todos estes assuntos à habilidade EF09MA06<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> Conforme discriminada no Anexo A

No LD2 a temática em questão é abordada em dois momentos também, porém, com um pouco mais de organização didática, quais sejam: no Capítulo 8 e 9. Este aborda a Ideia de função, a lei de formação de uma função e variáveis, determinação do valor de uma função, representação gráfica de uma função em um sistema cartesiano e análise dos dados de gráficos fazendo inferências. Aquele, apresenta o tópico específico para a função afim, trabalha o reconhecimento e construção do gráfico de uma função afim e o reconhecimento de funções afim crescentes, decrescentes e constantes. Além destes, trabalha os tópicos do zero da função afim, da análise do gráfico de uma função afim, a função linear e proporcionalidade e probabilidade de eventos independentes e de eventos dependente. Correlacionam as seguintes habilidades com estes conteúdos e/ou objetos de conhecimento EF09MA06, EF09MA07, EF09MA08, EF09MA20.

O LD3 no capítulo 5 também trabalha o objeto de conhecimento função afim em dois momentos diferentes. No primeiro momento é abordado a ideia de função, a lei de formação da função, as variáveis, a notação  $f(x)$ , o valor de uma função e a representação gráfica de uma função. No segundo, se trabalhou um outro tópico denominado de função afim, onde foi apresentado o gráfico da função afim, o zero de uma função afim, a variação de uma função afim, o estudo do sinal da função afim e ainda a “inequação: comparando funções afim”. Ressaltamos que o LD3 é o único dos livros didáticos que faz a menção de forma explícita da inequação com a função afim.

Já o LD4 traz o estudo a função das funções no Capítulo 10, com os seguintes subtópicos: conceituação e reconhecimento de função como relação de dependência unívoca entre duas grandezas, determinação da lei de formação de uma função e obtenção de valores que uma função assume, representação gráfica de uma função, estudo das funções polinomiais do 1.º grau e a identificação das relações de proporcionalidades em funções. Aponta como habilidades relacionadas a estes objetos de conhecimento as mesmas EF09MA06 e EF09MA08.

Em geral os livros didáticos abordam a função afim e seus principais elementos e caracterização, destaco aqui os LD2 e o LD3 por trabalharem nesse tema a habilidade EF09MA20, todos os demais apresentam as mesmas habilidades com exceção do LD1 que apresentou como habilidade apenas uma, a EF09MA06.

Doravante, vamos tratar da sequência didática com a elaboração das atividades, novamente friso que será análoga à proposta pelo autor Sá (2017), porém, as atividades propostas são fundamentadas nos LD1, LD2, LD3 e LD4. Exceto as

atividades de aprofundamentos, que é uma coletânea ecléticas de atividades, inerente à função afim, de sites, concursos, os próprios livros didáticos e algumas das atividades aplicadas por Silva (2018).

Cada atividade foi organizada e pensada para contribuir no processo de ensino e aprendizagem de função afim, levando em consideração as dificuldades apresentadas segundo a ótica docente, dos graus de dificuldades demonstradas pelos alunos, conforme apresentado anteriormente.

Outrossim, frisamos ainda que a sequência didática será composta de 6 Atividades e foram desenvolvidas em 12 tempos com 45 minutos cada em cada escola, ou seja, totalizaram 24 tempos de aula. Nas redes de ensino no municipal de Altamira, o tempo da hora aula é de 45 min (45 h/a).

As etapas didáticas da sequência se darão assim: Aula expositiva e explicativa com exemplos resolvidos sobre a temática da função afim; depois apresentaremos umas atividades inerente a aula ministrada, com intuito de percebermos qual o nível percentual de aprendizagem fora alcançado pelos referidos alunos.

A configuração dos roteiros de atividades é equivalente ao aplicado por Sá (2017, 2019, 2020) e demais estudos, por exemplo, a pesquisa de mestrado de Silva (2018): “Título”; “Objetivo”, “Material” e “Procedimentos”. Tendo em relação ao objetivo o motivo pela qual a atividade foi elaborada; material os recursos físicos que serão utilizados e procedimentos as etapas de cada atividade.

Para tanto, a seguir apresentamos a estrutura da sequência didática precedidas das atividades e por conseguinte, análise a priori das atividades propostas elaborada para a experimentação, ou seja, as atividades para o ensino de função afim. No tocante as atividades Sá (2009), ressalta que

Esse tipo de abordagem interativa permite ao aluno realizar um grande número de experimentos, interpretá-los para depois discuti-los em classe com o professor e colegas. Outro fator relevante nesse processo é o que a escola, mas não exclusivamente ela, precisa oferecer condições materiais plenamente desejáveis para que o ensino por atividade ocorra de forma exitosa. O êxito depende muito mais de um bom planejamento das atividades por parte dos professores e do envolvimento dos alunos nas resoluções das atividades. Assim, torna-se relevante que o professor **queira e acredite** que pode melhorar sua forma de ensino, acrescentando a ela qualidade e empregabilidade nos conhecimentos aprendidos. (SÁ, 2009, p. 16, grifo do autor).

Imbuído deste entendimento, e para além disso, às análises posteriori se fundamentarão pela Taxonomia de Bloom, sobretudo, no aspecto cognitivo da aprendizagem, por meio dos verbos de “analisar”, “compreender”, “aplicar”, dentre outras. Ressaltamos que a aplicação se dará com alunos do 9.º ano, conforme mencionado. Portanto, dentro do desenho curricular tais alunos, provavelmente, não tiveram contato com este assunto, por conseguinte, procuraremos, mediar o processo de aprendizagem, pelo método da descoberta, garantido assim, a condição mínima para eles interagirem e avançarem na compreensão do assunto ora abordado.

Por conseguinte, em uma etapa posterior, isto é, a 4.ª fase da ED, nos debruçaremos nos resultados, conforme será mencionado no capítulo referente a esse tema.

Desta maneira, as sequências didáticas foram organizadas conforme os tópicos seguintes.

### **5.3 Sequência Didática – Estrutura didática**

**Componente curricular:** Matemática

**Objeto de conhecimento:** Funções polinomiais do 1º grau: representações numérica, algébrica e gráfica.

**Habilidades:**

Habilidades da BNCC que podem ser desenvolvidas: EF09MA06, EF09MA07 e EF09MA08.

(EF09MA06) - Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis;

(EF09MA07) - Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

(EF09MA08) - Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

## Atividade 1

A primeira atividade foi pensada para auxiliar os discentes a descobrir o raciocínio algébrico e a compreensão do conceito de função afim a partir da relação entre variáveis, bem como o desenvolvimento da capacidade de análise por parte dos alunos com base nos oito pares de conjuntos que estão associados entre si por uma relação biunívoca, isto é, por uma função.

**Título:** Descubra a minha regra

**Objetivo:** Descobrir uma relação entre dois conjuntos

**Material:** Quadro I, roteiro da atividade, papel, caneta.

**Procedimento:** Para cada par de conjuntos:

- Observe a associação entre os elementos de A e B no quadro I;
- Tente descobrir a expressão do elemento  $y \in B$  associado a  $x \in A$ ;
- Com os dados obtidos preencha o quadro a seguir.

| Par | Expressão do elemento $y \in B$ associado a $x \in A$ | Grau do polinômio |
|-----|-------------------------------------------------------|-------------------|
| 1   |                                                       |                   |
| 2   |                                                       |                   |
| 3   |                                                       |                   |
| 4   |                                                       |                   |
| 5   |                                                       |                   |
| 6   |                                                       |                   |
| 7   |                                                       |                   |
| 8   |                                                       |                   |

As relações algébricas que relacionam duas variáveis onde a segunda (no nosso caso  $y$ ) e o resultado da combinação das operações de adição e/ou multiplicação da primeira (no nosso caso  $x$ ) com números reais, onde dizemos que o valor de  $y$  está em função do valor de  $x$ , representado por  $y = f(x)$  e são do tipo  $y = mx + b$ , são exemplos da lei de formação da função afim que é definida como:

Uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , chama-se afim quando existem constantes  $m, b \in \mathbb{R}$  tais que  $f(x) = mx + b$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

Em decorrência da definição de função temos que  $y = f(x)$  é a variável dependente e o  $x$ , a variável independente. Chamamos  $m$  de taxa de variação e o  $b$  de valor inicial.

Fonte: Sá (2017, apud SILVA, 2018, p. 89)

## Sugestões pedagógicas para os professores

O professor mediador, após a colhida (apresentação, boas-vindas e outros), pode organizar os alunos em dupla e/ou deixá-lo livre para fazer sozinho. O

desenvolvimento da atividade visa poder auxiliar os discentes a descobrir a o raciocínio algébrico e a compreensão do conceito de função afim a partir da relação entre variáveis, bem como na interpretação entre os conjuntos apresentados.

Entendendo que os alunos possam apresentar dificuldade para a percepção do raciocínio algébrico envolvido no processo, nesta atividade, por exemplo, os alunos possam apresentar dificuldade em identificar a lei de formação da função a partir dos conjuntos (Anexo H), nesta situação o professor mediador/pesquisador deve fazer algumas ponderações com base em perguntas para a turma, a respeito das operações matemáticas que possam corresponder na associação entre os valores dados, por exemplo, no “Par 2” dos conjuntos da folha de atividade 1, o primeiro elemento do conjunto A deve ser adicionado a qual número para corresponder ao primeiro elemento do conjunto B?

Desta forma, o professor/pesquisador pode conduzir o aluno a refletir e superar a dificuldade apresentada inicialmente, o resultado esperado, a partir das mediações com os discentes, é o preenchimento concomitante com a compreensão da relação entre as variáveis, conforme o quadro abaixo.

Quadro 3 - Descubra a minha regra

| Par | Expressão do elemento $y \in B$ associado a $x \in A$ | Grau do polinômio |
|-----|-------------------------------------------------------|-------------------|
| 1   | $y = x + 1$                                           | 1º                |
| 2   | $y = x + 2$                                           | 1º                |
| 3   | $y = x$                                               | 1º                |
| 4   | $y = x^2$                                             | 2º                |
| 5   | $y = x + 1$                                           | 1º                |
| 6   | $y = 3x$                                              | 1º                |
| 7   | $y = x^2 - 1$                                         | 2º                |
| 8   | $y = 2x + 1$                                          | 1º                |

Fonte: Pesquisa de campo, 2022 (adaptada Silva, 2018).

As atividades de aprofundamento contribuirão para uma melhor compreensão daqueles que ainda permanecem com alguma dificuldade na interpretação do raciocínio algébrico inserido no contexto da resolução da função afim. (Ver anexo B).

## Atividade 2

Nesta atividade vamos fazer com que os alunos identifiquem uma das características inerente ao tipo de gráfico (crescente, decrescente ou constante) das

funções afins em relação ao valor do coeficiente angular ou da declividade do gráfico da função afim. Esse entendimento do valor do coeficiente (positivo ou negativo) conduz o aluno a visualizar a Reta antes mesmo da construção do gráfico.

|                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |
|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|
| <b>Função</b><br><br>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ | <b>Título:</b> Identificação dos coeficientes e gráficos da função afim.<br><b>Objetivo:</b> Descobrir uma relação entre os coeficientes da função afim crescente ou decrescente.<br><b>Material:</b> Quadro de gráficos I, roteiro da atividade, papel, caneta.<br><b>Procedimento:</b> Após as explicações iniciais, determine os coeficientes angular e linear de cada função afim e depois diga se ela tem um gráfico crescente, decrescente ou constante. |                           |                      |                        |                      |
|                                                             | <b>coeficiente angular</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>Coeficiente linear</b> | <b>f é crescente</b> | <b>f é decrescente</b> | <b>f é constante</b> |
| a) $y = -8 + x$                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |
| b) $y = -x + 11$                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |
| c) $f(x) = -2x - 4$                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |
| d) $y = x - 1$                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |
| e) $y = x + 3$                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |
| f) $f(x) = -x + 2$                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |
| g) $f(x) = 3x - 1$                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |
| h) $f(x) = x + 1$                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |
| i) $y = \frac{1}{2}x$                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |
| j) $f(x) = +10 - 5x$                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |
| l) $f(x) = +2$                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |
| <b>Observação:</b><br><br><b>Conclusão:</b>                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                      |                        |                      |

Fonte: Silva, (2018, apud SÁ, 2017, adaptada).

### Sugestões pedagógicas para os professores

O professor mediador, após a colhida (apresentação, boas-vindas e outros), pode organizar os alunos em dupla e/ou deixá-lo livre para fazer sozinho. O desenvolvimento das atividades visa poder auxiliar os discentes a compreender que não se faz necessário calcular uma função afim, para afirmar qual o tipo de gráfico pertence a função. Ou seja, esse aprendizado é muito útil, por exemplo, para resolver questões de concurso<sup>5</sup> ou da própria avaliação de matemática deles mesmos. No momento das mediações *in loco* reforçaremos tal visão de utilidade para os cálculos mentais.

<sup>5</sup> Ver Questões de Aprofundamento 1.



