



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E
INFORMÁTICA**

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

JAMES GALVÃO DA SILVA

**O ENSINO DO CUBO E DO PARALELEPÍPEDO POR
MEIO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

BELÉM – PA

2026

JAMES GALVÃO DA SILVA

**O ENSINO DO CUBO E DO PARALELEPÍPEDO POR MEIO DE UMA
SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará - UEPA. Linha de Pesquisa: Ensino Fundamental.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam.

BELÉM – PA

2026

JAMES GALVÃO DA SILVA

O ENSINO DO CUBO E DO PARALELEPÍPEDO POR MEIO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio.

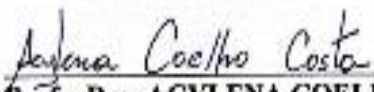
Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam.

Data de aprovação: 06/03/2026

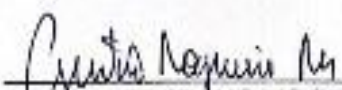
Banca examinadora

 Orientador
Prof. Dr. MIGUEL CHAQUIAM

Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN
Universidade do Estado do Pará

 Examinador Interno
Prof. Dra. ACYLENA COELHO COSTA

Doutora em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica / PUC-SP
Universidade do Estado do Pará

 Examinador Externo
Prof. Dr. GUSTAVO NOGUEIRA DIAS

Doutor em Ciências e Educação – Universidad Nacional do Rosario / Argentina
Colégio Tenente Rego Barros

Belém – PA

2026

***Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) de acordo com o ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade do Estado do Pará***

S586e Silva, James Galvão da

O ensino do cubo e do paralelepípedo por meio de uma sequência didática / James Galvão da Silva. — Belém, 2026.

79 f. : il. ; color.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam

Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Campus I - Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE), 2026.

1. Ensino de Matemática. 2. Geometria espacial. 3. Cubos e paralelepípedos. 4. Sequência didática. 5. Materiais manipuláveis. I. Título.

CDD 22.ed. 510.7

Elaborado por Priscila Melo CRB/2-1345

DEDICATÓRIA

À minha família
por serem meu alicerce, minha inspiração diária e o verdadeiro motivo desta conquista.
A vocês, dedico com amor e gratidão cada passo desta caminhada.

AGRADECIMENTOS

Ao concluir esta etapa tão significativa da minha vida, não posso deixar de expressar minha mais profunda gratidão às pessoas que, direta ou indiretamente, tornaram possível a realização deste trabalho.

Primeiramente, agradeço a Deus, que me deu força, saúde e sabedoria para enfrentar os desafios dessa jornada acadêmica. Sua presença foi constante em cada passo que dei, iluminando meu caminho e renovando minha coragem.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Miguel Chaquiam, pela paciência, dedicação e orientação precisa ao longo deste percurso. Suas valiosas contribuições e conselhos foram fundamentais para que eu pudesse alcançar os objetivos desta pesquisa. Agradeço não apenas pela orientação acadêmica, mas também pela inspiração e motivação constantes.

À minha família, meu porto seguro e meu maior alicerce. Agradeço especialmente aos meus pais, que sempre acreditaram em mim, e a todos os familiares que, de alguma forma, me incentivaram e apoiaram incondicionalmente. Vocês foram a base que sustentou minhas conquistas, sempre me oferecendo amor e encorajamento.

Aos meus amigos e colegas de jornada acadêmica, que compartilharam comigo momentos de aprendizado, dúvidas, desafios e vitórias. A troca de experiências, as palavras de incentivo e a parceria foram fundamentais para tornar esse caminho mais leve e gratificante.

Por fim, agradeço a todos aqueles que, mesmo não sendo mencionados diretamente, contribuíram de alguma forma para a concretização deste trabalho. Cada gesto de apoio e incentivo teve um papel especial nesta conquista.

Este trabalho é resultado de um esforço coletivo, e sou profundamente grato por ter tido o privilégio de contar com tantas pessoas incríveis ao meu lado. A todos, o meu muito obrigado.

SILVA, James Galvão da. O ensino do cubo e do paralelepípedo por meio de uma sequência didática. 79 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2026.

RESUMO

O ensino de conceitos relacionados ao cubo e ao paralelepípedo constitui um desafio recorrente no contexto educacional brasileiro, especialmente no que se refere à compreensão de propriedades geométricas tridimensionais, como área, volume e visualização espacial. Resultados de avaliações externas, como o SAEB e o PISA, indicam dificuldades persistentes na aprendizagem desses conceitos, frequentemente associadas a abordagens didáticas fragmentadas e pouco contextualizadas. Nesse contexto, a presente pesquisa busca responder à seguinte questão: *Que potencialidades apresenta uma sequência didática voltada para o ensino de cubos e paralelepípedos, assentada no uso de materiais concretos manipuláveis, para alunos do Ensino Médio?* O estudo investiga as contribuições de uma sequência didática estruturada segundo as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual, fundamentada na Teoria das Situações Didáticas e no uso de materiais manipuláveis. O objetivo geral desta pesquisa é *identificar as potencialidades de uma sequência didática, estruturada segundo as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual, com uso de materiais concretos manipuláveis, para o ensino de cubos e paralelepípedos a estudantes do Ensino Médio.* A fundamentação teórica apoia-se em Brousseau (2008), Dolz, Schneuwly e Noverraz (2004), Cabral (2017), Góes (2000) e Orlandi (2015). Metodologicamente, a pesquisa adota abordagem qualitativa, de natureza aplicada, com caráter exploratório e experimental, sendo desenvolvida em uma escola pública estadual com duas turmas do Ensino Médio. Os dados são obtidos por meio de questionários, entrevistas, registros de aula, produções dos estudantes e uso de recursos tecnológicos. Os resultados indicam que a sequência didática favorece a mobilização de saberes prévios, amplia a visualização espacial, estimula a autonomia discente e contribui para a resolução de problemas envolvendo cubos e paralelepípedos. Conclui-se que a proposta didática promove uma aprendizagem mais significativa desses conceitos ao integrar materiais manipuláveis, recursos tecnológicos e situações contextualizadas. Como produto educacional, foi elaborado um guia didático contendo a sequência de atividades estruturadas segundo as UARC, acompanhado de orientações metodológicas para professores da educação básica. Com base nos resultados da pesquisa realizada foi elaborado um produto educacional na forma de livro digital que está disponível, com livre acesso, em <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/1180388>

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Geometria Espacial. Cubos e Paralelepípedo. Sequência Didática. Materiais Manipuláveis.

ABSTRACT

The teaching of Spatial Geometry remains a recurrent challenge in the Brazilian educational context, particularly regarding the understanding of geometric solids such as the cube and the rectangular prism. Results from large-scale assessments, such as SAEB and PISA, reveal persistent difficulties in learning three-dimensional concepts, often associated with fragmented and poorly contextualized instructional approaches. In this context, this study investigates the potential of a didactic sequence designed for teaching these solids, grounded in the use of manipulative materials, the Theory of Didactical Situations, and structured according to the Articulated Units of Conceptual Reconstruction. The main objective of the research is to identify the contributions of this proposal to the learning process of high school students. The theoretical framework is based on Brousseau (2008), Dolz, Schneuwly and Noverraz (2004), Cabral (2017), Góes (2000) and Orlandi (2015). Methodologically, the study adopts a qualitative approach of an applied nature, with exploratory and experimental characteristics, conducted in a public secondary school with two high school classes. Data were collected through questionnaires, interviews, classroom records, students' written productions and the use of technological resources. The results indicate that the didactic sequence promotes the mobilization of prior knowledge, enhances spatial visualization, encourages student autonomy and supports the resolution of geometric problems. It is concluded that the proposed approach contributes to more meaningful learning of concepts related to cubes and rectangular prisms by integrating manipulative materials, technological resources and contextualized learning situations. As an educational product, the research resulted in the development of a didactic guide containing the structured sequence of activities based on the UARC model, accompanied by methodological guidelines for mathematics teachers in basic education, aiming to support the implementation of investigative and contextualized practices in the teaching of Spatial Geometry.

Keywords: Mathematics Teaching. Spatial Geometry. Cubes and Rectangular Prisms. Didactic Sequence. Manipulative Materials.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Diagonal do Cubo	30
Figura 2: Diagonal do Paralelepípedo Retângulo	31
Figura 3: Diagonal do paralelepípedo retângulo.	32
Figura 4: Paralelepípedos h_1 e h_2 comensuráveis.	32
Figura 5: Paralelepípedos h_1 e h_2 incomensuráveis.	33
Figura 6: Paralelepípedo retângulo e cubo unitário.	34
Figura 7: Paralelepípedos retângulos e cubo unitário.	35
Figura 8: Ilustração do Princípio de Cavalieri.	36
Figura 9: Organograma de aplicação da sequência didática	39
Figura 10: Exemplos de objetos com forma de paralelepípedo retângulo	41
Figura 11: Planificação do cubo (desenvolvimento plano)	43
Figura 12: Modelo de cubo construído com palitos e massa de modelar	43
Figura 13 : Caixa cúbica sendo preenchida com cubinhos de 1 cm de aresta	50
Figura 14: Situação de ação: três problemas do cotidiano (volume da sala; capacidade da caixa d'água; área para embrulho)	54

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS	14
2.1 APORTES TEÓRICOS	14
2.2 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	15
3. SOBRE O ENSINO DO OBJETO MATEMÁTICO	19
3.1 ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE CUBOS E PARALELEPÍPEDOS	19
3.2 ESTUDOS EXPERIMENTAIS SOBRE CUBOS E PARALELEPÍPEDOS	24
3.2.1 Objetivos e Metodologias dos Estudos Experimentais	26
3.2.2 Principais Resultados dos Estudos Experimentais	26
3.2.3 Comparação entre os Estudos Experimentais	27
3.3 ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA	27
3.3.1 Tratamento Conceitual do Objeto Matemático	28
3.3.2 Abordagem Metodológica do Objeto Matemático	28
3.3.3 Quadro Síntese da Análise de Livros Didáticos de Matemática	29
3.4 CONTRIBUIÇÕES DA LITERATURA PARA A PESQUISA	30
3.5 PERCEPÇÃO DE PROFESSORES E ALUNOS SOBRE O OBJETO MATEMÁTICO	31
3.5.1 Percepção dos Professores Colaboradores	31
3.5.2 Percepção dos Alunos Egressos	32
4. SOBRE O OBJETO MATEMÁTICO RELATIVOS AO CUBO E AO PARALELEPÍPEDO	37
4.1 ASPECTOS MATEMÁTICOS	37
4.2 DEFINIÇÕES	40
5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA: O ENSINO DO CUBO E DO PARALELEPÍPEDO	50
5.1 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA	50
5.1.1 UARC 1 - Explorando as formas no espaço	51
5.1.2 UARC 2 – Construindo e comparando sólidos geométricos	53
5.1.3 UARC 3 – Volume e área em ação	60
5.1.4 UARC 4 – Aplicando o conhecimento à realidade	65
5.2 AVALIAÇÃO APLICATIVA: CONSOLIDAÇÃO DO CONCEITO DE CUBOS E PARALELEPÍPEDOS	68
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	73
REFERÊNCIAS	76
APÊNDICE: QUESTIONÁRIO AVALIATIVO DE ENSINO	79

1. INTRODUÇÃO

A Matemática ocupa um papel central na formação educacional, sendo amplamente reconhecida por sua contribuição ao desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de resolver problemas e da autonomia intelectual dos estudantes (Dante, 2016; Lorenzato, 2006). Contudo, o ensino da Matemática no Brasil enfrenta desafios históricos e metodológicos que comprometem a aprendizagem significativa, refletindo-se em baixos índices de desempenho em avaliações de larga escala.

Segundo dados do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), o Brasil mantém resultados abaixo da média dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), especialmente no eixo de raciocínio matemático (OECD, 2019; Brasil, 2022). Tais resultados evidenciam não apenas defasagens na apropriação de conteúdos específicos, mas também uma desconexão entre as práticas pedagógicas e a realidade dos estudantes, aspecto que se acentua no ensino de Geometria, frequentemente reduzido a procedimentos algébricos e distante da experimentação e da visualização espacial (NCTM, 2000).

No campo da Geometria, objetos como o cubo e o paralelepípedo são fundamentais tanto do ponto de vista conceitual quanto aplicado, pois mobilizam visualização espacial, propriedades e medidas como área e volume (Clements; Battista, 1992; NCTM, 2000). Presentes em áreas como arquitetura, engenharia, design e ciências naturais, esses sólidos auxiliam o entendimento de noções de espaço e forma quando trabalhados com tarefas que articulam diferentes registros (figural, verbal, algébrico) (Duval, 2003).

Apesar disso, o ensino costuma ser conduzido de forma mecânica e “algebrizada”, historicamente marcado pelo enfraquecimento da Geometria na escola brasileira, o que compromete o desenvolvimento do pensamento geométrico (Pavanello, 1993; Crowley, 1987). Tal cenário se agrava pela carência de recursos didáticos e de metodologias que integrem teoria e prática; por isso, recomenda-se o uso de materiais e ambientes específicos (Laboratório de Ensino de Matemática, modelos e softwares) e propostas contextualizadas, em linha com diretrizes curriculares atuais (Lorenzato, 2006; Brasil, 2018; D’ambrosio, 1990).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) reforçam a importância da Geometria na formação básica, destacando sua relação com o pensamento espacial, a visualização, a argumentação dedutiva e a resolução de problemas. No entanto, o distanciamento entre as orientações oficiais e a prática docente exige a adoção de estratégias

pedagógicas mais significativas, que incluam o uso de materiais manipuláveis, recursos tecnológicos e abordagens teóricas que priorizem a construção do conhecimento.

Nesse contexto, este estudo busca responder à seguinte questão de pesquisa: Que potencialidades apresenta uma sequência didática voltada para o ensino de cubos e paralelepípedos, assentada no uso de materiais concretos manipuláveis, para alunos do Ensino Médio? A formulação dessa pergunta orienta a investigação sobre como práticas pedagógicas planejadas e intencionalmente estruturadas podem superar as limitações tradicionais do ensino de Geometria Espacial.

O objetivo geral desta pesquisa é identificar as potencialidades de uma sequência didática, estruturada segundo as Unidades Articulas de Reconstrução Conceitual (UARC), com uso de materiais concretos manipuláveis, para o ensino de cubos e paralelepípedos a estudantes do Ensino Médio.

Os objetivos específicos deste estudo consistem em: identificar, por meio de revisão de literatura e escuta ativa de professores e estudantes, as principais dificuldades enfrentadas no ensino e na aprendizagem de cubos e paralelepípedos; desenvolver uma sequência didática fundamentada nas Unidades Articulas de Reconstrução Conceitual (UARC), utilizando materiais concretos manipuláveis como apoio pedagógico; reconhecer evidências de aprendizagem durante e após a implementação da sequência didática, com base na análise microgenética e na análise do discurso; avaliar o desempenho dos alunos em atividades relacionadas a cubos e paralelepípedos após a realização da proposta didática; e, por fim, elaborar um Produto Educacional voltado ao ensino de Geometria Espacial, com aplicabilidade prática na educação básica.

Para a fundamentação teórica, o estudo se apoia na Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 2008), na proposta de Sequência Didática (Dolz, Noverraz e Schneuwly, 2004), no modelo das Unidades Articulas de Reconstrução Conceitual – UARC (Cabral, 2017), na microanálise do processo de aprendizagem (Góes, 2000) e na Análise do Discurso (Orlandi, 2015), visando compreender as construções de sentido realizadas por alunos e professores durante a experiência pedagógica.

Metodologicamente, a pesquisa adota abordagem qualitativa e caráter exploratório, com aplicação de uma sequência didática em turmas de Ensino Médio de uma escola pública estadual. Até o momento, foram realizadas as etapas de levantamento bibliográfico, análise de livros didáticos, entrevistas com professores e estudantes, planejamento das atividades, aplicação de testes diagnósticos e organização das etapas da sequência didática conforme os princípios das UARC.

Esta dissertação está organizada em capítulos, além das Considerações Finais, Referências e Apêndice. O Capítulo 1 apresenta a introdução ao tema. O Capítulo 2, intitulado Aportes Teóricos e Metodológicos, discute os aportes teóricos e a procedimentação metodológica. O Capítulo 3 aborda o ensino do objeto matemático, incluindo estudos sobre o ensino de cubos e paralelepípedos, estudos experimentais, análise de livros didáticos, contribuições para a pesquisa, concepção a respeito do objeto matemático, seu ensino e aprendizagem, e o ensino de cubos e paralelepípedos segundo estudantes do Ensino Médio. O Capítulo 4 trata do objeto matemático relativo ao cubo e ao paralelepípedo, com seus aspectos matemáticos e definições. O Capítulo 5 corresponde às Considerações Finais.

2. APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Este capítulo apresenta os fundamentos teóricos e metodológicos que embasam a pesquisa, articulando os principais referenciais que sustentam tanto a construção da sequência didática quanto a análise dos dados empíricos. São discutidas as teorias que orientam a proposta pedagógica e os procedimentos adotados na investigação, que se insere no campo da Educação Matemática com foco no ensino de Geometria Espacial.

2.1 APORTES TEÓRICOS

A Teoria das Situações Didáticas (TSD), proposta por Brousseau (2008), parte da ideia de que o conhecimento matemático emerge da interação do estudante com um problema em um meio didático intencionalmente organizado, mediado pelo contrato didático e pela devolução da tarefa ao aluno. A TSD descreve um ciclo de ação, formulação, validação e institucionalização, no qual o estudante explora, explicita e testa estratégias, e o professor, ao final, institucionaliza os saberes, conferindo-lhes estatuto matemático compartilhado (Brousseau, 2008). Ao enfatizar a noção de situação didática e o manejo de variáveis didáticas para provocar desequilíbrios produtivos, a TSD desloca o foco de rotinas algébricas para a construção conceitual (Almouloud, 2007). No ensino de Geometria, esse enquadre é particularmente potente: tarefas com modelos concretos e problemas de mensuração de área e volume de cubos e paralelepípedos favorecem a passagem do fazer empírico à explicitação de propriedades e relações métricas, ampliando a autonomia intelectual do estudante e a qualidade das justificativas produzidas (Brousseau, 2008; Almouloud, 2007).

As Sequências Didáticas (SD), por sua vez, são estruturas planejadas que articulam conteúdos, estratégias e avaliações de forma sistemática, com vistas a promover aprendizagens significativas. Segundo Dolz, Schneuwly e Noverraz (2004), uma SD deve conter etapas organizadas que permitam ao aluno progredir conceitualmente, promovendo o engajamento e a compreensão dos objetos de estudo. No caso desta pesquisa, a SD foi organizada a partir da abordagem teórica da TSD e estruturada com base nas UARC, buscando superar a fragmentação presente em propostas tradicionais.

As Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC), idealizadas por Cabral (2017), constituem um modelo de organização didática que visa promover a reconstrução de conceitos matemáticos em contextos interdisciplinares e situados. A proposta parte do princípio

de que o conhecimento deve ser articulado com experiências significativas e com os saberes prévios dos estudantes, favorecendo a mobilização de múltiplas competências. As UARC se estruturam em torno de uma problemática central e de uma sequência de atividades que conectam teoria e prática, promovendo a reflexão e a generalização do conhecimento. Ao aplicar esse modelo no ensino de cubos e paralelepípedos, pretende-se que os alunos compreendam os conceitos geométricos não apenas como fórmulas ou procedimentos, mas como ideias com significado e aplicação em diferentes situações.

A microgenética, tal como discutida por Góes (2000), consiste em uma abordagem analítica que busca compreender, em tempo real, os processos de construção do conhecimento, observando como os sujeitos reorganizam conceitos, superam obstáculos cognitivos e desenvolvem estratégias ao longo de atividades didáticas. Esse tipo de análise é essencial para captar os indícios de aprendizagem que emergem durante a aplicação da sequência didática, permitindo identificar momentos de reformulação, dúvida, insight e apropriação conceitual.

