

Universidade do Estado do Pará
Pró-Reitoria de Pesquisa de Pós-Graduação
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática



Edivan Mendes

**Ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de
atividades no Geogebra**

Belém
2022

Edivan Mendes

Ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará como Exigência parcial para Obtenção de Título de Mestre em Ensino de Matemática.

Área de Concentração: Matemática no Ensino Médio.

Orientadora: Prof^a. Dra. Ana Kely Martins da Silva

Coorientadora: Prof^a. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira

Belém
2022

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Mendes, Edivan

Ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no geogebra /Edivan Mendes; orientadora: Ana Kely Martins da Silva; Coorientadora: Cinthia Cunha Maradei Pereira - Belém, 2022.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2022.

1. Geometria-Estudo e ensino 2. Volume de prismas e pirâmides 3. Geogebra. I. Silva, Ana Kely Martins da Silva (orient.). II. Pereira, Cinthia Cunha Maradei (coorient.) III. Título.

CDD. 23º ed.516.1

Regina Coeli A. Ribeiro – CRB-2/739

Edivan Mendes

Ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará como Exigência parcial para Obtenção de Título de Mestre em Ensino de Matemática.

Área de Concentração: Matemática no Ensino Médio.

Orientadora: Prof^a. Dra. Ana Kely Martins da Silva

Coorientadora: Prof^a. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira

Data de aprovação: 31/08/2022

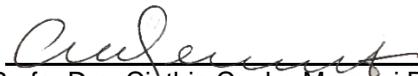
Banca examinadora



. Orientadora

Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva

Doutora em Educação – Pontifícia Universidade Católica / PUC-RJ
Universidade do Estado do Pará



. Examinador Interno

Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira

Doutora em Bioinformática – Universidade Federal do Pará / UFPA
Universidade do Estado do Pará



. Examinador Externo

Profa. Dra. Talita Carvalho Silva de Almeida

Doutora em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica / PUC-SP
Universidade Federal do Pará

Belém – PA

2022

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus por ter me concedido a oportunidade de ingressar e concluir este mestrado.

Agradeço a minha esposa Ligiane Meireles Mendes pelo apoio incondicional, pois mesmo diante das dificuldades nunca deixou de ficar ao meu lado.

Aos meus familiares, em especial a minha querida mãe, Maria Reis Mendes, que desde sempre foi meu exemplo de determinação e coragem para seguir em frente.

A minha filha, Ana Livia Meireles Mendes, por ser minha fonte de motivação.

Aos meus colegas de turma 2020, pelo acolhimento e companheirismo durante a jornada de estudos.

Agradeço ao professor e amigo Aroldo Eduardo Athias Rodrigues, pela instrução na construção de algumas atividades no Geogebra, por construir e permitir que suas construções fossem usadas na produção do meu trabalho.

Agradeço ao professor Pedro Franco Sá, pelo incentivo e contribuição na elaboração da proposta deste trabalho.

A minha orientadora, professora Ana Kely e coorientadora, professora Cinthia Cunha, pela paciência e dedicação nas orientações, que foram importantes para elaboração, execução e conclusão desta dissertação.

Ao Instituto Federal do Maranhão, em especial ao campus Santa Inês, por conceder-me por sete meses, o afastamento de minhas atividades em sala de aula, tempo este, que foi essencial para que eu conseguisse concluir este trabalho.

A Universidade do Estado do Pará, pela oportunidade a mim concedida, de poder ingressar no Programa de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática, promovido pela Instituição e, principalmente pelo privilégio de ter bons professores, os quais contribuíram de maneira significativa para minha formação como docente e crescimento profissional.

Aos membros da banca examinadora, professores Cinthia Cunha Maradei Pereira e Talita Carvalho Silva de Almeida, pelas contribuições na Qualificação, que foram importantes para a continuidade da pesquisa e para a redação do texto final.

Agradeço a coordenação do programa e a todos os funcionários que direta ou indiretamente contribuíram para que tivéssemos condição de concluir este mestrado.

Obrigado a todos!

RESUMO

MENDES, Edivan. **Ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra.** 2022. 239f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2022.

Esta dissertação foi desenvolvida a partir do problema científico, é possível ensinar volume de prismas e pirâmides por atividades, considerando para além do conhecimento do conteúdo, os conhecimentos pedagógico e tecnológico? Para solucionar esse problema, traçamos como objetivo: produzir um produto educacional para o ensino de volume de prismas e pirâmides por meio do uso de atividades do Geogebra, que combine, o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico e o conhecimento tecnológico. A fim de alcançar o objetivo proposto, optamos por realizar uma pesquisa quanti-qualitativa, em que fizemos inicialmente um estudo bibliográfico com base em artigos, dissertações, teses e livros; depois realizamos pesquisa de campo por meio de questionários, em que os sujeitos que contribuíram com a pesquisa foram 36 professores de Matemática do ensino médio da rede pública estadual do Maranhão, os quais atuavam nos municípios de Viana, Matinha, Penalva, Olinda Nova do Maranhão e Cajari. O referencial teórico da pesquisa, teve como base a concepção de Shulman sobre os saberes docente, o modelo TPACK concebido por Koehler e Misha, que trata da combinação entre o conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico e conhecimento tecnológico, e o ensino por atividades na visão de Sá. Essas concepções serviram para nortear a análise da pesquisa e o processo de produção do produto educacional. A partir do referencial teórico e da metodologia descrita, produzimos o produto educacional denominado “Guia de atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra”. A construção do produto educacional foi precedida de uma pesquisa de campo, em que consultamos os professores, para sabermos a perspectiva deles, sobre o ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra. Nessa pesquisa verificamos que 8,3% dos professores haviam utilizado o Geogebra para fixar o conteúdo volume de prismas e pirâmides, porém nenhum deles utilizou para iniciar às aulas. No entanto, para 88,9%, o ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades, favorecerá a aprendizagem dos alunos, sendo que 100% demonstraram bastante interesse em ensinar esse conteúdo por meio de atividades no Geogebra. Mediante as informações obtidas, construímos o Guia de atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra, depois de pronto, apresentamos e distribuimos aos professores pesquisados em formato de arquivo pdf. Os quais avaliaram e aprovaram o material, validando seu uso em sala de aula. Portanto, mediante a avaliação feita pelos professores, concluímos que o produto educacional possibilita o ensino de volume de prismas e pirâmides, a partir da associação entre o conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico e conhecimento tecnológico.

Palavras-chave: Ensino de Geometria. Volume de prismas e pirâmides. Guia de Atividades. Geogebra.

ABSTRACT

MENDES, Edivan. **Teaching volume of prisms and pyramids through activities in Geogebra**. 2022. 239f. Dissertation (Master's in Mathematics Teaching) - University of the State of Pará, Belém, 2022.

This dissertation was developed from the scientific problem, is it possible to teach the volume of prisms and pyramids by activities, considering beyond the content knowledge, the pedagogical and technological knowledge? To solve this problem, we set as an objective: produce an educational product for teaching the volume of prisms and pyramids through the use of Geogebra activities that combine content knowledge, pedagogical knowledge and technological knowledge. In order to reach the proposed goal, we chose to carry out a quanti-qualitative research, in which we initially did a bibliographic study based on articles, dissertations, theses and books; then we conducted field research through questionnaires, in which the subjects who contributed to the research were 36 high school mathematics teachers from the public high school network of Maranhão, who worked in the cities of Viana, Matinha, Penalva, Olinda Nova do Maranhão and Cajari. The theoretical referential of the research was based on Shulman's conception of teaching knowledge, the TPACK model conceived by Koehler and Misha, which deals with the combination between content knowledge, pedagogical knowledge and technological knowledge, and teaching by activities in Sá's view. These concepts served to guide the research analysis and the production process of the educational product. Based on the theoretical framework and the methodology described, we produced the educational product called "Activity guide for teaching the volume of prisms and pyramids using Geogebra". The construction of the educational product was preceded by field research, in which we consulted the teachers to know their perspective about the teaching of volume of prisms and pyramids through activities in Geogebra. In this survey we found that 8.3% of the teachers had used Geogebra to teach the content volume of prisms and pyramids, but none of them used it to start their classes. However, for 88.9%, teaching the volume of prisms and pyramids through activities will favor student learning, and 100% of them showed great interest in teaching this content through activities on Geogebra. Based on the information obtained, we built the Activity Guide for teaching volume of prisms and pyramids using Geogebra. The teachers evaluated and approved the material, validating its use in the classroom. Therefore, through the evaluation made by the teachers, we conclude that the educational product enables the teaching of volume of prisms and pyramids, from the association between content knowledge, pedagogical knowledge and technological knowledge.

Keywords: Teaching Geometry. Volume of prisms and pyramids. Activity Guide. Geogebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo	56
Figura 2 - Diagrama do TPACK adaptado para volume de prismas e pirâmides	58
Figura 3 - Exemplos de poliedros	61
Figura 4 - Face, aresta e vértice	61
Figura 5 - Poliedro convexo e poliedro não convexo	62
Figura 6 – Exemplo de prismas	62
Figura 7 – Exemplo de pirâmides	62
Figura 8 - Bloco retangular de arestas a , b e c	64
Figura 9 - Três blocos retangulares iguais e justapostos	64
Figura 10 - Princípio de Cavalieri	66
Figura 11 - Volume do prisma	67
Figura 12 - Pirâmide seccionada por um plano paralelo à base	67
Figura 13 - Pirâmides de mesma base e mesma altura	68
Figura 14 - Prisma de base triangular	69
Figura 15 - Decompondo o prisma em tetraedros de mesmo volume	70
Figura 16 - Pirâmide dividida em pirâmides de base triangular	71
Figura 17 - Ícone do aplicativo Geogebra	74
Figura 18 - Interface inicial do Geogebra	75
Figura 19 – Capa do Guia de Atividades	116

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Clareza das questões	47
Gráfico 2 - Desempenho das turmas nas atividades diagnósticas	86
Gráfico 3 - Desempenho das turmas no questionário comparativo	87
Gráfico 4. Gráfico de Desempenho dos alunos nas atividades	89
Gráfico 5. Gênero dos professores	98
Gráfico 6. Faixa etária dos professores	99
Gráfico 7. Tempo de serviço dos professores	101
Gráfico 8. Oferecimento de formação continuada da rede de ensino onde os professores atuam.	102
Gráfico 9. Participação dos professores em formação continuada quando ofertada.	103
Gráfico 10. Como os professores costumam iniciar as aulas de volume de prismas e pirâmides.	104
Gráfico 11. Fixação do conteúdo de volume de prismas e pirâmides.	106
Gráfico 12. Fez uso do Geogebra para facilitar a aprendizagem dos alunos no ensino médio.	106
Gráfico 13. Ao ensinar volume de prismas e pirâmides, os alunos se interessam pelas aulas?	107
Gráfico 14. Teve alguma disciplina na graduação que fez uso do Geogebra?	110
Gráfico 15. Participou de alguma formação ou minicurso sobre o uso do Geogebra em sala de aula?	110
Gráfico 16. Grau de relevância dado pelos professores sobre o uso do Geogebra em Sala de aula.	111
Gráfico 17. Avaliação dos professores da possibilidade de ensinar volume de prismas e pirâmides através de atividades no Geogebra.	112
Gráfico 18. O ensino de volume de prismas e pirâmides através de atividades no Geogebra favorecerá a aprendizagem dos alunos?	112
Gráfico 19. Escolha do produto educacional	113

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Competências de Matemática para o ensino fundamental e para o ensino médio.	36
Quadro 2 - Posição que o conteúdo aparece no livro didático	39
Quadro 3 - Alguns dados dos municípios de Viana, Matinha, Olinda Nova do Maranhão, Penalva e Cajari.	42
Quadro 4 – Índices educacionais das escolas pesquisadas	43
Quadro 5 - Nomes fictícios das Escolas	48
Quadro 6 - Nomes fictícios dos sujeitos da pesquisa	48
Quadro 7 - Categorias da base do conhecimento para o ensino e questões norteadoras de facilitação da compreensão	50
Quadro 8 - Caracterização dos conhecimentos	56
Quadro 9 - Momentos da aula desenvolvida com uma atividade de conceituação	93
Quadro 10 - Período das visitas nas escolas	96
Quadro 11 - Nível de dificuldade dos alunos sobre volume na percepção dos professores.	109
Quadro 12 - Atividades apresentadas no Guia	116
Quadro 13 - Validação do produto	121

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	20
2 ASPECTOS CURRICULARES DO VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES.....	25
2.1 O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA E O ENSINO DE GEOMETRIA	25
2.2 BNCC E O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES.....	34
2.2.1 COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E O ENSINO DE VOLUME NA BNCC.....	36
2.3 O LIVRO DIDÁTICO E O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES.....	39
3 METODOLOGIA DA PESQUISA	41
3.1 SUJEITOS DA PESQUISA.....	41
3.2 LÓCUS DA PESQUISA.....	41
3.3 ABORDAGEM DA PESQUISA.....	44
3.4 TÉCNICAS DE PESQUISA	45
3.5 PESQUISA PILOTO	46
3.6 QUESTÕES ÉTICAS.....	47
4 O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES: ASPECTOS TEÓRICOS A DESTACAR.....	49
4.1 SABERES DOCENTES NA VISÃO DE SHULMAN: PERSPECTIVA TEÓRICA PARA O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES.....	49
4.2 O MODELO TPACK E O ENSINO DE VOLUME DE PRIMAS E PIRÂMIDES POR MEIO DE ATIVIDADES NO GEOGEBRA	55
4.3 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES	60
4.4 O ENSINO DE GEOMETRIA NO CONTEXTO TECNOLÓGICO	72
4.4.1 O GEOGEBRA COMO ALTERNATIVA DE ENSINO	74
4.4.2 O ESTADO DO CONHECIMENTO ACERCA DO ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES NO CONTEXTO DO GEOGEBRA.....	76
4.5 ENSINO POR ATIVIDADES.....	91
5 ANÁLISE DOS DADOS.....	96
5.1 QUEM SÃO OS PROFESSORES?	97

5.2 QUAL A PERSPECTIVA DOS PROFESSORES SOBRE O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES E SOBRE O GEOGEBRA?	104
5.3 AVALIAÇÃO/ VALIDAÇÃO DO PRODUTO.....	114
5.3.1 PLANEJAMENTO DO PRODUTO	114
5.3.2 DESENVOLVIMENTO DO PRODUTO	115
5.3.3 VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL.....	120
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	124
REFERÊNCIAS	129
APÊNDICES.....	135
APÊNDICE 1. QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES	135
APÊNDICE 2. GRÁFICO OU TABELA DOS QUESTIONÁRIO	142
APÊNDICE 3. QUESTIONÁRIO PARA VALIDAÇÃO DO PRODUTO	149
APÊNDICE 4. QUADRO DA VALIDAÇÃO	152
APÊNDICE 5. ATIVIDADES DO GUIA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES NO GEOGEBRA.....	153

1 INTRODUÇÃO

Atualmente percebemos que existem muitos esforços para modificar a maneira de ensino que ainda persiste no ensino de Matemática, em que o professor se preocupa apenas em passar os conteúdos e não cria as condições favoráveis para que os alunos sejam os principais agentes da aprendizagem.

Em concordância com essa afirmação o PCN de Matemática do Ensino Fundamental afirma que:

A prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação (BRASIL, 2001, p.39).

Nesse contexto, muitos estudos estão sendo realizados com a finalidade de melhorar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, os quais, visam dar aos professores de Matemática alternativas para fugir desse modelo de ensino, além de propor meios para superação dos desafios encontrados em sala de aula.

De acordo com Sá (2020, p.143)

Essas alternativas têm características próprias e organização de seu funcionamento também. Essas alternativas metodológicas receberam a denominação de Tendências em Educação Matemática e são denominadas como: Modelagem, Uso de jogos, Uso da História da Matemática, Etnomatemática, Uso Tecnologias de Comunicação, Investigação Matemática e Resolução de Problemas.

Os estudos que visam demonstrar a importância dessas alternativas, têm influenciado de maneira significativa o modo de pensar o ensino de Matemática e, em consequência disso, provocado importantes transformações no processo de ensino dessa disciplina. Percebemos isso, nas palavras de Santos e Souza Mafra, os quais dizem que:

A maneira como deve ocorrer o processo educativo de hoje não deve ser igual como ocorria no século XX. Houve profundas transformações no âmbito político, econômico, cultural, tecnológico, dentre outros. Não se pode considerar a escola como algo isolado da sociedade, sem discutir, refletir e praticar, dentro do ambiente de ensino, as mudanças que ocorreram ao longo dos anos. Dessa forma, deve haver a preocupação de como a escola e os professores lidam com os novos desafios desse século. É preciso que se faça a reflexão de como deve ser a sala de aula, de como a escola deve se preparar para a utilização dos recursos computacionais e de qual será o papel do professor nesse novo contexto (SANTOS; SOUZA MAFRA, 2020, p.80).

De acordo com esses autores houve com o passar do tempo grandes alterações que provocaram mudanças significativas na sociedade e, por conseguinte, na educação. Esse processo, influenciou o ensino de Matemática, ou

seja, essas transformações modificaram as concepções relacionadas ao modo de como deve ocorrer o ensino dessa disciplina. As novas concepções provocaram mudanças significativas na maneira de pensar o currículo de Matemática, as práticas pedagógicas de sala de aula, a formação dos professores dos professores, entre outros aspectos relacionado ao ensino de Matemática.

Entretanto, mesmo com essas mudanças, ainda existem professores que dão preferência ao modelo de ensino tradicional, pois que não conseguem modificar ou inovar a sua prática de ensino. Além de que muitos se detém apenas ao uso do livro didático.

No processo de ensino de volume de prismas e pirâmides não é diferente, pois além de ser um conteúdo pouco explorado em sala de aula, em muitos casos, são trabalhados tendo apenas como base o livro didático, ou seja, são deixados de lado, os diversos recursos que existem e que pode favorecer a compreensão e assimilação dos conteúdos por parte dos alunos.

O conteúdo volume de p pertence ao campo da geometria espacial e, em geral, os temas da geometria são poucos explorados. De acordo com Martinez e Novello (2013) a limitação de abordagens dos conceitos geométricos em sala de aula está relacionada em grande parte ao cronograma estabelecido pela maioria das instituições de ensino, que deixam os conteúdos de geometria no final do currículo escolar, além disso, há também muitos professores que dão preferência ao ensino de aritmética e álgebra, deixando geometria em segundo plano.

Uma outra situação que percebemos, é o fato de muitos livros didáticos utilizados recentemente em sala de aula, abordarem os conteúdos de geometria apenas no final, organização esta, que colaborou para os professores não ensinarem esses conteúdos ou transmitirem de maneira rápida sem utilizar os melhores recursos, o que contribuiu para uma aprendizagem deficiente e precária da geometria.

A minha trajetória como estudante e como professor de Matemática, me permite afirmar a veracidade das informações acima. Pois durante a minha formação básica estudei pouco os conteúdos de geometria, principalmente os relacionados a geometria espacial.

No 2º ano do ensino médio, série do ensino médio que é mais comum o estudo da geometria espacial, o professor que lecionava na minha turma não chegou a trabalhar esses conteúdos de forma aprofundada devido estar no final do ano e não

haver mais tempo para ministrar mais aulas, então, decidiu realizar um seminário sobre os Sólidos Geométricos.

Os assuntos foram divididos entre equipes e cada equipe tratou de forma resumida, rápida e sem muito aprofundamento da parte que ficou. Embora tenha estudado o assunto que foi designado a minha equipe, mesmo assim, ficou uma grande lacuna na minha aprendizagem em relação aos conteúdos apresentados.

O problema na ocasião, não foi o seminário, pois se bem planejado pode ser uma boa alternativa metodológica a ser utilizada em sala, mas, a forma como foi desenvolvido o seminário, visto que, não houve tempo para debatermos de forma mais intensa os conteúdos apresentados.

Desde então sinto a necessidade de explorar mais os temas da geometria, pois vejo que são deixados em segundo plano. Esse pensamento permaneceu durante minha graduação, onde decidi em 2014 escrever o meu Trabalho de Conclusão de Curso sobre geometria plana, em que enfatizei a importância dos conteúdos desse ramo da Matemática, sua abordagem em associação com a prática e apresentei os resultados da execução de um projeto que desenvolvi em uma escola municipal. Esse projeto continha atividades práticas com jogos, aula de campo e construção de maquetes.

Ao desenvolver minha atividade como professor de Matemática no ensino médio e no ensino fundamental, tanto na rede pública como na rede privada, verifiquei que grande parte dos alunos, apresentavam dificuldades ao estudarem geometria, principalmente os do ensino médio da rede pública, que afirmavam que não tiveram contato com alguns conteúdos de geometria no ensino fundamental. Nesse momento percebi a necessidade de uma prática de ensino que corrigisse essas lacunas e melhorasse a aprendizagem dos alunos em geometria, mas para isso deveria também melhorar minha formação.

No ano de 2017 ingressei como professor efetivo do Instituto Federal do Maranhão. Nessa instituição tive contato com muitos colegas que me estimularam a fazer o mestrado, foi então que em 2019 tive a felicidade de ser aprovado para cursar o Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA), ótima oportunidade para melhorar minha formação.

Na primeira semana de aula foi pedido que decidíssemos o tema que iríamos desenvolver a dissertação, logo pensei em trabalhar com um objeto de conhecimento

relacionado a geometria. Após conversa com um dos professores da pós-graduação, decidir trabalhar com volume de poliedros e corpos redondos, contudo, após orientações da banca na qualificação, decidimos reduzir o tema de estudo para volume de prismas e pirâmides.

No decorrer das aulas do mestrado, estudei temas relevantes sobre a Matemática e a Educação Matemática. E a partir desses estudos, passei a conhecer teorias, metodologias e recursos didáticos, que usados da maneira correta possibilitam um melhor ensino e, por conseguinte, favorece a aprendizagem dos alunos.

Além disso, pude enxergar de forma diferente o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, entendendo que não basta somente ministrar aula sobre um conteúdo matemático, mas deve-se levar em consideração todos os elementos que fazem parte do processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina, onde a sala de aula passa a ser vista como um ambiente de investigação, a fim de se extrair informações úteis para melhorar a prática de ensino de um determinado objeto de conhecimento.

Dessa forma, entendi que deveria explorar o conteúdo de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades que tornasse as aulas desse tema mais significativas, interessantes e que favorecesse o aprendizado dos alunos. A partir dessa perspectiva, surgiu o seguinte problema de pesquisa: É possível ensinar volume de prismas e pirâmides por atividades, considerando para além do conhecimento do conteúdo, do conhecimento pedagógico e tecnológico?

E como questões norteadoras:

Quem são os professores de Matemática investigados?

Como o volume de prismas e pirâmides são descritos em referências bibliográficas e documentais?

Que perspectivas os professores investigados possuem sobre a utilização do Geogebra para o ensino de volume de prismas e pirâmides?

Que produto educacional é necessário para o ensino de volume de prismas e pirâmides com o Geogebra?

Tendo em vista o problema e as questões acima, traçamos como objetivo geral desta pesquisa: Produzir um produto educacional para o ensino de volume de prismas e pirâmides por meio do uso de atividades do Geogebra, que combine, o

conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico e o conhecimento tecnológico. E como objetivos específicos: 1) Identificar o perfil dos professores; 2) Constatar em nível bibliográfico e documental produções acerca do ensino de volume de prismas e pirâmides e do Geogebra; 3) Verificar as perspectivas dos professores sobre o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra; 4) Produzir um produto educacional com atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra voltado para o ensino médio.

A metodologia utilizada para desenvolvimento deste processo investigativo, consistiu em uma pesquisa quanti-qualitativa, em que fizemos: pesquisa bibliográfica, pesquisa de campo (questionário, entrevista e validação do produto), em que os sujeitos que contribuíram com a pesquisa foram 36 professores de Matemática do ensino médio da rede pública estadual do Maranhão, os quais atuam nos municípios de Viana, Matinha, Penalva, Olinda Nova do Maranhão e Cajari.

A partir desse processo investigativo, produzimos um material didático denominado Guia de atividades sobre volume de prismas e pirâmides no Geogebra, cuja finalidade é de apresentar uma proposta de ensino com o uso de atividades criadas no Geogebra, que auxilie os professores no desenvolvimento do ensino de volume de prismas e pirâmides, tendo em vista, um ensino mais participativo, interativo, dinâmico e prazeroso, mas que também, favoreça a aprendizagem dos alunos.

Para alcançar objetivo desta pesquisa, adotamos como referencial teórico Shulman (1987), que trata dos saberes docente; Koehler e Misha (2005) autores do modelo TPACK, que versa sobre a combinação entre o conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico e conhecimento tecnológico; e Sá (2019), que descreve o ensino por atividades.

Deste modo, organizamos esta dissertação da seguinte maneira: seção I- introdução; Seção II- aspectos curriculares de volume de prismas e pirâmides; Seção III- metodologia da pesquisa; Seção IV- o ensino de volume de prismas e pirâmides: aspectos teóricos a destacar; Seção V-análise dos dados; Seção VI- considerações finais e na última Seção, as referências utilizadas na construção da base teórica deste trabalho.

A seguir apresentamos as seções desenvolvidas nesta dissertação.

2 ASPECTOS CURRICULARES DO VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES

O conteúdo volume de prismas e pirâmides faz parte da geometria, sendo um importante tema da geometria espacial. O mesmo, é estudado com mais abrangência na educação básica no ensino médio, e nesse período, os alunos devem ter uma boa noção sobre volume. Assim terão, nessa etapa de ensino uma ampliação dos conhecimentos prévios que possuem sobre este conteúdo.

Nesse momento, os professores possuem um papel fundamental para levar os alunos a adquirirem um conhecimento mais detalhado e amplo do tema volume de prismas e pirâmides. No entanto, para alcançar esse objetivo, é preciso que os professores tenham uma prática de ensino que permita o desenvolvimento das competências e habilidades descritas na Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Documento que serve de referência para a elaboração do currículo das instituições de ensino no Brasil e para verificação da aprendizagem.

Mediante essa necessidade, apresentamos neste tópico os aspectos curriculares de volume de prismas e pirâmides, no qual discorreremos sobre o currículo de Matemática e o ensino de geometria, a BNCC e o ensino de volume de prismas e pirâmides, finalizando com uma análise do livro didático em relação ao conteúdo volume de prismas e pirâmides.

2.1 O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA E O ENSINO DE GEOMETRIA

Neste subtópico apresentamos sobre o currículo de Matemática e sua influência para o ensino de geometria, visto que, à medida que o currículo de Matemática sofre alteração, essas mudanças atingem diretamente o ensino da geometria. Dentro dessa perspectiva fizemos uma breve descrição histórica da construção do currículo de Matemática e seu efeito para o ensino de geometria.

Nesse contexto, a elaboração do currículo de Matemática que atenda às necessidades dos alunos e atinja os objetivos e fins da educação, é fundamental para o processo de ensino de geometria e das outras áreas da Matemática, pois norteia a prática docente. Para Matos (2020) é o currículo de Matemática que determina o processo de aprendizagem, ou seja, é por meio dele que se define o que os alunos devem aprender, quando irão aprender e como devem aprender.

Entretanto, segundo Palanch (2016) a construção do currículo é uma prática complicada, pois envolve saberes, cultura, conhecimentos escolares e as relações

que ocorrem entre os envolvidos no processo educacional, além de poder apresentar diferentes pontos de vistas e muitas significações.

De fato, a construção de um currículo não é simples, isto porque existe vários fatores que influenciam no seu desenvolvimento, os quais podem ser culturais, econômicos, sociais, políticos e regionais. Nesse sentido, sempre haverá discussões no que tange ao currículo que será adotado em sala de aula, e por conseguinte, é razoável haver divergências entre as concepções sobre o currículo, uma vez que a elaboração do currículo depende de diferentes ideias e culturas. De acordo com os PCN de Matemática:

Um currículo de Matemática deve procurar contribuir, de um lado, para a valorização da pluralidade sociocultural, evitando o processo de submissão no confronto com outras culturas; de outro, criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente (BRASIL, 2001, p.30).

Para Godoy e Santos (2012) o problema não está na construção de um currículo isento de contradições e sim na superação delas, não basta apenas uma lista de enunciados sobre os valores e a utilidade da Matemática, é necessário que haja uma orientação que indique o que fazer, como fazer, quando fazer etc. Dessa forma, o currículo de Matemática deve favorecer “as emergências discursivas que são possíveis a partir de articulação entre o saber matemático, a cultura e algumas ideias do campo do currículo, tais como poder, resistência e política” (VALENTE, 2012, p.255).

As alterações ocorridas no ensino de Matemática e em especial ao ensino de geometria, estão intimamente ligadas ao currículo de Matemática. Matos (2020, p.36) afirma que “historicamente, em todas as nações, a mudança do currículo foi vista e usada como uma maneira efetiva de mudar a prática da aula e influenciar a aprendizagem dos alunos para atender às necessidades do mundo em mudança”.

As modificações foram mais significativas, a partir do Movimento chamado Matemática Moderna (MMM) que surgiu na década de 1960. E de acordo com Godoy e Santos (2012) o objetivo desse Movimento era modernizar o ensino de Matemática, adequando-o às necessidades da expansão industrial e às exigências de uma sociedade que vivia com um acelerado avanço tecnológico.

De acordo com esses autores, o ensino de Ciências e Matemática passou a ser visto como um dos principais problemas tratados pelos administradores, pois possuía grande importância para o desenvolvimento econômico, social e tecnológico dos

países. Nesse período surge uma grande preocupação em relação a eficácia e a qualidade do ensino de Matemática, provocando muitos debates em torno do currículo e da metodologia aplicada em sala de aula.

Godoy e Santos (2012) destacam que os líderes do MMM, eram matemáticos renomados e isso contribuiu para o Movimento se tornar um dos principais marcos das reformas realizadas no ensino de Matemática. O MMM, provocou alterações curriculares em sistemas educativos de diversos países, como Estados Unidos, Inglaterra, França, Bélgica, Brasil, entre outros. Alterações que segundo esses autores, foram motivadas pela necessidade de se introduzir uma linguagem mais moderna aos assuntos considerados fundamentais em Matemática, por meio, dos quais os alunos aprendessem os verdadeiros aspectos da ciência atual.

Ao chegar no Brasil, o Movimento recebeu adesão de parte da imprensa, professores e intelectuais, os quais, consentiram com às novas propostas de como tratar a Matemática escolar (VALENTE, 2012). O professor Oswaldo Sangiorgi foi um dos responsáveis por propagar esse Movimento no país. Além dele, o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) também se envolveu na disseminação das ideias do MMM na década de 60. Sendo que em julho de 1962, ocorreu em Belém do Pará o IV Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática e nessa ocasião foi discutido a introdução da Matemática Moderna no Ensino secundário (GODOY; SANTOS, 2012).

A comunidade de professores e pesquisadores do ensino de Matemática no Brasil, foram mobilizados e deu-se início a uma nova etapa do processo de organização curricular da Matemática escolar e da produção de materiais destinados a professores. E foi a partir das discussões em torno das ideias do MMM e dos problemas detectados no ensino de Matemática, que as Secretarias Estaduais e Municipais de Educação começaram a elaboração de novas propostas curriculares para o ensino de Matemática (GODOY; SANTOS, 2012).

As modificações ocorridas nessa época no currículo de Matemática, influenciou diretamente o ensino da geometria, visto que, houve a recomendação do abandono de todos os tópicos tradicionais do currículo da escola secundária (PAVANELLO, 1989).

Nesse período houve uma grande valorização da Matemática abstrata baseada na Ciência Moderna, cujos rumos são ditados pela teoria da relatividade e pelo

desenvolvimento da eletrônica e do computador. Diante desse contexto, foi recomendado “a inclusão de novos tópicos como a lógica, as estruturas, e seriam ensinadas numa nova linguagem: a teoria dos conjuntos” (PAVANELLO, 1989, p.94).

Pavanello (1989) afirma que durante esse processo, o estudo da geometria foi reduzido e em seu lugar privilegiou-se o estudo da álgebra e da aritmética. Além de que, conforme essa autora, o ensino da geometria no enfoque tradicional enfrentava grandes problemas, ligados, ao conhecimento dos professores, aos métodos utilizados e havia dificuldade de relacionar a geometria prática recomendada para a escola elementar e a abordagem axiomática realizada na secundária.

As concepções sobre o ensino de Matemática defendidas pelo Movimento Matemática Moderna, influenciou a estrutura curricular de Matemática no Brasil, onde os livros didáticos de Matemática, passaram a ser produzidos e lançados no início da década de 1960 com base na visão desse Movimento. Cujas ideias centrais eram adaptar o ensino de Matemática às novas concepções surgidas, em que a Matemática deveria ser trabalhada do ponto de vista das estruturas, em que havia preocupação com as estruturas e a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos presente nos livros (PAVANELLO, 1989).

Em relação ao ensino de geometria afirma Pavanello (1989) que optou-se em frisar nesses livros, as noções de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjuntos de pontos do plano, devido à necessidade de adotar para a geometria a mesma simbologia usada para conjuntos em geral, além de trabalhá-la segundo uma abordagem intuitiva. Ainda conforme essa autora, a abordagem defendida se concretiza nos livros didáticos, a partir da utilização de teoremas e postulados.

A maneira como a geometria foi abordada nos livros somada com a orientação de trabalhar a geometria com enfoque das transformações, assunto não dominado pela grande maioria dos professores secundários, trouxe grande resistência para o ensino dessa área da Matemática, pois muitos professores não se sentiam preparados para trabalhar com a geometria, uma vez que, seu ensino era feito a partir das estruturas dos planos vetoriais ou por transformações geométricas (PAVANELLO, 1989).

O fato exposto acima foi agravado, principalmente por não haver um currículo e nem preocupação nos cursos de formação de professores com essa área da Matemática (MENESES, 2007). “Essa situação foi responsável pela formação de um

grupo de professores que apresentava enorme dificuldade em abordar os conhecimentos geométricos” (MENESES, 2007, p.4). O que fez muitos deixarem de lado o ensino de geometria sob qualquer abordagem, dando preferência ao ensino da álgebra (ANGELO; SANTOS; BARBOSA, 2020).

Nesse contexto, o ensino de geometria no Brasil sofre um processo de deterioração, onde ocorre seu abandono nas escolas públicas, porém permaneceu nas escolas dos mais favorecidos (MARTINEZ; NOVELLO, 2013). Entretanto, seguindo a organização apresentada no livro didático que abordava os conteúdos de geometria apenas no final, o que contribuiu para que o enfoque principal continuasse sendo a álgebra, deixando a geometria em segundo plano (PAVANELLO, 1989).

Os fatores abordados acima, contribuiu para escassez e precariedade do ensino da geometria, em que seu ensino não era realizado, ou quando feito, ocorria sem muita profundidade. Não havia preocupação com a exploração prática dos temas abordados, pois no processo de ensino da geometria focava-se mais na parte algébrica, do que na parte prática dos conteúdos.

Assim de acordo com Caldatto e Pavanello (2015, p. 120) “um dos principais legados da Matemática Moderna para o processo educacional no Brasil foi o abandono da geometria na escola básica que perdura até meados da década de 2010”, porém de acordo com essas autoras, não podemos afirmar que essa situação foi provocada apenas pelo MMM, mas destacam que houve um outro fato que possivelmente contribuiu para esse abandono, que no caso, foi a promulgação da Lei Federal 5.692/71, que dava às escolas liberdade para escolher seus programas de ensino, e isso fez com que os professores colocassem a geometria de lado ou deixassem seus conteúdos para o final do ano letivo, em que seriam trabalhados se houvesse tempo.

Ao passar do tempo o entusiasmo com as ideias do MMM diminuiu, visto que, as práticas dos professores revelaram que as intenções do Movimento não resultaram em modificações convincentes para o ensino e aprendizagem de Matemática e, principalmente para área de geometria, pois, o foco do Movimento estava na organização e na didática dos conteúdos matemáticos, restringindo-se ao desafio de como ensiná-los e não havia preocupação com os sujeitos que aprendiam e nem com as condições em que essa aprendizagem ocorria (VALENTE, 2016).

Para Palanch (2016)

a organização curricular da Matemática Moderna de forma quase sempre linear começou a incomodar alguns pesquisadores que buscavam um currículo mais rico e contextualizado cultural e socialmente. Além da dificuldade de formação de professores para atuar com as ideias do Movimento da Matemática Moderna, isso deu início ao declínio desse movimento a partir da década de 80 na predominância das discussões realizadas pelas Secretarias Estaduais e Municipais de Educação (PALANCH, 2016, p.54).

Nesse momento começam surgir novas bases teóricas para os estudos sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática. Em consequência disso, ocorre o abandono do Movimento Matemática Moderna e surge no cenário internacional um novo movimento que ficou conhecido como Movimento da Educação Matemática (VALENTE, 2016).

Diferente do MMM, em que as propostas de ensino tinham como foco os conteúdos e uma Matemática moderna, de iniciação à Matemática superior estruturalista, esse movimento considerou outros aspectos relacionados a aprendizagem e teve como foco do ensino, os sujeitos que aprendiam (VALENTE, 2012).

O Movimento da Educação Matemática trouxe uma nova percepção para o ensino de Matemática. Valente (2012, p.14) diz que “as novas perspectivas para pensar a Matemática na escola transbordaram os meios estritamente acadêmicos e mobilizaram a produção de novas referências para professores de Matemática”.

Nesse período houve no Brasil uma nova forma de caracterizar o currículo. O qual, foi reorganizado com base na interdisciplinaridade e buscou superar a fragmentação do conhecimento. A partir desse momento, as reformas curriculares foram reelaboradas com aspectos semelhantes aos das secretarias municipais e estaduais do Estado e da cidade de São Paulo (PALANCH, 2016).

Godoy e Santos (2012), ressaltam que até a reforma Francisco Campos em (1931), não existia um currículo de Matemática, o que havia era uma lista de conteúdos denominados “Programas”. Mas a partir da década de 1970, houve uma expansão no sistema de ensino e a ampliação da escolaridade obrigatória, onde os Programas foram substituídos por documentos denominados “Guias Curriculares”, “Propostas Curriculares”, até chegar nos “Parâmetros Curriculares Nacionais”.

A publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental em 1995, foi resultado de muitas discussões e reflexões em torno do currículo. Professores de diferentes níveis do sistema educacional, propuseram diretrizes curriculares comuns para o Ensino Fundamental no Brasil (PALANCH, 2016, p.54).

Com a criação dos parâmetros curriculares, as instituições de ensino passaram a ter um documento que serviria como base para a construção e o desenvolvimento do currículo escolar, apesar não ser obrigatório sua utilização nesse processo. Veroneze et al. (2016, p.4) fazem uma boa descrição dos Parâmetros Curriculares para o Ensino Fundamental onde destacam que:

No Ensino Fundamental, os PCN [...] estão organizados em dez volumes. Um é de caráter introdutório, seis contemplam as áreas de conhecimento e suas aprendizagens (Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Naturais, História, Geografia, Arte e Educação Física) e três trazem à tona os Temas Transversais a todas as disciplinas (ética, saúde, orientação sexual, meio ambiente e pluralidade cultural). [...]. No que concerne aos documentos das áreas dos conhecimentos, estes atribuem à educação dos anos/séries do ensino fundamental primeiro e segundo ciclo os objetivos gerais para o nível, para as áreas do conhecimento e os blocos de conhecimentos que os subdividem. Os documentos apresentam, ainda, como podem ser trabalhados os conteúdos sugeridos pelos blocos de conhecimento, assim como sintetizam como podem ser abordados os temas transversais. No entanto, não são arroladas listas intermináveis de objetivos e conteúdos a serem desenvolvidos, são apresentados apenas alguns objetivos e conteúdos dentro de cada bloco de conhecimento. Nos documentos referentes aos temas transversais, apresentam-se a justificativa desses temas, o que compete ser estudado e os conteúdos inculcados neles.

Conforme as características descritas acima, os Parâmetros Curriculares Nacionais surgem tendo um papel orientador, por meio dos quais, os professores poderiam verificar quais procedimentos deveriam utilizar no desenvolvimento das atividades de ensino. O próprio documento introdutório dos PCN, afirma que:

Os Parâmetros Curriculares Nacionais constituem um referencial de qualidade para a educação no Ensino Fundamental em todo o País. Sua função é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contato com a produção pedagógica atual (BRASIL, 2001, p.13).

Por meio do exposto na citação, os PCN surgem inicialmente como referencial para o Ensino Fundamental, mas posteriormente, conforme relata Veroneze et al. (2016, p.4) no ano 2000 foram criados os PCN do Ensino Médio, com estrutura diferente em relação aos PCN do Ensino Fundamental. Ele era formado por quatro documentos, um que se referia às bases legais e os outros eram sobre três áreas de

conhecimento (Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias; e Ciências Humanas e suas Tecnologias). Esses autores descrevem esses documentos da seguinte maneira:

Os documentos das áreas do conhecimento apresentam algumas reformulações do Ensino Médio dentro de cada área e as descrições, competências e habilidades gerais, interdisciplinaridade entre as áreas do conhecimento, formas de avaliação e a contextualização da área. Nas orientações para as disciplinas, ressaltam-se as competências e habilidades a serem atingidas por elas, as competências e habilidades de cada tema estruturador – função dos blocos do conhecimento –, as organizações para o trabalho escolar e as estratégias para o trabalho (VERONEZE et al., 2016, p4).

A elaboração dos PCN é resultado do que foi estabelecido no Plano Decenal de Educação, em consonância com Constituição de 1988, que afirmava que o Estado tinha necessidade e obrigação de “elaborar parâmetros claros no campo curricular capazes de orientar as ações educativas do ensino obrigatório, de forma a adequá-lo aos ideais democráticos e à busca da melhoria da qualidade do ensino nas escolas brasileiras” (BRASIL, 2001, p 15). Um outro fato que contribuiu para organização dos PCN, foi a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei Federal n. 9.394), aprovada em 20 de dezembro de 1996, que consolidou e ampliou o dever do poder público com a educação em geral e reforçou a necessidade de se propiciar a formação básica comum (BRASIL, 2001, p.15).

Os PCN surgiram com a finalidade de organizar e estruturar o ensino brasileiro. Entretanto, não seriam suficientes para melhorar a qualidade da educação brasileira ou resolver todos os problemas que afetam o processo de ensino aprendizagem no País, pois a qualidade do ensino, dependeria também de outros fatores, como: investimentos, formação inicial e continuada dos professores, política de salários dignos, plano de carreira, qualidade do livro didático, recursos televisivos e de multimídia, disponibilidade de materiais didáticos, entre outros (BRASIL, 2001, p. 13-14).

Após os PCN, surge no Brasil, um outro documento que visa aproximar e igualar mais o ensino oferecido no país, chamado de Base Nacional Curricular Comum (BNCC), homologada em 20 de dezembro de 2017.

Nesse processo percebemos que com o surgimento dos PCN e da BNCC os currículos de Matemática elaborados atualmente no Brasil, buscam contemplar e valorizar o ensino de geometria. Os quais destacam a importância do ensino da geometria na educação básica.

Os parâmetros ressaltam que no desenvolvimento do ensino da geometria deve-se entender que:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de matemática do ensino fundamental, pois através deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 2001, p. 55).

Por meio dessa citação, notamos que a assimilação dos conceitos geométricos permite aos alunos descrever situações e resolver problemas relacionados com o cotidiano. Sendo essencial para compreensão de vários elementos que nos cercam, inclusive para resolver questões de outras áreas de conhecimento.

A BNCC também destaca a importância do ensino da geometria, pois apresenta a geometria como parte importante do currículo de Matemática. Conforme este documento a organização do currículo de Matemática está estruturado em unidades temáticas definidas da seguinte forma: Números, Álgebra, **Geometria**¹, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Ainda com base na BNCC “a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (BRASIL, 2017, p. 271).

Os livros didáticos produzidos atualmente devem levar em conta o que está descrito na BNCC, desse modo, devem ser produzidos de maneira a contemplar o desenvolvimento das competências e habilidades exigidas para cada área de conhecimento apresentadas na Base Nacional Comum. Nesse contexto, observamos que os conteúdos de geometria são destacados com bastante ênfase na BNCC, o que denota a necessidade do trabalho desses conteúdos em sala e da valorização destes, onde a geometria não fica em segundo plano, mas é tratada com grande importância no processo de ensino de Matemática.

Os pontos destacados acima que se referem a geometria são aplicáveis ao conteúdo volume de prismas e pirâmides, visto que, este conteúdo está inserido na geometria e, conseqüentemente, todos os acontecimentos apresentados no ensino da geometria, é visto também no processo de ensino volume de prismas e pirâmides.

Assim verificamos que o processo de ensino de geometria tem passado por mudanças significativas. As quais visam despertar os sistemas educacionais e

¹ Grifo nosso

professores para a relevância que a geometria possui para a sociedade e para a formação dos alunos, ou seja, seu ensino não pode ser deixado de lado.

No subtópico a seguir descrevo um pouco da BNCC e como o conteúdo de volume é apresentado nela, uma vez que, serve de referência para o ensino de Matemática e de geometria na atualidade.

2.2 BNCC E O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES

A BNCC é um documento normativo que define as aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Por meio dela, busca-se assegurar os direitos de aprendizagem e desenvolvimento destes alunos em conformidade com os preceitos do Plano Nacional de Educação (BRASIL, 2017).

Dessa forma, a BNCC serve de referência para as redes e sistemas escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios formularem os currículos e as propostas pedagógicas. Além disso, integra a política nacional da Educação Básica e tem o propósito de contribuir com o alinhamento de outras políticas e ações, no que diz respeito, à formação de professores, à avaliação e elaboração de conteúdos educacionais e aos critérios para oferta de infraestrutura adequada para o pleno desenvolvimento da educação, no âmbito federal, estadual e municipal. Nesse sentido visa contribuir na superação da fragmentação das políticas educacionais, a fim de fortalecer o regime de colaboração entre as três esferas de governo e diminuir as diferenças de ensino na educação básica em todo o país (BRASIL, 2017).

Esse documento normativo foi elaborado por meio de um processo colaborativo e democrático, que teve início em 2015 sob liderança do Ministério da Educação (MEC). Nesse ano, foi construída a primeira versão, que passou por uma consulta pública entre os meses de setembro 2015 e março 2016, quando recebeu mais de 12 milhões de contribuições². Em maio de 2016, foi disponibilizada a segunda versão e esta foi analisada por gestores, professores e alunos de todos os estados. Após esse processo, o MEC finalizou em abril de 2017 a terceira versão, que seguiu para o

² Camila Guimarães e Laís Semis, “32 respostas sobre a Base Nacional Comum Curricular”, 2017, novaescola.org.br.

parecer do Conselho Nacional de Educação (CNE) e foi homologada pelo ministro da Educação, Mendonça Filho, em 20 de dezembro de 2017³.

De acordo com o documento da BNCC, o processo de elaboração foi feito com base em dois conceitos extraídos da LDB⁴, que são fundamentais para o desenvolvimento das questões curriculares (BRASIL, 2017, p.11).

O primeiro, já antecipado pela Constituição, estabelece a relação entre o que é básico-comum e o que é diverso em matéria curricular: as competências e diretrizes são comuns, os currículos são diversos. O segundo se refere ao foco do currículo. Ao dizer que os conteúdos curriculares estão a serviço do desenvolvimento de competências, a LDB orienta a definição das aprendizagens essenciais, e não apenas dos conteúdos mínimos a ser ensinados (BRASIL, 2017, p.11).

Além desses conceitos, a BNCC está fundamentada nas Diretrizes Curriculares Nacionais. Além de comungar com os Currículos, princípios e valores que orientam a LDB e as Diretrizes Curriculares Nacionais. Contudo, em busca de garantir as aprendizagens essenciais de cada etapa de ensino da Educação Básica, a BNCC e os Currículos possuem papéis complementares. Nesse sentido, reconhecem o compromisso que a educação tem com a formação e o desenvolvimento do ser humano, nas dimensões intelectual, física, afetiva, social, ética, moral e simbólica (BRASIL, 2017).

Guimarães e Semis (2017, n.p) enfatizam que a BNCC foi elaborada à luz do que diz os PCN e as DCN. Porém, esclarecem que “é mais específica e determina com mais clareza os objetivos de aprendizagem de cada ano escolar”. Diferente dos PCN, que servia como um documento de orientação e não era obrigatório, ela é obrigatória em todos os currículos das redes de ensino do país.

Portanto, a BNCC é atualmente no Brasil, o principal documento norteador da organização curricular. É por meio dela que os sistemas de ensino devem estabelecer o seu currículo e os professores em sua prática docente precisam estabelecer meios para permitir que os alunos consigam desenvolver as competências e habilidades propostas para cada área de conhecimento, conforme o descrito na BNCC.

Assim a BNCC está estrutura em três etapas, as quais são: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Na Educação Infantil a BNCC destaca: os direitos de aprendizagem e desenvolvimento, os campos de experiência, as divisões

³ MEC, “Histórico da BNCC”, basenacionalcomum.mec.gov.br

⁴ Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB-9394/1996).

dessa etapa de ensino, e os objetivos da aprendizagem e do desenvolvimento. No Ensino Fundamental traz: as áreas de conhecimento, as competências específicas de área, os componentes curriculares, as competências específicas de componente, as divisões dessa etapa, unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades. E no Ensino Médio, apresenta: as áreas do conhecimento, competências específicas de área e habilidades.

O documento traz 10 competências gerais da Educação Básica e as competências específicas das áreas de conhecimento, que devem ser alcançadas no desenvolvimento do processo ensino aprendizagem. Entretanto, como o foco deste trabalho é a Matemática, com ênfase no ensino de volume de prismas e pirâmides, apresento no próximo subtópico as competências específicas de Matemática definidas na BNCC para o ensino fundamental e para o ensino médio e como o conteúdo de volume é descrito nesse documento.

2.2.1 COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E O ENSINO DE VOLUME NA BNCC.

Em relação ao componente de Matemática a BNCC traz 8 competências específicas para o Ensino Fundamental e 5 para o Ensino Médio, que devem ser atingidas no desenvolvimento do ensino dessa área. De acordo com o documento da BNCC essas competências são:

Quadro 1. Competências de Matemática para o ensino fundamental e para o ensino médio.

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO
<p>1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.</p> <p>2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.</p> <p>3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.</p> <p>4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações</p>	<p>1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.</p> <p>2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos,</p>

<p>relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.</p> <p>5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.</p> <p>6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).</p> <p>7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.</p> <p>8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.</p>	<p>procedimentos e linguagens próprios da Matemática.</p> <p>3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p> <p>4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.</p> <p>5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.</p>
--	---

Fonte: Brasil (2017). Disponível em: basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 01 dez. 2020.

O ensino de volume encontra-se dentro dessa estrutura, sendo objeto de conhecimento do componente de Matemática. A BNCC, destaca inicialmente o ensino de volume com mais ênfase no 5º ano do ensino fundamental e na Unidade temática Grandezas e medidas, em que é abordado a noção de volume com foco no desenvolvimento dos alunos da habilidade de “reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos” (BRASIL, 2017, p.297).

No 6º, 7º e 8º, ainda dentro da Unidade temática Grandezas e medidas, o documento apresenta o ensino de volume de blocos retangulares, com destaque para a habilidade de resolver e elaborar problemas, sempre que possível em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionados com outras áreas de conhecimento (BRASIL, 2017, p. 303 – 315).

No 9º ano, o ensino de volume é ampliado e reforçado, onde o conhecimento adquirido nos anos anteriores precisa ser lapidado, a fim de diminuir as lacunas deixadas. Nesse nível é introduzido novos elementos ao estudo de volume, pois o objeto de conhecimento que deve ser abordado nesse ano, conforme descreve a BNCC, trata do ensino de volume de prismas e cilindros. Por meio da abordagem desse conteúdo, o aluno deve também desenvolver a habilidade de resolver e elaborar problemas de volume, todavia, não apenas de blocos retangulares como nos anos

anteriores, mas de prismas e cilindros (BRASIL, 2017, p.318 – 319). Dessa forma, ao sair do ensino fundamental, o aluno deve ter um bom conhecimento a respeito de volume.

No ensino médio, a BNCC destaca o conteúdo de volume dentro da unidade temática denominada Geometria e Medidas e nas competências específicas 2, 3 e 5, citadas anteriormente.

Na competência 2, a habilidade relacionada ao ensino de volume, consiste em “propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa” (BRASIL, 2017, p.541). O desenvolvimento dessa habilidade, será uma complementação das habilidades alcançadas no ensino fundamental, ou seja, os alunos devem trazer um conhecimento de volume bem elaborado, por meio do qual sejam capazes de socializar esses conhecimentos com ações práticas, em especial, na sua comunidade.

Na competência 3, a habilidade dos alunos em relação ao conhecimento de volume deve acrescentar outros elementos, os quais ainda não haviam estudado, de certa forma, ampliando o estudo sobre volume. Nessa competência a habilidade que trata sobre volume, resgata a capacidade dos alunos resolverem e elaborarem problemas de cálculo de volume, no entanto, não apenas de blocos retangulares, prismas e cilindro, que foram abordados nos níveis anteriores, mas de outros elementos da geometria espacial, ou seja, a abordagem consiste no ensino de volume de poliedros (prismas e pirâmides) e os corpos redondos (cilindro, cone e esfera) (BRASIL, 2017).

Por fim, na competência 5, o ensino de volume deve ser realizado de maneira que o aluno desenvolva a habilidade de investigação. E por meio desta, ele verifica os processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, analisa o princípio de Cavalieri, para obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras (BRASIL, 2017).

A partir do descrito na BNCC sobre o ensino de volume, percebemos que o alcance das habilidades relacionadas ao ensino de volume é essencial para os alunos desenvolverem determinadas competências exigidas no âmbito da educação. Por meio dessa percepção, verifica-se que o ensino de volume deve ser realizado, de modo, que os alunos alcancem um conjunto de habilidades, que permitam o

desenvolvimento das competências específicas da área de estudo e, por conseguinte, as competências gerais da educação.

Nesse contexto, atualmente busca-se desenvolver e utilizar recursos educacionais que estejam de acordo com a BNCC. Entretanto sabemos que o recurso mais utilizado na sala de aula é o livro didático, o qual possui um papel de grande relevância na condução do ensino. Ao entender a importância do livro didático tratamos na seção a seguir sobre o livro didático e o ensino de volume de prismas e pirâmides.

2.3 O LIVRO DIDÁTICO E O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES

A fim de verificarmos em que posição o conteúdo volume de prismas e pirâmides aparecem nos livros didáticos utilizados recentemente em sala de aula, fizemos neste subtópico uma pequena consulta em alguns livros de Matemática do ensino médio utilizados em sala de aula no período de 2003 a 2017.

A escolha em consultar alguns livros de Matemática do ensino médio, foi feita devido, esse conteúdo ser trabalhado de forma mais aprofundada nesse nível de ensino.

Quadro 2. Posição que o conteúdo volume de prismas e pirâmides aparece no livro didático

Coleção	Ano da edição	Quantidade de capítulos	Capítulo que trata sobre volume de prismas e pirâmides
Matemática Aula por Aula	2003	8 capítulos	Capítulo 8
Matemática Paiva	2010	12 capítulos	Capítulos 11 e 12
Matemática Contexto e aplicações	2014	12 capítulos	Capítulos 9 e 10
Matemática Ciência e aplicações	2017	11 capítulos	Capítulos 8 e 9

Fonte: Pesquisa bibliográfica (2021)

Ao observarmos o quadro acima, iremos perceber que de fato esses livros abordam o conteúdo de volume de prismas e pirâmides apenas no final, o que reforça

o que foi falado anteriormente, ou seja, os conteúdos de geometria não estavam sendo tratados como um dos principais a serem ensinados para o aluno.

Essa análise permite verificar que muitos livros didáticos de Matemática que foram usados recentemente nas salas de aulas abordavam o conteúdo de geometria nos capítulos finais, o que colaborou para pouca exploração dos conteúdos de geometria. Haja vista que, um bom número de professores segue a sequência do livro para dar suas aulas e pelo fato do conteúdo de geometria em grande parte deles ser apresentado no final, os professores não chegavam a trabalhar esses conteúdos, ou trabalhavam de forma rápida, sem muito aprofundamento, utilizando apenas o livro didático como recurso didático.

Essa situação revela a causa de muitos alunos não possuírem desempenho agradável em questões de volume de prismas e pirâmides, pois muitos não receberam um ensino adequado desse conteúdo, aliás, alguns nem chegaram a estudar esse conteúdo em sala de aula.

No entanto um ponto positivo que podemos observar em relação análise desses livros, é o fato de que, à medida que o ano da coleção é mais recente, o conteúdo volume de prismas e pirâmides é apresentado em capítulos um pouco a frente dos últimos capítulos. Observamos que nas duas primeiras coleções (2003 e 2010), o conteúdo ficava no último capítulo e nas outras duas (2014 e 2017) foi apresentado dois capítulos antes.

Com base nessa perspectiva podemos entender que ao passar dos anos os conteúdos de geometria começaram ser valorizados, deixando de ficar em segundo plano. Esse processo é resultado das modificações que o currículo de Matemática vem passando e, principalmente a partir do surgimento dos documentos normatizadores do currículo como os PCN e a BNCC, em que a estruturação dos livros didáticos vem sofrendo alterações, os quais, são produzidos em conformidade com esses documentos. Além disso, atualmente existem muitos trabalhos com a finalidade de demonstrar a importância da geometria para a sociedade, tendo em vista, a necessidade que os alunos terão do conhecimento geométrico para resolver várias situações problemas do cotidiano.

A seção seguinte abordaremos sobre a metodologia de pesquisa utilizada para desenvolvimento da investigação científica deste trabalho, por meio da qual,

buscamos obter as informações necessárias para responder e solucionar à questão problema da pesquisa proposta nesta dissertação.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

“A metodologia científica é o conjunto de processos escolhidos para investigar um fenômeno com rigor científico” (COELHO, 2020, n.p). Nesse sentido, trata do caminho e dos instrumentos que serão utilizados pelo pesquisador para coletar e analisar as informações sobre um determinado objeto de pesquisa.

A partir dessa compreensão, apresento nesta seção a metodologia utilizada para desenvolvimento desta pesquisa. A seção está estruturada em 6 tópicos, os quais são: sujeitos da pesquisa, lócus da pesquisa, abordagem da pesquisa, técnicas de pesquisa, questões éticas e pesquisa piloto.

3.1 SUJEITOS DA PESQUISA

Os sujeitos da pesquisa são 36 professores do ensino médio, que atuam no ensino de Matemática na rede pública estadual do Maranhão, os quais estão lotados em 10 escolas do ensino médio de cinco municípios que fazem parte da microrregião da Baixada Maranhense, os quais são: Viana, Matinha, Olinda Nova do Maranhão, Penalva e Cajari.

3.2 LÓCUS DA PESQUISA

Os municípios e escolas de atuação dos professores pesquisados fazem parte da Unidade Regional de Educação (URE) de Viana, que é composta por 13 municípios da Baixada Maranhense.

O quadro a seguir apresenta alguns dados, em que, por meio destes, obtêm-se uma pequena descrição de alguns dos indicadores dos municípios onde ficam as escolas de atuação dos professores que serão pesquisados. Esses indicadores são: população, IDHM, PIB Per Capita, IDEB do ensino médio da rede pública e índice de aprendizagem em Matemática do 3^a ano médio.

Os dados referente ao número de habitantes servirá para termos uma noção do tamanho desses municípios. Enquanto o IDHM e o PIB Per Capita, nos informará sobre a qualidade e padrão de vida dos habitantes dessas localidades, que de certa forma influencia e é influenciada pela educação, representada no quadro pelo IDEB.

Enquanto, o índice de aprendizagem em Matemática do 3º ano médio, descreve o rendimento dos alunos nessa disciplina no final da educação básica.

Quadro 3. Alguns dados dos municípios de Viana, Matinha, Olinda Nova do Maranhão, Penalva e Cajari.

Município	População Estimativa (2021)	Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) (2010)	PIB Per Capita (2018)	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) ensino médio (rede pública)		Índice de aprendizagem em Matemática do 3º ano médio em 2019 ⁵
				IDEB observado ano 2019	Meta de 2019	
Viana	52.852	0,618	R\$ 7.895,21	3.7	3.7	2%
Matinha	23.591	0,619	R\$ 6.951,88	3.2	3.8	1%
Olinda Nova do Maranhão	14.968	0,575	R\$ 6.201,32	3.6	3.5	2%
Penalva	38.987	0,554	R\$ 5.606,64	3.6	3.5	1%
Cajari	19.521	0,523	R\$ 5.351,20	3.4	3.6	1%
Maranhão	7 153 262	0,687	R\$ 13.956,00	3.8	4.3	3%
Brasil	213.317.639	0,765	R\$ 33.593,82	3.9	5.0	7%

Fonte: Pesquisa bibliográfica. IBGE⁶. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br>, INEP⁷. Disponível em: ideb.inep.gov.br e QEDu⁸. Disponível em: <http://www.qedu.org.br>. Acesso 20 dez. 2021

Com base nas informações do quadro, verifica-se que os municípios são pequenos e que os indicadores desses municípios não são bons.

Em relação ao IDHM, conforme as faixas de Desenvolvimento Humano Municipal apresentadas no mapa do IDHM do Brasil em 2010⁹, em que se considera o IDHM abaixo de 0,500 **muito baixo**; de 0,500 a 0,599 **baixo**; de 0,600 a 0,699 **médio**; de 0,700 a 0,799 **alto** e a partir de 0,800 **muito alto**. Esses municípios não apresentam índices bons, visto que de acordo com essas faixas dois possuem IDHM médio (Viana e Matinha) e 3 possuem IDHM baixo (Olinda Nova, Penalva e Cajari). Além disso, tanto o IDHM (2010) como o PIB Per Capita (2018) desses municípios exibem índices inferiores à média estadual e nacional.

⁵ Esse índice é calculado com base nos resultados da Prova Brasil 2019

⁶ Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

⁷ Instituto Nacional de Estudos e pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

⁸ Site desenvolvido pela Meritt e Fundação Lemann

⁹ Disponível em: <https://www.br.undp.org/>

O mesmo ocorre com os índices relacionados com a Educação. Os quais destacamos no quadro, o IDEB 2019 do ensino médio e o índice de aprendizagem em Matemática do 3º ano médio em 2019. Onde por meio desses dados, observa-se que a Educação nesses municípios não vem apresentando os resultados desejáveis, principalmente, no ensino de Matemática.

Becker (2020) destaca que o IDEB foi criado em 2006 pelo Ministério da Educação, cuja finalidade consiste em ser um indicador da qualidade da educação no Brasil. Padronizado em uma escala que vai de zero a dez, combina dados do desempenho dos alunos nas provas do Saeb, com o rendimento escolar, obtidos com base nos dados do Censo Escolar. De acordo essa autora:

O IDEB representou uma contribuição significativa para o acompanhamento do sistema educacional, tornando o debate mais transparente, objetivo e passível de verificação, tanto no âmbito nacional quanto em esferas mais específicas, como estado, município e escolas. Além disso, a composição do índice possibilitou a projeção de metas individuais intermediárias, o que permitiu acompanhar a melhoria da qualidade educacional (BECKER, 2020, p.185).

A partir dessa visão, compreendemos que o IDEB nos traz informações úteis sobre o processo de ensino e aprendizagem, pois os dados revelam como está a qualidade da educação em determinada escola, município ou estado. Além das metas colocadas, servir de estímulo para melhorar o ensino oferecido nessas localidades.

Ao entender a significância que esses dados do IDEB oferece, apresentamos no quadro a seguir as informações do IDEB de 2019 das escolas onde os professores pesquisados atuam, bem como, o índice de aprendizagem em Matemática do 3º ano médio, que é extraído com base no resultado do IDEB, que servirá para entendermos sobre a necessidade de práticas e ações que melhorem o desempenho dos alunos em Matemática.

Quadro 4. Índices educacionais das escolas pesquisadas

Escola	Índice de aprendizagem em Matemática 3º ano médio 2019	IDEB 2019		Município
		IDEB observado ano 2019	Meta de 2019	
Escola A	2%	4.5	4.5	Viana
Escola B	3%	3.5	3.6	Viana
Escola C	0%	3.6	3.9	Viana
Escola D	3%	4.2	4.5	Matinha

Escola E	0%	2.6	3.3	Matinha
Escola F	1%	3.7	3.8	Cajari
Escola G	1%	3.7	3.6	Olinda Nova
Escola H	0%	4.7	4.5	Penalva
Escola I	3%	3.6	-	Penalva
Escola J	0%	3.2	3.2	Penalva

Fonte: Pesquisa bibliográfica. INEP. Disponível em: ideb.inep.gov.br e do QEdu. <http://www.qedu.org.br>. Acesso em 20 dez. 2021.

Conforme os dados do quadro acima, a aprendizagem de Matemática no ensino médio nessas escolas está bem abaixo do esperado, pois os índices mostram que houve pouca aprendizagem da disciplina pelos alunos. Possivelmente esse resultado é fruto de um ensino deficiente e precário da disciplina nessas localidades.

Para mudar essa realidade, faz-se necessário melhorar o ensino desenvolvido nesses locais. Entretanto, para que isso ocorra, é preciso que os professores sejam formados adequadamente e que possuam não apenas conhecimento dos conteúdos que ministra, mas que utilize uma prática de ensino que favoreça a aprendizagem. Nesse caso, devem buscar alternativas de ensino melhores do que a desenvolvida atualmente, possibilitando que os alunos assimilem os conteúdos e alcancem melhor desempenho nas avaliações, principalmente em Matemática.

3.3 ABORDAGEM DA PESQUISA

A abordagem metodológica utilizada refere-se a uma pesquisa quantitativa, pois utilizamos critérios quantitativos e qualitativos no processo de obtenção e análise dos dados. Quantitativa pelo fato de utilizarmos recursos estatísticos para quantificar os dados obtidos e qualitativa devido haver informações que não podem ser quantificadas ou traduzidas em números e que estão relacionadas a aspectos subjetivos do elemento estudado.

Assim fizemos um levantamento de informações sobre o ensino de volume de prismas e pirâmides e a partir dos dados obtidos, analisamos e refletimos sobre a questão: É possível ensinar volume de prismas e pirâmides por atividades, considerando para além do conhecimento do conteúdo, os conhecimentos pedagógico e tecnológico? Em consonância com essa questão traçamos como objetivo geral da pesquisa: produzir um produto educacional para o ensino de volume

de prismas e pirâmides por meio do uso de atividades do Geogebra, que combine, o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico e o conhecimento tecnológico. Dessa forma, em relação ao objetivo, constituiu-se uma pesquisa exploratória. Segundo Gil (2008) as pesquisas exploratórias têm a finalidade de desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, considerando a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores. Ainda segundo esse autor:

De todos os tipos de pesquisa, estas são as que apresentam menor rigidez no planejamento. Habitualmente envolvem levantamento bibliográfico e documental, entrevistas não padronizadas e estudos de caso. [...] são desenvolvidas com o objetivo de proporcionar visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato. (GIL, 2008, p. 27).

Severino (2013, p. 107), expressa também que esse tipo de pesquisa “busca [...] levantar informações sobre um determinado objeto, delimitando assim um campo de trabalho, mapeando as condições de manifestação desse objeto”. Por meio dessas concepções, verifica-se que a pesquisa apresentada neste trabalho, diz respeito a uma pesquisa exploratória, visto que, as informações foram obtidas, por meio das seguintes técnicas de pesquisa: estudo bibliográfico, análise documental, e questionários.

3.4 TÉCNICAS DE PESQUISA

Severino (2013, p. 107) afirma que “as técnicas são os procedimentos operacionais que servem de mediação prática para a realização das pesquisas”. Assim podemos assegurar que as técnicas de pesquisa correspondem ao caminho ou procedimentos utilizados pelo pesquisador para obtenção dos dados da pesquisa. Dessa forma, para obtermos as informações desta investigação, adotamos os seguintes procedimentos: pesquisa bibliográfica, questionário piloto, questionário definitivo, análise documental e questionário de validação.

A primeira parte da pesquisa foi constituída pela pesquisa bibliográfica, etapa esta, em que pesquisamos em livros, artigos, dissertações e teses, informações relevantes sobre o ensino de geometria, mas principalmente sobre o ensino de volume de prismas e pirâmides, por intermédio dos quais, verificamos como esse conteúdo está descrito nas referências bibliográficas e nos documentos pesquisados. Nesse processo, também destacamos o uso do Geogebra em sala de aula e descrevemos algumas de suas vantagens para o ensino de volume de prismas e pirâmides.

Essa etapa permitiu a obtenção de informações relevantes, que possibilitaram o entendimento do processo histórico do ensino de Matemática e de geometria, além de compreendermos como tem sido tratado atualmente o ensino de geometria, em especial, o ensino de volume de prismas e pirâmides.

A segunda parte da pesquisa estruturamos em três partes, pesquisa piloto, pesquisa definitiva, construção e validação do guia de atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra.

A pesquisa piloto foi feita para verificar se questionário elaborado para pesquisa definitiva estava claro ou se haveria sugestões para melhoria. O questionário da pesquisa definitiva, serviu para obtermos as informações necessárias para conhecermos os professores e as perspectivas que possuem sobre o ensino de volume de prismas e pirâmides através de atividades no Geogebra.

O resultado da pesquisa definitiva, serviu para nortear a construção do produto educacional (Guia de atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides) proposto neste trabalho, mostrando a viabilidade da produção desse material didático para o ensino de volume de prismas e pirâmides e revelando de que forma poderíamos contribuir com os professores no ensino deste conteúdo utilizando o Geogebra.

Após a construção do Guia de atividades no Geogebra, realizamos a validação do produto por meio de um questionário de validação criado no google forms. Durante esse processo, disponibilizamos o produto educacional Guia de atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides aos professores, os quais, avaliaram e por meio do questionário fizeram a avaliação e validação do material produzido.

