Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Linha de Pesquisa: Metodologia para o Ensino de Matemática no Nível Médio

MARIANA MOURÃO OMENA

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE

BELÉM/PA
2025

Mariana Mourão Omena

Uma Sequência Didática para o Ensino de Probabilidade

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia para o Ensino de Matemática no Nível Médio.
Orientadora: Prof. Dra. Acylena Coelho Costa.

BELÉM/PA
2025

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) de acordo com o ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade do Estado do Pará

O55s Omena, Mariana Mourão
Uma Sequência Didática para o Ensino de Probabilidade / Mariana Mourão Omena. — Belém, 2025.
148 f. : il. color.

Orientadora: Profª. Dra. Acylena Coelho Costa
Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Campus I - Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE), 2025.

1. Ensino de matemática. 2. Ensino de probabilidade. 3. Sequência didática. 4. Representações semióticas. 5. Engenharia didática. I. Título.

CDD 22.ed. 515.24

Elaborado por Priscila Melo CRB/2-1345

MARIANA MOURÃO OMENA

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Gaduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio.

Orientadora: Profa. Dra. Acylena Coelho Costa.

Data de aprovação: 17/10/2025

Banca examinadora

gov.br Documento assinado digitalmente
ACYLENA COELHO COSTA
Data: 24/11/2025 20:38:24-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

________________________________. Orientadora
Profa. Dra. ACYLENA COELHO COSTA
Doutora em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica / PUC-SP
Universidade do Estado do Pará

gov.br Documento assinado digitalmente
MIGUEL CHAQUIAM
Data: 24/11/2025 21:47:41-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

________________________________. Examinador Interno
Prof. Dr. MIGUEL CHAQUIAM
Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN
Universidade do Estado do Pará

gov.br Documento assinado digitalmente
EMERSON SILVA DE SOUSA
Data: 25/11/2025 11:03:31-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

________________________________. Examinador Externo
Prof. Dr. EMERSON SILVA DE SOUSA
Doutor em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica / PUC-RS
Universidade Federal do Pará

Belém – PA

2025

Dedicatória

A Luiz Henrique, luz da minha vida

Agradecimento

Agradeço a Deus, autor da minha vida, escritor das minhas linhas e dono do meu coração. A Ele, toda honra e glória para todo sempre.

Agradeço a meus pais, Rostand e Marilene, meus baluartes que sempre foram incansáveis para educar-me com bases fortes e sólidas. Deram-me valores e ensinaram virtudes para que eu depositasse minha esperança e fé na educação.

Agradeço a meus irmãos, Rosivelton e Marina, minhas referências de infância e irmandade. Preciosos em todos os momentos da minha história.

Agradeço a meus Professores, os bons e maus, que me mostraram exatamente a educadora que quero e posso ser. Ensinar é uma virtude de poucos, e tive o privilégio de conhecer grandes mestres durante minha jornada na educação escolar e acadêmica. Sou grata por isso.

Agradeço a meu companheiro de vida, meu amigo e ombro fiel Tiago Saboia, que em todo o tempo em que estamos juntos nunca negou nenhum dos meus sonhos. Sempre esteve - e está - disposto a fazer o melhor por nossa família.

Agradeço a Rodrigo Botelho e Tiago Elerrat, grandes amigos, fundamentais para que eu tivesse onde ancorar meu barco em Belém durante os anos de disciplina. Foram minha família na capital. Nunca poderei retribuir toda generosidade e acolhida durante esse processo. Tê-los comigo me deu força para concluir esse percurso.

Agradeço a minha Orientadora Acylena Coelho Costa, mulher inspiradora, inteligente, elegante, exemplo de profissional, liderança suave, mas cheia de energia e firmeza. De alguma forma, antes de conhecê-la já intuía que seria ela a minha guia na construção dessa pesquisa. Ganhei mais que uma mestra: ganhei uma amiga.

Agradeço ainda a meus colegas de mestrado - Verônica Resque, José Ferreira Junior, Valdemir Cardoso, Sara Cruz, Thiago Cardoso - pessoas maravilhosas que dividiram comigo tardes de estudo, pesquisa, conhecimentos compartilhados, risadas e angústias. Espero vê-los sempre vencendo e que a vida sorria para cada um deles em todas as estações.

Por fim, mas não menos importante, agradeço a meu filho, Luiz Henrique, que, mesmo sem entender bem como, me deu a maior força que eu precisava para enfrentar essa jornada. Ele é a luz da minha vida.

Todos os desafios e obstáculos superados me trouxeram até aqui e eu agradeço imensamente. Este trabalho é meu testemunho concreto de que, pela educação, é possível vencer na vida.

OMENA, Mariana Mourão. **Uma sequência didática para o ensino de probabilidade**. 149 f. Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2025.

RESUMO

A pesquisa relatada foi realizada no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, a qual busca responder que contribuições apresenta uma sequência didática para o ensino de probabilidade no 2º ano do Ensino Médio, estruturada com base na teoria do Registro de Representação Semiótica? O objetivo principal foi verificar as contribuições de uma sequência didática voltada ao ensino de Probabilidade. O estudo foi apoiado pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e fundamentada metodologicamente na Engenharia Didática de Michèle Artigue. A investigação contou com a análise de documentos oficiais, revisão de literatura especializada, aplicação de atividade diagnóstica, construção de uma sequência didática composta por seis blocos de atividades e, posteriormente, sua aplicação e análise *a posteriori*. Os dados obtidos revelaram que a abordagem adotada contribuiu significativamente para a superação de dificuldades iniciais, estimulando a conversão entre registros de representação, promovendo maior articulação entre conceitos e favorecendo o raciocínio lógico e argumentativo. A partir da pesquisa realizada foi desenvolvido um produto educacional que pode ser acessado pelo link: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/1133351.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Ensino de Probabilidade; Sequência Didática; Representações Semióticas; Engenharia Didática.

OMENA, Mariana Mourão. **A didactic sequence for teaching probability.** 149 pages. Dissertation (Master's in Mathematics Education) – Graduate Program in Mathematics Education, State University of Pará, Belém, 2025.

ABSTRACT

The reported research was carried out within the Graduate Program in Mathematics Education at the State University of Pará. It seeks to answer the following question: What contributions does a didactic sequence, structured on the Theory of Semiotic Representation Registers, offer to the teaching of probability in the 2nd year of High School? The main objective was to examine the contributions of a didactic sequence aimed at teaching Probability. The study was supported by Duval's Theory of Semiotic Representation Registers and methodologically grounded in Michèle Artigue's Didactical Engineering. The investigation involved the analysis of official documents, a review of specialized literature, the application of a diagnostic activity, the design of a didactic sequence composed of six blocks of activities, and, subsequently, its implementation followed by an a posteriori analysis. The findings revealed that the adopted approach significantly contributed to overcoming initial difficulties, encouraged the conversion between representation registers, promoted greater articulation among concepts, and fostered logical and argumentative reasoning. Based on the research conducted, an educational product was developed and can be accessed at the following link: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes.

Keywords: Mathematics Education; Probability Teaching; Didactic Sequence; Semiotic Representations; Didactical Engineering.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Resolução do aluno A para a questão 1 44
Figura 2 - Resolução do aluno B para a questão 1 44
Figura 3 - Resolução do aluno C para a questão 1 45
Figura 4 - Resolução do aluno D para a questão 2 46
Figura 5 - Resolução do aluno E para a questão 2 46
Figura 6 - Resolução do aluno A para a questão 3 47
Figura 7 - Resolução do aluno F para a questão 3 47
Figura 8 - Resolução do aluno G para a questão 3 48
Figura 9 - Resolução do aluno H para a questão 4 49
Figura 10 - Resolução do aluno I para a questão 4 49
Figura 11 - Resolução do aluno J para a questão 5 50
Figura 12 - Resolução do aluno K para a questão 5 51
Figura 13 - Resolução do aluno A para a questão 6. 52
Figura 14 - Resolução do aluno B para a questão 6 52
Figura 15 - Atividade 1 do Bloco 79
Figura 16 - Resposta do aluno A sobre a atividade 1 do Bloco 1 80
Figura 17 - Resposta do aluno E sobre a atividade 1 do Bloco 1 80
Figura 18 - Resposta do aluno J sobre a atividade 1 do Bloco 1 81
Figura 19 - Atividade 2 do Bloco 1 2 do Bloco 1 82
Figura 20 - Resposta do aluno F sobre a atividade 2 do Bloco 1 82
Figura 21 - Resposta do aluno D sobre a atividade 2 do Bloco 1 83
Figura 22 - Resposta do aluno G sobre a atividade 2 do Bloco 1 83
Figura 23 - Resposta do aluno H sobre a atividade 2 do Bloco 1 84
Figura 24 - Atividade 1 do Bloco 2 1 do Bloco 2 88
Figura 25 - Resposta do aluno O sobre a Atividade 1 do Bloco 2 89
Figura 26 - Resposta do aluno L sobre a Atividade 1 do Bloco 2 89
Figura 27 - Atividade 2 do Bloco 2 90
Figura 28 - Resposta do aluno P sobre a Atividade 2 do Bloco 2 91
Figura 29 - Resposta do aluno Y sobre a Atividade 2 do Bloco 2 92
Figura 30 - Resposta do aluno R sobre a Atividade 2 do Bloco 2 93
Figura 31 - Atividade 3 do Bloco 2 3 do Bloco 2 94
Figura 32 - Resposta do aluno V sobre a Atividade 3 do Bloco 2 95
Figura 33 - Resposta do aluno T sobre a Atividade 3 do Bloco 2 95
Figura 34 - Resposta do aluno D sobre a Atividade 3 do Bloco 2 96
Figura 35 - Resposta do aluno AA sobre a Atividade 3 do Bloco 2 96
Figura 36 - Atividade 1 do Bloco 3 100
Figura 37 - Resposta do aluno M sobre a Atividade 1 do Bloco 3 101
Figura 38 - Resposta do aluno Z sobre a Atividade 1 do Bloco 3 102

Figura 39 - Resposta do aluno Z sobre a Atividade 1 do Bloco 3 102
Figura 40 - Atividade 2 do Bloco 3 103
Figura 41 - Atividade 2 do Bloco 3 103
Figura 42 - Resposta do aluno L sobre a Atividade 2 do Bloco 3 104
Figura 43 - Resposta do aluno L sobre a Atividade 2 do Bloco 3 104
Figura 44 - Resposta do aluno U sobre a Atividade 2 do Bloco 3 104
Figura 45 - Resposta do aluno U sobre a Atividade 2 do Bloco 3 104
Figura 46 - Atividade 3 do Bloco 3 105
Figura 47 - Atividade 3 do Bloco 3 105
Figura 48 - Resposta do aluno E sobre a Atividade 3 do Bloco 3 106
Figura 49 - Resposta do aluno E sobre a Atividade 3 do Bloco 3 106
Figura 50 - Resposta do aluno Y sobre a Atividade 3 do Bloco 3 106
Figura 51 - Resposta do aluno Y sobre a Atividade 3 do Bloco 3 106
Figura 52 - Atividade 1 do Bloco 4 110
Figura 53 - Atividade 1 do Bloco 4 110
Figura 54 - Continuação Atividade 1 do Bloco 4 111
Figura 55 - Continuação Atividade 1 do Bloco 4 111
Figura 56 - Resposta do aluno G sobre a Atividade 1 do Bloco 4 112
Figura 57 - Resposta do aluno G sobre a Atividade 1 do Bloco 4 112
Figura 58 - Continuação da Resposta do aluno G sobre a Atividade 1 do Bloco 4 113
Figura 59 - Continuação da Resposta do aluno G sobre a Atividade 1 do Bloco 4 113
Figura 60 - Resposta do aluno AD sobre a Atividade 1 do Bloco 4 114
Figura 61 - Resposta do aluno AD sobre a Atividade 1 do Bloco 4 114
Figura 62 - Resposta do aluno AD sobre a Atividade 1 do Bloco 4 115
Figura 63 - Resposta do aluno AD sobre a Atividade 1 do Bloco 4 115
Figura 64 - Atividade 2 do Bloco 4 116
Figura 65 - Atividade 2 do Bloco 4 116
Figura 66 - Resposta do aluno X sobre a Atividade 2 do Bloco 4 117
Figura 67 - Resposta do aluno X sobre a Atividade 2 do Bloco 4 117
Figura 68 - Resposta do Aluno S sobre a Atividade 2 do Bloco 4 118
Figura 69 - Resposta do Aluno S sobre a Atividade 2 do Bloco 4 118

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Quadro resumo dos trabalhos analisadas 33
Quadro 2 - Dissertações com destaque para objetivos, métodos, contribuições e categorias 40
Quadro 3 - Análise das respostas dos alunos ao Bloco 1 de atividades 85
Quadro 4 - Análise das respostas dos alunos ao Bloco 2 de atividades 97
Quadro 5 - Análise das respostas dos alunos ao Bloco 3 de atividades 107
Quadro 6 - Análise das respostas dos alunos ao Bloco 4 de atividades 119

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO 13

1. REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO 16

1.1. Teoria dos Registros de Representação Semiótica 16

1.2. Engenharia Didática como Metodologia de Pesquisa 19
1.2.1 Fases da Engenharia Didática 20
1.2.2 Engenharia Didática e o Ensino de Probabilidade 24

2. ANÁLISES PRELIMINARES 27

2.1. Estudo de documentos oficiais 27

2.2. Revisão da literatura 32
2.2.1. Análise Das Dissertações Mapeadas 39

2.3. Diagnóstico acerca do conhecimento discente 42

3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISE A PRIORI 56

3.1. A Sequência Didática 56

3.2. Análise *a priori* das atividades 57
3.2.1 Bloco 1 58
3.2.2 Bloco 2 63
3.2.3 Bloco 3 67
3.2.4 Bloco 4 71

4. EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE A POSTERIORI 76

4.1. O experimento 76

4.2. Análise a posteriori dos Blocos de atividades 77
4.2.1. Análise a posteriori do Bloco 1 de atividades 78
4.2.2. Análise a posteriori do Bloco 2 de atividades 87
4.2.3. Análise a posteriori do Bloco 3 de atividades 99
4.2.4. Análise a posteriori do Bloco 4 de atividades 110

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS 124

REFERÊNCIAS 127

APÊNCIES 131

ANEXOS 148

APRESENTAÇÃO

Embora presente nos currículos escolares, o ensino de probabilidade ainda enfrenta desafios significativos em sua abordagem didática. Muitos estudantes apresentam dificuldades em compreender conceitos fundamentais, como a noção de aleatoriedade, espaço amostral, eventos independentes e a probabilidade condicional. Esses obstáculos podem estar relacionados à predominância de métodos tradicionais de ensino, que por vezes limitam a exploração de situações-problema e o desenvolvimento do pensamento crítico. Nesse contexto, há a necessidade de estratégias pedagógicas que promovam uma compreensão mais profunda e significativa dos conceitos probabilísticos, aproximando-os do cotidiano dos alunos.

A probabilidade está presente em diversas situações do dia a dia, desde a interpretação de dados estatísticos até a tomada de decisões em situações de incerteza. No entanto, sua compreensão ainda se revela limitada em muitos alunos do ensino médio. Assim, a utilização de uma sequência didática estruturada surge como uma proposta metodológica capaz de tornar o aprendizado mais dinâmico e significativo, favorecendo a construção do conhecimento matemático de forma contextualizada.

A escolha por investigar o ensino de probabilidade se justifica pela relevância do tema tanto no contexto escolar quanto na formação cidadã dos estudantes, além de ser um tema de muito interesse desde a graduação. A natureza interdisciplinar da probabilidade permite sua aplicação em diferentes contextos, tornando-se uma ferramenta essencial para a análise de dados e tomada de decisões. Além disso, os estudos acerca da probabilidade oferecem um espaço rico para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da argumentação, habilidades fundamentais na educação matemática.

Nesse sentido, essa pesquisa foi delineada buscando responder o seguinte questionamento: *Que contribuições apresenta uma sequência didática para o ensino de probabilidade no 2º ano do Ensino Médio, estruturada com base na teoria do Registro de Representação Semiótica?*

Esta pesquisa tem como objetivo geral identificar as contribuições de uma sequência didática para o ensino de probabilidade para os alunos no 2º ano do ensino médio, sobre o conteúdo de Probabilidade, a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Para delimitar a abrangência da pesquisa e responder à questão elucidada, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

a) Efetuar um levantamento bibliográfico referente ao ensino de probabilidade, em artigos, dissertações e teses para investigar os processos de ensino e aprendizagem;

b) Identificar as dificuldades de discentes participantes da pesquisa, por meio da aplicação de atividade diagnóstica;

c) Elaborar uma sequência didática envolvendo probabilidade;

d) Verificar os resultados obtidos a partir da aplicação da sequência didática, com vistas a buscar indícios de aprendizagem;

e) Elaborar um Produto Educacional, tomando por base a sequência didática validada, com vistas à melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem de probabilidade por estudantes do ensino médio.

A pesquisa baseou-se na Teoria de Representação Semiótica de Duval (2012), a qual propõe que um objeto matemático seja explorado por meio de suas representações, transformações e pela habilidade de converter um registro de representação em outro. Essa abordagem permite analisar e trabalhar o objeto sob diferentes perspectivas.

Esta dissertação está organizada em seis capítulos.

No primeiro capítulo - **Apresentação** - foi apresentada a escolha do tema, justificativa da pesquisa, problemática e os objetivos esperados após concluída a investigação da temática, além de toda organização do trabalho.

No capítulo seguinte – **Referencial Teórico e Metodológico** – são apresentados elementos teóricos e metodológicos que embasaram a pesquisa, a Teoria de Representação Semiótica e a Engenharia Didática.

O capítulo terceiro – **Análises Preliminares** – apresenta e descreve a fase inicial da engenharia didática como metodologia de ensino, onde é apresentado o estudo de documentos oficiais (BNCC e documentos que regem o ensino), revisões da literatura com estudos relacionados a proposta da pesquisa conforme alguns critérios, tais como a abordagem em Engenharia Didática e a Teoria de Duval. Complementando essa fase, um diagnóstico realizado com os alunos sobre o objeto matemático em estudo para analisar as dificuldades dos alunos do 2º ano do Ensino Médio.

O quarto capítulo – **Sequência Didática e Análise a priori** – apresenta a sequência didática desenvolvida bem como a análise a priori de cada um dos 4 blocos de atividades que constituem a sequência didática fruto desta pesquisa.

A fase - **Experimentação e Análise a posteriori** - apresentada no capítulo quinto, descreve a 3ª fase da engenharia didática: a experimentação, onde são mostrados em cada bloco de atividades as produções dos sujeitos da pesquisa durante a aplicação da sequência didática. Essas produções foram acompanhadas de contestações entre o que se esperava e o que se obteve nesta fase da pesquisa, com o intuito de verificar possíveis modificações na proposta de ensino e aprendizagem.

Por fim, no capítulo sexto – **Considerações finais** - foram feitas as considerações finais do trabalho que resumiram o estudo, com os principais resultados, os objetivos propostos alcançados e perspectivas para futuras pesquisas. São elementos complementares desta pesquisa as **Referências**, os **Apêndices** e **Anexos**.

1. REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO

No presente capítulo, apresentamos o referencial teórico e metodológico adotado na pesquisa. Discutimos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, que orientou a elaboração da Sequência Didática, e aplicamos a metodologia da Engenharia Didática para organizar a estruturação do trabalho.

1.1. Teoria dos Registros de Representação Semiótica

A teoria dos registros de representação semiótica, desenvolvida por Raymond Duval (1991, 1993, 1995, 2003, 2009, 2011, 2012a, 2012b, 2013, 2018), fornece uma abordagem para compreender como diferentes formas de representação afetam a comunicação e a compreensão de informações no campo da educação e ensino de matemática. Essa teoria é especialmente relevante no contexto educacional, cujo objetivo é promover uma compreensão mais abrangente e profunda dos conceitos, por meio de representações concretas, pois segundo Duval (1993, p. 268), "as diversas representações semióticas de um objeto matemático são absolutamente necessárias".

Em suas pesquisas, Duval (2018) buscou entender se a obtenção do conhecimento matemático envolve processos cognitivos iguais aos demais conteúdos escolares ou se requer processos cognitivos diferentes. O autor chegou à conclusão de que o ensino da matemática exige uma forma específica de pensamento e aplicação de seus conceitos, desse modo chamou as representações necessárias a aquisição desse conhecimento de "registros". Para Duval (2003, p. 13) "o desenvolvimento das representações semióticas foi a condição essencial para a evolução do pensamento matemático" (Duval, 2003, p.13)

Almouloud (2007, p. 72) afirma que "falar de registro é colocar em jogo o problema da aprendizagem e dar ao professor um meio que poderá ajudá-lo a tornar mais acessível a compreensão da matemática". O maior desafio no ensino dessa disciplina exata reside em conduzir o aluno a adotar esse modo matemático de pensar.

A teoria em si propõe a existência de quatro registros de representação (Duval, 2003) que influenciam a forma como interpretamos e comunicamos informações: a língua natural, os sistemas de escrita (numérica, algébrica e simbólica), os gráficos cartesianos e as figuras geométricas. Assim temos:

- Linguagem Natural: Associações verbais (conceituais). Forma racional, argumentações que partem de observações, de crenças; deduções válidas a partir de definições ou uso de teoremas. É um registro dito Multifuncional onde os tratamentos não são algoritmizáveis e faz parte de uma representação discursiva. Relacionando ao objeto matemático de probabilidade, seria fazer o uso de definições e conceitos probabilísticos do dia a dia.
- Sistemas de escritas numérica (binárias, decimal, fracionaria...); algébrica; e, simbólica (línguas formais). Cálculo. É um registro Monofuncional onde os tratamentos são principalmente algorítmicos e faz parte de uma representação discursiva. Para o estudo de probabilidade, se encaixaria como o uso de fórmulas, a representação em percentual e decimais da probabilidade.
- Gráficos cartesianos: mudanças de sistemas de coordenadas. Interpolação, extrapolação. É um registro Monofuncional, mas de uma representação não-discursiva.
- Figuras geométricas planas e em perspectiva. Apreensão operatória e não somente perspectiva. Construção com instrumentos. É um registro Multifuncional com uma representação não-discursiva.

Assim, Dallemole destaca que os registros monofuncionais são:

> [...] percebe-se que os registros monofuncionais são os que possuem algoritmos próprios em sua estrutura, e os multifuncionais são aqueles nos quais os tratamentos não são algoritmizáveis; têm como representação discursiva a língua natural, ou seja, se manifestam por meio de associações verbais entre conceitos, pelas formas de raciocínio argumentativo, as quais se baseiam em observações, crenças, entre outros; e dedutivo, que se baseiam em definições, propriedades, teoremas etc. Eles se apresentam, também, na forma não-discursiva, como as figuras geométricas planas e espaciais. Como registros monofuncionais na representação discursiva, têm-se os sistemas de escritas numéricas, algébricas e simbólicas, bem como o cálculo. Na representação não-discursiva, encontram-se os gráficos cartesianos com as mudanças de sistemas de coordenadas, interpolação, extrapolação. (Dallemole, 2014, p. 140)

Esses registros de representação não são mutuamente exclusivos, e a combinação deles pode ser utilizada para transmitir informações de forma mais completa. Além disso, a escolha do registro de representação pode influenciar a compreensão e a interpretação da informação pelo receptor.

Duval (2013) ao abordar sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica, evidencia que o ensino da matemática na formação inicial não tem como objetivo formar futuros matemáticos, mas sim fornecer-lhes as ferramentas necessárias para contribuir com o desenvolvimento do raciocínio, visualização e análise de forma geral. Para isso, é necessário adotar uma abordagem cognitiva e aprofundar-se nas raízes dessas concepções. Ao adotar uma abordagem cognitiva, o aluno ganha autonomia no controle e compreensão dos diversos processos matemáticos.

Costa e Silva (2020) citam que:

> De acordo com Duval (2018), o maior obstáculo para se compreender e aprender matemática encontra-se na conversão de representações semióticas e o maior obstáculo dessa operação está no fato de não haver semelhanças entre os conteúdos das representações de dois registros distintos. Isso ocorre porque “**toda representação é cognitivamente parcial em relação ao que ela representa**, e que de um registro a outro não estão os mesmos aspectos do conteúdo de uma situação que estão representados” (Duval, 2012a, p.208, grifos do autor). Em relação ao ensino, o pesquisador francês afirma que das três atividades cognitivas ligadas à semiose, apenas a formação e o tratamento são levados em consideração. (Costa e Silva, 2020, p.6)

Assim, as atividades cognitivas exigidas pela matemática diferem das atividades cognitivas de outras ciências. Essa representação semiótica tem grande importância no processo de aprendizagem da matemática, sendo fundamental nesse processo.

Duval (2013) também levanta a hipótese de que, para compreender a matemática, é necessário coordenar pelo menos dois registros semióticos. No entanto, ele questiona se essa coordenação é adquirida naturalmente durante o ensino da matemática ou se há necessidade de mais estímulo através de diferentes registros.

É importante destacar que essa teoria é amplamente utilizada no campo da educação, especialmente no ensino de matemática e ciências, para promover uma compreensão mais abrangente e aprofundada dos conceitos. No entanto, é necessário considerar criticamente a aplicação e os limites dessa teoria, levando em conta o contexto e as especificidades de cada disciplina ou área de estudo.

Dentro da pesquisa, os Registros de Representação Semiótica podem contribuir significativamente para o ensino de Probabilidade visto que podem ajudar os alunos a compreenderem conceitos abstratos por meio de diferentes formas de representação, como gráficos, tabelas, diagramas e linguagem natural. A teoria enfatiza a importância conversão entre esses registros, a fim de promover uma compreensão mais profunda e flexível dos conceitos probabilísticos.

Ao trabalhar com múltiplas representações, os alunos poderão identificar relações entre eventos, visualizar distribuições e interpretar resultados, superando possíveis dificuldades causadas por uma abordagem limitada a um único tipo de registro. Isso favorece o desenvolvimento do pensamento probabilístico de maneira mais concreta e integrada.

Na compreensão dos resultados, os Registros de Representação semiótica são aliados importantes pois possibilitam a análise e interpretação dos dados sob diferentes perspectivas. Assim, os registros semióticos tornam-se uma ferramenta essencial para interpretar, validar e compartilhar os resultados de forma clara e eficaz.

1.2. Engenharia Didática como Metodologia de Pesquisa

A engenharia didática é metodologia de pesquisa, baseia-se na Teoria de Situações Didáticas, e teoria educacional que visa estabelecer uma ligação entre o conhecimento científico e a prática de ensino. É uma alternativa às técnicas tradicionais de pesquisa que não conseguem dar conta da complexidade do fenômeno didático. Uma abordagem pedagógica que busca analisar e aprimorar os processos de ensino-aprendizagem em diversos contextos educacionais. "Artigue (1988) compara a forma de trabalho didático com o trabalho de um engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos da área, aceita se submeter a um controle de tipo científico [...]" (Almouloud, 2007, p. 171). Essa teoria tem como objetivo fornecer uma estrutura sistemática para o ensino de matemática, visando torná-lo mais eficaz e acessível aos alunos. Assim, exploraremos os principais conceitos da engenharia didática e como eles podem ser aplicados para melhorar o desenvolvimento das práticas educacionais.

Almouloud (2007) destaca que a engenharia didática como metodologia de pesquisa é vista como um esquema experimental com base em "realizações didáticas", significa dizer que todo o processo é baseado na construção, realização, observação e análise das sessões de ensino, a sala de aula.

Segundo Douady, a engenharia didática pode ser definida como:

> [...] uma sequência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma constante, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor. (Douady, 1993, apud Machado, 2002, p. 198)

Douady (1993) enfatiza que o professor, baseado nessa teoria, se torna engenheiro do conhecimento e, apoiado em pressupostos científicos oriundos de sua formação e sua experiência prática, ajuda na construção do conhecimento do aluno.

Essa metodologia de ensino pode ser usada em pesquisas que estudem os processos de ensino e aprendizagem de qualquer objeto matemático, inclusive probabilidade que é o objeto de estudo em questão.

1.2.1 Fases da Engenharia Didática

A principal ideia por trás da engenharia didática é que o processo de ensino e aprendizagem deve ser cuidadosamente planejado, considerando as dificuldades e necessidades específicas dos estudantes. A teoria parte da premissa que o conhecimento não é apenas transmitido, mas construído ativamente pelo aluno, com o auxílio do professor e dos recursos didáticos.

Artigue (1996) em sua pesquisa percebeu que a engenharia didática pode ser dividida em quatro fases: análises prévias ou preliminares; construção e análise a priori; aplicação da sequência didática e, análise a posteriori e validação.

Nessa fase das *Análises prévias ou preliminares*, Artigue (1996) sugere que seja realizada uma análise de todo o contexto educacional começando pela dimensão epistemológica, passando pela dimensão didática e finalizando pela dimensão cognitiva.

Segundo Zborowski (2017) a dimensão epistemológica é aquela associada às caraterísticas do saber em jogo, já a dimensão didática tem a ver com "à análise do ensino atualmente e os seus efeitos, estudo dos documentos nacionais norteadores e análise dos livros didáticos que tratam sobre esse assunto" e a dimensão cognitiva está relacionada "à análise das concepções dos estudantes, dificuldades e obstáculos, diagnóstico sobre quais os conhecimentos os alunos já possuem a respeito do tema que será trabalhado" (Zborowski, 2017, p. 19).

De acordo com a perspectiva apresentada por Amouloud (2007), as análises prévias têm como objetivo identificar os problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem do objeto de estudo, além de fundamentar as questões, hipóteses e os referenciais teóricos e metodológicos da pesquisa.

Além disso, o autor (Almouloud, 2007, pp. 172,173) indica algumas vertentes para essa fase. Dentro desta pesquisa usaremos as vertentes a seguir:

a) Estudo da organização matemática

- Analisar a estrutura matemática do conceito investigado;
- Evidenciar os saberes (matemáticos) e os conhecimentos (matemáticos e/ou culturais ou pessoais) relacionados com o saber visado;

b) Análise da organização didática do objeto matemático escolhido

- Fazer uma análise das propostas curriculares e dos documentos oficiais;
- Estudar as concepções de alunos e/ou de professores a propósito dos saberes em jogo. Tal aspecto necessita de elaboração e da aplicação de um instrumento de coleta de dados.
- Levantar referências bibliográficas sobre os fatores que interferem no processo de ensino e de aprendizagem do objeto em questão (artigos, livros, revistas, dissertações, teses etc.)

c) Definição da(s) questão(ões) da pesquisa.

- Fazer um resumo dos principais problemas relacionados com o ensino e a aprendizagem da noção estudada;
- Destacar o(s) problema(s) de ensino e de aprendizagem que será(ão) objeto da pesquisa em andamento, e para o(s) qual(quais) se pretende buscar solução;
- Discutir e definir os fundamentos teóricos e os procedimentos metodológicos que nortearão a fase experimental e as analises *a priori* e *a posteriori* nesta etapa da pesquisa;

Artigue (1988) destaca ainda que cada fase é retomada e sempre aprofundada ao longo de toda a pesquisa, portanto, a expressão *análises preliminar* não implica que após o início da fase seguinte deixaremos de verificar os itens da fase anterior. O trabalho é, na realidade, concomitante entre as fases da pesquisa. As análises preliminares devem possibilitar ao pesquisador a identificação de variáveis didáticas potenciais, que serão detalhadas e manipuladas nas etapas seguintes, como a construção da sequência de ensino e a análise a priori, conforme destaca Almouloud, (2007).

Na fase *Construção e análise a priori* a finalidade é responder à(s) questão(ões) e validar as hipóteses que foram levantadas na fase anterior, o pesquisador deve elaborar uma Sequência Didática que se pretende aplicar, após analisar as necessidades dos alunos, dos conhecimentos que precisam apreender. Toda sequência didática deve ser descrita e planejada nessa fase, incluindo o número de encontros necessários para a execução dela, como também, a duração de cada um deles. Zborowski (2017, p. 19) destaca que "nesta fase, o pesquisador precisa descrever qual o possível comportamento que o aluno terá a partir da atividade que será proposta."

Assim, para construção da Sequência Didática levaremos em consideração as seguintes características:

- Os alunos entendem facilmente os dados do problema e podem se engajar na solução, usando seus conhecimentos disponíveis;

- Os conhecimentos antigos dos alunos são insuficientes para a resolução completa do problema;

- O problema deve envolver vários domínios de conhecimentos: álgebra, geometria, domínio numérico, entre outros.

Importante salientar que a atividade desenvolvida deve considerar os resultados dos estudos prévios, além de permitir aos alunos desenvolver competências e habilidades (Almouloud, 2007). O autor ainda enfatiza que o aluno tem que ser capaz de agir, se expressar, refletir, e evoluir por iniciativa própria e de forma autônoma, adquirindo e consolidando novos conhecimentos.

Almouloud (2007) destaca que o papel do professor, nesse processo, é de mediar e orientar sem prejudicar a autonomia e a participação do aluno. é imprescindível que o professor/aplicador, no momento da atividade, promova o debate, selecione e organize as descobertas dos alunos e sistematize os conhecimentos adquiridos.

Criada a Sequência Didática, precisamos definir os objetivos de uma análise *a priori* de modo a escolher variáveis que controlam o comportamento dos alunos. Assim devemos ter em mente que a análise *a priori* é responsável pela descrição das escolhas das variáveis e as características da situação adidática a ser desenvolvida, análise da importância que a situação tem para o aluno pela tomada de decisão, controle e validação que o aluno terá, e, ainda, prever comportamentos e mostrar como controlar esses comportamentos. De acordo com Almouloud (2007), essa fase é uma das mais significativas na pesquisa:

> A análise *a priori* é importantíssima, pois da sua qualidade depende o sucesso da situação-problema; além disso, ela permite ao professor, poder controlar a realização das atividades dos alunos e, também, identificar e compreender os fatos observados. (Almouloud, 2007, p. 176).

Ressalta-se que a análise a priori é compreendida como um estudo que abrange tanto aspectos matemáticos quanto didáticos. Na análise matemática procura-se identificar os métodos e estratégias de resolução dando ênfase a cada conhecimento e saber matemático envolvido. Na análise didática, analisar-se-á a pertinência da situação problema em relação ao objeto matemáticos em estudo, a consistência da situação, prever e analisar as dificuldades enfrentam na resolução da atividade proposta, e prever os saberes e métodos de resolução devem ser institucionalizados no processo.

Na fase chamada de *experimentação* tem-se a aplicação da Sequência Didática que foi construída depois da análise *a priori* e da construção. Durante esta fase, Zborowski (2017) enfatiza que o professor pesquisador deve estar alerta e em constante avaliação do que está sendo desenvolvido. Todo material deve ser coletado e organizado para posterior validação.

Almouloud (2007) destaca que é uma fase clássica, momento de colocar em funcionamento tudo que foi construído e, se for o caso, momento de corrigir situações observadas no desenvolvimento da experimentação.

Quarta e última fase da engenharia didática é dita *Análise a posteriori*, na qual é realizada a análise dos dados obtidos na fase anterior. “Ela não é a crônica da classe, mas uma análise feita à luz da análise *a priori*” (Almouloud, 2007, p. 177). Os dados obtidos são complementados com outras metodologias, e relatos coletados em momentos distintos. Zborowski (2017) reafirma Almouloud, dizendo que as análises de todos os registros devem ser comparadas com a análise a priori

Nesse sentido, a análise *a posteriori* depende das ferramentas técnicas ou teóricas que foram utilizadas na coleta de dados para a construção dos protocolos de pesquisa.

Almouloud (2007) destaca ainda que, nessas fases de experimentação e analises *a posteriori,* é imprescindível discutir alguns aspectos. Conforme Almouloud (2007), é necessário discutir os objetos e o quadro teórico que fundamentam o dispositivo experimental, descrever as condições e o contexto em que a experimentação ocorre, prever os instrumentos de coleta de dados e analisar possíveis modificações no estudo, abrangendo questões como as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos, as situações propostas, as variáveis escolhidas e o esquema experimental. Além disso, recomenda-se examinar os principais resultados em relação à questão de pesquisa, à metodologia adotada e aos achados de outras investigações sobre o mesmo tema.

De acordo com Souza e Cordeiro (2005), as principais divergências entre as pesquisas conduzidas dentro de uma metodologia da engenharia didática e aquelas desenvolvidas em outras áreas da didática, que não seguem essa abordagem, se manifestam na extensão das análises preliminares e na validação das hipóteses sobre o problema da pesquisa, realizada através do confronto entre análise a priori e a posteriori.

Pais (2002) afirma que utilização de uma engenharia didática é justificada pelo fato de que as técnicas tradicionais, como sessões, observações diretas, entrevistas e análise de livros e documentos, são insuficientes para abarcar toda a complexidade do fenômeno didático, especialmente em nível de sala de aula. Embora esses instrumentos sejam válidos dentro de suas próprias limitações, não são suficientemente específicos para interpretar a dimensão cognitiva do processo de aprendizagem escolar. O autor ainda, desaconselha adotar exclusivamente qualquer um desses instrumentos em pesquisas didáticas, considerando a diversidade de pessoas envolvidas na atividade pedagógica.

Assim, para Pais (2002), a engenharia didática reforça a confiabilidade da pesquisa, uma vez que sua utilização está ancorada na realidade da sala de aula, o que potencializa sua eficácia.

1.2.2 Engenharia Didática e o Ensino de Probabilidade

Essa abordagem tem sido amplamente estudada e aplicada em diferentes contextos educacionais ao redor do mundo, com o objetivo de aprimorar o ensino da matemática e promover uma aprendizagem mais significativa para os alunos.

Assim, a Engenharia Didática pode ser uma abordagem valiosa no ensino de probabilidade, pois visa proporcionar um ambiente de aprendizagem mais estruturado e significativo para os alunos. Ao aplicar essa teoria no ensino de probabilidade, os educadores podem utilizar uma série de estratégias que favorecem o desenvolvimento do pensamento probabilístico dos estudantes.

Dentre as opções que a metodologia oferece, relacionamos algumas maneiras como a Engenharia Didática pode ajudar no ensino de Probabilidade:

a) Situações-problema: Utilização de situações-problema relevantes e desafiadoras para estimular a reflexão e o raciocínio dos alunos em relação a eventos aleatórios e incertos.

b) Construção de conceitos: A partir das situações-problema, os alunos são incentivados a construir conceitos e noções probabilísticas, permitindo uma aprendizagem mais ativa e participativa.

c) Investigação e experimentação: Incentivar os estudantes a realizar experimentos ou simulações para observar e analisar eventos aleatórios, tornando a probabilidade mais concreta e tangível.

d) Abordagem contextualizada: Relacionar a teoria de probabilidade com situações da vida real, como jogos, eventos esportivos, estatísticas populacionais, entre outros, para que os alunos percebam a sua aplicabilidade.

e) Variedade de estratégias: Utilizar diferentes abordagens, materiais e recursos pedagógicos para atender às necessidades e estilos de aprendizagem dos alunos, tornando o ensino mais inclusivo e eficaz.

f) Diálogo e interação: Promover discussões em sala de aula, incentivando os alunos a compartilhar suas ideias, resoluções de problemas e argumentações, facilitando a construção conjunta do conhecimento.

Ao adotar a Engenharia Didática no ensino de Probabilidade, os educadores podem criar um ambiente mais propício à aprendizagem, despertando o interesse dos alunos e proporcionando-lhes uma base sólida para compreender e aplicar conceitos probabilísticos em diferentes contextos.

Dentro desta pesquisa, a *Análises prévias ou preliminares* explorará todo contexto histórico e documental do uso de jogos para o ensino, bem como a pesquisa bibliográfica do conteúdo; a *Construção e análise a priori* será feita com a aplicação de questionário prévio para investigação dos saberes dos alunos e a construção da Sequência Didática proposta; após a elaboração da Sequência Didática, a *Aplicação* *da S*equência Didática se dará para a coleta de informações dos saberes dos educandos; assim, a *Análise a posteriori e validação* fechará a análise da pesquisa e a construção dos dados analisados.

No capítulo seguinte, abordaremos as análises preliminares da pesquisa com ênfase ao exame de documentos oficiais que norteiam a educação básica que servirão de subsídios para o avanço da pesquisa.

2. ANÁLISES PRELIMINARES

Neste capítulo, abordamos as análises preliminares da pesquisa com ênfase no exame dos documentos oficiais que orientam o ensino de matemática na educação básica, além de uma revisão de estudos relevantes à nossa temática, que podem fornecer subsídios importantes para o avanço da pesquisa

2.1. Estudo de documentos oficiais

A educação é um direito reconhecido e firmado pela Constituição Federal de 1988, em seu artigo 5º:

> a educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (Brasil, 1988).

Após a promulgação da Constituição, a educação vem sofrendo transformações para garantir o acesso e o direito a todos os brasileiros. Tais mudanças e implementações são vistas e acompanhadas através dos anos. O Currículo Escolar foi se moldando por meio dessas mudanças até chegar ao que está em vigor hoje, como podemos ver a seguir com a linha do tempo em resumo:

- Ano 1990: Lei Nº 8.069, de 13 de julho de 1990 - Estatuto da Criança e do Adolescente; ECA. Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente, e dá outras providências.
- Ano 1996: Lei Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 - LDB (1996); Lei Darcy Ribeiro; Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (1996). Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional.
- Ano 2001: Lei Nº 10.172, de 9 de janeiro de 2001 - Lei do PNE. Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências.
- Ano 2006. Lei Nº 11.274, de 06 de fevereiro de 2006 – Lei de 9 anos. Altera os arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece a LDB, dispondo sobre a duração de 9 anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 anos de idade.

- Ano 2007: Lei Nº 11.494, de 20 de junho de 2007 - Lei do Fundeb. Regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação - Fundeb; altera a Lei n° 10.195, de 14 de fevereiro de 2001; revoga dispositivos das Leis n°s 9.424, de 24 de dezembro de 1996, 10.880, de 9 de junho de 2004, e 10.845, de 5 de março de 2004; e dá outras providências.
- Ano 2011. Decreto Nº 7.559, de 1º de setembro de 2011 - Dispõe sobre o Plano Nacional do Livro e Leitura - PNLL e dá outras providências. Democratização do acesso ao livro; Formação de mediadores para o incentivo à leitura; Valorização institucional da leitura e o incremento de seu valor simbólico; Desenvolvimento da economia do livro como estímulo à produção intelectual e ao desenvolvimento da economia nacional.
- Ano 2014. Lei Nº 13.005, de 25 de junho de 2014 - PNE – Plano Nacional de Educação. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências.