Por fim, a Análise do Discurso, conforme Orlandi (2015), permite interpretar os sentidos produzidos nas interações verbais e escritas entre alunos, professores e objetos matemáticos. Essa abordagem não se restringe à análise do conteúdo das falas, mas considera também os contextos de enunciação, as relações de poder e os sentidos implícitos no discurso pedagógico. Sua aplicação nesta pesquisa busca compreender como os estudantes significam a aprendizagem da Geometria Espacial durante a vivência das atividades propostas, assim como avaliar a qualidade argumentativa e a apropriação dos conceitos mobilizados.

2.2 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

A presente pesquisa possui natureza aplicada, abordagem qualitativa e caráter exploratório e experimental. Está inserida no campo da Educação Matemática, tendo como foco o desenvolvimento, aplicação e avaliação de uma sequência didática sobre cubos e paralelepípedos. O estudo foi realizado em uma escola pública estadual da cidade de Belém (PA), envolvendo duas turmas do Ensino Médio: uma turma experimental e uma turma controle.

Os sujeitos participantes foram estudantes do 2º ano do Ensino Médio, com idades entre 15 e 17 anos, e dois professores colaboradores da área de Matemática. A escolha dessas turmas considerou o cronograma curricular e a receptividade da equipe pedagógica da escola, além da disponibilidade de recursos tecnológicos e tempo para a execução da proposta.

Os instrumentos de coleta de dados incluíram: questionário diagnóstico aplicado antes da intervenção; registros audiovisuais das aulas; produções escritas dos alunos; diário de campo do pesquisador; entrevistas semiestruturadas com estudantes e professores; além da observação direta das atividades em sala. A sequência didática elaborada foi estruturada com base nos princípios das UARC e aplicada em cinco encontros, distribuídos em momentos de exploração inicial, resolução de problemas, uso de materiais concretos e simuladores digitais, e discussão coletiva das aprendizagens.

A análise dos dados foi realizada em dois níveis: individual e coletivo. No plano individual, foram observadas as estratégias utilizadas pelos alunos para resolução de problemas geométricos, a qualidade argumentativa nas explicações e a evolução conceitual ao longo da sequência. No plano coletivo, investigou-se a dinâmica discursiva em sala, os momentos de negociação de significados e a mediação docente. Os registros foram submetidos a uma microanálise, conforme os princípios da metodologia microgenética, buscando evidenciar indícios de aprendizagem significativa. Paralelamente, os discursos dos estudantes e professores foram interpretados segundo a Análise do Discurso, com o objetivo de compreender os sentidos atribuídos às práticas de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial.

Foram realizados: (a) o levantamento bibliográfico sobre o ensino de sólidos geométricos; (b) a análise de livros didáticos e pesquisas acadêmicas sobre o tema; (c) a escuta de professores e estudantes da rede pública; (d) o planejamento e a elaboração da sequência didática; e (e) a aplicação de um teste diagnóstico de verificação de conhecimentos prévios. Posteriormente, a sequência didática foi aplicada às turmas participantes da pesquisa, permitindo a coleta de dados relativos às interações em sala de aula, às produções dos estudantes e às estratégias mobilizadas na resolução de problemas geométricos. Os dados obtidos foram analisados à luz das teorias anteriormente apresentadas, especialmente a Teoria das Situações Didáticas, o modelo das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC), a análise microgenética e a Análise do Discurso, possibilitando identificar evidências de aprendizagem relacionadas à compreensão dos conceitos de cubo e paralelepípedo.

Neste capítulo, foram apresentados os aportes teóricos e metodológicos que sustentam a presente pesquisa. A Teoria das Situações Didáticas, as Sequências Didáticas, o modelo UARC, a Microgenética e a Análise do Discurso compõem o arcabouço conceitual utilizado para fundamentar tanto a elaboração da proposta pedagógica quanto a análise dos dados. A metodologia qualitativa adotada permite uma investigação densa e contextualizada sobre os processos de aprendizagem em Geometria Espacial, buscando compreender como os alunos constroem e ressignificam conceitos matemáticos por meio de experiências didáticas

significativas. A seguir, será apresentada uma revisão sobre o ensino de cubos e paralelepípedos, considerando produções acadêmicas e a percepção de docentes e discentes.

3. SOBRE O ENSINO DO OBJETO MATEMÁTICO

Dando continuidade à proposta investigativa delineada no capítulo anterior, este capítulo dedica-se à análise do objeto matemático central da pesquisa: os sólidos geométricos cubo e paralelepípedo. O objetivo é compreender como esses conteúdos vêm sendo abordados na literatura acadêmica recente, especialmente no contexto da Educação Básica. Para isso, realiza-se uma revisão de estudos que tratam do ensino desses sólidos, destacando propostas metodológicas, fundamentações teóricas e resultados obtidos em experiências didáticas desenvolvidas em diferentes instituições de ensino superior brasileiras. A seleção dos trabalhos visa oferecer subsídios que embasem a construção da sequência didática proposta neste estudo, além de evidenciar lacunas e potencialidades presentes nas práticas pedagógicas voltadas à geometria espacial.

3.1 ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE CUBOS E PARALELEPÍPEDOS

Dos 22 trabalhos inicialmente localizados, 10 foram selecionados por sua pertinência direta ao tema da pesquisa. Contudo, optou-se por apresentar, neste capítulo, três estudos representativos, escolhidos com base na diversidade metodológica, na fundamentação teórica adotada e na relevância dos resultados obtidos. Essa amostragem tem o objetivo de oferecer um panorama qualitativo que sustente a elaboração da sequência didática proposta, sem comprometer a clareza e a fluidez da exposição textual. Os demais estudos analisados, embora igualmente pertinentes, serão retomados pontualmente ao longo da dissertação, em seções específicas relacionadas a fundamentações ou comparações teóricas.

Uma dificuldade notável durante a seleção foi a escassez de publicações que tratassem diretamente de “cubos” e “paralelepípedos”. Para contornar essa limitação, foi ampliada a conceituação dos termos, utilizando “prismas” como eixo de busca, considerando que cubos e paralelepípedos são casos particulares dessa classe geométrica. A seguir, são descritos os três estudos selecionados, com destaque para seus objetivos, metodologias e principais resultados.

Quadro 1 – Estudos selecionados sobre o ensino de geometria espacial com foco em cubos e paralelepípedos

Autor	Ano	Natureza	Título	Instituição
ALVES, C. R.	2019	Dissertação	Uma estratégia experimental de ensino de geometria espacial para o ensino médio	UFERSA - PROFMAT
DANTAS, E. H.	2018	Dissertação	Uso da realidade aumentada no ensino da geometria espacial	UEPB - PROFMAT
OLIVEIRA, M. C. C. A.	2020	Dissertação	Aprendizagem significativa: utilização de materiais didáticos manipuláveis para a aprendizagem da geometria espacial	UFRB - PROFMAT

Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

No trabalho de Alves (2019), houve o foco em uma proposta de estratégia para o ensino de geometria espacial no ensino médio. O trabalho foi aplicado em uma escola pública estadual na cidade de Pereiro, Ceará, em uma turma do segundo ano. O grande problema motivador da pesquisa foi a preparação dos alunos para o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e o quanto os alunos estariam preparados para prestar o referido exame.

Para fins de análise, a investigação contou com dois grupos de estudantes: o Grupo Experimental (GE) e o Grupo de Controle (GC). O GE correspondeu à turma na qual foi aplicada a proposta metodológica desenvolvida nesta pesquisa, enquanto o GC foi submetido a uma abordagem de ensino de caráter mais tradicional. Ao longo do texto, essas denominações serão utilizadas por meio das siglas GE e GC, respectivamente, com o objetivo de facilitar a identificação dos grupos analisados.

As atividades desenvolvidas com o GE concentraram-se no estudo de quatro tipos de sólidos geométricos: prismas, pirâmides, cilindros e cones circulares. O tratamento didático desses conteúdos foi organizado em três fases sequenciais, estruturadas de modo a favorecer a exploração conceitual, a manipulação de representações geométricas e a consolidação das propriedades associadas a cada sólido.

Na primeira, houve uma apresentação de slides, no qual o conteúdo foi dividido em tópicos e exemplificado por objetos do cotidiano. Na segunda fase, foi pedido aos alunos que trouxessem objetos de seu cotidiano, bem como os diferenciam e os caracterizassem. Na terceira fase houve a construção de sólidos como forma de complementação dos estudos anteriores. Após a implementação desta sequência didática, houve a aplicação de um

questionário, tanto ao GE quanto ao GC, para comparar o grau de aprendizado de ambos os grupos.

Na questão referente ao reconhecimento de poliedros, o GC teve acertos que rondavam os 59%, ao passo que o GE teve acertos gerais em torno de 83%.

Na segunda questão, na qual foi pedido que os alunos identificassem os poliedros e seus respectivos números de arestas, os acertos do GE novamente superaram os do GC, mas com resultados menos homogêneos. Em relação ao cubo e à pirâmide de base quadrada, por exemplo, a superioridade dos acertos do GE se mostrou mais evidente; mas em relação à pirâmide de base triangular e o prisma hexagonal, o GC até conseguiu se destacar na identificação, mas em demais aspectos, o GE foi mais preciso.

A terceira questão pediu aos alunos que identificassem objetos de seu cotidiano que lembrassem sólidos espaciais, e como resultado, os alunos que tiveram mais contato com objetos remetentes a poliedros tiveram mais facilidade na identificação, logo, a proposta didática apresentada possibilitou um melhor desempenho para o GE.

A quarta questão os alunos foram questionados sobre conceitos relacionados aos poliedros, sendo esta uma questão de verdadeiro ou falso. O GC superou o GE em acertos; o primeiro, obteve 68% de acertos, ao passo que o segundo obteve uma taxa de 62%.

Na quinta questão, a última, foi pedido que os alunos calculassem a área lateral e o volume de alguns poliedros: cubo, prisma hexagonal e pirâmide hexagonal. Houve maiores e mais sensíveis dificuldades na resolução desta questão, com taxas de acerto baixas em relação ao cálculo de volumes, mas, ainda assim os resultados do GE foram algo mais satisfatórios que o GC.

De modo conclusivo, as dificuldades enfrentadas mostraram as dissonâncias entre os resultados, em geral, pretendidos e os resultados alcançados, de toda sorte, a aplicação da atividade se mostrou satisfatória de modo geral.

Este trabalho contribui para a presente dissertação ao oferecer um modelo estruturado de sequência didática dividida em fases, com base na manipulação concreta e na relação entre os sólidos geométricos e o cotidiano dos alunos. Essa abordagem serve de referência para a organização metodológica da sequência proposta neste estudo, especialmente no uso de estratégias comparativas e na valorização de situações práticas.

Dantas (2018) teve como objetivo demonstrar as benesses do uso, no ensino da Matemática, das tecnologias mais recentes, bem como suas capacidades de gerar condições que motivem o discente a uma fusão entre suas interpretações escritas e visual de conceitos matemáticos.

Antepostas a estas novas possibilidades e afastadas das motivações mais práticas da Matemática moderna em suas raízes históricas, estão instrumentalizações pouco significativas da Matemática, as quais os tornam incompreensíveis de maneira geral, o que culmina em um afastamento entre a disciplina e os alunos, conquanto haja algumas exceções, nas quais dos docentes se preocupem com a efetividade de seu ensino.

A intervenção pedagógica foi realizada com uma turma composta por 44 estudantes do Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN). A proposta consistiu na utilização da Realidade Aumentada (RA) como recurso didático para o ensino de Geometria Espacial. Ao longo do texto, a expressão Realidade Aumentada será referida pela sigla RA.

Inicialmente, foi apresentada aos estudantes uma explicação introdutória sobre o conceito e o funcionamento da RA, de modo a familiarizá-los com o recurso tecnológico que seria utilizado na atividade. Em seguida, foi proposta a resolução de um problema envolvendo a determinação da área lateral, do volume e do ângulo de inclinação de uma pirâmide regular.

O diferencial da atividade consistiu no uso da RA para a visualização tridimensional do sólido geométrico na tela do dispositivo móvel dos estudantes, o que permitiu uma observação mais detalhada de suas características espaciais. A partir dessa visualização, foi conduzida a resolução do problema, seguida de discussão coletiva sobre os procedimentos adotados e os conceitos geométricos envolvidos.

Por fim, aplicou-se um questionário com o objetivo de avaliar o grau de interesse e de engajamento dos estudantes diante da metodologia empregada, bem como de identificar percepções acerca da utilização da RA como recurso pedagógico no ensino de Geometria Espacial.

Os resultados se mostraram animadores, no sentido de que tanto os alunos se mostraram mais motivados a resolverem o problema proposto quanto a RA se mostrou de grande valia como auxílio ao ensino. Especialmente no que tange aos problemas de excesso de abstração envolvidos no ensino tradicionalmente conduzido na Matemática, este trabalho apresentou uma perspectiva satisfatória, uma vez que deu ao público-alvo a possibilidade de visualização tridimensional do objeto de estudo.

A pesquisa de Dantas contribui para esta dissertação ao evidenciar o potencial das tecnologias digitais, especialmente da realidade aumentada, como recurso para favorecer a visualização espacial e o engajamento dos estudantes. A utilização de recursos tecnológicos na sequência didática aqui elaborada apoia-se nessa perspectiva para ampliar a compreensão dos conceitos de cubos e paralelepípedos.

Por sua vez, o trabalho de Oliveira (2020), ao se valer de uma base teórica construtivista, visou verificar se ao construírem sólidos geométricos os alunos poderiam também construir seus próprios conhecimentos geométricos. Contudo, houve que se ressaltar óbice à aprendizagem representado tanto pelas preocupações relativas ao objetivo, ao método e ao objeto do ensino quanto pela defasagem verificada no ensino, especificamente, da geometria.

O trabalho de Oliveira fundamenta a importância da construção de sólidos geométricos como estratégia de aprendizagem significativa. Sua abordagem construtivista reforça a escolha por materiais manipuláveis e pela participação ativa dos alunos na construção conceitual, elementos centrais na sequência didática desenvolvida nesta pesquisa.

Para verificar a validade da hipótese, foi empreendida uma pesquisa qualitativa exploratória direcionada a uma turma de 36 alunos, de 15 a 19 anos, do 2º ano do ensino médio de uma escola pública estadual de Feira de Santana, na Bahia, selecionada de modo aleatório. A sequência didática foi dividida em cinco momentos.

O *primeiro momento*, com duração de uma aula (50 minutos) foi de aplicação de um questionário qualitativo e outro de associação livre para verificar como os alunos percebiam a Matemática e a Geometria.

No *segundo momento* (2 aulas, 1h40m) os alunos foram questionados de maneira a que se pudesse saber de seus conhecimentos acerca de geometria, lembrando-os de conhecimentos relativos à geometria plana e associando-os ao cotidiano. Os alunos foram introduzidos a conceitos básicos de geometria espacial. Um contratempo relativo a este momento é que as atividades relativas a ele foram afetadas pelo isolamento social provocado pela pandemia de CoViD-19, de maneira que houve amplo uso de comunicação remota.

O *terceiro momento* (2 horas) foi pautado pela orientação quanto à observação de quatro imagens impressas representando poliedros planificados, bem como as figuras de cada face do sólido; posteriormente, foi orientado aos alunos que destacassem as figuras e montassem os sólidos.

No *quarto momento* (2 horas) os alunos foram solicitados a usarem os prismas montados na atividade anterior, analisando as características de um cubo ao observar a área da face, a área lateral e área total, o que foi repetido ao paralelepípedo retângulo e outros prismas. Os conceitos de área total do cubo, área total do paralelepípedo, área da base de um prisma reto qualquer, área lateral de um prisma reto qualquer, área total de um prisma reto qualquer, volume do paralelepípedo, volume do cubo e volume de um prisma reto qualquer foram introduzidos; ao

fim deste momento, foi realizada uma atividade relacionada ao estudo de área e volume de um prisma regular.

No *quinto momento* (30 minutos) foi solicitado aos alunos que respondessem a um questionário para avaliação da sequência didática aplicada.

A análise dos resultados foi dividida em duas partes. A primeira parte demonstrou que a maior parte dos discentes pesquisados tem gosto pelos estudos de Matemática e Geometria, bem como mostram uma visão utilitária sobre estas; foi verificado também que dominar conceitos básicos implica em usos de melhores estratégias, bem como a necessidade de exploração mais detalhada de tais conceitos. A segunda parte verificou que os discentes, de modo geral, avaliaram positivamente os recursos utilizados, o que sugere a importância de embasar o binômio ensino-aprendizagem nos moldes construtivistas, de modo a se conectar à construção do novo conhecimento e apoiando tais novos conceitos àqueles previamente existentes. De maneira geral, os alunos apresentaram bons desempenhos dentro do que fora proposto, apesar dos desafios enfrentados, o que levou a autora a concluir que, postos tais resultados, pode-se realizar uma revisão das estruturas que sustentam o processo de ensino-aprendizagem, executando metodologias que sejam mais adequadas à condução destes processos, não apenas no ensino médio, mas também no ensino fundamental.

As contribuições dos estudos experimentais analisados serão incorporadas à elaboração da sequência didática proposta nesta dissertação, servindo como base para a definição das estratégias metodológicas e seleção dos recursos didáticos. As propostas de Alves (2019), Dantas (2018) e Oliveira (2020) evidenciaram a importância do uso de materiais manipuláveis, tecnologias digitais e atividades de construção de sólidos para favorecer a visualização e compreensão de conceitos geométricos abstratos. Essas experiências empíricas orientaram tanto a organização das etapas de ensino quanto a escolha dos instrumentos avaliativos da presente pesquisa, reforçando a centralidade do protagonismo discente, da contextualização do conteúdo e da articulação entre teoria e prática como fundamentos da aprendizagem significativa no ensino de geometria espacial.

3.2 ESTUDOS EXPERIMENTAIS SOBRE CUBOS E PARALELEPÍPEDOS

Os estudos experimentais analisados investigam metodologias pedagógicas aplicadas ao ensino da geometria, com foco nos conceitos de cubos e paralelepípedos. Esses estudos envolvem a aplicação de atividades em sala de aula, coleta de dados e análise dos resultados.

Alves (2019) desenvolveu uma sequência didática com foco no ensino de sólidos geométricos em uma turma do 2º ano do Ensino Médio, utilizando grupos de controle e experimental. A proposta metodológica incluiu atividades práticas em três etapas: apresentação de conceitos com exemplos visuais, levantamento de objetos do cotidiano e construção manual de sólidos. Os resultados indicaram maior desempenho do grupo experimental em tarefas relacionadas ao reconhecimento e aplicação de conceitos, com destaque para o cubo e a pirâmide de base quadrada.

Contribuição para esta dissertação: o estudo de Alves serve de referência direta para a organização das fases da sequência didática aqui proposta, evidenciando a importância da manipulação concreta, do uso de objetos familiares aos alunos e da comparação entre métodos tradicionais e inovadores

Dantas (2018) aplicou uma sequência didática utilizando realidade aumentada (RA) no ensino de geometria espacial com alunos do Ensino Médio do IFRN. A RA foi usada para permitir que os alunos visualizassem pirâmides tridimensionais em dispositivos móveis, auxiliando na resolução de problemas envolvendo área, volume e ângulo de inclinação. A atividade resultou em maior engajamento e compreensão por parte dos estudantes.

Contribuição para esta dissertação: a experiência de Dantas reforça a incorporação de recursos digitais na sequência didática proposta, particularmente a utilização de simuladores e softwares para favorecer a visualização espacial de cubos e paralelepípedos e superar dificuldades de abstração

Oliveira (2020) investigou, sob uma perspectiva construtivista, se a construção física de sólidos geométricos poderia favorecer a aprendizagem dos estudantes. A sequência aplicada envolveu cinco momentos de atividades práticas e reflexivas com alunos do 2º ano do Ensino Médio em uma escola pública da Bahia. Os dados indicaram que o uso de materiais manipuláveis contribuiu significativamente para a construção conceitual e para o desenvolvimento da linguagem matemática.

O estudo de Oliveira fundamenta a escolha por uma abordagem ativa e concreta no desenvolvimento da sequência didática, validando o uso de materiais físicos na promoção da aprendizagem significativa de cubos e paralelepípedos.