3.5 PESQUISA PILOTO

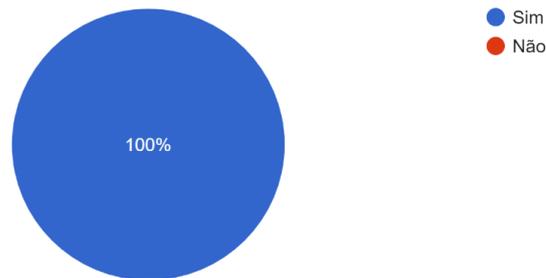
Antes da realização da pesquisa definitiva, fizemos uma pesquisa piloto com 8 professores de Matemática do ensino fundamental da região pesquisada. Essa pesquisa foi feita através de um questionário no google forms, disponibilizado no período compreendido do dia 22 de setembro 2021 até o dia 5 de outubro de 2021. Na qual buscou-se verificar a clareza das questões apresentadas no questionário, e se haveria sugestões de melhoria.

Esse tipo de teste tem “o objetivo de descobrir pontos fracos e problemas em potencial, para que sejam resolvidos antes da implementação da pesquisa

propriamente dita” (BAILER; TOMITCH; D’ELY, 2011, p.130). Dessa forma, esse tipo de procedimento serve para encontrarmos possíveis falhas no questionário, a fim de não termos problemas durante a pesquisa definitiva.

O gráfico a seguir apresenta o resultado sobre a clareza das questões após o teste piloto.

Gráfico 1. Clareza das questões



Fonte: pesquisa piloto (set/out, 2021)

Conforme mostra o gráfico, todos os professores consideraram as questões claras, validando-as para a pesquisa definitiva.

Em relação as sugestões de melhoria: seis não apresentaram sugestões e ressaltaram que o questionário estava bem elaborado; dois apresentaram sugestões, um citou o que deveria haver uma questão sobre o uso do laboratório de informática para manusear o Geogebra, a qual não consideramos necessária, pois o foco da pesquisa são as atividades feitas no Geogebra, que poderão ser usadas tanto no computador como no celular, em nosso caso pelo aplicativo Geogebra 3D, ou seja, não haverá tanta necessidade do laboratório, além do mais, nem todas as escolas possuem laboratórios de informática em condições adequadas para uso.

Outro professor disse que ao invés das perguntas serem voltadas para aulas do ensino médio, deveria ser perguntado sobre qualquer modalidade, porém não achamos coerente, pois a pesquisa está relacionada ao ensino médio, portanto, o questionário não poderia conter questões relacionadas a outros níveis de ensino.

Assim, o resultado da pesquisa piloto valida o questionário elaborado, o que torna viável seu uso na pesquisa definitiva.

3.6 QUESTÕES ÉTICAS

No processo de desenvolvimento desta pesquisa, tomamos os cuidados necessários para atender as questões éticas que devem conter em uma pesquisa,

onde apresentamos para cada participante ou sujeitos da pesquisa, o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, contendo as informações da pesquisa e o nosso compromisso de preservar sua identidade, além de destacar que as informações fornecidas serão usadas somente para fins acadêmicos.

Para preservar a identidade das escolas e dos sujeitos da pesquisa, utilizaremos nomes fictícios, os quais estão descritos nos quadros abaixo.

Quadro 5. Nomes fictícios das Escolas

Escolas	Município	Nome fictícios
1	Viana	Escola A
2	Viana	Escola B
3	Viana	Escola C
4	Matinha	Escola D
5	Matinha	Escola E
6	Cajari	Escola F
7	Olinda Nova	Escola G
8	Penalva	Escola H
9	Penalva	Escola I
10	Penalva	Escola J

Fonte: Pesquisa de campo (2021)

Quadro 6. Nomes fictícios dos sujeitos da pesquisa¹⁰

Sujeitos	Sexo	Nome fictícios
Sujeito A	Masculino	Professor A
Sujeito B	Masculino	Professor B
Sujeito C	Feminino	Professora C
Sujeito D	Feminino	Professora D
Sujeito E	Masculino	Professor E
Sujeito F	Masculino	Professor F

Fonte: Pesquisa de campo (2021)

¹⁰ A pesquisa foi feita com 36 professores, no entanto, neste quadro estão presentes os nomes fictícios de apenas 6 professores, os quais tiveram suas falas citadas nesta dissertação.

Definida a metodologia de pesquisa, tratamos de fundamentá-la, ou seja, utilizamos algumas bases teóricas para nos direcionar no alcance da solução do problema de pesquisa. Assim apresentamos na seção a seguir as concepções teóricas utilizadas para chegarmos ao produto final da pesquisa.

4 O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES: ASPECTOS TEÓRICOS A DESTACAR

Nesta seção, procuramos abordar as principais perspectivas teóricas que nos auxiliaram no desenvolvimento e na análise dos dados desta pesquisa, por meio das quais, foi possível verificar a relevância do produto educacional e sua utilidade para os professores de Matemática do ensino médio.

Assim tratamos neste tópico sobre os saberes docente a partir da visão de Shulman (1986); o modelo TPACK para o ensino de volume de prismas e pirâmides, os aspectos matemáticos sobre volume de prismas e pirâmides, o ensino da geometria no contexto tecnológico, com ênfase ao uso do Geogebra para o ensino, apresentamos a análise de alguns trabalhos que foram feitos com uso do Geogebra para ensinar volume dos sólidos geométricos.

4.1 SABERES DOCENTES NA VISÃO DE SHULMAN: PERSPECTIVA TEÓRICA PARA O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES.

Nos anos 80 conforme afirma Neira (2011), a questão dos saberes docente começava a ganhar destaque nas pesquisas. Nesse cenário surge Lee Shulman (1986), que conforme Neira (2011, p. 24) “foi um dos primeiros a destacar a importância do conhecimento específico dos conteúdos para o exercício da tarefa pedagógica”. Esse autor destaca também, que para Shulman (1986), “o professor deve possuir uma profunda compreensão dos conteúdos a serem ensinados e um bom conhecimento das possibilidades representacionais que eles possam ter” (p.24), além disso, deve considerar os “aspectos específicos dos contextos em que leciona e das pessoas que frequentam a escola que atua” (p. 24).

Almeida (2015, p. 57) aponta que nesse período, “o ensino permanecia como uma atividade mais geral, não estabelecia relações com o que estava sendo ensinado, por quem, para quem e em que nível de escolarização”, além disso, as pesquisas

relacionadas ao ensino davam maior ênfase a prática pedagógica e não se preocupavam tanto com questões referentes aos conteúdos.

Diante dessa situação, “Shulman (1986) e seus colaboradores tentavam resgatar o equilíbrio entre conteúdo e pedagogia” (ALMEIDA, 2015, p. 57). Por isso, conduziram suas investigações, partindo do princípio que o conhecimento do conteúdo e as ações do professor devem caminhar juntos, compondo a base do conhecimento (ALMEIDA, 2015).

Para Shulman (1987), a base do conhecimento pode ser dividida em categorias, as quais estão descritas no quadro abaixo:

Quadro 7. Categorias da base do conhecimento para o ensino e questões norteadoras de facilitação da compreensão.

Categoria	Descrição	Questão
Conhecimento do conteúdo	Conhecimento do conteúdo a ser ensinado, sua inserção em um campo disciplinar, suas implicações teórico-práticas e a relação com as demais disciplinas. É essencial ao fazer docente porque o processo de ensino inicia, necessariamente, em uma circunstância em que o professor compreende aquilo que deve ser aprendido e como deve ser ensinado. O pleno domínio do conteúdo específico amplia as possibilidades de intervenção docente, e sua deficiência restringe os caminhos a serem seguidos no ensino, pois dificulta compreender até que ponto o estudante aprendeu e quais os equívocos mais comuns.	O que se ensina?
Conhecimento pedagógico geral	Princípios e estratégias gerais de manejo e organização da aula que vão além da disciplina, de forma que a aplicação das metodologias de ensino-aprendizagem deva acontecer de maneira fluida e dinâmica, norteadas pelos objetivos de aprendizagem, para favorecer a construção do conhecimento, mitigando dificuldades discentes, tais como a de compreensão e de aplicação do conteúdo à realidade. Exige do professor uma preparação didática pedagógica em sua formação continuada e permanente.	Como se ensina?
Conhecimento do currículo	Domínio dos materiais e dos programas que servem como "ferramentas para o ofício" do professor, pois o ensino de uma disciplina ou conteúdo não é um fim em si mesmo, mas um veículo a serviço de outros fins. Logo, é essencial conhecer a organização e os princípios fundamentais do curso, a inserção do conteúdo e da disciplina na formação, a repercussão e contribuições desta disciplina para o discente e para a sua formação humana e profissional, de maneira a favorecer que o professor conduza a disciplina com consciência e intencionalidade.	Em que etapa do processo de ensino se está?
Conhecimento dos alunos e de suas características	Conhecimento dos estudantes, individual e coletivamente, em suas concepções, preconceções, formas de aprender e equívocos mais comuns, contextualizando-os em suas histórias de vida, para acolher as diferentes necessidades de aprendizagem. Na ausência desse conhecimento, o professor pode fundamentar suas decisões na visão que possui sobre como era, quando estudante, ou	Para quem se ensina?

	desconsiderar o processo de aprendizado discente, tendências que podem ter desdobramentos negativos, dificultando a adequação dos objetivos pedagógicos e adaptação das metodologias de ensino às características dos estudantes.	
Conhecimento do contexto educacional	Compreensão que abrange desde o aspecto micro, como o funcionamento do grupo, da turma e da escola, até o aspecto macro, como a gestão e financiamento escolar, até o caráter das comunidades e culturas. Essa consciência sobre a conjuntura baliza a operacionalização do ensino, favorece a assunção de maior compromisso com a instituição, a comunidade e a sociedade em geral.	Em que acreditam e como percebem o contexto social, cultural, político e econômico?
Conhecimento dos objetivos, as finalidades e os valores educacionais, e seus fundamentos filosóficos e históricos	Consciência de quais objetivos, finalidades e valores norteiam o ensino, os quais têm fundamentos filosóficos e históricos, estando manifestos, implícita ou explicitamente, no currículo e na cultura escolar. Também a busca pelo conhecimento da cultura de onde o estudante provém. O professor deve assumir uma postura de facilitador do processo de ensino-aprendizagem e centrar-se no desenvolvimento, para que o discente construa seu próprio saber, mas precisa reconhecer que este não constitui um ser sem concepções prévias, mas que deve evoluir a fim de atingir o conhecimento científico.	A partir de e para onde se ensina e de onde o outro aprende?
Conhecimento pedagógico do conteúdo	Conhecimento específico do professor que, na ação pedagógica, integra matéria e didática para tornar o conteúdo compreensível ao estudante, mobilizando as demais categorias do Conhecimento base para o ensino de forma sinérgica. Portanto, assume um papel de grande relevância no Conhecimento base e refere-se a uma construção pessoal do professor que, ao entrelaçar todas as suas vivências e combinar os conhecimentos, estrutura uma concepção particular e aprofundada sobre o assunto, visando ao seu ensino.	O que, como, quando, onde e por quê?

Fonte: Back et. al, (2018, p. 4)

Na visão de Shulman (1987) o ensino começa a partir do entendimento que o professor possui do que deve ser aprendido (conteúdos) e como deve ser ensinado (prática pedagógica), consistindo em um conjunto de atividades, por meio das quais, os alunos recebem instruções e oportunidades para aprender, no entanto ressalta, que a aprendizagem em última análise é de responsabilidade dos alunos. Esse autor destaca também que o professor pode transformar a compreensão de um conteúdo, habilidades didáticas e valores, em ações e representações.

A partir da perspectiva de Shulman (1987), destacamos que no desenvolvimento do ensino de volume de prismas e pirâmides, o professor precisa:

- Conhecer bem o conteúdo volume de prismas e pirâmides, uma vez que, o domínio desse conteúdo amplia a capacidade de intervenção docente, o que possibilita melhor condução do processo ensino-aprendizagem, aliás, se o

professor não possui um conhecimento adequado do conteúdo volume de prismas e pirâmides, não conseguirá dimensionar o nível de aprendizagem dos alunos, nem guiar adequadamente o processo de ensino, o que torna difícil a correção de alguns equívocos que surgem durante o percurso didático.

- Ter conhecimento pedagógico geral, de maneira que, recorra ao uso de metodologias que possibilitam ao processo ensino-aprendizagem de volume de prismas e pirâmides, maior fluidez e dinamismo, em que, haja redução das dificuldades de aprendizagens por parte dos alunos e garanta o alcance dos objetivos da aprendizagem do conteúdo.
- Conhecer o currículo em que o conteúdo volume de prismas e pirâmides está inserido, o qual serve para o professor compreender a organização e os princípios fundamentais da etapa de ensino, além de, nortear o professor na condução do ensino desse conteúdo, a fim de que entenda, quais as contribuições do conteúdo e da disciplina na formação humana e profissional dos alunos.
- Conhecer seus alunos, pois esse conhecimento, fundamenta a tomada de decisão do professor para o desenvolvimento do ensino de volume de prismas e pirâmides, ou seja, a compreensão das concepções, preconcepções, formas de aprender e equívocos mais comuns dos alunos. Esse conhecimento possibilita ao professor escolher melhor o caminho didático a ser realizado para ensinar esse conteúdo.
- Conhecer o contexto educacional em que está desenvolvendo a atividade docente, ou seja, a atividade de ensino no contexto escolar, não é realizada de forma isolada, ela também é influenciada por aspectos como: organização e funcionamento dos grupos e das turmas, estrutura física e pedagógica da escola, gestão e financiamento escolar, como também, aspectos relacionados a cultura e a comunidade em que os alunos estão inseridos. Diante desses fatores, o professor ao ensinar volume de prismas e pirâmides deve analisar o contexto, verificando como o processo de ensino desse conteúdo poderá ser realizado de forma mais eficiente.
- Conhecer os objetivos, as finalidades e os valores educacionais do ensino do conteúdo volume de prismas e pirâmides. Esse conhecimento permitirá que o professor estabeleça metas a serem alcançadas, entenda o grau de

importância do conteúdo e verifique se o ensino está sendo conduzido de maneira que possibilite aos alunos o desenvolvimento de bons valores educacionais. Nesse sentido, o professor precisa saber de onde está partindo e onde deseja chegar com seus alunos.

- Ter conhecimento pedagógico do conteúdo volume de prismas e pirâmides, por meio do qual, o professor tornará o conteúdo compreensível para os alunos. Neste caso, o professor mobiliza as outras categorias do conhecimento citadas acima para realizar o processo de ensino. De certa forma, esse conhecimento retrata o domínio que o professor possui do conteúdo e das ferramentas adequadas para o ensiná-lo, ou seja, o professor possui o conhecimento e as informações necessárias para realizar um bom ensino, podendo escolher o melhor caminho didático a ser percorrido.

Mediante o que foi exposto, percebemos que quando um professor desenvolve as categorias que constituem a base do conhecimento citadas por Shulman (1987), ele alcança os saberes docente necessários para realizar sua atividade docente com mais eficiência.

Além de apresentar as categorias que constituem a base do conhecimento Shulman (1987), destaca quatro grandes fontes para a base do conhecimento, as quais são: Formação acadêmica nas áreas de conhecimento ou disciplinas; Estrutura e materiais educacionais; Formação acadêmica formal em educação; e A sabedoria que deriva da própria prática.

- **Formação acadêmica nas áreas de conhecimento ou disciplinas;**

Conforme apresenta Shulman (1987), essa fonte baseia-se em duas fundações: uma é a bibliografia e os estudos acumulados nas áreas de conhecimento, a outra é a produção acadêmica histórica e filosófica sobre a natureza do conhecimento nesses campos de estudo. Nesse contexto, afirma, que o professor deve compreender:

as estruturas da disciplina, os princípios da organização conceitual e os princípios da investigação que ajudam a responder a dois tipos de perguntas em cada área de conhecimento: quais são as ideias e habilidades importantes desta área? E como são acrescentadas as novas ideias e abandonadas outras ideias consideradas deficientes pelos que produzem conhecimento nesta área? Em outras palavras, quais são as regras e procedimentos da boa pesquisa ou produção acadêmica na área? (SHULMAN,1987, p. 207-208)

Para o professor ter condições de compreender a disciplina e responder essas questões, é necessário que seja oferecido a ele uma boa formação acadêmica na área que está atuando ou irá atuar, além do professor se esforçar para conhecer e dominar os conteúdos da disciplina. Pois conforme afirma Shulman (1987), o conhecimento do conteúdo por parte do professor, serve como fonte primária para a compreensão deste pelo aluno, por isso, exige grande responsabilidade do professor, que necessita compreender com profundidade as estruturas da disciplina que leciona, além de suas atitudes e entusiasmo influenciarem o ensino e a aprendizagem do conteúdo.

➤ **Estruturas e materiais educacionais**

Consiste nas estruturas e materiais criados para ensinar e aprender. Inclui os currículos, com seus objetivos e sequências didáticas; a bibliografia utilizada no processo ensino e aprendizagem; as avaliações e os materiais relacionados; a organização das instituições; organizações profissionais de professores, com suas funções de negociação, mudança social e proteção mútua; agências governamentais em todos os níveis; e mecanismos gerais de gestão e finanças (SHULMAN, 1987).

➤ **Formação acadêmica formal em educação**

Consiste no corpo de literatura acadêmica que é ofertada para compreensão dos processos de escolarização, ensino e aprendizagem. Essa literatura apresenta resultados e métodos de pesquisa empírica nas áreas de ensino, aprendizagem e desenvolvimento humano, assim como os fundamentos normativos, filosóficos e éticos da educação. O objetivo é mostrar comportamentos e estratégias docentes que, com maior probabilidade, levam a ganhos de desempenho entre os alunos (SHULMAN, 1987).

➤ **A sabedoria que deriva da própria prática**

Consiste na sabedoria adquirida por meio da prática de professores competentes, os quais analisam e refletem sobre sua prática de ensino e a aprendizagem dos alunos. Nesse contexto, é importante que a comunidade acadêmica trabalhe com os educadores, a fim de desenvolver representações codificadas da sabedoria pedagógica adquirida com a prática de professores competentes (SHULMAN, 1987).

Diante do que foi exposto por Shulman, entendemos que embora o aluno deva ser o protagonista de sua aprendizagem, cabe ao professor tornar o ambiente mais favorável para que essa aprendizagem ocorra, ou seja, a função mediadora do professor é importante para facilitar a assimilação do conteúdo e determinante para que o aluno aprenda da maneira correta. Por isso, deve melhorar o seu conhecimento, capacitando para desenvolver um ensino melhor e estando preparado para exercer a sua função de docente com mais eficiência.

Nesse sentido, verificamos que a eficácia do ensino de volume de prismas e pirâmides dependerá grandemente do saber do professor, ou seja, dos conhecimentos que possui para realização do ensino desse conteúdo.

4.2 O MODELO TPACK E O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES POR MEIO DE ATIVIDADES NO GEOGEBRA

Conforme vimos no tópico acima, Shulman (1987) dividiu a base do conhecimento em categorias, entre as quais se destaca, a que denominou de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, que segundo Almeida (2015) está relacionada as abordagens de ensino, ou as formas de apresentação do conteúdo, de maneira que os alunos o compreendam.

Segundo Ciboto e Oliveira (2017), essa categoria de conhecimento concebida por Shulman (1987), impulsionou a Koehler e Misha (2005) desenvolveram o modelo TPACK (*Technological Pedagogical Content Knowledge*), em que integraram ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo apresentado por Shulman, o componente denominado Conhecimento Tecnológico, cuja proposta é apresentar um ensino baseado no uso das tecnologias digitais. Esse modelo fornece a estrutura necessária para descrever a interação entre tecnologia, pedagogia e conteúdo (HERRING et. al, 2016).

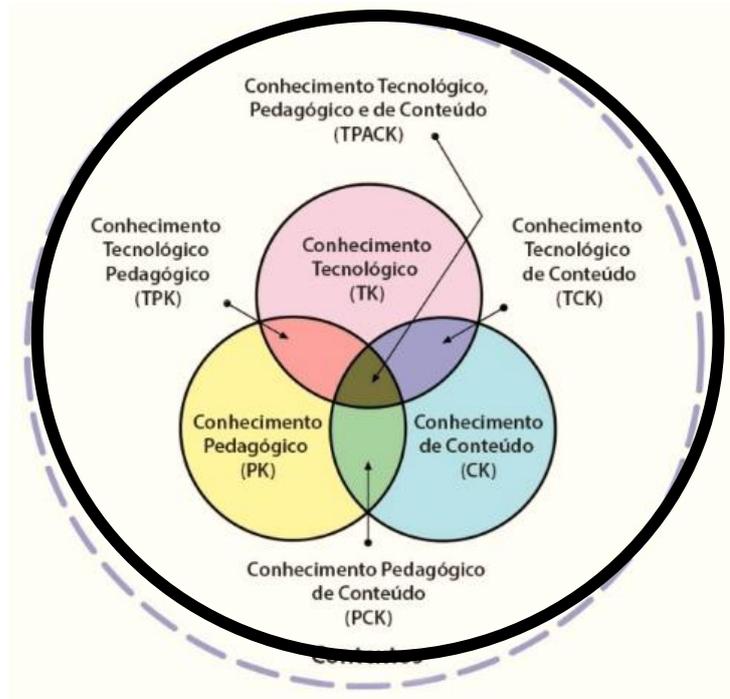
O TPACK tenta identificar a natureza do conhecimento exigido pelos professores para a integração da tecnologia em seu ensino, ao mesmo tempo em que aborda a natureza complexa, multifacetada e situada do conhecimento docente¹¹.

A estrutura do modelo TPACK é representada através de um diagrama de Venn, composto por três círculos que representam três categorias fundamentais de

¹¹ Parágrafo traduzido da página www.tpack.org

conhecimento: Conhecimento do Conteúdo (CK – *Content Knowledge*), Conhecimento Pedagógico (PK – *Pedagogical Knowledge*) e Conhecimento Tecnológico (TK – *Technological Knowledge*). A combinação desses três tipos fundamentais de conhecimento resulta em outros quatro tipos de conhecimento: o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK – *Pedagogical Content Knowledge*), o Conhecimento Tecnológico e Pedagógico (TPK – *Technological Pedagogical Knowledge*), o Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK – *Technological Content Knowledge*) e, a convergência de todos esses conhecimentos, resulta no Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo, ou seja, o TPACK (CIBOTO; OLIVEIRA, 2017).

Figura 1. Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo



Fonte: Pesquisa bibliográfica. Disponível em: <http://www.tpack.org/>. Acesso em 18 jun. 2022.

Quadro 8: Caracterização dos conhecimentos

TIPO DE CONHECIMENTO	CARACTERIZAÇÃO
Conhecimento do Conteúdo	Conhecimento dos professores sobre o assunto a ser ensinado ou aprendido.
Conhecimento Pedagógico	Profundo conhecimento dos professores sobre os processos e práticas ou métodos de ensino e aprendizagem. Eles abrangem, entre outras coisas, propósitos educacionais gerais, valores e objetivos. Essa forma genérica de conhecimento se aplica à compreensão de como os alunos aprendem,

	habilidades gerais de gerenciamento de sala de aula, planejamento de aulas e avaliação dos alunos.
Conhecimento Tecnológico	Conhecimento sobre certas formas de pensar e trabalhar com ferramentas e recursos tecnológicos. Isso inclui entender a tecnologia da informação de forma ampla, podendo aplicá-la produtivamente no trabalho e na vida cotidiana, sendo capaz de reconhecer quando a tecnologia da informação pode ajudar ou impedir a realização de um objetivo.
Conhecimento Pedagógico do Conteúdo	Semelhante à ideia de Shulman, é o conhecimento da pedagogia que é aplicável ao ensino do conteúdo específico. Trata da noção de transformação do assunto para o ensino, onde se estabelece as condições que promovem a aprendizagem e as ligações entre currículo, avaliação e pedagogia.
Conhecimento Pedagógico da Tecnologia	Compreensão de como o ensino e a aprendizagem podem mudar quando são usadas tecnologias específicas. Isso inclui conhecer as possibilidades e restrições pedagógicas de uma série de ferramentas tecnológicas no que se refere a projetos e estratégias pedagógicas apropriadas para o ensino.
Conhecimento Tecnológico do Conteúdo	Compreensão da maneira pela qual a tecnologia e o conteúdo influenciam e restringem um ao outro. Os professores precisam dominar mais do que o assunto que ensinam; eles também devem ter uma compreensão profunda da maneira pela qual o assunto pode ser alterado pela aplicação de tecnologias específicas. Os professores precisam entender quais tecnologias específicas são mais adequadas para abordar o aprendizado do assunto em seus domínios e como o conteúdo dita ou talvez até mude a tecnologia – ou vice-versa.
Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo	Conhecimento que traduz um ensino verdadeiramente significativo e qualificado com o uso da tecnologia. É diferente do conhecimento dos três conceitos individualmente (conteúdo, pedagogia e tecnologia). Em vez disso, o TPACK é a base de um bom ensino com a tecnologia e requer uma compreensão da representação de conceitos utilizando tecnologias; técnicas pedagógicas que utilizam as tecnologias de forma construtiva para ensinar o conteúdo; conhecimento de o que fazer com conceitos difíceis ou fáceis de aprender e como a tecnologia pode ajudar a corrigir alguns dos problemas enfrentados pelos alunos; conhecimento do conhecimento prévio dos alunos e das teorias da epistemologia; e conhecimento de como as tecnologias podem ser usadas para construir sobre os conhecimentos já existentes e desenvolver novas epistemologias ou fortalecer as antigas.

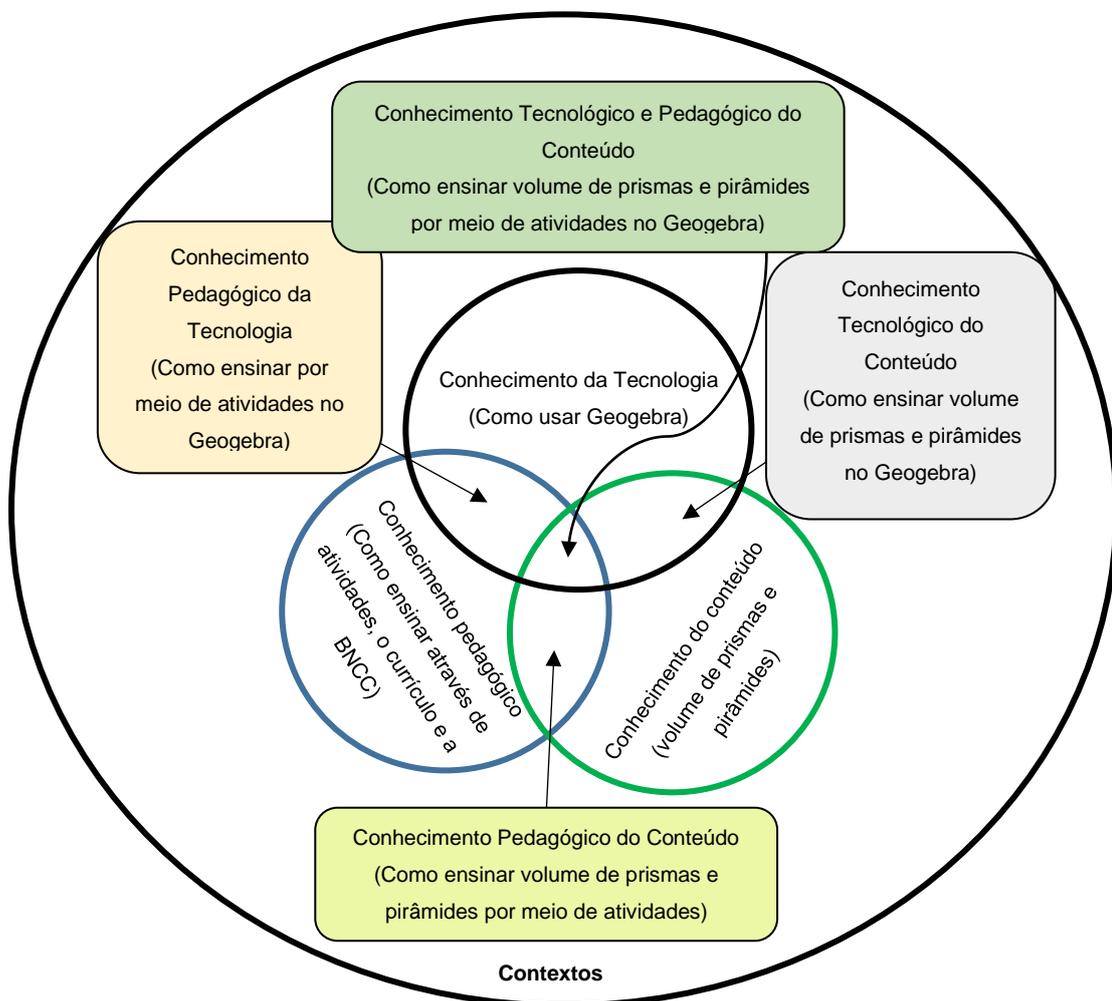
Fonte: Pesquisa bibliográfica. Disponível em: [http// www.tpack.org](http://www.tpack.org). Acesso em 18 jun. 2022

A partir das informações do quadro, percebemos que o modelo TPACK, consiste no uso simultâneo na atividade de ensino em sala de aula, do conhecimento do conteúdo, do conhecimento pedagógico e do conhecimento tecnológico, a fim de propiciar melhores condições para o aluno aprender. Nesse processo, professor faz

conexões entre as tecnologias, as formas de abordagens pedagógicas específicas e os conteúdos curriculares, produzindo um ensino baseado em tecnologias educacionais (CIBOTO; OLIVEIRA, 2017).

Mediante a compreensão da configuração do modelo TPACK, buscamos associar o conteúdo volume de prismas e pirâmides, com uma prática pedagógica que faz uso da tecnologia. Nesse contexto, verificamos que o ensino desse conteúdo através de atividades desenvolvidas no Geogebra se enquadra no modelo TPACK.

Figura 2. Diagrama do TPACK adaptado para volume de prismas e pirâmides



Fonte: Pesquisa bibliográfica (2022)

Na parte do **conhecimento do conteúdo**, destacamos o tema volume de prismas e pirâmides. Neste caso, os professores de Matemática precisam conhecer bem esse conteúdo para poderem ensinar de forma correta aos alunos. Aliás, se o professor não tiver conhecimento do conteúdo, não terá condições de ensiná-lo, por

isso, deve buscar primeiro compreender o conteúdo para depois transmiti-lo a seus alunos.

Na subseção 4.3, descrevemos um resumo do conteúdo volume de prismas e pirâmides, em que apresentamos informações que auxiliarão os professores no ensino deste conteúdo.

Em relação ao **conhecimento pedagógico**, destacamos o conhecimento do currículo, da BNCC, descritos na seção 2 e o ensino por atividades, que descreveremos mais adiante na subseção 4.5.

O conhecimento dos documentos normativos e dos objetivos da aprendizagem é fundamental para orientar a prática do professor em sala de aula, uma vez que, é por meio deste, que os professores sabem o que é exigido que os alunos aprendam e serve de base para escolha do caminho pedagógico.

Neste caso, escolhemos o ensino por atividades, como modelo de ensino, o qual pode contribuir para que o processo de ensino e aprendizagem alcance bons resultados.

No que diz respeito ao **conhecimento da tecnologia**, que trata do uso de uma tecnologia específica, adotamos o software Geogebra, que foi desenvolvido especificamente para o ensino de Matemática, com destaque para o ensino de Geometria. Tratamos com mais detalhes deste software na subseção 4.4.

A partir da combinação desses conhecimentos, conteúdo (volume de prismas e pirâmides), pedagógico (Ensino por atividades, Currículo e BNCC) e tecnológico (Geogebra), resulta no **conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo**, retratado no título desta dissertação (Ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra). Mediante essa configuração, enfatizamos que o ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra, estabelece a conexão entre esses três conhecimentos, de modo que, se o professor possuir domínio do conteúdo, entender como o aluno pode aprender volume de prismas e pirâmides por meio de atividades do Geogebra, conseguirá executar um ensino que provavelmente produzirá resultados satisfatórios.

Ao entender essa necessidade que os professores possuem do conhecimento do conteúdo volume de prismas e pirâmides, da utilidade do Geogebra e de compreenderem o ensino por atividades, tratamos nas subseções seguintes, sobre: Fundamentos Matemáticos de volume de prismas e pirâmides, em que discorreremos

sobre temas relevantes que devem ser ensinados deste conteúdo; sobre o ensino de geometria no contexto tecnológico, dando ênfase ao uso do Geogebra; e sobre o ensino por atividades.

4.3 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES

Nesta subseção trataremos sobre a abordagem Matemática do conteúdo volume de prismas e pirâmides.

Este tópico foi desenvolvido pensando no aluno e no professor do ensino médio, por isso, em nossa abordagem não recorreremos a estudos mais avançados sobre o tema, preferimos tratar o conteúdo de maneira básica e simples, a fim de facilitar a compreensão.

VOLUME DE POLIEDROS

O estudo de volume de poliedros está inserido na parte da geometria que trata dos sólidos geométricos, uma vez que, os poliedros são sólidos geométricos.

Os sólidos geométricos são objetos que possuem três dimensões, por isso são definidos no espaço que possuem pelo menos três dimensões. Assim conclui-se que os poliedros apresentam três dimensões, o que garante a existência de volume nesses objetos.

Antes de tratarmos sobre o volume de poliedros, precisamos entender primeiramente o que são os poliedros.

Poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos planos chamados face onde:

a) Cada lado de um desses polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono.

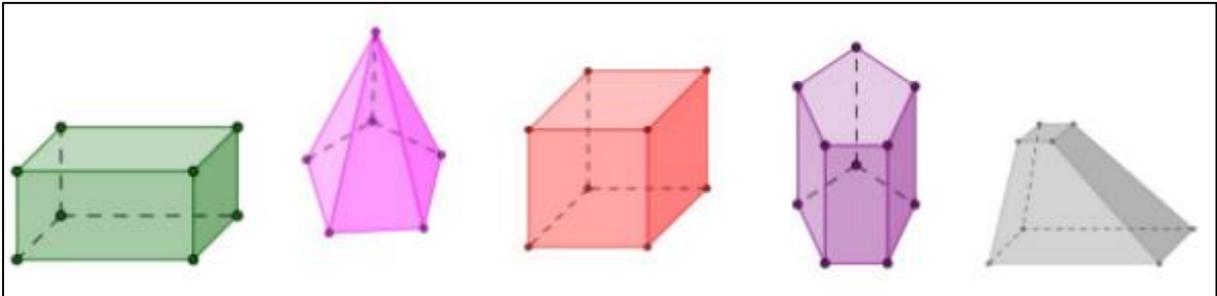
b) A interseção de duas faces quaisquer, ou é um lado comum, ou é um vértice ou é vazia. Cada lado de um polígono, comum a exatamente duas faces, é chamado uma aresta do poliedro e cada vértice de uma face é um vértice do poliedro.

c) É sempre possível ir de um ponto de uma face a um ponto de qualquer outra, sem passar por nenhum vértice (ou seja, cruzando apenas arestas)¹².

¹² Definição retirada do livro **A Matemática do Ensino Médio**, v. 2. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

Assim podemos entender os poliedros como sólidos geométricos formados por vértices, arestas e faces, cujas superfícies são polígonos.

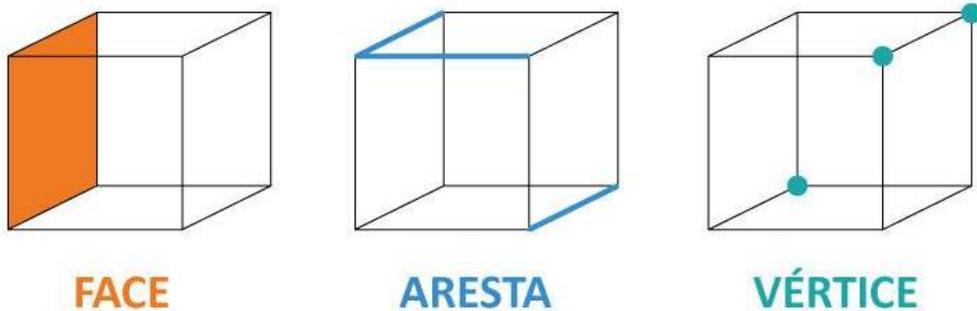
Figura 3. Exemplos de poliedros



Fonte: <https://d3uyk7qgi7fgpo.cloudfront.net>

- As faces são as superfícies planas poligonais que limitam o poliedro.
- Arestas são as interseções entre as faces do poliedro.
- Vértices são os pontos de encontro das arestas.

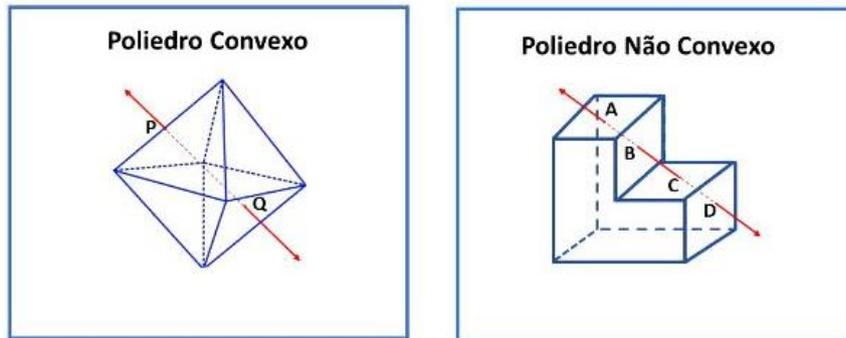
Figura 4. Face, aresta e vértice



Fonte: <https://www.educamaisbrasil.com.br/>

Os poliedros podem ser classificados como convexos ou não convexos (côncavos). Para entender que tipo de poliedro é, devemos verificar traçando um segmento de reta por dois pontos contidos no poliedro, se este segmento estiver inserido totalmente dentro do poliedro, então este será convexo. Caso contrário, não é convexo.

Figura 5. Poliedro convexo e poliedro não convexo

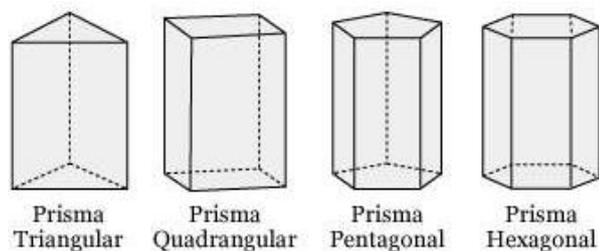


Fonte: <https://www.todamateria.com.br/>

Neste trabalho daremos ênfase aos poliedros convexos (prismas e pirâmides), visto que, são os que mais são explorados no ensino médio.

O **prisma** é um sólido geométrico que possui duas bases formadas por polígonos iguais e faces laterais formadas por paralelogramos.

Figura 6. Exemplo de prismas



Prisma
Triangular

Prisma
Quadrangular

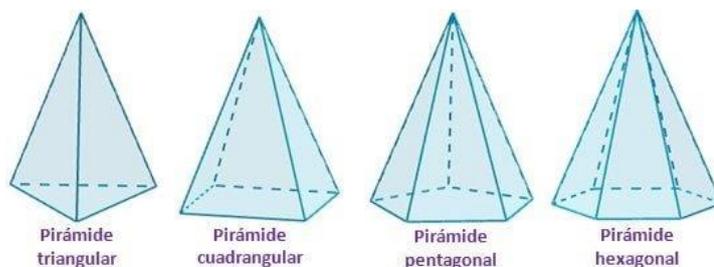
Prisma
Pentagonal

Prisma
Hexagonal

Fonte: <https://www.educamaisbrasil.com.br/>

A **pirâmide** é um poliedro com uma base formada por um polígono e as faces formadas por triângulos, unidas em um vértice a uma determinada altura.

Figura 7. Exemplo de pirâmides



Pirâmide
triangular

Pirâmide
cuadrangular

Pirâmide
pentagonal

Pirâmide
hexagonal

Fonte: <https://ead.faesa.br/blog/geometria-plana-e-espacial>

A seguir apresentamos a parte intuitiva de volume dos sólidos prismas e pirâmides.

Para construção dos subtópicos desta seção nos baseamos em Lima (1991) e Lima et al. (2016).

Ideia intuitiva de volume

Lima (1991, p. 61) afirma que o volume de um sólido pode ser entendido como a quantidade de espaço por ele ocupado, porém o autor ressalta que essa concepção não é uma definição matemática, mas apenas uma ideia intuitiva. Para melhor compreensão de como medir a grandeza "volume", esse autor diz que devemos comparar essa a quantidade de espaço com uma unidade; e o resultado dessa comparação será a medida do volume.

A comparação pode ser feita tomando como unidade de volume um cubo de aresta medindo uma unidade de comprimento. Esse cubo será denominado cubo unitário, em que o volume por definição mede **1** (LIMA, 1991).

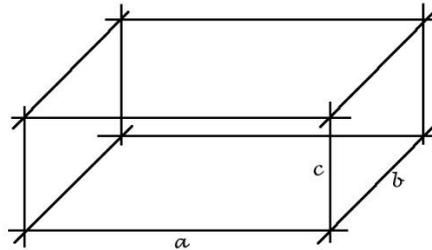
Assim, com base nessa ideia, o volume de um sólido **S**, deve ser um número que represente a quantidade de vezes que o sólido **S** contém o cubo unitário. Entretanto, esse princípio serve perfeitamente para calcular o volume de blocos retangulares, mas como o sólido pode ter uma forma irregular, não fica claro o que significa o número de vezes que um sólido contém o cubo unitário (LIMA et al., 2016). Por isso, existe a necessidade de utilizarmos métodos que permitam obter fórmulas para o cálculo de volume dos sólidos e de acordo com Lima (1991) esse objetivo forçará um reexame do conceito de volume, levando a uma definição precisa.

Volume de um bloco retangular (paralelepípedo e cubo)

O bloco retangular (ou paralelepípedo) é um poliedro formado por 6 faces retangulares. Sendo determinado por três medidas, as quais são: o comprimento (**a**), a largura (**b**) e a altura (**c**).

O volume desse bloco retangular será representado por **V (a, b, c)** e, como o cubo unitário é um bloco retangular, em que o comprimento, a largura e a altura medem **1**, então, **V (1,1,1) = 1**.

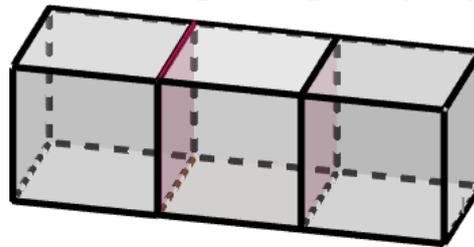
Figura 8. Bloco retangular de arestas a , b e c .



Fonte: Lima (1991, p. 62)

Para obter o volume desse bloco retangular, devemos entender que ele é proporcional a cada uma de suas dimensões. Isto significa que, se mantermos constantes a largura e a altura e, multiplicarmos o comprimento por um número natural n , o volume também ficará multiplicado por n , ou seja, $V(n \cdot a, b, c) = n \cdot V(a, b, c)$.

Figura 9. Três blocos retangulares iguais e justapostos



Fonte: Pesquisa bibliográfica (2021)

Na figura acima temos 3 blocos retangulares iguais e justapostos, colados em faces iguais. Conforme apresentado na imagem podemos observar, que o volume total é 3 vezes o volume de um deles. Isto nos mostra que, se mantidas constantes duas dimensões de um bloco retangular, seu volume será proporcional à terceira dimensão. Portanto, sendo a , b e c as dimensões de um bloco retangular, temos:

$$V(a, b, c) = V(a \cdot 1, b, c)$$

$$V(a, b, c) = a \cdot V(1, b, c) = a \cdot V(1, b \cdot 1, c)$$

$$V(a, b, c) = a \cdot b \cdot V(1, 1, c) = a \cdot b \cdot V(1, 1, c \cdot 1) = a \cdot b \cdot c \cdot V(1, 1, 1)$$

$$V(a, b, c) = a \cdot b \cdot c \cdot 1$$

$$V(a, b, c) = a b c$$

Logo, o volume do bloco retangular (ou paralelepípedo) é o produto de suas dimensões. Para facilitar o entendimento, se uma face de dimensões a e b está contida em um plano horizontal, chamaremos de base e a dimensão c de altura. Assim

podemos dizer que o volume de um bloco retangular é o produto da área da base pela altura.

Volume do paralelepípedo = (área da base) x (altura).

$$V_{\text{paralelepípedo}} = a \cdot b \cdot c$$

Como o cubo é um caso especial de bloco retangular, pois todas as suas arestas possuem a mesma medida. Nesse sentido, o cubo é um paralelepípedo regular, portanto para calcularmos o seu volume, basta utilizarmos a fórmula expressa acima, assim temos:

No cubo de aresta a , temos $b = a$ e $c = a$.

$$V = a \cdot b \cdot c \Rightarrow V = a \cdot a \cdot a \Rightarrow V = a^3$$

$$\mathbf{Volume\ do\ cubo = a^3}$$

Conforme afirma Lima et al. (2016), o processo realizado acima foi feito com base em um fato completamente intuitivo (mas que, na verdade é um axioma). Este axioma é definido da seguinte forma: “se dois sólidos são tais que possuem em comum, no máximo pontos de suas cascas, então, o volume da união de dois é a soma dos valores de cada um”.

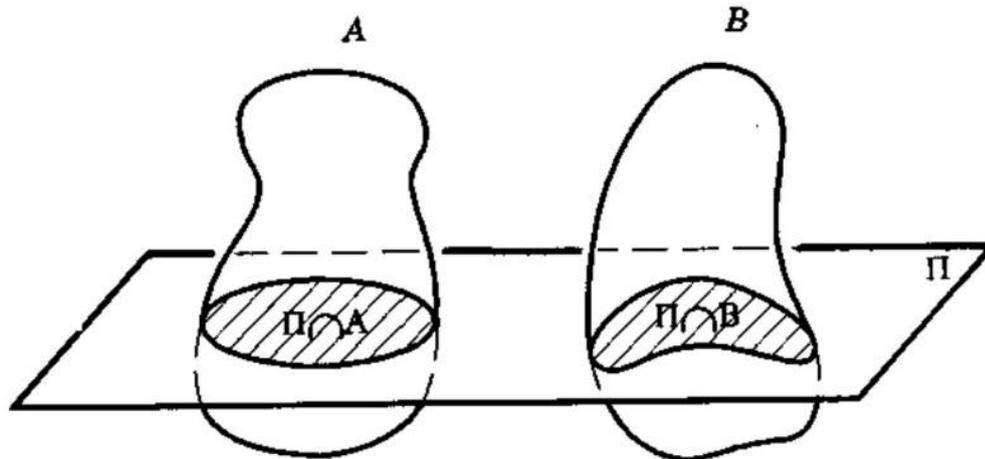
A partir dessa concepção, podemos usar adequadamente o termo justapostos e ainda podemos dizer que, “se um sólido está dividido em vários outros, então, seu volume é a soma dos volumes de suas partes” (LIMA et al., 2016, p. 246).

Princípio de Cavalieri

Em Lima (1991), encontramos o enunciado apresentado abaixo para o princípio de Cavalieri.

Sejam A e B dois sólidos. Cada plano Horizontal π determina, nos sólidos A e B , seções planas indicadas respectivamente por $\pi \cap A$ e $\pi \cap B$. As quais são interseções do plano π com os dois sólidos dados. Se, para todos os planos horizontais π , a figura $\pi \cap A$ tem a mesma área que a figura $\pi \cap B$, pelo princípio de Cavalieri afirmamos que o volume de A e o volume de B são iguais.

Figura 10. Princípio de Cavalieri



Fonte: Lima (1991, p. 70)

Assim conforme Lima (1991, p. 71) o enunciado do Princípio de Cavalieri pode ser descrito da seguinte forma: “Sejam A e B dois sólidos. Se qualquer plano horizontal secciona A e B segundo figuras planas com áreas iguais, então volume de A = volume de B”.

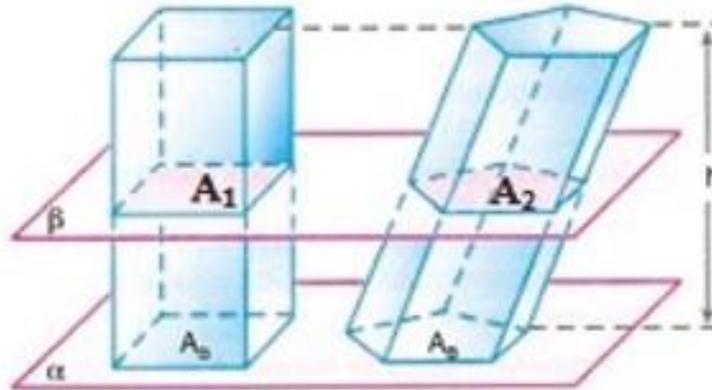
De acordo com Lima et al. (2016) a demonstração do Princípio de Cavalieri envolve conceitos avançados de Teoria da Medida, os quais não estão acessíveis para os alunos do ensino médio, dessa forma, o professor deve simplesmente apresentar exemplos, que faça o aluno entender que esse princípio é verdadeiro.

Volume do Prisma

Em Lima et al. (2016) temos que pelo Princípio de Cavalieri, podemos encontrar o volume do prisma. Para isto tomamos um prisma de altura h , cuja base seja um polígono de área A_b , contido em um plano horizontal α . Construímos ao lado um paralelepípedo retângulo com altura h e que sua base seja um retângulo de área A_b .

Suponhamos que os dois sólidos sejam cortados por um outro plano horizontal β , que produz seções de áreas A_1 e A_2 , no paralelepípedo e no prisma, respectivamente. Ora, o paralelepípedo é também um prisma e, sabemos que todo prisma, as seções paralelas à base são congruentes a essa base. Portanto, como figuras congruentes tem mesma área, temos que $A_1 = A_b = A_2$, assim pelo Princípio de Cavalieri, os dois sólidos têm mesmo volume. Como o volume do paralelepípedo é o produto (**área da base**) \times (**altura**), ou seja, $A_b \cdot h$, o volume do prisma é também o produto da área de sua base por sua altura.

Figura 11. Volume do prisma



Fonte: proenem¹³ (2021)

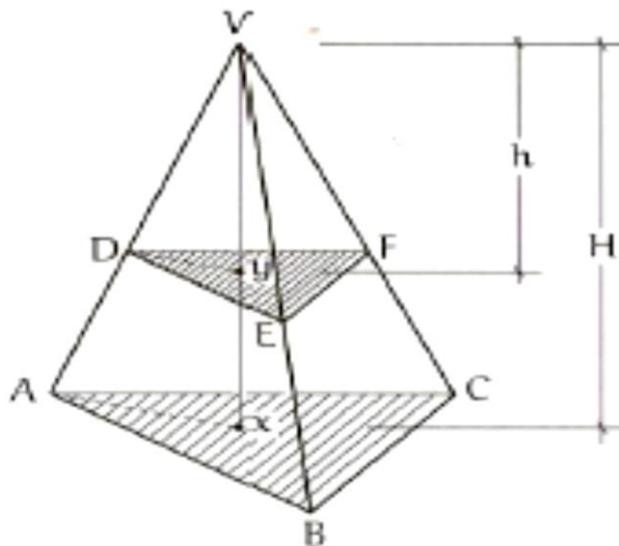
Volume do prisma = (área da base) x (altura).

$$V_{prisma} = A_b \cdot h$$

Volume da Pirâmide

Conforme apresentado por Lima et al. (2016), para determinarmos o volume da pirâmide, precisamos de resultados adicionais. Em particular o que importa é a certeza de que, se um vértice de uma pirâmide se move em um plano paralelo à base, o volume dessa pirâmide não se altera. Para isso, examinemos o que ocorre quando uma pirâmide é seccionada por um plano paralelo à sua base.

Figura 12. Pirâmide seccionada por um plano paralelo à base



Fonte: Lima et al. (2016, p.251)

¹³ Disponível em: <https://proenem.com.br/>. Acesso em 02 dez. 2021

A figura acima mostra uma pirâmide de vértice V , base ABC e altura H . Um plano paralelo a ABC , distando h do vértice V , produziu nessa pirâmide uma secção DEF .

Dois fatos importantes com respeito a situação apresentada acima são:

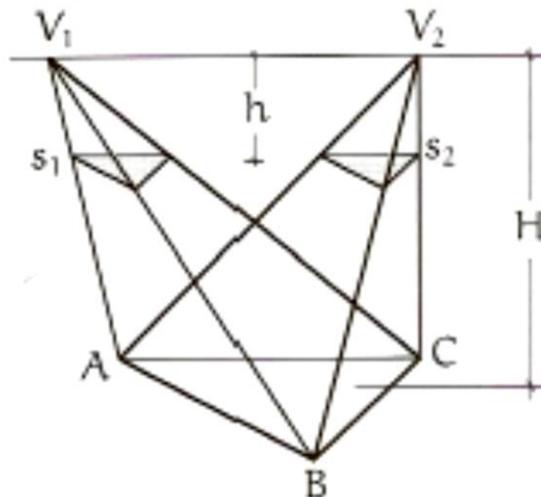
1) A secção e a base da pirâmide são figuras semelhantes e a razão de semelhança é $\frac{h}{H}$.

2) A razão entre as áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança.

Vejam agora, um teorema que nos permitirá obter o volume da pirâmide.

Teorema. Duas pirâmides de mesma base e mesma altura têm mesmo volume.

Figura 13. Pirâmides de mesma base e mesma altura



Fonte: Lima et al. (2016, p. 252)

A figura acima mostra duas pirâmides de mesma base ABC , cujos vértices são V_1 e V_2 e com mesma altura H . Um plano paralelo ao plano ABC e distando h dos vértices das pirâmides, produziu seções S_1 e S_2 nas duas pirâmides.

Seja A a área da base ABC e sejam A_1 e A_2 as áreas das seções S_1 e S_2 , respectivamente. Pelos argumentos citados, temos que:

$$\frac{A_1}{A} = \left(\frac{h}{H}\right)^2 = \frac{A_2}{A}$$

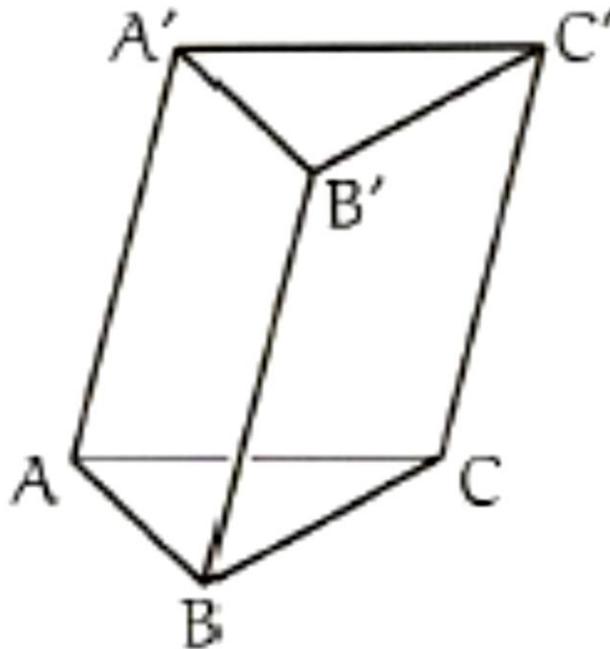
Onde concluímos que $A_1 = A_2$. Pelo Princípio de Cavalieri, as duas pirâmides têm mesmo volume.

Conforme descrito em Lima et al. (2016, p. 252) “o fato de podermos movimentar o vértice de uma pirâmide em um plano sem alterar o seu volume é a chave para a demonstração do volume da pirâmide de base triangular”. O teorema a seguir mostra isto.

Teorema. O volume de uma pirâmide triangular é igual a um terço do produto da área da base pela altura.

Consideremos então um prisma triangular cujas bases são os triângulos ABC e $A'B'C'$, conforme a figura a seguir. Seja A a área de ABC e seja h a altura do prisma. Conforme foi apresentado aqui, o volume do prisma é $A.h$.

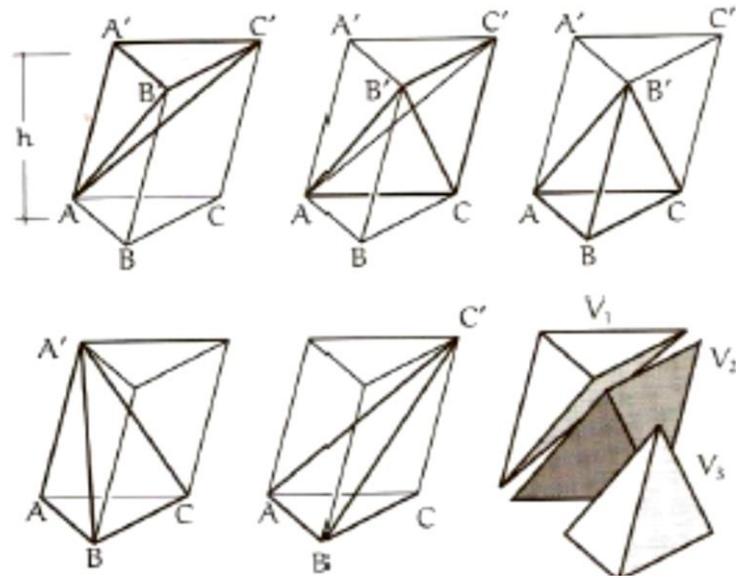
Figura 14. Prisma de base triangular



Fonte: Lima et al. (2016, p.253)

Dividamos esse prisma em três tetraedros: $A - A'B'C'$, $B' - ACC'$ e $B' - ABC$, como mostram a figura a seguir:

Figura 15. Decompondo o prisma em tetraedros de mesmo volume



Fonte: Lima et al. (2016, p.254)

Sejam V_1 , V_2 e V_3 os volumes respectivos dos três tetraedros citados e seja V o volume do prisma. Pelo teorema anterior, sabemos que o volume de uma pirâmide não se modifica, quando, mantendo a base fixa, movemos o vértice em um plano paralelo a essa base. Tendo isto em mente podemos concluir:

$$V_1 = V(A - A'B'C') = V(A - A'BC') = V(A - A'BC) = V(A' - ABC)$$

$$V_2 = V(B' - ACC') = V(B - ACC') = V(C' - ABC)$$

$$V_3 = V(B' - ABC)$$

Assim concluímos, que o volume do prisma é igual à soma dos volumes de três tetraedros: $A' - ABC$, $B' - ABC$ e $C' - ABC$, com a mesma base do prisma e com alturas iguais a do prisma. Portanto, cada um deles tem volume igual a um terço do volume do prisma. Então fica demonstrado que o volume da pirâmide de base triangular é igual a um terço do produto da área da base pela altura.

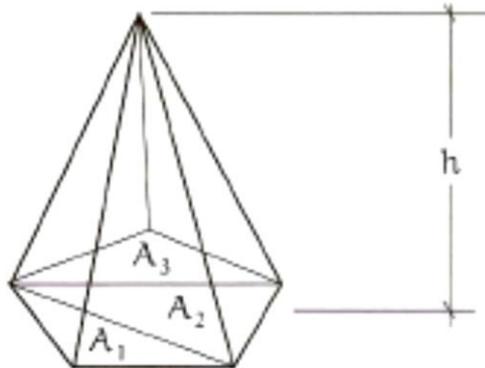
Para estender esse resultado para uma pirâmide qualquer, utilizaremos o teorema a seguir.

Teorema. O volume de qualquer pirâmide é igual a um terço do produto da área da base pela altura.

A figura abaixo mostra que qualquer pirâmide pode ser dividida em pirâmides de base triangular. Essa divisão é feita dividindo-se a base em triângulos justapostos

por meio de diagonais e definindo cada plano de divisão da pirâmide por uma dessas diagonais da base e pelo vértice da pirâmide.

Figura 16. Pirâmide dividida em pirâmides de base triangular



Fonte: Lima et al. (2016, p.255)

Suponhamos que a pirâmide tenha altura h e que sua base, de área A , tenha sido dividida em n triângulos de áreas: A_1, A_2, \dots, A_n . Como o volume da pirâmide é a soma dos volumes das pirâmides triangulares, temos que seu volume é:

$$V = \frac{1}{3}A_1h + \frac{1}{3}A_2h + \dots + \frac{1}{3}A_nh$$

$$V = \frac{1}{3}(A_1 + A_2 + \dots + A_n)h$$

$$V = \frac{1}{3}Ah.$$

Assim verificamos que de fato, o volume de qualquer pirâmide é:

$$\text{Volume da pirâmide} = \frac{1}{3} (\text{área da base}) \times (\text{altura}).$$

O conhecimento Matemático sobre os poliedros é indispensável para o professor realizar um bom ensino deste conteúdo, uma vez que, as atividades que compõem o produto educacional serão elaboradas tendo em vista esse conhecimento.

O próximo sub tópico sobre o ensino de geometria no contexto tecnológico, onde destacamos em especial o uso do Geogebra em sala de aula.

4.4 O ENSINO DE GEOMETRIA NO CONTEXTO TECNOLÓGICO

A Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) possui grande utilidade para o ensino de geometria, uma vez que pode trazer ao ensino um caráter exploratório, dinâmico e prazeroso. Para Andrade (2016, p13) a tecnologia se usada de maneira correta no ensino, pode despertar o interesse dos alunos e tornar a aprendizagem mais satisfatória, além de propiciar várias possibilidades ao processo de ensino. Essa compreensão demonstra que os professores de hoje não podem ficar alheios às novas tecnologias que surgem, principalmente, as que são desenvolvidas com a finalidade educacional.

De acordo com Andrade (2016)

As ferramentas tecnológicas, aliadas ao processo de ensino, podem permitir ao aluno desenvolver competências como raciocínio lógico, leitura e interpretação, relacionar conhecimentos, modelar situações, estudo independente, atualização, interpretação da realidade e, por último, capacidade de avaliar e resolver problemas (ANDRADE, 2016, p.13).

Nesse sentido, a tecnologia pode facilitar o processo de ensino e, por conseguinte, possibilitar que os alunos desenvolvam as aprendizagens necessárias em relação aos conteúdos trabalhados. Conforme afirma Santos (2017) o uso da tecnologia permite uma observação mais ampla dos objetos estudados, pois possibilita que o aluno veja, movimente e construa os objetos, provocando questionamentos, e esse processo seria difícil fazer apenas com lápis e papel.

Entretanto, a prática pedagógica que faz uso da tecnologia deve ser conduzida com bastante cuidado, pois algumas ferramentas tecnológicas podem se tornar apenas uma distração para os alunos, comprometendo os resultados das atividades. Por isso, é imprescindível que o professor saiba utilizar a tecnologia, a fim de proporcionar aos discentes uma aprendizagem significativa (BARROSO et al., 2018, p. 43). Haja vista que esse conhecimento será necessário para acompanhar todo o processo de execução das atividades realizadas pelos alunos. Além de que essas ferramentas “se bem utilizadas, podem beneficiar o trabalho pedagógico, com propostas dinamizadoras na construção do saber, despertando a criatividade e a inovação nos alunos” (BRITO et al., 2018, p.52).

Uma ressalva a ser feita em relação a tecnologia, é que seu uso só será possível se os alunos tiverem acesso e as condições necessárias para seu uso. Nesse quesito, cabe a escola oferecer as condições e suporte para que os alunos possam

ter contato com os recursos tecnológicos. De alguma forma, a escola precisa disponibilizar computadores com acesso à internet ou que seja possível a instalação dos softwares educacionais, como também possibilitar que os alunos utilizem os celulares como ferramentas tecnológicas úteis ao processo de ensino.

Além das situações descritas acima, a escola deve proporcionar o que destaca Sá e Salgado (2015), um espaço de formação, onde os alunos possam conhecer e aprender a utilizar as tecnologias que fazem parte do contexto em que estão inseridos. Dessa forma o uso da tecnologia se tornará um recurso viável e que pode trazer bons resultados para o ensino de geometria.

Uma outra questão a ser considerada é a escolha de um programa, pois “no uso da tecnologia para o aprendizado da Matemática, a escolha de um programa torna-se um fator que determina a qualidade do aprendizado” (BRASIL, 2006, p.89). Para Sousa (2018) essa escolha deve levar em consideração o conteúdo a ser trabalhado; os objetivos; as possibilidades de recursos multimídias e instalação do software, além dos custos de aquisição e utilização. Em especial, verifica-se que:

Para o aprendizado da geometria, há programas que dispõem de régua e compasso virtuais e com menu de construção em linguagem clássica da geometria – reta perpendicular, ponto médio, mediatriz, bissetriz etc. Feita uma construção, pode-se aplicar movimento a seus elementos, sendo preservadas as relações geométricas impostas à figura – daí serem denominados programas de geometria dinâmica (BRASIL, 2006, p.88).

Nesse sentido a geometria dinâmica, diz respeito ao uso de ferramentas tecnológicas, que possibilitam construir e movimentar as figuras geométricas. Isotani e Brandão (2006) ratificam esse pensamento, afirmando que o termo dinâmico pode ser entendido como oposição a estrutura estática das construções da geometria tradicional (aquela de régua e compasso), ou seja, na geometria dinâmica o aluno realiza as construções e manipula os objetos, sem alterar suas propriedades originais.

Os programas de geometria dinâmica permitem com que as aulas, ocorram de forma mais interativa, apresentando um campo visual, que oferece um melhor entendimento para os alunos. Dentre esses programas podemos destacar o Geogebra, que dispõe de muitos recursos matemáticos que podem favorecer o desenvolvimento do ensino de Matemática e, em especial da geometria. O seu uso é visto como vantajoso, além de ser gratuito e de fácil instalação.

Assim entendendo a necessidade de conhecermos mais sobre o Geogebra e sua contribuição para o ensino, abordamos na seção seguinte um pouco sobre o esse software e seu uso como alternativa para o ensino de Matemática.

4.4.1 O GEOGEBRA COMO ALTERNATIVA DE ENSINO

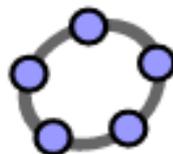
O ensino sofreu grande impacto atualmente devido a necessidade imposta pela pandemia provocada pelo COVID-19¹⁴, em que os professores tiveram que aprender usar diversas ferramentas tecnológicas para continuarem com as atividades de ensino. Nesse contexto, surge o Geogebra como uma alternativa a ser usada no ensino de Matemática.

O Geogebra é um software de Matemática dinâmica desenvolvido em 2001 pelo matemático austríaco Markus Hohenwarter, com a finalidade de auxiliar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Para isso, combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação e pode ser utilizado em todos os níveis de ensino¹⁵.

Inicialmente foi criado para ser usado em computadores, mas sofreu modificações que o tornou mais acessível e prático. Hoje o Geogebra pode ser utilizado em dispositivos móveis como tablets, smartphones Android, iPads e iPhones (COUTINHO JÚNIOR, 2018).

Atualmente, o Geogebra está presente em praticamente todos os países e a sua popularidade tem crescido cada vez mais, alcançando milhões de usuários em praticamente todos os países. Tornou-se um líder na área de softwares de Matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (GEOGEBRA, 2019).

Figura 17. Ícone do aplicativo Geogebra



Fonte: www.geogebra.org

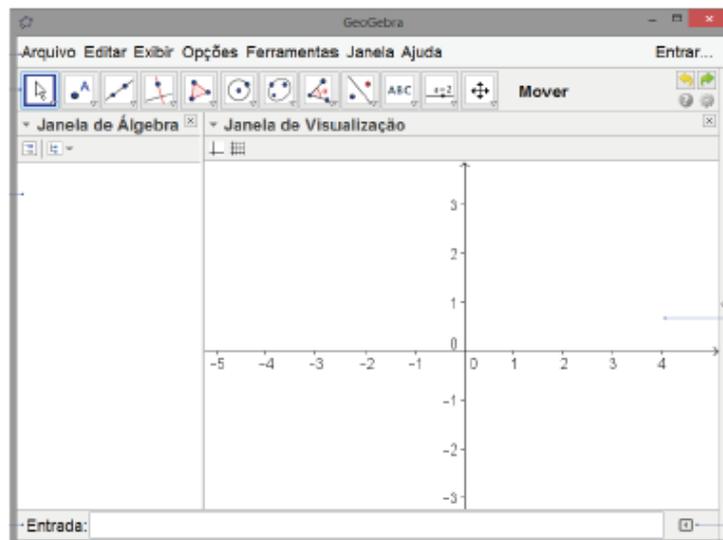
¹⁴ **COVID** significa Corona Vírus Disease (Doença do Coronavírus), enquanto o número **19** se refere ao ano que começou a circulação do vírus, ou seja, 2019. Disponível em: <https://portal.fiocruz.br/>.

¹⁵ Parágrafo elaborado com base nas informações disponíveis no site <https://www.geogebra.org/> e <https://www.pucsp.br/geogebra/>.

Para Sousa (2018) o Geogebra apresenta algumas características que favorece seu uso no ensino de Matemática, as quais são: o fato de ser um software multilíngue, gratuito e de fácil acesso; apresenta uma interface de fácil compreensão; permite que os alunos desenvolvam experiências práticas dos conteúdos de Matemática, onde poderão manipular, variáveis através de objetos e controles deslizantes, além de possibilitar a resolução de problemas matemáticos de maneira bem prática.

Esse aspecto prático do Geogebra é essencial para os alunos compreenderem e assimilarem os conceitos e propriedades matemáticas de maneira correta, diminuindo as concepções erradas. De certa forma, o Geogebra auxilia a construção do conhecimento matemático, permitindo aos alunos visualizar e manipular os objetos matemáticos, e por meio destes descobrir e validar os conceitos e propriedades.

Figura 18. Interface inicial do Geogebra



Fonte: www.geogebra.org

De acordo com Silva (2016) o Geogebra substitui as tecnologias artesanais como régua, compasso e transferidor, e possibilita a interação, manipulação, criação e construções geométricas mais precisas, além de permitir o armazenamento dessas construções. Tais características aliadas aos aspectos apresentados por Sousa (2018) são fundamentais para tornar o Geogebra um bom recurso para sala de aula e para o ensino de Matemática.

Contudo, apesar de Sousa (2018) dizer que o Geogebra possui uma interface simples, é preciso entender que existem construções e atividades feitas no software que possuem um alto nível de complexidade para suas criações. Por isso, existe a

necessidade dos professores terem conhecimento de como usar as ferramentas disponíveis, de modo que consigam desenvolver com os alunos as atividades propostas. Nessa perspectiva, surge a necessidade de treinamentos e cursos sobre como utilizar as ferramentas do Geogebra, ou seja, os professores precisam buscar capacitação para melhor utilizar os recursos disponíveis nesse software.