Com a promulgação do Plano Nacional de Educação (PNE), que reitera a necessidade de estabelecer e implementar, por meio de um acordo entre entes federativos (União, Estados, Distrito Federal e Municípios), orientações pedagógicas para a educação básica e a base nacional comum dos currículos. Essas diretrizes deveriam abranger os direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento dos alunos para cada ano do Ensino Fundamental e Médio, levando em consideração as diversas características regionais, estaduais e locais (Brasil, 2014).

Nesse Sentido e de acordo com os marcos legais anteriores, o PNE vê a importância de se criar uma base nacional curricular comum a todos, com o objetivo de ter uma educação básica de qualidade em todo território nacional.

Em 2017, com a alteração da LDB pela Lei nº 13.415/2017, a legislação brasileira passou a adotar, de forma concomitante, duas nomenclaturas distintas para se referir às finalidades da educação. Surge a Base Nacional Comum Curricular - BNCC. (Brasil, 2017)

> Art. 35-A. A Base Nacional Comum Curricular definirá direitos e objetivos de aprendizagem do ensino médio, conforme diretrizes do Conselho Nacional de Educação, nas seguintes áreas do conhecimento [...]

> Art. 36. § 1o A organização das áreas de que trata o caput e das respectivas competências e habilidades será feita de acordo com critérios estabelecidos em cada sistema de ensino. (Brasil, 2017)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (Brasil, 2018). A BNCC, é, portanto, o documento norteador que deve ser seguido e serve de referência para a elaboração dos currículos dos sistemas e das redes escolares. É um documento que estabelece os conhecimentos, competências e habilidades essenciais que todos os estudantes brasileiros devem desenvolver ao longo da educação básica. Ela serve como referência para a elaboração dos currículos das escolas em todo o país.

A BNCC desempenhe um papel fundamental na superação da fragmentação das políticas educacionais, promovendo o fortalecimento da colaboração entre as esferas governativas e estabelecendo um referencial para a qualidade da educação. Além de garantir o acesso e a permanência dos alunos na escola, é essencial que os sistemas educacionais, as redes de ensino e as escolas garantam um nível comum de aprendizagem para todos os alunos. Nesse sentido, a BNCC assume um papel central como instrumento para essa tarefa.

A elaboração da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi um processo complexo e colaborativo que envolveu diferentes etapas e etapas, tais como: Mobilização e consulta pública, Comissão formada com especialistas da área, Análise e revisão feita por especialistas e educadores, Parecer técnico do Conselho Nacional de Educação (CNE) e por fim, a elaboração final pelo MEC. É importante ressaltar que, ao longo de todo o processo, foram realizados debates, audiências públicas, consultas, encontros e seminários em diversas regiões do país, visando garantir a ampla participação e democrática de diferentes atores da comunidade educacional. O objetivo era obter um documento que representasse os anseios e necessidades da educação brasileira.

A BNCC se inter-relaciona com outros currículos existentes, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997), as Diretrizes Estaduais e

Municipais e os Projetos Político-Pedagógicos (PPP) das escolas, de forma que esses documentos possam ser complementados e complementados.

Os PCN foram elaborados pelo Ministério da Educação (MEC) e servem como orientações para os currículos das escolas, abordando diferentes áreas do conhecimento. Com a implementação da BNCC, os PCN passaram a ser revisados e ajustados para se alinharem às competências e habilidades definidas no documento nacional.

As Diretrizes Estaduais e Municipais são elaboradas pelas secretarias de educação dos estados e municípios, respectivamente. Elas levam em consideração a BNCC, mas também podem acrescentar particularidades regionais e locais, desde que não contrariem o que é estabelecido pela base nacional. Assim, as diretrizes estaduais e municipais adaptam o currículo nacional para atender às necessidades e realidades específicas de cada localidade.

O Projeto Político-Pedagógico (PPP) é um documento elaborado por cada escola, em consonância com a BNCC e as diretrizes estaduais e municipais. Ele define a identidade da escola, seus princípios pedagógicos, objetivos, estratégias de ensino, avaliação, entre outros aspectos. O PPP deve estar de acordo com a BNCC, garantindo que os objetivos e competências alcançados no documento nacional sejam contemplados na proposta educacional da escola.

Dessa forma, a BNCC atua como um referencial para os outros currículos, orientando-os e estabelecendo os conhecimentos e habilidades fundamentais que devem ser acompanhados pelos estudantes. Os PCN, as diretrizes estaduais e municipais e o PPP se relacionam com a BNCC, adaptando-a e complementando-a para atender às especificidades de cada contexto educacional.

A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas do 9º ano do Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Para tanto, coloca em jogo, de modo mais inter-relacionado, os conhecimentos já explorados na etapa anterior, de modo a possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade. Nesse panorama, observa-se as seguintes competências específicas:

> 1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões

> econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.
> 2. Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
> 3. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
> 4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.
> 5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (Brasil, 2018, p. 531)

No que se refere à Probabilidade, os estudantes do Ensino Fundamental têm a possibilidade, desde os anos iniciais, de construir o espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando a árvore de possibilidades, o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos. O objeto matemático Probabilidade está presente na Competência específica 3, nas habilidades (EM13MAT311) e (EM13MAT312). Na competência específica 5, na habilidade (EM13MAT511). (Brasil, 2018)

Em continuidade a essas aprendizagens, no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, conforme anteriormente anunciado. Nesse contexto, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio, envolvidos, em diferentes graus dados por suas condições socioeconômicas, pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros.

Tais considerações colocam a área de Matemática e suas Tecnologias diante da responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes, para promover ações que estimulem e provoquem seus processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos e que favoreçam a tomada de decisões orientadas pela ética e o bem comum.

Na concepção de Pais (2002), um dos objetivos da educação matemática é ensinar a valorizar o raciocínio lógico e argumentativo, incentivando os alunos a desenvolver o hábito de usar seu raciocínio e a apreciar a resolução de problemas.

Para que esses propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, argumentar, comunicar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados.

2.2. Revisão da literatura

Esta revisão buscou mapear as publicações referentes ao tema Ensino de Probabilidade, a partir da pesquisa em dissertações e teses, no período de 2011 a 2023. O levantamento do material ocorreu de forma online nas plataformas de bases de dados científicos, como Portal de Periódicos da CAPES, páginas dos programas de Pós-Graduação, entre outros. Os trabalhos foram selecionados, a partir da presença no título da obra, das palavras-chave “sequência didática”, “engenharia didática”, “probabilidade”, “ensino de probabilidade” e “ensino médio”. Na busca que realizamos, priorizamos os trabalhos da base da CAPES que contemplavam as palavras chaves simultaneamente no período delimitado. Posteriormente, dentre esses trabalhos foram selecionados os que se referiam à Probabilidade. Nessa busca, foram encontrados um total de 5 trabalhos, dos quais nenhum em forma de tese e 05 dissertações. Para uma questão de organização, chamaremos as dissertações de D1, D2, D3, D4 e D5, na ordem em que estão elencadas no Quadro 1 abaixo

A seguir são descritos os autores e títulos das obras encontradas no mapeamento realizado, bem como um relato dos trabalhos e discussões.

Quadro 1 - Quadro resumo dos trabalhos analisadas

Autor	Título	IES	Dissertação/Tese	Ano
Juliana Ramos Amâncio (D1)	**Planejamento e aplicação de uma sequência didática para o ensino de probabilidade no âmbito do PIBID**	UFRJ	Dissertação	2012
Marcel Brito Soares (D2)	**O ensino de Probabilidade por meio de atividades.**	UEPA	Dissertação	2018
Fernando Zilli Philippi (D3)	**Sequências e séries:** uma proposta de trabalho com o uso da Engenharia Didática e a Teoria dos Registros de Representações Semióticas	UEM	Dissertação	2020
Patrick Ramalho de Oliveira (D4)	**Probabilidade no 3º ano do ensino médio**: contribuições do jogo dos discos para o ensino e aprendizagem	UEMS	Dissertação	2020
Cristimara Rodrigues de Castilho (D5)	**O ensino de probabilidade baseado em uma sequência didática para o exercício de literacia probabilística**	UFJF	Dissertação	2020

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Dissertação: **Planejamento e aplicação de uma sequência didática para o ensino de probabilidade no âmbito do PIBID** (Juliana Ramos Amâncio, 2012)

A dissertação de Amâncio (2012), teve como objetivos criar uma proposta para iniciar o conteúdo de Probabilidade para o Ensino Médio que possa ser aplicada pelos licenciandos vinculados ao PIBID e, ainda, identificar, via a proposta criada, algumas das contribuições do PIBID na formação profissional dos licenciados em Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Para isto, a autora, se valeu dos vários conceitos que permeiam a Probabilidade, dos conhecimentos de conteúdo e pedagógico de conteúdo (Shulman, 1986; 1987) e da análise do conteúdo de Probabilidade apresentado no livro didático do Ensino Médio adotado na escola em que se deu a pesquisa.

A autora realizou sua pesquisa com cinco Licenciados do PIBID com entrevistas e observações das atividades desenvolvidas e aplicadas. A pesquisa de Amâncio (2012) se baseou nas Orientações curriculares nacionais (Brasil, 2006) e no Currículo Mínimo (SEDUC/RJ, 2011).

O estudo se desenvolveu baseado na Teoria da Engenharia Didática onde a autora se respalda em Artigue (1998). A singularidade da Engenharia Didática está em algumas características fundamentais do seu funcionamento metodológico: o pesquisador se insere no local da investigação; a análise a priori é uma fase fundamental (algumas metodologias não admitem uma análise a priori, como por exemplo, a de tipo etnográfico); e a validação é interna (Amâncio, 2012).

A metodologia da pesquisa foi composta por quatro fases e a autora seguiu todas elas. O primeiro momento, das análises prévias, o trabalho foi organizado com o objetivo de analisar os livros didáticos, os Parâmetros Curriculares Nacionais, o que há sobre o Ensino de Probabilidade na literatura, como se encontra o ensino de Probabilidade e seus principais entraves.

De acordo com as análises preliminares a autora delimitou as variáveis pertinentes à proposta de ensino, as variáveis macro didáticas. Além disso, foi apresentada a sequência didática descrevendo cada escolha local (as variáveis micro didáticas) e a previsão dos possíveis comportamentos dos alunos em relação a cada atividade proposta.

A sequência didática desenvolvida na pesquisa foi composta de seis planejamentos e foi aplicada, pelos licenciandos, aos alunos do segundo ano do Ensino Médio que participaram do PIBID, oferecido no colégio, no segundo semestre de 2011.

As fases de experimentação (aplicação da sequência didática) e validação se deram posteriormente com uma minuciosa descrição e análise de cada atividade desenvolvida na pesquisa por Amâncio (2012) em cada aula. Ao todo foram 6 aulas com 10 atividades em cada aula.

Dentre os principais resultados encontrados por Amâncio (2012) as atividades da sequência didática facilitaram o ensino de Probabilidade em um nível introdutório. Afirma ainda, que pela falta de tempo, não pode explorar melhor os conceitos com mais atividades e exercícios.

Dissertação: **O ensino de probabilidade por meio de atividades.** (Marcel Brito Soares, 2018)

A dissertação de Soares (2018), teve como objetivo avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino de Probabilidade por meio de atividades sobre os aspectos conceituais e desempenho da resolução de questões envolvendo o assunto.

A pesquisa teve como objetivo geral avaliar os efeitos de uma sequência didática, diferente da tradicional, para o ensino de Probabilidade por meio de atividades. Para chegar nesse, teve como objetivos específicos: 1) Avaliar a participação de alunos de uma turma de 2º ano de uma escola pública de Abaetetuba em aulas de matemática sobre os aspectos conceituais de probabilidade durante o desenvolvimento de uma sequência didática diferente da tradicional; 2) Avaliar os efeitos do desenvolvimento de uma sequência didática, diferente da tradicional, sobre desempenho de alunos de uma turma do ensino Médio de uma escola pública de Abaetetuba da resolução de questões sobre probabilidade.

O autor realizou estudo histórico com os escritos de Cardamo (1501 – 1576), Tartaglia (1499 – 1557) e Pascal (1623 – 1662) onde os autores começavam a trilhar o caminho da Probabilidade pela história da matemática.

O autor fundamentou seu estudo em Ensino por meio de Atividades que pressupõe a possibilidade de conduzir o aluno ao aprendizado das noções matemáticas de forma gradual e constante, de maneira dinâmica, participativa e construtiva, desenvolvendo no educando descobertas cognitivas dos conteúdos matemáticos de acordo com os objetivos de cada atividade (Soares, 2018).

A metodologia adotada na pesquisa de Soares (2018) foi a Engenharia didática com as fases bem delimitadas e realização das análises a priori, experimentação, analise a posteriori e validação.

O autor admite que a pesquisa apresentou algumas limitações como as situações que abordavam espaços amostrais compostos; como o lançamento sucessivo de dois dados ou o lançamento de um dado e uma moeda; a questão do esclarecimento dos possíveis resultados como a ideia de um par ordenado (Moeda, dado). Estas situações estavam contidas nas primeiras atividades, mas que foram sendo tratadas nas atividades posteriores.

Soares (2018) conclui a dissertação acreditando que sua pesquisa abre espaço para novas investigações sobre o ensino de probabilidade; abordando principalmente os conceitos mais complexos, como os de probabilidade condicional e a probabilidade de eventos independentes, bem como, tendo como sujeitos, alunos de outras séries.

Dissertação: **Sequências e séries:** uma proposta de trabalho com o uso da Engenharia Didática e a Teoria dos Registros de Representações Semióticas (Fernando Zilli Philippi, 2020)

A dissertação de Philippi (2020) teve como objetivo a confecção de uma sequência didática para investigar a convergência de sequências e séries numéricas.

Para nortear o objetivo geral e responder questão problema, a pesquisa teve, como perguntas:

- É possível ter contato com o conceito de “tão perto quanto se queira” sem o uso de épsilons e deltas?

- É possível observar a construção da conceitualização da convergência de sequências numéricas quando a mediação dos processos de ensino e de aprendizagem se dão por meio algum software?

- Quais as maneiras de representar sequências numéricas com ferramentas computacionais disponíveis no *software Geogebra*?

- Existem maneiras eficientes de propor conversões com o uso de ferramentas digitais?

- Como é possível compreender a dependência entre “épsilons” e “deltas” com o uso de representações na tela de microcomputadores?

- É possível compreender o conceito de “infinito” com o uso de softwares?

O autor aplicou a sequência didática proposta por meio de um minicurso, em um grupo de onze alunos de 2º e 3º períodos do curso de Engenharia Civil na cidade de Medianeira – PR.

A pesquisa de Philippi (2020) baseou-se nos pressupostos da Teoria de Registros de Representação Semiótica proposta pelo filósofo e psicólogo Raymond Duval (2012).

A metodologia de pesquisa usada pelo autor foi a Engenharia didática para a preparação, testagem e refinamento das atividades, tendo como fundamento teórico Pais (2001) e Artigue (1995).

Como primeira etapa do trabalho, foi realizada uma pesquisa bibliográfica no banco de dados do PROFMAT, porém não foram encontrados trabalhos que fazem o uso de Engenharia Didática como metodologia de pesquisa e a Teoria de Registros de Representações Semióticas como instrumento para a elaboração da sequência didática, o que deu o cunho inédito da pesquisa dentro do âmbito do Programa PROFMAT (Philippi, 2020).

As atividades da sequência didática foram compostas em quatro blocos de atividades, dois referentes a sequência numérica e outros dois referentes a séries. Uma das atividades de sequência numérica foi mediada pelo software *Geogebra.*

Philippi (2020), destacou como resultado da pesquisa o valor da proposta, mesmo que o software tenha apresentado algumas limitações em relação ao número de casas decimais, pode-se perceber que para a maioria dos alunos houve a construção do conceito de convergência de sequências e séries numéricas.

Ao concluir sua pesquisa, o autor afirma que espera “motivar outros professores a planejarem suas aulas de modo a torná-las mais convidativas e atrativas para os alunos, e que os mesmos utilizem a sala de aula como um laboratório de pesquisa na busca de novos métodos e abordagens sobre a Matemática.” (Philippi, p. 116, 2020)

Dissertação: **Probabilidade no 3º ano do ensino médio**: contribuições do jogo dos discos para o ensino e aprendizagem (Patrick Ramalho de Oliveira, 2020)

A dissertação de Oliveira (2020) teve como objetivo principal analisar a construção do conceito de probabilidade por estudantes do último ano do ensino médio, por meio de uma sequência didática que envolve o jogo dos discos, com a contribuição da situação didática.

A pesquisa, para atingir o objetivo geral, foi norteada pelos seguintes objetivos específicos:

- Avaliar as contribuições do jogo dos discos para o ensino e aprendizagem de probabilidade;
- Analisar as produções autônomas dos estudantes durante o jogo dos discos;
- Contribuir com o debate e sugestões de alternativas pedagógicas para o ensino e a aprendizagem de probabilidade no Ensino Médio

O autor realizou sua investigação com alunos do 3º ano do ensino médio, de uma escola privada no município de Campo Grande - MS.

A pesquisa fundamentou-se teoricamente na Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau (1986) e trabalhos de alguns educadores matemáticos. Oliveira (2020) descreve uma breve abordagem de classificação das situações didáticas, tais quais: situação da ação; situação de formulação; situação de validação e a institucionalização.

A metodologia de pesquisa foi da Engenharia Didática, tendo como fundamento teórico Artigue (1988) e Douady (1993). Esta metodologia é composta por quatro fases, seguidas e descritas na pesquisa: análises preliminares; concepção e análise *a priori* das situações didáticas; experimentação; análise *a posteriori* e validação.

A coleta de dados da pesquisa se deu com os instrumentos: caderno de campo, caderno de anotações dos participantes, grupos focais, testes, questionários, manifestações orais dos participantes.

Ao concluir seu estudo, Oliveira (2020) destacou a importância do contrato didático no processo de aprendizagem e enfatizou que o objetivo principal foi alcançado. Além disso, evidenciou as boas situações de aprendizagem vivenciadas, tais como é fundamental que os estudantes mobilizem todo o conhecimento prévio que possuem sobre o conteúdo a ser ensinado e aprendido. Eles devem enfrentar problemas, tomar decisões relacionadas ao que se propõem produzir, enquanto a organização da tarefa pelo professor assegura uma ampla circulação de informações. Além disso, o conteúdo trabalhado deve preservar suas características de objeto sociocultural real, evitando se tornar um elemento desprovido de significado social. (Oliveira, 2020)

Dissertação: **O ensino de probabilidade baseado em uma sequência didática para o exercício de literacia probabilística** (Cristimara Rodrigues de Castilho, 2020)

A dissertação de Castilho (2020) teve como objetivo investigar se, e como, ocorre o desenvolvimento da literacia probabilística por meio de uma sequência didática, a qual leva à tomada de decisão construída gradativamente, por meio da Engenharia Didática como dispositivo metodológico.

A pesquisa, para atingir o objetivo geral, foi norteada pelos seguintes objetivos específicos:

- Identificar e estudar a metodologia de pesquisa, a Engenharia Didática, usada como estruturação da pesquisa e como dispositivo metodológico na sala de aula; compor o quadro teórico, que iniciou com a literacia estatística como um pano de fundo e aprofundou-se na literacia probabilística para a análise dos dados;

- Perpassar, mesmo que brevemente, a história da Teoria das Probabilidades; apresentar como saber matemático as diferentes abordagens para o cálculo de

Probabilidade; discutir os saberes didáticos relacionados à Probabilidade baseado em alguns estudos e na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017);

- Realizar a revisão sistemática de literatura, que contribuiu para a construção das atividades utilizadas;
- Levantar as variáveis macro e micro didáticas de acordo com a metodologia adotada;
- Realizar as quatro fases do dispositivo metodológico com os alunos na sala de aula e, por fim, confrontar os resultados obtidos em sala com as variáveis micro didáticas à luz da teoria para validar a hipótese de trabalho bem como responder à questão de pesquisa.

A autora realizou sua investigação com sete alunos de uma turma do segundo ano do Ensino Médio. Castilho (2020) fundamentou-se teoricamente nas definições de *statistical and probabilistic literacy*. Onde a literacia estatística está baseada em Gal (2002), Watson (2002), Rumsey (2002), Wild (1994) e Sharma (2017) e a literacia probabilística em Gal (2005).

A metodologia da pesquisa adotada pela autora são os pressupostos da Engenharia Didática (Artigue, 1988; Almouloud, 2007), que permitiu estruturar o trabalho em quatro fases: Análises Preliminares, Construções e Análises a Priori, Experimentação e Análises a Posteriori e Validação da Hipótese.

Dentre os resultados apontados não se esperava que o exercício da literacia probabilística fosse realizado de forma plena, pois pode-se perceber a falta desse exercício de literacia nos resultados apresentados pelos autores em outras pesquisas (Ody e Viale (2016) citada pela autora).

Ao concluir sua pesquisa, a autora afirma que é fundamental inserir as discussões sobre literacia probabilística na temática da Probabilidade é um assunto urgente a ser tratado, por sua importância em estimular o exercício da literacia probabilística por parte dos alunos.

2.2.1. Análise Das Dissertações Mapeadas

Com base no levantamento realizado, pode-se perceber que não há um grande volume de publicações sobre o tema, pois foram encontradas apenas 5 dissertações que abordassem Engenharia didática, Sequência didática e Ensino de probabilidade no período de 2011 a 2023. Ao longo desses anos, houve muitas pesquisas sobre o tema, mas poucas que envolvessem os três para o ensino médio. Isso ressalta a importância de se realizar estudos bibliográficos sobre o tema.

A análise das dissertações apresentadas revela um panorama diversificado sobre o ensino de Probabilidade no contexto do Ensino Médio, com um enfoque significativo na aplicação da Engenharia Didática como metodologia central. A seguir, descrevemos as cinco dissertações selecionadas em nossa busca, destacando seus principais objetivos, métodos, contribuições para a pesquisa e categorias (Quadro 2) dispostas a seguir.

Quadro 2 - Dissertações com destaque para objetivos, métodos, contribuições e categorias

Dissertação	Objetivos	Métodos	Contribuições	Categoria
D1	Desenvolver uma proposta de ensino de probabilidade para o Ensino Médio que possa ser aplicada pelos licenciandos vinculados ao PIBID, identificando as contribuições desse programa na formação dos licenciados em Matemática.	A pesquisa foi baseada na Engenharia Didática, com ênfase em análises prévias, experimentação e validação interna. A autora utilizou entrevistas, observações e análise de livros didáticos como instrumentos de coleta de dados.	A dissertação evidenciou a importância da sequência didática na introdução ao ensino de probabilidade, embora tenha ressaltado limitações como o tempo insuficiente para explorar mais profundamente os conceitos. Destaca-se a utilização do PIBID como um meio para aprimorar a formação docente.	Formação de Professores e Aplicação Prática no Ensino Médio. Esta dissertação se foca na criação e implementação prática de uma sequência didática dentro de um programa de formação docente.
D2	Avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino de probabilidade, utilizando atividades diferenciadas para melhorar o desempenho dos alunos e sua compreensão dos conceitos.	A pesquisa adotou a Engenharia Didática, com um enfoque histórico sobre a evolução da probabilidade, apoiando-se em estudos de ensino por meio de atividades.	A dissertação sugere que as atividades propostas facilitaram a compreensão dos conceitos de probabilidade, embora tenha identificado desafios na abordagem de situações mais complexas, como eventos compostos. O estudo abre portas para novas investigações sobre o ensino de conceitos mais avançados em probabilidade.	Inovação Didática e Desempenho Estudantil. Esta pesquisa explora métodos inovadores para ensinar probabilidade, com foco na eficácia das atividades didáticas na aprendizagem dos alunos.
D3	Investigar a convergência de	Baseada na Engenharia Didática	A dissertação destacou a construção do conceito de	Integração de Tecnologia e

	sequências e séries numéricas por meio de uma sequência didática utilizando a Engenharia Didática e ferramentas computacionais.	e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a pesquisa foi aplicada em um minicurso para estudantes de Engenharia Civil, utilizando o software Geogebra.	convergência de sequências e séries numéricas, enfatizando o potencial das ferramentas digitais no ensino. Também encoraja o uso de salas de aula como laboratórios de pesquisa para novas abordagens em Matemática.	Educação Matemática. Este estudo foca na aplicação de ferramentas digitais para aprimorar o entendimento de conceitos matemáticos complexos, mostrando uma intersecção entre tecnologia e ensino.
D4	Analisar a construção do conceito de probabilidade em estudantes do 3º ano do Ensino Médio utilizando uma sequência didática que envolve o jogo dos discos.	A pesquisa utilizou a Engenharia Didática e a Teoria das Situações Didáticas, com foco na interação dos alunos com o jogo como ferramenta pedagógica.	O estudo evidenciou que o uso de jogos no ensino de probabilidade promoveu um ambiente de aprendizagem dinâmico e engajado, destacando a importância do contrato didático e da contextualização das atividades.	Gamificação e Ensino de Probabilidade. Esta dissertação se destaca pelo uso de jogos como ferramenta pedagógica para ensinar probabilidade, promovendo uma abordagem interativa e envolvente para os alunos.
D5	Investigar o desenvolvimento da literacia probabilística em alunos do Ensino Médio através de uma sequência didática estruturada pela Engenharia Didática.	A pesquisa foi fundamentada na Engenharia Didática e na literacia probabilística, com foco na análise e validação das atividades propostas.	A dissertação destacou a urgência de incluir a literacia probabilística nas discussões sobre o ensino de probabilidade, apontando a necessidade de práticas pedagógicas que estimulem o pensamento crítico dos alunos sobre probabilidades e incertezas.	Desenvolvimento de Competências Críticas e Analíticas. Esta dissertação aborda a importância de desenvolver a literacia probabilística, promovendo o pensamento crítico e analítico entre os alunos,

				com implicações importantes para sua formação cidadã.

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

As pesquisas revisadas compartilham semelhanças em sua abordagem, uma delas é o uso da Engenharia Didática como metodologia central. Essa abordagem envolve a análise a priori das situações de ensino, a experimentação prática em sala de aula, e a análise a posteriori e validação dos resultados. Esse método permite um desenvolvimento estruturado de sequências didáticas e é uma forma robusta de integrar teoria e prática no ensino de matemática.

Outro ponto de similaridade é a implementação de Sequências didáticas específicas, planejadas para introduzir os alunos ao estudo de probabilidade de maneira progressiva e integrada, usando diversos recursos didáticos. Isso indica um reconhecimento da importância de estruturas curriculares bem definidas para facilitar a compreensão de conceitos complexos como os de probabilidade.

A pesquisa de Philippi (2020), apesar de trabalhar um objeto matemático diferente, traz importantes contribuições com o uso da sequência didática e os Registros de Representação Semiótica para o ensino. Existe, porém, nas demais pesquisas, como as de Castilho (2020), Oliveira (2020) um esforço conjunto para promover a literacia probabilística, que é a capacidade de entender e usar conceitos de probabilidade em diversos contextos da vida real.

Ao observar as dissertações analisadas é possível inferir que se enquadram em categorias distintas, mas todas compartilham um compromisso com a melhoria do ensino de Probabilidade no Ensino Médio, utilizando a Engenharia Didática como metodologia. Seja através da formação de professores, da inovação didática, da integração tecnológica, da gamificação, ou do desenvolvimento de competências críticas, os estudos demonstram a importância de estratégias pedagógicas bem planejadas para um ensino mais eficaz da probabilidade.

2.3. Diagnóstico acerca do conhecimento discente

Ao chegar no 2º ano do Ensino Médio, os alunos devem ter uma noção básica de Probabilidade, abordada no currículo desde o 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, conforme aponta a BNCC. Dessa forma, a fim de colaborar com a elaboração da Sequência Didática desejada, aplicamos uma atividade diagnóstica aos discentes sobre Probabilidade afim de verificar os conhecimentos prévios, os conceitos, a habilidade em resolver problemas e as possíveis dificuldades dos estudantes no entendimento do objeto matemático.

Assim sendo, no dia 11/04/2024 foi entregue aos alunos o Termo de Compromisso Livre e Esclarecido (TCLE), presente no Anexo A, para que concordassem em participar da pesquisa. Em seguida, a atividade foi aplicada no dia 24/04/2024 e no dia 26/04/2024 para uma turma do 2º ano do Ensino Médio, localizada na cidade de Santarém-PA, a mesma em que aplicaremos a Sequência Didática.

A turma é composta por 30 alunos, mas apenas 25 participaram da atividade diagnóstica, sendo um deles portador de baixa visão. No primeiro dia de aplicação da atividade, apenas 23 alunos responderam, posterior retornei à escola para contemplar os demais alunos faltosos, mas somente 2 estavam presentes, assim tivemos 5 alunos ausentes no teste. A atividade foi elaborada para contemplar 2 tempos de aula, sendo prevista de começar às 14:45 e terminar às 16:30.

Durante a aplicação da atividade, os alunos foram orientados a responder individualmente, sem consulta, com justificativa de seu pensamento e liberdade para expressarem as resoluções. Os espaços vazios da folha de atividade foram indicados como rascunho para que os alunos deixassem o máximo de informações sobre as resoluções.

A atividade foi composta por 8 questões dissertativas cujo objetivo foi investigar o conhecimento dos discentes sobre o objeto matemático de Probabilidade por meio de seu conceito e o cálculo de Probabilidade, assim como a Probabilidade condicional, na representação fracionária e a porcentagem.

A seguir, será mostrado o enunciado de cada questão, o objetivo e as considerações sobre o que os alunos efetivaram durante a resolução da atividade.

Questão 1. *“Nos itens a e b, explique com suas palavras:*

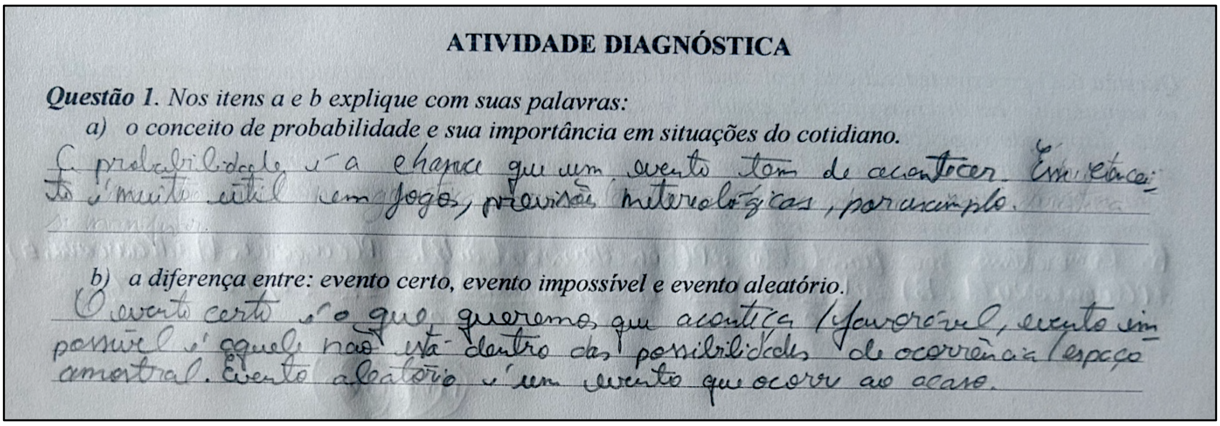
a) o conceito de probabilidade e sua importância em situações do cotidiano.

b) a diferença entre: evento certo, evento impossível e evento aleatório.”

Objetivo: Verificar a habilidade de o aluno definir em palavras o conceito de probabilidade e diferenciar os tipos de eventos em probabilidade.

Considerações: Para iniciar a atividade, propomos uma questão que levassem os alunos a escrever qual o conceito que eles tinham sobre o que é Probabilidade. Dessa forma, os alunos poderiam explicar intuitivamente o que entendiam sobre o conteúdo e relacionar a importância no dia a dia.

Ao analisar os resultados, percebemos que a maioria dos alunos não soube conceituar corretamente a probabilidade, mas sabia da importância que tem no cotidiano. Em contrapartida, a maioria soube diferenciar corretamente os eventos da questão b. Nesse sentido, Carvalho e Oliveira (2002) afirmam que muitas vezes, os conceitos probabilísticos não recebem atenção adequada durante o Ensino



ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Questão 1. Nos itens a e b explique com suas palavras:

a) o conceito de probabilidade e sua importância em situações do cotidiano.

A probabilidade é a chance que um evento tem de acontecer. Em relação a isto é muito útil em jogos, previsões meteorológicas, por exemplo.

b) a diferença entre: evento certo, evento impossível e evento aleatório.

O evento certo é o que queremos que aconteça / favorável, evento impossível é aquele não está dentro das possibilidades de ocorrência / espaço amostral. Evento aleatório é um evento que ocorre ao acaso.

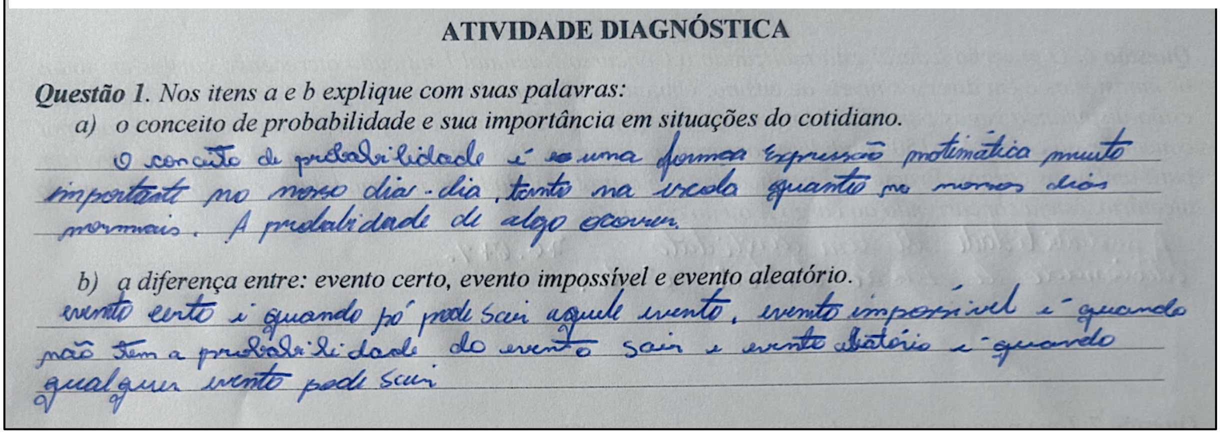
Fundamental e Médio, e quando são abordados, costuma ser apenas para resolver exercícios mecânicos com fórmulas padrão.

Assim, se faz necessário dar ênfase aos conceitos antes das fórmulas empregadas. A seguir apresentaremos as figuras 1, 2 e 3, com a resolução de três alunos (A, B e C) que demonstra o raciocínio de suas respostas.

Figura 1 - Resolução do aluno A para a questão 1

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Figura 2 - Resolução do aluno B para a questão 1



ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Questão 1. Nos itens a e b explique com suas palavras:

a) o conceito de probabilidade e sua importância em situações do cotidiano.

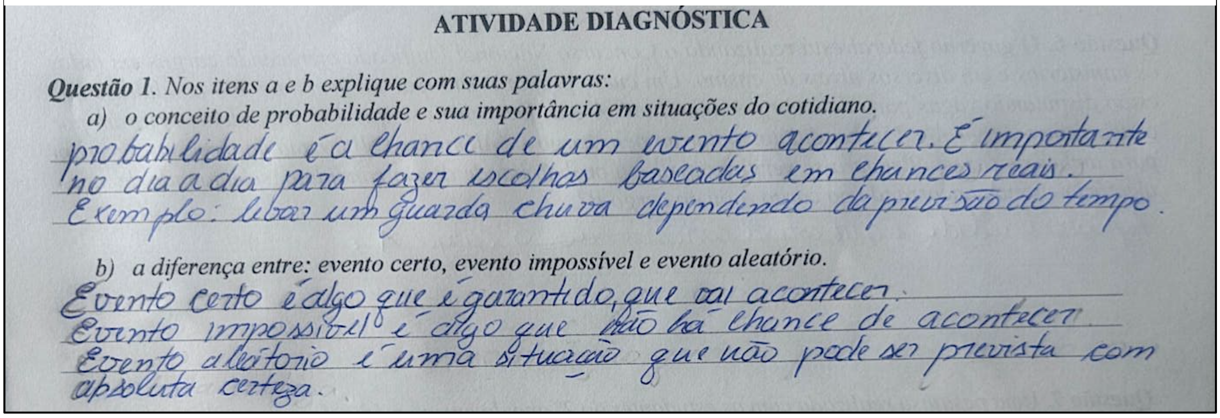
O conceito de probabilidade é uma forma expressão matemática muito importante no nosso dia-dia, tanto na escola quanto nos nossos dias normais. A probabilidade de algo ocorrer.

b) a diferença entre: evento certo, evento impossível e evento aleatório.

evento certo é quando só pode sair aquele evento, evento impossível é quando não tem a probabilidade do evento sair e evento aleatório é quando qualquer evento pode sair

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Figura 3 - Resolução do aluno C para a questão 1


ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Questão 1. *Nos itens a e b explique com suas palavras:*

a) o conceito de probabilidade e sua importância em situações do cotidiano.

probabilidade é a chance de um evento acontecer. É importante no dia a dia para fazer escolhas baseadas em chances reais. Exemplo: lebar um guarda chuva dependendo da previsão do tempo.

b) a diferença entre: evento certo, evento impossível e evento aleatório.

Evento certo é algo que é garantido, que vai acontecer.
Evento impossível é algo que não há chance de acontecer.
Evento aleatório é uma situação que não pode ser prevista com absoluta certeza.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Ao analisar as respostas acima, observamos que os alunos não aplicaram o conceito matemático corretamente pois utilizaram a linguagem informal para descrever, visto que Castilho (2020, p. 13) afirma que “a literacia probabilística visa analisar, interpretar e calcular probabilidades”, no entanto sabiam a importância da probabilidade nas escolhas do cotidiano. No item b, observamos que sabiam a diferença entre os eventos o que facilitará no momento de formalizar a fórmula matemática de probabilidade.

Desse modo, observamos que os alunos têm um conhecimento adequado, levando em consideração que, em algum momento da sua vida escolar, já trabalharam este objeto matemático.

Diante disso, e baseado em Castilho (2020, apud Gal 2005) consideramos que a formalização do conceito de probabilidade, bem como os termos que envolvem o estudo do tema, é de grande valia e será acessível aos alunos e facilitará o desenvolvimento do pensamento matemático ao decorrer das atividades.

Questão 2. *“Ilustre com exemplos práticos a aplicação de probabilidade em diferentes contextos do dia a dia, como jogos de cartas, lançamento de dados, entre outros”*

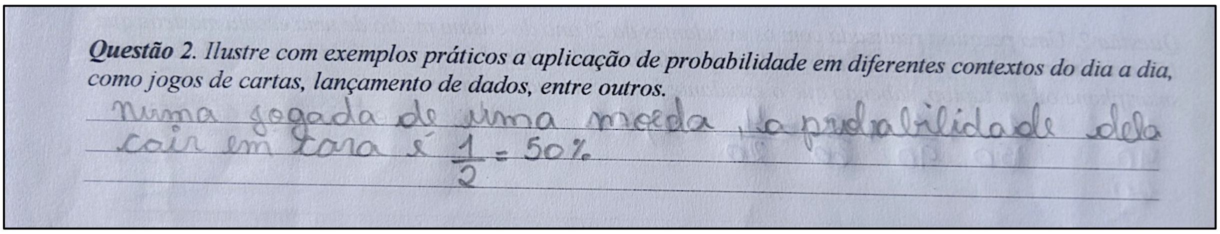
Objetivo: Verificar a habilidade de o aluno exemplificar probabilidade em diversos contextos.

Considerações: na segunda questão, propomos aos alunos que ilustrassem com um exemplo, tínhamos a expectativa de verificar se os alunos sabiam relacionar com exemplos práticos o estudo de probabilidade.

Como resultado, percebemos que a maioria das respostas foi positiva com exemplos reais, apesar de alguns alunos se apoiarem no próprio comando para responder à questão. Souza (2023, apud Batanero, 2006) destaca que a probabilidade é parte da matemática e base de outras disciplinas e é essencial para preparar os estudantes, visto que o acaso e os fenômenos aleatórios estão presentes em nossas vidas.

Apresentaremos as respostas dos alunos D e E nas figuras 4 e 5.

Figura 4 - Resolução do aluno D para a questão 2

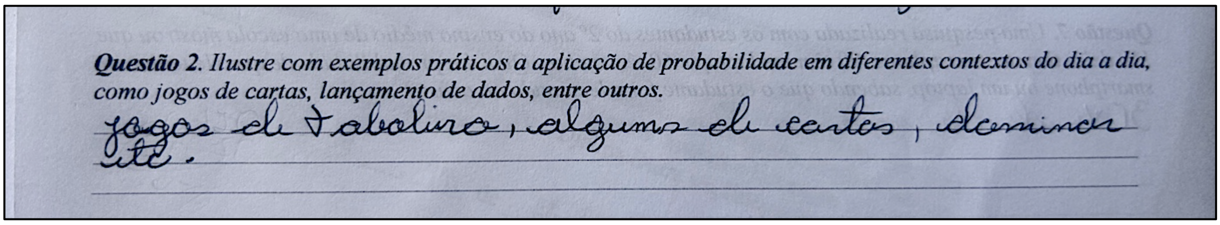


Questão 2. *Ilustre com exemplos práticos a aplicação de probabilidade em diferentes contextos do dia a dia, como jogos de cartas, lançamento de dados, entre outros.*

numa jogada de uma moeda, a probabilidade dela cair em cara é $\frac{1}{2} = 50\%$

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Figura 5 - Resolução do aluno E para a questão 2



Questão 2. *Ilustre com exemplos práticos a aplicação de probabilidade em diferentes contextos do dia a dia, como jogos de cartas, lançamento de dados, entre outros.*

jogos de tabuleiro, alguns de cartas, domino etc.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Ao observarmos as respostas expressas nos testes, percebemos que os alunos sabem identificar a Probabilidade no seu dia a dia e conseguem associar a jogos e atividades muitas vezes lembradas em sala de aula, mas percebemos também que é limitado a essas situações. Apenas um dos participantes citou sobre a probabilidade na biologia ou na previsão do tempo.