Os resultados observados nesses estudos experimentais revelam que estratégias fundamentadas em metodologias ativas, como o uso de tecnologias, a construção de modelos físicos e a contextualização com objetos do cotidiano, favorecem significativamente a compreensão de conceitos geométricos espaciais. Esses elementos foram incorporados de maneira estruturada à

sequência didática proposta nesta pesquisa, visando não apenas o domínio de fórmulas, mas a compreensão integrada e significativa dos sólidos geométricos estudados.

3.2.1 Objetivos e Metodologias dos Estudos Experimentais

Os objetivos principais incluem:

- Avaliar a eficácia de metodologias inovadoras no ensino de geometria.
- Identificar os impactos dessas metodologias no engajamento e na compreensão dos alunos.

Os instrumentos e procedimentos utilizados incluem:

- Observação participante: Registros das interações entre alunos e professores durante as atividades.
- Questionários e entrevistas: Coleta de percepções dos alunos sobre as metodologias aplicadas.
- Produções escritas: Análise dos exercícios e atividades realizadas pelos alunos.

3.2.2 Principais Resultados dos Estudos Experimentais

Os resultados experimentais destacam:

- Aprimoramento do engajamento: As metodologias que incluem atividades práticas, como construção de modelos tridimensionais, promovem maior interesse e participação dos alunos (Valente, 2017).
- Melhoria na compreensão conceitual: Atividades que integram história e tecnologia ao ensino da geometria ajudam os alunos a construir um entendimento mais profundo dos conceitos (Artigue, 2009).
- Impacto positivo das Sequências Didáticas: A estruturação do ensino em etapas progressivas facilita a aprendizagem e reduz as dificuldades enfrentadas pelos alunos (Dolz, Noverraz e Schneuwly, 2004).

3.2.3 Comparação entre os Estudos Experimentais

Os estudos experimentais descritos neste capítulo evidenciam que metodologias ativas, como o uso de materiais manipuláveis (Oliveira, 2020), a realidade aumentada (Dantas, 2018) e as sequências didáticas com mediação docente (Alves, 2019), contribuem significativamente para a aprendizagem de conceitos geométricos. Embora os resultados indiquem ganhos de desempenho e maior engajamento dos alunos, os autores convergem ao apontar limitações estruturais e a necessidade de formação continuada de professores como fatores críticos para o êxito dessas práticas. Tais conclusões subsidiam a elaboração da sequência didática desta pesquisa, ao reforçarem a importância de integrar fundamentos teóricos, recursos visuais e a participação ativa do estudante nas práticas pedagógicas.

3.3 ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Esta seção tem como objetivo analisar como os conteúdos de geometria espacial, especialmente cubos e paralelepípedos, são abordados em livros didáticos utilizados no ensino médio. Para isso, foram examinadas três obras aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD):

- (1) *Matemática: Contexto & Aplicações – Volume 2* (Giovanni, Bonjorno E Castrucci, 2021);
- (2) *Matemática e Realidade – Volume 3* (Dante, 2021);
- (3) *Projeto Teláris Matemática – Volume 2* (Ibrahim, 2021).

A análise considerou os critérios de contextualização, abordagem histórica, integração tecnológica, atividades práticas e aderência à Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Esses critérios foram definidos a partir das orientações presentes no documento curricular, especialmente no que se refere ao desenvolvimento do pensamento espacial, da visualização geométrica e da resolução de problemas.

Para cada livro, foram selecionados trechos ilustrativos e analisados criticamente, considerando também a presença de propostas que envolvem o uso de tecnologias digitais e recursos multimodais, cada vez mais presentes no cotidiano escolar, como aplicativos, simuladores e dispositivos móveis. Os recortes analisados encontram-se apresentados na forma de figuras, acompanhados de suas respectivas fontes.

3.3.1 Tratamento Conceitual do Objeto Matemático

Nos três livros didáticos analisados, *Matemática: Contexto & Aplicações* (Giovanni, Bonjorno e Castrucci, 2021), *Matemática e Realidade* (Dante, 2021) e *Projeto Teláris Matemática* (Ibrahim, 2021), os conceitos de cubos e paralelepípedos são apresentados de forma direta e sintética, com ênfase nas definições formais e nas fórmulas de cálculo de área e volume. A maioria das seções inicia com esquemas geométricos que ilustram as dimensões das figuras, seguidos por exemplos resolvidos. Contudo, observa-se limitação na exploração de aspectos históricos e contextuais, assim como na proposição de situações-problema relacionadas ao cotidiano do estudante. De modo geral, os livros tendem a tratar os objetos matemáticos como abstrações isoladas, sem uma progressão conceitual que favoreça a construção significativa do conhecimento. Essa lacuna compromete o desenvolvimento de uma compreensão mais ampla das propriedades geométricas, dificultando o estabelecimento de conexões com outras áreas do saber e com experiências concretas.

3.3.2 Abordagem Metodológica do Objeto Matemático

A abordagem metodológica predominante nas obras examinadas é tradicional e transmissiva, centrada na exposição teórica e na repetição de exercícios algorítmicos. Os capítulos são estruturados em torno da apresentação de fórmulas, exemplos ilustrativos e listas extensas de questões mecânicas. Poucas atividades propõem exploração ativa dos conceitos por meio de experimentações, construções geométricas ou uso de tecnologias digitais. Essa característica contradiz as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que recomenda metodologias que promovam a investigação, a resolução de problemas e a aplicação contextualizada da Matemática (Brasil, 2018). Apenas o livro *Projeto Teláris Matemática* apresenta, de forma pontual, sugestões de atividades práticas com uso de papelão ou material manipulável, mas sem articulação com projetos integradores ou sequências didáticas mais amplas. Desse modo, os livros pouco contribuem para o desenvolvimento da autonomia intelectual do aluno e para o protagonismo na construção do conhecimento, elementos centrais das práticas pedagógicas contemporâneas.

3.3.3 Quadro Síntese da Análise de Livros Didáticos de Matemática

Foram analisados três livros didáticos utilizados no Ensino Médio: (1) *Matemática: Contexto e Aplicações*, de Dante (Moderna, 2022); (2) *Matemática e Realidade*, de Giovanni Jr. e Castrucci (FTD, 2023); e (3) *Projeto Teláris Matemática*, de Lellis e Silva (Ática, 2022). A seleção se deu com base em sua ampla adoção em escolas públicas e privadas brasileiras, segundo o PNLD 2021/2022.

Os livros foram selecionados com base em sua adoção pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e pela frequência de uso nas escolas de Ensino Médio. Os critérios de análise foram definidos com base na BNCC (Brasil, 2018), priorizando aspectos como contextualização, presença de abordagem histórica, integração com tecnologias, atividades práticas e alinhamento com os direitos de aprendizagem.

Quadro 2 – Análise comparativa de livros didáticos quanto ao ensino de cubos e paralelepípedos

Critério	Livro 1	Livro 2	Livro 3
Contextualização	Insuficiente	Moderada	Insuficiente
Abordagem histórica	Ausente	Presente parcialmente	Ausente
Integração tecnológica	Ausente	Presente parcialmente	Ausente
Atividades práticas	Poucas	Moderadas	Poucas
Conexão com BNCC	Limitada	Moderada	Limitada

Fonte: Elaborado pelo autor (2025)

A análise comparativa dos três livros didáticos evidencia diferenças significativas quanto à abordagem dos conteúdos de Geometria Espacial, em especial dos sólidos geométricos cubo e paralelepípedo. O livro *Matemática: Contexto e Aplicações* (Dante, 2022) apresenta tratamento limitado quanto à contextualização e à integração tecnológica, restringindo-se a exemplos numéricos e exercícios de aplicação direta, o que indica uma perspectiva predominantemente procedimental. O material *Matemática e Realidade* (Giovanni Jr.; Castrucci, 2023) revela maior esforço de aproximação com situações reais, incluindo atividades

que articulam medidas e interpretação de figuras tridimensionais, além de referências pontuais à história da Matemática, ainda que sem aprofundamento conceitual. Já o Projeto Teláris Matemática (Lellis; Silva, 2022) mantém perfil similar ao primeiro, com pouca exploração de atividades práticas e ausência de integração com recursos digitais.

Em termos de alinhamento à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), observa-se que apenas o segundo livro apresenta correspondência moderada com as competências e habilidades previstas para o Ensino Médio, enquanto os demais permanecem em nível restrito, sem promover a articulação entre teoria e prática nem favorecer a compreensão espacial por meio de investigações e manipulações concretas. De modo geral, o conjunto dos materiais analisados confirma o diagnóstico de que a Geometria ainda ocupa espaço reduzido nos livros didáticos brasileiros, sendo tratada de forma fragmentada e descontextualizada, o que contribui para a manutenção das dificuldades históricas apontadas por Pavanello (1993) e Lorenzato (2006) no ensino desse eixo da Matemática.

3.4 CONTRIBUIÇÕES DA LITERATURA PARA A PESQUISA

As contribuições aqui apresentadas foram construídas a partir da análise de três tipos de fontes: estudos diagnósticos, estudos experimentais e livros didáticos. A constatação da ausência de contextualização histórica e da escassez de atividades práticas nos livros, conforme descrito no Quadro 2, evidenciou a necessidade de uma abordagem mais significativa. Além disso, os estudos experimentais analisados, como os de Alves (2019), Dantas (2018) e Oliveira (2020), demonstraram que metodologias ativas, como o uso de materiais concretos e tecnologias digitais, resultam em maior engajamento e compreensão dos conceitos geométricos. Essas constatações fundamentaram a elaboração da sequência didática proposta, pautada na aprendizagem significativa, na manipulação de objetos e na articulação com situações do cotidiano, conforme defendido por autores como Moretti (2022) e Lorenzato (2023).

Os resultados da revisão da literatura fornecem uma base sólida para a elaboração da sequência didática, destacando:

- A necessidade de superar as limitações das metodologias tradicionais e dos livros didáticos.
- O potencial das abordagens práticas e tecnológicas para promover a aprendizagem significativa.

- A importância de alinhar as práticas pedagógicas aos documentos oficiais, como a BNCC.

3.5 PERCEPÇÃO DE PROFESSORES E ALUNOS SOBRE O OBJETO MATEMÁTICO

A compreensão do objeto matemático no contexto educacional envolve não apenas o domínio de seus aspectos conceituais, mas também a reflexão sobre as formas pelas quais esse conhecimento é construído e apropriado pelos estudantes. Nesse sentido, o ensino e a aprendizagem da Matemática, e mais especificamente da Geometria Espacial, devem ser concebidos como um processo ativo, no qual o sujeito é desafiado a estabelecer relações, resolver problemas e atribuir significado aos conteúdos.

Neste estudo, a análise das percepções sobre o objeto matemático foi realizada a partir de dados coletados com professores de Matemática e estudantes do Ensino Médio de uma escola pública estadual localizada no município de Belém, no estado do Pará. A escuta desses sujeitos teve como objetivo compreender como docentes e discentes percebem o ensino e a aprendizagem dos sólidos geométricos, especialmente os conceitos de cubo e paralelepípedo, bem como identificar dificuldades, estratégias pedagógicas utilizadas e sentidos atribuídos a esses conteúdos no contexto escolar.

Assim, este tópico busca discutir as concepções teóricas e didáticas que fundamentam o trabalho com objetos matemáticos, articulando-as às percepções dos participantes da pesquisa, de modo a evidenciar elementos que favoreçam uma aprendizagem significativa e contextualizada.

3.5.1 Percepção dos Professores Colaboradores

Durante a etapa de escuta docente, os professores colaboradores desta pesquisa foram selecionados com base em sua experiência no ensino de Matemática no Ensino Médio. As entrevistas e discussões realizadas revelaram impressões relevantes sobre o objeto matemático em foco, os cubos e os paralelepípedos, e suas implicações no processo de ensino e aprendizagem. De modo geral, os docentes reconheceram a importância desses sólidos geométricos para o desenvolvimento do pensamento espacial dos estudantes, destacando sua aplicabilidade em áreas correlatas como Física, Química e Engenharia. Apesar disso, apontaram

desafios recorrentes, especialmente relacionados à superficialidade com que os livros didáticos abordam esses conteúdos e à dificuldade de estabelecer conexões significativas com situações reais do cotidiano escolar e extraescolar.

No que diz respeito à natureza do objeto matemático em si, os professores enfatizaram que cubos e paralelepípedos constituem uma base fundamental para a compreensão de tópicos mais complexos da geometria espacial. Contudo, muitos estudantes enfrentam obstáculos na apreensão de conceitos como volume e área, sobretudo pela ausência de representações concretas e contextos significativos que favoreçam a internalização do conhecimento. Os relatos indicaram que a falta de exploração prática e de recursos visuais compromete o processo de construção conceitual, tornando-o excessivamente abstrato.

Quanto às práticas de ensino, os participantes foram unânimes ao criticar abordagens pedagógicas centradas na memorização de fórmulas e na resolução mecânica de exercícios. Tal metodologia, segundo os professores, limita a compreensão e reduz o interesse dos alunos, afastando-os de uma matemática viva e aplicável. Como alternativas, sugeriram a incorporação de metodologias mais ativas, como o uso de tecnologias educacionais, a manipulação de materiais concretos e a valorização de uma perspectiva histórica na abordagem dos conceitos. Além disso, defenderam um currículo que estimule a interdisciplinaridade e a contextualização dos conteúdos, de modo a tornar a aprendizagem mais significativa e conectada com a realidade dos estudantes.

3.5.2 Percepção dos Alunos Egressos

O processo investigativo desta pesquisa incluiu escutas realizadas com egressos do Ensino Médio e estudantes atualmente matriculados na terceira série de uma escola pública da rede estadual de ensino, localizada no estado do Pará.

Os egressos, ex-alunos da instituição participante da pesquisa, trouxeram contribuições relevantes sobre suas vivências com o ensino de cubos e paralelepípedos. De modo geral, relataram dificuldades persistentes na compreensão de conceitos geométricos, frequentemente associadas a uma abordagem excessivamente teórica e descontextualizada.

Segundo os relatos dos participantes, as aulas de geometria limitavam-se, em muitos casos, à aplicação mecânica de fórmulas, sem conexão com situações concretas ou articulação com outras áreas do conhecimento matemático. Ainda que reconhecessem a utilidade dos

conceitos de volume e área em atividades cotidianas, indicaram que tais relações raramente eram exploradas em sala de aula.

Como consequência, foram identificadas lacunas no processo de aprendizagem, que se refletiram inclusive em dificuldades no desempenho em avaliações externas, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), bem como na aplicação desses conhecimentos em situações práticas do cotidiano.

Ao serem questionados sobre a aplicabilidade dos conceitos em contextos reais, muitos egressos manifestaram insegurança quanto à transferência do saber teórico para a resolução de problemas concretos. Esse tipo de resposta evidenciou uma deficiência comum nos processos de ensino tradicionais: a ausência de estratégias pedagógicas que promovam a aprendizagem significativa e favoreçam o uso funcional dos conceitos matemáticos.

Antes do início das intervenções, foi realizado um diagnóstico inicial com ambas as turmas, com o objetivo de avaliar os conhecimentos prévios relacionados aos fundamentos necessários ao estudo dos sólidos geométricos em foco. Os resultados desse diagnóstico evidenciaram lacunas significativas nos dois grupos, especialmente no que se refere à compreensão de conceitos como área e volume. Com base nessas informações, foi organizada uma oficina preparatória destinada a ambas as turmas. Essa oficina teve como finalidade oferecer condições mínimas para o desenvolvimento das atividades subsequentes, por meio do uso de materiais manipuláveis, como modelos tridimensionais de cubos e paralelepípedos, e de propostas que articulassem os conceitos geométricos a aplicações concretas, como o cálculo de volumes no planejamento de espaços arquitetônicos.

O presente tópico visa verificar a extensão dos desafios enfrentados na aprendizagem em relação ao ensino de cubos e paralelepípedos a partir de uma consulta a ser realizada junto a estudantes do ensino médio.

Este tópico discute os principais desafios enfrentados pelos estudantes do Ensino Médio no processo de aprendizagem dos conceitos de cubos e paralelepípedos. A investigação foi realizada por meio de um questionário aplicado a discentes de escolas da rede pública estadual e do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IFMA), ambos localizados no município de Imperatriz, Maranhão. A coleta de dados ocorreu entre os meses de maio e junho de 2024 e teve como objetivo mapear as dificuldades recorrentes no ensino-aprendizagem da geometria espacial, bem como compreender a influência de fatores curriculares nesse processo. O instrumento de coleta de dados consistiu em um questionário fechado com doze questões objetivas, apresentado no Quadro 1, elaborado com base em Marconi e Lakatos (2017) e Gil (2008).

Quadro 3 – Questionário aplicado aos discentes

Questão	Tipo de questão
Você considera que compreende bem a diferença entre área e volume?	☐ Sim ☐ Parcialmente ☐ Não
Quando você estuda figuras como o cubo e o paralelepípedo, o professor costuma utilizar materiais concretos (como blocos, maquetes, caixas)?	☐ Sempre ☐ Às vezes ☐ Raramente ☐ Nunca
Você já utilizou recursos digitais (softwares, aplicativos, vídeos ou simuladores) para estudar Geometria Espacial?	☐ Sim ☐ Não
Em suas aulas, os exercícios sobre cubos e paralelepípedos geralmente envolvem situações do cotidiano (ex.: embalagens, construções, objetos)?	☐ Sempre ☐ Às vezes ☐ Raramente ☐ Nunca
Você sente facilidade para calcular o volume de um cubo ou paralelepípedo?	☐ Sim ☐ Parcialmente ☐ Não
O professor explica como as fórmulas de área e volume são obtidas (demonstração), ou apenas apresenta as fórmulas prontas?	☐ Demonstra ☐ Apresenta prontas ☐ Não lembro
Em sua opinião, qual método ajuda mais na compreensão da Geometria?	☐ Aulas expositivas ☐ Atividades práticas ☐ Uso de tecnologia ☐ Trabalho em grupo
Você acredita que a Geometria tem utilidade no seu cotidiano (arquitetura, design, objetos, construções)?	☐ Sim ☐ Parcialmente ☐ Não
Quando tem dúvidas, você sente liberdade para perguntar e participar das discussões em sala?	☐ Sim ☐ Às vezes ☐ Não
O professor costuma relacionar os conteúdos de Geometria com outras disciplinas (Física, Artes, Desenho Geométrico, etc.)?	☐ Sim ☐ Parcialmente ☐ Não
Você sente motivação e interesse nas aulas de Geometria Espacial?	☐ Sempre ☐ Às vezes ☐ Raramente ☐ Nunca
Avalie, de forma geral, o quanto você considera que aprende nas aulas de Geometria Espacial:	☐ Muito ☐ Regular ☐ Pouco

Fonte: Elaborado pelo autor com base em Marconi e Lakatos (2017) e Gil (2008).

Os participantes da pesquisa foram previamente informados acerca dos propósitos do estudo, sendo esclarecido que a proposta visava levantar as principais barreiras no aprendizado dos sólidos geométricos mencionados e identificar a relação entre tais dificuldades e as estratégias didáticas empregadas. A participação dos estudantes foi condicionada à assinatura

de um termo de autorização, garantindo o cumprimento dos princípios éticos da pesquisa e assegurando que todos os envolvidos compreendessem plenamente o caráter científico e voluntário da investigação.

Para a coleta dos dados, foi utilizado um questionário fechado composto por doze questões objetivas, cuja escolha metodológica se fundamenta em argumentos amplamente discutidos por Marconi e Lakatos (2017) e Gil (2008). Segundo os autores, esse tipo de instrumento é eficaz para investigações de maior alcance, pois permite a obtenção de dados em curto intervalo de tempo, com reduzido uso de recursos humanos. Entre suas vantagens, destacam-se a rapidez na aplicação, a uniformidade das respostas, o anonimato que assegura maior liberdade dos respondentes e a possibilidade de aplicação em diferentes instituições, ampliando a abrangência da amostra e a validade das análises.

As questões foram elaboradas com o intuito de avaliar o nível de compreensão dos estudantes sobre conceitos fundamentais da geometria espacial, tais como volume e área, além de investigar sua percepção sobre a aplicabilidade desses conteúdos em situações do cotidiano. Buscou-se também compreender como os alunos avaliam os métodos de ensino empregados em sala de aula e se reconhecem o uso de recursos pedagógicos complementares, como tecnologias digitais, materiais concretos e atividades interativas, no apoio à aprendizagem da geometria.