Quadro 4- Forma preenchida do quadro proposto na atividade 2.

| Função<br>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ | coeficiente<br>angular | Coeficiente<br>linear | f é<br>crescente | f é<br>decrecente | f é<br>constante |
|--------------------------------------------------|------------------------|-----------------------|------------------|-------------------|------------------|
| a) $y = -8 + x$                                  | 1                      | -8                    | x                | -                 | -                |
| b) $y = -x + 11$                                 | -1                     | 11                    | -                | x                 | -                |
| c) $f(x) = -2x - 4$                              | -2                     | -4                    | -                | x                 | -                |
| d) $y = x - 1$                                   | 1                      | -1                    | x                | -                 | -                |
| e) $y = x + 3$                                   | 1                      | 3                     | x                | -                 | -                |
| f) $f(x) = -x + 2$                               | -1                     | 2                     | -                | x                 | -                |
| g) $f(x) = 3x - 1$                               | 3                      | -1                    | x                | -                 | -                |
| h) $f(x) = x + 1$                                | 1                      | 1                     | x                | -                 | -                |
| i) $y = \frac{1}{2}x$                            | $\frac{1}{2}$          | 0                     | x                | -                 | -                |
| j) $f(x) = +10 - 5x$                             | -5                     | 10                    | -                | x                 | -                |
| l) $f(x) = +2$                                   | 0                      | 2                     | -                | -                 | X                |

Fonte: Silva, (2018, apud SÁ, 2017, adaptada).

O objetivo da atividade foi fazer os educandos descobrir a declividade da reta, isto é, identificar se a função é crescente, decrescente ou constante sem usar o recurso de cálculos, apenas de forma visual, bastando relacionar o valor do coeficiente angular, ou seja, se  $a > 0$ , a função é crescente, ou se  $a < 0$ , a função é decrescente, ou ainda se  $a = 0$ , neste caso concluir que a função é constante.

As atividades de aprofundamento (Ver anexo C) contribuirão ainda mais para compreensão do reconhecimento do coeficiente angular e linear de forma visual, podemos afirmar qual o tipo de gráfico, antes mesmo da construção. Tais atividades reforçaram de forma positiva o entendimento do assunto ora abordado daqueles que ainda permanecem com alguma dificuldade na interpretação do raciocínio algébrico inserido no contexto da resolução da função afim.

### Atividade 3

Nesta atividade vamos fazer com que os alunos identifiquem uma das características inerente das funções afins em relação a forma geométrica do gráfico da função no plano cartesiano. Essa compreensão da transposição do pensamento algébrico para o geométrico é de suma importância na interpretação e resoluções de problemas mais complexos.

**Título:** Construção do gráfico da função afim

**Objetivo:** Descobrir a representação gráfica da função afim.

**Material:** Plano cartesiano, roteiro da atividade, papel, caneta, régua.

**Procedimento:** Para cada função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada determine:

- a) Os valores da imagem de cada valor de  $x$  dado; b) Determine os pares ordenados  $(x, f(x))$ ;  
 c) Marque os pares ordenados obtidos no plano cartesiano;  
 d) Verifique se é possível traçar uma única reta que ligue todos os pontos marcados;  
 f) A partir das informações obtidas preencha o quadro a seguir.

| Função<br>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ | Valor de $x$ | Valor de $f(x)$ | Par Ordenado<br>$(x, f(x))$ | A função é afim? |     | É possível ligar todos os pontos marcados por uma única reta? |     |
|--------------------------------------------------|--------------|-----------------|-----------------------------|------------------|-----|---------------------------------------------------------------|-----|
|                                                  |              |                 |                             | Sim              | Não | Sim                                                           | Não |
| $f(x) = x + 1$                                   | $x = -2$     |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = -1$     |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 0$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 1$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 2$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
| $f(x) = -2x + 1$                                 | $x = -2$     |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = -1$     |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 0$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 1$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 2$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
| $f(x) = x^2 + 1$                                 | $x = -2$     |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = -1$     |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 0$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 1$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 2$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
| $f(x) = x^3 + 1$                                 | $x = -2$     |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = -1$     |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 0$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 1$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 2$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
| $f(x) = x^4$                                     | $x = -2$     |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = -1$     |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 0$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 1$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 2$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
| $f(x) = 3x - 1$                                  | $x = -2$     |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = -1$     |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 0$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 1$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 2$      |                 |                             |                  |     |                                                               |     |

Observação:

Conclusão:

Fonte: Silva (2018, apud SÁ, 2017).

### Sugestões pedagógicas para os professores

O professor mediador, após a colhida (apresentação, boas-vindas e outros), pode organizar os alunos em dupla e/ou deixá-lo livre para fazer sozinho. Logo após distribuir o material das atividades aos estudantes e fomentá-los a resolver sozinhos,

onde inicialmente eles deverão encontrar determinados valores para a imagem da função associado a determinados valores do domínio da função. Posteriormente, marcados os pontos encontrados no plano cartesiano (Ver apêndice B) para traçar o gráfico da função. Acreditamos que os alunos não apresentarão grandes dificuldades para desenvolver a atividade, ao mesmo tempo em que terão a percepção do gráfico da função afim sendo uma reta, até porque, com a atividade 2 acima, os discentes puderam correlacionar o valor do coeficiente angular com a declividade do gráfico da função afim.

Ao final das atividades, após as mediações pedagógicas e do método da descoberta, os alunos deverão apresentar um resultado conforme o quadro 5 abaixo preenchido.

Quadro 5 - Forma preenchida do quadro proposto na atividade 3

| Função<br>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ | Valor de $x$ | Valor de $f(x)$ | Par Ordenado $(x, f(x))$ | A função é afim? |     | É possível ligar todos os pontos marcados por uma única reta? |     |
|--------------------------------------------------|--------------|-----------------|--------------------------|------------------|-----|---------------------------------------------------------------|-----|
|                                                  |              |                 |                          | Sim              | Não | Sim                                                           | Não |
| $f(x) = x + 1$                                   | $x = -2$     | -1              | $(-2, -1)$               | x                | --  | x                                                             | --  |
|                                                  | $x = -1$     | 0               | $(-1, 0)$                |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 0$      | 1               | $(0, 1)$                 |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 1$      | 2               | $(1, 2)$                 |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 2$      | 3               | $(2, 3)$                 |                  |     |                                                               |     |
| $f(x) = -2x + 1$                                 | $x = -2$     | 5               | $(-2, 5)$                | x                | --  | x                                                             | --  |
|                                                  | $x = -1$     | 3               | $(-1, 3)$                |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 0$      | 1               | $(0, 1)$                 |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 1$      | -1              | $(1, -1)$                |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 2$      | -3              | $(2, -3)$                |                  |     |                                                               |     |
| $f(x) = x^2 + 1$                                 | $x = -2$     | 5               | $(-2, 5)$                | --               | x   | --                                                            | x   |
|                                                  | $x = -1$     | 2               | $(-1, 2)$                |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 0$      | 1               | $(0, 1)$                 |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 1$      | 2               | $(1, 2)$                 |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 2$      | 5               | $(2, 5)$                 |                  |     |                                                               |     |
| $f(x) = x^3 + 1$                                 | $x = -2$     | -7              | $(-2, -7)$               | --               | x   | --                                                            | x   |
|                                                  | $x = -1$     | 0               | $(-1, 0)$                |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 0$      | 1               | $(0, 1)$                 |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 1$      | 2               | $(1, 2)$                 |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 2$      | 9               | $(2, 9)$                 |                  |     |                                                               |     |
| $f(x) = x^4$                                     | $x = -2$     | 16              | $(-2, 16)$               | --               | x   | --                                                            | x   |
|                                                  | $x = -1$     | 1               | $(-1, 1)$                |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 0$      | 0               | $(0, 0)$                 |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 1$      | 1               | $(1, 1)$                 |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 2$      | 16              | $(2, 16)$                |                  |     |                                                               |     |
| $f(x) = 3x - 1$                                  | $x = -2$     | -7              | $(-2, -7)$               | x                | --  | x                                                             | --  |
|                                                  | $x = -1$     | -4              | $(-1, -4)$               |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 0$      | -1              | $(0, -1)$                |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 1$      | 2               | $(1, 2)$                 |                  |     |                                                               |     |
|                                                  | $x = 2$      | 5               | $(2, 5)$                 |                  |     |                                                               |     |

Fonte, Silva, 2018.

Após a resolução e as mediações e socialização do entendimento acerca do raciocínio matemático envolvido na atividade 3. O professor mediador deve aplicar as atividades de aprofundamento (Ver anexo D) para contribuir como revisão do assunto ora abordado.

#### Atividade 4

O objetivo desta atividade é fazer com que os alunos encontrem a lei da formação de uma função a partir de dados de uma tabela e não apenas de gráficos.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |      |      |       |       |       |       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| <b>Título:</b> Identificando a lei de formação de uma função afim<br><b>Objetivo:</b> Escrever a Lei da função a partir dos dados de uma tabela<br><b>Material:</b> Papel A4, caneta, lápis.<br><b>Procedimento:</b> Definir a taxa de variação e o coeficiente linear.<br><b>Problema:</b> Os dados da tabela abaixo representam o valor de uma corrida de táxi. Sendo assim, responda:<br>a) Qual o valor do coeficiente linear?<br>b) Qual o valor do coeficiente angular?<br>c) Qual a lei da formação do preço que equivale ao valor da corrida? |      |      |      |       |       |       |       |
| X (km)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0    | 1    | 2    | 3     | 4     | 5     | 6     |
| P(x)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 5,75 | 7,75 | 9,75 | 11,75 | 13,15 | 15,75 | 17,75 |
| Neste momento o professor mediador, além da aula 2, ele pode sugerir aos alunos a escrever os coeficientes linear para dois pontos distintos e para o eixo das ordenadas e das abscissas. Assim:<br>$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ e } b = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1}$                                                                                                                                                                                                                                                              |      |      |      |       |       |       |       |

Fonte: Autor, 2022.

#### Sugestões pedagógicas para os professores

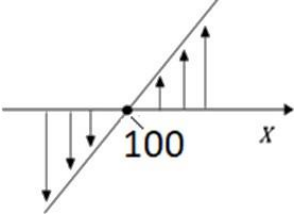
As explicações iniciais se deram conforme as rotinas anteriores. Antes de entregar o material para os discentes, o professor mediador pode fazer algumas considerações iniciais, por exemplo, acrescentando a forma de encontrar a taxa de variação ( $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ) e o valor inicial ( $b = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1}$ ), sem necessitar de equacionar por meio de um sistema de equações.

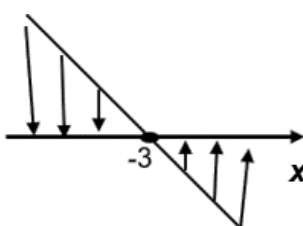
Assim sendo, o professor mediador fomenta uma reflexão com os alunos da turma acerca das resoluções, sobretudo, colocar eles para praticarem fazendo o quociente das diferenças entre dois pontos distintos tanto para valores de  $P(x)$ , como para valores de  $x$ . E assim, o alunado pode concluir que a partir da lei de formação se pode generalizar as interpretações para cada situação dada inerente aos contextos que a situação-problema esteja inserida.

Como de praxe o professor mediador após as realizações da atividade 4, entrega as atividades de aprofundamento (Ver anexo E) para na prática aprimorar o conhecimento inteligível sobre a temática em questão, ampliando o desenvolvimento cognitivo e significativo dos educandos.

#### Atividade 5

O objetivo desta atividade é fazer com que o alunado compreenda o sinal de uma função por meio de uma análise crítica do intervalo de valores  $(x, y)$  em diferentes fases do gráfico.

| <b>Título:</b> Identificando o sinal da função afim<br><b>Objetivo:</b> Fazer com que os alunos percebam em qual situação a função afim é nula, positiva ou negativa.<br><b>Material:</b> Papel A4, caderno, caneta e lápis.<br><b>Procedimento:</b> A partir de um modelo resolvido, projetar o aprendizado na análise dos sinais da função.<br><b>Problema:</b> Considerando se o gráfico I fosse um gráfico que representasse a vida financeira em um dado momento de uma empresa, como você descreveria as fases financeira? |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Gráfico                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Valores para os quais o sinal função é                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| I)<br>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $x = \underline{\hspace{1cm}}$ , a função é $\underline{\hspace{1cm}}$ ( $y = \underline{\hspace{1cm}}$ )<br>$x < \underline{\hspace{1cm}}$ , a função é $\underline{\hspace{1cm}}$ ( $y < \underline{\hspace{1cm}}$ )<br>$x > \underline{\hspace{1cm}}$ , a função é $\underline{\hspace{1cm}}$ ( $y > \underline{\hspace{1cm}}$ ) |

|                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>II)</p>  | <p><math>x = \underline{\quad},</math> a função é <math>\underline{\hspace{2cm}}</math> (<math>y = \underline{\quad}</math>)</p> <p><math>x &lt; \underline{\quad},</math> a função é <math>\underline{\hspace{2cm}}</math> (<math>y &lt; \underline{\quad}</math>)</p> <p><math>x &gt; \underline{\quad},</math> a função é <math>\underline{\hspace{2cm}}</math> (<math>y &gt; \underline{\quad}</math>)</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fonte: Autor, 2022.