Diante desse aspecto é importante trabalhar com os alunos e mostrar que a probabilidade é muito importante, como mostrou Oliveira (2020) em sua dissertação, na determinação de escolhas e ações do nosso cotidiano, pois facilita o acerto e a tomada de decisões.

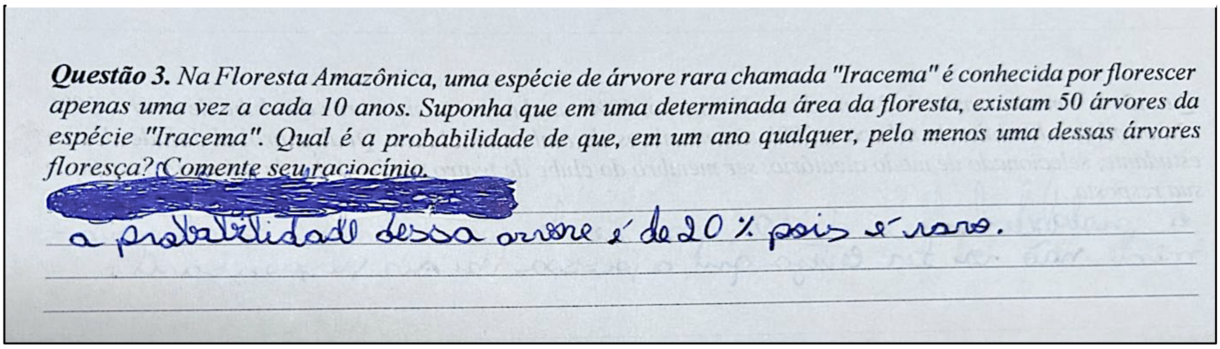
Questão 3*. “Na Floresta Amazônica, uma espécie de árvore rara chamada "Iracema" é conhecida por florescer apenas uma vez a cada 10 anos. Suponha que em uma determinada área da floresta, existam 50 árvores da espécie "Iracema". Qual* *é a probabilidade de que, em um ano qualquer, pelo menos uma dessas árvores floresça? Comente seu raciocínio.”*

Objetivo: Verificar a habilidade do aluno em solucionar um problema envolvendo o cálculo de probabilidade.

Considerações: nessa questão, buscava-se analisar a habilidade do aluno em resolver um problema usando o cálculo, consequentemente a fórmula da probabilidade. A ideia era verificar se o aluno saberia aplicar o cálculo corretamente. Para isso, contextualizou-se um problema sobre a floresta amazônica com o intuito de trazer a ideia de proximidade com a realidade do aluno.

Como resultado, verificamos que apenas um dos investigados apresentou cálculo sem completar o procedimento, a maioria dos investigados apenas citou uma porcentagem próxima, mas sem nenhuma comprovação do pensamento para aquele resultado, como é possível constatar nas respostas dos alunos nas figuras 6, 7 e 8.

Figura 6 - Resolução do aluno A para a questão 3



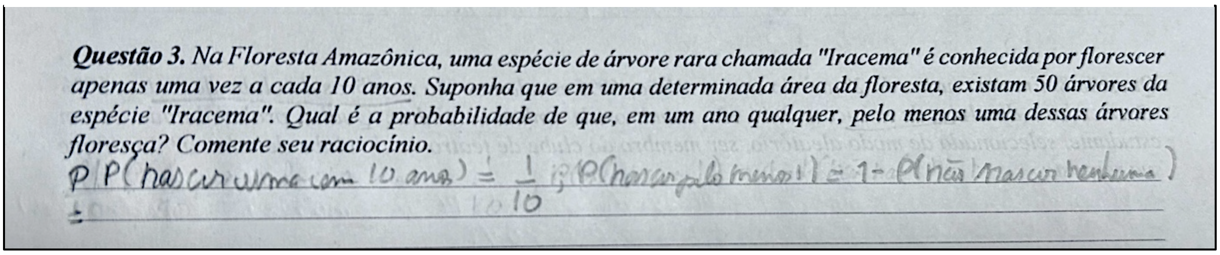
Questão 3. *Na Floresta Amazônica, uma espécie de árvore rara chamada "Iracema" é conhecida por florescer apenas uma vez a cada 10 anos. Suponha que em uma determinada área da floresta, existam 50 árvores da espécie "Iracema". Qual é a probabilidade de que, em um ano qualquer, pelo menos uma dessas árvores floresça? Comente seu raciocínio.*

[redacted]

a probabilidade dessa arvore é de 20% pois é raro.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Figura 7 - Resolução do aluno F para a questão 3



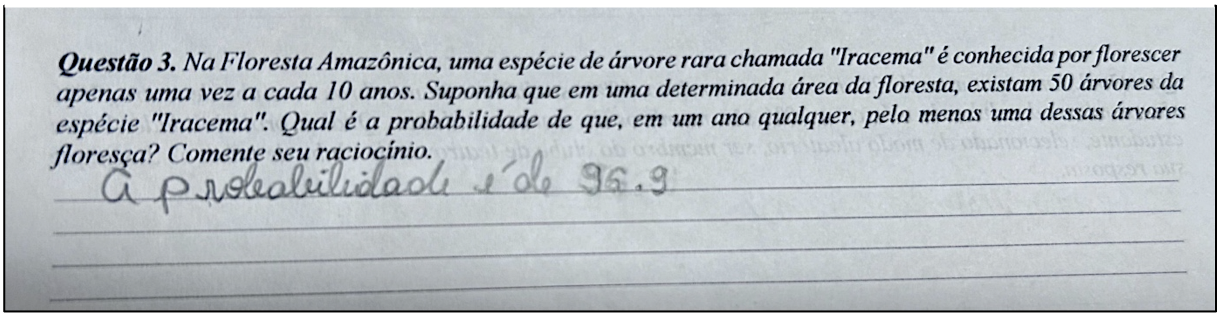
Questão 3. *Na Floresta Amazônica, uma espécie de árvore rara chamada "Iracema" é conhecida por florescer apenas uma vez a cada 10 anos. Suponha que em uma determinada área da floresta, existam 50 árvores da espécie "Iracema". Qual é a probabilidade de que, em um ano qualquer, pelo menos uma dessas árvores floresça? Comente seu raciocínio.*

P P(nascer uma com 10 anos) = $\frac{1}{10}$; P(nascer pelo menos 1) = 1 - P(não nascer nenhuma)

=

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Figura 8 - Resolução do aluno G para a questão 3



Questão 3. *Na Floresta Amazônica, uma espécie de árvore rara chamada "Iracema" é conhecida por florescer apenas uma vez a cada 10 anos. Suponha que em uma determinada área da floresta, existam 50 árvores da espécie "Iracema". Qual é a probabilidade de que, em um ano qualquer, pelo menos uma dessas árvores floresça? Comente seu raciocínio.*

A probabilidade é de 96.9

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Nas figuras 6, 7 e 8, percebemos que os alunos não conseguem chegar à solução do problema, mesmo sabendo a fórmula a ser aplicada, como é o caso do aluno A. Muitos deles se apoiam no “achismo” e tomam como verdade para não deixar a questão em branco.

Diante disso, podemos constatar a dificuldade que os estudantes têm em solucionar problemas que envolvam cálculo de probabilidade e ainda de fazer o uso da fórmula matemática do objeto em estudo. Na elaboração da Sequência Didática realizamos uma abordagem de forma cuidadosa e detalhada com relação ao uso de problemas, pois Van de Walle (2009) afirma que a resolução de problemas é um veículo poderoso e eficaz para a aprendizagem.

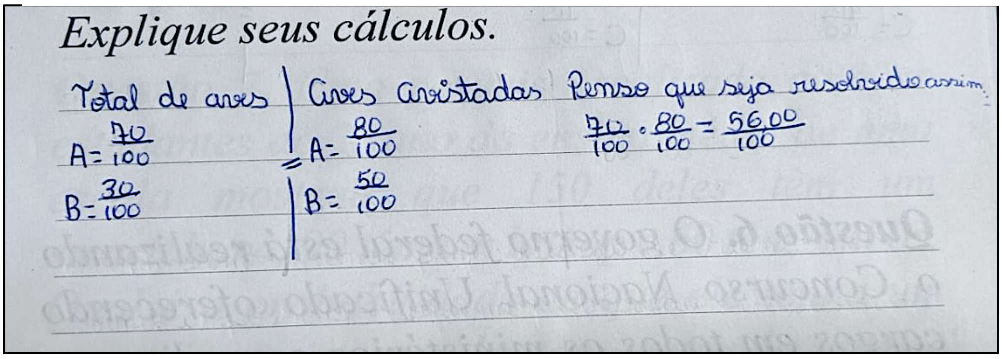
Questão 4. *“Em uma reserva na Amazônia, uma equipe de biólogos está estudando duas espécies de aves, A e B, que compartilham o mesmo habitat. Eles observaram que 70% das aves na reserva são da espécie A, enquanto 30% são da espécie B. Além disso, eles descobriram que 80% das aves da espécie A são avistadas em uma determinada área da reserva, enquanto apenas 50% das aves da espécie B são avistadas na mesma área. Se um pesquisador avistar uma ave nessa área, qual é a probabilidade de ser da espécie A? Explique seus cálculos.”*

Objetivo: Verificar a habilidade do aluno em calcular a probabilidade condicional

Considerações: a quarta questão apresenta o mesmo formato da questão 3, isto é, envolvendo uma problemática, porém voltada para a Probabilidade condicional. Assim, os alunos precisariam perceber que para chegar à resolução teriam que condicionar um dado a outro, pois havia dois tipos de habitats para a ave A.

Como resultado, verificamos que poucos alunos conseguiram chegar à resolução satisfatória, ainda que não tenham usado a fórmula correta, formalizaram o pensamento e concluíram corretamente, como indicado na resposta do aluno H (figura 9).

Figura 9 - Resolução do aluno H para a questão 4


Explique seus cálculos.

Total de aves | Aves avistadas Penso que seja resolvido assim.

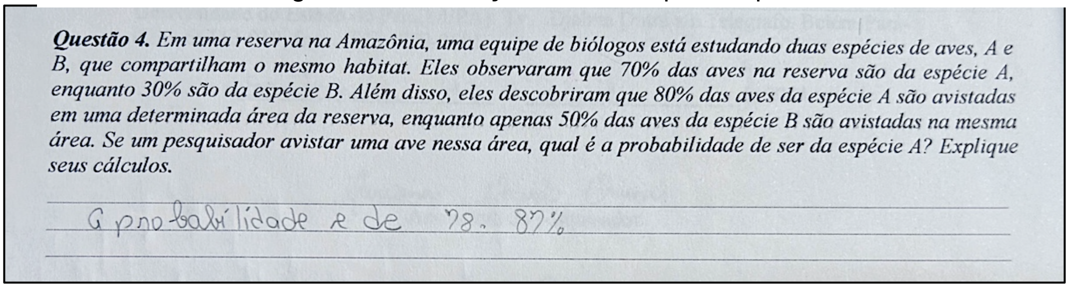
A= $\frac{70}{100}$ | A= $\frac{80}{100}$ $\frac{70}{100} \cdot \frac{80}{100} = \frac{56,00}{100}$

B= $\frac{30}{100}$ | B= $\frac{50}{100}$

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

A figura 9 elucida bem a resolução descrita acima. Já a figura 10, demonstra como a maioria dos discentes procedeu, apenas indicando uma porcentagem aleatoriamente.

Figura 10 - Resolução do aluno I para a questão 4


Questão 4. *Em uma reserva na Amazônia, uma equipe de biólogos está estudando duas espécies de aves, A e B, que compartilham o mesmo habitat. Eles observaram que 70% das aves na reserva são da espécie A, enquanto 30% são da espécie B. Além disso, eles descobriram que 80% das aves da espécie A são avistadas em uma determinada área da reserva, enquanto apenas 50% das aves da espécie B são avistadas na mesma área. Se um pesquisador avistar uma ave nessa área, qual é a probabilidade de ser da espécie A? Explique seus cálculos.*

a probabilidade e de 78. 87%

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Com base nos dados alcançados coadunamos com Souza (2019) quando afirma que a maioria dos problemas na aprendizagem de conceitos de probabilidade está associada à dificuldade com o raciocínio combinatório, resultando em erros de contagem. Como consequência, ao estudar problemas de Probabilidade de forma empírica, representações estatísticas equivocadas também surgem.

Nesse sentido, Souza (2019) aponta que não existe dúvida de que ensinar por resolução de problemas é difícil e dá mais trabalho ao professor. Em ambos os casos, percebemos que o aluno tem dificuldade em formalizar o pensamento matemático e transformar em cálculos corretos.

Questão 5*. Em um estudo sobre a diversidade de plantas na Amazônia, os pesquisadores coletaram dados sobre a presença de duas espécies de árvores, "Açaí" e "Cupuaçu", em uma determinada área da floresta. Eles descobriram que 60% das árvores eram da espécie Açaí e 40% eram da espécie Cupuaçu. Além disso, eles observaram que 20% das árvores de Açaí também tinham flores, enquanto apenas 10% das árvores de Cupuaçu tinham flores. Uma árvore dessa área, escolhida ao acaso, indique qual é a probabilidade de ser da espécie Açaí e ter flores?*

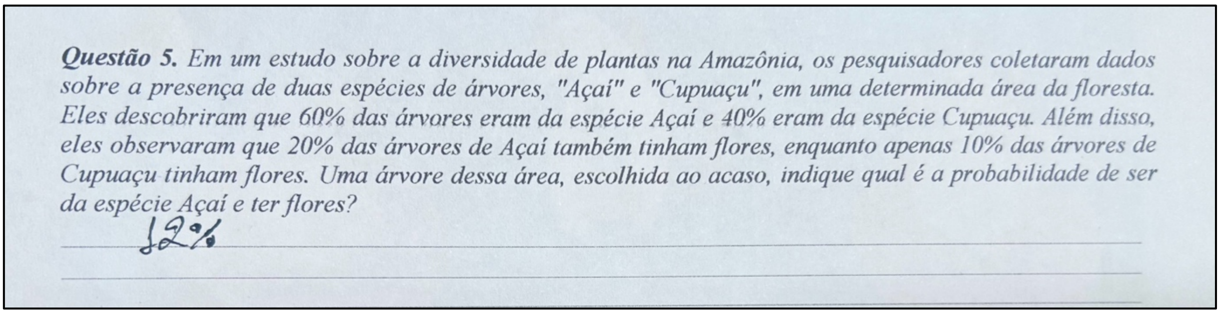
Objetivo: Verificar a habilidade do aluno em resolver Probabilidade condicional

Considerações: corroborando com a questão anterior, a questão 5 traz mais um exemplo de problema para cálculo de Probabilidade condicional. Os alunos precisavam identificar que também precisavam associar os dados para poder chegar ao resultado esperado. Nesse tipo de questão, em que o termo "e" aparece, o aluno deveria lembrar que o produto das Probabilidades dá o resultado esperado.

Como resultado, constatou-se que alguns estudantes chegaram à porcentagem, correta, contudo, não demonstraram como chegaram à solução e nem descreveram o pensamento, levando-nos a acreditar que foi um "chute". Consideramos que os estudantes têm dificuldade em formalizar o pensamento e codificar matematicamente a resolução de problemas.

A seguir apresentamos as resoluções dos alunos J e K nas figuras 11 e 12 abaixo.

Figura 11 - Resolução do aluno J para a questão 5

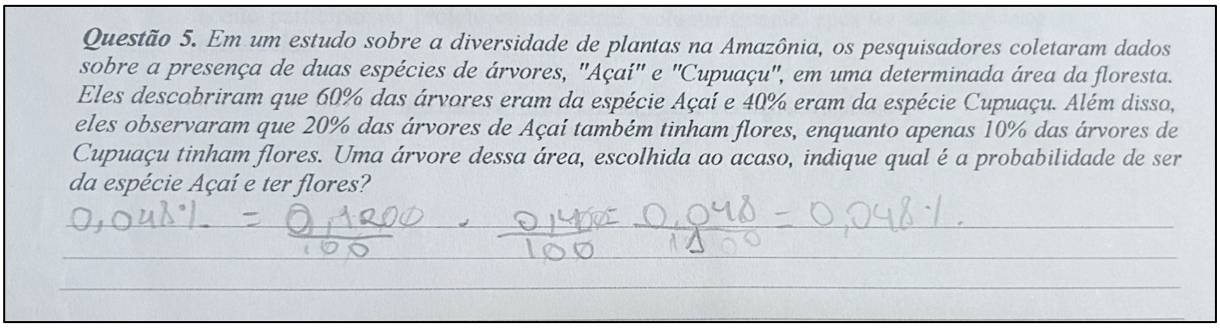


Questão 5. *Em um estudo sobre a diversidade de plantas na Amazônia, os pesquisadores coletaram dados sobre a presença de duas espécies de árvores, "Açaí" e "Cupuaçu", em uma determinada área da floresta. Eles descobriram que 60% das árvores eram da espécie Açaí e 40% eram da espécie Cupuaçu. Além disso, eles observaram que 20% das árvores de Açaí também tinham flores, enquanto apenas 10% das árvores de Cupuaçu tinham flores. Uma árvore dessa área, escolhida ao acaso, indique qual é a probabilidade de ser da espécie Açaí e ter flores?*

12%

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Figura 12 - Resolução do aluno K para a questão 5


Questão 5. *Em um estudo sobre a diversidade de plantas na Amazônia, os pesquisadores coletaram dados sobre a presença de duas espécies de árvores, "Açaí" e "Cupuaçu", em uma determinada área da floresta. Eles descobriram que 60% das árvores eram da espécie Açaí e 40% eram da espécie Cupuaçu. Além disso, eles observaram que 20% das árvores de Açaí também tinham flores, enquanto apenas 10% das árvores de Cupuaçu tinham flores. Uma árvore dessa área, escolhida ao acaso, indique qual é a probabilidade de ser da espécie Açaí e ter flores?*

$0{,}048\% = \frac{0{,}1200}{100} \cdot \frac{0{,}1400}{100} = \frac{0{,}048}{1000} = 0{,}048\%.$

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Na figura 11, vemos que o aluno chegou à resposta desejada, mas não apresentou seu raciocínio. Já na figura 12, há presença de cálculos, entretanto o resultado está incorreto e o pensamento desconexo, nos leva a entender que não houve compreensão do objeto matemático em estudo. Van de Walle afirma que “quando os alunos se ocupam de tarefas bem escolhidas baseadas na resolução de problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da matemática embutida na tarefa” (Van de Walle, 2009, p. 57).

Desse modo, considera-se que os alunos precisam construir a aprendizagem e formalizar o pensamento matemático, assim como fez em seus estudos Soares (2019), de modo a não mais ter dúvidas em questões deste tipo. Consideramos este um ponto importante a ser trabalhado na Sequência Didática construída em nossa pesquisa.

Questão 6. *“O governo federal está realizando o Concurso Nacional Unificado oferecendo cargos em todos os ministérios e em diversos níveis de ensino. Um curso preparatório tem um grupo de 300 candidatos que estão disputando vagas para dois cargos diferentes: A e B. Descobriu-se que 180 candidatos optaram por concorrer ao cargo A e 150 candidatos optaram pelo cargo B. Além disso, 100 candidatos se inscreveram para ambos os cargos. Procura-se verificar qual é a probabilidade de um candidato, selecionado de modo aleatório, esteja concorrendo ao cargo A ou ao cargo B?”*

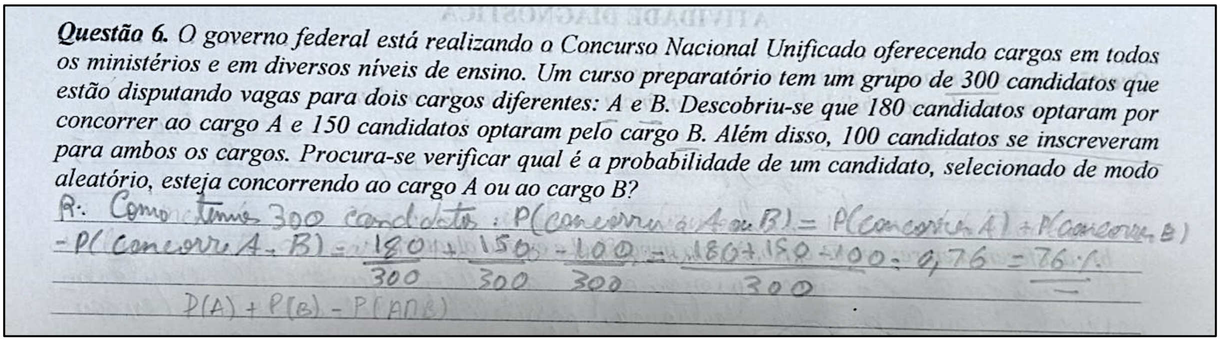
Objetivo: Verificar a habilidade de o aluno solucionar problemas envolvendo o cálculo de Probabilidade

Considerações: com a questão 6, buscava-se levar aos alunos situações cotidianas em que a Probabilidade é útil para a resolução. Essa questão trazia o termo "ou" indicando que o cálculo se dava somando as probabilidades de todos os eventos e subtraindo a probabilidade da interseção deles. O aluno deveria lembrar desse procedimento para chegar à solução desejada.

Como solução, apenas um aluno apresentou cálculo e resposta correta; oito alunos apresentaram apenas a porcentagem correta, sem cálculo, o que nos leva a acreditar que foi uma reprodução de respostas; e, o restante não respondeu corretamente e nem apresentou cálculo. Percebemos que os alunos não sabem realizar o cálculo e desconhecem a fórmula adequada. Para Almouloud (2007) na Sequência Didática os alunos terão a chance de ver que os erros não são simplesmente uma falta de conhecimento, mas refletem conhecimentos malformados que se tornam resistentes com o tempo.

Abaixo apresentamos as respostas do aluno A e do aluno B nas figuras 13 e 14 abaixo.

Figura 13 - Resolução do aluno A para a questão 6.



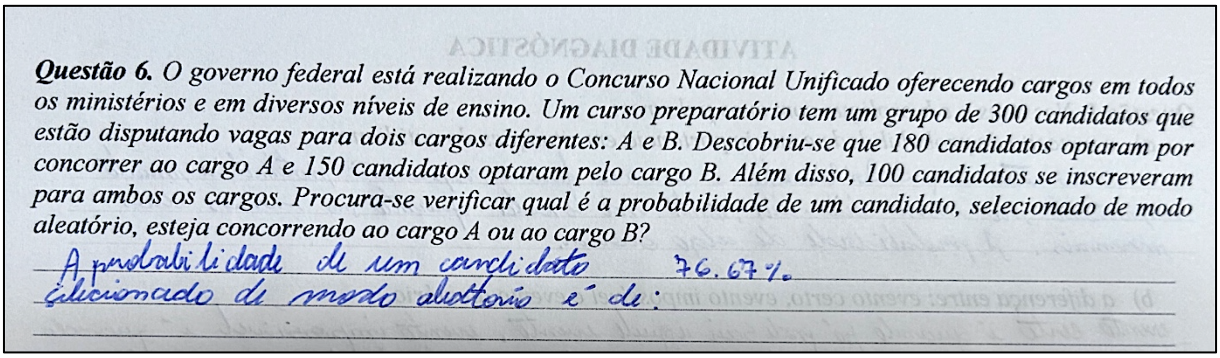
Questão 6. *O governo federal está realizando o Concurso Nacional Unificado oferecendo cargos em todos os ministérios e em diversos níveis de ensino. Um curso preparatório tem um grupo de 300 candidatos que estão disputando vagas para dois cargos diferentes: A e B. Descobriu-se que 180 candidatos optaram por concorrer ao cargo A e 150 candidatos optaram pelo cargo B. Além disso, 100 candidatos se inscreveram para ambos os cargos. Procura-se verificar qual é a probabilidade de um candidato, selecionado de modo aleatório, esteja concorrendo ao cargo A ou ao cargo B?*

R: Como temos 300 candidatos: P(concorrer a A ou B) = P(concorrer A) + P(concorrer B) - P(concorrer A e B) = $\frac{180}{300} + \frac{150}{300} - \frac{100}{300} = \frac{180+150-100}{300} = 0,76 = 76\%$

$P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Fonte: Protocolo de pesquisa 2024

Figura 14 - Resolução do aluno B para a questão 6



Questão 6. *O governo federal está realizando o Concurso Nacional Unificado oferecendo cargos em todos os ministérios e em diversos níveis de ensino. Um curso preparatório tem um grupo de 300 candidatos que estão disputando vagas para dois cargos diferentes: A e B. Descobriu-se que 180 candidatos optaram por concorrer ao cargo A e 150 candidatos optaram pelo cargo B. Além disso, 100 candidatos se inscreveram para ambos os cargos. Procura-se verificar qual é a probabilidade de um candidato, selecionado de modo aleatório, esteja concorrendo ao cargo A ou ao cargo B?*

A probabilidade de um candidato selecionado de modo aleatório é de: 76,67%.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Nas figuras 13 e 14 acima, podemos observar que ambos acertaram a questão, porém um justificou seu pensamento com o cálculo correto e o outro apenas informou a porcentagem da resolução.

Desta forma, consideramos relevante trabalhar na Sequência Didática que desenvolvemos em nosso estudo, a resolução e a aplicação da fórmula de Probabilidade nesses casos e em casos similares.

Questão 7. "*Uma pesquisa realizada com os estudantes do 2º ano do ensino médio de uma escola mostrou que 150 deles têm um smartphone, 90 têm um laptop e 60 têm ambos. Qual é a probabilidade de que ele tenha um smartphone ou um laptop, sabendo que o estudante foi selecionado ao acaso?*"

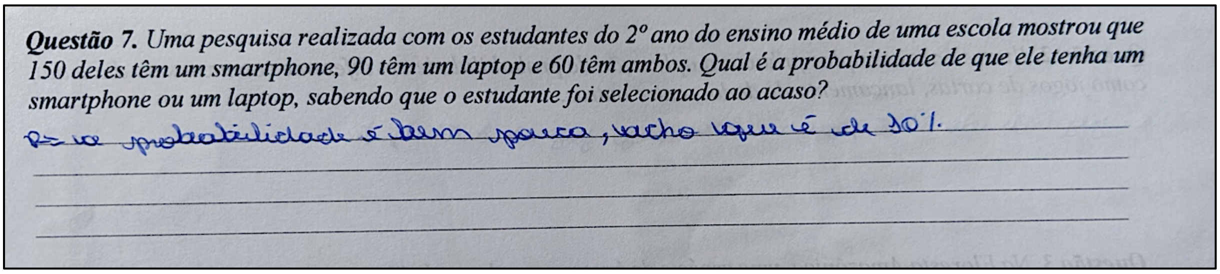
Objetivo: Verificar a habilidade de o aluno solucionar problemas envolvendo o cálculo de Probabilidade.

Considerações: tendo a mesma natureza da questão anterior, a questão 7 busca conduzir o aluno em mais uma situação problema próximo a realidade dos alunos. O conectivo "ou" surge novamente para que os estudantes trabalhem os dados informados e cheguem à solução desejada.

Como resultado, tivemos, mais uma vez, que a maioria dos investigados não apresentou seus cálculos, ou seja, os alunos não perceberam a similaridade com a questão anterior, e mesmo o aluno que fez o cálculo na questão anterior, findou por não acertar o resultado nessa questão, reforçando que esse tipo de situação problema precisa ser conduzido na Sequência Didática a ser desenvolvida.

Podemos observar algumas das respostas nas figuras 15 e 16 abaixo.

Figura 15 - Resolução do aluno L para a questão 7

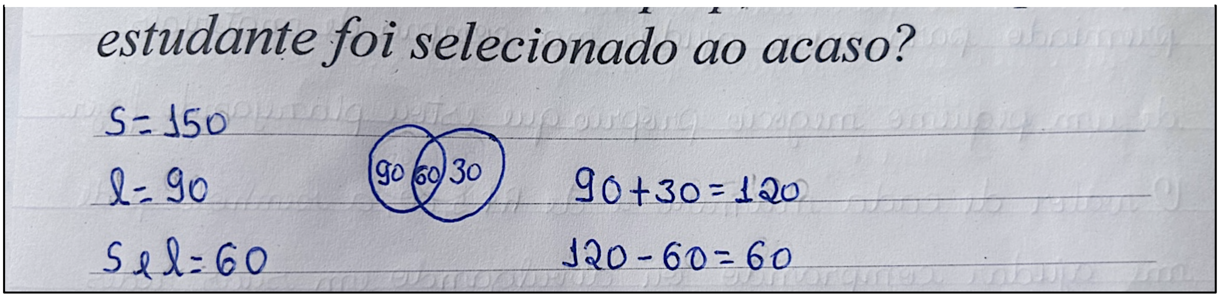

Questão 7. *Uma pesquisa realizada com os estudantes do 2º ano do ensino médio de uma escola mostrou que 150 deles têm um smartphone, 90 têm um laptop e 60 têm ambos. Qual é a probabilidade de que ele tenha um smartphone ou um laptop, sabendo que o estudante foi selecionado ao acaso?*

R= a probabilidade é bem pouca, acho que é de 30%.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Na figura 15, observamos o aluno L afirmar que "acha" que a porcentagem é a resposta certa, demostrando que não há precisão, tampouco certeza do procedimento a ser adotado para a resolução da questão. Já na figura 16 abaixo, vemos que o aluno O ainda tentou fazer algum cálculo e descrever o raciocínio, mas ficou com resultado parcialmente correto. Lopes, Teodoro e Rezende (2012, apud Batanero 2006 p. 77) afirmam ainda que “os alunos devem construir seus conhecimentos mediante um processo gradual, a partir de seus erros e esforços.”

Figura 16 - Resolução do aluno I para a questão 7



Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

A partir das respostas supracitadas, é possível inferir acerca da relevância em trabalhar questões e situações-problema deste mesmo contexto, bem como valorizar o raciocínio lógico dos alunos na busca da resolução da questão.

Questão 8. *“Em uma turma do 2º ano do ensino médio, 60% estudantes são membros do clube de teatro, 50% são membros do clube de música e 30% são membros de ambos os clubes. Qual a probabilidade de um estudante, selecionado de modo aleatório, ser membro do clube de teatro ou do clube de música? Justifique sua resposta.”*

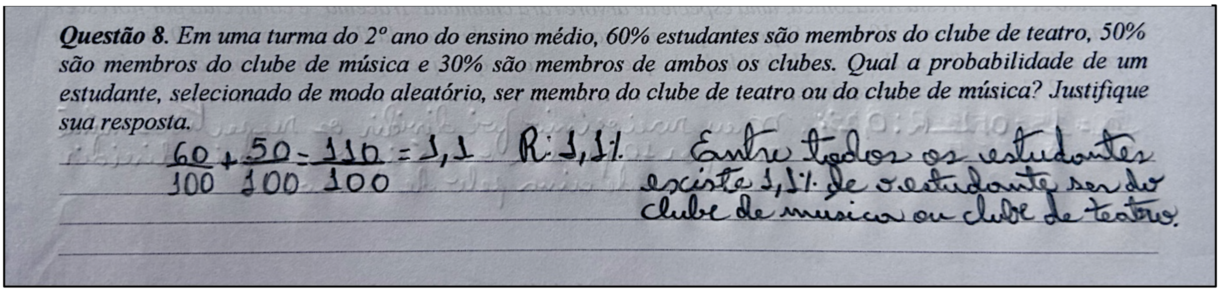
Objetivo: Verificar a habilidade de o aluno solucionar problemas envolvendo o cálculo de Probabilidade usando a porcentagem.

Considerações: a última questão, fecha o diagnóstico e corrobora com as questões 6 e 7 na tratativa do conectivo “ou”.

Como resultado para a questão 8 tivemos a maioria de resoluções incorretas ou nenhuma apresentação de cálculo. Os alunos não sabiam formalizar a resposta e acabaram por apenas escrever algo aleatório, sem embasamento teórico e apoiados no senso comum.

Na figura 17, vemos uma tentativa do aluno a formalizar o raciocínio e chegar a uma solução.

Figura 17 - Resolução do aluno M para a questão 8


Questão 8*. Em uma turma do 2º ano do ensino médio, 60% estudantes são membros do clube de teatro, 50% são membros do clube de música e 30% são membros de ambos os clubes. Qual a probabilidade de um estudante, selecionado de modo aleatório, ser membro do clube de teatro ou do clube de música? Justifique sua resposta.*

$\frac{60}{100} + \frac{50}{100} = \frac{110}{100} = 1,1$ R: 1,1% Entre todos os estudantes existe 1,1% de o estudante ser do clube de musica ou clube de teatro.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Notamos que o aluno M escreveu os dados de forma fracional corretamente, mas no meio do processo perdeu o raciocínio ou julgou estar certo e finalizou com um resultado incorreto.

Desta forma, considera-se que os alunos não têm o pensamento formalizado e a busca desse conhecimento é necessária dado a importância do objeto matemático para o saber. Vimos em Castilho (2020) a importância da literacia probabilística e a construção dessa literacia.

De modo geral, a atividade diagnóstica teve fácil leitura pelos alunos e a estrutura da atividade foi de acordo com o objeto matemático. Observamos que os alunos usaram muito o “achismo” e a linguagem informal na hora de representar o seu pensamento, o que foi bom por um lado mostrando que havia interesse em mostrar o que estavam pensando.

Dessa forma, para a relevância da Sequência Didática sugerimos que considere a formalização do pensamento e leve os alunos a condensar o raciocínio na resolução correta dos problemas que envolvam o objeto matemático em questão, de forma gradativa e sólida, inicialmente com o conceito até chegar a cálculos mais robustos e densos.

No capítulo a seguir destacaremos a estrutura adotada na Sequência Didática, assim como as proposições de atividades e suas respectivas análises *a priori*.

3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISE A PRIORI

No presente capítulo, será discutido a concepção e a estrutura utilizadas na elaboração da Sequência Didática, além de apresentar a proposta das atividades, acompanhada de suas respectivas análises a priori.

3.1. A Sequência Didática

Segundo Zabala (1998, p. 24), a Sequência Didática é um “conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. Afirma ainda o autor que:

> As sequências de atividades de ensino/aprendizagem, ou sequências didáticas, são uma maneira de encadear e articular as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática. Assim, pois, poderemos analisar as diferentes formas de intervenção segundo as atividades que se realizam e, principalmente, pelo sentido que adquirem quanto a uma sequência orientada para a realização de determinados objetivos educativos. As sequências podem indicar a função que tem cada uma das atividades na construção do conhecimento ou da aprendizagem de diferentes conteúdos e, portanto, avaliar a pertinência ou não de cada uma delas, a falta de outras ou a ênfase que devemos lhes atribuir. (Zabala, 1998, p. 26)

Nesse sentido, o uso da Sequência Didática como ferramenta metodológica auxilia o professor e é um importante recurso que traz benefícios ao ensino. Diversos estudos mostram esses resultados.

Cabral (2017, p. 34-35), enfatiza que “esse modelo de SD exige do professor capacidade de planejamento e sistematização de dados tanto quanto a capacidade de produção de texto que lhe servirá de aporte para conduzir as ações de aprendizagem dos alunos.”

O autor defende que a principal aposta desse modelo de intervenção pedagógica é que o ambiente criado na sala de aula favoreça, em teoria, um maior engajamento dos alunos entre si e com o professor. A ênfase nas interações verbais proporciona uma melhor compreensão dos modos de pensar das crianças, criando um ambiente propício para o desenvolvimento de suas habilidades argumentativas. (Cabral, 2017)

Para a elaboração de uma Sequência Didática, Costa e Cabral (2019), afirmam que é de suma importância quatro noções: ordenação, estruturação e a articulação das atividades propostas. Discorrem que:

> A **ordenação** diz respeito a capacidade do que ensina em organizar hierarquias de ideias. As noções conceituais objetivadas devem ser apresentadas aos aprendizes de forma gradual a partir de noções anteriores – conceitos prévios – até que as condições cognitivas estevam adequadas aos novos objetos; A **estruturação** sintetiza em nosso ver a exigência de que o conteúdo a ser ensinado precisa ser apresentado sob a ótica da tríade conceito, algoritmo e aplicação que nutre o ensino de Matemática. Na dimensão conceitual o foco é discutir o que é o objeto de estudo – sua natureza e significado. Na dimensão algorítmica o foco se volta para os processos "automatizados", fundamentalmente materializados pela manipulação de algoritmos. É o "como fazer"; por fim, está a **articulação** que certamente envolve a capacidade do que ensina em apresentar o novo objeto em harmonia com outros objetos que lhes serve de aporte. Sem essa articulação adequadamente estabelecida, os aprendizes perdem a possibilidade de atribuir significado correto aos novos objetos. (Costa e Cabral, 2019, p. 26)

Em nossa pesquisa, utilizamos os pressupostos didáticos desses autores para estruturar a Sequência Didática proposta para o ensino de probabilidade do ensino médio.

3.2. Análise *a priori* das atividades

Neste tópico, apresentaremos os blocos de atividades que integram a Sequência Didática, juntamente com a análise prévia de cada uma. Discutiremos como esperamos que os estudantes desenvolvam suas resoluções diante das questões propostas, considerando tanto os possíveis acertos quanto os erros.

Cada atividade possui título, objetivo, material utilizado, conceitos envolvidos e procedimentos. No desenvolvimento dos procedimentos, adotamos um contexto único de caráter inicial, questões reflexivas e exploratórias (que podem ser alternadas entre si) e ao fim, formalizamos o conteúdo conforme o rigor matemático.

Em relação ao contexto das atividades, buscamos abordar o tema voltado a Santarém, Alter do chão e ao festival do Sairé, viabilizando despertar o interesse dos alunos em participar da atividade e ainda, possibilitar que a matemática tenha um significado e que possam aplicar em situações do seu dia a dia.

Assim, em cada bloco de atividade é trabalhado um tópico que contempla o conteúdo de Probabilidade com subsídio da teoria Registros de Representação Semiótica. Quanto aos tipos representações, utilizamos a linguagem natural, tabular, e algébrica, em que a quantidade de representações pode variar de acordo com a viabilidade do tópico abordado.

Assim sendo, pretendemos trabalhar as representações, tratamento e conversão de cada tópico que compõe o objeto matemático por meio de blocos de atividades, como expresso a seguir: Bloco 1: conceito de probabilidade; Bloco 2: espaços amostrais e eventos; Bloco 3: eventos complementares e regra da soma; Bloco 4: eventos independentes; Bloco 5: eventos mutuamente exclusivos; Bloco 6: probabilidade condicional.

3.2.1 Bloco 1

Título: Explorando o Conceito Probabilidade em Santarém e Alter do Chão.

Objetivo: Introduzir o conceito de probabilidade usando contextos locais de Santarém e Alter do Chão, ajudando os alunos a relacionar a matemática com o seu ambiente.
Material: Folha de atividades, caneta, lápis e borracha.
Procedimentos: Os alunos participarão de uma atividade em grupo que envolve eventos cotidianos e naturais de Santarém e Alter do Chão. Eles identificarão e classificarão eventos como certos, possíveis ou impossíveis, além de discutir o conceito de probabilidade associada a eles.

Texto de Apoio I

[1]Santarém, situada no coração da Amazônia, fundada no século XVII, é uma cidade coroada pelo encontro dos majestosos rios Amazonas e Tapajós, rica em

belezas naturais, culturas, histórias e tradições, com uma rica tapeçaria que carrega influências indígenas, portuguesas e de outros povos que ajudaram a moldar sua identidade.

Além de sua importância histórica, Santarém destaca-se por ser um polo cultural vibrante, onde

[1] Ilha do Amor – Alter do Chão (Fonte: https://www.viagenserotas.com.br)

o artesanato cerâmico e peças de madeira refletem as habilidades e a criatividade dos seus habitantes, muitos dos quais descendem das tribos indígenas que habitavam a região há séculos. A cidade também é famosa por sua culinária regional, elaborada com ingredientes locais, como peixes frescos dos rios, açaí e tapioca, as tornam verdadeiras delícias para o paladar.

Alter do Chão, distrito de Santarém, é mundialmente conhecido por suas deslumbrantes praias de água doce, comparadas às praias caribenhas, cujo vilarejo é abraçado pelo Lago Verde, formado pelas águas do Rio Tapajós. Durante a seca amazônica, as águas cristalinas do rio Tapajós revelam uma faixa de areia branca, criam um cenário paradisíaco que atrai turistas do mundo inteiro. Culturalmente, destaca-se pela Piracaia, encontro noturno que reúne as pessoas na praia ao redor de uma fogueira para comer, cantar e dançar nas noites de lua cheia, e pelo famoso Festival Sairé, manifestação que mistura elementos religiosos e profanos, introduzida pelos jesuítas no século XVII, embora conserve muito pouco da sua originalidade, é uma celebração onde os mastros simbolizam a fartura, a abundância de alimentos, diversidade da região, a preservação da cultura e a luta pela floresta. Atualmente envolve música, dança e competição entre as equipes dos Botos Tucuxi e Cor de Rosa, símbolos da mitologia Amazônica.

Santarém e Alter do Chão são lugares onde a natureza e a cultura se entrelaçam de maneira espetacular e os habitantes, orgulhosos de suas raízes e tradições, compartilham com entusiasmo suas histórias e saberes, oferecem uma hospitalidade calorosa e proporcionam experiências inesquecíveis aos visitantes. Visitar Santarém e Alter do Chão, seja explorando as águas dos rios, participando de festivais culturais ou simplesmente desfrutando da culinária local, é uma imersão em um mundo de beleza natural deslumbrante e riqueza cultural e gastronômica.

Atividade 1: Com base no texto e seus conhecimentos históricos, geográficos, culturais e gastronômicos sobre a região Amazônica, marque com **X** a coluna corresponde a situação (evento) indicado em que há **CERTEZA** de ocorrer, que é **POSSÍVEL** de ocorrer ou que seja **IMPOSSÍVEL** de acontecer. Você pode escolher mais de uma alternativa em cada situação.