A análise dos dados visa identificar lacunas no domínio conceitual dos estudantes, especialmente em relação aos sólidos geométricos estudados, além de observar os impactos das metodologias de ensino – sejam elas tradicionais ou alternativas – sobre o engajamento e a compreensão dos conteúdos matemáticos. Espera-se, ainda, que os resultados ofereçam subsídios para a formulação de práticas pedagógicas mais eficazes, à luz das dificuldades relatadas pelos próprios discentes, possibilitando intervenções mais contextualizadas e ajustadas às suas necessidades.

A opção pelo questionário fechado encontra respaldo na literatura metodológica por sua capacidade de garantir maior objetividade e precisão na coleta e análise dos dados. Conforme argumentam Marconi e Lakatos (2017) e Gil (2008), esse tipo de instrumento minimiza o viés do pesquisador e favorece a obtenção de respostas sinceras, o que é crucial em pesquisas voltadas à avaliação de percepções e experiências escolares. Nesse sentido, a presente investigação pretende não apenas diagnosticar os principais obstáculos enfrentados pelos alunos no aprendizado da geometria, mas também contribuir para o desenvolvimento de propostas didáticas mais eficazes, que promovam uma aprendizagem significativa, contextualizada e alinhada às demandas contemporâneas do Ensino Médio.

Os resultados obtidos a partir do questionário aplicado aos discentes revelam um distanciamento entre o ensino de Geometria Espacial vivenciado em sala de aula e as competências exigidas nas avaliações externas, especialmente no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). As respostas indicam que grande parte dos estudantes associa a aprendizagem de conceitos como área, volume e dimensões a procedimentos mecânicos, desprovidos de contextualização e de conexão com situações cotidianas. Esse perfil contrasta com o modelo avaliativo do Enem, cuja ênfase recai sobre a resolução de problemas contextualizados e sobre a aplicação de conceitos em tempo reduzido, em média três minutos por questão, o que requer do aluno capacidade de interpretação, abstração e escolha de estratégias sem recorrer a longas demonstrações formais (Brasil, 2023).

Essa discrepância evidencia que o ensino ainda privilegia práticas tradicionais e desarticuladas das competências de raciocínio e argumentação previstas nas Matrizes de Referência do exame, limitando a autonomia intelectual e a flexibilidade cognitiva dos estudantes. Torna-se, portanto, necessário reconfigurar as metodologias de ensino da Geometria Espacial, de modo que contemplem situações-problema, investigação e contextualização, aproximando o processo de aprendizagem das demandas avaliativas contemporâneas e do perfil de competências que o Enem busca aferir.

4. SOBRE O OBJETO MATEMÁTICO RELATIVOS AO CUBRO E AO PARALELEPÍPEDO

O presente capítulo tem como foco central os sólidos geométricos espaciais, com ênfase nos prismas regulares, especialmente o cubo e o paralelepípedo retângulo. Esses objetos foram selecionados por sua presença recorrente em avaliações externas, como o ENEM e o SAEB, e por constituírem figuras fundamentais no desenvolvimento da visualização espacial, da noção de volume e das propriedades geométricas tridimensionais. Além disso, tais sólidos aparecem com frequência em contextos cotidianos e profissionais, o que favorece sua exploração didática por meio de metodologias ativas e concretas. A escolha desses elementos geométricos também se fundamenta na possibilidade de articular conhecimentos matemáticos prévios, como área, perímetro e relações entre faces, arestas e vértices, possibilitando o aprofundamento do raciocínio geométrico dos estudantes.

4.1 ASPECTOS MATEMÁTICOS

Os sólidos geométricos, como o cubo e o paralelepípedo, ocupam papel central no estudo da Geometria Espacial, contribuindo para a compreensão de conceitos fundamentais como volume, área, proporções e relações espaciais. Esses objetos matemáticos não se restringem ao campo teórico da matemática escolar, apresentando aplicações em áreas como arquitetura, engenharia, design e ciências aplicadas, o que reforça sua relevância no currículo da Educação Básica. Nesse sentido, a Geometria Espacial é reconhecida como um componente importante para o desenvolvimento do raciocínio espacial, da visualização geométrica e da compreensão de relações métricas pelos estudantes (Lorenzato, 2006; Morello; Souza, 2024).

Diante dessa importância, este capítulo apresenta uma análise dos principais conceitos associados a esses sólidos geométricos, discutindo suas propriedades e aplicações no contexto educacional. A abordagem fundamenta-se em estudos contemporâneos da Educação Matemática que destacam a relevância do ensino de sólidos geométricos para a construção do pensamento geométrico e para a compreensão de conceitos relacionados à área e ao volume, favorecendo a aprendizagem significativa no Ensino Médio (Machado Et Al., 2023; Morello; Souza, 2024).

Os cubo e paralelepípedo ocupam um papel central no ensino da geometria e são fundamentais na formação matemática de estudantes desde as séries iniciais até os níveis mais

avançados. Mais do que objetos abstratos, esses sólidos possuem relevância prática e conceitual, sendo amplamente aplicados em diversas áreas do conhecimento. Este capítulo busca explorar os aspectos matemáticos, históricos e epistemológicos desses sólidos, oferecendo uma análise aprofundada que servirá como base para a construção de sequências didáticas e para a formação inicial e continuada de professores de Matemática.

A história da geometria remonta a civilizações antigas, como os egípcios e babilônios, que desenvolveram técnicas rudimentares de medição para atender às demandas práticas de suas sociedades, como a construção de templos, pirâmides e sistemas de irrigação. Segundo Burton (2011), os egípcios utilizavam sólidos simples, como o paralelepípedo, para calcular volumes e superfícies em projetos arquitetônicos. A sistematização dos estudos geométricos, no entanto, ocorreu na Grécia Antiga, onde matemáticos como Euclides definiram as bases da geometria clássica. Em sua obra *Elementos*, Euclides (2009) formalizou as propriedades de sólidos como o cubo e o paralelepípedo, demonstrando sua importância tanto para a matemática pura quanto aplicada.

No período renascentista, os estudos geométricos ganharam novas dimensões com o desenvolvimento da perspectiva e da geometria analítica, conceitos fundamentais para áreas como engenharia, arquitetura e artes. O Princípio de Cavalieri, desenvolvido por Bonaventura Cavalieri no século XVII, introduziu uma abordagem inovadora para o cálculo de volumes, expandindo as aplicações práticas de sólidos como cubos e paralelepípedos. Essa evolução histórica demonstra como esses objetos matemáticos transcenderam seu papel original, tornando-se elementos indispensáveis em diversas ciências e tecnologias contemporâneas.

Do ponto de vista matemático, o cubo e o paralelepípedo são sólidos tridimensionais com propriedades específicas que os distinguem e os tornam objetos de estudo essenciais. O cubo, também conhecido como hexaedro regular, é definido como um sólido com seis faces quadradas congruentes, doze arestas de mesmo comprimento e oito vértices. Já o paralelepípedo é um prisma cuja base é um paralelogramo, podendo assumir diferentes formas, como o paralelepípedo retângulo (ou ortoedro), cujas faces são todas retangulares.

Os estudos geométricos desses sólidos permitem a introdução de conceitos fundamentais como área, volume e diagonal. Segundo Dolce e Pompeo (2013), a diagonal de um cubo, por exemplo, pode ser calculada utilizando-se o Teorema de Pitágoras em três dimensões, oferecendo uma oportunidade de explorar conexões entre diferentes tópicos da Matemática. Já o volume do cubo e do paralelepípedo é uma extensão natural do conceito de área, proporcionando uma compreensão mais ampla das relações espaciais.

Apesar da relevância conceitual e prática desses objetos, seu ensino ainda enfrenta desafios significativos nas escolas. Estudos apontam que, em muitos livros didáticos, a geometria é apresentada de forma excessivamente procedimental, com ênfase na aplicação de fórmulas e na resolução mecânica de exercícios, sem conexão com situações do cotidiano dos estudantes. Essa abordagem pode dificultar a compreensão conceitual e reduzir o interesse dos alunos pela geometria (Lorenzato, 2006; Pais, 2013).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enfatiza a necessidade de integrar o ensino da geometria à resolução de problemas reais, promovendo o desenvolvimento do pensamento lógico e crítico. No entanto, conforme analisado por Galian (2014), ainda há um distanciamento entre as diretrizes curriculares e a prática pedagógica. Essa discrepância destaca a importância de repensar as estratégias de ensino, incorporando abordagens interdisciplinares e metodologias ativas.

A Teoria das Situações Didáticas (TSD), desenvolvida por Brousseau (1997), fornece um referencial importante para compreender como os alunos constroem o conhecimento matemático. Essa teoria propõe que o aprendizado ocorre por meio da interação entre o aluno e o ambiente, sendo mediado por situações didáticas cuidadosamente planejadas. Ao aplicar essa abordagem ao ensino de cubos e paralelepípedos, pode-se criar cenários que permitam aos alunos explorar ativamente os conceitos geométricos, estabelecendo conexões significativas com o mundo real.

Além disso, a utilização de sequências didáticas possibilita uma abordagem estruturada e progressiva, guiando os alunos do reconhecimento inicial das formas geométricas até a aplicação de conceitos mais complexos. Segundo Villers (2010), esse processo promove o desenvolvimento gradual das habilidades geométricas, incentivando os alunos a analisar, sintetizar e deduzir propriedades dos sólidos.

Para os professores, o estudo aprofundado de cubos e paralelepípedos oferece subsídios teóricos e práticos que podem enriquecer sua prática pedagógica. A compreensão das propriedades matemáticas e das aplicações históricas desses sólidos permite a elaboração de estratégias de ensino mais dinâmicas e eficazes. Segundo Moreira (2010), a formação continuada de professores deve incluir o desenvolvimento de habilidades para integrar abordagens históricas, tecnológicas e interdisciplinares, promovendo uma aprendizagem significativa para os alunos.

O estudo do cubo e do paralelepípedo transcende a simples memorização de fórmulas, oferecendo uma oportunidade única para conectar a Matemática a diferentes áreas do conhecimento e à realidade dos alunos. Por meio de uma abordagem que integra aspectos

históricos, epistemológicos e pedagógicos, é possível tornar o ensino desses sólidos mais atrativo e significativo. Essa perspectiva não apenas enriquece a formação inicial e continuada de professores, mas também contribui para a elaboração de sequências didáticas que atendam às demandas contemporâneas da Educação Matemática.

4.2 DEFINIÇÕES

A seguir, apresentam-se as definições formais e tipificações fundamentais dos cubos e paralelepípedos, que serão exploradas em detalhes para a caracterização matemática desses sólidos.

De forma geral, define-se o paralelepípedo como um prisma, cujas bases são paralelogramos. Sua superfície total é composta pela união de seis paralelogramos, que formam as faces do sólido. De forma geral, um prisma é um sólido geométrico tridimensional formado por duas bases congruentes e paralelas, que são polígonos, e por faces laterais planas que são paralelogramos. Esse tipo de sólido pertence à classe dos poliedros convexos e se caracteriza por apresentar o mesmo número de vértices e arestas nas bases. Os prismas são frequentemente utilizados no ensino básico para introduzir conceitos como volume, área lateral e área total.

Quando as bases do prisma são retângulos, ele recebe a denominação específica de paralelepípedo retângulo. Já o paralelepípedo, de modo mais amplo, pode ser entendido como um prisma cujas bases são paralelogramos quaisquer. Sua superfície total é composta pela união de seis paralelogramos, que configuram as faces do sólido.

Dentro dessa definição ampla, destacam-se as seguintes tipificações:

1. Paralelepípedo reto

Um paralelepípedo reto é aquele em que as faces laterais são retângulos e as bases são paralelogramos. Assim, sua superfície total é formada por quatro retângulos laterais e dois paralelogramos nas bases.

2. Paralelepípedo retorretângulo (Ortoedro)

Também chamado de ortoedro, trata-se de um prisma reto cujas bases são retângulos. Todas as suas faces são retangulares, formando um sólido composto por seis retângulos congruentes dois a dois. Essa configuração é uma das mais frequentes em aplicações práticas e em representações de sólidos geométricos no ensino da Geometria Espacial.

3. Romboedro

Um romboedro é um paralelepípedo em que todas as doze arestas são congruentes entre si. Sua superfície total é formada por seis losangos, o que lhe confere uma aparência característica. Este sólido é frequentemente explorado em contextos relacionados à cristalografia e geometria avançada.

4. Romboedro reto

O romboedro reto mantém a característica de congruência entre as arestas, mas sua superfície total é composta por quatro quadrados nas faces laterais e dois losangos nas bases. Essa configuração é menos usual, mas de relevância para a compreensão de variações geométricas.

5. Cubo

O cubo, também denominado hexaedro regular, constitui um caso particular de paralelepípedo retângulo (ortóedro) em que todas as arestas possuem o mesmo comprimento. Trata-se de um sólido geométrico tridimensional amplamente estudado na Geometria Espacial devido à sua elevada simetria e às propriedades matemáticas associadas às suas faces, arestas e vértices. Suas principais características incluem:

- Arestas congruentes: todas as doze arestas possuem o mesmo comprimento.
- Faces quadradas: o sólido é composto por seis faces quadradas congruentes.
- Sólido regular: o cubo é classificado como um dos cinco sólidos platônicos, caracterizados por possuir faces congruentes formadas por polígonos regulares e o mesmo número de faces encontrando-se em cada vértice.

O cubo é amplamente utilizado em aplicações práticas e teóricas, sendo o protótipo de unidade para o cálculo de volumes.

Diagonal do cubo

Tenhamos a medida f , no seguimento DAB do cubo (Figura 1):

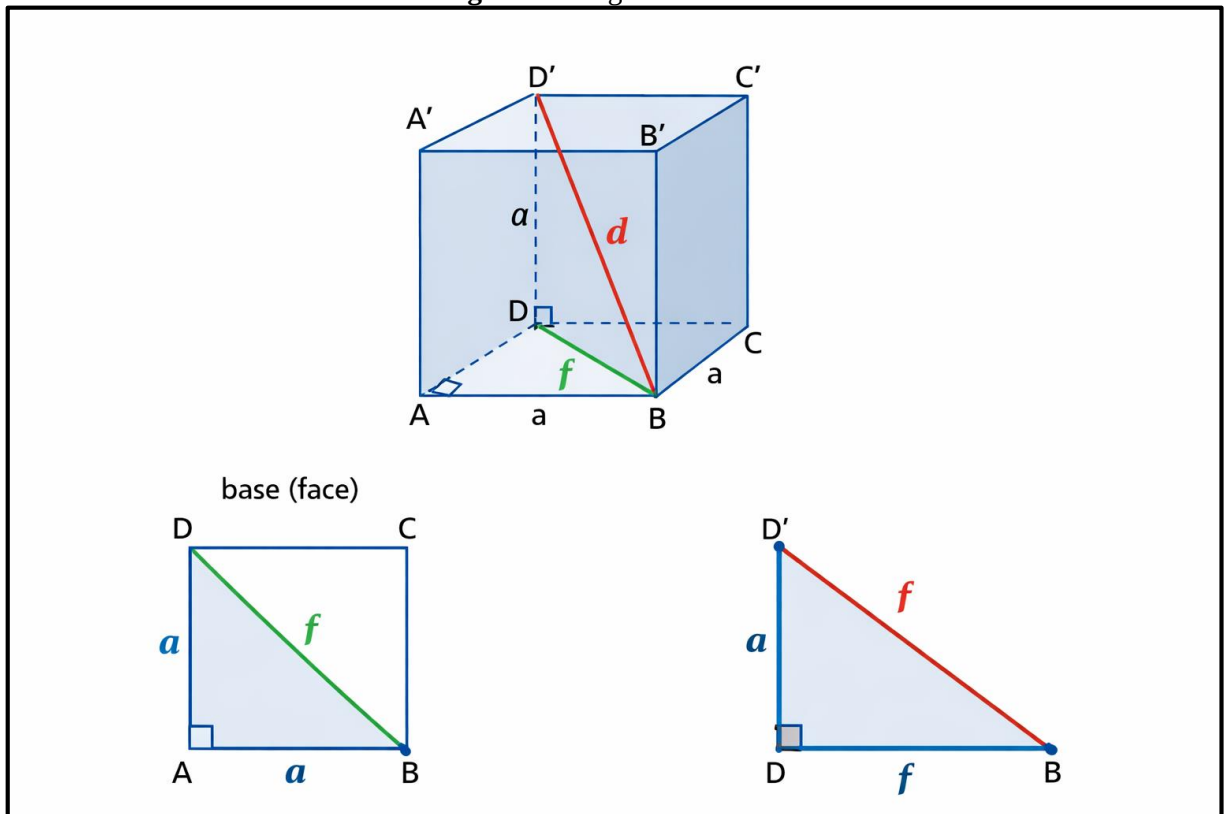
$$f^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$f = a\sqrt{2} \quad (1)$$

Dado o resultado anterior, podemos calcular a medida d , no seguimento BDD':

$$d^2 = f^2 + a^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$$

$$d = a\sqrt{3} \quad (2)$$

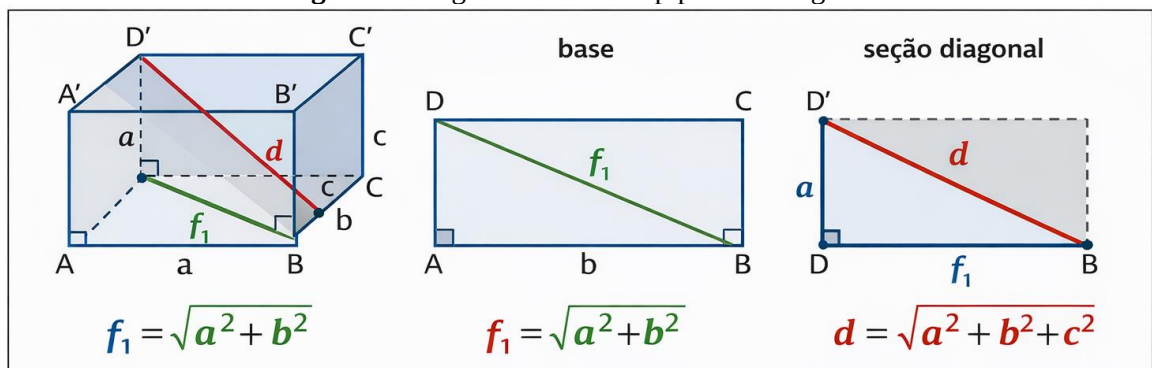
Figura 1: Diagonal do Cubo

Fonte: Adaptado pelo autor (2025), com base em DOLCE e POMPEO.

Em relação à área da superfície do cubo (S), sendo a área a de cada face igual a a^2 , obviamente:

$$S = 6a^2 \quad (3)$$

Diagonal e área do paralelepípedo retângulo

Figura 2: Diagonal do Paralelepípedo Retângulo

Fonte: Adaptado pelo autor (2025), com base em DOLCE e POMPEO.