No Brasil apesar do uso do Geogebra em sala de aula ter crescido, ainda existem um considerável número de professores que não o utilizam em suas aulas. Dentre os fatores que levam a essa situação, pode-se destacar: a falta de conhecimento desse recurso tecnológico; o fato de não saberem utilizar ou terem dificuldade com tecnologia; por acharem que a aulas gastam muito tempo; por não encontrarem suporte e estrutura para uso da tecnologia na escola etc.

Porém, quando os professores passam pela primeira experiência com software, descobrem que o ensino com o Geogebra é uma boa alternativa para o ensino de Matemática, pois permite aos alunos assimilarem os conteúdos de forma prática, dinâmica, interativa, prazerosa, atrativa, lúdica e produtiva, além de propiciar, o protagonismo dos alunos no processo de ensino e aprendizagem, em que poderão encontrar respostas para muitos dos seus questionamentos, manipulando as ferramentas do Geogebra. É por isso, que o Geogebra tem chamado a atenção de muitos professores e pesquisadores em Educação Matemática. Como resultado desse interesse, surgiram muitas pesquisas e trabalhos em torno do uso desse software em sala de aula, o qual tornou-se hoje um dos principais programas usado no ensino de Matemática.

O tópico a seguir apresentamos análise de alguns trabalhos que foram feitos sobre o ensino de volume de Sólidos Geométricos (área da geometria em que o estudo volume de prismas e pirâmides está inserido), tendo em vista, o uso do Geogebra em sala de aula.

4.4.2 O ESTADO DO CONHECIMENTO ACERCA DO ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES NO CONTEXTO DO GEOGEBRA

Diante da necessidade de obter resultados mais satisfatórios na sala de aula em relação ao ensino de Matemática, em especial, ao ensino de volume de prismas e pirâmides, os professores de Matemática devem pesquisar, analisar e adotar

alternativas de ensino, que apresentam resultados mais eficazes do que o modelo tradicional de ensino.

Nessa perspectiva, encontramos e selecionamos trabalhos que foram desenvolvidos, tendo em vista, o ensino de volume dos sólidos geométricos (parte da geometria em que o volume dos prismas e das pirâmides está inserido) com uso do Geogebra. Os quais servem para analisarmos a eficácia do ensino com o auxílio desse software.

Assim apresentamos neste tópico o Estado do Conhecimento, que consiste na análise de algumas pesquisas realizadas em torno do título desta dissertação. Por meio da análise desses trabalhos, buscamos obter informações úteis para o desenvolvimento desta pesquisa, que contribua para entendermos a utilidade do Geogebra para o ensino do conteúdo aqui tratado e que sirva de base para os professores de Matemática trabalharem com este software em sala de aula.

As dissertações analisadas compreendem o período de 2017 a 2019, cuja escolha foi feita a partir de pesquisas no Google Acadêmico, no catálogo de Teses e Dissertações da Capes e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

A seleção dos trabalhos foi feita a partir das palavras chaves: volume “Sólidos Geométricos”, “volume no geogebra” e “volume de sólidos geométricos Geogebra”.

Para este estudo, selecionamos as pesquisas que apresentaram aspectos relevantes sobre o ensino de volume dos sólidos geométricos por meio do Geogebra, que ao serem executadas mostraram resultados significativos e que tinham relação com a problemática desta pesquisa.

Os estudos descritos neste tópico foram feitos pelos autores: Santos (2017), Sampaio (2018), Coutinho Júnior (2018) e Silva (2019).

O primeiro trabalho que analisamos foi a dissertação de Santos (2017), que teve como título: Possibilidades de uso do Geogebra para compreensão de conceitos geométricos da geometria espacial: uma experiência com alunos do terceiro ano do ensino médio.

Santos (2017), fez uma investigação a partir da utilização do Geogebra (software Educacional de Matemática), por meio do qual, explorou os conceitos da geometria espacial. A construção investigativa do seu trabalho se baseou na questão:

De que forma a utilização dos recursos digitais presentes na escola, em especial usando o Geogebra, pode contribuir com o ensino de Geometria Espacial?

A partir dessa questão, traçou como objetivo, analisar o desempenho dos alunos, mediante a utilização do software nas aulas de Matemática do Ensino Médio, no estudo de Geometria Espacial. Dessa forma, organizou o trabalho em torno das Tecnologias Digitais, em especial as utilizadas no ensino de Matemática.

O motivo que o levou a escolher trabalhar esse conteúdo com o Geogebra, foi o fato de observar nas aulas, que os alunos possuíam muita dificuldade em Geometria, além disso, a carência de meios educacionais mais atrativos, refletia em alunos desinteressados que não respondiam mais aos métodos tradicionais de ensino que era realizado e isso prejudicava a aprendizagem.

Santos (2017) ao pesquisar no site do ¹⁶SIMAVE o desempenho dos alunos do 3º ano médio da Escola Estadual Waldemar Neves da Rocha (onde realizou a pesquisa) em geometria, verificou que em 2015, 67% dos alunos apresentaram desempenho baixo e 33% desempenho intermediário, não havendo alunos com desempenho recomendado ou avançado. O que evidenciava a necessidade de mudança nos métodos utilizados no ensino desse conteúdo.

A partir dessa perspectiva, Santos (2017) afirma que surge o interesse dos professores em buscar elementos motivadores para fazer com que os alunos se empenhassem no estudo da Matemática. Assim em 2016, realizou um curso de Geogebra e começou elaborar atividades no software com a finalidade de trabalhar com os alunos do ensino médio e por meio destas surge seu trabalho.

Santos (2017) utiliza a metodologia baseada na Pesquisa Participante do tipo Intervenção. Que de acordo com esse autor, foca na função do investigador, problematizar a relação do grupo pesquisado, na intenção de criar um vínculo de confiança e outras situações que favoreçam a coleta de informações, com intuito de revelar as mudanças na produção do conhecimento.

Seguindo esse modelo de pesquisa, desenvolveu seu estudo com 22 alunos do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Waldemar Neves da Rocha, em Teófilo Otoni-MG, onde atua como professor.

¹⁶ Site da Educação do governo do Estado de Minas Gerais

As atividades desenvolvidas pelo autor, foram elaboradas a partir dos conteúdos de Geometria Espacial com foco no Ensino Médio e, em conformidade, com o Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública – Simave (2015).

O autor desenvolveu 10 atividades que abordavam os conteúdos de Geometria Espacial do Ensino Médio. Essas atividades foram executadas em 3 oficinas com apoio de 20 computadores da escola e alguns notebooks que os alunos levaram. A proposta das atividades era possibilitar a aprendizagem de todos os alunos. Por isso, as atividades começaram com construções simples como pontos e retas, indo até poliedros não muito complexos.

No primeiro momento, antes de iniciar as oficinas o autor fez uma revisão dos conteúdos de Geometria Espacial trabalhados no Ensino Médio e que foram vistos pelos alunos no 2º ano, os quais foram: Pontos, Retas, Planos e Sólidos Geométricos. Na revisão o autor seguiu o modelo tradicional de ensino, em que realizou aulas expositivas, utilizando apenas o livro didático e o quadro em sala de aula.

Durante essas aulas, o autor destaca que houve várias dificuldades por parte de muitos alunos. E uma das principais foi a compreensão correta das figuras, os quais, disseram que não era simples ter a noção da profundidade e da perspectiva dos conceitos abordados. Segundo o autor na parte de álgebra, poucos conseguiram resolver corretamente os cálculos e muitos apresentaram dificuldades na interpretação ou nos cálculos. Dessa forma, o autor conclui, que ficou visível a necessidade de uma postura diferente na abordagem desse assunto, pois da maneira que realizava nos moldes tradicionais, os resultados não eram satisfatórios.

Na primeira oficina, o autor fez uma introdução ao *software* e realizou 5 atividades compostas de procedimentos simples, a fim de facilitar o primeiro contato com o software. Os alunos fizeram das atividades nos microcomputadores com a orientação do autor, que os auxiliou por meio de exibição de imagens no projetor. O autor ressalta que durante o desenvolvimento das atividades, os alunos fizeram anotações para depois fazer a consulta tirando as dúvidas. As atividades realizadas no Geogebra na primeira oficina foram: atividade 1 (Conhecendo o ambiente 3D: pontos e retas), atividade 2 (Planos), atividade 3 (Construção de sólidos geométricos), atividade 4 (Planificação e volume do cubo) e atividade 5 (Construção de sólidos e suas planificações).

Na segunda oficina, segundo o autor os alunos demonstraram uma certa ansiedade para começar as atividades, e isto, foi uma surpresa agradável, visto que, a maioria não apresentava o mesmo entusiasmo nas aulas regulares. Nesse encontro, realizou as atividades: atividade 6 (Explorando o volume de sólidos geométricos), atividade 7 (Calculando volume do cilindro e a área de sua base), atividade 8 (razão entre volume de sólidos semelhantes) e atividade 10 (Diagonal e área total de um paralelepípedo reto-retângulo), deixando a atividade 9 para o terceiro encontro.

Na terceira oficina, foi realizada atividade 9 (Soma de dois quadrados e de dois cubos), no desenvolvimento dessa atividade, o autor destaca que os alunos tinham uma boa familiaridade com software, o que facilitou o processo de execução. No entanto, afirma que durante os passos da atividade, esteve sempre auxiliando os alunos. E após a construção, discutiram sobre a atividade com os produtos notáveis, e isso, despertou a atenção dos alunos sobre a justificativa do termo quadrado perfeito.

Ao analisar os resultados obtidos nas oficinas o autor relata, que as atividades despertaram o interesse dos alunos, visto que, houve uma mudança na dinâmica em que era realizado o ensino em sala de aula.

Em relação ao cálculo de volume, desenvolvido na atividade 4. Uma aluna relatou que a experiência foi bem legal, pois as animações realizadas no software não eram possíveis de ser feita no quadro, e isso despertou um interesse grande de participação. Outra aluna destacou a facilidade em fazer o cálculo de volume no software, pois eliminava o trabalho que tinha em fazê-lo manualmente. Esse ponto foi relatado pela maioria dos alunos, uma vez que, gostaram da praticidade ao realizarem os cálculos.

Uma outra atividade que o autor destaca que envolve o conteúdo sobre volume, foi a atividade 8, na qual segundo o autor os alunos executaram o proposto sem dificuldades. E de acordo com a fala dos alunos, houve facilidade de compreensão dos elementos estudados, devido a possibilidade de visualização e manipulação dos objetos construídos. Onde puderam fazer comparações e dessa forma, conseguiram compreender conceitos da Geometria Espacial, que eram difíceis de ser absorvidos da forma correta, se fossem explanados da maneira tradicional.

O autor ressalta também, que houve um aluno que disse, ser importante e didático fazer o uso das tecnologias em benefício do ensino, visto que, está disponível

e deve ser usada. Outros descreveram que a experiência foi maravilhosa, pois o software dava mais praticidade na obtenção das respostas, despertava a curiosidade e o interesse pelos conteúdos abordados. Ao finalizar as atividades, o autor destaca que os alunos ficaram ansiosos para saber se o trabalho do professor seria realizado dessa maneira com mais frequência.

Finalizando seu trabalho Santos (2017) conclui que a Geometria é vista por muitos professores de Matemática como um conteúdo trabalhoso e difícil. Entretanto afirma que se houver um pouco de empenho, as aulas podem ser menos tradicionais e mais prazerosas para os alunos. Um conteúdo de Geometria mesmo que seja considerado difícil, pode se tornar mais fácil, a partir do uso dos recursos tecnológicos.

Essa percepção do autor foi confirmada no desenvolvimento do seu trabalho, pois verificou que o desempenho dos alunos melhorou, o interesse e a participação cresceram. E isso resultou em trabalho produtivo, que foi aceito pela comunidade escolar, em especial, pelos alunos que apresentaram ter compreendido os conceitos abordados nas atividades.

O trabalho seguinte que analisamos foi uma dissertação desenvolvida por Sampaio (2018), em que a autora definiu como título: Geometria e visualização: ensinando volume com o software Geogebra.

Sampaio (2018) utilizou a seguinte questão norteadora para sua pesquisa: Como a visualização potencializada pelo software Geogebra possibilita a aprendizagem geométrica? Em que traçou como objetivo: compreender como a visualização é/pode ser potencializada com as tecnologias em atividades de geometria.

Para alcançar esse objetivo e responder à questão de pesquisa a autora realizou uma pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica desenvolvida com 21 alunos do 7º ano de uma escola de período integral situada no município de São José dos Campos - SP. Onde desenvolveu 7 encontros com os alunos no laboratório de informática durando cerca de 60 minutos cada encontro. Além disso, fez a gravação em vídeo de cada encontro para análise posterior das atividades.

No 1º encontro autora apresentou aos alunos a 1ª atividade, que teve a finalidade de levar os alunos a explorar o software e suas ferramentas. Para isso, ela projetou na televisão da sala, a tela do notebook com o Geogebra aberto e fez

algumas construções no software e depois mostrou algumas imagens de construções no Geogebra e pediu que os alunos tentassem construí-las.

No 2º e 3º encontro realizou a 2ª atividade, cujo objetivo era a comparação de planificações de prismas, a partir da qual fez alguns questionamentos aos alunos.

No 4º encontro realizou a 3ª atividade. Nessa atividade os alunos deveriam contar quantos cubos havia na imagem da tela.

No 5º encontro realizou a 4ª atividade cujo objetivo foi a sistematização, isto é, a autora buscou realizar a generalização do modo pelo qual é possível determinar o volume de um prisma sem que seja necessário fazer a contagem de cubos um a um.

No 6º encontro foi realizado a 5ª atividade, cujo objetivo era que os alunos, a partir do que haviam descoberto sobre o volume do prisma de base retangular, pensasse em um prisma de base qualquer. A ideia da autora era que os alunos fossem capazes de generalizar o modo pelo qual é possível determinar o volume de um prisma de base qualquer.

No 7º encontro os alunos concluíram a 5ª atividade e autora propôs 5 questões para os alunos responderem e discutirem, depois disso, concluiu a investigação com um momento de confraternização com os alunos.

Na análise dos resultados a autora transcreveu os vídeos dos encontros, destacando trechos das falas dos alunos que indicavam possibilidades de compreensão do investigado. Após isso, fez a análise ideográfica dos encontros, identificando os alunos por pseudônimos que eram nomes de matemáticos e analisando a fala de cada um, caracterizando a asserção articulada com a interpretação do pesquisador relativamente à fala do sujeito e ideias nucleares que visam destacar o que, naquela fala do sujeito, se destaca, ou é nuclear para o pesquisador à luz de sua interrogação.

Depois disso a autora buscou realizar as convergências das ideias nucleares para compreender a pergunta norteadora da sua pesquisa, ou seja, ela usa todas as ideias nucleares destacando aquelas que convergem em termos do que dizem.

A partir dessa análise a autora verificou que a exploração conduzida no Geogebra deu ao aluno a oportunidade de explorar conceitos geométricos, questionando o que se fazia ver, explorando o que se abria diante do movimento realizado, das propriedades explícitas e da exploração. Além disso, a autora constatou que quando o aluno é colocado em uma posição de investigador, sendo incentivado a

questionar, instigado a criar justificativas para o que é visto, abrem possibilidades para a aprendizagem geométrica.

Assim através da análise das falas dos alunos a autora afirma que a visualização no Geogebra é potencializada por haver uma intenção, um voltar do sujeito (aluno) para o que na tela do computador, em que se mostra aberto à interrogação, considerando a mediação do professor que, a partir do que o aluno expressa, conduz a discussão, de modo a aproximar-se do discurso matemático ou das ideias, tais quais elas são expressas matematicamente.

Então conclui que o software Geogebra potencializa um trabalho de investigação visual que poderá contribuir para a aprendizagem matemática na medida em que abre oportunidade ao aluno de focar o que para ele se mostra.

A próxima análise trata da dissertação produzida por Coutinho Júnior (2018), que elaborou uma sequência didática para ensinar volume de sólidos geométricos com o Geogebra.

Em Coutinho Júnior (2018), o autor faz uma pesquisa com o título volumes de Sólidos Geométricos: uma proposta de ensino com o auxílio do software GeoGebra, cuja questão norteadora foi: Que contribuições o software Geogebra pode trazer ao ensino e aprendizagem de volumes de sólidos geométricos, especialmente à dedução das fórmulas utilizadas no Ensino Médio?

O objetivo traçado pelo autor foi de investigar as possíveis contribuições do uso do software Geogebra no ensino de volume de sólidos geométricos no Ensino Médio, especialmente na dedução das fórmulas para o cálculo de volumes.

A pesquisa teve natureza aplicada com finalidade prática, desenvolvida a partir da elaboração e aplicação de uma Sequência Didática em duas turmas (Turma A e turma B) da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública estadual do Piauí. Em relação a abordagem foi qualitativa e quanto aos procedimentos fez uma investigação por meio de pesquisa de campo.

Para desenvolvimento da pesquisa o autor elaborou uma Sequência Didática para ensinar volume de Sólidos Geométricos com auxílio do Geogebra, para isso utilizou alguns applets disponíveis na plataforma oficial do Geogebra e aplicou em duas turmas da 3ª série do Ensino Médio, as quais denominou de turma A com 12 alunos e turma B com 23 alunos, uma aplicou a Sequência proposta e a outra decidiu ministrar o mesmo conteúdo na forma tradicional, utilizando apenas o livro didático. Em relação ao critério de seleção das turmas, o autor enfatiza que não havia

diferenças significativas entre as duas turmas, e o fato de ter escolhido a turma A para aplicação da Sequência Didática foi apenas por questões logísticas para ele.

No que diz respeito a caracterização do ambiente da pesquisa, o autor destaca que de acordo com os arquivos desta escola, o Ideb registrado em 2017 foi de 3,4 e o índice SAEPI registrado em 2017 no Ensino Médio em Matemática foi de 249,8 na 1ª série, 239,3 na 2ª série e 247,2 na 3ª série, em uma escala que varia de 0 a 500. Tais desempenhos segundo ele são considerados como abaixo do básico pelo Ministério da Educação (MEC) e pelo SAEPI, ou seja, indicam que os alunos não atingiram os conhecimentos básicos esperados para as séries avaliadas. O autor também ressalta que dentre os conhecimentos esperados e não atingidos pelos alunos no SAEPI está a habilidade de resolver problemas envolvendo a área total e/ou volume de um sólido geométrico (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera) e que conforme apresentado nos arquivos escolares uma avaliação diagnóstica feita do início do 2º semestre de 2017 pela Secretaria Estadual de Educação do Piauí, mostrou que apenas 20% dos alunos da escola acertaram os itens referentes a mesma habilidade.

De acordo com o levantamento feito pelo autor, os alunos de ambas as turmas possuíam perfis semelhantes: a faixa etária varia de 16 a 29 anos; 70% dos alunos da Turma A e 73% da Turma B são filhos de trabalhadores rurais; a maioria (90% da Turma A e 91% da Turma B) concluiu o Ensino Fundamental na rede municipal de ensino do município onde a pesquisa foi realizada, o que indica que chegaram ao Ensino Médio com baixo desempenho em Matemática, tendo em vista que o Ideb do município, em 2015, nos anos finais do Ensino Fundamental foi de 3,0. Além disso, ao autor enfatiza que quase a totalidade dos alunos pesquisados concluiu a 2ª série do Ensino Médio na própria escola em 2017, o resultado do SAEPI para esta série neste mesmo ano evidencia o baixo desempenho desses alunos em Matemática. Dessa forma o autor considerou a escola ideal para aplicação da Sequência Didática elaborada por ele.

Ao iniciar a fase de experimentação, o autor aplicou sete atividades diagnósticas com os alunos das duas turmas, sem consulta a materiais de apoio e sem interferência do pesquisador, cujo objetivo foi verificar o conhecimento prévio que possuíam sobre sólidos geométricos, sua classificação, o cálculo de volumes e sobre

conteúdos matemáticos necessários para dedução das fórmulas, tais como: Teorema de Tales, semelhança de triângulos, Teorema de Pitágoras e áreas de figuras planas.

Após análise das atividades diagnósticas o autor ensinou na turma B o conteúdo volume de sólidos geométricos no modelo tradicional e na turma A aplicou atividades de nivelamento, com a finalidade de aprimorar conceitos e propriedades dos conteúdos de aprendizagem insatisfatória para compreensão da dedução das fórmulas para o cálculo de volume de sólidos geométricos. Foram considerados pelo autor conteúdos de aprendizagem insatisfatória aqueles em que a turma apresentou índice de erro/resposta em branco superior a 30%.

Após as atividades de nivelamento na turma A, o autor iniciou a aplicação da Sequência Didática com o uso do Geogebra. A experimentação foi feita no laboratório de informática da escola, onde primeiro, o autor realizou a ambientação dos alunos com o Geogebra, pois nenhum aluno conhecia o software, assim pesquisador apresentou o software com auxílios de slides aos alunos, mostrou a interface, menu, janelas e ferramentas, explicando a utilidade de cada uma. Em seguida os alunos construíram no programa alguns sólidos geométricos e suas planificações.

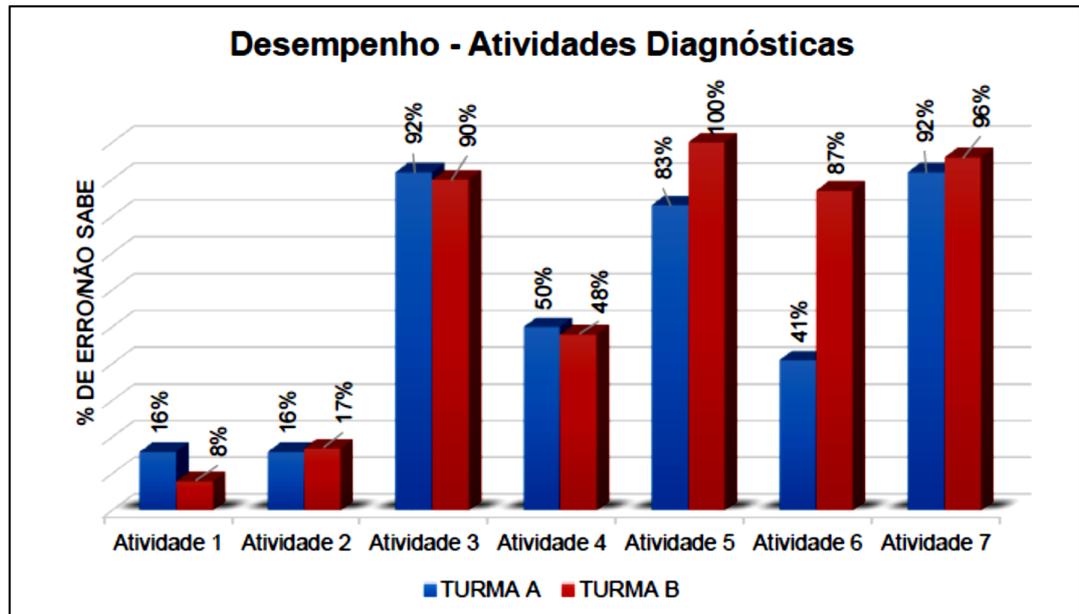
Após esse processo o pesquisador aplicou a Sequência Didática, a qual foi composta por 5 atividades e desenvolvida em 6 aulas.

Ao final da aplicação da sequência didática o autor aplicou um Questionário Comparativo nas duas turmas, composto por questões sobre o conteúdo estudado retiradas de vestibulares diversos e do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), com a finalidade de estabelecer um comparativo dos desempenhos de ambas e verificar as contribuições da aplicação da sequência didática em relação a metodologia tradicional.

Para averiguar as hipóteses inicialmente definidas, o autor fez reflexões com base em observações sistemáticas e diálogos durante a realização da pesquisa e nos registros das impressões dos alunos sobre as atividades desenvolvidas, obtidos por meio da aplicação do questionário denominado Questionário Avaliativo. A análise dos dados e descrição dos resultados foi feita a partir do raciocínio hipotético-dedutivo.

A partir da análise do desempenho das turmas nas **Atividades Diagnósticas**, o autor detectou que as turmas apresentavam níveis de conhecimento similares em relação dos conteúdos avaliados. Conforme o gráfico abaixo apresentado pelo autor, apenas a *Atividade 6* apresentou uma diferença considerável de desempenho.

Gráfico 2. Desempenho das turmas nas atividades diagnósticas



Fonte: Coutinho Júnior (2018)

Os principais deficit de aprendizagem detectados pelo autor foram:

1. Falta de argumentações apropriadas para justificar as diferenças entre figuras planas e sólidos geométricos, poliedros e não poliedros, a partir de suas propriedades;
2. Incapacidade de aplicar o Teorema de Tales em triângulos;
3. Dificuldades para identificar e justificar a Semelhança de Triângulos e, conseqüentemente, a razão de semelhança de figuras semelhantes;
4. Desconhecimento do Teorema de Pitágoras e/ou dificuldades para utilizá-lo para descobrir o lado desconhecido de um triângulo retângulo;
5. Dificuldades para calcular a área de figuras planas, principalmente do círculo.
6. Desconhecimento das fórmulas para cálculo de volume de sólidos geométricos, principalmente do cilindro, do cone e da esfera.

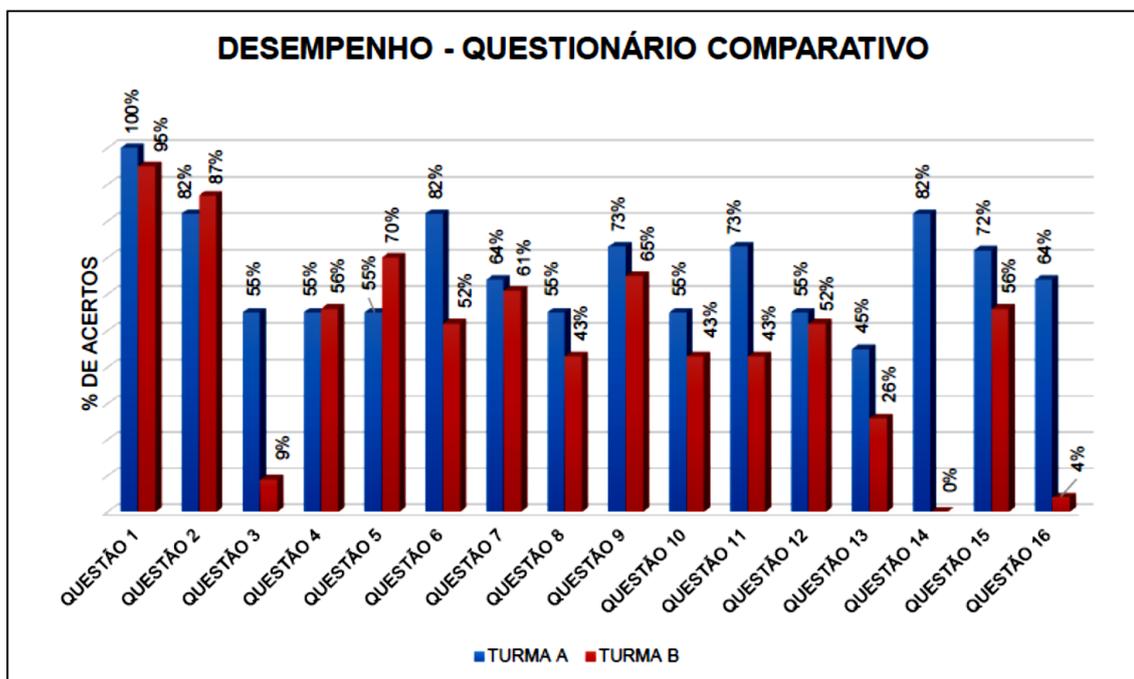
As **Atividades de Nivelamento** realizadas pelo autor permitiram aos alunos o aprimoramento e/ou construção dos conhecimentos utilizados nas deduções das fórmulas para o cálculo de volume dos sólidos geométricos e, embora não tenham preenchido todas as lacunas de aprendizagem dos alunos, possibilitaram o embasamento necessário para realização das atividades da sequência didática.

De acordo com o autor, as atividades de ambientação com o Geogebra, atraiu a atenção dos alunos, despertou o interesse, a curiosidade e motivou a participação deles nas aulas. Além de que, o autor afirma que os alunos não tiveram dificuldades com uso do software.

O autor notou que as representações e visualizações dos sólidos, assim como as planificações feitas no Geogebra, contribuíram para melhorar a percepção das características e dos elementos que compõem os sólidos geométricos. O que ajudou os alunos a compreender melhor a dedução das fórmulas para o cálculo de volume.

Para verificar a vantagem que a Sequência Didática com o uso do Geogebra possui em relação ao modelo de ensino tradicional, o autor aplicou um teste comparativo composto por 16 questões nas duas turmas. A partir da análise do desempenho dos alunos neste teste, o autor verificou que os que utilizaram os applets desenvolvidos no Geogebra (Turma A) apresentaram rendimento superior aos alunos que não utilizaram este software (Turma B). O gráfico a seguir mostra o rendimento dos alunos das duas turmas no teste.

Gráfico 3. Desempenho das turmas no questionário comparativo



Fonte: Coutinho Júnior (2018)

Com base nos resultados apresentados o autor concluiu que ensinar volumes de sólidos geométricos por meio do Geogebra na perspectiva adotada trouxe

vantagens em relação ao ensino tradicional. Destaca ainda, que além de atrair a atenção e motivar os alunos, tornando as aulas dinâmicas, atraentes e interativas, o Geogebra contribuiu significativamente para construção ativa do conhecimento, estimulando o raciocínio lógico matemático e o espírito investigativo. Houve diminuição das dificuldades presentes no ensino desse conteúdo, especialmente na compreensão das deduções e correta aplicação das fórmulas utilizadas.

Assim a proposta utilizada nesta pesquisa trouxe bons resultados e de acordo com o autor, se aplicada para um número maior de alunos, também poderá ser eficaz, mesmo que em contexto diferentes, desde que sejam feitas adaptações de acordo com a realidade encontrada.

O próximo trabalho analisado foi a dissertação feita por Silva (2019), que realizou sua pesquisa com o título Geometria Espacial: Volume de Cilindros, Cones e Esferas através de Resolução de Problemas, cujo objetivo foi de desenvolver uma atividade exploratória tendo como base a aplicação da resolução de problemas e o uso do software Geogebra para promover a aprendizagem envolvendo volume de cilindros, cones e esferas.

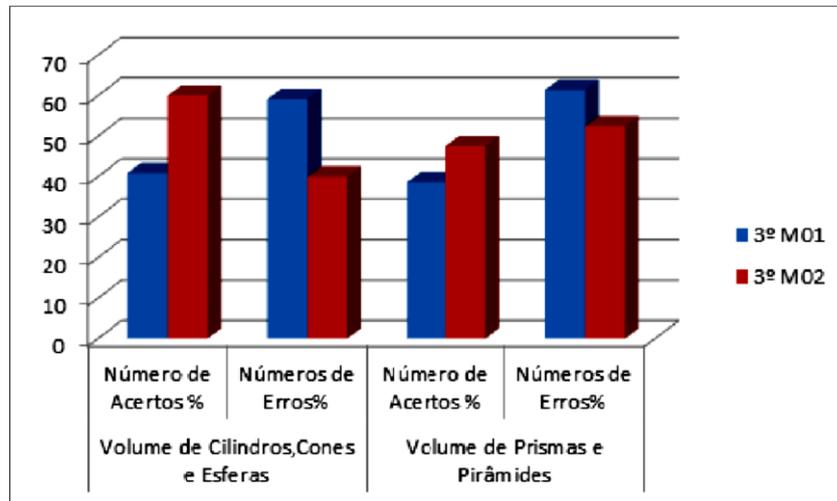
O autor para realizar o seu processo de investigação utilizou a pesquisa quantitativa, que foi feita com 42 alunos de duas turmas de 3º ano do Ensino Médio com da Escola Estadual de Ensino Médio Professor Joaquim Fonseca do Município de Conceição da Barra - ES.

O desenvolvimento desse processo foi feito tendo como base uma atividade exploratória através da Resolução de Problemas envolvendo o conteúdo de Geometria Espacial, especificamente volume de cilindros, cones e esferas, com auxílio do Geogebra 3D no smartphone. Onde o autor dividiu os alunos das turmas em quatro grupos para resolver utilizando o Geogebra um problema de Matemática apresentado na prova do Enem do ano de 2016, para isso o autor primeiro ensinou os alunos a construir cilindros, cones e esfera no Geogebra 3D, apresentou as demonstrações das fórmulas de calcular o volume desses sólidos e pediu que os alunos resolvessem o problema proposto inicialmente, após esse processo fez a análise das respostas obtidas pelos alunos e propôs uma lista de exercícios para avaliação da aprendizagem.

O autor afirma que os procedimentos adotados possibilitaram maior participação e envolvimento dos alunos, visto que interagem com o software

Geogebra e isso facilitou a visualização de cada sólido e a compreensão das fórmulas para cálculo de volume. O autor ressalta ainda que foi perceptível as melhoras nos resultados dos testes e das atividades realizados posteriormente conforme apresenta o gráfico abaixo.

Gráfico 4. Gráfico de Desempenho dos alunos nas atividades



Fonte: Silva (2019, p. 60)

O gráfico mostra, em termos percentuais o comparativo feito pelo autor entre as duas turmas de modo a evidenciar a evolução de ambas em relação ao conteúdo (volume de Cilindros, Cones e Esferas) abordado por ele com auxílio do Geogebra comparando com o conteúdo anterior (volume de Prismas e Pirâmides) abordado de maneira tradicional. O resultado mostrou que na aprendizagem de volume de cilindros, cones e esferas, houve uma pequena vantagem de aprendizagem de 2,3% em relação ao 3º M01 e 12,5% em relação 3º M02, comparado com a aprendizagem de volume de prismas e pirâmides, mesmo que ambas as turmas estavam em fase inicial de aprendizagem.

Por fim, o autor concluiu que utilizar a resolução de problemas em associação com o Geogebra 3D pode ser muito útil para a aprendizagem de Matemática, pois observou a técnica adotada despertou o desejo dos alunos e proporcionou a eles a construção dos conceitos matemáticos de forma lúdica, e garantiu resultados satisfatórios em relação ao conteúdo abordado.

Todos esses trabalhos apresentam o Geogebra como um recurso muito útil para o desenvolvimento da atividade de ensino de volume, onde percebemos em cada trabalho aspectos relevantes do uso do Geogebra.

Santos (2017), destaca que o ensino com o uso do Geogebra é mais dinâmico, desperta o interesse e a curiosidade dos alunos, permite animações que não são possíveis de fazer no quadro e no caderno, facilita a exploração e compreensão dos conceitos geométricos, é bem prático, permite que o aluno interaja e manipule as construções, possibilita a comparação e planificação dos sólidos geométricos, proporciona a resolução de cálculos de forma mais simples e prática.

Em Sampaio (2018), o autor destaca que o Geogebra possibilita que o aluno seja colocado na condição de investigador, sendo incentivado a questionar, instigado a criar justificativas para o que é visto; permite a análise de propriedades geométricas.

Coutinho Júnior (2018) destaca que o Geogebra melhora a percepção das características e dos elementos que compõem os sólidos geométricos; facilita a compreensão da dedução das fórmulas do cálculo de volume, estimula o raciocínio lógico matemático e o espírito investigativo, além de tornar as aulas mais dinâmicas, atraentes e interativas.

Silva (2019) destaca que o ensino de volume com o uso do Geogebra oferece um caráter mais lúdico e valoriza a participação dos alunos.

Além de destacar esses aspectos vantajosos do uso do Geogebra, os trabalhos desses autores, mostraram na prática bons resultados, por meio dos quais vimos que os alunos compreenderam os conteúdos estudados, alcançando bom desempenho nos testes aplicados.

A análise desses trabalhos, nos permite concluir que o Geogebra se constitui um recurso didático, que se usado da maneira correta, possibilita resultados melhores do que o modelo tradicional de ensino. Além disso, demonstraram que o simples fato de mudar a dinâmica do ensino em sala de aula, desperta o interesse dos alunos e motiva-os para aprender o conteúdo. Portanto sua utilização em sala de aula deve ser valorizada e ampliada.

Entretanto, mesmo que muitos trabalhos apresentem o Geogebra como um recurso diferenciado para o ensino de Matemática e, por conseguinte, de volume, sabemos que seu uso em sala de aula, ainda está restrito a um pequeno número de professores, visto que, ainda existem alguns obstáculos que precisam ser superados pelos professores, entre os quais podemos destacar: falta de habilidade para manusear o software; falta de computadores ou dispositivos móveis para instalação e

uso do software; além de gastar mais tempo das aulas e demandar mais tempo de preparação, o que às vezes, compromete o cumprimento do currículo estabelecido.

Tendo em vista a superação desses obstáculos e compreendendo a utilidade do Geogebra, desenvolvemos um guia de atividades no Geogebra para ensino de volume de prismas e pirâmides, por meio do qual, os professores poderão utilizar um material pronto, que não gastará muito tempo para preparação e uso, em que seu manuseio é simples e fácil de utilizar. Porém, o obstáculo de ausência de computadores ou dispositivos móveis para seu uso em sala de aula, deve ser solucionado pela instituição de ensino.

Haja vista que o professor decida utilizar o Geogebra em sala de aula, existe a necessidade de que possua conhecimento e domínio do conteúdo que será ministrado, no caso específico deste trabalho, do volume de prismas e pirâmides, pois o simples uso da ferramenta não garante a aprendizagem dos alunos, pois há a necessidade da mediação do professor para que de fato essa aprendizagem ocorra.

Ao planejar suas aulas com o uso do Geogebra, o professor pode utilizar como metodologia de ensino, o ensino por atividades, em que selecionará as atividades produzidas na plataforma do Geogebra (www.geogebra.org) de acordo com o conteúdo e que se encaixam na proposta de ensino que deseja desenvolver. Nesta plataforma existem várias atividades que o professor poderá usar e adaptá-las de acordo com a necessidade de sua sala de aula.

Na subseção a seguir, discorreremos um pouco sobre o ensino por atividades como alternativa para o ensino de volume de prismas e pirâmides, a fim de que os professores compreendam um pouco sobre esse modelo de ensino.

4.5 ENSINO POR ATIVIDADES

O ensino por atividades consiste em um modelo de ensino que utiliza um sistema de atividades. De acordo com Sá:

O ensino de matemática por atividade [...] é um processo didático desenvolvido por meio da realização de tarefas, envolvendo material concreto ou ideias, elaboradas pelo professor com objetivo de levar estudantes ao encontro com um conhecimento/conteúdo matemático específico após a realização da tarefa, do registro de resultados, análise e elaboração de reflexões sobre os resultados obtidos que culmina com a sistematização ou institucionalização de um conteúdo matemático (SÁ, 2020, p.155).

Em consonância com esse pensamento, Moraes (2018) destacou que ao usar atividades para o ensino, o professor tem o objetivo, de levar o aluno a dar forma ao modo teórico do processo de solução de uma situação de aprendizagem. Ainda segunda essa autora, “a atividade de aprendizagem permite introduzir as bases que são úteis para o desenvolvimento cognitivo dos educandos, formando-os na teoria e no planejamento” (MORAES, 2018, p.90). É importante destacar que nesse modelo de ensino o professor trabalha os conteúdos matemáticos por meio de atividades, no entanto, não apresenta inicialmente o formalismo matemático, mas permite que os próprios alunos construam esse conhecimento à medida que executam as atividades.

Para Fossa (2020) o ensino por atividades tem a finalidade de tornar o aluno agente ativo na construção de esquemas mentais, em que, é motivado a executar as atividades, e isso, desperta o interesse dele produzindo melhores resultados. Entretanto esse autor ressalta que, a atividade deve ter um caráter desafiador ao aluno, para não frustrar as expectativas dele, além disso, o professor precisa levar em conta o esquema mental já construído pelo aluno, em que, verificará se possui os pré-requisitos matemáticos necessários para realização da atividade.

Desse modo, o ensino por atividades conforme apresenta Sá (2019), tem as seguintes características: diretivo; compromisso com o conteúdo e com o desenvolvimento de habilidades para além do conteúdo; estruturado; sequencial; não está necessariamente associado à resolução de problemas; leva em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes; os resultados são institucionalizados ao final da atividade; não dispensa a participação do professor; adequado para formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algorítmicos; iterativo entre estudantes e professor.

Tendo em vista essas características, Sá (2019) apresenta dois tipos de classificação para o ensino desenvolvido por meio de atividades, sendo uma de acordo com o objetivo da atividade e outra quanto ao modo de desenvolvimento.

Em relação ao objetivo, Sá (2019) classificou em: atividade de conceituação e atividade de redescoberta. “Uma atividade de conceituação tem como objetivo levar o estudante a perceber a ocorrência de determinado tipo de situação/tipo de objeto matemático. A definição deste objeto percebido é o objetivo da atividade de conceituação” (SÁ, 2019, p. 17). Enquanto a “atividade de redescoberta tem como

objetivo levar o estudante a descobrir uma relação ou propriedade relativa a um dado objeto ou operação matemática” (ibidem, p.17).

Em relação ao modo de desenvolvimento, Sá (2019) destacou que, o ensino por atividade pode ser, por demonstração ou experimental.

No ensino por atividade desenvolvido por demonstração, “o professor realiza as ações enquanto os estudantes registram os resultados para em seguida interagirem com os resultados e chegarem ao resultado planejado para a atividade” (SÁ, 2019, p. 17). No que se trata da experimental, “o professor elabora o experimento que é executado pelos estudantes” (ibidem, p. 18).

O ensino desenvolvido por meio de uma atividade de conceituação, segundo Sá (2019), pode ser dividido, didaticamente, nos seguintes momentos: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.

Quadro 9. Momentos da aula desenvolvida com uma atividade de conceituação

Momento	Caracterização
Organização	O professor divide a turma em grupos ou decide realizar a atividade de forma individual.
Apresentação	O professor apresenta o material em que será realizada a atividade e o roteiro, ou seja, apresenta a dinâmica da atividade.
Execução	Os alunos começam a manipular o material disponibilizado, a fim de extraírem conclusões. Nesse momento os alunos devem realizar o descrito no roteiro da aula. O professor ficará apenas mediando a realização da atividade sem interferir nas conclusões dos alunos.
Registro	Corresponde ao momento da sistematização das informações. Nesse momento cada equipe ou aluno farão o registro das informações obtidas durante a execução dos procedimentos.
Análise	Nesse momento espera-se que cada equipe ou aluno, analise as informações que foram registradas e percebam as características do objeto matemático, conceituando ou definindo, a partir das informações registradas.
Institucionalização	Momento em que o professor a partir das observações elaboradas pelos alunos ou pelas equipes apresentará o conceito ou definição planejada à turma, verificando se conseguiram extrair as conclusões esperadas.

Fonte: Sá (2019, p. 18-21)

Exemplo de atividade de conceituação

Atividade de conceituação

Título: Circunscrição de polígonos

Objetivo: Conceituar circunscrição de polígonos.

Material: Roteiro da Atividade, quadro figuras e Caneta ou lápis.

Procedimento: Observar as figuras do quadro de figuras

Com base nas observações preencha o quadro a seguir:

Figura	Cada lado do polígono é tangente a circunferência?	
	Sim	Não
Nº1		
Nº2		
Nº3		
Nº4		
Nº5		
Nº6		
Nº7		
Nº8		
Nº9		
Nº10		

Com esta atividade espera-se que os estudantes observem que os polígonos do quadro ficaram distribuídos em dois grupos: dos que todos os lados tangenciam a circunferência e dos nem todos os lados tangenciam a circunferência. Esta atividade foi apresentada por Sá (2019).

No tocante ao ensino por atividade de redescoberta, Sá (2019) caracterizou o desenvolvimento da atividade similar ao da atividade de conceituação, cujos momentos são: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.

Nesses momentos as atividades são desenvolvidas igualmente como na atividade de conceituação, somente no momento da análise que existe uma pequena distinção, pois enquanto na atividade de conceituação os alunos deverão extrair um conceito ou definição associada a um objeto matemático, na atividade de redescoberta os alunos devem extrair uma relação matemática válida a partir dos registros feitos.

Exemplo de atividade de redescoberta

Titulo: Multiplicação por 10

OBJETIVO: Descobrir uma maneira prática de fazer multiplicação por 10.

MATERIAL: Papel, Lápis ou caneta e máquina de calcular (optativa).

PROCEDIMENTO:

Calcule as multiplicações abaixo:

1) $3 \times 10 =$	6) $105 \times 10 =$
2) $40 \times 10 =$	7) $207 \times 10 =$
3) $10 \times 63 =$	8) $100 \times 10 =$
4) $10 \times 8 =$	9) $10 \times 567 =$
5) $95 \times 10 =$	10) $8320 \times 10 =$

Descubra uma maneira mais rápida de obter os resultados.

CONCLUSÃO:

Com esta atividade espera-se que os estudantes observem o que acontece quando um número é multiplicado por 10. Esta atividade foi apresentada por Sá (2019).

A partir do que foi exposto, percebemos que um ensino desenvolvido por meio de atividades é uma boa alternativa para o ensino de volume de prismas e pirâmides, pois torna o aluno ativo no processo ensino e aprendizagem, o que pode contribuir para melhor assimilação dos conhecimentos matemáticos relacionados a este conteúdo. Por isso, ao construir um produto educacional voltado para o ensino de volume de prismas e pirâmides, nos baseamos na concepção do ensino por atividades apresentada por Sá (2019).

As concepções teóricas apresentadas nesta seção, são fundamentais para analisarmos e concluirmos o objetivo deste trabalho de pesquisa. Assim na seção seguinte apresentamos os dados obtidos durante o processo de investigação, bem como, informações referentes ao planejamento, o desenvolvimento e validação do produto educacional fruto desta pesquisa.

5 ANÁLISE DOS DADOS

Neste tópico apresentamos o resultado da pesquisa feita com os 36 professores de Matemática do ensino médio da rede pública estadual do Maranhão, que atuam em 10 escolas dos municípios de Viana, Matinha, Olinda Nova, Penalva e Cajari.

O processo investigativo foi feito no período de 20 de outubro a 17 de novembro de 2021. As informações foram obtidas a partir de um questionário elaborado no google forms e disponibilizado aos professores.

A escolha por utilizar o formulário do google está relacionado a dois motivos: o primeiro é a facilidade que a ferramenta oferece para obtenção e tratamento dos dados, além de ser mais prático para os professores responderem, o outro, é devido a situação atual, em que a pandemia do Covid-19, prejudicou as aulas presenciais e, portanto, não seria fácil encontrar presencialmente os professores. Nesse contexto o google formulário se tornou uma alternativa para obtenção de informações úteis para esta pesquisa.

Entretanto, como algumas escolas haviam voltado a ter aulas presenciais no período da pesquisa, foi necessário ir às escolas conversar com os professores, falar sobre a minha pesquisa e obter o contato deles a fim de disponibilizar o questionário elaborado no forms.

Conforme apresentado no quadro abaixo visitei no período de 20 outubro a 10 de novembro de 2021 as escolas onde os professores pesquisados atuam, a fim de conversar com eles sobre minha pesquisa e para obter o contato deles, a fim de poder disponibilizar o questionário de pesquisa.

Quadro 10. Período das visitas nas escolas

Escola	Dia da visita	Números de professores de Matemática ¹⁷	Município
Escola A	Não houve necessidade de ir à escola, pois tinha o contato dos professores e conversei com eles pelo whatsapp.	4	Viana
Escola C	20/10	6	Viana
Escola B	22/10	4	Viana

¹⁷ Existe dois professores que atuam em mais de uma escola, um atua simultaneamente na escola B e na escola C e o outro atua nas escolas D e E.

Escola D	04/11	3	Matinha
Escola E	04/11	4	Matinha
Escola G	04/11	4	Olinda Nova
Escola J	09/11	3	Penalva
Escola I	09/11	3	Penalva
Escola H	09/11 e 16/11	4	Penalva
Escola F	10/11	3	Cajari

Fonte: Pesquisa de campo (2021)

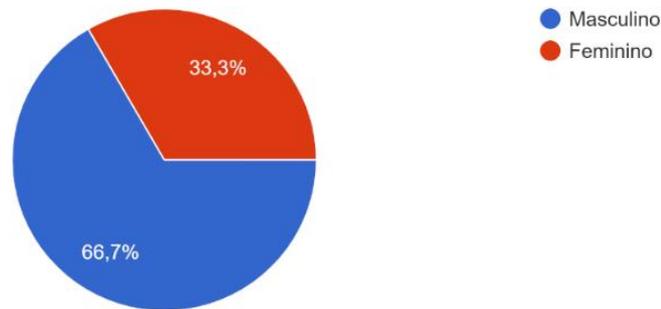
Ao visitar as escolas tive a oportunidade de conversar com a maior parte dos professores de Matemática que atuavam nas respectivas escolas, uma pequena parte dos professores não conseguiu encontrar nas escolas e com estes conversei pelo whatsapp. Ao dialogar com os professores, apresentei a proposta da minha pesquisa, que era levantar informações sobre o ensino de volume de prismas e pirâmides e sobre o uso do Geogebra, cuja finalidade era produzir um produto educacional com o Geogebra que auxiliasse o ensino deste conteúdo. Ao final do diálogo os professores concordaram em preencher o questionário e contribuir com meu trabalho, ou seja, demonstraram bastante interesse pela proposta do meu trabalho.

Disponibilizei a eles via whatsapp, o questionário contendo 17 questões, 34 professores não demoraram muito tempo para responder, porém teve dois que foi necessário insistir várias vezes, depois de umas cinco tentativas obtive as respostas deles.

A seguir apresento os dados obtidos no questionário disponibilizado aos professores, os quais são descritos em duas categorias, uma sobre quem são os professores e a outra sobre a perspectiva dos professores sobre o ensino de volume de prismas e pirâmides e sobre o Geogebra.

5.1 QUEM SÃO OS PROFESSORES?

Os dados que serão apresentados nesta seção servirão para conhecermos melhor os sujeitos da pesquisa, os quais servirão para nortear as etapas seguintes desta pesquisa.

Gráfico 5. Gênero dos professores

Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

O resultado apresentado no gráfico acima, mostra que há predominância nas localidades pesquisadas de professores do sexo masculino, atuando como professor de Matemática no ensino médio. Esse dado corrobora com o resultado que apresentamos no tópico 2.5, que trata da consulta que fizemos com outros docentes no mês de dezembro 2021 a janeiro de 2021, a qual também mostrou essa predominância.

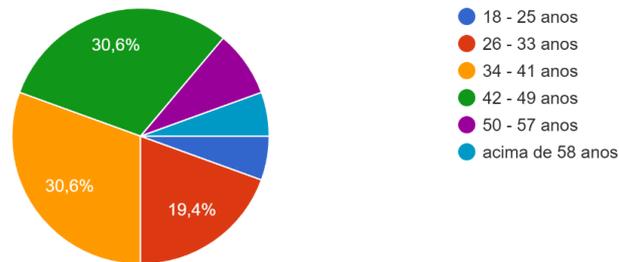
Resultado semelhante foi apresentado por Santos (2012), que fez uma consulta com 100 professores que atuam no ensino fundamental e médio e constatou que 52% dos professores consultados eram do sexo masculino. Essa autora também fez uma consulta com 100 estudantes que estão no primeiro ano dos cursos de Licenciatura em Matemática e em Física e constatou que 79% dos estudantes eram do sexo masculino, demonstrando a preferência dos homens pela área de exatas, que pode ser uma das razões de haver mais professores atuando no ensino de Matemática, porém sabemos que esse não é o único fator, existem outros, os quais não trataremos aqui por não ser o foco desta pesquisa.

No entanto vale ressaltar que sem mencionar a disciplina, conforme apresenta a assessoria de comunicação Social do INEP, o censo escolar 2020 mostrou que as mulheres são maioria na docência em todas as etapas da educação básica. “Elas correspondem a 96,4% da docência na educação infantil, a 88,1% nos anos iniciais e a 66,8% anos finais do fundamental, respectivamente. No ensino médio, 57,8% do corpo docente é composto por mulheres” (BRASIL, 2021, np).

Assim podemos concluir que embora haja predominância das mulheres na docência da educação básica, não ocorre o mesmo no ensino de Matemática, ou seja, fica perceptível que os homens se concentram em sua maioria nas disciplinas de exatas.

O gráfico a seguir apresenta a faixa etária dos professores pesquisados.

Gráfico 6. Faixa etária dos professores



Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

Os dados do gráfico acima, mostram que a maior parte dos professores de Matemática do ensino médio, situam-se na faixa etária que vai de 34 a 41 anos (30,6%) e 42 a 49 anos (30,6%), ou seja, de 34 a 49 anos (61,2%). Resultado semelhante ao que obtemos na consulta apresentada anteriormente no tópico 2.5, feita com 45 docentes de Matemática, em que os professores consultados eram a maioria da faixa etária de 28 a 42 anos (75,6%), aliás, esse resultado, não é percebido apenas na disciplina de Matemática, pois com base no censo escolar de 2020, cerca de 69,1% dos professores do ensino médio do Maranhão encontram na faixa etária de 30 a 49 anos, percentual muito próximo dos números a nível nacional, os quais revelaram que 65,3% dos professores do ensino médio estão na faixa etária de 30 a 49 anos (BRASIL, 2021).

Tabela 1: Formação dos professores

Graduação	Número de professores
Licenciatura em Matemática ou Ciências com habilitação em Matemática	35
Outras áreas	1
Total	36

Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

Tabela 2: Maior titulação dos professores

Maior Titulação	Número de professores
Graduação	5
Especialização	31
Total	36

Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

As tabelas 5 e 6 tratam da formação dos professores. A tabela 5 mostra que dos 36 professores, 35 possuem formação adequada em licenciatura para área que atuam (Matemática) e apenas 1 atuava como professor de Matemática com formação em área diferente, porém possuía afinidade com Matemática por ter formação em licenciatura em física. No entanto, mesmo possuindo afinidade com a disciplina, é importante ressaltar a necessidade de haver formação específica para trabalhar com uma determinada disciplina, pois possibilita um preparo melhor para execução do trabalho docente.

Os números descritos acima mostram que 97,2% dos professores pesquisados possuem formação adequada para trabalharem com a disciplina de Matemática no ensino médio, percentual superior ao percentual nacional obtido no censo escolar de 2020, o qual revela que 77,2% dos professores que atuam lecionando a disciplina de Matemática possuem formação adequada (BRASIL, 2021).

A tabela 6, mostra que 5 professores possuíam apenas graduação e 31 possuíam especialização, não havendo professor com grau de mestre e nem doutor. Em dados percentuais temos que 13,9% são apenas graduados e 86,1% são especialistas.

De acordo com o resumo técnico do censo escolar 2020, no Brasil de 2016 a 2020, houve na educação básica um aumento de 34,6% para 43,4% no percentual de professores com pós-graduação (lato sensu ou strictu sensu), destes, cerca de 40,4% com especialização, 3,5% com mestrado e 0,7% com doutorado. Em relação ao Maranhão, cerca de 30,7% possuem especialização, 1,4% mestrado e 0,2%. Nesse contexto, percebemos que o percentual de professores com especialização na pesquisa é superior tanto ao valor nacional como ao do estado, mas o mesmo não acontece, no que diz respeito ao mestrado e ao doutorado (BRASIL, 2021).

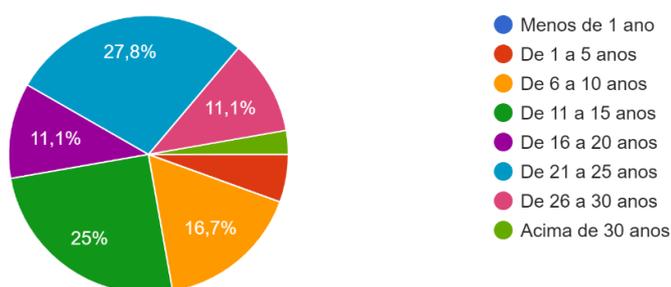
Assim com base nesses valores podemos concluir que os professores após o término da graduação, buscaram se capacitar, cursando a especialização, mas também revela a necessidade da continuidade do processo formativo, pois não houve nenhum mestre ou doutor.

Conforme a visão de Shulman (1987) e com base no modelo TPACK, verificamos que os professores precisam ter conhecimento dos conteúdos que ensinam. Uma das fontes de obtenção desse conhecimento segundo Shulman (1987) é a formação acadêmica, ou seja, durante o processo de formação, os futuros

professores estudam conteúdos, que possivelmente irão lecionar na sala de aula, portanto, espera-se que os mesmos saiam com um bom conhecimento a respeito desses conteúdos. Nesse sentido, pelo fato dos professores pesquisados terem formação na área de Matemática, constatamos que provavelmente possuem um conhecimento do conteúdo volume de prismas e pirâmides.

O próximo gráfico trata do tempo de serviço dos professores pesquisados.

Gráfico 7. Tempo de serviço dos professores



Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

Conforme apresentado no gráfico, a maior parte dos professores possuem de 21 a 25 anos de serviço (27,8%), seguido pelos que possuem de 11 a 15 anos (25%). Esses valores demonstram que os professores pesquisados possuem uma boa experiência em sala de aula, portanto, conhecem boa parte dos obstáculos que um professor enfrenta em sala de aula, principalmente em relação ao ensino de Matemática.

Conforme vimos Shulman (1987) destaca a sabedoria adquirida por meio da prática como uma das fontes de conhecimento do professor, por meio da qual, professores competentes, analisam e refletem sobre sua prática de ensino e a aprendizagem dos alunos. Nesse processo os professores enriquecem tanto o conhecimento do conteúdo, como o conhecimento pedagógico, os quais são fundamentais para a atividade docente.

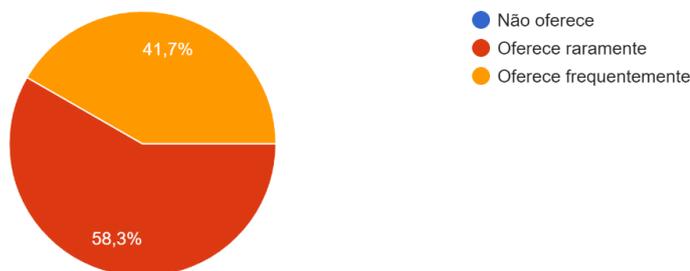
Assim observamos, que à medida que o tempo em sala de aula aumenta, a construção do saber docente também cresce e o professor vai construindo sua identidade profissional. De acordo com Amorim e Marques (2017, p. 2123) “durante o processo de formação docente, o futuro professor ao adquirir conhecimentos e unir às experiências cotidianas, com o tempo, traça o seu perfil profissional, a sua identidade, que não é estática e, portanto, muda constantemente”.

Com base na visão dos autores, entendemos que os professores devem sempre buscar melhorar sua prática docente, aliás, devem estar em constante mudanças, sempre buscando meios que favoreça o seu trabalho como docente e permita que os alunos alcancem bons resultados em sala de aula.

Esse processo é melhorado ao passar do tempo, em que as experiências vividas, favorecem a seleção e escolha das melhores alternativas de ensino, isto porque, pelo fato de atuarem a bastante tempo em sala de aula, com certeza tiveram contato com ferramentas que podem auxiliar o ensino desta disciplina. Entretanto, sabemos também que muitos deixam de usar algumas ferramentas educacionais por não possuírem conhecimento suficiente. Nesse contexto, surge a necessidade de formação continuada, que deve ser ofertada com frequência pelos órgãos dos quais fazem parte.

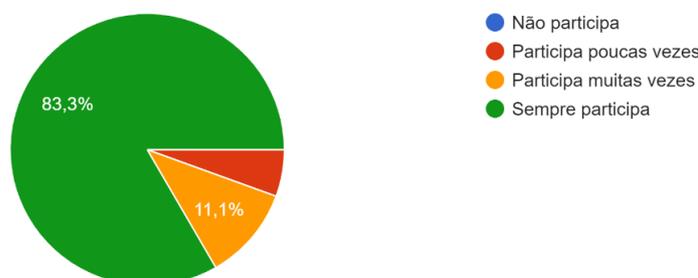
Os próximos gráficos tratam sobre formação continuada, quanto a oferta pela rede de ensino e quanto a participação dos professores.

Gráfico 8. Oferecimento de formação continuada da rede de ensino onde os professores atuam.



Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

Gráfico 9. Participação dos professores em formação continuada quando ofertada.



Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

O gráfico 18 mostra que as redes de ensino, das quais atuam os professores, tem ofertado formação continuada para os professores, pois observamos que 41,7%

ofertam com bastante frequência e 58,3% ofertam raramente, mas ofertam. O gráfico 19 revela que os professores em grande maioria (83,3%) sempre participam das formações continuadas ofertadas pela rede de ensino da qual faz parte.

Esses resultados demonstram que há preocupação das redes de ensino em melhorar a formação dos professores, que por sua vez devem participar desse processo de capacitação. Entretanto vale destacar que os processos formativos devem ser realizados de maneira que respondam aos anseios dos professores, pois não basta apenas ofertar a formação continuidade, mas é preciso que as formações entreguem aos professores possibilidades de progresso na sua prática de ensino.

Amorim e Marques afirmam que:

o processo de construção da identidade profissional não termina após o período da graduação, mas tem a sua continuidade, e que persiste por toda a vida. Com efeito, é essencial que se tenha uma preocupação quanto ao processo de formação docente, a fim de que possa ser este um período de reflexão das práticas pedagógicas e escolares e, sobretudo, um processo de transformação da realidade, sendo o professor, um agente de mudanças (AMORIM; MARQUES, 2017, p. 2123).

Na concepção das autoras, deve haver a continuidade na formação docente, pois é essencial para melhoria da prática pedagógica. Além de que, possibilita aos professores a construção de uma identidade profissional bem significativa. Além disso, dependendo do tema abordado na formação, o professor desenvolverá os conhecimentos relatados por Shulman (1987).

Portanto é de grande relevância que os professores continuem com o pensamento de continuarem melhorando a sua prática docente, e para isso devem participar das formações continuadas ofertadas pela rede de ensino da qual fazem parte, mas também, podem buscar qualificações em outros meios, como os cursos que são ofertados a distância e até participar de eventos educacionais, onde são apresentados vários trabalhos interessantes, que podem servir para a sala de aula.

Assim concluímos que a maior parte dos professores sujeitos desta pesquisa, são profissionais experientes e que possuem uma identidade ou perfil profissional característico, mas que ainda podem evoluir e se tornar melhores profissionais.

No próximo subtópico trataremos sobre a perspectiva dos professores sobre o ensino de volume de prismas e pirâmides, destacando a proposta do uso de atividades no Geogebra para ensino desse conteúdo.

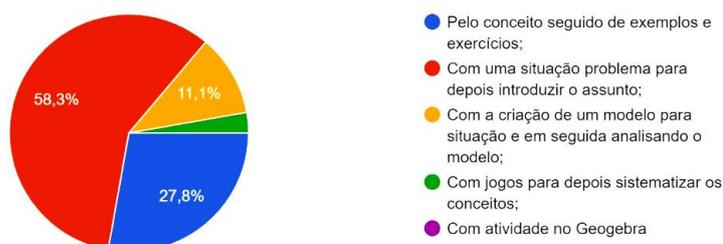
5.2 QUAL A PERSPECTIVA DOS PROFESSORES SOBRE O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES E SOBRE O GEOGEBRA?

Após a análise de quem são os professores o questionário buscou responder à questão que trata sobre as perspectivas dos professores sobre a utilização do Geogebra para o ensino de volume de prismas e pirâmides?

Desse modo apresentamos neste subtópico as informações obtidas por meio do questionário disponibilizado aos professores, que servem para obtermos a resposta desse questionamento.

O primeiro gráfico trata de como os professores iniciam as aulas do conteúdo volume de prismas e pirâmides.

Gráfico 10. Como os professores costumam iniciar as aulas de volume de prismas e pirâmides.



Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

O gráfico mostra que mais da metade dos professores (58,3%) começam as aulas de volume de prismas e pirâmides com uma situação problema para depois introduzir o assunto. Esse valor denota a preferência dos professores por essa maneira de iniciar as aulas, por meio da qual, tentam deixar o modelo tradicional um pouco de lado. Mas é importante destacar que também existe a necessidade de variação, ou seja, pode-se iniciar as aulas do conteúdo de outras formas, que também podem apresentar bons resultados.

Nesse contexto, ao analisarmos o número de professores que utilizam o Geogebra para iniciar o conteúdo, infelizmente não houve. Esse resultado reforça a relevância que este trabalho terá para os professores, uma vez que, apresenta o Geogebra como uma ferramenta bastante útil para o ensino deste conteúdo, servindo tanto para iniciar as aulas, como para as outras etapas do ensino, ou seja, para fixação da aprendizagem.

Conforme vimos anteriormente nos trabalhos de Santos (2017), Sampaio (2018), Coutinho Júnior (2018) e Silva (2019), o Geogebra é uma ferramenta que

facilita a compreensão de muitos temas da Matemática, principalmente, no campo da geometria.

Santos (2017) afirma que ao realizar um ensino por meio de atividades no Geogebra, os alunos despertaram o interesse, pois houve uma mudança na dinâmica em que era realizado o ensino em sala de aula. Verificou também que o desempenho dos alunos melhorou, o interesse e a participação cresceram. E isso resultou em trabalho produtivo, que foi aceito pela comunidade escolar, em especial, pelos alunos que apresentaram ter compreendido os conceitos abordados nas atividades.

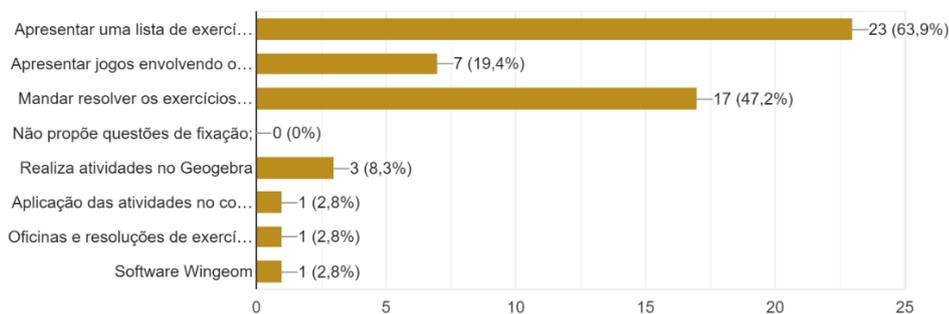
Sampaio (2018) verificou que a exploração conduzida no Geogebra deu ao aluno a oportunidade de explorar conceitos geométricos, questionando o que se fazia ver, explorando o que se abria diante do movimento realizado, das propriedades explícitas e da exploração. Além disso, a autora constatou que quando o aluno é colocado em uma posição de investigador, sendo incentivado a questionar, instigado a criar justificativas para o que é visto, abrem possibilidades para a aprendizagem geométrica.

Coutinho Júnior (2018) notou que as representações e visualizações dos sólidos, assim como as planificações feitas no Geogebra, contribuíram para melhorar a percepção das características e dos elementos que compõem os sólidos geométricos. O que ajudou os alunos a compreender melhor a dedução das fórmulas para o cálculo de volume.

Silva (2019) afirma que os procedimentos adotados com o uso do Geogebra, possibilitaram maior participação e envolvimento dos alunos, visto que interagem com o software, o que facilitou a visualização de cada sólido e a compreensão das fórmulas para cálculo de volume.

Assim em conformidade com esses autores as aulas com o uso do Geogebra podem contribuir com o processo ensino e aprendizagem do conteúdo volume de prismas e pirâmides, possibilitando resultados satisfatórios, tanto para o professor, como para os alunos. A partir dessa percepção, podemos garantir que iniciar as aulas do conteúdo volume de prismas e pirâmides com uso do Geogebra pode ser estimulador e interessante para os alunos, favorecendo o entendimento do conteúdo.

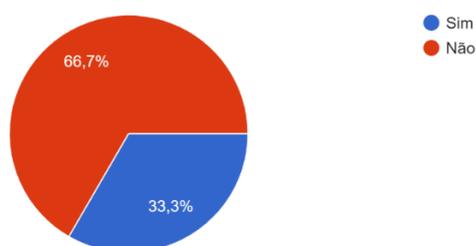
O gráfico a seguir trata da maneira que os professores utilizam para fixação do conteúdo de volume de poliedro e corpos redondos.

Gráfico 11. Fixação do conteúdo de volume de prismas e pirâmides.

Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

O gráfico demonstra que a maioria dos professores utilizam uma lista de exercícios (63,9%), seguido por mandar resolver os exercícios do livro (47,2%) e apenas 8,3% realizam atividades no Geogebra. Novamente o resultado nos motiva a dar continuidade neste trabalho com o Geogebra, pois o uso desse software pelos professores pesquisados ainda é bem pequeno.

Essa situação é ratificada pelo resultado do gráfico abaixo, no qual apresenta se os professores fizeram uso do Geogebra para facilitar a aprendizagem no ensino médio.

Gráfico 12. Fez uso do Geogebra para facilitar a aprendizagem dos alunos no ensino médio.

Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

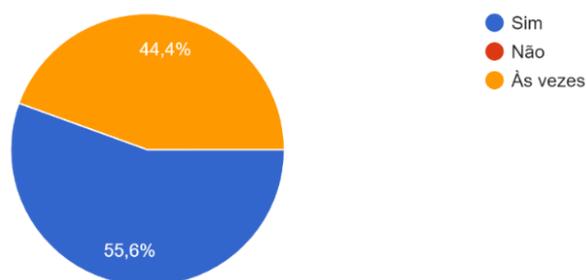
O gráfico mostra que 66,7% dos professores não fizeram uso do Geogebra para facilitar a aprendizagem dos alunos no ensino médio. Esse percentual é bem significativo, pois nos informa que os professores pesquisados, ou não possuem habilidade com o software, ou não compreenderam ainda, o valor didático que o Geogebra possui. Por isso, é importante apresentar a eles as potencialidades que esse software possui, como por exemplo, o destaque feito por Silva (2016), o qual afirma que o Geogebra substitui as tecnologias artesanais como régua, compasso e transferidor, e possibilita a interação, manipulação, criação e construções geométricas

mais precisas, além de permitir o armazenamento dessas construções. Outro ponto bem relevante foi apresentado por Sampaio (2018), a qual afirma que o software Geogebra potencializa um trabalho de investigação visual que pode contribuir para a aprendizagem matemática na medida em que abre oportunidade ao aluno de focar o que para ele se mostra.