SITUAÇÃO (EVENTO)	CERTEZA	POSSÍVEL	IMPOSSÍVEL
a) Ver um boto nadando no rio Tapajós.			
b) Presenciar em Santarém o encontro do rio Amazonas com o rio Madeira.			

c) Enfrentar uma tempestade de neve em Santarém			
d) Experenciar um dia de sol nas praias de Alter do Chão.			
e) Ver o Boto Tucuxi e o Boto Cor-de-rosa como protagonistas do festival de Parintins.			
f) Participar da busca dos mastros no Sairé.			
g) Experimentar uma das iguarias da culinária local (tacacá, açaí, tapioca) na praça em Alter do Chão.			
h) Ver o boi Caprichoso como ícone na praça do Sairé.			
i) Nadar no Lago Verde ao fim da tarde.			
j) Fazer uma Piracaia com tambaqui no Pico da Neblina.			
k) Encontrar uma baleia nadando no rio Tapajós.			
l) Ver roda de carimbó na praça de Alter do Chão			
m) Acertar quem irá ganhar a disputa entre as equipes dos botos Tucuxi e Cor-de-Rosa no Sairé.			

Análise *a priori*:

Nessa atividade, espera-se que os estudantes consigam preencher a tabela indicando o que aconteceria em cada situação descrita. Além disso, que compreendam que os acontecimentos citados são eventos que podem ou não ocorrer em probabilidades.

Por outro lado, há possibilidade de os alunos que não entendam cada situação é um evento ou associe a isso.

Atividade 2: Para **cada evento que você classificou como POSSÍVEL**, faça uma estimativa quanto a possibilidade de ocorrência dessas situações (eventos), tomando por base em suas experiências, conhecimentos históricos, geográficos, culturais, gastronômicos sobre a região Amazônica, atribuindo à possibilidade de ocorrência como **ALTA**, **MÉDIA** ou **BAIXA**.

DESCREVER AS POSSIBILIDADES DE OCORRÊNCIA	ALTA	MÉDIA	BAIXA

Análise *a priori*:

Nessa questão desejamos que os alunos consigam preencher a tabela corretamente, descrevendo a situação de possível ocorrência e que, novamente, coloquem as situações como eventos que podem ocorrer. Além disso, que consigam relacionar essas situações a eventos probabilísticos.

Por outro lado, pode ocorrer dos alunos não relacionarem nenhuma situação como evento, ou ainda, classificarem como “grande” uma situação de “pouquíssima” estimativa de ocorrer, e vice-versa.

É Hora da Matemática:

Observa-se que nas atividades anteriores que, para alguns acontecimentos (eventos), há mais de uma possibilidade de ocorrência. Em probabilidade, denomina-se de:

Experimento Aleatório é um procedimento que pode ser repetido sob condições idênticas e que não é possível prever o resultado antes de realizá-lo.

Espaço Amostral *S* é o conjunto constituído por todos os possíveis resultados num experimento.

Evento é um subconjunto de um Espaço Amostral S.

Observação: Um evento pode ser constituído por nenhum, um, mais de um ou todos os elementos de um espaço amostral S.

Para exemplificar essa observação, consideremos o seguinte experimento:

Lançar um dado de seis faces, não viciado, e verificar o número situado na face voltada para cima.

- **Espaço Amostral S:** Conjunto de todos os possíveis resultados do experimento.
$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

- **Evento $\boldsymbol{E}$:** Obter um número par na face do dado voltada para cima.
$$E = \{2, 4, 6\}$$

- **Probabilidade de ocorrência de um evento $\boldsymbol{E}$:** É a razão entre o número de casos favoráveis de ocorrência do evento e o número total de casos possíveis, representa-se por:
$$\mathbf{P}(\boldsymbol{E}) = \frac{\boldsymbol{n(E)}}{\boldsymbol{n(S)}}, \text{ no caso anterior } \mathrm{P}(\boldsymbol{E}) = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{6}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \mathbf{0{,}5}$$

- **Evento Certo:** O evento certo C é o próprio espaço amostral S, a exemplo, obter um número inteiro de 1 a 6 na face do dado voltada para cima
$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$\mathrm{P}(\boldsymbol{C}) = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{6}} = \mathbf{1\ (um)}$$

- **Evento Unitário:** O evento impossível U é constituído por um único elemento, a exemplo, obter um número par e primo na face do dado voltada para cima.
$$U = \{2\}$$
$$\mathrm{P}(\boldsymbol{U}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} \cong \mathbf{0{,}1667}$$

- **Evento Impossível:** O evento impossível I é o conjunto vazio $\emptyset$, a exemplo, obter um número maior do 6 na face do dado voltada para cima.
$$\boldsymbol{I} = \emptyset$$
$$\mathrm{P}(\boldsymbol{I}) = \frac{\mathbf{0}}{\mathbf{6}} = \mathbf{0\ (zero)}$$

3.2.2 Bloco 2

Título: Explorando Espaços Amostrais em Santarém e Alter do Chão
Material: Folha de Atividade, caneta, lápis e borracha
Objetivo: Compreender o conceito de experimentos aleatórios e aprender a listar o espaço amostral, utilizando contextos e elementos de Santarém e Alter do Chão.
Procedimento: Os alunos realizarão uma série de atividades práticas que envolvem a identificação e listagem de espaços amostrais de eventos relacionados à cultura e natureza de Santarém e Alter do Chão.

Atividade 1: Observe cada situação descrita:

a) Encantado com a beleza da região e a natureza, um turista acionou aleatoriamente o celular e fotografou uma pessoa, uma árvore ou uma barraca de artesanato.
b) Um turista, visitante da ilha do Amor, soube do festival do Sairé e resolveu escolher aleatoriamente um dos times para torcer lançando uma moeda e observando a face voltada para cima, onde a face Cara representa o Boto Tucuxi e a face Coroa o boto Cor de Rosa.
c) Um turista estrangeiro pescou um peixe no rio Tapajós que pode ser um ou tucunaré, ou tambaqui ou um matrinxã.
d) Numa barraca de iguarias regionais, um turista se encantou com a variedade de doces: cupuaçu, chocolate com cupuaçu, castanha e de leite.
e) Um turista avistou na praça um grupo de mulheres dançando carimbó, com saias que destacavam uma das cores: vermelha, amarela, azul, verde ou floral.

Agora, descreva em cada item, todas as coisas encontradas pelo turista:

a) Registrado na foto: ____
b) Time botos para torcer: ____
c) Resultado da pescaria: ____
d) Iguarias na barraca: ____
e) Cores das saias: ____

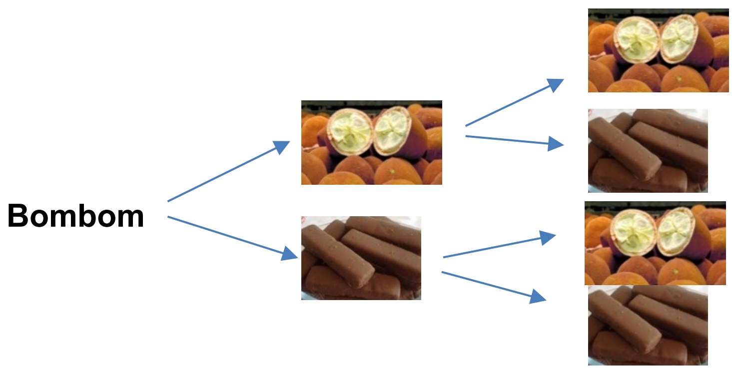
Análise *a priori*:

Nesta atividade, esperamos que os estudantes consigam descrever e relacionar os itens que estão indicados nas situações descritas, como se estivessem descrevendo os itens de um conjunto.

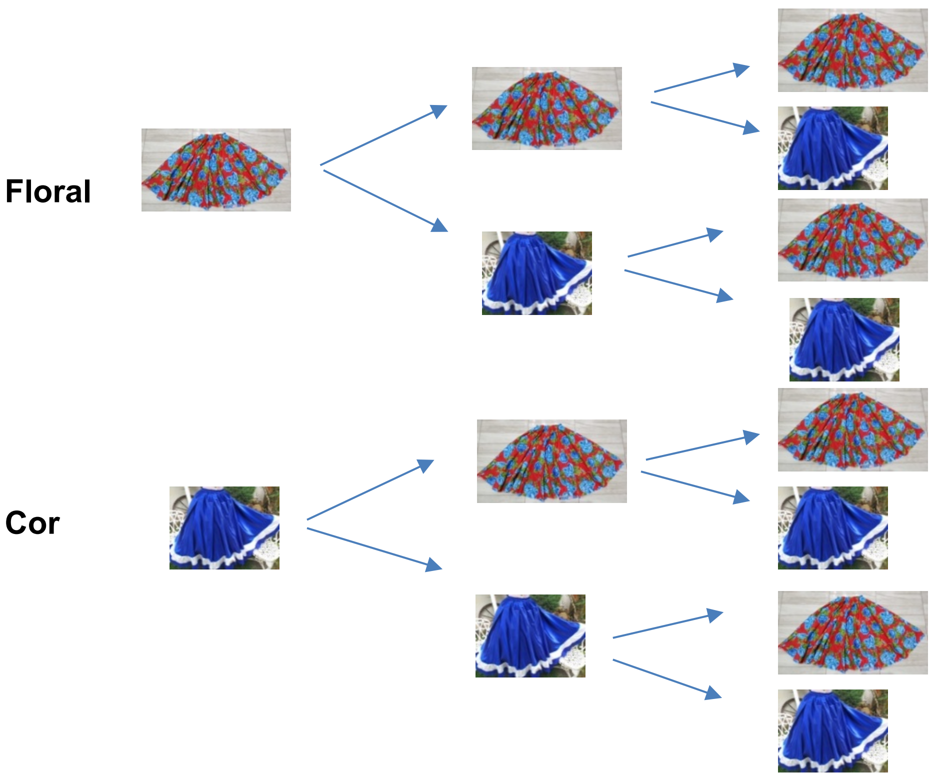
Em contrapartida, não é desejável que os alunos deixem a atividade em branco ou que descrevam itens de modo equivocado sem ter relação com o que está sendo pedido na atividade.

Atividade 2: Observe os diagramas a seguir e descreva todas as possibilidades resultantes em cada caso:

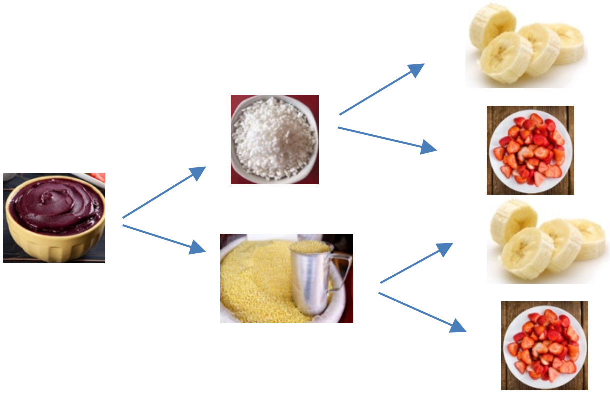
a) Possibilidade de recheio de bombons numa das barracas.



b) Possibilidade de cores das saias de um grupo de carimbó.



c) Possibilidade de adicionar ingredientes ao açaí.



Análise *a priori*:

Busca-se, nesta atividade, que os alunos consigam descrever todos os itens de um evento (como escolha de um bombom), extraindo da arvore de possibilidades as informações. Além de converter o registro semiótico “diagrama de árvore” em registro escrito.

Por outro lado, pode ser que os educandos não convertam o registro e não consigam descrever todas as possibilidades ilustradas pelo diagrama de árvore.

Atividade 3: Apresente pelo menos dois exemplos de situações do seu cotidiano e descreva todas as possibilidades que podem resultar em cada uma das situações.

Análise *a priori:*

Nesta atividade, espera-se que os alunos deem outros exemplos, com situações diferentes das apresentadas, de diagramas de árvore, com possibilidades distintas. Esta atividade pode fazer com que o aluno consiga pensar por ele mesmo uma outra aplicação do diagrama.

Em contrapartida, os alunos podem repetir os exemplos ou ainda, não descrever nenhuma situação.

É Hora da Matemática:

O que é um Experimento Aleatório?
Um experimento aleatório é um processo ou ação que pode ser repetido indefinidamente, cujos resultados não podem ser previstos com certeza antes de sua realização. Embora possamos conhecer todos os possíveis resultados de um **experimento aleatório**, o resultado exato de qualquer execução específica do experimento **é incerto**.

Que características apresenta um experimento aleatório?

1. **Incerteza:** Não é possível prever com certeza qual será o resultado específico antes da realização do experimento.
2. **Repetibilidade:** Pode ser repetido indefinidamente sob as mesmas condições.
3. **Resultado Definido:** Em cada execução, exatamente um resultado ocorre.

Que exemplos representam Experimentos Aleatórios?

- Lançar uma moeda não viciada e observar a face voltada para cima se é "cara" ou "coroa".
- Lançar um dado não viciado de seis faces e observar qual número aparece.
- Retirar uma carta de um baralho e observar seu naipe ou valor.
- Sortear um aluno para apresentar oralmente o trabalho num grupo composto por cinco alunos.

Como descrever o Espaço Amostral?

- **Lançamento de uma moeda:**
  Experimento: Lançar uma moeda uma vez.
  Resultados Possíveis: Cara, Coroa.
  Espaço Amostral: $S = \{Cara, Coroa\}$
- **Lançamento de um dado:**
  Experimento: Lançar um dado de seis faces.
  Resultados Possíveis: Os números de 1 a 6.
  Espaço Amostral: $S = \{1,2,3,4,5,6\}$
- **Dois lançamentos consecutivos de uma moeda:**
  Experimento: Lançar uma moeda duas vezes.
  Resultados Possíveis: CC (cara no primeiro e no segundo lançamento), CCo (cara no primeiro, coroa no segundo), CoC (coroa no primeiro, cara no segundo), CoCo (coroa no primeiro e no segundo).c
  Espaço Amostral: $S = \{CC, CCo, CoC, CoCo\}$
- **Escolha de uma carta de um baralho:**
  Experimento: Tirar uma carta de um baralho de 52 cartas.
  Resultados Possíveis: Cada uma das 52 cartas.

3.2.3 Bloco 3

Título: Eventos Complementares e Regra da Soma em Santarém e Alter do Chão
Material utilizado: Folha de atividade, caneta, lápis e borracha
Objetivo: Compreender e calcular a probabilidade de eventos complementares e aplicar a regra da soma em situações contextuais de Santarém e Alter do Chão.
Procedimentos: Os alunos irão explorar situações envolvendo eventos culturais e naturais de Santarém e Alter do Chão, identificando eventos complementares e aplicando a regra da soma para calcular probabilidades. Faça o uso de calculadora.

Atividade 1: Sabe-se que a probabilidade total é igual a 1, observe o exemplo e em cada situação descrita, calcule a probabilidade:

a) Um turista planeja visitar Alter do Chão e quer passar um dia na Ilha do Amor ou na Praia do Cajueiro. Se a probabilidade de escolher a Ilha do Amor é 0,7, qual é a probabilidade de ele escolher a Praia do Cajueiro? Comente seu resultado.

b) Em uma feira de artesanato em Santarém, um visitante pode comprar colares, pulseiras ou brincos. A probabilidade de comprar um colar é 0,3 e a de comprar uma pulseira é 0,4. Qual é a probabilidade de comprar ou um colar ou uma pulseira? Justifique sua resposta.

c) No Festival dos Botos Tucuxi ou Cor de Rosa, também ocorrem outras apresentações culturais. Se a probabilidade de um visitante assistir de uma apresentação cultural é 0,4, qual é a probabilidade dele não assistir uma dessas outras apresentações? Justifique seu raciocínio.

d) Existem três possibilidades de ir de Santarém até Alter do Chão: barco, ônibus ou táxi. A probabilidade de escolher o barco como meio de transporte é 0,2 e de escolher o ônibus é de 0,5. Qual é a probabilidade de ele escolher ir de barco ou táxi? Explique seu pensamento

e) Em um restaurante em Santarém, um cliente pretende escolher um prato entre peixe grelhado, maniçoba ou açaí com peixe frito. A probabilidade de escolher peixe grelhado é 0,4 e a de escolher maniçoba é 0,3. Qual é a probabilidade de ele escolher peixe grelhado ou açaí com peixe frito?

f) Em Alter do Chão, um turista pode escolher um presente entre uma camiseta, um chapéu ou uma lembrança de cerâmica. Se a probabilidade de comprar uma camiseta é 0,25 e a de comprar um chapéu é 0,35, qual é a probabilidade de comprar uma camiseta ou um chapéu? Explique

Análise *a priori*:

Nessa atividade esperamos que os alunos consigam, usando o exemplo, calcular a probabilidade pedida em cada alternativa. É desejado que eles apresentem e efetuem essa resolução subtraindo a probabilidade total (1) da probabilidade apresentada em cada item. O objetivo aqui é mostrar aos estudantes que a probabilidade pode ser encontrada apensas subtraindo do total.

Em contrapartida, os estudantes podem apresentar dificuldade para entender o processo e confundir as operações com os dados do problema, e assim, encontrar dificuldade para descobrir as probabilidades solicitadas.

Atividade 2: Complete a tabela com as informações dos itens anteriores. Siga o exemplo

	Probabilidade 1	Valor	Probabilidade 2	Valor	Probabilidade total	P (1) + P (2) = 1
a)	Tucuxi	0,6	Cor de rosa	0,4	1,0	0,6 + 0,4 = 1,0
b)						
c)						
d)						
e)						
f)						

Análise *a priori*:

Para esta atividade é esperado que os alunos completem os dados na tabela, seguindo o exemplo. Além disso, deseja-se que a cada item, seja possível relacionar melhor o conceito de probabilidade a um cálculo simples de subtração.

Em contrapartida, se os estudantes não realizaram bem a atividade anterior, poderão apresentar dificuldade para entender o processo exigido nesta atividade e encontrar dificuldade para resolver a atividade.

Atividade 3: A partir da Atividade 2, transforme os números decimais para números fracionários, conforme o exemplo:

	Probabilidade 1	fração	Probabilidade 2	fração	Probabilidade total	P (1) + P (2) = 1
a)	Tucuxi	$\frac{60}{100}$	Cor de rosa	$\frac{40}{100}$	$\frac{100}{100}$	$\frac{60}{100}+\frac{40}{100}=\frac{100}{100}=1$
b)						
c)						
d)						
e)						
f)						

Análise *a priori*:

Sendo uma continuidade da atividade anterior, mas em outro registro de representação, é esperado que os alunos completem os dados na tabela, seguindo o exemplo. Além disso, deseja-se que a cada item, seja possível relacionar melhor o conceito de probabilidade a um cálculo simples de adição.

Por outro viés, se os alunos não relacionarem corretamente nas atividades anteriores, poderão ter dificuldade em completar a tabela e compreender os cálculos necessários.

É hora da Matemática:

Iniciando pela revisão

A **probabilidade** é uma medida que quantifica a chance de um determinado evento ocorrer em um experimento aleatório. A probabilidade é um número que varia entre 0 e 1, onde 0 significa que o evento é impossível e 1 significa que o evento é certo.

Para calcular a probabilidade de um evento A, usamos a seguinte fórmula:

$$P(A) = \frac{Número\ de\ resultados\ favoráveis\ a\ A}{Número\ total\ de\ resultados\ possíveis\ no\ espaço\ amostral\ S}$$

Em outras palavras, a probabilidade de um evento é a razão entre o número de resultados favoráveis a esse evento e o número total de resultados possíveis.

Para exemplificar essa definição, considere o experimento: Lançamento de um dado não viciado de seis faces.

Na realização desse experimento, você pode calcular a probabilidade de obter o número 4 na face voltada para cima.

Experimento: Lançamento de um dado não viciado de seis faces e verificar a face voltada para cima.

Espaço amostral $\boldsymbol{S}$: Todos os possíveis resultados ao lançar o dado:

$$S = \{1,2,3,4,5,6\}$$

Evento $\boldsymbol{A}$: Obter um 4, ou seja, A = {4}

Número de resultados favoráveis a $\boldsymbol{A}$: 1 (há apenas uma face com o número 4).

Número total de resultados possíveis: 6 (dado de 6 faces).

$$P(A) = \frac{1}{6} \approx 0{,}167$$

Portanto, a probabilidade de obter um 4 ao lançar o dado é $\frac{1}{6}$ ou, aproximadamente, 16,7%.

Cálculo de Probabilidade para combinação de dois ou mais Eventos mutuamente exclusivos

Existem diferentes formas de combinar eventos, cada uma exige um método específico para o cálculo da probabilidade.

Eventos Mutuamente Exclusivos

Se A e B são eventos mutuamente exclusivos (não podem ocorrer simultaneamente), a probabilidade de que ou A ou B ocorra é dada pela **regra da soma**:

$$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

Exemplo 2: Lançamento de um dado não viciado de seis faces.

Qual é a probabilidade de obter um 2 **OU** um 5 ao lançar esse dado?

- $P(A = \{2\}) = \frac{1}{6}$
- $P(B = \{5\}) = \frac{1}{6}$

Como 2 e 5 são mutuamente exclusivos:

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0{,}333\ ...$$

Então, a probabilidade de obter 2 ou 5 é $\frac{1}{3}$ ou, aproximadamente, 33,3%.

3.2.4 Bloco 4

Título: Explorando Eventos Independentes em Santarém e Alter do Chão

Material necessário: Folha de Atividades, caneta, lápis e borracha.

Objetivo: Compreender e identificar eventos independentes e calcular a probabilidade conjunta em situações relacionadas a Santarém e Alter do Chão.

Procedimento: Os alunos irão explorar cenários que envolvem eventos independentes em Santarém e Alter do Chão, aplicando a regra da multiplicação para calcular probabilidades conjuntas. Faça o uso de calculadora se precisar.

Atividade 1: Em cada situação, preencha as tabelas para calcular a probabilidade e use uma justificativa para a resposta:

a) Você está em Alter do Chão e sabe que:

- A probabilidade de um turista comprar uma camiseta é 0,3.
- A probabilidade de um turista escolher peixe grelhado para o almoço é 0,4.

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O turista **não** comprar uma camiseta		
O turista **não** escolher peixe grelhado		
O turista comprar uma camiseta **E** escolher peixe grelhado		
O turista comprar uma camiseta **OU** escolher peixe grelhado		

b) Um turista pode visitar o Encontro das Águas e o Museu de Santarém:

- Probabilidade de visitar o Encontro das Águas P(EA) = 0,5
- Probabilidade de visitar o Museu de Santarém P(MS) = 0,6

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O turista **não** visitar o Encontro das Águas		
O turista **não** visitar o Museu de Santarém		
O turista visitar o Encontro das Águas **E** o Museu de Santarém		
O turista visitar o Encontro das Águas **OU** o Museu de Santarém.		

c) Durante o Festival dos Botos, a probabilidade de um visitante participar de uma apresentação cultural e torcer para o time Tucuxi:

- Probabilidade de participar de uma apresentação cultural P(AC) = 0,25

- Probabilidade de torcer para o time Tucuxi P(TT) = 0,5

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O visitante **não** participar de uma apresentação cultural		
O visitante **não** torcer para o time Tucuxi		
O visitante participar de uma apresentação cultural **e** torcer para o time Tucuxi		
O visitante participar de uma apresentação cultural **ou** torcer para o time Tucuxi		

d) Um pescador no rio Tapajós pode pegar um tucunaré e avistar um boto:

- Probabilidade de pegar um tucunaré P (T) = 0,3
- Probabilidade de avistar um boto P (B) = 0,2

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O pescador **não** pegar um tucunaré		
O pescador **não** avistar um boto		
O pescador pegar um tucunaré **e** avistar um boto		
O pescador pegar um tucunaré **ou** avistar um boto		

e) Durante a visita a Alter do Chão, a probabilidade de ter um dia ensolarado e o turista tomar um banho de rio:

- Probabilidade de ter um dia ensolarado P (D) = 0,7
- Probabilidade de o turista tomar um banho de rio P (BR) = 0,5

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
Não ter um dia ensolarado		
O turista **não** tomar um banho de rio		
Ter um dia ensolarado **e** o turista tomar um banho de rio		
Ter um dia ensolarado **ou** o turista tomar um banho de rio		

Análise *a priori*:

Nesta atividade, espera-se que os alunos relacionem os dados apresentados nas alternativas com a tabela, de modo que percebam que a informação que deve ser escrita na resolução é a diferença ou a soma das informações contidas no texto. Desse modo, poderão fazer a conexão dos conectivos com o cálculo da probabilidade de modo correto. Além de usarem a forma de escrita para justificar a resolução que encontraram, dizendo que a probabilidade é um complemento da informação dada.

Por outro lado, se os alunos não conseguiram, até aqui, relacionar os termos com os cálculos corretamente, incorrerão no erro. Poderão também não justificarem corretamente as probabilidades, fazendo mal uso dos termos.

Atividade 2: Em cada caso, utilize as informações dadas, preencha a tabela e resolva as probabilidades indicadas, conforme o exemplo.

I. Em uma refeição em Santarém, a probabilidade de um cliente pedir açaí é 0,3, e a probabilidade de ele pedir maniçoba é 0,2. Qual é a probabilidade de ele pedir ambos os pratos?

II. Na Floresta Nacional do Tapajós, a probabilidade de um turista avistar um tucano é 0,25, e a probabilidade de avistar um macaco é 0,35. Qual é a probabilidade de avistar ambos os animais?

III. Em um restaurante em Alter do Chão, a probabilidade de um cliente pedir suco de cupuaçu é 0,4, e a probabilidade de pedir um guaraná é 0,5. Qual é a probabilidade de ele pedir ambas as bebidas?

IV. Durante o Festival dos Botos, a probabilidade de um visitante participar de uma oficina de dança é 0,15, e a probabilidade de participar de uma oficina de artesanato é 0,25. Qual é a probabilidade de ele participar de ambas as oficinas?

V. Um turista decide se quer fazer um passeio de barco ou visitar uma feira de artesanato. A probabilidade de ele escolher o passeio de barco é 0,4, e a probabilidade de visitar a feira de artesanato é 0,6. Qual é a probabilidade de ele fazer ambas as atividades, uma depois da outra?

Caso	**Evento A**	**Evento B**	**Probabilidade A**	**Probabilidade B**	**Probabilidade A e B**
I	Passeio de barco	Visitar a feira do artesanato	0,4	0,6	0,4 x 0,6 = 0,24
II					
III					

IV					
V					

Análise *a priori*:

Nesta atividade, é solicitado que os alunos retirem informações e preencham a tabela com elas, após isso calculem o produto que está sendo solicitado em forma de probabilidade, conforme o exemplo.

Por um viés indesejado, os alunos podem não conseguir calcular os produtos e chegarem a resultados errados na coluna final.

É Hora da Matemática:

Cálculo de Probabilidade para combinação de dois ou mais Eventos
Existem diferentes formas de combinar eventos, cada uma exigindo métodos específicos para o cálculo da probabilidade.

2. Eventos Independentes:

Se dois eventos AA e BB são independentes (a ocorrência de um não afeta a ocorrência do outro), a probabilidade de que ambos ocorram é dada pela **regra do produto**:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Exemplo 3: Lançamento de duas moedas
Qual é a probabilidade de obter "cara" no lançamento de duas moedas?

$$P(A = cara\ na\ primeira\ moeda) = \frac{1}{2}$$

$$P(B = cara\ na\ segunda\ moeda) = \frac{1}{2}$$

Como os lançamentos são independentes:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

A probabilidade de obter "cara" nas duas moedas é 0,25 ou 25%.

3. Eventos Não Mutuamente Exclusivos:

Quando os eventos A e B não são mutuamente exclusivos (podem ocorrer simultaneamente), a probabilidade de que A ou B ocorra é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Exemplo 4: Sorteio de uma carta de um baralho
Qual é a probabilidade de tirar uma carta que seja um rei ou uma carta de copas?
Existem 4 reis no baralho, então $P(A = rei) = \frac{4}{52}$.
Existem 13 cartas de copas no baralho, então $P(B = copas) = \frac{13}{52}$
Há 1 carta que é rei de copas, então $P(A \cap B = rei\ de\ copas) = \frac{1}{52}$

Usando a regra da soma:

$$P(A \cup B) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} \approx 0{,}308$$

A probabilidade de tirar um rei ou uma carta de copas é aproximadamente 30,8%.

No capítulo seguinte descreveremos a fase da experimentação e análise a posteriori da Engenharia Didática.

4. EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE A POSTERIORI

Neste capítulo é apresentado a versão final dos resultados obtidos com a aplicação da Sequência Didática elaborada, com ênfase na análise a posteriori, conforme as etapas previstas na metodologia da Engenharia Didática.

Considerando a quarta e última etapa dessa metodologia — a análise *a posteriori* e a validação — este capítulo inicia com uma breve descrição da fase experimental, durante a qual a sequência didática foi implementada com estudantes do 2º ano do ensino médio em uma escola pública estadual localizada na cidade de Santarém, no estado do Pará.

Em seguida, serão expostos os principais resultados decorrentes dessa aplicação. A estrutura do capítulo 4 será apresentada nas seções a seguir.

4.1. O experimento

Na fase da Análise a priori, o diagnóstico com os alunos foi realizado em uma escola diferente da fase de experimentação, isso se deu pois tive uma mudança de escola e não foi mais possível concluir com a mesma turma. A experimentação foi realizada em uma turma do 2º ano do Ensino Médio da cidade de Santarém/PA, sem prejuízos a pesquisa pois os alunos apresentaram as mesmas dificuldades dos primeiros alunos do diagnóstico discente. O processo consistiu na aplicação de uma sequência didática composta por seis blocos de atividades, dos seis apenas quatro serão detalhados aqui, desenvolvidas ao longo de diferentes encontros ao longo dos meses de março e abril (6 semanas), e com foco na compreensão dos conceitos fundamentais de Probabilidade, utilizando diferentes registros de representação semiótica.

As atividades foram estruturadas com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e na metodologia da Engenharia Didática. Durante a aplicação da Sequência, que se deu durante as aulas da disciplina de Matemática, foram coletadas as produções escritas dos estudantes nas folhas de atividades, observações em sala de aula e anotações da pesquisadora, permitindo uma análise detalhada do processo de ensino e aprendizagem. O acompanhamento foi realizado de forma contínua, garantindo a fidelidade ao planejamento e proporcionando registros consistentes para a análise a posteriori.

Cada bloco da Sequência Didática foi pensado com objetivos específicos e articulado de modo a promover o desenvolvimento progressivo do raciocínio probabilístico. As análises foram realizadas por atividade e por bloco, considerando a coerência das resoluções, a conversão entre registros, o uso de linguagem natural e simbólica, e a argumentação matemática apresentada pelos alunos.

4.2. Análise a posteriori dos Blocos de atividades

A Sequência Didática foi organizada em seis blocos de atividades, mas foram aplicados apenas quatro pois o calendário letivo precisou de modificações, cada um com objetivos específicos voltados à construção e consolidação do conceito de probabilidade, explorando a conversão entre diferentes registros de representação semiótica. A análise das respostas dos alunos ao longo desses blocos permitiu identificar avanços significativos, bem como dificuldades persistentes.

Conforme descrito anteriormente, no Bloco 1, buscou-se avaliar a capacidade dos estudantes de identificar situações probabilísticas e compreender o grau de ocorrência de eventos. Verificou-se que, embora alguns alunos já apresentassem noções iniciais sobre o tema, havia certa fragilidade na classificação de eventos e no uso da linguagem natural para descrever situações probabilísticas.

O Bloco 2 avançou no trabalho com representações gráficas, em especial com o diagrama de árvore, exigindo que os alunos interpretassem e convertessem informações desse tipo de representação para registros verbais e simbólicos. Foi possível observar progresso na leitura e interpretação dos diagramas, mas a criação de exemplos próprios ainda se mostrou um desafio, apontando a necessidade de um maior estímulo à autonomia.

No Bloco 3, o foco esteve no uso de operações básicas, como subtração e adição, para o cálculo de probabilidades. A análise revelou que boa parte dos estudantes compreendeu o raciocínio por complementaridade, mas houve dificuldades no uso de adições em contextos mais complexos, sugerindo que a articulação entre operações e linguagem ainda demanda mais atenção pedagógica.

Por fim, o Bloco 4 exigiu maior capacidade de interpretação semântica dos enunciados, associando dados e conectivos a operações matemáticas, além de introduzir o cálculo de produtos de probabilidades. Embora alguns alunos tenham se destacado pela clareza nas justificativas e precisão nos cálculos, outros apresentaram dificuldades em justificar adequadamente suas respostas, especialmente quando não articulavam corretamente os termos matemáticos e os elementos do contexto.

De modo geral, a sequência permitiu acompanhar o desenvolvimento dos alunos em relação à leitura, interpretação e produção de diferentes registros semióticos no campo da probabilidade. A experimentação evidenciou que o uso de uma sequência estruturada, com atividades progressivas e variadas, é eficaz para promover avanços conceituais, ainda que algumas fragilidades indiquem a importância da retomada e do aprofundamento de certos conteúdos ao longo do processo.

4.2.1. Análise a posteriori do Bloco 1 de atividades

No primeiro bloco de atividades, observou-se que grande parte dos alunos apresentou dificuldades em reconhecer as situações descritas como eventos probabilísticos, o que impactou diretamente na forma como preencheram as tabelas e classificaram a probabilidade dos eventos. Embora alguns estudantes tenham conseguido identificar e representar corretamente os eventos, os dados revelaram que a maioria expressou incertezas, fazendo associações incorretas ou superficiais. Isso demonstra que o conceito de evento probabilístico ainda não está consolidado para parte significativa dos participantes, exigindo intervenções didáticas mais específicas que abordem a relação entre linguagem natural, experimentos e incertezas numéricas.

Para manter o anonimato dos participantes da pesquisa, os alunos foram identificados por códigos alfabéticos. Assim, cada estudante será referido com uma letra do alfabeto. Essa designação garante um tratamento homogêneo dos dados, mantendo a individualidade das respostas sem expor a identidade dos sujeitos da pesquisa.

4.2.1.1 Atividade 1 do Bloco 1

Para cada aluno participante do estudo foi entregue uma folha impressa que continha a primeira e a segunda atividades do bloco 1. O primeiro bloco de atividades era composto por um texto sobre Santarém e Alter do chão. Logo em seguida, vinha a atividade 1 (conforme figura 18 abaixo) para que o aluno fizesse a análise e classificasse conforme seus conhecimentos e com base no texto.

Figura 15 - Atividade 1 do Bloco

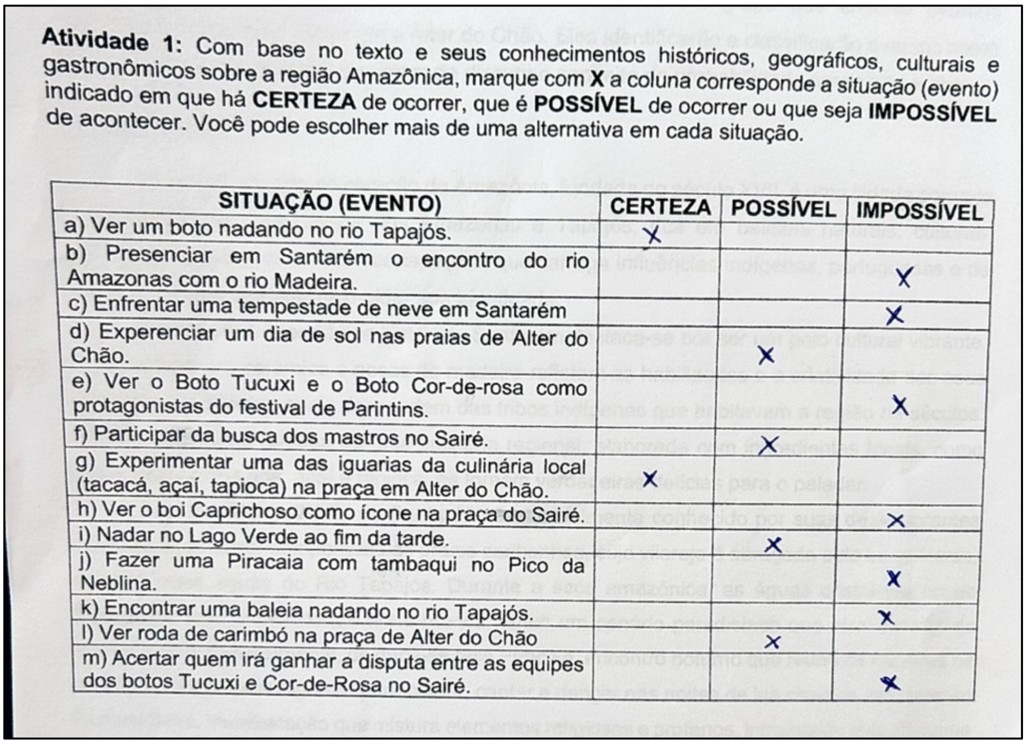
Atividade 1: Com base no texto e seus conhecimentos históricos, geográficos, culturais e gastronômicos sobre a região Amazônica, marque com **X** a coluna corresponde a situação (evento) indicado em que há **CERTEZA** de ocorrer, que é **POSSÍVEL** de ocorrer ou que seja **IMPOSSÍVEL** de acontecer. Você pode escolher mais de uma alternativa em cada situação.

SITUAÇÃO (EVENTO)	CERTEZA	POSSÍVEL	IMPOSSÍVEL
a) Ver um boto nadando no rio Tapajós.			
b) Presenciar em Santarém o encontro do rio Amazonas com o rio Madeira.			
c) Enfrentar uma tempestade de neve em Santarém			
d) Experenciar um dia de sol nas praias de Alter do Chão.			
e) Ver o Boto Tucuxi e o Boto Cor-de-rosa como protagonistas do festival de Parintins.			
f) Participar da busca dos mastros no Sairé.			
g) Experimentar uma das iguarias da culinária local (tacacá, açaí, tapioca) na praça em Alter do Chão.			
h) Ver o boi Caprichoso como ícone na praça do Sairé.			
i) Nadar no Lago Verde ao fim da tarde.			
j) Fazer uma Piracaia com tambaqui no Pico da Neblina.			
k) Encontrar uma baleia nadando no rio Tapajós.			
l) Ver roda de carimbó na praça de Alter do Chão			
m) Acertar quem irá ganhar a disputa entre as equipes dos botos Tucuxi e Cor-de-Rosa no Sairé.			

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Na figura 18, é possível perceber que as situações podem ocorrer aqui na região do tapajós e em outros lugares do Brasil. Cabia ao aluno classificar essas situações com base em seus conhecimentos e o texto de apoio. As figuras 19, 20 e 21 mostram algumas respostas dos alunos.

Figura 16 - Resposta do aluno A sobre a atividade 1 do Bloco 1

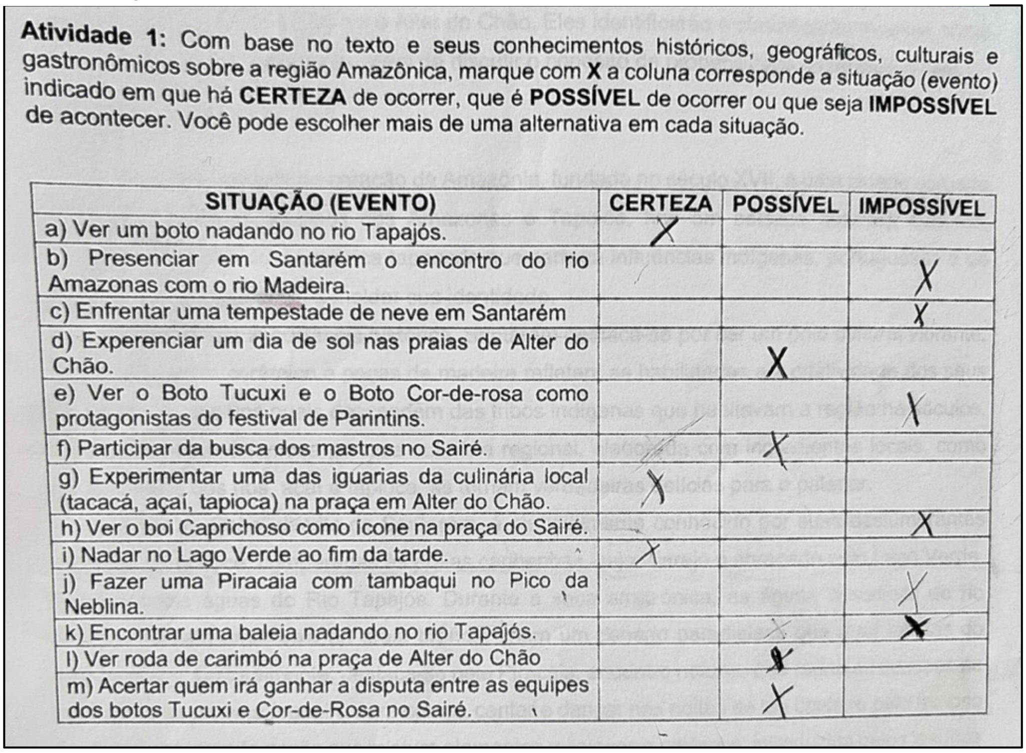


Atividade 1: Com base no texto e seus conhecimentos históricos, geográficos, culturais e gastronômicos sobre a região Amazônica, marque com **X** a coluna corresponde a situação (evento) indicado em que há **CERTEZA** de ocorrer, que é **POSSÍVEL** de ocorrer ou que seja **IMPOSSÍVEL** de acontecer. Você pode escolher mais de uma alternativa em cada situação.