### Sugestões pedagógicas para os professores

As explicações iniciais se deram conforme as rotinas anteriores. Antes de entregar o material para os discentes, o professor mediador pode fazer algumas considerações iniciais, demonstrando em qual situação pode ocorrer lucro e dialogar com os alunos o porquê do lucro, de forma análoga fazer as indagações quando ocorrer o prejuízo. O professor mediador pode frisar o eixo horizontal (eixo das abscissas) como ponto de inflexão do sinal, isto é, acima do eixo das abscissas o sinal é positivo para os valores da imagem (eixo das ordenadas), abaixo do eixo das abscissas, o sinal é negativo para o referido eixo.

No final da atividade, após as possíveis mediações do professor durante o processo de ensino por atividade, os alunos em relação ao gráfico I acima, é esperado que os alunos tenham respondido assim:

Para  $x > 100 \rightarrow F(x) > 0$  (haverá lucro);

Para  $x = 100 \rightarrow F(x) = 0$  (não haverá lucro nem prejuízo);

Para  $x < 100 \rightarrow F(x) < 0$  (haverá prejuízo).

Sendo  $S$  o conjunto solução, temos:  $S = \{x \in \mathbb{N} / x > 100\}$ .

Caso os alunos e/ou alguns alunos não consigam responder, o professor pesquisador/mediador pode fazer uma intervenção pedagógica e instigar aos alunos refletirem com base nos valores assumidos acima ou abaixo do eixo do  $x$ , e quando o valor intercepta o eixo do  $x$ , é o ponto de equilíbrio desta empresa, isto é, nem houve prejuízo e nem lucro.

A atividade aprofundamento (Ver anexo F) pode ser apresentada logo após, as realizações da atividade proposta, para que reforce de forma positiva o entendimento, portanto, a compreensão dos resultados obtidos nesse raciocínio matemático.

## Atividade 6

| <p><b>Título:</b> O Zero da função</p> <p><b>Objetivo:</b> Descobrir as características dos pontos de intersecção da função afim com os eixos coordenados.</p> <p><b>Material:</b> Quadro de gráficos I, roteiro da atividade, papel, caneta.</p> <p><b>Procedimento:</b> Analise cada situação e responda o solicitado Situação. Para cada gráfico do quadro de gráficos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determine as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico da função afim com o eixo das abscissas;</li> <li>• Determine as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico da função afim com o eixo das ordenadas;</li> <li>• Com os dados obtidos preencha o quadro a seguir.</li> </ul> |                                                                         |                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$<br>$y = ax + b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Coordenada do ponto de intersecção do gráfico com o eixo das abscissas. | Coordenada do ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas. |
| $y = x + 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ( , )                                                                   | ( , )                                                                   |
| $y = 2x + 6$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ( , )                                                                   | ( , )                                                                   |
| $y = x - 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ( , )                                                                   | ( , )                                                                   |
| $y = -2x + 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ( , )                                                                   | ( , )                                                                   |
| $y = -x - 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ( , )                                                                   | ( , )                                                                   |
| $y = 3x + 6$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ( , )                                                                   | ( , )                                                                   |
| $y = 2x - 4$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ( , )                                                                   | ( , )                                                                   |
| $y = -2x + 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ( , )                                                                   | ( , )                                                                   |
| $y = -x - 5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ( , )                                                                   | ( , )                                                                   |
| $y = -3x + 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ( , )                                                                   | ( , )                                                                   |
| <p>O valor do domínio da função <math>f</math> que tem como imagem zero é denominado de <b>ZERO</b> da função <math>f</math>, ou seja, o valor de <math>x</math> no qual <math>y = f(x) = 0</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                         |                                                                         |

Fonte: Silva (2018).

## Sugestões pedagógicas para os professores

As explicações iniciais se deram conforme as rotinas anteriores. Antes de entregar o material para os discentes, o professor mediador pode fazer algumas considerações iniciais com exemplos na lousa, apenas para servir como modelo inicial, depois os alunos precisam interpretar, praticar, testar, fazer os cálculos e testar novamente, com a mediação do professor, refletir sobre o raciocínio inicial da resolução, isto é, por meio do método da descoberta, tentativas erros e acertos com análise acerca dos resultados possam construir um pensamento matemático mais autônomo e não apenas mecânico e/ou robotizado.

Assim, por meio desta atividade é trabalhada a questão da localização geométrica do zero e do coeficiente linear da função afim, a partir de sua representação gráfica. Para os autores Silva (2018) e Sá (2017) os alunos não terão grandes dificuldades no desenvolvimento e no alcance do objetivo da atividade.

Os gráficos construídos a partir das mediações e práticas dos alunos estão apresentados no Anexo I.

De forma análoga as demais atividades acima, após o professor mediador produzir a atividade 6, distribui a atividade de aprofundamento (Ver anexo G), com intuito de fazer com que os alunos tenham mais autonomia na resolução de atividade que aborde o zero da função como fio condutor do problema sugerido, portanto, eles possam descobrir de forma matemática os pontos de intersecção da função afim com os eixos coordenados.

As atividades propostas enfatizam a utilização de atividades práticas para a compreensão e representação gráfica da função afim. Silva (2018) destaca a importância de propiciar aos alunos a capacidade de construir gráficos e entender a relação entre os valores do domínio e imagem da função. Além disso, as atividades visam não apenas a interpretação de gráficos, mas também a capacidade dos alunos de derivar a lei de formação de uma função a partir de dados tabulares.

Outro ponto relevante é a abordagem pedagógica que busca desenvolver a capacidade analítica dos alunos. Por meio das atividades propostas, os educandos são incentivados a descobrir expressões algébricas, compreender o conceito de função afim e analisar relações entre variáveis. Esta abordagem prática, que enfatiza a descoberta e a análise crítica, é essencial para aprimorar o entendimento dos conceitos matemáticos.

Por fim, a menção à localização geométrica do zero e do coeficiente linear da função afim ressalta a importância da representação gráfica na compreensão da matéria. Acredita-se que, ao visualizar e interagir com esses gráficos, os alunos terão menos dificuldades em entender os conceitos subjacentes, tornando o aprendizado mais intuitivo e aplicável em diferentes contextos.



## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O produto educacional demonstra claramente a importância de uma sequência didática baseada no ensino de matemática por meio de atividades experimentais como estratégia didático-pedagógica que contribui para a aprendizagem de conceitos de função afim por estudantes do 9.º ano do ensino fundamental.

A sequência didática desenvolvida foi validada na dissertação de mestrado de Santos e Santos (2022), cujo objetivo foi avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada no ensino de matemática por meio de atividades experimentais no desempenho da resolução de questões e na compreensão de conceitos de função afim por estudantes do 9.º ano do ensino fundamental.

Desta maneira, este produto educacional visa contribuir de forma exitosa e eficiente para o processo de ensino e aprendizagem de função afim, diminuindo as dificuldades encontradas pelos alunos e, conseqüentemente, superando os erros cometidos durante o processo de ensino e aprendizagem. A estratégia de ensino por atividades, comprovada por este estudo e pelos referenciais teóricos nesta linha de pesquisa, demonstra que os alunos tendem a se dedicar e concentrar mais nas atividades propostas pelo professor mediador, superando assim a forma tradicional de ministrar este conteúdo. Na dissertação abordada, a referida metodologia proporcionou mais credibilidade aos discentes, bem como os deixou mais seguros ao superar as dificuldades apresentadas no decorrer do processo de cada atividade proposta.

Ressaltamos a importância do produto educacional para que outros professores da área da educação básica, sobretudo no ensino fundamental e médio, possam refletir sobre sua prática pedagógica e, além desta reflexão, passem a agir em busca de um ensino cada vez mais de qualidade.

## REFERÊNCIAS

ADOLFO, Gustavo. **Módulo da função afim**: noções básicas - 9.º ano do Ensino Fundamental - Portal da Matemática OBMEP. Disponível em: <https://cdnportaldabmep.impa.br/ortaldabmep/uploads/material/cno0chndbyo8c.pdf> Acesso em: 11 dez. 2021.

ALMEIDA, Caroline Chinelato Silveira de. **Avaliação Educacional**: o ENEM e a Teoria de Resposta ao Item – TRI. Disponível em: <http://www.repositorio.ufjf.br:8080/jspui/bitstream/ufjf/14121/1/carolinechinelatosilveiradealmeida.pdf> Acesso em: 02 set. 2022.

ALMOULOU, Saddo Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 /ANPEd : **REVEMAT** - Revista Eletrônica de Educação Matemática. v.3 n.6, p.62-77, UFSC: 2008. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2008v3n1p62/12137> Acesso em: 07 out. 2021.

ALMOULOU, Saddo Ag; SILVA, Maria José Ferreira da; Engenharia didática: evolução e diversidade. **REVEMAT**: Revista Eletrônica de Educação Matemática. ISSN 1981-1322 versão online. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 22-52, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-322.2012v7n2p22/23452> Acesso: 07 out. 2021.

ALTAMIRA-PA. **Documento curricular do município de Altamira Pará**. Secretaria de Educação Municipal (SEMED), 2021.

ASSIS, Pablo de. **O que é tag?**, TECMUNDO, 2019. Disponível em: <https://www.tecmundo.com.br/navegador/2051-o-que-e-tag-.htm> Acesso: 22 mai. 2022.

AUBYN António St.; FIGUEIREDO, Maria Carlos; LOURA, Luís de; RIBEIRO, Luísa; LISBOA, Francisco Viegas. **Funções**. - Grupo de Matemática da Universidade Técnica de Lisboa, 2004. Disponível em: <http://e-escola.tecnico.ulisboa.pt/mgallery/default.asp?obj=2633> Acesso: 17 dez. 2021.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**: 9º ano do ensino fundamental - 9 ed. São Paulo: Moderna, 2018.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, Lei nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996.

**Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros aos parâmetros curriculares nacionais. BRASIL. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais (ensino médio)**: Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. - Brasília: MEC/SEF, 2000.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base - PRODUÇÃO EDITORIAL Fundação Carlos Alberto Vanzolini, 2018.

BRASIL. **PNLD 2020**: matemática - guia de livros didáticos - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2019. Disponível em: [https://pnld.nees.ufal.br/pnld\\_2020/inicio](https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2020/inicio) Acesso em: 14 nov. 2021.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **ZETETIKÉ** - Cempem - FE - Unicamp - v.13 - n. 23 - jan./jun. 2005. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646981/13882> Acesso em: 14 nov. 2021.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaio temático**: história e matemática em sala de aula / Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017. Disponível em: [http://www.sbembrasil.org.br/files/historia\\_matematica.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/files/historia_matematica.pdf) Acesso em: 17 dez. 2021.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos**: função afim e função quadrática. -1 ed. - SP: Ática, 2020.

FELIX, Ana Paula Nunes. **O ensino de problemas aditivos com mais de uma operação**, 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2021.

FIGUEIREDO, Djaró Guedes de. **Análise I**. - 2 ed. - RJ: LTC, 1996.

GÁLVEZ, Grécia. A didática da matemática. In: PARRA, Cecília e SAIZ, Irma (org.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GAY, Mara Regina Garcia, SILVA, Willian Raphael (Orgs.). **Araribá mais**: matemática: manual do professor - 1. ed. - São Paulo: Moderna, 2018. Obra em 4 v. do 6o ao 9o ano.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**: 9.º ano: ensino fundamental: anos finais. - 4. ed. - São Paulo: FTD, 2018.

LIMA, Elon Lages *et. al.* **A matemática para o ensino médio**. Sociedade Brasileira de Matemática (SBM): Rio de Janeiro - RJ, 2006. v. 1 (Coleção do Professor de Matemática)

MAGALHÃES, A. R. **Mapas Conceituais Digitais como Estratégia de Ensino para o Desenvolvimento da Metacognição no Estudo de Funções**. Tese (Programa de Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica. São Paulo.

2009. 257 f. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11436>  
Acesso em: 15 out. 2021.

MANGUEIRA, Milena Carolina dos Santos; SILVA, Matheus Klisman de Castro e. A engenharia didática como metodologia para o ensino de matemática. In: X Encontro Paraibano de Educação Matemática & V Encontro Cajazeirense de Matemática. **Anais [...]** Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional Paraíba (SBEM-PB), 2018. ISSN: 2317-0042. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/edicao/detalhes/anais-x-epbem-e-v-ecmat> Acesso em: 14 nov. 2021.

MARINHO FILHO, Eliseu da Rocha. **Criptografia: uma engenharia didática, com funções, matrizes e cifra de HILL, para o ensino médio.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT) - Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA). Disponível em: [https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/bitstream/123456789/385/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o\\_CriptografiaUmaEngenharia.pdf](https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/bitstream/123456789/385/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o_CriptografiaUmaEngenharia.pdf) Acesso em: 09 abr. 2022.

MENEZES, Josinalva Estácio; SILVA, Ronald de Santana da; QUEIROZ, Simone Moura. A transposição didática em Chevallard: as deformações/transformações sofridas pelo conceito de função em sala de aula. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. 2008. p. 1191-1201.

MIRANDA, Denis do Socorro Pinheiro. **O ensino por atividades de problemas multiplicativos envolvendo a ideia de disposição retangular**, 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2021.