Desse modo, o Geogebra é um recurso tecnológico que pode facilitar a aprendizagem dos alunos e, portanto, deve existir maior interesse dos professores em utilizá-lo nas aulas de Matemática, principalmente, nas aulas de sólidos geométricos.

No gráfico a seguir apresentamos os dados referente ao interesse dos alunos quando os professores ensinam volume de prismas e pirâmides.

Gráfico 13. Ao ensinar volume de prismas e pirâmides, os alunos se interessam pelas aulas?



Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

Para 55,6% dos professores, ao ensinarem volume de prismas e pirâmides, os alunos se interessam pelas aulas e para 44,4%, às vezes os alunos se interessam pelas aulas.

Com base na visão da maior parte dos professores, os alunos se interessam pelas aulas desse conteúdo, sendo que o interesse é essencial para eficácia do ensino, contribuindo para a aprendizagem. No entanto, se há interesse dos alunos pelo conteúdo e o rendimento for fraco, então, o problema estará na maneira como o conteúdo está sendo transmitido, nesse momento, cabe ao professor avaliar a sua prática pedagógica a fim de encontrar as falhas e corrigi-las, possibilitando aos alunos melhor desempenho.

A metodologia e os recursos que o professor utiliza em sua prática, são capitais no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, o professor não pode ser inflexível, mas deve sempre buscar alternativas para melhorar a sua prática de ensino, e em consequência disso, conseguir que os alunos tenham melhores resultados. Aliás

as práticas pedagógicas não devem ser realizadas de qualquer maneira, mas precisam ser bem planejadas para que tudo ocorra bem (BOARATI, 2018).

Ao escolher a prática que usará para ministrar um determinado conteúdo matemático, o professor precisa ter em mente os objetivos previamente traçados e a partir deles, deve selecionar as atividades que favorecerão a aprendizagem dos alunos, estimulando-os a construir seu próprio conhecimento.

Santos (2017, p. 78) afirma que “a geometria é vista como um conteúdo trabalhoso e difícil pela maior parte dos professores de Matemática”. Pensamento este, que fez com que o ensino da geometria fosse deixado de lado, principalmente, na época do Movimento Matemática Moderna, onde a forma de abordagem dos conteúdos dessa área da Matemática, tornou mais complicado o seu ensino conforme apresentou Pavanello (1989). Entretanto com o surgimento de muitos recursos tecnológicos, o ensino da geometria vem ganhando destaque, e é nesse contexto que o Geogebra está inserido, pois através do uso desse software o ensino dos conteúdos de geometria, inclusive o volume de prismas e pirâmides, tem se tornado bem mais atrativo para os alunos, favorecendo a assimilação de um conteúdo considerado difícil para muitos.

Para Sá (2020, p.149) o ensino de matemática pode ser dividido em duas grandes áreas que englobam as diversas maneiras dele ser desenvolvido: Uma que coloca o protagonismo somente no professor e a outra que o protagonismo é compartilhado entre professores e aluno. De acordo com esse autor, o ensino em que o professor é o protagonista “normalmente se dá da seguinte forma: apresentação de conceito/resultado/regra, seguida de exemplos, propriedades e questões para serem resolvidas”. Por outro lado, se o protagonismo é “compartilhado [...] a literatura de Educação Matemática tem registrado diversas possibilidades de Atividades de Ensino em função [...] da participação dos envolvidos todas com organizações próprias para o seu desenvolvimento” (SÁ, 2020, p.150).

Por meio dessa concepção, é importante que os professores utilizem em sua prática didática, atividades que possibilite um ensino mais dinâmico e que favoreça participação direta dos alunos na construção do conhecimento. Visto que, uma prática de ensino eficiente não é aquela em que o professor simplesmente transmite os conteúdos de forma bem clara, mas é aquela que consegue despertar no aluno a motivação em aprender, pois sabemos que não basta apenas o professor ter domínio

do conteúdo, pois se o aluno não tiver motivação em aprender, dificilmente o professor conseguirá atingir os objetivos daquela aula. Para o aluno alcançar o estímulo necessário, é importante que as aulas tenham significado para ele e seja conduzida de maneira que sinta prazer em participar dela.

O Geogebra foi idealizado com base nessa visão e se apresenta como alternativa para o ensino de Matemática e, em especial para o ensino de volume de prismas e pirâmides, podendo ampliar o nível de aprendizagem dos alunos e torná-los protagonistas no processo ensino e aprendizagem.

O quadro a seguir apresenta o nível de dificuldade dos alunos em relação a temas trabalhados no conteúdo de volume segundo a visão dos professores.

Quadro 11. Nível de dificuldade dos alunos sobre volume na percepção dos professores.

Assunto	Grau de dificuldade para aprender				
	Muito fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito difícil
Ideia intuitiva de volume	11,1%	27,8%	44,4%	16,7%	0%
Princípio de Cavalieri	2,8%	11,1%	52,8%	33,3%	0%
O metro cúbico seus múltiplos e submúltiplos	5,6%	22,2%	55,6%	16,7%	0%
Cálculo do Volume do Prisma	5,6%	27,8%	50%	16,7%	0%
Cálculo de Volume do paralelepípedo	5,6%	33,3%	44,4%	16,7%	0%
Cálculo do Volume do cubo	5,6%	33,3%	52,8%	8,3%	0%
Cálculo do Volume da Pirâmide	0%	8,3%	55,6%	36,1%	0%
Cálculo do Volume do Tronco da Pirâmide	2,8%	5,6%	44,4%	41,7%	5,6%

Fonte: pesquisa de campo com professores (2020)

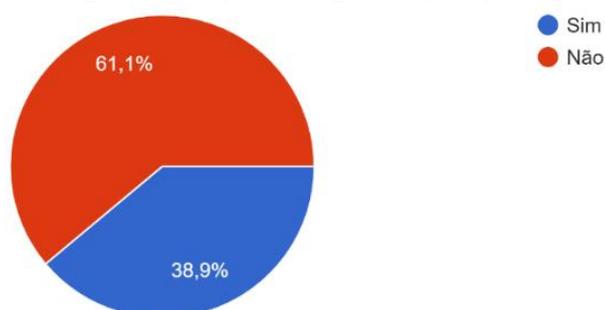
A análise do quadro demonstra que em geral os professores consideraram o nível de dificuldade dos conteúdos para os alunos como regulares, apenas em relação a problemas sobre o volume do tronco da pirâmide e do tronco do cone, que na visão deles eram difíceis para os alunos. Resultado semelhante a este, foi obtido por Santos (2012) que consultou professores e Moraes (2018) que consultou alunos, em que foi possível constatar que a visão dos professores, se aproximou da visão dos alunos. No entanto, tanto Santos (2012), como Moraes (2018), ao realizarem um teste diagnóstico, verificaram que essa visão não se comprovava na prática, ou seja, apesar

dos professores e alunos acharem que o nível de dificuldade desses conteúdos era regular, o aproveitamento no teste não comprovou o declarado.

Dessa forma, entendemos que mesmo que o conteúdo não apresente nível de dificuldade alta na visão de professores e alunos, não é garantia de um aprendizado eficiente, além de que, a maneira como é ensinado pode não ser tão produtiva e, portanto, é interessante refletir se de fato os alunos estão aprendendo. Portanto cabe ao professor fazer essa análise e buscar meios para melhorar a aprendizagem dos alunos, onde o Geogebra pode ser uma dessas alternativas.

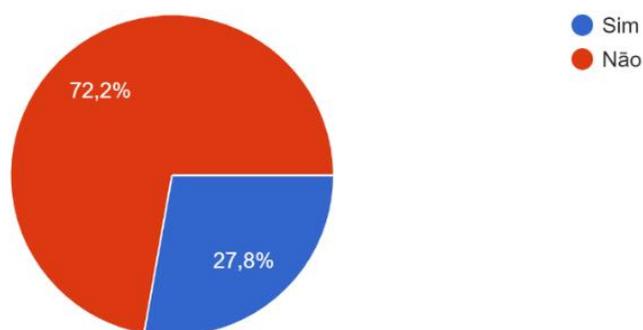
O próximo gráfico refere-se a uso do Geogebra pelos professores em alguma disciplina na graduação.

Gráfico 14. Teve alguma disciplina na graduação que fez uso do Geogebra?



Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

Gráfico 15. Participou de alguma formação ou minicurso sobre o uso do Geogebra em sala de aula?



Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

O resultado apresentado nos gráficos 24 e 25, mostram que (61,1%) dos professores não tiveram alguma disciplina que fez uso do Geogebra na graduação e (72,2%) não participaram de formação ou minicurso sobre o Geogebra. Esses dados de certa forma justificam porque maioria ainda não utilizou esse software em sala de

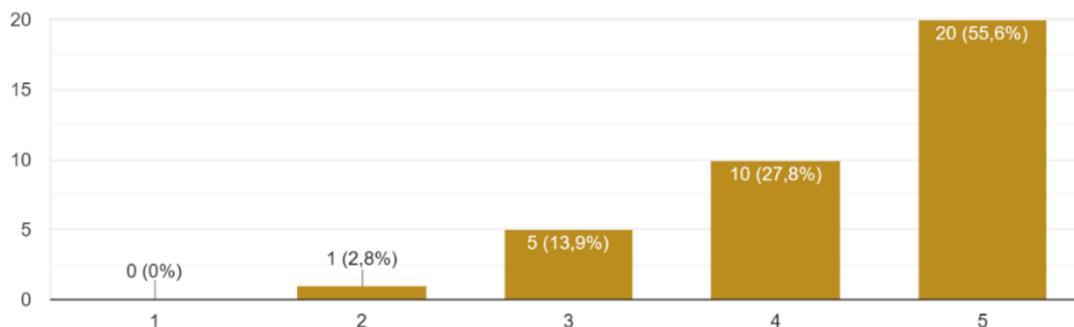
aula, aliás, podemos constatar que a falta de conhecimento é o principal motivo do pouco uso desse recurso tecnológico pelos professores pesquisados.

Diante dessas informações percebemos que há necessidade de aproximar os professores o Geogebra, mostrando a eles a utilidade e como devem utilizá-lo em sala de aula, desse modo, se torna interessante a realização de minicursos sobre o Geogebra a fim de que os professores aprendam a manusear o software e utilizem com maior frequência em suas aulas.

Santos (2017) afirmou que depois que fez um curso de Geogebra no ano de 2016, se interessou e começou elaborar atividades no software com a finalidade de trabalhar com os alunos do ensino médio. Com base nessa afirmação entendemos que se os professores conhecerem melhor os recursos do Geogebra, terão mais interesse em utilizá-lo em suas aulas. Dessa forma acreditamos que este trabalho será bastante útil para mostrar a relevância desse recurso para a aprendizagem dos alunos.

O próximo gráfico retrata o grau de relevância que os professores pesquisados dão ao uso do Geogebra em sala de aula.

Gráfico 16. Grau de relevância dado pelos professores sobre o uso do Geogebra em Sala de aula.



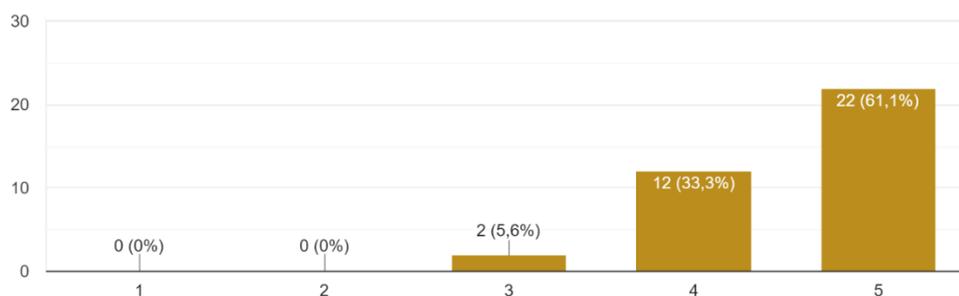
Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

Caracterizamos o grau de relevância em uma escala de 0 a 5, em 0 significa pouco relevante e 5 muito relevante, ou seja, à medida que os valores vão se aproximando de 5 o grau da relevância aumenta.

Ao analisarmos o gráfico 20, podemos verificar que os professores, assinalaram que o uso do Geogebra em sala de aula é bem relevante, o que significa, que possuem uma boa visão sobre a utilidade desse software para o ensino e que o não uso de alguns, é devido o pouco conhecimento de como manusear seus recursos.

Na sequência apresentamos o gráfico que trata da avaliação dos professores sobre a possibilidade de ensinar volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra.

Gráfico 17. Avaliação dos professores da possibilidade de ensinar volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra.

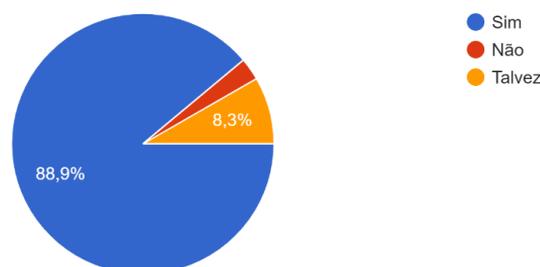


Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

O gráfico apresenta a avaliação dos professores em uma escala de 0 a 5, em que 0 significa não tenho interesse e 5 tenho muito interesse. Conforme visualizamos no gráfico, os professores demonstraram muito interesse em poder ensinar volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra.

O próximo gráfico, apresenta a visão dos professores, se o ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra, favorecerá ou não, a aprendizagem dos alunos.

Gráfico 18. O ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra favorecerá a aprendizagem dos alunos?

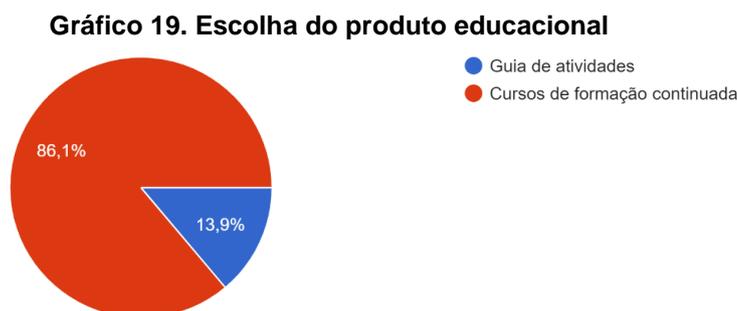


Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

O resultado apresentado no gráfico é bem significativo, pois, para 88,9% dos professores, o ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra favorecerá a aprendizagem dos alunos. Isso demonstra que os professores acreditam na eficiência do ensino realizado com uso dessa ferramenta, além de

esperar que o produto que desenvolveremos seja bom e propicie um ensino diferente e eficaz.

O último gráfico desta seção, trata da escolha do produto educacional que os professores acham necessário para ensinar volume de prismas e pirâmides via Geogebra.



Fonte: pesquisa de campo com professores (2021)

Conforme o gráfico, 86,1% dos professores acham que para ensinar volume de prismas e pirâmides via Geogebra, o ideal seria a oferta de cursos de formação continuada e 13,9% consideram que o Guia de atividades atende essa necessidade.

Mediante as informações obtidas nesta consulta feita aos professores, verificamos que os professores possuem conhecimento do conteúdo volume de prismas e pirâmides, possuem conhecimento pedagógico, mas o conhecimento do Geogebra, que é uma tecnologia específica para o ensino de Matemática e, portanto, para o ensino de volume de prismas e pirâmides, ainda é pequeno.

Como a maior parte selecionou a opção formação continuada, entendemos a necessidade que os professores pesquisados possuem de conhecer mais o Geogebra. Entretanto, ao invés de ofertarmos formação continuada aos professores, decidimos que a construção de um material didático com base no Geogebra, poderia resolver essa necessidade para o ensino do conteúdo volume de prismas e pirâmides, para isso, o material produzido deveria ser de fácil utilização, que não exija um grande conhecimento do Geogebra. Assim entendemos que a construção de um Guia de atividades, seria uma solução viável para resolver esse problema, por meio do qual, os professores poderão utilizar o Geogebra para ensinar o volume de prismas e pirâmides.

5.3 AVALIAÇÃO/ VALIDAÇÃO DO PRODUTO

Nesta seção, tratamos sobre o planejamento, desenvolvimento, aplicação e validação do produto educacional chamado “Guia de atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra”.

5.3.1 PLANEJAMENTO DO PRODUTO

Em conformidade com o que apresentamos nesta dissertação, percebemos que ainda existe a necessidade de tornar o ensino de geometria cada vez melhor. Nesse contexto, é preciso que o ensino dos conteúdos de geometria seja realizado de maneira que proporcione um ensino e uma aprendizagem mais eficaz, a partir dessa visão, escolhemos um tema da geometria e idealizamos a construção de um Guia de atividades.

O tema escolhido inicialmente foi volume de poliedros e corpos redondos, entretanto, mediante orientações da banca de qualificação, decidimos focar o nosso trabalho apenas em volume de prismas e pirâmides. A partir dessa compreensão construímos o “Guia de atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra”.

Esse material foi elaborado a partir da visão do modelo TPACK que trata da junção entre os conhecimentos tecnológico, pedagógico e do conteúdo, ou seja, o Guia de atividades foi produzido, tendo em vista, aspectos relacionados a esses três tipos de conhecimento, em que visamos apresentar um material que reúna esses conhecimentos, caracterizando o modelo TPACK (conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo).

O conhecimento do conteúdo se refere ao conhecimento de volume de prismas e pirâmides que é o objeto de estudo apresentado no Guia; o conhecimento tecnológico é contemplado com o uso do software Geogebra e o conhecimento pedagógico é apresentado a partir das competências e habilidades em conformidade a BNCC, nos objetivos de cada atividade e no modelo de ensino que o professor adotará pelo fato de utilizar as atividades.

O Guia tem a finalidade de contribuir com o ensino de volume de prismas e pirâmides, no qual, apresentamos atividades construídas no Geogebra, tendo em vista, três aspectos: a necessidade que os professores possuem da utilização de recursos diferenciados para o ensino desse conteúdo, a possibilidade de uma

aprendizagem melhor por parte dos alunos e o potencial didático do software Geogebra.

A escolha de produzir as atividades no Geogebra, resultou da análise de outros trabalhos que destacaram as potencialidades que esse software oferece para o ensino de Matemática e de geometria. Assim conferimos que o ensino realizado com uso do Geogebra pode tornar o ensino mais eficaz e melhorar a aprendizagem dos alunos sobre o volume de prismas e pirâmides.

No entanto, a construção do Guia de atividades, não seria simples, uma vez que, demandaria tempo e habilidade de manuseio do software, pois seria necessário construir as atividades na plataforma do Geogebra para depois disponibilizá-las aos professores.

Nesse processo era preciso ter em mente, que um bom número de professores não possui um amplo conhecimento da ferramenta ou nunca utilizaram, assim, o material produzido deveria ser bem prático e fácil de utilizar, tanto para os professores, quanto para os alunos. De modo que, os professores não ficassem com receio de usar o recurso em sala de aula, mas que também garantisse, que o conteúdo volume de prismas e pirâmides fosse trabalhado de forma eficiente e didática.

5.3.2 DESENVOLVIMENTO DO PRODUTO

Antes de desenvolver o Guia de atividades, tivemos que primeiro construir os applets no Geogebra. Nesse processo construímos alguns applets¹⁸, mas também utilizamos construções feitas por outros autores, visto que, percebemos que a plataforma do Geogebra continha applets que serviriam para minha proposta de trabalho.

As atividades foram construídas tendo em vista a idealização do ensino por atividades. Desse modo conforme os objetivos das atividades apresentadas no Guia, utilizamos a concepção de Sá (2019), em que algumas foram estruturadas com base na atividade de conceituação e outras com base na atividade de redescoberta. Além destas, o Guia apresenta atividades de fixação, as quais, foram desenvolvidas para os alunos reforçarem o conhecimento que adquiriram ao realizar as atividades de conceituação ou de redescoberta. Assim desenvolvemos e selecionamos os applets

¹⁸ Construções dinâmicas no Geogebra

que atendiam os requisitos necessários para proposta do Guia e que serviriam para realização do ensino de volume de prismas e pirâmides.

Após a construção e seleção dos applets, produzimos as atividades e criamos um livro dinâmico na plataforma do Geogebra, no qual, todas as atividades foram reunidas. Ao finalizar esse processo, construímos um Guia de atividades composto por 12 atividades a serem realizadas com o uso do Geogebra. Essas atividades estão reunidas em um livro dinâmico na plataforma do Geogebra, excetuando as atividades 10, 11 e 12, as quais, os próprios alunos construirão os applets.

Figura 19. Capa do Guia de atividades



As atividades 1, 2, 3, 4, 10, 11 e 12, foram pensadas para auxiliar o professor na introdução do conteúdo, enquanto, as atividades 5, 6, 7, 8 e 9, foram desenvolvidas para aprofundamento, entretanto, ressaltamos que os professores podem organizá-las e utilizá-las da maneira que for útil para sua sala de aula, além disso, destacamos que as atividades são de fácil utilização e podem ser usadas por qualquer professor de Matemática, inclusive aqueles que nunca utilizaram o Geogebra.

Quadro 12. Atividades apresentadas no Guia

ATIVIDADE	TIPO DE ATIVIDADE	COMPOSIÇÃO DA ATIVIDADE	DETALHAMENTO DA ATIVIDADE
Atividade 1 Ideia intuitiva de volume	Conceituação e redescoberta.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC; ➤ Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre ideia intuitiva de volume. 	A atividade consiste em fazer com que o aluno interaja com o sólido construído no Geogebra e a partir dessa atividade consiga assimilar a ideia intuitiva de volume e descubra o padrão de cálculo utilizado para determinar a quantidade de cubos unitários que cabem dentro do sólido.

		<ul style="list-style-type: none"> ➤ 7 questões para serem resolvidas com auxílio do applet. 	
Atividade 2 Princípio de Cavalieri	Conceituação	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC; ➤ Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre Princípio de Cavalieri. ➤ 4 questões para serem resolvidas com auxílio do applet. 	Nesta atividade os alunos escolherão os sólidos construídos no Geogebra, dois a dois, depois devem manipular o controle deslizante plano de corte, comparando as áreas das secções formadas e verificando se são iguais ou não em qualquer altura do sólido. Após essa constatação devem verificar o valor do volume de cada sólido, identificando se são iguais ou não. Ao executar esse processo os alunos deverão estabelecer a relação entre as secções e os sólidos de volumes iguais.
Atividade 3 Volume do prisma	Conceituação	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC; ➤ Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre o volume do prisma; ➤ 4 questões para serem resolvidas com auxílio do applet. 	A atividade consiste em levar o aluno perceber por meio da interação com o applet, que pelo princípio de Cavalieri, o volume do prisma sempre será o produto da área da base pela altura, independente do polígono que forma sua base. Assim, espera-se que os alunos ao usarem o controle deslizante, verifique que a qualquer altura a área da base é a mesma e, portanto, pode-se aplicar o Princípio de Cavalieri.
Atividade 4 Demonstração do volume da pirâmide	Conceituação	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC; ➤ Dois applets interativos criados no Geogebra, por meio dos quais, os alunos deduzirão o volume da pirâmide; ➤ 4 questões para serem resolvidas com auxílio dos applets. 	A atividade consiste em fazer que o aluno perceba por meio da interação com os applets, que o volume da pirâmide corresponde a $\frac{1}{3}$ do volume do prisma. Nesse processo, espera-se que os alunos percebam no primeiro applet que o prisma pode ser dividido em três pirâmides com volumes iguais e utilize o segundo applet para confirmar a dedução realizada no primeiro.

<p>Atividade 5</p> <p>Volume com cubos</p>	<p>Fixação</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC; ➤ Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre volume de um sólido geométrico, utilizando cubos. ➤ 7 questões para serem resolvidas com auxílio do applet. 	<p>Nesta atividade os alunos modificarão a medida da aresta dos cubos por meio do controle deslizante ou preenchendo a caixa de isenção do valor da aresta, e a partir dessas medidas poderão obter o valor do volume dos cubos pequenos e do sólido formado pela junção desses cubos.</p>
<p>Atividade 6</p> <p>Cálculo do volume de um paralelepípedo</p>	<p>Fixação</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC; ➤ Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre ideia volume de um paralelepípedo ou bloco retangular. ➤ 5 questões para serem resolvidas com auxílio do applet. 	<p>Nesta atividade os alunos utilizarão o applet para realizar o cálculo do volume do paralelepípedo, sendo que, o resultado será obtido em cm^3. Depois poderão fazer a conversão para litro ou para algum submúltiplo do litro. Dessa forma, espera-se que os alunos compreendam a relação entre as medidas de volume e as medidas de capacidade.</p>
<p>Atividade 7</p> <p>Volume do prisma de base regular</p>	<p>Fixação</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC; ➤ Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre volume do prisma de base regular. ➤ 5 questões para serem resolvidas com auxílio do applet. 	<p>Nesta atividade os alunos utilizarão o applet para realizar o cálculo do volume do prisma regular, em que, utilizarão os controles deslizantes ou as caixas para inserir os valores da medida do lado, a altura e o número de lados, os quais modificam o volume e a forma do prisma, que aparece na visualização ao lado. Através desta atividade espera-se que os alunos percebam como essas medidas influenciam na variação do volume de um prisma.</p>
<p>Atividade 8</p> <p>Volume da pirâmide de base regular</p>	<p>Fixação</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC; ➤ Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre 	<p>Nesta atividade os alunos utilizarão o applet para realizar o cálculo do volume da pirâmide, em que, utilizarão os controles deslizantes ou as caixas para inserir os valores da medida do lado, a altura e o número de lados, os quais modificam o volume e a forma da pirâmide,</p>

		<p>volume da pirâmide de base regular.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ 5 questões para serem resolvidas com auxílio do applet. 	<p>que aparece na visualização ao lado.</p> <p>Através desta atividade espera-se que os alunos percebam como essas medidas influenciam na variação do volume de uma pirâmide.</p>
<p>Atividade 9</p> <p>Volume do tronco da pirâmide</p>	<p>Fixação</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC; ➤ Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre volume da pirâmide e volume do tronco da pirâmide. ➤ 8 questões para serem resolvidas com auxílio do applet. 	<p>Nesta atividade os alunos utilizarão o applet para realizar o cálculo do volume da pirâmide maior, volume da pirâmide menor (cuja base resulta da secção horizontal na pirâmide maior) e o volume do tronco da pirâmide.</p> <p>No desenvolvimento da atividade, os alunos poderão realizar o cálculo dos volumes apresentados no parágrafo acima, de várias pirâmides, em que utilizarão os controles deslizantes para alterar as medidas e o tipo de pirâmide, podendo comparar esses volumes, destacando que o volume do tronco se obtém a partir da subtração entre o volume da pirâmide maior com o da pirâmide menor.</p>
<p>Atividade 10</p> <p>Construção e planificação do cubo no Geogebra</p>	<p>Redescoberta</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC; ➤ Instruções para construção de um cubo no Geogebra, por meio do qual, os alunos construirão um cubo e discutirão algumas questões sobre este sólido; ➤ 5 questões para serem resolvidas com auxílio do applet. 	<p>Nesta atividade os alunos terão que construir um cubo no Geogebra, seguindo os passos de orientação apresentados na atividade, em seguida farão a planificação e determinarão a área de uma das faces e o volume desse cubo.</p> <p>Através desta atividade espera-se que o aluno consiga se familiarizar com o Geogebra, ao mesmo tempo que, experimenta a sensação de protagonismo ao construir e interagir com o sólido.</p>
<p>Atividade 11</p> <p>Construção e planificação de prismas de base regular</p>	<p>Redescoberta</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC; ➤ Orientações para construção de um prisma de base regular no Geogebra; 	<p>Nesta atividade os alunos terão que construir um prisma de base regular no Geogebra, em seguida, escolherão um tipo de prisma, farão a planificação e determinarão a área de uma das faces laterais, área de uma das</p>

		<ul style="list-style-type: none"> ➤ 11 questões para serem resolvidas com auxílio do applet. 	<p>bases, e o volume do prisma escolhido.</p> <p>Através desta atividade espera-se que o aluno consiga aprofundar o conhecimento do Geogebra e dos prismas, além de desenvolver a capacidade criativa.</p>
<p>Atividade 12</p> <p>Construção e planificação de pirâmides de base regular</p>	Redescoberta	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC; ➤ Orientações para construção de uma pirâmide de base regular no Geogebra; ➤ 11 questões para serem resolvidas com auxílio do applet. 	<p>Nesta atividade os alunos terão que construir pirâmides de base regular no Geogebra, em seguida, farão a planificação de algumas e determinarão a área de uma das faces laterais, área da base e o volume das pirâmides escolhidas. Ao final terão que estabelecer a área total da pirâmide e a relação entre as medidas: área da base, altura e volume da pirâmide.</p> <p>Através desta atividade espera-se que o aluno consiga aprofundar o conhecimento do Geogebra e das pirâmides, além de desenvolver a capacidade criativa.</p>

Fonte: pesquisa bibliográfica (2022)

O Guia de atividades que contém essas atividades é um documento elaborado a parte desta dissertação e para o professor utilizar as atividades, precisará ter acesso ao Guia, que será disponibilizado junto com esta dissertação.

5.3.3 VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Após a produção do Guia de atividades, consultamos novamente os professores, a fim de que avaliassem e validassem o produto educacional. Esta consulta foi feita através de um questionário produzido no google forms e disponibilizado no período 23 de maio a 15 de junho de 2022. Junto com o questionário, disponibilizamos aos professores o Guia de atividades para ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra em formato pdf, em que os professores analisariam o material e as atividades produzidas, verificando se serviriam para ensinarem volume de prismas e pirâmides.

Apresentamos no quadro a seguir apresentamos o resultado da avaliação do produto educacional feita por 33 professores de Matemática do ensino médio das escolas públicas estaduais dos municípios de Viana, Matinha, Cajari, Penalva e Olinda Nova do Maranhão, municípios da região denominada de Baixada Maranhense. No total foram 14 professores de Viana, 5 de Matinha, 3 de Cajari, 7 de Penalva e 4 de Olinda Nova do Maranhão.

Quadro 13: Validação do produto

RESPONDA AS PERGUNTAS ABAIXO LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL "Guia de Atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra".			
Perguntas	Sim	Em parte	Não
Apresenta um texto atrativo e de fácil compreensão?	91%	6%	3%
O conteúdo apresentado no Guia de atividades, possui relevância no ensino de geometria?	100%	0%	0%
Apresenta atividades, que podem favorecer o ensino de volume de prismas e pirâmides?	97%	3%	0%
Apresenta o conteúdo volume de prismas e pirâmides de forma clara e didática?	97%	3%	0%
Permite que os alunos assimilem definições, conceitos e propriedades sobre volume de prismas e pirâmides?	94%	6%	0%
Demonstra que as atividades desenvolvidas no Geogebra é um bom recurso para o ensino de volume de prismas e pirâmides?	97%	3%	0%
As atividades apresentadas no Guia, podem vir a contribuir para um ensino mais dinâmico do conteúdo volume de prismas e pirâmides?	97%	3%	0%
Após a análise do Guia, você considera que ele é um instrumento educacional que pode auxiliar o professor na melhoria do ensino de volume de prismas e pirâmides?	100%	0%	0%

Fonte: consulta feita a professores (2022)

Conforme apresentado no quadro, 91% dos professores consideraram que o Guia de atividades possui um texto atrativo e de fácil compreensão. Esse resultado demonstra que o material produzido possui um bom aspecto visual e, principalmente, por ser de fácil compreensão, possibilita seu uso sem muitos problemas.

Em relação ao conteúdo apresentado no Guia, 100% dos professores pesquisados, assinalaram que o conteúdo volume de prismas e pirâmides possui

relevância no ensino de geometria. Desse modo verificamos que na visão dos professores, o ensino desse conteúdo é importante para área de geometria e, portanto, constitui-se um conhecimento necessário para os alunos.

97% dos professores assinalaram que o Guia de atividades apresenta atividades que podem favorecer o ensino de volume de prismas e pirâmides. Essa avaliação foi feita a partir do conhecimento que eles possuem do conteúdo, conhecimento destacado por Shulman (1987), como fazendo parte dos saberes do professor. Esse conhecimento permitiu que os professores analisassem cada atividade, verificando se estas poderiam favorecer ou não o ensino do conteúdo.

O mesmo percentual de 97%, verificaram que o Guia apresenta o conteúdo volume de prismas e pirâmides de forma clara e didática. Essa avaliação pôde ser feita a partir de dois tipos de conhecimento do professor conforme apresenta Shulman (1987) e o Koehler e Misha (2005, apud CIBOTO; OLIVEIRA, 2017) no modelo TPACK, os quais são: o conhecimento do conteúdo, que permitiu aos professores verificarem a clareza do conteúdo nas atividades e o conhecimento pedagógico, que possibilitou enxergarem a questão didática presente no material.

Para 94% dos professores, o Guia permite que os alunos assimilem definições, conceitos e propriedades sobre volume de prismas e pirâmides. Nessa avaliação percebemos novamente os professores fazerem uso do conhecimento do conteúdo, uma vez que, definições, conceitos e propriedades, são conhecimentos obtidos a partir do estudo do conteúdo.

No que diz respeito ao uso das atividades do Geogebra para ensinar volume de prismas e pirâmides, 97% dos professores assinalaram que o Guia demonstra que as atividades desenvolvidas no Geogebra é um bom recurso para o ensino deste conteúdo. Para poderem ter essa compreensão, os professores precisaram ter contato com a tecnologia do software, e mediante o uso das atividades apresentadas no Guia, verificaram que o uso desta tecnologia digital específica é uma boa alternativa para ensinar volume de prismas e pirâmides. Nesse processo podemos identificar que foram mobilizados os conhecimentos apresentados no modelo TPACK, ou seja, o conhecimento tecnológico, conhecimento pedagógico e conhecimento do conteúdo, sendo que a combinação destes, possibilita bons resultados na prática docente.

Para 97% dos professores as atividades apresentadas no Guia, podem vir a contribuir para um ensino mais dinâmico do conteúdo volume poliedros. Esse percentual demonstra que os professores avaliaram que o uso das atividades desenvolvidas no Geogebra, podem proporcionar dinamicidade ao ensino do conteúdo. Neste caso podemos verificar que para fazerem essa avaliação, os professores tiveram que conhecer a tecnologia apresentada no Guia e seu potencial pedagógico, mobilizando o conhecimento tecnológico e pedagógico.

Após a análise do Guia, todos os professores consideraram que ele é um instrumento educacional que pode auxiliar o professor no ensino de volume de prismas e pirâmides.

Para encerrar o processo de investigação, perguntamos aos professores se aprovavam e validavam o Produto Educacional intitulado "Guia de Atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra". Em que obtemos aprovação de todos os professores consultados.

Ao analisarem o produto, alguns professores destacaram que o produto era bastante relevante para ensinar o conteúdo volume de prismas e pirâmides, outros destacaram a dinamicidade, o aspecto visual, a parte atrativa e didática do software, ressaltando que esses elementos facilitam o ensino e a aprendizagem.

O professor A disse que “o ensino de matemática necessita de alternativas educacionais, de cunho atrativo, que possibilitem um aprendizado significativo e que leve em consideração a aplicação no dia a dia”. Para ele o Guia atende essa necessidade.

Na mesma linha de raciocínio o professor B destacou que “atualmente precisamos utilizar os recursos tecnológicos na sala de aula para que o ensino seja cada vez mais eficaz”. Para ele o Guia de atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra, “é um recurso que atende e ajuda professor e alunos nesse processo”.

A fala dos professores acima, revela a compreensão que possuem da utilidade da tecnologia para o ensino, desta forma, perceberam que o Guia foi produzido para atender a necessidade do uso de tecnologias específicas para o ensino de Matemática, em especial, para o ensino do conteúdo volume de prismas e pirâmides.

A professora C aprovou o material e ressaltou que “o trabalho é inovador, pois possui característica dinâmica e atrativa”, em consonância com esse pensamento a professora D, disse que o produto apresenta a temática de forma clara e objetiva, enquanto o professor E destacou que “o material é muito prático e didático”.

Por meio do que foi expresso pelos professores acima, percebemos que o produto poderá auxiliar os professores no desenvolvimento da prática pedagógica em sala de aula, ou seja, a partir do conhecimento pedagógico que possuem os professores avaliaram que o material possui características que podem propiciar um melhor ensino.

O professor F, informou que aplicou o Guia de atividades em uma das salas que dar aula e disse que deu super certo, aprovando o material. Dessa forma, verificamos que o material atendeu as expectativas dos professores. Além do descrito no questionário, alguns professores me disseram que precisavam de mais materiais de mesmo cunho e solicitaram que enviasse outros trabalhos similares.

Assim, mediante a avaliação e aprovação dos professores, afirmamos que o Guia de atividades para ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra, é um produto educacional que contribui para melhoria do ensino de volume de prismas e pirâmides, pois por intermédio dele, verificamos que é possível combinar o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico e o conhecimento tecnológico. Visto que, apresenta atividades que favorecessem a aprendizagem dos alunos, além de valorizar o uso da tecnologia aliada com o conhecimento do professor, a fim de garantir um ensino mais eficiente.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo em vista a necessidade do uso de ferramentas que possibilite um ensino melhor do conteúdo volume de prismas e pirâmides, iniciamos este processo investigativo com a finalidade de apresentar aos professores de Matemática do ensino médio, um material pedagógico que os auxilie nesse processo. Dessa forma, traçamos como objetivo: produzir um produto educacional para o ensino de volume de prismas e pirâmides por meio do uso de atividades do Geogebra, que combine o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico e o conhecimento tecnológico.

O uso do Geogebra, foi motivado por sabermos do seu potencial didático, visto que, muitos trabalhos destacam as potencialidades que esse software oferece para o ensino de Matemática e de geometria. Além de compreendermos que o uso de uma tecnologia específica, pode ser uma alternativa viável para tornar o ensino mais eficaz e melhorar a aprendizagem dos alunos.

No entanto, para realizar esse processo, era fundamental compreender a significância que este produto teria para o ensino do conteúdo volume de prismas e pirâmides e qual seria a visão dos professores sobre seu uso em sala de aula. A partir dessa perspectiva, fizemos um levantamento dos principais aspectos curriculares que envolvem o ensino do conteúdo volume de prismas e pirâmides, os quais foram úteis para entendermos como este conteúdo é apresentado atualmente nos currículos educacionais. Destacamos também, alguns aspectos teóricos que serviram para nortear a produção do produto educacional e a análise da visão dos professores sobre o material construído.

Nos aspectos curriculares, discorremos sobre o currículo de Matemática e o ensino de geometria, tratamos sobre como o conteúdo volume de prismas e pirâmides é apresentado na BNCC e apresentamos uma pequena análise de como os livros didáticos usados recentemente em sala de aula apresentam esse conteúdo. Essas informações nos permitiram entender que as mudanças ocorridas no currículo de Matemática influenciaram o ensino de geometria e, por conseguinte, o ensino de volume de prismas e pirâmides, verificamos também, que o surgimento no Brasil do documento normativo BNCC promoveu uma maior valorização do ensino de geometria.

Ao compreender a importância da BNCC para o ensino, descrevemos como esse documento apresenta o conteúdo volume de prismas e pirâmides, destacando as competências e habilidades, as quais, os professores precisam ter em mente que os alunos devem desenvolver ao estudar o conteúdo.

Nos aspectos teóricos, enfatizamos duas teorias que serviram para analisarmos os resultados da pesquisa, bem como, para saber como o produto contribuiria para o conhecimento do professor. Uma baseada na visão de Shulman (1987) sobre os saberes docente, que discorre sobre os conhecimentos que o professor precisa ter para realizar um bom ensino, com destaque para o conhecimento pedagógico do conteúdo, a outra, foi concebida por Koehler e Misha (2005, apud

CIBOTO; OLIVEIRA, 2017), que desenvolverem o modelo TPACK, no qual enfatizam o uso do conhecimento tecnológico associado com conhecimento pedagógico do conteúdo, esta associação resulta no conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo, por meio do qual, o professor usa uma tecnologia específica para ensinar o conteúdo.

Considerando ainda os aspectos teóricos, destacamos a abordagem Matemática sobre o volume de prismas e pirâmides, discorreremos sobre o uso da tecnologia no ensino de geometria, em que apresentamos o Geogebra como um recurso que pode ser utilizado para ensinar geometria. Para comprovar que o ensino realizado com auxílio desse software possibilita bons resultados, consultamos alguns trabalhos, que utilizaram essa ferramenta para ensinar volume, através dos quais, verificamos que de fato o Geogebra constitui-se uma boa opção para ensinar o volume de prismas e pirâmides.

Para finalizar o aporte teórico desta pesquisa, tratamos sobre o ensino por atividades baseado na visão de Sá (2019). A partir da compreensão dessa concepção de ensino, idealizamos as atividades do produto educacional que denominamos “Guia de atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra”, por meio do qual, respondemos à questão: é possível ensinar volume de prismas e pirâmides por atividades, considerando para além do conhecimento do conteúdo, os conhecimentos pedagógico e tecnológico?

O produto educacional “Guia de atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides”, responde essa questão, devido apresentar uma proposta de ensino que reúne esses três tipos de conhecimento, ou seja, o produto não se resume apenas ao conhecimento do conteúdo, ou conhecimento pedagógico, ou conhecimento tecnológico, pelo contrário, ele combina esses três conhecimentos, propiciando ao professor o enriquecimento da sua prática docente.

Com o propósito de verificar a relevância que este produto teria para os professores ensinarem volume de prismas e pirâmides, fizemos uma consulta por meio de um questionário no google forms com 36 professores de Matemática do ensino médio da rede pública estadual do Maranhão, que atuam em nos municípios de Viana, Matinha, Olinda Nova, Penalva e Cajari.

As questões aplicadas foram elaboradas com o propósito de levantar informações suficientes para compreendermos a viabilidade do uso do Guia de

atividades, por parte dos professores. Por meio destas, foram possíveis extrair conclusões que garantiam o alcance do objetivo proposto.

O primeiro grupo de questões, permitiu conhecermos o perfil dos professores entrevistados. A partir das informações coletadas, concluímos que os professores possuíam características adequadas para exercer o ensino da disciplina Matemática e, por conseguinte, para ensinar volume de prismas e pirâmides. Esses dados nos permitiram aferir que os professores tinham condições de exercer um bom ensino, visto que, apresentaram as qualificações necessárias para ensinar o conteúdo, entre as quais, destacamos com base na concepção de Shulman (1987) o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico, obtidos durante o processo formativo e pela experiência de sala de aula.

O segundo grupo de questões estavam relacionadas a perspectivas dos professores sobre o ensino de volume de prismas e pirâmides e sobre o uso do Geogebra. Por intermédio destas, foi possível entender que a maior parte dos professores não utilizavam o Geogebra como recurso no início das aulas ou para fixação do conteúdo volume de prismas e pirâmides, mas consideravam o Geogebra como uma boa ferramenta, que pode melhorar o ensino e facilitar a aprendizagem dos alunos em relação a esse conteúdo. Para eles o uso do Geogebra em sala de aula é bem relevante, demonstrando grande interesse na possibilidade de ensinarem volume de prismas e pirâmides através de atividades no Geogebra.

O não uso do Geogebra por boa parte de professores era resultado de não possuírem habilidade para manusear o software, por isso, ressaltaram a necessidade de formação continuada que oferecesse capacitação em relação ao uso do Geogebra em sala de aula.

Dessa forma ao produzir o Guia de atividades tivemos que levar em consideração, que muitos professores não possuíam domínio dessa tecnologia. Assim, entendemos que deveria ser um produto simples, de fácil manuseio, mas que cumprisse o papel de apresentar o conteúdo com o rigor Matemático e ao mesmo tempo, fosse um recurso didático dinâmico e prazeroso.

Após essa verificação, produzimos o Guia de atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra e disponibilizamos aos professores para avaliarem. Esse processo ocorreu com uso de um questionário no google forms, em que 33 dos professores pesquisados responderam. O resultado desta avaliação foi

positivo, visto que os professores aprovaram o material produzido, além de tecerem comentários positivos e demonstrarem interesse em outros materiais semelhantes.

Mediante a avaliação feita pelos professores, concluímos que o produto educacional “Guia de atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra”, pode na visão dos professores melhorar o ensino de volume de prismas e pirâmides. Dessa forma, verificamos que o objetivo proposto na pesquisa foi alcançado, mas também, compreendemos a necessidade de outros trabalhos semelhantes, que apresentem o uso do Geogebra como recurso para ensinar outros temas da Matemática.

Assim, consideramos a pesquisa bem relevante para melhorar o ensino do conteúdo abordado, além de oferecer aos professores, a possibilidade de melhorar seu conhecimento pedagógico, do conteúdo e do Geogebra (tecnologia). Dessa forma, verificamos que este trabalho abre horizontes para o desenvolvimento de trabalhos futuros, que possibilite melhorar ainda mais o ensino ofertado aos alunos.

REFERÊNCIAS

AMORIM, Ana Carla de; MARQUES, Gisela de Moura Bluma. A formação docente e a prática pedagógica do professor iniciante. In: Congresso Nacional de Educação, 13., 2017, Curitiba. **Anais [...]**. Curitiba: Educere, 2017. p. 2121-2132. Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/arquivo/>. Acesso em: 27 dez. 2021.

ANDRADE, Claydaiane Ferraz. **Recursos tecnológicos na práxis docente**: um estudo com professores de matemática do ensino médio das escolas estaduais de ouro preto do Oeste – Ro. 2016. 75 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2016. Disponível em: <http://www.ppgecim.ulbra.br/teses>. Acesso em: 04 jan. 2021.

ANGELO, Mateus Santos; SANTOS, Maria Flavia Melo dos; BARBOSA, Renata Sa de Jesus. O ensino de geometria no Brasil: uma abordagem histórica. In: **Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade**, 14., 2020, São Cristóvão. **Anais [...]**. São Cristóvão: Educon, 2020. v. 14, p. 1-12. Disponível em: <https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/>. Acesso em: 13 out. 2021.

BACKES, Vânia Marli Schubert; MENEGAZ, Jouhanna do Carmo; MIRANDA, Fernanda Alves Carvalho de; SANTOS, Lauriana Medeiros Costa; CUNHA, Alexandre Pareto da; PATRÍCIO, Samira Souza. LEE SHULMAN: contribuições para a investigação da formação docente em enfermagem e saúde. **Texto & Contexto - Enfermagem**, [S.L.], v. 26, n. 4, p. 1-9, 8 jan. 2018. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/0104-07072017001080017>. Disponível em: <https://www.scielo.br/>. Acesso em: 07 jun. 2022.

BARROSO, Márlisson da Silva; BATALHA, Tyciana Vasconcelos; ASSIS, Waleria Lindoso Dantas; MELO, José Carlos de. A tecnologia e o desenvolvimento da criança: possibilidades, desafios e perspectivas. In: **Simpósio Nacional de Tecnologias Digitais na Educação**, 3., p. 37- 46, 2018, São Luis. **Anais...** São Luis: EDUFMA, 2018. Disponível em: <https://lccp.ufra.edu.br/images/doc/Anais>. Acesso em 04/01/2021.

BAILER, Cyntia; TOMITCH, Lêda Maria Braga; D'ELY, Raquel Carolina Souza Ferraz. Planejamento como processo dinâmico: a importância do estudo piloto para uma pesquisa experimental em linguística aplicada. **Revista Intercâmbio**, São Paulo, v. 24, p. 129-146, 2011. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/>. Acesso em: 22 out. 2021.

BECKER, Kalinca Léia. Qualidade da educação no Brasil: uma análise da distribuição regional do ideb em 2007 e 2017. **Ipea**: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, Rio de Janeiro, p. 183-190, jun. 2020. Disponível em: <http://repositorio.ipea.gov.br/handle/11058/54>. Acesso em: 15 out. 2021.

BOARATI, Sandra Rodrigues Sarro. Práticas pedagógicas para o ensino de matemática. **Revista de Humanidades, Tecnologia e Cultura**, Faculdade de Tecnologia de Bauru, v. 8, n. 1, 2018. Disponível em: <http://fatecbauru.edu.br>. Acesso em 02 jan. 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 01 dez. 2020.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução**, 3 ed. Brasília: MEC/SEF, 2001.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, 3 ed. Brasília: MEC/SEF, 2001.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Institucional**. Brasília, DF, 14 out. 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/institucional/>. Acesso em: 20 dez. 2021.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Censo da Educação Básica 2020**: Sinopses estatísticas. Brasília, DF: Inep, 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/>. Acesso em: 21 dez. 2021.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Censo da educação básica 2020**: resumo técnico [recurso eletrônico] – Brasília: Inep, 2021. 70 p. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/>. Acesso em: 22 dez. 2021.

BRITO, Karina Grüber Ribeiro; ALMEIDA, Karla Silva; FAÇANHA, Letícia Helena do Vale; JUNIOR, João Batista Bottentuit. A utilização do jusbrasil como ferramenta pedagógica para promoção da atualização jurisprudencial dos profissionais do direito. In: **Simpósio Nacional de Tecnologias Digitais na Educação**, 3., p. 47- 60, 2018, São Luis. **Anais...** São Luis: EDUFMA, 2018. Disponível em: <https://lccp.ufrpa.edu.br/images/doc/Anais>. Acesso em 04 jan. 2021.

CALDATTO, M., & PAVANELLO, R. M. Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. **Quadrante**, v. 24, n. 1, p. 103–128, 30 de Jul 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.48489/quadrante.22913>. Acesso em 03 fev. 2021.

CIBOTTO, Rosefran Adriano Gonçales; OLIVEIRA, Rosa Maria Moraes Anunciato. Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo: uma revisão teórica. **Imagens da Educação**, Maringá, v. 7, n. 2, p. 11-23, 2017. Disponível em: <https://periodicos.uem.br/>. Acesso em: 17 jun. 2022.

COELHO, Beatriz. **Metodologia científica**: aprenda como delimitar na sua pesquisa. 2020. Disponível em: <https://blog.mettzer.com/metodologia-cientifica/>. Acesso em: 29 set. 2021.

COUTINHO JÚNIOR, Francisco Raimundo. **Volumes de Sólidos Geométricos**: uma proposta de ensino com o auxílio do software geogebra. 2018. 131 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro, 2018. Disponível em: <https://portais.univasf.edu.br/>. Acesso em: 23 ago. 2021.

FIGUEIREDO, A. P. N. B. **Resolução de problemas sobre a grandeza volume por alunos do ensino médio**: um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. 2013. 189 f. Dissertação (Mestrado em educação matemática e tecnológica) - Programa de pós-graduação de educação matemática e tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle>. Acesso em 13 mar. 2021.

FIGUEREDO, Ana Paula Nunes Braz; MORAIS, Leonardo Bernardo de. Análise de problemas resolvidos por alunos do ensino médio envolvendo a grandeza volume: um estudo sob a ótica da teoria dos campos conceituais. In: **EPBEM- Encontro Paraibano de Educação Matemática**, 8., 2014. Campina Grande. **Anais...** Universidade Estadual da Paraíba, 2014. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/9538>. Acesso em: 8 mar. 2021.

FOSSA, John A. Algumas considerações teóricas sobre o ensino de matemática por atividades. **Rematec**: Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Belém, v. 15, n. 35, p. 10-26, 19 nov. 2020. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/>. Acesso em: 20 jun. 2022.

GEOGEBRA. **Sobre o Geogebra**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em: 16 ago. 2021.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**, 6 ed. São Paulo: Atlas 2008.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. O CENÁRIO DO ENSINO DE MATEMÁTICA E O DEBATE SOBRE O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA. **Práxis Educacional**, Vitória da Conquista, v. 8, n. 13, p. 253-280, jul/dez, 2012. Disponível em: periodicos2.uesb.br. Acesso em 25 nov. 2020.

GUIMARÃES, Camila; SEMIS, Laís. **32 respostas sobre a Base Nacional Comum Curricular**. 2017. Disponível em: <https://novaescola.org.br>. Acesso em: 01 dez. 2020.

HERRING, M.C., KOEHLER, M. J., MISHRA, P., ROSENBERG, J.M., & TESKE, J. (2016). **Introdução à Segunda Edição do Manual TPACK**. Em M.C. Herring, M.J. Koehler e P. Mishra (Eds.), *Manual de Conhecimento de Conteúdo Pedagógico Tecnológico (TPACK) para Educadores 2ª Edição*. New York: Routledge, 2016, p. 1-8. Disponível em: <https://punyamishra.com/>. Acesso em: 18 jun 2022.

ISOTANI, Seiji; BRANDÃO, Leônidas de Oliveira. Como Usar a Geometria Dinâmica? O papel do professor e do aluno frente às novas tecnologias. In: **WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA**, 12., 2006, Campo Grande. **Anais [...]**. Campo Grande: Sbc, 2006. p. 120-128. Disponível em: <https://www.br-ie.org/pub/index.php/wie/article/view/882>. Acesso em: 16 fev. 2022.

LIMA, Elon Lages. **Medidas e Formas em Geometria**: comprimento, área, volume e semelhança. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio**, v. 2. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

MARTINEZ, Marcia Lorena Saurin; NOVELLO, Tanise Paula. Uma proposta para o ensino de geometria na educação básica. in: **congresso internacional de ensino de matemática**, 6, 2013, Canoas. **Anais...** Canoas: Ulbra, 2013. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br>. Acesso em: 22 de abr. 2021.

MATOS, José Manuel. Atores e processos da inovação curricular no ensino da matemática. **Rematec**: Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Belém, v. 15, n. 36, p. 60-77, 22 dez. 2020. Disponível em: <http://www.rematec.net.br>. Acesso em: 28 dez. 2020.

MENESES, Ricardo Soares de. **Uma história da Geometria escolar no Brasil**: de disciplina a conteúdo de ensino. 2007. 266 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/>. Acesso em: 13 out. 2021.

MORAES, Ideny Espírito Santo Queiros. **O Ensino de Volume de Sólidos Geométricos por atividades**. 2018. 279 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/>. Acesso em: 14 jan. 2021.

NEIRA, Marcos Garcia. A proposta curricular do Estado de São Paulo na perspectiva dos saberes docentes. **Revista Brasileira de Educação Física Esporte**, São Paulo, v. 25, n. 6, p. 23-27, nov. 2011. Disponível em: <http://www.gpef.fe.usp.br>. Acesso em: 24 fev. 2022.

PALANCH, Wagner Barbosa de Lima. Panorama sobre Currículo em Educação Matemática. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 68, p. 52-65, jan/jun. 2016. Disponível em: <https://costalima.ufrj.br>. Acesso em: 30 dez. 2020.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. **Representações, interpretações e prática pedagógica**: a geometria na sala de aula. 2000. 398 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253367>. Acesso em: 22 abr. 2021.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria**: visão histórica. 1989. 201 f. Dissertação (Doutorado) - Curso de Mestrado em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989. Disponível em: repositorio.unicamp.br. Acesso em: 06 out. 2021.

SÁ, Pedro Franco. As atividades experimentais no ensino de matemática. **REMATEC**, v. 15, n. 35, p. 143-162, 5 dez. 2020. Disponível em: <http://www.rematec.net.br>. Acesso em: 10 jan. 2021.

SÁ, P.F. **Possibilidades do ensino de Matemática por Atividades**. Belém: SINEPEM, 2019. Disponível em: <https://www.researchgate.net/>. Acesso em 20 jun. 2022.

SÁ, Pedro Franco de; SALGADO, Rosângela Cruz da Silva. **Calculadora**: Possibilidades de uso no ensino de matemática. Belém: EDUEPA, 2015.

SAMPAIO, Raissa Samara. **Geometria e visualização**: ensinando volume com o software geogebra. 2018. 96 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita, Rio Claro, 2018. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/>. Acesso em: 13 dez. 2021.

SANTOS, Ednardo Lopes dos. **Possibilidades de uso do Geogebra para compreensão de conceitos geométricos da geometria espacial**: uma experiência com alunos do terceiro ano do ensino médio. 2017. 85 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2017. Disponível em: <http://www2.uesb.br/ppg/profmat>. Acesso em: 18 jan. 2021.

SANTOS, G. P.; SOUZA MAFRA, J. R. O ensino de matemática por atividades: uma interface entre recursos tecnológicos e o pensamento computacional. **REMATEC**, v. 15, n. 35, p. 79-99, 4 dez. 2020. Acesso em: 10 jan. 2021.

SANTOS, Waldiza Lima, Salgado dos. O ensino de volume de sólidos por atividades. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará: Belém, 2012.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2013. 274 p.

SHULMAN, Lee S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. **Cadernos Cenpec | Nova Série**, [S.L.], v. 4, n. 2, p. 196-229, 22 jun. 2015. Tradução de Leda Beck. publicação original "Knowledge and Teaching Foundations of the New Reform", a *Harvard Educational Review*, v. 57, n. 1, p. 1-22, primavera 1987 (Copyright by the President and Fellows of Harvard College). Disponível em: <https://cadernos.cenpec.org.br/>. Acesso em: 10 jun. 2022.

SILVA, Jocélio Aguiar da. **Geometria Espacial**: volume de cilindros, cones e esferas através de resolução de problemas. 2019. 85 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2019. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/>. Acesso em: 13 dez. 2021.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. **"O que é geometria?"**; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-geometria.htm>. Acesso em 21 de abril de 2021.

SOUSA, Francisco Deilson Rodrigues Barbosa de. **Software Geogebra no ensino da trigonometria**: proposta metodológica e revisão da literatura a partir das produções discentes nas dissertações do profmat. 2018. 63 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal do Maranhão, São Luis, 2018. Disponível em: <https://tede2.ufma.br/>. Acesso em: 17 ago. 2021.

SPINILLO, Alina Galvão; PACHECO, Auxiliadora Baraldi; GOMES, Juliana Ferreira; Cavalcanti, Luciano. O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso? **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 64, p. 57-70, jan/jun. 2014. Disponível em: <http://costalima.ufrjr.br/index.php/gepem>. Acesso em: 10 mar. 2021.

TASHIMA, Marina Massaco e SILVA, Ana Lúcia da. **As Lacunas No Ensino-Aprendizagem Da Geometria**. Portal dia a dia. 2015. Disponível em: <<http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br>>. Acesso em: 23/04/2021.

VALENTE, Wagner Rodrigues. OS MOVIMENTOS DA MATEMÁTICA NA ESCOLA: do ensino de matemática para a educação matemática; da educação matemática para o ensino de matemática; do ensino de matemática para a educação matemática; da educação matemática para o ensino de matemática? **Pensar A Educação**, Curitiba/belo Horizonte, v. 2, n. 2, p. 3-23, abr/jun, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br>. Acesso em: 28 dez. 2020.

VERONEZE, Daniela Jéssica; NOGARO, Arnaldo; SILVA, Fernanda Levandoski da; ZANOELLO, Simone Fátima. Consensos e dissensos entre os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática**, 12, 2016, p. 1 – 12, São Paulo. **Anais...** São Paulo, SBEM, 2016. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/enem2016/anais>. Acesso em 02 jan. 2021.

APÊNDICES

APÊNDICE 1. QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES

Questionário de Pesquisa

Prezados (as) professores (as),

Sou estudante do curso de Mestrado Profissional do ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Estou desenvolvendo uma pesquisa, a fim de gerar dados acerca dos docentes de matemática, com a finalidade de elaborar um produto educacional sobre volume de prismas e pirâmides no Geogebra que possa ajudar no ensino mais dinâmico de matemática na educação básica.

Para a efetivação da referida pesquisa, é importante sua participação ao responder às questões a seguir. Ressalto que sua identificação será preservada e que as informações serão utilizadas para fins acadêmicos.

*Obrigatório

1. E-mail *

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

2. Eu, aceito participar do projeto citado, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido da pesquisa intitulada: Ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra, sob a responsabilidade das pesquisadoras Ana Kely Martins da Silva e Cinthia Cunha Maradei Pereira, orientadoras e orientando Edivan Mendes vinculados a Universidade do Estado do Pará. Estou ciente que esta pesquisa busca realizar um diagnóstico do ensino de Volume de Poliedros e Corpos Redondos a partir da opinião dos professores de matemática. Tenho clareza que minha colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras importantes para a realização da pesquisa. Em nenhum momento serei identificado. Estou ciente que resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim minha identidade será preservada. Estou ciente ainda que os produtos desta pesquisa serão de natureza acadêmica com um estudo sobre o ensino de volume de prismas e pirâmides.

Marcar apenas uma oval.

- Concordo
- Não concordo

3. 1) Gênero: *

Marcar apenas uma oval.

Masculino

Feminino

4. 2) Faixa Etária: *

Marcar apenas uma oval.

18 - 25 anos

26 - 33 anos

34 - 41 anos

42 - 49 anos

50 - 57 anos

acima de 58 anos

3) Escolaridade

5. Graduação(escreva o curso, instituição e ano de conclusão)

6. Especialização (escreva o curso, instituição e ano de conclusão)

7. Mestrado (escreva o curso, instituição e ano de conclusão)

8. Doutorado (escreva o curso, instituição e ano de conclusão)

9. 4) Tempo de Serviço como Professor *

Marcar apenas uma oval.

- Menos de 1 ano
- De 1 a 5 anos
- De 6 a 10 anos
- De 11 a 15 anos
- De 16 a 20 anos
- De 21 a 25 anos
- De 26 a 30 anos
- Acima de 30 anos

10. 5) A rede de ensino onde você atua oferece formação continuada? *

Marcar apenas uma oval.

- Não oferece
- Oferece raramente
- Oferece frequentemente

11. 6) Quando a rede de ensino onde você trabalha, ou ainda outras instituições, ofertam curso de formação continuada, Você: *

Marcar apenas uma oval.

- Não participa
- Participa poucas vezes
- Participa muitas vezes
- Sempre participa

12. 7) Como você costuma iniciar suas aulas de Volume de Poliedros e Corpos Redondos? *

Marcar apenas uma oval.

- Pelo conceito seguido de exemplos e exercícios;
- Com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
- Com a criação de um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;
- Com jogos para depois sistematizar os conceitos;
- Com atividade no Geogebra
- Outro: _____

13. 8) Para fixar os conteúdos de Volume de Prismas e Pirâmides, você costuma? *

Marque todas que se aplicam.

- Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos;
- Apresentar jogos envolvendo o assunto;
- Mandar resolver os exercícios do livro didático;
- Não propõe questões de fixação;
- Realiza atividades no Geogebra
- Outro: _____

14. 9) No ensino de Matemática com seus alunos do ensino médio, em algum momento você fez utilização do Geogebra para facilitar a aprendizagem? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não

15. 10) Quando você ensina Volume de Prismas e Pirâmides, os alunos se interessam pelas aulas? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
 Não
 Às vezes

16. 11) Com base em sua experiência de professor(a), informar qual o nível de dificuldade que os estudantes sentem quando estudam os assuntos a seguir: *

Marcar apenas uma oval por linha.

	Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Ideia intuitiva de Volume	<input type="radio"/>				
Princípio de Cavalieri	<input type="radio"/>				
O metro cúbico seus múltiplos e submúltiplos	<input type="radio"/>				
Volume do prisma	<input type="radio"/>				
Volume do cubo	<input type="radio"/>				
Volume do paralelepípedo	<input type="radio"/>				
Volume da pirâmide	<input type="radio"/>				
Volume do tronco da pirâmide	<input type="radio"/>				

17. 12) Você teve alguma disciplina na graduação que fez uso do Geogebra? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
 Não

18. 13) Você já participou de alguma formação ou minicurso que tratava do uso do Geogebra em sala de aula? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
 Não

19. 14) Qual o grau de relevância você dar ao uso do Geogebra para o ensino de Volume de Prismas e Pirâmides? *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

Pouco relevante Muito relevante

20. 15) De que forma você avalia a possibilidade de ensinar Volume de Prismas e Pirâmides por meio de atividades no Geogebra? *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

não tenho interesse tenho muito interesse

21. 16) Você considera que ensinar Volume de Prismas e Pirâmides por meio de atividades no Geogebra favorecerá a aprendizagem dos alunos? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
 Não
 Talvez

22. 17) Que produto educacional, você considera necessário para facilitar o ensino de Volume de Prismas e Pirâmides, via Geogebra? *

Marcar apenas uma oval.

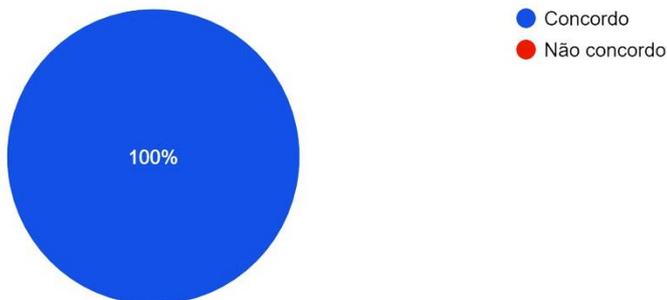
- Guia de atividades
- Cursos de formação continuada
- Outro: _____

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

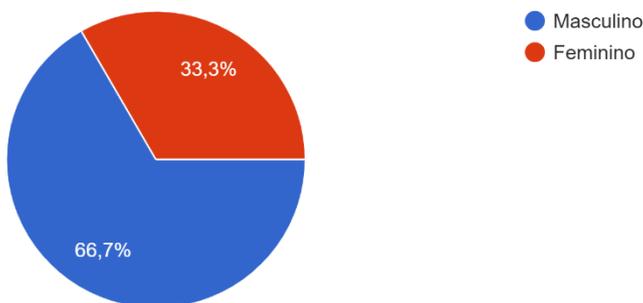
Google Formulários

APÊNDICE 2. GRÁFICO OU TABELA DOS QUESTIONÁRIO

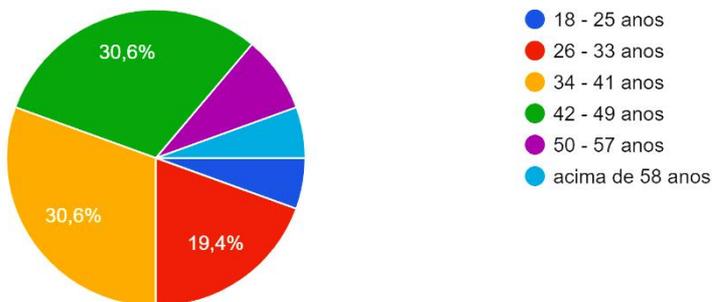
Eu, aceito participar do projeto citado, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido da pesquisa intitulada: Ensino de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra.



1) Gênero:
36 respostas



2) Faixa Etária:
36 respostas



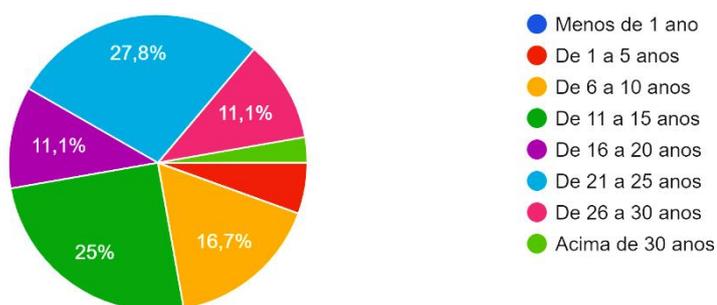
3) Escolaridade

Graduação	Número de professores
Licenciatura em Matemática ou Ciências com habilitação em Matemática	35
Outras áreas	1
Total	36

Maior Titulação	Número de professores
Graduação	5
Especialização	31
Total	36

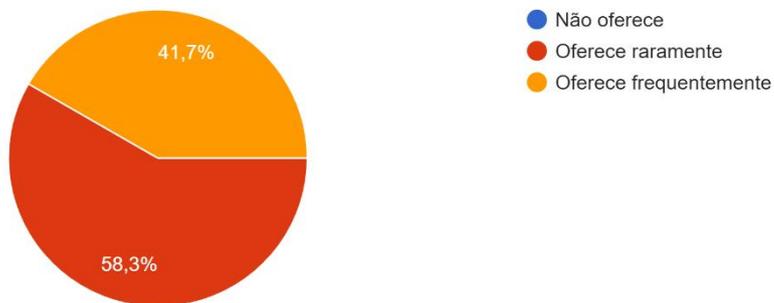
4) Tempo de Serviço como Professor

36 respostas



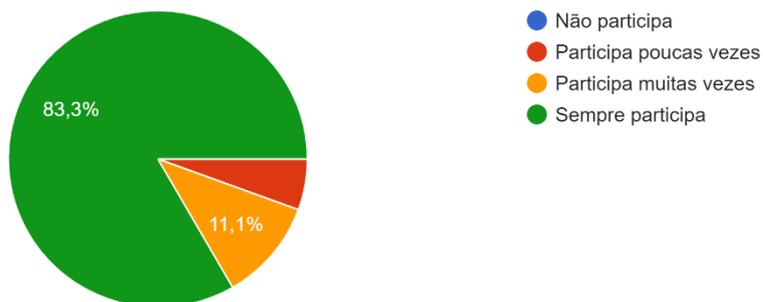
5) A rede de ensino onde você atua oferece formação continuada?

36 respostas

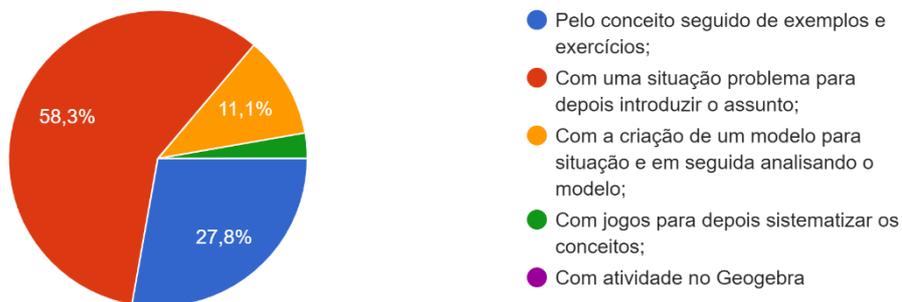


6) Quando a rede de ensino onde você trabalha, ou ainda outras instituições, ofertam curso de formação continuada, Você:

36 respostas

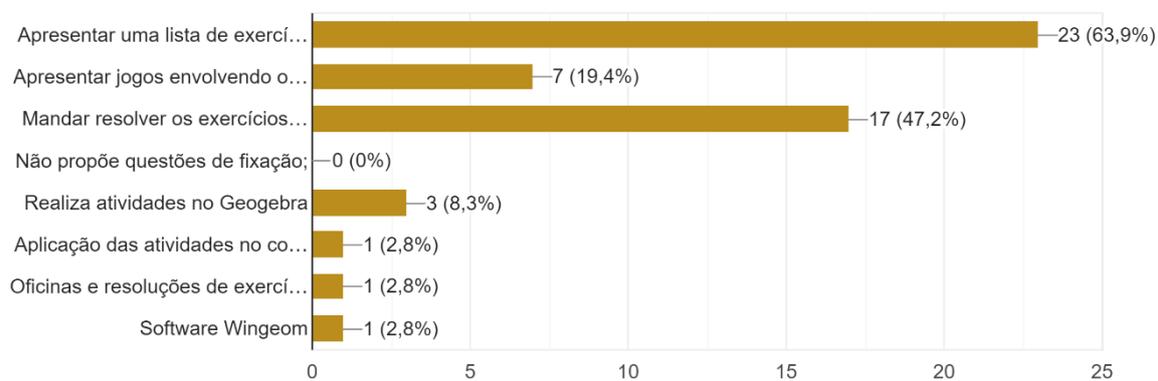


7) Como você costuma iniciar suas aulas de volume de prismas e pirâmides?