SITUAÇÃO (EVENTO)	CERTEZA	POSSÍVEL	IMPOSSÍVEL
a) Ver um boto nadando no rio Tapajós.	X		
b) Presenciar em Santarém o encontro do rio Amazonas com o rio Madeira.			X
c) Enfrentar uma tempestade de neve em Santarém			X
d) Experenciar um dia de sol nas praias de Alter do Chão.		X	
e) Ver o Boto Tucuxi e o Boto Cor-de-rosa como protagonistas do festival de Parintins.			X
f) Participar da busca dos mastros no Sairé.		X	
g) Experimentar uma das iguarias da culinária local (tacacá, açaí, tapioca) na praça em Alter do Chão.	X		
h) Ver o boi Caprichoso como ícone na praça do Sairé.			X
i) Nadar no Lago Verde ao fim da tarde.		X	
j) Fazer uma Piracaia com tambaqui no Pico da Neblina.			X
k) Encontrar uma baleia nadando no rio Tapajós.			X
l) Ver roda de carimbó na praça de Alter do Chão		X	
m) Acertar quem irá ganhar a disputa entre as equipes dos botos Tucuxi e Cor-de-Rosa no Sairé.			X

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Figura 17 - Resposta do aluno E sobre a atividade 1 do Bloco 1

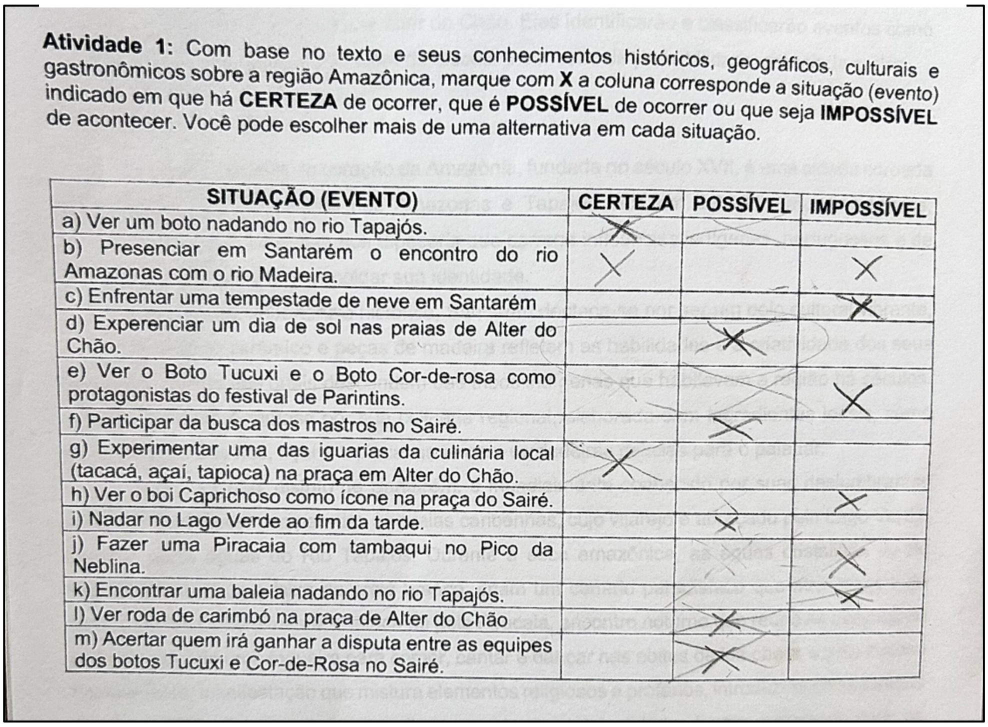


Atividade 1: Com base no texto e seus conhecimentos históricos, geográficos, culturais e gastronômicos sobre a região Amazônica, marque com **X** a coluna corresponde a situação (evento) indicado em que há **CERTEZA** de ocorrer, que é **POSSÍVEL** de ocorrer ou que seja **IMPOSSÍVEL** de acontecer. Você pode escolher mais de uma alternativa em cada situação.

SITUAÇÃO (EVENTO)	CERTEZA	POSSÍVEL	IMPOSSÍVEL
a) Ver um boto nadando no rio Tapajós.	X		
b) Presenciar em Santarém o encontro do rio Amazonas com o rio Madeira.			X
c) Enfrentar uma tempestade de neve em Santarém			X
d) Experenciar um dia de sol nas praias de Alter do Chão.		X	
e) Ver o Boto Tucuxi e o Boto Cor-de-rosa como protagonistas do festival de Parintins.			X
f) Participar da busca dos mastros no Sairé.		X	
g) Experimentar uma das iguarias da culinária local (tacacá, açaí, tapioca) na praça em Alter do Chão.	X		
h) Ver o boi Caprichoso como ícone na praça do Sairé.			X
i) Nadar no Lago Verde ao fim da tarde.	X		
j) Fazer uma Piracaia com tambaqui no Pico da Neblina.			X
k) Encontrar uma baleia nadando no rio Tapajós.			X
l) Ver roda de carimbó na praça de Alter do Chão		X	
m) Acertar quem irá ganhar a disputa entre as equipes dos botos Tucuxi e Cor-de-Rosa no Sairé.		X	

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Figura 18 - Resposta do aluno J sobre a atividade 1 do Bloco 1



Atividade 1: Com base no texto e seus conhecimentos históricos, geográficos, culturais e gastronômicos sobre a região Amazônica, marque com **X** a coluna corresponde a situação (evento) indicado em que há **CERTEZA** de ocorrer, que é **POSSÍVEL** de ocorrer ou que seja **IMPOSSÍVEL** de acontecer. Você pode escolher mais de uma alternativa em cada situação.

SITUAÇÃO (EVENTO)	CERTEZA	POSSÍVEL	IMPOSSÍVEL
a) Ver um boto nadando no rio Tapajós.	X		
b) Presenciar em Santarém o encontro do rio Amazonas com o rio Madeira.	X		X
c) Enfrentar uma tempestade de neve em Santarém			X
d) Experenciar um dia de sol nas praias de Alter do Chão.		X	
e) Ver o Boto Tucuxi e o Boto Cor-de-rosa como protagonistas do festival de Parintins.			X
f) Participar da busca dos mastros no Sairé.		X	
g) Experimentar uma das iguarias da culinária local (tacacá, açaí, tapioca) na praça em Alter do Chão.	X		
h) Ver o boi Caprichoso como ícone na praça do Sairé.			X
i) Nadar no Lago Verde ao fim da tarde.		X	
j) Fazer uma Piracaia com tambaqui no Pico da Neblina.			X
k) Encontrar uma baleia nadando no rio Tapajós.			X
l) Ver roda de carimbó na praça de Alter do Chão		X	
m) Acertar quem irá ganhar a disputa entre as equipes dos botos Tucuxi e Cor-de-Rosa no Sairé.		X	

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Com as respostas apresentadas, é possível perceber que os alunos conhecem o clima, as manifestações culturais e a geografia da região e assim, podem classificar as situações propostas. Nessa primeira atividade, foi solicitado apenas que marcassem nas colunas, mas "as diversas representações semióticas de um objeto matemático são absolutamente necessárias" (Duval, 2012, p. 2). Isto porque Duval (2012) defende que toda e qualquer representação semióticas tem papel fundamental na atividade matemática.

4.2.1.2 Atividade 2 do Bloco 1

Na busca dessa representação e da formalização dos registros semióticos, a atividade 2 (ilustrada na figura 22) tinha como intuito fazer com que os alunos usassem a linguagem usual para descrever as possibilidades que classificaram como possíveis de ocorrer na atividade 1.

Figura 19 - Atividade 2 do Bloco 1 2 do Bloco 1

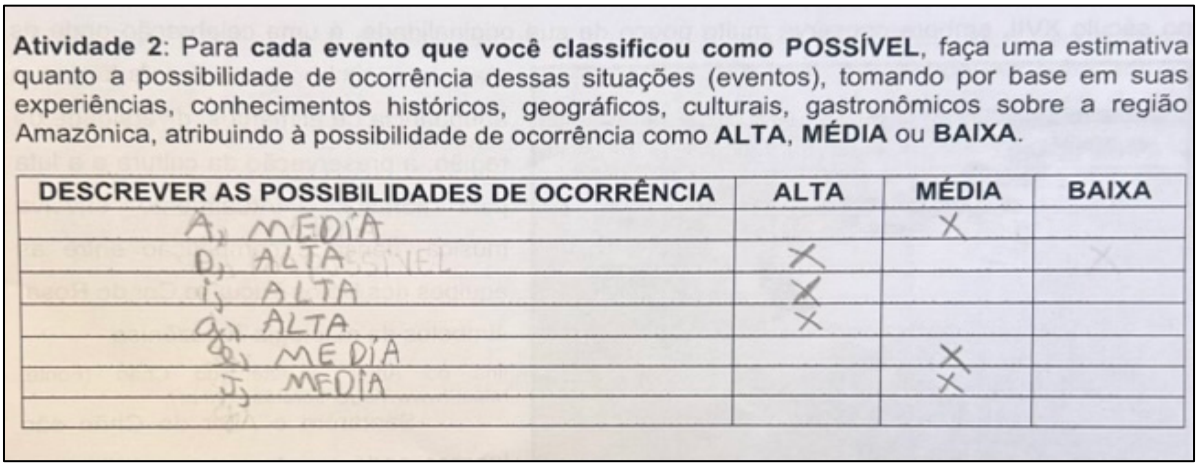
Atividade 2: Para **cada evento que você classificou como POSSÍVEL**, faça uma estimativa quanto a possibilidade de ocorrência dessas situações (eventos), tomando por base em suas experiências, conhecimentos históricos, geográficos, culturais, gastronômicos sobre a região Amazônica, atribuindo à possibilidade de ocorrência como **ALTA**, **MÉDIA** ou **BAIXA**.

DESCREVER AS POSSIBILIDADES DE OCORRÊNCIA	**ALTA**	**MÉDIA**	**BAIXA**

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Na resolução dessa questão os alunos não usaram o registro correto, e responderam erroneamente à questão (aluno F) sem descrever as situações como solicitado, conforme indicado nas figuras 23 e 24 a seguir.

Figura 20 - Resposta do aluno F sobre a atividade 2 do Bloco 1

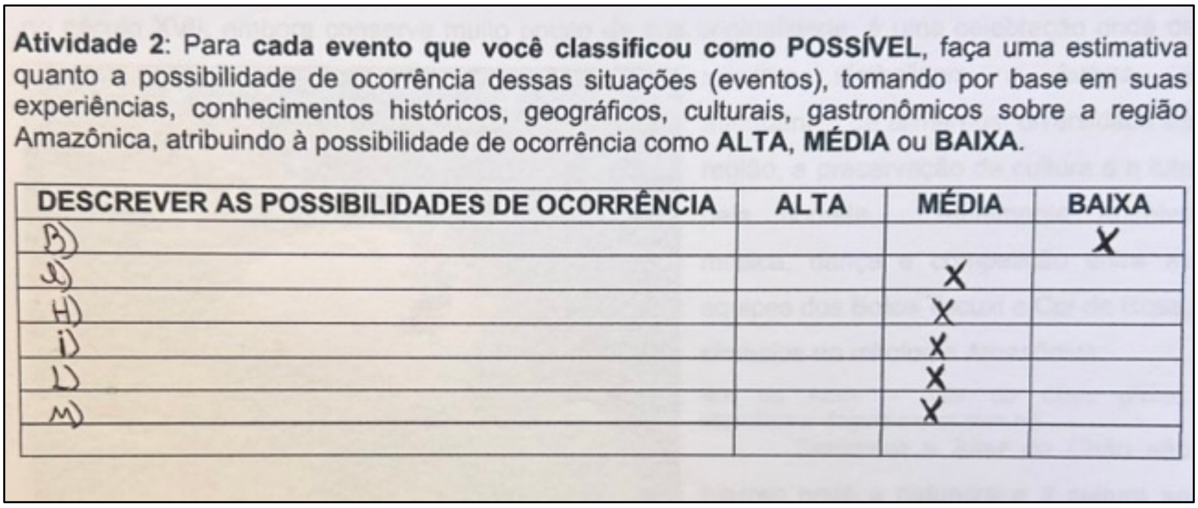


Atividade 2: Para **cada evento que você classificou como POSSÍVEL**, faça uma estimativa quanto a possibilidade de ocorrência dessas situações (eventos), tomando por base em suas experiências, conhecimentos históricos, geográficos, culturais, gastronômicos sobre a região Amazônica, atribuindo à possibilidade de ocorrência como **ALTA**, **MÉDIA** ou **BAIXA**.

DESCREVER AS POSSIBILIDADES DE OCORRÊNCIA	**ALTA**	**MÉDIA**	**BAIXA**
A, MEDÍA		X	
D, ALTA	X		
i, ALTA	X		
a, ALTA	X		
g, MEDÍA		X	
J, MEDÍA		X	

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Figura 21 - Resposta do aluno D sobre a atividade 2 do Bloco 1



Atividade 2: Para **cada evento que você classificou como POSSÍVEL**, faça uma estimativa quanto a possibilidade de ocorrência dessas situações (eventos), tomando por base em suas experiências, conhecimentos históricos, geográficos, culturais, gastronômicos sobre a região Amazônica, atribuindo à possibilidade de ocorrência como **ALTA**, **MÉDIA** ou **BAIXA**.

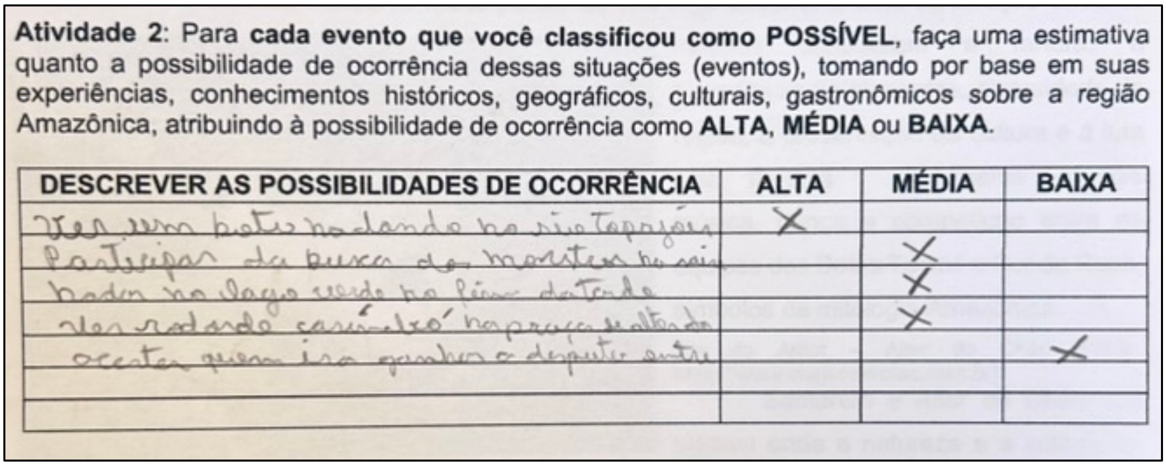
DESCREVER AS POSSIBILIDADES DE OCORRÊNCIA	ALTA	MÉDIA	BAIXA
B)			X
J)		X	
H)		X	
i)		X	
L)		X	
M)		X	

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Na atividade 2, os alunos deveriam escrever as situações e não apenas indicar a letra que ela correspondia como identificado no protocolo do aluno D (figura 24). Em consonância com as ideias de Duval (2012) entendemos que as representações não são apenas indispensáveis para a comunicação, mas também desempenham um papel fundamental na atividade cognitiva do pensamento.

Ademais, entendemos que nem todos os alunos responderam errado, alguns conseguiram usar o registro desejado e classificar a segunda atividade como solicitado, conforme indicado nas figuras 25 e 26, que mostram as respostas do aluno G e do aluno H.

Figura 22 - Resposta do aluno G sobre a atividade 2 do Bloco 1

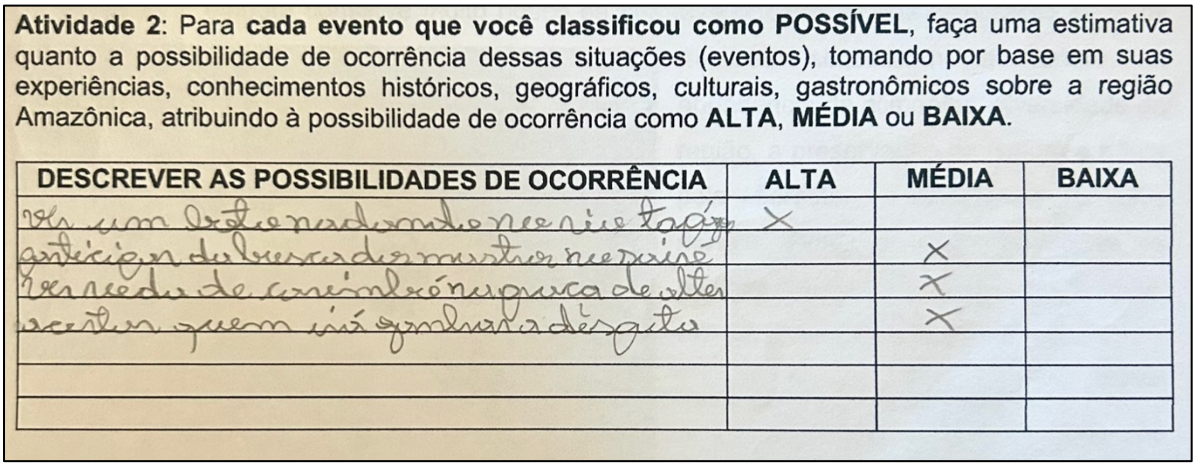


Atividade 2: Para **cada evento que você classificou como POSSÍVEL**, faça uma estimativa quanto a possibilidade de ocorrência dessas situações (eventos), tomando por base em suas experiências, conhecimentos históricos, geográficos, culturais, gastronômicos sobre a região Amazônica, atribuindo à possibilidade de ocorrência como **ALTA**, **MÉDIA** ou **BAIXA**.

DESCREVER AS POSSIBILIDADES DE OCORRÊNCIA	ALTA	MÉDIA	BAIXA
Ver um boto nadando no rio Tapajós	X		
Participar da busca do monstro no rio		X	
nadar no lago verde no fim da tarde		X	
ver rodando carimbó na praça de alter do		X	
acertar quem irá ganhar a disputa entre			X

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Figura 23 - Resposta do aluno H sobre a atividade 2 do Bloco 1



Atividade 2: Para **cada evento que você classificou como POSSÍVEL**, faça uma estimativa quanto a possibilidade de ocorrência dessas situações (eventos), tomando por base em suas experiências, conhecimentos históricos, geográficos, culturais, gastronômicos sobre a região Amazônica, atribuindo à possibilidade de ocorrência como **ALTA**, **MÉDIA** ou **BAIXA**.

DESCREVER AS POSSIBILIDADES DE OCORRÊNCIA	ALTA	MÉDIA	BAIXA
[illegible]	X		
[illegible]		X	
[illegible]		X	
[illegible]		X	

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

As respostas ilustradas acima mostram que os alunos conseguiram enunciar a frase correspondente a situação. Tal resultado, mostra-se em conformidade com a Teoria de Duval, uma vez que essa é uma das três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose, na qual o aluno deve ter:

> A formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado: **enunciação de uma frase** (compreensível numa língua natural dada), composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, expressão de uma fórmula, etc. (Duval, 2012, p. 6) [grifo nosso]

Além disso, a atividade 2 serviu para que os alunos transitassem ao menos entre dois registros – linguístico e tabular - como bem reforça Duval (2012).

4.2.1.3 Análise geral do Bloco 1

No primeiro bloco de atividades, observou-se que grande parte dos alunos apresentou dificuldades em reconhecer as situações descritas como eventos probabilísticos, o que impactou diretamente na forma como preencheram as tabelas e classificaram a probabilidade dos eventos. Embora alguns estudantes tenham conseguido identificar e representar corretamente os eventos, os dados revelaram que a maioria expressou incertezas, fazendo associações incorretas ou superficiais. Isso demonstra que o conceito de evento probabilístico ainda não está consolidado para parte significativa dos participantes, exigindo intervenções didáticas mais específicas que abordem a relação entre linguagem natural, experimentos e incertezas numéricas.

Dessa forma, o primeiro bloco revelou as compreensões e lacunas dos estudantes, fornecendo subsídios importantes para a reorganização das etapas seguintes da Sequência Didática

Para esta análise, que se refere ao primeiro bloco de atividades da Sequência Didática, cujo objetivo principal era avaliar se os alunos foram capazes de identificar situações como eventos probabilísticos, preencher corretamente a tabela proposta e classificar coerentemente o grau de ocorrência dos eventos, foi construída o quadro abaixo (Quadro 3) com a síntese das respostas de 29 alunos, identificados de A a AC, conforme os critérios estabelecidos e objetivos da atividade.

Quadro 3 - Análise das respostas dos alunos ao Bloco 1 de atividades

Aluno	Identificou eventos probabilísticos	Preencheu corretamente a tabela	Classificou corretamente o grau de ocorrência	Objetivo geral alcançado?	Observações
A	Sim	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
B	Não	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
C	Não	Não	Não	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
D	Não	Não	Não	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
E	Não	Não	Não	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
F	Sim	Sim	Não	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
G	Sim	Sim	Sim	Sim	Apresenta boa compreensão geral.
H	Sim	Não	Não	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
I	Sim	Não	Não	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
J	Não	Sim	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a

					eventos ou grau de ocorrência.
K	Sim	Sim	Sim	Sim	Apresenta boa compreensão geral.
L	Sim	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
M	Não	Sim	Não	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
N	Não	Sim	Não	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
O	Sim	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
P	Sim	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
Q	Não	Não	Não	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
R	Não	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
S	Não	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
T	Não	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
U	Não	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
V	Não	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
W	Sim	Sim	Sim	Sim	Apresenta boa compreensão geral.
X	Não	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
Y	Não	Sim	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
Z	Não	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a

					eventos ou grau de ocorrência.
AA	Não	Não	Não	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.
AB	Sim	Sim	Sim	Sim	Apresenta boa compreensão geral.
AC	Sim	Não	Sim	Parcial ou Não	Dificuldades em associar situações a eventos ou grau de ocorrência.

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

A análise das respostas permitiu identificar alguns padrões relevantes. A maioria dos alunos apresentou dificuldades em identificar corretamente os eventos probabilísticos e em classificar o grau de ocorrência com coerência. Observamos que as tabelas foram preenchidas parcialmente ou com erros conceituais, o que revelou limitações na compreensão do que é um evento aleatório e sua estimativa de ocorrência. Apenas uma parcela dos alunos demonstrou domínio consistente dos conceitos propostos, respondendo corretamente as atividades.

Esses dados evidenciam a necessidade de reforçar, nas práticas pedagógicas, a discussão sobre a natureza dos eventos probabilísticos, o significado da incerteza e a estimativa de ocorrência como elementos centrais na construção de conhecimentos em probabilidade.

4.2.2. Análise a posteriori do Bloco 2 de atividades

O Bloco 2 foi composto de 3 atividades. Cada sujeito da pesquisa recebeu uma folha com as atividades e foram analisadas as respostas dos 30 alunos participantes, nomeados de A a AD. Desses, 3 alunos (10.0%) alcançaram plenamente o objetivo geral da atividade, conseguindo descrever corretamente os itens apresentados, converter registros de diagramas de árvore para forma escrita e criar exemplos novos de situações envolvendo possibilidades distintas.

4.2.2.1 Atividade 1 do Bloco 2

A Atividade 1 do Bloco 2, demostrada na figura 27 a seguir, trazia diversas situações aleatórias que poderiam acontecer na região de Santarém e Alter do Chão.

Os alunos tinham que ler e retirar itens de cada situação (como se descrevessem o espaço amostral de cada item).

Figura 24 - Atividade 1 do Bloco 2 1 do Bloco 2

Atividade 1: Observe cada situação descrita:

a) Encantado com a beleza da região e a natureza, um turista acionou aleatoriamente o celular e fotografou uma pessoa, uma árvore ou uma barraca de artesanato.
b) Um turista, visitante da ilha do Amor, soube do festival do Sairé e resolveu escolher aleatoriamente um dos times para torcer lançando uma moeda e observando a face voltada para cima, onde a face Cara representa o Boto Tucuxi e a face Coroa o boto Cor de Rosa.
c) Um turista estrangeiro pescou um peixe no rio Tapajós que pode ser um ou tucunaré, ou tambaqui ou um matrinxã.
d) Numa barraca de iguarias regionais, um turista se encantou com a variedade de doces: cupuaçu, chocolate com cupuaçu, castanha e de leite.
e) Um turista avistou na praça um grupo de mulheres dançando carimbó, com saias que destacavam uma das cores: vermelha, amarela, azul, verde ou floral.

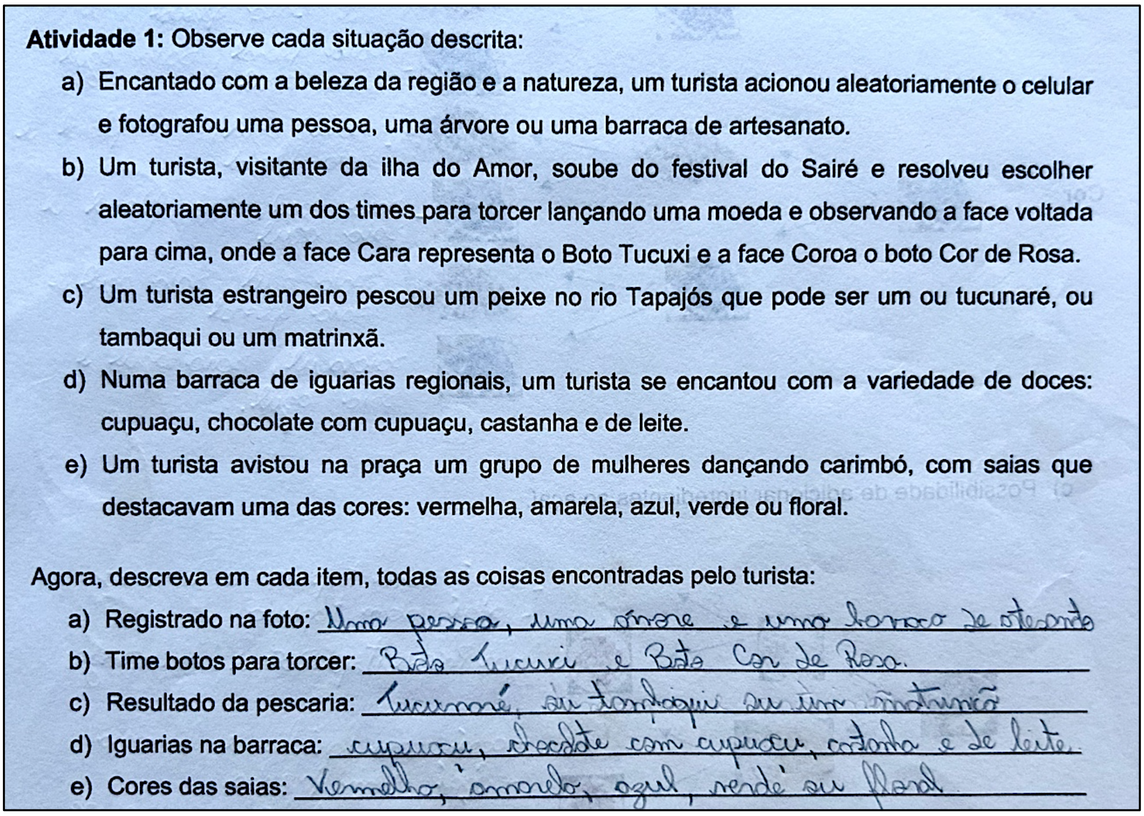
Agora, descreva em cada item, todas as coisas encontradas pelo turista:

a) Registrado na foto: ____
b) Time botos para torcer: ____
c) Resultado da pescaria: ____
d) Iguarias na barraca: ____
e) Cores das saias: ____

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024).

Foi possível inferir, que os alunos compreenderam o que era espaço amostral pois a maioria descreveu corretamente em todas as situações, como podemos ver nas respostas dos alunos L e O, demostradas nas figuras 28 e 29.

Figura 25 - Resposta do aluno O sobre a Atividade 1 do Bloco 2



Atividade 1: Observe cada situação descrita:

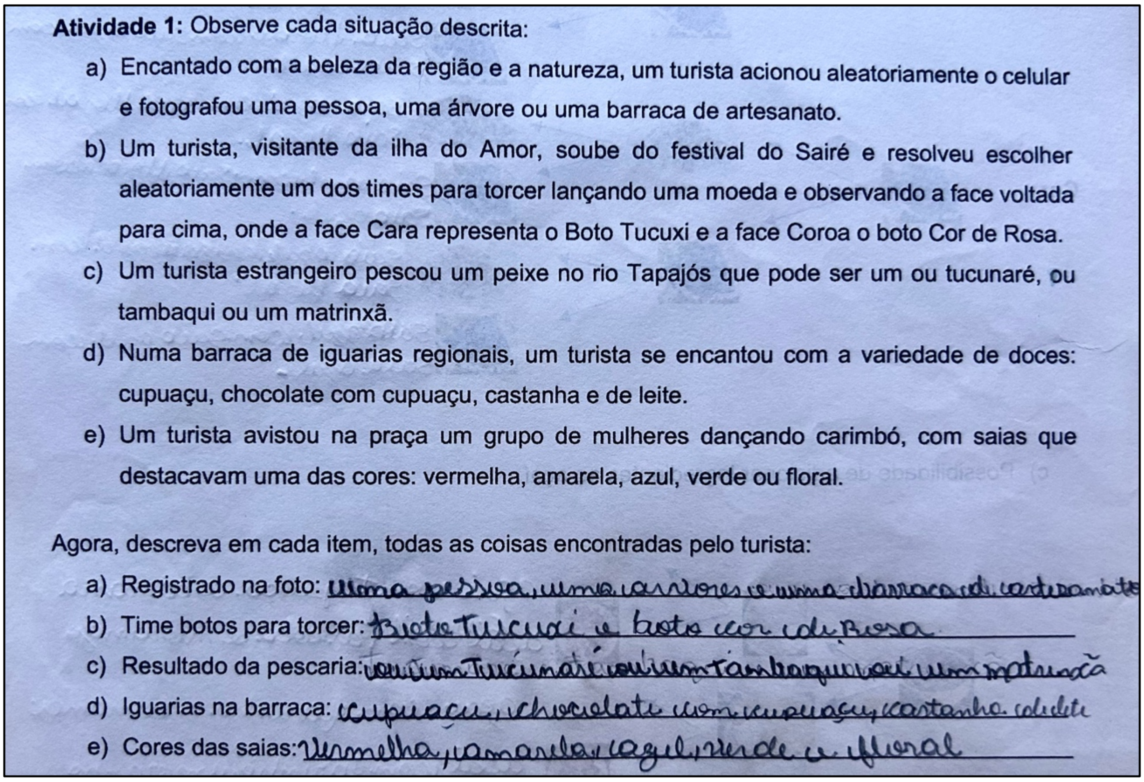
a) Encantado com a beleza da região e a natureza, um turista acionou aleatoriamente o celular e fotografou uma pessoa, uma árvore ou uma barraca de artesanato.
b) Um turista, visitante da ilha do Amor, soube do festival do Sairé e resolveu escolher aleatoriamente um dos times para torcer lançando uma moeda e observando a face voltada para cima, onde a face Cara representa o Boto Tucuxi e a face Coroa o boto Cor de Rosa.
c) Um turista estrangeiro pescou um peixe no rio Tapajós que pode ser um ou tucunaré, ou tambaqui ou um matrinxã.
d) Numa barraca de iguarias regionais, um turista se encantou com a variedade de doces: cupuaçu, chocolate com cupuaçu, castanha e de leite.
e) Um turista avistou na praça um grupo de mulheres dançando carimbó, com saias que destacavam uma das cores: vermelha, amarela, azul, verde ou floral.

Agora, descreva em cada item, todas as coisas encontradas pelo turista:

a) Registrado na foto: Uma pessoa, uma árvore e uma barraca de artesanato
b) Time botos para torcer: Boto Tucuxi e Boto Cor de Rosa.
c) Resultado da pescaria: Tucunaré, ou tambaqui ou um matrinxã
d) Iguarias na barraca: cupuaçu, chocolate com cupuaçu, castanha e de leite.
e) Cores das saias: Vermelho, amarelo, azul, verde ou floral

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Figura 26 - Resposta do aluno L sobre a Atividade 1 do Bloco 2



Atividade 1: Observe cada situação descrita:

a) Encantado com a beleza da região e a natureza, um turista acionou aleatoriamente o celular e fotografou uma pessoa, uma árvore ou uma barraca de artesanato.
b) Um turista, visitante da ilha do Amor, soube do festival do Sairé e resolveu escolher aleatoriamente um dos times para torcer lançando uma moeda e observando a face voltada para cima, onde a face Cara representa o Boto Tucuxi e a face Coroa o boto Cor de Rosa.
c) Um turista estrangeiro pescou um peixe no rio Tapajós que pode ser um ou tucunaré, ou tambaqui ou um matrinxã.
d) Numa barraca de iguarias regionais, um turista se encantou com a variedade de doces: cupuaçu, chocolate com cupuaçu, castanha e de leite.
e) Um turista avistou na praça um grupo de mulheres dançando carimbó, com saias que destacavam uma das cores: vermelha, amarela, azul, verde ou floral.

Agora, descreva em cada item, todas as coisas encontradas pelo turista:

a) Registrado na foto: uma pessoa, uma árvores e uma barraca de artesanato
b) Time botos para torcer: Boto Tucuxi e boto cor de Rosa
c) Resultado da pescaria: ou um Tucunaré ou um Tambaqui ou um matrinxã
d) Iguarias na barraca: cupuaçu, chocolate com cupuaçu, castanha e de leite
e) Cores das saias: vermelha, amarela, azul, verde e floral

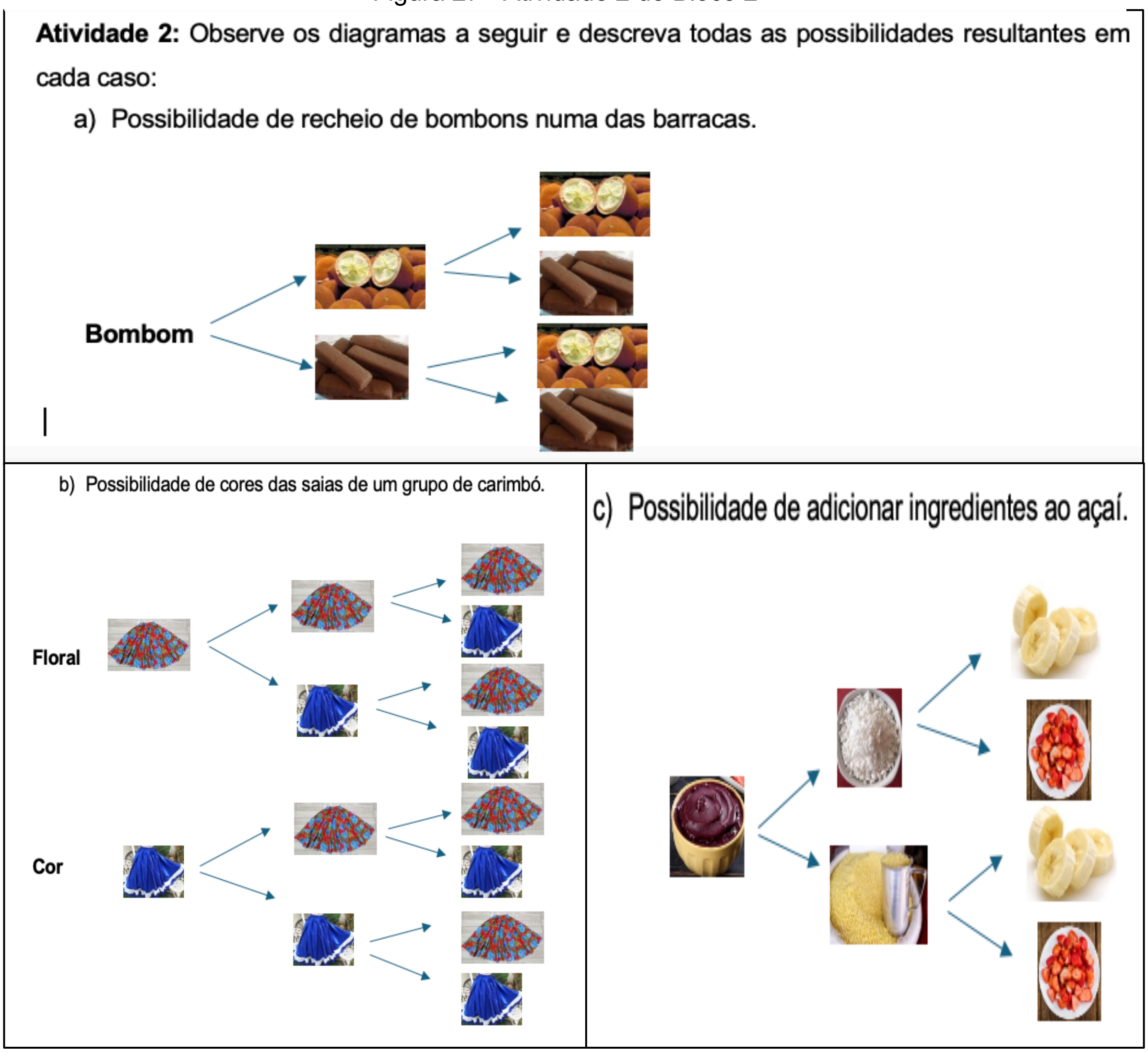
Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Segundo Duval (2012), só se pode considerar como registro semiótico aquele que possibilita a formação de representações, a realização de tratamentos e a conversão entre diferentes registros. Nessa atividade, os alunos puderam associar os registros para posteriormente convertê-los na atividade seguinte. Vale ressaltar que até agora os alunos não foram pedidos para resolver nenhum problema, apenas analisar e descrever situações.

4.2.2.2 Atividade 2 do bloco 2

Na Atividade 2 exigia-se que os alunos convertessem um registro de imagem em uma árvore de possibilidades, descrevendo-se todos os elementos do espaço amostral dos eventos propostos. A figura 30, apresenta a Atividade 2 a seguir.

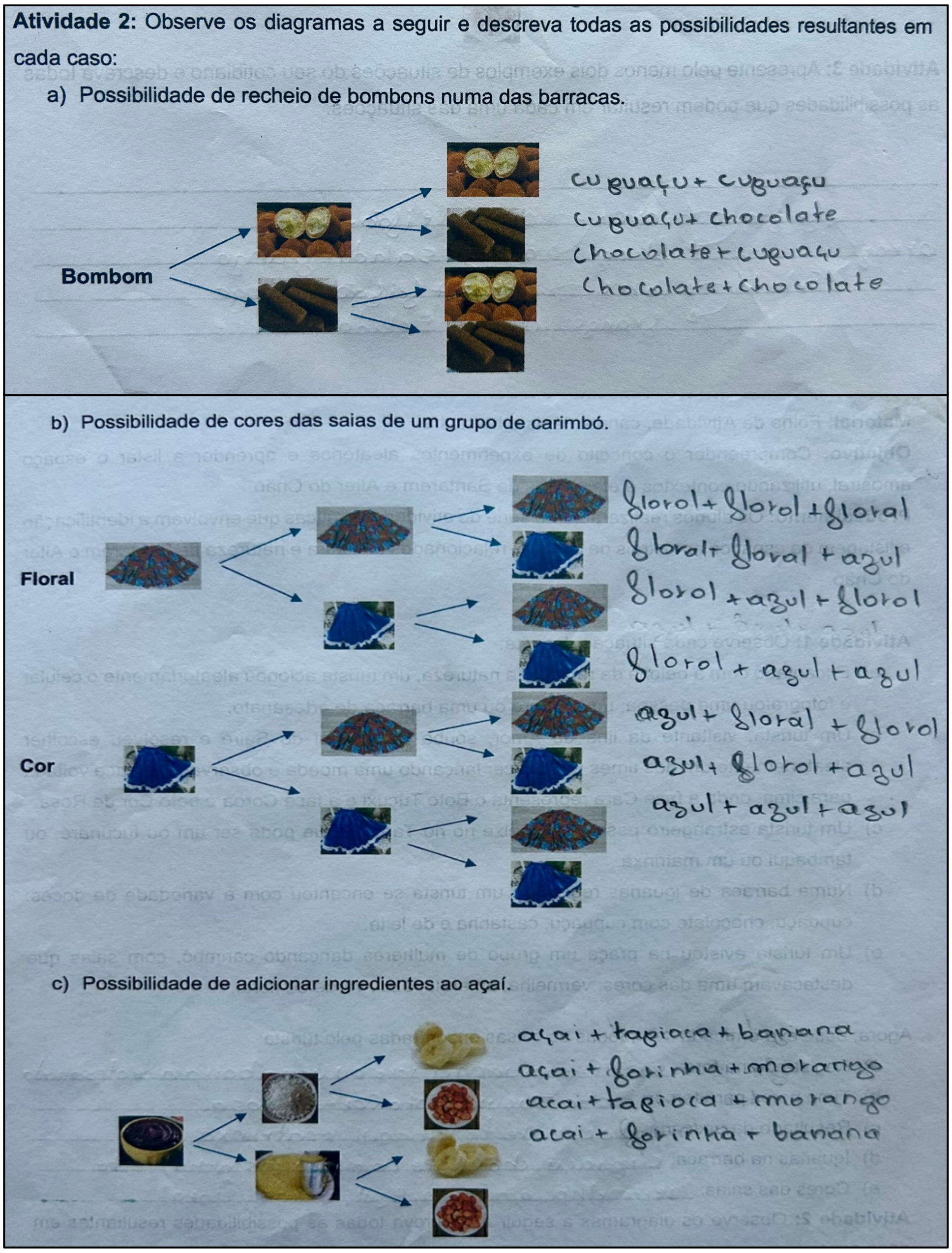
Figura 27 - Atividade 2 do Bloco 2



Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Assim, os alunos puderam fazer a primeira construção do espaço amostral de eventos distintos e converter em um registro de representação em diagrama de árvore. Como retorno, observamos que os alunos corresponderam as expectativas e trouxeram as respostas desejadas (figura 31).