PARRA, Cecília e SAIZ, Irma (org.). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SÁ, Pedro Franco de; ALVES, Fábio José da Costa. A Engenharia Didática: alternativa metodológica para pesquisa em fenômenos didáticos. In: Maria Inês Marcondes; Ivanilde Apoluceno de Oliveira; Elizabeth Teixeira. (Org.). **Abordagens Teóricas e Construções Metodológicas na Pesquisa em Educação.** – Belém: EDUEPA, 2011, p. 151-166.

SÁ, Pedro Franco de; SOUZA, Glageane da Silva; SILVA, Issac Bastos da. **A Construção do Conceito de Função: Alguns dados históricos.** Traços. Belém, v. 6, n.11, p. 123-140, 2003. Disponível em: <http://revistas.unama.br/index.php/revistatraços/article/view/894/452> Acesso em: 12 nov. 2021.

SÁ, Pedro Franco de. **O que é resolução de problema, afinal?** Trilhas, Belém, v.5, n.2, p. 11-17, dez., 2004. In pen drive.

SÁ, Pedro Franco de. **A resolução de problemas como objetivo nas aulas de matemática.** Trilhas, Belém, v.7. n.1 6 p. 25-33. dez., 2005. In pen drive.

SÁ, Pedro Franco de. **A resolução de problemas como processo nas aulas de matemática.** Trilhas. Belém. v.8, n. 18, p. 59-71. dez. 2006. In pen drive.

SÁ, Pedro Franco. **Atividade para o ensino de matemática no nível fundamental**. 1 ed. Belém, EDUEPA, 2009.

SILVA, Benedita das Graças Sardinha da. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações por meio de atividades**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Universidade do Estado do Pará. Belém, 2015.

SILVA, Diego Cunha da. **O ensino de função afim por atividade**: experiência em uma escola pública do estado do Pará, 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática**: 9º ano do ensino fundamental - 5 ed. São Paulo: Moderna, 2018.

TORTOLA, Emerson; REZENDE, Veridiana. O Estudo de Função Afim na fatura de energia elétrica por meio da Modelagem Matemática e da Engenharia Didática. In: XIII **CIAEM-IACME**, Recife, Brasil, p. 1-11, 2011. Disponível em: [https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/viewFile/1131/114](https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1131/114) Acesso em: 09 abr. 2022.

TREVISAN, André Luis; AMARAL, Roseli Gall do. **A Taxionomia revisada de Bloom aplicada à avaliação**: um estudo de provas escritas de Matemática. In: Ciênc. Educ., Bauru, v. 22, n. 2, p. 451-464, 2016 Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1516-731320160020011> Acesso em: 02 set. 2022.

ZAGO, Luis Henrique. O método dialético e a análise do real. **KRITERION**, Belo Horizonte, nº 127, p. 109-124, Jun. 2013. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0100-512X2013000100006> Disponível em: <https://www.scielo.br/j/kr/a/tMzcgmxNY3NJS3MY3MZBSxH/?lang=pt&format=pdf> Acesso em: 22 mai. 2022.

ZUFFI, E.M. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **HIPÁTIA** - Revista Brasileira de História, Educação e Matemática. - São Paulo, v. 1, n.1, p. 1- 10, dez. 2016. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/436> Acesso em: 09, abr. 2022.

## APÊNDICES

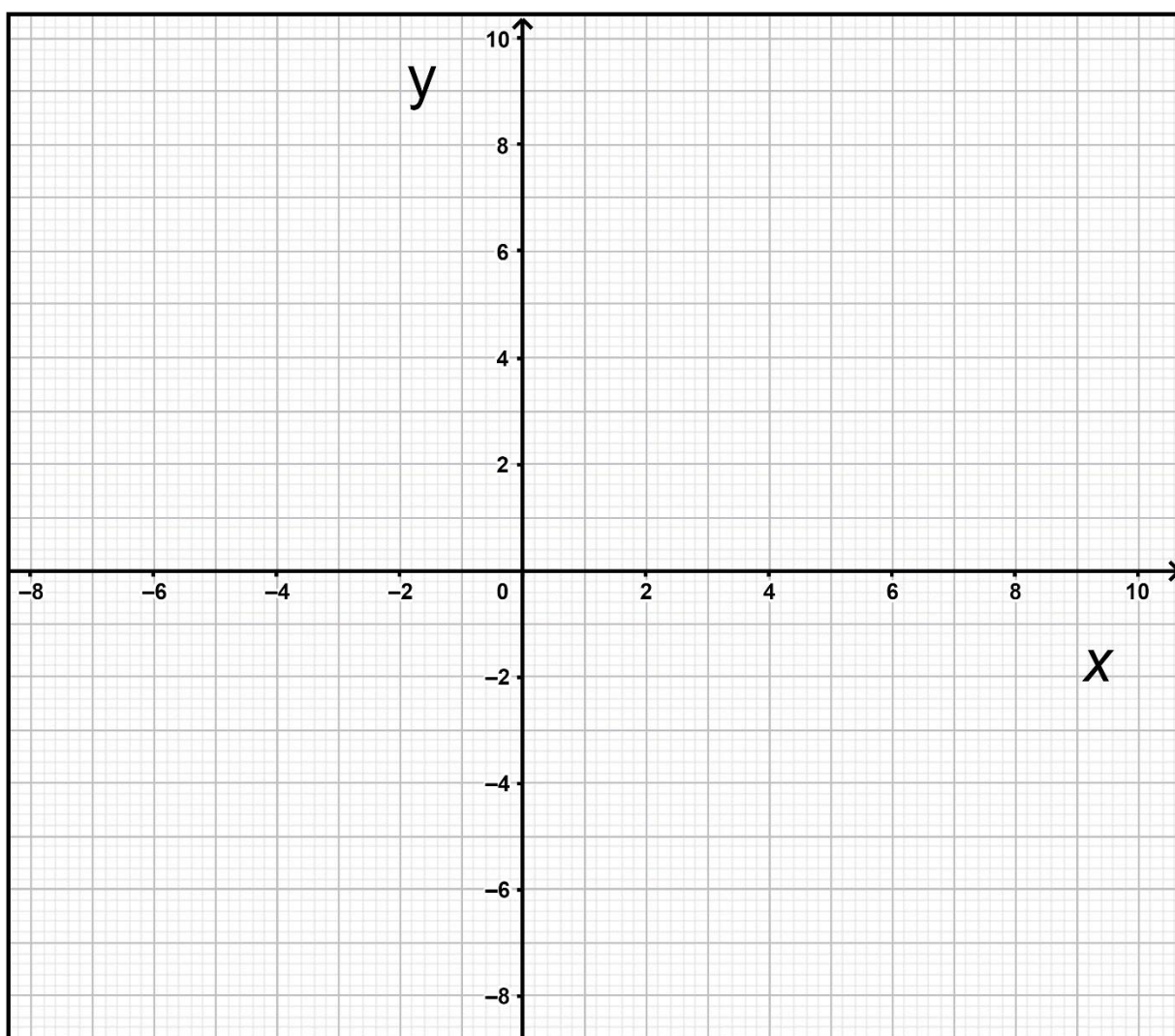
## Anexo A - escala de proficiência de matemática 9º ano do ensino fundamental do SAEB

| Nível <sup>a</sup>                                                | Descrição do Nível                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Nível 1</b><br>Desempenho maior ou igual a 200 e menor que 225 | Os estudantes provavelmente são capazes de:<br><br><b>NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES</b><br>Reconhecer o maior ou o menor número em uma coleção de números racionais, representados na forma decimal.<br><br><b>TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES</b><br>Interpretar dados apresentados em tabela e gráfico de colunas.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Nível 2</b><br>Desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250 | Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de:<br><br><b>NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES</b><br>Reconhecer a fração que corresponde à relação parte-todo entre uma figura e suas partes hachuradas.<br>Associar um número racional que representa uma quantia monetária, escrito por extenso, à sua representação decimal.<br>Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por três.<br><br><b>TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES</b><br>Interpretar dados apresentados em um gráfico de linha simples.<br>Associar dados apresentados em gráfico de colunas a uma tabela.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Nível 3</b><br>Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275 | Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de:<br><br><b>ESPAÇO E FORMA</b><br>Reconhecer o ângulo de giro que representa a mudança de direção na movimentação de pessoas/objetos.<br>Reconhecer a planificação de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva.<br>Localizar um objeto em representação gráfica do tipo planta baixa, utilizando dois critérios: estar mais longe de um referencial e mais perto de outro.<br><br><b>NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES</b><br>Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por sete.<br>Determinar a soma, a diferença, o produto ou o quociente de números inteiros em situações-problema.<br>Localizar o valor que representa um número inteiro positivo associado a um ponto indicado em uma reta numérica.<br>Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros. |

Fonte: MEC, 2022.

**APÊNDICE B - Plano Cartesiano**

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ CENTRO DE CIÊNCIAS  
SOCIAIS E EDUCAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA  
MATEMÁTICA





## ANEXOS

## ANEXO A - Unidades Temáticas - 9º ano do Ensino Fundamental

(Continua)

| Unidades Temáticas | Objetos de conhecimento                                                                                                                            | Habilidades                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Números            | Necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta<br>Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica | (EF09MA01) Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade).<br>(EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica. |
|                    | Potências com expoentes negativos e fracionários                                                                                                   | (EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                    | Números reais: notação científica e problemas                                                                                                      | (EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|                    | Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos                                                                             | (EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira                                                                                                                                                                                                             |
| Álgebra            | Funções: representações numérica, algébrica e gráfica                                                                                              | (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.                                                                                                                                                                                                            |
|                    | Razão entre grandezas de espécies diferentes                                                                                                       | (EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|                    | Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais                                                                         | (EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.                                                                                                                                                                                               |
|                    | Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis<br>Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações                        | (EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.                                                                                                                                                                                                                                |

|                            |                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Geometria</b>           | Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal                                                                                                            | (EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|                            | Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo                                                                                                                                                       | (EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.                                                                                                                                                                                                  |
|                            | Semelhança de triângulos                                                                                                                                                                                             | (EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Grandezas e medidas</b> | Relações métricas no triângulo retângulo<br>Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração<br>Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais | <p>(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.</p> <p>(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.</p>                                                                |
|                            | Polígonos regulares                                                                                                                                                                                                  | (EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.                                                                                                                                                                                               |
|                            | Distância entre pontos no plano cartesiano                                                                                                                                                                           | (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.                                                                                     |
|                            | Vistas ortogonais de figuras espaciais                                                                                                                                                                               | <p>(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.</p> <p>(EF09MA18) Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.</p> |

|                                    |                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                    |                                                                                                                                                                                                   | (EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.                                                                                                            |
| <b>Probabilidade e estatística</b> | Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes                                                                                                               | (EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.                                                                                                                                      |
|                                    | Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação                                                                                     | (EF09MA21) Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros. |
|                                    | Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos | (EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.                                                  |
|                                    | Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório                                                                                                                          | (EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.   |

Fonte: Reprodução adaptada da BNCC, 2018.

## ANEXO B - Questões de aprofundamento da Atividade 1

QUESTÕES DE APROFUNDAMENTO<sup>6</sup> 1

1. Escreva a função afim em cada item sabendo que:

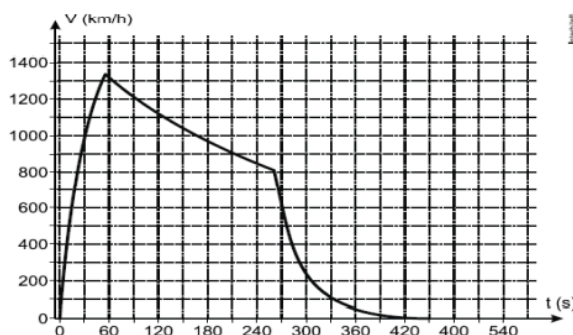
- a) a taxa de variação é 3 e o valor inicial é 1
- b) a taxa de variação é -2 é  $f(2) = 5$ .
- c) para cada unidade aumentada em  $x$ , a função aumenta 2 unidades e o valor inicial é 10;
- d) para cada unidade aumentada em  $x$ , a função diminui 1 unidade e o valor inicial é 3.

2. Em 14 de outubro de 2012, Felix Baumgartner quebrou o recorde de velocidade em queda livre. O salto foi monitorado oficialmente e os valores obtidos estão expressos de modo aproximado na tabela e no gráfico abaixo.

a) Supondo que a velocidade continuasse variando de acordo com os dados da tabela, encontre o valor da velocidade, em km/h, no 30º segundo.

| Tempo (segundos)  | 0 | 1  | 2  | 3   | 4   |
|-------------------|---|----|----|-----|-----|
| Velocidade (km/h) | 0 | 35 | 70 | 105 | 140 |

b) Com base no gráfico, determine o valor aproximado da velocidade máxima atingida e o tempo, em segundos, em que Felix superou a velocidade do som. Considere a velocidade do som igual a 1.100 km/h.



3. Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R\$ 8,00 mais um custo variável de R\$ 0,50 por unidade produzida. Sendo  $x$  o número de unidades produzidas:

- a) escreva a lei de formação da função que fornece o custo total de  $x$  peças;
- b) indique a taxa de variação dessa função e seu valor inicial;
- c) calcule o custo de 100 peças.

4. Uma empresa de telefonia celular possui somente dois planos para seus clientes optarem entre um deles. No plano A, o cliente paga uma tarifa fixa de R\$ 27,00 e mais R\$ 0,50 por minuto de qualquer ligação. No plano B, o cliente paga uma tarifa fixa de R\$ 35,00 e mais R\$ 0,40 por minuto de qualquer ligação. É correto afirmar que, para o cliente,

- a) com 50 minutos cobrados, o plano B é mais vantajoso que o plano A.
- b) a partir de 80 minutos cobrados, o plano B é mais vantajoso que o plano A.
- c) 16 minutos de cobrança tornam o custo pelo plano A igual ao custo pelo plano B.
- d) o plano B é sempre mais vantajoso que o plano A, independente de quantos minutos sejam cobrados.

<sup>6</sup> As atividades propostas como questões de aprofundamentos 1 são na ordem que segue: 1. Dante; 2. Unicamp; 3. Dante; 4. UNIOESTE; 5. Dante; 6. UPE; 7. FAAP; 8. UNESP; 9. ENEM; 10. ENEM; 11. UNICAMP; 12. ENEM; 13. UEPA; 14. FUVEST; 15. CESGRANRIO; 16. UNB.

e) o plano A é sempre mais vantajoso que o plano B, independente de quantos minutos seja cobrado.

5. Um tanque estava inicialmente com 100 litros de água. A torneira desse tanque foi aberta deixando sair a água na razão de 5 litros por segundo.

- a) escreva a lei de formação da função que representa a quantidade de água após  $t$  segundos;  
b) qual a taxa de variação da função obtida?  
c) qual o valor inicial da função obtida?

6. Um dos reservatórios d'água de um condomínio empresarial apresentou um vazamento a uma taxa constante, às 12 h do dia 1º de outubro. Às 12 h dos dias 11 e 19 do mesmo mês, os volumes d'água no reservatório eram, respectivamente, 315 mil litros e 279 mil litros. Dentre as alternativas seguintes, qual delas indica o dia em que o reservatório esvaziou totalmente?

- a) 16 de dezembro b) 17 de dezembro c) 18 de dezembro d) 19 de dezembro  
e) 20 de dezembro

7. Medições realizadas mostram que a temperatura no interior da terra aumenta, aproximadamente,  $3^{\circ}\text{C}$  a cada 100m de profundidade. Num certo local, a 100m de profundidade, a temperatura é de  $25^{\circ}\text{C}$ . Nessas condições, podemos afirmar que:

I) A temperatura a 1.500m de profundidade é:

- a)  $70^{\circ}\text{C}$       b)  $45^{\circ}\text{C}$       c)  $42^{\circ}\text{C}$       d)  $60^{\circ}\text{C}$       e)  $67^{\circ}\text{C}$

II) Encontrando-se uma fonte de água mineral a  $46^{\circ}\text{C}$ , a profundidade dela será igual a:

- a) 700 m    b) 600 m    c) 800 m    d) 900 m    e) 500 m

8. Uma pessoa obesa, pesando num certo momento 156kg, recolhe-se a um SPA onde se anunciam perdas de peso de até 2,5kg por semana. Suponhamos que isso realmente ocorra. Nessas condições:

- a) Encontre uma fórmula que expresse o peso mínimo,  $P$ , que essa pessoa poderá atingir após  $n$  semanas.  
b) Calcule o número mínimo de semanas completas que a pessoa deverá permanecer no SPA para sair de lá com menos de 120 kg de peso.

9. A figura abaixo representa o boleto de cobrança da mensalidade de uma escola, referente ao mês de junho de 2008.

| Banco S.A.                                                                                                                     |                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| Pagável em qualquer agência bancária até a data de vencimento                                                                  | Vencimento<br>30/06/2008           |
| Cedente<br>Escola de Ensino médio                                                                                              | Agência/cód. Cedente<br>R\$ 500,00 |
| Data documento<br>02/06/2008                                                                                                   | Nosso número                       |
| Uso do banco                                                                                                                   | (=) Valor documento<br>R\$ 500,00  |
| <b>Instruções</b><br>Observação: no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de R\$ 10,00 mais 40 centavos por dia de atraso. | (-) Descontos                      |
|                                                                                                                                | (-) Outras deduções                |
|                                                                                                                                | (+) Mora/Multa                     |
|                                                                                                                                | (+) Outros acréscimos              |
|                                                                                                                                | (=) Valor Cobrado                  |

Se  $M(x)$  é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, em que  $x$  é o número de dias em atraso, então, qual é a equação que representa o pagamento da mensalidade?

10. Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos ( $C$ ) de

cada figura dependente da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.



Figura I



Figura II

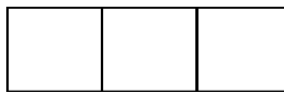


Figura III

Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

11. Para transformar graus Fahrenheit em graus centígrados usa-se a fórmula:  $C = 5(F - 32)/9$  onde F é o número de graus Fahrenheit e C é o número de graus centígrados.

a) Transforme 35 graus centígrados em graus Fahrenheit.

b) Qual a temperatura (em graus centígrados) em que o número de graus Fahrenheit é o dobro do número de graus centígrados?

12. Uma indústria fabrica um único tipo de produto e sempre vende tudo o que produz. O custo total para fabricar uma quantidade q de produtos é dado por uma função, simbolizada por CT, enquanto o faturamento que a empresa obtém com a venda da quantidade q também é uma função, simbolizada por FT. O lucro total (LT) obtido pela venda da quantidade q de produtos é dado pela expressão  $LT(q) = FT(q) - CT(q)$ .

Considerando-se as funções  $FT(q) = 5q$  e  $CT(q) = 2q + 12$  como faturamento e custo, qual a quantidade mínima de produtos que a indústria terá de fabricar para não ter prejuízo?

13. Para produzir colares feitos com sementes de açaí, uma artesã teve uma despesa de R\$ 24,00 na aquisição de matéria prima. Sabendo que o preço de custo por unidade produzida é de R\$ 2,00 e que a artesã pretende vender cada colar por R\$ 5,00, analise as afirmativas abaixo:

I. A lei matemática que permite calcular a receita bruta R, a ser obtida com a venda desses colares, em função da quantidade x de unidades vendidas, é  $R(x) = 5,00x$ .

II. A lei matemática que permite calcular o custo total C decorrente dessa produção, em função da quantidade x de colares produzidos é  $C(x) = 24,00 + 2,00x$ .

III. A venda desses produtos só dará lucro se a quantidade de colares vendidos for superior a 8.

É correto afirmar que:

- a) todas as afirmativas são verdadeiras
- b) todas as afirmativas são falsas
- c) somente as afirmativas II e III são falsas
- d) somente as afirmativas I e II são verdadeiras
- e) somente as afirmativas I e III são verdadeiras

14. A função que representa o valor a ser pago após um desconto de 3% sobre o valor x de uma mercadoria é?

15. O valor de um carro novo é de R\$9.000,00 e, com 4 anos de uso, é de R\$4.000,00. Supondo que o preço caia com o tempo, segundo uma linha reta, o valor de um carro com 1 ano de uso é?

16. Cada bilhete vendido em um parque de diversões dá direito à utilização de apenas um brinquedo, uma única vez. Esse parque oferece aos usuários três opções de pagamento:

I. R\$ 2,00 por bilhete;

II. Valor fixo de R\$ 10,00 por dia, acrescido de R\$ 0,40 por bilhete;

III. Valor fixo de R\$ 16,00 por dia, com acesso livre aos brinquedos.

Com base nessa situação, julgue os itens a seguir.

(1) Se uma criança dispõe de R\$ 14,00, a opção I é a que lhe permite utilizar o maior número de brinquedos.

(2) Se x representa o número de vezes que uma pessoa utiliza os brinquedos do parque, a função f que descreve a despesa diária efetuada, em reais, ao se utilizar a opção III, é dada por  $f(x) = 16x$ .

(3) É possível a um usuário utilizar determinado número de brinquedos em um único dia, de modo que a sua despesa total seja a mesma, independente da opção de pagamento escolhida.

## ANEXO C - Questões de aprofundamento da Atividade 2

**QUESTÕES DE APROFUNDAMENTO<sup>7</sup> 2**

1. Em fevereiro, o governo da Cidade do México, metrópole com uma das maiores frotas de automóveis do mundo, passou a oferecer à população bicicletas como opção de transporte. Por uma anuidade de 24 dólares, os usuários têm direito a 30 minutos de uso livre por dia. O ciclista pode retirar em uma estação e devolver em qualquer outra e, se quiser estender a pedalada, paga 3 dólares por hora extra.

A expressão que relaciona o valor  $f$  pago pela utilização da bicicleta por um ano, quando se utilizam  $x$  horas extras nesse período é?

2. Beatriz é gerente de uma sorveteria. O lucro ( $L$ ) das vendas da sorveteria é dado por uma função cuja lei é  $L(x) = 6x - 300$ , em que  $x$  é a quantidade de sorvetes vendidos por dia. Quantos sorvetes Beatriz precisa vender para obter lucro de R\$ 90,00?

3. Duas amigas saem de férias no mesmo período e decidem alugar um carro para fazer uma viagem. O aluguel corresponde a um valor fixo de R\$ 20,00 mais R\$ 80,00 por dia.



a) Qual é a lei da função afim que relaciona o preço a ser pago pelo aluguel com os dias em que elas permanecerão com o carro?

b) Que valor elas pagarão se alugarem o carro por uma semana?

c) Se elas reservaram R\$ 340,00 para esse gasto, poderão alugar o carro por quantos dias?

4. Uma função afim é definida por  $y = 5x + 3$ . Nessas condições, determine a imagem do número -2 por essa função.

5. Os professores de uma academia recebem a quantia de 45 reais por aula, mais uma quantia fixa de 200 reais como abono mensal. Então, a quantia  $y$  que o professor recebe por mês é dada em função da quantidade  $x$  de aulas que ele dá durante esse mês. Qual é a lei de formação da função que relaciona essas duas grandezas?



<sup>7</sup> As atividades propostas como questões de aprofundamentos 2 são na ordem que segue: 1. ENEM; 2. Gay; Silva; 3. Gay; Silva; 4. Giovanni Junior; Castrucci; 5 Giovanni Junior; Castrucci; 6. Dante; 7. Silveira, 2018; 8. Bianchini, 2018; 9. Silveira, 2018; 10. Dante; 11. CONSESP.



6. Escreva a função afim em cada item sabendo que:

- a) a taxa de variação é 3 e o valor inicial é 1  
 b) a taxa de variação é -2 é  $f(2) = 5$ .  
 c) para cada unidade aumentada em  $x$ , a função aumenta 2 unidades e o valor inicial é 10; d) para cada unidade aumentada em  $x$ , a função diminui 1 unidade e o valor inicial é 3.

7. Identifique as leis que representam funções polinomiais do 1.º grau.

a)  $y = x + 3$

d)  $y = -4x$

b)  $y = -5x + 1$

e)  $y = x^2 - 5x + 6$

c)  $y = x^2 - 3x$

f)  $y = 2 - x$

8. A lei que fornece a temperatura  $T$ , em grau Celsius, de ebulição da água de acordo com a altitude  $h$ , em metro, é:  $T = 100 - 0,001h$ .

Responda:

- a) Qual é a temperatura de ebulição da água a 2.400 m de altitude?  
 b) Qual é a temperatura de ebulição da água ao nível do mar? 10

DANILLO SOUZA



9. Ana elaborou o quadro a seguir:

|        |   |                |               |               |
|--------|---|----------------|---------------|---------------|
| $x$    | 0 | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{4}$ |
| $f(x)$ | 0 | $\frac{1}{8}$  | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ |

- a) Qual é a lei de formação da função  $f$  que relaciona os valores da segunda e da primeira linha desse quadro?  
 b) Calcule o valor de  $f(x)$  para  $x = -\frac{1}{5}$ .  
 c) Qual é o valor de  $x$  quando  $f(x) = \frac{7}{2}$ ?

10. Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R\$ 8,00 mais um custo variável de R\$ 0,50 por unidade produzida. Sendo  $x$  o número de unidades produzidas:

- a) escreva a lei de formação da função que fornece o custo total de  $x$  peças;  
 b) indique a taxa de variação dessa função e seu valor inicial;  
 c) calcule o custo de 100 peças.

11. Observe:  $Y = x - 1$ .  $y$  é uma:

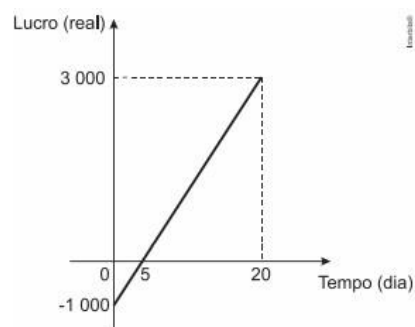
- a) parábola com concavidade para baixo.  
 b) reta crescente.  
 c) parábola com concavidade para cima.  
 d) reta decrescente.