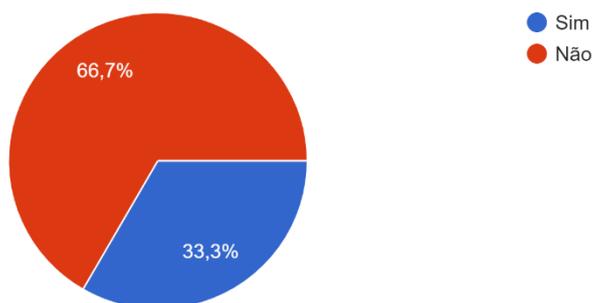
8) Para fixar os conteúdos de Volume de Prismas e Pirâmides, você costuma?

36 respostas



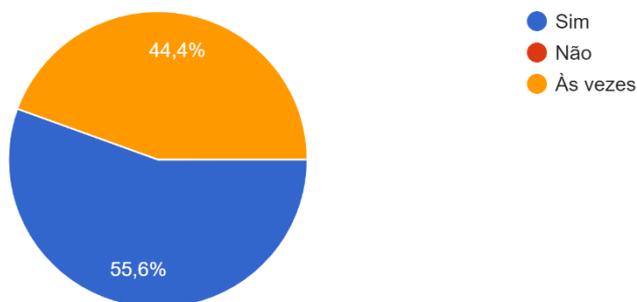
9) No ensino de Matemática com seus alunos do ensino médio, em algum momento você fez utilização do Geogebra para facilitar a aprendizagem?

36 respostas



10) Quando você ensina Volume de Prismas e Pirâmides, os alunos se interessam pelas aulas?

36 respostas

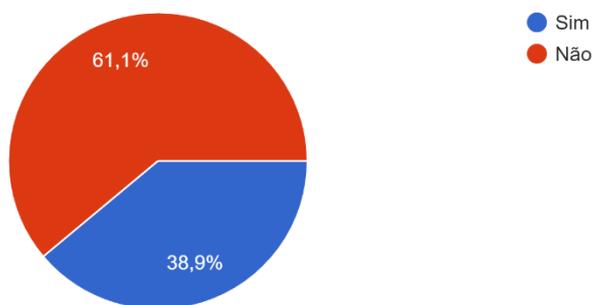


11) Com base em sua experiência de professor(a), informar qual o nível de dificuldade que os estudantes sentem quando estudam os assuntos a seguir.

Assunto	Grau de dificuldade para aprender				
	Muito fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito difícil
Ideia intuitiva de volume	11,1%	27,8%	44,4%	16,7%	0%
Princípio de Cavalieri	2,8%	11,1%	52,8%	33,3%	0%
O metro cúbico seus múltiplos e submúltiplos	5,6%	22,2%	55,6%	16,7%	0%
Cálculo do Volume do Prisma	5,6%	27,8%	50%	16,7%	0%
Cálculo de Volume do paralelepípedo	5,6%	33,3%	44,4%	16,7%	0%
Cálculo do Volume do cubo	5,6%	33,3%	52,8%	8,3%	0%
Cálculo do Volume da Pirâmide	0%	8,3%	55,6%	36,1%	0%
Cálculo do Volume do Tronco da Pirâmide	2,8%	5,6%	44,4%	41,7%	5,6%

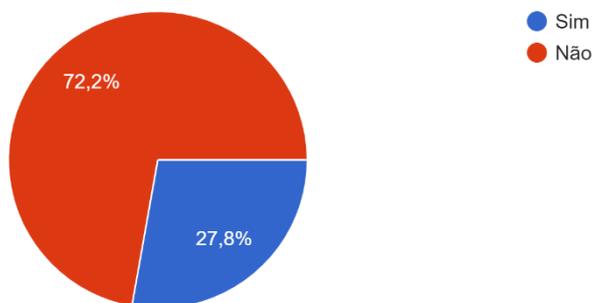
12) Você teve alguma disciplina na graduação que fez uso do Geogebra?

36 respostas



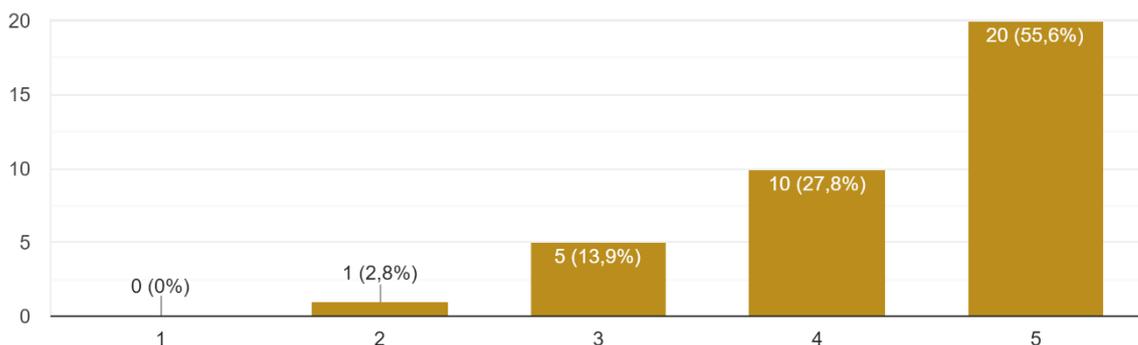
13) Você já participou de alguma formação ou minicurso que tratava do uso do Geogebra em sala de aula?

36 respostas



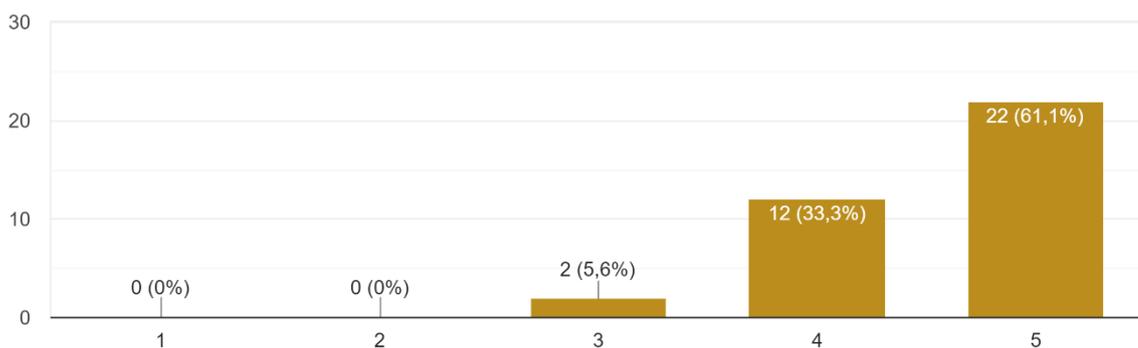
14) Qual o grau de relevância você dar ao uso do Geogebra para o ensino de Volume de Prismas e Pirâmides?

36 respostas



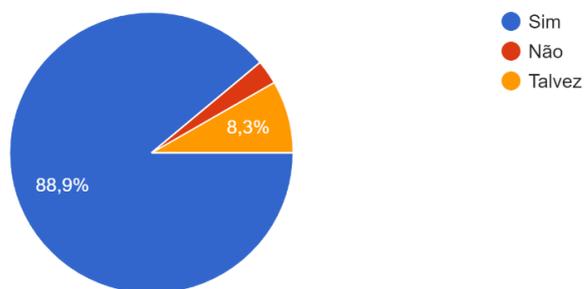
15) De que forma você avalia a possibilidade de ensinar Volume de Prismas e Pirâmides por meio de atividades no Geogebra?

36 respostas



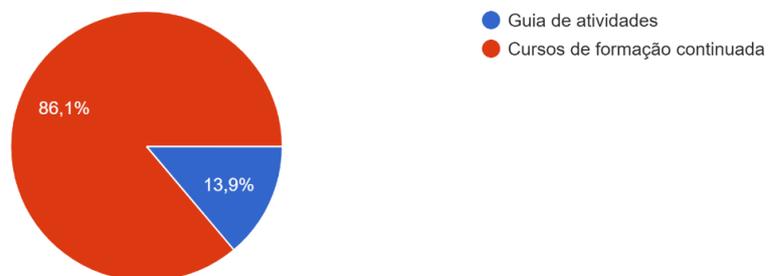
16) Você considera que ensinar Volume de Prismas e Pirâmides por meio de atividades no Geogebra favorecerá a aprendizagem dos alunos?

36 respostas



17) Que produto educacional, você considera necessário para facilitar o ensino de Volume de Prismas e Pirâmides, via Geogebra?

36 respostas



APÊNDICE 3. QUESTIONÁRIO PARA VALIDAÇÃO DO PRODUTO

Avaliação/Validação Produto Educativo

Prezados (as) professores (as) de matemática,
Sou estudante do curso de Mestrado Profissional do ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Produzi um Produto Educativo " Guia de Atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra, em que propomos atividades construídas no Geogebra para o desenvolvimento do ensino de volume de prismas e pirâmides . Nesse sentido, solicitamos o preenchimento das questões a seguir para efeito de avaliar/validar o produto educativo.
Para a efetivação da referida pesquisa, é importante sua participação ao responder a avaliação a seguir. Ressalto que sua identificação será preservada e que as informações serão utilizadas para fins acadêmicos.

Desde já, agradeço a contribuição e fico à disposição.

Edivan Mendes (98)98842-2486/(98)984068517

*Obrigatório

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

1. Declaro que aceito participar voluntariamente do processo de validação do Produto Educativo "Guia de Atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra", após ter sido devidamente esclarecido da pesquisa, sob a responsabilidade da pesquisadora Ana Kely Martins da Silva, (orientadora) e orientando Edivan Mendes vinculados a Universidade do Estado do Pará. Estou ciente que esta pesquisa busca avaliar o Produto Educativo: Guia de atividades. Tenho clareza que minha colaboração na avaliação será preencher o questionário com as perguntas norteadoras importantes para a realização da pesquisa. Em nenhum momento serei identificado. Estou ciente que resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim minha identidade será preservada. Estou ciente ainda que os produtos desta pesquisa serão de natureza acadêmica com um estudo acerca do ensino de geometria aliado as Tecnologias digitais. *

Marcar apenas uma oval.

CONCORDO EM PARTICIPAR DA VALIDAÇÃO DO PRODUTO INTITULADO GUIA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES NO GEOGEBRA

4. RESPONDA AS PERGUNTAS ABAIXO LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL "Guia de Atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra".

Marcar apenas uma oval por linha.

	SIM	EM PARTE	NÃO
Apresenta um texto atrativo e de fácil compreensão?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
O conteúdo apresentado no Guia de atividades, possui relevância no ensino de geometria?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Apresenta atividades, que podem favorecer o ensino de volume de prismas e pirâmides?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Apresenta o conteúdo volume de prismas e pirâmides de forma clara e didática?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Permite que os alunos assimilem definições, conceitos e propriedades sobre volume de prismas e pirâmides?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Demonstra que as atividades desenvolvidas no Geogebra é um bom recurso para o ensino de volume de prismas e pirâmides?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
As atividades apresentadas no Guia, podem vir a contribuir para um ensino mais dinâmico do conteúdo volume prismas e pirâmides?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Após a análise do Guia, você considera que ele é um instrumento educacional que pode auxiliar o professor na tarefa de melhorar o ensino de Volume de prismas e pirâmides?

5. VOCÊ APROVA A VALIDAÇÃO DESSE PRODUTO EDUCACIONAL INTITULADO "Guia de Atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra"? SE SIM, JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA(a justificativa é opcional)*
-

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

APÊNDICE 4. QUADRO DA VALIDAÇÃO

RESPONDA AS PERGUNTAS ABAIXO LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL "Guia de Atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra".			
Perguntas	Sim	Em parte	Não
Apresenta um texto atrativo e de fácil compreensão?	91%	6%	3%
O conteúdo apresentado no Guia de atividades, possui relevância no ensino de geometria?	100%	0%	0%
Apresenta atividades, que podem favorecer o ensino de volume de prismas e pirâmides?	97%	3%	0%
Apresenta o conteúdo volume de prismas e pirâmides de forma clara e didática?	97%	3%	0%
Permite que os alunos assimilem definições, conceitos e propriedades sobre volume de prismas e pirâmides?	94%	6%	0%
Demonstra que as atividades desenvolvidas no Geogebra é um bom recurso para o ensino de volume de prismas e pirâmides?	97%	3%	0%
As atividades apresentadas no Guia, podem vir a contribuir para um ensino mais dinâmico do conteúdo volume de prismas e pirâmides?	97%	3%	0%
Após a análise do Guia, você considera que ele é um instrumento educacional que pode auxiliar o professor no ensino de Volume de prismas e pirâmides?	100%	0%	0%

APÊNDICE 5. ATIVIDADES DO GUIA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES NO GEOGEBRA



**ATIVIDADES PARA O ENSINO DE
VOLUME DE PRISMAS E
PIRÂMIDES NO GEOGEBRA**

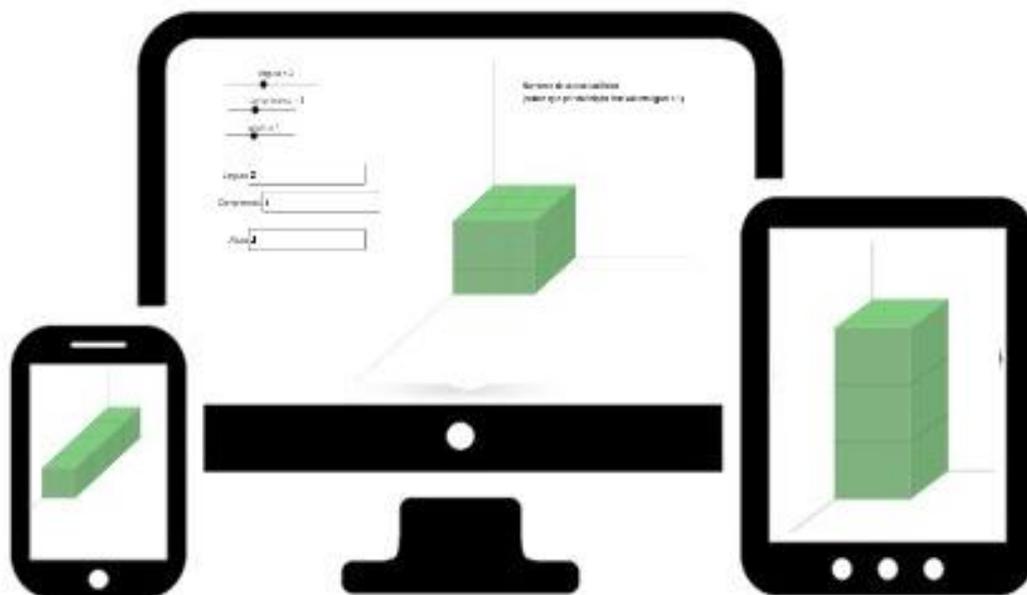


Olá, Professores!

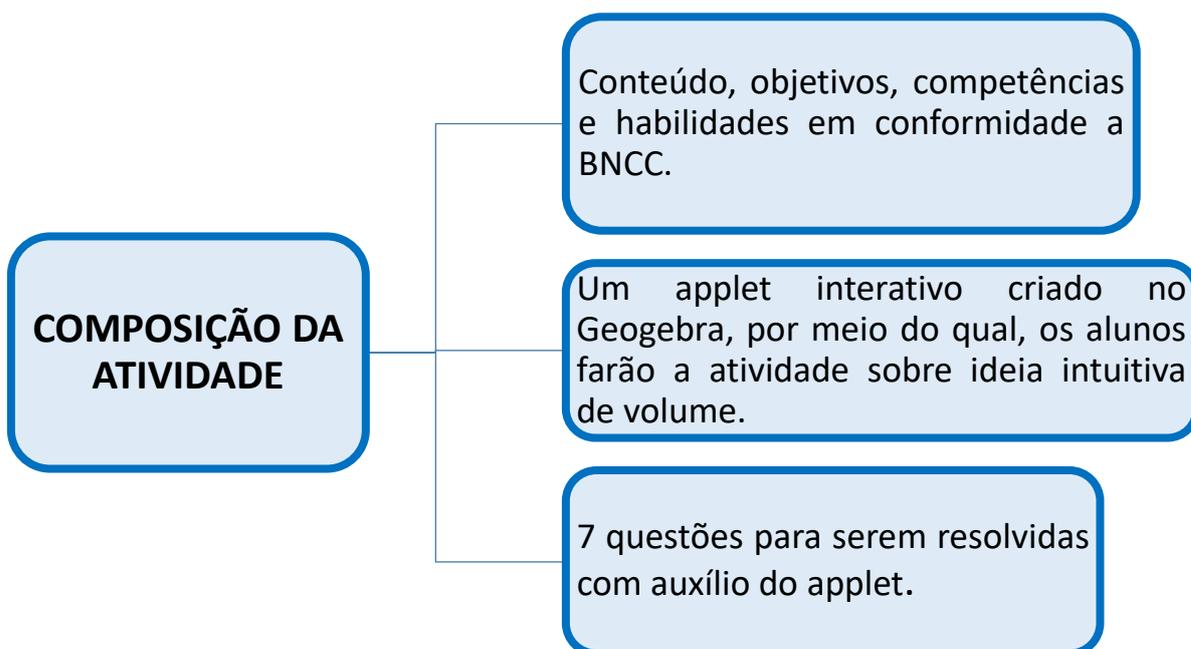
- *As atividades deste guia foram elaboradas para serem feitas preferencialmente online, mas você pode baixá-las para uso offline. Ao final das atividades apresento o passo a passo para baixar as atividades.*
- *Para o uso offline, você precisará baixar o applet e deve imprimir as questões para os alunos.*
- *Os applets são as construções dinâmicas no Geogebra.*
- *As questões apresentadas aqui são sugestivas, mas os professores poderão alterá-las ou elaborar outras, em conformidade a necessidade da aula.*
- *A sequência das atividades também é sugestiva, o professor pode adaptar de acordo com aula.*
- *O professor poderá ou não usar todas as atividades, pois deve escolher a que melhor se encaixa com a necessidade de seus alunos.*



Atividade 1



Noção intuitiva de volume



“A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la.” (Johannes Kepler)

Conteúdo	Objetivos
Noção Intuitiva de Volume	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Compreender a noção Intuitiva de Volume a partir da utilização de cubos unitários. ➤ Determinar o volume de um bloco retangular.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

A atividade consiste em fazer com que o aluno interaja com o sólido por meio dos controles deslizantes ou preenchendo as caixas, executando os comandos pedidos nas questões e à medida que executa as ações, espera-se que ele consiga perceber a regularidade apresentada, extraindo as conclusões desejadas.

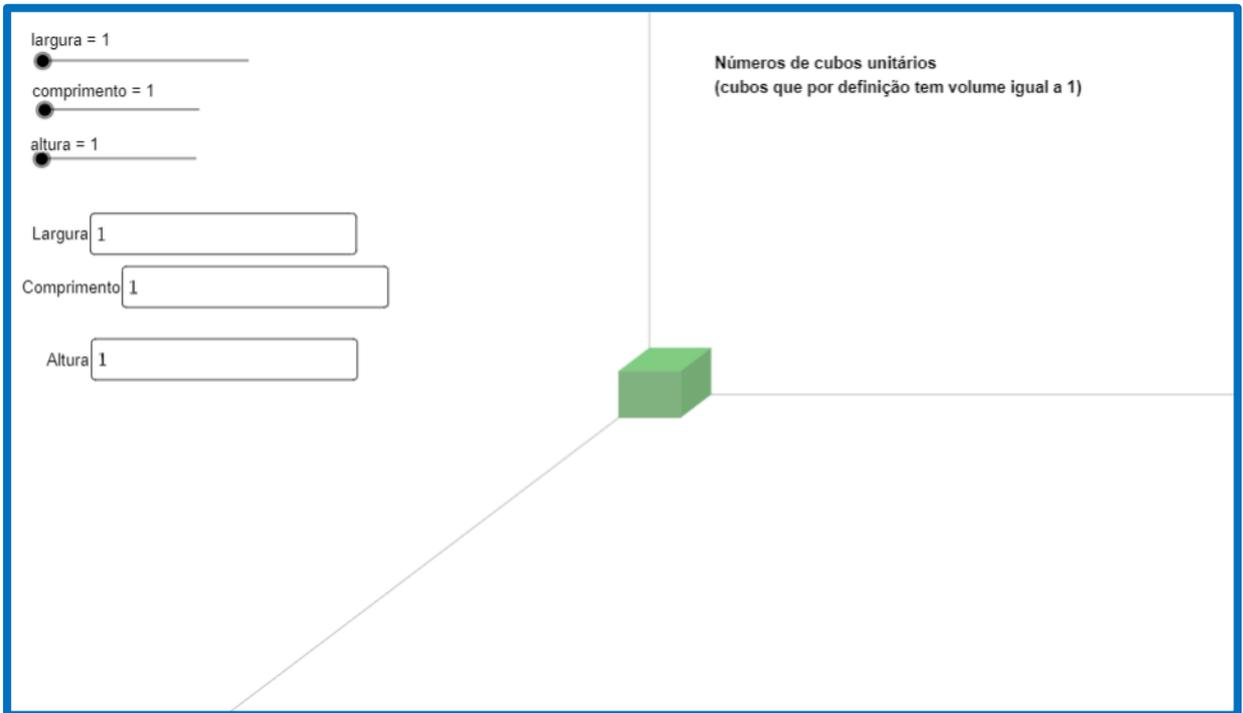
Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/mm4ebtek>

Execução da atividade

Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Ao acessar atividade pelo computador, tablet ou celular, devem utilizar os controles deslizantes altura, comprimento e largura ou se preferirem podem preencher os campos abaixo com as medidas indicadas. Em seguida devem responder as questões:

Figura 1. Imagem do applet da atividade 1



Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/mm4ebtek>



O volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupada (isto não é uma definição matemática, mas apenas uma ideia intuitiva). Para medir a grandeza "volume" compará-la com uma unidade.

Questões apresentadas na atividade

- 1) No applet acima, utilize os controles deslizantes ou preencha os campos e crie um bloco retangular, medindo 3 na largura, 1 no comprimento e 1 na altura. Observe a imagem e diga quantos cubos compõem esse bloco retangular ou prisma?

Resposta: 3 cubos

- 2) Construa um bloco retangular, medindo 3 na largura, 2 no comprimento e 1 na altura. Observe a imagem e diga quantos cubos compõem esse bloco retangular ou prisma?

Resposta: 6 cubos

- 3) Construa agora, um bloco retangular, medindo 4 na largura, 3 no comprimento e 3 na altura. Observe a imagem e diga quantos cubos compõem esse bloco retangular ou prisma?

Resposta: 36 cubos

- 4) Observando as questões anteriores, diga como podemos determinar o número de cubos facilmente sem manusear a construção?

Resposta: basta multiplicar a largura pelo comprimento e pela altura

- 5) Considerando que os cubos são unitários, ou seja, que o volume desses cubos mede 1 por definição, estabeleça a relação entre o número de cubos e as dimensões (largura, comprimento e altura) do bloco retangular. Depois responda como podemos determinar o volume desse bloco formado.

Resposta: O número de cubos é igual ao produto da largura pelo comprimento e pela altura, como o volume do cubo é 1, o volume do bloco será igual a quantidade de cubos unitários.

- 6) Considere agora que seja formado um bloco retangular com largura medindo **a**, comprimento **b** e altura **c**. Diga como podemos obter o seu volume?

Resposta: $Volume = a \times b \times c$

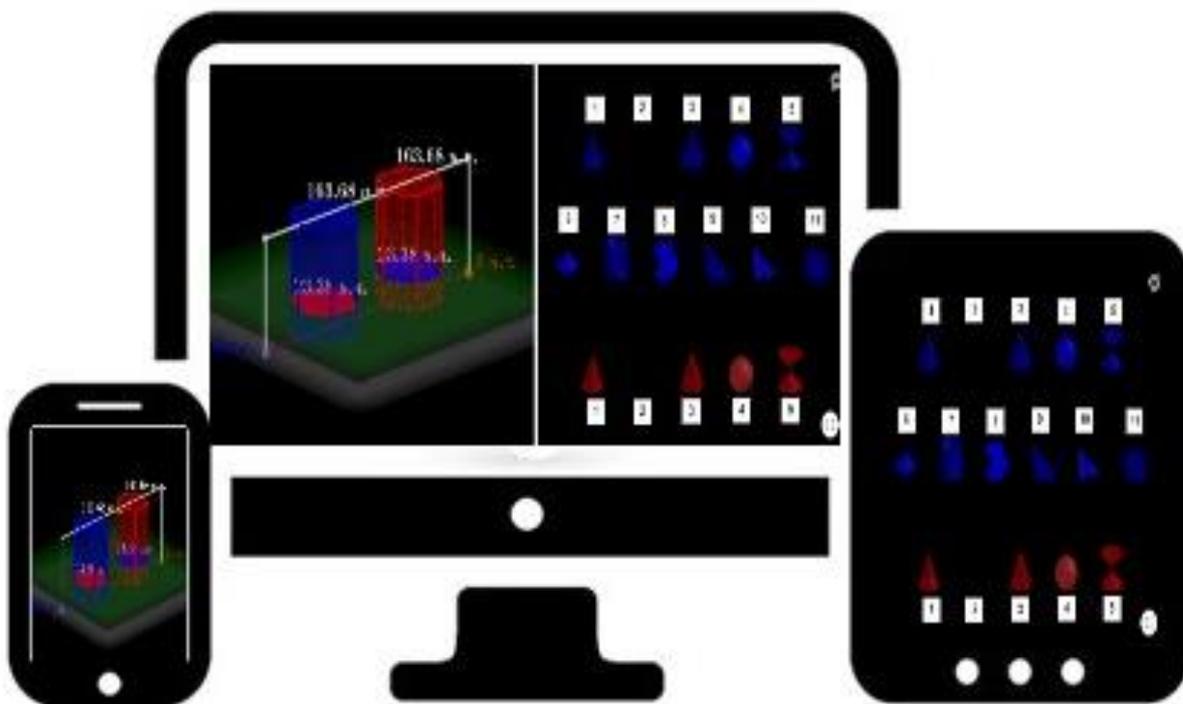
- 7) O que podemos concluir sobre o volume do bloco retangular?

Resposta: Que o volume do bloco retangular é igual ao produto das suas dimensões.

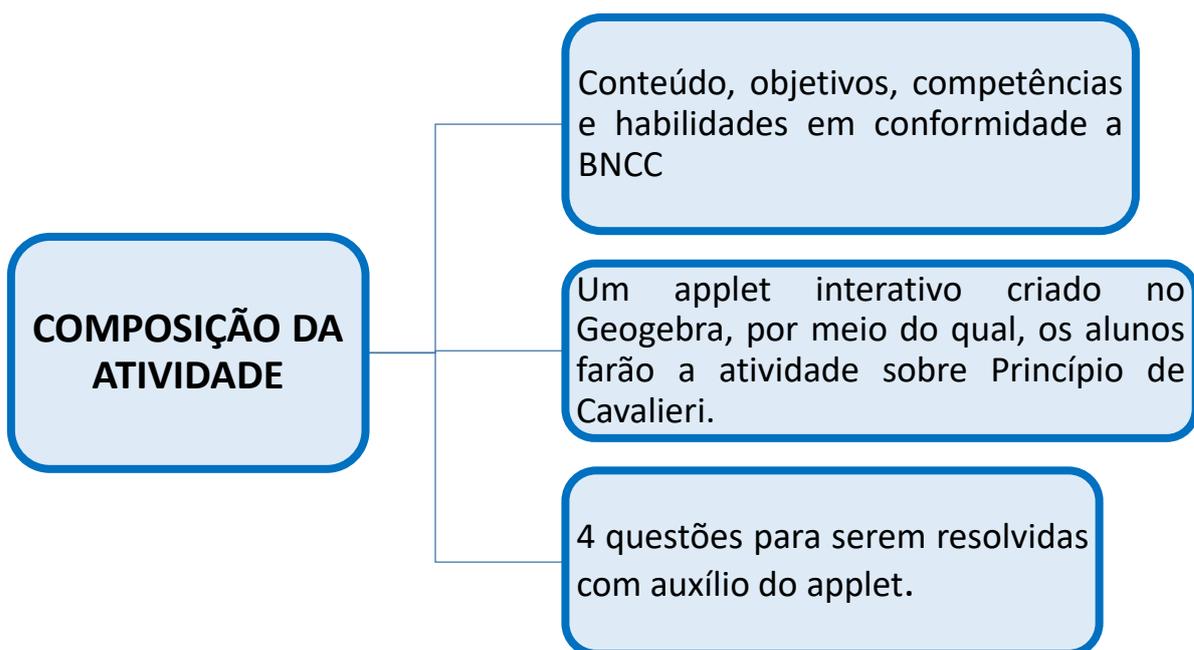
CRÉDITOS DA ATIVIDADE

Toda a atividade foi produzida pelo autor, desde da construção do applet até a elaboração das questões.

Atividade 2



Princípio de Cavalieri



Conteúdo	Objetivo
Princípio de Cavalieri	➤ Conhecer o princípio de Cavalieri, verificando sua aplicação para obtenção do volume dos sólidos geométricos.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Ao acessar a atividade os alunos escolherão os sólidos dois a dois, depois devem manipular o controle deslizante plano de corte, comparando as áreas das secções formadas e verificando se são iguais ou não em qualquer altura do sólido. Após essa constatação devem verificar o valor do volume de cada sólido, identificando se são iguais ou não. Ao executar esse processo os alunos deverão estabelecer a relação entre as secções e os sólidos de volumes iguais.

Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/s8h9ys88>

Execução da atividade

Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

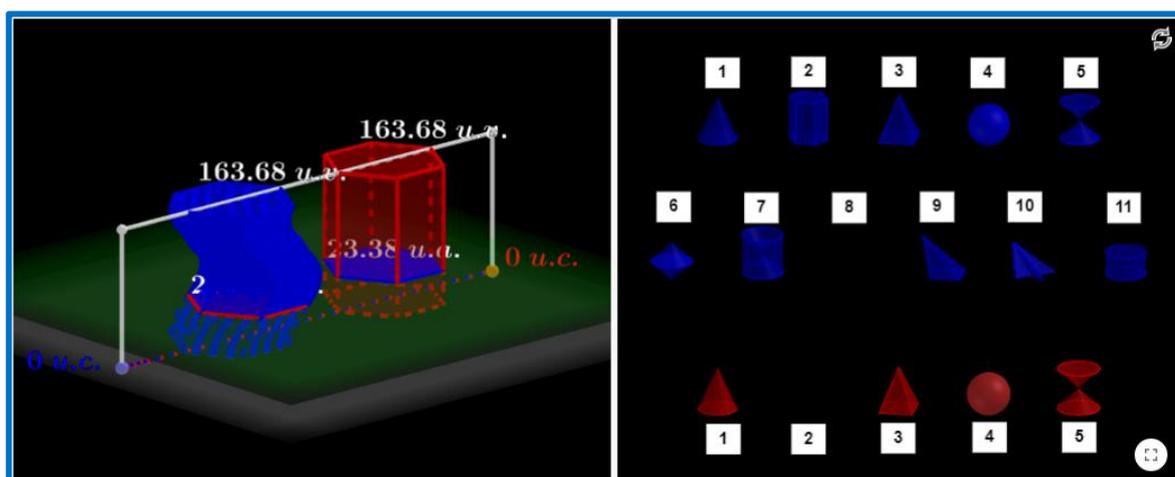
ORIENTAÇÕES PARA MANIPULAR A CONSTRUÇÃO

Clique nas imagens reduzidas dos sólidos numerados para que estes sejam exibidos na janela de visualização 3D. Selecione a opção **corte** para exibir o plano esverdeado e use o controle deslizante para modificar a altura do corte. Para medir a altura dos sólidos clique na opção **alturas** e arraste para cima os pontos que aparecem nos pés da trave branca até que não seja mais possível subir com o ponto. Com a opção **corte** selecionada, clique na opção **áreas** para visualizar melhor as regiões formadas pela interseção entre os sólidos e o plano. É possível também visualizar os sólidos por diferentes ângulos e ampliar as imagens na janela de visualização 3D. Para voltar ao estado inicial clique no botão de reiniciar a construção no canto superior direito e selecione novamente o par de sólidos desejado.

ATIVIDADE

Para cada um dos pares de sólidos indicados abaixo verifique, usando a construção acima, se possuem a mesma altura, se as interseções destes com o plano de corte produz sempre seções de mesma área e se possuem o mesmo volume.

Figura 2. Imagem do applet da atividade 2



Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/s8h9ys88>



Sejam A e B dois sólidos. Se qualquer plano horizontal secciona A e B segundo figuras planas com áreas iguais, então volume de A = volume de B". (LIMA, 1991, p. 71)

Questões apresentadas na atividade

Par de sólidos	Mesma altura?		Seções de mesma área sempre?		Mesmo volume? 			
Sólidos 1 e 2	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não
Sólidos 1 e 3	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não
Sólidos 1 e 9	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não
Sólidos 1 e 10	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não
Sólidos 11 e 10	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não
Sólidos 9 e 10	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não
Sólidos 3 e 10	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não
Sólidos 3 e 9	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não
Sólidos 6 e 9	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não
Sólidos 8 e 9	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não
Sólidos 8 e 2	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não
Sólidos 4 e 7	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não
Sólidos 5 e 6	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não	<input type="checkbox"/>	Sim	<input type="checkbox"/>	Não

1) As respostas para as duas primeiras questões são sempre afirmativas quando os sólidos possuem o mesmo volume?

Resposta: Não. Pois existem casos de sólidos que possuem o mesmo volume sem que possuam a mesma altura ou que as áreas das seções sejam sempre iguais. É o que podemos concluir pelos casos dos pares formados pelos sólidos 5 e 6 e pelos sólidos 11 e 10.

2) E a recíproca, é verdadeira? Quer dizer, sempre que as duas primeiras perguntas têm respostas afirmativas podemos garantir que os sólidos possuem o mesmo volume?

Resposta: Sim, a recíproca é verdadeira e é conhecida como Princípio de Cavalieri.

3) O que você pode concluir da atividade?

Resposta: Que quando os sólidos têm área da base igual e altura igual e que seccionados em qualquer altura apresentarem áreas iguais, eles possuem também o mesmo volume.

4) Pelo Princípio de Cavalieri podemos concluir que:

A) Dois sólidos quaisquer, que tenham alturas iguais e se seccionarmos esses sólidos a uma mesma altura, se essas secções sempre tiverem a mesma área, o volume desses sólidos é igual.

B) O volume de dois sólidos é igual, quando possuem mesma altura.

C) O volume de dois sólidos é igual, quando os dois possuem bases de áreas iguais.

D) O volume de dois sólidos é igual, somente se estes dois sólidos forem semelhantes.

CRÉDITOS DA ATIVIDADE

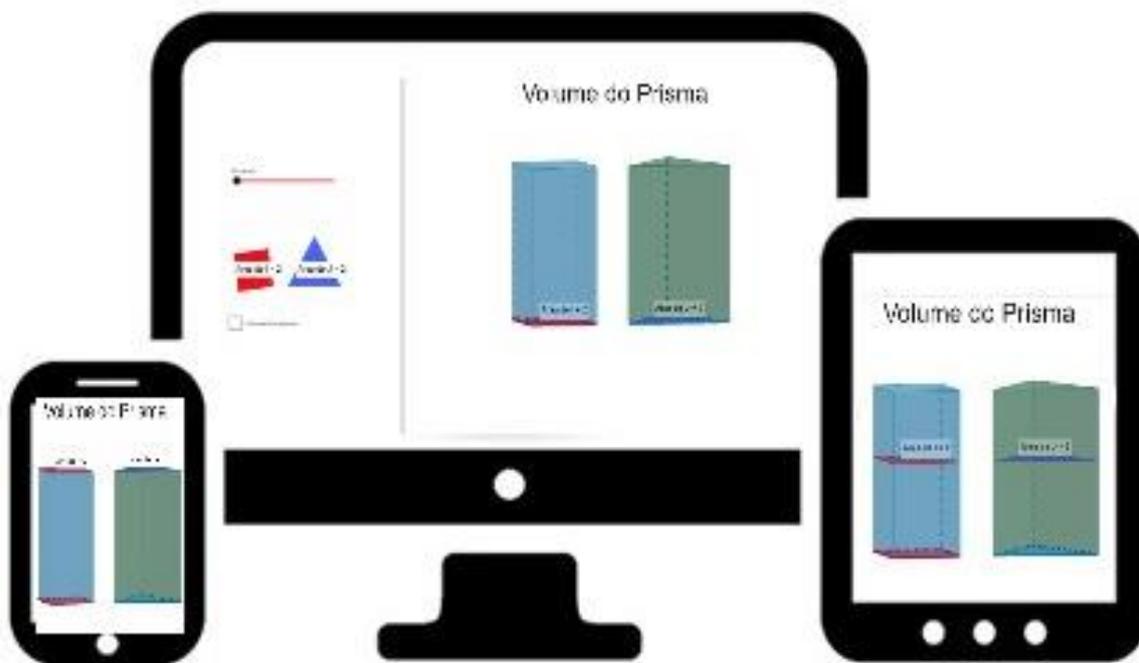
A atividade foi produzida pelo professor Aroldo Eduardo Athias Rodrigues da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), a partir das ideias que o professor Pedro Franco Sá da Universidade do Estado do Pará, teve com base na proposta deste Guia de atividades.



Bonaventura Cavalieri (1598 - 1647) foi um matemático e monge italiano. Ele desenvolveu um precursor do cálculo infinitesimal e é lembrado pelo princípio de Cavalieri para encontrar o volume de sólidos na geometria.

Cavalieri também trabalhou em óptica e mecânica, introduziu logaritmos na Itália e trocou muitas cartas com Galileu Galilei. (Texto retirado do site: <https://pt.mathigon.org/>)

Atividade 3



Volume do prisma

COMPOSIÇÃO DA ATIVIDADE

Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC

Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre o volume do prisma.

4 questões para serem resolvidas com auxílio do applet.

Conteúdo	Objetivo
Volume do prisma	➤ Utilizar o princípio de Cavalieri para deduzir a fórmula de calcular o volume do prisma.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

A atividade consiste em levar o aluno perceber por meio da interação com o applet, que pelo princípio de Cavalieri, o volume do prisma sempre será o produto da área da base pela altura, independente do polígono que forma sua base. Assim, espera-se que os alunos ao usarem o controle deslizante, verifique que a qualquer altura a área da base é a mesma e, portanto, pode-se aplicar o Princípio de Cavalieri.

Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/q5wgrz47>

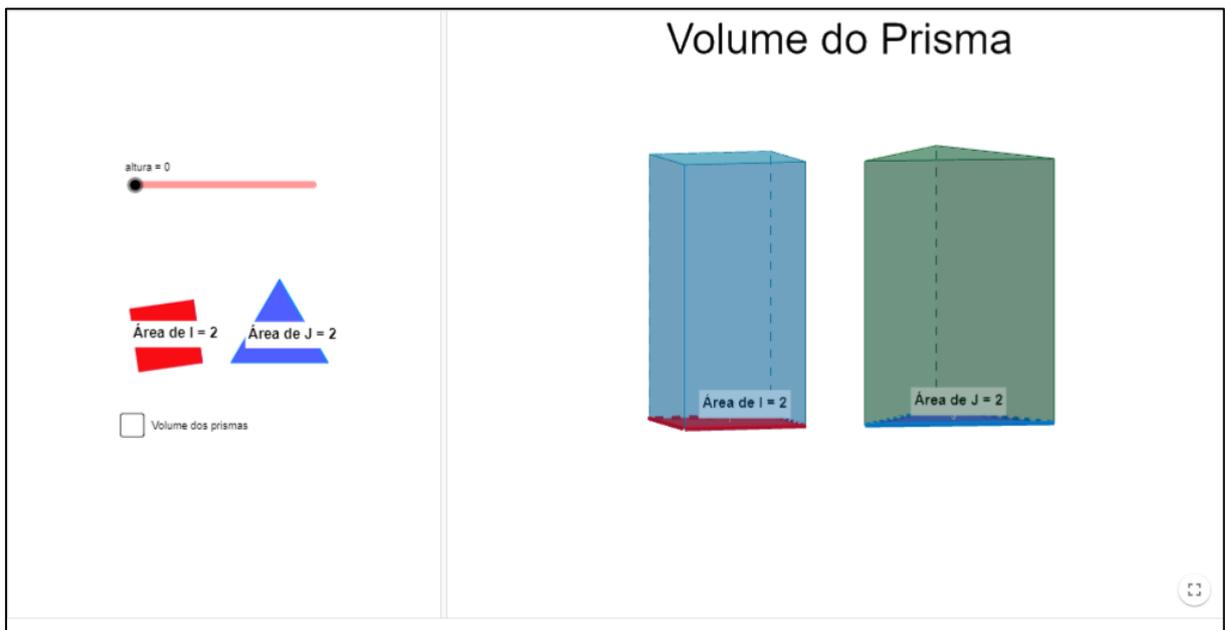
Suponhamos que dois sólidos (um paralelepípedo e um prisma) sejam cortados por um plano horizontal, que produz seções de áreas A_1 e A_2 , no paralelepípedo e no prisma, respectivamente. Ora, o paralelepípedo é também um prisma e, sabemos que todo prisma, as seções paralelas à base são congruentes a essa base. Portanto, como figuras congruentes tem mesma área, temos que $A_1 = A_b = A_2$, assim pelo Princípio de Cavalieri, os dois sólidos têm mesmo volume. Como o volume do paralelepípedo é o produto (**área da base**) \times (**altura**), ou seja, $A_b \cdot h$, o volume do prisma é também o produto (**área da base**) \times (**altura**).



Execução da atividade

Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Figura 3. Imagem do applet da atividade 3



Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/q5wgrz47>

Na construção acima temos um bloco retangular (ou prisma de quadrangular) e um prisma de base triangular. Clique no controle deslizante (altura) e movimente-o, observando a área das seções I e J a cada valor da altura. Depois responda as questões abaixo.

Questões apresentadas na atividade

1) Variando a altura, a área das seções formada pela interseção do plano nos sólidos varia ou não?

A) Sim

B) Não

2) Como as bases desses dois sólidos possuem área iguais. Pelo princípio de Cavalieri, o que podemos garantir em relação ao volume desses sólidos? Confirme clicando na caixa de seleção volume dos prismas.

Resposta: O volume desses sólidos é igual.

3) De acordo com a atividade 1, como podemos determinar o volume do bloco retangular (ou prisma quadrangular) em função da área da base?

Resposta: O volume do bloco retangular é igual ao produto da área da base pela altura.

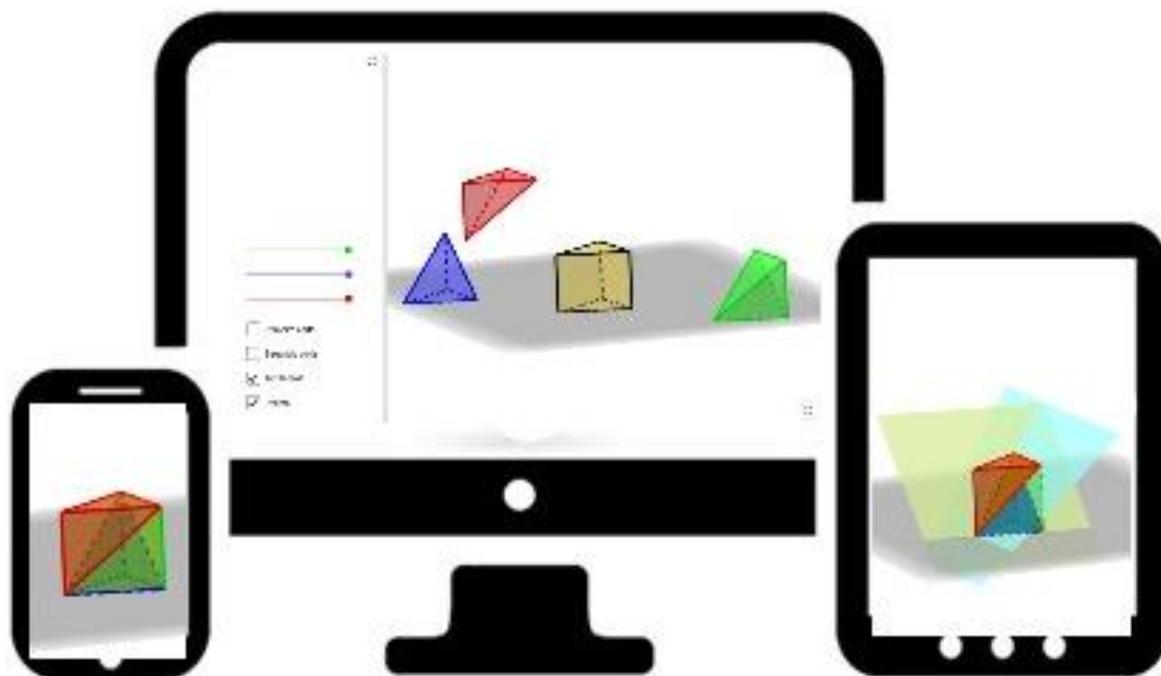
4) Com base nas questões anteriores o que você pode concluir sobre o volume do prisma?

Resposta: Que o volume do prisma é igual ao produto da área da base pela altura.

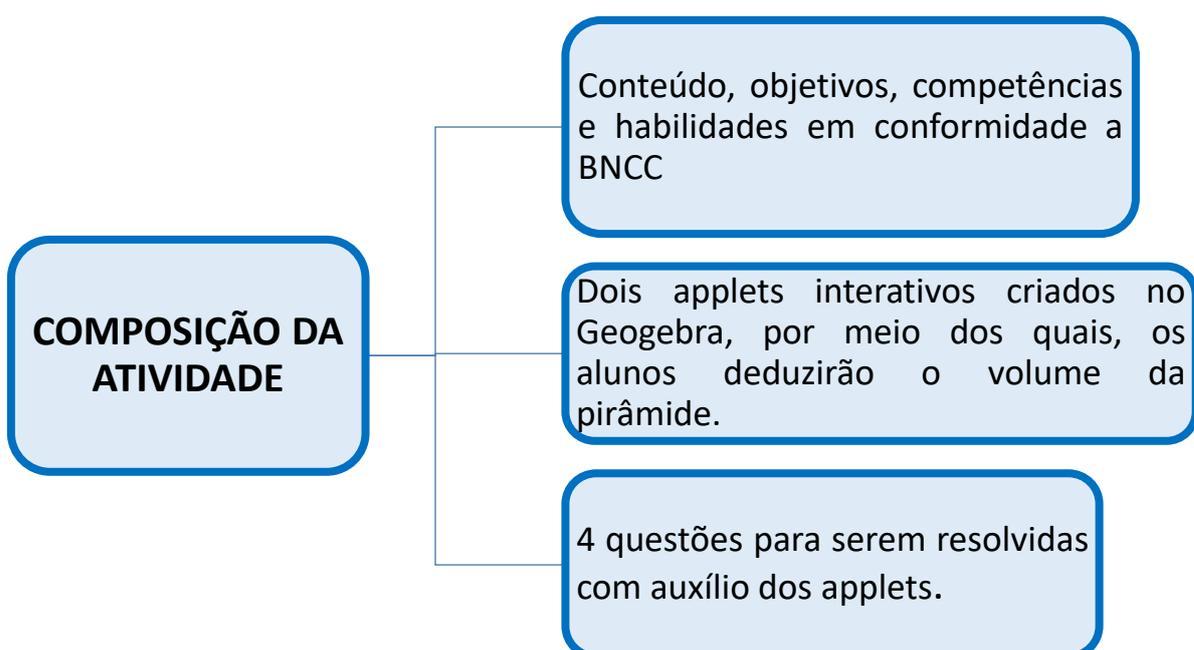
CRÉDITOS DA ATIVIDADE

Toda atividade foi construída pelo autor, ou seja, tanto o applet quanto as questões.

Atividade 4



Demonstração do Volume da pirâmide



Conteúdo	Objetivo
Volume da Pirâmide	➤ Deduzir a partir da comparação com o prisma, a fórmula de calcular o volume da Pirâmide.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

A atividade consiste em fazer que o aluno perceba por meio da interação com os applets, que o volume da pirâmide corresponde a $\frac{1}{3}$ do volume do prisma. Nesse processo, espera-se que os alunos percebam no primeiro applet que o prisma pode ser dividido em três pirâmides com volumes iguais e utilize o segundo applet para confirmar a dedução realizada no primeiro.

Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/w2ybswqf>

Execução da atividade

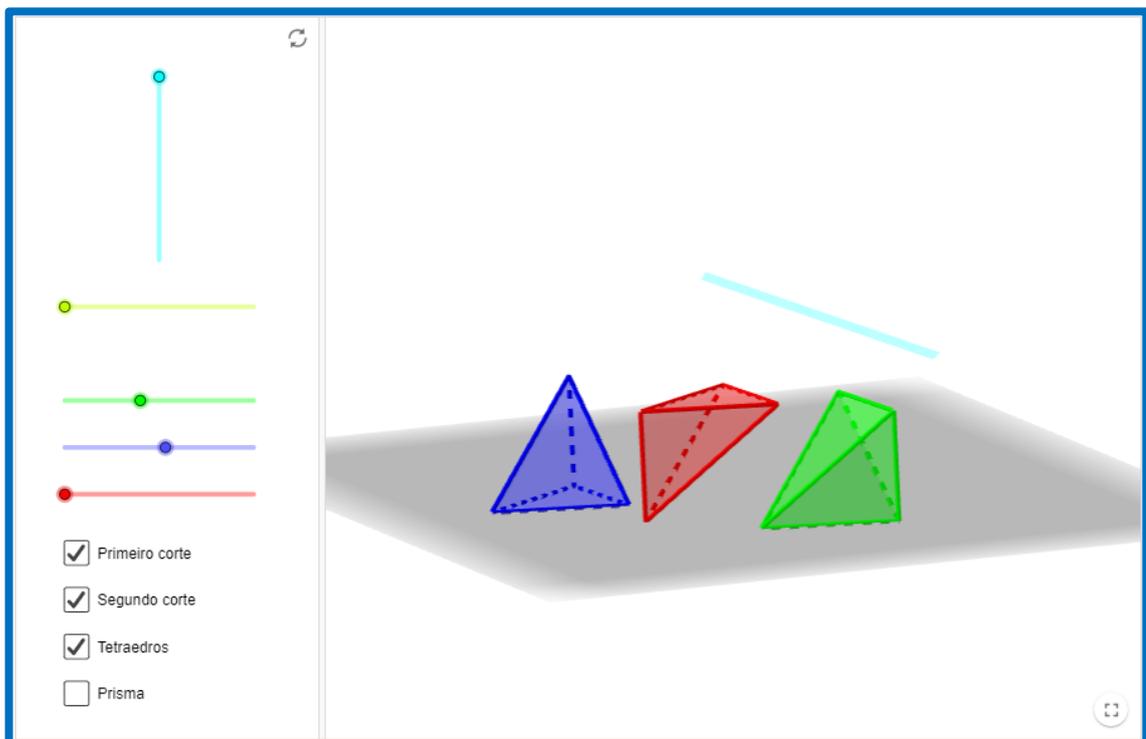
Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Orientação para manusear o applet 1.

Clique na caixa de seleção prisma, para exibir um prisma de base triangular. Em seguida clique na caixa de seleção Primeiro corte e aparecerá um controle

deslizante de cor azul na vertical, movimente o ponto para baixo realizando o Primeiro corte no prisma, depois clique na caixa de seleção Segundo corte, aparecerá um outro controle deslizante de cor amarela disposto na horizontal, movimente o ponto da esquerda para a direita, realizando o Segundo corte no prisma. Por último clique na caixa de seleção Tetraedros e aparecerá três controles deslizantes, arraste os pontos da esquerda para direita para separar os tetraedros do prisma. Após esse processo responda as questões abaixo:

Figura 4. Imagem do Applet 1 da atividade 4



Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/w2ybswqf>



- Duas pirâmides de mesma base e mesma altura têm mesmo volume.
- O volume de uma pirâmide triangular é igual a um terço do produto da área da base pela altura.
- O volume de qualquer pirâmide é igual a um terço do produto da área da base pela altura.

Questões apresentadas na atividade

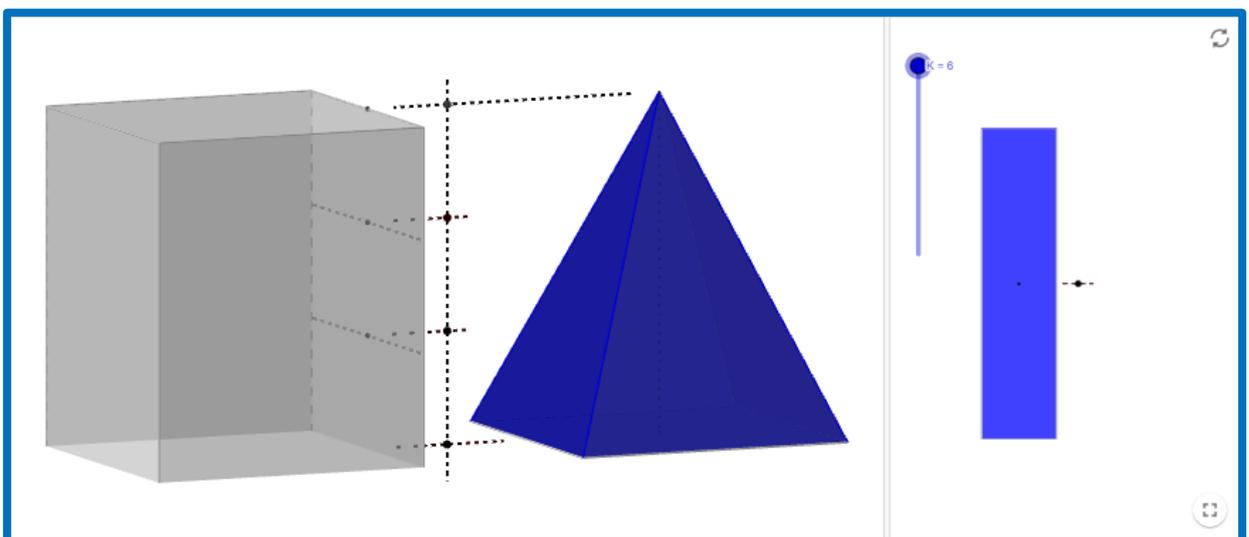
1) A partir do manuseio do applet 1 e sabendo que pirâmides de mesma base e mesma altura têm mesmo volume. Verifique que a pirâmide azul (1) tem uma base e a altura igual à do prisma, do mesmo modo, a pirâmide vermelha (2). Assim podemos concluir que o volume da pirâmide azul (1) é igual o volume da pirâmide vermelha (2). Uma outra análise que podemos fazer é que a parte que está de cor laranja é comum na pirâmide vermelha (2) e na pirâmide verde (3), utilizando-a como base, perceberemos que essas duas pirâmides possuem essa base igual e a partir dessa base possuem mesma altura, assim podemos verificar que o volume dessas duas pirâmides também é igual. Portanto, se o volume de (1) = volume de (2) e o volume de (2) = volume de (3), o que podemos concluir do volume de cada uma dessas pirâmides em relação ao volume do prisma?

Resposta: Que o volume de cada pirâmide corresponde a $1/3$ do volume do prisma ou que o volume do prisma é 3 vezes o volume de cada uma dessas pirâmides.

2) Dado que o volume do prisma é igual a $V = \text{área da base} \times \text{altura}$. A partir dessa fórmula o que podemos fazer para encontrar o volume da pirâmide?

Resposta: Basta dividir o volume do prisma por 3, assim teremos que o volume da pirâmide = $(\text{área base} \times \text{altura})/3$.

Figura 5. Imagem do Applet 2 da atividade 4



Utilize o applet 2 para confirmar a relação acima.

3) Movimente o controle deslizante **k**, de modo que o líquido azul da pirâmide, passe para o prisma. Após esse processo, verifique quanto do volume do prisma foi preenchido pelo líquido, depois conclua qual relação entre o volume da pirâmide e o volume do prisma.

Resposta: O volume da pirâmide é $\frac{1}{3}$ do volume do prisma.

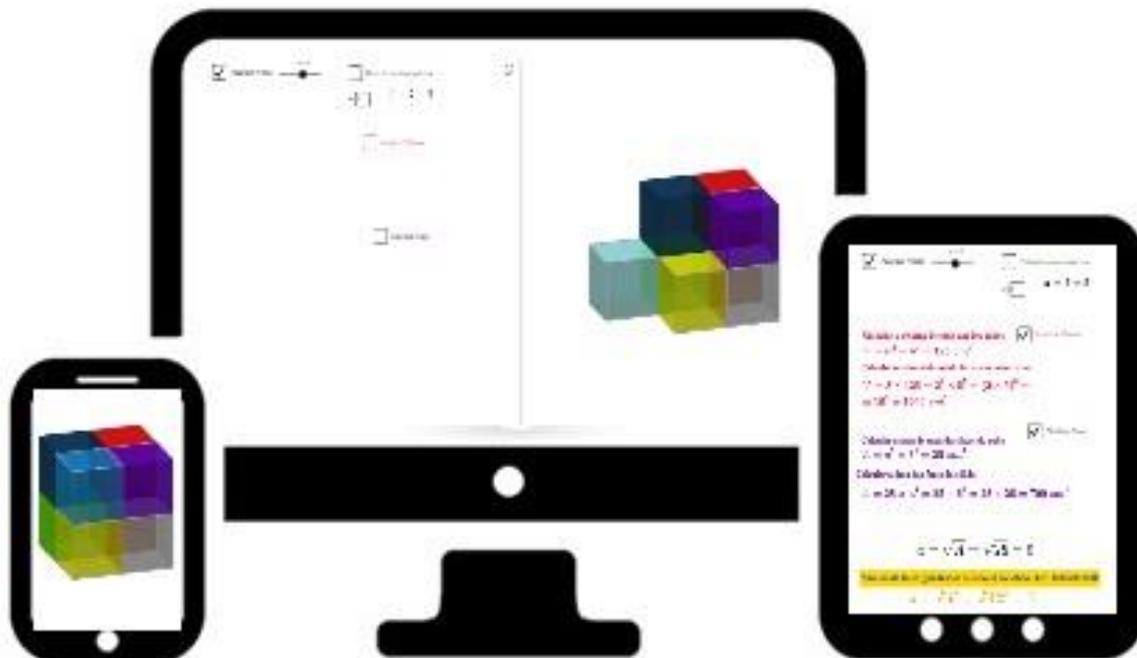
4) Escreva a fórmula para calcular o volume da Pirâmide.

Resposta: $V = \frac{1}{3}$ área da base x altura

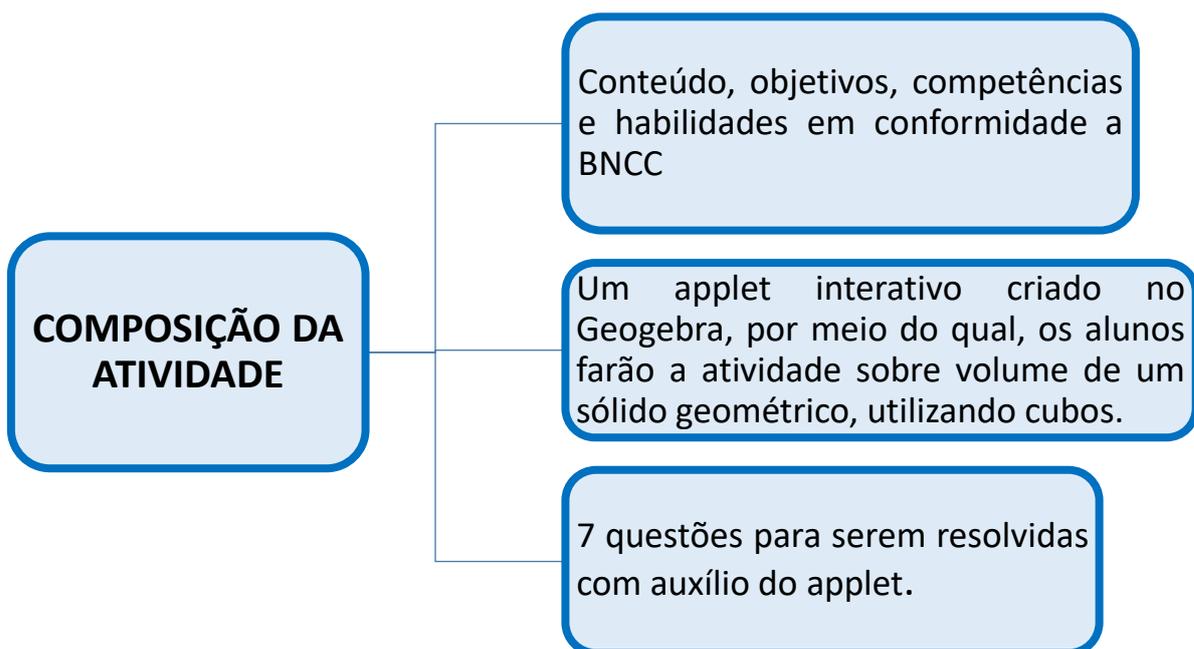
CRÉDITOS DA ATIVIDADE

O applet 1 desta atividade foi construído pelo professor Aroldo Eduardo Athias Rodrigues, o applet 2 foi construído por Jairo R. A. Chaves e as questões foram elaboradas por mim.

Atividade 5



Volume com Cubos



“A geometria é uma ciência sobre as propriedades do espaço de forma sintética e ainda determinado a priori.”

Immanuel Kant

Conteúdo	Objetivo
Volume do cubo	➤ Identificar a importância da aresta no cálculo do volume do cubo.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos modificarão a medida da aresta dos cubos por meio do controle deslizante ou preenchendo a caixa de isenção do valor da aresta, e a partir dessas medidas poderão obter o valor do volume dos cubos pequenos e do sólido formado pela junção desses cubos.

Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/xpgupska>



“Se um sólido está dividido em vários outros, então, seu volume é a soma dos volumes de suas partes” (LIMA et al., 2016, p. 246).

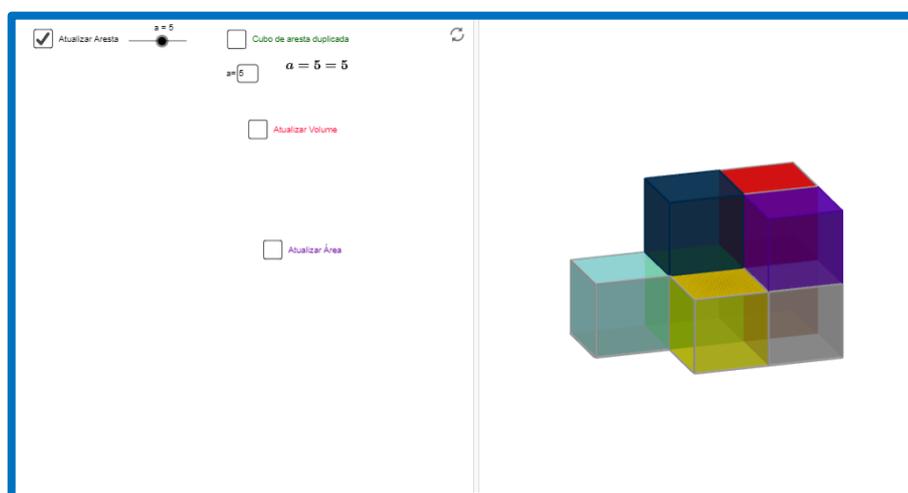
Execução da atividade

Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Orientações para uso do applet.

Para executar a atividade você deve clicar na caixa de seleção "**Atualizar Aresta**", aparecerá um controle deslizante e uma caixa para inserir o valor da aresta com um texto ao lado informando esse valor, que também aparecerá escrito na forma de fração. Observação: O valor da aresta presente no controle deslizante ou inserido na caixa é de cada um dos cubos que formam o sólido e seu valor no applet varia de 1 a 8. Em seguida você deve clicar na caixa de seleção "**Atualizar Volume**", onde obterá o cálculo do volume de cada um dos cubos, o cálculo do volume do sólido formado pela junção dos cubos e o cálculo da raiz cúbica do volume dos cubos. Se você clicar na caixa de seleção "**Atualizar Área**", aparecerá o cálculo da área de uma das faces do cubo, o cálculo da área de todas as faces do sólido formado pela junção dos cubos e a raiz quadrada da área do cubo. Se você clicar na Caixa de seleção "Cubo de aresta duplicada" o sólido formado pela junção dos cubos se tornará um cubo maior com o dobro da aresta dos cubos menores.

Figura 6. Imagem do applet da atividade 5



Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/xpgupska>

Questões apresentadas na atividade

1) Movimente o controle deslizante ou insira o valor na caixa, depois responda, qual o volume de um cubo de aresta igual a 3 cm?

Resposta: 27 cm^3

2) Qual a área de cada face do cubo de aresta igual a 3 cm e qual a área total da superfície do cubo de mesma aresta?

Resposta: área da face 9 cm^2 e área total $6 \times 9 \text{ cm}^2 = 54 \text{ cm}^2$

3) Conforme a imagem do sólido formado pelos cubos, diga qual o volume e a área total do sólido formado pelos cubos de aresta igual 3 cm?

Resposta: Volume igual a 216 cm^3 e área igual a 252 cm^2

4) Ao clicar na caixa de seleção "cubo de aresta duplicada", a junção dos cubos formará um cubo maior, com aresta igual ao dobro dos cubos menores, conforme ilustra a construção ao lado. Ao selecionar a caixa "Atualizar Volume" e "Atualizar Área", mantendo o valor 3 para a aresta, percebe-se que, o valor do volume não alterou, mas o valor da área do sólido alterou. De acordo com o que você observou, por que o volume não alterou, visto que o formato do sólido foi modificado?

Resposta: porque a quantidade de cubos não alterou e o volume está relacionado a quantidade de cubos que formam o sólido.

5) A raiz cúbica do volume do cubo e a raiz quadrada da área de uma das suas faces, resulta em que medida do cubo?

Resposta: na medida da aresta

6) Mantendo a caixa "Cubo de aresta duplicada" selecionada, encontre o valor do volume dos cubos de aresta medindo 4 e depois com aresta igual a 5. Compare o volume dos cubos menores de aresta 4 com o cubo formado pela junção desses cubos cuja aresta é duplicada, e depois faça o mesmo com os cubos de aresta 5. Agora

responda: Se duplicarmos o valor da aresta de um cubo, o seu volume será duplicado também? Justifique.

Resposta: Não. Porque o volume do cubo é igual a aresta elevado a 3, portanto, o volume com aresta duplicada será igual a $(2a)^3$, ou seja, $V = 2^3a^3$, que resulta em $V = 8a^3$.

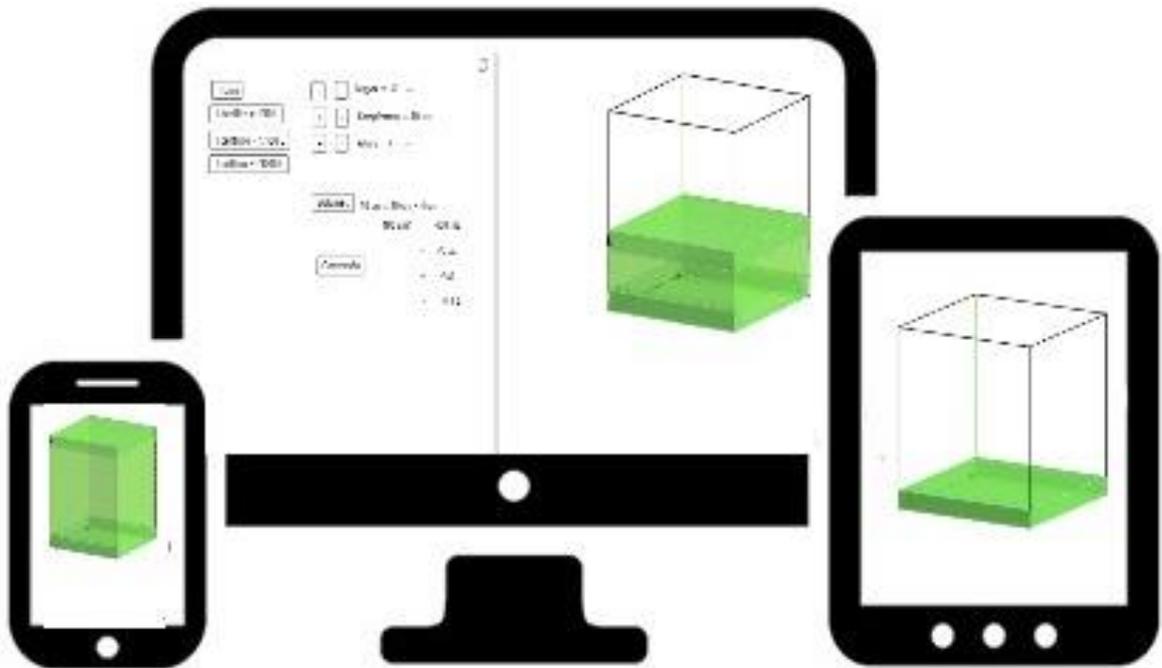
7) Utilizando os valores 4 e 5 para aresta do cubo e com a caixa "**Cubo de aresta duplicada**" selecionada, encontre o valor da área total de um dos cubos menores e compare o volume do cubo maior de aresta duplicada, depois responda as questões abaixo: Se duplicarmos o valor da aresta de um cubo, a área total da superfície do cubo será duplicada também? Justifique.