Dado um paralelepípedo retângulo (Figura 2) de arestas a , b e c , tenhamos as diagonais f_1 , f_2 e f_3 e a área superficial¹ S . Deste modo, diagonal f_1 , referente à face ABCD (ou A'B'C'D'), será dada por:

$$f_1^2 = a^2 + b^2 \rightarrow f_1 = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (4)$$

Assim, para as diagonais f_2 e f_3 ,

$$f_2^2 = a^2 + c^2 \rightarrow f_2 = \sqrt{a^2 + c^2} \quad (5)$$

$$f_3^2 = b^2 + c^2 \rightarrow f_3 = \sqrt{b^2 + c^2} \quad (6)$$

Sendo (5) e (6) correspondentes às faces ABB'A' e ADD'A', respectivamente. Posto o resultado anterior, podemos calcular a medida d , no segmento BDD':

$$d^2 = f_1^2 + f_2^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

(7)

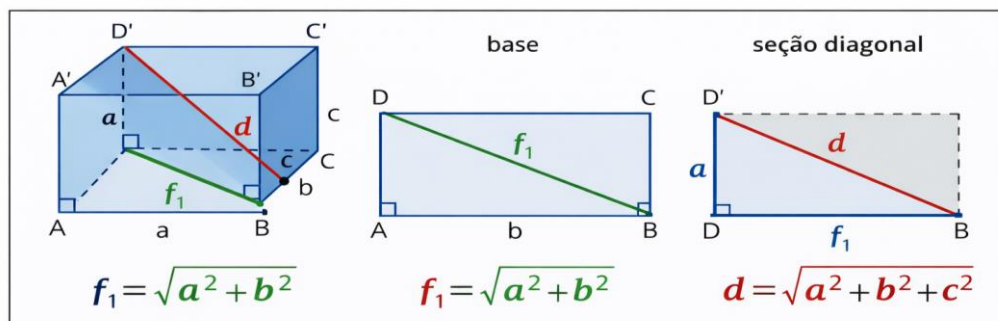
Em relação à área da superfície do paralelepípedo retângulo (S), levando-se em consideração que sua superfície seja composta de seis retângulos, sendo dois deles (ABCD, A'B'C'D') com arestas a e b , dois (ABB'A', DCC'D') com arestas a e c e os últimos dois (ADD'A', BCC'B') com arestas b e c . Logo:

$$S = 2ab + 2ac + 2bc = 2(ab + ac + bc)$$

(8)

Razão entre paralelepípedos e retângulos

Figura 3: Diagonal do paralelepípedo retângulo.



Fonte: Adaptado pelo autor (2025), com base em DOLCE e POMPEO.

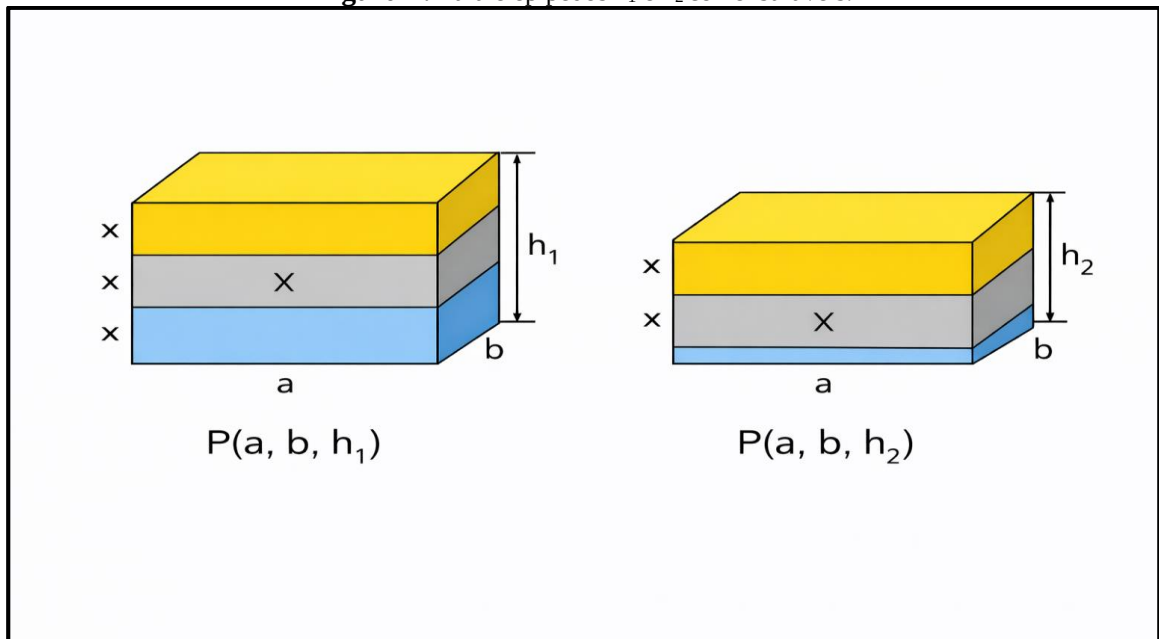
¹ A **área superficial** (ou **área total**) de um sólido geométrico é a **soma das áreas de todas as suas faces externas**. Em outras palavras, é a medida da superfície total que envolve o objeto tridimensional.

Segundo Dolce e Pompeo (2019), “a razão entre dois paralelepípedos retângulos de bases congruentes é igual à razão entre as alturas”, de modo que, considerando dois paralelepípedos, $P(a, b, h_1)$ e $P(a, b, h_2)$, cujas dimensões são a, b, h_1 e a, b, h_2 , respectivamente:

$$\frac{\square(\square, \square, h_1)}{\square(\square, \square, h_2)} = \frac{h_1}{h_2} \quad (9)$$

Para demonstração de (9), tenhamos dois casos em vista, sendo o primeiro ilustrado pela Figura 4.

Figura 4: Paralelepípedos h_1 e h_2 comensuráveis.



Fonte: Adaptado pelo autor (2025), com base em DOLCE e POMPEO.

Considerando h_1 e h_2 comensuráveis, existe um segmento x submúltiplo comum h_1 e h_2 , de modo que:

$$\frac{h_1 = \square \square}{h_2 = \square \square} \} \rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\square}{\square} \quad (10)$$

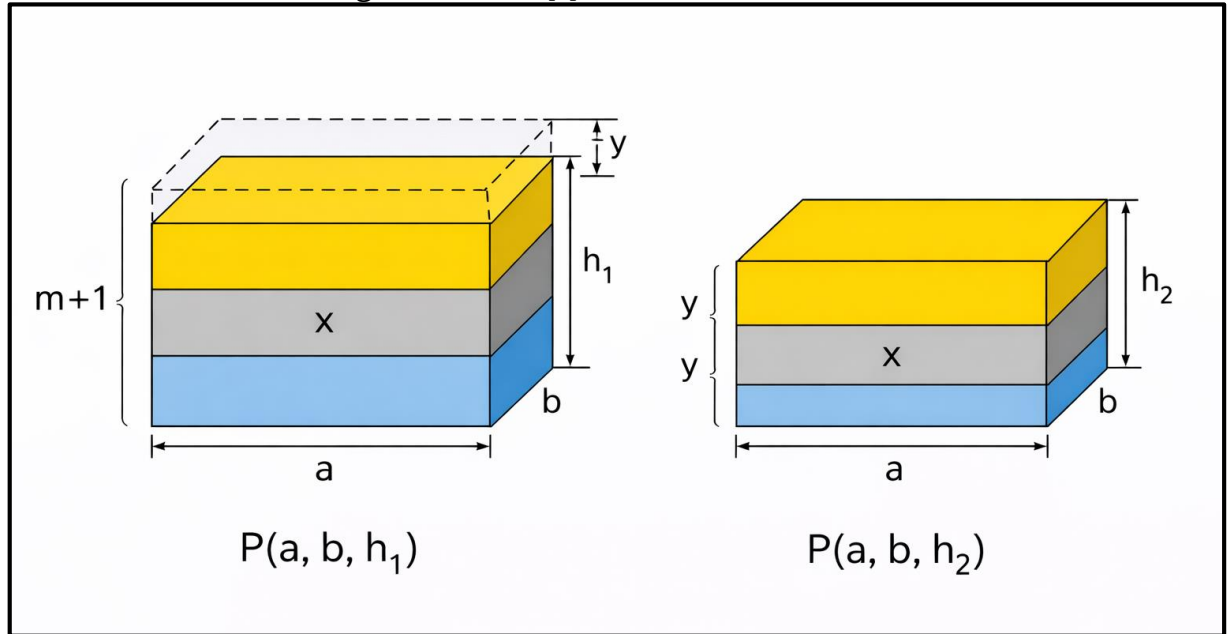
Pelos paralelepípedos $X(a, b, x)$, temos:

$$\frac{\square(\square, \square, h_1) = \square \square}{\square(\square, \square, h_2) = \square \square} \} \rightarrow \frac{\square(\square, \square, h_1)}{\square(\square, \square, h_2)} = \frac{\square}{\square} \quad (11)$$

De (10) e (11), facilmente, obtemos (9).

O segundo caso, ilustrado pela Figura 5, considera h_1 e h_2 incomensuráveis. Sendo assim, não existe segmento submúltiplo comum entre os dois paralelepípedos. Tomemos um segmento y submúltiplo de h_2 , ou seja, h_2 é um certo número inteiro n vezes maior que y , isto é, $h_2 = ny$.

Figura 5: Paralelepípedos h_1 e h_2 incomensuráveis.



Fonte: Adaptado pelo autor (2025), com base em DOLCE e POMPEO.

Postas estas condições, marcando sucessivamente y em h_1 , temos que, chegando a um certo número inteiro m de vezes, conclui-se que: $my < h_1 < (m + 1)y$. Operando tais relações, tem-se que:

$$\frac{\square\square < h_1 < (\square + 1)\square}{\square\square = h_2 = \square\square} \} \rightarrow \frac{\square}{\square} < \frac{h_1}{h_2} < \frac{\square + 1}{\square} \quad (12)$$

Pelos paralelepípedos $Y(a, b, y)$, temos:

$$\frac{\square\square < \square(\square, \square, h_1) < (\square + 1)\square}{\square\square = \square(\square, \square, h_2) = \square\square} \} \rightarrow \frac{\square}{\square} < \frac{\square(\square, \square, h_1)}{\square(\square, \square, h_2)} < \frac{\square + 1}{\square} \quad (13)$$

Sendo um submúltiplo de y , sua variação permite aumentar progressivamente o número de subdivisões consideradas. Com isso, as razões $\frac{h_1}{h_2}$ e $\frac{\square(\square, \square, h_1)}{\square(\square, \square, h_2)}$ formam classes contíguas, por meio das quais se define a razão, conforme a expressão (12). Pelo mesmo raciocínio, a expressão (13) permite estabelecer a razão entre os volumes e . Essa equivalência decorre do fato de que os dois paralelepípedos possuem bases congruentes, diferenciando-se apenas pela altura. Nessa condição, o volume do sólido varia proporcionalmente à altura, o que fundamenta a

correspondência entre e . Admitindo-se a unicidade desse número, comprova-se a expressão (9).

$$y \frac{h_2}{h_1} \frac{n}{m} \frac{m+1}{n} \frac{h_1}{h_2} \frac{P(a, b, h_1)}{P(a, b, h_2)} \frac{h_1}{h_2} \frac{P(a, b, h_1)}{P(a, b, h_2)}.$$

Volume de um sólido

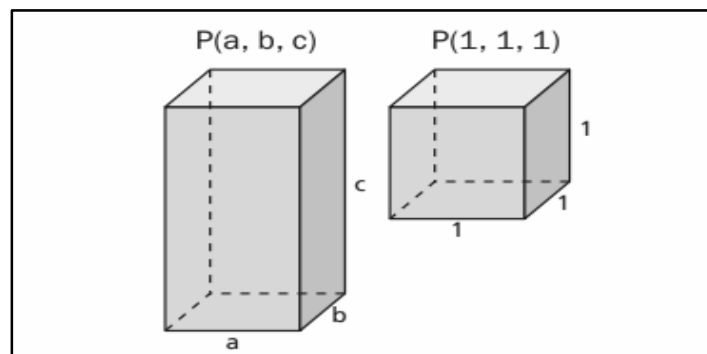
Também chamado *medida do sólido*, trata-se de um número real positivo associado ao sólido de forma que 1) sólidos congruentes sejam iguais em volume e, 2) no caso de existir um sólido S o qual seja a reunião de dois sólidos S_1 e S_2 , que não tenham pontos interiores comuns, o volume de S será, então, a soma dos volumes dos já citados sólidos.

São medidos por uma unidade que, em geral, é um cubo. Assim, o volume desse cubo é 1. Se sua aresta medir 1 cm (um centímetro), seu volume será 1 cm³ (um centímetro cúbico). Se sua aresta medir 1 m, seu volume será 1 m³. De modo mais formal, define-se que “uma unidade de volume corresponde à região do espaço ocupada por um cubo de arestas unitárias, chamado de cubo unitário” (Agustin, 2014, p. 19). Dito isto, dois sólidos equivaler-se-ão se somente se eles apresentarem volumes iguais na mesma unidade de volume.

Volume do paralelepípedo retângulo e do cubo

Consideremos $P(a, b, c)$ como um paralelepípedo retângulo de dimensões a , b e c . Tal pode ser medido usando-se o cubo unitário, um paralelepípedo $P(1, 1, 1)$ (Figura 6).

Figura 6: Paralelepípedo retângulo e cubo unitário.



Fonte: Adaptado pelo autor (2025), com base em DOLCE e POMPEO.

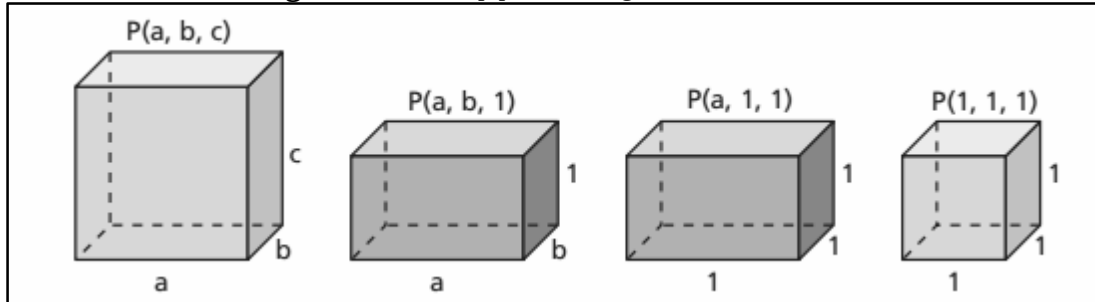
Para isso, tenha-se a razão $P(a, b, c)/P(1, 1, 1)$, o volume procurado, segundo a propriedade a seguir:

$$\square = \frac{\square(\square, \square, \square)}{\square(1, 1, 1)} \quad (\text{P-1})$$

1)

Em seguida, considerem-se os paralelepípedos $P(a, b, c)$, $P(a, b, 1)$, $P(a, 1, 1)$ e $P(1, 1, 1)$, como na Figura 7, em que 1 é a unidade de comprimento.

Figura 7: Paralelepípedos retângulos e cubo unitário.



Fonte: Adaptado pelo autor (2025), com base em DOLCE e POMPEO.

Baseado em (P-1), tem-se:

$$V = \frac{P(a, b, c)}{P(a, b, 1)} = \frac{c}{1} \quad (\text{P-2})$$

$$V = \frac{P(a, b, 1)}{P(a, 1, 1)} = \frac{b}{1} \quad (\text{P-3})$$

$$V = \frac{P(a, 1, 1)}{P(1, 1, 1)} = \frac{a}{1} \quad (\text{P-4})$$

Ao multiplicarmos membro a membro as expressões (P-2), (P-3) e (P-4), obtém-se:

$$\frac{P(a, b, c)}{P(a, b, 1)} \cdot \frac{P(a, b, 1)}{P(a, 1, 1)} \cdot \frac{P(a, 1, 1)}{P(1, 1, 1)} = \frac{c}{1} \cdot \frac{b}{1} \cdot \frac{a}{1}$$

Cancelando os termos comuns no numerador e no denominador, resulta:

$$\frac{P(a, b, c)}{P(1, 1, 1)} = abc$$

Como $P(1, 1, 1)$ representa o **cubo unitário**, conclui-se que o volume do paralelepípedo retângulo de dimensões a , b e c é dado por

$$V = abc$$

Implica, logicamente, em:

$$\square = \square \square \square \quad (14)$$

Sendo a , b e c as medidas do paralelepípedo retângulo na unidade escolhida.

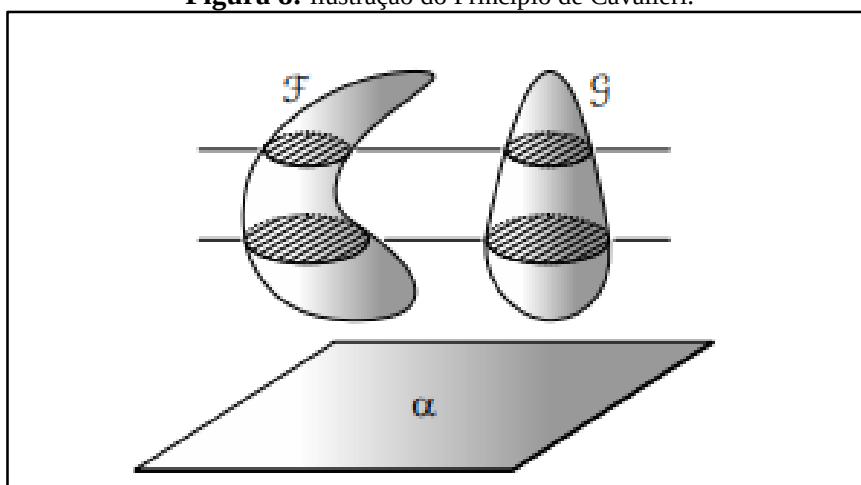
Princípio de Cavalieri

Sejam dois sólidos FFF e GGG, dispostos no espaço, e um plano α qualquer (conforme ilustrado na Figura 8). O Princípio de Cavalieri estabelece que, se todo plano paralelo a α intercepta os sólidos FFF e GGG formando secções planas de mesma área, então os dois sólidos possuem volumes iguais.

Este princípio, formulado por Bonaventura Cavalieri no século XVII, é amplamente utilizado no ensino da geometria espacial para justificar, por exemplo, que prismas e cilindros com a mesma altura e bases de mesma área têm o mesmo volume, mesmo que suas formas sejam diferentes.

Na prática pedagógica, o Princípio de Cavalieri pode ser explorado por meio de recursos visuais e objetos manipuláveis, como camadas sobrepostas de papel ou fatias de sólidos impressos em 3D, facilitando a compreensão de que o volume depende da área da base e da altura, e não da inclinação ou forma da superfície lateral.

Figura 8: Ilustração do Princípio de Cavalieri.



Fonte: Adaptado pelo autor (2025), com base em Agustini (2014).

Diante do exposto, evidencia-se que o estudo aprofundado dos sólidos geométricos cubo e paralelepípedo constitui uma base essencial para a compreensão dos conceitos fundamentais da geometria espacial, como volume, área, diagonal e proporcionalidade. A abordagem integrada entre aspectos matemáticos, históricos e didáticos permite não apenas uma compreensão conceitual mais sólida, mas também a construção de práticas pedagógicas significativas, alinhadas às diretrizes da BNCC e fundamentadas em teorias como a das Situações Didáticas de Brousseau. Ao se apropriar criticamente das propriedades e aplicações desses objetos matemáticos, o professor de Matemática amplia suas possibilidades de atuação, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio geométrico, da autonomia intelectual e da

resolução de problemas por parte dos estudantes. Assim, este capítulo contribui para consolidar a importância dos prismas regulares na formação matemática, ao mesmo tempo em que propõe caminhos metodológicos para sua abordagem didática no contexto da Educação Básica.