## ANEXO D - Questões de aprofundamento da Atividade 3

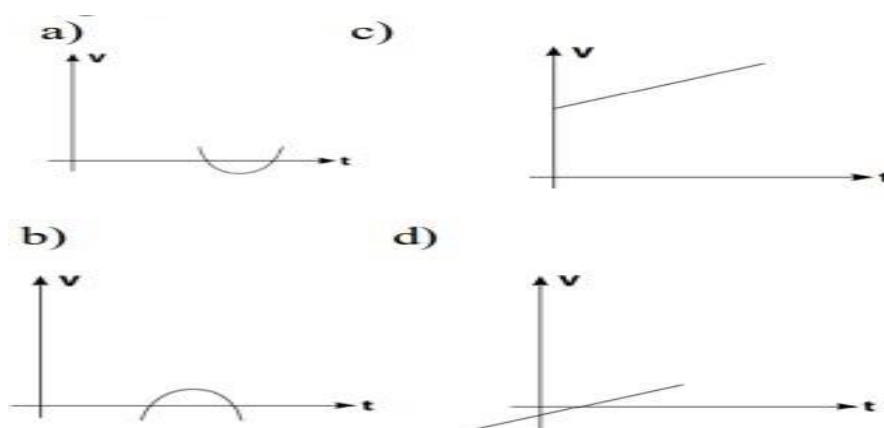
QUESTÕES DE APROFUNDAMENTO<sup>8</sup> 3

1. Um corpo se movimenta em velocidade constante de acordo com a fórmula matemática  $s = 2t - 3$ , em que  $s$  indica a posição do corpo (em metros) no instante  $t$  (em segundos). Construa o gráfico de  $s$  em função de  $t$ .
2. As retas das funções afins  $f$ ,  $g$  e  $h$  determinam um triângulo.
  - a) Determine os vértices desse triângulo, sabendo que as leis dessas funções são  $f(x) = x - 3$ ,  $g(x) = -x + 3$  e  $h(x) = 3$ .
  - b) Construa os três gráficos em um mesmo sistema de eixos.
3. Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro ( $L$ ) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.

A representação algébrica do lucro ( $L$ ) em função do tempo ( $t$ ) é?



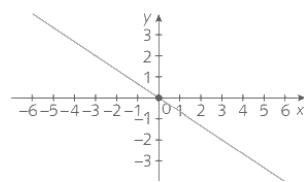
4. A velocidade de um automóvel varia com a aceleração constante em função do tempo, obedecendo a seguinte equação  $v = 10 + 2.t$ . O gráfico que melhor representa a equação anterior é:



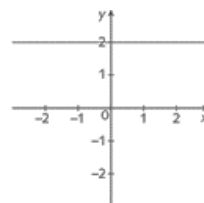
5. Associe cada função ao seu gráfico das funções definidas pelas leis abaixo:

<sup>8</sup> As atividades propostas como questões de aprofundamentos 3 são na ordem que segue: 1. Dante; 2. Dante; 3. ENEM PPL; 4. Gay; Silva; 5 Silveira; 6. Gay; Silva; 7. Gay; Silva; 8. Bianchini.

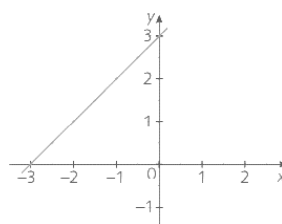
a)  $y = 2$



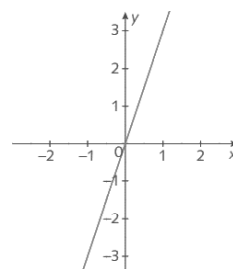
b)  $y = 3x$



c)  $y = -\frac{2}{3}x$

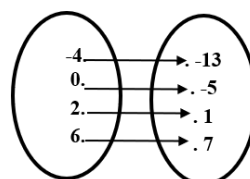


d)  $y = x + 3$

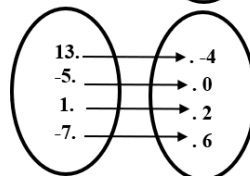


6. Qual diagrama representa a função  $f(x) = -2x + 5$  para alguns valores?

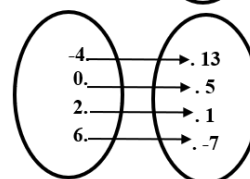
a)



b)



c)



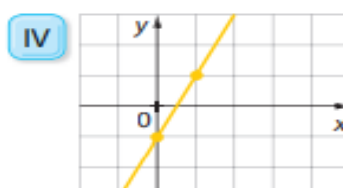
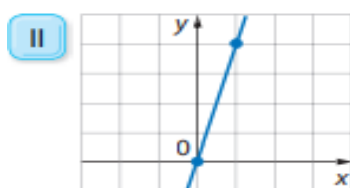
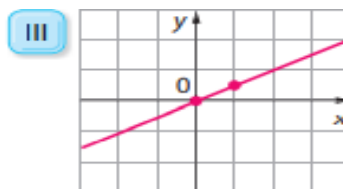
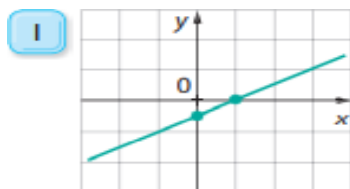
7. Associe a lei da função ao respectivo gráfico.

**A**  $y = 2x - 1$

**B**  $y = \frac{1}{2}x$

**C**  $y = 4x$

**D**  $y = \frac{x - 1}{2}$



8. Classifique cada função em crescente ou decrescente

a)  $f(x) = -2x + 3$

b)  $g(x) = 7x + 1$

c)  $h(x) = x$

d)  $m(x) = -\frac{x}{3}$

e)  $n(x) = 5 - x$

f)  $p(x) = \sqrt{2} + 6x$

Fonte: Autor, 2022 e Silva (2018) - Adaptada.

## ANEXO E - Questões de aprofundamento da Atividade 4

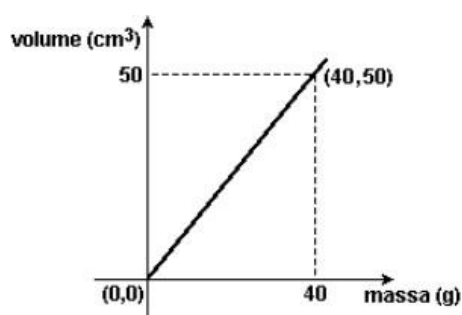
QUESTÕES DE APROFUNDAMENTO<sup>9</sup> 4

1. Carlos e Ricardo estão fazendo uma brincadeira, em que Carlos diz um número e Ricardo transforma esse número em outro. O resultado das 5 primeiras rodadas está apresentado no quadro abaixo.

|         |    |    |   |   |   |
|---------|----|----|---|---|---|
| CARLOS  | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 |
| RICARDO | -3 | -1 | 1 | 3 | 5 |

Chamando de  $x$  o número dito por Carlos, e de  $y$  o resultado encontrado por Ricardo, qual a expressão que permite encontrar o resultado fornecido por Ricardo?

2. Apresentamos a seguir o gráfico do volume do álcool em função de sua massa, a uma temperatura fixa de  $0^{\circ}\text{C}$ . Baseado nos dados do gráfico:



Determine:

- A lei da função apresentada no gráfico;
- Qual é a massa (em gramas) de  $30\text{ cm}^3$  de álcool.

3. Um feirante vende mangas pelo preço representado no quadro abaixo

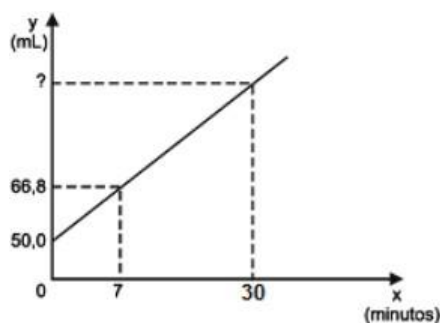
|                              |      |      |       |       |
|------------------------------|------|------|-------|-------|
| Quantidade de mangas ( $n$ ) | 2    | 4    | 8     | 10    |
| Preço ( $p$ ) (em real)      | 3,00 | 6,00 | 12,00 | 15,00 |



- O preço a pagar é função da quantidade de mangas? Por quê?
- Escreva a lei da função que relaciona  $p$  e  $n$ .
- Qual é o preço de 7 mangas?

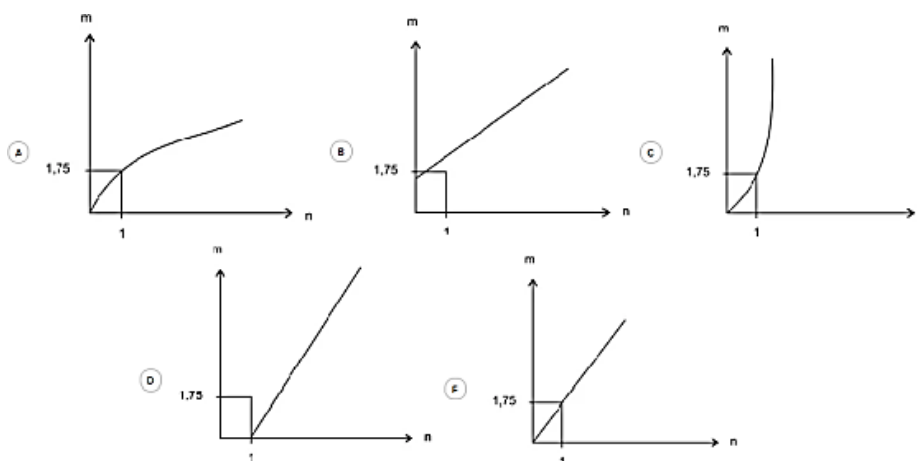
4. A quantidade de chuva, em ml, acumulada dentro de um recipiente durante determinado período de tempo obedece a uma função do  $1^{\circ}$  grau, conforme mostra o gráfico

<sup>9</sup> As questões de aprofundamento 4 estão assim fundamentadas: 1. SAEPE; 2. Vunesp-SP; 3. Silveira; 4. UFSCAR; 5. ENEM; 6. Giovanni Junior; Castrucci; 7. Internet; 8. Gay; Silva.



- a) Qual a função que relaciona a quantidade  $y$ , em mL com o tempo  $x$ , em minutos?  
 b) Qual a quantidade  $y$ , em mL, acumulada após 30 minutos?

5. As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R\$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço  $m$  pago em reais pela compra de  $n$  quilogramas desse produto é

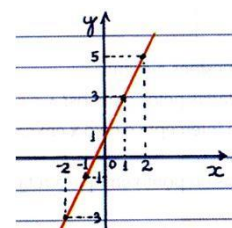


6. Em maio de 2014, uma empresa de Alagoas publicou na internet a oferta ao lado. Naquela data, um comerciante de Manaus encomendou várias peças do anúncio, que foram enviadas por correio, que cobrou R\$ 50,00 pelo envio da encomenda. Chamando de  $x$  a quantidade de toalhas encomendadas e de  $y$  a despesa que esse comerciante teve ao adquirir essa encomenda, determine:

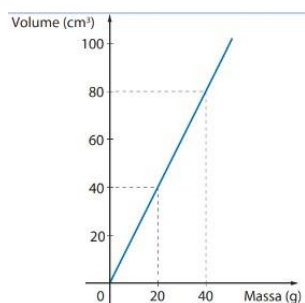
- a) a lei de formação da função que descreve a dependência da despesa total com o número de toalhas encomendadas.  
 b) o número de toalhas encomendadas, sabendo que o comerciante de Manaus gastou R\$ 3350,00 nessa transação



7. informações do gráfico e nas coordenadas dos pontos nele apresentados. Encontre a função que descreve esse gráfico.



8. O gráfico abaixo apresenta o volume ( $V$ ) de álcool, em centímetro cúbico ( $\text{cm}^3$ ), em função de sua massa ( $m$ ), em grama ( $\text{g}$ ), a uma temperatura fixa de  $0^\circ\text{C}$ .



a) Observando o gráfico, é possível afirmar que as grandezas volume e massa são diretamente proporcionais? Justifique sua resposta.

b) Qual é o volume de 50 g de álcool?

c) Qual é a massa de 60  $\text{cm}^3$  de álcool? 30 g d) Escreva a lei da função que relaciona  $V$  e  $m$

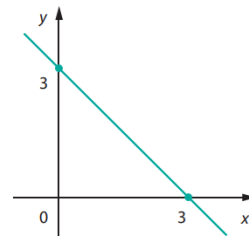
Fonte: Autor, 2022.

## ANEXO F - Questões de aprofundamento da Atividade 5

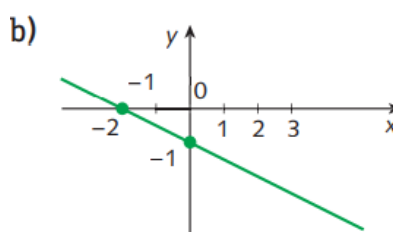
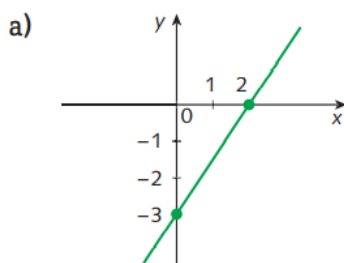
QUESTÕES DE APROFUNDAMENTO<sup>10</sup> 5

1. Observe o gráfico da função  $f(x) = -x + 3$ .

- a) Para que valor de  $x$  o valor de  $f(x)$  é 0?
- b) Para que valores de  $x$  temos  $f(x) > 0$ ?
- c) Para que valores de  $x$  temos  $f(x) < 0$ ?