Resposta: Não. Porque a área total do cubo é igual a $6.a^2$, portanto, se a aresta for duplicada teremos $V = 6.(2a)^2$, ou seja, $V = 6. 2^2a^2$, que resulta em $V = 24.a^2$.

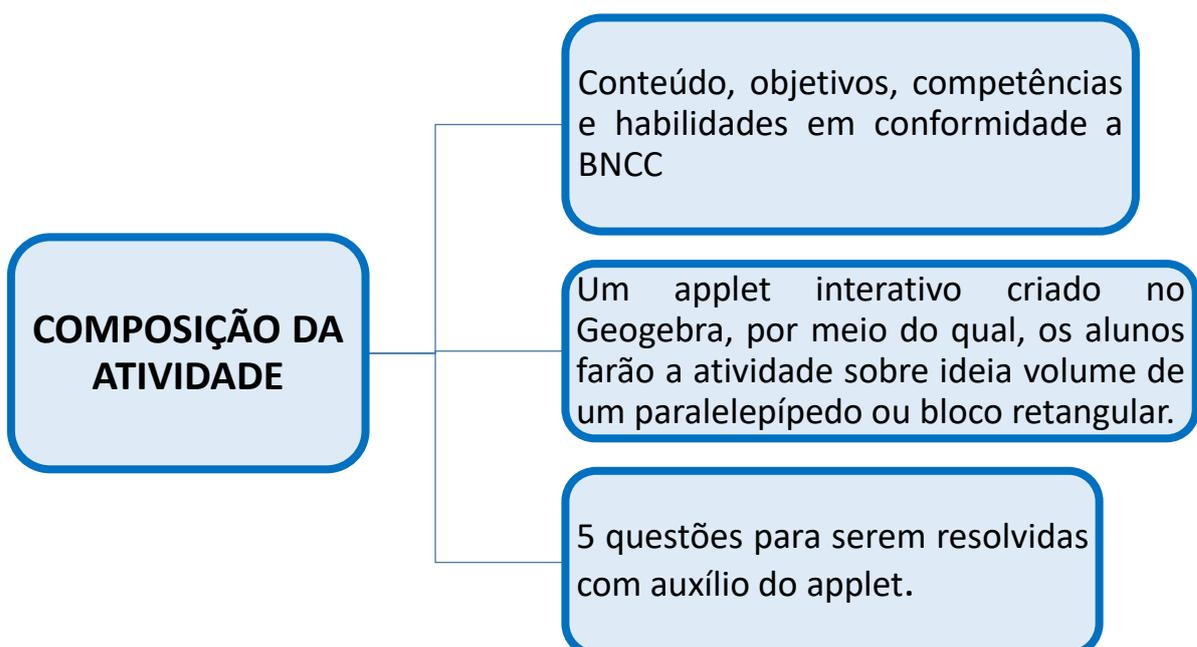
CRÉDITOS DA ATIVIDADE

O applet utilizado nesta atividade foi construído por Лилия Кованова e as questões foram elaboradas por mim.

Atividade 6



Cálculo do volume de um paralelepípedo



“A geometria, em geral, passa ainda por ser a ciência do espaço.” (Couturat)

Conteúdo	Objetivos
Volume do Paralelepípedo	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Calcular o volume do paralelepípedo e comparar as medidas de volume e de capacidade. ➤ Comparar as medidas de volume com as medidas de capacidade.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos utilizarão o applet para realizar o cálculo do volume do paralelepípedo, sendo que, o resultado será obtido em cm^3 . Depois poderão fazer a conversão para litro ou para algum submúltiplo do litro. Dessa forma, espera-se que os alunos compreendam a relação entre as medidas de volume e as medidas de capacidade.

Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/gx4czb3h>



O volume do bloco retangular (ou paralelepípedo) é o produto de suas dimensões.

Execução da atividade

Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Orientações para uso do applet

Use os botões +(mais) ou -(menos), para aumentar ou diminuir os valores das medidas largura, comprimento e altura, definimos 1 como valor mínimo e 60 como valor máximo para essas medidas. Depois clique no botão volume para obter o valor do volume do paralelepípedo de cor verde apresentado na imagem, em seguida, clique no botão conversão para obter a medida que está em cm^3 , em mililitro, centilitro, decilitro e litro. Ao clicar no botão litro, as medidas do sólido serão mostradas de modo que ao ser convertidas representem 1 litro, da mesma forma se clicar no botão decilitro, centilitro e mililitro, as medidas do sólido serão mostradas de forma a representar cada uma dessas medidas.

Figura 7. Imagem do applet da atividade 6

1 Litro

1 decilitro = 1/10 L

1 centilitro = 1/100 L

1 mililitro = 1/1000 L

+ - Largura = 10 cm

+ - Comprimento = 10 cm

+ - Altura = 10 cm

Volume : $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$
 $= 1000 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mL}$
 $= 100 \text{ cL}$
 $= 10 \text{ dL}$
 $= 1 \text{ L}$

Conversão

Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/gx4czb3h>



O litro e o metro cúbico são medidas que podem ser relacionadas. Diante disso, existe uma correspondência entre os múltiplos e submúltiplos dessas duas medidas, por exemplo: 1 metro cúbico (m^3) corresponde à capacidade de 1000 litros. 1 decímetro cúbico (dm^3) corresponde à capacidade de

Questões apresentadas na atividade

1) Qual o volume em cm^3 de um recipiente em forma de paralelepípedo com largura 8 cm, comprimento 10 cm e altura 5 cm?

Resposta: 400 cm^3

2) Determine a medida encontrada na questão anterior em litros.

Resposta: 0,4 litros

3) Determine em cm^3 o volume de um recipiente paralelepípedo que mede 12 cm de largura, 15 cm de comprimento e 6 cm de altura.

Resposta: 1080 cm^3

4) Qual o valor em litros da medida obtida na questão anterior?

Resposta: 1,08 litros

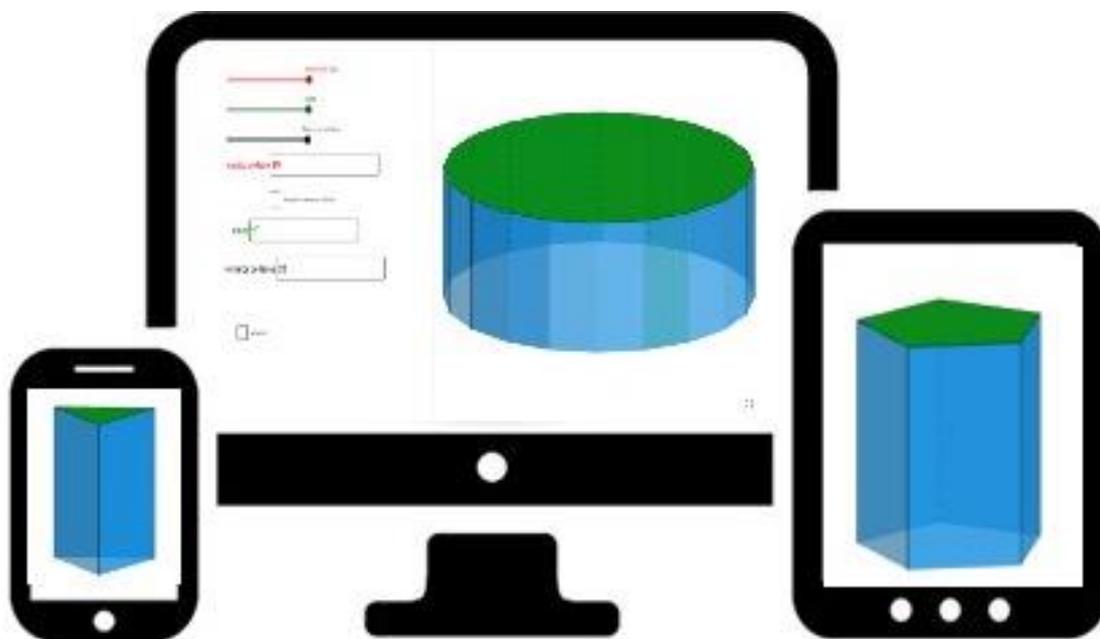
5) Qual a relação entre cm^3 e litros e vice-versa?

Resposta: 1 cm^3 equivale 0,001 litros ou 1 litro equivale a 1000 cm^3

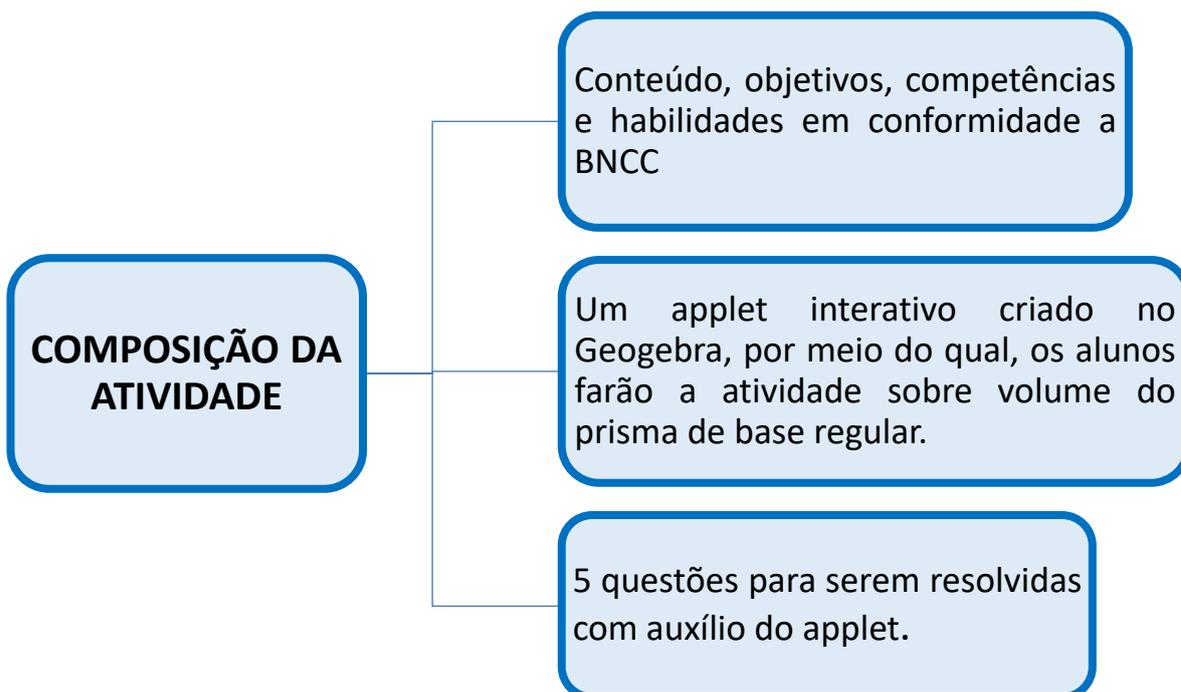
CRÉDITOS DA ATIVIDADE

O applet utilizado nesta atividade foi construído por François Byasson. Fiz algumas alterações no applet, pois o mesmo não foi construído em português, assim tive que traduzir e modificar as configurações, em seguida, elaborei as questões para a atividade.

Atividade 7



Volume do prisma de base regular



Conteúdo	Objetivos
Volume do Prisma	➤ Verificar como a medida do lado, a altura e o número de lados, influencia na medida do volume do prisma.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos utilizarão o applet para realizar o cálculo do volume do prisma regular, em que, utilizarão os controles deslizantes ou as caixas para inserir os valores da medida do lado, a altura e o número de lados, os quais modificam o volume e a forma do prisma, que aparece na visualização ao lado.

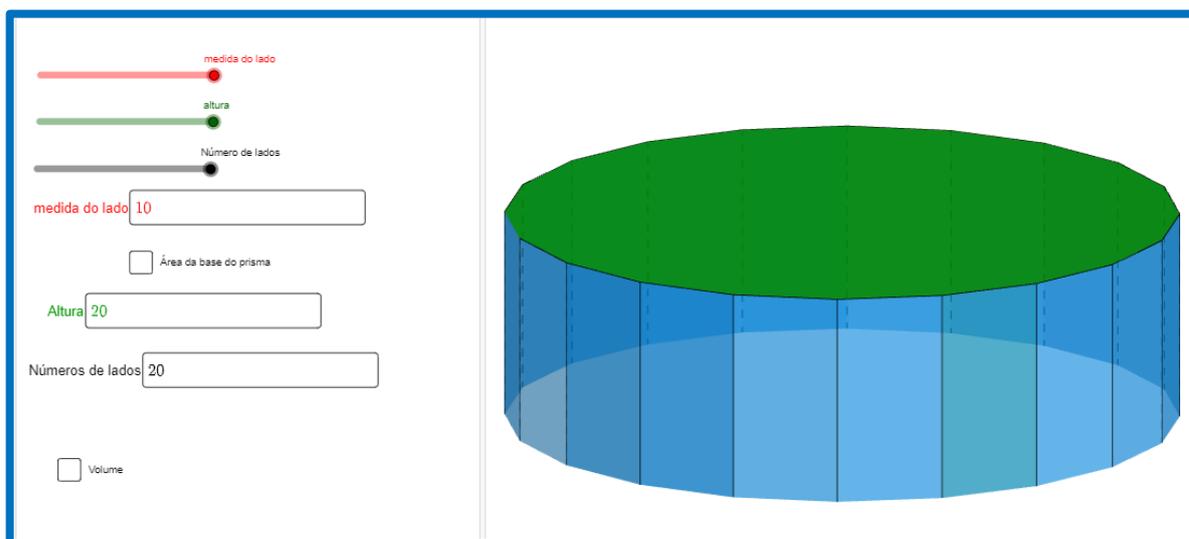
Através desta atividade espera-se que os alunos percebam como essas medidas influenciam na variação do volume de um prisma.

Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/dzvps88h>

Execução da atividade

Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Figura 8. Imagem do applet da atividade 7



Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/dzvps88h>

Utilize o applet acima para responder as questões abaixo. Use os controles deslizantes **medida do lado**, **altura** e **número de lados** ou você pode preencher os campos **medida do lado**, **altura** e **número de lados** com os valores indicados nas questões. Para saber a área da base dos prismas, basta clicar na caixa de seleção área da base do prisma e para saber o volume clique na caixa volume do prisma. Caso necessite movimentar a imagem, basta clicar diretamente na parte de visualização e movimentar de acordo com a necessidade.

Questões apresentadas na atividade

1) Calcule o volume de um prisma regular de base triangular, com altura de 20 cm e aresta da base medindo 10 cm.

Resposta: 866,03 cm³

2) Determine o volume de um prisma reto com altura de 15 cm e base quadrada de lado 8 cm.

Resposta: 960 cm^3

3) Dado dois prismas regulares, um de base heptagonal (formada por um polígono regular de 7 lados) e o outro de base eneagonal (formada por um polígono regular de 9 lados). Qual o número de vértices e arestas que possuem esses prismas?

Resposta: O prisma hexagonal tem 14 vértices e 21 arestas, já o prisma de base eneagonal tem 18 vértices e 27 arestas.

4) Um prisma tem base hexagonal com aresta medindo 12 cm e altura do prisma de 20 cm. Determine o volume deste prisma.

Resposta: $7482,46 \text{ cm}^3$

5) Utilize o applet acima para fazer o cálculo do volume e da área da base de outros prismas, e verifique que valor podemos dizer que representa a razão entre o volume e a área da base dos prismas.

Resposta: a altura do prisma



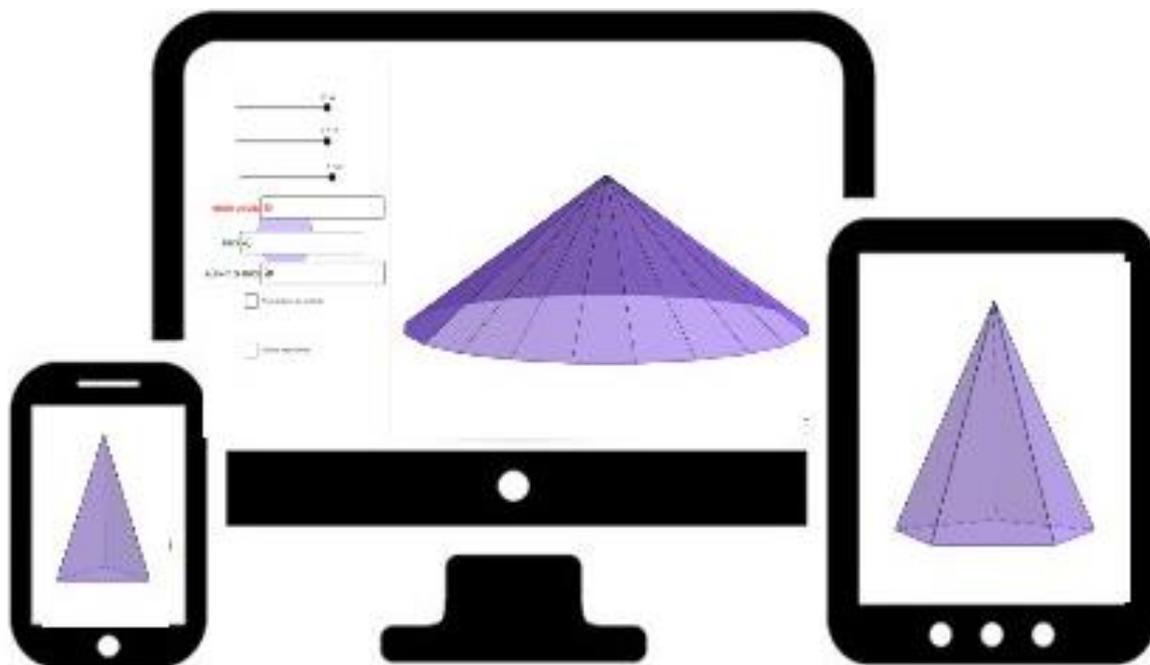
Atenção, não esqueça!

Para calcular a área da base (A_b) de um prisma deve-se levar em conta o polígono que forma a base. Por exemplo, se for um prisma triangular, a área da base será a área do triângulo, se for um prisma pentagonal, a área da base será a área do pentágono, etc.

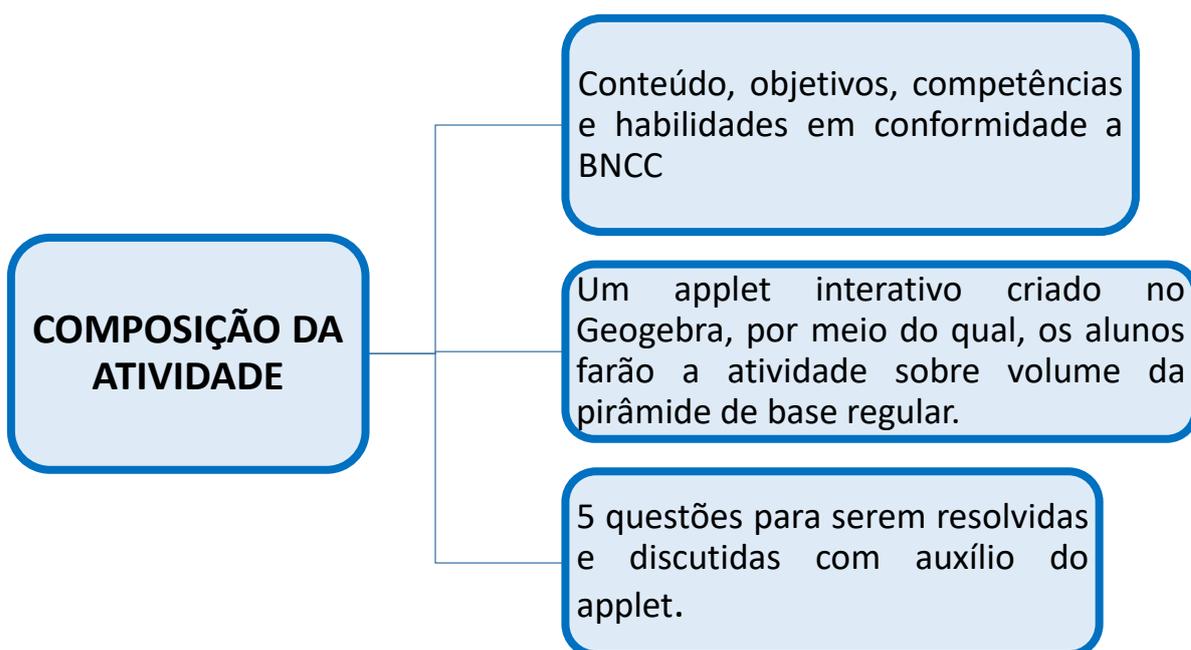
CRÉDITOS DA ATIVIDADE

Toda atividade foi desenvolvida pelo autor

Atividade 8



Volume da Pirâmide de base regular



“A Geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então, na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida”. (Jacques Bernoulli)

Conteúdo	Objetivo
Volume da Pirâmide	➤ Verificar como a medida do lado, a altura e o número de lados, influencia na medida do volume da pirâmide.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos utilizarão o applet para realizar o cálculo do volume da pirâmide, em que, utilizarão os controles deslizantes ou as caixas para inserir os valores da medida do lado, a altura e o número de lados, os quais modificam o volume e a forma da pirâmide, que aparece na visualização ao lado.

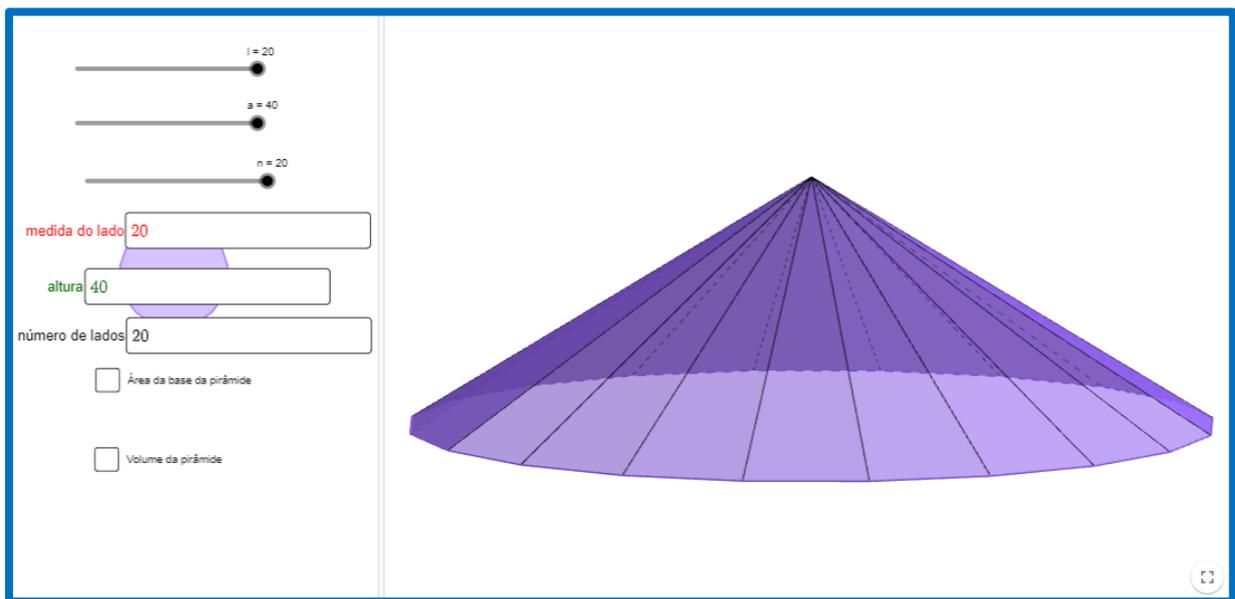
Através desta atividade espera-se que os alunos percebam como essas medidas influenciam na variação do volume de uma pirâmide.

Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/qcj4rnze>

Execução da atividade

Professor, peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Figura 9. Imagem do applet da atividade 8



Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/qcj4rnze>

Utilize o applet acima para responder as questões abaixo. Use os controles deslizantes l , a e n ou você pode preencher os campos medida do lado, altura e número de lados com os valores indicados nas questões. Para saber a área da base das pirâmides, basta clicar na caixa de seleção área da base da pirâmide e para saber o volume clique na caixa volume da pirâmide. Caso necessite movimentar a imagem, basta clicar diretamente na parte de visualização e movimentar de acordo com a necessidade.

Questões apresentadas na atividade

1) Uma pirâmide regular de altura 20 cm tem por base um quadrado de lado 10 cm. Calcule a área da base dessa pirâmide e seu volume.

Resposta: Área da base 100 cm^2 e volume da pirâmide $666,67 \text{ cm}^3$

2) Uma pirâmide possui base formada por um triângulo equilátero cujos lados medem 15 cm e a altura dessa pirâmide é de 10 cm. Então, o volume dessa pirâmide, em cm^3 , é igual a:

- a) $154,76 \text{ cm}^3$
- b) $197,43 \text{ cm}^3$
- c) $228,42 \text{ cm}^3$
- d) $320,5 \text{ cm}^3$
- e) $324,76 \text{ cm}^3$

3) Projete no applet acima, a imagem de uma pirâmide de base heptagonal (7 lados) e escreva o número de vértices e arestas dessa pirâmide.

Resposta: 8 vértices e 14 arestas.

4) Analisando as pirâmides de base pentagonal (5 lados) e de base hexagonal (6 lados). Qual das alternativas abaixo está correta? Para responder essa questão projete as pirâmides no applet acima.

- a) A pirâmide pentagonal possui 10 arestas, já a pirâmide hexagonal possui 12 arestas.
- b) A pirâmide pentagonal possui 5 vértices, enquanto a pirâmide hexagonal possui 6 vértices.
- c) Considerando as duas pirâmides possuem 12 m de lado nas suas bases e 18 m de altura, a razão entre os volumes dessas pirâmides é de aproximadamente $3/10$.
- d) A área das bases dessas pirâmides é igual.
- e) Considerando que a pirâmide pentagonal e a pirâmide hexagonal possuem mesma medida para o lado das bases, sendo que a altura da pirâmide pentagonal é o dobro da pirâmide hexagonal, então seu volume também é o dobro.

5) Considerando duas pirâmides de regulares de bases diferentes, o que é necessário de acordo com o princípio de Cavalieri para que elas tenham volumes iguais?

Resposta: Que tenham iguais, a área da base e a altura.



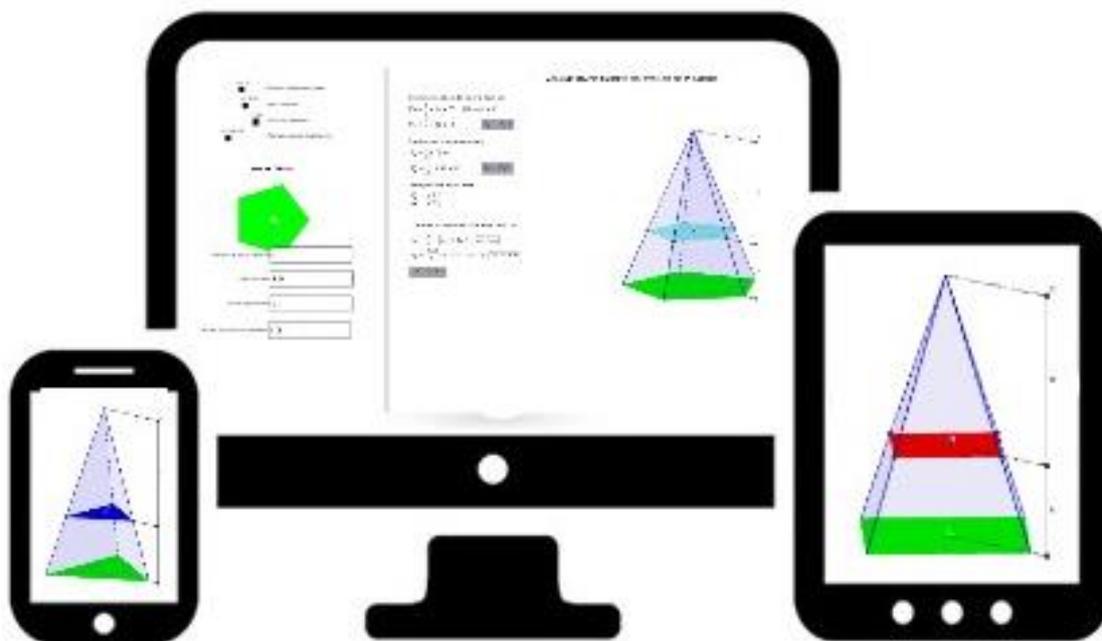
Atenção, não esqueça!

Assim como no prisma, para calcular a área da base (A_b) de uma pirâmide deve-se levar em conta o polígono que forma a base. Por exemplo, se for uma pirâmide de base triangular, a área da base será de um triângulo, se for uma pirâmide de base hexagonal, a área da base será de um hexágono e etc.

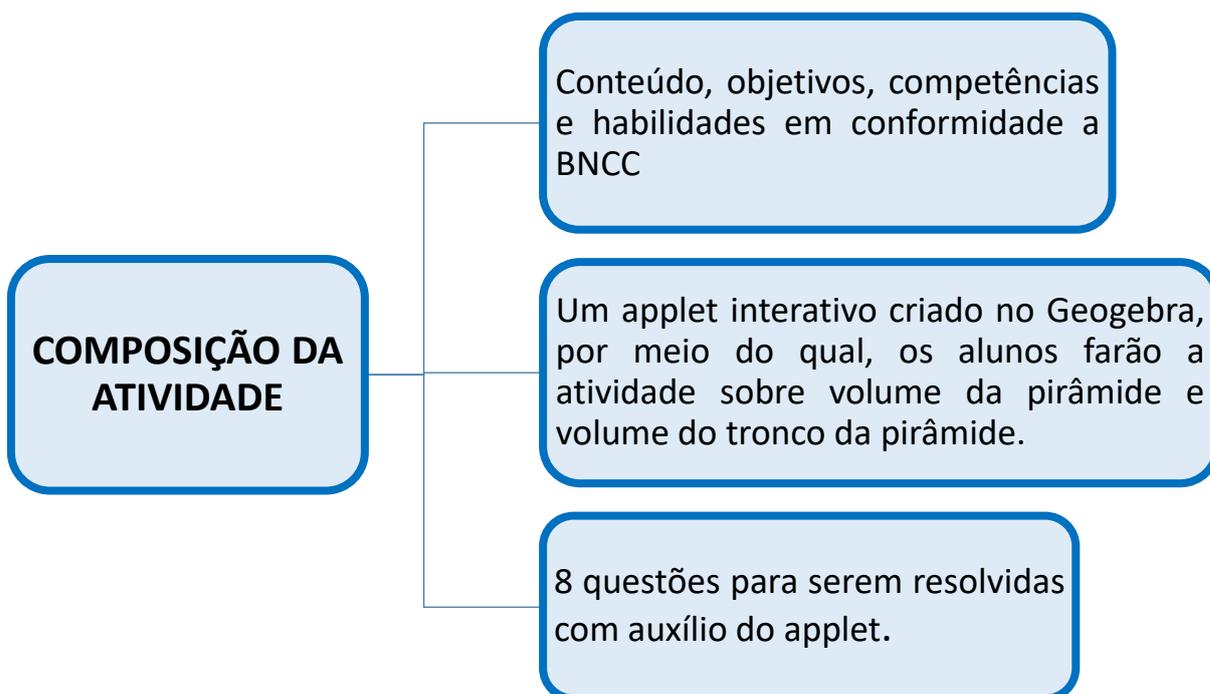
CRÉDITOS DA ATIVIDADE

Toda atividade foi desenvolvida pelo autor

Atividade 9



Volume do tronco da pirâmide



“Entre dois espíritos iguais, postos nas mesmas condições, aquele que sabe geometria é superior ao outro e adquire um vigor especial”. (Pascal)

Conteúdo	Objetivo
Volume do tronco da Pirâmide	Compreender o cálculo do volume do tronco da pirâmide, a partir do volume da pirâmide.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos utilizarão o applet para realizar o cálculo do volume da pirâmide maior, volume da pirâmide menor (cuja base resulta da secção horizontal na pirâmide maior) e o volume do tronco da pirâmide.

No desenvolvimento da atividade, os alunos poderão realizar o cálculo dos volumes apresentados no parágrafo acima, de várias pirâmides, em que utilizarão os controles deslizantes para alterar as medidas e o tipo de pirâmide, podendo comparar esses volumes, destacando que o volume do tronco se obtém a partir da subtração entre o volume da pirâmide maior com o da pirâmide menor.

Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/frgkfsqj>



O volume do tronco de pirâmide é obtido fazendo a diferença entre o volume da pirâmide original e o volume da pequena pirâmide formada após a intersecção do plano. Dessa maneira, obtemos a fórmula que determina o volume do tronco de qualquer pirâmide.

Execução da atividade

Professor, peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

O applet desta atividade foi desenvolvido para estudo do volume da pirâmide e tronco da pirâmide, de acordo com o número de lados da base, o raio, a altura da pirâmide e do tronco.

Figura 10. Imagem do applet da atividade 9

$n = 3$ Número de lados da base

$r = 1$ "Raio" da base

$H = 3$ Altura da pirâmide

$h' = 1$ Altura do tronco de pirâmide

Base da Pirâmide

VOLUME DA PIRÂMIDE E DO TRONCO DE PIRÂMIDE

O volume da pirâmide maior é dado por:

$$V_P = \frac{1}{3} \cdot S_B \cdot H, \therefore (H = h' + h)$$

$$V_P = \frac{1}{3} \cdot 1,3 \cdot 3 \quad \boxed{V_P = 1,3}$$

O volume da pirâmide menor é:

$$V_p = \frac{1}{3} \cdot S_b \cdot h$$

$$V_p = \frac{1}{3} \cdot 0,58 \cdot 2 \quad \boxed{V_p = 0,38}$$

Relação entre os volumes:

$$\frac{V_p}{V_P} = \left(\frac{h'}{H}\right)^3$$

O volume do tronco de pirâmide é dado por:

$$V_T = \frac{h'}{3} \cdot (S_B + S_b + \sqrt{S_B \cdot S_b})$$

$$V_T = \frac{1}{3} \cdot (1,3 + 0,58 + \sqrt{1,3 \cdot 0,58})$$

$$\boxed{V_T = 0,91}$$

Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/frgkfsqj>

Questões apresentadas na atividade

Na construção acima, percebemos que ao traçarmos uma seção horizontal na pirâmide, ela será dividida em duas partes (uma pirâmide menor) e (tronco da pirâmide maior). Ao lado da construção temos a informação do cálculo do volume da pirâmide maior, o cálculo do volume da pirâmide menor e o cálculo do volume do tronco da pirâmide. Temos também, os controles deslizantes: número de lados da base, raio da base, altura da pirâmide (maior) e altura do tronco da pirâmide. Tendo em vista as informações acima e utilizando os controles deslizantes, encontre os seguintes valores:

1) O volume de uma pirâmide triangular com raio da base = 3 e altura $H = 5$.

Resposta: 19,49 u.v

2) O volume do tronco dessa pirâmide triangular com raio da base = 3 e altura $H = 5$ e altura do tronco igual a 2.

Resposta: 15, 28 u.v

3) usando as mesmas medidas descritas acima, determine o volume da pirâmide menor, que está acima da seção horizontal.

Resposta: 4,21 u.v

4) Encontre o volume da pirâmide maior, o volume da pirâmide menor e o volume do tronco da pirâmide, colocando as medidas $n = 4$, $r = 2$, $H = 4$ e $h' = 3$.

Resposta: Volume da pirâmide maior é 10,67 u.v, o volume da pirâmide menor é 0,17 u.v e o volume do tronco da pirâmide é 10,5 u.v.

5) Compare esses volumes e diga como podemos determinar o volume do tronco da pirâmide com base no volume da pirâmide maior e o volume da pirâmide menor?

Resposta: Basta fazer a diferença entre o volume da pirâmide maior e o volume da pirâmide menor.

6) Faça o teste com mudando os valores e verifique a relação que você colocou acima.

Resposta: pessoal

7) Verifique para os casos acima a relação entre os volumes das pirâmides maior e menor, conforme descrito na construção.

Resposta: Volume do tronco = volume da pirâmide maior – volume da pirâmide menor.

8) Transcreva a fórmula utilizada para calcular o volume do tronco da pirâmide.

Resposta: $V_T = \frac{h'}{3} (s_B + s_b + \sqrt{s_B + s_b})$

CRÉDITOS DA ATIVIDADE

O applet desta atividade foi construído por Jayrton Carvalho, porém foram necessários fazer algumas correções, para que o applet estivesse apto para uso.

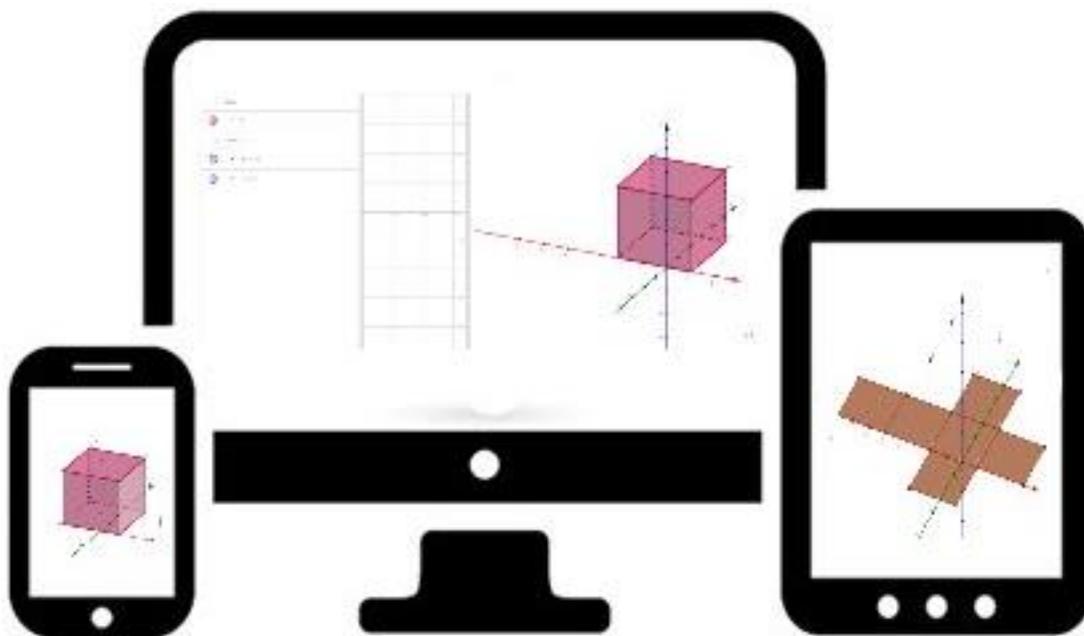
As questões foram elaboradas pelo autor deste guia.

ATENÇÃO PROFESSORES!

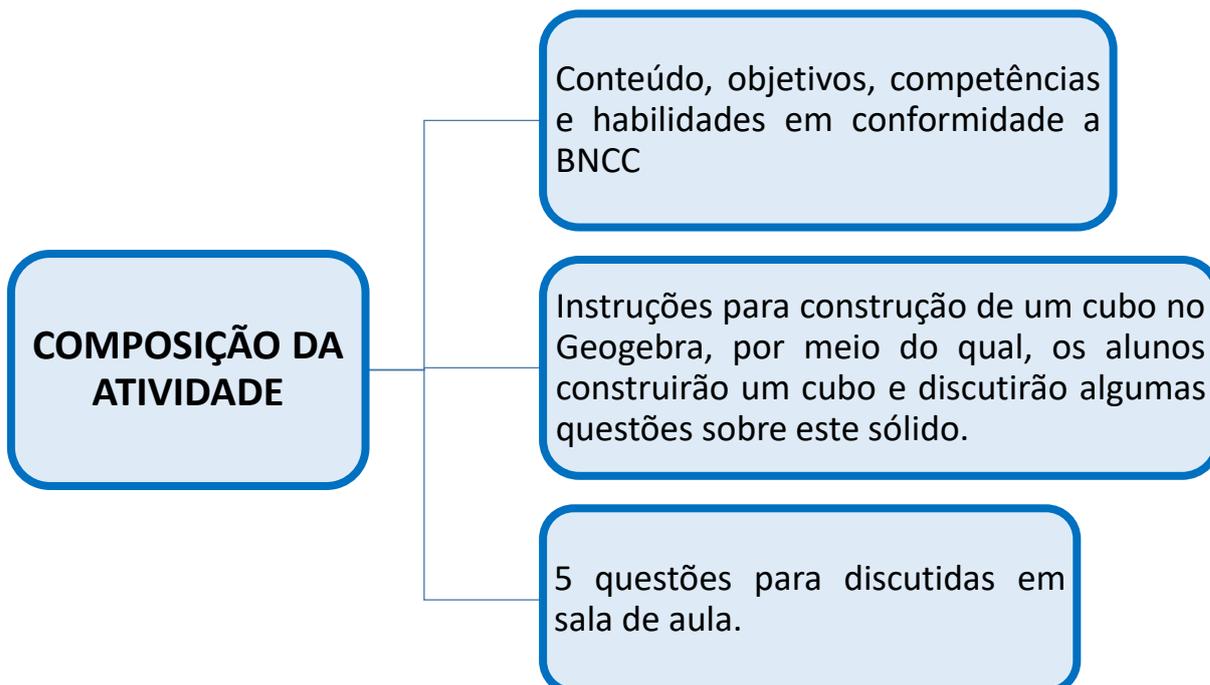
As atividades 10, 11 e 12, não estarão presentes no livro dinâmico na Plataforma do GEOGEBRA, pois os aplets serão construídos pelos alunos, portanto deverão ser feitas offline.



Atividade 10



Construção e planificação do cubo no Geogebra



"Uma verdade matemática não é simples nem complicada por si mesma. É uma verdade". (Emile Lemoine)

Conteúdo	Objetivo
Cubos	➤ Construir, planificar e calcular a área e o volume do cubo no Geogebra.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos terão que construir um cubo no Geogebra, seguindo os passos de orientação apresentados na atividade, em seguida farão a planificação e determinarão a área de uma das faces e o volume desse cubo.

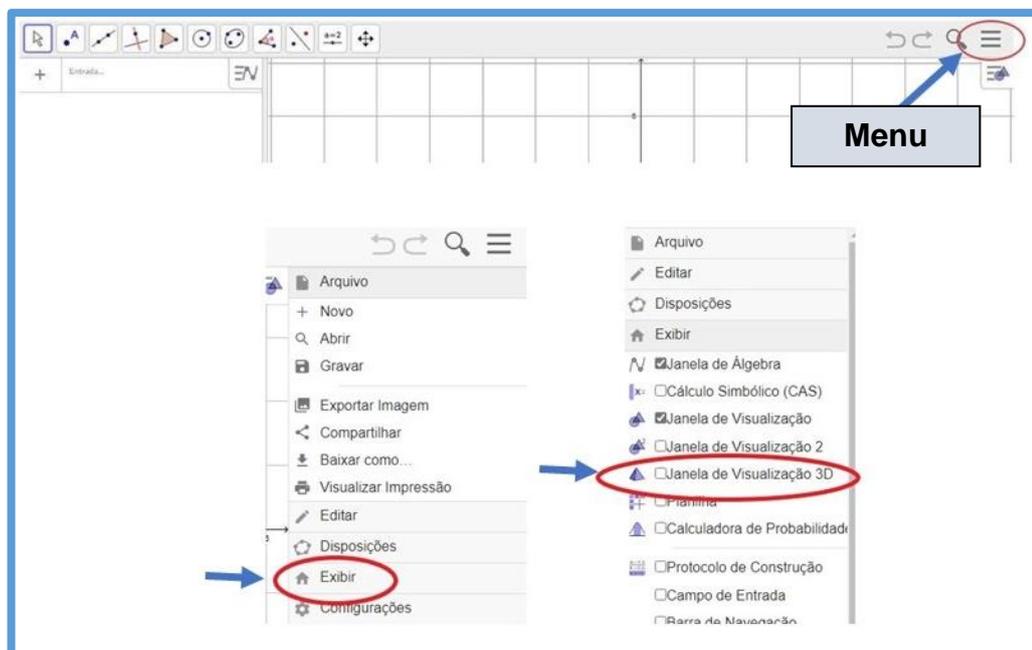
Através desta atividade espera-se que o aluno consiga se familiarizar com o Geogebra, ao mesmo tempo que, experimenta a sensação de protagonismo ao construir e interagir com o sólido.

Execução da atividade

Professor, peça aos alunos que abram o aplicativo do Geogebra no computador e oriente-os na construção e planificação do cubo, depois peça para eles determinarem a área de uma de suas faces e o seu volume.

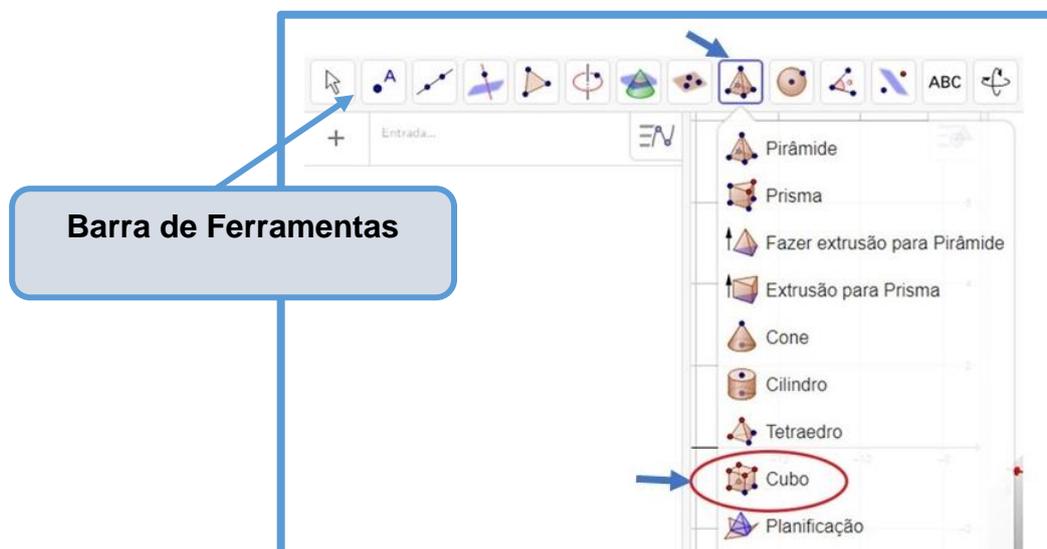
Passos

1. No menu superior do Geogebra Classic, localizado na parte superior do lado direito, selecione a janela de visualização 3D, conforme indica as imagens abaixo.

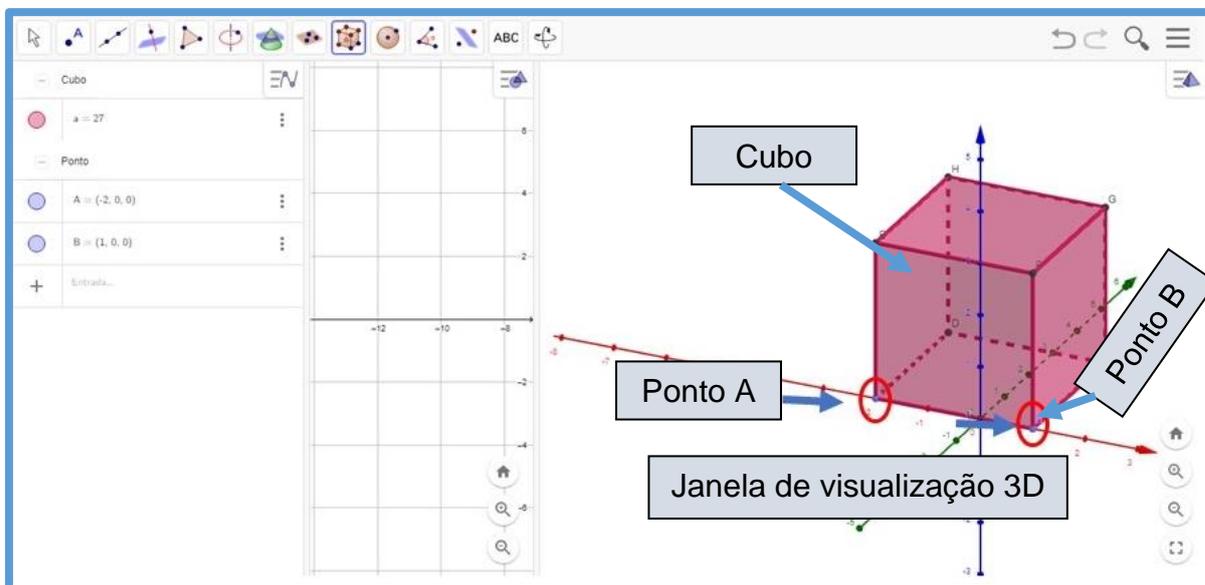


Observação: Caso não apareça os eixos na janela de visualização 3D, clique no lado direito do mouse, depois clique com o mouse na opção exibir eixos.

2. Após clique na janela de visualização 3D, depois selecione na 9ª caixa da Barra de Ferramentas, a ferramenta Cubo.



3. Marque dois pontos na janela de visualização 3D. Para isso, basta clicar diretamente na janela marcando os pontos.

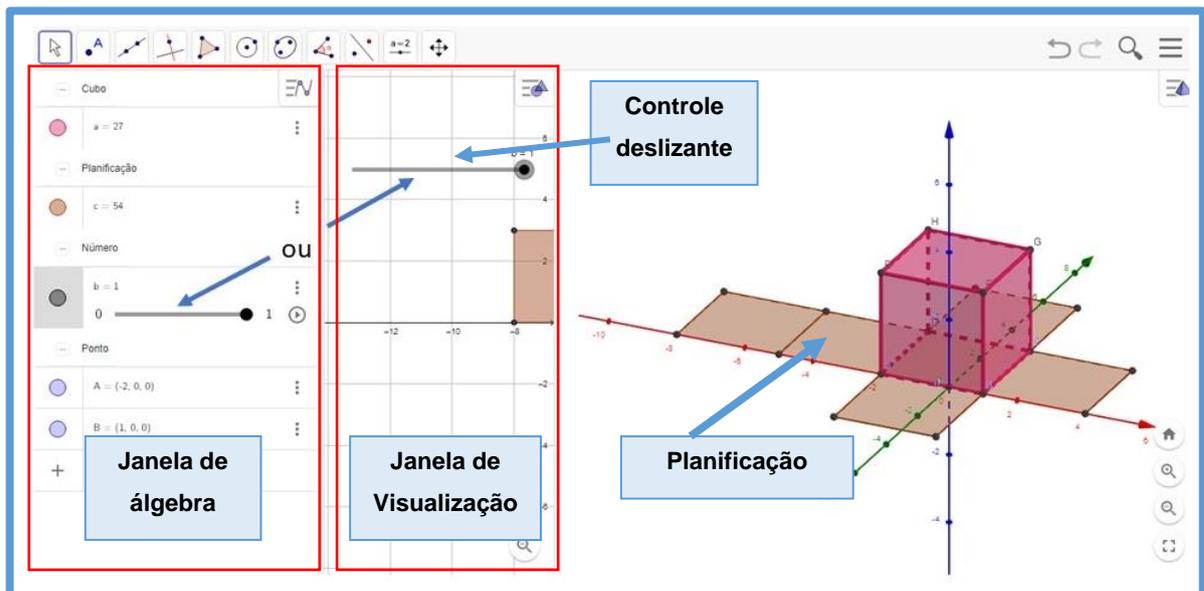
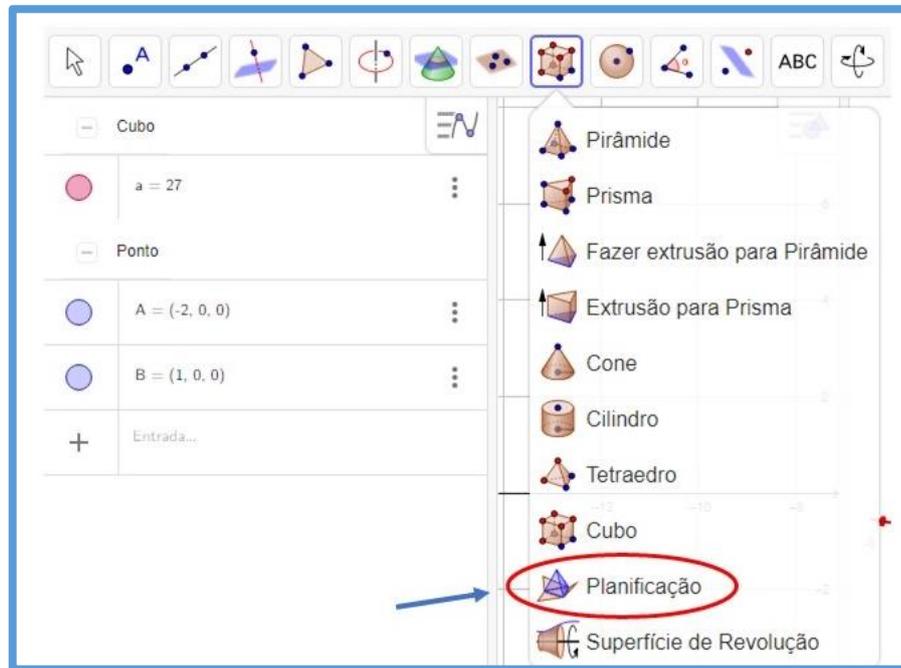


Você pode manipular o cubo (aumentando ou diminuindo suas dimensões), clicando no ponto A ou no ponto B, depois é só arrastar com o mouse.

colabox

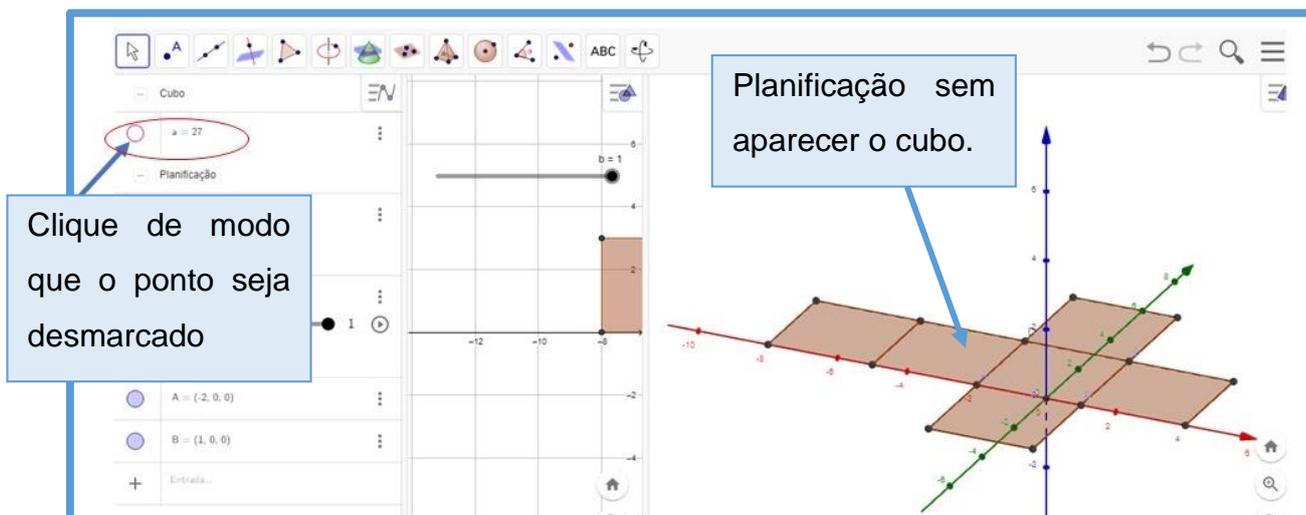
Planificação

4. Para planificar o cubo, selecione na 9ª caixa a opção planificação. Depois clique com o mouse no cubo, assim aparecerá a planificação do cubo. Após esse processo, você poderá manipular a planificação, movimentando o controle deslizante que aparecerá na janela de álgebra e na janela de visualização, por meio do qual poderá abrir ou fechar a planificação.



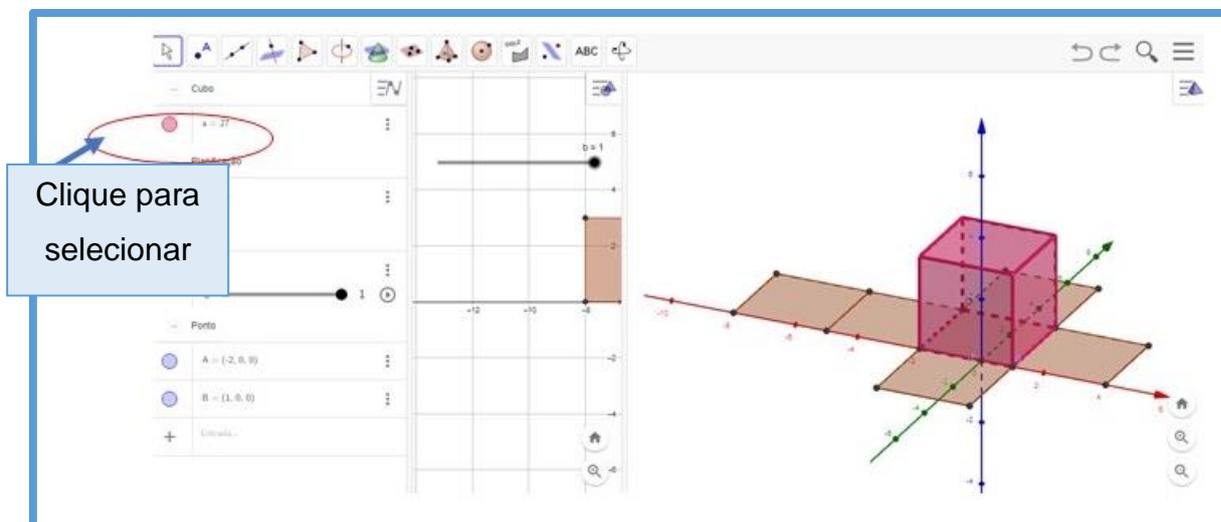
Para fechar a planificação mova o controle deslizante para 0 e para abrir mova o controle deslizante para 1.

5. Desmarque a seleção do cubo na janela de álgebra para exibir apenas a planificação.

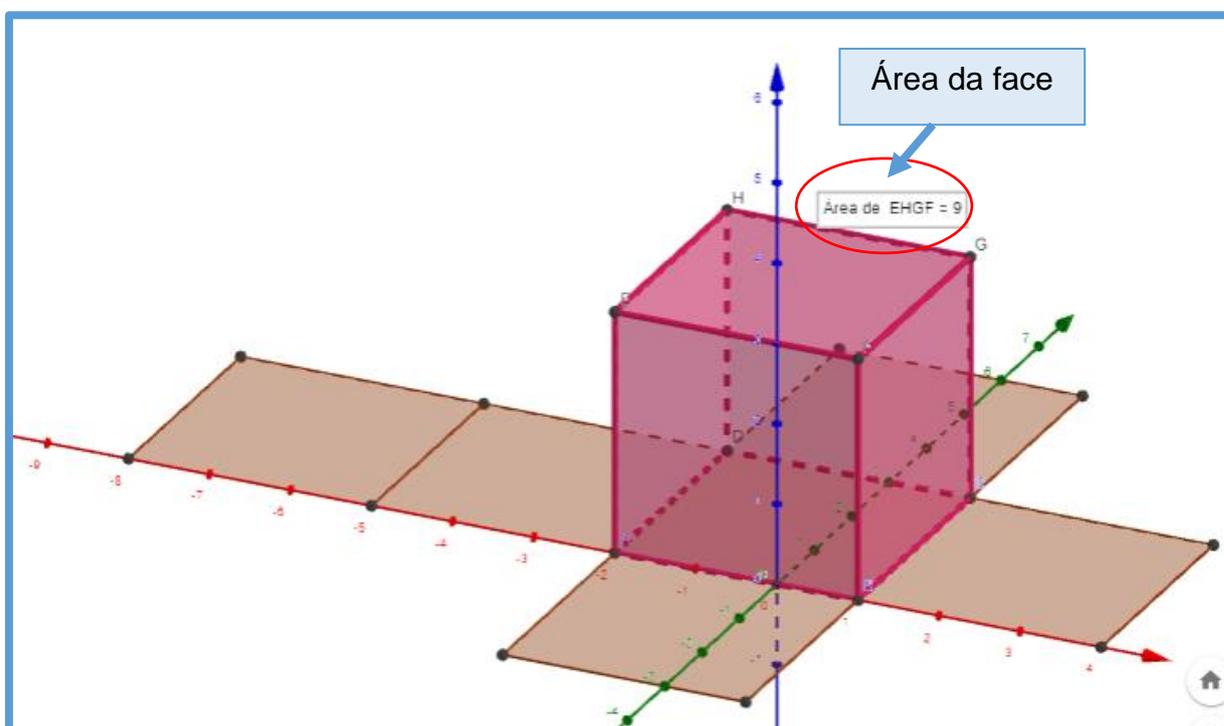
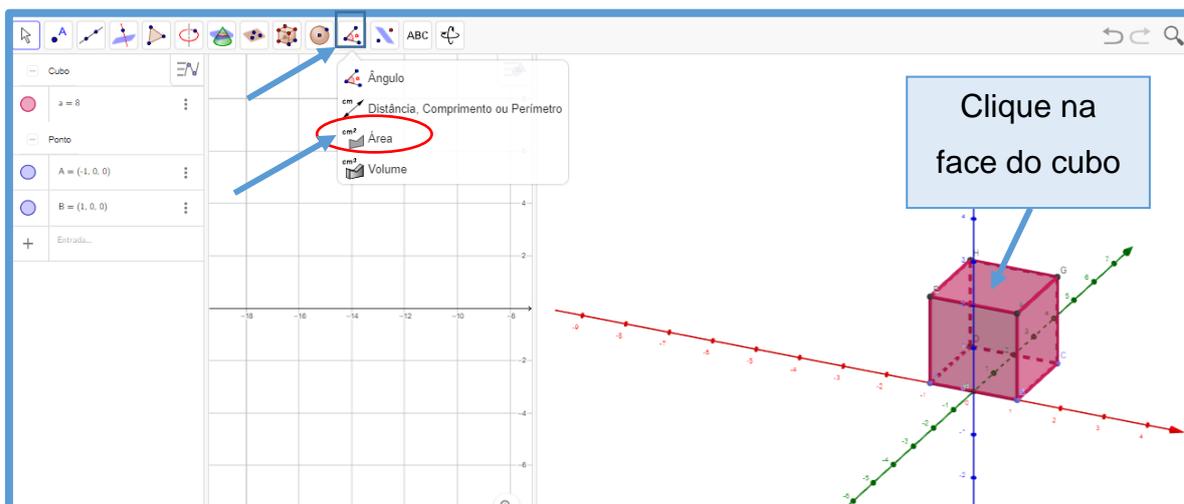


Área e Volume

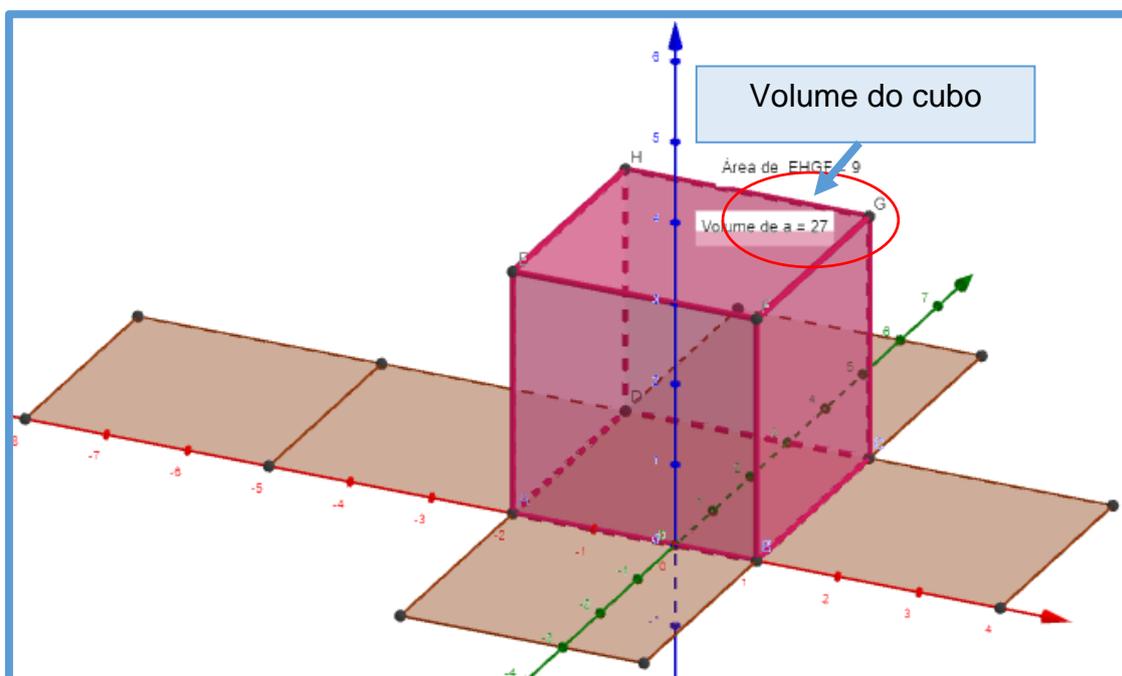
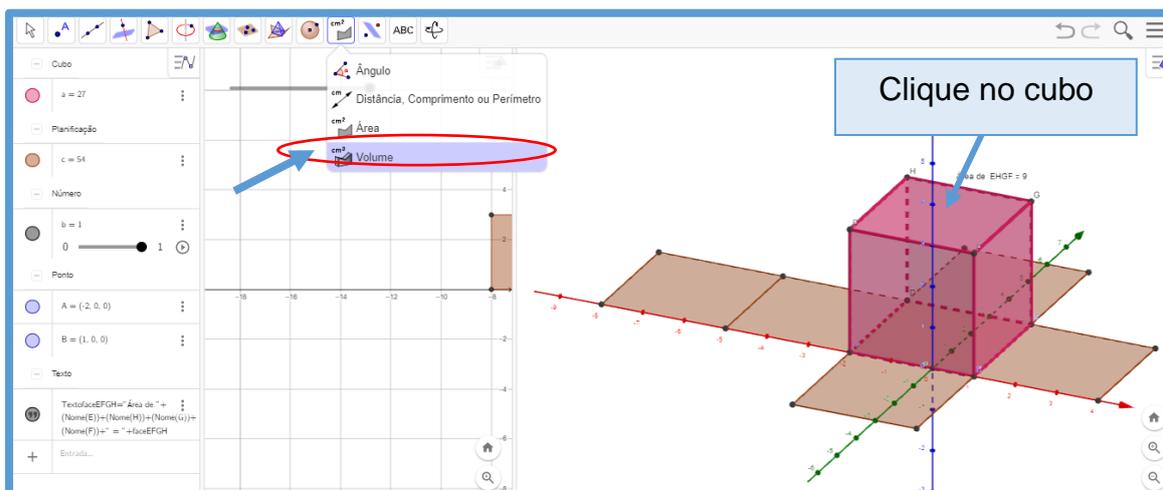
6) Selecione novamente o cubo na janela de álgebra para poder determinar a área de uma das faces e o volume do cubo.



Para determinar a área de uma das faces, clique na 10ª caixa na barra de ferramentas e escolha a opção área, depois clique em uma das faces do cubo para aparecer o valor da área da face.



Para determinar o volume do cubo, clique na 10ª caixa na barra de ferramentas e escolha a opção volume, depois clique no cubo para aparecer o valor do volume.



Para mover a posição da faixa de exibição da área ou do volume, clique em ESC no teclado ou na ferramenta mover  na barra de ferramentas. Depois clique e segure com o mouse o retângulo branco que aparece o valor da área ou do volume e movimente-os até ficar em uma posição desejável.

Questões para discussão

1) Quantos quadrados apareceu na planificação do cubo?

Resposta: 6 quadrados

2) A planificação facilitou a sua percepção da quantidade de faces de um cubo?

Resposta: Pessoal

3) Qual o número de arestas e vértices que possui o cubo?

Resposta: 12 arestas e 8 vértices

4) Qual a área de uma das faces e o volume do cubo que você construiu?

Resposta: Pessoal

5) Qual a área total da superfície do cubo que você construiu?