5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA: O ENSINO DO CUBO E DO PARALELEPÍPEDO

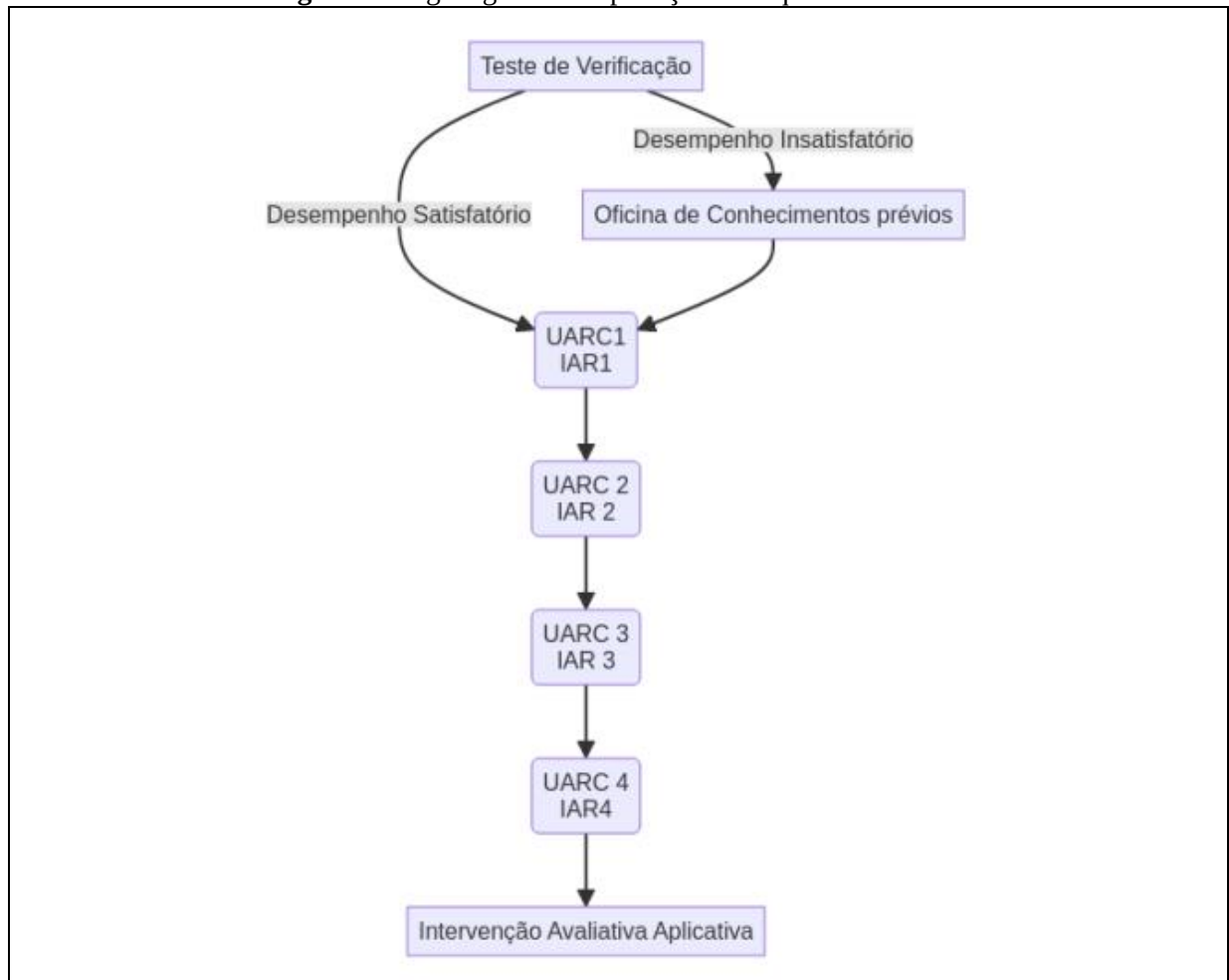
O presente capítulo descreve e analisa a sequência didática elaborada para o ensino dos sólidos geométricos cubo e paralelepípedo, concebida a partir de pressupostos teóricos que compreendem a aprendizagem matemática como um processo ativo, progressivo e situado. A proposta organiza-se de modo a articular observação, manipulação, formulação, validação e institucionalização dos conceitos, buscando superar abordagens meramente expositivas e favorecer a construção significativa do conhecimento geométrico no Ensino Médio.

A sequência didática está estruturada segundo o modelo das Unidades Articulas de Reconstrução Conceitual (UARC), o que permite ao estudante avançar de compreensões intuitivas para níveis mais formais e aplicados do saber matemático. Ao longo do capítulo, são apresentados os objetivos, os materiais, as situações didáticas, as mediações docentes, os erros esperados, as intervenções pedagógicas e os critérios de avaliação associados a cada unidade, evidenciando como a proposta integra teoria didática, uso de materiais manipuláveis, tecnologias digitais e situações contextualizadas. Essa organização visa explicitar o encadeamento conceitual do conteúdo e oferecer subsídios para a replicação da sequência em outros contextos educativos.

5.1 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática foi planejada com o objetivo de favorecer a aprendizagem significativa dos conceitos relacionados aos sólidos geométricos cubo e paralelepípedo. O trabalho foi desenvolvido a partir do modelo das Unidades Articulas de Reconstrução Conceitual (UARC), proposto por Cabral (2017), e fundamentado na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008).

O público participante da pesquisa foi composto por estudantes do Ensino Médio de uma escola pública estadual. A proposta teve como base o uso de materiais manipuláveis, situações-problema e atividades que promovem a construção do conhecimento de forma autônoma e reflexiva.

Figura 9: Organograma de aplicação da sequência didática

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

A sequência foi estruturada em quatro Unidades Articulas de Reconstrução Conceitual (UARC), desenvolvidas de forma gradual. Em cada uma delas, o aluno é desafiado a observar, manipular, refletir e formalizar o conceito, passando de uma compreensão intuitiva para uma visão conceitual e aplicada.

5.1.1 UARC 1 - Explorando as formas no espaço

A primeira Unidade Articulas de Reconstrução Conceitual teve como objetivo despertar o interesse dos estudantes e introduzir o estudo da geometria espacial de maneira concreta e envolvente. Nesta etapa inicial, buscou-se explorar as concepções que os alunos já possuíam sobre os sólidos geométricos e promover uma reflexão sobre a presença das formas no cotidiano.

A aula iniciou com uma conversa aberta, em que o professor perguntou aos alunos que tipos de formas geométricas eles conseguiam identificar ao seu redor. Muitos mencionaram objetos como caixas, tijolos, dados, blocos de montar e embalagens de diferentes tamanhos. Esse diálogo teve a função de mobilizar o conhecimento prévio e criar um ambiente de curiosidade e participação.

Em seguida, o professor apresentou alguns objetos reais confeccionados com diferentes materiais, como cubos e paralelepípedos feitos de madeira, plástico e papel cartão. Cada grupo de alunos recebeu um pequeno conjunto desses objetos para observar, tocar e comparar. Durante a manipulação, os estudantes perceberam que todos os sólidos possuíam faces planas, arestas e vértices, mas nem todos apresentavam as mesmas proporções. Alguns comentaram que o cubo parecia “mais equilibrado” porque todas as suas medidas eram iguais, enquanto o paralelepípedo era “mais comprido” ou “mais estreito” dependendo da posição.

A partir dessas observações, o professor orientou uma discussão coletiva. No quadro, foram registradas as principais ideias levantadas pelos alunos, como o número de faces, a forma das bases e a relação entre as medidas. Em seguida, o grupo elaborou coletivamente um pequeno quadro comparativo, destacando o que há de comum e o que diferencia o cubo do paralelepípedo. Essa sistematização foi essencial para que os estudantes percebessem que o conhecimento geométrico parte da observação e da análise de propriedades.

Para ampliar a compreensão, os alunos construíram representações simplificadas utilizando palitos e massinha, criando o esqueleto das figuras. Essa atividade permitiu visualizar melhor os vértices e as arestas, ajudando na compreensão da estrutura tridimensional dos sólidos. Durante a realização, o professor circulava entre os grupos, incentivando perguntas e estimulando a troca de ideias.

Em um segundo momento, os estudantes foram convidados a buscar, em casa ou na escola, exemplos de objetos que tivessem a forma de cubos ou paralelepípedos. No encontro seguinte, as fotos e desenhos trazidos foram reunidos em um mural chamado “As formas que nos cercam”. O mural serviu como síntese visual da atividade, demonstrando que a geometria não está distante da realidade, mas faz parte do cotidiano das pessoas.

Figura 10 - Exemplos de objetos com forma de paralelepípedo retângulo



Fonte: Elaborado pelo autor (2025), com imagens de domínio público.

A UARC 1 teve um papel introdutório e diagnóstico, pois permitiu compreender como os alunos observam e interpretam as formas espaciais antes de uma explicação formal. As anotações do professor e as falas dos grupos foram registradas no diário de campo para subsidiar a análise posterior. Essa etapa inicial foi fundamental para preparar os estudantes para as próximas atividades, que aprofundariam os conceitos de estrutura, medidas e propriedades geométricas.

5.1.2 UARC 2 – Construindo e comparando sólidos geométricos

Objetivo

Compreender as propriedades do cubo e do paralelepípedo a partir da construção, manipulação e comparação de modelos tridimensionais. Ao final, o estudante identifica e descreve faces, arestas e vértices, distingue a regularidade das medidas e registra diferenças e semelhanças entre os dois sólidos.

Duração e organização:

A atividade será desenvolvida ao longo de dois encontros, com duração de cinquenta minutos cada. As tarefas serão realizadas em pequenos grupos, compostos por três a quatro estudantes, favorecendo a interação e a colaboração entre os participantes. Além do trabalho

coletivo, cada estudante deverá realizar registros individuais em seu caderno, bem como preencher a ficha de acompanhamento do grupo, destinada à sistematização das etapas desenvolvidas durante a atividade.

Materiais

Moldes em papel cartão de cubo e de paralelepípedo. Tesoura, cola, régua, fita métrica, palitos e massinha para esqueleto das figuras. Malhas quadriculadas impressas para redes planas. Etiquetas adesivas para nomear faces e arestas. Celular do professor para fotografar os produtos dos grupos. Opcional com tecnologia digital, com uso do GeoGebra 3D para conferência visual.

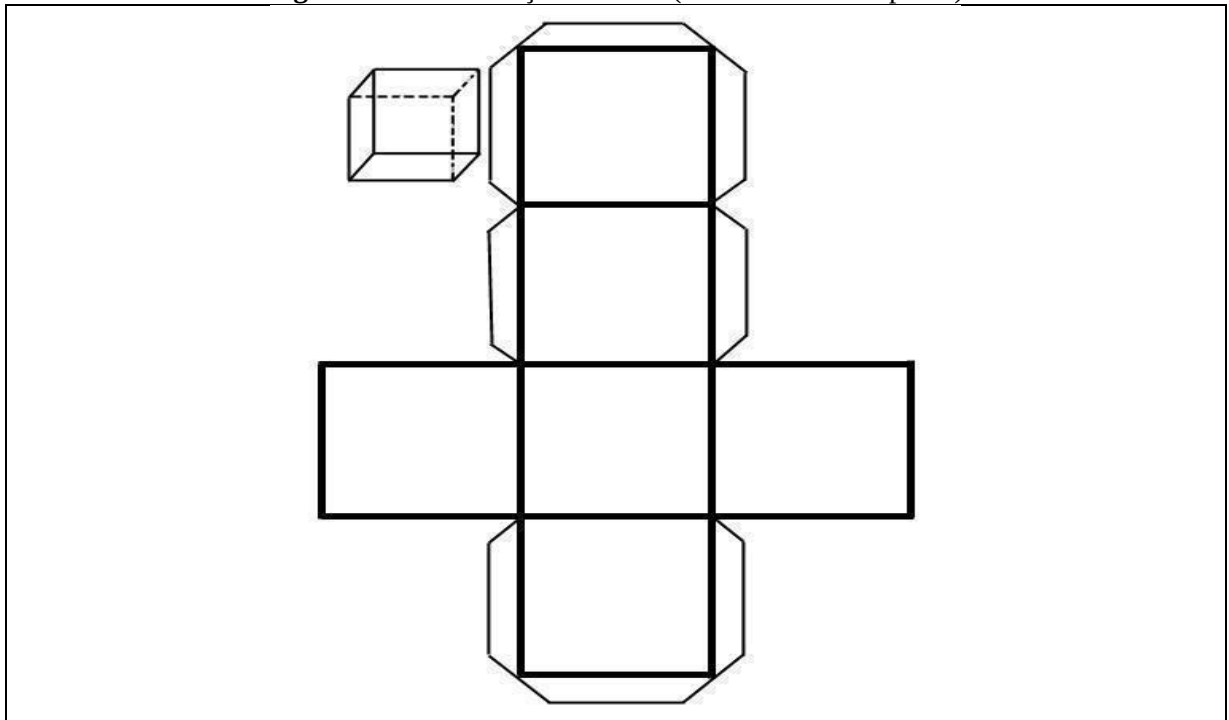
Ativação de conhecimentos prévios

O professor retomou o mural da UARC 1, no qual estavam apresentados exemplos do cotidiano, e questionou os estudantes acerca do que já havia sido observado sobre os dois sólidos geométricos. Em seguida, os alunos listaram ideias iniciais relacionadas ao número de faces, ao formato dessas faces e à aparência das arestas. Durante a atividade, o professor registrou no quadro algumas palavras-chave mencionadas pelos estudantes, tais como faces, arestas, vértices, medidas e retângulo.

Situação de ação

Cada grupo recebe dois moldes em rede plana, um para cubo e outro para paralelepípedo. A tarefa consiste em recortar, dobrar e montar os sólidos. Antes de colar, os alunos conferem se a rede fecha corretamente e marcam, com lápis, a posição de cada face. Durante a montagem, o professor circula entre os grupos, estimula a observação e propõe perguntas curtas, como: quantas faces haverá no final e onde ficam as arestas quando a figura é dobrada.

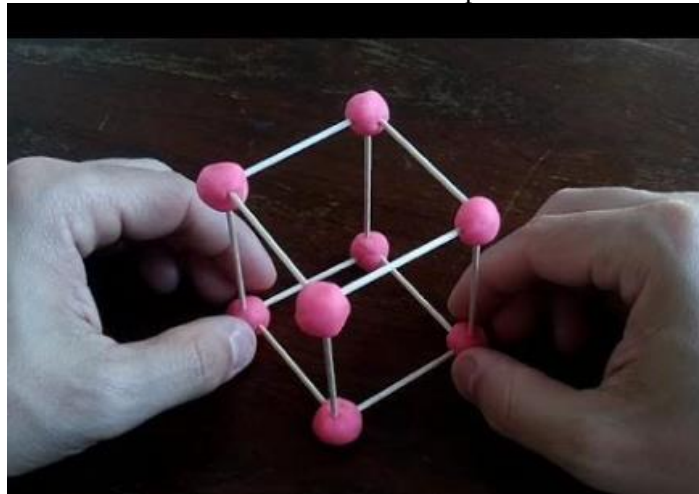
Figura 11 – Planificação do cubo (desenvolvimento plano)



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Para ampliar a percepção estrutural, os grupos constroem também o esqueleto das figuras com palitos e massinha. Assim, destacam vértices e arestas de forma evidente. Esse passo ajuda alunos que têm dificuldade com visualização espacial.

Figura 12 - Modelo de cubo construído com palitos e massa de modelar



Fonte: Elaborado pelo autor (2025), com imagens de domínio público.

Situação de formulação

Com os sólidos montados, os grupos completam uma tabela comparativa simples no caderno. A primeira coluna apresenta as propriedades, a segunda refere-se ao cubo e a terceira

ao paralelepípedo. As linhas sugeridas contemplam número de faces, formato das faces, número de arestas, número de vértices, medidas das arestas, paralelismo entre faces e perpendicularidade entre faces.

Tabela 01 – Comparação entre as propriedades do cubo e do paralelepípedo

Propriedades	Cubo	Paralelepípedo
Número de faces	6 faces quadradas	6 faces retangulares
Formato das faces	Todas as faces são quadradas	Todas as faces são retangulares
Número de arestas	12 arestas	12 arestas
Número de vértices	8 vértices	8 vértices
Medidas das arestas	Todas as arestas possuem o mesmo comprimento	As arestas apresentam três dimensões diferentes (comprimento, largura e altura)
Paralelismo entre faces	Faces opostas são paralelas	Faces opostas são paralelas
Perpendicularidade entre faces	Faces adjacentes são perpendiculares	Faces adjacentes são perpendiculares
Comentários	O cubo tem todas as medidas iguais e aspecto uniforme.	O paralelepípedo tem formas mais alongadas ou achatadas, dependendo das medidas.

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Os alunos medem as arestas com régua ou fita métrica e anotam valores. Para o cubo, registram igualdade das três dimensões. Para o paralelepípedo, registram três dimensões possivelmente diferentes. O professor orienta que escrevam frases completas e simples. O cubo tem seis faces quadradas. O paralelepípedo tem seis faces retangulares.

A etapa de formulação, conforme delineada pela Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 2008), corresponde ao momento em que o aluno expressa, registra e organiza suas hipóteses a partir das ações realizadas durante a fase anterior. Trata-se de um momento

essencial do processo de aprendizagem, no qual o conhecimento começa a ser explicitado e sistematizado pela própria linguagem do discente. Nesta pesquisa, essa etapa foi operacionalizada por meio de uma atividade de comparação entre dois sólidos geométricos, o cubo e o paralelepípedo, com o objetivo de favorecer a verbalização das propriedades observadas, a análise de semelhanças e diferenças e o desenvolvimento do raciocínio geométrico a partir de situações de manipulação e observação direta.

Tabela 02 - Situação de formulação – Tabela comparativa - versão do aluno

Propriedades	Cubo	Paralelepípedo
Número de faces		
Formato das faces		
Número de arestas		
Número de vértices		
Medidas das arestas		
Paralelismo entre faces		
Perpendicularidade entre faces		
Comentários (percepções sobre medidas e formas)		

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Durante a fase de formulação, os grupos de alunos utilizaram materiais simples e acessíveis, como sólidos geométricos (cubo e paralelepípedo) confeccionados pelos próprios discentes ou provenientes de kits didáticos, régua ou fita métrica, caderno, lápis e borracha. As etapas dessa atividade compreenderam a observação e descrição das faces com identificação de seus formatos, a contagem de arestas e vértices, a mensuração das arestas principais com o registro de valores e respectivas unidades, a verificação das relações de paralelismo entre faces opostas e de perpendicularidade entre faces adjacentes, a redação de enunciados sintéticos nas células da tabela e, por fim, a sistematização das percepções no campo “Comentários”, relacionando as medidas obtidas à configuração espacial dos sólidos, considerando aspectos de uniformidade ou alongamento.

Para apoiar a expressão escrita dos alunos, foram propostos enunciados-modelo que serviram como referência linguística durante o preenchimento da tabela, como, por exemplo: “Foram contabilizadas ____ faces no cubo e ____ no paralelepípedo”; “As faces do cubo apresentam formato ____; as do paralelepípedo, formato ____”; “As mensurações registradas indicam, no cubo, ____ cm; no paralelepípedo, ____ cm, ____ cm e ____ cm”; “Faces opostas permanecem paralelas; faces adjacentes formam ângulos retos”; e “Conclui-se, a partir das medidas, maior uniformidade no cubo e variação dimensional no paralelepípedo”.

A análise das respostas considerou critérios de qualidade baseados na correção conceitual das contagens e propriedades, na clareza enunciativa com uso adequado da terminologia geométrica e na consistência métrica, observando a presença de unidades de medida e comparações coerentes. Para efeito de avaliação, adotou-se uma rubrica sintética, na qual o nível 2 corresponde a correção e clareza integrais, o nível 1 a correção parcial ou ausência de unidade e o nível 0 a incorreções ou ausência de registro.

Durante o acompanhamento das produções, foram observadas não conformidades recorrentes, como a troca entre os conceitos de aresta e vértice, a omissão de unidades de medida nas mensurações, a generalização indevida da igualdade das faces no paralelepípedo, a ausência de referência à congruência das arestas no cubo e descrições restritas à quantidade de faces, sem menção ao formato correspondente. Para garantir acessibilidade e favorecer a participação de todos, foram disponibilizados sólidos com arestas destacadas e marcações cromáticas em pares de faces opostas, além de cartões ilustrativos com pictogramas de “face”, “aresta” e “vértice”. As medições foram realizadas em centímetros ou milímetros, conforme a necessidade de cada grupo, e a composição das duplas buscou heterogeneidade de habilidades, de modo a distribuir funções entre medições e registros.

Em termos de observáveis vinculados à Teoria das Situações Didáticas (TSD), a atividade contemplou as quatro fases descritas por Brousseau (2008). A fase de ação manifestou-se na exploração inicial dos sólidos e nas primeiras contagens e medições; a fase de formulação emergiu na produção de enunciados próprios e nas justificativas apresentadas pelos alunos; a fase de validação ocorreu durante o confronto de registros entre colegas e a verificação das propriedades geométricas; e, por fim, a institucionalização se concretizou na síntese conduzida pela professora, que retomou e consolidou os conceitos, estabilizando a terminologia e as propriedades observadas.