2. Analise os gráficos a seguir e determine os valores de  $x$  para os quais a função afim é positiva, negativa ou nula.



3. Determine os valores reais de  $x$  que tornam a função positiva, negativa ou nula.

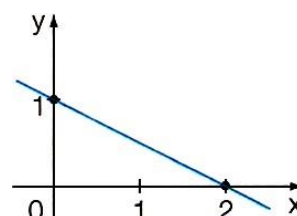
- a)  $y = 2x - 6$
- b)  $y = -8 + x$
- c)  $y = -x + 11$
- d)  $y = -2x - 4$

4. Considere a função do 1º grau definida por  $y = ax + b$ . Sabe-se que  $a > 0$  e que o ponto determinado pelo par  $(5, 0)$  pertence ao gráfico dessa função. Determine o sinal de  $y$  quando:

- a)  $x = -2$
- b)  $x = 0$
- c)  $x = 4,99$
- d)  $x = 5,01$
- e)  $x = 10$

5. Examinando a gráfico da função do 1º grau  $f(x)$ , da figura ao lado, classifique cada afirmativa em verdadeira (V) ou em falsa (F) :

- a) Se  $x > 2$ , então  $f(x) < 0$ . ( )
- b) Se  $x < 0$ , então  $f(x) < 0$ . ( )
- c) Se  $x = 0$ , então  $f(x) = 1$ . ( )
- d) Se  $x > 0$ , então  $f(x) < 0$ . ( )



<sup>10</sup> As questões de aprofundamento 5 estão assim fundamentadas: 1. (GAY; SILVA, 2018); 2. (SILVEIRA, 2018); 3. (SILVEIRA, 2018); 4. (BIANCHINI, 2018); 5. Internet; 6. (DANTE, 2020).



e) Se  $x < 0$ , então  $f(x) > 1$ . ( )

f) Se  $x < 2$ , então  $f(x) > 0$ . ( )

6. Um comerciante teve uma despesa de R\$ 230,00 na compra de certa mercadoria. Como vai vender cada unidade dessa mercadoria por R\$ 5,00, o lucro final será dado em função das  $x$  unidades vendidas.

- a) a lei da função correspondente ao valor gasto em cada plano, em função de  $x$ ;
- b) qual das funções têm maior taxa de variação e como isso poderia ser interpretado;
- c) em que condições é possível afirmar que o plano A é mais econômico; o plano B é mais econômico; os dois planos são equivalentes.

Fonte: Autor, 2022.

## ANEXO G - Questões de aprofundamento da Atividade 6

QUESTÕES DE APROFUNDAMENTO<sup>11</sup> 6

1. Sem construir gráficos, descubra os pontos em que as retas, gráficos das funções abaixo, cortam o eixo x.

- a)  $f(x) = x - 2$
- b)  $f(x) = -x + 4$
- c)  $f(x) = -2x$
- d)  $f(x) = \frac{1x}{2} - 1$

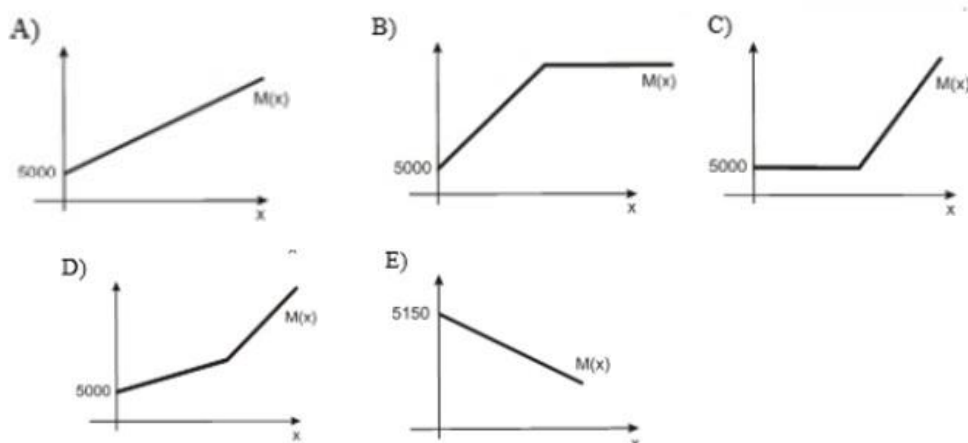
2. Um motorista percorre uma estrada movimentando-se de acordo com a função horária  $S(t) = 100t - 50$ , em que  $S(t)$  representa sua posição (em km) e  $t$  representa o tempo (em h). Depois de quanto tempo o motorista passa pelo marco quilômetro zero (km 0)?

3. Para que valores de  $a$ , o número -1 será raiz da função  $f(x) = (1 - a)x + 2$ ?

4. Dada a função afim  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = x - 5$ , determine:

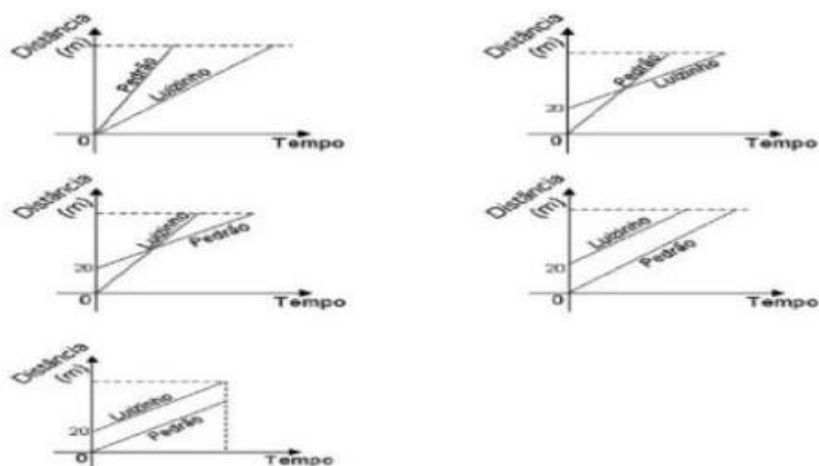
- a) O zero da função?
- b) Para que valores de  $x$  a função é positiva?
- c) Para que valores de  $x$  a função é negativa?

5. Paulo emprestou R\$ 5.000,00 a um amigo, a uma taxa de juros simples de 3% ao mês. Considere  $x$  o número de meses do empréstimo e  $M(x)$  o montante a ser devolvido para Paulo no final de  $x$  meses. Nessas condições, a representação gráfica correta para  $M(x)$  é

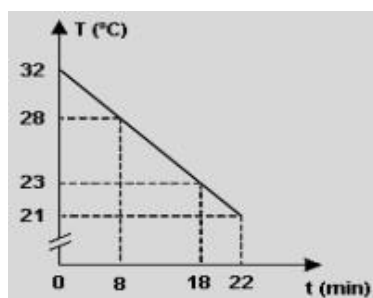


6. Luizinho desafia seu irmão mais velho, Pedrão, para uma corrida. Pedrão aceita e permite que o desafiante saia 20 metros a sua frente. Pedrão ultrapassa Luizinho e ganha a corrida.

<sup>11</sup> As questões de aprofundamento 6 estão assim fundamentadas: 1. (DANTE, 2020); 2. (DANTE, 2020); 3. (PUC); 4. (DANTE, 2020); 5. ENEM; 6. SAEB; 7. SARESP; 8. Silva; 9. UFRGS



7. A temperatura interna de uma geladeira, ao ser instalada, decresce com a passagem do tempo, conforme representado no gráfico



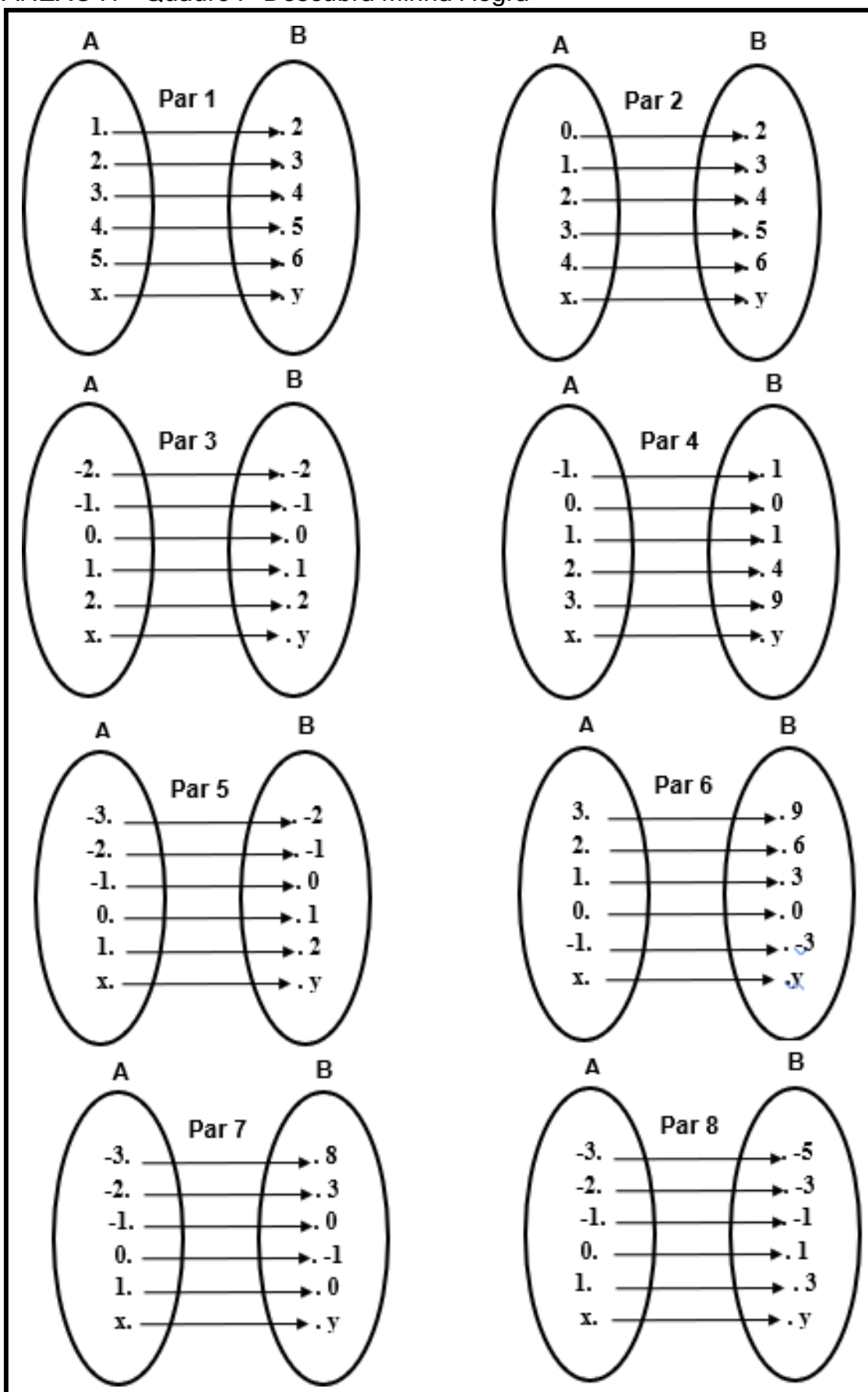
A equação algébrica que relaciona a temperatura interna da geladeira ( $T$ ) ao tempo ( $t$ ), para o trecho representado no gráfico é

8. A equação da reta que passa pelo ponto  $P(1, -3)$  e tem inclinação igual  $\frac{3}{2}$  é?

9. Considere as funções  $f$  e  $g$ , definidas por  $f(x) = 4 - 2x$  e  $g(x) = 2f(x) + 2$ . Representadas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas, a função  $f$  intercepta o eixo das ordenadas no ponto  $A$  e o eixo das abscissas no ponto  $B$ , enquanto a função  $g$  intercepta o eixo das ordenadas no ponto  $D$  e o eixo das abscissas no ponto  $C$ . A área do polígono  $ABCD$  é?