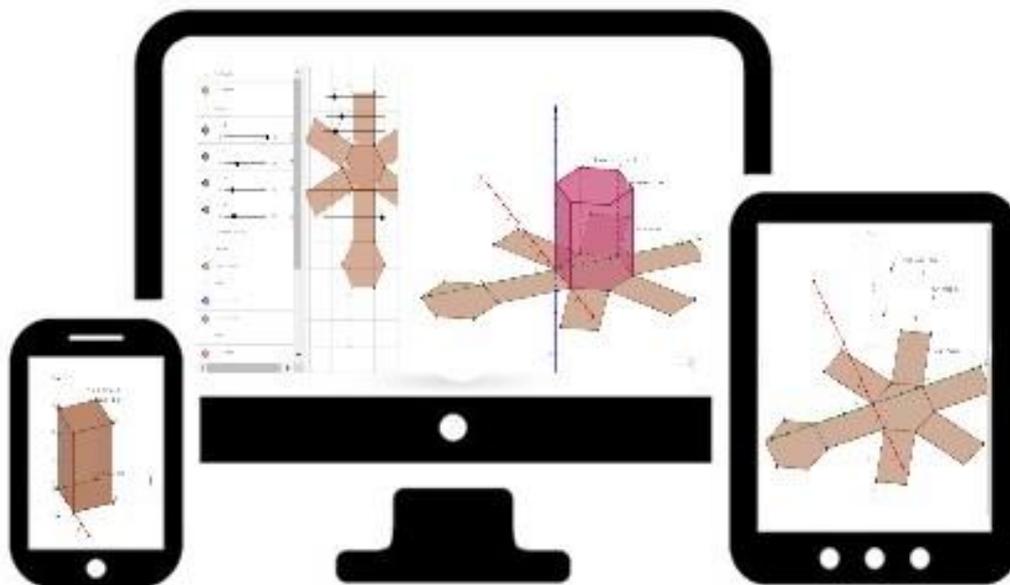
Resposta: Pessoal

Sugestão:

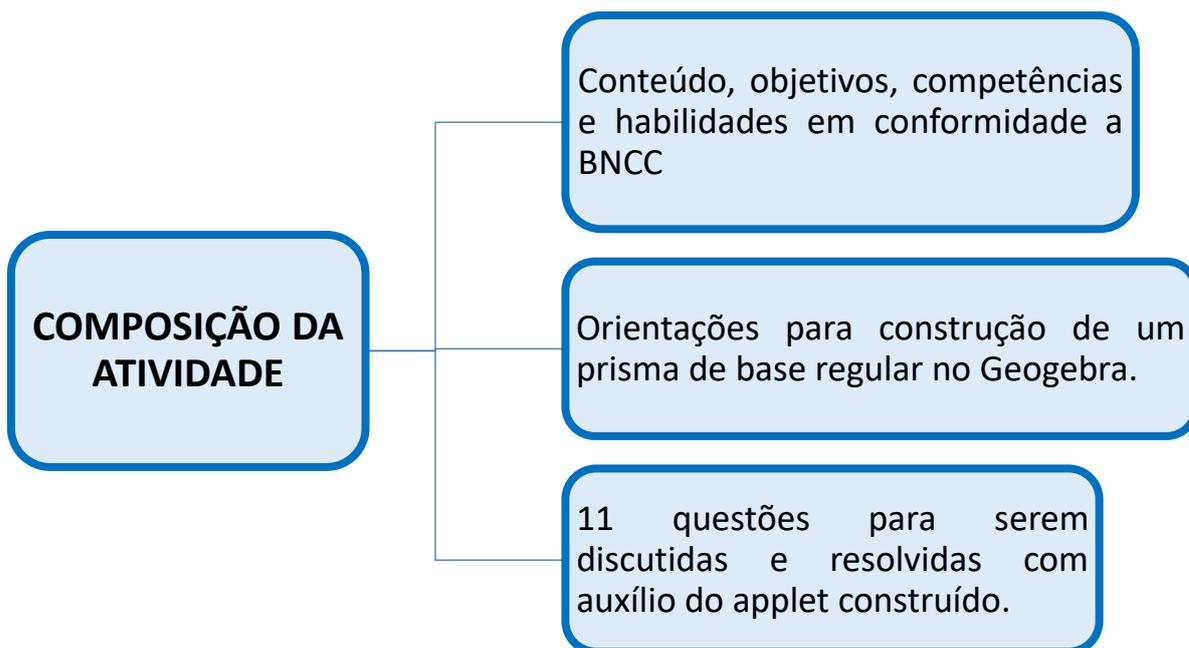
Professor, ao término das atividades 10, 11 e 12, é interessante os alunos apresentarem suas construções e socializarem com os colegas os resultados.



Atividade 11



Construção e planificação de prismas de base regular



Conteúdo	Objetivo
Prismas	Construir prismas de base regular, obter sua planificação no Geogebra e determinar a área e o volume desses prismas.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos terão que construir um prisma de base regular no Geogebra, em seguida, escolherão um tipo de prisma, farão a planificação e determinarão a área de uma das faces laterais, área de uma das bases, e o volume do prisma escolhido.

Através desta atividade espera-se que o aluno consiga aprofundar o conhecimento do Geogebra e dos prismas, além de desenvolver a capacidade criativa.

Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/us2sen4m>

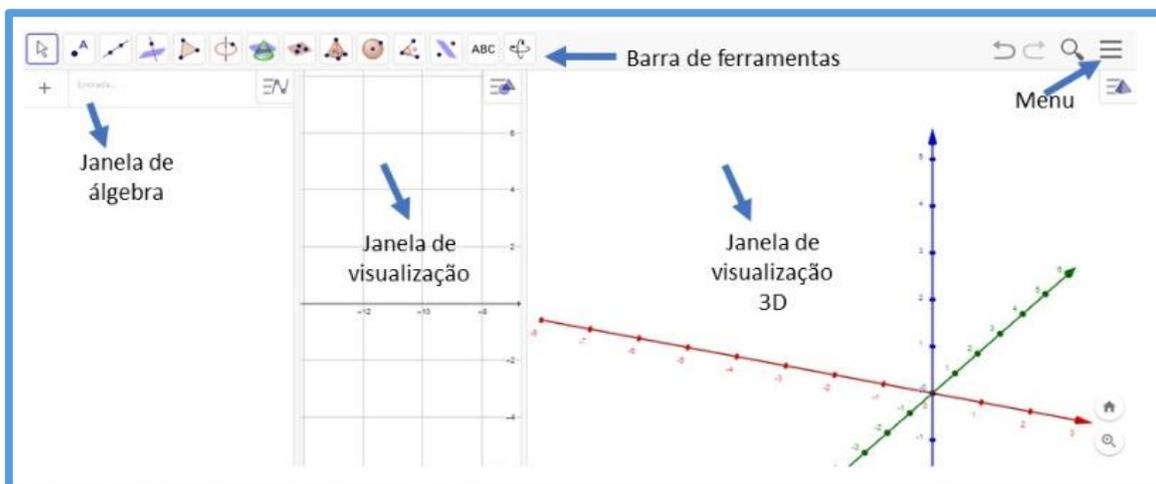
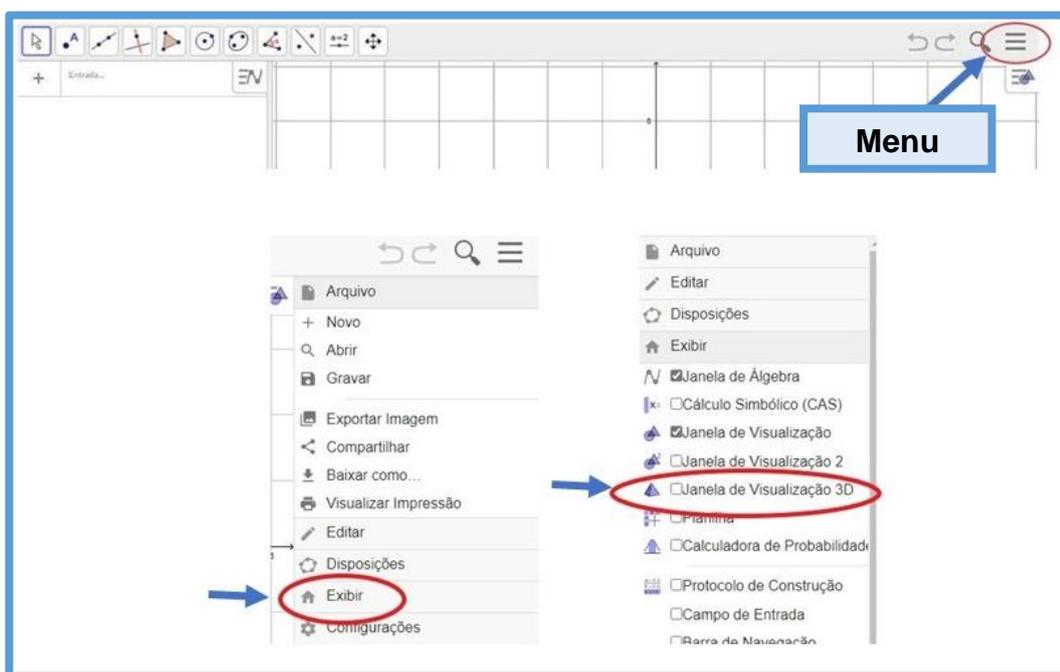
Execução da atividade

Professor, peça aos alunos que abram o aplicativo do Geogebra no computador e oriente-os na construção e planificação de um prisma de base regular, depois peça para eles determinarem a área de uma de suas faces laterais e da base e o volume.

O processo inicial da atividade é semelhante a atividade anterior. Por isso, vou repetir os passos iniciais da atividade 10. Ao finalizar discuta as questões sugeridas.

ATENÇÃO!

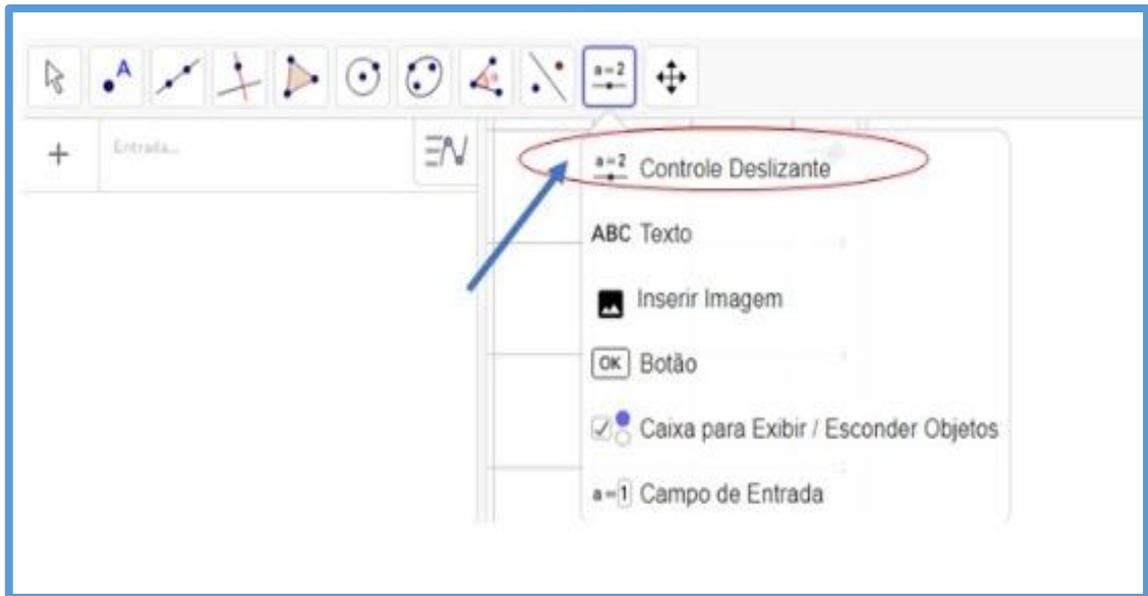
Se a janela de visualização 3D, estiver aberta, você não precisa realizar o processo para exibi-la.



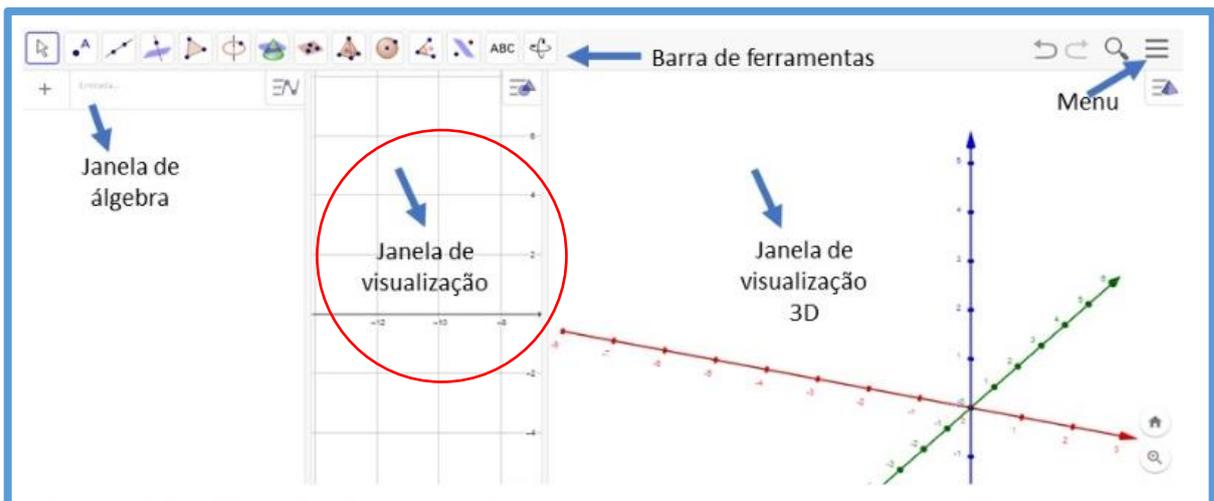
OBSERVAÇÃO

Caso não apareça os eixos na janela de visualização 3D, clique no lado direito do mouse, depois clique com o mouse na opção exibir eixos.

2. Na janela de visualização construa um polígono regular. Para isso, dê um clique na janela de visualização, depois escolha na barra de ferramentas na 10ª caixa a opção controle deslizante, em seguida, clique novamente na janela de visualização, nesse momento, aparecerá uma caixa para colocar as informações do controle deslizante, substitua a letra **a** pela letra **I**, coloque para o valor mínimo 0 e para o valor máximo 10, depois clique em OK.



Clique na janela de visualização



Controle Deslizante

Nome
a = 1

Número Ângulo Inteiro

Intervalo	Controle Deslizante	Animação
min 0	max 10	Incremento 0.1

CANCELAR OK

Repita o processo anterior e crie mais dois controles deslizantes, um controle deslizante **h**, que representará a altura do prisma que será construído e um controle deslizante **n**, que representará o número de lados do polígono da base.

Para criar o controle deslizante **h**, substitua a letra **a** por **h**, insira para o valor mínimo 0 e para o valor máximo 15, depois clique em OK.

Para criar o controle deslizante **n**, substitua a letra **a** por **n**, troque o valor 1 por 3 no nome. Depois insira para o valor mínimo 3 e para o valor máximo 20, mude o incremento para 1, depois clique em OK.

Controle Deslizante

Nome
h = 1

Número Ângulo Inteiro

Intervalo	Controle Deslizante	Animação
min 0	max 15	Incremento 0.1

CANCELAR OK

Controle Deslizante

Nome
n = 3

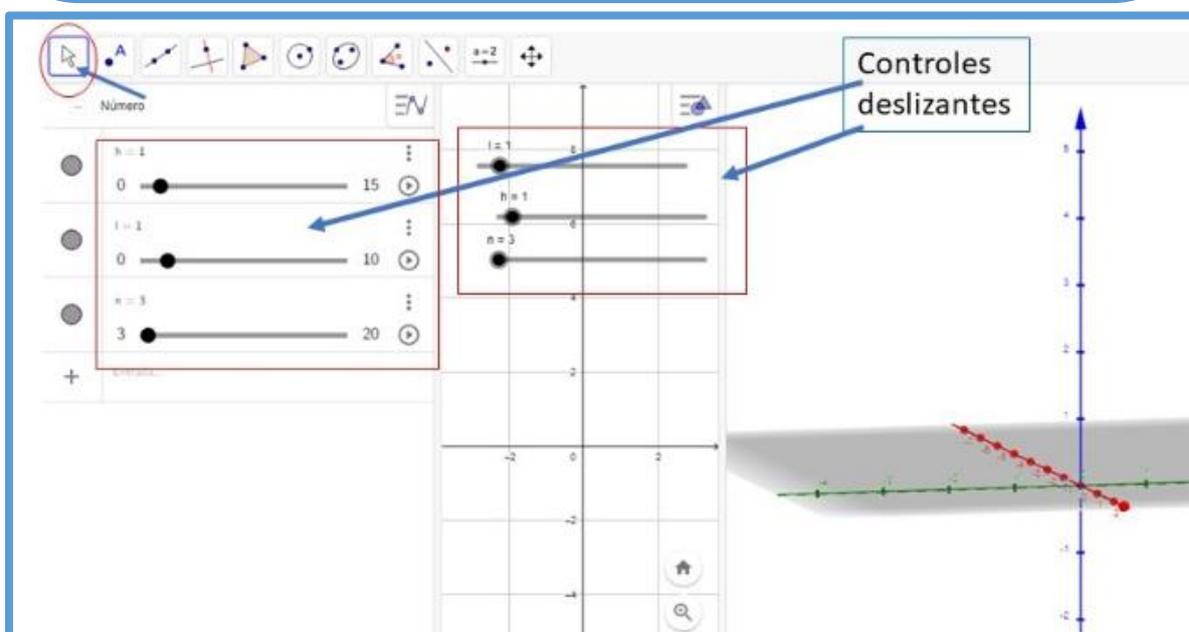
Número Ângulo Inteiro

Intervalo	Controle Deslizante	Animação
min 3	max 20	Incremento 1

CANCELAR OK

ATENÇÃO!

- Os valores inseridos na opção máximo são sugestivos, o professor poderá inserir outros valores se preferir.
- O valor mínimo 3 para n , é devido o polígono com menor número de lados ser o triângulo
- O incremento 1 para n , é devido o número de lados do polígono ser um número natural.

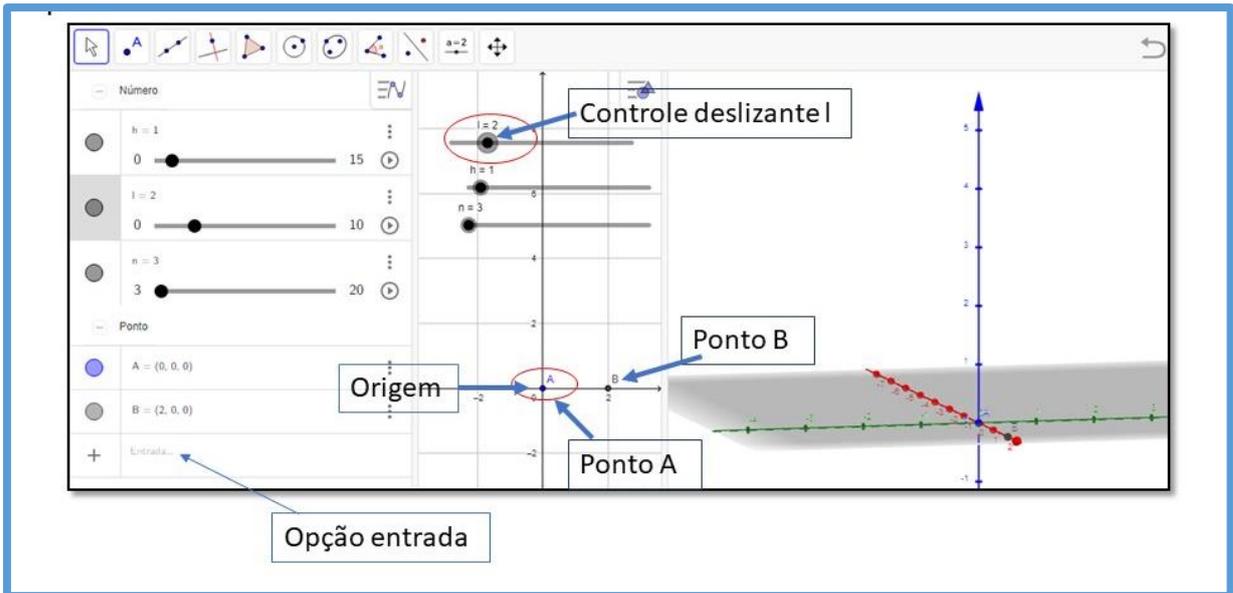


Após criar os controles deslizantes, clique em Esc no teclado do computador ou selecione a ferramenta mover no ícone 

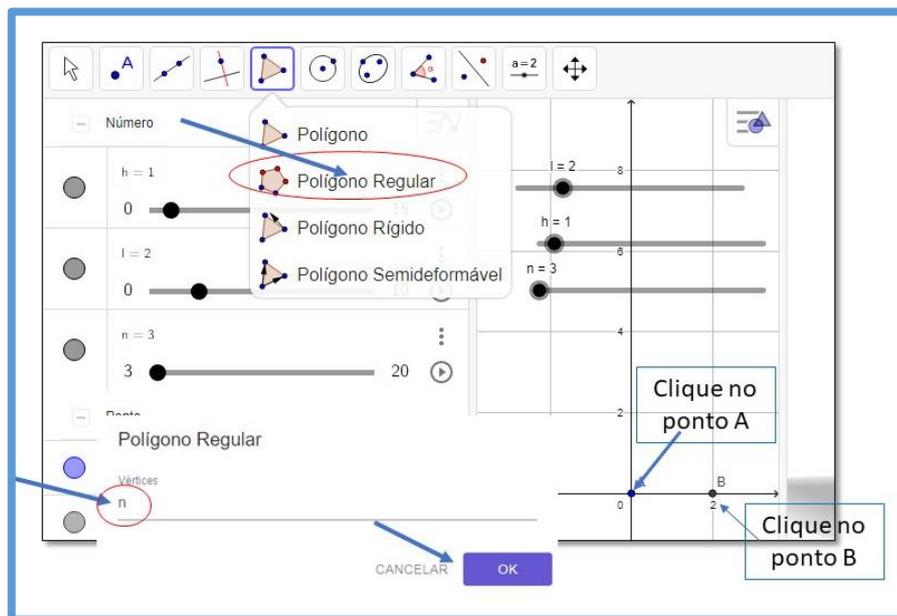
Para organizar os controles deslizantes, clique e segure com o lado esquerdo do mouse, depois arraste-os para a posição que desejar.

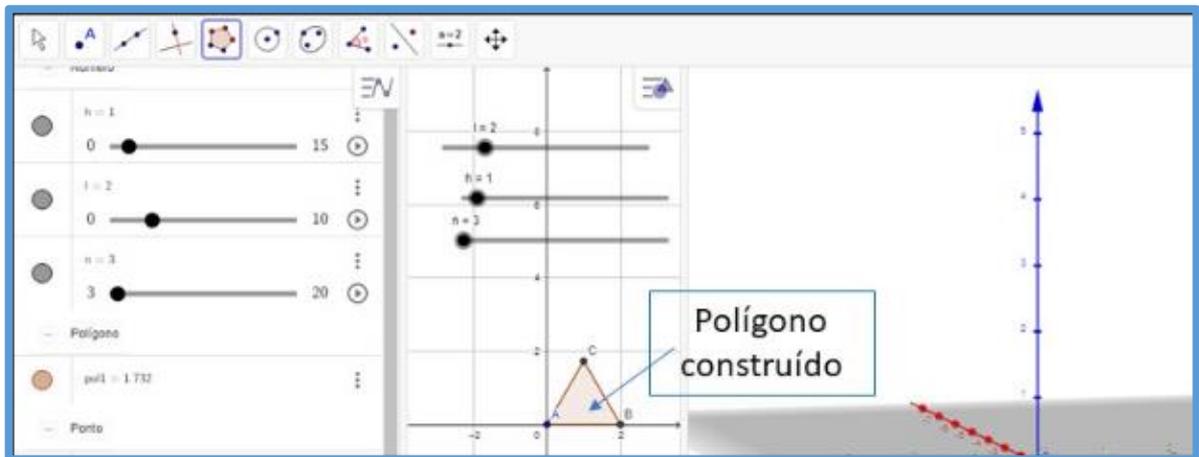
Para verificar a utilidade do controle deslizante l , arraste o ponto no controle deslizante l para o valor 2, ou para outro valor de sua preferência.

Clique na janela de visualização e arraste o gráfico segurando o botão esquerdo do mouse até aparecer a origem do sistema cartesiano (ponto onde as retas x e y se cruzam). Em seguida, crie dois pontos na janela de álgebra, para isso, na opção entrada na janela de álgebra digite $A = (0,0,0)$ dê enter e $B = (1,0,0)$ dê Enter, assim terá criado os dois pontos.

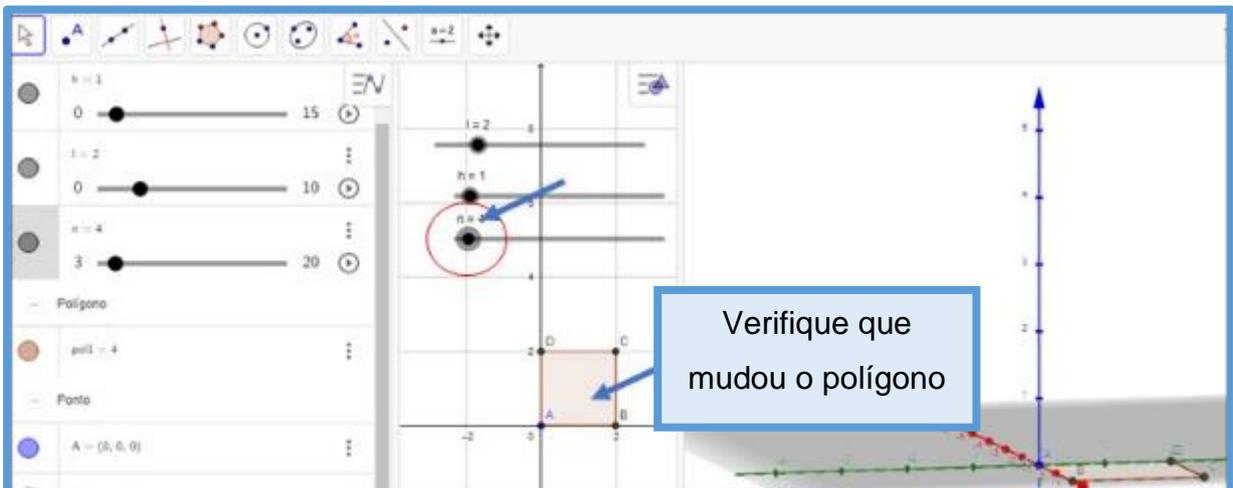


Agora crie um polígono regular que contenha o ponto A e o ponto B. Para isso, vá na barra de ferramentas e escolha na 5ª caixa a opção polígono regular e depois clique no ponto A e no ponto B para criar o polígono. Aparecerá uma janela para colocar a quantidade de vértice do polígono, informe a letra n e clique em OK.

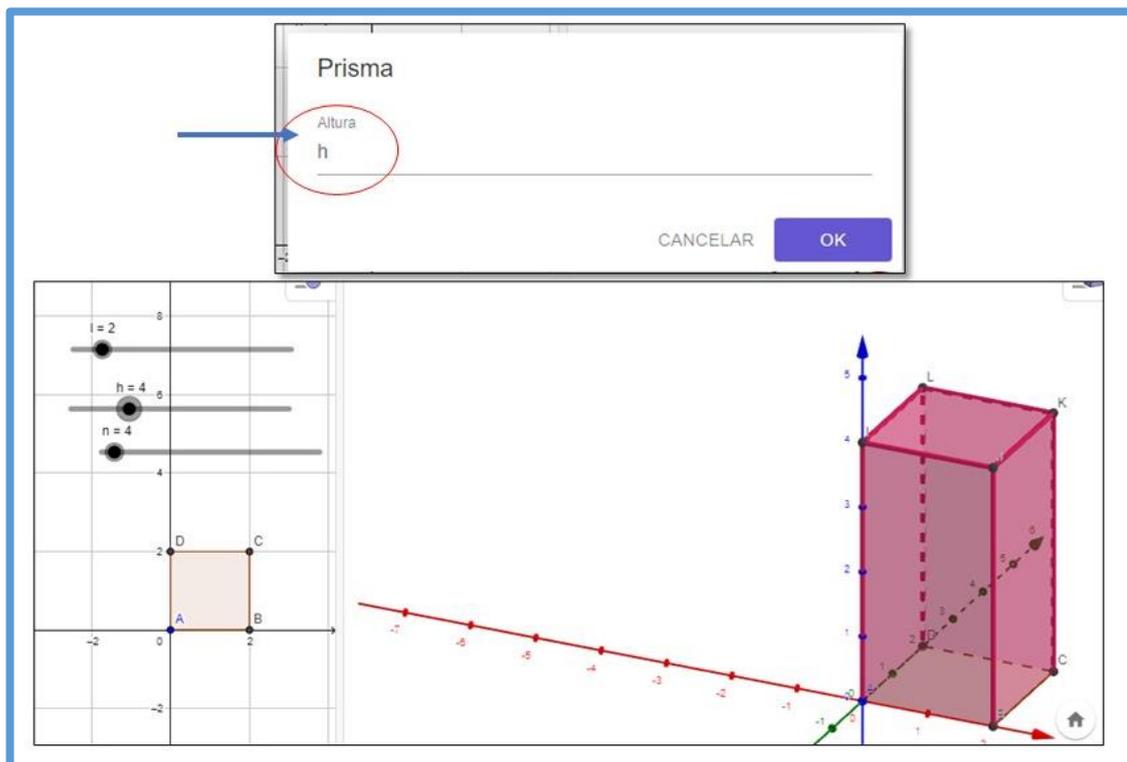
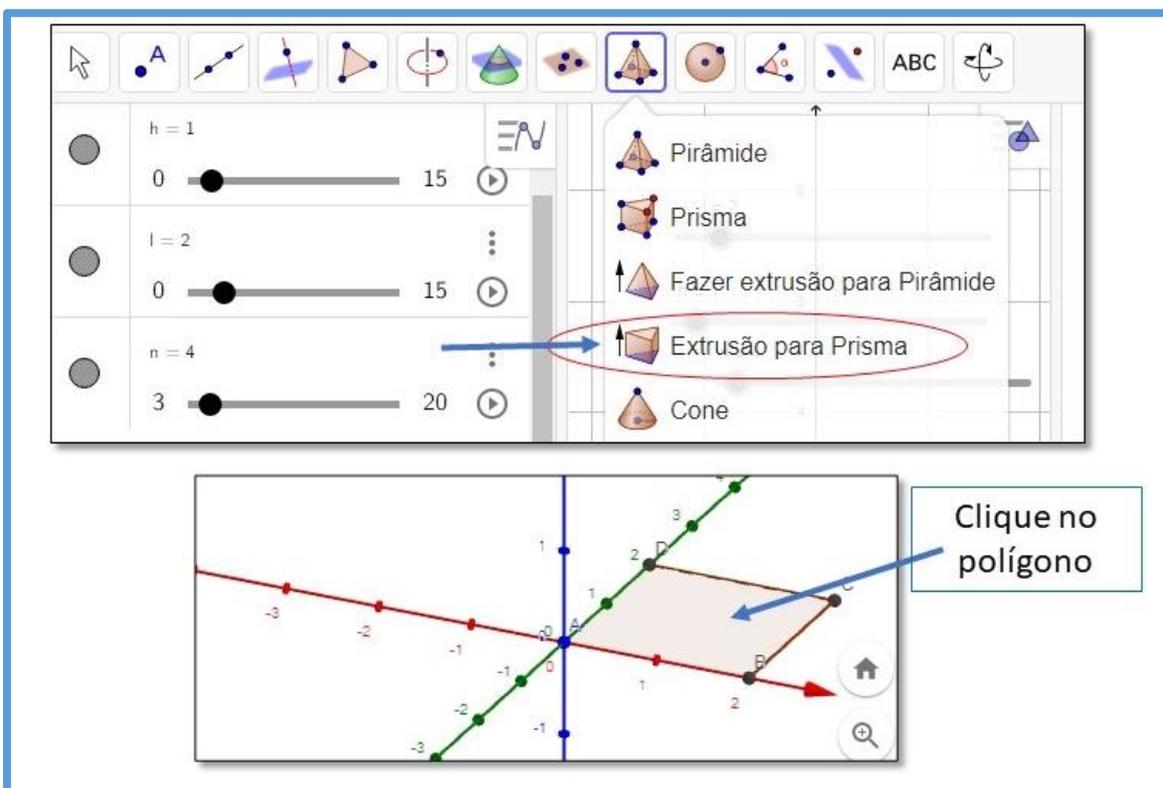




Após criar o polígono, verifique a utilidade do controle deslizante n , movendo o seu valor para 4, ou outro de sua preferência.



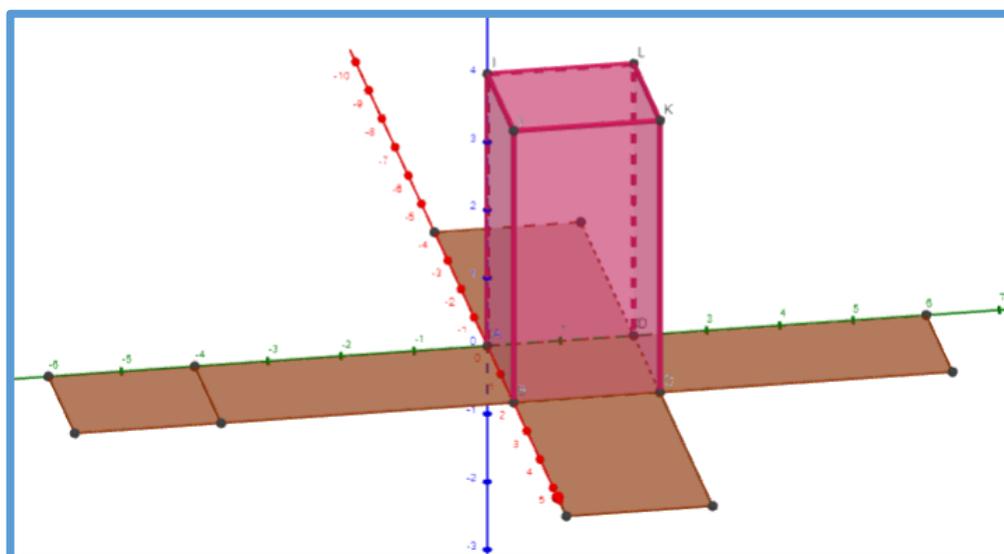
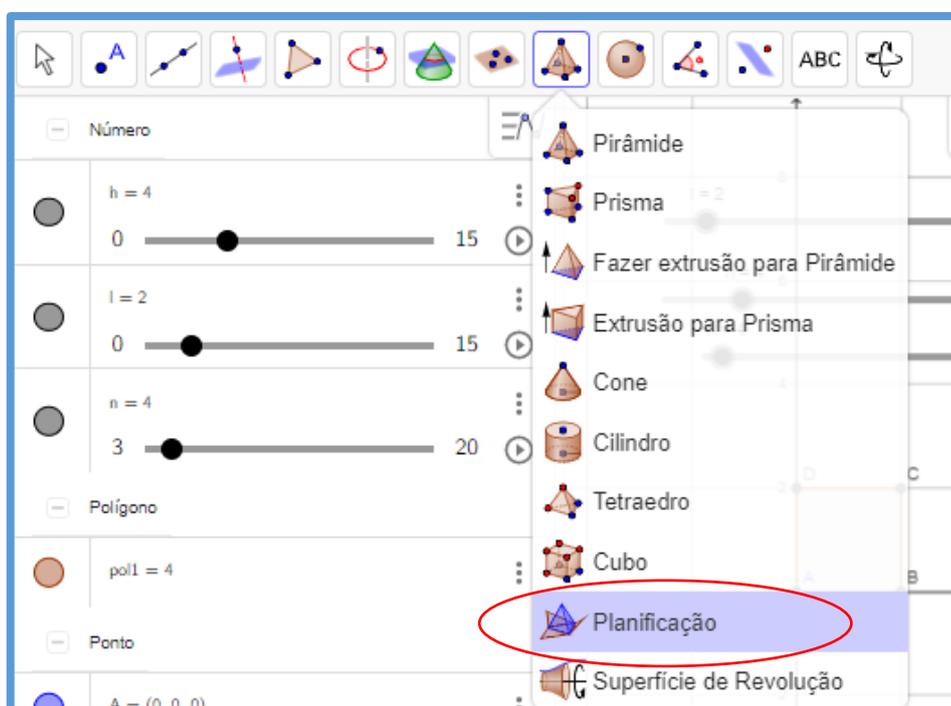
4. Crie a partir do polígono formado um prisma. Para isso, clique com o mouse na janela 3D, depois selecione na barra de ferramentas a 9ª caixa e escolha a opção **Extrusão para Prisma** e clique no polígono criado na janela de visualização 3D, nesse momento, aparecerá uma janela para você informar o valor da altura, informe a letra h . Assim terá criado o prisma.



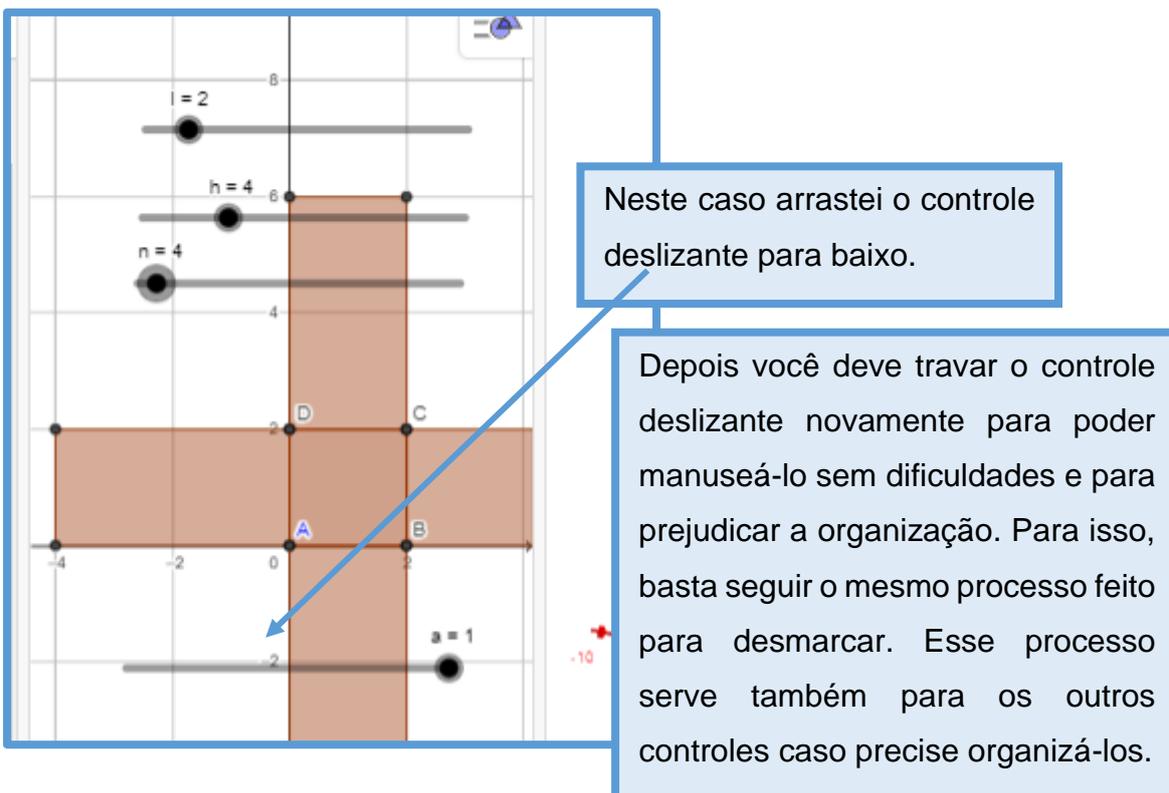
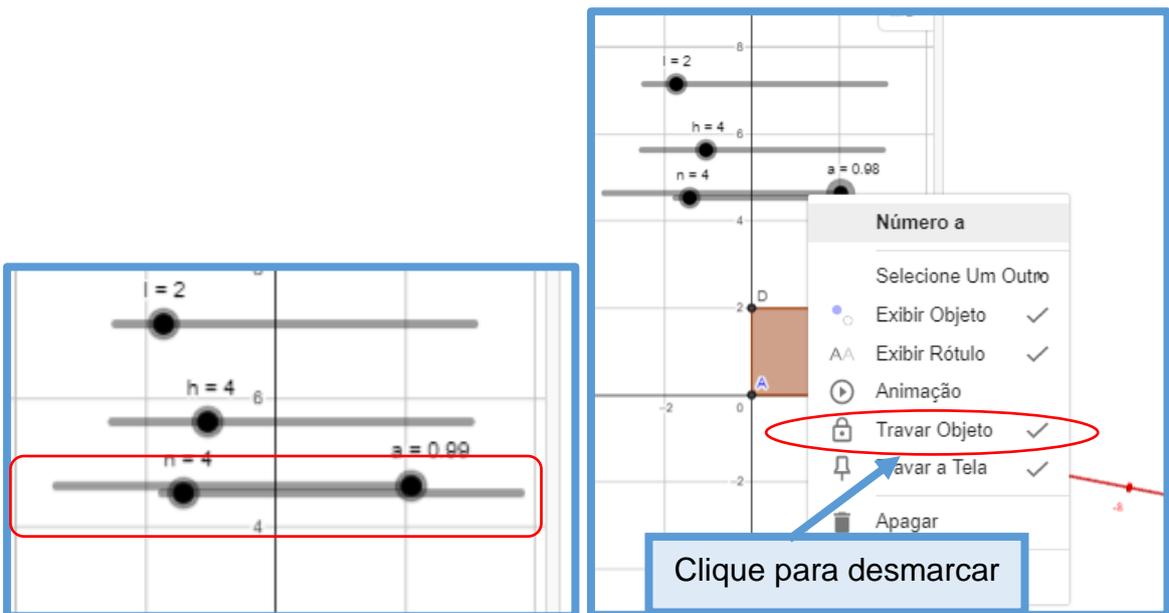
Se você movimentar o controle deslizante **I**, mudará a medida do lado, se movimentar o controle deslizante **h**, mudará a altura e se movimentar o controle deslizante **n**, mudará o número de lados do polígono da base.

Planificação

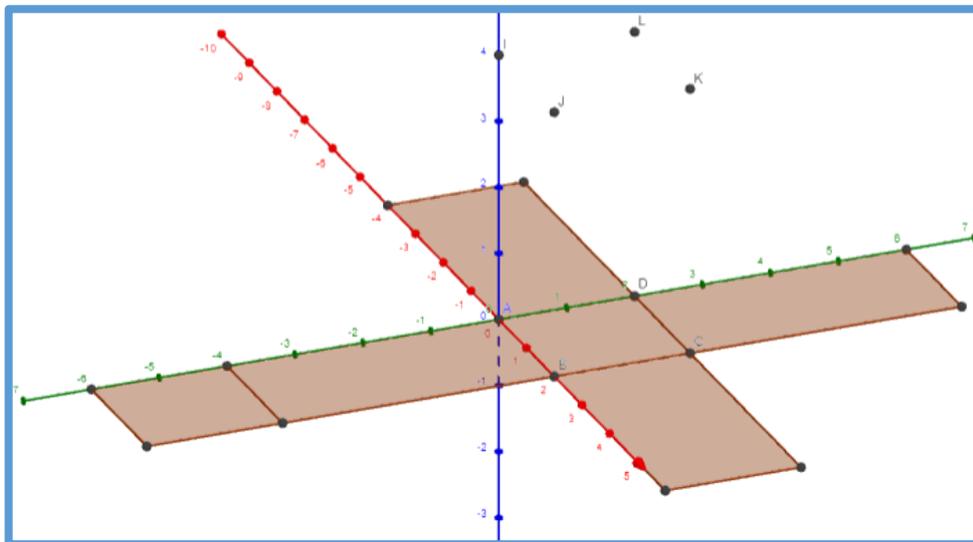
5. Para planificar o prisma, basta seguir o mesmo processo que foi feito na planificação do cubo. Assim selecione na 9ª caixa a opção planificação. Depois clique com o mouse no prisma, aparecerá a planificação do Prisma. Após esse processo, você poderá manipular a planificação, movimentando o controle deslizante que aparecerá na janela de álgebra e na janela de visualização, por meio do qual poderá abrir ou fechar a planificação.



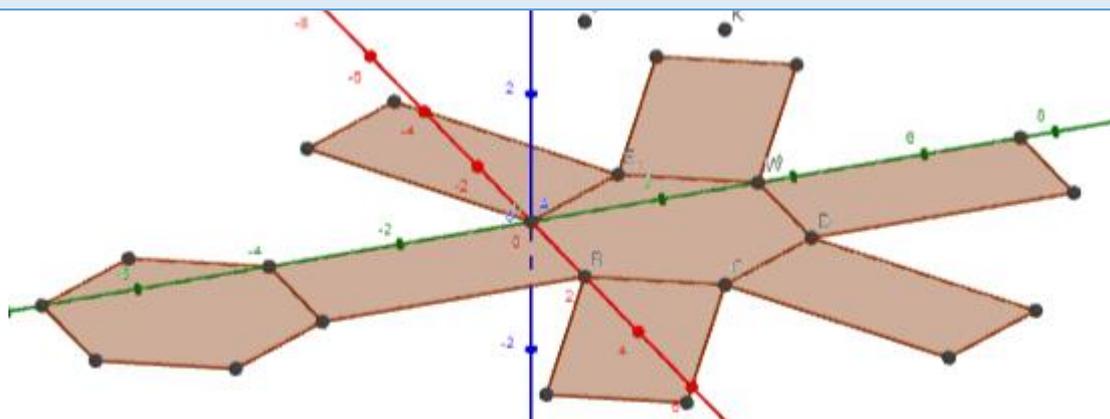
Ao realizar o processo de planificação vai ser criado um controle deslizante para a planificação e pode ocorrer que ele apareça em cima de outro controle deslizante, dessa forma, você terá que organizar a posição dos controles deslizantes. Para isso, clique no controle deslizante, clique no lado direito do mouse e desmarque a opção trava do objeto, depois segure o lado esquerdo do mouse no controle deslizante e arraste-o a uma posição que não interfira a movimentação do outro.



6. Caso queira exibir apenas a planificação, desmarque a seleção do prisma na janela de álgebra.



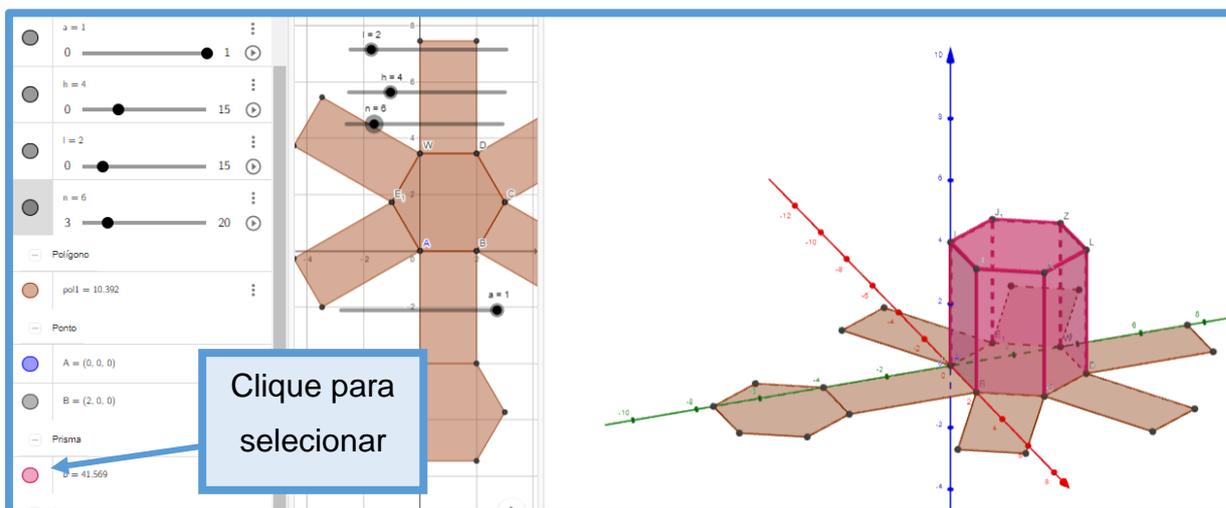
Se você modificar o valor de n no controle deslizante n , a base do prisma modificará e também a imagem da planificação.



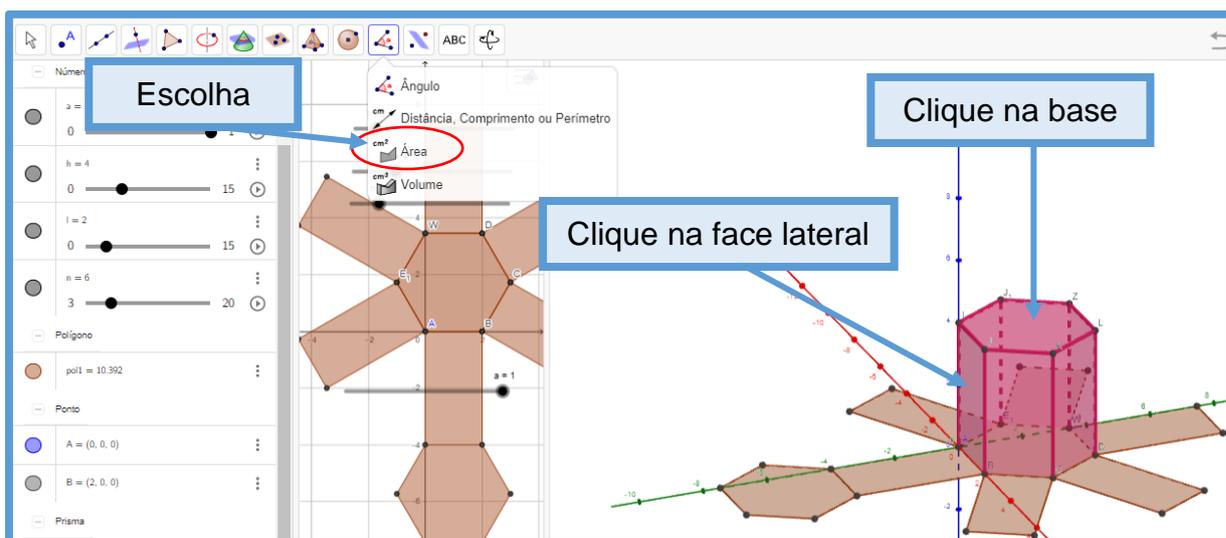
Planificação com $n = 6$

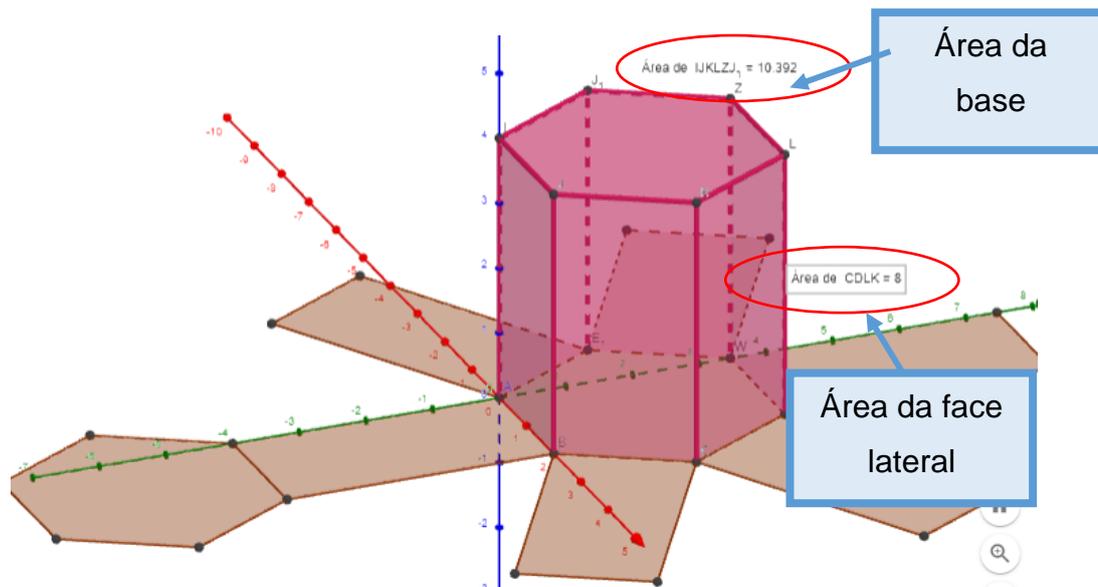
Área e Volume

7. Selecione novamente o prisma na janela de álgebra para poder determinar a área de uma das faces e o volume do prisma.

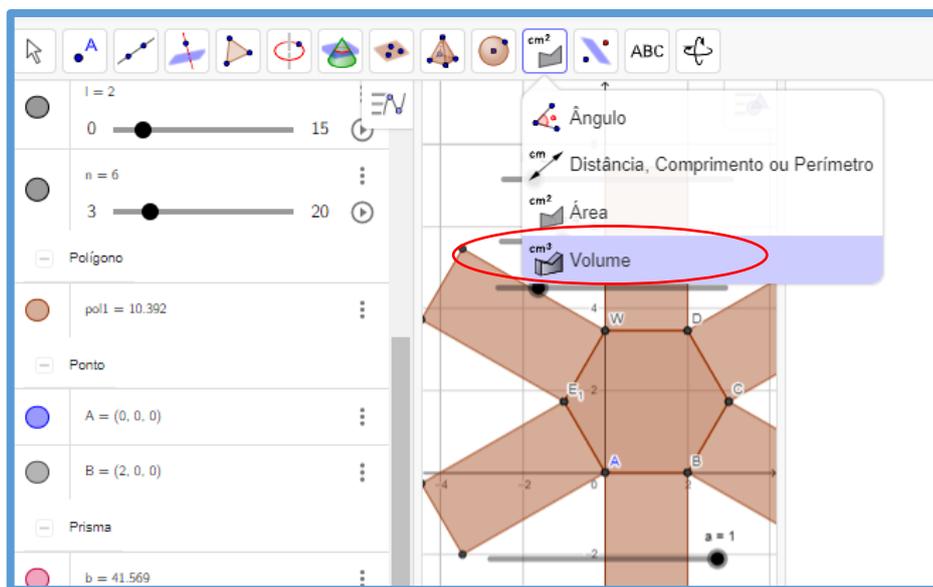


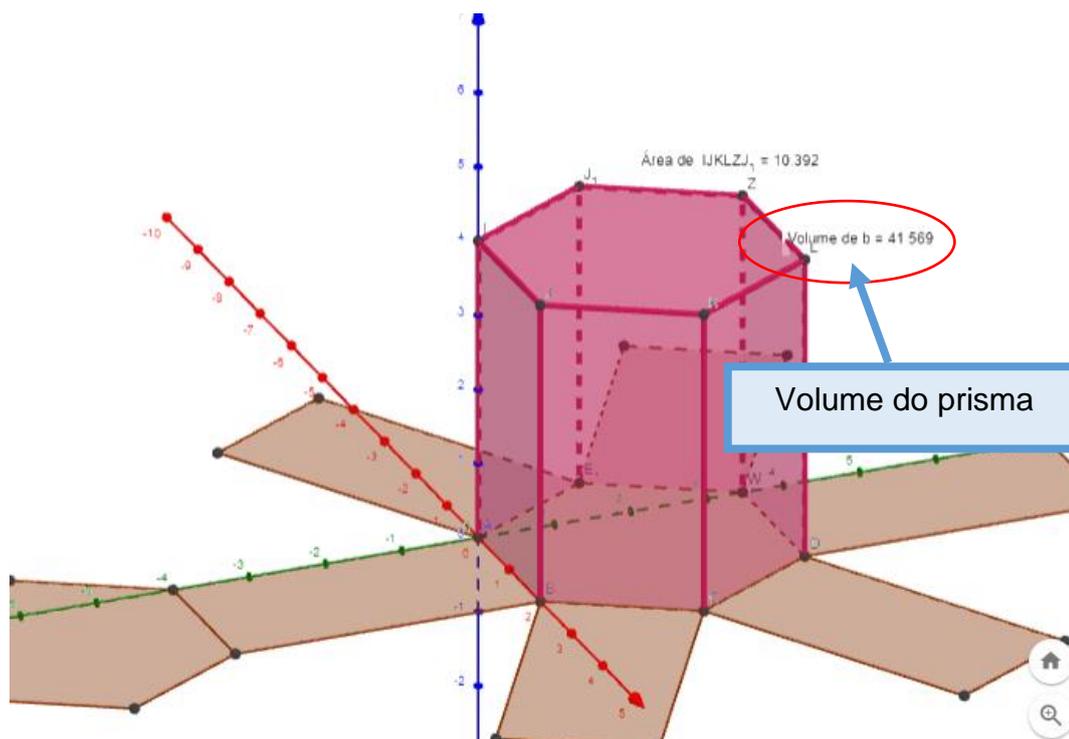
Para determinar a área de uma das faces e a área da base, clique na 10ª caixa na barra de ferramentas e escolha a opção área, depois clique em uma das faces lateral do prisma para aparecer o valor da área da face e depois clique em uma das bases para aparecer a área da base.





Para determinar o volume do prisma, clique na 10ª caixa da barra de ferramentas e escolha a opção volume, depois clique no prisma para aparecer o valor do volume.





Para mover a posição da faixa de exibição da área ou do volume, clique em ESC no teclado ou na ferramenta mover  na barra de ferramentas. Depois clique e segure com o mouse o retângulo branco que aparece o valor da área ou do volume e movimente-os até ficar em uma posição desejável.

Questões para discussão

1) Faça a planificação de prismas com número de lados diferente e diga o que você percebeu de diferente entre elas e o que é igual?

Resposta Pessoal

2) Faça a planificação de um prisma cujo base é um hexágono (polígono com 6 lados) e diga quantos retângulos apareceu na planificação?

Resposta: 6 retângulos

3) Qual o número de arestas e vértices do prisma de base hexagonal?

Resposta: 18 arestas e 12 vértices

4) Faça a planificação de um prisma cujo base é um heptágono (polígono com 7 lados) e diga quantos retângulos apareceu na planificação?

Resposta: 7 retângulos

5) Qual o número de arestas e vértices do prisma de base heptagonal?

Resposta: 21 arestas e 14 vértices

6) Com base nas planificações anteriores, o que podemos verificar de comum e de diferentes entre os prismas?

Resposta: Em comum é que a lateral do prisma é sempre formada por retângulos e de diferente o polígono da base.

7) A partir do que você observou, o número de arestas e vértices do prisma é igual:

A) O número de arestas é igual ao dobro do número de lados do polígono da base e o número de vértices é igual ao número de lados desse polígono.

B) O número de arestas é igual ao dobro do número de lados do polígono da base e o número de vértices é igual ao número de lados mais 1.

C) O número de arestas é igual ao número de lados do polígono da base e o número de vértices também é igual ao número de lados desse polígono.

D) Não podemos relacionar o número de arestas e vértices com a base da pirâmide.

E) O número de arestas é igual ao triplo do número de lados do polígono da base e o número de vértices é igual ao dobro do número de lados desse polígono.

8) Represente no applet que você construiu quatro prismas com bases diferentes e determine a área de todas as faces laterais, a área das duas bases e a área total e o Volume desses prismas.

Resposta: Dependerá dos prismas escolhidos

Número de lados	Nome do prisma	Área das faces laterais (soma área de todas as faces)	Área das bases (soma da área das duas bases)	Área total

9) Com base na questão anterior, como podemos calcular a área total da superfície do prisma?

Resposta: Somando a área lateral pelo produto de duas vezes a área da base

10) Preencha o quadro abaixo, com a área de uma das bases, a altura e o volume desses prismas?

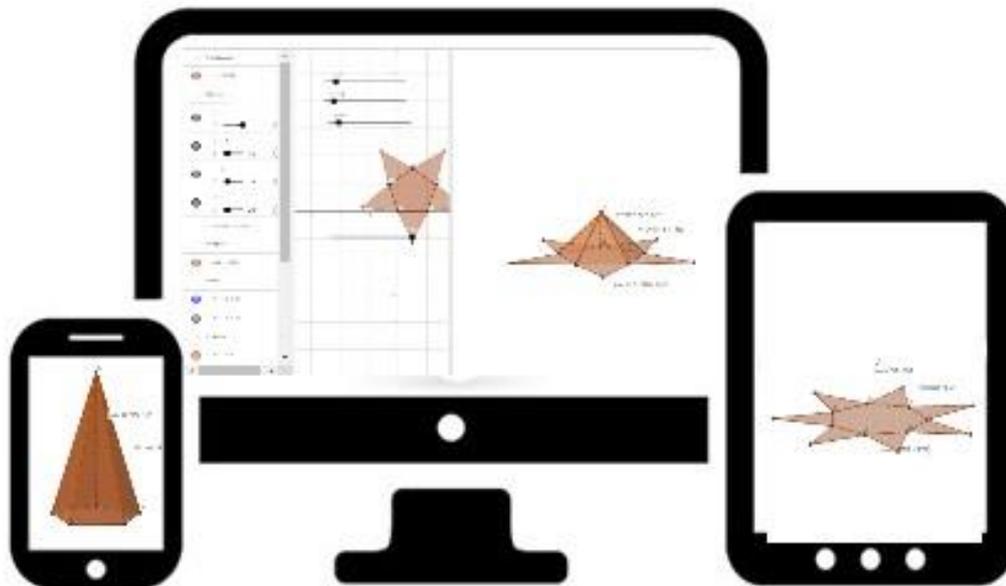
Resposta: Dependerá dos prismas escolhidos

Número de lados	Nome do prisma	Área de uma das bases	Altura do Prisma	Volume do Prisma

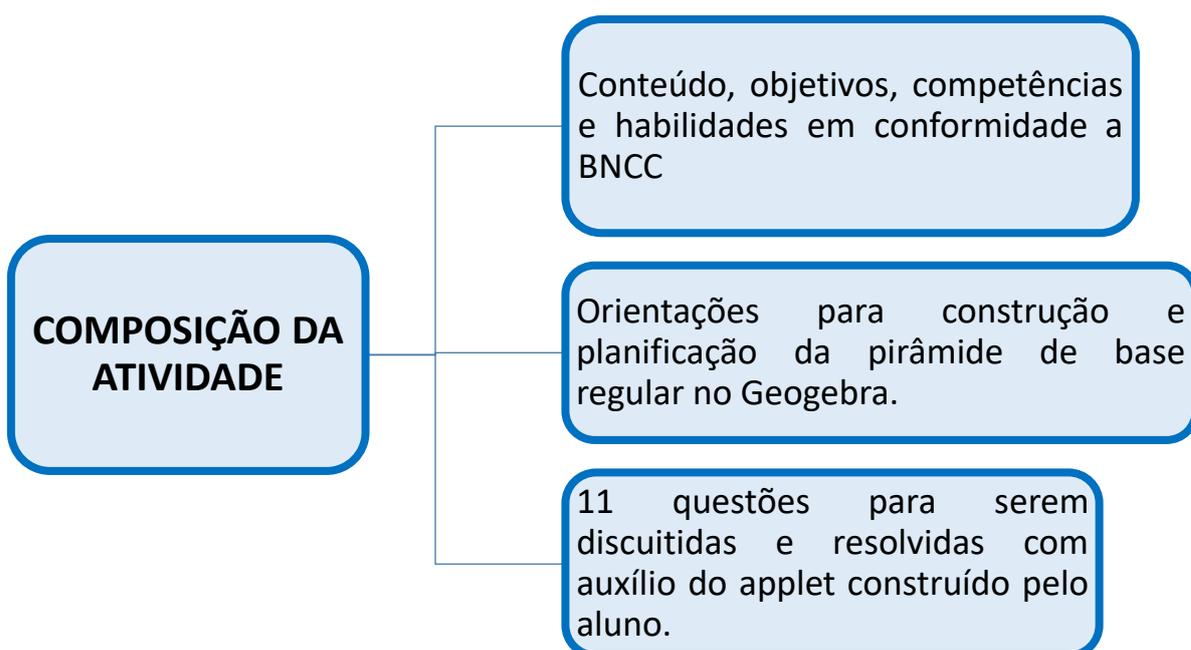
11) A partir do quadro, verifique como podemos determinar o volume do prisma?

Resposta: Pelo produto da área da base pela altura.

Atividade 12



Construção e planificação de pirâmides de base regular



Conteúdo	Objetivo
Pirâmides	Construir pirâmides de base regular, obter sua planificação no Geogebra e determinar a área e o volume das pirâmides.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos terão que construir pirâmides de base regular no Geogebra, em seguida, farão a planificação de algumas e determinarão a área de uma das faces laterais, área da base e o volume das pirâmides escolhidas. Ao final terão que estabelecer a área total da pirâmide e a relação entre as medidas: área da base, altura e volume da pirâmide.

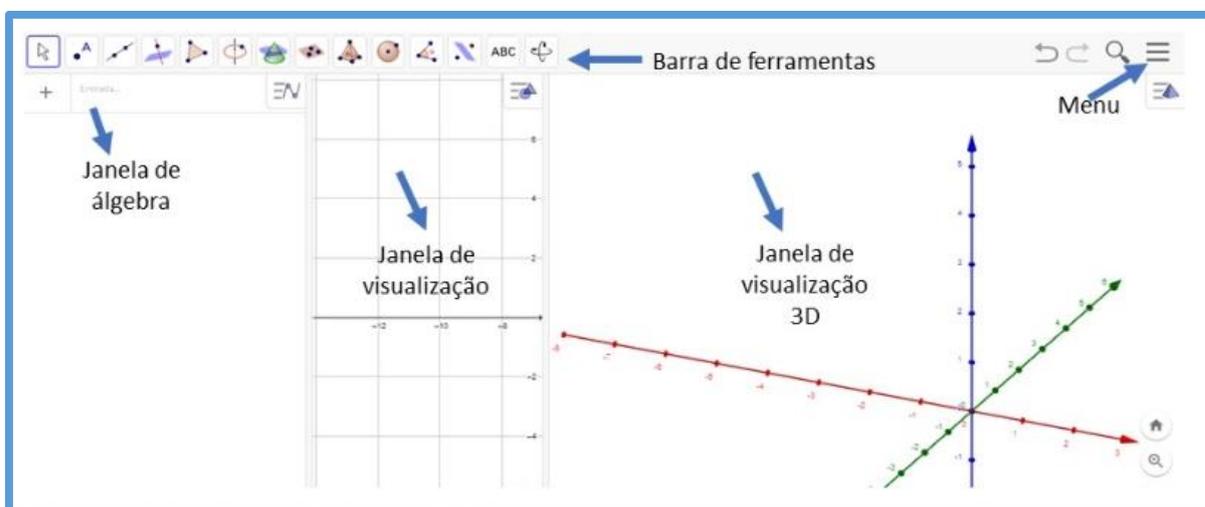
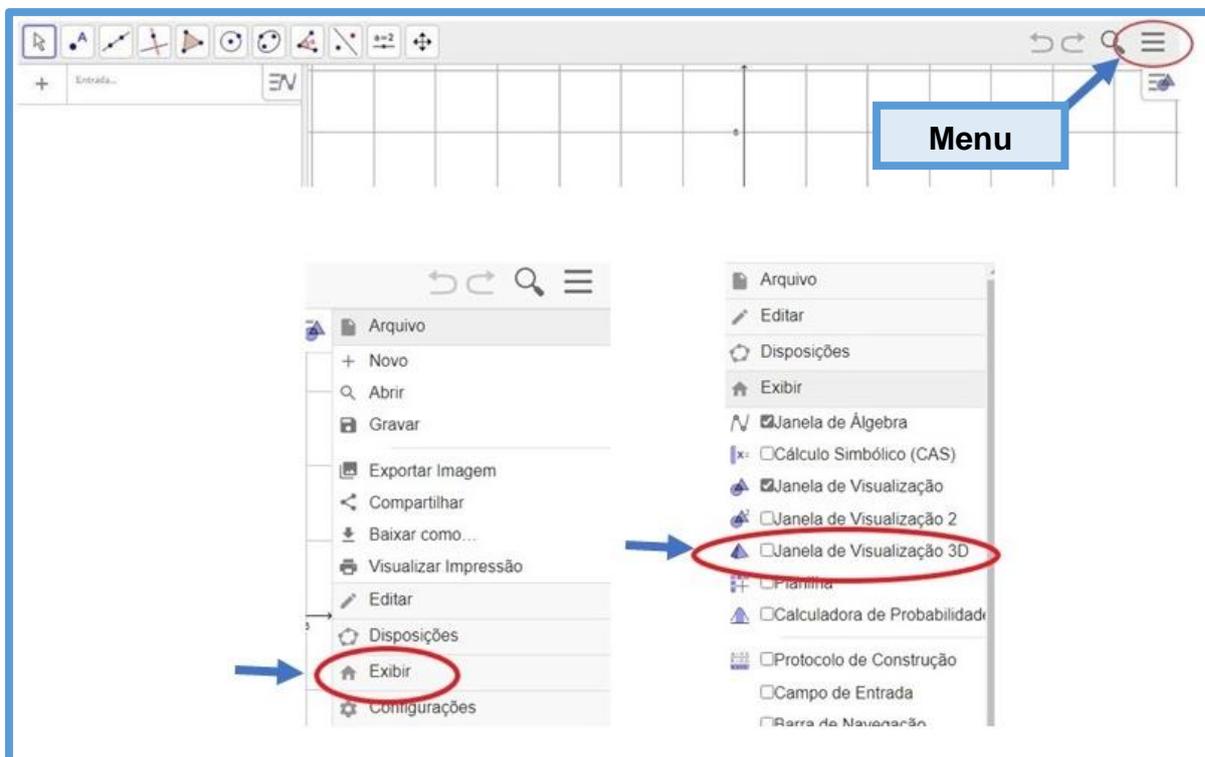
Através desta atividade espera-se que o aluno consiga aprofundar o conhecimento do Geogebra e das pirâmides, além de desenvolver a capacidade criativa.

Acesse a atividade pelo link: <https://www.geogebra.org/m/stu88wkk>

Execução da atividade

O processo inicial da atividade é semelhante a atividade anterior. Por isso, vou repetir aqui os passos iniciais da atividade 11 e conforme descritos em cada passo, construa uma pirâmide de base regular no Geogebra, depois faça sua planificação, determine a área de uma de suas faces laterais e da base, depois encontre seu volume. Ao finalizar discuta as questões sugeridas.