Situação de validação

Os grupos trocam as tabelas e conferem as respostas dos colegas. Em seguida, realizam a validação por meio de dois procedimentos: a medição por pares de faces opostas, para verificar paralelismo e igualdade, e a observação de esquemas no quadro, a fim de checar a perpendicularidade entre faces adjacentes. Quem desejar pode abrir novamente a rede plana para conferir a correspondência entre as faces na planificação e no sólido.

Institucionalização

O professor conduz a síntese oral e registra as definições aceitas pela turma. Cubo é um prisma retangular com arestas congruentes e faces quadradas. Paralelepípedo retangular é um prisma retangular com faces retangulares e três dimensões possivelmente distintas. A classe destaca proposições úteis, como: todo cubo é um paralelepípedo retangular, mas nem todo paralelepípedo retangular é um cubo.

Atividade de consolidação

Cada grupo produz uma ficha composta por três partes: o desenho da rede plana utilizada, a foto ou o desenho do sólido montado e a tabela final corrigida. Além disso, elabora-se um parágrafo curto, em linguagem própria, explicando como distinguir rapidamente um cubo de um paralelepípedo. O professor recolhe as fichas e fotografa as maquetes para compor um painel da turma. Essas evidências passam a integrar o portfólio da sequência.

Registros para análise

Cada grupo mantém anotações de medidas e observações. O professor registra falas significativas no diário de campo e marca episódios em que surgem ideias-chave, como a percepção de que o cubo é um caso particular do paralelepípedo retângulo. Esses registros serão usados na análise microgenética e na análise do discurso na etapa de pesquisa.

Critérios de sucesso

O aluno identifica corretamente faces, arestas e vértices. Distingue cubo de paralelepípedo por forma de faces e regularidade das medidas. Preenche a tabela comparativa com dados consistentes e justificativas simples. Utiliza termos geométricos básicos com clareza.

Encerramento

Cada grupo lê sua definição final de cubo e de paralelepípedo em voz alta. O professor fecha com a síntese escrita no quadro e prepara a transição para a UARC 3, que trabalhará volume e área a partir de situações concretas. A turma guarda os modelos para uso no próximo encontro.

5.1.3 UARC 3 – Volume e área em ação

Objetivo da unidade

Compreender e formalizar o cálculo de volume e de área total de cubos e paralelepípedos a partir de situações concretas, relacionando medidas lineares com medidas de superfície e de capacidade.

Duração e organização

A atividade foi desenvolvida ao longo de dois encontros, com duração de cinquenta minutos cada. As tarefas foram realizadas em grupos compostos por três ou quatro estudantes, favorecendo a interação e o trabalho colaborativo. Durante o desenvolvimento da atividade, os participantes realizaram registros individuais em seus cadernos, além do preenchimento de uma ficha de produção do grupo, destinada à sistematização das ideias e das etapas do trabalho.

Materiais

Cubinhos unitários com aresta de um centímetro. Caixas retangulares vazias e limpas como embalagens de sabão em pó, caixas de leite cortadas e caixas organizadoras. Régua e fita métrica. Papel quadriculado para esquemas. Tesoura e cola para redes planas. Opcional com GeoGebra 3D para conferência visual.

Ativação de conhecimentos prévios

O professor retoma as conclusões da UARC 2 sobre faces, arestas, vértices e regularidade das medidas. Em seguida, pergunta o que significa encher completamente uma caixa usando cubinhos iguais. Os alunos respondem com ideias como ocupar todo o espaço e não deixar buracos. O professor registra as palavras chave espaço ocupado, medida de dentro e contagem por camadas.

Situação de ação

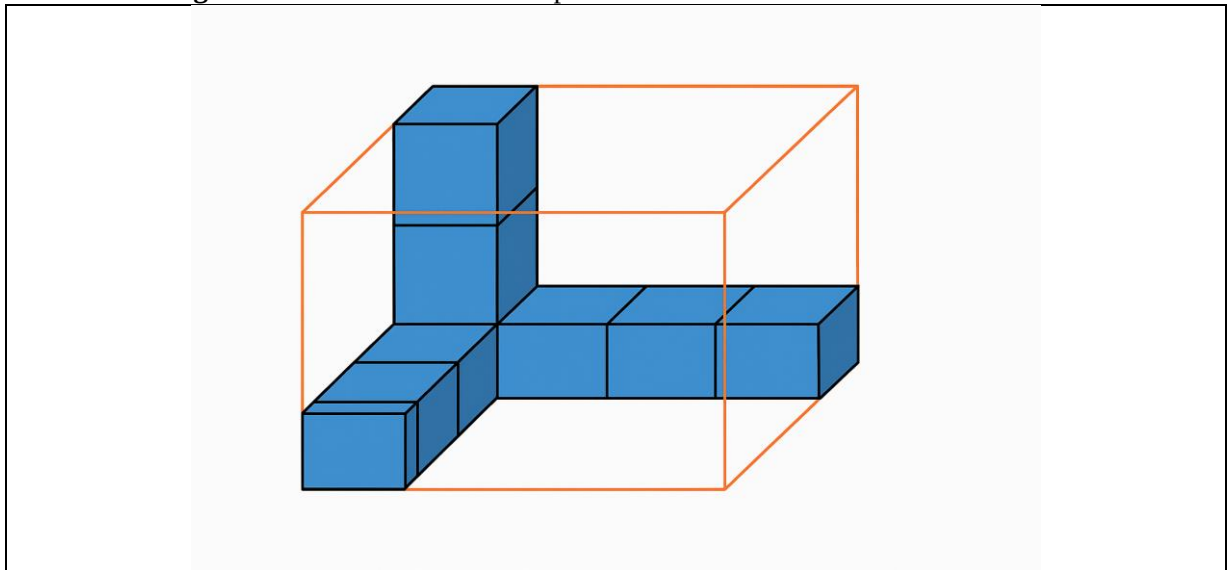
Cada grupo recebeu uma caixa de formato retangular e um conjunto de cubos unitários de um centímetro cúbico. A tarefa proposta consistiu em preencher completamente a caixa e determinar quantos cubos seriam necessários para ocupá-la. Antes de iniciar o preenchimento, os estudantes foram convidados a realizar uma estimativa visual da quantidade aproximada de cubinhos que caberia no recipiente. Em diversos grupos, as estimativas iniciais variaram consideravelmente, evidenciando diferentes percepções espaciais dos participantes.

Na etapa seguinte, os alunos preencheram a primeira camada no fundo da caixa e registraram a quantidade de cubos que formava a base. Em um dos grupos observados, por exemplo, os estudantes identificaram que a base era composta por “6 cubinhos de comprimento e 4 de largura”, totalizando 24 cubos na primeira camada. Em seguida, os participantes passaram a empilhar novas camadas até atingir o topo da caixa, contando quantas camadas idênticas foram necessárias.

Após essa etapa, os grupos multiplicaram a quantidade de cubos presentes na base pelo número de camadas obtidas. Um dos registros produzidos pelos estudantes indicou o seguinte raciocínio: “Na base tinha 24 cubinhos e fizemos 5 camadas. Então o total ficou 24 vezes 5, que deu 120”. Durante a atividade, o professor orientou que os estudantes registrassem o procedimento realizado em frases simples, explicitando o raciocínio utilizado, como: “A base tem tantos cubinhos por tantos cubinhos. Fizemos tantas camadas. O total foi base vezes camadas”.

Esses registros evidenciam que os estudantes passaram a relacionar a organização espacial do sólido com a ideia de multiplicação entre as dimensões da base e a quantidade de camadas, aproximando-se da compreensão do volume como produto entre área da base e altura.

Figura 13 – Caixa cúbica sendo preenchida com cubinhos de 1 cm de aresta



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Para tornar o procedimento mais preciso, os estudantes medem as dimensões internas da caixa com fita métrica. Anotam comprimento, largura e altura em centímetros. Conferem se a contagem de cubinhos coincide com o produto dessas três medidas. Quando a medida não é exata, porque a caixa não tem múltiplos inteiros de um centímetro, o grupo discute o que acontece com o espaço restante. O professor comenta que na matemática escolar, quando medimos em centímetros inteiros, pode sobrar uma folga. No modelo idealizado, consideramos as medidas reais e o cálculo por multiplicação contínua.

Situação de formulação

Com base na experiência, cada grupo escreve duas regras com as próprias palavras. Regra um. Para descobrir o volume de uma caixa, multiplicamos o número de cubinhos da base pelo número de camadas. Regra dois. Se conhecemos as três medidas da caixa em centímetros, multiplicamos as três para achar o volume em centímetros cúbicos. Em seguida os grupos comparam duas caixas de formatos diferentes, mas com volume próximo. O professor incentiva perguntas do tipo por que caixas diferentes podem ter o mesmo volume. Os alunos percebem que o produto das medidas pode coincidir mesmo com dimensões distintas.

Para o caso particular do cubo, o professor apresenta um bloco com todas as arestas iguais. Os alunos repetem o preenchimento por camadas ou fazem apenas a medição de uma aresta. Escrevem que o volume do cubo é a medida da aresta multiplicada por ela mesma três vezes.

Situação de validação

Os grupos verificam seus resultados por três caminhos. Conferência direta pela contagem de cubinhos. Conferência por multiplicação das três medidas internas em centímetros. Conferência no GeoGebra 3D, desenhando um paralelepípedo com as mesmas dimensões e lendo o volume indicado pelo software. Quando há diferenças, discutem possíveis causas como erro de medição, folga entre cubinhos, ou arredondamento de medidas. O professor pede que o grupo registre o motivo provável do desvio e a correção sugerida.

Institucionalização do volume

O professor conduz a síntese e registra no quadro as expressões formais obtidas pela turma. Para o cubo, V igual a a ao cubo, onde a é a aresta. Para o paralelepípedo retângulo, V igual a a vezes b vezes c , onde a , b e c são as dimensões do sólido. Explicita as unidades. Se as medidas estão em centímetros, o volume está em centímetros cúbicos. Se estão em metros, o volume está em metros cúbicos. Retoma a ideia de que o volume representa o espaço ocupado no interior do sólido.

Transição para área total

O professor apresenta outra situação concreta. Revestir completamente por fora uma caixa com papel de presente sem sobreposição. Pergunta o que estamos medindo quando cobrimos as faces externas. Os alunos respondem que é a superfície. O professor nomeia área total e explica que é a soma das áreas das seis faces.

Ação prática para área total

Cada grupo desenha a rede plana da sua caixa no papel. Mede as dimensões das faces e calcula a área de cada uma. No paralelepípedo retângulo, os estudantes identificam três pares de faces iguais. Somam duas vezes a área de cada par e obtêm a área total. Para o cubo, os alunos notam que todas as faces são quadradas iguais. Calculam a área de uma face e multiplicam por seis. O professor reforça que área mede cobertura e usa unidades quadradas. Se a aresta está em centímetros, a área está em centímetros quadrados.

Formulação e validação da área

Os grupos escrevem com palavras as fórmulas que emergem. Para o cubo, área total igual a seis vezes a área de uma face. Como a face é um quadrado de lado a , fica seis vezes a ao quadrado. Para o paralelepípedo retângulo, área total igual a duas vezes a área de cada par

de faces iguais, isto é, duas vezes ab mais duas vezes ac mais duas vezes bc. O professor valida com um exemplo numérico medindo uma caixa real da sala e comparando o cálculo com a contagem em rede.

Encadeamento conceitual

O professor destaca como as ideias se conectam. Volume relaciona três dimensões e usa unidade cúbica. Área relaciona duas dimensões e usa unidade quadrada. Medidas lineares estão na base dos dois cálculos, mas o significado é diferente. Um mede espaço interno, o outro mede superfície externa.

Registros para análise

O professor coleta as fichas com estimativas, contagens, medidas e fórmulas escritas pelos grupos. Registra em diário de campo as falas que mostram mudança de compreensão, como quando um aluno passa de contar cubinhos para multiplicar dimensões. Esses episódios serão usados na análise microgenética e na análise do discurso.

Crítérios de sucesso

O estudante calcula corretamente o volume por contagem de camadas e por multiplicação de dimensões. Identifica e usa a unidade adequada. Calcula a área total por soma das áreas das faces e escreve as fórmulas gerais de forma compreensível. Justifica o procedimento com uma frase curta e clara.

Encerramento

Cada grupo apresenta um problema criado por eles envolvendo volume ou área de uma caixa real da escola. A turma resolve de forma coletiva e comenta as estratégias. O professor fecha com a síntese no quadro, registra as fórmulas finais e anuncia que a próxima unidade trabalhará aplicações em situações reais com comparação de soluções e tomada de decisão.

5.1.4 UARC 4 – Aplicando o conhecimento à realidade

Objetivo da unidade

Consolidar o que foi aprendido sobre cubo e paralelepípedo em situações do cotidiano. Desenvolver a autonomia para escolher o procedimento adequado. Interpretar enunciados, decidir quais medidas são necessárias, realizar cálculos e justificar a resposta com clareza.

Duração e organização

Dois encontros de cinquenta minutos. Trabalho em pequenos grupos. Apresentação final com comentários da turma e do professor.

Materiais

Calculadoras. Fitas métricas. Réguas. Papel milimetrado e quadriculado. Cartolina para cartazes. Computador com projetor e GeoGebra 3D para visualização. Sólidos montados nas unidades anteriores.

Ativação de conhecimentos prévios

O professor retoma as fórmulas combinadas na UARC 3. Volume do cubo pela aresta elevada ao cubo. Volume do paralelepípedo pelo produto das três dimensões. Área total do cubo como seis vezes a área de uma face. Área total do paralelepípedo como soma dos três pares de faces. A turma recorda também a diferença entre medir o interior e cobrir a superfície.

Situação de ação

Durante essa etapa da sequência didática, os grupos receberam três problemas relacionados a situações do cotidiano. O primeiro problema consistiu em estimar o volume de uma sala da escola, com o objetivo de discutir a quantidade aproximada de ar que um aparelho de climatização precisaria movimentar. Para resolver a tarefa, os estudantes mediram o comprimento, a largura e a altura da sala com fita métrica e registraram os valores obtidos. Em um dos grupos observados, os alunos anotaram as medidas aproximadas de 8 metros de comprimento, 6 metros de largura e 3 metros de altura, concluindo que o volume do espaço seria obtido pelo produto dessas dimensões.

O segundo problema envolveu a estimativa da capacidade de uma caixa d'água doméstica em forma de paralelepípedo, com a finalidade de verificar se o reservatório seria suficiente para atender uma família de quatro pessoas durante um dia. Alguns grupos

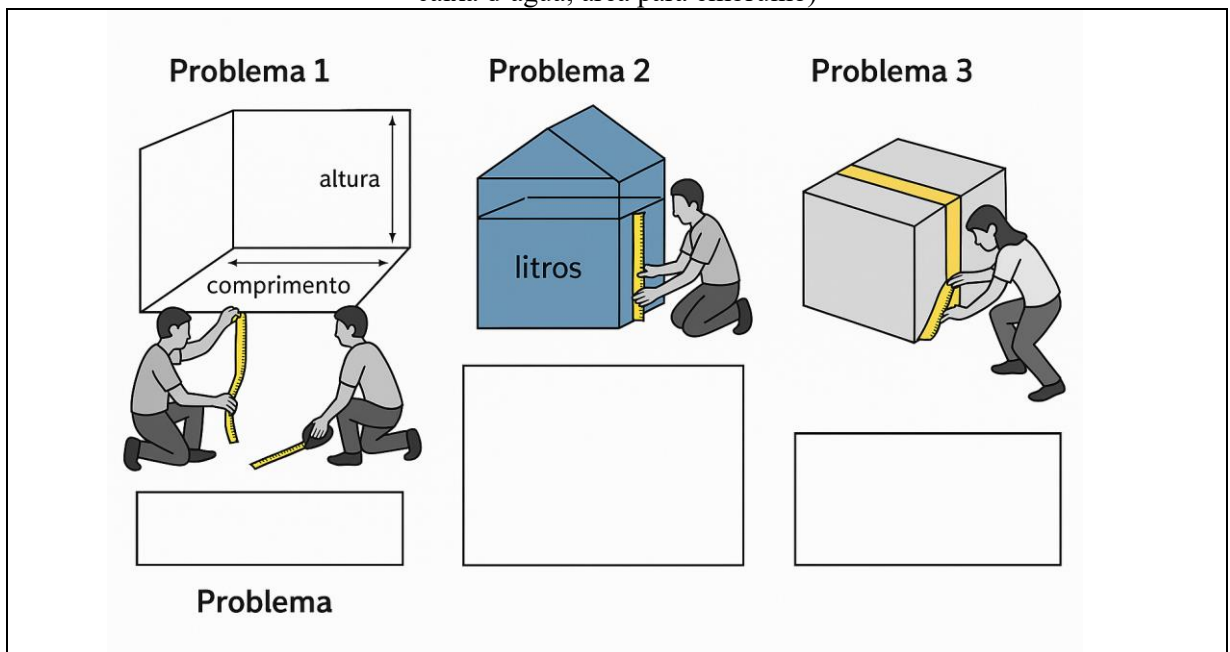
relacionaram o resultado obtido com informações sobre consumo médio de água, discutindo se a capacidade estimada seria adequada para o uso diário.

No terceiro problema, os estudantes calcularam a quantidade de papel necessária para revestir uma caixa de presente, considerando suas dimensões e evitando sobreposição do material. Durante a resolução, diversos grupos perceberam que a tarefa exigia o cálculo da área total do sólido, e não do volume. Um dos registros produzidos pelos estudantes indicou o seguinte raciocínio: “Para embrulhar a caixa precisamos somar todas as faces, porque o papel cobre o lado de fora”.

As discussões realizadas pelos grupos e os registros produzidos evidenciaram que os estudantes passaram a relacionar as medidas do paralelepípedo com diferentes situações práticas, mobilizando conceitos de volume e área em contextos cotidianos. Essas evidências foram registradas no caderno dos alunos e nas fichas de acompanhamento da atividade, constituindo dados importantes para a análise da aprendizagem desenvolvida durante a sequência didática.

Antes de medir, cada grupo discute o que precisa saber. Para a sala, comprimento, largura e altura livres. Para a caixa d’água, medidas internas e unidade em litros. Para o embrulho, dimensões externas e área total. Os grupos organizam o espaço e fazem as medições com fita e régua. Registram tudo no caderno com um esquema simples da situação.

Figura 14 – Situação de ação: três problemas do cotidiano (volume da sala; capacidade da caixa d’água; área para embrulho)



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Situação de formulação

Cada grupo transforma os dados em cálculos. Para a sala, multiplica as três dimensões e obtém o volume em metros cúbicos. Se a altura do teto for irregular, adota a média e anota o critério. Para a caixa d'água, converte o volume para litros. Um metro cúbico corresponde a mil litros. Compara com uma referência diária por pessoa e escreve a conclusão. Para o embrulho, desenha uma rede plana do paralelepípedo, calcula a área de cada face e soma as seis áreas. Acrescenta uma margem pequena para emendas e recortes e explica essa escolha.

O professor acompanha a escrita das regras com palavras próprias dos alunos. Medir por dentro para capacidade. Medir por fora para cobertura. Usar a unidade correta de acordo com o objetivo.

Situação de validação

Após a resolução dos problemas, os grupos procederam à validação dos resultados por dois caminhos distintos. Primeiramente, utilizaram o software GeoGebra 3D para construir um paralelepípedo com as mesmas dimensões registradas nas atividades. A partir dessa representação, os estudantes compararam os valores de volume e de área apresentados pelo software com aqueles obtidos por meio de seus cálculos. Em vários grupos, essa comparação permitiu identificar pequenas diferenças decorrentes de arredondamentos ou imprecisões nas medições realizadas.

Em seguida, os grupos confrontaram seus resultados com os de outros colegas que haviam resolvido o mesmo problema. Em alguns casos, foram observadas divergências entre os valores obtidos. Um dos grupos, por exemplo, identificou que a diferença ocorria devido à escolha de pontos distintos para medir a altura do objeto analisado. Outro grupo registrou que havia ocorrido uma troca de unidade ao converter medidas de centímetros para metros.

Diante dessas situações, os estudantes discutiram coletivamente as possíveis causas das diferenças encontradas e registraram em suas fichas de acompanhamento a justificativa para o valor final adotado. O professor orientou que cada grupo explicitasse, em seus registros, a origem da divergência observada e o critério utilizado para validar o resultado considerado mais adequado.