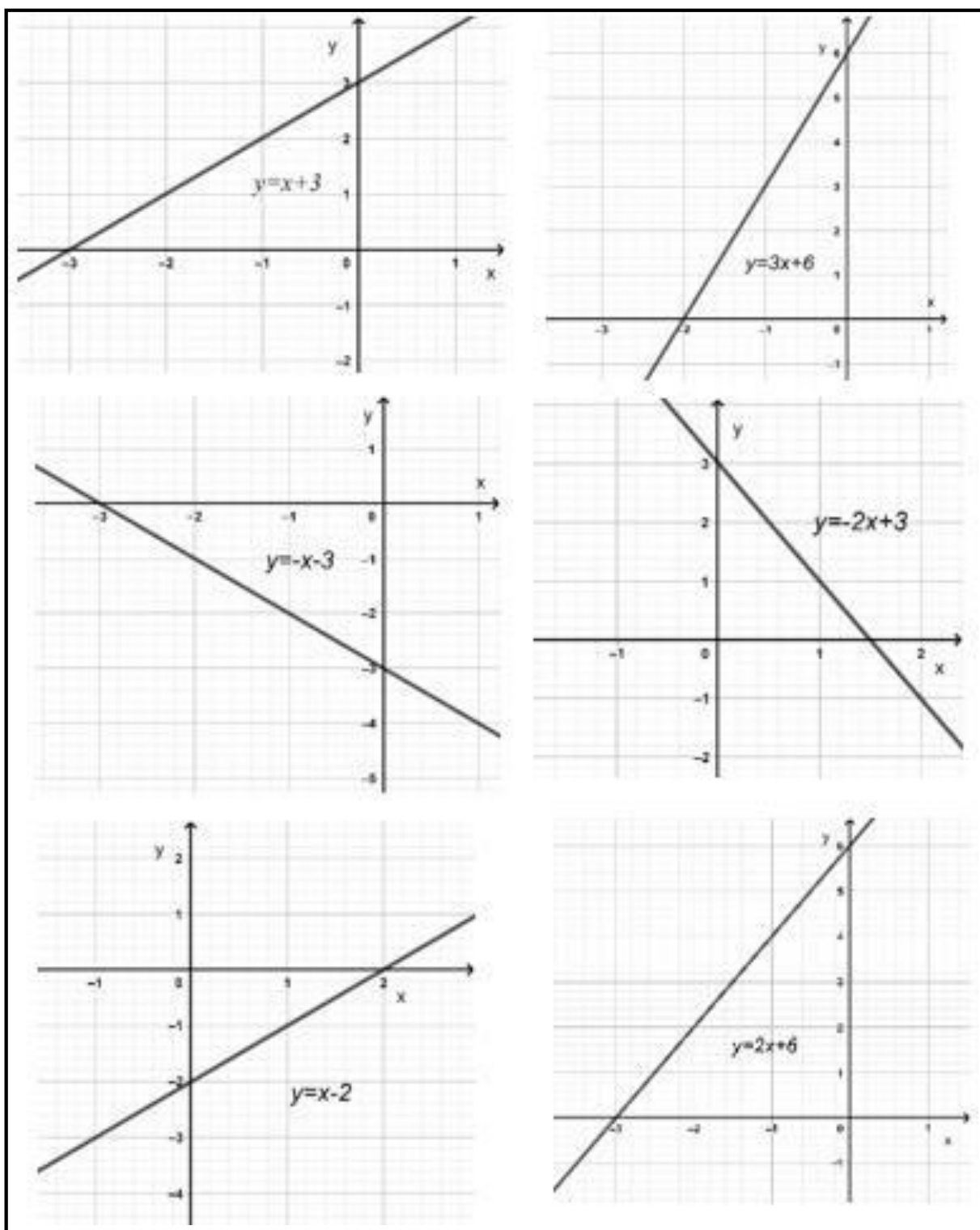
Fonte: Silva (2018).

## ANEXO H - Quadro I - Descubra Minha Regra

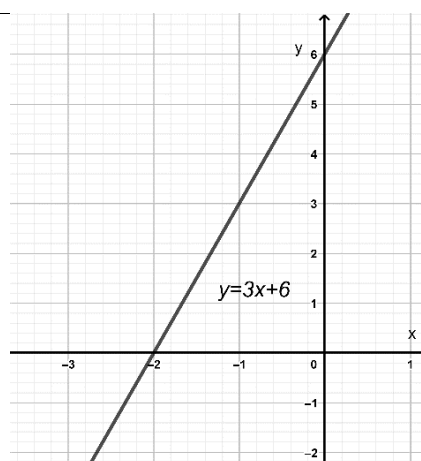
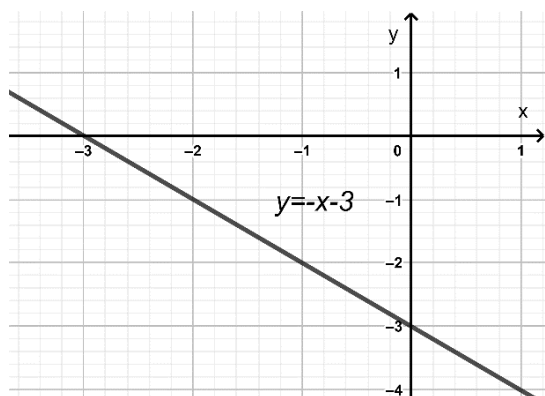
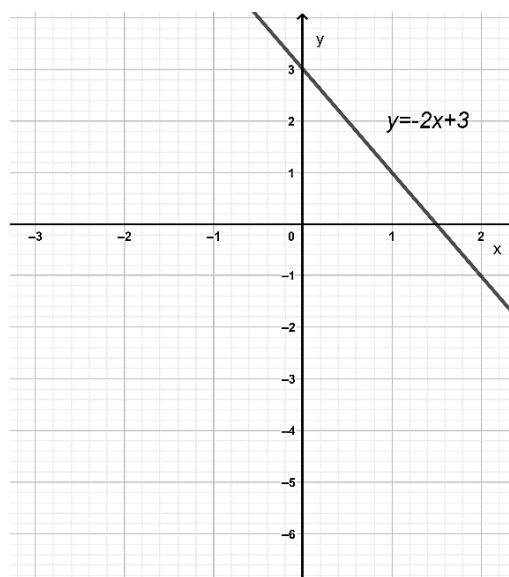
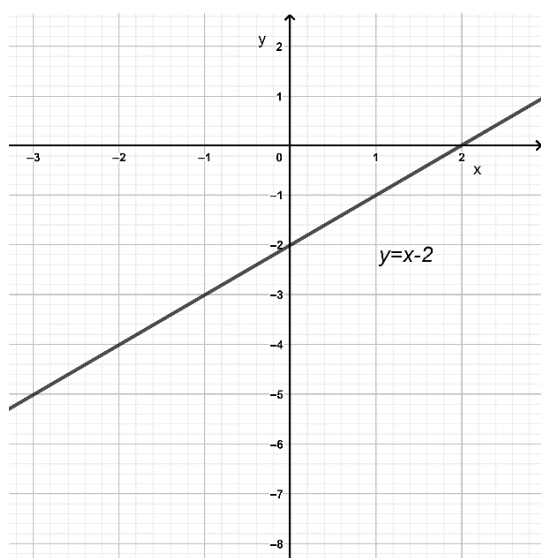
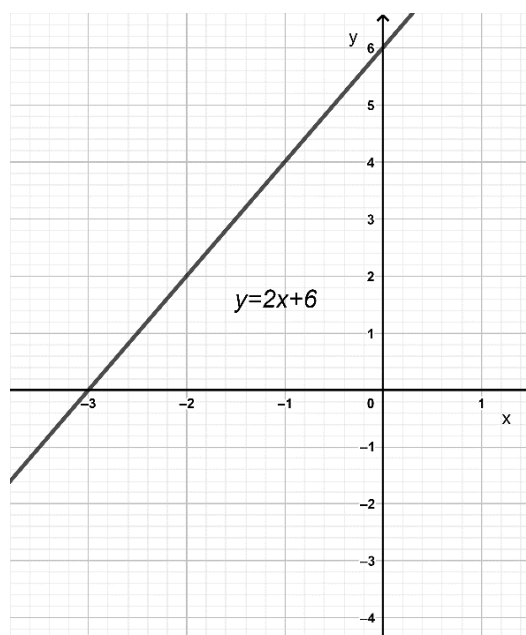
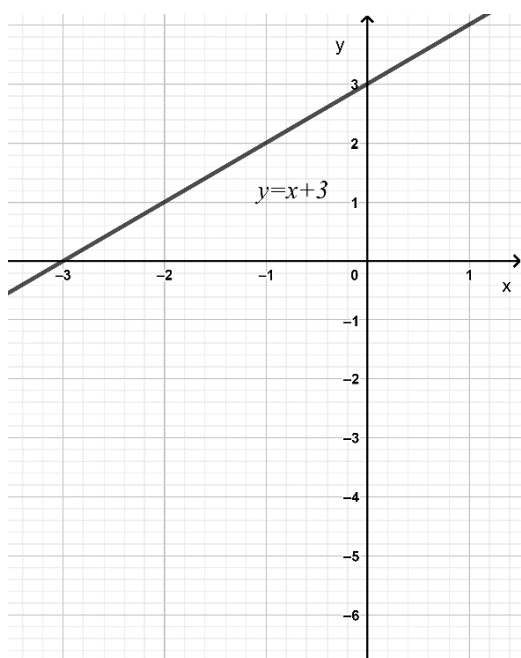


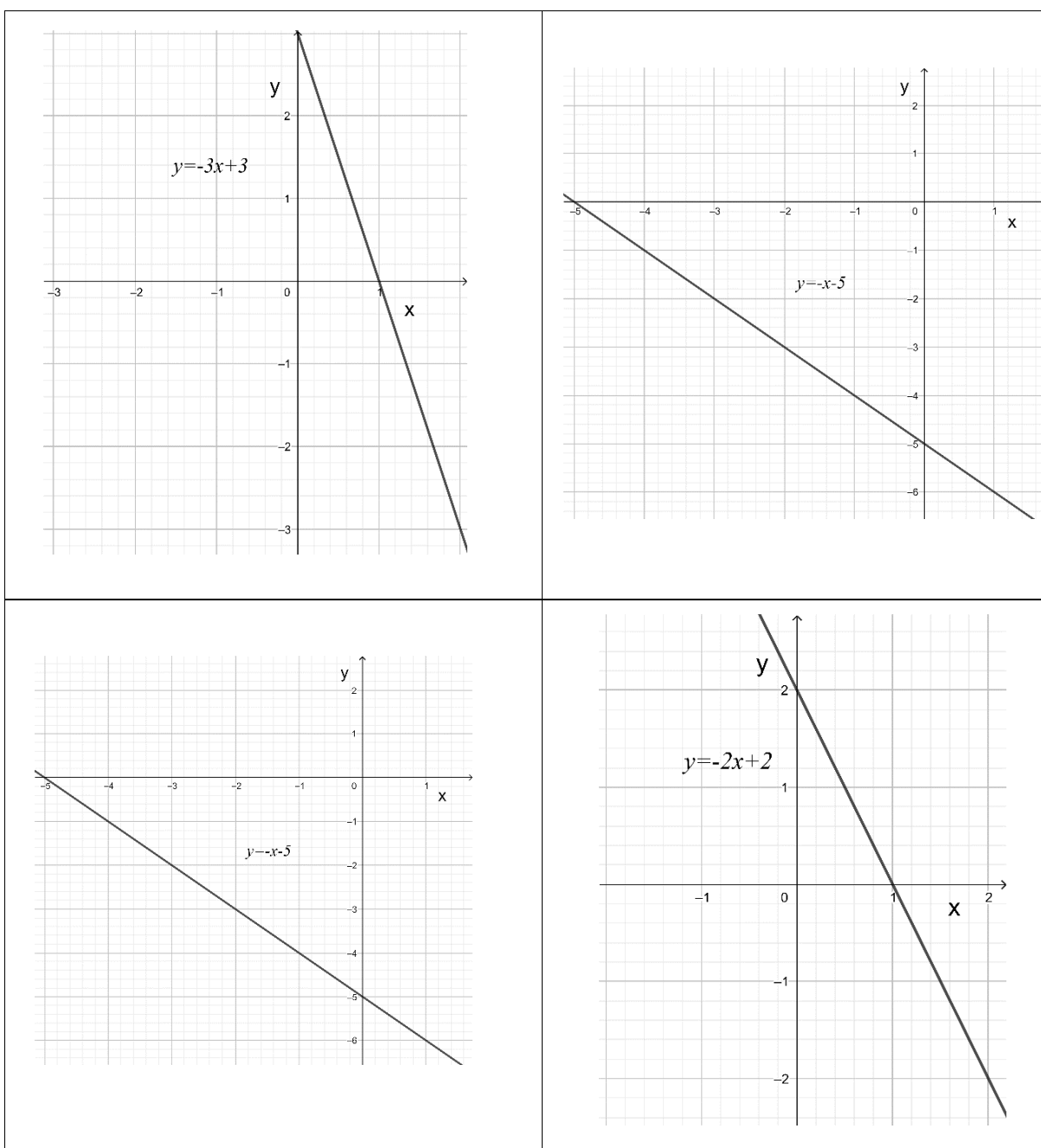
Fonte: Sá e Silva (2018).

## Anexo I - Quadro de gráficos I



Fonte: Silva (2018).





Fonte: Silva (2018) e Sá (2017).



**Universidade do Estado do Pará**  
**Centro de Ciências Sociais e Educação**  
**Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática**  
**Travessa Djalma Dutra, s/n - Telégrafo 66113-200**  
**Belém - PA**