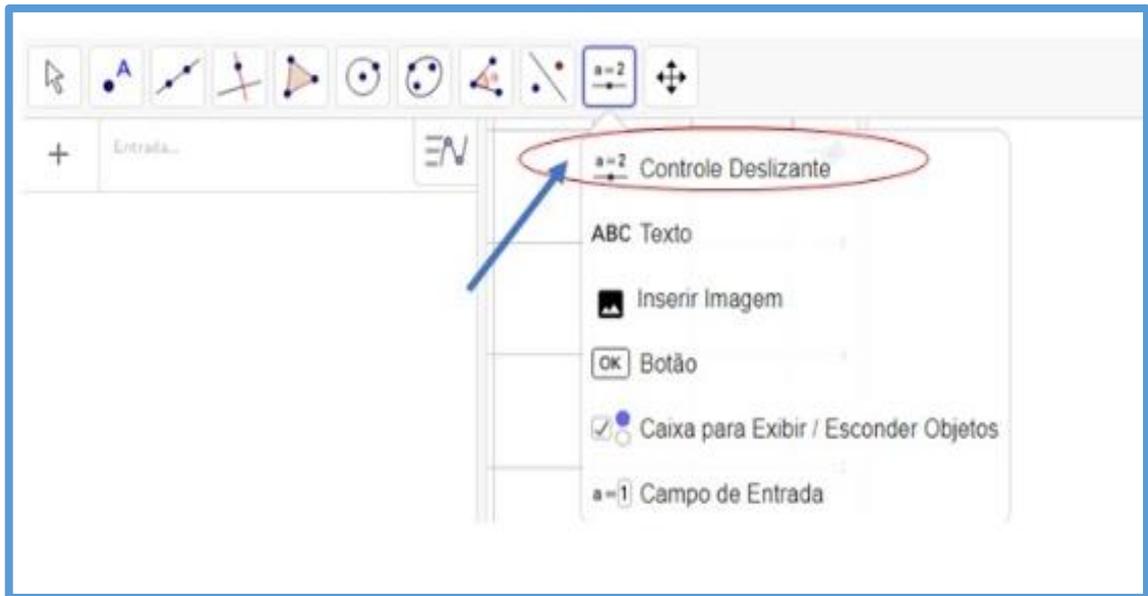
1. No menu superior do Geogebra Classic, localizado na parte superior do lado direito, selecione a janela de visualização 3D, conforme indica as imagens abaixo.



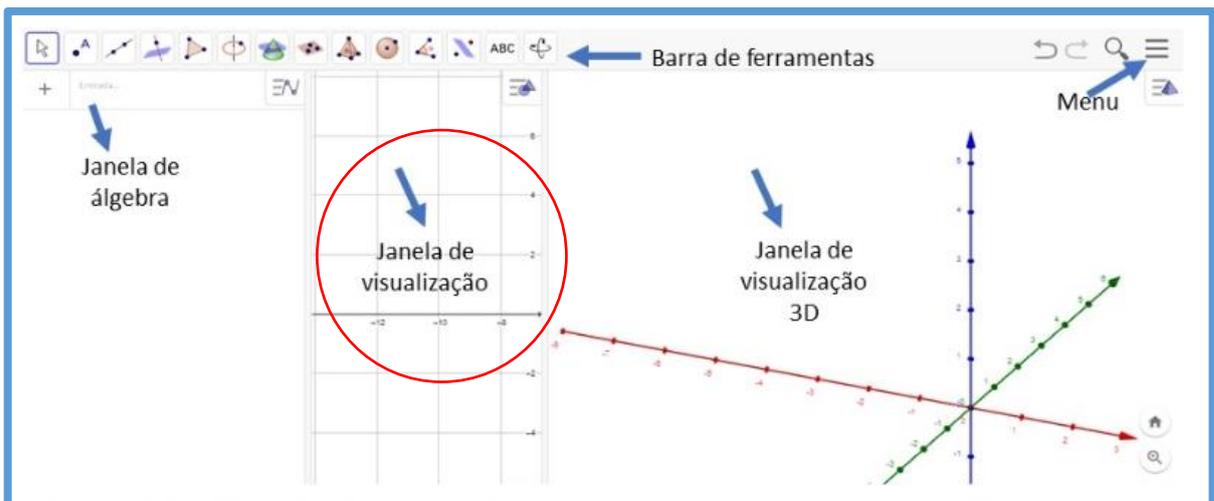
Observação

Caso não apareça os eixos na janela de visualização 3D, clique no lado direito do mouse, depois clique com o mouse na opção exibir eixos.

2. Na janela de visualização construa um polígono regular. Para isso, dê um clique na janela de visualização, depois escolha na barra de ferramentas na 10ª caixa a opção controle deslizante, em seguida, clique novamente na janela de visualização, nesse momento, aparecerá uma caixa para colocar as informações do controle deslizante, substitua a letra **a** pela letra **I**, coloque para o valor mínimo 0 e para o valor máximo 10, depois clique em OK.



Clique na janela de visualização



Controle Deslizante

Nome
a = 1

Número Ângulo Inteiro

Intervalo	Controle Deslizante	Animação
min 0	max 10	Incremento 0.1

CANCELAR OK

Repita o processo anterior e crie mais dois controles deslizantes, um controle deslizante **h**, que representará a altura do prisma que será construído e um controle deslizante **n**, que representará o número de lados do polígono da base.

Para criar o controle deslizante **h**, substitua a letra **a** por **h**, insira para o valor mínimo 0 e para o valor máximo 15, depois clique em OK.

Para criar o controle deslizante **n**, substitua a letra **a** por **n**, troque o valor 1 por 3 no nome. Depois insira para o valor mínimo 3 e para o valor máximo 20, mude o incremento para 1, depois clique em OK.

Controle Deslizante

Nome
h = 1

Número Ângulo Inteiro

Intervalo	Controle Deslizante	Animação
min 0	max 15	Incremento 0.1

CANCELAR OK

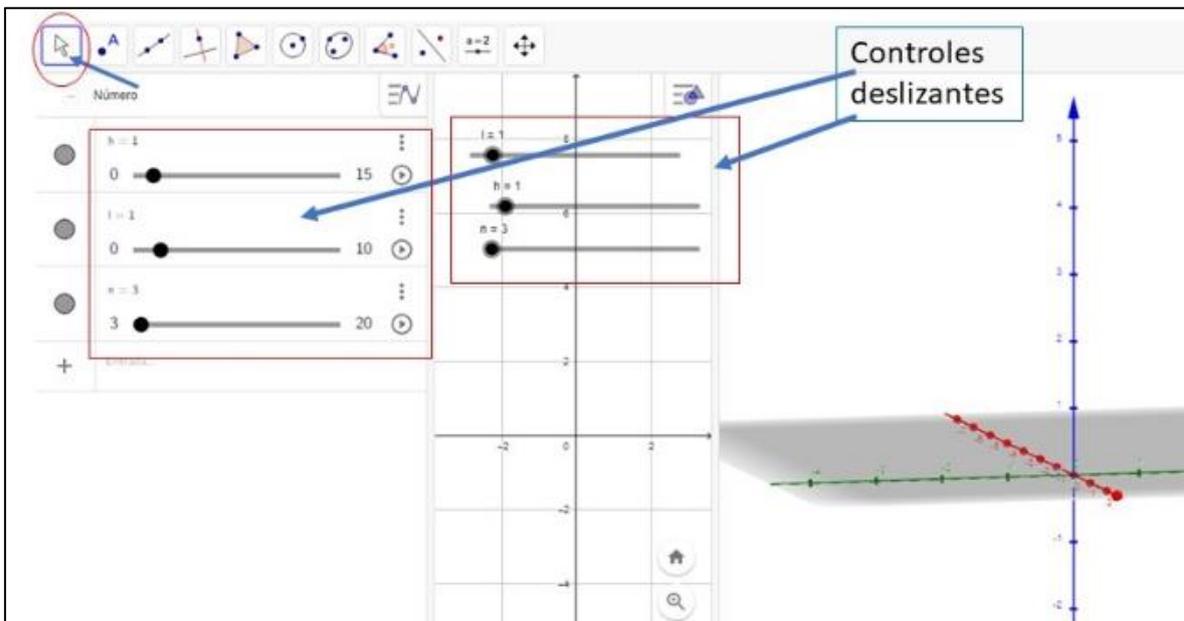
Controle Deslizante

Nome
n = 3

Número Ângulo Inteiro

Intervalo	Controle Deslizante	Animação
min 3	max 20	Incremento 1

CANCELAR OK



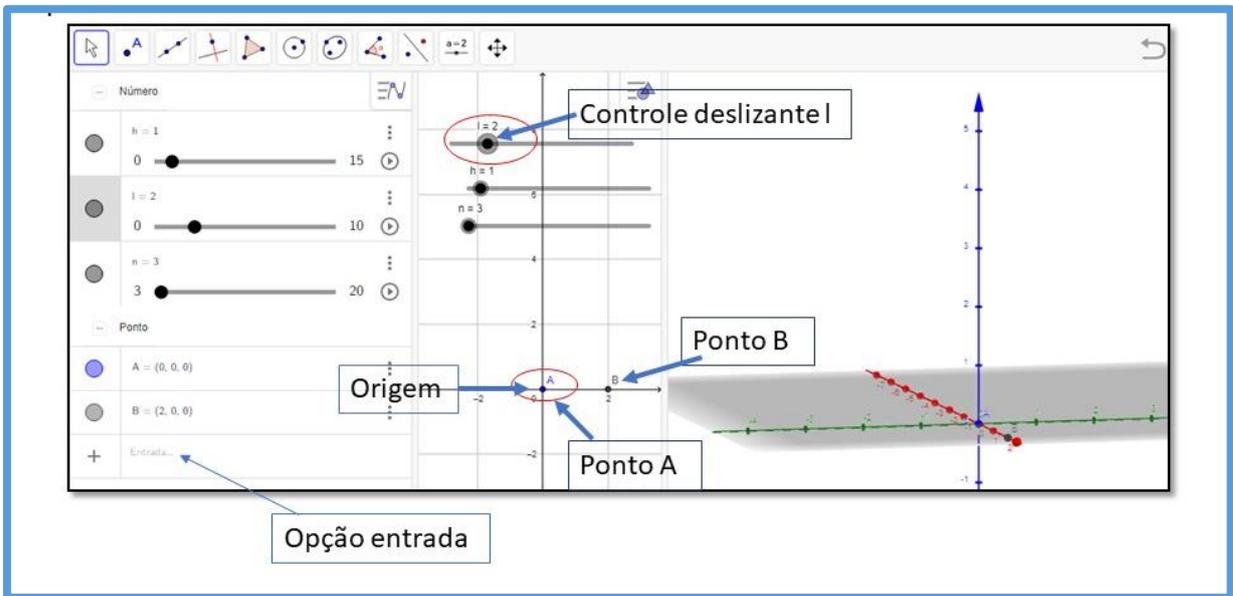
ATENÇÃO!

- **Os valores inseridos na opção máximo são sugestivos, o professor poderá inserir outros valores se preferir.**
- **O valor mínimo 3 para n, é devido o polígono com menor número de lados ser o triângulo**
- **O incremento 1 para n, é devido o número de lados do polígono ser um número natural.**

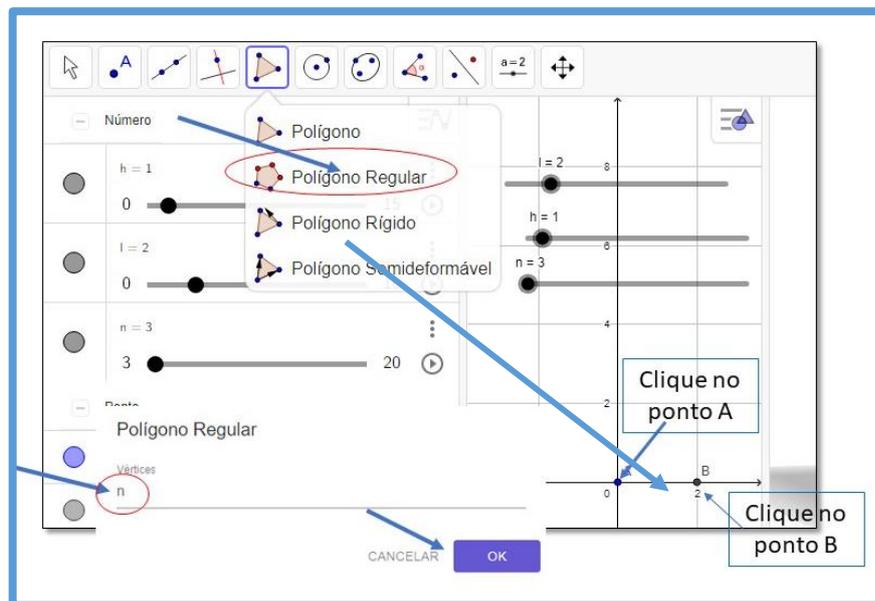
Após criar os controles deslizantes, clique em Esc no teclado do computador ou selecione a ferramenta mover no ícone

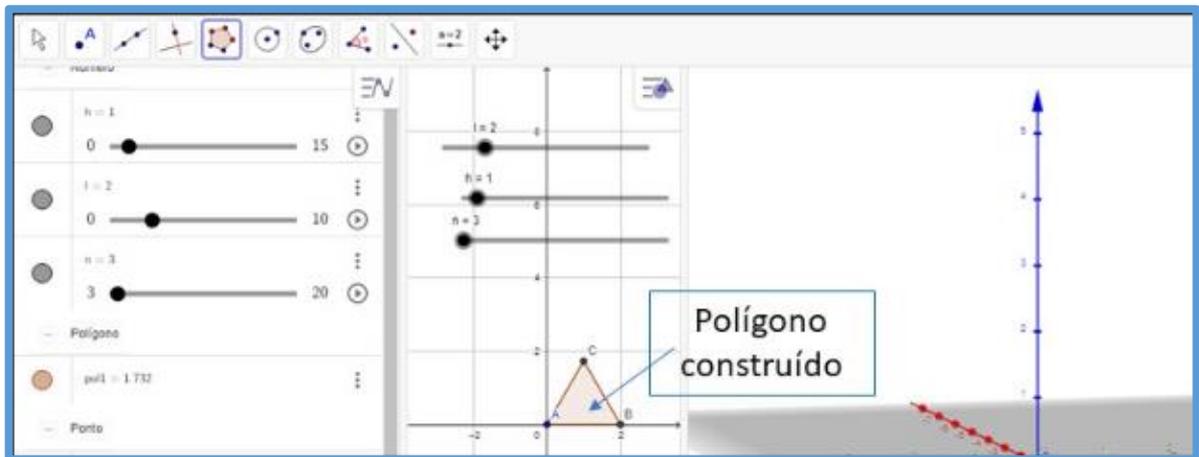
3. Clique na janela de visualização e arraste o gráfico segurando o botão esquerdo do mouse até aparecer a origem do sistema cartesiano (ponto onde as retas x e y se cruzam). Em seguida, crie dois pontos na janela de álgebra, para isso, na opção entrada na janela de álgebra digite **A= (0,0,0)** dê enter e **B= (1,0,0)** dê enter, assim terá criado os dois pontos.

Para verificar a utilidade do controle deslizante I, arraste o ponto no controle deslizante I para o valor 2, ou para outro valor de sua preferência.

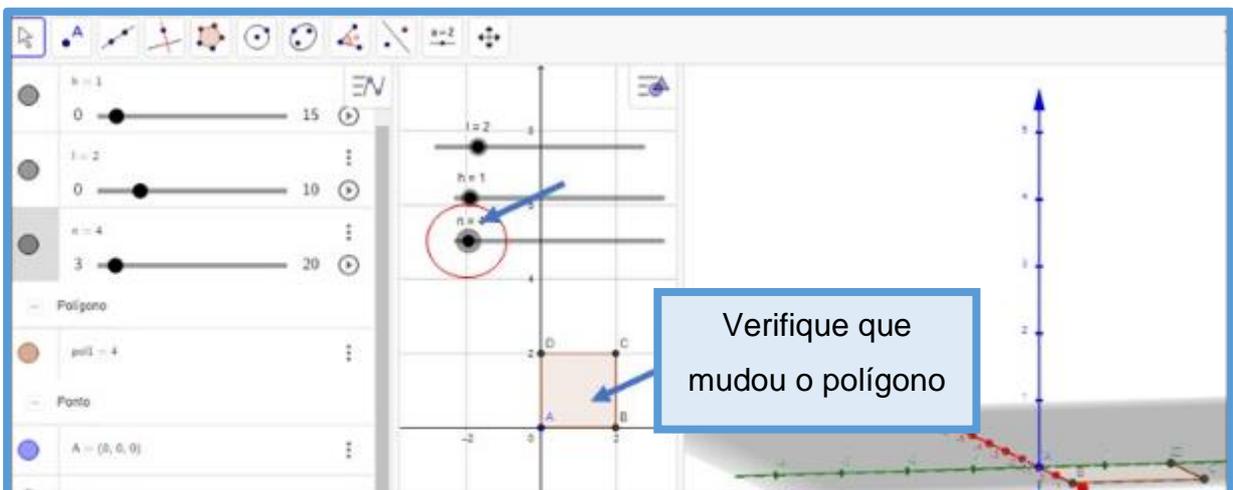


Agora crie um polígono regular que contenha o ponto A e o ponto B. Para isso, vá na barra de ferramentas e escolha na 5ª caixa a opção polígono regular e depois clique no ponto A e no ponto B para criar o polígono. Aparecerá uma janela para colocar a quantidade de vértice do polígono, informe a letra **n** e clique em OK.

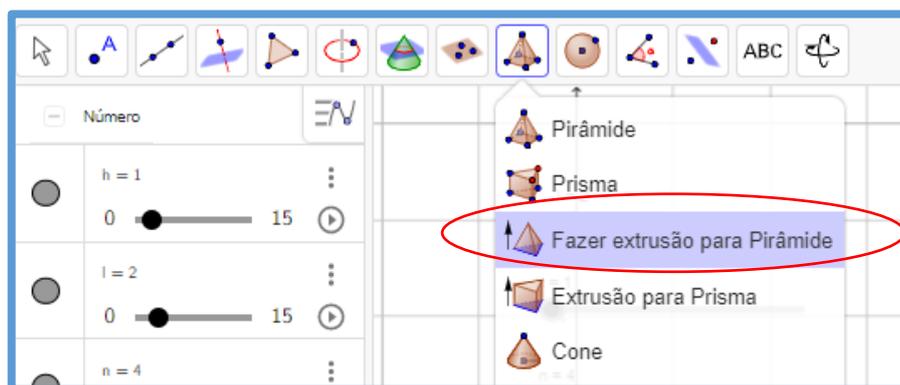


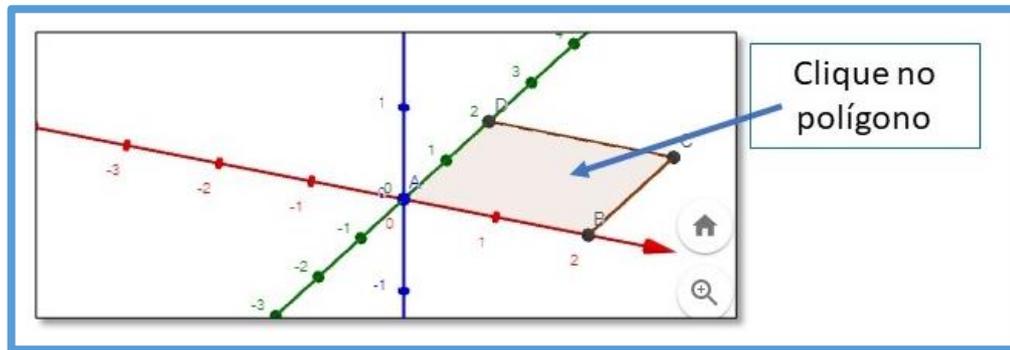


Após criar o polígono, verifique a utilidade do controle deslizante n , movendo o seu valor para 4, ou outro de sua preferência.



4. Crie a partir do polígono formado um prisma. Para isso, clique com o mouse na janela 3D, depois selecione na barra de ferramentas a 9ª caixa e escolha a opção **Fazer extrusão para Pirâmide** e clique no polígono criado na janela de visualização 3D, nesse momento, aparecerá uma janela para você informar o valor da altura, informe a letra h . Assim terá criado a pirâmide.



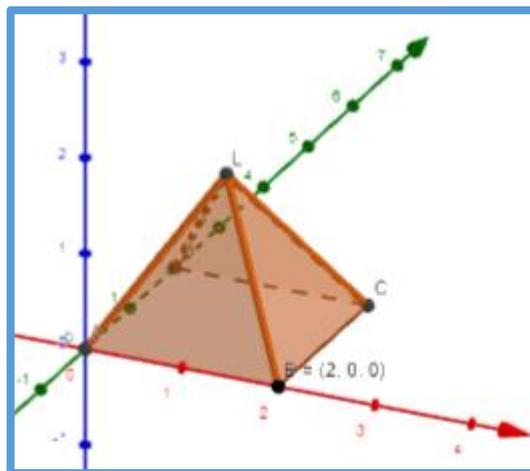


Pirâmide

Altura

h

CANCELAR OK

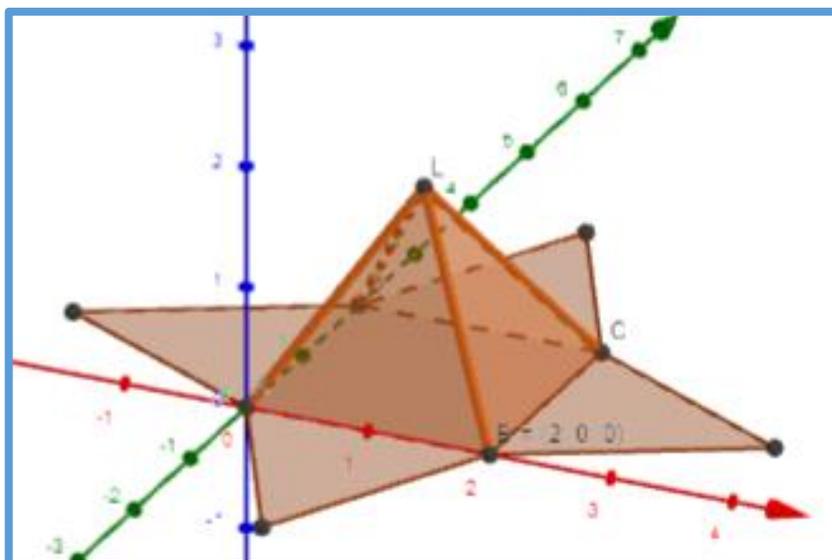
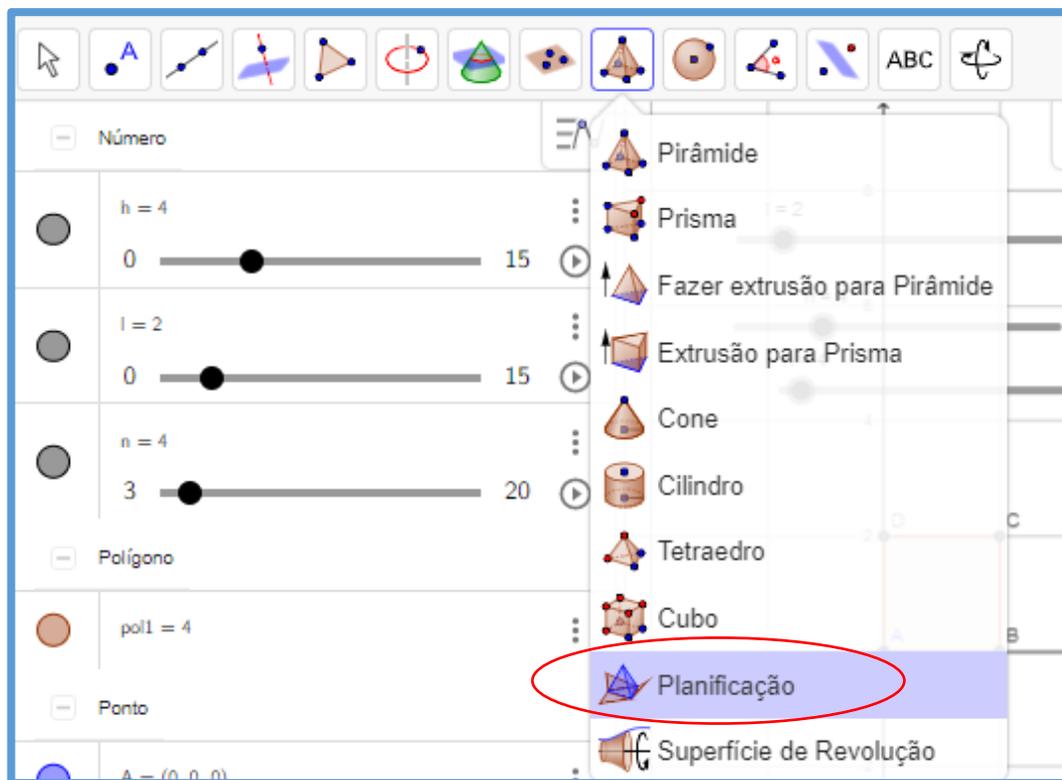


Se você movimentar o controle deslizante **l**, mudará a medida do lado, se movimentar o controle deslizante **h**, mudará a altura e se movimentar o controle deslizante **n**, mudará o número de lados do polígono da base.

Planificação

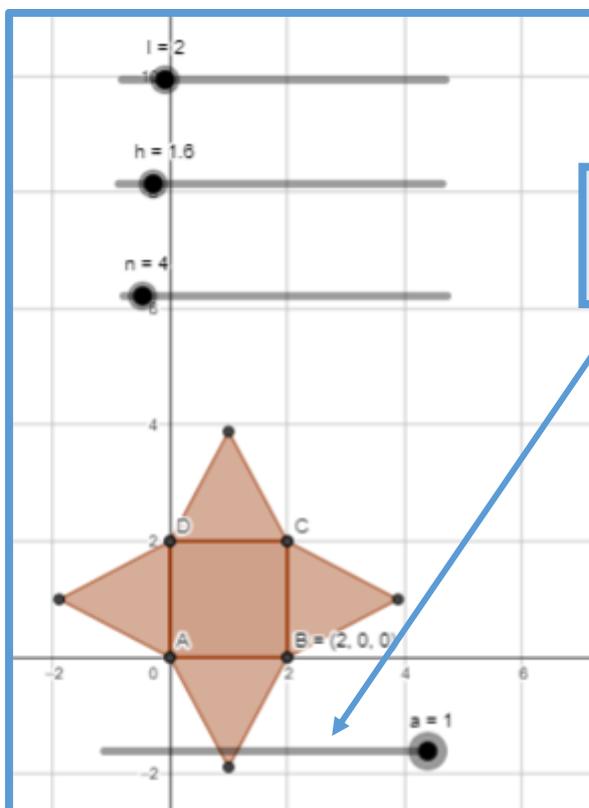
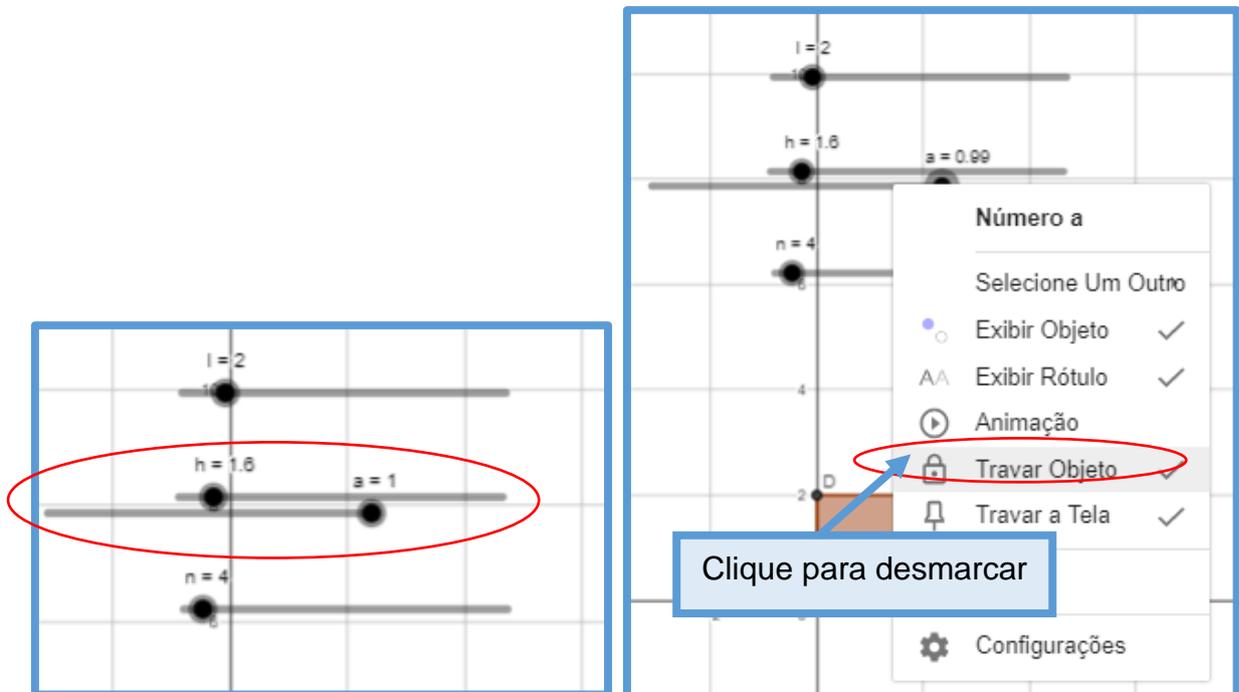
5. Para planificar a pirâmide, o processo é igual aos anteriores, ou seja, basta seguir o mesmo processo que foi feito na planificação do cubo e do prisma. Selecione na 9ª caixa a opção planificação. Depois clique com o mouse na pirâmide, aparecerá a planificação do Pirâmide. Após esse processo, você poderá manipular a planificação,

movimentando o controle deslizante que aparecerá na janela de álgebra e na janela de visualização, por meio do qual poderá abrir ou fechar a planificação.



Ao realizar o processo de planificação vai ser criado um controle deslizante para a planificação e pode ocorrer que ele apareça em cima de outro controle deslizante, dessa forma, você terá que organizar a posição dos controles deslizantes. Para isso, clique no controle deslizante, clique no lado direito do mouse e desmarque a opção trava do objeto, depois segure o lado esquerdo do mouse no

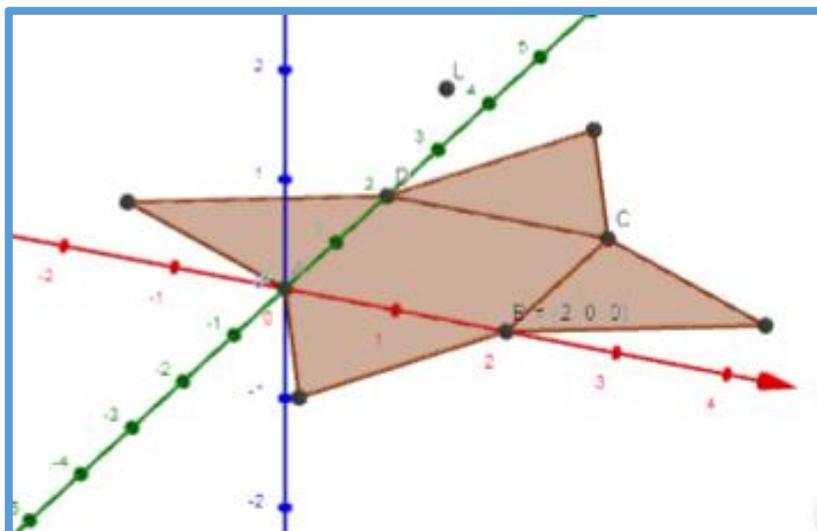
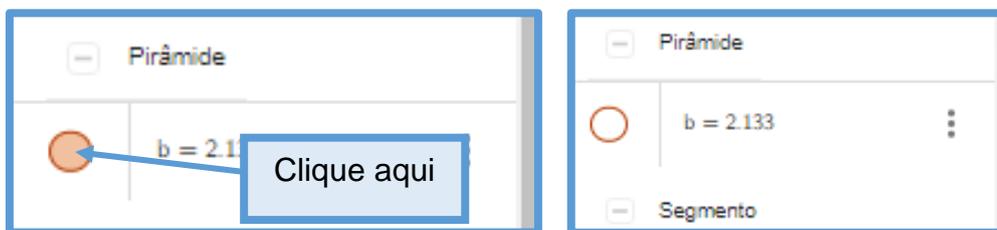
controle deslizante e arraste-o a uma posição que não interfira a movimentação do outro.



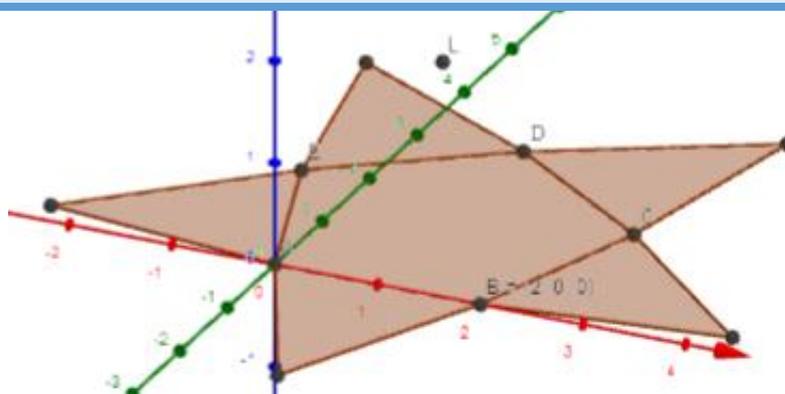
Neste caso arrastei o controle deslizante para baixo.

Depois você deve travar o controle deslizante novamente para poder manuseá-lo sem dificuldades e para prejudicar a organização. Para isso, basta seguir o mesmo processo feito para desmarcar. Esse processo serve também para os outros controles caso precise organizá-los.

6. Caso queira exibir apenas a planificação, desmarque a seleção da pirâmide na janela de álgebra.



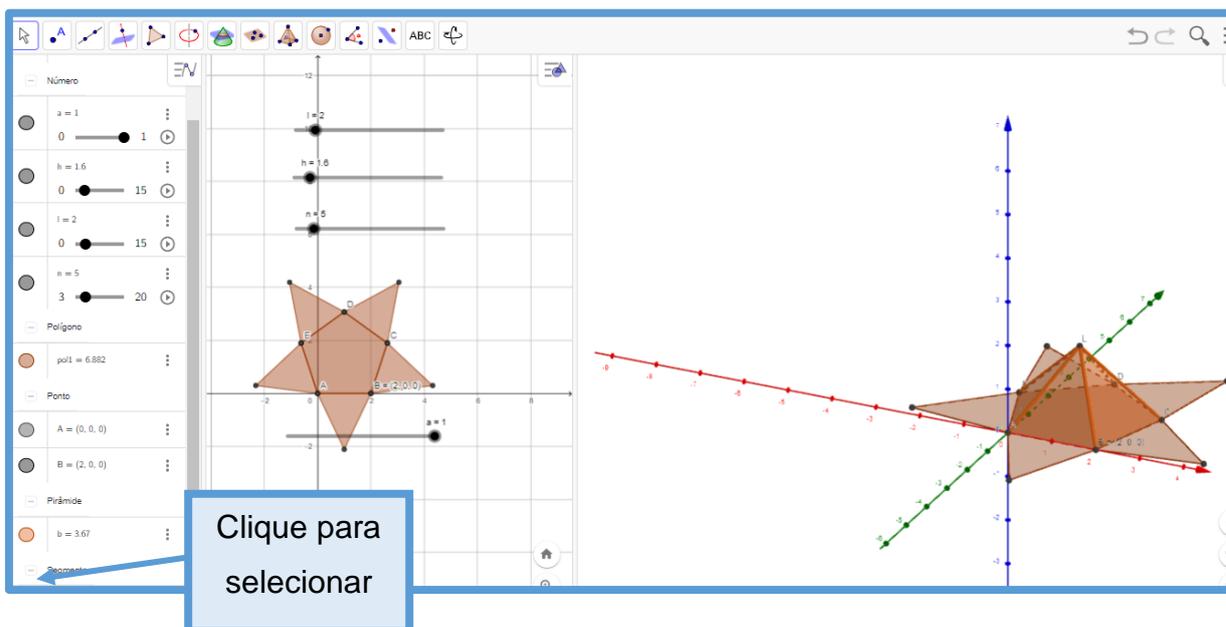
Se você modificar o valor de n no controle deslizante n , a base da pirâmide modificada e também a imagem da planificação.



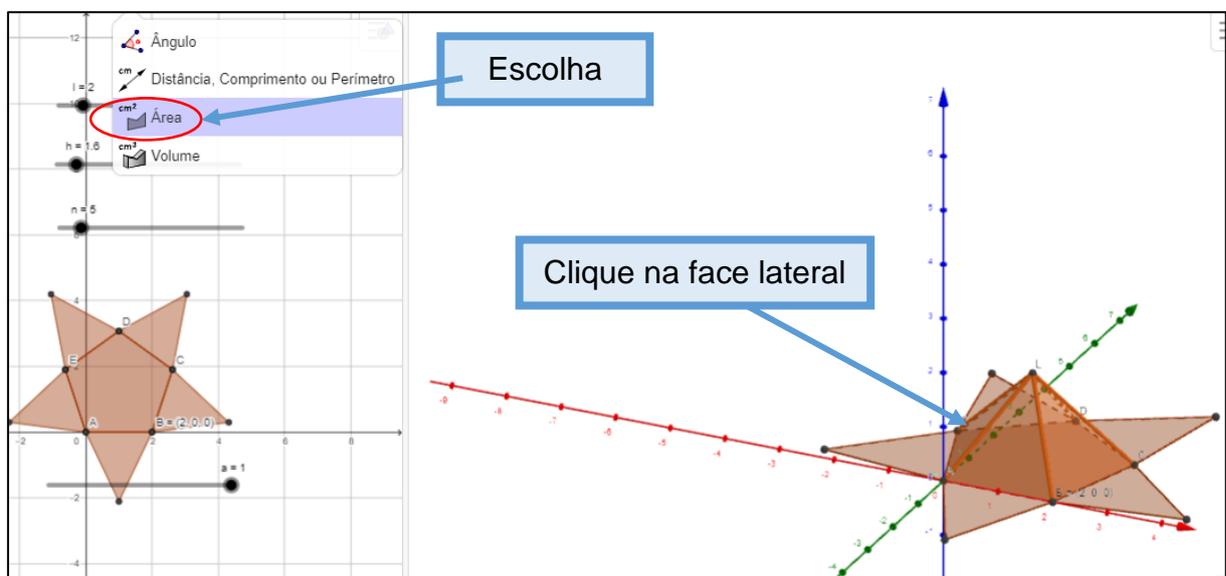
Planificação com $n = 5$

Área e Volume

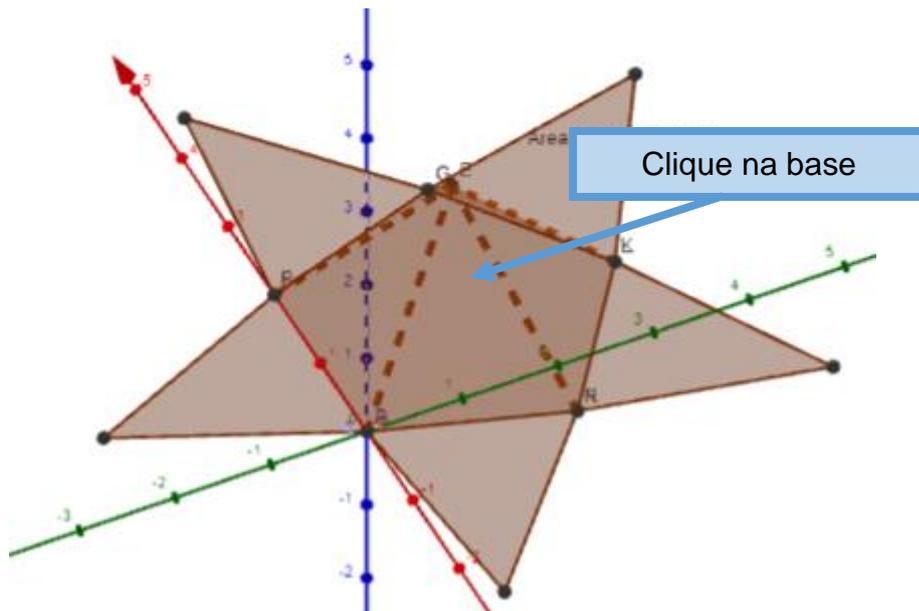
7. Selecione novamente a pirâmide na janela de álgebra para poder determinar a área de uma das faces e o seu volume.



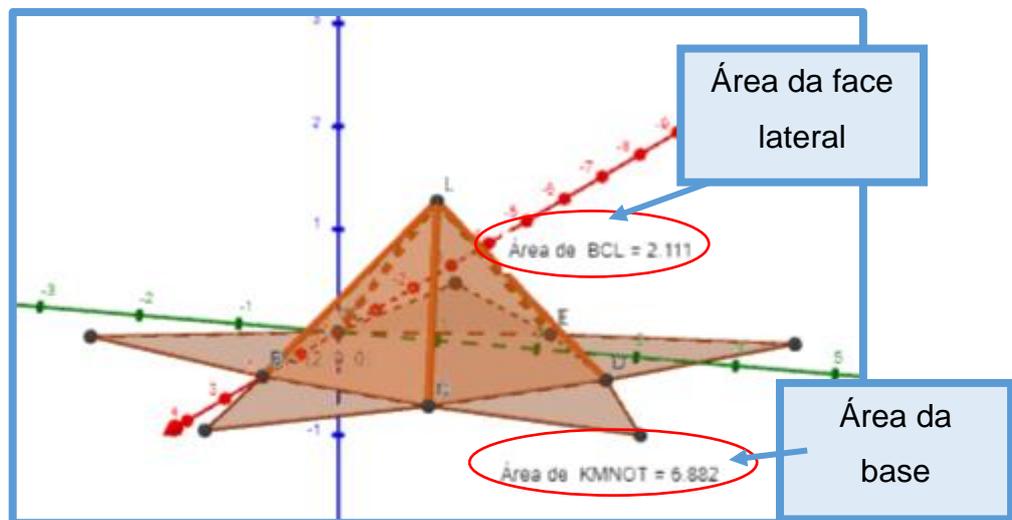
Para determinar a área de uma das faces e a área da base, clique na 10ª caixa na barra de ferramentas e escolha a opção área, depois clique em uma das faces laterais da pirâmide para aparecer o valor da área da face e depois clique na base para aparecer a área da base.



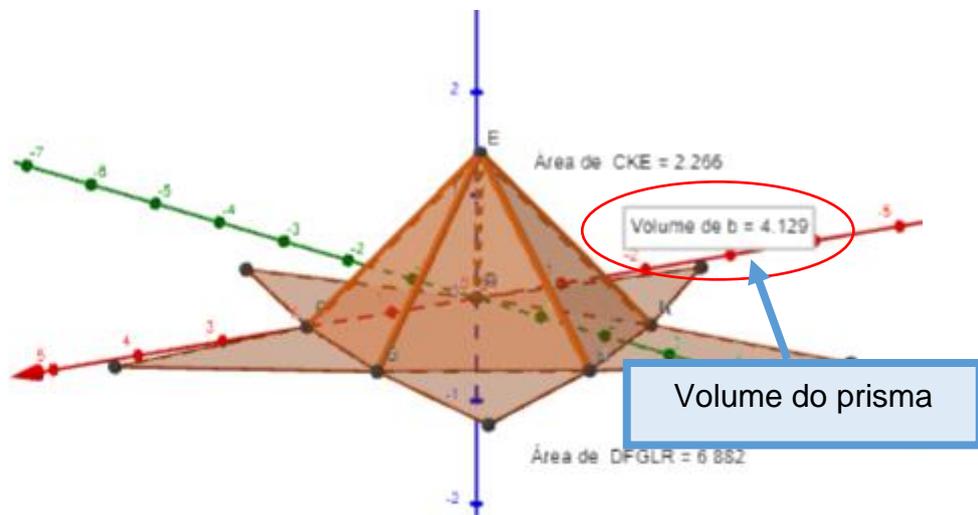
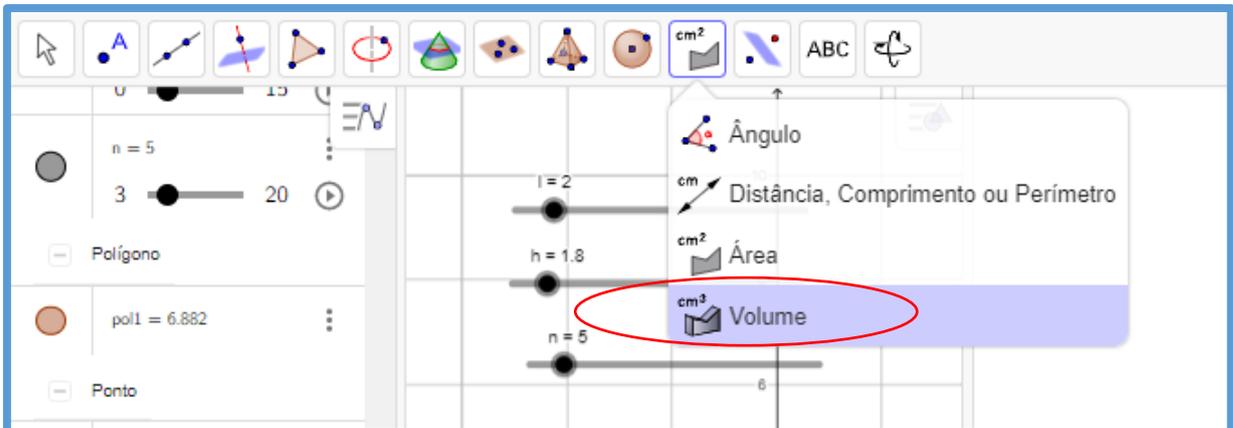
Para clicar na base você precisará mover a pirâmide de modo que a base fique visível. Para fazer esse processo selecione a ferramenta mover  ou clique em ESC no teclado. Depois movimente a pirâmide, para a posição conforme a imagem abaixo, volte a escolher a opção área e clique na base.



Clique em ESC ou na ferramenta mover e volte a pirâmide para a posição visual adequada. Depois clique nos valores das áreas e arraste-as para uma posição visual melhor.

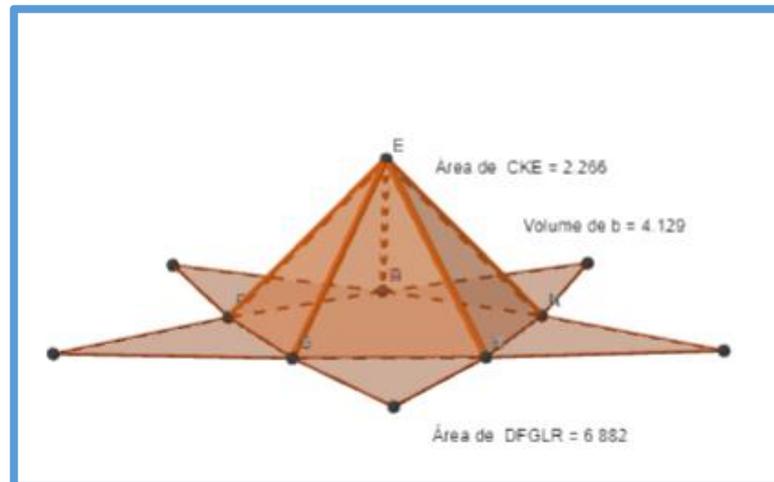


Para determinar o volume da pirâmide, clique na 10ª caixa da barra de ferramentas e escolha a opção volume, depois clique no prisma para aparecer o valor do volume.



Para mover a posição da faixa de exibição da área ou do volume, clique em ESC no teclado ou na ferramenta mover  na barra de ferramentas. Depois clique e segure com o mouse o retângulo branco que aparece o valor da área ou do volume e movimente-os até ficar em uma posição desejável.

Caso você queira um efeito visual melhor, clique com o lado direito do mouse e desmarque a opção exibir eixos.



Questões para discussão

1) Faça a planificação de uma pirâmide cuja base é um hexágono (polígono com 6 lados) e diga quantos triângulos apareceu na planificação?

Resposta: 6 triângulos

2) Qual o número de arestas e vértices da pirâmide de base hexagonal?

Resposta: 12 arestas e 7 vértices

3) Faça a planificação de uma pirâmide cuja base é um quadrado e diga quantos triângulos apareceu na planificação?

Resposta: 4 triângulos

4) Qual a relação entre o número de triângulos que apareceu nas planificações e o polígono da base da pirâmide?

Resposta: O número de triângulos é igual ao número de arestas do polígono da base.

5) Qual o número de arestas e vértices da pirâmide de base heptagonal?

Resposta: 14 arestas e 8 vértices

6) Com base nas planificações anteriores, o que podemos verificar de comum e de diferentes entre as pirâmides?

Resposta: Em são as faces laterais que são triângulos e de diferente o polígono da base.

7) A partir do que você observou, o número de arestas e vértices da pirâmide é igual:

A) O número de arestas é igual ao dobro do número de lados do polígono da base e o número de vértices é igual ao número de lados desse polígono.

B) O número de arestas é igual ao dobro do número de lados do polígono da base e o número de vértices é igual ao número de lados mais 1.

C) O número de arestas é igual ao número de lados do polígono da base e o número de vértices também é igual ao número de lados desse polígono.

D) Não podemos relacionar o número de arestas e vértices com a base da pirâmide.

E) O número de arestas é igual ao triplo do número de lados do polígono da base e o número de vértices é igual ao número de lados desse polígono.

8) Represente no applet que você construiu quatro pirâmides com bases diferentes e determine a área de todas as faces laterais, a área das duas bases e a área total e o Volume dessas pirâmides.

Resposta: Dependerá das pirâmides escolhidas

Número de lados	Nome da pirâmide	Área das faces laterais (soma da área de todas as faces laterais da pirâmide)	Área da base	Área total

9) Com base na questão anterior, como podemos calcular a área total da superfície da pirâmide?

Resposta: Basta somar a área lateral com a área da base da pirâmide

10) Preencha o quadro abaixo, com a área de uma das bases, a altura e o volume dessas pirâmides?

Resposta: Dependerá das pirâmides escolhidas

Número de lados	Nome da pirâmide	Área da base	Altura da Pirâmide	Volume da Pirâmide

11) A partir do quadro, verifique o que acontece se dividirmos por 3, o produto da área da base pela altura da pirâmide?

Resposta: O volume da pirâmide

PROCEDIMENTOS PARA BAIXAR E USAR AS ATIVIDADES OFFLINE

Primeiro será necessário baixar os applets das atividades, com exceção dos applets das atividades 10, 11 e 12, que serão construídos pelos alunos, depois as questões deverão ser impressas.

Use os links abaixo e siga os passos para baixar os applets das atividades de 1 a 9.

Atividades	Link para baixar o applet
Atividade 1	https://www.geogebra.org/m/mm4ebtek
Atividade 2	https://www.geogebra.org/m/s8h9ys88
Atividade 3	https://www.geogebra.org/m/q5wgrz47
Atividade 4	https://www.geogebra.org/m/w2ybswqf
Atividade 5	https://www.geogebra.org/m/xpgupska
Atividade 6	https://www.geogebra.org/m/gx4czb3h
Atividade 7	https://www.geogebra.org/m/dzvps88h
Atividade 8	https://www.geogebra.org/m/qcj4rnze
Atividade 9	https://www.geogebra.org/m/frgkfsqj

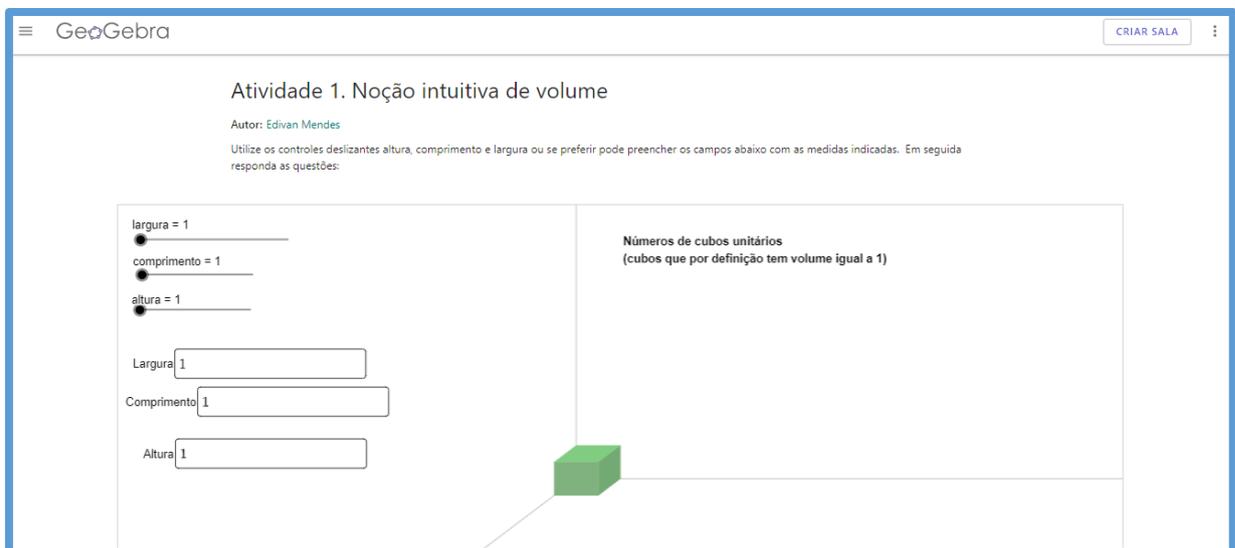
Os procedimentos para baixar os applets são iguais, ou seja, segue-se o mesmo raciocínio para baixá-los. Dessa forma apresentarei apenas o procedimento para baixar o applet 1, que servirá de modelo para os demais.

Passos

- 1) Copie o link disponibilizado na tabela acima e cole no seu navegador de internet e dê um enter.



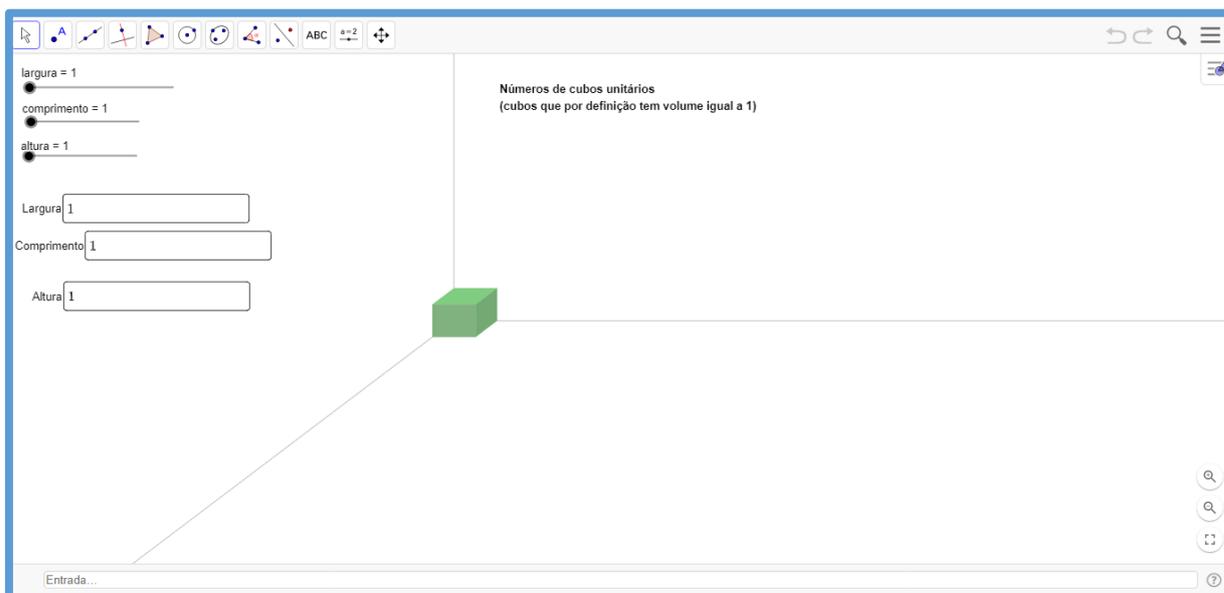
Nesse momento você terá acesso a atividade.



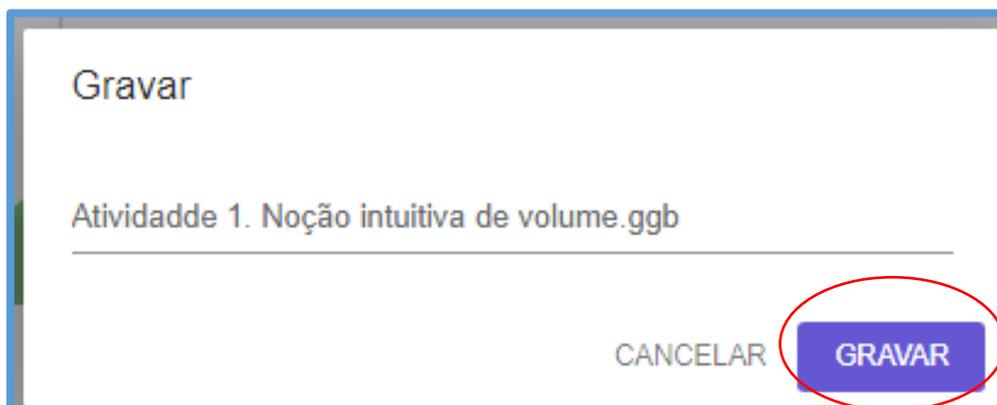
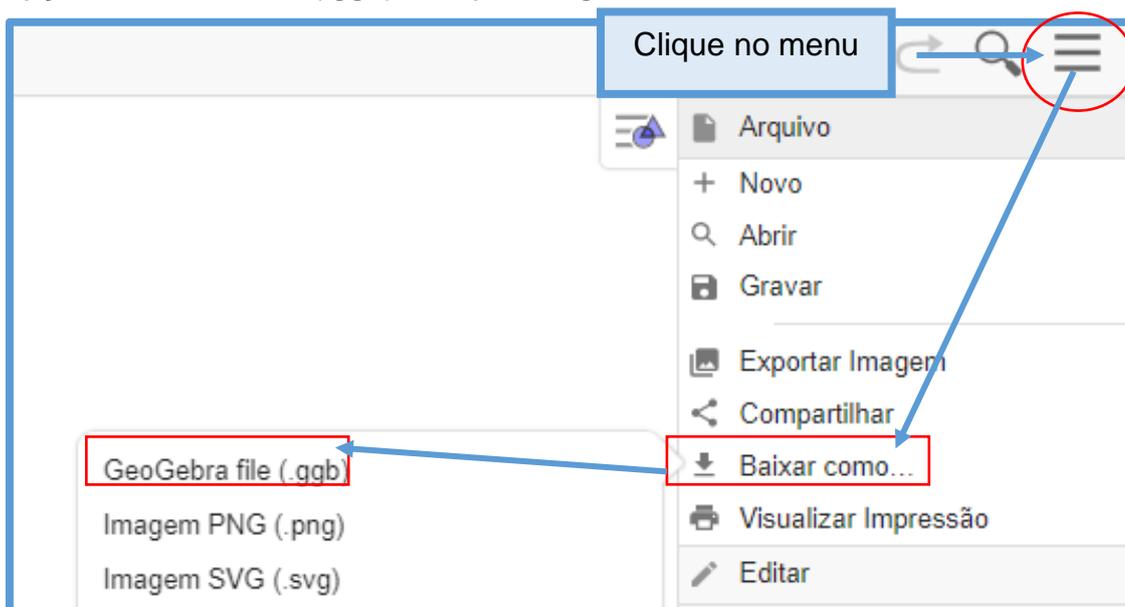
- 2) Clique nos três pontos que aparece na parte superior do lado direito e escolha a opção abrir com o GeoGebra App.



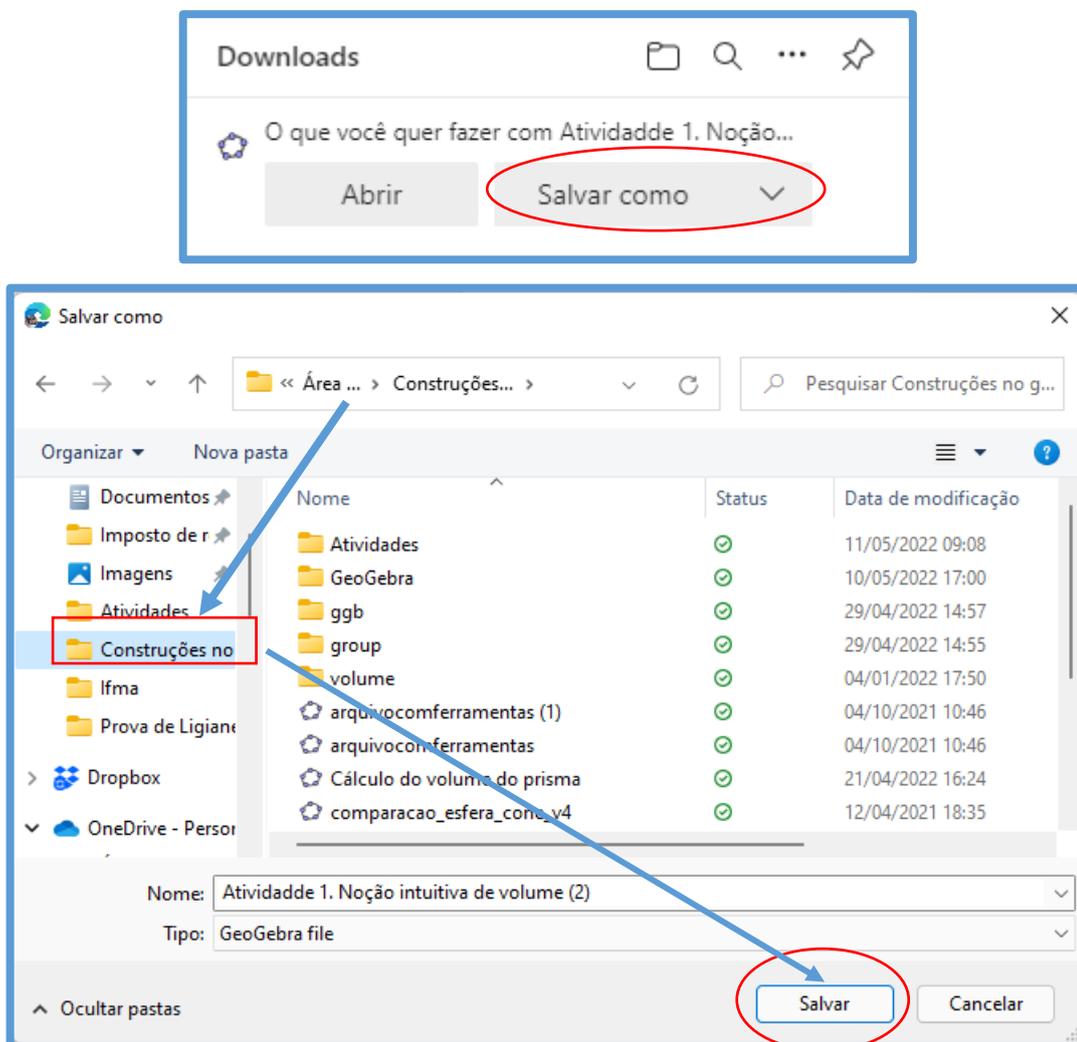
O applet vai ser aberto no aplicativo do Geogebra.



- 3) Clique no menu do Geogebra e escolha a opção Baixar como. Escolha a opção GeoGebra file (.ggb) e clique em gravar

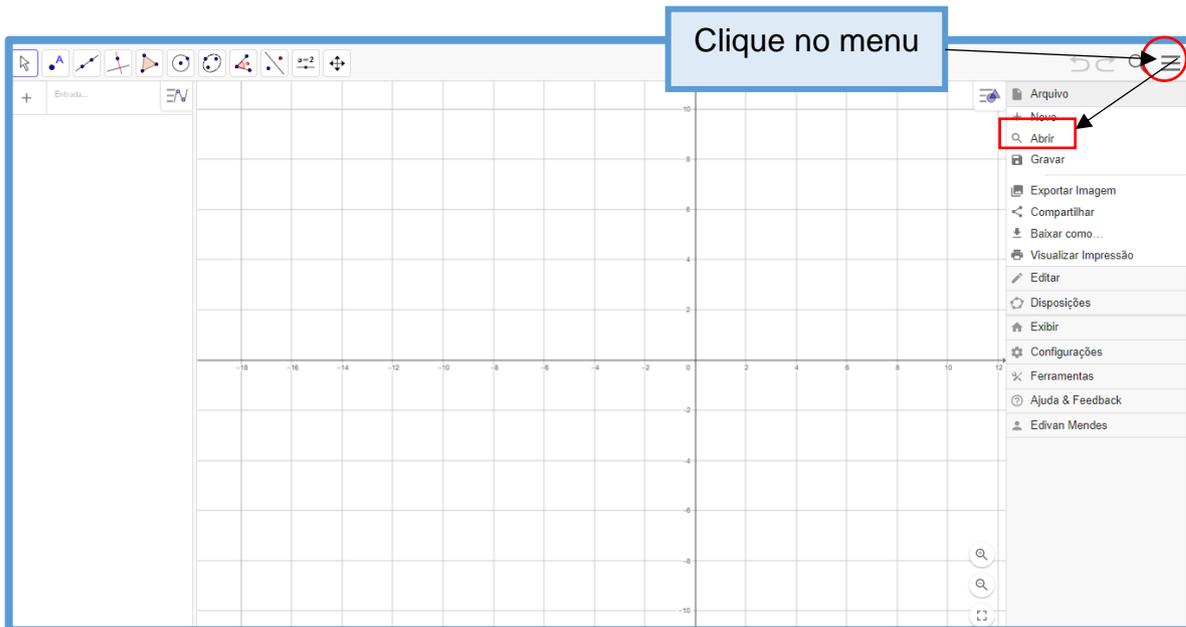


4) Escolha opção Salvar como e escolha uma pasta para salvar.

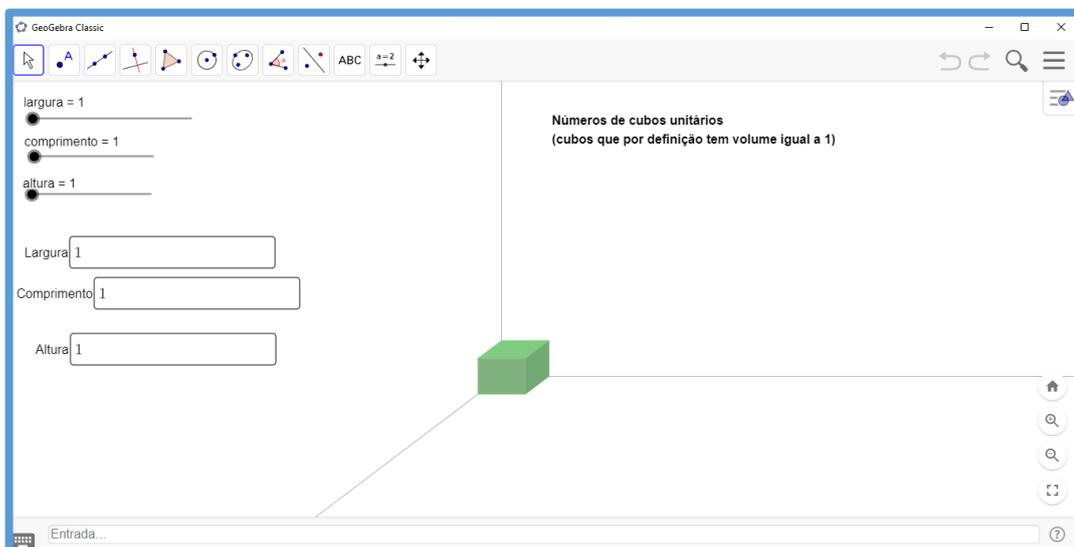
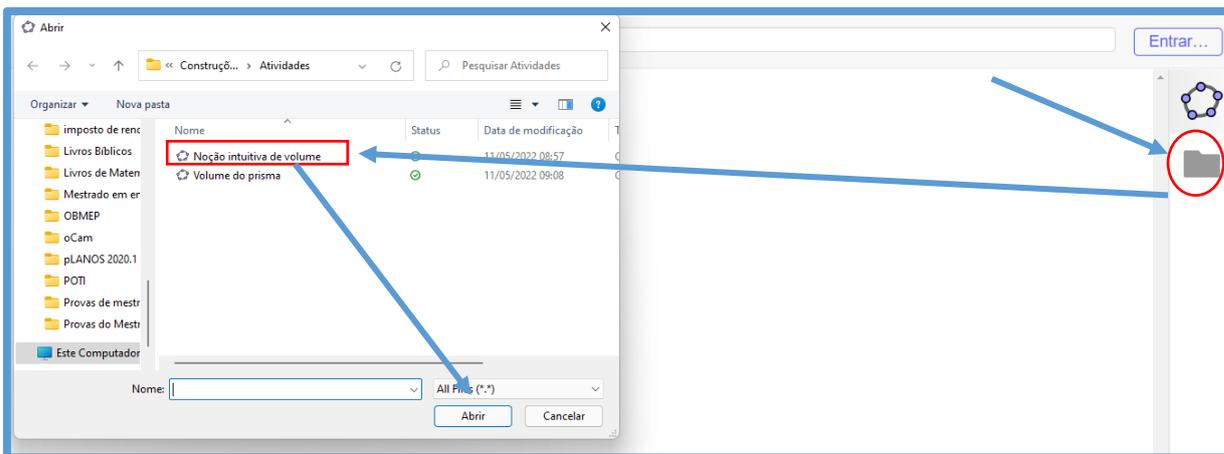


Aguarde alguns segundos e o download estará completo.

5) Para abrir o applet, dê dois cliques rápidos no arquivo baixado. Caso não apareça, abra primeiro o aplicativo do Geogebra, clique no menu e escolha a opção abrir.



Clique na pasta que fica abaixo do símbolo do Geogebra, ao aparecer a janela escolha a pasta onde o arquivo está, selecione o arquivo e clique em abrir e o applet aparecerá.



Siga os mesmos passos para baixar os outros applets. Depois faça um bom uso das atividades.



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Mestrado profissional em ensino de Matemática
Trav. Djalma Dutra, s/nº – Telégrafo
66050-540 Belém - PA
www.uepa.b