Figura 28 - Resposta do aluno P sobre a Atividade 2 do Bloco 2

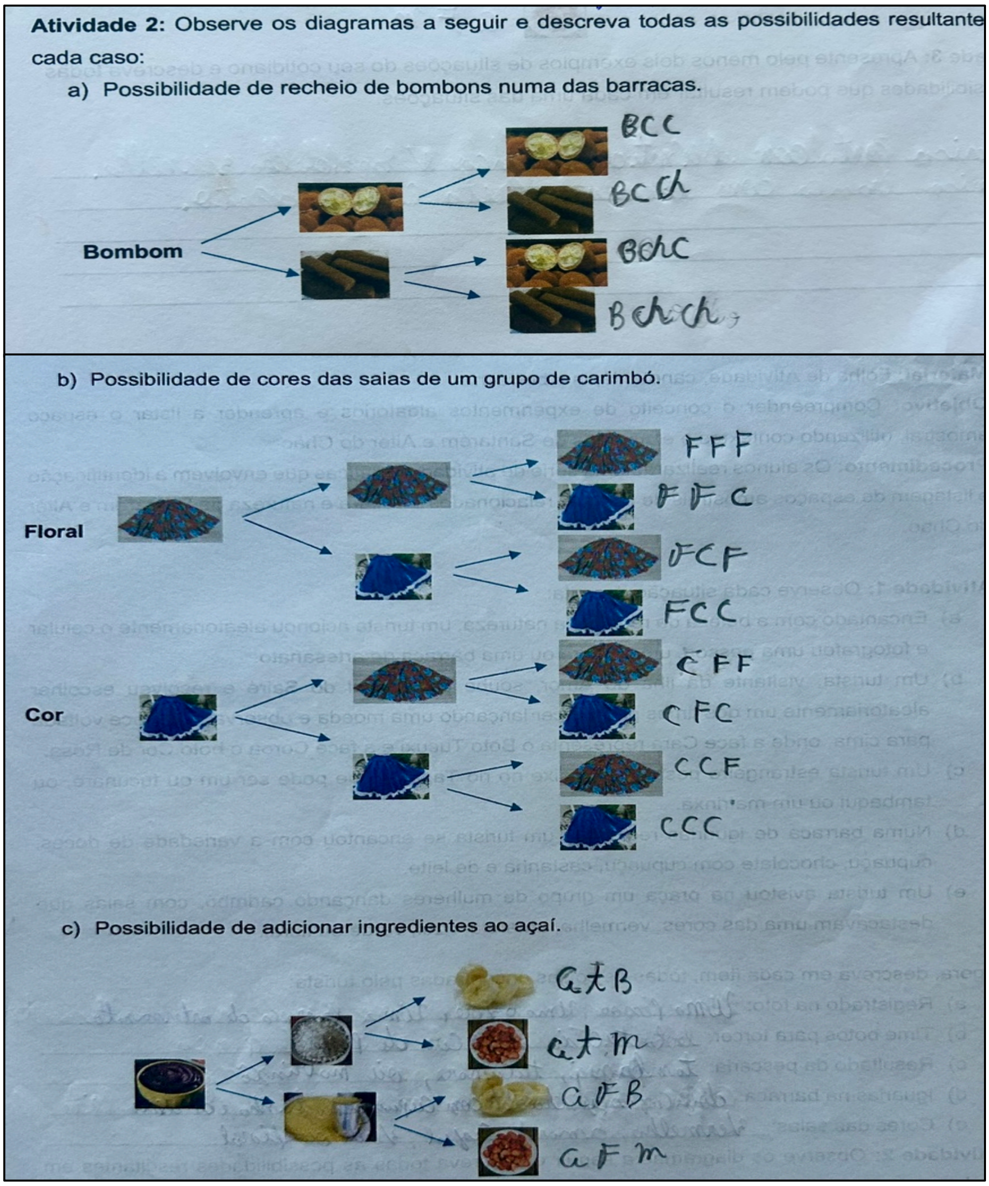


Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Para Duval (2009) é importante ressaltar que para ser formalizado e construído o conhecimento sobre um objeto matemática, ao contrário de outros campos do conhecimento científico, os objetos não podem ser acessados por meio da percepção ou de instrumentos como microscópios, telescópios ou aparelhos de medição. O acesso a esses objetos ocorre, necessariamente, por meio de representações semióticas.

Fazer essas conversões entre registro é fundamental para a construção desse conhecimento matemático. Podemos ver ainda que alguns abreviaram e usaram as iniciais das palavras (figura 32), mas conseguiram construir as possibilidades corretas.

Figura 29 - Resposta do aluno Y sobre a Atividade 2 do Bloco 2

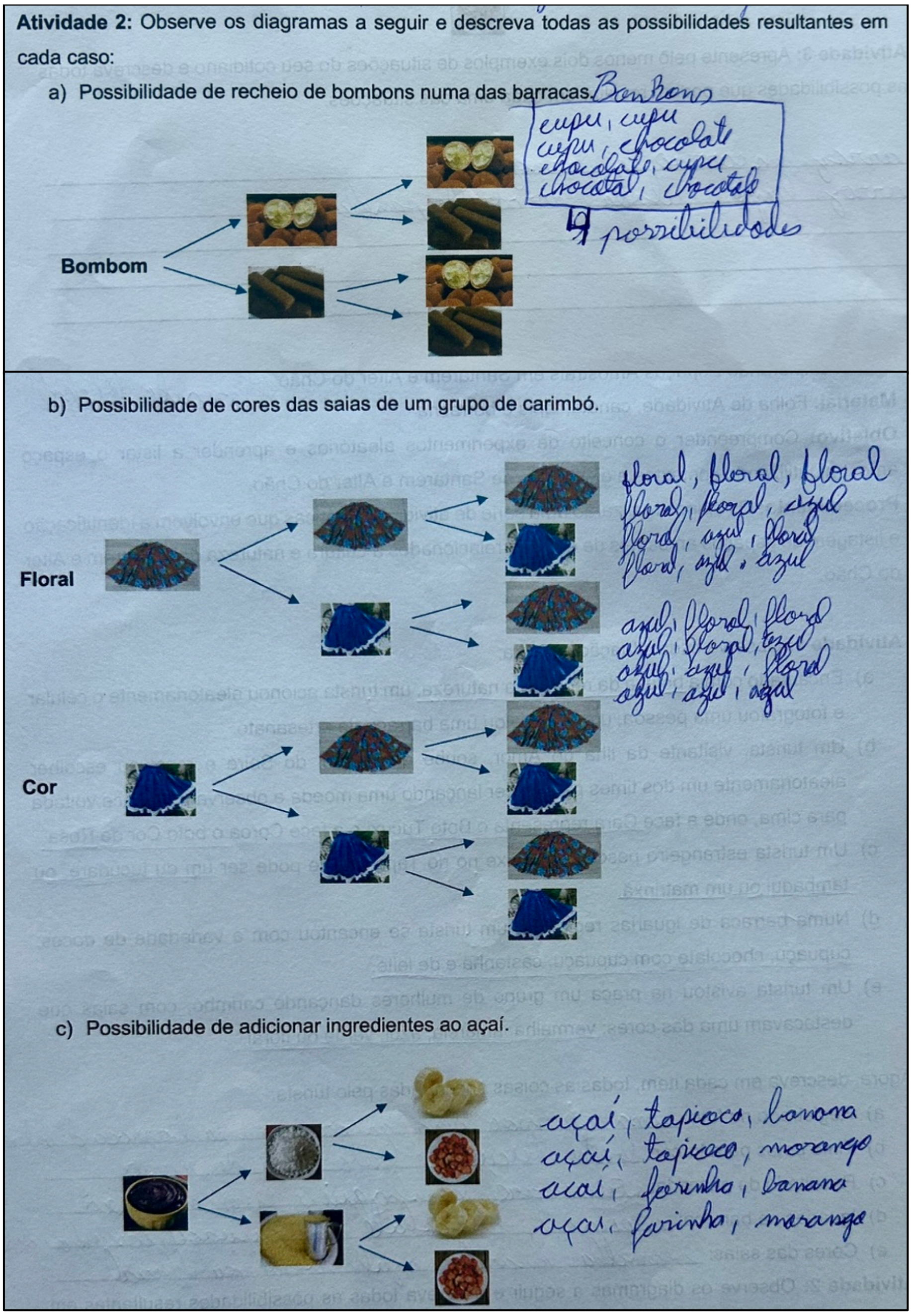


Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Duval explica ainda que “as representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento.” (Duval, 2012, p. 269) São pelos processos cognitivos que a aprendizagem se dá, segundo o autor.

Um dos alunos investigado chegou a enfatizar quantas foram as possibilidades resultantes das combinações da primeira árvore da Atividade. A figura 33 mostra a resposta desse aluno.

Figura 30 - Resposta do aluno R sobre a Atividade 2 do Bloco 2



Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Ao final da Atividade 2 podemos perceber que a hipótese levantada nas análises preliminares foi atingida pela maioria dos alunos. Esses resultados concordam com as ideias de Duval (2012) quando afirma que a compreensão de uma ideia só será alcançada quando houver a coordenação de pelo menos dois registros de representação para a mesma ideia. E ainda que:

> É essencial, na atividade matemática, poder mobilizar muitos registros de representação semiótica… independentemente de toda comodidade de tratamento, o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações. (Duval, 2012, p.70)

4.2.2.3 Atividade 3 do Bloco 2

A última atividade do Bloco 2 buscou consolidar a compreensão sobre a conversão entre diferentes registros de representação. A Atividade (figura 34) pedia que os alunos apresentassem exemplos que eles conheciam e ainda descrevesses as possibilidades que poderiam resultar desses exemplos.

Figura 31 - Atividade 3 do Bloco 2 3 do Bloco 2

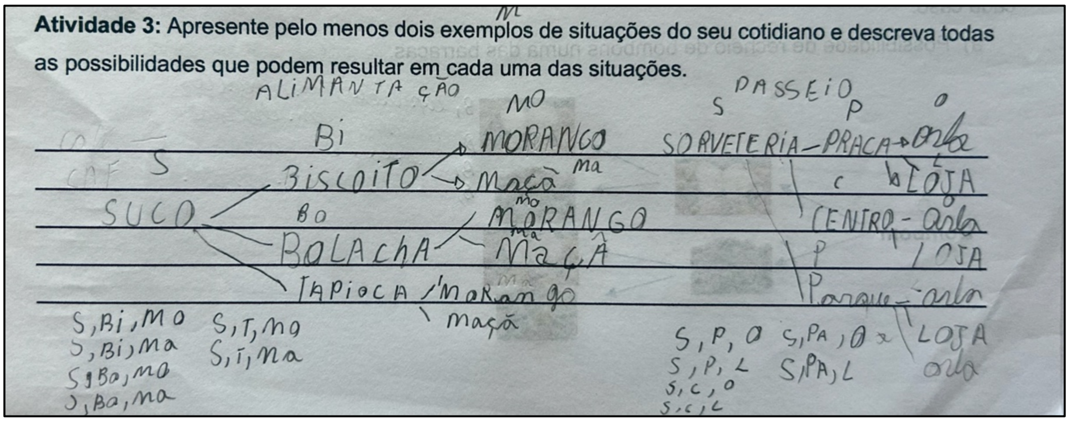
Atividade 3: Apresente pelo menos dois exemplos de situações do seu cotidiano e descreva todas as possibilidades que podem resultar em cada uma das situações.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Esperava-se que nessa atividade os alunos chegassem a exemplos simples do dia a dia deles que demonstrassem que compreenderam a proposta e a ideia da arvore de possibilidades.

Assim, com as respostas dos alunos T, V, indicadas nas figuras 35 e 36, respectivamente, podemos ver que esse objetivo foi cumprido.

Figura 32 - Resposta do aluno V sobre a Atividade 3 do Bloco 2

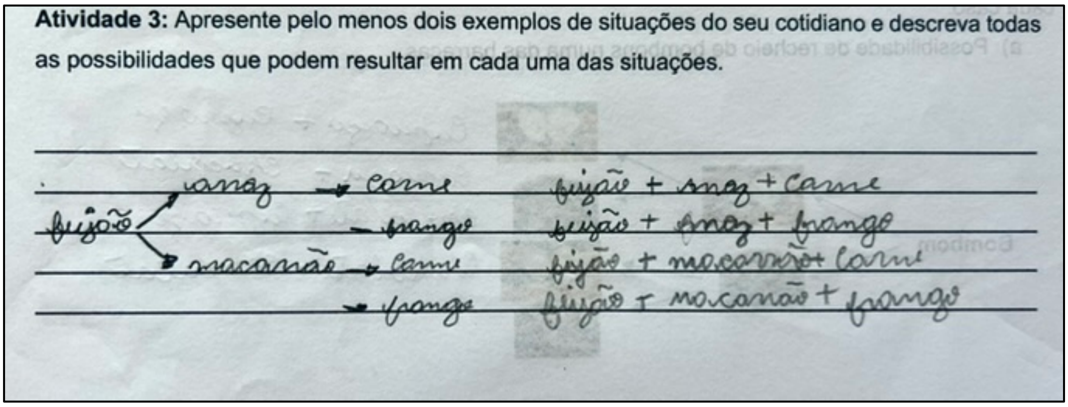

Atividade 3: Apresente pelo menos dois exemplos de situações do seu cotidiano e descreva todas as possibilidades que podem resultar em cada uma das situações.

ALIMANTAÇÃO
SUCO → BISCOITO → MORANGO / MAÇÃ
SUCO → BOLACHA → MORANGO / MAÇÃ
SUCO → TAPIOCA → MORANGO / MAÇÃ
S,Bi,Mo S,Bi,Ma S,Bo,Mo S,Bo,Ma S,T,Mo S,T,Ma

PASSEIO
SORVETERIA → PRAÇA → ORLA / LOJA
SORVETERIA → CENTRO → ORLA / LOJA
SORVETERIA → PARQUE → ORLA / LOJA
S,P,O S,P,L S,C,O S,C,L S,PA,O S,PA,L

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Figura 33 - Resposta do aluno T sobre a Atividade 3 do Bloco 2


Atividade 3: Apresente pelo menos dois exemplos de situações do seu cotidiano e descreva todas as possibilidades que podem resultar em cada uma das situações.

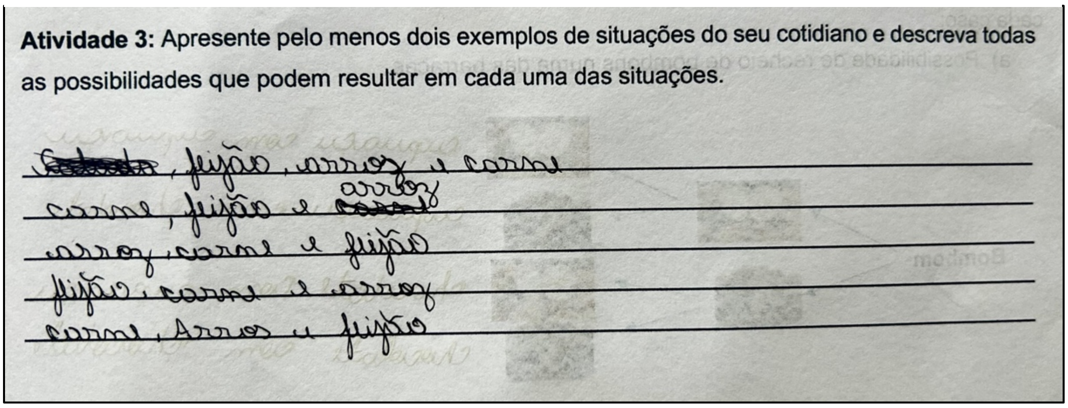
feijão → arroz → carne / frango
feijão → macarrão → carne / frango
feijão + arroz + carne
feijão + arroz + frango
feijão + macarrão + carne
feijão + macarrão + frango

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Essas respostas concordam com a ideia de Duval (2009) quando afirma que para o estudante compreender o objeto matemático precisa da utilização da maior diversidade de registros semióticos e conversão desses registros, para assim, aumentar a possibilidade de compreensão do objeto em estudo.

Outras respostas atingiram parcialmente o objetivo, é o que vemos na figura 37 e 38, em que os sujeitos D e AA indicam apenas um exemplo e ainda assim não fazem a distribuição correta das possibilidades.

Figura 34 - Resposta do aluno D sobre a Atividade 3 do Bloco 2

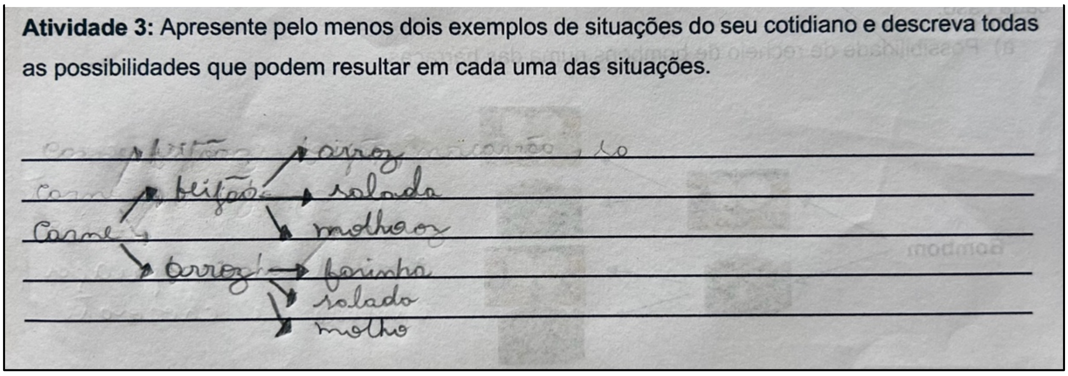


Atividade 3: Apresente pelo menos dois exemplos de situações do seu cotidiano e descreva todas as possibilidades que podem resultar em cada uma das situações.

feijão, arroz e carne
carne, feijão e arroz
arroz, carne e feijão
feijão, carne e arroz
carne, Arroz e feijão

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Figura 35 - Resposta do aluno AA sobre a Atividade 3 do Bloco 2



Atividade 3: Apresente pelo menos dois exemplos de situações do seu cotidiano e descreva todas as possibilidades que podem resultar em cada uma das situações.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Com essas respostas, notamos que a conversão de diferentes registros – linguagem natural e tabular – ainda está em construção para os alunos.

4.2.2.4 Análise geral do Bloco 2

Observamos, no entanto, que parte significativa dos estudantes demonstrou compreensão parcial. Os principais desafios identificados foram a dificuldade em criar exemplos próprios de diagramas de árvore e a descrição incompleta ou genérica dos itens dos conjuntos. Esses achados reforçam a importância de aprofundar a exploração prática de diferentes registros semióticos no ensino de probabilidade, visando consolidar a autonomia dos alunos na interpretação e criação de novos contextos. Os dados obtidos foram organizados no quadro 4 a seguir:

Quadro 4 - Análise das respostas dos alunos ao Bloco 2 de atividades

Aluno	Atividade 1 - Descrição e relação dos itens	Atividade 2 - Conversão do diagrama de árvore	Atividade 3 - Criação de novo exemplo	Objetivo geral alcançado?	Observações
A	Sim	Sim	Sim	Sim	Desenvolve as atividades com clareza e converte registros corretamente.
B	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
C	Sim	Parcial	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
D	Sim	Sim	Sim	Sim	Desenvolve as atividades com clareza e converte registros corretamente.
E	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
F	Sim	Parcial	Sim	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
G	Sim	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
H	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
I	Sim	Parcial	Sim	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
J	Parcial	Parcial	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
K	Sim	Sim	Sim	Sim	Desenvolve as atividades com clareza e converte registros corretamente.
L	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
M	Sim	Parcial	Sim	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
N	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial,

					mas dificuldades em criar novos exemplos.
O	Sim	Parcial	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
P	Parcial	Sim	Sim	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
Q	Sim	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
R	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
S	Sim	Parcial	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
T	Parcial	Sim	Sim	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
U	Sim	Parcial	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
V	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
W	Sim	Parcial	Sim	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
X	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
Y	Sim	Parcial	Sim	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
Z	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
AA	Sim	Parcial	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
AB	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.
AC	Sim	Parcial	Sim	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial,

					mas dificuldades em criar novos exemplos.
AD	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Apresenta boa compreensão parcial, mas dificuldades em criar novos exemplos.

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

A análise do Bloco 2 evidenciou que, enquanto alguns estudantes consolidaram a capacidade de transitar entre diferentes registros de representação, outros apresentaram dificuldades, especialmente no que tange à criação de novos exemplos com diagramas de árvore. Essas dificuldades indicam a necessidade de fortalecer o trabalho didático voltado para a interpretação e produção de registros próprios, visando a construção de um entendimento mais profundo da estrutura dos experimentos e das possibilidades envolvidas.

Os dados sugerem que a prática de conversão entre registros — do diagrama gráfico para a descrição escrita — potencializa a compreensão, mas que a criação autônoma de exemplos ainda demanda mais intervenções sistemáticas no processo de ensino-aprendizagem da probabilidade.

4.2.3. Análise a posteriori do Bloco 3 de atividades

O Bloco 3 também foi composto de 3 atividades. Nesta atividade tivemos 29 alunos participantes, pois o aluno F estava ausente e não realizou a atividade. Cada sujeito da pesquisa recebeu uma folha com as atividades a serem realizadas e foram analisadas as respostas de 29 alunos, pois o aluno F não participou nesse dia. Desses, 12 alunos (41.4%) alcançaram plenamente o objetivo geral da atividade, evidenciando compreensão da subtração e adição no contexto de cálculo de probabilidades.

4.2.3.1 Atividade 1 do Bloco 3

A Atividade 1 do Bloco 3 (Figura 39) propunha aos alunos o cálculo da probabilidade em cada item apresentado, com base no princípio de que a probabilidade total de um espaço amostral é igual a 1. Assim, os estudantes deveriam concluir que, por meio da subtração, seria possível obter a resposta correta.

Figura 36 - Atividade 1 do Bloco 3

Atividade 1: Sabe-se que a probabilidade total é igual a 1, observe o exemplo e em cada situação descrita, calcule a probabilidade:

a) Um turista planeja visitar Alter do Chão e quer passar um dia na Ilha do Amor ou na Praia do Cajueiro. Se a probabilidade de escolher a Ilha do Amor é 0,7, qual é a probabilidade de ele escolher a Praia do Cajueiro? Comente seu resultado.

b) Em uma feira de artesanato em Santarém, um visitante pode comprar colares, pulseiras ou brincos. A probabilidade de comprar um colar é 0,3 e a de comprar uma pulseira é 0,4. Qual é a probabilidade de comprar ou um colar ou uma pulseira? Justifique sua resposta.

c) No Festival dos Botos Tucuxi ou Cor de Rosa, também ocorrem outras apresentações culturais. Se a probabilidade de um visitante assistir de uma apresentação cultural é 0,4, qual é a probabilidade de ele não assistir uma dessas outras apresentações? Justifique seu raciocínio.

d) Existem três possibilidades de ir de Santarém até Alter do Chão: barco, ônibus ou táxi. A probabilidade de escolher o barco como meio de transporte é 0,2 e de escolher o ônibus é de 0,5. Qual é a probabilidade de ele escolher ir de barco ou táxi? Explique seu pensamento

e) Em um restaurante em Santarém, um cliente pretende escolher um prato entre peixe grelhado, maniçoba ou açaí com peixe frito. A probabilidade de escolher peixe grelhado é 0,4 e a de escolher maniçoba é 0,3. Qual é a probabilidade de ele escolher peixe grelhado ou açaí com peixe frito?

f) Em Alter do Chão, um turista pode escolher um presente entre uma camiseta, um chapéu ou uma lembrança de cerâmica. Se a probabilidade de comprar uma camiseta é 0,25 e a de comprar um chapéu é 0,35, qual é a probabilidade de comprar uma camiseta ou um chapéu? Explique

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Os alunos deveriam usar o calculo da soma (ou da subtração) para encontrar a probabilidade do problema e ainda justificar o resultado encontrado. Atraves do cálculo e da justificativa conseguimos verificar se o estudante entendeu o procedimenro a ser adotado. Observemos as respostas dos alunos M e Z nas figuras 40 e 41, respectivamente.

Figura 37 - Resposta do aluno M sobre a Atividade 1 do Bloco 3

Atividade 1: Sabe-se que a probabilidade total é igual a 1, observe o exemplo e em cada situação descrita, calcule a probabilidade:

a) Um turista planeja visitar Alter do Chão e quer passar um dia na Ilha do Amor ou na Praia do Cajueiro. Se a probabilidade de escolher a Ilha do Amor é 0,7, qual é a probabilidade de ele escolher a Praia do Cajueiro? Comente seu resultado.

1-0,7=0,3

b) Em uma feira de artesanato em Santarém, um visitante pode comprar colares, pulseiras ou brincos. A probabilidade de comprar um colar é 0,3 e a de comprar uma pulseira é 0,4. Qual é a probabilidade de comprar ou um colar ou uma pulseira? Justifique sua resposta.

0,3+0,4=0,1

c) No Festival dos Botos Tucuxi ou Cor de Rosa, também ocorrem outras apresentações culturais. Se a probabilidade de um visitante assistir de uma apresentação cultural é 0,4, qual é a probabilidade dele não assistir uma dessas outras apresentações? Justifique seu raciocínio.

1-0,4=0,6

d) Existem três possibilidades de ir de Santarém até Alter do Chão: barco, ônibus ou táxi. A probabilidade de escolher o barco como meio de transporte é 0,2 e de escolher o ônibus é de 0,5. Qual é a probabilidade de ele escolher ir de barco ou táxi? Explique seu pensamento

1=-0,5=0

e) Em um restaurante em Santarém, um cliente pretende escolher um prato entre peixe grelhado, maniçoba ou açaí com peixe frito. A probabilidade de escolher peixe grelhado é 0,4 e a de escolher maniçoba é 0,3. Qual é a probabilidade de ele escolher peixe grelhado ou açaí com peixe frito?

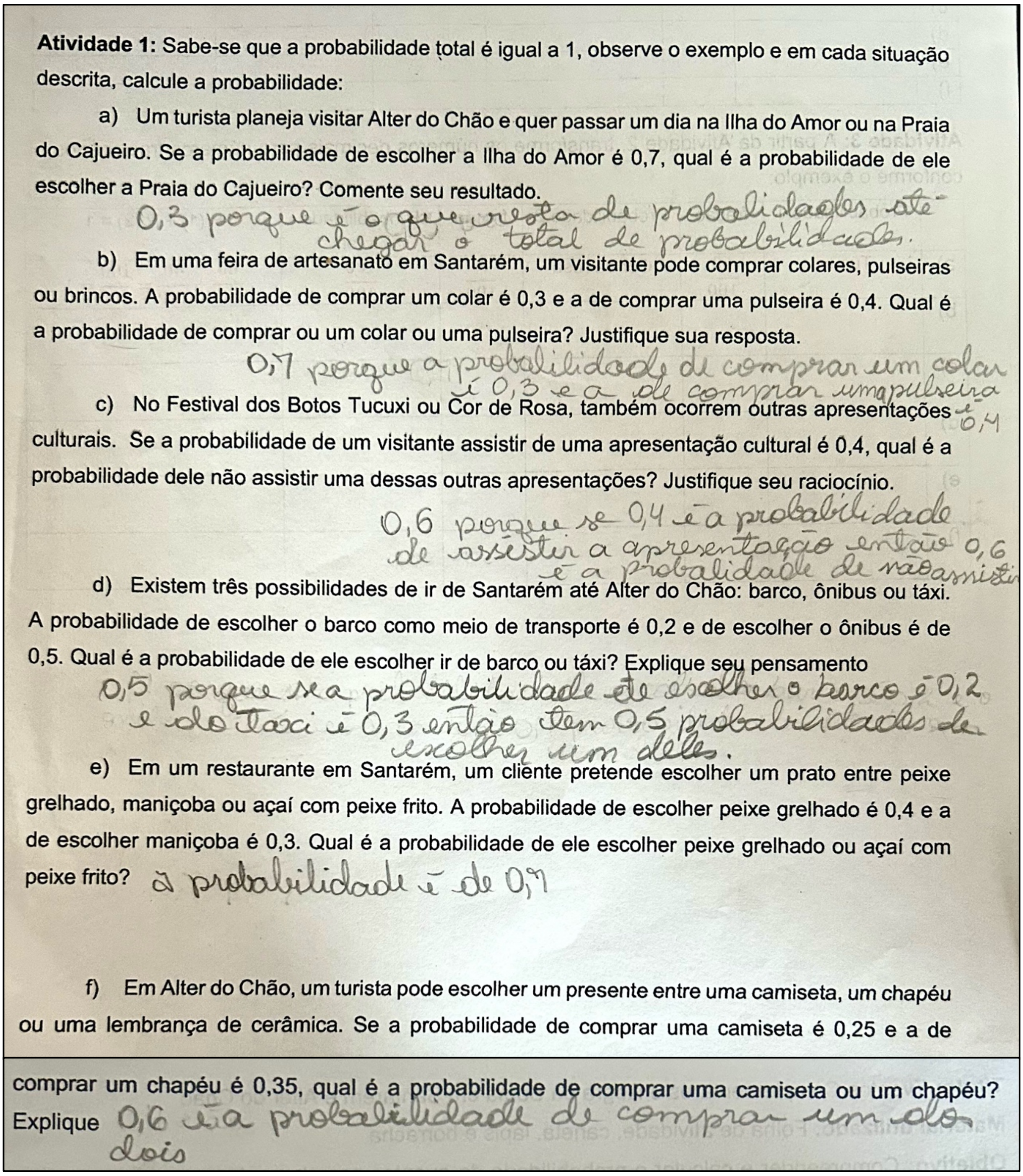
= 1-0,3=0,1

f) Em Alter do Chão, um turista pode escolher um presente entre uma camiseta, um chapéu ou uma lembrança de cerâmica. Se a probabilidade de comprar uma camiseta é 0,25 e a de

1-0,25=0,75

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Figura 38 - Resposta do aluno Z sobre a Atividade 1 do Bloco 3



Atividade 1: Sabe-se que a probabilidade total é igual a 1, observe o exemplo e em cada situação descrita, calcule a probabilidade:

a) Um turista planeja visitar Alter do Chão e quer passar um dia na Ilha do Amor ou na Praia do Cajueiro. Se a probabilidade de escolher a Ilha do Amor é 0,7, qual é a probabilidade de ele escolher a Praia do Cajueiro? Comente seu resultado.

0,3 porque é o que resta de probabilidades até chegar o total de probabilidades.

b) Em uma feira de artesanato em Santarém, um visitante pode comprar colares, pulseiras ou brincos. A probabilidade de comprar um colar é 0,3 e a de comprar uma pulseira é 0,4. Qual é a probabilidade de comprar ou um colar ou uma pulseira? Justifique sua resposta.

0,7 porque a probabilidade de comprar um colar é 0,3 e a de comprar uma pulseira é 0,4

c) No Festival dos Botos Tucuxi ou Cor de Rosa, também ocorrem outras apresentações culturais. Se a probabilidade de um visitante assistir de uma apresentação cultural é 0,4, qual é a probabilidade dele não assistir uma dessas outras apresentações? Justifique seu raciocínio.

0,6 porque se 0,4 é a probabilidade de assistir a apresentação então 0,6 é a probabilidade de não assistir

d) Existem três possibilidades de ir de Santarém até Alter do Chão: barco, ônibus ou táxi. A probabilidade de escolher o barco como meio de transporte é 0,2 e de escolher o ônibus é de 0,5. Qual é a probabilidade de ele escolher ir de barco ou táxi? Explique seu pensamento

0,5 porque se a probabilidade de escolher o barco é 0,2 e do taxi é 0,3 então tem 0,5 probabilidades de escolher um deles.

e) Em um restaurante em Santarém, um cliente pretende escolher um prato entre peixe grelhado, maniçoba ou açaí com peixe frito. A probabilidade de escolher peixe grelhado é 0,4 e a de escolher maniçoba é 0,3. Qual é a probabilidade de ele escolher peixe grelhado ou açaí com peixe frito? a probabilidade é de 0,7

f) Em Alter do Chão, um turista pode escolher um presente entre uma camiseta, um chapéu ou uma lembrança de cerâmica. Se a probabilidade de comprar uma camiseta é 0,25 e a de comprar um chapéu é 0,35, qual é a probabilidade de comprar uma camiseta ou um chapéu? Explique 0,6 é a probabilidade de comprar um dos dois

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

No primeiro caso, figura 40, o aluno usou o cálculo numérico como esperado, mas não justificou seu pensamento com a linguagem usual como fora solicitado na questão. Por outro lado, na figura 41, os aluno justifica a probabilidade encontrada, mesmo não apresentadno cálculo matemático adequado, usam da linguagem usual para explicar o que compreenderam e como chegaram ao resultado.

Segundo Castilho (2020), ao se apoiar em Duval (2009), o pensamento matemático demanda a mobilização de diferentes registros de representação semiótica, destacando-se a conversão entre esses registros como essencial para a compreensão. Essa perspectiva reforça que não basta apresentar uma situação-problema em linguagem natural: é preciso permitir que o aluno transite para registros gráficos, tabelares e simbólicos, a fim de construir o significado do objeto matemático.

4.2.3.2 Atividade 2 do Bloco 3

Em consonancia com essa ideia, a Atividade 2 do Bloco 3 pedia que os alunos completassem uma tabela, convertendo o registro anterior para uma linguagem tabular.

Figura 40 - Atividade 2 do Bloco 3

Atividade 2: Complete a tabela com as informações dos itens anteriores. Siga o exemplo

	Probabilidade 1	Valor	Probabilidade 2	Valor	Probabilidade total	P (1) + P (2) = 1
a)	Tucuxi	0,6	Cor de rosa	0,4	1,0	0,6 + 0,4 = 1,0
b)						
c)						
d)						
e)						
f)						

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Essa atividade exigia que os alunos alternassem os registros usados na atividade anterior, como o algébrico (uso de números para expressar relações) e o verbal (explicação dos procedimentos adotados), e transformassem em tabular, oraganizando na tabela as respostas já alcançadas. Em sua proposta didática, Castilho (2020) é coerente com os princípios de Duval, pois traz elementos que favorecem a aprendizagem por meio da variação e articulação dos registros de representação semiótica, como vemos também nessa atividade do Bloco 3.

As figuras 43 e 44 (alunos L e U) trazem os dois tipos de respostas que predominaram na resolução da atividade.

Figura 42 - Resposta do aluno L sobre a Atividade 2 do Bloco 3

Atividade 2: Complete a tabela com as informações dos itens anteriores. Siga o exemplo

	Probabilidade 1	Valor	Probabilidade 2	Valor	Probabilidade total	P (1) + P (2) = 1
a)	Tucuxi	0,6	Cor de rosa	0,4	1,0	0,6 + 0,4 = 1,0
b)	ILHA DO AMOR	0,7	CAJUEIRO	0,3	1,0	0,7 + 0,3 = 1,0
c)	COLAR	0,3	PULSEIRA	0,4	0,7	0,3 + 0,4 = 0,7
d)	BARCO	0,2	ÔNIBUS	0,5	0,7	0,2 + 0,5 = 0,7
e)	PEIXE GRELHADO	0,4	MANIÇOBA	0,3	0,7	0,4 + 03 = 0,7
f)	CAMISETA	0,25	CHAPÉU	0,35	0,60	0,25 + 0,35 = 0,60

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

É possível perceber que o aluno conseguiu converter os registros da atividade anterior e trouxe para a tabela os dados desejados. No contexto do ensino de probabilidade, Oliveira (2020, p. 70) destaca que "a conversão entre registros de representação é apontada como o maior obstáculo à aprendizagem da Matemática (DUVAL, 2009)", evidenciando a importância de propor atividades que favoreçam essa conversão.

Figura 44 - Resposta do aluno U sobre a Atividade 2 do Bloco 3

Atividade 2: Complete a tabela com as informações dos itens anteriores. Siga o exemplo

	Probabilidade 1	Valor	Probabilidade 2	Valor	Probabilidade total	P (1) + P (2) = 1
a)	Tucuxi	0,6	Cor de rosa	0,4	1,0	0,6 + 0,4 = 1,0
b)	ilha do amor	0,7	praia do cajueiro	0,3	1,0	0,7+0,3= 1,0
c)						
d)						
e)						
f)						

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

O aluno U (figura 44) preencheu apenas uma linha da atividade, ao ser questionado a respeito, o aluno afirmou que as outras alternativas tinham mais do que duas probabilidades e somente a letra b alcançava a probabilidade total em 1 conforme o exemplo da tabela. Compreendemos que essa ação foi positiva, pois entenderam que o total da probabilidade será 1, mesmo que não tenham preenchido todos as colunas da tabela.

Nesse sentido Oliveira (2020, p. 44), se apoia na Teoria de Registro Representação Semiótica e afirma: “Duval (apud Machado, 2016) reforça que os registros de representação semiótica são indispensáveis para a produção de sentido nos objetos matemáticos.”

4.2.3.3 Atividade 3 do Bloco 3

A Atividade 3 (figura 45) voltada para transformar os valores em decimais para unidade fracionária, tinha como objetivo levar os alunos a perceber que a unidade decimal é igual a unidade fracionária.

Figura 46 - Atividade 3 do Bloco 3

Atividade 3: A partir da Atividade 2, transforme os números decimais para números fracionários, conforme o exemplo:

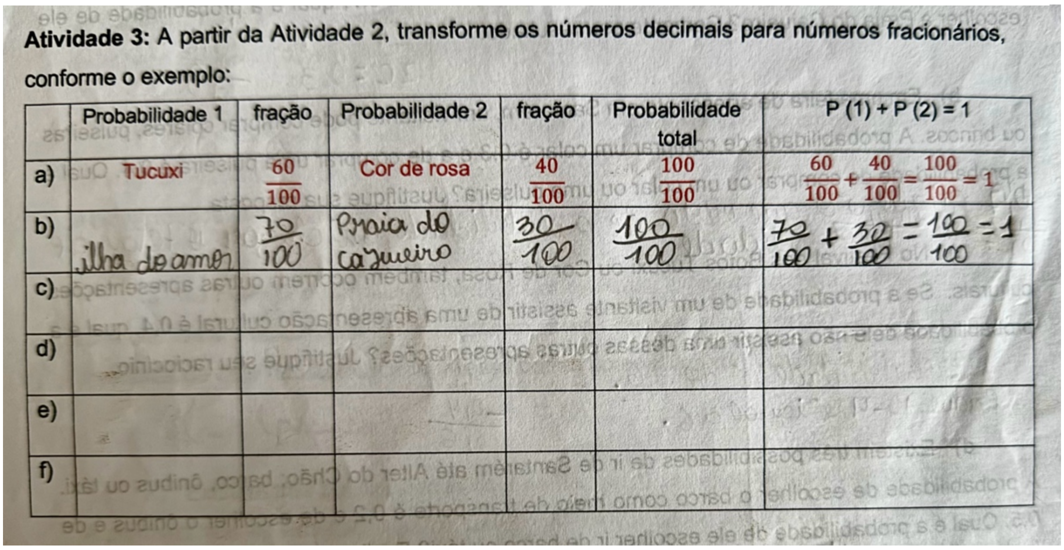
	Probabilidade 1	fração	Probabilidade 2	fração	Probabilidade total	P (1) + P (2) = 1
a)	Tucuxi	$\frac{60}{100}$	Cor de rosa	$\frac{40}{100}$	$\frac{100}{100}$	$\frac{60}{100}+\frac{40}{100}=\frac{100}{100}=1$
b)						
c)						
d)						
e)						
f)						

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Nesta atividade, concordamos com a ideia de Castilho (2020) que, conforme Duval (2003), afirma que a atividade matemática não se sustenta sobre um único tipo de representação. Nesse sentido, a conversão entre registros — como do gráfico para o algébrico ou do verbal para o simbólico ou ainda da linguagem usual para a tabular — constitui uma prática didática que favorece a internalização do conceito de probabilidade. Castilho (2020, p. 29) reforça que “é justamente essa transposição entre registros que permite aos estudantes a elaboração de inferências mais sofisticadas e coerentes com os princípios probabilísticos.”

Assim como na atividade 2, alguns alunos preencheram a tabela toda e outros apenas uma linha, mas consideramos a atividade satisfatória, pois os alunos fizeram a conversão do registro adequadamente, conforme vemos nas figuras 46 e 47 a seguir.

Figura 48 - Resposta do aluno E sobre a Atividade 3 do Bloco 3

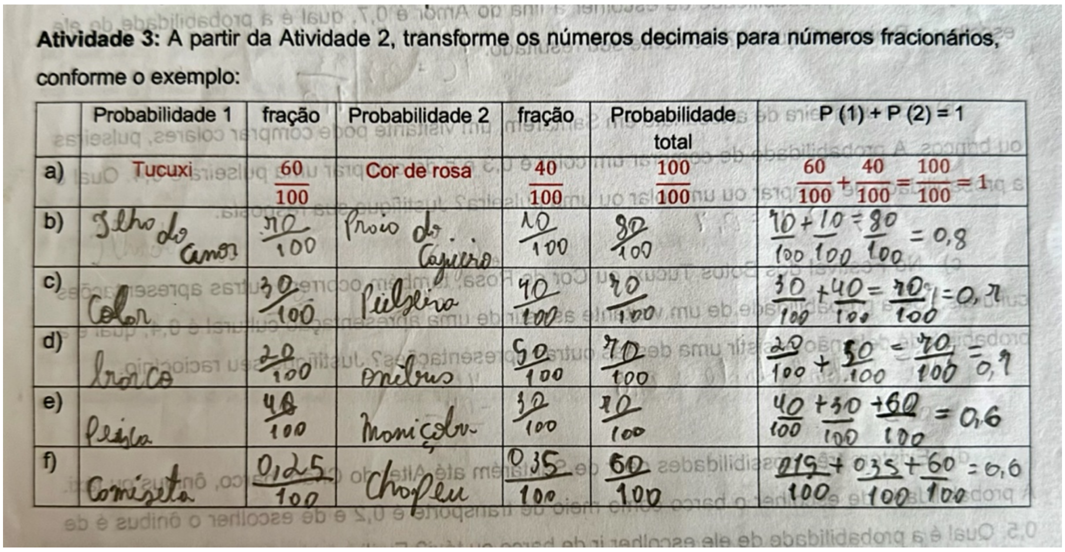


Atividade 3: A partir da Atividade 2, transforme os números decimais para números fracionários, conforme o exemplo:

	Probabilidade 1	fração	Probabilidade 2	fração	Probabilidade total	P (1) + P (2) = 1
a)	Tucuxi	$\frac{60}{100}$	Cor de rosa	$\frac{40}{100}$	$\frac{100}{100}$	$\frac{60}{100}+\frac{40}{100}=\frac{100}{100}=1$
b)	Ilha do amor	$\frac{70}{100}$	Praia do Cajueiro	$\frac{30}{100}$	$\frac{100}{100}$	$\frac{70}{100}+\frac{30}{100}=\frac{100}{100}=1$
c)						
d)						
e)						
f)						

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Figura 50 - Resposta do aluno Y sobre a Atividade 3 do Bloco 3



Atividade 3: A partir da Atividade 2, transforme os números decimais para números fracionários, conforme o exemplo:

	Probabilidade 1	fração	Probabilidade 2	fração	Probabilidade total	P (1) + P (2) = 1
a)	Tucuxi	$\frac{60}{100}$	Cor de rosa	$\frac{40}{100}$	$\frac{100}{100}$	$\frac{60}{100}+\frac{40}{100}=\frac{100}{100}=1$
b)	Ilha do Amor	$\frac{70}{100}$	Praia do Cajueiro	$\frac{10}{100}$	$\frac{80}{100}$	$\frac{70}{100}+\frac{10}{100}=\frac{80}{100}=0,8$
c)	Colar	$\frac{30}{100}$	Pulseira	$\frac{40}{100}$	$\frac{70}{100}$	$\frac{30}{100}+\frac{40}{100}=\frac{70}{100}=0,7$
d)	barco	$\frac{20}{100}$	ônibus	$\frac{50}{100}$	$\frac{70}{100}$	$\frac{20}{100}+\frac{50}{100}=\frac{70}{100}=0,7$
e)	Peixe	$\frac{40}{100}$	Maniçoba	$\frac{30}{100}$	$\frac{70}{100}$	$\frac{40}{100}+\frac{30}{100}+\frac{60}{100}=0,6$
f)	Camiseta	$\frac{0,25}{100}$	Chapéu	$\frac{0,35}{100}$	$\frac{60}{100}$	$\frac{0,25}{100}+\frac{0,35}{100}+\frac{60}{100}=0,6$

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Concordamos com o trabalho de Oliveira (2020, p. 44), quando afirma: "Duval (apud Machado, 2016) reforça que os registros de representação semiótica são indispensáveis para a produção de sentido nos objetos matemáticos." A aprendizagem de probabilidade exige que o estudante seja capaz de interpretar e articular diferentes formas de representação de um mesmo conceito, como linguagem natural, tabelas, gráficos e registros simbólicos.