Institucionalização

Na etapa final, o professor conduziu uma síntese coletiva das discussões realizadas durante a atividade. A partir das contribuições dos estudantes, foram explicitados alguns critérios considerados importantes para a qualidade das soluções em problemas de contexto

real. Entre esses critérios destacaram-se: a indicação clara das medidas utilizadas e de suas respectivas unidades; a explicitação do procedimento de cálculo realizado; a identificação de possíveis fontes de erro e a descrição de como essas foram tratadas no processo de validação; e a interpretação do resultado final em relação à situação prática apresentada no problema.

Durante a discussão, o professor retomou algumas ideias estruturantes mobilizadas ao longo da atividade. Observou-se, por exemplo, que sólidos com formatos diferentes podem apresentar o mesmo volume, embora possuam áreas totais distintas. Também foi enfatizado que a escolha entre calcular volume ou área depende do objetivo do problema analisado. Por fim, destacou-se que a unidade de medida constitui parte essencial da resposta, sendo indispensável para a interpretação correta dos resultados obtidos.

5.2 AVALIAÇÃO APLICATIVA: CONSOLIDAÇÃO DO CONCEITO DE CUBOS E PARALELEPÍPEDOS

Objetivo da avaliação

Verificar como os estudantes integraram os conhecimentos desenvolvidos nas quatro UARCs, com foco na identificação de propriedades, no cálculo de volume e área total, na leitura e produção de representações e na resolução de problemas do cotidiano que envolvem cubos e paralelepípedos.

Estrutura geral

A avaliação combinou tarefas práticas e escritas em dois momentos. Momento prático com estações de 10 a 12 minutos cada. Momento escrito com itens de resposta construída e questões curtas.

Matriz de habilidades avaliadas

- Identificar e nomear faces, arestas e vértices.
- Distinguir cubo e paralelepípedo por regularidade das medidas e formato das faces.
- Medir dimensões e registrar unidades de forma coerente.
- Calcular volume de cubo e paralelepípedo por contagem de camadas e por multiplicação de medidas.
- Calcular área total por soma das áreas das seis faces, reconhecendo pares opostos.

- Escolher entre volume e área de acordo com a demanda do problema.
- Usar linguagem geométrica simples, com justificativas breves e claras.
- Ler e produzir redes planas e esboços em perspectiva quando necessário.

Instrumentos

a) Estações práticas

Estação 1 Identificação de propriedades. O estudante observa dois sólidos físicos e preenche uma ficha com número de faces, arestas, vértices e formato das faces.

Estação 2 Medição e cálculo de volume. O estudante mede comprimento, largura e altura de uma caixa e calcula o volume. Se desejar, confere com cubinhos de um centímetro cúbico.

Estação 3 Rede plana e área total. O estudante escolhe a rede correta de um paralelepípedo entre três opções, marca os pares de faces opostas e calcula a área total.

Estação 4 Situação de uso. O estudante estima a quantidade de papel para revestir uma caixa de presente, registra o raciocínio e indica a margem de sobra escolhida.

b) Prova escrita

Parte A Itens curtos de identificação e classificação.

Parte B Problemas contextualizados envolvendo volume em m^3 ou L e área em m^2 ou cm^2 .

Parte C Questões de justificativa breve. O estudante explica por que duas caixas com volumes iguais podem ter áreas diferentes ou por que o cubo é um caso particular do paralelepípedo retângulo.

c) Registros complementares

Autoavaliação curta. O estudante assinala onde tem mais segurança e onde precisa de apoio.

Observação do professor. Notas sobre estratégias, dúvidas recorrentes e correções em tempo real.

Exemplos de itens

Item prático

Você mediu 24 cm, 15 cm e 10 cm. Escreva o volume da caixa e a unidade. Se quisesse a capacidade em litros, o que faria.

Resposta esperada. V igual a 24 vezes 15 vezes 10 em cm^3 . Conversão para L dividindo por mil.

Item

escrito

Uma caixa com 30 cm por 20 cm por 10 cm será revestida por fora sem sobreposição. Calcule a área total.

Resposta esperada. Duas vezes 30 vezes 20 mais duas vezes 30 vezes 10 mais duas vezes 20 vezes 10 em cm^2 . Conversão para dm^2 ou m^2 se solicitado.

Item de justificativa

Explique com suas palavras quando usar volume e quando usar área total.

Resposta esperada. Volume quando se mede espaço interno ou capacidade. Área total quando se mede cobertura externa.

Rubrica de correção

Nível 4 Excelente

Mede com coerência, registra unidades, escolhe corretamente volume ou área, calcula sem erros e justifica com frase objetiva. Representações claras.

Nível 3 Adequado

Mede e calcula corretamente, com pequenos deslizes de notação ou arredondamento. Justifica de forma suficiente.

Nível 2 Básico

Identifica as grandezas, mas comete erros de unidade ou esquece fatores na área total. Justificativas incompletas. Precisa de intervenção pontual.

Nível 1 Inicial

Confunde volume com área, não registra unidades ou não consegue concluir cálculos. Necessita retomada guiada.

Critérios e pesos sugeridos

Estações práticas 40 por cento.

Prova escrita 50 por cento.

Autoavaliação e participação 10 por cento.

Em todos os itens há crédito parcial para estratégias corretas ainda que o resultado final tenha erro de cálculo.

Procedimentos de correção e confiabilidade

Correção dupla amostral em 20 por cento das provas para alinhamento.

Uso da rubrica comum e exemplos âncora para cada nível.

Revisão de discrepâncias superiores a um nível.

Análise dos dados e devolutiva

Consolidação por habilidade com percentuais de acerto e erros frequentes.

Devolutiva coletiva com três pontos fortes e três pontos a melhorar.

Devolutiva individual curta com indicação de um exercício de recuperação e um de aprofundamento.

Evidências de aprendizagem

Uso consistente de unidades e escolhas corretas entre volume e área.

Passagem de contagem de cubinhos para multiplicação de dimensões.

Capacidade de justificar com frases simples o procedimento adotado.

Leitura de redes planas com identificação de pares de faces.

Resultados e síntese

Os registros produzidos pelos estudantes e as observações realizadas durante a aplicação da sequência didática indicaram avanços na compreensão das propriedades dos sólidos geométricos e no uso das fórmulas relacionadas ao cálculo de volume e área total. Em diversas produções escritas, os alunos passaram a relacionar as dimensões do paralelepípedo com o produto entre as medidas da base e da altura, evidenciando um processo de reconstrução conceitual associado ao conceito de volume.

À luz da Teoria das Situações Didáticas, proposta por Brousseau (2008), observou-se que as situações de ação e validação favoreceram a mobilização de conhecimentos prévios e a construção de estratégias próprias de resolução pelos estudantes. Durante as atividades com cubos unitários e problemas contextualizados, os grupos passaram a formular hipóteses, testar procedimentos e confrontar resultados, caracterizando momentos de formulação e validação do conhecimento matemático.

Os registros também evidenciaram maior segurança dos estudantes ao realizar medições, registrar unidades de medida e justificar as escolhas realizadas durante os cálculos. Esse movimento pode ser interpretado como um indício de desenvolvimento do pensamento geométrico e da argumentação matemática, aspectos que, segundo Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004), são favorecidos quando as atividades são organizadas em sequências didáticas estruturadas e progressivas.

Além disso, a análise das interações entre os estudantes revelou que as situações contextualizadas contribuíram para ampliar a autonomia na resolução de problemas e para

favorecer a transferência dos conceitos geométricos para situações do cotidiano. Esses resultados dialogam com a perspectiva microgenética de análise da aprendizagem (GÓES, 2000), na medida em que evidenciam mudanças progressivas nas estratégias utilizadas pelos alunos ao longo das atividades.

De modo geral, a sequência didática mostrou-se um instrumento relevante para promover uma aprendizagem ativa e significativa, aproximando o estudo da geometria espacial das experiências concretas dos estudantes e fortalecendo a articulação entre o conhecimento matemático escolar e situações práticas do cotidiano.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou responder à questão central de como uma sequência didática, estruturada com base em metodologias ativas, pode promover a aprendizagem significativa de conceitos geométricos, especificamente cubos e paralelepípedos, em turmas do Ensino Médio. O percurso metodológico incluiu o diagnóstico dos conhecimentos prévios, a elaboração e aplicação de atividades fundamentadas na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau e na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, além de uma avaliação processual e da análise dos resultados obtidos ao longo da intervenção pedagógica.

Ao longo dos capítulos, evidenciou-se a relevância do ensino da Geometria Espacial sob uma perspectiva prática, contextualizada e centrada no estudante. O Capítulo 1 apresentou o problema e os objetivos da investigação. No Capítulo 2, foram discutidos os referenciais teóricos que fundamentaram a proposta, com destaque para Brousseau, Dolz, Noverraz e Schneuwly, Zabala e Ausubel. O Capítulo 3 abordou a metodologia de pesquisa, caracterizada como qualitativa e do tipo intervenção pedagógica, estruturada segundo as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual. O Capítulo 4 detalhou a construção da sequência didática e a organização das UARC, contemplando objetivos, recursos, estratégias e critérios avaliativos. Por fim, o Capítulo 5 descreveu a aplicação da sequência, os dados produzidos nas atividades e os efeitos observados na aprendizagem dos estudantes.

Os resultados da aplicação da sequência didática evidenciaram indícios consistentes de aprendizagem significativa. Os estudantes ampliaram a compreensão sobre formas tridimensionais, demonstraram maior capacidade de visualização espacial, desenvolveram habilidades na construção e análise de sólidos geométricos e resolveram problemas envolvendo área e volume com maior autonomia. A análise microgenética das interações em sala de aula, associada à comparação com a turma de controle, corroborou a eficácia da sequência didática como estratégia de intervenção pedagógica no Ensino Médio.

No plano didático-pedagógico, a proposta mostrou-se eficaz na superação de obstáculos recorrentes no ensino da Geometria Espacial, tais como a dissociação entre teoria e prática, a abordagem excessivamente algorítmica dos conteúdos e a fragilidade da contextualização nos materiais didáticos. A integração entre materiais manipuláveis, recursos visuais e mediação docente favoreceu a construção de significados e a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem.

Do ponto de vista da formação matemática do pesquisador, o desenvolvimento desta investigação contribuiu significativamente para o aprofundamento teórico e didático em

Geometria Espacial, bem como para a consolidação de uma postura docente reflexiva e investigativa. O planejamento, a aplicação e a análise da sequência didática possibilitaram o aprimoramento da compreensão sobre conceitos estruturantes, como área, volume, planificação e visualização espacial, além de fortalecer a articulação entre teoria matemática, didática e prática pedagógica. Esse percurso formativo ampliou a capacidade de análise crítica das práticas de ensino, favorecendo a adoção de metodologias mais coerentes com os princípios da aprendizagem significativa e com as demandas contemporâneas da Educação Matemática.

Algumas limitações foram identificadas ao longo do estudo. O tempo disponível para a aplicação da sequência restringiu o acompanhamento longitudinal do desenvolvimento conceitual dos estudantes. A heterogeneidade dos níveis de aprendizagem exigiu constantes ajustes na mediação pedagógica, e a disponibilidade limitada de recursos materiais em determinados momentos impôs restrições à exploração de atividades práticas mais complexas. Tais limitações, contudo, não invalidam os resultados obtidos, mas indicam aspectos a serem considerados em futuras intervenções.

No que se refere às possibilidades de pesquisas futuras, este estudo abre caminhos para a reaplicação e adaptação da sequência didática em diferentes séries e contextos do Ensino Médio, bem como em etapas anteriores da Educação Básica. Sugere-se a ampliação do uso de tecnologias digitais, como softwares de geometria dinâmica e ambientes de realidade aumentada, de modo a potencializar ainda mais a visualização espacial. Recomenda-se, também, a realização de estudos longitudinais que investiguem os impactos da proposta no desenvolvimento da autonomia, do protagonismo discente e da motivação para a aprendizagem matemática. Outra possibilidade consiste na incorporação do modelo das UARC em programas de formação inicial e continuada de professores, visando fortalecer práticas pedagógicas reflexivas, colaborativas e alinhadas às orientações curriculares vigentes. Destaca-se, ainda, o potencial de articulação interdisciplinar da proposta, especialmente com áreas como Física, Artes e Tecnologia, promovendo uma abordagem mais integrada e contextualizada do conhecimento matemático.

Conclui-se que o uso de sequências didáticas planejadas com base em referenciais teóricos consistentes e metodologias ativas constitui uma alternativa viável e necessária para o ensino de Matemática no Ensino Médio. Tal abordagem favorece a aprendizagem significativa, contextualizada e crítica, contribuindo para a formação integral dos estudantes e para o aprimoramento da prática docente, em consonância com a Base Nacional Comum Curricular e com as exigências da educação contemporânea.

REFERÊNCIAS

- ARTIGUE, Michèle. *Didactical design in mathematics education*. New York: Springer, 2009.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular: Educação Básica*. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <https://www.gov.br/mec>. Acesso em: 24 out. 2025.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). *Matriz de Referência do Enem: Matemática e suas Tecnologias*. Brasília, DF: INEP, 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/inep>. Acesso em: 24 out. 2025.
- BRASIL. *Relatório Nacional do PISA 2022: principais resultados*. Brasília, DF: INEP, 2022. Disponível em: <https://www.gov.br/inep>. Acesso em: 24 out. 2025.
- BROUSSEAU, Guy. *Teoria das situações didáticas*. França: Éditions la Pensée Sauvage, 1997.
- BROUSSEAU, Guy. The role of the teacher in didactical situations. *Educational Studies in Mathematics*, v. 29, n. 3, p. 1-33, 2008.
- CABRAL, R. P. *Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual: um modelo estruturante para sequências didáticas na Educação Matemática*. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.
- CHARTIER, Roger. *A história ou a leitura do tempo*. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- CLEMENTS, Douglas H.; BATTISTA, Michael T. Geometry and Spatial Reasoning. In: GROUWS, Douglas A. (ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, 1992. p. 420-464.
- CROWLEY, Mary L. The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. In: LINDQUIST, Mary Montgomery (ed.). *Learning and Teaching Geometry, K-12*. Reston, VA: NCTM, 1987. p. 1-16.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática*. São Paulo: Ática, 1990.
- DANTE, Luiz Roberto. *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. 7. ed. São Paulo: Ática, 2016.
- DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar*. Vol. 8. São Paulo: Atual, 2013.
- DOLZ, Joaquim; NOVERRAZ, Michèle; SCHNEUWLY, Bernard. *Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento*. São Paulo: Mercado de Letras, 2004.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo na compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. (org.). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

FAIRCLOUGH, Norman. *Discurso e mudança social*. Brasília: Editora UnB, 2001.

FERREIRA, E. L.; NACARATO, A. M. A microgênese e o processo de construção de significados matemáticos: a reinterpretação de conceitos e a produção de sentidos. *Revista Zetetiké*, v. 21, n. 1, p. 138–157, 2013.

GÓES, M. C. R. O método clínico piagetiano e a microgênese: contribuições para a análise da atividade de construção de conhecimento. *Cadernos Cedes*, Campinas, n. 52, p. 39–53, 2000.

GRANOTT, Nina. *Microdevelopment: Transition processes in development and learning*. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.

LORENZATO, Sérgio (org.). *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. Campinas: Autores Associados, 2006.

LUKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar*. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MACHADO, S. D.; BORIN, J. M. A pesquisa em Educação Matemática com enfoque microgenético: contribuições para o estudo da mediação docente. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 35, n. 71, p. 1–24, 2021.

MACHADO, D.; BASTOS, N.; HALL, A.; PAIS, S. Volume of geometric solids on the Desmos platform: a didactic experience. *European Journal of Science and Mathematics Education*, v. 11, n. 2, p. 345-360, 2023.

MAINGUENEAU, Dominique. *Análise de texto e análise de discurso*. Tradução de Sônia S. Barros. São Paulo: Cortez, 2008.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. *Fundamentos de metodologia científica*. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

MOREIRA, Marco Antonio. *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. Brasília: Editora UnB, 2011.

MORELLO, M.; SOUZA, M. A. V. F. Ensino de sólidos geométricos: uma revisão sistemática de literatura. *Educação Matemática sem Fronteiras*, v. 6, n. 1, p. 1-20, 2024.

NACARATO, A. M.; MENGALI, L. B.; PASSOS, C. L. Atividades investigativas e ensino de geometria: o uso da microgênese na análise das aprendizagens. *Revista de Educação Matemática da UFMS*, v. 11, n. 2, p. 130–151, 2020.

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM, 2000.

OECD – Organisation for Economic Co-operation and Development. *PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do*. Paris: OECD Publishing, 2019.

ORLANDI, Eni Puccinelli. *Análise do discurso: princípios e procedimentos*. 11. ed. Campinas: Pontes Editores, 2015.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, Campinas: FE/Unicamp, v. 1, n. 1, p. 7-18, 1993.

PONTE, João Pedro da. *Investigação e formação de professores: caminho para uma escola reflexiva*. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

SIEGLER, Robert S. *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. Oxford: Oxford University Press, 2006.

SIEGLER, Robert S. Microgenetic analysis of learning. *Psychological Science*, v. 17, n. 4, p. 348-352, 2006.

VALENTE, José Armando. *A tecnologia no ensino e na aprendizagem da matemática. Educação Matemática em Revista*, v. 12, n. 3, p. 15-32, 2017.

VALENTE, José Armando. *O computador na sociedade do conhecimento*. Campinas: NIED/UNICAMP, 2017.

ZABALA, Antoni. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE: QUESTIONÁRIO AVALIATIVO DE ENSINO



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL E ENSINO DE MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno (a), neste momento estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, para tanto necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo para o êxito deste trabalho. Agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato. Muito obrigado!

1. Idade: _____ anos.

2. Identidade de gênero: _____.

3. O quanto você gosta de Matemática?

Adoro Matemática

Gosto moderadamente

Pouco

Muito Pouco

Não gosto de Matemática

4. Qual o seu nível de aprendizado com Matemática básica?

Ótimo

Bom

Regular

Ruim

5. Na sua família, pais ou responsáveis o incentivam nos estudos?

Muito

Regular

Pouco

Muito pouco

6. Com que frequência você estuda matemática fora da escola?

Todo os dias

Pelo menos 2 dias durante a semana

Apenas no período de provas

Apenas no dia anterior à prova

Não estudo fora da escola

7. Quem o ajuda com as tarefas de Matemática?

Professor particular

Familiar.

Amigo(a)

Ninguém

Outro. Quem?

8. Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de Matemática na escola?

Sempre entendo
Quase sempre entendo
Poucas vezes entendo
Raramente entendo
Nunca entendo

9. Com quais atividades você costuma ser avaliado em Matemática? (Marque mais de uma opção se necessário)

Prova
Testes
Trabalho individual/grupo
Projetos Interdisciplinares
Outras. Quais?

10. Quais os métodos utilizados pelo seu professor para ensinar Geometria Espacial – Cubo e paralelepípedo? (Marque mais de uma opção se necessário)

Apresenta os conceitos, os exemplos, exercícios resolvidos e exercícios propostos
Propõe situações-problema do cotidiano.
Faz experimentos para mostrar um conceito
Trabalha com jogos para apresentar os conceitos
Utiliza softwares/programas de construção geométrica
Utiliza instrumentos de medição como fita métrica, trena, transferidor, etc.

11. O professor costuma investigar qual o seu conhecimento sobre o conteúdo que ainda vai ser ensinado?

Sim, através de um teste.
Sim, no início de aula por meio de diálogos com a turma.
O professor não costuma fazer esse tipo de investigação.

12. Para a fixação dos conteúdos de “Geometria Espacial – Cubo e paralelepípedo” o professor costuma: (Marque mais de uma opção se necessário)

Propor que os alunos resolvam os exercícios do livro didático.
Elaborar uma lista de exercícios para serem resolvidos pelos alunos.
Solicitar que os alunos pesquisem sobre o assunto na biblioteca.
Solicitar que os alunos pesquisem sobre o assunto na internet.