Oliveira (2020, p. 70) também destaca que "a conversão entre registros de representação é apontada como o maior obstáculo à aprendizagem da Matemática (Duval, 2009)", evidenciando a importância de propor atividades que favoreçam essa conversão.

4.2.3.4 Análise geral do Bloco 3

Ao analisar o Bloco 3, percebemos que a maioria dos estudantes apresentou algum nível de compreensão, embora uma parte significativa tenha demonstrado dificuldades, principalmente na operação de adição para completar as tabelas. Ressaltamos que a conversão entre registros e a manipulação algébrica de probabilidades ainda demandam maior amadurecimento conceitual por parte dos alunos, sugerindo a necessidade de intervenções didáticas que reforcem a articulação entre linguagem verbal, representação gráfica e operações numéricas. O quadro 5 a seguir traz um resumo das análises.

Quadro 5 - Análise das respostas dos alunos ao Bloco 3 de atividades

Aluno	Atividade 1 - Subtração da probabilidade	Atividade 2 - Completar tabela com subtração	Atividade 3 - Completar tabela com adição	Objetivo geral alcançado?	Observações
A	Sim	Sim	Sim	Sim	Executa as atividades com boa clareza e entendimento dos procedimentos.
B	Sim	Sim	Sim	Sim	Executa as atividades com boa clareza e entendimento dos procedimentos.
C	Sim	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
D	Sim	Sim	Sim	Sim	Executa as atividades com boa clareza e entendimento dos procedimentos.
E	Sim	Parcial	Parcial ou Não	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
G	Sim	Sim	Sim	Sim	Executa as atividades com boa clareza e

					entendimento dos procedimentos.
H	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
I	Sim	Sim	Sim	Sim	Executa as atividades com boa clareza e entendimento dos procedimentos.
J	Parcial	Sim	Sim	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
K	Sim	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
L	Parcial	Parcial	Sim	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
M	Sim	Sim	Sim	Sim	Executa as atividades com boa clareza e entendimento dos procedimentos.
N	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
O	Sim	Parcial	Parcial ou Não	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
P	Sim	Sim	Sim	Sim	Executa as atividades com boa clareza e entendimento dos procedimentos.
Q	Sim	Sim	Sim	Sim	Executa as atividades com boa clareza e entendimento dos procedimentos.
R	Parcial	Parcial	Parcial ou Não	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
S	Sim	Parcial	Sim	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
T	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
U	Sim	Sim	Sim	Sim	Executa as atividades com boa clareza e entendimento dos procedimentos.
V	Parcial	Parcial	Sim	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na

					aplicação correta das operações.
W	Sim	Sim	Sim	Sim	Executa as atividades com boa clareza e entendimento dos procedimentos.
X	Parcial	Sim	Sim	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
Y	Sim	Sim	Sim	Sim	Executa as atividades com boa clareza e entendimento dos procedimentos.
Z	Parcial	Sim	Parcial ou Não	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
AA	Sim	Sim	Sim	Sim	Executa as atividades com boa clareza e entendimento dos procedimentos.
AB	Parcial	Parcial	Parcial ou Não	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
AC	Sim	Parcial	Sim	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.
AD	Parcial	Parcial	Parcial ou Não	Parcial	Compreensão parcial, com dificuldades na aplicação correta das operações.

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

A análise do Bloco 3 expõe que, embora uma parcela dos alunos tenha conseguido realizar corretamente as operações de subtração e adição aplicadas ao cálculo de probabilidades, outros demonstraram dificuldades, especialmente no reconhecimento da relação entre eventos complementares e operações algébricas simples. As dificuldades mais frequentes estiveram associadas à adição de probabilidades em situações compostas e ao preenchimento coerente das tabelas de registros. Esses resultados reforçam a importância de práticas didáticas que articulem de forma mais explícita os conceitos probabilísticos às operações matemáticas envolvidas, valendo-se da conversão e coordenação entre diferentes registros de representação para solidificar o entendimento dos estudantes.

4.2.4. Análise a posteriori do Bloco 4 de atividades

No Bloco 4, foram analisadas as respostas de 26 alunos, estiveram ausentes os alunos A, C, E e U. Desses, 12 alunos (46.2%) alcançaram plenamente o objetivo geral da atividade, demonstrando domínio na associação correta entre dados, conectivos e operações matemáticas, além de apresentarem justificativas coerentes.

4.2.4.1 Atividade 1 do Bloco 4

A Atividade 1 do Bloco 4 era composta de cinco (itens de a até e) situações problema que dava aos alunos informações e, com elas, os estudantes deveriam preencher uma tabela e justificar o que levou a aquela resposta.

Figura 52 - Atividade 1 do Bloco 4

Atividade 1: Em cada situação, preencha as tabelas para calcular a probabilidade e use uma justificativa para a resposta:

a) Você está em Alter do Chão e sabe que:

- A probabilidade de um turista comprar uma camiseta é 0,3.
- A probabilidade de um turista escolher peixe grelhado para o almoço é 0,4.

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O turista **não** comprar uma camiseta		
O turista **não** escolher peixe grelhado		
O turista comprar uma camiseta **E** escolher peixe grelhado		
O turista comprar uma camiseta **OU** escolher peixe grelhado		

b) Um turista pode visitar o Encontro das Águas e o Museu de Santarém:

- Probabilidade de visitar o Encontro das Águas P(EA) = 0,5
- Probabilidade de visitar o Museu de Santarém P(MS) = 0,6

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O turista **não** visitar o Encontro das Águas		
O turista **não** visitar o Museu de Santarém		
O turista visitar o Encontro das Águas **E** o Museu de Santarém		
O turista visitar o Encontro das Águas **OU** o Museu de Santarém.		

c) Durante o Festival dos Botos, a probabilidade de um visitante participar de uma apresentação cultural e torcer para o time Tucuxi:

- Probabilidade de participar de uma apresentação cultural P(AC) = 0,25
- Probabilidade de torcer para o time Tucuxi P(TT) = 0,5

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O visitante **não** participar de uma apresentação cultural		
O visitante **não** torcer para o time Tucuxi		
O visitante participar de uma apresentação cultural **e** torcer para o time Tucuxi		
O visitante participar de uma apresentação cultural **ou** torcer para o time Tucuxi		

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Figura 54 - Continuação Atividade 1 do Bloco 4

d) Um pescador no rio Tapajós pode pegar um tucunaré e avistar um boto:

- Probabilidade de pegar um tucunaré P (T) = 0,3
- Probabilidade de avistar um boto P (B) = 0,2

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O pescador **não** pegar um tucunaré		
O pescador **não** avistar um boto		
O pescador pegar um tucunaré **e** avistar um boto		
O pescador pegar um tucunaré **ou** avistar um boto		

e) Durante a visita a Alter do Chão, a probabilidade de ter um dia ensolarado e o turista tomar um banho de rio:

- Probabilidade de ter um dia ensolarado P (D) = 0,7
- Probabilidade de o turista tomar um banho de rio P (BR) = 0,5

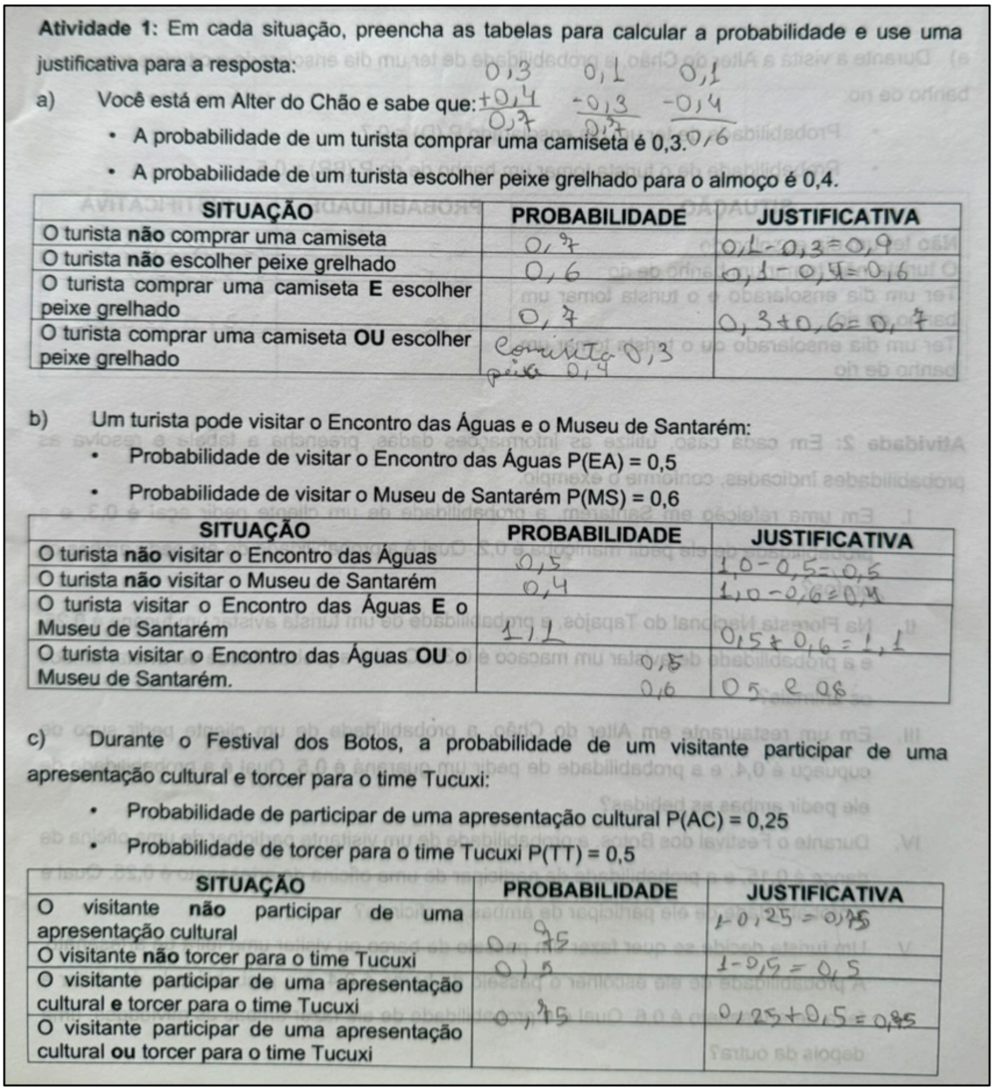
SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
Não ter um dia ensolarado		
O turista **não** tomar um banho de rio		
Ter um dia ensolarado **e** o turista tomar um banho de rio		
Ter um dia ensolarado **ou** o turista tomar um banho de rio		

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

O objetivo era que os estudantes preenchessem as probabilidades (usando a soma ou subtração da atividade anterior) e justificassem mostrando o cálculo ou em palavras o seu raciocínio.

Analisando a resposta do aluno G, na figura 50 abaixo, percebemos que ele compreende que para encontrar a probabilidade correta ele precisa subtrair da probabilidade total 1. Justifica isso com o cálculo adequado e apresenta na coluna da justificativa, mas quando chegou no conectivo **ou** não consegue chegar a um valor satisfatório visto que não percebem que pode haver repetições nas probabilidades.

Figura 56 - Resposta do aluno G sobre a Atividade 1 do Bloco 4



Atividade 1: Em cada situação, preencha as tabelas para calcular a probabilidade e use uma justificativa para a resposta:

a) Você está em Alter do Chão e sabe que:

- A probabilidade de um turista comprar uma camiseta é 0,3.
- A probabilidade de um turista escolher peixe grelhado para o almoço é 0,4.

0,3 + 0,4 = 0,7 0,1 − 0,3 = 0,7 0,1 − 0,4 = 0,6

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O turista **não** comprar uma camiseta	0,7	0,1 − 0,3 = 0,7
O turista **não** escolher peixe grelhado	0,6	0,1 − 0,4 = 0,6
O turista comprar uma camiseta **E** escolher peixe grelhado	0,7	0,3 + 0,4 = 0,7
O turista comprar uma camiseta **OU** escolher peixe grelhado	Camiseta 0,3 peixe 0,4	

b) Um turista pode visitar o Encontro das Águas e o Museu de Santarém:

- Probabilidade de visitar o Encontro das Águas P(EA) = 0,5
- Probabilidade de visitar o Museu de Santarém P(MS) = 0,6

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O turista **não** visitar o Encontro das Águas	0,5	1,0 − 0,5 = 0,5
O turista **não** visitar o Museu de Santarém	0,4	1,0 − 0,6 = 0,4
O turista visitar o Encontro das Águas **E** o Museu de Santarém	1,1	0,5 + 0,6 = 1,1
O turista visitar o Encontro das Águas **OU** o Museu de Santarém.	0,5 0,6	0,5 e 0,6

c) Durante o Festival dos Botos, a probabilidade de um visitante participar de uma apresentação cultural e torcer para o time Tucuxi:

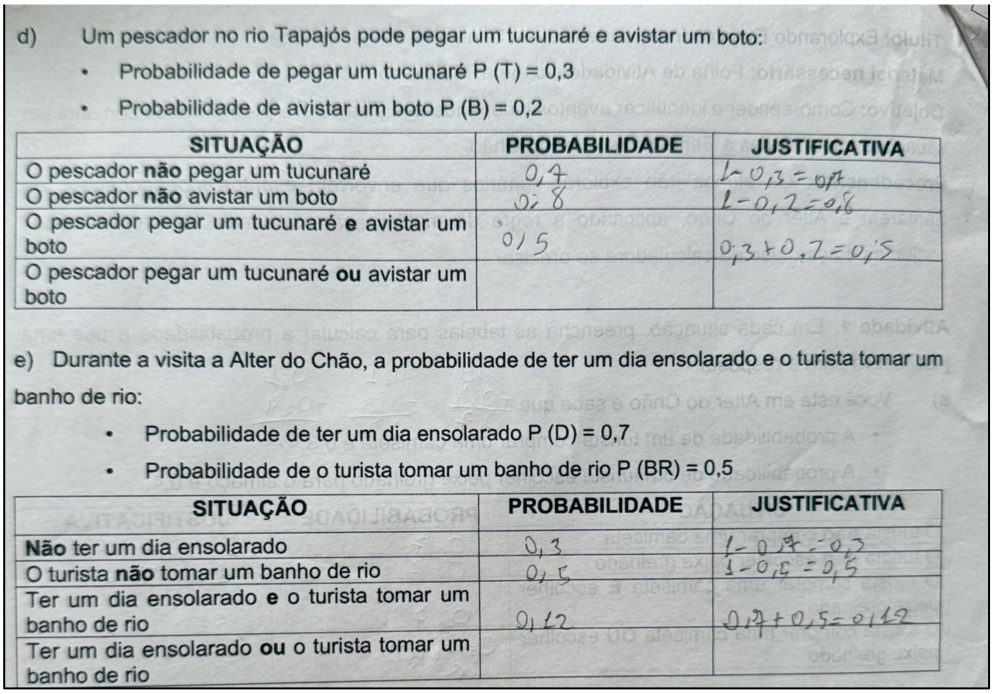
- Probabilidade de participar de uma apresentação cultural P(AC) = 0,25
- Probabilidade de torcer para o time Tucuxi P(TT) = 0,5

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O visitante **não** participar de uma apresentação cultural	0,75	1 − 0,25 = 0,75
O visitante **não** torcer para o time Tucuxi	0,5	1 − 0,5 = 0,5
O visitante participar de uma apresentação cultural **e** torcer para o time Tucuxi	0,75	0,25 + 0,5 = 0,75
O visitante participar de uma apresentação cultural **ou** torcer para o time Tucuxi		

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Essa percepção acontece em todos os itens, como podemos perceber na continuação da questão, na figura 51 a seguir:

Figura 58 - Continuação da Resposta do aluno G sobre a Atividade 1 do Bloco 4



d) Um pescador no rio Tapajós pode pegar um tucunaré e avistar um boto:

- Probabilidade de pegar um tucunaré P (T) = 0,3
- Probabilidade de avistar um boto P (B) = 0,2

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O pescador **não** pegar um tucunaré	0,7	1-0,3=0,7
O pescador **não** avistar um boto	0,8	1-0,2=0,8
O pescador pegar um tucunaré **e** avistar um boto	0,5	0,3+0,2=0,5
O pescador pegar um tucunaré **ou** avistar um boto		

e) Durante a visita a Alter do Chão, a probabilidade de ter um dia ensolarado e o turista tomar um banho de rio:

- Probabilidade de ter um dia ensolarado P (D) = 0,7
- Probabilidade de o turista tomar um banho de rio P (BR) = 0,5

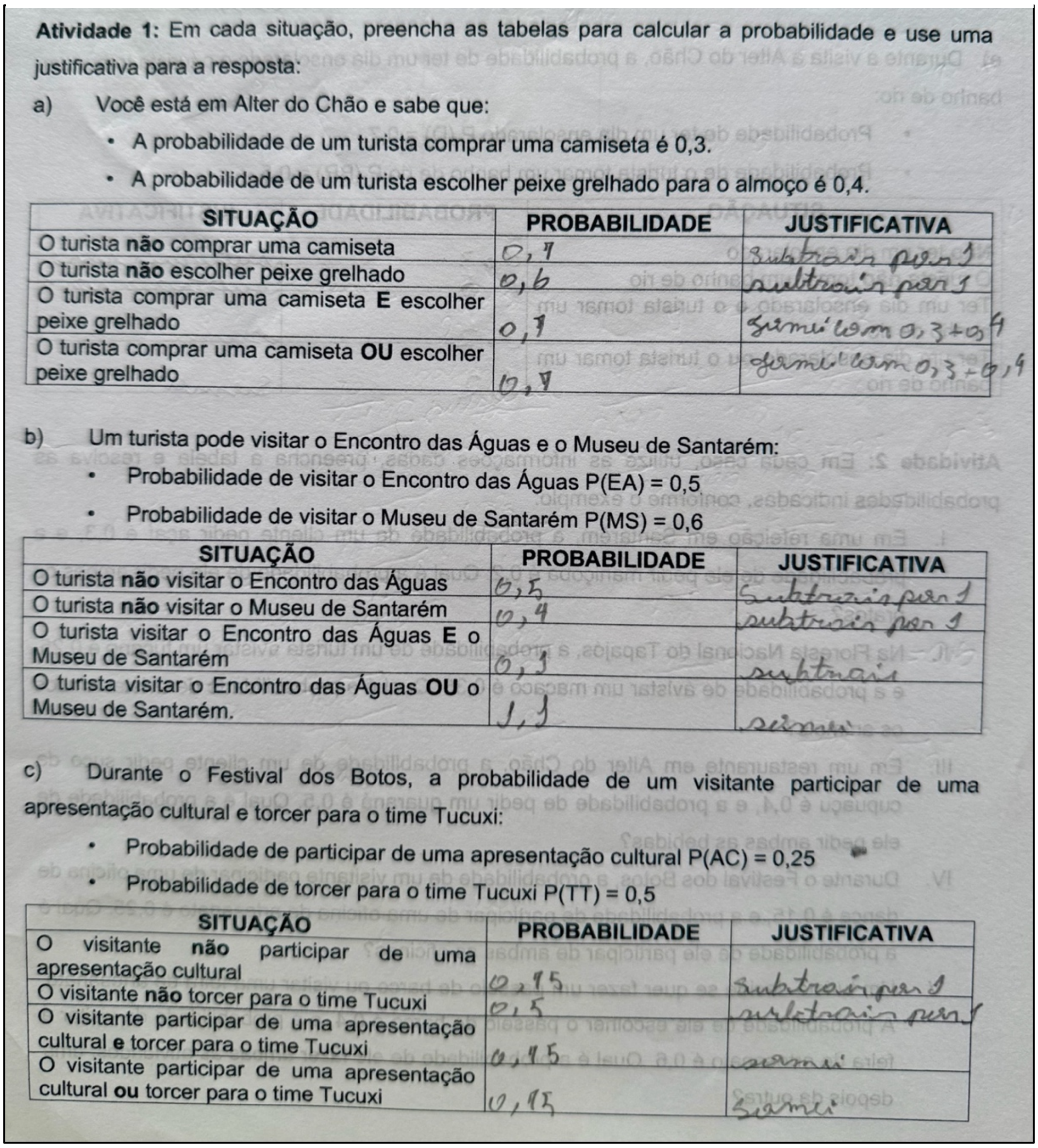
SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
Não ter um dia ensolarado	0,3	1-0,7=0,3
O turista **não** tomar um banho de rio	0,5	1-0,5=0,5
Ter um dia ensolarado **e** o turista tomar banho de rio	0,12	0,7+0,5=0,12
Ter um dia ensolarado **ou** o turista tomar um banho de rio		

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

No contexto do ensino de Probabilidade, Soares (2021, p. 85) reforça a perspectiva de Oliveira (2020) sobre a conversão de registros, ao afirmar que “a conversão entre registros de representação semiótica é fundamental para a apreensão de um objeto matemático”. Dessa forma, ao planejar experiências didáticas que integrem registros múltiplos, como defendem Oliveira e Soares, o professor amplia as possibilidades de compreensão da probabilidade e contribui para o desenvolvimento de um raciocínio mais flexível e significativo.

Analisando a resposta do aluno AD (figuras 52 e 53), percebemos que ele usou a linguagem usual para justificar seu raciocínio e ainda apresentou resposta decimal como solicitado na questão. Vejamos as respostas a seguir.

Figura 60 - Resposta do aluno AD sobre a Atividade 1 do Bloco 4



Atividade 1: Em cada situação, preencha as tabelas para calcular a probabilidade e use uma justificativa para a resposta:

a) Você está em Alter do Chão e sabe que:

- A probabilidade de um turista comprar uma camiseta é 0,3.
- A probabilidade de um turista escolher peixe grelhado para o almoço é 0,4.

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O turista **não** comprar uma camiseta	0,7	subtraí por 1
O turista **não** escolher peixe grelhado	0,6	subtraí por 1
O turista comprar uma camiseta **E** escolher peixe grelhado	0,7	somei com 0,3+0,4
O turista comprar uma camiseta **OU** escolher peixe grelhado	0,7	somei com 0,3+0,4

b) Um turista pode visitar o Encontro das Águas e o Museu de Santarém:

- Probabilidade de visitar o Encontro das Águas P(EA) = 0,5
- Probabilidade de visitar o Museu de Santarém P(MS) = 0,6

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O turista **não** visitar o Encontro das Águas	0,5	subtraí por 1
O turista **não** visitar o Museu de Santarém	0,4	subtraí por 1
O turista visitar o Encontro das Águas **E** o Museu de Santarém	0,1	subtraí
O turista visitar o Encontro das Águas **OU** o Museu de Santarém.	1,1	somei

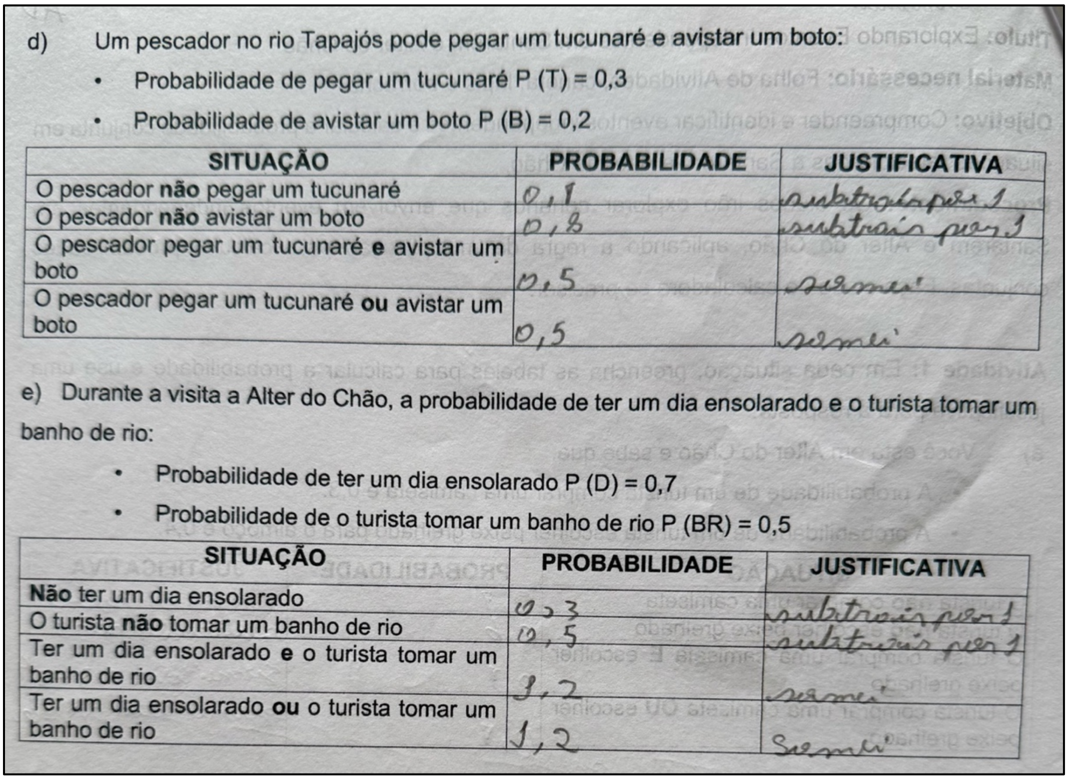
c) Durante o Festival dos Botos, a probabilidade de um visitante participar de uma apresentação cultural e torcer para o time Tucuxi:

- Probabilidade de participar de uma apresentação cultural P(AC) = 0,25
- Probabilidade de torcer para o time Tucuxi P(TT) = 0,5

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O visitante **não** participar de uma apresentação cultural	0,75	subtraí por 1
O visitante **não** torcer para o time Tucuxi	0,5	subtraí por 1
O visitante participar de uma apresentação cultural **e** torcer para o time Tucuxi	0,75	somei
O visitante participar de uma apresentação cultural **ou** torcer para o time Tucuxi	0,75	somei

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Figura 62 - Resposta do aluno AD sobre a Atividade 1 do Bloco 4



d) Um pescador no rio Tapajós pode pegar um tucunaré e avistar um boto:

- Probabilidade de pegar um tucunaré P (T) = 0,3
- Probabilidade de avistar um boto P (B) = 0,2

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O pescador **não** pegar um tucunaré	0,7	subtraída por 1
O pescador **não** avistar um boto	0,8	subtraí por 1
O pescador pegar um tucunaré **e** avistar um boto	0,5	somei
O pescador pegar um tucunaré **ou** avistar um boto	0,5	somei

e) Durante a visita a Alter do Chão, a probabilidade de ter um dia ensolarado e o turista tomar um banho de rio:

- Probabilidade de ter um dia ensolarado P (D) = 0,7
- Probabilidade de o turista tomar um banho de rio P (BR) = 0,5

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
Não ter um dia ensolarado	0,3	subtraí por 1
O turista **não** tomar um banho de rio	0,5	subtraí por 1
Ter um dia ensolarado **e** o turista tomar um banho de rio	1,2	somei
Ter um dia ensolarado **ou** o turista tomar um banho de rio	1,2	somei

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Em ambos os casos, os alunos não conseguiram chegar na resposta correta sobre o conectivo OU. O aluno realizou soma nas probabilidades e chegou a resultados não esperados. Duval (2003) já afirmava que o desenvolvimento da atividade matemática depende essencialmente da utilização de diferentes sistemas de representação, os quais não apenas se distinguem entre si, mas também se diferenciam do próprio objeto matemático que representam.

Ao estruturar atividades que exigem dos alunos a análise de situações de incerteza, a mobilização de diferentes abordagens probabilísticas e a tomada de decisão fundamentada, Castilho (2020) cria oportunidades para que os estudantes transitem entre registros diversos, como a linguagem natural (descrição das situações), o simbólico (cálculo das probabilidades) e o gráfico (tabelas e representações visuais), e é isso que pretendiamos com a Sequência Didática apresentada.

4.2.4.2 Atividade 2 do Bloco 4

A Atividade 2 do Bloco 4 trazia cinco situações descritas e pedia que os alunos, munidos das informações, completassem uma tabela e resolvessem as probabilidades conforme o exemplo. A figura 54 a seguir traz a atividade na integra.

Figura 64 - Atividade 2 do Bloco 4

Atividade 2: Em cada caso, utilize as informações dadas, preencha a tabela e resolva as probabilidades indicadas, conforme o exemplo.

I. Em uma refeição em Santarém, a probabilidade de um cliente pedir açaí é 0,3, e a probabilidade de ele pedir maniçoba é 0,2. Qual é a probabilidade de ele pedir ambos os pratos?
II. Na Floresta Nacional do Tapajós, a probabilidade de um turista avistar um tucano é 0,25, e a probabilidade de avistar um macaco é 0,35. Qual é a probabilidade de avistar ambos os animais?
III. Em um restaurante em Alter do Chão, a probabilidade de um cliente pedir suco de cupuaçu é 0,4, e a probabilidade de pedir um guaraná é 0,5. Qual é a probabilidade de ele pedir ambas as bebidas?
IV. Durante o Festival dos Botos, a probabilidade de um visitante participar de uma oficina de dança é 0,15, e a probabilidade de participar de uma oficina de artesanato é 0,25. Qual é a probabilidade de ele participar de ambas as oficinas?
V. Um turista decide se quer fazer um passeio de barco ou visitar uma feira de artesanato. A probabilidade de ele escolher o passeio de barco é 0,4, e a probabilidade de visitar a feira de artesanato é 0,6. Qual é a probabilidade de ele fazer ambas as atividades, uma depois da outra?

Caso	Evento A	Evento B	Probabilidade A	Probabilidade B	Probabilidade A e B
I	Passeio de barco	Visitar a feira do artesanato	0,4	0,6	0,4 x 0,6 = 0,24
II					
III					
IV					
V					

Fonte: Protocolo de pesquisa (2024)

Esperávamos que os alunos conseguissem completar a tabela seguindo o exemplo dado e realizando a multiplicação corretamente. Os alunos em sua maioria preencheram a tabela corretamente, como podemos ver a figura 55 com a resposta do aluno X, abaixo.

Figura 66 - Resposta do aluno X sobre a Atividade 2 do Bloco 4

Caso	Evento A	Evento B	Probabilidade A	Probabilidade B	Probabilidade A e B
I	Passeio de barco	Visitar a feira do artesanato	0,4	0,6	0,4 x 0,6 = 0,24
II	açaí	maniçoba	0,3	0,2	0,3 x 0,2 = 0,06
III	tucano	macaco	0,25	0,35	0,25 x 0,35 = 0,0875
IV	guaraná	cupuaçu	0,5	0,4	0,5 x 0,4 = 0,2
V	dança	artesanato	0,15	0,25	0,15 x 0,25 = 0,0375

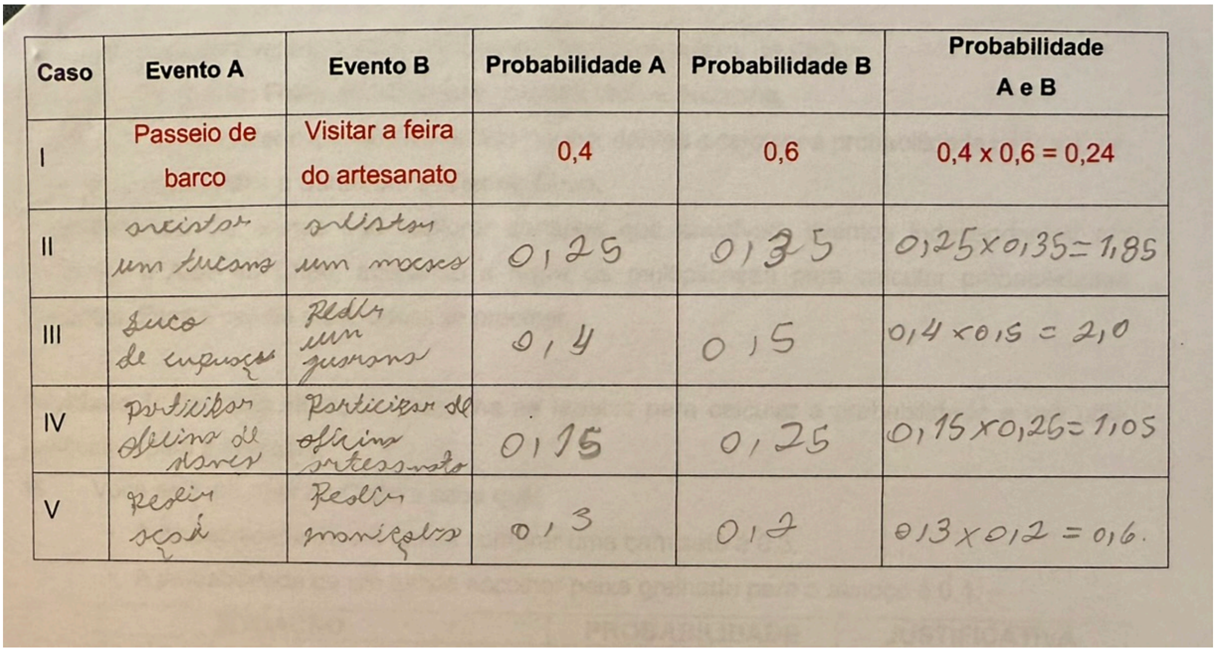
Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Assim como outros, o aluno da figura 55 preencheu corretamente a tabela e realizou as multiplicações corretamente. Nessa atividade, os alunos fizeram a relação da situação em linguagem natural com a tabela e ainda realizaram o cálculo de forma precisa.

A compreensão de situações que envolvem aleatoriedade exige que o aluno transite entre diferentes formas de representar o problema, como experimentos, tabelas, linguagem simbólica e esquemas gráficos. Essa mobilização não se limita a decodificar informações, mas envolve a conversão entre registros, processo que se mostra fundamental para que o estudante possa atribuir significado aos conceitos probabilísticos. Nesse sentido, Soares (2021) destaca que a conversão entre registros é um elemento central para a apreensão da aleatoriedade, aproximando-se da perspectiva teórica de Duval, para quem a conversão representa uma função cognitiva indispensável à aprendizagem matemática.

Em contrapartida, tivemos alguns alunos que preencheram a tabela, mas no momento de realizar o cálculo matemático encontraram dificuldade com a multiplicação de números decimais, como podemos observar na resposta do Aluno S (figura 56).

Figura 68 - Resposta do Aluno S sobre a Atividade 2 do Bloco 4



Caso	Evento A	Evento B	Probabilidade A	Probabilidade B	Probabilidade A e B
I	Passeio de barco	Visitar a feira do artesanato	0,4	0,6	0,4 x 0,6 = 0,24
II	avistar um tucano	avistar um macaco	0,25	0,35	0,25x0,35=1,85
III	suco de cupuaçu	pedir um guaraná	0,4	0,5	0,4x0,5 = 2,0
IV	participar oficina de dança	participar de oficina artesanato	0,15	0,25	0,15x0,26=1,05
V	pedir açaí	pedir maniçoba	0,3	0,2	0,3x0,2 = 0,6.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2025)

Assim como no trabalho de Oliveira (2020), erros de natureza operatória também foram identificados durante a resolução de problemas envolvendo probabilidade. Alguns alunos, mesmo compreendendo parcialmente a estrutura da atividade (completar a tabela com as informações dos casos citados), cometiam equívocos ao aplicar o princípio multiplicativo. Em seu trabalho, Oliveira (2020, p. 97) observa que “alunos realizaram multiplicações incorretas, como 3 × 3 = 6, o que impactou diretamente no cálculo da probabilidade e comprometeu a coerência da resposta final”. Esse tipo de erro evidência não apenas falhas no domínio das operações fundamentais, mas também na articulação entre os registros numérico e simbólico, cuja conversão, segundo Duval (2003), é condição essencial para a compreensão do objeto matemático.

4.2.4.3 Análise geral do Bloco 4

Boa parte dos estudantes conseguiu preencher corretamente as tabelas e calcular os produtos de probabilidades propostos. Entretanto, observamos que uma parcela significativa dos alunos ainda apresenta dificuldades na interpretação dos enunciados, especialmente ao justificar suas respostas com base nos conectivos e nos cálculos envolvidos. Os dados analisados foram organizados no quadro 6 a seguir:

Quadro 6 - Análise das respostas dos alunos ao Bloco 4 de atividades

Aluno	Atividade 1 - Relacionou dados e conectivos corretamente?	Atividade 1 - Justificou corretamente a resolução?	Atividade 2 - Preencheu a tabela corretamente?	Atividade 2 - Calculou corretamente o produto?	Objetivo geral alcançado?	Observações
B	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Relaciona corretamente os dados e operações, com justificativa adequada e cálculos corretos.
D	Sim	Sim	Parcial	Parcial	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.
F	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Relaciona corretamente os dados e operações, com justificativa adequada e cálculos corretos.
G	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Relaciona corretamente os dados e operações, com justificativa adequada e cálculos corretos.
H	Parcial	Parcial	Sim	Sim	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou

						justificativas incompletas.
I	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Relaciona corretamente os dados e operações, com justificativa adequada e cálculos corretos.
J	Sim	Sim	Parcial	Sim	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.
K	Sim	Parcial	Sim	Sim	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.
L	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Relaciona corretamente os dados e operações, com justificativa adequada e cálculos corretos.
M	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Relaciona corretamente os dados e operações, com justificativa adequada e cálculos corretos.
N	Parcial	Parcial	Sim	Sim	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.

O	Parcial	Sim	Sim	Parcial	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.
P	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Relaciona corretamente os dados e operações, com justificativa adequada e cálculos corretos.
Q	Sim	Parcial	Sim	Sim	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.
R	Parcial	Sim	Parcial	Parcial	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.
S	Parcial	Parcial	Sim	Sim	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.
T	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Relaciona corretamente os dados e operações, com justificativa adequada e cálculos corretos.
V	Sim	Sim	Parcial	Sim	Parcial	Compreensão parcial das

						relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.
W	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Relaciona corretamente os dados e operações, com justificativa adequada e cálculos corretos.
X	Parcial	Parcial	Sim	Parcial	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.
Y	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Relaciona corretamente os dados e operações, com justificativa adequada e cálculos corretos.
Z	Sim	Sim	Parcial	Sim	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.
AA	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Relaciona corretamente os dados e operações, com justificativa adequada e cálculos corretos.
AB	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Relaciona corretamente os dados e operações, com

						justificativa adequada e cálculos corretos.
AC	Sim	Parcial	Sim	Sim	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.
AD	Parcial	Parcial	Sim	Parcial	Parcial	Compreensão parcial das relações entre os dados e operações; apresenta erros ou justificativas incompletas.

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

A análise das produções dos alunos no Bloco 4 revelou avanços na capacidade de associar enunciados com operações matemáticas apropriadas, como soma, diferença e produto, ao lidar com problemas de probabilidade. Parte considerável dos estudantes foi capaz de interpretar os conectivos e utilizar justificativas corretas, inclusive quando expressas por operações numéricas coerentes. Contudo, identificaram-se também dificuldades na explicação verbal das resoluções, indicando a necessidade de aprofundar o trabalho com justificativas formais e a interpretação semântica dos dados. A atividade que envolvia o produto de probabilidades destacou-se como potencializadora na articulação entre linguagem matemática e cálculo, embora alguns estudantes ainda tenham cometido erros operacionais.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como questão de pesquisa *que contribuições apresenta uma sequência didática para o ensino de probabilidade no 2º ano do Ensino Médio, estruturada com base na teoria do Registro de Representação Semiótica?* E seu objetivo principal geral era identificar as contribuições de uma sequência didática para o ensino de probabilidade para os alunos no 2º ano do ensino médio, sobre o conteúdo de Probabilidade, a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

As análises realizadas ao longo da aplicação evidenciaram que a sequência didática proposta favoreceu a construção progressiva do conhecimento probabilístico pelos alunos. Observou-se um avanço significativo na habilidade de identificar eventos, compreender e aplicar conceitos como espaço amostral, cálculo de probabilidade e eventos independentes.

As atividades possibilitaram o desenvolvimento da capacidade de transitar entre diferentes registros de representação, aspecto fundamental para a compreensão profunda dos conceitos matemáticos. A linguagem natural, os diagramas, as tabelas e os cálculos algébricos foram articulados nas resoluções dos alunos, promovendo conexões entre os significados e facilitando a argumentação matemática.

A metodologia da Engenharia Didática mostrou-se eficaz para o planejamento, implementação e análise do processo de ensino e aprendizagem, permitindo a reflexão contínua sobre a prática docente e sobre os saberes mobilizados pelos estudantes.

A etapa de experimentação da sequência didática permitiu observar de forma concreta como os alunos se envolveram com as atividades propostas e como evoluíram na compreensão dos conceitos de probabilidade ao longo do processo. Fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica e estruturada segundo os princípios da Engenharia Didática, a sequência promoveu momentos de análise, interpretação e construção de registros distintos, contribuindo para a ampliação do repertório matemático dos estudantes.

A análise minuciosa dos quatro blocos evidenciou que os alunos apresentaram avanços progressivos no que diz respeito à identificação de eventos probabilísticos, à conversão entre registros e à realização de cálculos associados à probabilidade. A maior parte dos estudantes demonstrou maior familiaridade com os registros quando estes foram apresentados em formatos visuais ou estruturados, como tabelas e diagramas, especialmente após as atividades do Bloco 2.

Por outro lado, a experimentação também revelou desafios significativos, como as dificuldades persistentes na criação de exemplos próprios, na justificativa de respostas com base em operações matemáticas, e na articulação entre linguagem natural e formal. Esses aspectos se tornaram mais evidentes nos Blocos 3 e 4, onde os alunos foram convidados a realizar operações como subtração, adição e produto de probabilidades, e justificar suas escolhas de maneira coerente com os enunciados.

Em síntese, a sequência didática mostrou-se eficaz como proposta metodológica para o ensino de probabilidade, especialmente por favorecer o uso e a conversão de diferentes registros semióticos e por promover o desenvolvimento do pensamento probabilístico de forma contextualizada e progressiva. Os resultados obtidos reafirmam a importância da intencionalidade pedagógica na construção de sequências que respeitem os níveis de aprendizagem dos estudantes, que incentivem a produção autônoma e que valorizem o raciocínio lógico articulado à linguagem matemática.

Durante esse período posso testemunhar que aprendi muito e pude melhorar minha prática com a aplicação de teorias educacionais valiosas para o ensino e a aprendizagem dos alunos. Ao ter contato com conteúdos didáticos-pedagógicos outrora não conhecidos, pude ter acesso a um leque de opções que trouxeram luz a minha vivência como professora.

Através desta pesquisa pude diversificar minha prática e percorrer a trilha do conhecimento junto com os alunos de modo concreto. Saio do mestrado com a visão voltada para a prática educacional de modo a sempre melhorá-la, com foco no ensino e a aprendizagem significativa e duradoura, baseado em evidências cientificas sérias e comprovadas.

Conclui-se que a utilização conjunta da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e da Engenharia Didática representa uma estratégia potente para o ensino de Probabilidade, contribuindo para um ensino mais significativo, contextualizado e capaz de promover aprendizagens duradouras. Espera-se que este trabalho incentive novos estudos que busquem aprimorar o ensino de matemática com base em referenciais teóricos consistentes e práticas pedagógicas reflexivas.

Apesar dos resultados positivos obtidos com a aplicação da sequência didática proposta, esta pesquisa apresenta algumas limitações. A primeira diz respeito ao número restrito de participantes e ao contexto específico em que a experimentação foi realizada, o que pode limitar a generalização dos resultados para outras realidades educacionais. Além disso, o tempo disponível para a execução das atividades foi delimitado pelo calendário escolar, o que impôs certa limitação à exploração mais aprofundada de algumas propostas. Outro aspecto diz respeito ao fato de que a intervenção foi conduzida por apenas uma professora-pesquisadora, o que pode gerar um viés interpretativo em determinadas análises.

Como desdobramentos futuros, sugerimos a ampliação da aplicação da sequência em outras turmas e níveis de ensino, bem como a realização de estudos comparativos com outras abordagens metodológicas para o ensino de probabilidade. Também se recomenda a produção de materiais didáticos inspirados nesta proposta, que possam ser compartilhados e adaptados por outros docentes, contribuindo para o fortalecimento de práticas pedagógicas inovadoras e mais alinhadas às dificuldades reais dos estudantes.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007. 218 p.: il. – (Pesquisa; n. 121)

AMÂNCIO, J. R. **Planejamento e aplicação de uma sequência didática para o ensino de probabilidade no âmbito do PIBID**. 2012. 227 f. Mestrado em Ensino De Matemática Instituição de Ensino: Universidade Federal Do Rio De Janeiro, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Prof. Leopoldo Nachbin do Instituto de Matemática

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, Horizontes Pedagógicos, 1996, p.193-217.

___________. Ingénierie didactique. **Recherches em Didactique des Mathématiques.** Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, p. 281-308, 1988.

BENZAQUEM, Fabio de Almeida. **Atividades atrativas para o ensino de probabilidade.** 2019. 76 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Colégio Pedro II, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Rio de Janeiro, 2019.

BONI, Djones Aldivo. **Ensinando probabilidade com o jogo de dados de Mozart'** 17/02/2021 144 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: Universidade Tecnológica Federal Do Paraná (TOLEDO), Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: UTFPR

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

_______. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, LDB. 9394/1996.

_______. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino.** Tradução de Camila Bógea. São Paulo, Ática 2008.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas**: estrutura e elaboração. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017.

CARVALHO, D. L.; OLIVEIRA, P. C. Quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na licenciatura em matemática: clássica, frequentista, subjetiva e formal. In: **REUNIÃO ANUAL DA ANPEd**, 25., 2002, Caxambu. Anais... Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2002. 1 CD.

CASTILHO, Cristimara Rodrigues de. **O ensino de probabilidade baseado em uma sequência didática para o exercício de literacia probabilística**. 2020. 121 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2020.

COSTA, Renata Gaspar da. SILVA, Antônio José da. Aprendizagem Em Matemática: Registros De Representação Semiótica. **I ENOPEM** – Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática. 16 a 19 de novembro de 2020.

DALLEMOLE, Joseide Justin; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; RUIZ, Lorenzo Moreno. Registros de representação semiótica e geometria analítica: Uma experiência com futuros professores. **Relime**, Ciudad de México, v. 17, n. 2, p. 131-163, 2014. Disponível em <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362014000200002&lng=es&nrm=iso>. Acesso em 12 set. 2023. https://doi.org/10.12802/relime.13.1721.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: S. D. A. Machado (Org), **Aprendizagem em Matemática:** Registros de representação semiótica. Cap. 1, p. 11-33. Campinas: Papirus, 2003. (Coleção Papirus Educação).

________________. Como Analisar A Questão Crucial Da Compreensão Em Matemática? **Revemat**: revista eletrônica de educação matemática, Florianópolis, v. 13, n. 2, p. 1-27, 2018. Tradução de Méricles T. Moretti.

________________. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática** - RPEM, Campo Mourão, v.2, n.3, jul-dez. 2013. Entrevista concedida a FREITAS, J. L. M. de; REZENDE, V.

________________. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma**: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. In: Tânia M.M.Campos. (Org); tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011, p.160.

________________. **Semiósis e Pensamento Humano:** Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Livraria da Física, 2009. Tradução de: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

________________. Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência. **Revemat:** revista eletrônica de educação matemática, Florianópolis, v. 7, n. 1, p. 97-117, 16 jul. 2012. Tradução de Méricles Thadeu Moretti.

________________. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat**: revista eletrônica de educação matemática, Florianópolis, v. 7, n. 2, p.266-.297, 13 dez. 2012. Tradução de Méricles Thadeu Moretti

FERNANDES, J. A.; BRAGA, B. M. Conhecimento de Probabilidade de Alunos do Ensino Médio após o Ensino. **Revemop**, v. 5, p. e202311, 21 dez. 2023.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** 2000. 224 f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

LOPES, José Marcos; TEODORO, João Vitor; REZENDE, Josiane de Carvalho. Uma proposta para o estudo de probabilidade no ensino médio. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 19, n. 2, p. 75–93, 2012. DOI: 10.20396/zet.v19i36.8646626. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646626. Acesso em: 17 maio. 2024.

NUNES, Victor Arantes. **A Utilização dos Jogos Lotéricos para o Ensino de Probabilidade no Ensino Médio.** 2015. 102 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2015.

OLIVEIRA, Patrick Ramalho de. **Probabilidade no 3º ano do ensino médio:** contribuições do jogo dos discos para o ensino e aprendizagem. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação). Universidade Estadual De Mato Grosso Do Sul, Campo Grande, 2020.

OLIVEIRA, Welder Jose De. **O uso do pôquer como ferramenta para o ensino e a aprendizagem de probabilidade** 17/04/2019 undefined f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG)

OZORES, Ana Luiza F. **Entendendo alguns erros do Ensino Fundamental II que os alunos mantêm ao final do Ensino Médio.** 2015. 206 f. Dissertação (Mestrado para o Mestrado Profissional em Educação Matemática). Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2015.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PHILIPPI, Fernando Zilli. **Sequências e Séries:** uma proposta de trabalho com o uso da Engenharia Didática e a Teoria dos Registros de Representações Semióticas**.** 2020 56 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Estadual De Maringá, Rio de Janeiro, 2020.

SILVA, A. F; KODAMA, H. M. Y. Jogos no ensino da Matemática. **II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática**, Salvador: UFBa, 2004. Disponível em: http://www.bienasbm.ufba.br/02.htm. Acesso em: 29 jun. 2023.

SILVA, Robert Wagner Guimaraes. **Ensino De Probabilidade:** Vivências Escolares Mediadas Por Jogos No Contexto Pandêmico. 2021. 88 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino). Instituto Federal do Piaui - Campus Floriano - Polo Profmat, Rio de Janeiro, 2021.

SILVA, Leonardo Pinheiro Da. **Ensinando Probabilidade Com Um Simulador Do Jogo Campo Minado.** 2020. 39 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.

SOARES, Marcel Brito. **O Ensino de Probabilidade por meio de Atividades**. 2018. 294 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

SOUZA, Leandro De & Souza, Giselle & Silveira, Marcia. (2019). **Probabilidade no ensino médio: uma investigação ação em contraste com o currículo.** Disponível em < https://www.researchgate.net/publication/332524381_PROBABILIDADE_NO_ENSINO_MEDIO_UMA_INVESTIGACAO_ACAO_EM_CONTRASTE_COM_O_CURRICULO>. acesso em 14 de mai 2024 as 11:30

SOUZA, R. N. S. de; CORDEIRO, M. H. **A contribuição da Engenharia-Didática para a prática docente de Matemática na Educação Básica.** Disponível em <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/painel/TCCI20>. Acesso em: 18 de julho de 2023.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa** : como ensinar [recurso eletrônico] / Antoni Zabala ; tradução: Ernani F. da F. Rosa ; revisão técnica: Nalú Farenzena. – Porto Alegre : Penso, 2014. E-PUB Editado como livro impresso em 1998.

ZBOROWSKI, Cristina Angonesi. **Contribuições da engenharia didática como metodologia para o ensino de Ciências nos anos iniciais.** 2017. 105 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Franciscana, Santa Maria, 2017.

VAN de WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNCIES

A – DIAGNÓSTICO COM OS ALUNOS

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Questão 1. Nos itens a e b explique com suas palavras:

a) o conceito de probabilidade e sua importância em situações do cotidiano.

b) a diferença entre: evento certo, evento impossível e evento aleatório.

Questão 2. Ilustre com exemplos práticos a aplicação de probabilidade em diferentes contextos do dia a dia, como jogos de cartas, lançamento de dados, entre outros.

Questão 3. Na Floresta Amazônica, uma espécie de árvore rara chamada "Iracema" é conhecida por florescer apenas uma vez a cada 10 anos. Suponha que em uma determinada área da floresta, existam 50 árvores da espécie "Iracema". Qual é a probabilidade de que, em um ano qualquer, pelo menos uma dessas árvores floresça? Comente seu raciocínio.

Questão 4. Em uma reserva na Amazônia, uma equipe de biólogos está estudando duas espécies de aves, A e B, que compartilham o mesmo habitat. Eles observaram que 70% das aves na reserva são da espécie A, enquanto 30% são da espécie B. Além disso, eles descobriram que 80% das aves da espécie A são avistadas em uma determinada área da reserva, enquanto apenas 50% das aves da espécie B são avistadas na mesma área. Se um pesquisador avistar uma ave nessa área, qual é a probabilidade de ser da espécie A? Explique seus cálculos.

Questão 5. Em um estudo sobre a diversidade de plantas na Amazônia, os pesquisadores coletaram dados sobre a presença de duas espécies de árvores, "Açaí" e "Cupuaçu", em uma determinada área da floresta. Eles descobriram que 60% das árvores eram da espécie Açaí e 40% eram da espécie Cupuaçu. Além disso, eles observaram que 20% das árvores de Açaí também tinham flores, enquanto apenas 10% das árvores de Cupuaçu tinham flores. Uma árvore dessa área, escolhida ao acaso, indique qual é a probabilidade de ser da espécie Açaí e ter flores?

Questão 6. O governo federal está realizando o Concurso Nacional Unificado oferecendo cargos em todos os ministérios e em diversos níveis de ensino. Um curso preparatório tem um grupo de 300 candidatos que estão disputando vagas para dois cargos diferentes: A e B. Descobriu-se que 180 candidatos optaram por concorrer ao cargo A e 150 candidatos optaram pelo cargo B. Além disso, 100 candidatos se inscreveram para ambos os cargos. Procura-se verificar qual é a probabilidade de um candidato, selecionado de modo aleatório, esteja concorrendo ao cargo A ou ao cargo B?

Questão 7. Uma pesquisa realizada com os estudantes do 2º ano do ensino médio de uma escola mostrou que 150 deles têm um smartphone, 90 têm um laptop e 60 têm ambos. Qual é a probabilidade de que ele tenha um smartphone ou um laptop, sabendo que o estudante foi selecionado ao acaso?

Questão 8. Em uma turma do 2º ano do ensino médio, 60% estudantes são membros do clube de teatro, 50% são membros do clube de música e 30% são membros de ambos os clubes. Qual a probabilidade de um estudante, selecionado de modo aleatório, ser membro do clube de teatro ou do clube de música? Justifique sua resposta.

B – SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA AOS ALUNOS

Título: Explorando a Probabilidade em Santarém e Alter do Chão

Objetivo: Introduzir o conceito de probabilidade usando contextos locais de Santarém e Alter do Chão, ajudando os alunos a relacionar a matemática com o seu ambiente.
Material: Folha de atividades, caneta, lápis e borracha.
Procedimentos: Os alunos participarão de uma atividade em grupo que envolve eventos cotidianos e naturais de Santarém e Alter do Chão. Eles identificarão e classificarão eventos como certos, possíveis ou impossíveis, além de discutir as probabilidades associadas a eles.

Texto de apoio 1

[2]Santarém, situada no coração da Amazônia, fundada no século XVII, é uma cidade coroada pelo encontro dos majestosos rios Amazonas e Tapajós, rica em belezas naturais, culturas, histórias e tradições, com uma rica tapeçaria que carrega influências indígenas, portuguesas e de outros povos que ajudaram a moldar sua identidade.

Além de sua importância histórica, Santarém destaca-se por ser um polo cultural vibrante, onde o artesanato cerâmico e peças de madeira refletem as habilidades e a criatividade dos seus habitantes, muitos dos quais descendem das tribos indígenas que habitavam a região há séculos. A cidade também é famosa por sua culinária regional, elaborada com ingredientes locais, como peixes frescos dos rios, açaí e tapioca, as tornam verdadeiras delícias para o paladar.

Alter do Chão, distrito de Santarém, é mundialmente conhecido por suas deslumbrantes praias de água doce, comparadas às praias caribenhas, cujo vilarejo é abraçado pelo Lago Verde, formado pelas águas do Rio Tapajós. Durante a seca amazônica, as águas cristalinas

[2] Ilha do Amor – Alter do Chão (Fonte: https://www.viagenserotas.com.br)

do rio Tapajós revelam uma faixa de areia branca, criam um cenário paradisíaco que atrai turistas do mundo inteiro. Culturalmente, destaca-se pela Piracaia, encontro noturno que reúne as pessoas na praia ao redor de uma fogueira para comer, cantar e dançar nas noites de lua cheia, e pelo famoso Festival Sairé, manifestação que mistura elementos religiosos e profanos, introduzida pelos jesuítas no século XVII, embora conserve muito pouco da sua originalidade, é uma celebração onde os mastros simbolizam a fartura, a abundância de alimentos, diversidade da região, a preservação da cultura e a luta pela floresta. Atualmente envolve música, dança e competição entre as equipes dos Botos Tucuxi e Cor de Rosa, símbolos da mitologia Amazônica.

Santarém e Alter do Chão são lugares onde a natureza e a cultura se entrelaçam de maneira espetacular e os habitantes, orgulhosos de suas raízes e tradições, compartilham com entusiasmo suas histórias e saberes, oferecem uma hospitalidade calorosa e proporcionam experiências inesquecíveis aos visitantes. Visitar Santarém e Alter do Chão, seja explorando as águas dos rios, participando de festivais culturais ou simplesmente desfrutando da culinária local, é uma imersão em um mundo de beleza natural deslumbrante e riqueza cultural e gastronômica.

Atividade 1: Com base no texto e seus conhecimentos históricos, geográficos, culturais e gastronômicos sobre a região Amazônica, marque com **X** a coluna corresponde a situação (evento) indicado em que há **CERTEZA** de ocorrer, que é **POSSÍVEL** de ocorrer ou que seja **IMPOSSÍVEL** de acontecer. Você pode escolher mais de uma alternativa em cada situação.

SITUAÇÃO (EVENTO)	CERTEZA	POSSÍVEL	IMPOSSÍVEL
a) Ver um boto nadando no rio Tapajós.			
b) Presenciar em Santarém o encontro do rio Amazonas com o rio Madeira.			
c) Enfrentar uma tempestade de neve em Santarém			
d) Experenciar um dia de sol nas praias de Alter do Chão.			
e) Ver o Boto Tucuxi e o Boto Cor-de-rosa como protagonistas do festival de Parintins.			
f) Participar da busca dos mastros no Sairé.			

g) Experimentar uma das iguarias da culinária local (tacacá, açaí, tapioca) na praça em Alter do Chão.			
h) Ver o boi Caprichoso como ícone na praça do Sairé.			
i) Nadar no Lago Verde ao fim da tarde.			
j) Fazer uma Piracaia com tambaqui no Pico da Neblina.			
k) Encontrar uma baleia nadando no rio Tapajós.			
l) Ver roda de carimbó na praça de Alter do Chão			
m) Acertar quem irá ganhar a disputa entre as equipes dos botos Tucuxi e Cor-de-Rosa no Sairé.			

Atividade 2: Para **cada evento que você classificou como POSSÍVEL**, faça uma estimativa quanto a possibilidade de ocorrência dessas situações (eventos), tomando por base em suas experiências, conhecimentos históricos, geográficos, culturais, gastronômicos sobre a região Amazônica, atribuindo à possibilidade de ocorrência como **ALTA**, **MÉDIA** ou **BAIXA**.

DESCREVER AS POSSIBILIDADES DE OCORRÊNCIA	ALTA	MÉDIA	BAIXA

É Hora da Matemática:

Observa-se que nas atividades anteriores que, para alguns acontecimentos (eventos), há mais de uma possibilidade de ocorrência. Em probabilidade, denomina-se de:

Experimento Aleatório é um procedimento que pode ser repetido sob condições idênticas e que não é possível prever o resultado antes de realizá-lo.

Espaço Amostral *S* é o conjunto constituído por todos os possíveis resultados num experimento.

Evento é um subconjunto de um Espaço Amostral S.

Observação: Um evento pode ser constituído por nenhum, um, mais de um ou todos os elementos de um espaço amostral S.

Para exemplificar essa observação, consideremos o seguinte experimento:

Lançar um dado de seis faces, não viciado, e verificar o número situado na face voltada para cima.

- **Espaço Amostral S:** Conjunto de todos os possíveis resultados do experimento.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

- **Evento *E*:** Obter um número par na face do dado voltada para cima.

$$E = \{2, 4, 6\}$$

- **Probabilidade de ocorrência de um evento $\boldsymbol{E}$:** É a razão entre o número de casos favoráveis de ocorrência do evento e o número total de casos possíveis, representa-se por:

$$\mathrm{P}(\boldsymbol{E}) = \frac{\boldsymbol{n(E)}}{\boldsymbol{n(S)}}, \text{ no caso anterior } \mathrm{P}(\boldsymbol{E}) = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{6}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \mathbf{0{,}5}$$

- **Evento Certo:** O evento certo C é o próprio espaço amostral S, a exemplo, obter um número inteiro de 1 a 6 na face do dado voltada para cima

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\mathrm{P}(\boldsymbol{C}) = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{6}} = \mathbf{1} \textbf{ (um)}$$

- **Evento Unitário:** O evento impossível U é constituído por um único elemento, a exemplo, obter um número par e primo na face do dado voltada para cima.

$$U = \{2\}$$

$$\mathrm{P}(\boldsymbol{U}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} \cong \mathbf{0{,}1667}$$

- **Evento Impossível:** O evento impossível I é o conjunto vazio $\emptyset$, a exemplo, obter um número maior do 6 na face do dado voltada para cima.

$$\boldsymbol{I} = \emptyset$$

$$\mathrm{P}(\boldsymbol{I}) = \frac{\mathbf{0}}{\mathbf{6}} = \mathbf{0} \textbf{ (zero)}$$

Título: Explorando Espaços Amostrais em Santarém e Alter do Chão

Material: Folha de Atividade, caneta, lápis e borracha

Objetivo: Compreender o conceito de experimentos aleatórios e aprender a listar o espaço amostral, utilizando contextos e elementos de Santarém e Alter do Chão.

Procedimento: Os alunos realizarão uma série de atividades práticas que envolvem a identificação e listagem de espaços amostrais de eventos relacionados à cultura e natureza de Santarém e Alter do Chão.

Atividade 1: Observe cada situação descrita:

f) Encantado com a beleza da região e a natureza, um turista acionou aleatoriamente o celular e fotografou uma pessoa, uma árvore ou uma barraca de artesanato.

g) Um turista, visitante da ilha do Amor, soube do festival do Sairé e resolveu escolher aleatoriamente um dos times para torcer lançando uma moeda e observando a face voltada para cima, onde a face Cara representa o Boto Tucuxi e a face Coroa o boto Cor de Rosa.

h) Um turista estrangeiro pescou um peixe no rio Tapajós que pode ser um ou tucunaré, ou tambaqui ou um matrinxã.

i) Numa barraca de iguarias regionais, um turista se encantou com a variedade de doces: cupuaçu, chocolate com cupuaçu, castanha e de leite.

j) Um turista avistou na praça um grupo de mulheres dançando carimbó, com saias que destacavam uma das cores: vermelha, amarela, azul, verde ou floral.

Agora, descreva em cada item, todas as coisas encontradas pelo turista:

f) Registrado na foto: ____

g) Time botos para torcer: ____

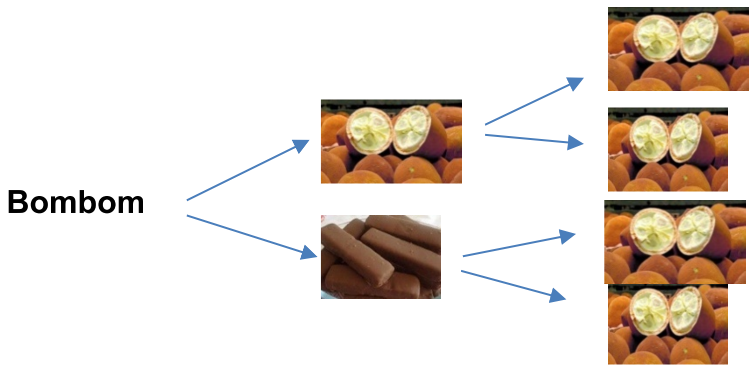
h) Resultado da pescaria: ____

i) Iguarias na barraca: ____

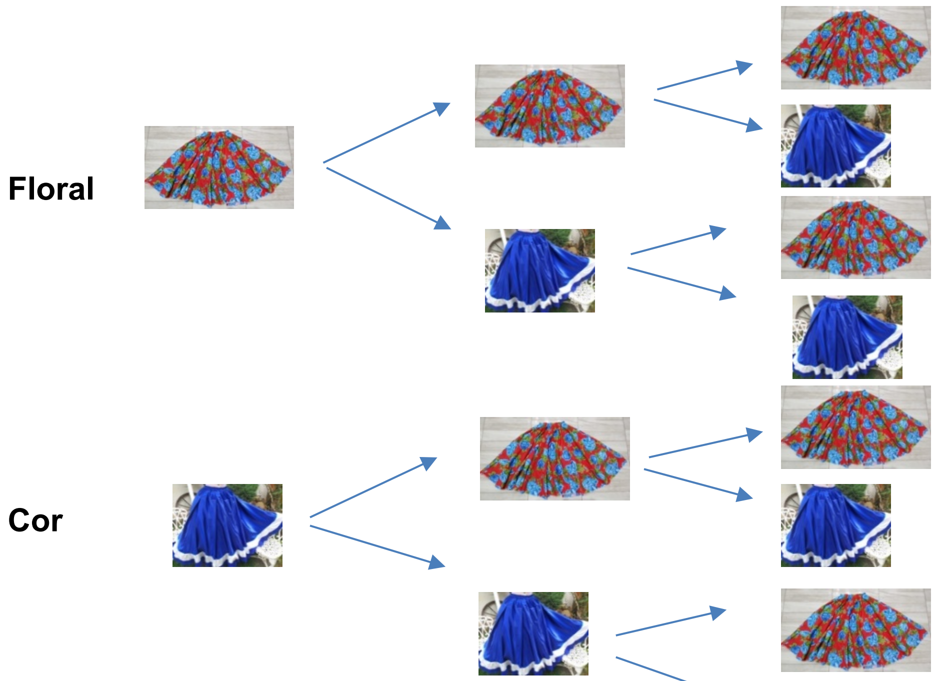
j) Cores das saias: ____

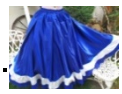
Atividade 2: Observe os diagramas a seguir e descreva todas as possibilidades resultantes em cada caso:

d) Possibilidade de recheio de bombons numa das barracas.

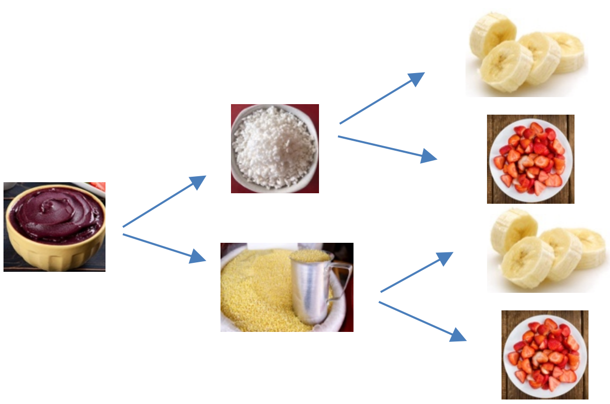


e) Possibilidade de cores das saias de um grupo de carimbó.





f) Possibilidade de adicionar ingredientes ao açaí.



Atividade 3: Apresente pelo menos dois exemplos de situações do seu cotidiano e descreva todas as possibilidades que podem resultar em cada uma das situações.

É Hora da Matemática:

O que é um Experimento Aleatório?
Um experimento aleatório é um processo ou ação que pode ser repetido indefinidamente, cujos resultados não podem ser previstos com certeza antes de sua realização. Embora possamos conhecer todos os possíveis resultados de um **experimento aleatório**, o resultado exato de qualquer execução específica do experimento **é incerto**.

Que características apresenta um experimento aleatório?

4. **Incerteza:** Não é possível prever com certeza qual será o resultado específico antes da realização do experimento.
5. **Repetibilidade:** Pode ser repetido indefinidamente sob as mesmas condições.
6. **Resultado Definido:** Em cada execução, exatamente um resultado ocorre.

Que exemplos representam Experimentos Aleatórios?

- Lançar uma moeda não viciada e observar a face voltada para cima se é "cara" ou "coroa".
- Lançar um dado não viciado de seis faces e observar qual número aparece.
- Retirar uma carta de um baralho e observar seu naipe ou valor.
- Sortear um aluno para apresentar oralmente o trabalho num grupo composto por cinco alunos.

Como descrever o Espaço Amostral?

- **Lançamento de uma moeda:**
  Experimento: Lançar uma moeda uma vez.
  Resultados Possíveis: Cara, Coroa.
  Espaço Amostral: $S = \{Cara, Coroa\}$
- **Lançamento de um dado:**
  Experimento: Lançar um dado de seis faces.
  Resultados Possíveis: Os números de 1 a 6.
  Espaço Amostral: $S = \{1,2,3,4,5,6\}$
- **Dois lançamentos consecutivos de uma moeda:**
  Experimento: Lançar uma moeda duas vezes.
  Resultados Possíveis: CC (cara no primeiro e no segundo lançamento), CCo (cara no primeiro, coroa no segundo), CoC (coroa no primeiro, cara no segundo), CoCo (coroa no primeiro e no segundo).c
  Espaço Amostral: $S = \{CC, CCo, CoC, CoCo\}$
- **Escolha de uma carta de um baralho:**
  Experimento: Tirar uma carta de um baralho de 52 cartas.
  Resultados Possíveis: Cada uma das 52 cartas.

Título: Eventos Complementares e Regra da Soma em Santarém e Alter do Chão
Material utilizado: Folha de atividade, caneta, lápis e borracha
Objetivo: Compreender e calcular a probabilidade de eventos complementares e aplicar a regra da soma em situações contextuais de Santarém e Alter do Chão.
Procedimentos: Os alunos irão explorar situações envolvendo eventos culturais e naturais de Santarém e Alter do Chão, identificando eventos complementares e aplicando a regra da soma para calcular probabilidades. Faça o uso de calculadora.

Atividade 1: Sabe-se que a probabilidade total é igual a 1, observe o exemplo e em cada situação descrita, calcule a probabilidade:

a) Um turista planeja visitar Alter do Chão e quer passar um dia na Ilha do Amor ou na Praia do Cajueiro. Se a probabilidade de escolher a Ilha do Amor é 0,7, qual é a probabilidade de ele escolher a Praia do Cajueiro? Comente seu resultado.

b) Em uma feira de artesanato em Santarém, um visitante pode comprar colares, pulseiras ou brincos. A probabilidade de comprar um colar é 0,3 e a de comprar uma pulseira é 0,4. Qual é a probabilidade de comprar ou um colar ou uma pulseira? Justifique sua resposta.

c) No Festival dos Botos Tucuxi ou Cor de Rosa, também ocorrem outras apresentações culturais. Se a probabilidade de um visitante assistir de uma apresentação cultural é 0,4, qual é a probabilidade dele não assistir uma dessas outras apresentações? Justifique seu raciocínio.

d) Existem três possibilidades de ir de Santarém até Alter do Chão: barco, ônibus ou táxi. A probabilidade de escolher o barco como meio de transporte é 0,2 e de escolher o ônibus é de 0,5. Qual é a probabilidade de ele escolher ir de barco ou táxi? Explique seu pensamento

e) Em um restaurante em Santarém, um cliente pretende escolher um prato entre peixe grelhado, maniçoba ou açaí com peixe frito. A probabilidade de escolher peixe grelhado é 0,4 e a de escolher maniçoba é 0,3. Qual é a probabilidade de ele escolher peixe grelhado ou açaí com peixe frito?

f) Em Alter do Chão, um turista pode escolher um presente entre uma camiseta, um chapéu ou uma lembrança de cerâmica. Se a probabilidade de comprar uma camiseta é 0,25 e a de comprar um chapéu é 0,35, qual é a probabilidade de comprar uma camiseta ou um chapéu? Explique

Atividade 2: Complete a tabela com as informações dos itens anteriores. Siga o exemplo

	Probabilidade 1	Valor	Probabilidade 2	Valor	Probabilidade total	P (1) + P (2) = 1
a)	Tucuxi	0,6	Cor de rosa	0,4	1,0	0,6 + 0,4 = 1,0
b)						
c)						
d)						
e)						
f)						

Atividade 3: A partir da Atividade 2, transforme os números decimais para números fracionários, conforme o exemplo:

	Probabilidade 1	fração	Probabilidade 2	fração	Probabilidade total	P (1) + P (2) = 1
a)	Tucuxi	$\frac{60}{100}$	Cor de rosa	$\frac{40}{100}$	$\frac{100}{100}$	$\frac{60}{100}+\frac{40}{100}=\frac{100}{100}=1$
b)						
c)						
d)						
e)						
f)						

É hora da Matemática:

Iniciando pela revisão

A **probabilidade** é uma medida que quantifica a chance de um determinado evento ocorrer em um experimento aleatório. A probabilidade é um número que varia entre 0 e 1, onde 0 significa que o evento é impossível e 1 significa que o evento é certo.

Para calcular a probabilidade de um evento A, usamos a seguinte fórmula:

$$P(A) = \frac{Número\ de\ resultados\ favoráveis\ a\ A}{Número\ total\ de\ resultados\ possíveis\ no\ espaço\ amostral\ S}$$

Em outras palavras, a probabilidade de um evento é a razão entre o número de resultados favoráveis a esse evento e o número total de resultados possíveis.

Para exemplificar essa definição, considere o experimento: Lançamento de um dado não viciado de seis faces.

Na realização desse experimento, você pode calcular a probabilidade de obter o número 4 na face voltada para cima.

Experimento: Lançamento de um dado não viciado de seis faces e verificar a face voltada para cima.

Espaço amostral *S*: Todos os possíveis resultados ao lançar o dado:

$$S = \{1,2,3,4,5,6\}$$

Evento *A*: Obter um 4, ou seja, A = {4}

Número de resultados favoráveis a *A*: 1 (há apenas uma face com o número 4).

Número total de resultados possíveis: 6 (dado de 6 faces).

$$P(A) = \frac{1}{6} \approx 0{,}167$$

Portanto, a probabilidade de obter um 4 ao lançar o dado é $\frac{1}{6}$ ou, aproximadamente, 16,7%.

Cálculo de Probabilidade para combinação de dois ou mais Eventos mutuamente exclusivos

Existem diferentes formas de combinar eventos, cada uma exige um método específico para o cálculo da probabilidade.

Eventos Mutuamente Exclusivos

Se A e B são eventos mutuamente exclusivos (não podem ocorrer simultaneamente), a probabilidade de que ou A ou B ocorra é dada pela **regra da soma**:

$$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

Exemplo 2: Lançamento de um dado não viciado de seis faces.

Qual é a probabilidade de obter um 2 **OU** um 5 ao lançar esse dado?

- $P(A = \{2\}) = \frac{1}{6}$
- $P(B = \{5\}) = \frac{1}{6}$

Como 2 e 5 são mutuamente exclusivos:

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0{,}333 \ldots$$

Então, a probabilidade de obter 2 ou 5 é $\frac{1}{3}$ ou, aproximadamente, 33,3%.

É hora da Matemática:

Título: Explorando Eventos Independentes em Santarém e Alter do Chão

Material necessário: Folha de Atividades, caneta, lápis e borracha.

Objetivo: Compreender e identificar eventos independentes e calcular a probabilidade conjunta em situações relacionadas a Santarém e Alter do Chão.

Procedimento: Os alunos irão explorar cenários que envolvem eventos independentes em Santarém e Alter do Chão, aplicando a regra da multiplicação para calcular probabilidades conjuntas. Faça o uso de calculadora se precisar.

Atividade 1: Em cada situação, preencha as tabelas para calcular a probabilidade e use uma justificativa para a resposta:

f) Você está em Alter do Chão e sabe que:

- A probabilidade de um turista comprar uma camiseta é 0,3.
- A probabilidade de um turista escolher peixe grelhado para o almoço é 0,4.

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O turista **não** comprar uma camiseta		
O turista **não** escolher peixe grelhado		
O turista comprar uma camiseta **E** escolher peixe grelhado		
O turista comprar uma camiseta **OU** escolher peixe grelhado		

g) Um turista pode visitar o Encontro das Águas e o Museu de Santarém:

- Probabilidade de visitar o Encontro das Águas P(EA) = 0,5
- Probabilidade de visitar o Museu de Santarém P(MS) = 0,6

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O turista **não** visitar o Encontro das Águas		
O turista **não** visitar o Museu de Santarém		
O turista visitar o Encontro das Águas **E** o Museu de Santarém		
O turista visitar o Encontro das Águas **OU** o Museu de Santarém.		

h) Durante o Festival dos Botos, a probabilidade de um visitante participar de uma apresentação cultural e torcer para o time Tucuxi:

- Probabilidade de participar de uma apresentação cultural P(AC) = 0,25
- Probabilidade de torcer para o time Tucuxi P(TT) = 0,5

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA

O visitante **não** participar de uma apresentação cultural		
O visitante **não** torcer para o time Tucuxi		
O visitante participar de uma apresentação cultural **e** torcer para o time Tucuxi		
O visitante participar de uma apresentação cultural **ou** torcer para o time Tucuxi		

i) Um pescador no rio Tapajós pode pegar um tucunaré e avistar um boto:

- Probabilidade de pegar um tucunaré P (T) = 0,3
- Probabilidade de avistar um boto P (B) = 0,2

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
O pescador **não** pegar um tucunaré		
O pescador **não** avistar um boto		
O pescador pegar um tucunaré **e** avistar um boto		
O pescador pegar um tucunaré **ou** avistar um boto		

j) Durante a visita a Alter do Chão, a probabilidade de ter um dia ensolarado e o turista tomar um banho de rio:

- Probabilidade de ter um dia ensolarado P (D) = 0,7
- Probabilidade de o turista tomar um banho de rio P (BR) = 0,5

SITUAÇÃO	PROBABILIDADE	JUSTIFICATIVA
Não ter um dia ensolarado		
O turista **não** tomar um banho de rio		
Ter um dia ensolarado **e** o turista tomar um banho de rio		
Ter um dia ensolarado **ou** o turista tomar um banho de rio		

Atividade 2: Em cada caso, utilize as informações dadas, preencha a tabela e resolva as probabilidades indicadas, conforme o exemplo.

VI. Em uma refeição em Santarém, a probabilidade de um cliente pedir açaí é 0,3, e a probabilidade de ele pedir maniçoba é 0,2. Qual é a probabilidade de ele pedir ambos os pratos?

VII. Na Floresta Nacional do Tapajós, a probabilidade de um turista avistar um tucano é 0,25, e a probabilidade de avistar um macaco é 0,35. Qual é a probabilidade de avistar ambos os animais?

VIII. Em um restaurante em Alter do Chão, a probabilidade de um cliente pedir suco de cupuaçu é 0,4, e a probabilidade de pedir um guaraná é 0,5. Qual é a probabilidade de ele pedir ambas as bebidas?

IX. Durante o Festival dos Botos, a probabilidade de um visitante participar de uma oficina de dança é 0,15, e a probabilidade de participar de uma oficina de artesanato é 0,25. Qual é a probabilidade de ele participar de ambas as oficinas?

X. Um turista decide se quer fazer um passeio de barco ou visitar uma feira de artesanato. A probabilidade de ele escolher o passeio de barco é 0,4, e a probabilidade de visitar a feira de artesanato é 0,6. Qual é a probabilidade de ele fazer ambas as atividades, uma depois da outra?

Caso	**Evento A**	**Evento B**	**Probabilidade A**	**Probabilidade B**	**Probabilidade A e B**
I	Passeio de barco	Visitar a feira do artesanato	0,4	0,6	0,4 x 0,6 = 0,24
II					
III					
IV					
V					

É Hora da Matemática:

Cálculo de Probabilidade para combinação de dois ou mais Eventos
Existem diferentes formas de combinar eventos, cada uma exigindo métodos específicos para o cálculo da probabilidade.

4. Eventos Independentes:

Se dois eventos AA e BB são independentes (a ocorrência de um não afeta a ocorrência do outro), a probabilidade de que ambos ocorram é dada pela **regra do produto**:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Exemplo 3: Lançamento de duas moedas
Qual é a probabilidade de obter "cara" no lançamento de duas moedas?

$$P(A = cara\, na\, primeira\, moeda) = \frac{1}{2}$$

$$P(B = cara\, na\, segunda\, moeda) = \frac{1}{2}$$

Como os lançamentos são independentes:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

A probabilidade de obter "cara" nas duas moedas é 0,25 ou 25%.

5. Eventos Não Mutuamente Exclusivos:

Quando os eventos A e B não são mutuamente exclusivos (podem ocorrer simultaneamente), a probabilidade de que A ou B ocorra é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Exemplo 4: Sorteio de uma carta de um baralho
Qual é a probabilidade de tirar uma carta que seja um rei ou uma carta de copas?
Existem 4 reis no baralho, então $P(A = rei) = \frac{4}{52}$.
Existem 13 cartas de copas no baralho, então $P(B = copas) = \frac{13}{52}$
Há 1 carta que é rei de copas, então $P(A \cap B = rei\ de\ copas) = \frac{1}{52}$

Usando a regra da soma:

$$P(A \cup B) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} \approx 0{,}308$$

A probabilidade de tirar um rei ou uma carta de copas é aproximadamente 30,8%.

ANEXOS

A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIENCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada Diagnóstico do ensino de probabilidade, sob a responsabilidade das pesquisadores **Acylena Coelho Costa e orientanda Mariana Mourão Omena**, vinculados a Universidade do Estado do Pará.
Nesta pesquisa pretendemos traçar um diagnóstico do **Ensino de Probabilidade no Ensino Médio** a partir da opinião dos estudantes. A sua colaboração na pesquisa será responder com seriedade o teste diagnóstico
Ressaltamos que em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada. Você não terá gasto ou ganho financeiro por sua participação. Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica com um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o **ensino de probabilidade.** Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação.
Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você.
Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Acylena Coelho Costa e orientanda Mariana Mourão Omena**, por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n.Telegrafo. Belém- Pará- CEP: 66113-010; fone: (91) 4009-9501

_________________, _____ de ___________________ de 2025

____
Assinatura do pesquisador

Eu,____
autorizo que meu/minha filho(a)____ a participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

____
Assinatura do responsável

Eu, ____
aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

____
Participante da pesquisa

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/ppgem